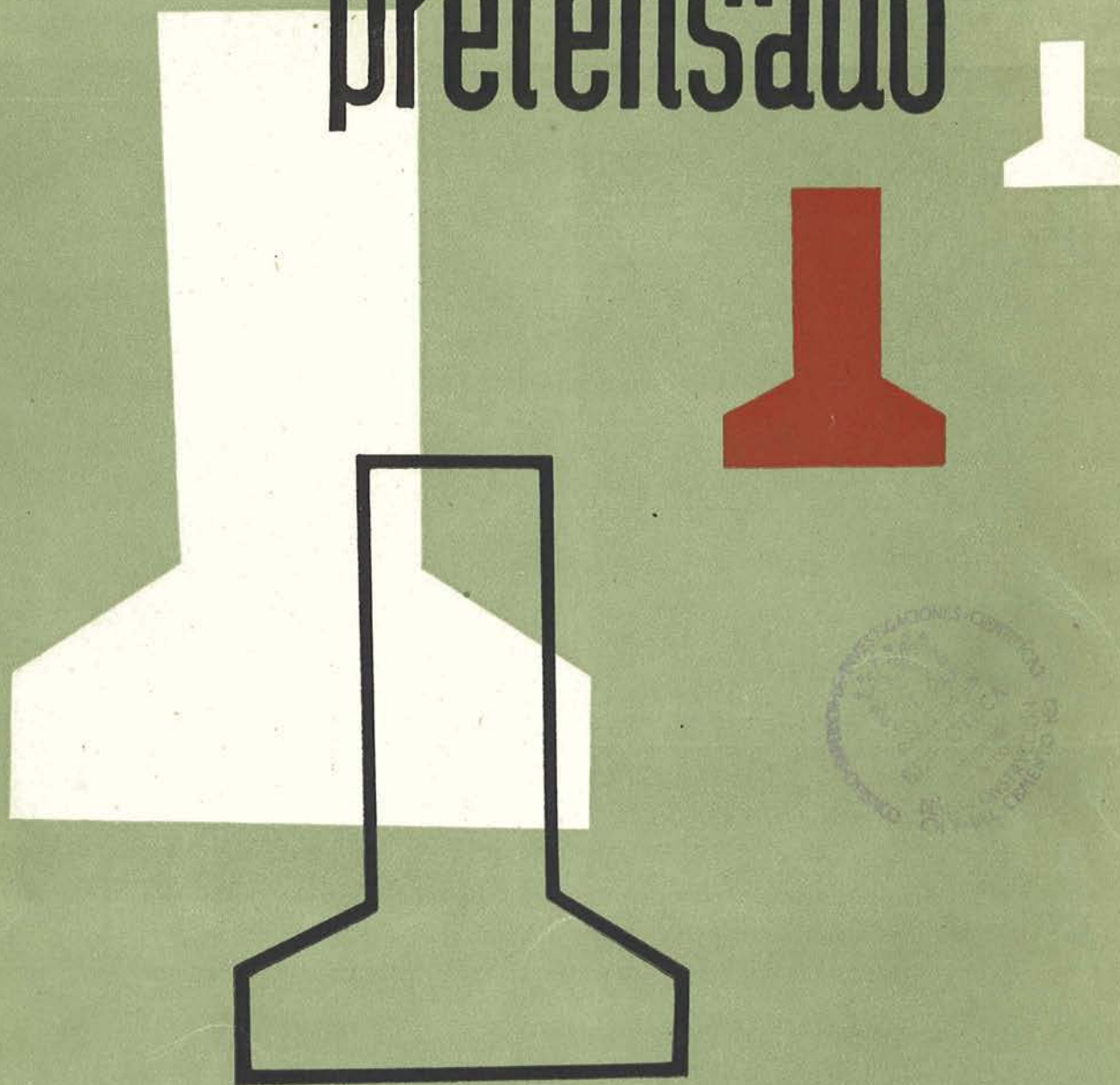


ULTIMAS NOTICIAS SOBRE

# hormigón pretensado





CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS  
Patronato "Juan de la Cierva" de Investigación Técnica

U L T I M O S   A V A N C E S

Técnicos en Estructuras

Hormigón Pretensado

Boletín de circulación limitada

Nº 11

- INSTITUTO TECNICO DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO -





## INDICE

=====

457 - 0 - 7	Las bases fundamentales del hormigón pretensado.- Los materiales . . . . .	pag. 1
457 - 3 - 4	Estudio teorico de las estructuras hiperestáticas de hormigón pretensado .	" 35

-----

Nota: El Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y edificación, no se hace responsable del contenido de ningún artículo, y el hecho de que patrocine su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.



457 - 0 - 7 LAS BASES FUNDAMENTALES DEL HORMIGÓN PRETENSADO. -LOS MATERIALES

Conferencia pronunciada por D. Alfredo Paez Balasa. Ingeniero de Caminos.

S i n o p s i s

En los días 17, 18 y 19 del pasado mes de Diciembre y organizado por la "Asociación Española del Hormigón Pretensado", del Instituto Técnico de la Construcción y del Cemento, el Ingeniero de Caminos D. Alfredo Paez, ha dado un cursillo de tres conferencias, sobre hormigón pretensado, la primera de las cuales se transcribe a continuación. En ella se explican las diferencias fundamentales que existen entre el concepto del coeficiente de seguridad elástico y el eficaz ó real. Este último, al multiplicar a las solicitaciones previstas, proporciona con mucha mayor eficacia que el elástico la seguridad buscada y por ello es el que, a juicio del conferenciante, debe aplicarse en el hormigón pretensado. Se trata después de los distintos tipos de deformación y especialmente de las lentas y se hace un estudio reológico de los materiales hormigón y acero, destacando la importancia que la fluencia de este último tiene para el mantenimiento de las tensiones y, en definitiva, para la vida de las estructuras pretensadas.

-----

Es costumbre, muy difundida por cierto, iniciar un ciclo de conferencias citando la evolución histórica del tema en cuestión. En un cursillo sobre hormigón pretensado, parece lo indicado comenzar por narrar algo acerca de los frustrados



intentos de Eötvös, pero yo voy a arrancar desde antes. Voy a remontarme, aunque parezca un poco extraño, a una fecha anterior, al instante en que unos investigadores, cuyos nombres siento no recordar, comenzaron a ensayar unas probetas de hormigón.

Estos ensayos que habían de producir una rápida evolución de la técnica, condujeron posteriormente a falsos conceptos que, sin embargo, se arraigaron profundamente en el ánimo de los proyectistas. Los primeros ensayos realizados sobre probetas de un sólo material, condujeron, de un modo inmediato, al fructífero establecimiento de unos coeficientes de seguridad basados en el criterio de las tensiones de trabajo y de rotura.

Tales resultados, sumamente justificados y lógicos para piezas compuestas de un solo material sometidas a esfuerzos axiales, dejan de ser rigurosamente válidos cuando, a modo de extrapolación, se aplican, sin evidente objetividad, a casos más complejos de sollicitaciones combinadas con la flexión o, simplemente, cuando se pretende extender su empleo a piezas no homogéneas como en el caso del hormigón armado.

A pesar de todo se generalizó su adopción. En 1757 Euler publicó su estudio sobre pandeo de soportes y aun cuando sus conclusiones conducían a una carga crítica de rotura independiente de la tensión máxima que puede resistir el material, los proyectistas siguieron manteniendo el primitivo concepto del coeficiente de seguridad en abierta pugna con los resultados de este estudio.

Durante el siglo pasado, y especialmente en su segunda mitad, se confirmó el uso del coeficiente de seguridad elástico



aplicándole a todo tipo de solicitaciones y piezas. Cabe consignar, como un intento para restablecer el rigor, el puente sobre el Main calculado por Gerber en 1956 para una sobrecarga total suma de la permanente y tres veces la accidental, con una carga del material igual a la de su límite de proporcionalidad.

Sin embargo, aún hubo de transcurrir medio siglo para que Considère, seguido de Börsch y Meyer, plantearan el problema de la seguridad basándose en las condiciones de rotura y prerrotura. Los trabajos de Engesser, Kazinczy, Nist y Grüning, representaron nuevas objeciones sobre el primitivo concepto de la seguridad, objeciones que no alteraron la frialdad con que fueron acogidos aquellos estudios por parte de los proyectistas. Solamente cuando las modernas teorías elasto-plásticas se han abierto camino, se han deslindado mejor los campos, y el concepto de las tensiones admisibles se ha rendido a la evidencia y reconocido su inferioridad frente al de las solicitaciones límites.

La diferencia entre uno y otro criterio es, por otra parte, inmediata. Mientras que el coeficiente de seguridad elástico se define como cociente que resulta de dividir la tensión de rotura por la de trabajo, el coeficiente de seguridad real se establece como relación entre la sollicitación máxima que, aplicada a la sección considerada, es capaz de producir la rotura y la sollicitación de trabajo prevista.

Según el primer criterio, la sección debe dimensionarse de tal modo que la tensión máxima resultante, bajo el más desfavorable sistema de cargas exteriores posibles, sea igual a la carga de rotura del material dividida por el coeficiente de se-





guridad. Mediante el segundo, la sección se calcula a rotura bajo los esfuerzos exteriores deducidos multiplicados por el coeficiente de seguridad. En el primero se divide por  $C$  (coeficiente de seguridad) la tensión máxima. En el segundo la sección se dimensiona a rotura bajo la acción de unos esfuerzos  $C$  veces superiores a los provistos.

Si el material fuese un cuerpo idealmente hookiano, es decir, si las tensiones, de acuerdo con la ley de Hooke, fueran siempre proporcionales a las deformaciones, los dos coeficientes, el primero o elástico y el segundo o real, serían iguales, excepción hecha de los fenómenos de inestabilidad, por ser las tensiones proporcionales a los esfuerzos. Sin embargo, el hecho de que aquella propiedad, no se vea satisfecha por los materiales usualmente empleados en las proximidades de la rotura, anula toda posibilidad de comparación y los resultados a los cuales se llega según se aplique uno u otro criterio difieren en más de lo que en un principio pudiera parecer.

Debido a estas razones puede decirse que en la actualidad, se va imponiendo cada día más el criterio de aplicar el coeficiente de seguridad sobre las sollicitaciones en lugar de seguir el anticuado concepto de las tensiones admisibles. Esta orientación, iniciada en los problemas de inestabilidad en forma de carga crítica de pandeo, ha adquirido un amplio desenvolvimiento en la técnica del hormigón armado, invadiendo hoy en día los dominios de las estructuras metálicas hiperestáticas, al tiempo que el método de las líneas de rotura del Prof. Johansen, basado en estas modernas orientaciones, abre simplificadoras perspectivas en el complejo cálculo de las placas.



guridad. Mediante el segundo, la sección se calcula a rotura bajo los esfuerzos exteriores deducidos multiplicados por el coeficiente de seguridad. En el primero se divide por  $C$  (coeficiente de seguridad) la tensión máxima. En el segundo la sección se dimensiona a rotura bajo la acción de unos esfuerzos  $C$  veces superiores a los previstos.

Si el material fuese un cuerpo idealmente hookeano, es decir, si las tensiones, de acuerdo con la ley de Hooke, fueran siempre proporcionales a las deformaciones, los dos coeficientes, el primero o elástico y el segundo o real, serían iguales, excepción hecha de los fenómenos de inestabilidad, por ser las tensiones proporcionales a los esfuerzos. Sin embargo, el hecho de que aquella propiedad, no se vea satisfecha por los materiales usualmente empleados en las proximidades de la rotura, anula toda posibilidad de comparación y los resultados a los cuales se llega según se aplique uno u otro criterio difieren en más de lo que en un principio pudiera parecer.

Debido a estas razones puede decirse que en la actualidad, se va imponiendo cada día más el criterio de aplicar el coeficiente de seguridad sobre las sollicitaciones en lugar de seguir el anticuado concepto de las tensiones admisibles. Esta orientación, iniciada en los problemas de inestabilidad en forma de carga crítica de pandeo, ha adquirido un amplio desenvolvimiento en la técnica del hormigón armado, invadiendo hoy en día los dominios de las estructuras metálicas hiperestáticas, al tiempo que el método de las líneas de rotura del Prof. Johansen, basado en estas modernas orientaciones, abre simplificadoras perspectivas en el complejo cálculo de las placas.



Como no podía por menos de esperarse, la técnica del hormigón pretensado ha seguido, en su más moderna evolución, las directrices y orientaciones en las anteriormente debido tanto al laudable propósito de alcanzar un mayor rigor, como a la circunstancia de que, precisamente en su campo de aplicación, es donde son mayores las divergencias entre uno y otro concepto de la seguridad.

En un principio, la idea creadora del pretensado, basada en el hecho de una conveniente superposición de un régimen tensional previo con el propio estado de tensión de la pieza, condujo a la deliberada introducción de unos esfuerzos, destinados a compensar las tracciones creadas al aplicar las cargas exteriores previstas.

Según este último criterio, el dimensionado de las distintas secciones se realizaba de tal modo, que, en condiciones normales de trabajo, las máximas tensiones, tanto en tracción como en compresión, estaban comprendidas dentro de los límites admisibles establecidos para el material, y puesto que estos valores extremos se deducían a través de un coeficiente de seguridad elástico o nominal, no existía ningún reparo en admitir una exacta proporcionalidad entre tensiones y deformaciones. Todo el hormigón de la pieza, colaboraba activamente en el mecanismo resistente del elemento considerado y así, el material, se aprovechaba íntegramente.

Sin embargo, el moderno criterio de las solicitaciones límites, en contraposición con el ya anticuado concepto de las tensiones admisibles ha supuesto una fuerte objeción a esta concepción teórica que, de primera intención, parecía irreprochable.





ble. Es evidente que, aun cuando en las circunstancias anteriormente reseñadas, la pieza estaba perfectamente proyectada, su coeficiente de seguridad era más aparente que real. Cualquier incremento, real o virtual, de las sollicitaciones exteriores, suponía el rápido agotamiento resistente de la zona extendida de la pieza. El hormigón fallaba bruscamente al ser incapaz de absorber las nuevas tracciones y el elemento, con una amplia zona agrietada, pasaba a trabajar en unas condiciones en cierto modo semejantes a las de una pieza de hormigón armado.

