

# Índice

<b>LISTA DE TABLAS</b> .....	<i>xxi</i>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<i>xxv</i>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b> .....	<i>xxxi</i>
<b>CAPÍTULO 1</b> <b>INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS</b>	
1.1 INTRODUCCIÓN .....	1
1.1.1 Proceso de diseño .....	1
1.1.2 Diseño óptimo de forma y armado de láminas de hormigón .....	2
1.2 OBJETIVOS DE LA TESIS .....	3
1.3 ORGANIZACIÓN DE LA TESIS .....	4
<b>CAPÍTULO 2</b> <b>ESTADO DEL ARTE EN EL ANÁLISIS Y DISEÑO ÓPTIMO DE FORMA Y ARMADO DE LÁMINAS DE HORMIGÓN</b>	
2.1 INTRODUCCIÓN .....	5
2.2 OPTIMIZACIÓN DE ESTRUCTURAS. RESEÑA HISTÓRICA.....	5
2.3 DISEÑO ÓPTIMO DE LÁMINAS .....	7
2.3.1 Introducción.....	7
2.3.2 Desde los inicios hasta mediados de los 80 .....	8
2.3.3 De mediados de los 80 a mediados de los 90.....	9

2.3.3.1	<i>Aparición de nuevas necesidades</i> .....	9
2.3.3.2	<i>Técnicas de CAGD</i> .....	10
2.3.3.3	<i>Inclusión de no linealidades</i> .....	11
2.3.3.4	<i>Desarrollo de herramientas informáticas y programas de ordenador</i> .....	12
2.3.3.5	<i>Búsqueda de forma</i> .....	13
2.3.4	Últimas tendencias.....	13
2.4	ANÁLISIS Y DISEÑO ÓPTIMO DE PLACAS Y LÁMINAS DE HORMIGÓN .....	16
2.4.1	Introducción.....	16
2.4.2	Etapla constructiva: breve repaso por la obra de Félix Candela .....	17
2.4.3	Diseño de la armadura .....	21
2.4.4	Optimización del coste .....	22
2.4.5	Búsqueda de forma .....	23
2.4.6	Comprobación de estabilidad.....	24
2.4.7	Últimas tendencias.....	27
2.5	PUBLICACIONES DEL DOCTORANDO REFERENTES AL TRABAJO DESARROLLADO EN ESTA TESIS.....	29

**CAPÍTULO 3      *BÚSQUEDA DE FORMA DE LÁMINAS DE HORMIGÓN EMPLEANDO  
TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN. MOTIVACIÓN***

3.1	INTRODUCCIÓN .....	31
3.2	PROBLEMA DE BÚSQUEDA DE FORMA DE LÁMINAS DE HORMIGÓN EMPLEANDO TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN .....	32
3.3	OPTIMIZACIÓN CON ANSYS .....	35
3.3.1	Métodos de optimización.....	35
3.3.2	Procedimiento operativo .....	35
3.4	EJEMPLO.....	36
3.5	MOTIVACIÓN.....	40

**CAPÍTULO 4      *ESTUDIO DEL DISEÑO ÓPTIMO DE ESPESOR Y GEOMETRÍA DE UN  
PARABOLOIDE HIPERBÓLICO DE HORMIGÓN EMPLEANDO DIVERSAS  
FUNCIONES OBJETIVO***

4.1	INTRODUCCIÓN .....	43
4.2	DESCRIPCIÓN Y MODELIZACIÓN DE LA ESTRUCTURA .....	44
4.2.1	Introducción.....	44
4.2.2	El paraboloides hiperbólico (hypar) .....	44

4.2.3	Modelo de diseño.....	50
4.2.4	Modelo CAD .....	50
4.2.4.1	Parámetros geométricos .....	51
4.2.5	Modelo de análisis .....	52
4.2.5.1	Malla de elementos finitos .....	52
4.2.5.2	Material .....	53
4.2.5.3	Tipo de elemento.....	55
4.2.5.4	Condiciones de contorno .....	55
4.2.5.5	Acciones.....	56
4.2.5.6	Hipótesis de combinación de acciones .....	59
4.3	ANÁLISIS DEL MODELO INICIAL.....	62
4.4	PROCESOS DE OPTIMIZACIÓN .....	65
4.4.1	Función objetivo, variables de diseño y restricciones.....	65
4.4.2	Proceso 1. Función objetivo energía de deformación ( <i>ED</i> ) con espesor mínimo 6 cm .....	66
4.4.3	Proceso 2. Función objetivo energía de deformación ( <i>ED</i> ) con espesor mínimo 8 cm .....	70
4.4.4	Proceso 3. Función objetivo peso ( <i>W</i> ) con espesor mínimo 6 cm.....	74
4.4.5	Proceso 4. Función objetivo peso ( <i>W</i> ) con espesor mínimo 8 cm.....	78
4.4.6	Proceso 5. Función objetivo mayor tensión principal $\sigma_1$ ( $\sigma_i$ ) con espesor mínimo 6 cm .....	82
4.5	RESUMEN DE RESULTADOS .....	86

