ASOCIACION
TECNICA ESPAÑOLA
DEL PRETENSADO

INSTITUTO
EDUARDO TORROJA
DE LA CONSTRUCCION
Y DEL CEMENTO

COSTILLARES - CHAMARTIN
MADRID - 33

HORMIGON y acero

Nº 118

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Miembros protectores de la Asociación Técnica Española del Pretensado

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de **"Miembro Protector"**, a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de **"Miembro Protector"** los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

AGRUPACION FABRICANTES DE CEMENTO DE ESPAÑA.—Velázquez, 23. Madrid-1.
AGUSTI, S. A.—Carretera de Barcelona, 36. Gerona.
ALVI, S. A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).—Marina Moreno, 31. Zaragoza.
ARPING, ESTUDIO TECNICO.—Avda. del Generalísimo, 51 drcha. Madrid-16.
CAMARA, S. A.—Paseo San Vicente, 4. Valladolid.
CAMINOS Y PUERTOS, S. A.—J. Lázaro Galdiano, 4. Madrid-16.
CANTERAS Y AGLOMERADOS, S. A. (CYASA-PPB).—Pintor Fortuny, 3. Barcelona-1.
CARLOS FERNANDEZ CASADO, S. A.—Grijalba, 9. Madrid-6.
CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE O. P.—Alfonso XII, 3. Madrid-7.
CENTRO DE TRABAJOS TECNICOS, S. L.—Consejo de Ciento, 304. Barcelona-7.
CIMENTACIONES ESPECIALES, S. A.—Avda. del Generalísimo, 20. Madrid-16.
COMPAÑIA AUXILIAR DE LA EDIFICACION, S. A.—Monte Esquinza, 30. Madrid-4.
DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S. A.—Alameda de Osuna, 50. Madrid-22.
ELABORADOS METALICOS, S. A. (EMESA).—Apartado 553. La Coruña.
ENTRECANALES Y TAVORA, S. A.—Juan de Mena, 8. Madrid-14.
ESTRUCTURAS Y GEOTECNIA BAUER, S. A.—Pintor Juan Gris, 5. Madrid-20.
E.T.S. INGENIEROS DE CAMINOS.—Jorge Girona Salgado, 31. Barcelona-17.
EUROPEA DE INYECCIONES, S. A. (EURINSA).—López de Hoyos, 13. Madrid-6.
FOMENTO DE OBRAS Y CONSTRUCCIONES, S. A.—Balmes, 36. Barcelona-7.
FORJADOS DOMO.—Hermosilla, 64. Madrid-1.
FREYSSINET, S. A.—General Perón, 20. Madrid-20.
HEREDIA Y MORENO, S. A.—Princesa, 3, plantas 8 y 9. Madrid-8.
HIDROELECTRICA DE CATALUÑA, S. A.—Archs, 10. Barcelona-2.
HIFORCEM.—Apartado 41. Sevilla.
IBERING, S. A.—Plaza Gala Placidia, 5-7. Barcelona-6.
INDUSTRIAS GALYCAS, S. A.—Portal de Gamarra, 46. Vitoria.
INGENIERO JEFE DE LA SECCION DE ESTRUCTURAS Y TUNELES.— Ministerio de Obras Públicas. Dirección General de Carreteras. Madrid-3.
INTECSA.—Condesa Venadito, 1. Madrid-26.
INTEMAC, S. A.—Monte Esquinza, 30. Madrid-4.
JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA.—Zurbano, 41, 2.º izqda. Madrid-10.
LABORATORIO CENTRAL DE ENSAYO DE MATERIALES DE CONSTRUCCION.— Alfonso XII, 3. Madrid-7.
MEDITERRANEA DE PREFABRICADOS, S. A.—Apartado 34. Benicarló (Castellón).
NUEVA MONTAÑA QUIJANO, S. A.—Paseo de Pereda, 32. Santander.
PACADAR, S. A.—Castelló, 48. Madrid-1.
PRELOAD SISTEMAS, S. A.—Avenida del Generalísimo, 30. Madrid-16.
PRENSOLAND, S. A.—Calle Industria, s/n. San Martín de Centellas (Barcelona).
PROCEDIMIENTOS BARREDO.—Raimundo Fernández Villaverde, 45. Madrid-3.
S. A. E. BBR.—Rosellón, 229. Barcelona-8.
S. A. ECHEVARRIA.—Apartado 46. Bilbao-8.
SICOP, S. A.—Princesa, 24. Madrid-8.
SOCIEDAD GENERAL DE OBRAS Y CONSTRUCCIONES, S. A.—Velázquez, 150, 4.º, Madrid-2.
TECNICAS DEL PRETENSADO, S. A. (TECPRESA).—Velázquez, 105. Madrid-6.
TRENZAS Y CABLES DE ACERO, S. A.—Monturiol, 5. Santa María de Barbará (Barcelona).
VICENTE PEIRO FAYOS.—Quintana, 26. Madrid-8.

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las Empresas citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS · BIBLIOTECA INSTITUTO EDUARDO TORROJA

hormigón y acero

n. 118

1.er trimestre 1976

asociación técnica española del pretensado

CUOTA ANUAL	ESPAÑA	EXTRANJERO
	Pesetas	Dólares
Miembros protectores	5.000	100,—
Miembros colectivos	2.000	40,—
Miembro personal, no adherido al I. E. T. c. c.	600	12,—
Miembro personal, adherido al I. E. T. c. c.	300	6,—

Ni la Asociación ni el Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, se hacen responsables del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocinen su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma

INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO — COSTILLARES — CHAMARTIN — MADRID - 33

Depósito Legal: M. 853 - 1958
Tipografía Artística - Madrid

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

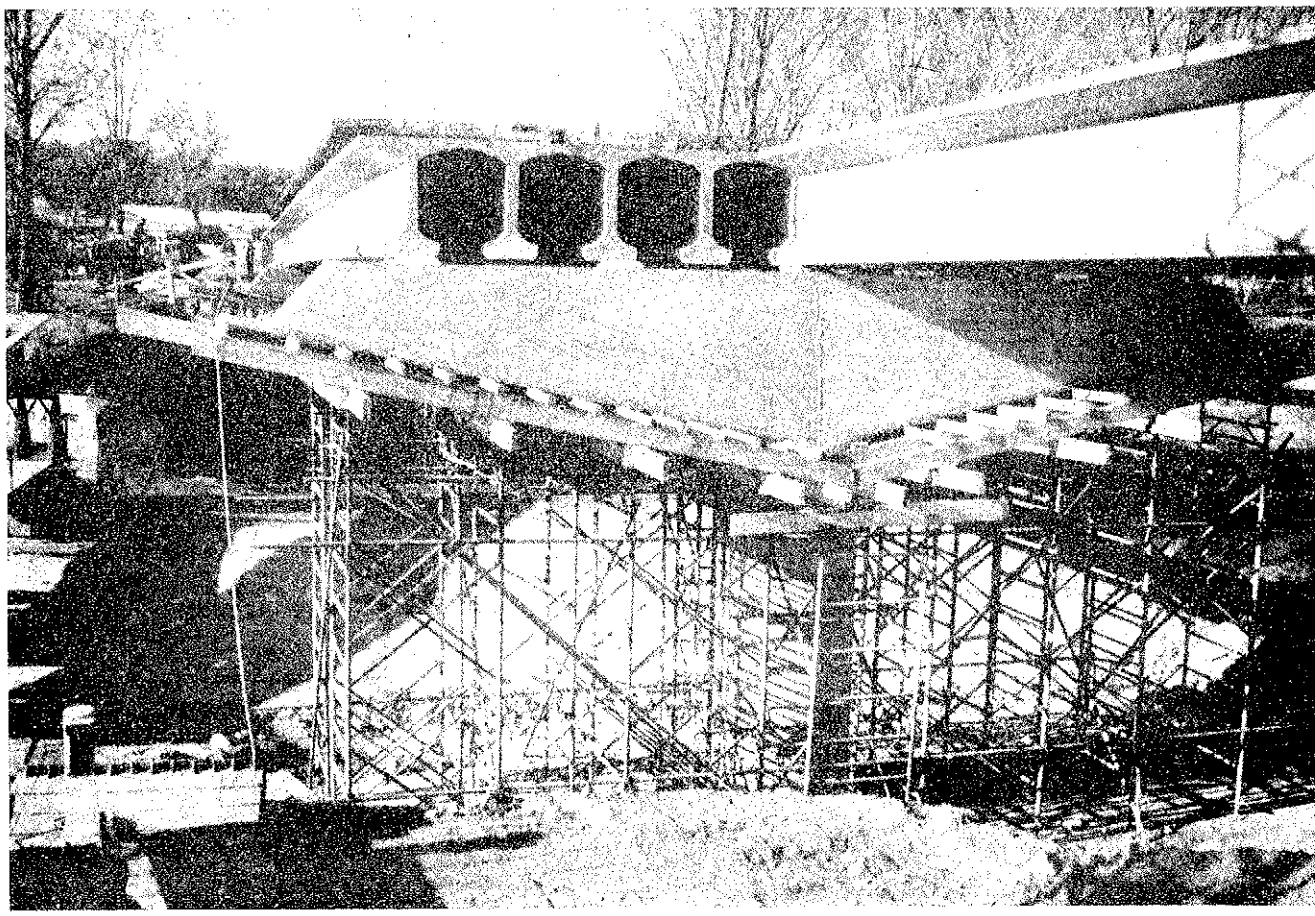
PREFABRICACION LIGERA Y PESADA

ALVISA

PREFABRICADOS ALBAJAR

PUENTES - NAVES INDUSTRIALES - FORJADOS

BÓVEDILLAS - LADRILLOS - TEJAS - TUBOS DRENAJE



FABRICAS:

HUESCA: Paseo Lucas Mallada, s/n. - Teléfono 22 39 00 (cinco líneas). (Casa central.)
TORREJON DE ARDOZ (Madrid): Carretera de Torrejón a Loeches, Km 4,200 - Teléfono 675 04 50.
MONZON: Carretera de Lérida - Teléfono 40 07 80.
GRAÑEN: Carretera de Huesca - Teléfono 27.
MADRID: Carretera de Toledo, Km 7,300 - Teléfono 695 25 68.
ZARAGOZA: Avda. de Marina Moreno, 31 - Teléfonos 23 75 02-3. (Comercial zona norte.)
MADRID: General Yagüe, 8, 3.º B - Teléfono 455 27 82. (Comercial zona centro.)

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

hormigón y acero n. 118

índice

Páginas

Resumen de las actividades de la Asociación Técnica Española del Pretensado durante el año 1975 9

Résumé des activités de l'Association Technique Espagnole de la Précontrainte, au cours de 1975.

Summary of the A.T.E.P. activities.

R. Piñeiro.

591 - 2 - 88 ***Algunos problemas actuales en puentes ferroviarios*** 27

Quelques problèmes actuels aux ponts ferroviaires.

Some problems of current interest with regard to railway bridges.

Jupp Grote.

591 - 2 - 89 ***Tres puentes de ferrocarril de hormigón pretensado*** 41

Trois ponts en béton armé de chemin de fer.

Three reinforced concrete railway bridges.

Javier Manterola Armisén.

591 - 2 - 90 ***Puente de Andarax*** 53

Pont d'Andarax.

The bridge at Andarax.

Rafael Chueca.

591 - 2 - 91 ***Aplicación de las vigas Preflex a los puentes de ferrocarril.*** 59

Application des poutres Preflex aux ponts de chemin de fer.

Application of Preflex beams in railway bridges.

Carlos Alvarez Penalva.

457 - 9 - 25 ***Relación entre los conceptos de durabilidad y seguridad*** .. 71

Relation entre les concepts de durabilité et de sécurité.

Relation between the durability and security concepts.

F. Levi.

Comité de Redacción de la Revista Hormigón y Acero

AROCA, Ricardo
BARREDO, Carlos
CUVILLO, Ramón
FERNANDEZ TROYANO, Leonardo
FERNANDEZ VILLALTA, Manuel
JODAR, Juan
MANTEROLA, Javier
MARTINEZ SANTONJA, Antonio
MONEO, Mariano
MORENO TORRES, Juan
PIÑEIRO, Rafael
ROMERO, Rafael

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Páginas

457 - 9 - 26 ***Reglamentaciones nacionales e internacionales en relación con la durabilidad y la seguridad*** **83**

Reglamentations nationales et internationales en rélation avec la durabilité et la sécurité.

National and international standards related to durability and security.

M. R. Lacroix.

591 - 1 - 20 ***Cubiertas colgantes en rueda de bicicleta*** **89**

Toitures suspendues en roue de biciclette.

Bicycle wheel style suspended roofs.

Victor L. Gill.

591 - 2 - 92 ***Puente construido por empuje del tablero: el viaducto Val Restel*** **99**

Pont construit par avancement en porte-à-faux; le viaduc Val Restel.

Bridge constructed by forward thrusting of deck slab: the Val Restel viaduct.

Bruno Giovannini.

591 - 2 - 93 ***Losa ortótropa circular*** **111**

Dalle orthotrope circulaire.

Circular orthothropic slab.

A. Samartin y *E. Castillo.*

591 - 6 - 6 ***Análisis no lineal de estructuras de barras y de láminas de revolución*** **131**

Analyse non linéaire de structures de barres et de voiles de révolution.

Non linear analysis of bar structures and revolving plates.

Jesús Ortiz Herrera.

628 - 0 - 34 ***Ductilidad en aceros de pretensado*** **161**

Ductilité dans les aciers de précontrainte.

Ductility in prestressing steels.

M. A. Astiz Suárez, M. Elices Calafat y *V. Sánchez Gálvez.*

PORTADA: ***Viaducto José Antonio. Solución Sur Bilbao.***

Autor del proyecto: D. Mariano Moneo.

Empresa constructora: Caminos y Puertos.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

RELACION DE EMPRESAS QUE, EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO, FIGURAN INSCRITAS EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO, COMO "MIEMBROS COLECTIVOS"

E S P A Ñ A

AEDIUM, S. A. — Basauri (Vizcaya).
AGROMAN, S. A. — Madrid.
AGRUPACION HELMA-BOKA. — Cádiz.
AGRUPACION NACIONAL DE LOS DERIVADOS DEL CEMENTO. — Madrid.
ALBISA, S. A. — Algeciras (Málaga).
ASOCIACION TECNICA DE DERIVADOS DEL CEMENTO. — Barcelona.
ASTILLEROS Y TALLERES DEL NOROESTE, S. A. — El Ferrol del Caudillo.
AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S. A. — Barcelona.
AZMA, S. A. — Madrid.
BRYCSA, S. A. — Cornellá de Llobregat (Barcelona).
BUTSEMS, S. A. — Barcelona.
BUTSEMS, S. A. — Madrid.
CAMARA OFICIAL DE COMERCIO, INDUSTRIA Y NAVEGACION. — Barcelona.
CASA GARGALLO, S. A. — Madrid.
CEMENTOS MOLINS, S. A. — Barcelona.
CENTRO DE ESTUDIOS C.E.A.C. — Barcelona.
CERAMICA RUBIERA. — Gijón (Oviedo).
CIDESA. — CONSTRUCCION INDUSTRIAL DE EDIFICIOS, S. A. — Barcelona.
CIDESA. — CONSTRUCCION INDUSTRIAL DE EDIFICIOS, S. A. — Madrid.
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES. — La Coruña.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CANARIAS. BIBLIOTECA. — Sta. Cruz Tenerife.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CANARIAS. DEPARTAMENTO LABORATORIOS. Santa Cruz de Tenerife.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO. — Bilbao.
COLEGIO OFICIAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. — Málaga.
CONCRET. INDUSTRIA Y TECNICA DE PREFABRICADOS, S. L. — SISTEMAS CUMBRE. Barcelona.
CONSTRUCCIONES BIGAR, S. L. — Aranda de Duero (Burgos).
CONSTRUCCIONES COLOMINA, S. A. — Madrid.
CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S. A. — Madrid.
CONSTRUCCIONES LAGO LOUREIRO. — Vigo (Pontevedra).
CONSTRUCTORA MAXACH, S. A. — Madrid.
COTECOSA. — Bilbao.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

CUBIERTAS Y TEJADOS, S. A. — Barcelona.
CUBIERTAS Y TEJADOS, S. A. — Madrid.
DIREC. GENERAL. FORTIFICACIONES Y OBRAS. — MINIST. DEL EJERCITO. — Madrid.
ELABORADOS DE HORMIGON, S. A. — Burgos.
ELEMENTOS ESTRUCTURALES PREFABRICADOS, S. A. (EEPSA). — Manresa (Barcelona.
EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA. — AUXINI. — Madrid.
EMPRESA BAGANT. — Castellón de la Plana.
ENAGA, S. A. — Madrid.
ESTEBAN ORBEGOZO, S. A. — Zumárraga (Guipúzcoa).
ESTUDIO PREST. — Barcelona.
ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S. A. — Madrid.
E. T. S. DE ARQUITECTURA. — Barcelona.
E. T. S. DE ARQUITECTURA. — Sevilla.
EUROESTUDIOS, S. A. — Madrid.
FABRICADOS PARA LA CONSTRUCCION, S. A. (FACOSA). — Madrid.
FERGO, S. A. DE PRETENSADOS. — Valencia.
FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S. A. — Madrid.
FORJADOS DOL. — Esquivias (Toledo).
FORMO, S. A. — Barcelona.
GABINETE DE ORGANIZACION Y NORMAS TECNICAS. MINISTERIO DE O. P. — Madrid.
GIJON E HIJOS, S. A. — Motril (Granada).
GOMHERSA. — Talavera de la Reina (Toledo).
HERRING. LEVANTE, S. A. — Valencia.
HIDAQUE, S. A. — Granada.
HORMYCER, S. L. — Madrid.
HORSA, S. A. — Viladecáns (Barcelona).
HUARTE Y CIA., S. A. — Madrid.
IBERDUERO, S. A. — Bilbao.
IBERING, S. A. — Barcelona.
INBADELCA, S. A. — Baracaldo (Vizcaya).
INDUSTRIAS DEL CEMENTO. VIGUETAS CASTILLA, S. A. — Sestao (Vizcaya).
INDUSTRIAS VEYGA, S. A. — Tarrasa (Barcelona).
INGENIERIA Y CONSTRUCCIONES SALA AMAT, S. A. — Barcelona.
INSTITUTO NACIONAL DE REFORMA Y DESARROLLO AGRARIO. — Madrid.
JEFATURA PROVINCIAL DE CARRETERAS. — Almería.
JEFATURA PROVINCIAL DE CARRETERAS. — Salamanca.
JEFATURA PROVINCIAL DE CARRETERAS. — Valencia.
3.ª JEFATURA REGIONAL DE CARRETERAS. SERVICIO DE CONSTRUCCION. — Bilbao
5.ª JEFATURA REGIONAL DE CARRETERAS. — Barcelona.
JOSE MARIA ELOSEGUI CONSTRUCCIONES. — San Sebastián.
JULIAN ARUMI, S. L. — Vich (Barcelona).
JUNTA DEL PUERTO DE ALMERIA. — Almería.
JUNTA DEL PUERTO DE PASAJES. — Guipúzcoa.
LA AUXILIAR DE LA CONSTRUCCION. — Santa Cruz de Tenerife.
LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO. — Madrid.
LABORATORIO DEL TRANSPORTE Y MECANICA DEL SUELO. — Madrid
LAING IBERICA, S. A. — Madrid.
LIBRERIA RUBIÑOS. — Madrid.
MAHEMA, S. A. — Granollers (Barcelona).
MATERIALES PRETENSADOS, S. A. MATENSA. — Madrid.
MATERIALES Y TUBOS BONNA, S. A. — Madrid.
MATUBO, S. A. — Madrid.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

MECANOGUMBA, S. A. — Mollet del Vallés (Barcelona).
OFICINA TECNICA JOSE COMESAÑA. — Vigo (Pontevedra).
OTEP INTERNACIONAL, S. A. — Madrid.
PIEZAS MOLDEADAS, S. A. — PIMOSA. — Barcelona.
POSTELECTRICA, S. A. — Palencia.
POSTENSA, S. A. — Bilbao.
PRAINSA. — Zaragoza.
PREBETONG CANARIAS, S. A. — Santa Cruz de Tenerife.
PREFABRICADOS ALAVESES, S. A. — PREASA. — Vitoria.
PREFABRICADOS DE CEMENTO, S. A. — PRECESA. — León.
PREFABRICADOS DE HORMIGON, S. A. — CUPRE-SAPRE. — Valladolid.
PREFABRICADOS MAHER, S. A. — Santa Cruz de Tenerife.
PREFABRICADOS NAVARROS, S. A. — Olazagutia (Navarra).
PREFABRICADOS NOR-THOM, S. A. — Valladolid.
PREFABRICADOS POUSA, S. A. — Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).
PREFABRICADOS STUB (MANRESANA DE CONSTRUCCIONES, S. A.). — Martorell (Barcelona).
PRETENSADOS AEDIUM, S. L. — Pamplona.
PRODUCTOS DERIVADOS DEL CEMENTO, S. A. — Horte (Valladolid).
PROTEC, S. L. — Gijón (Oviedo).
REALIZACIONES Y ESTUDIOS DE INGENIERIA, S. A. — Pinto (Madrid).
RENFE. — Madrid.
RUBIERA MAHER, S. A. — Las Palmas de Gran Ganaria.
RUBIERA PREFLEX, S. A. — Gijón (Oviedo)
S.A.E.M. — Sevilla.
SAINCE. — Madrid.
SEAT. — Barcelona.
SENER, S. A. — Las Arenas (Vizcaya).
SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES. — Barcelona.
SIKA, S. A. — Madrid.
SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA. — Madrid.
SOCIEDAD ANONIMA FERROVIAL. — Madrid.
SOCIEDAD ANONIMA GENERAL DE ASFALTOS Y PORTLAND ASLAND. — Valencia.
SOCIEDAD ANONIMA MATERIALES Y OBRAS. — Valencia.
SOCIEDAD FRANCO - ESPAÑOLA DE ALAMBRES, CABLES Y TRANSPORTES AEREOS. Sociedad Anónima. — Erandio (Bilbao).
SUBDIRECCION GENERAL DE TECNOLOGIA. — Madrid.
SUCO, S. A. — Amposta (Tarragona).
TEJERIAS "LA COVADONGA". — Muriedas de Camargo (Santander).
TENSYLAND, S. A. — Barcelona.
TEPSA. — Tarrasa (Barcelona).
TOSAM, S. L. — Segovia.
TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S. A. — TYPSA. — Madrid.
UNION MADERERA CACEREÑA, S. L. — Cáceres.
VALLEHERMOSO, S. A. — Madrid.
VIAS Y OBRAS PROVINCIALES. — San Sebastián.
VIGAS REMARRO. — Motril (Granada).
VIGUETAS ASTURIAS, S. L. — Oviedo.
VIGUETAS BORONDO. — Madrid.
VIGUETAS FERROLAND, S. A. — Santa Coloma de Gramanet (Barcelona).
VIGUETAS ROSADO, S. A. — Cáceres.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

EXTRANJERO

BIBLIOTECA DE LA FACULTAD DE INGENIERIA. UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES. — Buenos Aires (República Argentina).

B.K.W.Z. "RUCH". — Warszawa (Polonia).

COMPANHIA PORTUGUESA DE ELECTRICIDADE. — D.C.I. — Lisboa-3 (Portugal).

DAVILA & SUAREZ ASSOCIATES. — Río Piedras (Puerto Rico).

ESCUELA DE CONSTRUCCION CIVIL. — Valparaíso (Chile).

FACULTAD DE INGENIERIA. BIBLIOTECA. — Caracas (Venezuela).

FACULTAD DE INGENIERIA. UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA. — Salta (R. Argentina).

GRUPO ARCO. ARQUITECTURA Y CONSULTORIA. — Tegucigalpa D. C. (Honduras).

INSTITUTO TECNOLOGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY. BIBLIOTECA. — Monterrey N.L. (México).

MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS. DIRECCION DE VIALIDAD. DIV. BIBLIOTECA Y PUBLICACIONES. — La Plata (Buenos Aires) (República Argentina).

NATIONAL REFERENCE LIBRARY OF SCIENCE AND AVENTION. — Londres (Inglaterra)

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL ECUADOR. — Quito (Ecuador).

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES. — FACULTAD DE INGENIERIA. — Mérida (Venezuela).

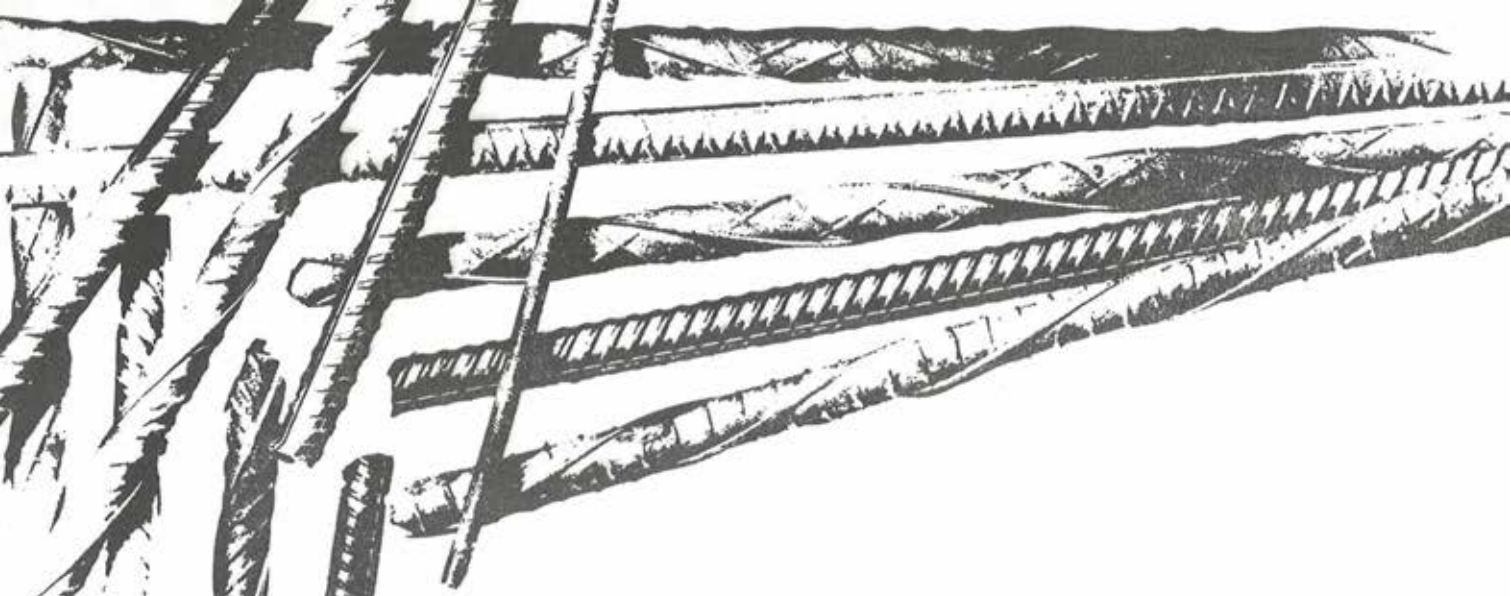
UNIVERSIDAD CATOLICA MADRE Y MAESTRA. — Santiago de los Caballeros (República Dominicana).

UNIVERSIDAD DE CHILE (Departamento de Tecnologías). — Valparaíso (Chile).

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR (Departamento Contrataciones Especiales). — Bahía Blanca (República Argentina).

UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO. BIBLIOTECA. — Mayaguez (Puerto Rico).

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025



I. E. T. c. c.

Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento

UNESID

Unión de Empresas y Entidades Siderúrgicas

CENIM

Centro Nacional de Investigaciones Metalúrgicas

sello de conformidad

IETSID

barras corrugadas

MARCAS EN POSESION DEL SELLO:

- ACEROTOR .....
- ALTRES .....
- EURA .....
- NERSID .....
- REA .....
- TETRACERO .....
- UCIN .....
- VAL .....

(Ver dorso)

Esta ficha informativa se renueva semestralmente

Válida hasta el

1 de julio de 1976.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

sello de conformidad

CIETSID

ORGANIZACION

- Creado por iniciativa de UNESID, con la colaboración del IET cc y CENIM
- Regido por unos Estatutos y una Comisión formada por representantes de diversos Organismos Oficiales, de la Administración y de Fabricantes (*)
- Basado en UNE 36088

CONTROL PERIODICO

Comprueba que:

- la materia prima se encuentra debidamente clasificada
- el proceso de fabricación es adecuado
- los medios de control se ajustan a las especificaciones del Sello (*)

Revisa:

- los gráficos de control
- el archivo de datos de análisis y ensayos

y los contrasta mediante ensayos destructivos y no destructivos del producto acabado, que se efectúan a través de varias inspecciones anuales

GARANTIAS

La garantía individual del producto corresponde al fabricante

El Sello de Conformidad CIETSID garantiza que:

- la fabricación parte de materia prima homogénea
- el fabricante dispone de los medios adecuados de fabricación y control
- la calidad estadística de su producción es adecuada
- el producto se encuentra en posesión del Certificado de Homologación de Adherencia, que es obligatorio según el artículo 9.3 de la Instrucción EH 73

EL SELLO CIETSID EDITA, PERIODICAMENTE, LA LISTA DE FABRICANTES QUE SE BENEFICIAN DEL MISMO

(*) La normativa del Sello, puede consultarse o adquirirse en la Secretaría del Sello:

INSTITUTO EDUARDO TORROJA - Costillares (Chamartín) MADRID 33 Apdo. 19002, Tlfno.: 202 04 40

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

resumen de las actividades de la asociación técnica española del pretensado durante el año 1975

R. PEÑEIRO
Vocal Secretario de la A.T.E.P.

Concluye un nuevo año de actividades de la Asociación Técnica Española del Pretensado; y al hacer el obligado balance del mismo y pasar revista a los principales hechos acontecidos durante los últimos trescientos sesenta y cinco días, nos encontramos, como siempre, con una serie de sucesos positivos que merecen un comentario especial y algunas notas negativas que tampoco debemos silenciar. Pensaréis que es lo lógico y normal; y, efectivamente, esto es lo que suele suceder en toda clase de actividades. Nada tendría de extraño, por lo tanto, si no fuese porque en esta ocasión las tintas se acentúan, y lo gris se hace negro y lo bueno pasa a excepcional.