Al hacerse necesaria la comprobación de este estado final de rotura, en general más restrictivo que el anterior, surge, como lógica consecuencia, el criterio de dimensionar directamente las secciones para esta fase límite, adoptando a tal efecto un coeficiente de seguridad eficaz que multiplica a las sollicitaciones previstas. La armadura se dimensiona para absorber la totalidad de las tracciones y se hace posible sustituir parte de los alambres, por redondos no pretesos. El hormigón de la zona extendida no cumple mas misión que la secundaria de transmitir los esfuerzos cortantes, pero sin intervención alguna en el fenómeno principal.

Contrariamente a lo que ocurría en el caso de la teoría inicialmente expuesta, la circunstancia de tenerse que desarrollar estos dimensionamientos en prerrotura, inválida la hipótesis, entonces justificada, de admitir una determinada proporcionalidad entre tensiones y deformaciones.

Si a una probeta de hormigón se la somete a unos esfuerzos de compresión gradualmente crecientes, se obtiene, para una primera aplicación de la carga, un diagrama de tensión-de -





formación, cuyo trazado se caracteriza por presentar su concavidad hacia el eje de deformaciones y poseer una curvatura, cada vez más acentuada a medida que se aumenta la carga.

Invalidada la hipótesis de la proporcionalidad entre tensiones y deformaciones, el diagrama de tensiones correspondiente a una pieza sometida a flexión simple o compuesta, deja de ser rectilíneo para pasar a presentar una ley hipérbolica (Schreyer) parabólica de grado entero (Inge Lyse, Mensch, Talbot); elíptica (Brandtzaeg, Kempton Dyson); discontinua bilineal (Paduart); mixta, rectangular y parabólica (Bittner); trapecial (Saliger, von Emperger, Jonsson); rectangular (Friedrich, Copeé, Kazinczy, Whitney, Gebauer, Guerrin) o parabólica de grado fraccionario (Torroja).

Estos métodos de dimensionamiento en prerrotura de piezas de hormigón armado, han sido recientemente incorporados a la técnica del hormigón pretensado por Baker, Billington, Abeles y Lörsh. El proceso operatorio se desarrolla, bien directamente a través de unos procedimientos gráficos basados en los diagramas de tensión-deformación, o bien mediante la adopción de unos coeficientes empíricos deducidos de datos experimentales que sirven para determinar el brazo mecánico y el esfuerzo total de compresión.

Sin embargo, estos procedimientos, tienen el grave inconveniente de que, con ellos, se diluye la idea inicial de la precompresión total, desnaturalizándose el concepto de la sección totalmente resistente, que representaba una de las principales ventajas del método, sin que, por otra parte aparezca una razón evidente que impida el íntegro aprovechamiento del material.



Parece lógico pensar que, la solución óptima coordina dora de las ventajas de una hipótesis con el rigor de la otra, es la que se basa en el hecho de imponer la triple condición de que, bajo la sollicitación límite o flexor de agotamiento, se alcancen simultáneamente las tensiones máximas en compresión en el hormigón y en tracción en éste material y en el acero, con lo cual, aún en el instante crítico de rotura, el hormigón contribuye al fenómeno resistente con toda su sección, absorbiendo unas tracciones que, de haberse rebasado su límite de resistencia, habrían de ser confiadas a la armadura.

La condición impuesta de simultáneo agotamiento del hormigón a tracción y a compresión, representativa de un íntegro aprovechamiento del material, obliga a plantear el problema sobre una base no hookeana, cuyo cálculo es susceptible de ser desarrollado por procedimientos exclusivamente analíticos, partiendo para ello de los diagramas de tensión-deformación, representados por funciones parabólicas de grado fraccionario, que se ajustan con gran aproximación a los gráficos experimentales unitarios o relativos, tanto del hormigón, como de los aceros de alta resistencia usualmente empleados en esta técnica.

Resulta así posible llegar a unas fórmulas finales de dimensionado, que guardan una notable semejanza, por reconocer el mismo origen, con las establecidas por D. Eduardo Torroja para el cálculo anelástico de piezas de hormigón armado en régimen de flexión simple.

Antes de seguir adelante, es conveniente marcar un primer jalón en el camino de este estudio crítico sobre las bases fundamentales de todo régimen tensional. Dos consecuencias pueden deducirse de la discusión hasta aquí desarrollada. Una,



positiva; la conveniencia de plantear las condiciones de equilibrio en prerrotura, y otra, negativa; la necesidad de prescindir de la cómoda, pero errónea hipótesis consistente en admitir una inexistente proporcionalidad entre tensiones y deformaciones.

La primera, por su evidente objetividad, no necesita adicionales comentarios. La segunda, en cambio, exige el establecimiento de unos nuevos principios destinados a sustituir, con ventaja, las hipótesis que han sido rechazadas.

No es momento de discutir el espinoso problema de la ley de distribución de las deformaciones. Baste decir, por ser suficiente para el desarrollo práctico del tema que nos ocupa, que si bien la teoría demuestra que en una pieza prismática sometida a un régimen de flexión pura las caras inicialmente planas continúan siéndolo después de la deformación, la experiencia comprueba que, aún bajo sollicitaciones mas complejas, la deformación longitudinal sufrida por una fibra cualquiera es proporcional a su distancia al eje neutro de deformación.

Cada fibra queda así sometida a un acortamiento o extensión que en general, será distinto del sufrido por las hojas adyacentes. Aparecerá así un gradiente de tensión en las distintas hojas de una rebanada. La tensión en cada fibra, será función de su distancia al eje neutro. Depende evidentemente del propio estado de deformación pero ¿está influenciada también por la magnitud de los esfuerzos soportados por las fibras vecinas? A igualdad de deformaciones ¿viene alterada la resistencia de una fibra por el hecho de que las restantes estén sometidas o no a la misma carga?.

Según se ha podido observar a través de ensayos fotoe





lásticos y mecánicos, el comportamiento elástico de las distintas fibras de un cuerpo idealmente hookiano, sometido a flexión, es el mismo que el que tendrían las mismas fibras en un régimen de compresión simple. Dicho de otro modo, la relación entre tensiones y deformaciones longitudinales, deducida a partir de ensayos de compresión o tracción simple, no se modifica bajo una gradual distribución de esfuerzos dentro de la sección, o por lo menos es imperceptible aun en las más precisas mediciones.

La formal identidad entre el comportamiento funcional de los distintos cuerpos, autoriza a extender el mismo principio a los cuerpos no consecuentes con la ley de Hooke y admitir así, con mayor generalidad, el postulado de que el intrínseco comportamiento de una fibra, bajo un determinado estado de deformación, es independiente del gradiente tensional que pueda existir entre los distintos puntos de una misma rebanada. Los bordes o los esfuerzos locales, podrán influir en el estado de deformación, pero no parecen atentar a la inviolabilidad del principio.

Partiendo de estas dos hipótesis, en pleno acuerdo con la teoría general de la Resistencia de Materiales, solo falta, para poder desarrollar el problema, plantear la relación existente entre tensiones y deformaciones.

Con el fin de no inducir a involuntarios errores, es conveniente comenzar por definir las distintas deformaciones que se producen en un cuerpo material al aplicar un determinado esfuerzo.

Se entiende por deformación elástica todo alargamiento o acortamiento unitario que desaparece una vez retirado el efecto que lo produjo. En el caso particular en que las deformaciones





ciones sean proporcionales a las tensiones, la deformación no solo será elástica sino además hookiana por venir expresada por la ley de Hooke.

Si, por el contrario, una vez aplicado un determinado influjo, al volverse a anular deja una deformación no nula, como vestigio de su acción, podremos decir que la deformación producida por su efecto está compuesta de dos partes, una elástica, y como tal recuperable, y otra residual que llamaremos remanente, y que, como la primera, será función de la magnitud del esfuerzo introducido.

Pero no nos conformemos con una observación tan superficial. Sometamos a una probeta, de hormigón, por ejemplo, a un determinado esfuerzo de compresión y dejémosla cargada a tensión constante durante un cierto intervalo. Tras la instantánea de deformación inicialmente registrada, se observa cómo la probeta sigue deformándose con ritmo decreciente a medida que pasa el tiempo y sin variar la carga exterior. Los nuevos acortamientos adicionales, función no solo de la magnitud del esfuerzo aplicado, sino también del tiempo transcurrido bajo carga constante, se denominan deformaciones lentas en contraposición de las instantáneas inicialmente observadas. Si pasado un determinado plazo, se retira la carga, se observa como la probeta recupera instantáneamente la deformación elástica.

Sin embargo este proceso de fluencia no termina en el preciso instante en que se retira la carga, sino que la deformación remanente de la probeta, de todo esfuerzo, disminuye paulatinamente en un intento frustrado de volver a la posición inicial, de recuperar sus primitivas dimensiones.



Pero no lo consigue. A medida que el tiempo transcurre, el movimiento de recuperación se hace más lento, más pereoso. La decreciente deformación remanente acaba por estabilizarse. Si hemos llamado deformaciones elásticas a las recuperables, podremos decir que, tras un período de deformaciones elásticas diferidas, se alcanza una deformación remanente final, absolutamente irreversible por mas tiempo que dure el período de observación después de la descarga. El proceso de descarga, envuelve, por consiguiente, el concepto de una primera deformación elástica instantánea, función exclusivamente de la tensión aplicada y después retirada; una segunda deformación elástica diferida que depende de la deformación total, suma de la instantánea y de la lenta, y del tiempo transcurrido a partir del instante de la descarga; y finalmente, una tercera deformación, la deformación remanente que es función de la magnitud del esfuerzo aplicado y de la duración del período de carga.

Todo este complejo mecanismo de la deformación, perturbado aún por los fenómenos atensionales de retracción entumecimiento y variaciones térmicas, nace de las vicisitudes del proceso físico-químico del endurecimiento del hormigón así como de las heterogéneas interacciones que tienen lugar en el interior del conglomerado. La experimentación solo registra la resultante de todos los efectos creados por las distintas causas y como el número de fenómenos que simultáneamente se interfieren es muy elevado, resulta incapaz de desglosar las leyes dependientes de cada variable, limitándose a representar su suma.

La importancia del proceso de fluencia, con sus deformaciones lentas varias veces superiores a las elásticas, anulan la posibilidad de mostrarse indiferentes ante tan primordiales



efectos y seguir admitiendo el cómodo pero irreal supuesto de asimilar los materiales a unos imaginarios cuerpos idealmente elásticos e inensibles al lento paso del tiempo.

Esta preocupación, este intento de sondear el futuro, esta tendencia a introducir en nuestros cálculos la presencia de una variable que tanto predominio ejerce sobre los estados de tensión previsibles, ha dado lugar al desarrollo de unos nuevos estudios que pronto han adquirido cuerpo de doctrina. Invaludado el principio de la permanencia, aceptado el postulado de que ciertos cuerpos materiales son un pseudo-sólido con propiedades parcialmente semejantes a las que regulan el comportamiento de los líquidos viscosos, la variable tiempo aparece vinculada al proceso de deformación de un modo indisoluble.

Es cierto que el proyectista no puede situar a lo largo de la coordenada tiempo los distintos ciclos de carga previsibles, como desconoce también el posible instante en que puede actuar la sollicitación de agotamiento, pero el planteamiento de este sugestivo problema se sale fuera del campo de este cursillo.

Lo que sí es interesante señalar es que la Reología, esta moderna rama de la mecánica cuyo vocablo tiene por origen las raíces griegas Reo = fluido; logos = tratado, apoya insistentemente la tesis de unos diagramas de tensión-deformación para el hormigón bajo cargas breves, con creciente curvatura a medida que se acerca por su trazado, hasta alcanzar un radio mínimo en las vecindades de la tensión máxima de rotura.





Si el ensayo se desarrolla con cierta lentitud, es decir si se aumenta lentamente la carga, aparecen grandes deformaciones lentas, tanto más acusadas cuanto más elevada es la carga. Las deformaciones obtenidas en el caso anterior sufren unos incrementos rápidamente crecientes a medida que la tensión se acerca a su valor máximo alterando la distribución de curvaturas a lo largo del diagrama.

Por el contrario, cuando la duración del ensayo es sumamente breve, cuando la carga se eleva de un modo casi instantáneo y se eliminan los posibles fenómenos de inercia, la teoría, basándose en el carácter peculiar del proceso físico-químico de deformación de la pasta fraguada, conduce finalmente a una ley de tensiones-deformaciones (fig. 1) de carácter parabólico de grado  $n$ , dotada de tres parámetros, con su vértice en el punto en que la tensión alcanza su valor máximo y de eje vertical, es decir, normal al eje de deformaciones.

Los ciclos de carga y descarga también tienen cabida en estas ecuaciones reológicas y su representación, como puede observarse en la figura, está en perfecto acuerdo con los tipos conocidos de deformación a través de los ensayos experimentales.

Una mezcla de azar y sagaz intuición por parte de eminentes investigadores, ha facilitado a los técnicos del protensado un precioso caudal de conocimientos acerca del comportamiento del hormigón bajo la acción de esfuerzos constantemente aplicados. Los detallados y extensos ensayos de Glanville, Shank, Mac Henry, y Davis entre otros muchos investigadores, han constituido las bases y principios fundamentales de los modernos estudios reológicos.





La técnica del pretensado debe rendir un cálido homenaje a esas pacientes probetas, encerradas desde hace ya más de 15 años en su urna de cristal. Prisioneras bajo la férrea garra de los elongómetros se encuentran colosamente custodiadas ante la vigilante mirada de los aparatos registradores de su carga, su temperatura y su estado higrométrico. En mi modesto parecer, constituyen un símbolo de la investigación, separadas del mundo real, soportando unos esfuerzos que a un profano se le antoja serían inútiles, no cumplen misión resistente alguna, no forman parte de un arco, de una columna, de una viga, pero su modesto volumen, sus reducidas dimensiones, soportan todo el ingravido peso de una técnica. Su rotura no compromete la resistencia de una obra, pero pendiente de su vida, cargada de responsabilidad, apoyándose en su silencioso y continuo trabajo, se edifica lentamente la eterea estructura de una teoría. La muerte de un soldado no decide la victoria de una equilibrada batalla, pero el retraso o la indecisión de Grouchy cambió el destino de todo un Imperio.