**CAPÍTULO 5 ANÁLISIS NO LINEAL Y DE ESTABILIDAD DE LÁMINAS DE HORMIGÓN**

5.1	INTRODUCCIÓN.....	89
5.2	ANÁLISIS NO LINEAL .....	90
5.2.1	Introducción.....	90
5.2.2	No linealidad geométrica. Matriz de rigidez tangente .....	90
5.2.3	No linealidad del material.....	94
5.2.3.1	Método incremental .....	94
5.2.3.2	Métodos iterativos .....	95
5.2.4	Leyes de comportamiento del hormigón.....	96
5.2.4.1	Comportamiento rígido-plástico ideal (diagrama rectangular).....	97
5.2.4.2	Comportamiento elástico-plástico ideal (diagrama bilineal) .....	97
5.2.4.3	Comportamiento elástico-plástico no lineal (diagrama parábola-rectángulo).....	98
5.2.4.4	Comportamiento elástico-plástico no lineal (diagrama de Sargin) .....	98

5.3	ANÁLISIS DE ESTABILIDAD.....	100
5.3.1	Introducción.....	100
5.3.2	El fenómeno de la inestabilidad en láminas de hormigón.....	101
5.3.3	Método del comité ACI 344 .....	102
5.3.4	Método basado en las recomendaciones de la IASS.....	103
5.3.4.1	Introducción .....	103
5.3.4.2	Fórmula básica.....	104
5.3.4.3	Coficiente de sensibilidad a las imperfecciones .....	105
5.3.4.4	Coficiente de fluencia .....	106
5.3.4.5	Coficiente de armado y fisuración .....	107
5.3.4.6	Coficiente de no linealidad del material.....	109
5.3.4.7	Coficiente de seguridad .....	110
5.4	ANÁLISIS NO LINEAL Y DE ESTABILIDAD EN ANSYS.....	111
5.4.1	Introducción.....	111
5.4.2	Análisis no lineal en ANSYS.....	111
5.4.2.1	Generalidades.....	111
5.4.2.2	No linealidad geométrica y del material .....	113
5.4.2.3	Planteamiento del análisis no lineal de la lámina en hypar.....	113
5.4.3	Análisis de estabilidad en ANSYS .....	116
5.4.3.1	Generalidades.....	116
5.4.3.2	Análisis de estabilidad inicial.....	116
5.4.3.3	Análisis de estabilidad no lineal.....	118
5.5	EJEMPLOS.....	118
5.5.1	Estudio de no linealidad de los diseños del hypar .....	119
5.5.1.1	Tipos de análisis empleados .....	119
5.5.1.2	Diseño inicial.....	119
5.5.1.3	Diseños óptimos.....	125
5.5.1.4	Resumen de resultados .....	128
5.5.2	Estudio de estabilidad de los diseños del hypar.....	130
5.5.2.1	Análisis de estabilidad inicial.....	130
5.5.2.2	Análisis de estabilidad no lineal.....	131
5.5.2.3	Método basado en las recomendaciones de la IASS.....	132
5.5.2.4	Resumen de resultados .....	135

**CAPÍTULO 6 PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO ÓPTIMO DEL ARMADO DE ELEMENTOS DE HORMIGÓN TIPO LÁMINA**

6.1	INTRODUCCIÓN .....	137
6.2	COMPORTAMIENTO DE LOS MATERIALES .....	138
6.3	FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO ÓPTIMO .....	139
6.3.1	Elementos sometidos al estado membrana.....	139
6.3.1.1	<i>Introducción</i> .....	139
6.3.1.2	<i>Armaduras <math>A_{sx}</math> y <math>A_{sy}</math> necesarias</i> .....	141
6.3.1.3	<i>Sólo armadura <math>A_{sx}</math> necesaria</i> .....	142
6.3.1.4	<i>Sólo armadura <math>A_{sy}</math> necesaria</i> .....	143
6.3.1.5	<i>Armadura innecesaria</i> .....	143
6.3.2	Elementos sometidos al estado de flexión y membrana.....	144
6.3.2.1	<i>Introducción</i> .....	144
6.3.2.2	<i>Armadura necesaria en ambas capas (caso BOTH)</i> .....	146
6.3.2.3	<i>Armadura necesaria sólo en la capa inferior (caso BOTTOM)</i> .....	146
6.3.2.4	<i>Armadura necesaria sólo en la capa superior (caso TOP)</i> .....	148
6.3.2.5	<i>Armadura innecesaria (caso FULLCOMP)</i> .....	148
6.3.2.6	<i>Discusión sobre las necesidades de armadura en cada elemento</i> .....	149
6.4	RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO ÓPTIMO .....	150
6.4.1	Introducción.....	150
6.4.2	Métodos analíticos .....	151
6.4.2.1	<i>Resolución directa</i> .....	151
6.4.2.2	<i>Resolución por etapas</i> .....	151
6.4.3	Métodos semianalíticos .....	152
6.4.3.1	<i>Problema general con ocho variables de diseño</i> .....	153
6.4.3.2	<i>Problema simplificado con dos variables de diseño</i> .....	154
6.4.3.3	<i>Resolución por etapas</i> .....	155
6.4.4	Método numérico.....	157
6.4.4.1	<i>Desarrollo del método</i> .....	157
6.4.4.2	<i>Caso particular de armadura innecesaria</i> .....	161
6.4.4.3	<i>Resolución mediante técnicas de optimización</i> .....	163
6.4.4.4	<i>Cuestiones relacionadas con el carácter numérico del método</i> .....	165
6.5	APLICACIONES EN ELEMENTOS ESTRUCTURALES PLANOS .....	167
6.5.1	Introducción.....	167
6.5.2	Elementos sometidos a compresión simple .....	167
6.5.2.1	<i>Placa cuadrada</i> .....	167
6.5.2.2	<i>Viga de gran canto</i> .....	171
6.5.3	Elementos sometidos a flexión simple, flexión compuesta o compresión compuesta	173