Realmente, no sabemos por dónde convendría comenzar estos comentarios, si por lo bueno o por lo malo. En la duda, hemos dejado a nuestra mente elegir el camino a su voluntad, e inmediatamente han empezado a surgir imágenes y recuerdos de esa incomensurable humanidad, tan querida de todos, en la que todos nos apoyábamos, la que a todos nos ayudaba y empujaba y que hemos perdido, desgraciadamente, para siempre. Ya os supondréis de quién se trata y a qué nos referimos. Sí amigos. Fernando Cassinello, el que durante los últimos ocho años había sido Presidente de nuestra Asociación, un mal día, el 19 de agosto del pasado año, falleció inesperadamente a consecuencia, como oportunamente se anunció, de unas fiebres tropicales contraídas durante un viaje a Nigeria, que tuvo que realizar por motivos profesionales. La noticia, la terrible noticia, nos ha dejado atónitos a todos. Dada la época en que se produjo el hecho, pocos tuvieron conocimiento del mismo en el momento en que sucedió. Y a medida que se iban enterando, la reacción de todos era la misma. No se lo creían. Y se ponían en contacto con nosotros con la esperanza de que no fuese verdad, de que se tratara de un error. Pero desgraciadamente todo era cierto, no había equivocación. ¡Dios te haya acogido en su seno, Fernando! Te lo deseamos con todo el alma.

Aunque es mucho lo que sobre este tema nos gustaría y podríamos hablar, necesariamente hemos de seguir adelante con nuestro comentario, y no podemos ni debemos detenernos más aquí. Pase lo que pase, el mundo no cesa en su movimiento, la vida continúa y nosotros también tenemos que hacerlo.

Entre las notas positivas que tenemos apuntadas para ser glosadas en este resumen de actividades nos encontramos con una que dice: Septiembre de 1975. El número de miembros de la Asociación es ya superior a mil.

Para algunos quizá este hecho no tenga mayor importancia. Pero para los que desde hace veintisiete años venimos siguiendo, paso a paso, la marcha de la Asociación, ha

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

supuesto una gran satisfacción. Si, hace sólo unos pocos años, alguien hubiese hablado de la posibilidad de alcanzar esta cifra estamos seguros que habría sido tachado de iluso optimista. El que en España, una Asociación como la nuestra, "de carácter estrictamente científico y sin ningún interés de índole comercial", pudiera llegar algún día a contar con más de mil miembros, se consideraba una utopía. Y, sin embargo, el sueño se ha transformado en feliz realidad. Y este indudable éxito, tanto más meritorio cuanto que se ha logrado con una evidente penuria de medios económicos, no es más que el fruto de una continuada y eficaz labor, que si ha podido realizarse ha sido sólo gracias a la desinteresada y valiosa colaboración de todos cuantos componen la Asociación, de todos vosotros, siempre dispuestos a dar más de lo que se os pide, sin regatear esfuerzos.

Por eso, nos satisface tanto poder daros esta noticia, que, estamos seguros, a todos habrá de alegraros. Que el éxito conseguido, éxito que enteramente os corresponde, os sirva de sano estímulo para seguir, como hasta ahora, colaborando sin reservas, con el objeto de que la labor de la A.T.E.P. sea cada día más provechosa para todos, más conocida por todos. Lo que indudablemente habrá de redundar en beneficio de nuestra técnica y, en definitiva, en beneficio del país en general.

Otros dos hechos más, acaecidos en 1975, que estimamos merecen un comentario especial, son la celebración de la VIII Asamblea Técnica Nacional y, coincidiendo con ella, la de la Asamblea General Extraordinaria de Asociados.

Aunque de ambas reuniones se ha dado ya noticia, consideramos que no resulta superfluo dejar aquí constancia de ellas y hacer algunas puntualizaciones.

Por lo que respecta a la VIII Asamblea Técnica Nacional, recordaremos que se celebró durante los días 3 al 8 de noviembre, en Canarias. A ella asistieron más de doscientas personas. Los actos se desarrollaron con arreglo al programa previsto, tanto en lo que se refiere a las nueve sesiones de trabajo que tuvieron lugar en la Escuela Uni-

Sesión de apertura de la VIII Asamblea de la A.T.E.P.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

versitaria de Arquitectura Técnica de la Universidad de La Laguna (Tenerife) como a los diversos actos sociales anunciados y a las reuniones preparadas, en Las Palmas, por el Colegio de Arquitectos y la Dirección de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura locales. Todas las ayudas prometidas por los diferentes organismos, autoridades y empresas, tanto de Tenerife como de Las Palmas, fueron cumplidas a pesar de la delicada situación por la que atravesaba el país durante los días de la asamblea, a consecuencia de la serie de sucesos de gran trascendencia nacional que en aquellas fechas se estaban desarrollando.

Entre las deficiencias observadas cabe señalar el inconveniente que suponía la distancia y escasas comunicaciones entre los hoteles en que estaban alojados los asambleístas y el local donde se celebraban las sesiones de trabajo. Esto originó sensibles molestias a los participantes, y es un hecho que debe tenerse en cuenta para futuras asambleas.

Por otra parte, debido a que la mayoría de las comunicaciones se presentaron totalmente fuera de plazo (de las 42 comunicaciones leídas en la Asamblea sólo siete llegaron antes de finalizar el plazo que se había fijado), el programa definitivo no pudo distribuirse con la conveniente antelación, y no fue posible preparar ponencias generales sobre los temas tratados en las distintas sesiones. Hay que reconocer que éste es un mal endémico en nuestro país, que desde hace tiempo venimos tratando de corregir, pero que lamentablemente se ha repetido en todas las Asambleas que hasta ahora se han celebrado. Sería muy conveniente encontrar la forma de solucionar este problema; aunque estamos convencidos de que no ha de resultar fácil.

A pesar de todo ello, la impresión general recogida es que, para una gran mayoría de los participantes, la Asamblea ha constituido un franco éxito, en todos los aspectos. Se muestran satisfechos de haber podido tomar parte en las reuniones, y estiman que el nivel técnico medio de las comunicaciones presentadas ha sido superior al de las asambleas anteriores, y especialmente interesantes los trabajos correspondientes a los temas I y IV.

Todos los textos de las comunicaciones presentadas serán publicados en un número extraordinario de la Revista Hormigón y Acero de la Asociación, que se espera poder distribuir dentro del primer semestre de 1976.

Y antes de terminar este breve resumen crítico de la Asamblea, recordaremos que, en la sesión de clausura, se entregaron las tres medallas de la A.T.E.P., que de acuerdo con el reglamento al efecto establecido correspondía otorgar en esta ocasión a los siguientes señores citados por orden alfabético: López Jamar, José Antonio; Piñeiro, Rafael, y Torroja, José Antonio.

Aprovechando la concentración de miembros de la A.T.E.P. con motivo de estas reuniones, el día 5 de noviembre se celebró una Asamblea Extraordinaria de Asociados para discutir la conveniencia de solicitar que la Asociación sea declarada de *utilidad pública*. Desde hace tiempo, la Junta de Gobierno venía realizando gestiones para conseguir esta declaración. Puestos en contacto con la Dirección General de Política Interior y Asistencia Social, del Ministerio de la Gobernación, se nos informó que era requisito previo indispensable para la incoacción del oportuno expediente, acreditar que el acuerdo de formular dicha petición había sido adoptado por la Asamblea General de la A.T.E.P., reunida en sesión extraordinaria convocada al efecto, con el voto favorable de las dos terceras partes de los asociados presentes o representados, como mínimo.

Para dar cumplimiento a dicho requisito, se convocó esta reunión, en la cual, después de explicar los derechos y deberes que pueden tener las asociaciones declaradas de utilidad pública, se pidió a los asistentes que expusieran su opinión sobre la forma de llevar a cabo la votación sobre la propuesta formulada por la Junta de Gobierno.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Como quiera que todos los presentes se mostraron conformes con dicha propuesta, se decidió aprobarla por unanimidad, y se encomendó a la Junta de Gobierno de la A.T.E.P. la realización de las oportunas gestiones. Y, en virtud de ello, se ha enviado ya a la anteriormente mencionada Dirección General de Política Interior la documentación pertinente, es decir, una Memoria resumiendo las actividades que nuestra Asociación viene desarrollando, y la correspondiente instancia. En la actualidad se está a la espera de recibir noticias sobre la resolución adoptada.

En la misma reunión, y atendiendo las propuestas formuladas por varios de los participantes y que fueron calurosamente acogidas por todos los presentes, se acordó por unanimidad nombrar al Sr. Cassinello Miembro de Honor de la Asociación y otorgarle, a título póstumo, la *medalla de la A.T.E.P.* Esta medalla, concedida con carácter extraordinario, le fue oficialmente entregada posteriormente a su viuda, en su domicilio, por los miembros del Comité Ejecutivo de la Junta de Gobierno de la Asociación. Con ella se pretende corresponder, de alguna manera, a la excepcional labor desarrollada en pro de

Don Francisco Arredondo y Verdú.

la A.T.E.P. por el que durante los últimos años fue su Presidente, principal impulsor de todas sus actividades y entrañable amigo de todos.

Y, finalmente, antes de iniciar la crónica de lo que pudiéramos denominar *actividades normales* haremos especial mención del nombramiento de nuevo Presidente de la Asociación.

Con arreglo a lo dispuesto en los estatutos vigentes (artículo 12, apartado F) es la Junta de Gobierno la que debe elegir, de entre sus miembros, al Presidente de la A.T.E.P. En consecuencia, en la primera reunión celebrada por dicha Junta después del fallecimiento del Sr. Cassinello, se trató de este tema y se adoptó el acuerdo de que, teniendo en cuenta la proximidad de las fechas en las que habría de celebrarse la VIII Asamblea Técnica Nacional, en cuya organización, con tanto cariño, dedicación e ilusión, había venido trabajando desde un principio el Sr. Cassinello, en señal de respeto y deferencia, se aplazase el nombramiento del nuevo Presidente hasta la primera reunión que celebrase la Junta después de la Asamblea; y que, temporalmente, actuase como Presidente en funciones el Vicepresidente, Sr. Torroja.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Pasada ya la Asamblea, el 18 de diciembre se reunió de nuevo la Junta de Gobierno, y se procedió a la elección del Presidente. De acuerdo con el espíritu del artículo adicional de los Estatutos, en esta elección se tuvo en cuenta el deseo expreso de la Asociación de mantenerse estrechamente vinculada al Instituto Eduardo Torroja, del que tan inapreciable ayuda y colaboración, tanto científica como técnica, económica y administrativa, desde siempre viene recibiendo.

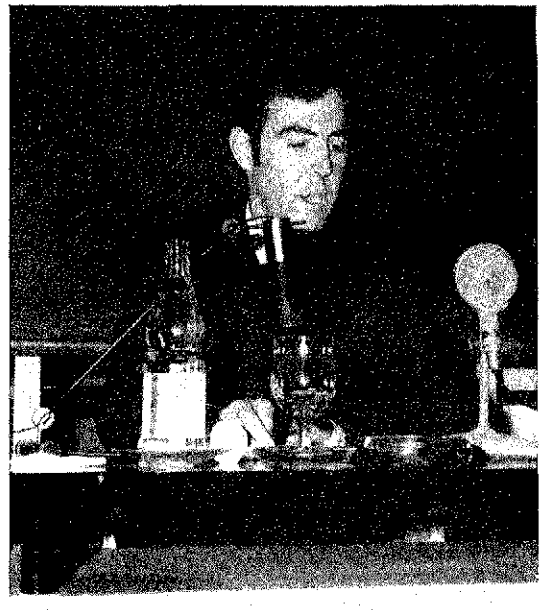
En virtud de ello, se decidió por unanimidad designar a D. Francisco Arredondo, Vocal de la Junta de Gobierno y Director del Instituto Eduardo Torroja, para ocupar la presidencia de la Asociación. El Sr. Arredondo tomó posesión de su cargo en esa misma reunión y pronunció unas palabras para agradecer el honor que se le confería y la confianza que en él se depositaba con este nombramiento. Agregó que aceptaba el cargo con gran satisfacción y con todas sus consecuencias, y que en el desempeño del mismo pondría su mejor voluntad para no defraudar a los que le habían elegido. Asimismo, prometió que, desde su puesto de Director del Instituto, procuraría prestar a la Asociación la mayor ayuda posible, para que pueda continuar desarrollando la labor que tiene encomendada, con tanto éxito y eficacia al menos como hasta el presente.

Estimamos que esta designación, de la que en su día se ha informado a los miembros de la A.T.E.P., habrá sido muy favorablemente acogida por todos los asociados y que habrá de redundar en indudables beneficios para la A.T.E.P.

Y una vez comentados ya los hechos más destacados acaecidos durante 1975, iniciamos la reseña de las actividades desarrolladas por la Asociación a lo largo del último año, dentro de su programa normal de trabajos.

1. REUNIONES PUBLICAS ORGANIZADAS POR LA ASOCIACION

En el resumen de actividades correspondiente al pasado año 1974, comentábamos nuestra preocupación por no haber podido organizar ningún acto fuera de Madrid, y nuestra esperanza de que este fallo fuese subsanado en 1975, gracias a las generosas ofertas recibidas. Felizmente, estas esperanzas se han hecho realidad; y ya nos ha sido posible



Don Ramón Fernández Pousa y Vegas.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

reanudar nuestras actividades en provincias. Confiamos en que, en el futuro, podremos seguir haciéndolo así, para ampliar nuestro campo de actuación directa y entrar en más estrecho contacto con las distintas regiones, para hacerlas partícipes de nuestras inquietudes e interesarlas en que colaboren de un modo más eficaz en el logro de nuestros objetivos.

El año 1975 ha sido realmente fecundo en cuanto a la realización de actos públicos. Aparte de la VIII Asamblea Técnica Nacional y de la Asamblea General Extraordinaria de Asociados, celebradas durante la primera semana de noviembre en Canarias, y a las cuales ya se ha hecho mención, se han dado las siguientes conferencias:

17 de enero.

En el salón de actos del Instituto Eduardo Torroja, el Ingeniero D. Ramón Fernández Pousa pronunció una conferencia sobre el tema: "Ultimas realizaciones españolas en el pretensado de rocas y terrenos", que resultó muy interesante por la importancia de las obras comentadas y la idoneidad de las soluciones que en cada caso se adoptaron. Al término de su intervención, que fue ilustrada con la proyección de numerosas diapositivas, el Sr. Fernández Pousa fue calurosamente felicitado.

18 de febrero.

También en los locales del Instituto Torroja, el 18 de febrero se organizó otro acto público, en el curso del cual, el Dr. Ingeniero D. Juan José Arenas de Pablo, expuso con gran claridad el tema: "Análisis en microordenador, de tableros continuos de puente".

Don Juan José Arenas de Pablo.

Citó varios ejemplos de aplicación práctica, mediante los cuales puso de manifiesto las grandes posibilidades de los microordenadores en la realización de los cálculos de los diferentes tipos de estructuras. La intervención del Sr. Arenas fue seguida con mucho interés por todos los asistentes al acto.

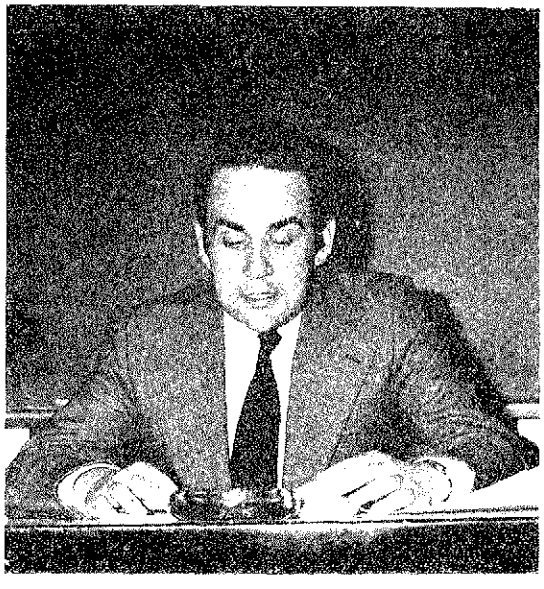
Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

6 de marzo.

Aprovechando la colaboración ofrecida por la Delegación en Málaga del Colegio de Ingenieros de Caminos, el 6 de marzo se repitió, en el salón de actos de dicha Delegación, la conferencia pronunciada en enero, en Madrid, por el Sr. Fernández Pousa. El número de asistentes fue muy elevado; tanto, que la capacidad del local resultó insuficiente, y varias personas tuvieron que seguir de pie la conferencia. Puede afirmarse que la reunión resultó un franco éxito, y es de justicia resaltar que el Colegio lo había organizado todo perfectamente. Todo ello permite augurar una fructífera y cada día creciente colaboración entre dicho Colegio y la A.T.E.P.

10 de abril.

En esta fecha, el Dr. Ingeniero de Caminos D. Juan Herrera pronunció una interesante y amena conferencia, ilustrada con la proyección de numerosas diapositivas, en



Don Juan Herrera Fernández.

los locales del Instituto Eduardo Torroja. Habló sobre el tema: "Puentes de la autopista Bilbao-Behobia". Asistió numeroso público, y al término de su disertación el conferenciante fue muy aplaudido.

22 y 23 de mayo.

Durante los días 22 y 23 de mayo, y bajo la dirección del Sr. Fernández Casado, se celebró un simposio sobre: "Puentes ferroviarios de hormigón pretensado", en el Instituto. Se presentaron al mismo 14 comunicaciones, cuya exposición fue seguida con gran interés por los numerosos asistentes a las sesiones. Dado el elevado número de conferenciantes, no fue posible celebrar coloquio, después de la intervención de cada uno de los oradores, como se había previsto. A pesar de ello, los dos días, las sesiones duraron cerca de tres horas; y, naturalmente, aún lamentándolo mucho, no resultaba procedente prolongarlas todavía más con los coloquios. El detalle del programa desarrollado es el siguiente:

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Don Carlos Fernández Casado.

Día 22.

Introducción al tema, por D. Carlos Fernández Casado.

"Descripción del proyecto de dos puentes ferroviarios", por D. Juan José Arenas de Pablo.

"El puente de Los Consorios", por D. Ramón del Cuvillo.

"Apoyos elastoméricos en viaductos, puentes ferroviarios y estructuras", por D. Juan Carlos Lasfuentes.

"Ultimos puentes construidos", por Manuel Díaz del Río.

"Construcción, puesta en servicio y desplazamiento transversal de un puente con tramos de 30 m y 500 t de peso por tramo", por D. Jesús Martínez Cólliga.

"Puentes ferroviarios prefabricados", por D. José Antonio López Jamar.

Día 23.

"Cálculos dinámicos y medidas efectuadas en algunos puentes", por D. Miguel Angel Hacar y D. Jorge Nasarre.

"Algunas realizaciones en puentes de ferrocarril", por D. Manuel Juliá.

"Vibraciones en puentes", por D. Avelino Samartín.

"Apoyos de neopreno en puentes ferroviarios", por D. Jupp Grote.

"Puentes de Villaverde, Gerona y Guadalimar", por D. Javier Manterola.

"Puente de Andarax", por D. Rafael Chueca.

"Aplicaciones de las vigas Preflex en los puentes de ferrocarril", por D. Carlos Alvarez Penalva.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Don Ramón del Cuvillo.

Don Juan Carlos Lasfuentes.

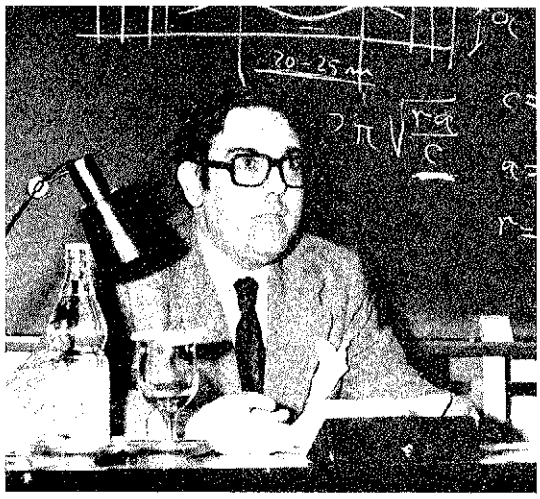
Don Manuel Díaz del Río.

Don Jesús Martínez Cólliga.

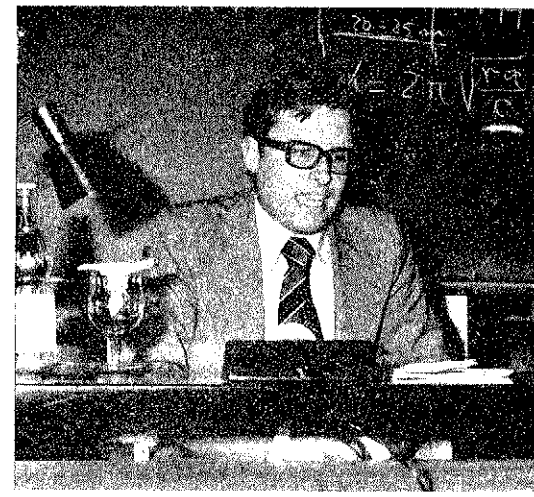
Don José Antonio López Jamar.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

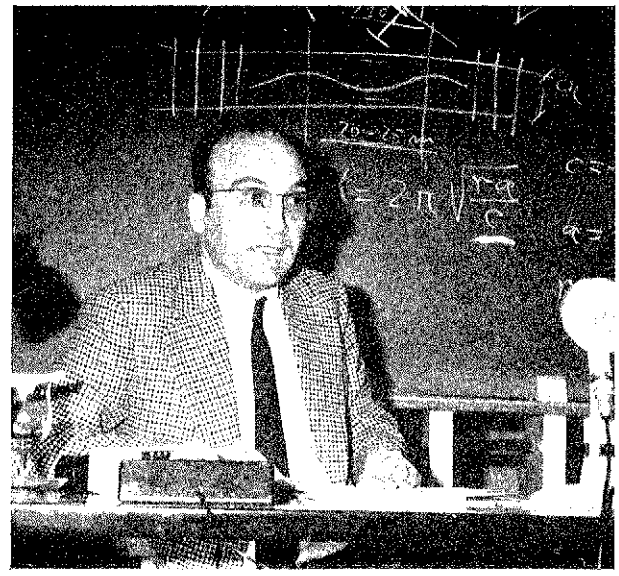
Don Miguel Angel Hacar.



Don Jorge Nasarre.



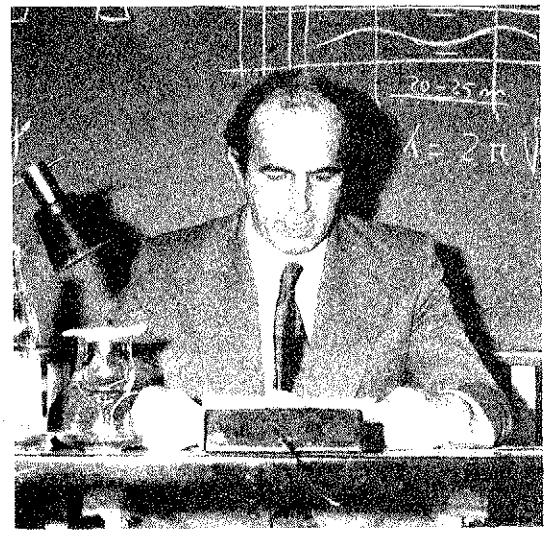
Don Manuel Juliá.



Don Avelino Samartín Quiroga.

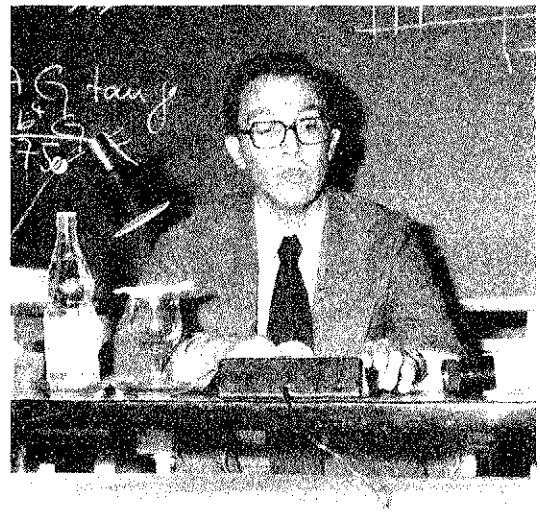
Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Don Jupp Grote.



Don Javier Manterola Armisén.

Don Carlos Alvarez Penalva.



Don Rafael Chueca.

28 de mayo.

La conferencia pronunciada el 10 de abril por el Sr. Herrera en el Instituto, se repitió el 28 de mayo en el salón de actos de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos de la Universidad de Santander. La reunión, organizada por la citada Escuela en colaboración con la A.T.E.P., resultó muy del agrado de los numerosos asistentes a la misma, que aplaudieron mucho al conferenciante al término de su disertación.

Con éste, se concluyó el ciclo de actos programados por la Asociación para el primer semestre de 1975. En el segundo semestre, y como consecuencia de la ya mencionada Asamblea Técnica Nacional celebrada en Canarias, no se programó ningún otro acto público.

Debemos señalar que los textos, tanto de las conferencias reseñadas como de las co-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

municaciones presentadas en el Simposio de puentes ferroviarios de hormigón pretensado y en la VIII Asamblea Técnica Nacional, han sido o serán publicados en nuestra Revista HORMIGÓN Y ACERO para conocimiento de aquellos asociados que, por diversas circunstancias, no hayan podido participar en los correspondientes actos. Estimamos que, incluso para los que pudieron asistir a ellos, siempre podrá serles útil poder conservar los textos escritos de todos estos trabajos.

Y no queremos cerrar este capítulo sin expresar nuestro sincero agradecimiento a cuantos nos han brindado su inapreciable y desinteresada colaboarción, sin la cual no hubiese sido posible la organización de los actos que quedan reseñados y de los cuales, estimamos que con razón, nos sentimos plenamente satisfechos.

2. PUBLICACIONES

Como todos habréis podido observar, en los cuatro números de nuestra revista HORMIGÓN Y ACERO correspondientes a 1975, una gran mayoría de los artículos publicados son originales. Recordaréis que, hace sólo unos pocos años, era de rigor que, al redactar las reseñas anuales de actividades, tuviésemos que referirnos a la escasez de trabajos nacionales que se nos enviaban para ser incluidos en HORMIGÓN Y ACERO. Felizmente, las cosas son ahora muy distintas, y gracias de nuevo a vuestra colaboración, nuestra Revista ha podido dejar de ser una mera recopilación de trabajos, más o menos interesantes, aparecidos en publicaciones extranjeras y traducidos al español. No quiere esto decir que vayamos ni deseemos prescindir totalmente de estas traducciones. Cuando haya algo realmente interesante, que a juicio del Comité de Redacción merezca la pena, será traducido y dado a conocer a través de nuestro tradicional medio de difusión, es decir, de HORMIGÓN Y ACERO.

A este respecto debemos destacar que las únicas traducciones que regularmente continúan apareciendo, son las de las *Notas de la F.I.P.* Hay dos razones fundamentales que justifican esta excepción. La primera es el compromiso que nuestra Asociación tiene contraído con la Federación Internacional del Pretensado. Como sabéis, dichas *Notas* constituyen el órgano de enlace entre los distintos grupos nacionales afiliados a la Federación. En ellas se incluyen noticias sobre las actividades desarrolladas en los distintos países, en relación con la técnica del pretensado, e información sobre las actividades de la F.I.P., trabajos desarrollados o en vías de desarrollo, programas aprobados para futuras actuaciones, reseñas de reuniones internacionales celebradas, anuncios de próximas reuniones, etc. Como es lógico, la F.I.P. tiene un interés especial de que los grupos nacionales en ella integrados se mantengan perfectamente informados sobre todos estos temas, y, por ello, ha solicitado que se dé la más amplia difusión posible al contenido de sus *Notas*. De ahí que estemos obligados a incluir su traducción en nuestra Revista.

Por otro lado, estimamos que es realmente interesante, en todo momento, mantenernos al tanto de cuanto en relación con el pretensado ocurre en el mundo. Esta información puede ser muy valiosa en muchas ocasiones. E indudablemente, la mejor forma de conseguirla es a través de lo que se publica en las *Notas de la F.I.P.*

El único inconveniente con que tropezamos a este respecto es que la extensión de dichas *Notas* es cada día mayor, y nos va resultando ya difícil encontrar hueco en nuestra Revista para incluirlas. Por este motivo, estamos pensando en la conveniencia de publicar solamente un resumen de las mismas; aunque no se nos oculta que esta solución puede tener sus peligros. Nos gustaría mucho conocer vuestra opinión sobre el particular. ¿Sería mucho pediros que pensaseis un poco sobre el tema y nos escribieseis comunicándonos vuestro parecer? Os lo agradeceríamos sinceramente.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

En cuanto a la regularidad en la distribución de HORMIGÓN Y ACERO, por unas u otras causas, la mayor parte de ellas ajenas a nuestra voluntad, seguimos arrastrando un cierto retraso, aunque realmenete no exagerado. De cualquier forma, nuestro deseo es llegar a eliminar este retraso, y a ello dedicamos los mayores esfuerzos. Tenemos fundadas esperanzas de que, dentro del año que con este número se inicia, lograremos ponernos totalmente al día. ¡Ojalá podamos conseguirlo!

Por último, siguiendo la costumbre establecida, a continuación se incluye la relación de los diferentes artículos, con indicación de sus autores, publicados en los cuatro números de HORMIGÓN Y ACERO correspondientes al pasado año 1975:

Número 114. Primer trimestre de 1975.

"Resumen de las actividades de la A.T.E.P. durante el año 1974", por R. Piñeiro.

"Tratamiento en sección no fisurada de la sección homogeneizada de hormigón y acero a partir de la neta de hormigón", por J. Murcia.

"Análisis de la capacidad resistente de secciones de hormigón armado pretensado por medio de superficies de interacción", por J. J. Arenas.

"Puente a través de la bahía entre Río de Janeiro y Niteroi", por A. A. Noronha.

"La técnica del encolado de las dovelas prefabricadas en los puentes construidos por el método de voladizos sucesivos", por B. Ernani.

"Proyecto de torre de transmisión, de 33 m de altura, para 500 kV", por E. L. de Luca.

Notas de la F.I.P., números 51 y 52.

Número 115. Segundo trimestre de 1975.

"Generalidades y conceptos básicos en la construcción antisísmica", por J. Vargas.

"Análisis en microordenador de tableros continuos de puente", por J. J. Arenas.

Notas de la F.I.P., números 53 y 54.