Si en alguna ocasión se erigiese un monumento a la Investigación, debería enterrarse bajo el umbral del crucero, los restos de estas probetas de hormigón que, en la hora actual siguen deformándose lentamente bajo el doble peso de la carga y de los años en una abrigada celda del Departamento de Investigaciones Científicas de Londres.

- - -



No puede decirse que constituya precisamente una novedad el hecho de que los aceros, sometidos a una carga constante, sufran, como el hormigón, unas deformaciones lentas crecientes con el tiempo. Creo que fue en 1896 ó 1906 cuando Trouton y Rankine iniciaron estos ensayos y dieron cuenta del fenómeno que ellos habían registrado. Lo sorprendente del caso, no es su propia existencia, sino mas bien la terca postura sostenida por diversos especialistas acerca de la práctica inexistencia de este fenómeno en los aceros de alta resistencia.

Desgraciadamente, es innegable ya que la armadura fluye bajo carga, complicando con su comportamiento la evolución del régimen tensional en el interior de la pieza. Todo fluye.

En la Grecia del siglo VI antes de Jesucristo, un original filósofo, Heráclito de Efeso, predicaba la doctrina de que todo lo que hay de permanente en el mundo es mera apariencia. Para Heráclito el Universo entero es un complejo proceso en continua evolución, un eterno hacer y deshacer a la manera del fuego y de las llamas.

Cuenta la Historia que en cierta ocasión en que el filósofo había salido a dar un paseo con sus amigos, llegaron hasta las orillas de un río. Mientras sus discípulos se bañaban, Heráclito observaba el manso fluir de las aguas. Las ondas de cada zambullida formaban círculos concéntricos que, al mismo tiempo que se agrandaban, se veían arrastrados por la corriente. Heráclito pensó que el agua en que ellos se bañaban no era la misma que la del día anterior. Ni siquiera era idéntica a la de unos instantes después. El río aparecía ante sus ojos bajo un falso aspecto de permanencia. Todo había cambiado, lo único que se mantenía inmutable era la perpetua afluencia y el continuo.



discurrir de las partículas líquidas. Es el destino el que impera sobre todo y en ininterrumpida sucesión transforma todas las cosas y las cambia a la manera de mercancías en moneda y moneda en mercancías. Todo fluye.

Si Heráclito hubiera vivido en el siglo actual no habría formulado su doctrina partiendo de una observación tan trivial. El prosaico recuerdo de nuestros lavaderos y bañeras le habrían detenido. Pero si el filósofo hubiera sentido afición por la ingeniería, si hubiera tenido que estudiar el comportamiento del hormigón pretensado, exclamaría como entonces "todo fluye" al comprobar la realidad de su principio filosófico en la continua mutación del régimen tensional.

Ciertamente, por extraño azar, las piezas pretensadas constituyen un magnífico ejemplo de las doctrinas de Heráclito. En apariencia todo es estable, todo es permanente. Pero aún cuando las cargas exteriores se mantengan constantes a lo largo del tiempo, el estado de tensión creado en el interior de la pieza sufre una continua evolución, rápida o lenta según los casos, pero siempre ininterrumpida. Todas y cada una de las fibras del hormigón fluyen constantemente bajo la onérgica compresión ejercida por la armadura pretensa. El acero, por su parte se distiende sin cesar, como fatigado por su continuo trabajo. El régimen tensional interno no cesa de sufrir adicionales modificaciones que alteran la distribución inicial. Todo fluye aun cuando aparentemente permanezca estable.

Algunos autores, por no decir la mayoría, mantienen la hipótesis de que la deformación lenta de los aceros usualmente empleados en la técnica del hormigón pretensado, alcanza un límite de estabilización al cabo del tiempo. El carácter, sensi





blemente asintótico de los resultados obtenidos en los ensayos, induce a establecer este postulado que parece difícil poner en duda.

Y sin embargo este hecho, en apariencia evidente, constituye, con crecida probabilidad, un nuevo ejemplo para la paradoja con que abrí esta charla. La experimentación nos ha jugado nuevamente una mala pasada. Los resultados obtenidos no son extrapolables mas allá de la forzosa limitación de los ensayos, y puesto que estos, raras veces alcanzan las 2.000 horas, nada puede vaticinarse acerca del comportamiento del acero a lo largo de los años. Nada puede decirse acerca de la existencia de un posible período de estabilización. Por el contrario existen indicios de que pasado un largo intervalo, la velocidad de deformación se mantiene constante con el tiempo a igualdad de carga, aplicada. Obsérvese que lo que se mantiene constante no es la deformación, sino su velocidad.

La dureza y la gravedad de esta afirmación obliga a dedicar unos minutos a esta interesante particularidad reológica de los aceros. Las posibilidades del hormigón pretensado, la permanencia de su estabilidad, la evolución de su técnica, se hallan como Damocles, bajo la amenaza de una espada suspendida del sutil hilo de la fluencia a largo plazo.

Comencemos, (fig. 2) por un diagrama de tensión-deformación correspondiente a un acero de alta resistencia análogo a los que habitualmente se emplean en la técnica del pretensado.

Acostumbrados a los diagramas clásicos de los aceros ordinarios, lo primero que extraña en estos aceros es la ausen-





cía total del marcado escalón de relajamiento que acuellos presentan. El diagrama tensión-deformación bajo cargas axiales breves, ofrece ahora un suave trazado de continua curvatura.

Si se somete una probeta de este material, a un ensayo de carga creciente, se observa un primer tramo en el cual las tensiones son proporcionales a las deformaciones. El diagrama es, por consiguiente prácticamente rectilíneo y al retirar la carga la aguja trazadora vuelve por el mismo camino, sin dejar, por tanto, apreciables deformaciones remanentes.

Si se continua el ensayo aumentando la carga, el diagrama se incurva ligeramente, presentando su concavidad hacia el eje de deformaciones. La transición es tan gradual que el criterio de establecer el límite de proporcionalidad  $\sigma_p$  como punto frontera de estos dos tramos es un tanto subjetivo y, desde luego, depende de la precisión con que los elongómetros registren las deformaciones. Si una vez internados en este segundo tramo, se descarga la probeta, se observa que la aguja indicadora no vuelve ya por el camino de ida OB sino por otro BD, dejando al final, una deformación remanente OD, tanto mayor, cuanto mas elevada sea la carga aplicada.

Esta propiedad es la que ha inducido al acuerdo adoptado en el Congreso Internacional de Bruselas, de definir el límite de proporcionalidad no como la tensión límite de un dudoso tramo rectilíneo, sino como la carga unitaria  $\sigma_p$  a partir de la cual la deformación remanente es superior al 0,001 %.

Por encima de este límite, como ya se ha dicho antes, al retirar la carga, la aguja trazadora no vuelve por el mismo camino de ida sino que desciende por una línea BD sensiblemente



recta y paralela al tramo inicial de proporcionalidad. Si se vuelve a cargar nuevamente, la aguja recorre el camino DC hasta alcanzar la tensión máxima de origen B. El límite de proporcionalidad, como consecuencia de esta rectificación por el proceso de estirado en frío, sufre una aparente elevación, tornándose el material más agrio con todas las ventajas e inconvenientes que dicha modificación envuelve.

Pero volvamos de nuevo al origen. Supongamos que la probeta se carga por primera vez. Durante un primer período de cargas crecientes y mientras el material no rebasa el límite de proporcionalidad, el acero se comporta como un cuerpo idealmente elástico y consecuente con la ley de Hooke. Rebasado el citado límite aparecen deformaciones de tipo plástico no recuperables. Un nuevo fenómeno ha ocurrido en el interior del conglomerado metálico. Exteriormente solo se aprecia una débil reducción en el diámetro de la probeta, reducción que no es local, sino que se extiende en toda su longitud.

Si seguimos aumentando la carga se observa, en las proximidades del máximo M del diagrama, una localizada reducción de la sección transversal de la probeta. El cuello que se forma se estrangula rápidamente y sobreviene la rotura en F. A la tensión  $\sigma_r$  se la denomina tensión máxima de rotura y a la tensión  $\sigma_f$  carga final de rotura.

Desgraciadamente la reproducibilidad del diagrama deja bastante que desear. Como ya se ha visto el solo hecho de que la probeta se haya sometido a esfuerzos previos, supone una fuerte alteración en el trazado de la curva tensión-deformación. Basta con que el ensayo se desarrolle de un modo más lento, con más pausado crecimiento de cargas, para que el diagrama presente profun-



das modificaciones.

El tiempo y la temperatura a la cual se desarrolla un ensayo son dos nuevas variables a tener en cuenta. Si se mantiene la probeta a tensión constante la deformación no se mantiene estacionaria, sino que, por el contrario, continúa aumentando -- con decreciente ritmo al principio, con uniforme velocidad después.

En los aceros ordinarios empleados en la técnica del hormigón armado, este fenómeno no ha sido observado sino para -- tensiones próximas al mal llamado límite elástico. Por el contrario, los aceros de alta resistencia presentan inequívocas señales de fluencia bajo cargas muy inferiores a dicho límite, definido ahora, como la tensión capaz de producir una deformación -- remanente del 0,2 %. El límite de fluencia, es decir, la tensión a partir de la cual aparecen deformaciones lentas apreciables, no ha podido determinarse con la necesaria precisión. Cuanto más sensibles son los elongómetros registradores, mas bajo aparece dicho límite, y en esta carrera de pacíficos armamentos, de controles electrónicos, se nos antoja que bien pudiera ocurrir que en breve plazo, logremos detectar las deformaciones lentas en -- las vecindades del origen de tensiones. .

El tiempo pasa más de prisa de mis previsiones, impidiéndome tratar con el debido detalle esta sugestiva faceta de la Reología de los aceros, problema que, siendo de vital importancia para la normal evolución de la técnica del hormigón pretensado, no se ha estudiado con la debida atención, ni por parte de los proyectistas ni por parte de los siderúrgicos. El tiempo y la experiencia son los encargados de sancionar este agudo problema y aunque, personalmente, no puedo por menos de expresar





mi inquietud respecto al desfavorable giro que puede experimentar la evolución de las deformaciones lentas del acero, mi sincero deseo es que las pesimistas impresiones que voy a exponer someramente, se vean desmentidas por la práctica. El móvil que me empuja a dar este salto hacia lo desconocido es el del convencimiento de que todos estos posibles efectos deben quedar grabados en la mente del proyectista a la hora de detallar los dispositivos de pretensado a fin de que estos permitan sucesivas correcciones en los esfuerzos creados por la armadura, puedan conocerse las deformaciones sufridas por el acero y, en todo momento, se pueda ejercer un conveniente control sobre los estados de tensión y deformación de ambos materiales.

Ciertamente, en el momento actual, pueden contarse por centenas las obras de hormigón pretensado que llevan ya varios años de existencia. Aún así, no puede afirmarse que esta técnica haya salido de su infancia ya que aún necesita de la tutela de la experimentación. Mientras no se posea un formal conocimiento acerca de la relación existente entre tensiones y el plazo en el cual se interna el acero en ese peligroso período de deformación quasi-viscosa, será temerario cerrar los ojos a una posible realidad y confiar, a una alegre e inconsistente hipótesis, el futuro comportamiento de una estructura.

En la actualidad, los esfuerzos de la investigación en auxilio de la técnica, no han alcanzado todavía el objetivo perseguido. La Reología del acero, basándose en estudios cristalográficos, no ha logrado descender aún al campo de aplicación práctica, moviéndose en la fase previa de la especulación cualitativa.

El ultramicroscopio, los rayos X, y los más precisos



aparatos de que actualmente se dispone, han logrado detectar el proceso de deformación pero no se ha podido construir, con las garantías y fidelidad necesarias, un dispositivo destinado a envejecer rápidamente el material, abreviando el lento paso de los años, extraña tentativa cuando la Humanidad entera busca afanosamente la solución al problema contrario.

Algunos investigadores, sostienen la idea de que los ensayos de deformación lenta sobre aceros a elevadas temperaturas, constituyen, al menos cualitativamente, un posible medio de acelerar la experimentación. Esta sugestiva orientación basada en determinadas semejanzas de los resultados obtenidos, carece de sólida justificación.

Cuando la experimentación a muy largo plazo a temperaturas ambientales, alcance la necesaria extensión en el tiempo, podrá estimarse el grado de verosimilitud que dicha hipótesis encierra, a menos que la teoría, anticipándose a tan lento proceso, pueda enlazar una variable con otra y sepa determinar la correlación existente entre el tiempo y la temperatura.

De todos modos la observación es digna de atención, ya que la semejanza entre los diagramas a una y otra temperatura acusan muchos puntos comunes.

Hay que reconocer que el problema, así planteado, constituiría un magnífico tema de discusión para los filósofos de la antigua Grecia. Heráclito, defendería con ardor la correlación entre el tiempo y la temperatura, marcando la estrecha dependencia entre el fuego que todo lo destruye con su calor y el cerrado ciclo del hacer y el deshacer.

Su dinámico concepto del Universo, el eterno fluir ba-



jo una falsa apariencia de estabilidad, quedaría vinculado al calor, como el móvil a la energía que lo acciona.

Dejando a un lado estas discusiones de orden filosófico parece lógico que exista una cierta correlación entre ambas variables. Todo incremento de calor aplicado a un cuerpo tiene como consecuencia una activación de la energía potencial de sus partículas más elementales. La probabilidad de salvar una barrera de potencial queda aumentada. La posibilidad de que se altere su posición de inicial equilibrio, es más próxima.

Pero, antes de formular teorías, antes de enjuiciar las causas que motivan el complejo mecanismo de la fluencia, es conveniente comenzar por exponer los resultados obtenidos a través de los ensayos realizados.

La figura 3 muestra la evolución de las deformaciones lentas de una probeta sometida a carga constante. Las deformaciones elásticas han sido deducidas con el fin de representar, de un modo más claro el proceso de la fluencia a lo largo del tiempo. Todos los ensayos se realizaron a la misma temperatura, modificando en cada serie la tensión como aparece en el gráfico.

La figura 4 representa, por el contrario las deformaciones lentas registradas cuando, a igualdad de carga aplicada, se modifica la temperatura a la cual se desarrolla el ensayo. La semejanza que estos resultados guardan con los deducidos en la serie anterior es realmente notable.