<i>6.5.3.1 Placa rectangular simplemente apoyada.....</i>	173
<i>6.5.3.2 Placa rectangular con un borde libre y tres empotrados .....</i>	189

***CAPÍTULO 7 CONCLUSIONES***

7.1 INTRODUCCIÓN .....	199
7.2 TRABAJOS REALIZADOS .....	199
7.3 CONCLUSIONES .....	200
7.4 TRABAJOS FUTUROS .....	202

<b><i>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</i></b>	203
--	-----

<b><i>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS DEL DOCTORANDO RELACIONADAS CON ESTA TESIS .....</i></b>	223
---	-----

## *Lista de tablas*

<b>Tabla 4.1</b>	Propiedades del material HA-30 (unidades en MPa) .....	55
<b>Tabla 4.2</b>	Ángulo de la bisectriz de un lóbulo con la horizontal ( $K = 0,14$ ; $\omega = 90^\circ$ ) .....	58
<b>Tabla 4.3</b>	Coefficientes eólicos de presión $c_p$ .....	58
<b>Tabla 4.4</b>	Parámetros del modelo inicial.....	62
<b>Tabla 4.5</b>	Altura y radio del modelo inicial .....	63
<b>Tabla 4.6</b>	Localización y valor de las tensiones principales máximas (modelo inicial).....	65
<b>Tabla 4.7</b>	Función objetivo $ED$ con $e_{min} = 6$ cm en los diseños inicial y final .....	66
<b>Tabla 4.8</b>	Variables de diseño (F.Obj. $ED$ con $e_{min} = 6$ cm).....	66
<b>Tabla 4.9</b>	Cumplimiento de las restricciones (F.Obj. $ED$ con $e_{min} = 6$ cm).....	67
<b>Tabla 4.10</b>	Localización y valor de las tensiones principales máximas (F.Obj. $ED$ con $e_{min} = 6$ cm) .....	69
<b>Tabla 4.11</b>	Función objetivo $ED$ con $e_{min} = 8$ cm en los diseños inicial y final .....	70
<b>Tabla 4.12</b>	Variables de diseño (F.Obj. $ED$ con $e_{min} = 8$ cm).....	71
<b>Tabla 4.13</b>	Cumplimiento de las restricciones (F.Obj. $ED$ con $e_{min} = 8$ cm).....	71
<b>Tabla 4.14</b>	Localización y valor de las tensiones principales máximas (F.Obj. $ED$ con $e_{min} = 8$ cm) .....	74
<b>Tabla 4.15</b>	Función objetivo $W$ con $e_{min} = 6$ cm en los diseños inicial y final .....	74
<b>Tabla 4.16</b>	Variables de diseño (F.Obj. $W$ con $e_{min} = 6$ cm) .....	75
<b>Tabla 4.17</b>	Cumplimiento de las restricciones (F.Obj. $W$ con $e_{min} = 6$ cm).....	75
<b>Tabla 4.18</b>	Localización y valor de las tensiones principales máximas (F.Obj. $W$ con $e_{min} = 6$ cm) .....	78
<b>Tabla 4.19</b>	Función objetivo $W$ con $e_{min} = 8$ cm en los diseños inicial y final .....	79
<b>Tabla 4.20</b>	Variables de diseño (F.Obj. $W$ con $e_{min} = 8$ cm) .....	79
<b>Tabla 4.21</b>	Cumplimiento de restricciones (F.Obj. $W$ con $e_{min} = 8$ cm) .....	79
<b>Tabla 4.22</b>	Localización y valor de las tensiones principales máximas (F.Obj. $W$ con $e_{min} = 8$ cm) .....	82
<b>Tabla 4.23</b>	Función objetivo $\sigma_t$ con $e_{min} = 6$ cm en los diseños inicial y final .....	82
<b>Tabla 4.24</b>	Variables de diseño (F.Obj. $\sigma_t$ con $e_{min} = 6$ cm).....	83
<b>Tabla 4.25</b>	Cumplimiento de restricciones (F.Obj. $\sigma_t$ con $e_{min} = 6$ cm) .....	83