"Nota de la A.T.E.P. Intercambio de publicaciones". Referencias bibliográficas de los artículos de mayor interés incluidos en las revistas recibidas en la Asociación a través del programa de Intercambio de Publicaciones organizado por la F.I.P.

Número 116. Tercer trimestre de 1975.

"*In memoriam*", por R. Piñeiro.

"De las mutaciones estructurales *Vonferppianas* a sus *formas*", por F. Pérez Peris.

"Puentes, carreteras elevadas y viaductos en hormigón parcialmente pretensado (clase segunda). Método de cálculo, proyecto y ejecución", por S. Chaikes.

"Ejemplos de estudio de tableros de puentes ordinarios en hormigón pretensado, hormigonados sobre cimbra. Puentes de Herbitzheim (Bajo Rhin) y de Cheffes (Maine et Loire)", por J. Fauchart.

"Ejemplos de estudios de tableros de puentes corrientes en hormigón pretensado. Complementos", por J. Fauchart.

"La autopista de los túneles", por B. Giovannini.

"Puentes de la autopista Bilbao-Behobia", por J. Herrera.

Notas de la F.I.P., número 55.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

"Nota de la A.T.E.P. Intercambio de publicaciones". Referencias bibliográficas de los artículos de mayor interés incluidos en las revistas recibidas en la Asociación a través del programa de Intercambio de Publicaciones organizado por la F.I.P.

Número 117. Cuarto trimestre de 1975.

"Simposio sobre puentes ferroviarios de hormigón pretensado. Introducción al tema", por C. Fernández Casado.

"Descripción del proyecto de dos puentes ferroviarios", por J. J. Arenas.

"Puente de Los Consorios", por R. del Cuvillo.

"Apoyos elastoméricos en viaductos, puentes ferroviarios y estructuras", por J. C. Lasfuentes.

"Ultimos puentes de ferrocarril de hormigón pretensado", por M. Díaz del Río.

"Construcción, puesta en servicio y desplazamiento transversal de un puente con tramos de 30 m y 500 t de peso por tramo", por J. Martínez Cólliga.

"Puentes prefabricados para ferrocarril", por J. A. López Jamar.

"Cálculos dinámicos", por M. A. Hacar.

"Medidas efectuadas en algunos puentes", por J. Nasarre.

"Algunas realizaciones en puentes de ferrocarril", por M. Juliá.

"Vibraciones en puentes pretensados de ferrocarril", por A. Samartín.

VIII Asamblea Técnica Nacional de la A.T.E.P.

Notas de la F.I.P., número 56.

Para terminar este apartado, nos satisface comunicar que el campo de difusión de nuestra Revista continúa ampliándose. Durante el pasado año, a petición del Director del Instituto de Investigaciones y Estudios Avanzados de la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas de la Universidad de Guayaquil (Ecuador), se ha formalizado un acuerdo de intercambio de HORMIGÓN Y ACERO con la publicación que edita el citado Instituto, titulada *Cuadernos I.I.E.A.*

3. DISTRIBUCION DE LIBROS

Siguiendo con nuestra política de facilitar a los miembros de la A.T.E.P. la adquisición de las publicaciones editadas por la F.I.P. y que dicha Federación nos ofrece en condiciones realmente ventajosas durante 1975 se han distribuido:

Ochenta y seis ejemplares de "F.I.P. VII Congress. Volume I. Comission Reports".

Ochenta y nueve ejemplares de "Nuclear Power Plants".

Setenta y ocho ejemplares de "Recommendations for the Approval, Supply and Acceptance of Steels for Prestressing Tendons".

Ciento doce ejemplares de "Prestressed Concrete Foundations and Ground Anchors".

Ciento cinco ejemplares de "Realizzazioni Italiane in cemento armato precompresso, 1970-74".

En relación con este tema debemos recordaros que la tramitación necesaria para la adquisición de estas publicaciones nos resulta siempre lenta y engorrosa. Es necesario reunir primero las peticiones de todos los miembros de la Asociación interesados en recibirlas. Gestionar después la concesión de las correspondientes divisas. Pasar el pedido a la F.I.P. y esperar su envío. Y, finalmente, proceder a su distribución entre quienes nos

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

las han solicitado. Todo esto requiere mucho más tiempo del deseado y de lo que pueda pensarse. Pero es inevitable. Por eso, os rogamos a todos que os deis cuenta del problema y tengáis paciencia cuando veáis que transcurren meses y no recibís el libro que habéis pedido. No es culpa nuestra. Y las ventajas que se consiguen adquiriendo las publicaciones por este procedimiento, creemos que os deben compensar de las molestias que este retraso puede ocasionaros. Prueba de ello es que el número de peticiones que se reciben es cada vez mayor.

4. OTRAS ACTIVIDADES

La Asociación Técnica Española del Pretensado continúa representada en la mayor parte de las comisiones técnicas que la F.I.P. tiene constituidas para el estudio de diversos temas concretos, y colaborando con reconocida eficacia en los trabajos que dichas comisiones tienen encomendados.

Por otra parte, sigue formando parte del Comité Ejecutivo y del Consejo Administrativo de la Federación, y participando activamente en las deliberaciones de estos órganos directivos.

Se procura, siempre que es posible, tomar parte en las diversas reuniones internacionales que a lo largo del año se celebran, y así, durante 1975, se ha participado en las siguientes:

— Congreso Nacional Húngaro sobre "Elementos prefabricados de hormigón", celebrado en Budapest, conjuntamente con la reunión de la Comisión de Prefabricación de la F.I.P. En esta reunión se designó a la delegación española coordinadora de los trabajos encaminados al estudio del esfuerzo rasante en la superficie de contacto entre elementos prefabricados y el hormigón vertido in situ en piezas compuestas de pequeñas dimensiones. El programa aprobado en relación con este tema incluye la realización de una serie de ensayos que serán desarrollados en el Instituto Eduardo Torroja y en INTEMAC; y han ofrecido también su colaboración las delegaciones de Hungría, Inglaterra, Suecia y Suiza.

— Reunión del Consejo Administrativo de la F.I.P. celebrado en Lieja (Bélgica), durante los días 2 y 3 de junio. Coincidiendo con ella, del 4 al 7 del citado mes, se desarrolló el Coloquio Inter-Asociaciones sobre "El comportamiento en servicio de las obras de hormigón", orgarnizado conjuntamente por las asociaciones internacionales A.I.P.C.; F.I.P.; C.E.B.; R.I.L.E.M. e I.A.S.S., y que resultó realmente interesante.

— Se ha continuado la colaboración especial con la Asociación Argentina del Hormigón Pretensado, iniciada, como en su día se informó, con motivo de las II Jornadas Argentinas del Hormigón Pretensado. Se estima que habrá de reportar sensibles beneficios para ambas partes, que habrán de hacerse especialmente patentes con ocasión de las I Jornadas Latino-Ibero-Americanas que se celebrarán, en Buenos Aires, en 1977. De las noticias que sobre la organización de estas reuniones se vayan recibiendo, daremos puntual información a todos nuestros asociados.

— Durante 1975 se ha seguido colaborando activamente en los trabajos que la Comisión Permanente del Hormigón, constituida en la Secretaria General Técnica del Ministerio de Obras Públicas, viene desarrollando con el objeto de redactar la "Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado", que con carácter interministerial será promulgada, en su día. Los trabajos continúan; y aun cuando la labor ofrece serias dificultades, se confía en que en fecha próxima quede concluida y pueda publicarse dicha instrucción, cada día más necesaria.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

— También la A.T.E.P. sigue representada en la Comisión y el Comité del Sello de Conformidad CIETAN para viguetas pretensadas. En el pasado año se han concedido nuevos Sellos; pero todavía queda mucho que hacer en este terreno. Y aun cuando es evidente que la inquietud por la calidad en la construcción se va imponiendo en todas las esferas, también es cierto que la industria privada no encuentra todavía el suficiente estímulo por parte de la Administración para lanzarse decididamente por el camino del Control de la calidad que, más o menos pronto, estamos seguros que acabará por imponerse, pero que necesita aún ese impulso definitivo que sólo los Organismos oficiales pueden darle.

— En relación con este tema de la calidad, queremos comentar también algo sobre el Primer Coloquio Europeo sobre el Control de la Calidad en la Construcción que se celebró, en Madrid, durante los días 23, 24 y 25 de marzo de 1976.

La Asociación Española para el Control de la Calidad, adscrita a la E.O.Q.C., y en la cual está también representada la A.T.E.P., cuenta con un Comité especial dedicado expresamente a la Calidad en la Construcción. En las demás Asociaciones Europeas de la Calidad no existen Comités análogos; pero se quiere crear, y para ello han pedido asesoramiento al Comité español. Este ha sido el motivo fundamental de la organización de este Coloquio. En la convocatoria se decía textualmente:

"El Coloquio tiene por objeto explorar los problemas con los que tropezamos hoy en cuanto al Conrtol de la Calidad en las Industrias de la Construcción y señalar cuáles son las diferencias entre las prácticas utilizadas en los distintos países europeos.

Sería de desear que el Coloquio pudiera servir para crear un nuevo Comité dentro del marco de la Organización Europea para el Control de la Calidad, destinado a estudiar el control de la calidad y a preparar recomendaciones para mejorar los niveles de calidad y los sistemas de control.

Durante el Coloquio se discutirán todos los aspectos de la construcción de las obras de arquitectura y de ingeniería civil, incluyendo las estructuras, equipos y acabados, seguridad, serviciabilidad y durabilidad.

Este Coloquio incluirá aportaciones desde el punto de vista del propietario de la obra, arquitectos, ingenieros, organizaciones de control, laboratorios, contratistas y fabricantes de materiales y de equipos."

Cabe esperar que la celebración de ésta y futuras reuniones contribuyan eficazmente a la necesaria mentalización de todos sobre la obligación cada día más perentoria de exigir *calidad* en la construcción.

Y como final de este ya largo resumen, queremos solamente anunciar que, entre los trabajos de más inmediata realización que la A.T.E.P. tiene programados para 1976 destacan los siguientes:

— Terminada la redacción del Manual H.P. 4: "Recomendaciones para la recepción y utilización de los sistemas de tesado, anclajes y empalmes", en fecha inmediata será sometido a la aprobación de una amplia comisión, de la cual podrán formar parte todos los miembros de la A.T.E.P. que se consideren real y directamente interesados en el tema. Posteriormente, y una vez recogidas las modificaciones que en dicha comisión se propongan y aprueben, se procederá a su edición y distribución.

A continuación se iniciarán los trabajos para la preparación del quinto de los manuales de esta serie que tan favorable acogida están teniendo entre todos los técnicos interesados en el pretensado. Probablemente, este quinto manual se dedique al estudio de los problemas relacionados con la colocación de las armaduras activas.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

— Como ya se ha anunciado, los textos de todas las comunicaciones presentadas a la VIII Asamblea Técnica Nacional, celebrada en Canarias, en noviembre último, serán publicados, según ya es tradicional, en un número extraordinario de la Revista HORMIGÓN Y ACERO. Nuestra intención era que este número fuese el correspondiente a los trimestres primero y segundo del actual año 1976. Pero como los originales de las comunicaciones no nos han llegado a su debido tiempo, dentro del plazo señalado, nos hemos visto obligados a retrasar su publicación, y que dicho número extraordinario sea el que corresponda a los trimestres segundo y tercero. Como, en estos momentos, prácticamente todos los textos están ya en imprenta, confiamos en que la Revista pueda distribuirse, lo más tarde, el mes de junio próximo.

— En mayo de 1976 corresponde renovar, mediante votación entre todos los miembros de la Asociación, la mitad de los vocales de la Junta de Gobierno. En dicha fecha deberán cesar los señores Barredo, Fernández Casado, Fisac y Piñeiro. Además, el haber pasado el señor Arrendo a ocupar el cargo de Presidente, como consecuencia del fallecimiento del señor Cassinello, es preciso cubrir también su vacante. En consecuencia, deberán ser elegidos cinco nuevos vocales. A este respecto, debemos recordar que, de acuerdo con lo dispuesto en los Estatutos, los que ahora cesan no podrán ser reelegidos en esta primera votación.

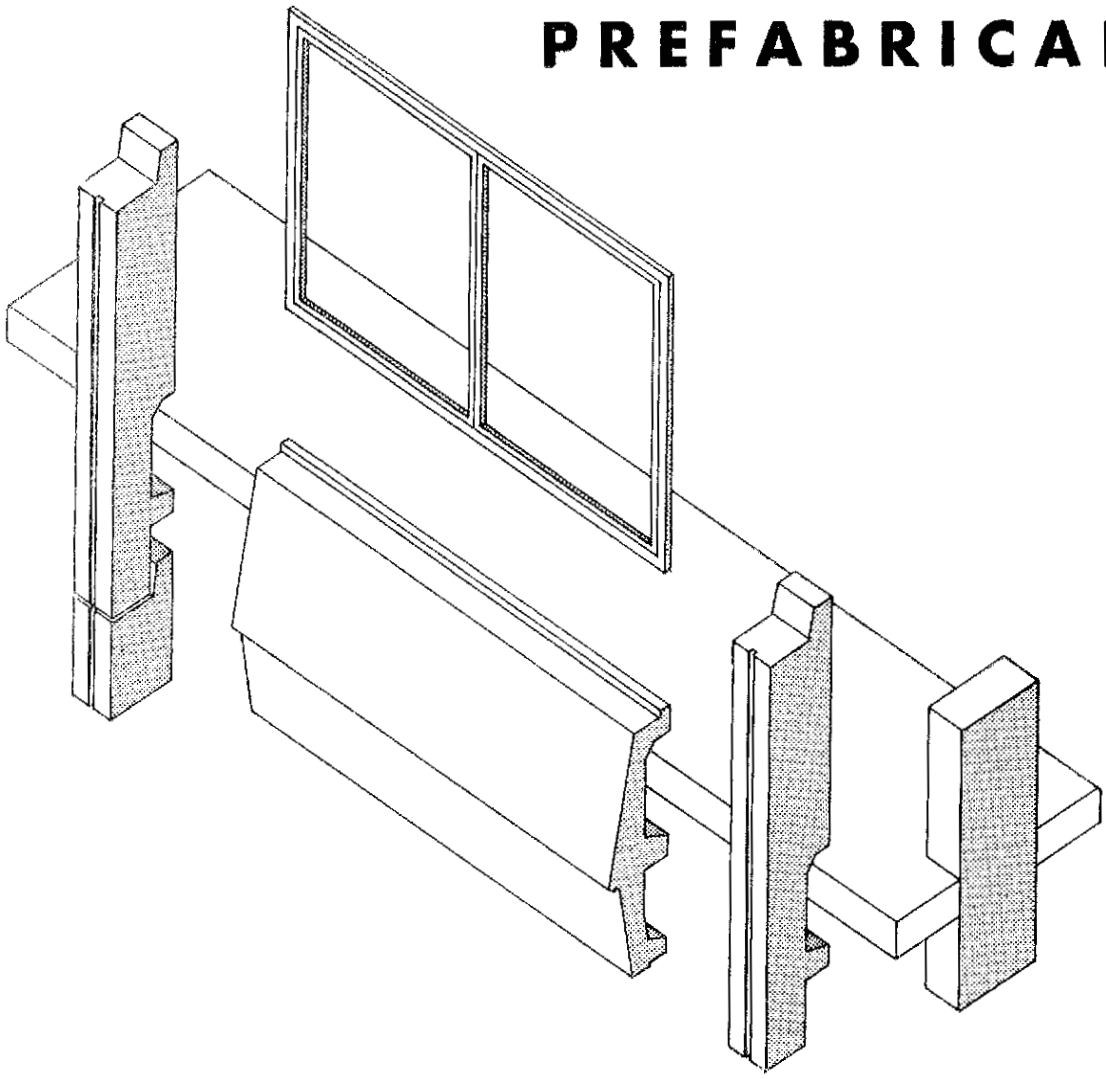
Como ya es costumbre se procederá en dos etapas. En la primera se recibirán candidaturas completas para las cinco vacantes, candidaturas que deben venir avaladas con la firma de 30 miembros de la Asociación, como mínimo. Una vez reunidas las distintas candidaturas, se realizará la votación definitiva, en la que deberán intervenir todos los asociados. Este procedimiento, que es el que siempre venimos utilizando, tiene por objeto, como sabéis, el evitar la excesiva dispersión de votos.

Seguramente, cuando esta Revista llegue a vuestras manos habréis recibido ya la primera circular relativa a este tema. Confiamos en que no habrá de faltarnos vuestra colaboración y que acertaréis a elegir a los más idóneos para los cargos vacantes.

Y nada más. Quisiéramos que este año, 1976, os traiga a todos la felicidad y prosperidad que sinceramente os deseamos. Que durante el mismo nuestra Asociación continúe su ininterrumpida marcha ascendente. Que su labor sea cada día más fructífera y provechosa para cuantos en ella se encuentran inscritos. Para ello, como siempre, contamos con vuestra leal colaboración, que nunca nos ha faltado, y gracias a la cual hemos podido superar cuantas dificultades se han ido presentando en nuestro camino y logrado alcanzar la satisfactoria posición que en estos momentos disfrutamos, y que nos han granjeado el reconocimiento, el respeto, la adhesión y un innegable prestigio, tanto en el ámbito nacional como en el internacional, dentro del campo de la técnica del pretensado, que no estamos dispuestos a perder. A ello dedicaremos nuestros mejores esfuerzos.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

FACHADAS PREFABRICADAS



EDIFICIO INTECSA - MADRID
ARQUITECTO:
D. LUIS PERAL BUESA
CONSTRUCTOR:
OLABARRIA HERMANOS, S. A.

Grupo de Empresas CADE

CADE

MONTE ESQUINZA, 30 - Teléf. 410 11 12 - MADRID-4

PIMOSA

GERONA, 2 - Teléfono 225 30 02 - BARCELONA-10

PRESUM

Avda. de la BORBOLLA, 13-15 - Tel. 236117 - SEVILLA-4

CADETEC

MONTE ESQUINZA, 30 - Teléf. 419 34 74 - MADRID-4

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

algunos problemas actuales en puentes ferroviarios

JUPP GROTE Ing. Dipl.

(Texto de la conferencia pronunciada en el Simposio sobre Puentes Ferroviarios de Hormigón Pretensado)

1. LOS APOYOS PARA PUENTES FERROVIARIOS ESTAN SOMETIDOS A UNAS SOLICITACIONES MAS FRECUENTES Y ELEVADAS QUE LOS APOYOS PARA PUENTES DE CARRETERA

Con frecuencia, el proveedor de apoyos no sabe para qué tipo de obra los suministra. Por esta razón se tendrá que tratar de que todos los ensayos de apoyos se realicen en condiciones que igualmente sean valederos para los puentes ferroviarios. Conforme a estas ideas fundamentales, por ejemplo, todos los ensayos para la autorización de un apoyo y de un fabricante de apoyos en Alemania se han adecuado a las condiciones de puentes ferroviarios, y los resultados de las investigaciones de la O. R. E. (Organisation de Recherches et d'Essais) de la Federación Europea de Ferrocarriles formaban la base para la autorización de apoyos elastoméricos. Una parte importante de tal autorización es el control de calidad, el cual no tendría que llevarse a cabo por la propia empresa fabricante de apoyos, sino por una entidad ajena a la misma. Porque es natural que la parte interesada, encontrándose bajo la presión de costos y plazos de entrega, tienda al optimismo cuando se trata de emitir una opinión sobre sus propios productos.

En términos generales, para los apoyos de puentes ferroviarios de hormigón pretensado entran en consideración todos los tipos de apoyos conocidos, pero no obstante presentan, cada uno sus ventajas e inconvenientes, los cuales vale la pena conocer.

2. EL APOYO DE RODILLO

El viejo apoyo de rodillo de buena calidad no permite ningún desplazamiento en la dirección del eje del rodillo, por lo que ya a partir de puentes relativamente estrechos pueden surgir por este motivo grietas longitudinales en la obra. Es también posible combinar, por ejemplo, apoyos de rodillo con apoyos elastoméricos delgados o bien con apoyos deslizantes con el fin de permitir movimientos transversales.

El coeficiente de rodadura es muy reducido, por lo que en casos de fundaciones en terreno difícil resulta de interés la utilización de estos apoyos. Por otra parte hay que considerar que por errores de montaje, corrosión, pintura y suciedad, con el tiempo el coeficiente de rodadura puede elevarse considerablemente.

La falta de flexibilidad vertical produce una carga adicional de choque en los estribos del puente, a la cual Valette ya había hecho referencia en 1936 (Annales des Ponts

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

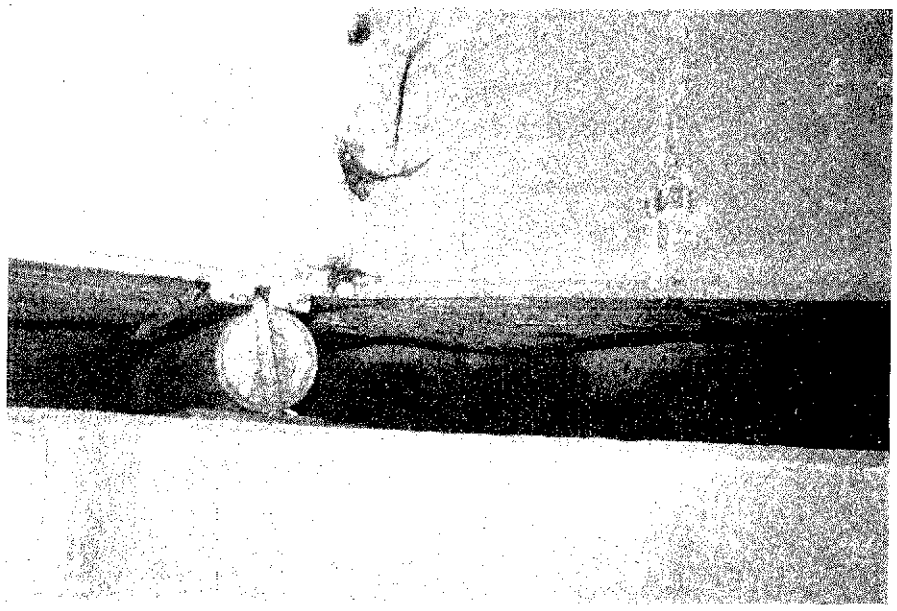


Fig. 1. — Grieta en viga transversal junto a un apoyo de rodillo.

et Chaussées), y lo cual le indujo a la idea de colocar apoyos elastoméricos debajo de los puentes para la disminución de la energía de choque.

3. APOYOS BASCULANTES FIJOS

Como apoyos basculantes fijos entran en consideración la simple calota de acero, la calota deslizante con PTFE (por ejemplo, teflón) y el apoyo "Topf". En la calota de acero a veces se alcanzan excentricidades considerables que resultan de los ángulos de giro de apoyo, las cuales se evitan con calotas deslizantes y algo menos con los apoyos "Topf". No obstante, las propiedades de los apoyos deslizantes de calota, así como las de toda clase de apoyos deslizantes se pueden deteriorar rápidamente con un factor de 10 cuando las piezas no han sido fabricadas con la debida precisión, y si además no están permanentemente protegidas contra la suciedad y la corrosión. En los apoyos "Topf" el pun-

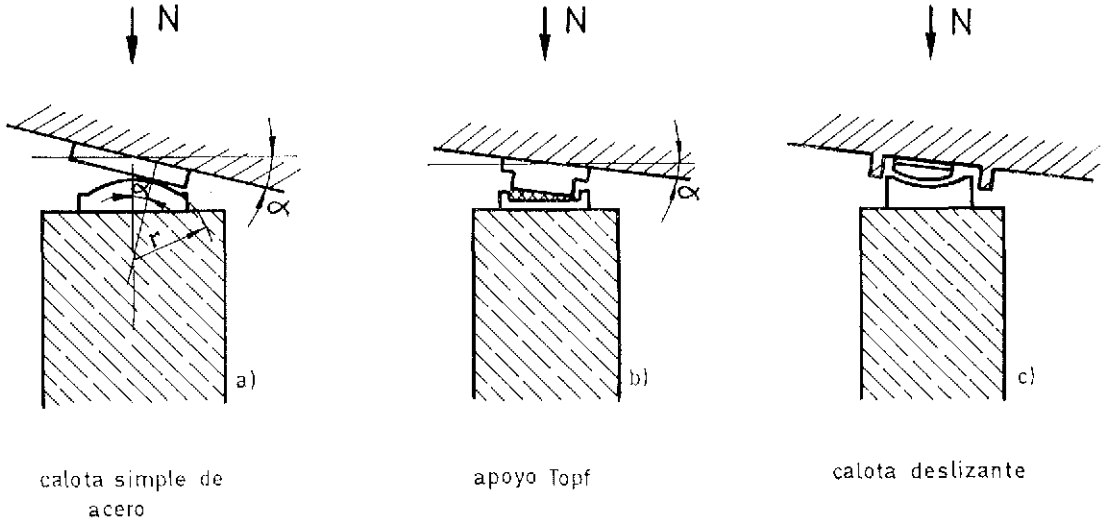


Fig. 2. — Apoyos basculantes fijos.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

to débil reside en el anillo de obturación del "Topf", el cual suele fallar a veces, ocasionando la salida hacia el exterior de la goma del "Topf".

4. APOYO DESLIZANTE

Los apoyos simplemente deslizantes se fabrican hoy día casi exclusivamente de PTFE, el cual se desliza sobre chapas pulidas de acero inoxidable. No obstante, sólo se obtienen coeficientes de rozamiento interesantes desde el punto de vista de la técnica de la construcción, al lubricar dichos apoyos con silicona.

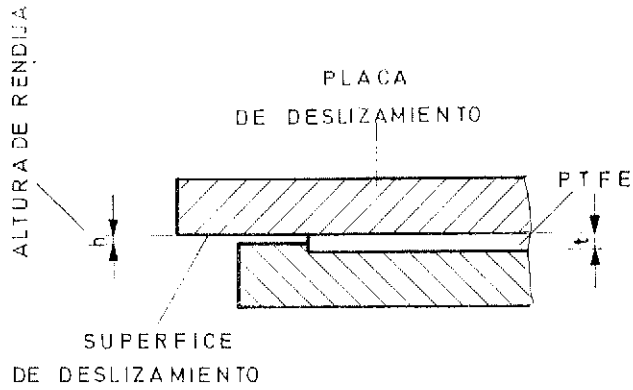


Fig. 3. — Sección transversal de un apoyo deslizante.

Este tipo de apoyos deslizantes no permite ningún ángulo de giro. Por lo tanto, se los tiene que combinar con apoyos basculantes fijos o bien con apoyos elastoméricos

5. APOYOS ELASTOMERICOS

Los apoyos elastoméricos, en realidad, no son apoyos, sino elementos de construcción deformables. A cada fuerza le corresponde un recorrido, y a cada recorrido una fuerza. Cuando los elementos de construcción contiguos no son considerablemente más rígidos que el apoyo, se recomienda perentoriamente incluir apoyos elastoméricos como elemen-

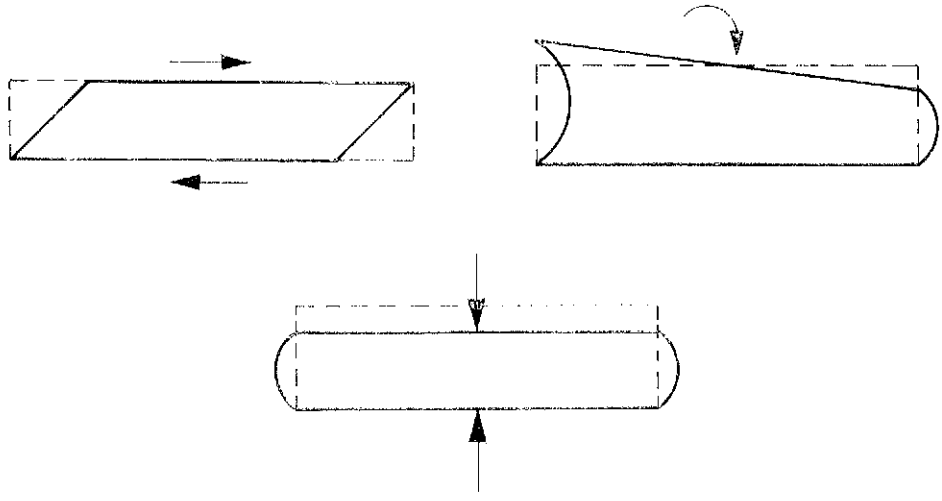


Fig. 4. — Posibilidades de deformación de un apoyo elastomérico.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

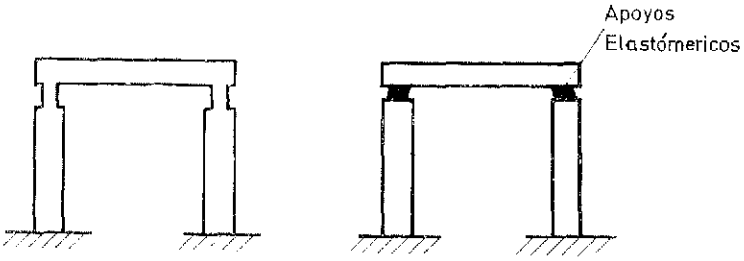


Fig. 5. — Dos sistemas estáticos de idéntico comportamiento.

tos del sistema estático el cual siempre es hiperestático, con el fin de determinar las fuerzas y las deformaciones simultáneamente con las fuerzas y deformaciones de los elementos de construcción contiguos. En relación entre fuerza y recorrido son válidas las siguientes relaciones:

$$H = A \times G \times \operatorname{tang} \gamma$$

para apoyos rectangulares

$$M = \frac{a\, b^4\, G}{75}\, \alpha$$

para apoyos circulares

$$M = \frac{d^6\, G}{150}\, \alpha$$

A = superficie del apoyo.

G = módulo de empuje.

$\operatorname{tang} \gamma$ = deformación transversal.

a, b, d = medidas del plano horizontal.

α = ángulo de giro por cada capa de caucho.

M = momento originado por α.