Pero lo más sorprendente es que, independientemente de las unidades que se adopten para realizar estas experiencias, todos los metales, todas las aleaciones, presentan las mismas características fundamentales esquematizadas en la fig. 5. Los tra





mos podrán ser más cortos o más largos, más o menos acusados, según la temperatura, la tensión y el tipo de material, pero el aire general de la curva deformaciones-tiempos, es en todos cualitativamente idéntico.

Tras un alargamiento inicial e instantáneo OA, las deformaciones dibujan un primer período de fluencia retardada en el cual los alargamientos parecen tender hacia un valor límite de estabilización. Es el período transitorio bien conocido por todos los especialistas en hormigón pretensado a través de los ensayos sobre aceros especiales de alta resistencia sometidos a tensión constante. Los fuertes incrementos de deformación que sufre el acero en los primeros minutos se van reduciendo a medida que pasa el tiempo, siendo difícilmente registrables una vez que han pasado los 10 primeros días, y siendo preciso un estrecho control sobre las temperaturas y unos elongómetros de gran precisión para poder medir los adicionales incrementos pasado el primer mes.

Una vez transcurrido este primer período, el material entra en una fase en la cual los alargamientos son proporcionales al tiempo. En este segundo tramo de fluencia quasi-viscosa, la velocidad de deformación se mantiene constante, pero no proporcional al valor del esfuerzo aplicado como ocurriría en todo cuerpo idealmente newtoniano. La iniciación, pendiente y extensión de este tramo intermedio, que acerca peligrosamente el material a la rotura solamente se ha podido observar en aceros sometidos a altas temperaturas. En circunstancias normales el largo período que habría que esperar hasta alcanzar dicha fase ha impedido registrar su presencia.





Tampoco los primeros investigadores lograron alcanzar este segundo periodo de fluencia quasi-viscosa. Tanto Trouton - como Rankine solo registraron la deformación instantánea inicial, seguida de un proceso de decreciente velocidad de deformación. El segundo tramo pasó inadvertido a causa, sin duda, de la pequeña precisión de los elongómetros empleados y de la corta duración de los ensayos.

Diez años después, comenzó Andrade las primeras series sistemáticas de ensayos sobre probetas de plomo, cobre, hierro, cadmio, latón, mercurio, estaño y diversas aleaciones de estos metales. Los resultados obtenidos sobre las deformaciones registradas, acusaron en todos los casos, una ley de alargamientos-tiempos formada por dos sumandos (fig. 6), uno A proporcional - al logaritmo del tiempo transcurrido bajo carga, y otro B directamente proporcional a este intervalo. El primero se identifica en cierto modo con el periodo transitorio de fluencia retardada, mientras que el segundo constituye el factor principal del fenómeno de fluencia quasi-viscosa.

Durante el primer periodo de deformación, desaparece parcialmente el brillo que presenta la superficie de las probetas pulimentadas con anterioridad al ensayo. Unas bandas mates, paralelas entre sí (fig. 7), cruzan la probeta, como consecuencia del deslizamiento de planos transcrystalinos.

El escalonado producido por estos planos de deslizamiento, se acusa en la superficie con más nitidez durante el proceso de fluencia quasi-viscosa. La fig. 8, es una bella fotografía obtenida por Elam de una aleación de cobre y aluminio sometida a un esfuerzo continuado de tracción, en la que puede apreciarse claramente el escalonado producido por los citados -



deslizamientos según planos paralelos.

Finalmente, aparece un tercer tramo es que la velocidad de deformación aumenta a medida que pasa el tiempo. Se trata de un período de inestable equilibrio en cierto modo comparable al intervalo comprendido entre la tensión máxima y la final de rotura. La rotura sobreviene, por estricción local, a través de los cristales del conglomerado policristalino, cuando el ensayo se realiza a bajas temperaturas, siendo por el contrario intercrystalina, es decir rodeando los diversos cristales, en el caso de ensayos a elevadas temperaturas. Tanto en uno como en otro caso, la deformación total correspondiente a la rotura, es inferior al alargamiento máximo alcanzado en ensayos breves.

Exteriormente no se aprecia nada más. Solamente pueden observarse en algunos casos, débiles diferencias en la resistencia eléctrica debido a la rotación de los cristales que forman el conglomerado metálico y un débil descenso en el peso específico de las probetas en ensayos de fluencia a temperaturas elevadas.

Si se quieren deducir consecuencias prácticas, si se desea llegar al conocimiento interno de los cambios operados en las probetas de acero sometidas a estos ensayos, se necesita indagar la causa primaria de estos deslizamientos y de estas rotaciones, calar más hondo, descender hasta el átomo, ese diminuto corpúsculo tan traído y llevado en este último decenio y que por trágicas circunstancias ha adquirido un funesto papel en la historia de la destrucción y de la guerra.

Por muy cuidado que sea el proceso metalúrgico de un acero, por más esmero que se ponga en su fabricación, todos los



cristales que integran los finos granos de un producto siderúrgico presentan notables anomalías en la apretada formación atómica de su red. Estas irregularidades de su malla representan otros tantos puntos débiles en la resistencia a la deformación del cristal, cuya estabilidad queda asegurada por las barreras de potencial que limitan la posición del átomo considerado.

Es evidente que toda activación, todo incremento de energía interna, puede dar al traste con su posición de más estable equilibrio, y salvando el obstáculo, dar lugar a una alteración en la red cristalina.

Una vez roto el equilibrio de la estructura atómica en un punto, la dislocación de la red se propaga rápidamente dentro del cristal. Los átomos, viendo alterada su formación inicial, buscan afanosamente una nueva reordenación. Cuando la dislocación producida alcanza el borde del cristal no se detiene, sino que rápidamente se refleja, originando nuevas dislocaciones en veloz zigzag. Al deslizamiento inicial producido por la primera dislocación, deslizamiento equivalente a una distancia interatómica, se suceden nuevos deslizamientos creados por esta reflexión de los bordes y la avalancha de dislocaciones da lugar a la aparición de los visibles planos de deslizamiento.

Como dato curioso, índice de la precisión con que se han desarrollado estos estudios, diré que no solo se ha logrado detectar el imperceptible crujido de cada dislocación atómica, sino que también se ha podido medir la velocidad de propagación, velocidad que es igual a la del sonido y todo ello en las minúsculas dimensiones de un diminuto cristal.

Así pues, el origen de los deslizamientos que produ -





cristales que integran los finos granos de un producto siderúrgico presentan notables anomalías en la apretada formación atómica de su red. Estas irregularidades de su malla representan otros tantos puntos débiles en la resistencia a la deformación del cristal, cuya estabilidad queda asegurada por las barreras de potencial que limitan la posición del átomo considerado.

Es evidente que toda activación, todo incremento de energía interna, puede dar al traste con su posición de más estable equilibrio, y salvando el obstáculo, dar lugar a una alteración en la red cristalina.

Una vez roto el equilibrio de la estructura atómica en un punto, la dislocación de la red se propaga rápidamente dentro del cristal. Los átomos, viendo alterada su formación inicial, buscan afanosamente una nueva reordenación. Cuando la dislocación producida alcanza el borde del cristal no se detiene, sino que rápidamente se refleja, originando nuevas dislocaciones en veloz zigzag. Al deslizamiento inicial producido por la primera dislocación, deslizamiento equivalente a una distancia interatómica, se suceden nuevos deslizamientos creados por esta reflexión de los bordes y la avalancha de dislocaciones da lugar a la aparición de los visibles planos de deslizamiento.

Como dato curioso, índice de la precisión con que se han desarrollado estos estudios, diré que no solo se ha logrado detectar el imperceptible crujido de cada dislocación atómica, sino que también se ha podido medir la velocidad de propagación, velocidad que es igual a la del sonido y todo ello en las minúsculas dimensiones de un diminuto cristal.

Así pues, el origen de los deslizamientos que produ -



con la deformación lenta bajo carga constante, se debe a la presencia de una irregularidad en la red cristalina. La probabilidad de que se origine un deslizamiento según una determinada dirección depende del incremento de energía interna y en definitiva del esfuerzo creado exteriormente. La caótica orientación del mosaico cristalino de un conglomerado elimina la posibilidad de existencia de direcciones privilegiadas comportándose el conjunto como un cuerpo isótropo pseudo amorfo.

No quiere ello decir que, en realidad, el magma vítreo que rodea los distintos cristales del conglomerado tenga primordial participación en estos fenómenos. Por el contrario la masa vítrea intercristalina es más rígida que el propio cristal y solo se deforma en ensayos a altas temperaturas. Bajo el esfuerzo axial aplicado a la probeta aparecen planos de deslizamiento, paralelos todos ellos a una determinada dirección, o todo lo más, paralelos a dos planos generales, dando lugar a un cuadriculado de la superficie exterior de la probeta.

La existencia de estos planos generales de deslizamiento junto con la múltiple y desordenada orientación de los distintos cristales que componen el conglomerado, hacen que el deslizamiento transcristalino sorprenda en desiguales circunstancias a los distintos elementos. Unos sufrirán profundas dislocaciones en su red, mientras que otros se adaptarán al corrimiento impuesto por el conjunto, mediante ligeras deformaciones elásticas. Retirada la carga exterior, estos últimos intentarán restablecer el primitivo equilibrio, coaccionando a los primeros.

Aunque parezca paradójico, la única solución que presenta el problema hay que basarla en su propia complejidad, en la caótica distribución de los cristales y su múltiple orienta-



ción. Una vez mas la Ciencia y la Técnica exigen la estrecha colaboración de especialistas en Mecánica, en Cristalografía y en Matemática estadística, raro cónclave de tan distantes doctrinas.

Ya estamos llegando al final. El esfuerzo exteriormente aplicado ha dado lugar a una activación de la energía interna. La probabilidad de que en un intervalo determinado se produzca una dislocación en la red cristalina ha aumentado vertiginosamente. El tiempo se encarga de realizar el hecho fortuito y el átomo salta de su posición inicial. La desenfrenada carrera de dislocaciones altera hondamente la primitiva formación atómica, que solo se detiene cuando están agotadas las posibilidades de redistribución. Los cristales más desfavorablemente orientados presentan, como fruto de esta avalancha de dislocaciones una nueva disposición de sus bordes y la profunda alteración de su contorno solo se detiene cuando los cristales adyacentes bloquean sus movimientos, a través del débil espesor del magma vítreo que los rodea.

Una fuerte concentración de tensiones aparece ahora en estas esquinas o singularidades del mosaico cristalino. La red atómica se vé fuerte y localmente solicitada en estos fatigados bordes. La distorsión que se produce bajo esta elevada concentración de esfuerzos fragmenta los cristales, transformándolos en minúsculas cristalitas. La malla cristalina desaparece paulatinamente en estos puntos y, en su lugar, como consecuencia de una caótica dislocación, aparece una masa vítrea origen de deformaciones de tipo viscoso.

Mientras que en un cuerpo newtoneano, la velocidad de





deformación es proporcional al esfuerzo aplicado, en este desordenado magma la velocidad de deformación, aún siendo constante a igualdad de tensión, deja de ser proporcional al esfuerzo aplicado para presentar una forma exponencial, es decir que a medida que la carga aumenta la velocidad de deformación sufre mayores incrementos que en los cuerpos idealmente viscosos.

Si se retira la carga, no se recuperan estas deformaciones debido a su naturaleza eminentemente viscosa. Queda una deformación remanente como vestigio del proceso de cargas seguido, como fruto de un profundo cambio en la primitiva ordenación de la malla cristalina.

La hipótesis de Andrade, consistente en suponer descompuesto el diagrama deformación-tiempo en dos sumandos, uno proporcional al logaritmo del tiempo y otro directamente proporcional a él, parece no solo comprobado por la experiencia, sino también, confirmado por la teoría. Todo fenómeno de dislocación conduce a una ley exponencial. Todo proceso de deformación en la desordenada estructura de las esquinas de los cristales, nos lleva a un régimen viscoso.

La experimentación realizada sobre probetas monocristalinas demuestra la total recuperación, con el tiempo, de las deformaciones lentas sufridas por el metal en una primera fase de fluencia retardada pura. Los ensayos combinados sobre conglomerados policristalinos en las fases de fluencia retardada y quasis viscosa, confirman la irreversibilidad de las deformaciones lentas debidas a la local concentración de tensiones en los agotados bordes del mosaico cristalino.

La presencia de deformaciones remanentes dependientes





del tiempo en que ha permanecido cargada la probeta, aún bajo tensiones relativamente reducidas, junto con la explicación teórica del mecanismo de la deformación, indica claramente el estado latente en que se encuentra el proceso de fluencia quasi-viscosa desde los comienzos del ensayo. Las deformaciones newtonianas se inician a partir del momento en que se carga el material, pero los alargamientos producidos, proporcionales a la duración del ensayo, se difuminan bajo las grandes deformaciones retardadas iniciales. Solamente cuando estas últimas tienden a amortiguarse, cuando la avalancha de dislocaciones transcrystalinas se agota, las deformaciones viscosas pasan a ocupar el primer plano con lento pero arrollador avance.

El concepto de una deformación límite de estabilización, se esfuma. La rotura aparece como una fatal consecuencia de este proceso. Toda probeta, sometida a la acción de un esfuerzo constante de tracción acaba por romperse al cabo de un incierto plazo. Breve cuando la carga aplicada es muy elevada. Muy lejano si la tensión es reducida.

El proceso siderúrgico seguido en la fabricación de los aceros, y la composición mineralógica de los mismos, ejerce una gran influencia en la relación existente entre tensiones aplicadas y plazo de rotura. La industria de los aceros de alta resistencia tiene planteado un transcendental problema para la evolución de la técnica del hormigón pretensado. En la actualidad existen determinadas patentes americanas de aceros cuyas características, están principalmente orientadas a prolongar el periodo de servicio bajo esfuerzos mantenidos. Todo esfuerzo realizado en este sentido parece remunerador ya que de poco sirve emplear un acero cuya resistencia en ensayos breves es muy ele-



vada, cuando el proyectista se ve obligado a rebajar considerablemente la tensión de trabajo, para salvar la estructura de un riesgo que no por dejar de ser inminente, es menos peligroso. -- Los modestos aceros ordinarios, tan desdeñados por la técnica -- del pretensado, ofrecen a estos efectos unas magníficas calidades ya que el límite convencional de fluencia está muy próximo a su marcado escalón de relajamiento, en los  $23 \text{ Kg/mm}^2$ , resultando verdaderamente irrisorio el hecho de que algunos de los -- aceros de alta resistencia posean un límite de fluencia inferior a los  $20 \text{ Kg. por mm}^2$ . Los orgullosos aceros especiales tienen -- mucho que aprender de sus modestos hermanos como el satisfecho fariseo que nos cuenta el Evangelio tenía mucho que imitar en -- el ejemplo de aquel humilde publicano que en un apartado rincón del templo, rezaba con fervor un contrito y pequeño.