<b>Tabla 4.26</b>	Localización y valor de las tensiones principales máximas (F.Obj. $\sigma_t$ con $e_{min} = 6$ cm) .....	86
<b>Tabla 4.27</b>	Procesos de optimización. Valores finales de las variables de geometría.....	87
<b>Tabla 4.28</b>	Procesos de optimización. Valores finales de las funciones objetivo, espesor de la lámina ( $e_1$ ), tensión de compresión máxima ( $\sigma_{c,max}$ ) y desplazamiento vertical máximo ( $u_{z,max}$ ).....	88
<b>Tabla 5.1</b>	Valores mínimos del coeficiente de seguridad (Dulácska y Kollár, 1995) .....	110
<b>Tabla 5.2</b>	Diseño inicial. Análisis lineal vs. análisis NLG. Tensiones máximas, desplazamiento máximo y energía de deformación .....	120
<b>Tabla 5.3</b>	Diseño inicial. Análisis lineal vs. análisis NLM. Tensiones máximas, desplazamiento máximo y energía de deformación .....	121
<b>Tabla 5.4</b>	Diseño inicial. Análisis lineal vs. análisis NLGM. Tensiones máximas, desplazamiento máximo y energía de deformación .....	123
<b>Tabla 5.5</b>	Diseño inicial. Análisis NLM vs. análisis NLGM. Tensiones máximas, desplazamiento máximo y energía de deformación .....	124
<b>Tabla 5.6</b>	Diseño inicial. Análisis NLG vs. análisis NLGM. Tensiones máximas, desplazamiento máximo y energía de deformación .....	124
<b>Tabla 5.7</b>	Diseño inicial. Resumen de resultados. Tensiones máximas, desplazamiento máximo y energía de deformación.....	125
<b>Tabla 5.8</b>	Diseño óptimo (F.Obj. ED con $e_{min} = 6$ cm). Tensiones máximas, desplazamiento máximo y energía de deformación para diversos análisis.....	125
<b>Tabla 5.9</b>	Diseño óptimo (F.Obj. ED con $e_{min} = 8$ cm). Tensiones máximas, desplazamiento máximo y energía de deformación para diversos análisis.....	126
<b>Tabla 5.10</b>	Diseño óptimo (F.Obj. W con $e_{min} = 6$ cm). Tensiones máximas, desplazamiento máximo y energía de deformación para diversos análisis.....	126
<b>Tabla 5.11</b>	Diseño óptimo (F.Obj. W con $e_{min} = 8$ cm). Tensiones máximas, desplazamiento máximo y energía de deformación para diversos análisis.....	127
<b>Tabla 5.12</b>	Diseño óptimo (F.Obj. $\sigma_t$ con $e_{min} = 6$ cm). Tensiones máximas, desplazamiento máximo y energía de deformación para diversos análisis.....	127
<b>Tabla 5.13</b>	Autovalores del diseño inicial.....	131
<b>Tabla 5.14</b>	Autovalores del diseño óptimo (F.Obj. ED con $e_{min} = 6$ cm).....	131
<b>Tabla 5.15</b>	Carga de pandeo lineal.....	131
<b>Tabla 5.16</b>	Análisis de estabilidad NLG .....	132
<b>Tabla 5.17</b>	Análisis de estabilidad NLGM.....	132
<b>Tabla 5.18</b>	Coficiente de sensibilidad a imperfecciones $\alpha_1$ . Parámetros de determinación ....	133
<b>Tabla 5.19</b>	Coficiente de no linealidad del material $\alpha_4$ .....	134
<b>Tabla 5.20</b>	Carga de pandeo según el método basado en las recomendaciones de la IASS.....	134
<b>Tabla 5.21</b>	Carga de pandeo. Resumen de resultados.....	135
<b>Tabla 6.1</b>	Placa cuadrada. Armadura $A_{sx}$ estricta en cada elemento del modelo.....	170
<b>Tabla 6.2</b>	Placa cuadrada. Armadura $A_{sy}$ estricta en cada elemento del modelo.....	170



<b>Tabla 6.3</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Armadura $A_{sxt}$ estricta en cada elemento del modelo ( $QD = 0$ kN/m) .....	179
<b>Tabla 6.4</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Armadura $A_{sxb}$ estricta en cada elemento del modelo ( $QD = 0$ kN/m) .....	179
<b>Tabla 6.5</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Armadura $A_{syt}$ estricta en cada elemento del modelo ( $QD = 0$ kN/m) .....	180
<b>Tabla 6.6</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Armadura $A_{syb}$ estricta en cada elemento del modelo ( $QD = 0$ kN/m) .....	180
<b>Tabla 6.7</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Armadura $A_{sxb}$ estricta en cada elemento del modelo ( $QD = 150$ kN/m) .....	183
<b>Tabla 6.8</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Armadura $A_{syb}$ estricta en cada elemento del modelo ( $QD = 150$ kN/m) .....	183
<b>Tabla 6.9</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Comparación de resultados para la armadura $A_{sy}$ .....	190
<b>Tabla 6.10</b>	Placa rectangular con un borde libre y tres empotrados. Comparación de resultados para las armaduras .....	197