6. INTERCAMBIABILIDAD DE LOS APOYOS

El comportamiento de los apoyos deslizantes modernos de PTFE, de los apoyos de rodillo de aceros endurecidos y de los apoyos elastoméricos depende de factores, los cuales no acostumbran incluirse en las prescripciones corrientes. Incluso si como precaución se consideran los apoyos como elementos sujetos a desgaste con una duración de sólo veinte años, puede haber sorpresas. En Alemania, por ejemplo, hay un puente ferroviario, cuyos apoyos deslizantes de PTFE realizarán en este tiempo un recorrido total de deslizamiento de unos 30 km, puesto que de la flexión surge para cada carga un pequeño recorrido de deslizamiento. Los ensayos para apoyos deslizantes, no obstante, fueron realizados con recorridos de deslizamiento de sólo un máximo de 2 km, porque hasta el momento sólo se habían tenido en cuenta los movimientos debidos a la temperatura. Se evidencia (fig. 6) claramente que el coeficiente de rozamiento con un recorrido de deslizamiento tan extremadamente alto, se acrecentará notablemente. Como se desconoce lo elevado que será en estas condiciones el coeficiente de rozamiento definitivo, es indispensable que se puedan cambiar los apoyos, o que por lo menos se pueda renovar el lubrificante.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Este requisito se tendrá que imponer, en general, para todos los apoyos deslizantes en puentes ferroviarios.

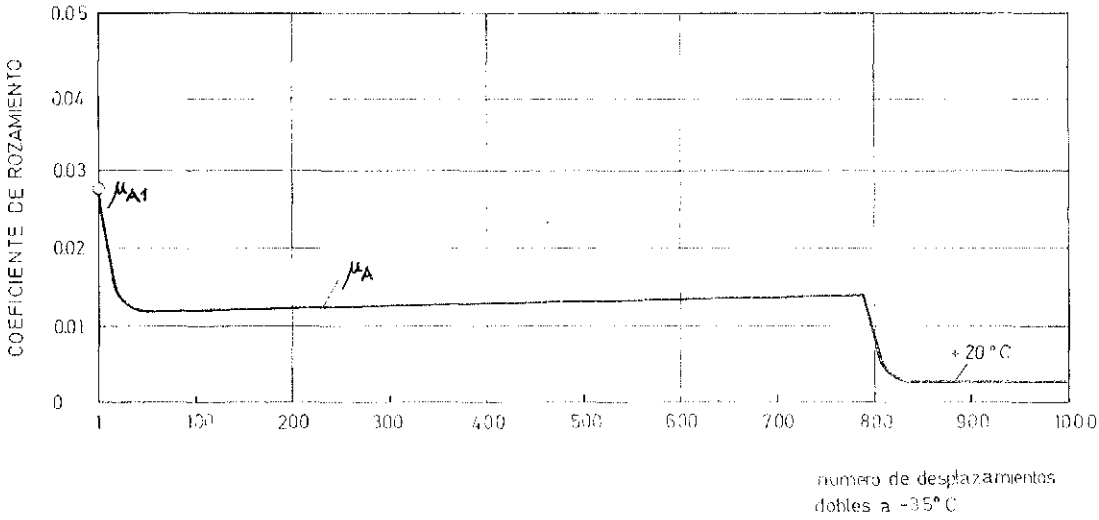


Fig. 6. — Coeficiente de rozamiento de un apoyo PTFE en función del recorrido total.

Para poder controlar de hecho los apoyos es necesario que entre pila y superestructura, en la zona de los apoyos, se deje un espacio de 15 a 20 cm de altura.

Al construir una obra en regiones montañosas, donde hay que contar con tempera-

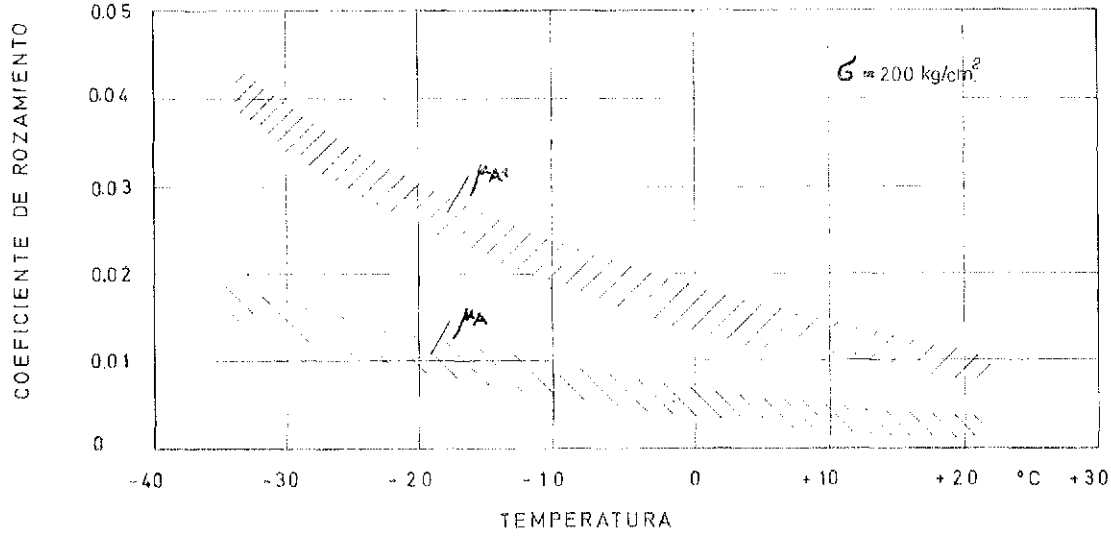


Fig. 7. — Coeficiente de rozamiento de un apoyo PTFE en función de la temperautra.

turas bajas, siempre se tendrán que tener en cuenta coeficientes de rozamiento considerablemente más elevados.

7. MOVIMIENTOS DEL PUENTE EN LA ZONA DE APOYO

La magnitud de los movimientos de apoyo en sí es un problema que en gran medida está sin resolver. Por ejemplo, las variaciones de longitud de los puentes debido a la temperatura se han determinado hasta el momento casi exclusivamente de manera teórica,

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

lo cual da buenos resultados en obras de poca longitud; pero, sin embargo, en los puentes actuales, cuyas longitudes son cada vez mayores, según las circunstancias, pueden darse errores considerables.

La figura 8 muestra el gradiente de la temperatura de un puente ferroviario de hor-

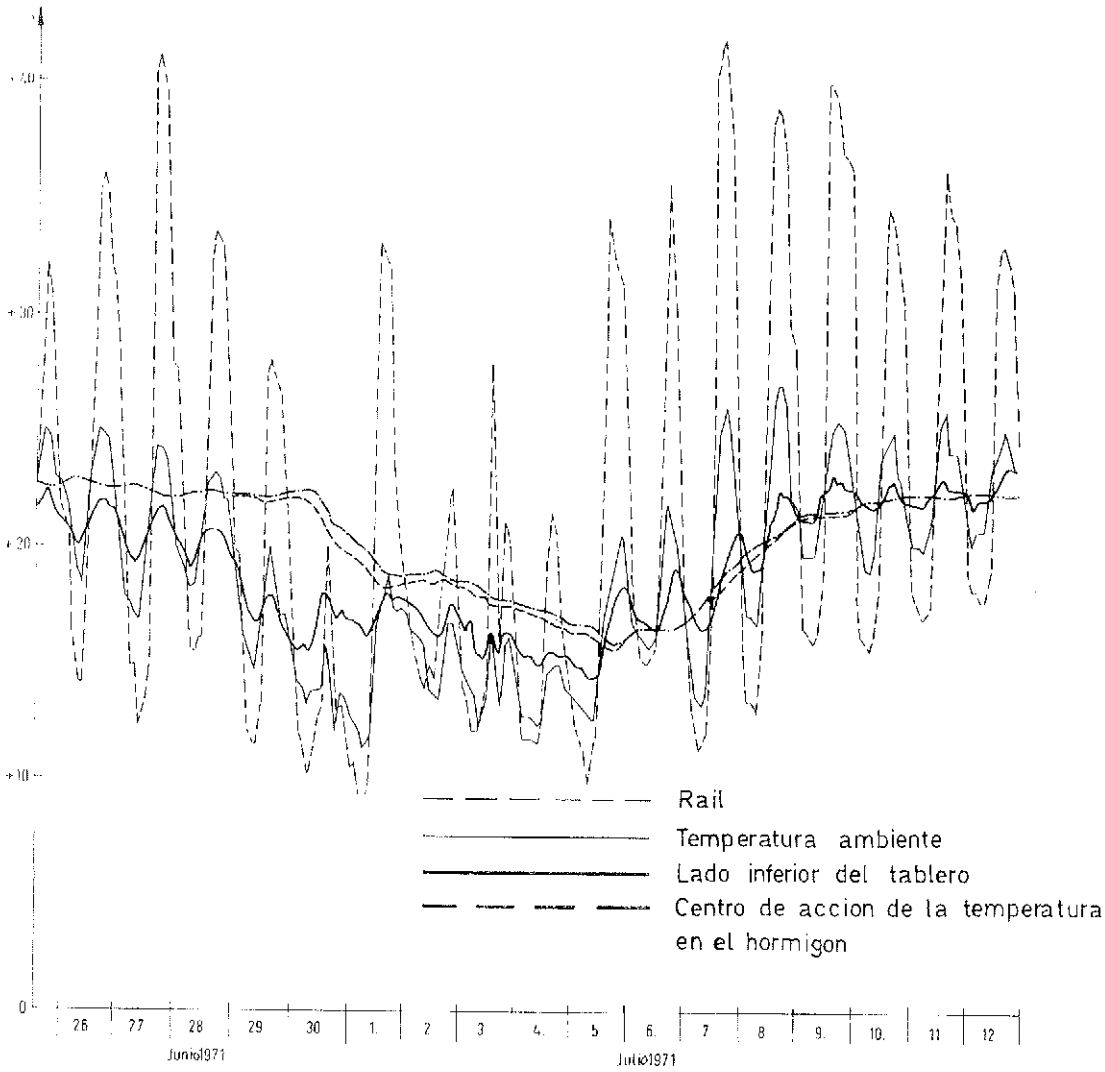


Fig. 8. — Temperaturas en un puente ferroviario pretensado. Mediciones del Institut für den Bau von Landverkehrswegen, bajo la dirección del profesor Eisenmann.

migón pretensado de 435 m de longitud. Resultan diferencias considerables entre las temperaturas del ambiente, del raíl, de la superficie del hormigón y del centro de acción de la temperatura en la sección transversal del puente, en el cual tienen origen las dilataciones. De importancia particular es que la temperatura en el centro de acción se encuentra en un atraso de unas veinticuatro horas respecto a la temperatura ambiente, por lo que en una sucesión de varios días cálidos, o bien de varios días fríos, puede resultar una suma de dilataciones mayor que la que corresponde a la temperatura ambiente. Quizá se puede atribuir también a este efecto que en el verano de 1974, en un puente muy grande de autopista en Alemania, se hayan deslizado fuera de la pila los apoyos de rodillo. El puente ha sufrido daños considerables.

Los grandes movimientos en la obra surgen a menudo de manera imprevisible debido a asentamientos irregulares del terreno de fundación, lo cual puede dar lugar a un des-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

plome de los estribos del puente. Este efecto surge cuando, a continuación del estribo se rellena con tierra, la cual por su carga considerable ocasiona asientos en el terreno de fundación, mientras que en la parte del puente, por supuesto, no aparecen asientos. Los movimientos relativos que surgen de esta forma entre la cabeza del estribo y el tablero del puente a menudo son considerablemente más grandes que los movimientos, calculados teóricamente únicamente para la superestructura.

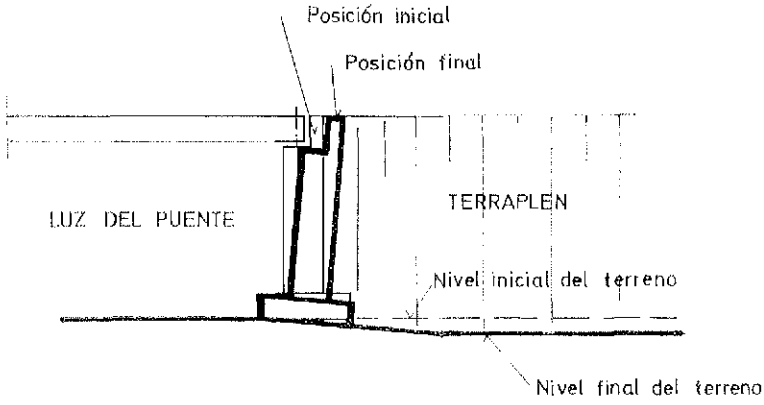


Fig. 9. — Movimientos del estribo originados por el terraplén

Como son difíciles las previsiones en estos casos, es prudente prever la posibilidad de un control y un recambio también de los apoyos elastoméricos, los cuales, aparte de este caso, son sumamente seguros. Por esta razón, también en la utilización de apoyos elastoméricos, el espacio entre cabeza de pila y el tablero del puente no tiene qus ser menor de unos 15 cm, aunque esta versión no sea muy estética.

8. FUERZAS EN EL APOYO

No sólo los movimientos de la obra aún están en gran medida por investigar, sino también las fuerzas. Como ejemplo se indicarán aquí las fuerzas de frenado en puentes

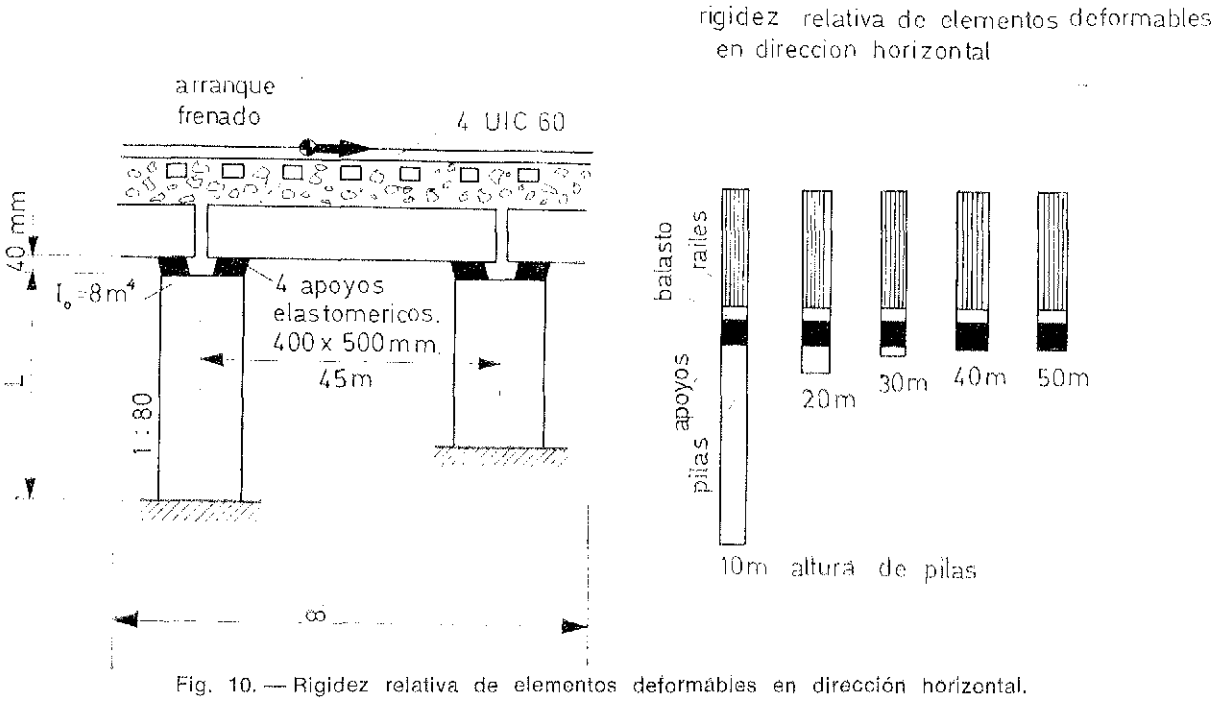


Fig. 10. — Rigidez relativa de elementos deformables en dirección horizontal.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

ferroviarios, las cuales, según los cálculos estáticos teóricamente se transmiten por los apoyos. Si se considera la obra terminada, entonces se observa que normalmente el elemento de construcción más rígido no es el puente con sus apoyos, sino el raíl, y que por esta razón, quiérase o no, las fuerzas de frenado actúan en su mayor parte en el raíl. De la figura 10 se puede deducir además, que con pilas más altas, los apoyos no constituyen los elementos de construcción de menor rigidez, sino las pilas, y una vez más se pone en evidencia que es imprescindible que toda la obra se calcule como sistema hiperestático si se quiere calcular correctamente cada uno de los elementos que forman la obra.

9. PROPIEDADES NO CONOCIDAS DE LOS APOYOS

También en el caso de los apoyos queda por supuesto bastante por investigar, tal como ya lo habíamos dicho en el caso de los apoyos deslizantes. No obstante, se conocen algunos efectos, de los cuales los resultados de las investigaciones aún no se han

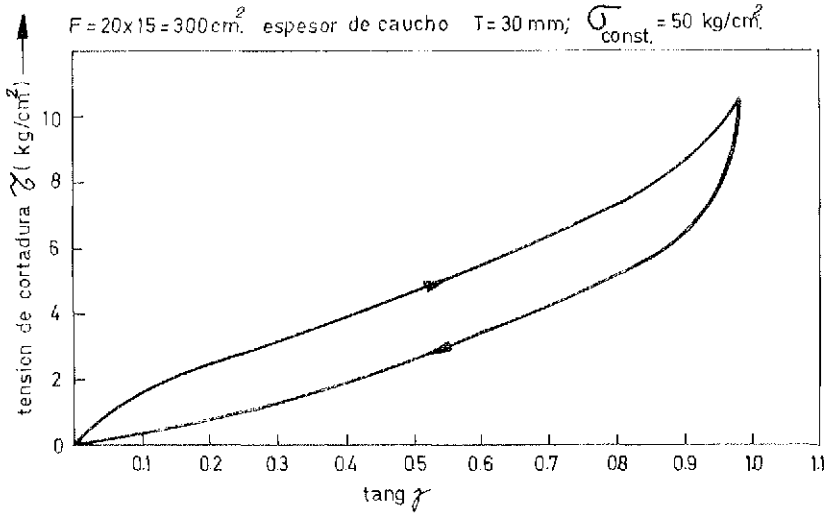
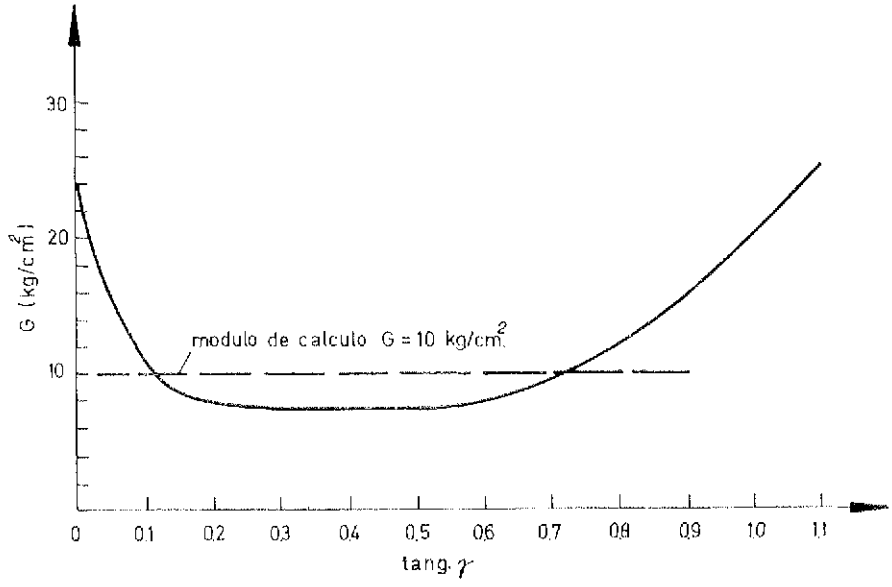


Fig. 11. — Curva tensión-deformación.



modulo en funcion de la deformacion
(deducido de la fig. 11)

Fig. 12. — Curva del módulo que resulta de la figura 11.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

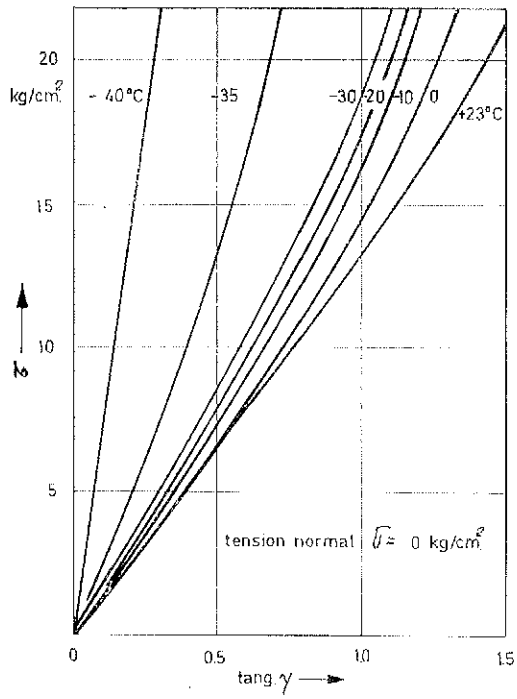


Fig. 13, *a*. — Diagrama de relación entre deformación, tensión y temperatura.

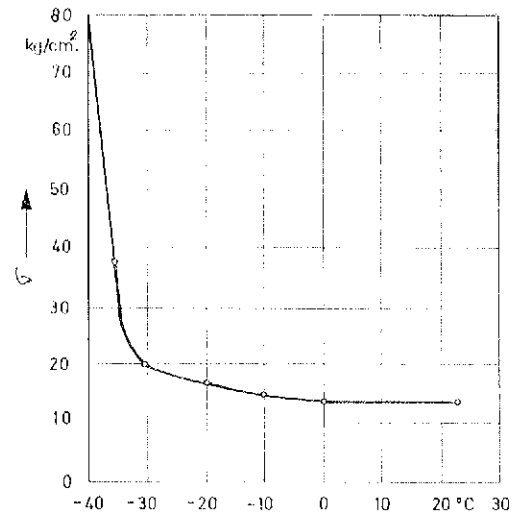


Fig. 13, *b*. — Módulo G en función de la temperatura en los apoyos GUMBA.

divulgado lo suficiente. Además de ello, se tiene que reiterar que los resultados de ensayos, especialmente de los apoyos elastoméricos, únicamente son válidos para un solo material determinado sometido a ensayo y que por norma no se puede generalizarlos. Un ejemplo es la variación del módulo C de los apoyos elastoméricos con bajas temperaturas, la cual el conferenciante había observado en los apoyos elastoméricos GUMBA y que publicó en 1963. La curva de esta variación, al parecer, fue adoptada sin crítica alguna por parte de otros fabricantes de apoyos. Hay que tener en cuenta que, salvo de casualidad, otra mezcla elastomérica no reaccionaría de idéntica manera.

En los apoyos elastoméricos queda en gran medida por investigar la elasticidad de entropía, la cual tiene gran influencia sobre la reacción en los apoyos en la obra. Se trata de variaciones de la fuerza de retroceso, la cual resulta con cambios de temperatura sin ninguna variación de la deformación. Por elastidad de entropía no aumentan las fuerzas de retroceso de los apoyos elastoméricos a bajas temperaturas, sino que disminuyen.

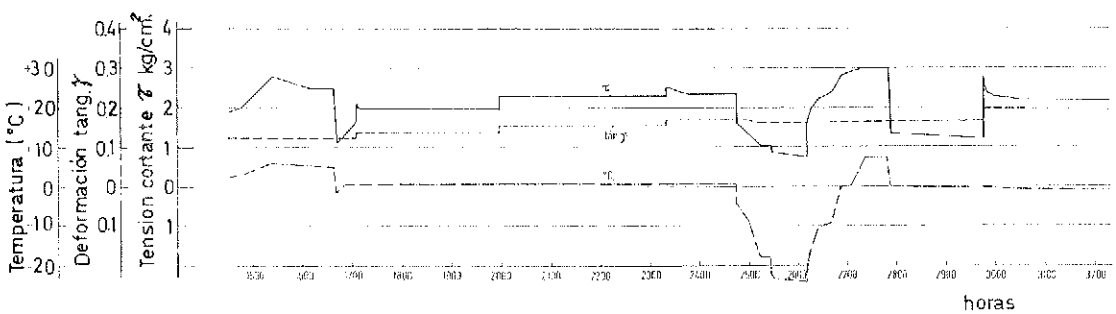


Fig. 14. — Diagrama de relación entre temperatura y tensión para una deformacón constante (elasticidad de entropía). Mediciones del Institut für den Bau von Landverkehrswegen, bajo la dirección del profesor Eisenmann.

De gran interés en la técnica constructiva es el comportamiento a la fluencia de los apoyos elastoméricos, el cual depende de múltiples factores.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

De gran importancia es el hecho de que en los apoyos elastoméricos GUMBA al cabo de años se puede invertir la dirección de la deformación, sin que por ello, el comportamiento elástico de los apoyos difiera fundamentalmente del de un apoyo nuevo. Los valores de fluencia se sitúan para los apoyos elastoméricos GUMBA en una magnitud de 0,4, y así son considerablemente menores que los coeficientes de fluencia del hormigón.

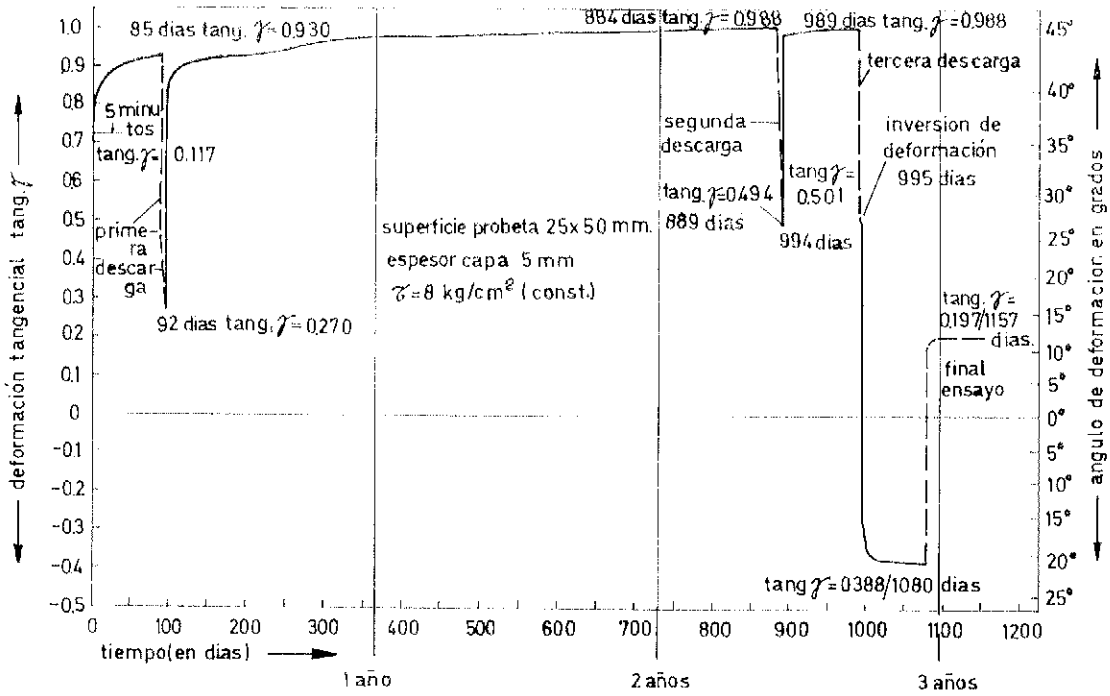


Fig. 15. — Fluencia a la deformación tangencial de un apoyo GUMBA. Mediciones del Institut für den Bau von Landverkehrswegen, bajo la dirección del profesor Eisenmann.

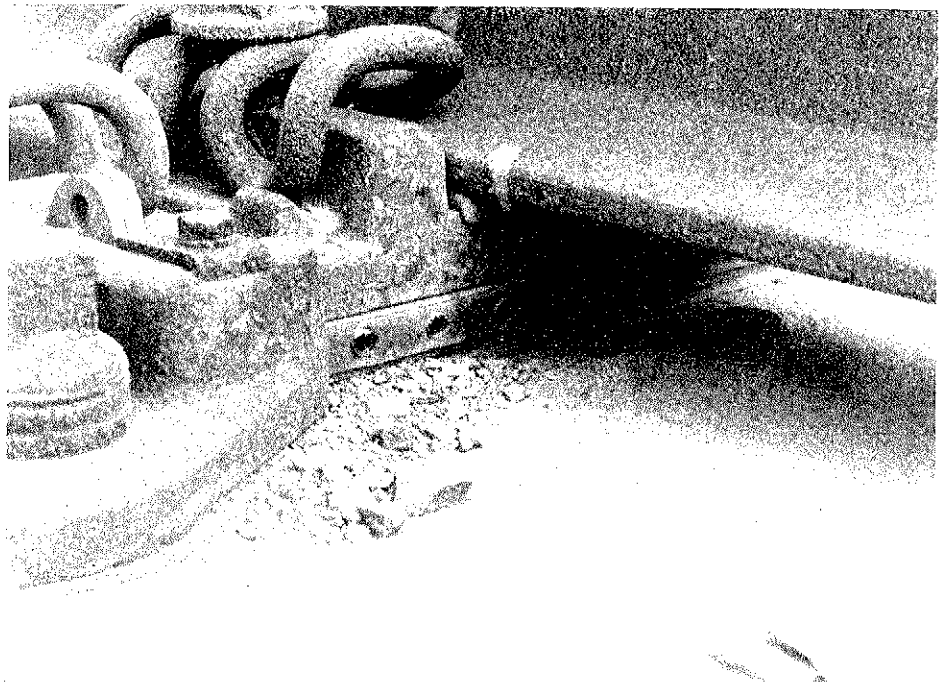


Fig. 16. — Zapata Vialast para fijación de raíles sobre hormigón.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

10. FIJACION DE RAILES-ZAPATAS VIALAST

Otro campo que lleva consigo problemas de apoyo en los puentes de hormigón pretensado es el apoyo de raíles sobre la obra. Se ha visto que una fijación directa de los raíles sobre tableros de hormigón conduce a solicitaciones muy grandes sobre los trenes, así como a roturas del hormigón.

Por ello es necesario producir un soporte elástico de los raíles, sobre todo en los tramos de ferrocarriles en donde se desarrollen grandes velocidades. Para este tipo de fijación de raíles, GUMBA, en colaboración con el Institut für den Bau von Landverkehrswegen bajo la dirección del profesor Eisenmann ha desarrollado unas zapatas de asiento de caucho especial.