Las posibilidades son alentadoras, ya que contando con la seguridad de unas mínimas deformaciones lentas y un amplio -- período de servicio, podría elevarse la carga de trabajo de la armadura al 90 % de la de rotura, sin riesgo alguno para la seguridad de la estructura pretensada. Las economías que con ello se vislumbran, son de una primordial importancia. Las dificultades que la fabricación metalúrgica de estos aceros ofrece son -- considerables. La industria, en definitiva, es quien tiene la -- palabra.

Mientras tanto, mientras la fecha de la rotura aparezca rodeada por una impenetrable vaguedad, solo cabe registrar -- las deformaciones producidas como un aviso de la proximidad de la rotura. En la belicosa hora actual en que, como diría el filósofo, lo estable es mera apariencia, no nos es lícito pensar en una obra perdurable. Los azares de la guerra con sus trágicas



consecuencias y los poderosos medios de destrucción que nos anuncia el futuro, nos dispensan, por extraña compensación, de los inciertos estudios a largo plazo.

\*\*\*





-- Instituto Técnico de la Construcción y del Cemento --

457 -- 3 ESTUDIO TEORICO DE LAS ESTRUCTURAS HIPERESTATICAS DE  
HORMIGON PRETENSADO

(A theoretical treatment of continuity in prestressed concrete)

Y. Guyon.

De: "SYMPOSIUM" Nº 7 de la "CEMENT AND CONCRETE ASSOCIATION" --  
Septiembre, 1951.

II PARTE

(La primera parte de este artículo se publicó en el número anterior).

Superposición de los efectos del pretensado y de las sollicitaciones externas.

Condiciones que debe satisfacer la armadura.-- Con el fin de que la tensión total producida por la superposición de los esfuerzos de pretensado y de las cargas externas, se mantenga dentro de los límites admisibles, la magnitud del pretensado y las excentricidades en cada sección deberán satisfacer las siguientes condiciones:

Sea una sección genérica de una viga continua de hormigón pretensado, que se considera sometida, exclusivamente, a la acción del esfuerzo de pretensado. Este esfuerzo se encontrará aplicado en un determinado punto  $E_0$ . Pero sobre la sec --



ción, actuará también un momento  $M$ , producido por las sollicitaciones externas. Este momento  $M$ , dará lugar a una traslación de la fuerza  $F$  cuyo valor " $u$ " será tal que  $u.F = M$  o sea  $u = \frac{M}{F}$ . El nuevo punto  $E$  de aplicación de  $F$  es el centro de presión correspondiente al momento  $M$  en la sección considerada, y el conjunto de todos los puntos  $E$  a lo largo de la viga, constituye su línea de presiones. La distancia " $u$ " será positiva o negativa (es decir, el centro de presiones se elevará o descenderá respecto a su posición inicial  $E_0$ ) según que el momento  $M$  sea también positivo o negativo.

Sean ahora,  $M_1$  y  $M_2$ , respectivamente, el mínimo y el máximo valor, algebráicamente considerados, del momento que sollicita a la sección. El centro de presiones ocupará dos posiciones límites,  $E_1$  y  $E_2$ , correspondientes a las distancias  $\frac{M_1}{F}$  y  $\frac{M_2}{F}$  a partir de  $E_0$  (Fig. 9).

Para simplificar el problema, puede suponerse que la tensión mínima es nula. Entonces, el centro de presiones caerá siempre dentro del núcleo central de la sección,<sup>(\*)</sup> cuyos límites vendrán definidos por las posiciones extremas  $E_1$  y  $E_2$ . Cuando la viga esté sometida a las sollicitaciones máximas en alguna de sus secciones, el centro de presiones ocupará sus posiciones extremas  $E_1$  y  $E_2$  en dichas secciones y la tensión máxima alcanzará sus límites más elevados que serán designados por  $R_1$  bajo el momento  $M_1$  y  $R_2$  bajo el momento  $M_2$ . Estos dos límites no tienen por qué ser iguales, necesariamente.

Si  $G$  es el centro de gravedad de la sección;  $S$  su área; " $v$ " y " $v'$ " las distancias del centro de gravedad a las fi

(\*) En el caso de sección rectangular, este núcleo estará constituido por el tercio central.



bras extremas superior e inferior de la viga;  $h$  el canto de la pieza y  $A$  y  $A'$  los bordes superior e inferior del núcleo central, entonces la tensión en el centro  $G$ , valdrá  $\frac{F}{S}$  y de la (Fig. 10) se deducen las siguientes condiciones, para el aprovechamiento máximo de la sección, siendo  $f$  y  $f'$  las tensiones en las fibras extremas superior e inferior, respectivamente:

Bajo el momento  $M_1$ :  $f = 0$ ;  $f' = \frac{F \cdot h}{S \cdot v} = R_1$  (El centro de la presión estará en  $A'$ ).

Bajo el momento  $M_2$ :  $f = \frac{F \cdot h}{S \cdot v'} = R_2$ ;  $f' = 0$  (El centro de presión coincidirá con  $A$ ).

De las anteriores igualdades se deducen:  $\frac{v'}{v} = \frac{R_1}{R_2}$  lo que impone ciertas condiciones a la forma de la sección, pudiéndose así determinar  $F$ .

Si el esfuerzo  $F$  se mantiene constante a todo lo largo de la viga o del tramo que se considere, no es posible deducir las cuatro tensiones límites  $(0, R_1, R_2, 0)$  correspondientes a los dos estados de carga y tanto  $F$  como su excentricidad, vendrán expresadas por desigualdades y no por igualdades. Pero como  $F$  es constante, estas desigualdades afectarán únicamente a la excentricidad  $e$ , que vendrá definida por la condición de que el centro de presiones caiga dentro del núcleo limitado por  $A$  y  $A'$ .

Considérese ahora la sección transversal de la (Fig. 9), Fijados los dos puntos  $A$  y  $A'$ , se lleva, a partir de  $A'$  en magnitud y dirección, el vector  $-\frac{M_1}{F}$  (lo que determina el punto  $B_1$ ) y a partir de  $A$ , el vector  $-\frac{M_2}{F}$  (punto  $B_2$ ).

El centro de presión  $E$ , correspondiente al esfuerzo de pretensado, deberá caer dentro del segmento  $\overline{B_1 B_2}$ , ya que si





$E_1$  cae por debajo de  $B_1$ , bajo la acción del momento  $M_1$  que traslada dicho centro, hacia arriba, en una magnitud  $\frac{M_1}{F}$ ;  $E_2$  quedaría por debajo de  $A'$ , o sea fuera del núcleo central. Análogamente, si  $E_2$  está por encima de  $B_2$ , el centro de presiones, bajo la acción de  $M_2$  quedaría por encima de  $A$  y, por lo tanto, fuera del núcleo.

En la (fig. 11) se ha representado una sección longitudinal de la viga. Las líneas  $A$  y  $A'$ , indican los límites del núcleo central y las  $B_1$  y  $B_2$  los extremos de los vectores  $-\frac{M_1}{F}$  y  $-\frac{M_2}{F}$  llevados a partir de  $A$  y  $A'$  ( $M_1$  y  $M_2$ , varían a lo largo de la viga).

En toda viga hiperestática, su línea estática de presiones, debe siempre caer entre las  $B_1$  y  $B_2$ . El espacio comprendido entre dichas líneas se denomina "zona límite". Cuando los momentos  $M_1$  y  $M_2$  son positivos, los bordes de la zona límite quedan por debajo de  $A$  y  $A'$  y por encima si  $M_1$  y  $M_2$  son negativos. (como  $M_1$  es siempre la cantidad menor, desde el punto de vista algebrico, en el caso de que  $M_1$  y  $M_2$  sean negativos,  $M_1$  será la mayor en valor absoluto).

Para que en una sección los materiales estén aprovechados al máximo (siempre que ello sea posible) deberán coincidir los dos bordes de la zona límite, ya que las excentricidades máximas vienen definidas por las condiciones extremas de carga.

Las anteriores consideraciones pueden extenderse fácilmente al caso en que la tensión mínima sea distinta de cero. El núcleo central, será distinto del antes indicado, pero los principios generales enunciados, continúan siendo válidos. Los





bordes de este nuevo núcleo, serán ahora las líneas A y A'.

El anterior estudio debe ahora completarse considerando la influencia de determinados factores que hasta el momento han sido despreciados, especialmente la variación de canto a lo largo de la viga. El problema es exactamente el mismo que se presenta en el caso de vigas simplemente apoyadas. Bastará por lo tanto con indicar que la línea de presiones debe satisfacer determinadas condiciones y o bien pasar por ciertos puntos, (cuando los dos bordes de la zona límite coinciden en alguna sección, para la cual el material estará aprovechado al máximo), o bien, el menos, caer en el espacio comprendido entre los dos bordes, en general muy próximos, de dicha zona límite.

A continuación, se indican las principales diferencias con las vigas simplemente apoyadas y las dificultades a que da lugar la indeterminación estática.

En el caso de piezas simplemente apoyadas la disposición de la armadura puede fijarse fácilmente puesto que basta hacer coincidir el cable con la línea de presiones. En el caso de viga hiperestática, sin embargo, la trayectoria del cable debe coincidir con la línea estática de presiones y esto origina grandes dificultades pues cualquier curva escogida a priori, no sólo no tiene, necesariamente, que ser la estática sino que, en general, no lo será.

En las vigas simplemente apoyadas, la zona límite, generalmente, tiene una forma sencilla. En cambio, en las estáticamente indeterminadas, los momentos flectores negativos que aparecen en las proximidades de los apoyos, producen discontinuidades en dicha zona límite, y en las correspondientes trayecto-



rias de la armadura, que crean nuevas dificultades pues aún suponiendo que se lograra llegar a determinar una trayectoria auto-estática en estas condiciones, sería imposible realizar el teso de los alambres.

Puede decirse que, en definitiva, el problema consiste en lo siguiente:

- a) - Desde el punto de vista teórico, en encontrar para la armadura una trayectoria auto-estática, que caiga dentro de la zona límite, es decir, que pase por determinados puntos y se adapte en los intervalos a la línea de presiones.
- b) - Desde el punto de vista práctico, en encontrar aquellas soluciones teóricas que sean compatibles con la práctica, es decir, eliminando las trayectorias que presentan sinuosidades muy pronunciadas. El método de las transformaciones lineales que permite sustituir las trayectorias auto-estáticas por otras que dan la misma línea de presiones, hace posible, en algunos casos, eliminar estas sinuosidades. Pero no siempre es suficiente este procedimiento. A veces, se hace necesario recurrir a variar la forma de las vigas dándolas otras nuevas que permitan emplear cables rectos o casi rectos, o colocados de tal manera que, mediante anclajes adicionales, pueda acomodarse su trazado a las curvas imprescindibles.

#### Determinación de las trayectorias auto-estáticas.-

Se conocen ya diversos métodos para la determinación, en una viga dada, de la trayectoria auto-estática que por quedar dentro de la zona límite, sirve para fijar el trazado de la arma-



dura. Entre ellos están los que consideran el cable como un funicular de cargas imaginarias. Si  $M$  es el momento producido en la viga por dichas cargas imaginarias, para conseguir una trayectoria auto-estática de la armadura, es necesario que la ordenada del cable, en cada sección, respecto al eje neutro de la viga, sea  $\frac{M}{F}$  (Ver el apartado I de este artículo)

Por consiguiente, el problema consiste en encontrar un imaginario sistema de cargas tal, que su funicular caiga dentro de la llamada "zona límite" de la viga. Debe recordarse, a este respecto, que la trayectoria auto-estática puede desplazarse verticalmente, modificando los momentos aplicados en los extremos de la viga (es decir, variando la posición de los anclajes) lo que ayuda a conseguir que la trayectoria quede dentro de la zona límite. Esto lleva a considerar las cargas imaginarias, como actuando sobre una viga parcialmente empotrada en sus extremos.

Las cargas imaginarias que se introducen, son, en realidad, las no compensadas  $\frac{F}{r} + \frac{F}{r'}$  indicadas en la Parte I. Cuando estas cargas son uniformes, entonces el método resulta de sencilla aplicación pues las ordenadas de la armadura con relación al eje neutro, definen una parábola. En este supuesto, para determinar el trazado de la armadura, basta con deducir, mediante las fórmulas corrientes los momentos en los apoyos.

Si el eje neutro es una parábola, las cargas no compensadas vendrán dadas por  $\frac{F}{r'}$  ya que entonces, al ser  $r$  infinito,  $\frac{F}{r}$  se hace cero, y la suma  $\frac{F}{r} + \frac{F}{r'}$ , se reduce a  $\frac{F}{r'}$ . En este caso, el cable será recto, y si  $l$  es la longitud del tramo, y  $\phi'$  la pendiente del eje neutro, el radio de curvatura de la parábola vendrá dado por  $r' = \frac{l^2}{8\phi'}$  y, por consiguiente, la car-





ga no compensada valdrá  $\frac{F \cdot g \cdot l}{I^2}$ .

Otra solución igualmente sencilla, en el caso de que pueda ser aplicada, se obtiene eligiendo, en cada tramo, la excentricidad  $e$  con respecto al eje neutro, de tal forma que se satisfagan las dos relaciones siguientes:

$$\int_0^l \frac{e \, dx}{I} = 0 \quad (1) \quad \int_0^l \frac{e \cdot x \, dx}{I} = 0 \quad (2)$$

siendo  $x$  la abscisa del punto respecto al extremo izquierdo de la pieza.