## *Lista de figuras*

<b>Figura 1.1</b>	Diseño por prueba y error .....	1
<b>Figura 1.2</b>	Diseño optimizado .....	2
<b>Figura 2.1</b>	Iglesia de San Antonio de las Huertas, Tacuba, México (Candela, 1956) .....	18
<b>Figura 2.2</b>	(a) Restaurante Los Manantiales, Xochimilco, México (Candela, 1958). (b) Capilla de Lomas de Cuernavaca, Palmira, México (Candela, 1958) .....	19
<b>Figura 2.3</b>	(a) Planta embotelladora Bacardí, Cuautitlán, México (Candela, 1960). (b) Restaurante submarino. L´Oceanogràfic, Valencia (Candela, 2000) .....	20
<b>Figura 2.4</b>	Edificio de acceso. L´Oceanogràfic, Valencia (Candela, 2001). (a) Lámina en construcción. (b) Lámina en la actualidad .....	21
<b>Figura 3.1</b>	Modelo de optimización (Bletzinger y Ramm, 1993) .....	37
<b>Figura 3.2</b>	Lámina apoyada en los bordes rectos. Resultados de los procesos de optimización.....	38
<b>Figura 3.3</b>	Lámina apoyada en los bordes curvos. Resultados de los procesos de optimización.....	39
<b>Figura 3.4</b>	Lámina apoyada en todos los bordes. Resultados de los procesos de optimización	40
<b>Figura 4.1</b>	Estructura laminar. Perspectiva.....	45
<b>Figura 4.2</b>	Sistemas de coordenadas utilizados en la definición del hyper.....	45
<b>Figura 4.3</b>	Definición de un lóbulo. (a) Planos de intersección. (b) Planta .....	47
<b>Figura 4.4</b>	Definición del plano inclinado. (a) Perspectiva. (b) Perfil.....	49
<b>Figura 4.5</b>	Modelo CAD. Keypoints. (a) Perfil. (b) Planta.....	51
<b>Figura 4.6</b>	Modelo CAD. (a) Líneas. (b) Áreas.....	51
<b>Figura 4.7</b>	Malla de elementos finitos de un lóbulo. (a) Perfil. (b) Planta.....	52
<b>Figura 4.8</b>	Zona del orificio central. Detalle de la malla de elementos finitos .....	53
<b>Figura 4.9</b>	Encuentro de la lámina con el nervio principal. Detalle .....	53
<b>Figura 4.10</b>	Elemento finito <i>Shell93</i> (ANSYS, 2004) .....	55
<b>Figura 4.11</b>	Condiciones de contorno de un sextante de la lámina.....	56
<b>Figura 4.12</b>	Sección por la bisectriz de un lóbulo ( $\omega = 90^\circ$ ).....	57
<b>Figura 4.13</b>	Combinación de acciones en el plano de sotavento .....	60
<b>Figura 4.14</b>	Combinación de acciones en el plano de barlovento .....	61

<b>Figura 4.15</b>	Desplazamientos $u_z$ [m] del modelo inicial. Planta .....	63
<b>Figura 4.16</b>	Tensiones principales $\sigma_1$ [Pa] del modelo inicial. (a) Cara inferior. (b) Cara superior .....	64
<b>Figura 4.17</b>	Tensiones principales $\sigma_3$ [Pa] del modelo inicial. (a) Cara inferior. (b) Cara superior .....	64
<b>Figura 4.18</b>	Evolución de los parámetros en el proceso de optimización (F.Obj. ED con $e_{min} = 6$ cm) .....	68
<b>Figura 4.19</b>	Geometría y desplazamientos del diseño óptimo (F.Obj. ED con $e_{min} = 6$ cm). (a) Superposición de diseños inicial-óptimo. (b) Desplazamientos $u_z$ [m] .....	69
<b>Figura 4.20</b>	Tensiones principales $\sigma_1$ [Pa] del diseño óptimo (F.Obj. ED con $e_{min} = 6$ cm). (a) Cara inferior. (b) Cara superior .....	69
<b>Figura 4.21</b>	Tensiones principales $\sigma_3$ [Pa] del diseño óptimo (F.Obj. ED con $e_{min} = 6$ cm). (a) Cara inferior. (b) Cara superior .....	70
<b>Figura 4.22</b>	Evolución de los parámetros en el proceso de optimización (F.Obj. ED con $e_{min} = 8$ cm) .....	72
<b>Figura 4.23</b>	Geometría y desplazamientos del diseño óptimo (F.Obj. ED con $e_{min} = 8$ cm). (a) Superposición de diseños inicial-óptimo. (b) Desplazamientos $u_z$ [m] .....	73
<b>Figura 4.24</b>	Tensiones principales $\sigma_1$ [Pa] del diseño óptimo (F.Obj. ED con $e_{min} = 8$ cm). (a) Cara inferior. (b) Cara superior .....	73
<b>Figura 4.25</b>	Tensiones principales $\sigma_3$ [Pa] del diseño óptimo (F.Obj. ED con $e_{min} = 8$ cm). (a) Cara inferior. (b) Cara superior .....	74
<b>Figura 4.26</b>	Evolución de los parámetros en el proceso de optimización (F.Obj. W con $e_{min} = 6$ cm) .....	76
<b>Figura 4.27</b>	Geometría y desplazamientos del diseño óptimo (F.Obj. W con $e_{min} = 6$ cm). (a) Superposición de diseños inicial-óptimo. (b) Desplazamientos $u_z$ [m] .....	77
<b>Figura 4.28</b>	Tensiones principales $\sigma_1$ [Pa] del diseño óptimo (F.Obj. W con $e_{min} = 6$ cm). (a) Cara inferior. (b) Cara superior .....	77
<b>Figura 4.29</b>	Tensiones principales $\sigma_3$ [Pa] del diseño óptimo (F.Obj. W con $e_{min} = 6$ cm). (a) Cara inferior. (b) Cara superior .....	78
<b>Figura 4.30</b>	Evolución de los parámetros en el proceso de optimización (F.Obj. W con $e_{min} = 8$ cm) .....	80
<b>Figura 4.31</b>	Geometría y desplazamientos del diseño óptimo (F.Obj. W con $e_{min} = 8$ cm). (a) Superposición de diseños inicial-óptimo. (b) Desplazamientos $u_z$ [m] .....	81
<b>Figura 4.32</b>	Tensiones principales $\sigma_1$ [Pa] del diseño óptimo (F.Obj. W con $e_{min} = 8$ cm). (a) Cara inferior. (b) Cara superior .....	81
<b>Figura 4.33</b>	Tensiones principales $\sigma_3$ [Pa] del diseño óptimo (F.Obj. W con $e_{min} = 8$ cm). (a) Cara inferior. (b) Cara superior .....	82
<b>Figura 4.34</b>	Evolución de los parámetros en el proceso de optimización (F.Obj. $\sigma_t$ con $e_{min} = 6$ cm) .....	84