Si existe una fijación directa del raíl en el hormigón, incluso con una zapata de caucho, la reflexión acústica conduce a un notorio aumento del nivel del sonido en comparación a una estructura con balasto. Por esta razón, y tomando en cuenta la uniformidad del asentamiento elástico del raíl, es preferible realizar los puentes con balasto y no con fijación directa de los raíles.

11. ESTERAS DEL BALASTO VIALAST

Desgraciadamente se observa en todas las partes que el contacto del balasto con el hormigón ocasiona solicitaciones considerarables del balasto, el cual en el transcurso de algunos años se ha triturado. Con ello está relacionado un empeoramiento considerable del emplazamiento del raíl y de la elasticidad del raíl. Por ello, GUMBA ha ideado unas esteras elásticas, las cuales se disponen entre el hormigón de la obra y el balasto. Estas esteras VIALAST, de aproximadamente 3 cm de espesor, no sólo impiden el excesivo desgaste del balasto, sino que al mismo tiempo reducen los trabajos de mantenimiento del raíl en un 30-50 por 100.

Además, se obtiene un excelente aislamiento de vibraciones para frecuencias a partir de unos 50 Hz. Es de prever que las esteras serán utilizadas sobre el hormigón de todos los nuevos tramos de los ferrocarriles alemanes (es decir, sobre puentes y en túneles).

12. LANZAMIENTO DE UN PUENTE

Como complemento de la interesante intervención del señor don Jesús Martínez Cólliga, mostramos unas fotografías de los apoyos de un puente ferroviario de hormigón pretensado de cuatro raíles, en cuya operación de desplazamiento sobre apoyos elastoméricos provistos de teflón, incluyendo la colocación de los raíles, sólo se invirtieron cinco horas. Durante el desplazamiento los apoyos fueron inmovilizados en dirección del desplazamiento mediante tacos de acero. Después del desplazamiento se han cambiado de lugar estos tacos, por lo que se ha eliminado totalmente cualquier posibilidad de deslizamiento longitudinal. Los apoyos hacen ahora las veces de simples apoyos elastoméricos.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

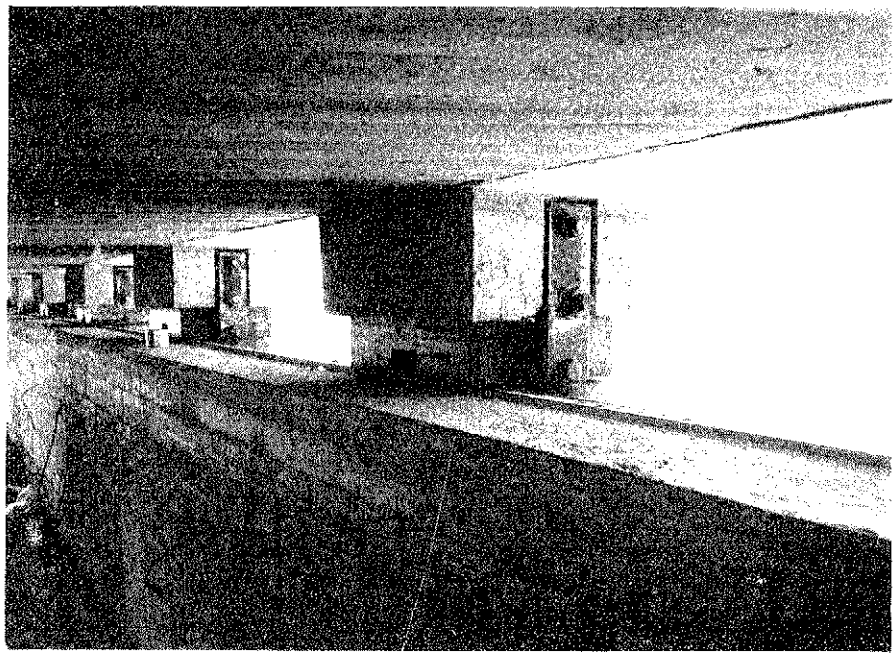


Fig. 17. — Lanzamiento transversal de un puente. Vista de los apoyos. Los tacos de acero se colocan al final, en las ranuras inferiores de los apoyos, para evitar un desplazamiento longitudinal del puente, y los apoyos trabajan como simples apoyos elastoméricos.

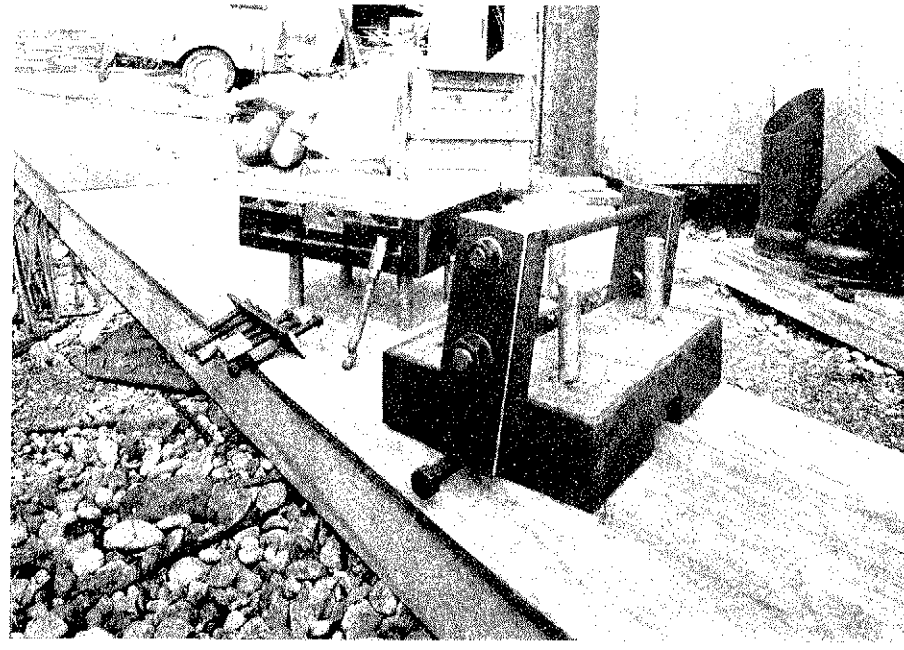


Fig. 18. — Detalle de los apoyos.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

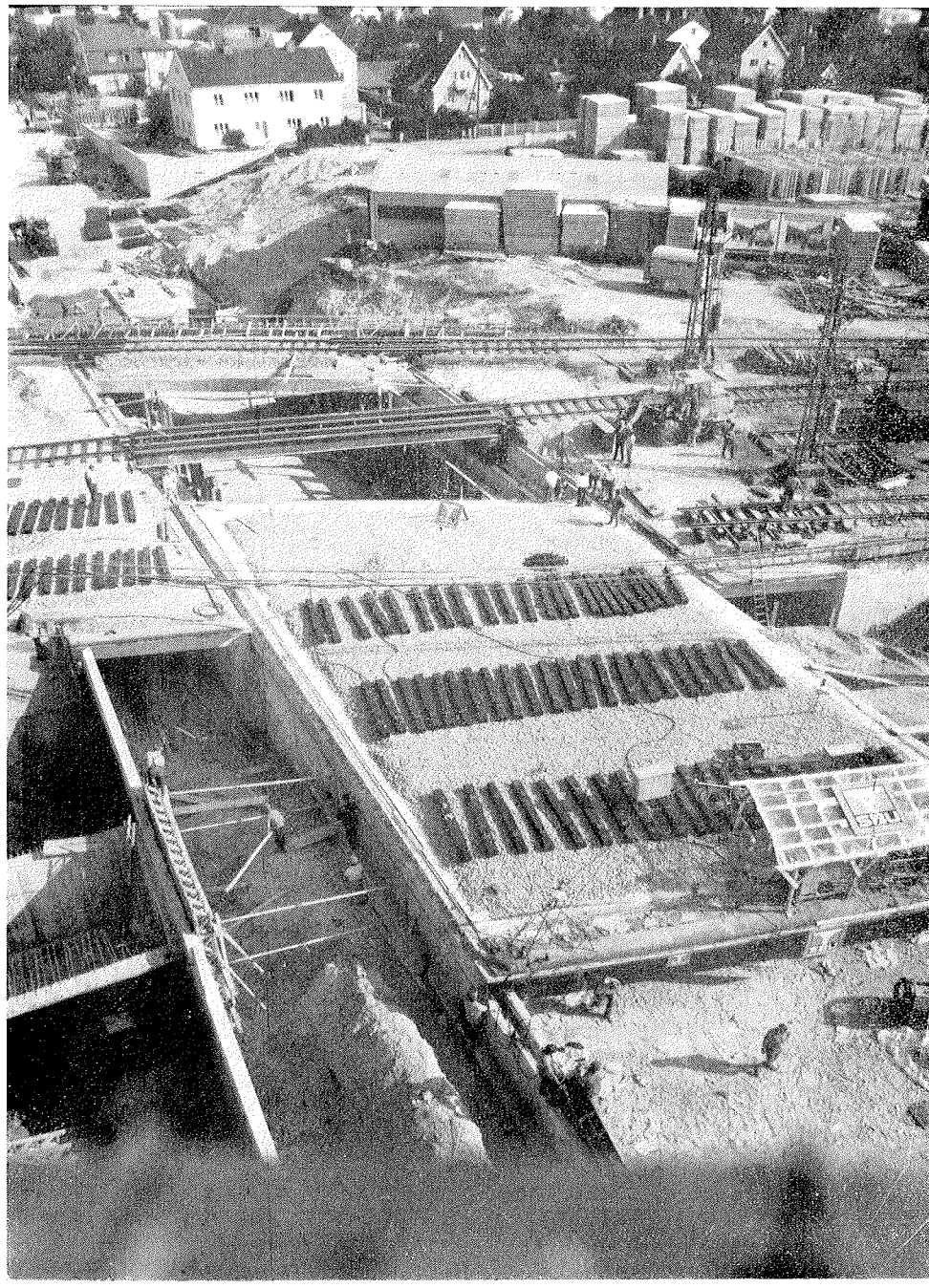
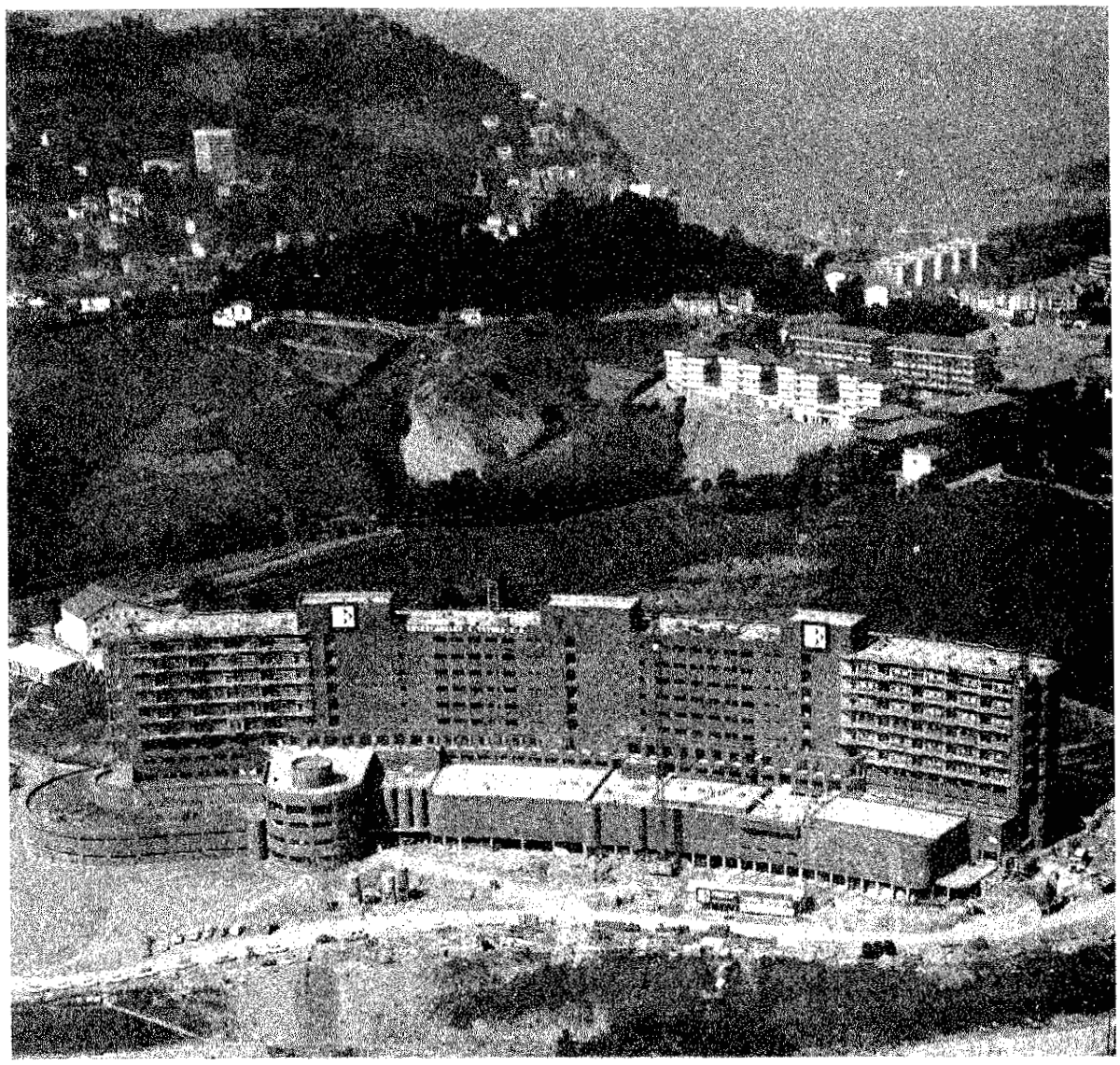


Fig. 19. — Vista superior del puente durante su lanzamiento.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

EDIFICACION

COMPLEJOS RESIDENCIALES - EDIFICIOS SOCIALES
CENTROS SANITARIOS Y EDUCATIVOS - HOTELES



CONSTRUYE:

ENTRECANALES Y TAVORA, S.A

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

tres puentes de ferrocarril de hormigón pretensado

JAVIER MANTEROLA ARMISEN
LEONARDO FERNANDEZ TROYANO
Dres. Ingenieros de Caminos

(Texto de la Conferencia pronunciada en el Simposio sobre Puentes Ferroviarios de Hormigón Pretensado)

Vamos a exponer tres obras que hemos realizado con don Carlos Fernández Casado y ayudados por nuestro grupo. Hemos elegido las tres más representativas en lo que se refiere a luces y procesos constructivos utilizados.

Dividiremos nuestra intervención en dos partes. La primera tratará de las conclusiones a que hemos llegado en el proyecto de puentes ferroviarios y en la segunda pasaremos revista a los tres puentes.

Un puente de ferrocarril se diferencia de uno de carretera en dos hechos fundamentales:

a) Está solicitado por una sobrecarga muy importante, lo que determina que la relación entre los esfuerzos producidos por ésta y los de carga permanente sea elevada. Esta relación es tanto mayor cuanto menor sea la luz del puente y disminuye para luces importantes.

b) En lo que se refiere a su distribución transversal sobre el tablero, la sobrecarga está fijada en unas líneas determinadas, al contrario de lo que ocurre en un puente de carretera en el cual la carga puede distribuirse de cualquier manera.

Estas dos condiciones determinan las notas esenciales que diferencian el diseño de los puentes de ferrocarril de hormigón pretensado de los de carretera. Su repercusión de cara al diseño se puede concretar, a nuestro entender, en los siguientes puntos:

1.º Al ser la relación entre carga total y carga permanente muy grande, la sección transversal más adecuada es la doble "T". La tabla inferior de esta viga tiene que poder acumular la suficiente cantidad de compresiones, en las zonas de momentos positivos, para hacer frente a las tracciones producidas por la sobrecarga.

Esta tendencia a la presencia de grandes alas superior e inferior en las vigas es tanto más apremiante cuanto más esbelta sea la sección. Para puentes poco esbeltos esta necesidad disminuye.

Las condiciones que cumple la viga doble "T" son recogidas con ventaja por la viga cajón, ya que ésta añade, además, su mayor rigidez a torsión. La utilización de uno u otro tipo dependerá más que nada del proceso constructivo elegido. En el caso de la prefabricación elegiremos preferentemente la viga doble "T". En el caso de construcción "in situ", la viga cajón más o menos aligerada.

Naturalmente, esta conclusión es válida únicamente cuando tratamos de puentes de

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

hormigón pretensado y su justificación se encuentra en la conveniencia de utilizar pretensado en clase I, para evitar problemas de fatiga en la armadura activa.

Sabemos que en una viga de hormigón pretensado, la tensión en los cables no varía prácticamente nada bajo la actuación de los esfuerzos de sobrecarga si la viga no se fisura. A partir de la fisuración la tensión en los cables crece rápidamente.

Por otro lado sabemos que para evitar los fenómenos de fatiga en los cables, interesa reducir la amplitud de la oscilación de tensiones a que está sometido el cable durante el período de servicio. Por lo dicho anteriormente, esta oscilación se reduce al máximo si evitamos la fisuración de la pieza, es decir, si utilizamos pretensado en clase I.

2.º La presencia del ferrocarril se hace notar también en la morfología de los puentes en lo que se refiere a las vinculaciones longitudinales entre vigas. Así como la continuidad es favorable en puentes de carretera, en puentes de ferrocarril no lo es tanto y esto es tanto más cierto cuanto menor sea la luz del puente. Si se adopta esta disposición en puentes de luces pequeñas, que son las no males en puentes de ferrocarril, y nosotros vamos a presentar tres casos de puentes ferroviarios continuos, se debe a otro tipo de consideraciones como son las de tipo constructivo u otra índole.

La razón de esta afirmación la volveremos a encontrar en la relación que existe entre la sobrecarga y la carga permanente.

Cuando la sobrecarga actúa sobre un vano cualquiera del puente producirá en éste una ley de momentos flectores positivos en el centro de la luz y negativos en los apoyos. Los vanos siguientes quedarán sometidos a momentos negativos en la proximidad del vano cargado y positivo en el apoyo opuesto. Si la sobrecarga es comparable o mayor que el peso propio, ocurrirá que su actuación producirá una gran oscilación de las leyes de momentos flectores máximos y mínimos respecto a la carga permanente, lo que como sabemos es perjudicial cuando se intenta conseguir la máxima eficacia del pretensado en la clase I. Este hecho nos conduce a disponer el pretensado con poca excentricidad principalmente en la zona de apoyos. Una gran parte de las tracciones de sobrecarga las tendremos que recoger con la componente de compresión centrada del pretensado, lo que es caro.

La sección doble "I" o cajón vuelve a aparecer aquí como ventajosa debido a su gran radio de giro.

Si miramos, por tanto, el puente pretensado de luces cortas y medias desde este punto de vista parecería interesante hacer siempre vigas apoyadas. Sin embargo, si esta tendencia no se cumple, en muchas ocasiones se debe a razones del proceso constructivo a adoptar, y aunque parezca mentira después de lo dicho, a la economía misma del pretensado. Pues si en número de cables la continuidad no ahorra nada, sí se tiene ventaja en el número de anclajes a disponer, ya que el puente apoyado necesita duplicar el número de anclajes, lo que no ocurre en el continuo, ya que no se cortan los cables en el apoyo. Otra economía secundaria se encuentra en que en el puente continuo se eliminan, además de la duplicidad de anclajes en cada corte, los refuerzos de cajetines y demás armadura secundaria.

3.º La permanencia de la sobrecarga sobre una línea facilita la distribución del material en la sección transversal para resistirla. En el caso de un puente de carretera la plataforma es generalmente ancha y debemos distribuir el material de manera que sus rigideces a flexión y a torsión hagan frente a una distribución de sobrecarga cualquiera. Si esto ocurriese en un puente de ferrocarril nos veríamos obligados a disponer el tablero con una sección transversal extraordinariamente resistente.

Fijémonos, por ejemplo, en el caso de puentes de doble vía. Si miramos el diseño desde el punto de vista del gasto de materiales, para resistir la sobrecarga vertical nos in-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

teresaría establecer una junta longitudinal en el puente para independizar el funcionamiento de una y otra vía; ya que si miramos la flexión a resistir, es cierto que la estructura que soporta una vía acude en ayuda de aquella que está cargada, quitándole parte de las flexiones que la solicitan. Pero como el caso de máximas flexiones corresponde a carga en las dos vías, cada una de ellas deberá ser dimensionada con independencia de la otra.

Si miramos ahora la torsión y la flexión transversal en el tablero, vemos que la mayor parte de esta solicitación se produce cuando se carga una sóla vía y es debida principalmente a la continuidad transversal entre las vías. La junta longitudinal elimina prácticamente gran parte de estos efectos.

Según lo que acabamos de decir para las acciones verticales interesa independizar las vías entre sí, concentrando la rigidez bajo cada vía.

Cuando examinamos, además de la carga vertical, las acciones horizontales que se producen por viento o fuerza centrífuga, si el puente está en curva, la separación entre ambas vías puede no ser conveniente, dado que las acciones de torsión son exteriores en este caso y para hacerlas frente puede interesar tener la colaboración transversal entre las estructuras que soportan cada vía.

Según sea la ventaja que para un tipo de solicitación conseguimos con la continuidad transversal y los inconvenientes que para otra se deduzca de esta misma continuidad, interesará separar o unir estructuralmente ambas vías. Se puede decir, de una manera general que cuanto más alto y más curvo sea un puente tanto más interesará solidarizar ambas vías y viceversa.

Por último, la distribución del material bajo cada vía debe hacerse de manera a evitar, en la medida de lo posible, las flexiones transversales que se producen por la actuación de la carga en el carril.

4.º Resulta obvio después de lo dicho, que los puentes de ferrocarril son mucho menos esbeltos que los de carretera. Si en éstos se pueden alcanzar esbelteces del orden de 1/30 de la luz con secciones en losa o un poco menores en secciones aligeradas, en los puentes de ferrocarril vamos siempre a esbelteces comprendidas entre 1/10 a 1/18, que dependerán también del tipo de sección transversal utilizada. Menores para vigas doble "T" y mayores para secciones cajón.

5.º La gran cantidad de sobrecarga en los puentes de ferrocarril presenta ventajas de cara a enfrentarse con procesos constructivos muy evolutivos en los que la distribución de esfuerzos durante el proceso constructivo se asemeja poco a las que se producen durante la fase de servicio. Un ejemplo de esto lo veremos cuando presentemos el puente de Guadalimar.

Hemos visto unas cuantas incidencias particulares que el ferrocarril presenta en el diseño de puentes pretensados. Naturalmente estas particularidades se unen a la problemática general de los puentes. Vamos a ver a continuación tres ejemplos de cómo hemos sabido conjugar ambas instancias.

VIADUCTO DE GERONA

Para la Segunda Jefatura de Ferrocarriles del M.O.P. y construido por Dragados y Construcciones y Huarte y Cía., empresarios agrupados. Pretensado Freyssinet.

Para evitar el corte de la ciudad por el ferrocarril, se ha elevado éste en todo su paso por ésta, con estación de viajeros y todo (fig. 1).

Tiene este viaducto una longitud total de 2 km, pero supone una longitud de vía de cerca de 6 km.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Fig. 1. — Vista aérea del viaducto de Gerona.

El viaducto se ha resuelto mediante viga continua de sección trapecial con voladizos, con luz media de 20 m y canto de 1,20, aligerada con dos alvéolos circulares, con dintel independiente por vía, solución necesaria por tenerse que hacer primero una vía y dar tráfico por ésta y después realizar la otra (fig. 2).

La construcción se ha realizado mediante cimbra autoportante y, dada la gran longitud del viaducto, han sido necesarias dos cimbras independientes (fig. 3).

Para acelerar el proceso de construcción de cada vano se ha dispuesto de un pórtico móvil sobre el dintel, que permita la prefabricación de toda la armadura y las vainas correspondientes a un vano anterior, trasladándose luego ésta colgada del pórtico a su posición sobre la cimbra y enhebrándose posteriormente los cables.

Con esto se ha conseguido un ritmo de cuatro días por vano en cada cimbra mediante el ciclo siguiente: tres días para hormigonado y endurecimiento del hormigón y

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

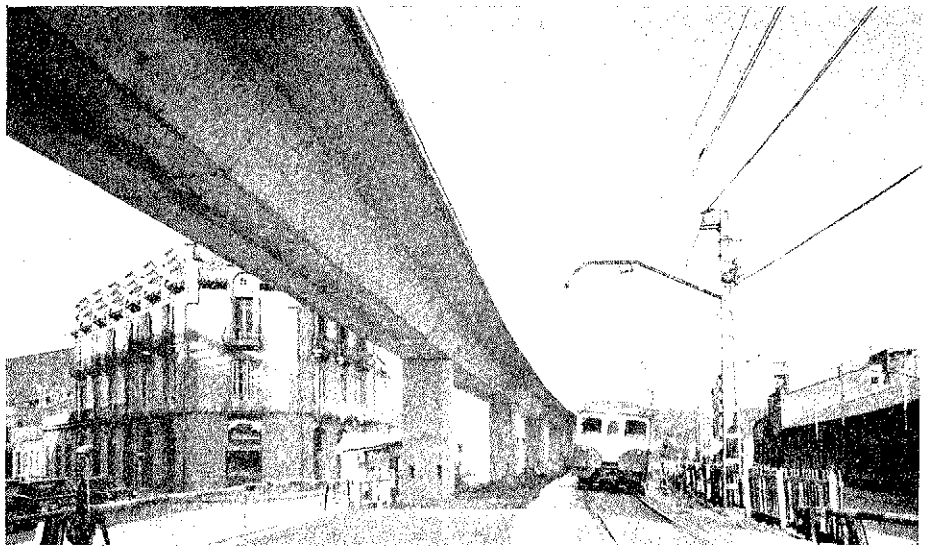


Fig. 2. — Viga continua de sección trapecial con voladizos.

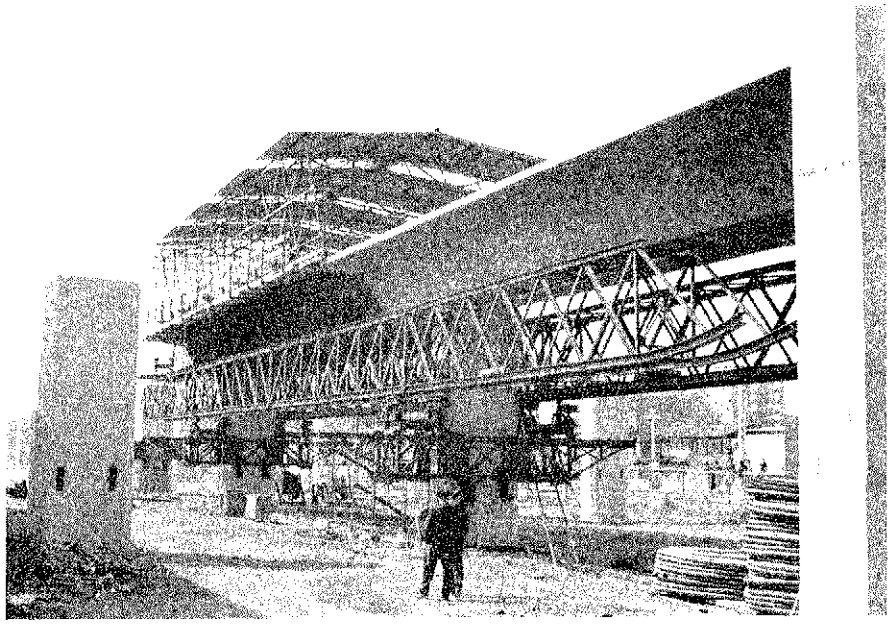


Fig. 3. — Cimbra autoportante.

prefabricación de la armadura del vano siguiente. Un día para tesar el vano, traslado de cimbra, traslado de armadura mediante el pórtico y enhebrado de cables.

Las zonas de bifurcación de vías se han resuelto mediante bifurcación de los dinteles, realizándose estas zonas in situ.

Los andenes sobre los que va la marquesina están formados por una losa nervada realizada con un encofrado sobre ruedas que corre sobre los dos dinteles.

El apoyo del dintel se realiza mediante articulaciones fijas y neopreno y apoyos de neopreno-teflón en las articulaciones.

Para más información ver Informes de la Construcción número 267.

Propiedad: M. O. P. Dirección General de Transportes Terrestres.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Proyecto vial: don Ramón Argüelles.

Dirección de obra: don Carlos Avilés.

Construcción: Dragados y Construcciones, S. A., y Huarte y Cía., S. A. Ingenieros: don Carmelo Cortés y don Ignacio Iturbe.

Asesoría Geotécnica: Geoexpert, S. A.

Pilotaje: ICOS.

Sistema de pretensado: Freyssinet.

PUENTE SOBRE EL RIO GUADALIMAR

El puente sobre el río Guadalimar pertenece a la línea Linares-Almería y sustituye a un antiguo puente metálico (fig. 4).

El puente tiene una sección cajón de 3,5 m de canto, 3 m de anchura inferior y 5 m en la plataforma superior. El dintel es continuo y está formado por cuatro luces de 38 + 54 + 38 + 38 m. Se apoya en dos estribos finales y tres pilas intermedias de 19 y 17 m de altura.