Estas relaciones expresan la condición de que los giros en los extremos de la viga (suponiéndola articulada) producidos por el esfuerzo de pretensado, sean nulos. En efecto, siendo  $F$  el valor del momento  $M$  creado por el pretensado, las ecuaciones (1) y (2) expresan que  $\int M \, dx = 0$  y  $\int Mx \, dx = 0$  lo que corresponde al caso de empotramiento perfecto. En estas circunstancias, la continuidad de la viga no originará nuevas reacciones hiperestáticas por efecto del pretensado y la armadura, por lo tanto, será auto-estática. Si tanto el tramo como la armadura son simétricos, la primer ecuación se satisface automáticamente. En cuanto a la segunda, una solución particular consiste en disponer el cable según la horizontal que pasa por el centro elástico del eje neutro (la línea  $H$  de la Fig. 12); la excentricidad  $e$  se convierte entonces en la ordenada  $z$  de la fibra media respecto a  $H$  y la ecuación (2) se satisface.

En una sucesión de tramos iguales y simétricos, todos sus centros elásticos estaran sobre la misma horizontal y tomando ésta como trayectoria del cable, se obtendrá para la armadu-



ra un trazado auto-estático (Fig. 13). M. Lebellet escogió esta horizontal como trayectoria de la armadura de pretensado en la construcción del tablero continuo del paso cubierto de Rouen, y en la del muelle Bellet en Le Havre.

De esta manera se obtiene una solución extremadamente sencilla. Debe señalarse además que, en este caso, el pretensado puede ser efectuado, sin necesidad de armadura, por la simple acción de gatos aplicados en los extremos de la viga, lo que constituye un método constructivo muy económico que podrá utilizarse siempre que sea posible disponer en los extremos, es tribos adecuados.

Procedimiento del punto nodal. El hecho de que una vez conocida la forma intrínseca del trazado de la armadura (y, por lo tanto, la línea estática de presiones) tenga ésta que pasar por ciertos puntos fijos (los puntos nodales), permite a menudo simplificar la determinación de las curvas estáticas que caen dentro de la zona límite. A continuación se exponen dos ejemplos de aplicación de este método.

La (Fig. 14) representa una viga continua de siete tramos iguales de 10 m. y los diagramas de sus leyes de momentos máximos ( $M_1$ ) y mínimos ( $M_2$ ). Debajo de estos diagramas, aparece la sección longitudinal de la viga, dibujada a escala diferente con el fin de reducir al mínimo los errores gráficos. En ella se señalan los bordes del núcleo central, y la llamada zona límite obtenida a partir de ellos por adición de los vectores  $-\frac{M_1}{F}$  y  $-\frac{M_2}{F}$ . El valor de  $F$ , inicialmente, es desconocido y por lo tanto dicha zona sólo puede fijarse de un modo aproximado.

Primoramente, se intentará colocar la armadura según una línea recta.



La horizontal que pasa por los centros elásticos de los distintos tramos, aparece también señalada en dicha (Fig. 14). Evidentemente, los puntos nodales correspondientes al trazado rectilíneo de la armadura, deberán pertenecer a esta horizontal ya que ella es una de las líneas estáticas de presión. Las abscisas se calculan fácilmente, obteniéndose así los puntos  $N_1, N_2, N_3 \dots$  etc. de la (Fig. 14) en la cual se señala también la trayectoria de armadura que resulta. El mínimo esfuerzo de pretensado se obtendrá haciendo variar la fuerza hasta que la tangente común a las dos curvas que forman los bordes de la zona límite del primer tramo, pasa por el punto nodal  $N_1$ . Esta tangente común será el primer lado de la poligonal auto-estática; los otros lados pueden determinarse por medio de los puntos nodales. Se obtendrá así una trayectoria auto-estática, con una cierta excentricidad  $e_0$  en los extremos y mediante una transformación lineal se procurará que dicha línea sea lo más recta posible y, en todo caso, que únicamente en los extremos presente curvatura apreciable.

Se comprende fácilmente que, cualquier otro trazado, exigiría una mayor cantidad de armadura ya que para conseguir que el cable pasara por el primer tramo, sería necesario ensanchar la zona límite, o sea, aumentar el esfuerzo de pretensado.

Se puede también eliminar la curvatura de la trayectoria de la armadura del primer tramo, hallando un trazado que satisfaga las ecuaciones (1) y (2) antes mencionadas, con lo cual la modificación de la línea de presiones no producirá giros en ninguna de las secciones. La sustitución de las curvas por rectas, permite emplear bastante menos acero.





La (Fig. 15), se refiere al segundo ejemplo. Se trata de una viga continua de dos tramos simétricos de 30 m. En ella se señalan el núcleo central y la zona límite correspondiente al máximo aprovechamiento del material y se indican los puntos nodales de cada tramo. Evidentemente, en este caso, no será posible conseguir una trayectoria auto-estática rectilínea y todo intento en este sentido, dará lugar a la aparición de reacciones hiporestáticas creadas por el protensado, como fácilmente puede deducirse aplicando el método de los puntos nodales. La trayectoria rectilínea podría obtenerse únicamente, aumentando el esfuerzo de pretensado para ensanchar las zonas límites. En estas condiciones, no podría entonces lograrse el máximo aprovechamiento del material y, además, en general, habría que aumentar tanto el esfuerzo de pretensado que, en la práctica, no sería posible realizarlo porque la compresión resultante sería demasiado grande. En cualquier caso, esta solución, desde el punto de vista económico, sería inaceptable. En definitiva, se deduce que es necesario recurrir al empleo de una trayectoria curva que se determina a partir de la rectilínea autoestática (que cae fuera de la zona límite), y construyendo sobre ella una curva para la cual  $\int \frac{\xi dx}{I} = 0$ , siendo  $\xi$  la ordenada respecto a la recta. Por sucesivos tanteos se llega a la curva auto-estática representada en la (Fig. 15) y mediante una transformación lineal se consigue que caiga dentro de la viga. En la sección longitudinal de la (Fig. 15), dibujada a escala desproporcionada, los cambios de dirección parecen muy grandes, pero si se dibujan a verdadera escala (según aparecen en la parte superior de la Fig. 15) se ve que, en realidad, las excentricidades son bastante pequeñas por lo que puede asegurarse que bastará tesar el cable por sus dos extremos, para obtener la tensión adecuada a





lo largo de toda la armadura.

Empleo de anclajes intermedios.- Se debe intentar siempre dar a la armadura un trazado lo más sencillo posible. El ideal sería poder emplear cables rectos. La sustitución de las curvas poco pronunciadas por rectas, tanto en los tramos extramos como en las proximidades de los apoyos centrales, proporciona trazados aceptables, según se ha visto en las (Figs. 14 y 15). Sin embargo, tales soluciones no siempre son posibles. Generalmente, los cables rectos son económicos únicamente cuando las directrices de las piezas son curvas. Entonces, las cargas no compensadas producen un efecto favorable puesto que originan una flexión de signo contrario a aquella a la cual se encuentra sometida la viga. En algunos casos, se puede dar a la armadura una trayectoria auto-estática curva, disponiendo anclajes intermedios en cada uno de los puntos altos del cable (Fig. 16). Esta solución fué la adoptada para la construcción del puente de Beauvais.

Cables suplementarios.- En muchas ocasiones, si la armadura de pretensado se coloca recta o casi recta, pueden originarse tracciones en el borde superior de las secciones vorres -pondientes a los apoyos. A veces, es posible eliminar estas tracciones aumentando el canto de dichas secciones mediante cartelas que dan lugar a un descenso del eje neutro. Pero no siempre se dispone del espacio suficiente para adoptar esta solución y entonces se hace preciso recurrir al empleo de armaduras su -plementarias para comprimir aquellas zonas sometidas a tracción. Estos suplementos tienen poco o ningún efecto sobre el conjunto de la construcción. En cualquier caso, es fácil calcularlo para poderlo tener en cuenta si es necesario. Tales armaduras, además, ayudan muy eficazmente a resistir los esfuerzos cortantes.



En Francia, existen diversas obras en las cuales se ha hecho aplicación de este método. Las (Fig. 17 y 18) representan el alzado de un pórtico de tres tramos en el que se utilizan cartelas y suplementos de armadura sobre los apoyos, y un detalle de la unión entre vigas principales y secundarias. Corresponden al proyecto de la fábrica Rivière-Cazalis.

Generalización a casos más complicados de estructuras hiperestáticas.-- Este tema, es demasiado amplio para que pueda ser agotado en los reducidos límites de este trabajo, por lo cual, únicamente se hará de él un breve resumen. Por otra parte, el problema no ha sido aún suficientemente estudiado.

Las construcciones hiperestáticas, en definitiva, son sistemas sometidos a la acción de un conjunto de fuerzas exteriores conocidas, constituido por las cargas exteriormente aplicadas y las reacciones producidas sobre los apoyos. La magnitud de estas solicitaciones puede calcularse por los métodos ordinarios.

Por consiguiente, para cualquier sección, es fácil determinar la magnitud del esfuerzo de pretensado y la excentricidad correspondiente precisa para que la tensión total resultante quede dentro de los límites previstos, en las condiciones extremas de carga. Asimismo, es posible fijar en cada caso la zona límite dentro de la cual debe caer la línea estática de presiones.

En estas condiciones, el problema se reduce a elegir un sistema auto-estático de armaduras, que pase por determinados puntos fijos o caiga dentro de ciertas zonas muy limitadas, y no produzca reacciones hiperestáticas sobre los apoyos. (Se



entendiendo por sistema de armaduras, el conjunto de cables correspondientes a los distintos tramos).

Como se vé, el problema es análogo al que se plantea en las vigas continuas, cuyo estudio se acaba de realizar. Entre ambos casos, sin embargo, existen ciertas diferencias.

Las reacciones producidas por las cargas exteriores, no son necesariamente verticales, como antes ocurría, sino que pueden tener una dirección cualquiera. Por lo tanto darán origen a una componente horizontal que producirá una compresión (o tracción) que deberá ser tenida en cuenta al determinar el esfuerzo de pretensado y la zona límite.

Si una sección dada, bajo las condiciones extremas de carga, se encuentra sometida a los momentos  $M_1$  y  $M_2$ , las reacciones creadas por las cargas exteriores dan lugar a los esfuerzos de compresión  $N_1$  y  $N_2$ , la tensión de la armadura podrá ser inferior a la necesaria en el caso de que dichas compresiones no existiesen, y la zona límite será más ancha.

Los cálculos, en general, no ofrecerán nuevas dificultades. Por ello, no se considera necesario insistir sobre ellos. Bastará indicar que subsiste la llamada zona límite dentro de la cual debe encontrarse la armadura auto-estática.

Uno de los procedimientos que permiten obtener un trazado auto-estático de los alambres, consiste en colocarlos en cada tramo de tal forma que los giros que en los extremos de dicho tramo, considerado como independiente, produciría la aplicación del esfuerzo de pretensado, sean nulos.

Así por ejemplo, en un pórtico empotrado o simplemente apoyado (Fig. 19), los soportes pueden pretensarse mediante





cables centrales que no producirán giros en los extremos; y el dintel, mediante alambres dispuestos con una excentricidad  $e$  tal, respecto al eje neutro, que se satisfagan las condiciones de doble empotramiento, o sea, que se verifiquen las ecuaciones (1) y (2) anteriormente mencionadas:

$$\int \frac{e \, dx}{I} = 0 \qquad \int \frac{e \, x \, dx}{I} = 0$$

Cuando el eje neutro de la viga es curvo, puede darse a la armadura un trazado rectilíneo, colocándola según la horizontal que pasa por el centro elástico de la viga. Esta solución, si bien muy sencilla, no es la más económica ya que el pretensado central de los soportes no es la mejor manera de utilizar las posibilidades del pretensado puesto que no da lugar a momento alguno capaz de contrarrestar los originados por las cargas exteriores.

Resulta preferible hacer que la armadura coincida con el funicular de cargas no equilibradas. Así por ejemplo, si el pórtico está sometido a una sobrecarga uniforme, se puede tomar como sistema de cargas no equilibradas, al constituido por una serie de cargas " $q$ ", uniformes, dirigidas hacia arriba. Para trazar el funicular se determinan las fuerzas  $F$  del dintel y  $F'$  en los soportes, y se coloca la armadura en estos elementos dándole en cada sección una excentricidad  $e$  tal que  $e = \frac{M_q}{F}$  siendo  $M_q$  el momento producido por las cargas " $q$ " en el pórtico, y tomando para  $F$  el valor  $F$  ó  $F'$  según se trate del dintel o de los soportes (Fig. 20). Puede comprobarse fácilmente que la armadura así dispuesta constituye un sistema auto-estático. El cable  $F'$  será recto y pasará por el punto de momento nulo para



cargas uniformemente repartidas. Conocidos los momentos  $F'e'_e$  y  $F'e_e$  (siendo  $e'_e$  y  $e_e$  las excentricidades respectivas en el ángulo del pórtico) es evidente que la componente horizontal de  $F'$  en el punto A, ha de ser igual a la presión  $Q$  ejercida por las cargas " $q$ ". Y no habrá traslación hiperestática de la línea  $F'$  de presiones, ya que se puede considerar que el dintel y los soportes se encuentran sometidos a una compresión central  $F''$  (o  $F'$ ) y a un momento  $F'e$  (o  $F'e'$ ) igual al  $M_q$ . Como los momentos  $M_q$  satisfacen las condiciones de apoyo, no hay necesidad de introducir nuevas reacciones complementarias y por consiguiente el sistema será auto-estático. Si " $p$ " y " $s$ " son, respectivamente, la sobrecarga permanente y la accidental que actúan sobre el pórtico, el valor más favorable de " $q$ ", es:  $q = -(p + \frac{s}{2})$ . Los valores de  $F$  y  $F'$ , deben entonces escogerse de tal forma que las líneas de presiones que resulten, considerando también los esfuerzos de pretensado, tanto para la pieza cargada como descargada, caigan siempre dentro del núcleo central de la sección, o de la zona límite si la tensión mínima que actúa sobre el elemento puede llegar a anularse. Para determinar  $F'$ , naturalmente, es necesario tener en cuenta la acción de las presiones  $Q_p$  y  $Q_s$  producidas por las cargas " $p$ " y " $s$ ".

Esta solución es análoga a la adoptada por Mr. M. A. Goldstein, en el puente para peatones construido en Oxford.