<b>Figura 4.35</b>	Geometría y desplazamientos del diseño óptimo (F.Obj. $\sigma_t$ con $e_{min} = 6$ cm). (a) Superposición de diseños inicial-óptimo. (b) Desplazamientos $u_z$ [m] .....	85
<b>Figura 4.36</b>	Tensiones principales $\sigma_1$ [Pa] del diseño óptimo (F.Obj. $\sigma_t$ con $e_{min} = 6$ cm). (a) Cara inferior. (b) Cara superior .....	85
<b>Figura 4.37</b>	Tensiones principales $\sigma_3$ [Pa] del diseño óptimo (F.Obj. $\sigma_t$ con $e_{min} = 6$ cm). (a) Cara inferior. (b) Cara superior .....	86
<b>Figura 5.1</b>	Elemento triangular (tensión plana o deformación plana). (a) Coordenadas nodales. (b) Fuerzas nodales. (c) Tensiones en el elemento .....	91
<b>Figura 5.2</b>	Sistemas de coordenadas y tensiones en el planteamiento de la matriz de rigidez geométrica de un elemento membrana triangular. (a) Sistema de coordenadas global. (b) Plano del elemento y sistema de coordenadas local. (c) Tensiones en los bordes del elemento.....	92
<b>Figura 5.3</b>	Método de análisis incremental. Curva tipo carga–desplazamiento en un nodo $j$ ...	95
<b>Figura 5.4</b>	Curva carga–desplazamiento para dos iteraciones consecutivas. (a) Aplicación de la carga de una vez y obtención de una nueva matriz de rigidez en cada iteración (método de Newton–Raphson). (b) Aplicación de la carga por escalones y obtención de una nueva matriz de rigidez sólo en la primera iteración de cada escalón (método de Newton–Raphson modificado).....	96
<b>Figura 5.5</b>	Comportamiento rígido-plástico ideal del hormigón (diagrama rectangular) .....	97
<b>Figura 5.6</b>	Comportamiento elástico-plástico ideal del hormigón (diagrama bilineal) .....	98
<b>Figura 5.7</b>	Comportamiento elástico-plástico no lineal del hormigón (diagrama parábola rectángulo) .....	98
<b>Figura 5.8</b>	Comportamiento elástico-plástico no lineal del hormigón (diagrama de Sargin) ...	100
<b>Figura 5.9</b>	Trayectorias de inestabilidad en esferas.....	101
<b>Figura 5.10</b>	Comportamiento post-pandeo. (a) Creciente (lámina insensible a imperfecciones). (b) Decreciente (lámina sensible a imperfecciones) .....	102
<b>Figura 5.11</b>	Coefficiente de sensibilidad a las imperfecciones $\alpha_1$ (Recomendaciones de la IASS, 1979) .....	105
<b>Figura 5.12</b>	Coefficiente intermedio de armado y fisuración $\psi$ . (a) Recomendaciones de la IASS, 1979. (b) Propuesta de Kollár, 1993.....	108
<b>Figura 5.13</b>	Coefficiente de armado y fisuración $\alpha_3$ (Recomendaciones de la IASS, 1979) .....	108
<b>Figura 5.14</b>	Esquema operativo de un análisis no lineal en ANSYS.....	112
<b>Figura 5.15</b>	Curva tensión–deformación discretizada del hormigón.....	114
<b>Figura 5.16</b>	Curvas de pandeo. (a) Análisis de estabilidad inicial o de autovalores. (b) Análisis no lineal.....	116
<b>Figura 5.17</b>	Análisis NLG del diseño inicial. Tensiones máximas [Pa]. (a) Tracciones en la cara inferior. (b) Compresiones en la cara superior .....	120
<b>Figura 5.18</b>	Análisis NLG del diseño inicial. Desplazamientos $u_z$ [m] .....	120
<b>Figura 5.19</b>	Análisis NLM del diseño inicial. Tensiones máximas [Pa]. (a) Tracciones en la cara inferior. (b) Compresiones en la cara superior .....	121