La particularidad de este puente la constituye su proceso constructivo, que se ha realizado por el método de construirlo en la orilla y lanzarlo mediante empuje. La aplicación de este método no resulta ideal en nuestro caso por dos razones. Primero es un puente de longitud total pequeña, con lo que el coste del encofrado fijo situado en el borde tiene pocas reutilizaciones. Segundo, la presencia del río Guadalimar obliga a establecer

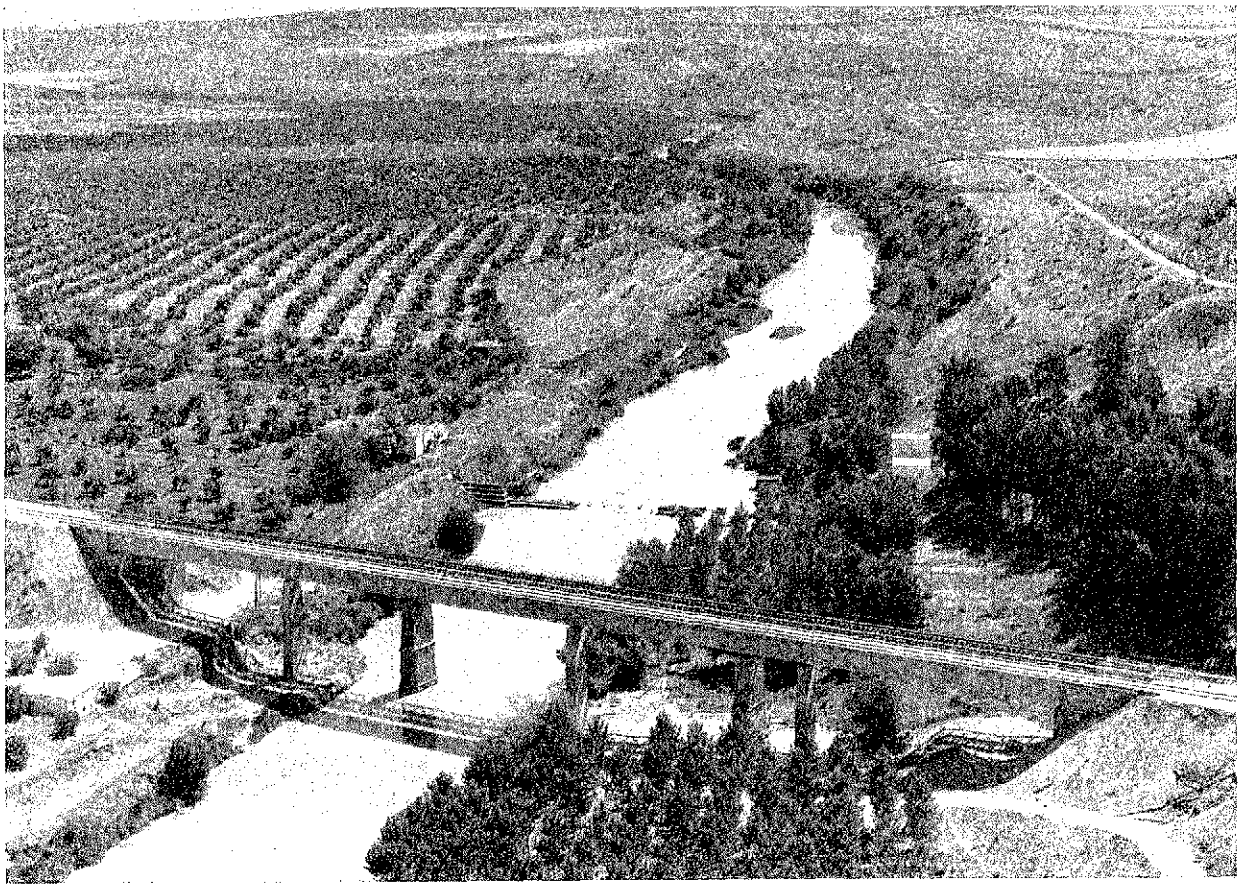


Fig. 4. — Puente sobre el río Guadalimar.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

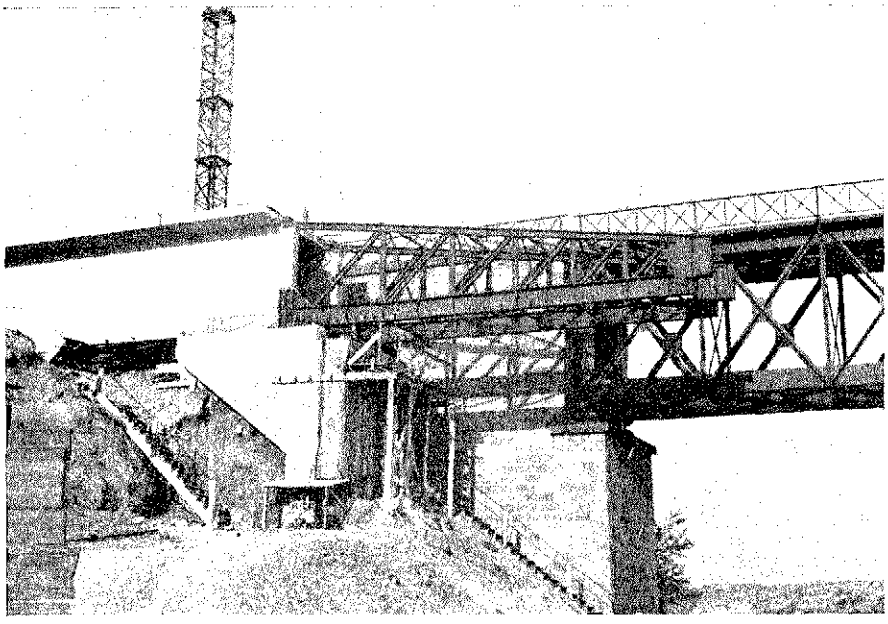


Fig. 5. — Lanzamiento del pico de avance desde un estribo.

una luz central de 54 m, la cual es mucho mayor que el resto de las luces. Este hecho obligaría, en el caso de lanzarlo desde un sólo estribo a disponer el "pico" de avance de una gran longitud y a sobrecargar excesivamente el dintel en la fase en que atraviesa dicho vano o a disponer una pila provisional intermedia que dividiera en dos el vano central, lo cual no era posible por la presencia del río; y además en el caso de poder disponerse se habría utilizado como definitiva.

Por dicha razón optamos por dividir el puente en dos partes y lanzarlas desde las dos orillas para llegar a unirse en el centro del tramo de 54 m, donde se le dio continuidad por hormigonado *in situ*.

En realidad este procedimiento se planteó para construir un conjunto grande de puentes en dicha línea cuando fue convocado un concurso de proyecto - construcción, pero a la empresa Huarte y Cía. sólo se le adjudicó este puente y por eso perdió el procedimiento el atractivo de una generalidad y rentabilidad mayor. No obstante sirvió para poner a punto un procedimiento —muy utilizado en Alemania— y que además resolvía el proceso de construcción de un cajón con una luz muy importante para el ferrocarril 54 m, encima de un río.

Veamos cuáles son los componentes específicos del procedimiento:

a) El pico de lanzamiento.
b) El parque fijo de construcción.
c) Los gatos de empuje.
d) Los aparatos deslizantes de neopreno-teflón que permiten el deslizamiento.

a) El pico de lanzamiento.

Consiste en una ménsula metálica que se añade en la punta delantera del cajón, fijándola al mismo. Su misión es alcanzar rápidamente la pila siguiente de manera a conseguir una reacción ascendente en dicha pila que nos contrarreste los momentos negativos, que como ménsula va tomando el cajón de hormigón. La longitud del pico está acotada entre dos extremos. Cuanto mayor sea el pico menor será la ley de momentos flectores que

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

como ménsula tomará el cajón, pero mayor será la inversión en acero estructural y viceversa. La relación idónea entre longitud de pico y vano está alrededor de 0,6 para puentes de carretera. Esta longitud puede ser menor en aquellos puentes como los de ferrocarril o en acueductos, en los cuales la sobrecarga es muy importante y, por tanto, la sección tiene mucha capacidad de resistencia (figs. 5 y 6).

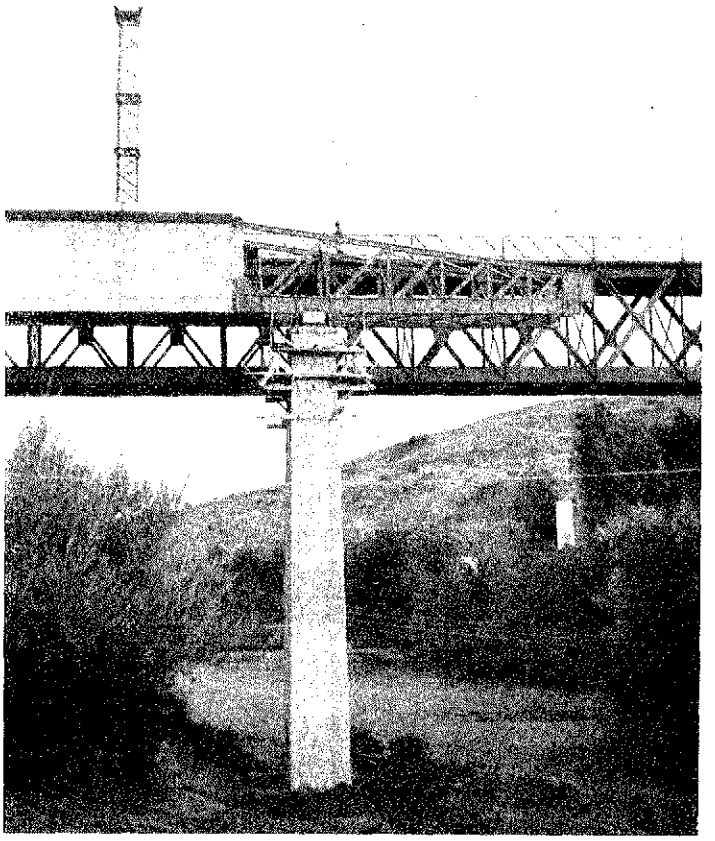


Fig. 6. — Ménsula sobre una pila.

El pico suele estar formado por dos cuchillos en celosía o alma llena, arriostrados entre sí y anclados al dintel por medio de barras de pretensado.

En nuestro caso se realizó un pico muy corto: 14 m de longitud = 0,37 de la luz (38 m), debido al gran canto exigido por la sobrecarga de ferrocarril y la luz del vano central de 54 m. Además, el momento máximo que se producía en el dintel durante el lanzamiento del tramo de 38 m corresponde a un punto situado a 24 m de la punta del voladizo de hormigón, punto este que ocupará en situación de servicio el apoyo del vano de 54 m.

Es muy frecuente en la tecnología alemana disponer pilas intermedias desmontables y trasladables con el fin de reducir aún más la longitud del vano a atravesar.

b) Parque fijo de construcción.

El parque se sitúa en las proximidades de los estribos y la distancia a éste está limitada por la estabilidad del conjunto pico y zona de dintel fabricada, hasta que durante la operación de empujado el pico alcance la primera pila. La longitud de dovela a construir depende de la longitud del puente. En nuestro caso se hizo de 12 m.

En la fijación de la zona de construcción se encuentran, a nuestro entender, las prin-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

cipales ventajas del procedimiento, ya que la construcción del dintel resulta entonces sistemática, con máxima rentabilidad del material de puesta en obra, mínimo número de obreros y gran rapidez de construcción. Por este procedimiento ha sido posible realizar en Alemania dos dovelas de 20 m cada semana.

La instalación del parque requiere una nivelación esmeradísima; la unidad de medida es el milímetro y no el centímetro, como en otras obras. En la nivelación del parque y del resto de los apoyos de deslizamiento a lo largo del puente reside el éxito del empujado. Un parque mal nivelado producirá rozamientos diferentes de un lado y otro del cajón, a lo largo de su empuje sobre las pilas, lo que ocasiona la desviación lateral del acueducto, rotura de apoyos provisionales y torsiones en el cajón. Por esta razón resulta de primordial interés conseguir una nivelación de cada punto del orden de 0,5 mm y una cimentación adecuada del parque.

Otro de los puntos importantes a considerar en el parque consiste en el rozamiento que experimenta el hormigón vertido sobre el encofrado inferior y que es necesario contrarrestar con los gatos de empuje, cuando se va a lanzar. Dicho rozamiento suele ser del orden del 0,5 del peso del hormigón, rozamiento muy superior al que experimenta a lo largo del proceso de empuje en los otros puntos, ya que en estos se disponen almohadillas de teflón con un coeficiente de rozamiento que se estima en el 0,04 de la carga vertical.

Para salir al paso de esta fuerza inicial grande se han utilizado diversos procedimientos. Citaremos los tres más importantes:

1. Sobre el parque se construye únicamente la suela inferior del cajón y una parte de las almas. De esta manera conseguimos reducir el peso y, por tanto, la fuerza horizontal de rozamiento. Esta suela se empuja a la posición siguiente en donde se construye, apoyado ya sobre teflón, el resto de las almas y el tablero superior. Es claro que la parte de cajón inferior que es necesario realizar depende de la luz entre los apoyos de teflón, ya que deberá aguantar el peso del resto del cajón.

Es necesario proceder a un pretensado por fases en esta etapa para eliminar acortamientos diferenciales de retracción entre parte superior e inferior del cajón que podrían producir pequeñas grietas en la zona de contacto entre ambos.

2. Consiste en construir el cajón a sección completa sobre un parque que se puede descender dejando la dovela construida en ménsula posterior sobre las dovelas precedentes. Con este procedimiento se elimina el rozamiento producido entre hormigón y acero del encofrado. Tiene el inconveniente de la necesidad de volver a nivelar cada vez el parque, además de necesitar su montaje sobre una plataforma móvil accionada por gatos hidráulicos.

3. Consiste en utilizar un parque fijo, como en el caso 1, pero introduciendo aire o agua a presión entre hormigón y encofrado que los despegue y elimine casi el rozamiento por suspensión del cajón.

La utilización de uno u otro procedimiento depende de varios factores. Por ejemplo, en el caso de tener un puente corto y el parque de fabricación construido sobre un terraplén será mejor utilizar el procedimiento 2, pues la corrección de la nivelación es necesario hacerla por posibles asientos del suelo y el dimensionamiento de los gatos de empuje no será muy grande.

Si se tiene un puente largo, el dimensionamiento de los gatos de empuje lo determinan las últimas etapas del lanzamiento, cuando todo el puente está gravitando sobre los apoyos deslizantes. Si el suelo de la construcción del parque es bueno no será necesario hacer un parque móvil y nos sobrará capacidad de empuje para despegar el hormigón si se utiliza el procedimiento 1.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

El procedimiento 3 se ha planteado para varios puentes pero no conocemos aún su eficacia.

c) Gatos de empuje.

Los gatos de empuje son unos simples gatos horizontales de unos 25 cm de émbolo apoyados sobre una base de teflón y ayudados, durante su recuperación, de gatos verticales para sostener el puente. La transmisión de la carga al puente se realiza por simple rozamiento entre éste y una chapa superior estriada situado sobre los gatos horizontales.

La operación de empujado es extraordinariamente rápida. Primero se ponen en carga los gatos horizontales que trasladan el puente 25 cm. A continuación se accionan los gatos verticales que sostienen el puente y le producen una flecha ascendente suficiente para recuperar los gatos horizontales y se vuelve a reanudar la operación.

Este procedimiento no es válido durante las primeras etapas de empujado, ya que sobre los gatos no actúa más que el peso del pico y éste no es capaz de proporcionar carga vertical para conseguir una fuerza horizontal suficiente. En estas fases se utilizan unas barras de pretensado que unen los gatos de empuje con el hormigón del parque o el pico.

d) Aparatos de neopreno-teflón.

A lo largo del estribo y encima de las pilas es necesario disponer apoyos deslizantes de neopreno-teflón, formados por una almohadilla de neopreno de unos 12 mm y 0,5 ó 1 mm de teflón. El coeficiente de rozamiento estimado es del orden del 4 por 100 y su superficie depende de la carga vertical.

Estas almohadillas se disponen sobre los apoyos definitivos del puente o sobre unas piezas de hormigón provisional que luego se sustituyen por los apoyos definitivos. El primer procedimiento encarece un poco los apoyos definitivos del puente y el segundo obliga a sustituir después el taco de hormigón por el apoyo, lo cual presenta a veces problema por el gran peso que es necesario mover.

Además de estos apoyos provisionales es necesario proveer a las pilas de unas guiaderas longitudinales con dos misiones. Encauzar el puente durante el empuje y hacer frente a las fuerzas horizontales de viento durante el lanzamiento.

Es claro que este procedimiento requiere una determinada inversión en todos estos aparatos y medios, además de ser necesaria una gran precisión en la construcción. Sin embargo son de una gran reutilización y permiten, hoy en día, el movilizar los enormes pesos de grandes puentes. Con él se pueden construir puentes rectos y curvos, siempre que éstos sean circulares.

Otra característica importante del procedimiento constructivo explicado reside en la enorme evolución de los esfuerzos en cada sección del puente durante el proceso de lanzamiento. Cada sección estará sometida a un momento negativo igual al de peso propio encima de pilas y a un momento positivo correspondiente a centro de vano, ya que cualquier sección pasa por todas las posiciones. Esta condición obliga a disponer el pretensado, durante el lanzamiento, bastante centrado, pretensado al que se le añade otro complementario para las acciones totales del puente, situado este último de la manera más eficaz posible. Es claro que cuanto mayor sea la sobrecarga más posibilidades tendremos de obtener la máxima eficacia del pretensado total. Por esta razón en puentes de carreteras en que la sobrecarga es pequeña se suele ir a puentes de pequeña esbeltez, con el fin de reducir el coste del pretensado.

Propiedad: Renfe.

Dirección de obra: Don Javier Pérez Rodríguez.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Construcción: Huarte y Cía., S. A. Ing. don Bernardo Prieto.
Asesoría geotécnica: Geoexpert, S. A.
Sistema de pretensado: C.C.L.

VIADUCTO DE VILLAVERDE-VICALVARO SOBRE EL RIO MANZANARES

Para la primera Jefatura de Ferrocarriles del M. O. P. y construido por Huarte y Cía., Sociedad Anónima. Pretensado B.B.R.V. (fig. 7).

Tiene una longitud de 500 m y doble vía. Se ha realizado mediante dinteles unidos por la losa superior con luces de 20 m y canto constante de 1,70 m y sección trapecial, aligerada mediante un alvéolo circular, salvo la zona central que tiene que salvar el río

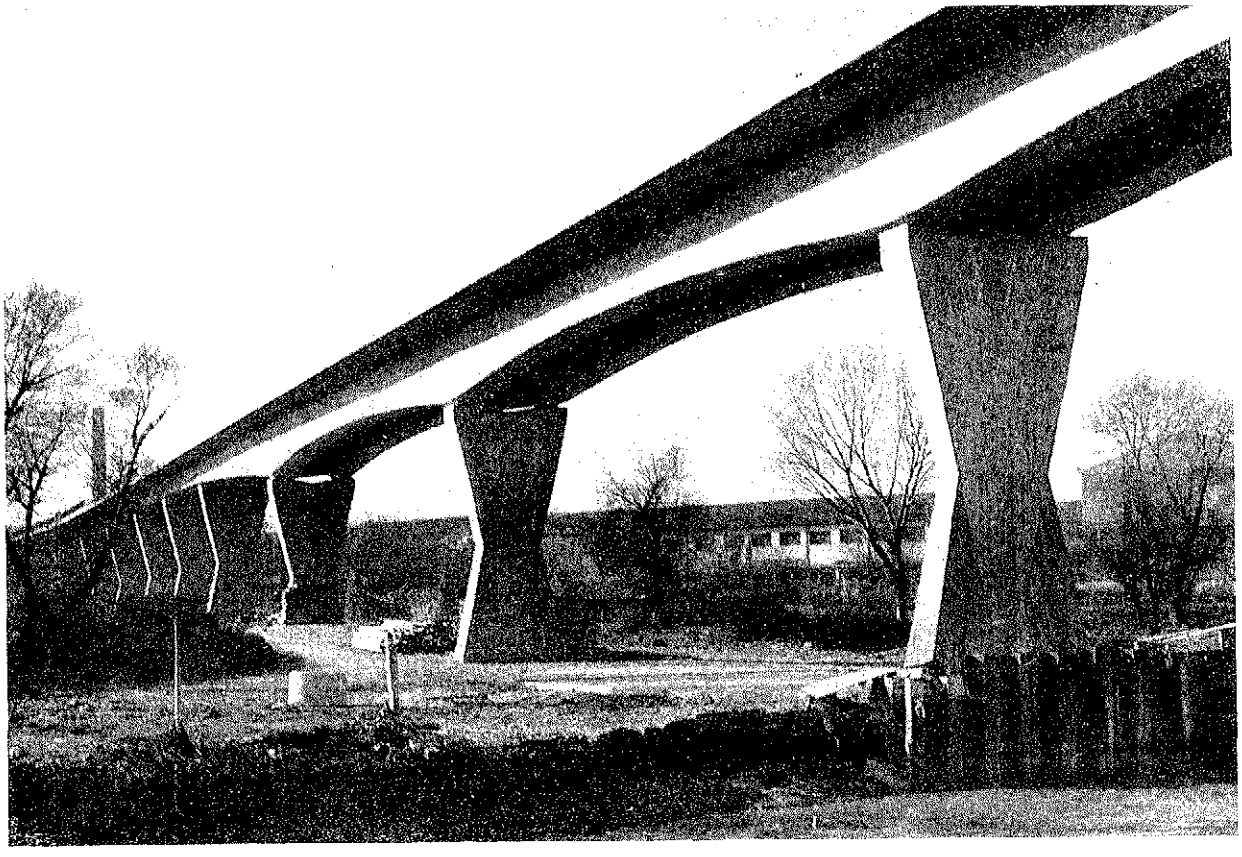


Fig. 7. — Viaducto de Villaverde-Vicálvaro, sobre el río Manzanares.

y la futura autopista del Manzanares, por lo que existen cuatro luces de 38,5 m que se han resuelto con canto variable de 3,5 en apoyos y 2,5 en clave y sección cajón.

Los dos cajones se han unido en este caso debido a la gran curvatura en planta del puente en su tramo de acceso.

La zona central no ha hecho posible la rentabilidad de una cimbra autoportante, por lo que se ha construido mediante cimbra convencional de dos en dos vanos en la zona de luces de 20 m y de vano en la zona de 38,5 m, realizándose los dos cajones juntos y solidarizados por la losa superior (fig. 8).

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

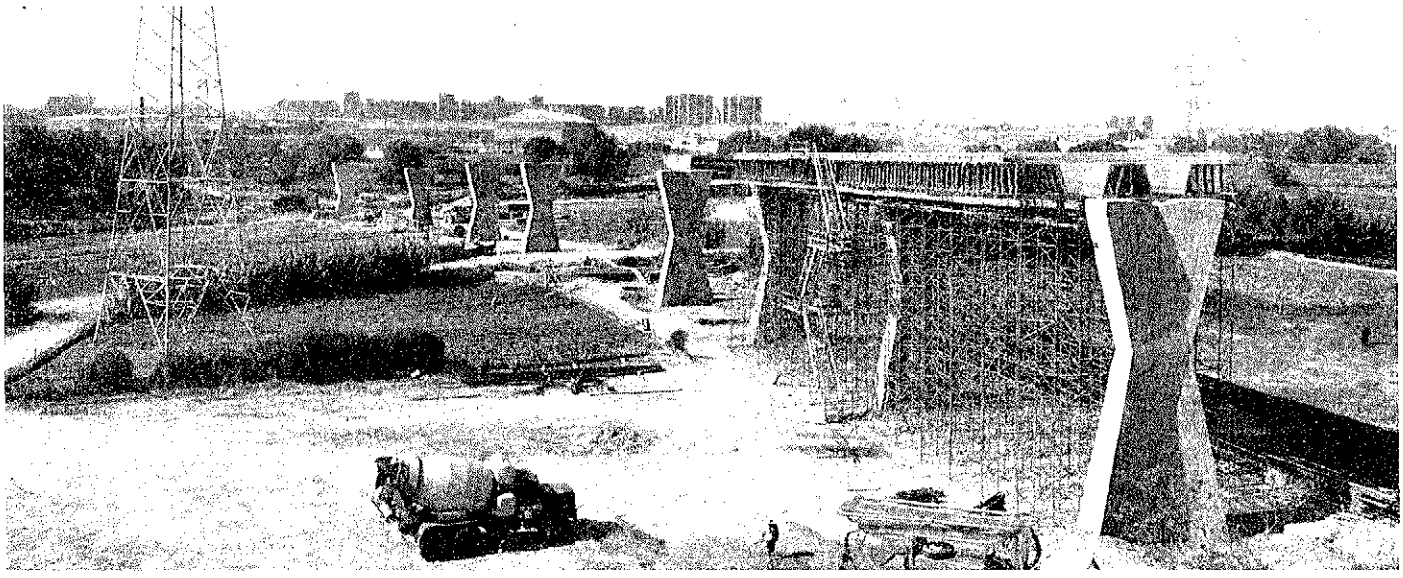


Fig. 8. — Cimbra

El cruce del río ha planteado la necesidad de disponer una cimbra autoportante cuya repercusión en el costo total de la obra ha sido despreciable.

La disposición de apoyos y articulaciones es la misma que en Gerona, salvo en la zona de luces grandes que va sobre apoyos de neopreno-teflón.

Propiedad: M. O. P. Dirección General de Transportes Terrestres.

Dirección de obra: Don José Aponte Sánchez.

Construcción: Huarte y Cía., S. A. Ing. don Leandro Buján.

Asesoría geotécnica: Geoexpert, S. A.

Pilotaje: Rodio, S. A., IIICEOSA.

Sistema de pretensado: B.B.R.V.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

591-2-90

puente de Andarax

RAFAEL CHUECA
Ing. de Caminos

(Texto de la Conferencia pronunciada en el Simposio sobre Puentes Ferroviarios de Hormigón Pretensado.)

A finales de 1969 la RENFE acometió la tarea de renovar los puentes de la línea Linares-Almería, una de las de mayor tráfico ferroviario debido al transporte de mineral de hierro desde las minas de La Calahorra. Para ello convocó un concurso de proyecto y construcción del primer grupo de puentes, formado por los de Gobernador, El Salado, Hacho y Andarax. Este último fue adjudicado conjuntamente a nosotros y a la empresa Fernández Constructor, S. A.

El puente de Andarax atraviesa el río de igual nombre y pasa sobre el pueblo de Santa Fe, enclavado entre huertas de naranjos. El trazado del puente existente estaba formado por una curva circular sobre Santa Fe, seguida de una alineación recta. Nuestra primera propuesta de puente empujado se adaptaba a las bases de concurso, que no preveían la intercalación de curvas de acuerdo; por lo que repetía los dos elementos, círculo y recta, del puente existente e iba situado en la concavidad del mismo. En estas condiciones, el puente nuevo tenía tres tramos isostáticos en la zona curva y el resto se construía por empuje desde la orilla opuesta.

Posteriormente, se nos solicitó la introducción de una clotoide en el trazado, y la ampliación del puente por el lado de Santa Fe, con el fin de reducir al máximo las expropiaciones, muy costosas por la existencia de naranjos. Con esto se reducía la longitud de zona recta susceptible de ser empujada; pero cualquier otra variante con curva circular única hubiese alargado mucho el puente.

Así, pues, el puente consta de dos partes claramente diferenciadas (fig. 1): una zona

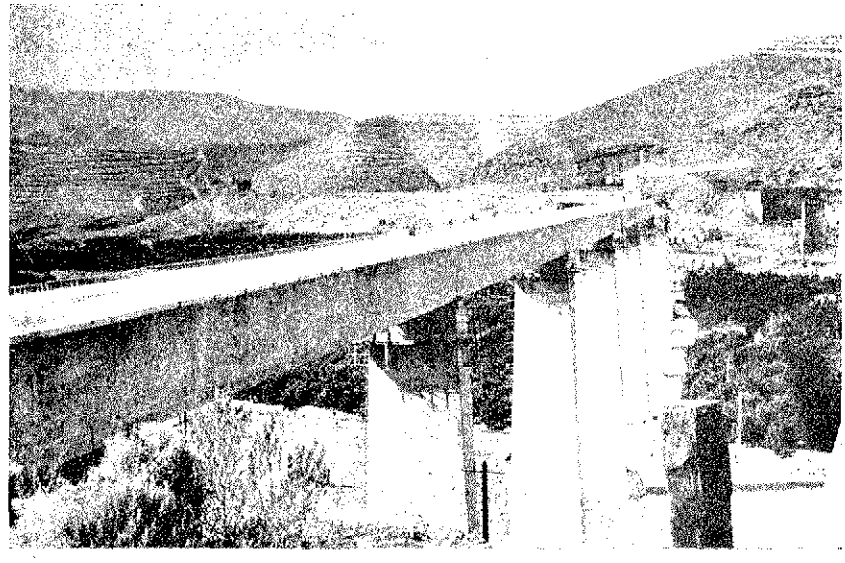


Figura 1.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

curva, formada por seis vanos isostáticos de 31 m de luz teórica y 32,60 m entre ejes de pilas, y una recta, constituida por un dintel continuo con luces de 34 + 4 × 42,50 + + 34 m. Las longitudes en curva y recta son, pues, de 195,50 y 239,40 m, respectivamente, y la total del puente de 434,90 m.

Las cimentaciones de los tramos isostáticos se hicieron directas, a la vista de un ensayo con placa de carga hecho por el Laboratorio del Transporte y dado que el nivel elevado de las huertas respecto al río no hacía temer una socavación en el caso de una avenida. Las pilas del tramo continuo se cimentaron en cuatro pilotes perforados, de 1,50 m de diámetro. Las pilas son un cajón hueco de hormigón, con dimensión longitudinal de 2,50 m y dimensión transversal variable. Se hormigonaron mediante encofrados trepadores.

El tablero tiene la misma sección en los tramos isostáticos que en la parte empujada, y consiste en un cajón con 2,80 m de canto, ancho superior de 5,20 m, ancho inferior de 3,60 m y almas de 0,25 m de espesor. Resulta así un peso propio muy reducido, de 8 t/m, y unas esbelteces de 1/11 para los tramos isostáticos y 1/15 para el continuo.

Los tramos isostáticos se hormigonaron sobre cimbras apoyadas en castilletes metálicos y llevan un pretensado de tendones 12 ∅ 1/2" sistema Barredo. Las cuantías son de 0,67 m^3/m^2 de hormigón, 57 kg/m^2 de armadura pasiva y 21 kg/m^2 de armadura activa.

Lo más interesante de este puente es el proceso de construcción del tramo continuo, por empuje desde la orilla a medida que va progresando su construcción. Este método fue puesto a punto por Baur y Leonhardt y requiere unos medios de ejecución particulares a los que vamos a pasar revista.