La trayectoria de los alambres, como ya se ha indicado, puede modificarse mediante transformaciones lineales. Por ejemplo, en un pórtico articulado, la armadura del dintel puede trasladarse, paralelamente a sí misma, lo que equivale a introducir un momento constante  $F.u$  en la viga, siendo  $u$  la magnitud de dicha traslación. Esto dará lugar a la aparición de una



presión  $Q$  que podrá ser compensada mediante el conveniente giro de la armadura del soporte alrededor de su anclaje inferior. La variación producida por este giro en el valor de la componente horizontal  $F'$ , deberá ser igual a  $-Q$ .

Es necesario señalar que no siempre resulta ventajoso utilizar para las armaduras trayectorias auto-estáticas. En ciertas ocasiones conviene aprovechar el pretensado para introducir en la estructura, deliberadamente, determinadas reacciones hiperestáticas.

En efecto si una vez encontrada una trayectoria auto-estática, se traslada el cable, se originará una compresión  $Q_0$  que puede ser aprovechada. Si se pretende que, bajo carga, se alcancen las tensiones límites en los ángulos del pórtico y en el centro de la viga, y se da la posición del cable en estas secciones, existen entonces dos condiciones que definen  $F$  y  $Q_0$  pudiéndose deducir el trazado que debe darse a la armadura para obtener  $Q_0$ , trazado que, en general, no coincidirá con el previamente supuesto.

Sea un pórtico articulado (Fig. 21) en el cual la armadura del dintel está colocada de tal forma que en los puntos A (ángulo) y B (centro de la viga) las excentricidades sean las máximas posibles. Se supone que el peso propio de la viga basta para conseguir que, en tales condiciones, no existan tracciones en la viga.

Si se considera que los apoyos del pórtico pueden deslizarse libremente en dirección horizontal, entonces el pórtico será estáticamente determinado y, por lo tanto, la armadura citada auto-estática. Supóngase que la línea de presiones resultante





(considerando la carga total  $S$ , el empuje producido por esta carga, y el empuje  $Q_e$  originado por el pretensado) pasa por los puntos  $A_1, B_1, A_1$ , estando los puntos  $A_1$  situados en el bordo inferior del núcleo central y el  $B_1$  en el borde superior.

Las distancias  $AA_1$  y  $BB_1$ , se calculan a partir de los momentos producidos por las cargas exteriores y el empuje  $Q_e$ , y son perfectamente conocidas.

Si  $\mu$  es el momento en la viga estáticamente determinada (obtenida al permitir el libre deslizamiento de los apoyos del pórtico),  $h$  la ordenada del eje de la viga respecto al plano de unión con los montantes y  $Q_e$  el esfuerzo normal producido por las cargas exteriores, el momento, en una sección cualquiera de la viga, será:  $M = \mu - (Q_e + Q_o)h$  y se puede suponer que la viga está sometida, a una compresión  $F$  coincidente con el cable de la armadura, a una compresión  $Q_e + Q_o$  a lo largo de su eje, y a un momento  $M$ .

Bajo la acción de estas fuerzas, la línea de presiones se modificará. El punto de aplicación de  $F$ , pasará de  $A$  a  $A_1$  y el de los esfuerzos normales  $Q_e + Q_o$ , de  $G$  a  $A_1$ , siendo  $G$  el centro de gravedad de la sección correspondiente a  $A$ . Análogamente ocurrirá respecto a  $B$ .

En  $A$ , el momento valdrá:  $M = -(Q_e + Q_o)h$

En  $B$ , el momento valdrá:  $M = \frac{S \cdot l^2}{8} - (Q_e + Q_o)h$

Por consiguiente:

$$-(Q_e + Q_o)h = -F \cdot \overline{AA_1} - (Q_e + Q_o) \overline{GA_1} \quad (1)$$

$$y \quad \frac{S \cdot l^2}{8} - (Q_e + Q_o)h = F \cdot \overline{BB_1} + (Q_e + Q_o) \overline{GB_1} \quad (2)$$





De estas dos ecuaciones se deducen las dos incógnitas  $Q_0$  y  $F$ .

Si  $\overline{AA_1} = \overline{BB_1}$ , entonces  $\overline{GA_1} = -\overline{GB_1}$ , y de las ecuaciones (1) y (2) se deduce:

$$F = \frac{5 \cdot l^2}{16 \overline{AA_1}} \quad (Q_0 + Q_0)(h - \overline{GA_1}) = \frac{5 \cdot l^2}{16}$$

Conocidas  $F$  y  $Q_0$ , queda definida la trayectoria del cable. Si "e" es la excentricidad de la armadura respecto al eje de la viga, el esfuerzo normal producido por el momento  $F$  e es igual a  $Q_0$ ; y si  $z$  es la abscisa de un punto genérico de la pieza respecto al extremo,

$$Q \int \frac{z^2 ds}{I} = \int \frac{F \cdot e \cdot z \cdot ds}{I}$$

extendiéndose la primer integral a todo el pórtico y la segunda, únicamente a la viga.

Esta teoría, fué aplicada por el profesor Castelli Guidi a la construcción de un pórtico de 30 m. de luz.

Coacciones aplicadas a los apoyos.- Cuando en los apoyos de la estructura existe empotramiento, ésta no podrá deformarse libremente en dirección paralela a la del esfuerzo del pretensado y entonces, la coacción ejercida por el empotramiento, es de la mayor importancia, especialmente si se trata de un pórtico. El pretensado dará lugar a un acortamiento de la viga. Si los apoyos pudieran deslizarse libremente, se trasladarían a  $A_1 A_1$  (Fig. 22). Para volverlos a  $AA$ , será necesario que flecten los montantes; en la unión de la viga con los soportes aparecerá una fuerza  $Q$ , que disminuirá el esfuerzo de pretensado y dará lugar a la aparición sobre la viga de un nuevo momento -



flector que pueda ser compensado trasladando la armadura de esta pieza paralelamente a sí misma.

En el caso de pórticos empotrados, si los apoyos son rígidos, puede ocurrir que llegue a ser imposible tal compensación y, por consiguiente, el propio pretensado ya que para que la viga se acorte sería preciso que los montantes flectasen en una altura muy pequeña. En tales circunstancias puede ser entonces necesario disponer una articulación provisional.

Estructuras múltiplemente hiperestáticas.- El problema de las estructuras de edificios de varios pisos, no ha sido todavía estudiado, que sepa el autor. Parece que podría ser resuelto aplicando a cada tramo (tanto de viga como de soporte) considerado como independiente, un pretensado tal que no dé lugar a giros en los apoyos. Esto podría conseguirse, bien por el procedimiento antes indicado o disponiendo cables curvados, con anclajes independientes en los extremos de cada uno de los tramos. En general, resultará más conveniente construir los soportes de hormigón armado, sin pretensar.

El problema que plantea el acortamiento que se produce en las vigas al realizar el pretensado, debe, desde luego, ser eliminado y para ello quizás resulte conveniente recurrir al empleo de articulaciones provisionales.

Sistemas inicialmente estáticos pero que una vez construidos funcionan como hiperestáticos.- Tales sistemas han sido ya mencionados al tratar de aquellos casos en que se disponen articulaciones provisionales en la cabeza o en la base de los soportes. La (Fig. 23) representa una de estas disposiciones.



Una viga continua de tres tramos, puede construirse colocando en los laterales vigas cantilever que avanzan en ménsulas sobre el tramo central y haciendo que la viga de éste descansa en los voladizos; cada elemento se pretensa primero independientemente, con armaduras propias y una vez completa la estructura se pasan otros cables continuos, de un extremo a otro de la viga, y se les da el pretensado definitivo, resultando un conjunto hiperestático (Fig. 24). Este procedimiento, se empleo en la construcción del puente de la Escuela Veterinaria de Toulouse y de otro puente sobre el Amstell en Amsterdam.

También se pueden construir vigas de varios tramos, disponiendo juntas en las proximidades de los puntos en los que se hacen cero los momentos flectores; (Fig. 25). Este método se utilizó en el puente de Joazeiro, en Brasil.

En algunos casos no es necesario convertir la estructura en totalmente estática, sino que basta con reducir su grado de hiperestatismo. Por ejemplo, un pórtico empotrado puede construirse como articulado. Una vez tesa la armadura ya no es necesario mantener las articulaciones, por lo cual, se pueden fijar. De esta manera, el coeficiente de rigidez de los soportes resulta dividido por el factor 4.

Análogamente, la estructura de un edificio puede construirse dejando juntas provisionales en la base de los soportes (cuando el problema surge como consecuencia de la superposición de pórticos) o en la cabeza y en la base (si la estructura se proyecta como una serie de vigas continuas apoyadas sobre soportes).

Esta disposición facilita, tanto la construcción de la obra como el cálculo del proyecto y de ella podrían darse nu





merosos ejemplos.

Es necesario, sin embargo, determinar previamente en qué puntos resulta más conveniente colocar las juntas. En principio parece que deben situarse cerca de las secciones en las cuales, bajo carga permanente, el momento flector es nulo. De esta manera, no se producirán variaciones en el estado elástico de la estructura bajo carga permanente. Además, estas secciones, en general, se encuentran próximas a aquellas en las que la variación de momentos, bajo carga, es mínima y, por consiguiente, la armadura continua necesaria en dichas secciones, será también la mínima. Finalmente, en ellas los momentos máximos y mínimos bajo carga, son, en general, de signo contrario y de la misma magnitud aproximadamente, y, por lo tanto, podrá aplicarse un pretensado central con los cables continuos.

Desgraciadamente, no siempre es posible disponer las juntas en estas secciones de mínima variación de momentos. En los edificios, por ejemplo, es casi siempre necesario colocar las encima de los soportes. En estas zonas, el momento es máximo y por lo tanto existirán suplementos de armadura. Además, cuando la estructura se encuentra sometida exclusivamente a su propio peso, las ventajas del hiperestatismo desaparecen, ya que las vigas han de soportar la totalidad de su peso en el tramo. Estas dificultades, pueden ser relativamente poco importantes desde el punto de vista del conjunto de la estructura.

Ajuste de las reacciones.— Otro método, totalmente distinto de los hasta ahora estudiados, consiste en modificar las reacciones, mediante el empleo de gatos. En realidad, constituye también un procedimiento de pretensado, que se realiza



con el auxilio de apoyos externos a la estructura.

Como ejemplo de aplicación de este sistema, pueden citarse los puentes sobre el Marne, en Francia, en los cuales se colocaron gatos planos entre los extremos del frente y los estrados, obteniéndose de esta forma el empuje necesario.

En las vigas continuas, pueden originarse reacciones verticales de magnitud conocida, que modifiquen el estado inicial de tensiones en la pieza. De esta manera no es necesario recurrir a las armaduras auto-estáticas.

En cualquier caso, resulta de la mayor importancia fijar los límites del campo de aplicación de los distintos procedimientos. Sea, por ejemplo, una viga de dos tramos, de luz  $\ell$  sometida a una carga permanente, uniforme, de magnitud  $p$  por unidad de longitud, y a una sobrecarga, también uniforme, de valor  $s$  por unidad de longitud.

Las condiciones más favorables se obtendrán creando sobre el apoyo central, bajo carga permanente, un determinado momento  $M_1$  (Fig. 26). Para ello, será necesario introducir una reacción  $R$ , distinta de la  $R_0$  que normalmente se originaría.  $R_0$ , ha de ser igual a la reacción producida por el peso propio de la pieza,  $\frac{5}{4} p \ell$  más la originada por la trayectoria auto-estática de la armadura.

Entonces, se presenta una nueva dificultad. El valor de esta reacción sólo podrá obtenerse modificando el nivel del apoyo central en la magnitud correspondiente a la fuerza  $R - R_0$ . Pero además, esta diferencia de nivel debe mantenerse a lo largo del tiempo. Si una vez conseguido el ajuste inicial de la



reacción se fija el gato, las posteriores deformaciones cambiarán el nivel del apoyo y por lo tanto, el valor de la reacción. Para que dicho valor se conserve permanentemente, es necesario tener en cuenta la deformación que la aplicación constante de la fuerza  $R - R_0$ , producirá en la viga después de cierto tiempo, deformación que será del orden de tres veces la instantánea. Así, si solamente se realiza el ajuste inicial de la reacción, la complementaria, que en el momento de la corrección valdrá  $R - R_0$ , al cabo de cierto tiempo habrá descendido al tercio de dicho valor.

Por consiguiente, con el fin de lograr el resultado propuesto, será necesario, o bien aumentar el cambio inicial de nivel, lo cual puede ser peligroso, o bien mantener el gato durante cierto tiempo (un año por lo menos), o bien repetir la corrección de vez en cuando.

Otro ejemplo de estado inicial de tensiones creado con el auxilio de gatos y cables, es el del puente Nimy-Blaton, que actualmente se construye en Bélgica. Este puente tiene 57 m de luz y se prolonga en voladizo por fuera de los estribos. El empuje se crea mediante gatos alineados con los apoyos (Fig. 7) y en los extremos de cada uno de los voladizos se sujeta un cable. De esta manera se consigue un momento de empotramiento de magnitud conocida. La línea de acción del cable y la del gato, pasan por el centro de gravedad del estribo y la base de éste se dispone perpendicularmente a la dirección de la resultante. Este procedimiento, permite conocer con exactitud el valor de la presión en el plano de la base de los estribos.