<b>Figura 5.20</b>	Análisis NLM del diseño inicial. Desplazamientos $u_z$ [m].....	122
<b>Figura 5.21</b>	Diagrama tensión-deformación no lineal vs. lineal adoptando el módulo de elasticidad secante.....	122
<b>Figura 5.22</b>	Análisis NLGM del diseño inicial. Tensiones máximas [Pa]. (a) Tracciones en la cara inferior. (b) Compresiones en la cara superior .....	123
<b>Figura 5.23</b>	Análisis NLGM del diseño inicial. Desplazamientos $u_z$ [m].....	123
<b>Figura 5.24</b>	Comparación de algunos parámetros de la optimización según el diseño y el tipo de análisis. (a) Máxima tensión de tracción. (b) Máxima tensión de compresión. (c) Máximo desplazamiento vertical. (d) Energía de deformación .....	129
<b>Figura 5.25</b>	Cuatro primeros modos de pandeo del diseño inicial .....	130
<b>Figura 5.26</b>	Carga de pandeo de los diseños inicial y óptimos. Comparación entre valores obtenidos por distintos métodos.....	136
<b>Figura 6.1</b>	Estado de membrana en un elemento lámina de hormigón armado. (a) Fuerzas exteriores. (b) Contribución de la armadura. (c) Contribución del hormigón.....	140
<b>Figura 6.2</b>	Solicitaciones exteriores sobre un elemento lámina sometido al estado de membrana y flexión. (a) Fuerzas. (b) Momentos .....	144
<b>Figura 6.3</b>	Dirección de la fisuración en un elemento lámina de hormigón. (a) Capa superior. (b) Capa inferior.....	145
<b>Figura 6.4</b>	Modelo de un elemento lámina de hormigón armado. (a) Brazos mecánicos de las armaduras. (b) Fuerzas internas (esfuerzos) en el hormigón y en las armaduras ....	145
<b>Figura 6.5</b>	Placa cuadrada. Modelo de elementos finitos y cargas .....	167
<b>Figura 6.6</b>	Placa cuadrada. Esfuerzos de membrana [kN/m]. (a) $N_x$ . (b) $N_y$ . (c) $N_{xy}$ .....	168
<b>Figura 6.7</b>	Placa cuadrada. Densidades de armado [mm <sup>2</sup> /m]. (a) $A_{sx}$ . (b) $A_{sy}$ .....	169
<b>Figura 6.8</b>	Viga de gran canto. Esquema de geometría y cargas .....	171
<b>Figura 6.9</b>	Viga de gran canto. Modelo de elementos finitos. (a) Malla de 210 elementos. (b) Malla de 3360 elementos.....	171
<b>Figura 6.10</b>	Viga de gran canto. Densidades de armado [mm <sup>2</sup> /m]. (a) $A_{sx}$ . (b) $A_{sy}$ .....	172
<b>Figura 6.11</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Modelo de elementos finitos y cargas ....	173
<b>Figura 6.12</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Armadura según el tamaño de malla ( $QD = 0$ kN/m). (a) $A_{syt}$ y $A_{syb}$ en sección de apoyo. (b) $A_{syt}+A_{syb}$ en sección de apoyo. (c) $A_{syb}$ en sección centro de vano. (d) Detalle de $A_{syb}$ en sección centro de vano.....	174
<b>Figura 6.13</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Armadura según el tamaño de malla ( $QD = 150$ kN/m). (a) $A_{syt}$ y $A_{syb}$ en sección de apoyo. (b) $A_{syt}+A_{syb}$ en sección de apoyo. (c) $A_{syb}$ en sección centro de vano. (d) Detalle de $A_{syb}$ en sección centro de vano.....	175
<b>Figura 6.14</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Esfuerzos de flexión [mkN/m] ( $QD = 0$ kN/m). (a) $M_x$ . (b) $M_y$ . (c) $M_{xy}$ .....	176
<b>Figura 6.15</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Mapas de densidad de armado [mm <sup>2</sup> /m] ( $QD = 0$ kN/m). (a) $A_{sxt}$ . (b) $A_{syt}$ . (c) $A_{sxb}$ . (d) $A_{syb}$ .....	177