El dintel se descompuso en 17 dovelas, de 14,17 m de longitud, que se hormigonaban en una instalación fija (fig. 2). Primeramente se hormigonaba la losa inferior,

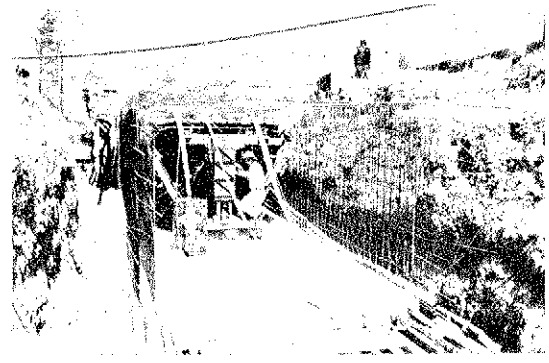


Figura 2.

que se ve en primer plano en la figura, y que se lanzaba juntamente con la dovela anterior, con lo que quedaba en posición para completar el hormigonado del resto de la dovela. Todos los encofrados reposaban sobre una bancada metálica muy rígida, ya que no son admisibles errores de nivelación superiores a 1 mm en este tipo de construcción. La bancada apoyaba sobre unos dispositivos de cuña de forma que, al ser arrastrada por el hormigón al iniciarse cada etapa de lanzamiento, descendía y dejaba a la última dovela en voladizo. Al finalizarse la etapa, se le hacía recuperar su posición mediante unos gatos de eje horizontal. Se aprecia también en la figura cómo se iba colocando la armadura sobre la losa inferior, para ganar tiempo. Se alcanzó un ritmo de una semana por dovela.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

El esfuerzo para el lanzamiento se producía por dos gatos de eje horizontal, atornillados a una ménsula metálica, a su vez anclada al estribo mediante barras pretensadas (figs. 3 y 4). La cabeza de los dos gatos se unía por una pieza metálica a la que iba soldada la barra de tiro (fig. 5), de sección maciza de 110 × 110. Los gatos imprimían a dicha barra un movimiento alternativo de 25 cm de amplitud. La transmisión del esfuerzo al tablero se realizaba a través de un dispositivo de cuñas (fig. 6) sujeto en el extremo de un pasador metálico que atravesaba el cajón de hormigón. Cuando la barra se movía hacia adelante, las cuñas se enclavaban automáticamente y el puente avanzaba 25 cm, y en el recorrido hacia atrás, se desenclavaban y la barra se movía libremente entre ellas.

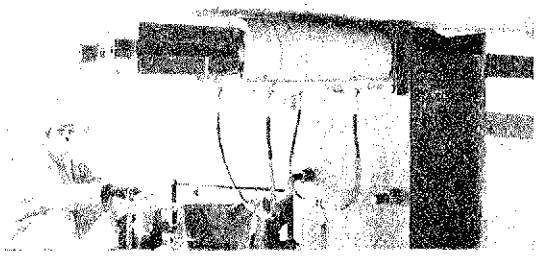


Figura 3.

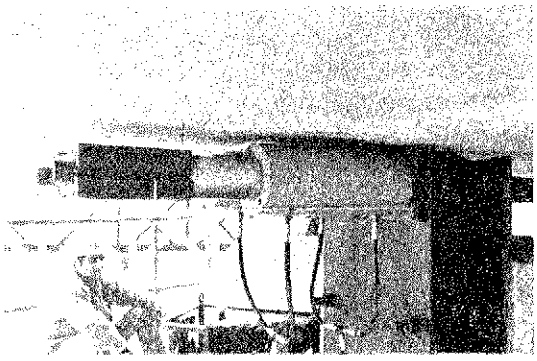


Figura 4.

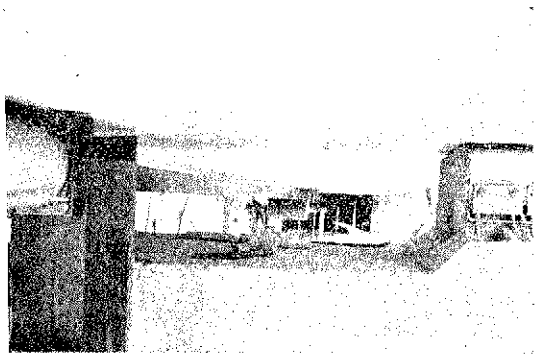


Figura 5.

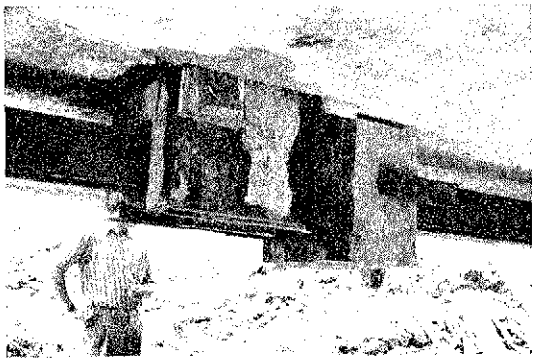


Figura 6.

Durante el lanzamiento, el puente apoyaba sobre placas de neopreno-teflón de 30 × 30 cm. El teflón deslizaba sobre una banda de acero inoxidable dispuesta sobre unos bloques prefabricados de hormigón (fig. 7). Estos bloques han quedado como apoyos definitivos, por lo que su cara superior es una gruesa plancha de acero mecanizado.

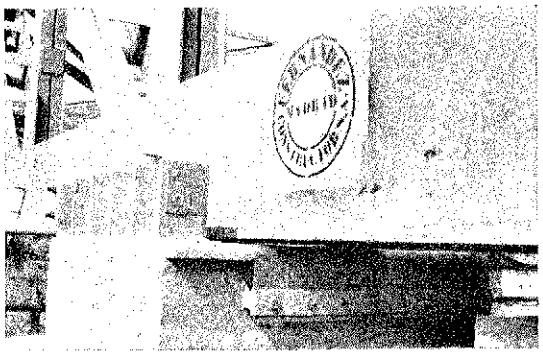


Figura 7.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Al terminar el lanzamiento se fue levantando el tablero, sucesivamente sobre cada pila, para sustituir las placas de neopreno por otras definitivas. Las placas de lanzamiento eran arrastradas por el movimiento del puente y salían por el extremo del bloque de apoyo; antes de esto se introducía una nueva placa por el extremo opuesto del bloque sin más que mantenerla aplicada normalmente a la parte inferior del tablero.

Es interesante reducir en lo posible el tamaño de las placas de lanzamiento, con objeto de que al aumentar la presión de contacto baje el coeficiente de rozamiento. En este caso se había previsto, para el dimensionamiento de la instalación, un coeficiente de 3,5 por 100, pero un hecho imprevisto hizo ver que puede ser bastante más bajo. El puente tiene una pendiente longitudinal de 1,55 por 100, subiendo desde el punto de lanzamiento. Cuando estaba finalizando la construcción y se había hecho una de las últimas fases de lanzamiento, quedó la última dovela fuera de los encofrados, sin nada que pudiese impedir su movimiento hacia atrás. A la mañana siguiente se encontró que el puente había retrocedido 11 cm. Sin duda la bajada de temperatura nocturna, con el consiguiente acortamiento del tablero, movilizó los apoyos, con lo que el coeficiente de rozamiento estático bajó a un valor inferior, del orden de la pendiente del trazado.

A la parte delantera del tablero se unió, mediante barras pretensadas, un pescante metálico (figs. 8 y 9) para reducir los momentos negativos que tenían que desarrollarse sobre la pila más avanzada antes de alcanzar la siguiente. En este caso la longitud del pescante era del 50 por 100 del vano, con lo que resultaba un pico de esfuerzos de

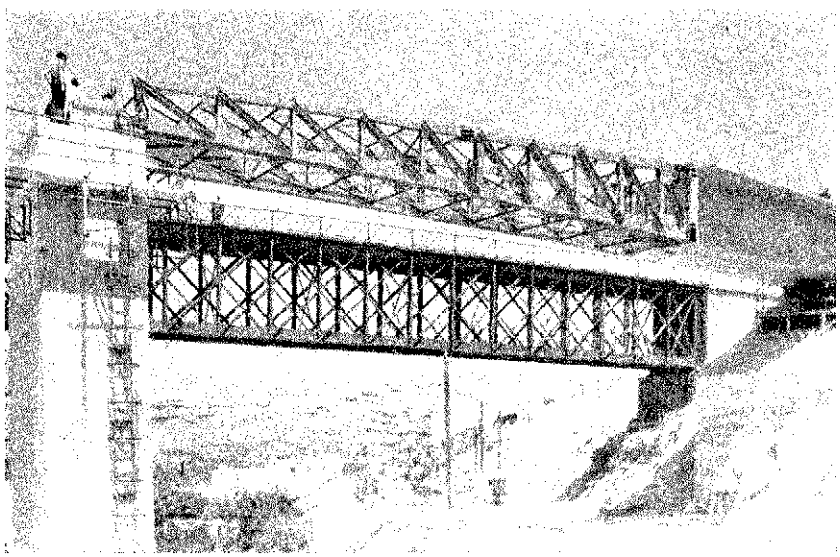


Figura 8.

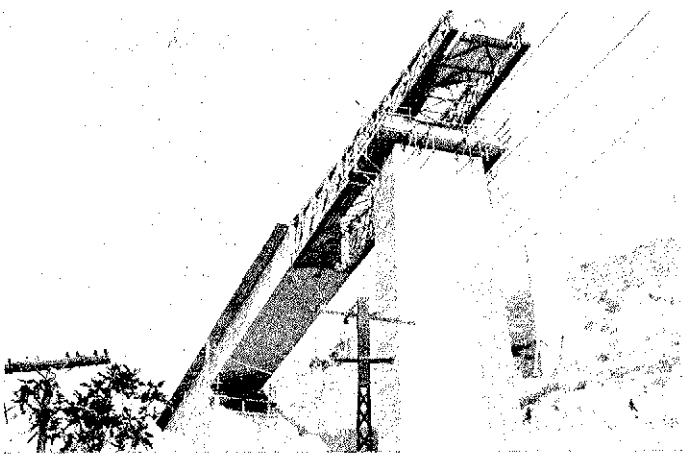


Figura 9.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

2,3 veces los que se desarrollaban en el resto de las secciones. Una longitud mayor de pescante lo encarece, pero disminuye el pico de momentos y el pretensado provisional necesario para absorberlo; así, por ejemplo, en un puente de carretera, con un pescante de longitud 0,6 del vano, el pico de momentos es de 1,4 veces el del resto. Aquí, el pretensado provisional para resistir dicho pico estaba formado por barras Dywidag ancladas exteriormente sobre perfiles metálicos.

El pescante llegaba a cada pila (fig. 10) con una flecha suma de la suya por peso

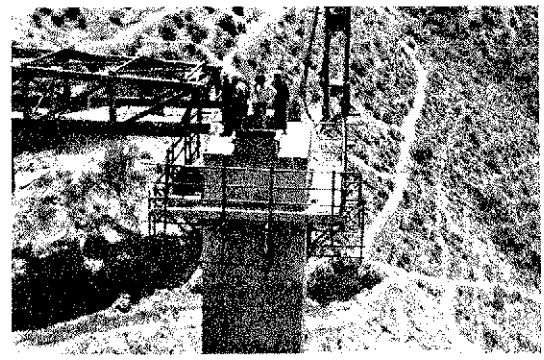


Figura 10.

propio y de la de deformación del tablero. Para enrasar su cara inferior con el apoyo, llevaba en su extremo (figs. 11 y 12) unos gatos de eje vertical que apoyaban sobre la placa de neopreno.

Figura 11.

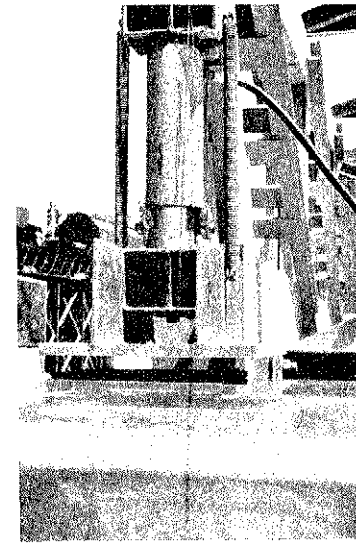


Figura 12.

El procedimiento permite una precisión en la construcción poco corriente, que se refleja en la rectitud del borde del voladizo a lo largo de toda la longitud del tablero (figura 13).

El pretensado longitudinal se divide en dos grupos de tendones: unos, con trazado recto, que dan el pretensado centrado necesario durante el lanzamiento. Los otros, con el trazado curvo típico de una viga continua, colaboran con los rectos para resistir los esfuerzos de servicio.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

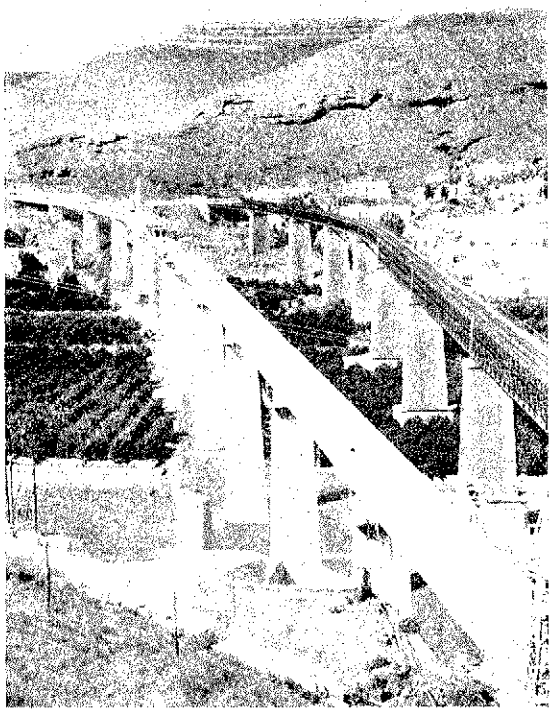


Figura 13.

El pretensado recto consiste en 14 tendones 12 ∅ 8 y el curvo en 10 tendones 12 ∅ 1/2", ambos sistema Barredo. Las almas y las traviesas de apoyo van pretensadas por barras Dywidag. Las cantidades de pretensado, reducidas a un acero de 175 kp/mm², son:

— Pretensado recto: 15,4 t.
— Pretensado curvo: 21,4 t.
— Pretensado de almas: 4,3 t.

Se pone así de manifiesto lo interesante de este procedimiento para puentes de ferrocarril, puesto que el momento máximo de lanzamiento ha sido aquí de un 28 por 100 del máximo en servicio, lo que ha hecho que se necesite un pretensado recto de sólo un 42 por 100 del longitudinal. Como comparación señalaré que en un puente de carretera que hemos estudiado recientemente, y que tiene luces casi iguales, el momento en lanzamiento era del 58 por 100 del de servicio y, consiguientemente, el pretensado recto resultaba el 71 por 100 del total.

Las cuantías que resultan son de 0,65 m³/m² de hormigón, 59 kg/m² de armadura pasiva y 33 kg/m² de armadura activa.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

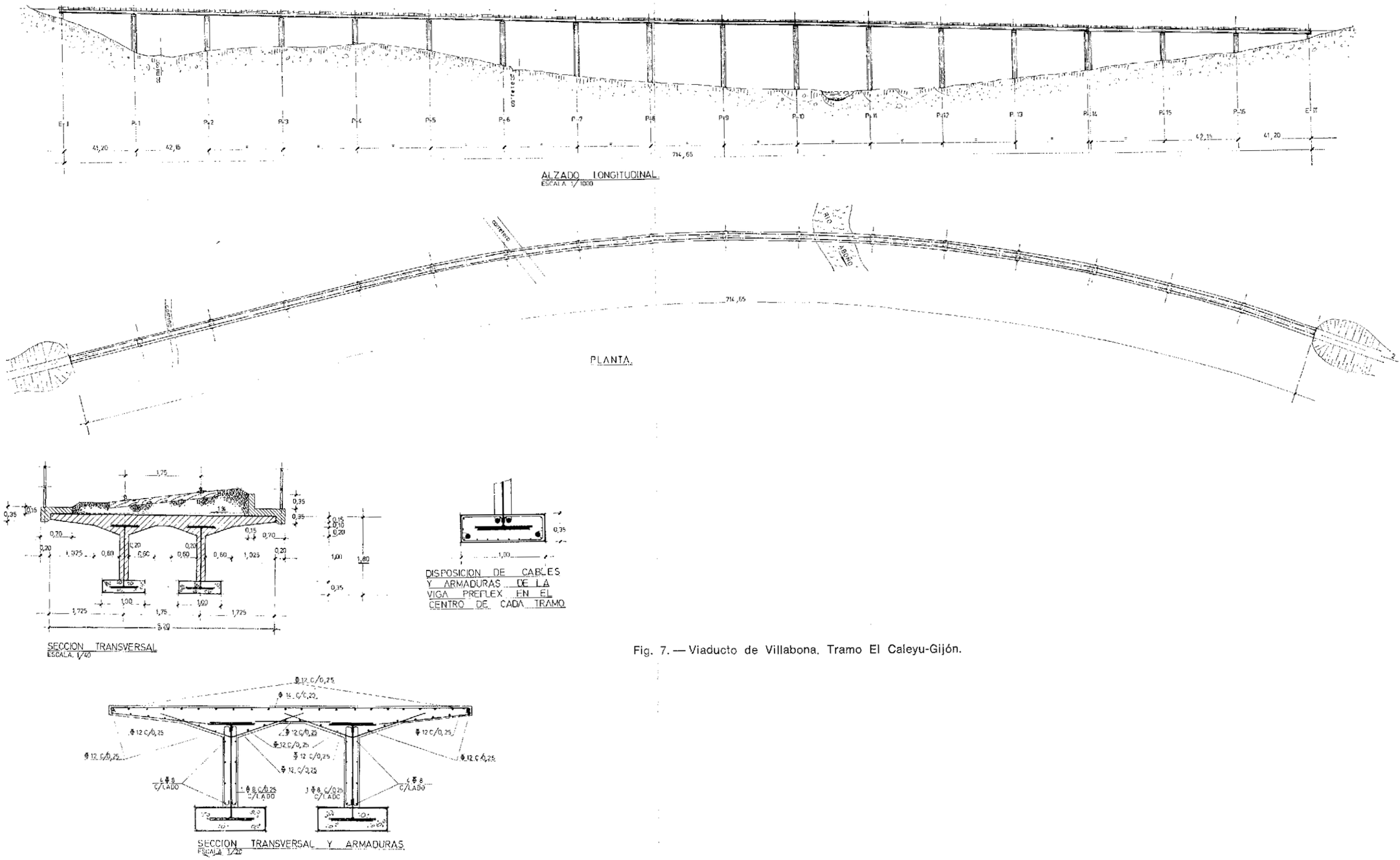


Fig. 7. — Viaducto de Villabona. Tramo El Caleyu-Gijón.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

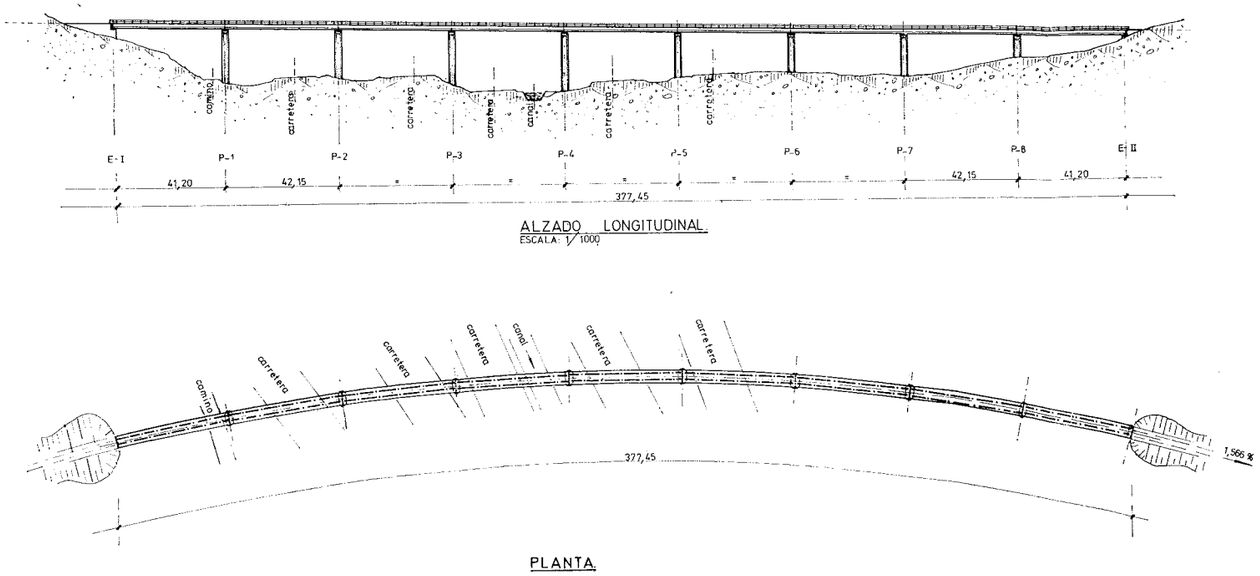
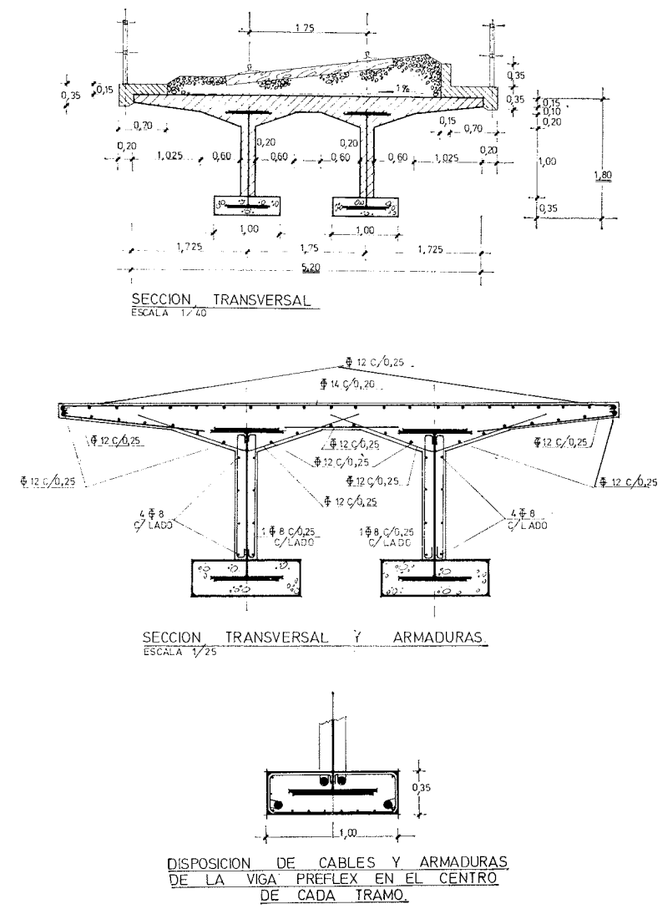


Fig. 5. — Viaducto de Serín. Tramo El Caleyu-Gijón.



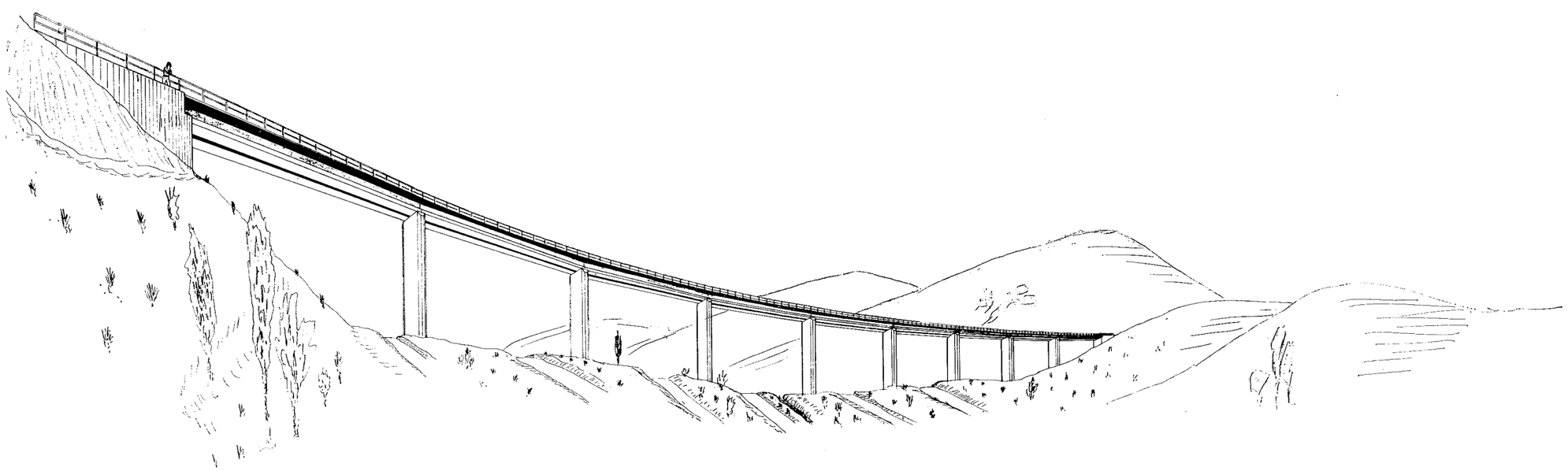


Fig. 6. — Viaducto de Serín. Perspectiva.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

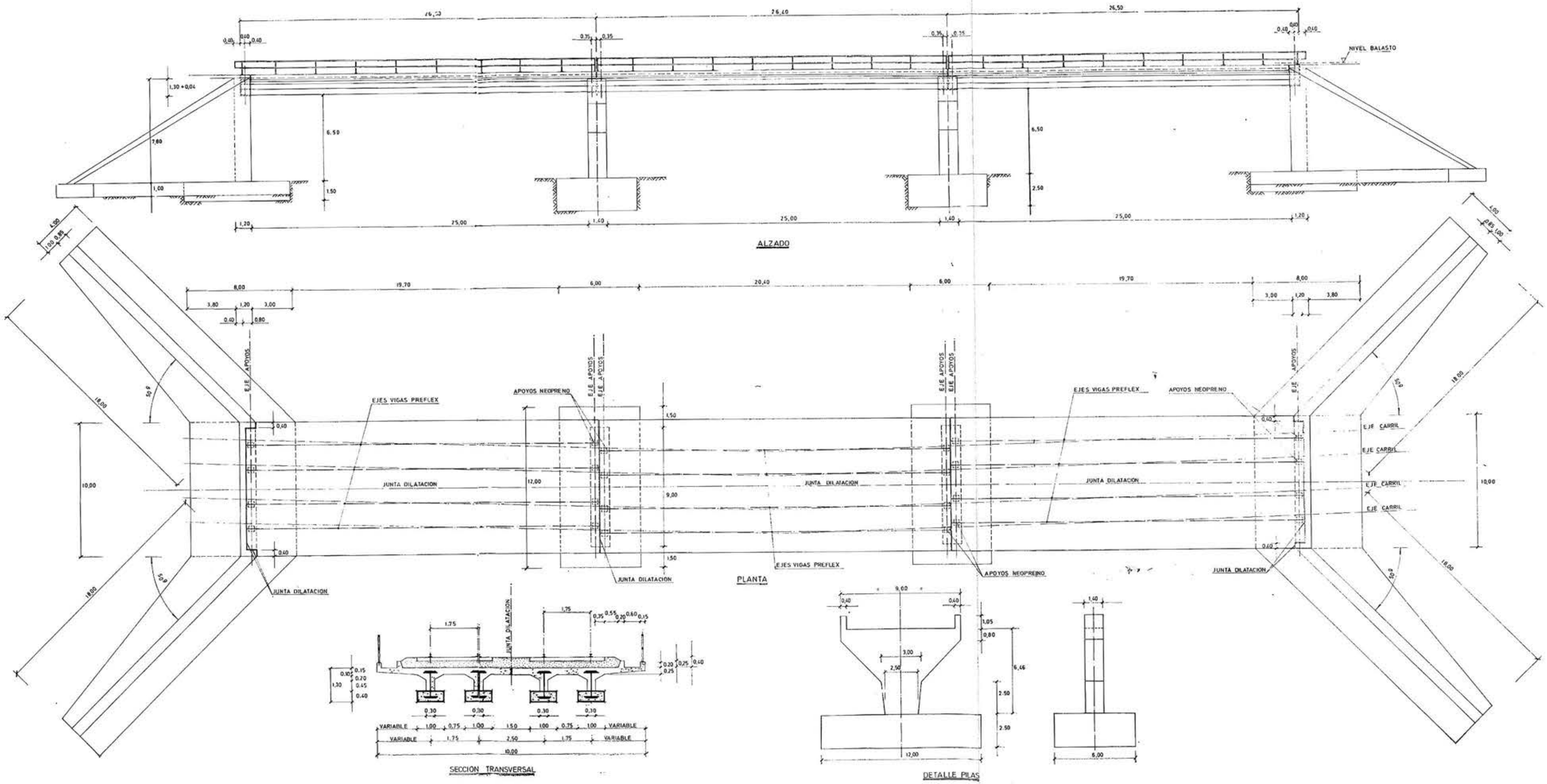


Fig. 9.—Puente del Musel.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

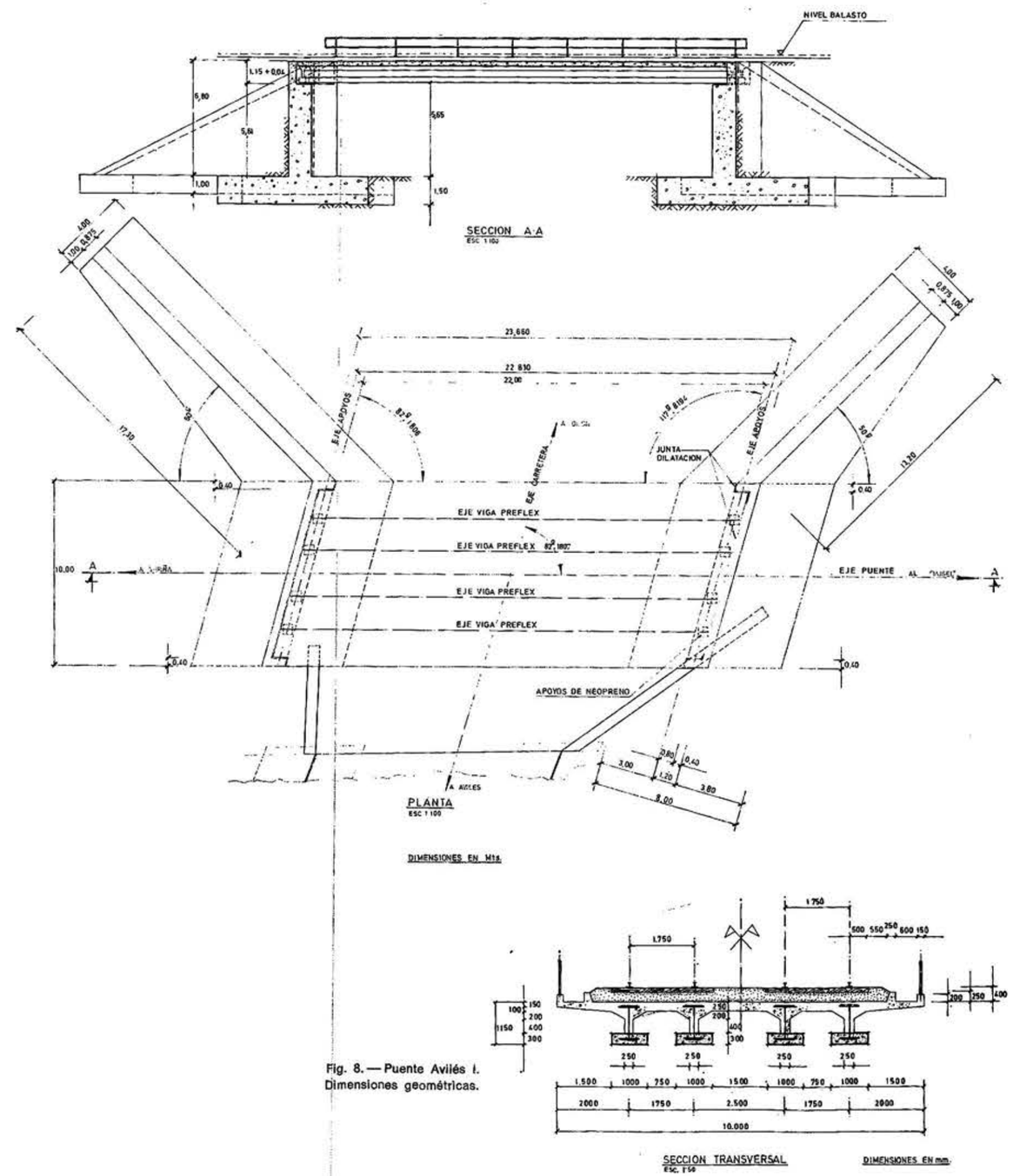


Fig. 8. — Puente Avilés I. Dimensiones geométricas.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

aplicación de las vigas Preflex a los puentes de ferrocarril

CARLOS ALVAREZ PENALVA
Ingeniero de Caminos

(Texto de la conferencia pronunciada en el Simposio sobre Puentes Ferroviarios de Hormigón Pretensado)

De entre las posibles soluciones para los puentes de ferrocarril empieza actualmente a extenderse el uso de un tipo especial de viga mixta pretensada: la denominada Preflex.