— — — — —





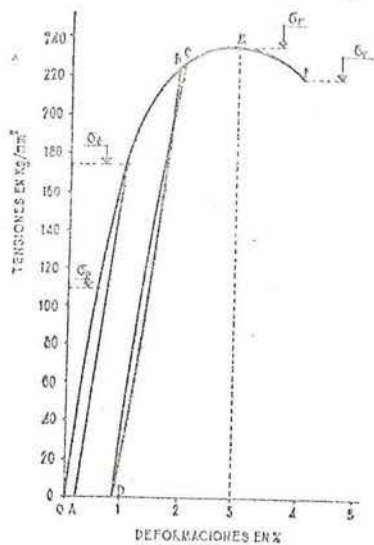


Fig. 1

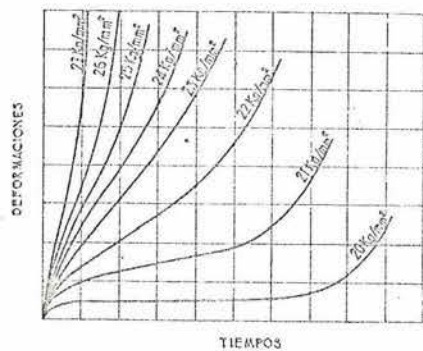


Fig. 2

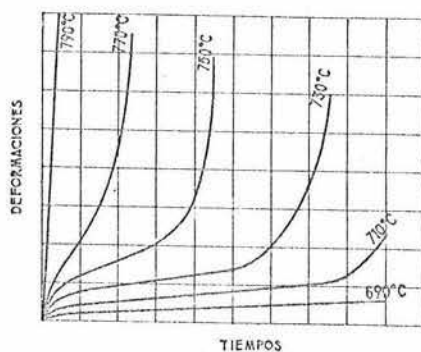


Fig. 3

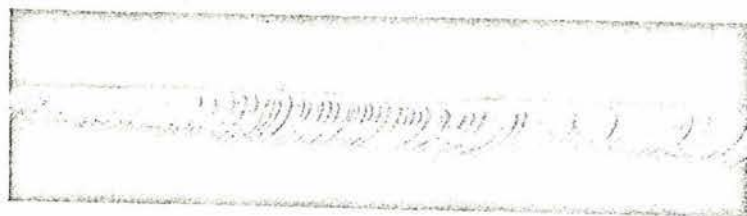


Fig. 7

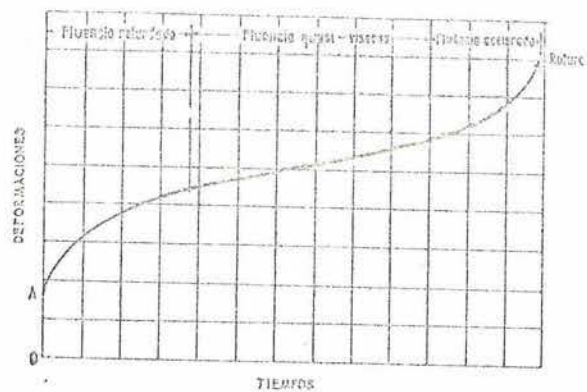


Fig. 4

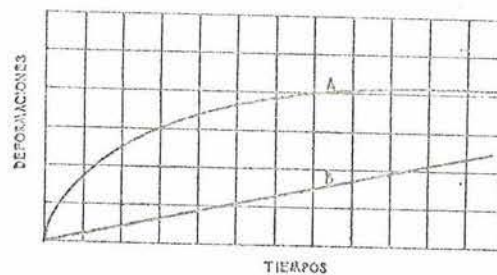


Fig. 5

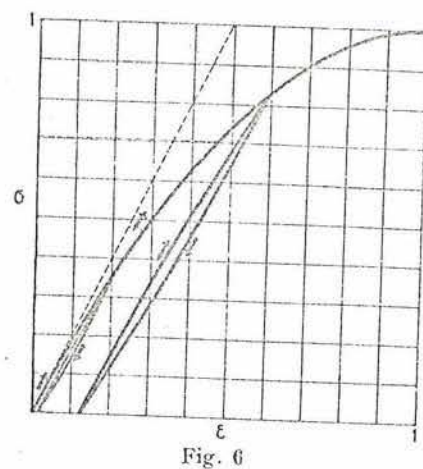


Fig. 6



Fig. 8



Fig. 11

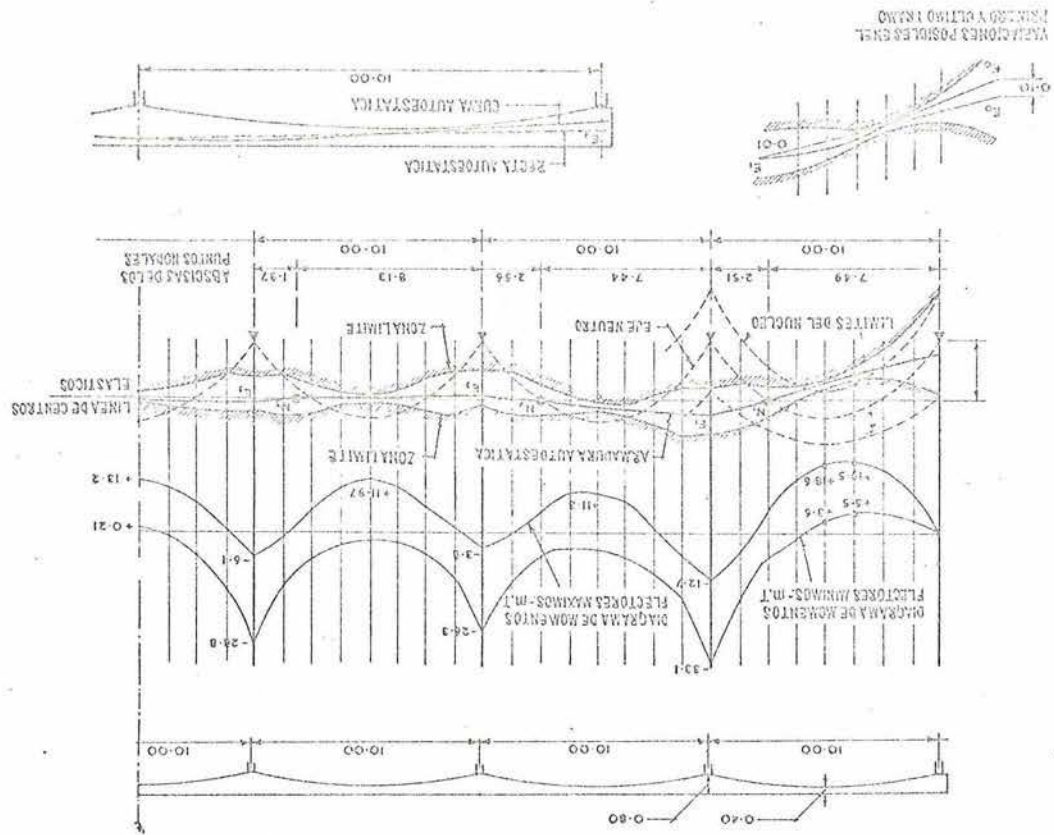


Fig. 10.

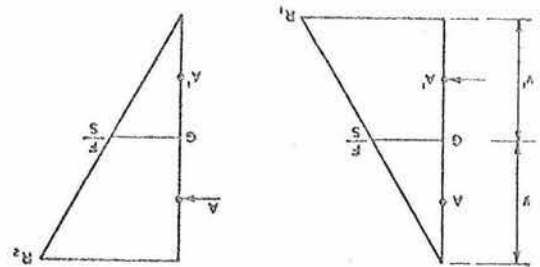


Fig. 9.

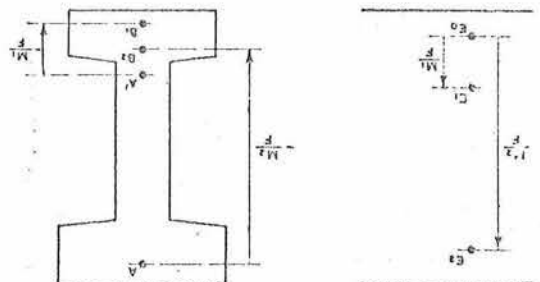


Fig. 12.

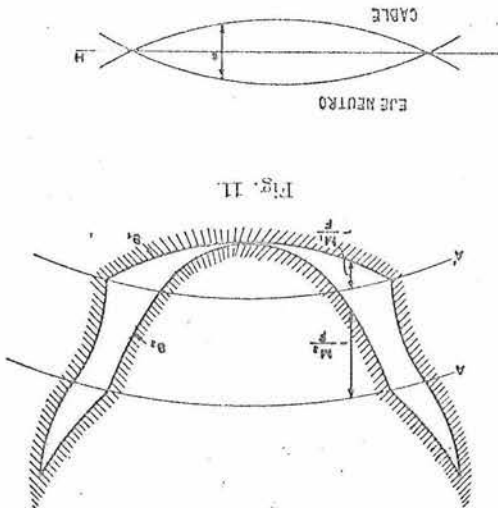
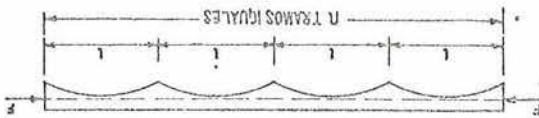


Fig. 13.



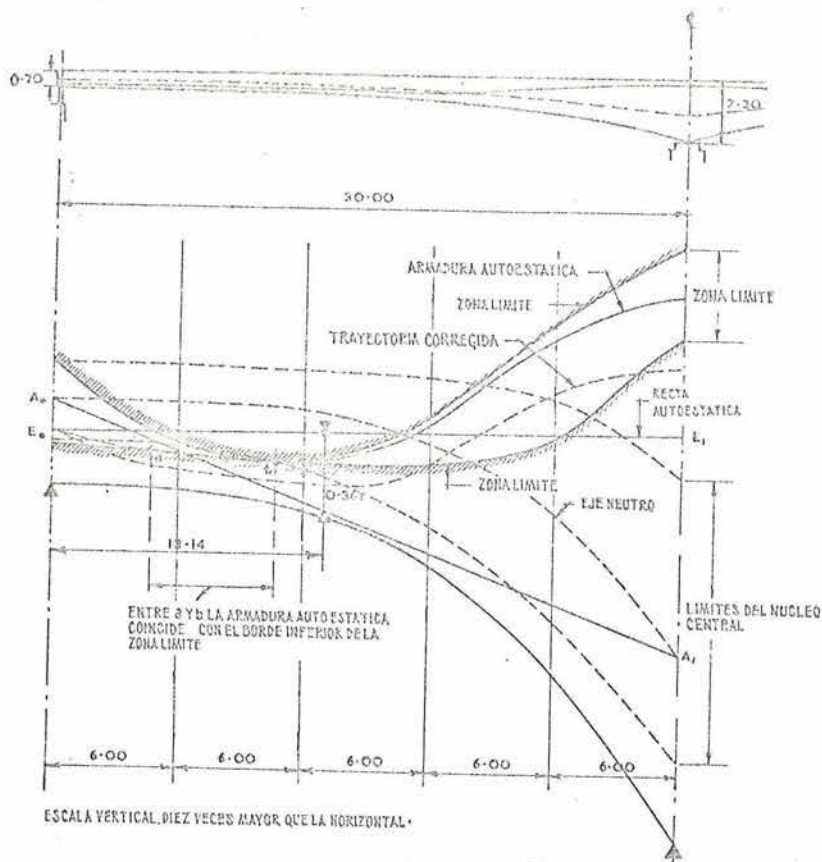


Fig. 15

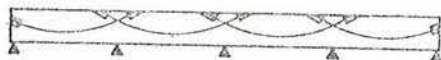


Fig. 10

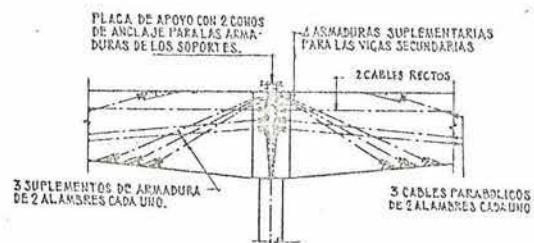


Fig. 17.

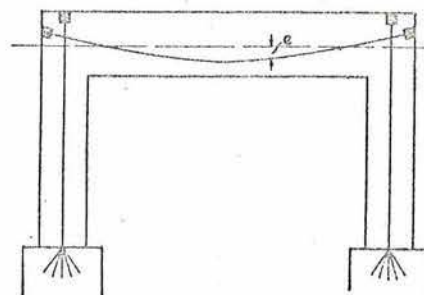


Fig. 19.

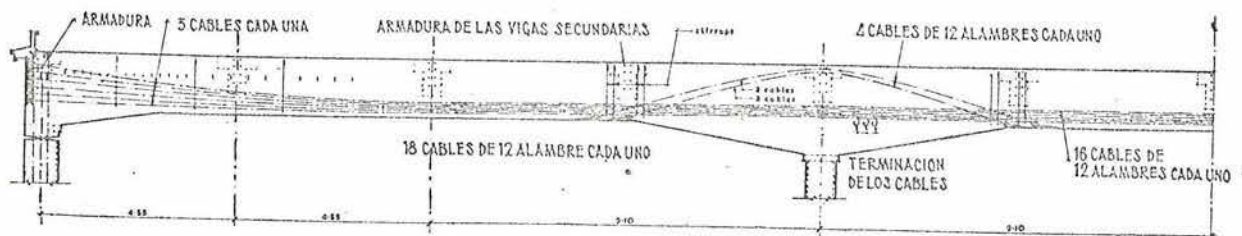


Fig. 18.

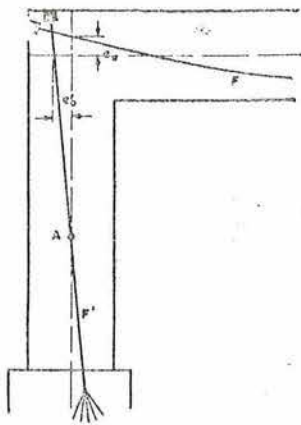


Fig. 20.

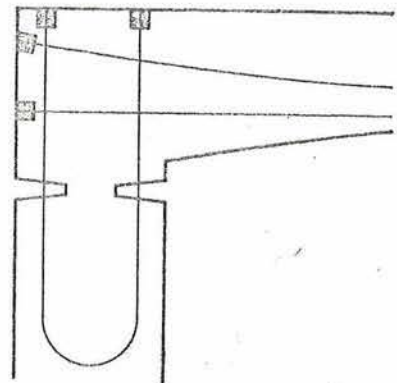


Fig. 23.

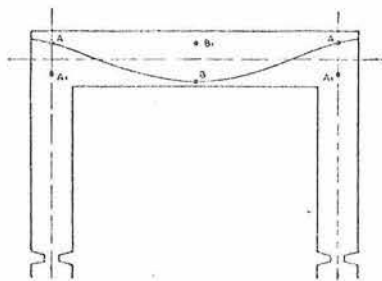


Fig. 21.



Fig. 24.



Fig. 25.

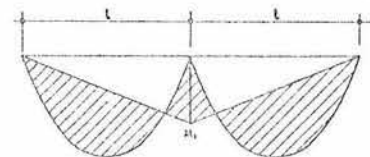


Fig. 26.



Fig. 22.



Fig. 27.