<b>Figura 6.16</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Superficies de densidad de armado ( $QD = 0$ kN/m). (a) $A_{sxt}$ . (b) $A_{syf}$ . (c) $A_{sxb}$ . (d) $A_{syb}$ .....	178
<b>Figura 6.17</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Esfuerzos de membrana [kN/m] y de flexión [mkN/m] ( $QD = 150$ kN/m). (a) $N_x$ . (b) $N_y$ . (c) $M_x$ . (d) $M_y$ . (e) $M_{xy}$ .....	181
<b>Figura 6.18</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Mapas de densidades de armado [ $\text{mm}^2/\text{m}$ ] ( $QD = 150$ kN/m). (a) $A_{sxb}$ . (b) $A_{syb}$ .....	182
<b>Figura 6.19</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Superficies de densidad de armado ( $QD = 150$ kN/m). (a) $A_{sxt}$ . (b) $A_{syf}$ . (c) $A_{sxb}$ . (d) $A_{syb}$ .....	182
<b>Figura 6.20</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Resultados de armado ( $QD = 0$ kN/m). (a) $A_{syf}$ y $A_{syb}$ en la sección de apoyo. (b) $A_{syf}+A_{syb}$ en la sección de apoyo. (c) $A_{syb}$ en la sección centro de vano .....	184
<b>Figura 6.21</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Resultados de armado ( $QD = 50$ kN/m). (a) $A_{syf}$ y $A_{syb}$ en la sección de apoyo. (b) $A_{syf}+A_{syb}$ en la sección de apoyo. (c) $A_{syb}$ en la sección centro de vano .....	185
<b>Figura 6.22</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Resultados de armado ( $QD = 100$ kN/m). (a) $A_{syf}$ y $A_{syb}$ en la sección de apoyo. (b) $A_{syf}+A_{syb}$ en la sección de apoyo. (c) $A_{syb}$ en la sección centro de vano .....	186
<b>Figura 6.23</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Resultados de armado ( $QD = 150$ kN/m). (a) $A_{syf}$ y $A_{syb}$ en la sección de apoyo. (b) $A_{syf}+A_{syb}$ en la sección de apoyo. (c) $A_{syb}$ en la sección centro de vano .....	187
<b>Figura 6.24</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Resultados de armado ( $QD = 200$ kN/m). (a) $A_{syf}$ y $A_{syb}$ en la sección de apoyo. (b) $A_{syf}+A_{syb}$ en la sección de apoyo. (c) $A_{syb}$ en la sección centro de vano .....	188
<b>Figura 6.25</b>	Placa rectangular simplemente apoyada. Resultados de armado ( $QD = 250$ kN/m). (a) $A_{syf}$ y $A_{syb}$ en la sección de apoyo. (b) $A_{syf}+A_{syb}$ en la sección de apoyo. (c) $A_{syb}$ en la sección centro de vano .....	189
<b>Figura 6.26</b>	Placa rectangular con un borde libre y tres empotrados. Modelo de elementos finitos y carga.....	191
<b>Figura 6.27</b>	Placa rectangular con un borde libre y tres empotrados. Esfuerzos de flexión [mkN/m]. (a) $M_x$ . (b) $M_y$ . (c) $M_{xy}$ .....	191
<b>Figura 6.28</b>	Placa rectangular con un borde libre y tres empotrados. Mapas de densidades de armado [ $\text{mm}^2/\text{m}$ ]. (a) $A_{sxb}$ . (b) $A_{syb}$ . (c) $A_{sxt}$ . (d) $A_{syf}$ .....	192
<b>Figura 6.29</b>	Placa rectangular con un borde libre y tres empotrados. Superficies de densidad de armado. (a) $A_{sxb}$ . (b) $A_{syb}$ . (c) $A_{sxt}$ . (d) $A_{syf}$ .....	193
<b>Figura 6.30</b>	Placa rectangular con un borde libre y tres empotrados. Definición de las secciones en estudio.....	193
<b>Figura 6.31</b>	Placa rectangular con un borde libre y tres empotrados. Resultados de armado. Sección 1. (a) $A_{sx}$ . (b) $A_{sy}$ . (c) $A_{sxt}+A_{sxb}$ . (d) $A_{syf}+A_{syb}$ .....	194
<b>Figura 6.32</b>	Placa rectangular con un borde libre y tres empotrados. Resultados de armado. Sección 2. (a) $A_{sx}$ . (b) $A_{sy}$ . (c) $A_{sxt}+A_{sxb}$ . (d) $A_{syf}+A_{syb}$ .....	195

<b>Figura 6.33</b>	Placa rectangular con un borde libre y tres empotrados. Resultados de armado.	
	Sección 3. (a) $A_{sx}$ . (b) $A_{sy}$ . (c) $A_{sxt}+A_{sxb}$ . (d) $A_{syt}+A_{syb}$ .....	196
<b>Figura 6.34</b>	Placa rectangular con un borde libre y tres empotrados. Resultados de armado.	
	Sección 4. (a) $A_{sx}$ . (b) $A_{sy}$ . (c) $A_{sxt}+A_{sxb}$ . (d) $A_{syt}+A_{syb}$ .....	197