Brevemente expondremos su fundamento y fabricación y veremos la ventaja que puede suponer su empleo para los puentes de ferrocarril (fig. 1).

Se parte de un perfil metálico de A-52d, que se somete a unas tensiones previas iguales o superiores a las determinadas en servicio. Esto se consigue generalmente con la

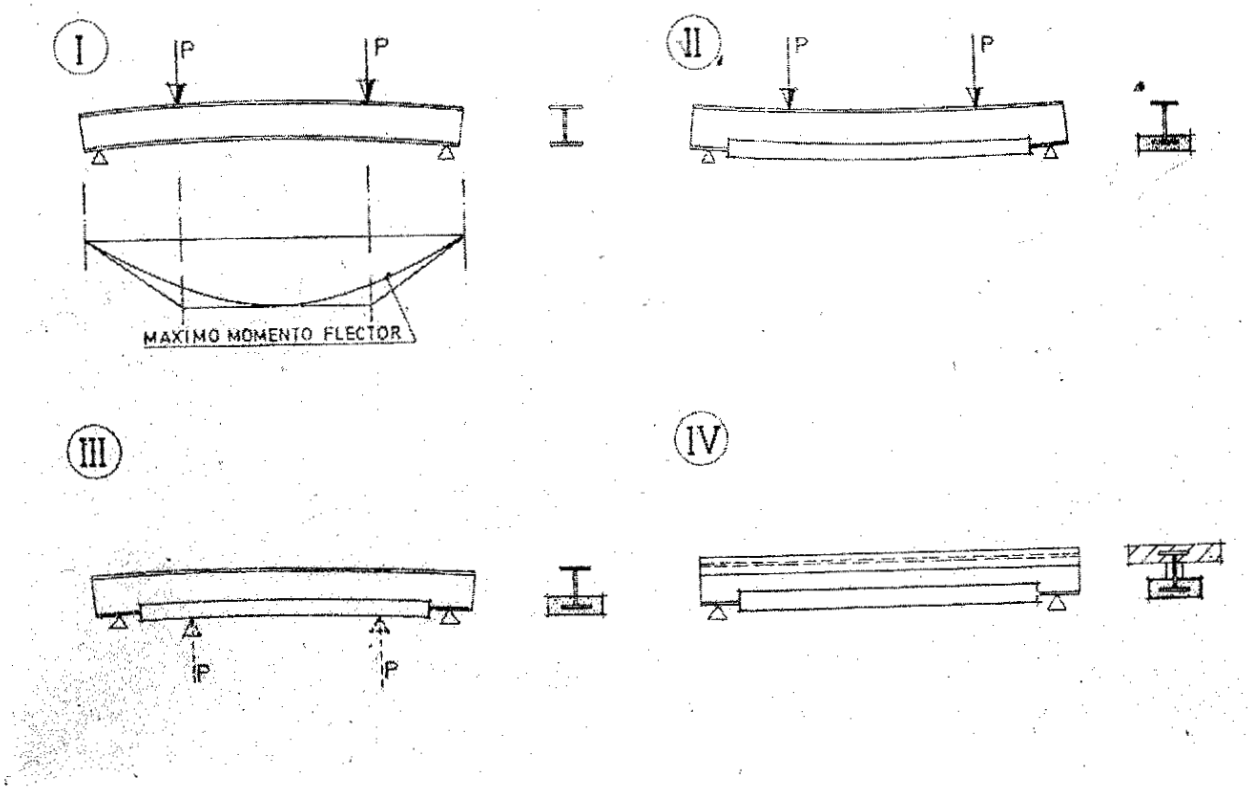


Fig. 1. — Fundamento y fabricación.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

aplicación de dos fuerzas a los cuartos de la luz, que proporcionan unas leyes de momentos flectores y de esfuerzos cortantes envolventes de las de servicio (I).

En este estado se hormigona el ala de tracción con un hormigón de alta resistencia (II), y una vez endurecido se libera a la viga de las fuerzas que la estaban preflectando (III). Con esta operación, el hormigón inferior se comprime fuertemente y el perfil metálico gana en rigidez. En obra, se hormigona por completo la viga (IV), y la losa del tablero le proporciona una cabeza de compresión que aumenta su rigidez considerablemente.

Las ventajas que se obtienen con la utilización de este sistema son de dos tipos: unas de funcionamiento y otras de construcción. Las primeras provienen en esencia de las tensiones internas que se han introducido en la viga durante el proceso de fabricación.

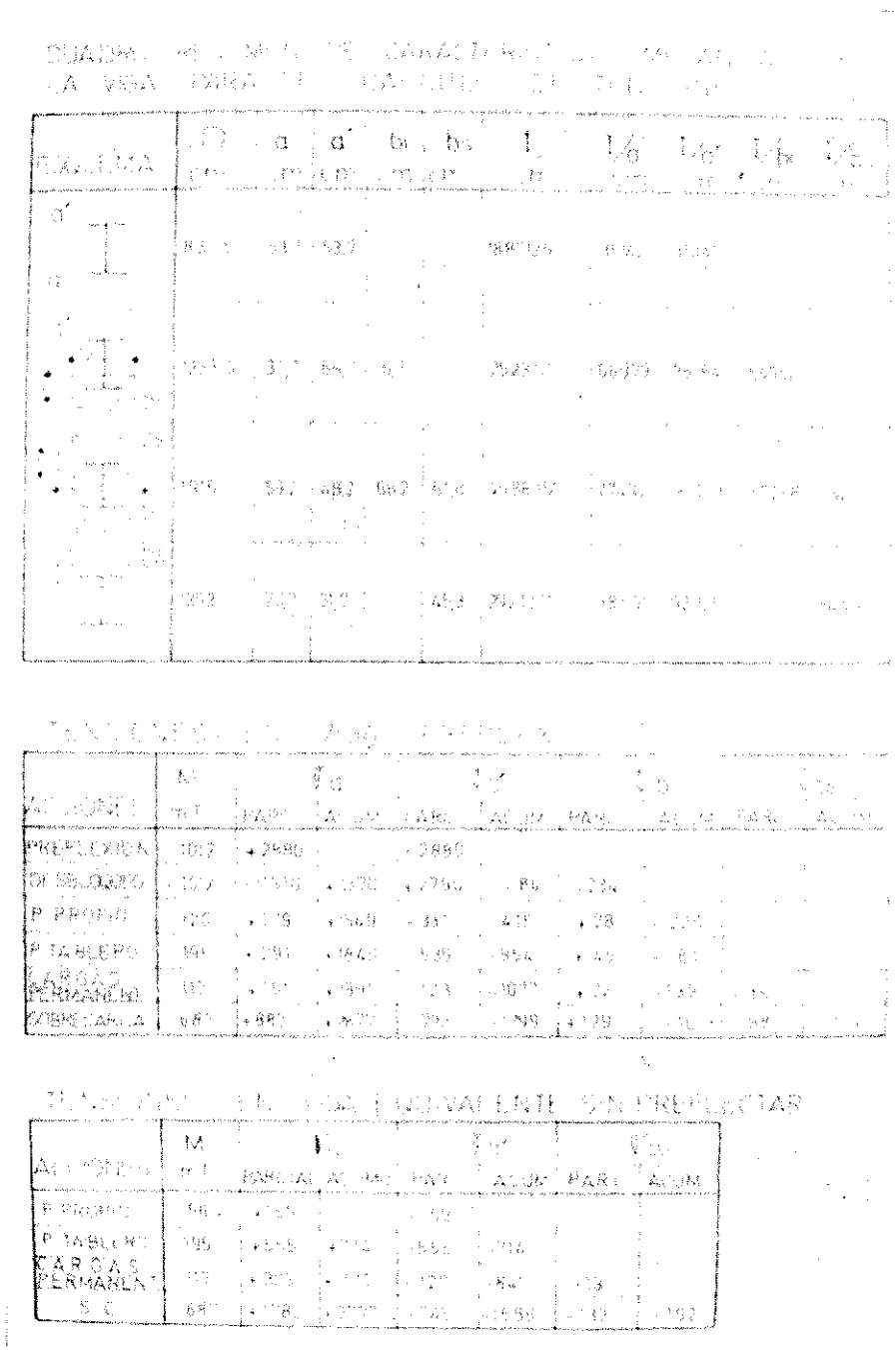


Fig. 2. — Cuadro de tensiones.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Vamos a ver estas ventajas examinando el caso concreto de un puente en el Musel, actualmente en construcción para la línea Veriña-Puerto del Musel, que dentro de las obras del plan de infraestructura ferroviaria RENFE está construyendo en Asturias.

Compararemos las vigas Preflex de ese puente con una viga similar sin preflectar con la misma cabeza de compresión y con otra sin dicha cabeza.

Si observamos el cuadro de tensiones (fig. 2) en las diferentes fibras de la viga Preflex veremos:

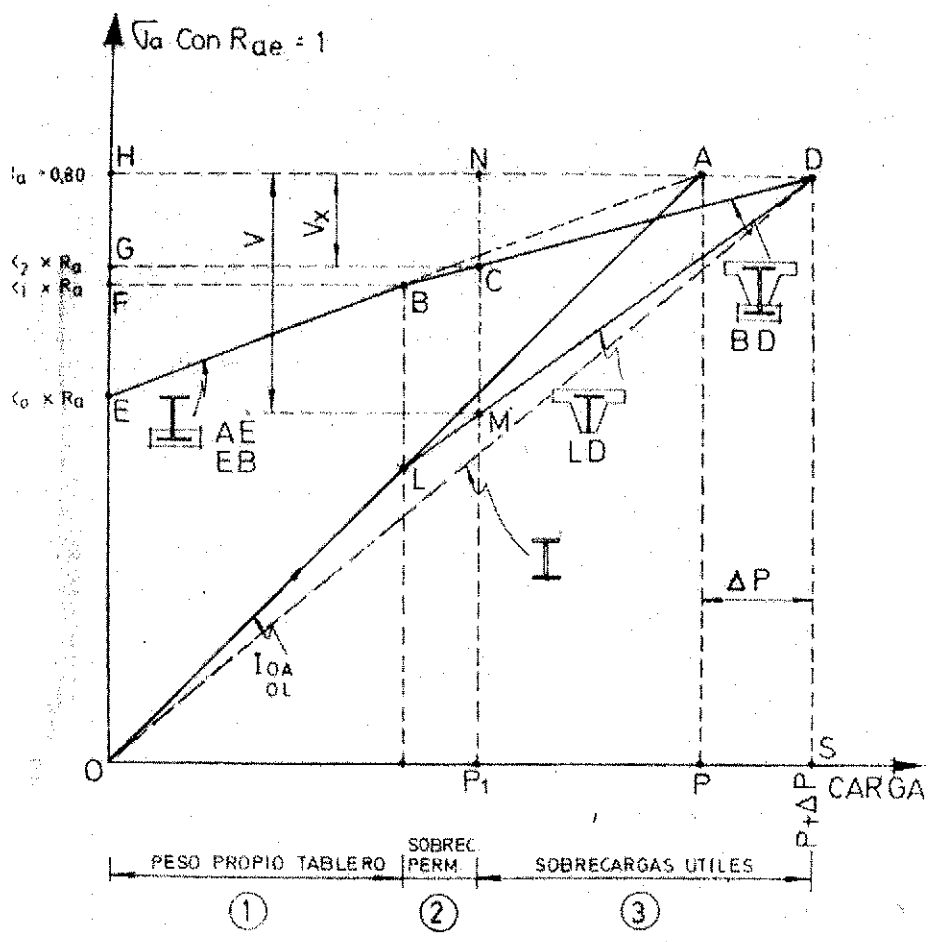
— Que el ala inferior σ_a llega a obra con una tracción de 1.370 kg/cm², que se incrementa a 1.991 kg/cm² para todas las cargas, excepto sobrecargas.

— Que el hormigón inferior σ_{bi} inicialmente alcanza una compresión de 234 kg/cm², pero que se reduce a 139 kg/cm² para el puente en vacío, y a 10 kg/cm² para el puente cargado.

— Que el hormigón superior σ_{bs} tiene una compresión para el puente en vacío de 16 kg/cm², que se incrementa a 114 kg/cm² para el paso de la sobrecarga.

Observamos, por tanto, que el perfil se halla recubierto de hormigón comprimido en

Fig. 3. — Gráfico de tensiones de trabajo.



Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

cualquier situación. El hormigón está colaborando con el perfil en todos los estados, y debido a ello, la rigidez de éste se halla notablemente incrementada.

En la viga análoga con el mismo perfil que el de la viga Preflex y con la misma cabeza de compresión llegaríamos al cuadro de tensiones de más abajo, donde hemos tenido en cuenta el menor peso propio de la viga.

Si representamos en un gráfico (fig. 3) las tensiones de trabajo de la viga en ordenadas y las cargas en abscisas, la trayectoria de la fibra traccionada de la viga Preflex sería *O A E B C D*. *O A* sería la preflexión y *A E*, el desbloqueo. El punto *B* marca el momento, en el que ya comienza a colaborar la cabeza superior y, por tanto, la rigidez aumenta, inclinando más la recta (σ, *P*).

El segmento *A D* supone el incremento admisible en las cargas sin aumento de tensión, debido a la cabeza de compresión superior.

C N es el salto de tensiones entre la tensión máxima y la mínima.

Si hacemos el mismo diagrama con la misma viga sin preflectar, formada por el mismo perfil que la anterior y la misma cabeza de compresión obtenemos la trayectoria *O L M D*. El punto *L* es equivalente en esta trayectoria al *B* de la viga Preflex.

El salto de tensiones en este caso viene dado por *M N* notablemente superior al anterior *C N*.

Si la viga estuviese formada solamente por el perfil metálico no se podría utilizar el mismo perfil, pues sólo se llegaría, según *O A* a *P*, siendo necesario seguir por *O D* a *P* + + *A P*. La recta *O D* representa a un perfil de mayor inercia que el *O A*.

La flecha debida a la sobrecarga sería proporcional al incremento de tensión debido a la misma. En el caso de la viga preflectada, proporcional a *C N* y en el de la sin preflectar a *M N*. Se ve que esta reducción es considerable.

El problema de la fatiga en los puentes de ferrocarril metálicos se presenta con más gravedad que en otros tipos de puentes, por la reiteración de las cargas y por la importancia de las sobrecargas, respecto del peso propio. No conocemos en España una reglamentación o norma que incluya, para este tipo de puentes, el efecto de la fatiga.

Este fenómeno depende del número de cargas, de la tensión máxima de trabajo y de la relación entre la tensión máxima y la mínima. De ahí la importancia de bajar esta última relación, lo que se consigue preflectando la viga (de *M N* a *C N*).

Las normas A.W.A. Bridge Specifications dan unas fórmulas de reducción de la tensión admisible, en función de esta relación *R*, entre la tensión máxima y la mínima.

Se establece que para los puentes de ferrocarril hay que considerar dos millones de ciclos de carga y descarga; para los cortos de carretera quinientos mil ciclos y para los largos de carretera cien mil ciclos.

Las tensiones admisibles son entonces:

	2×10^6 ciclos	5×10^5 ciclos	10^5 ciclos
Acero de base en tracción o compresión	$\frac{0{,}5\,K}{1\text{-}2/3\,R}$	$\frac{0{,}7\,K}{1\text{-}2/3\,R}$	$\frac{K}{1\text{-}2/3\,R}$
Empalme a tope en tracción	$\frac{1{,}07\,K}{1\text{-}4/5\,R}$	$\frac{1{,}27\,K}{1\text{-}7/10\,R}$	$\frac{1{,}6\,K}{1\text{-}1/2\,R}$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

K es una constante que depende del tipo de acero utilizado y R es la relación entre la tensión mínima y la máxima. Si R se acerca a 1, el fenómeno de la fatiga disminuye.

En la viga Preflex anteriormente calculada:

$$R_p = \frac{P_1 M}{P_1 N} = \frac{1.991}{2.877} = 0{,}692$$

mientras que en la viga sin preflectar, haciendo las mismas operaciones:

$$R_m = \frac{P_1 L}{P_1 N} = \frac{1.017}{2.797} = 0{,}364$$

La disminución de la tensión admisible en la viga Preflex respecto a la viga sin preflectar, por el hecho de estas diferentes relaciones, R sería:

Acero de base en tracción o compresión ..... $\dfrac{1\text{-}2/3\ R_p}{1\text{-}2/3\ R_m} = \dfrac{0{,}5387}{0{,}7574} = 0{,}7112$

Empalme a tope de tracción ..... $\dfrac{1\text{-}0{,}8\ R_p}{1\text{-}0{,}8\ R_m} = \dfrac{0{,}5536}{0{,}7088} = 0{,}7810$

Si hiciéramos lo mismo para la viga sin cabeza de compresión las reducciones serían aún mayores.

Las normas que acogen en su texto las vigas Preflex admiten para ellas una tensión admisible del 80 por 100 del límite elástico, que en el caso de A-52d, es de 2.880 kg/cm². Trabajando a esa tensión, la seguridad a la fatiga sería la misma que en una viga sin preflectar trabajando a $0{,}7112 \times 2.880 = 2.048$ kg/cm², que es aproximadamente la tensión para el A-52 sin preflectar.

Las normas anteriores expresan, además, que para que se pueda considerar preflectada una viga, la relación entre la R de la viga sin preflectar y la de la viga preflectada debe ser $\leq 2/3$.

$$\frac{R_m}{R_p} \leq \frac{2}{3}, \text{ y en este caso del ejemplo, } \frac{R_m}{R_p} = \frac{0{,}364}{0{,}692} = 0{,}526$$

$< 0{,}66$, por lo que estamos efectivamente ante un caso de viga preflectada. Cuando este valor más se aproxime a 1 menos preflexión tendrá la viga.

Nos referiremos brevemente al problema del impacto.

La capacidad de una viga a aguantar un impacto se mide con la energía de deformación que se produce al recibirlo.

Esta energía es la integral de las cargas por la deformación a lo largo de la viga.

Si observamos el diagrama anterior (fig. 3), vemos que las abscisas miden las fuerzas y las ordenadas una magnitud proporcional a las deformaciones de acuerdo con la ley de Hooke $\sigma = E \times \varepsilon$. La energía de deformación absorbida por la sección Preflex será, pues, el área encerrada en $O\ E\ B\ C\ D\ S$.

La de la viga sin preflectar $O\ L\ D\ S$, notablemente inferior a la otra, lo que ocurre en todas las secciones de la viga.

Este área disminuye aún más en el caso de la viga metálica.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Esto indica que la preflexión de la viga le permite aumentar su capacidad de aguantar impactos, tan importante en el caso de los puentes de ferrocarril.

* * *

Eximinadas algunas ventajas, desde el punto de vista de funcionamiento, veremos las que proporcionan desde el punto de vista constructivo.

Muchos de los puentes que se construyen actualmente son para substituir otros anteriores que se han deteriorado por el transcurso del tiempo y por el aumento de las cargas de los ferrocarriles. Interesa en estos casos, que la substitución se haga con la mínima interrupción del tráfico ferroviario.

Lo ideal es ir a una solución prefabricada en la que los elementos principales sean ligeros y fáciles de manejar. Una viga Preflex pesa lo que el elemento metálico que la puede substituir y menos que una viga de hormigón pretensado equivalente.

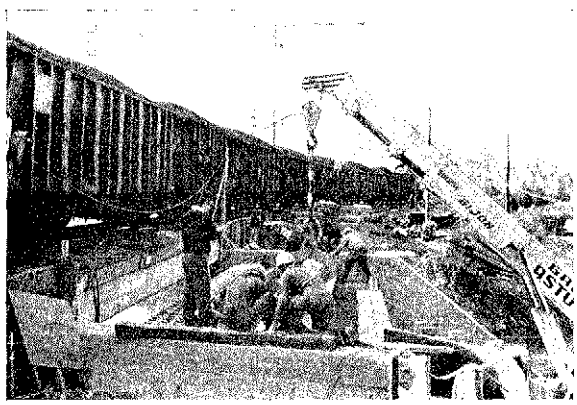


Fig. 4. — Construcción del tablero en el caso de doble circulación.

Si hay doble circulación la solución resulta muy sencilla (fig. 4). La construcción de un tablero se puede hacer con el paso de trenes por el de al lado sin ninguna dificultad.

En el caso de una sola vía la interrupción durante unas pocas horas es necesaria. El tablero se puede hacer completo al lado y riparlo si es de pequeña luz y, por lo tanto, de peso reducido. Si la luz es mayor, se puede construir el tablero correspondiente a cada viga, montándolas por separado y uniendo la junta longitudinal con un cemento rápido.

El peso propio del tablero terminado oscila, para los anchos normales de RENFE, entre 5 t/m l para puentes de 10 m de luz y 8 t/m l para puentes de 30 m de luz o más.

Muy significativo es el caso de los viaductos de Serín (figs. 5 y 6) y Villabona (figura 7) en la doble vía de Asturias. El proyecto implica la construcción de una viga, para cada vano de 42 m de cerca de 600 t, sobre pilas de 20 a 40 m de altura. A petición del encargado de las obras por RENFE y dada la posible dificultad de la construcción del proyecto, sobre todo en el plazo de tiempo que requiere la obra, se ha estudiado una solución formada por dos vigas Preflex postensadas por vano, que pesan para el montaje 53 t cada una. El tablero terminado pesa unas 300 t. La modalidad de vigas Preflex postesadas es una variante muy interesante que comentaremos en otra ocasión.

En muchos casos el paso inferior viene a suprimir un paso a nivel. Interesa, para no bajar demasiado la rasante de la carretera, que el canto sea lo menor posible. Con las vigas Preflex, dada su gran capacidad portante se llega a esbelteces notables para este tipo de puentes.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Es el caso del puente de Veriña I (figs. 10 y 11), que se ha pasado de una sección tipo túnel a la sección Redia.

Longitud, 13,40 m; canto, 0,70 m; esbeltez, 19. Lo construyó Huarte, con proyecto de la Jefatura Regional de Carreteras de Oviedo.

Al lado de éste se está haciendo este otro.

Puente de Veriña II (fig. 8): longitud, 23,60 m; canto, 1,15 m; esbeltez, 1/21 aproximadamente. En la nueva línea Veriña-Puerto del Musel. Lo construye M.Z.O.V.

En la misma línea está (figs. 9, 12, 13 y 14) el puente del Musel, al que nos hemos referido en el ejemplo.

Longitud, 26,40 m; canto, 1,3 m; esbeltez, 1/21. Lo construye también M.Z.O.V. Dada la ligereza de las vigas, el montaje de cada una se realizó en media hora.

Otro puente muy esbelto es (fig. 15), el FEVE, en San Sebastián. Longitud, 17 m; canto, 0,70 m; esbeltez, 1/24,3. Lo ha construido Agromán, con proyecto de Manuel Torres.

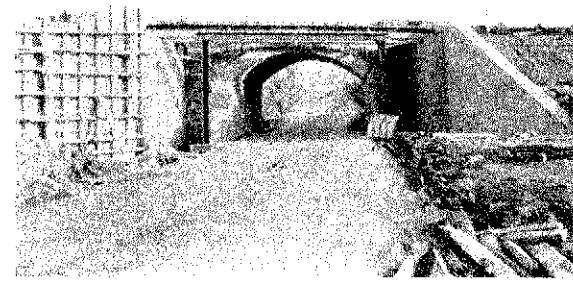
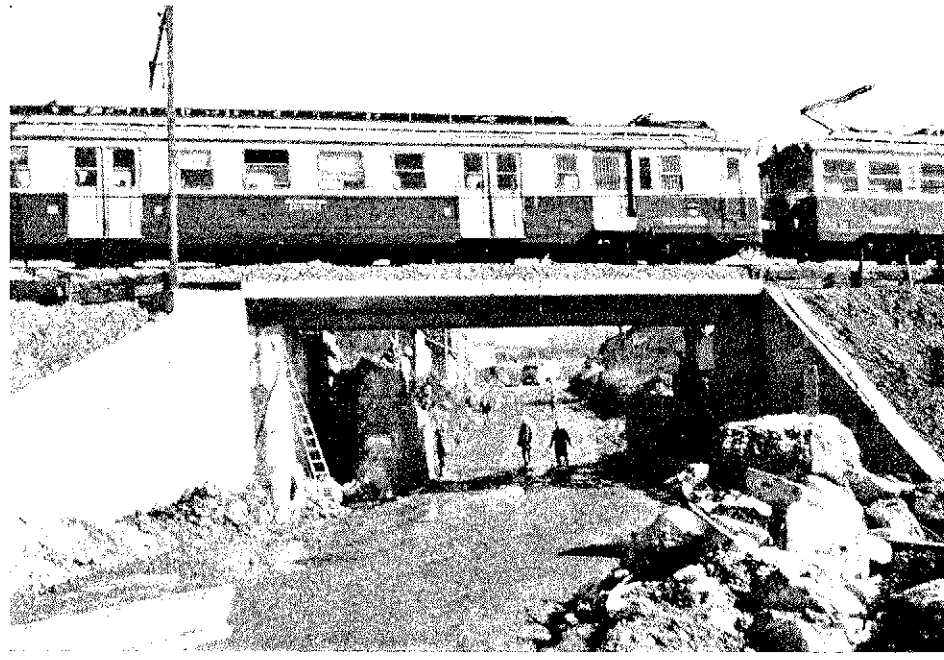


Fig. 10. — Puente de Veriña I. Sección tipo túnel.

Fig. 11. — Puente de Veriña. Sección Redia.



Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

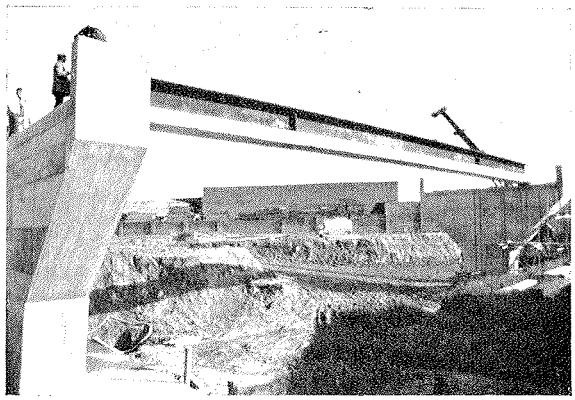


Fig. 12. — Puente del Musel.

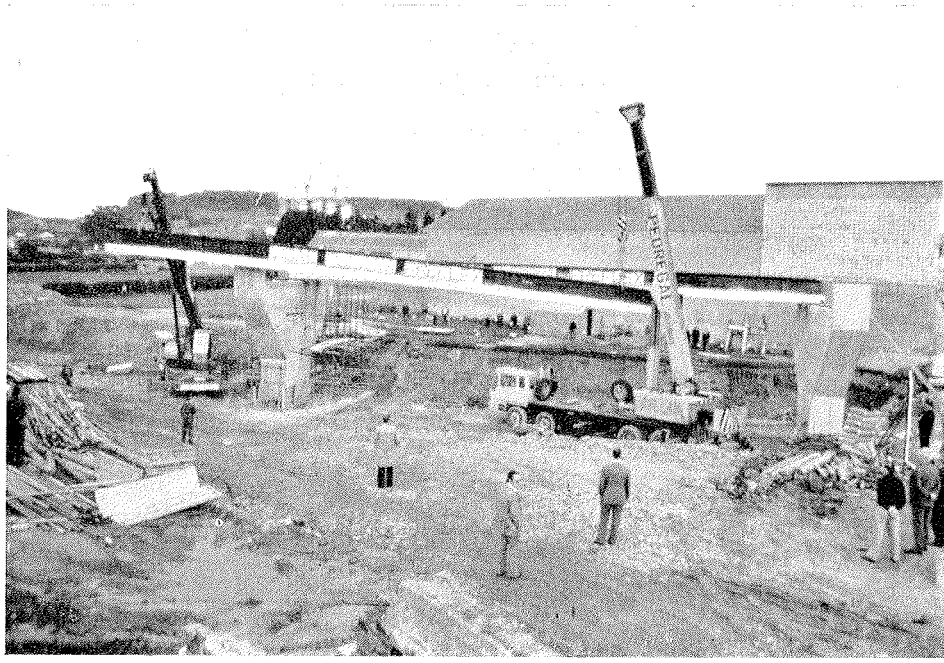


Figura 13.

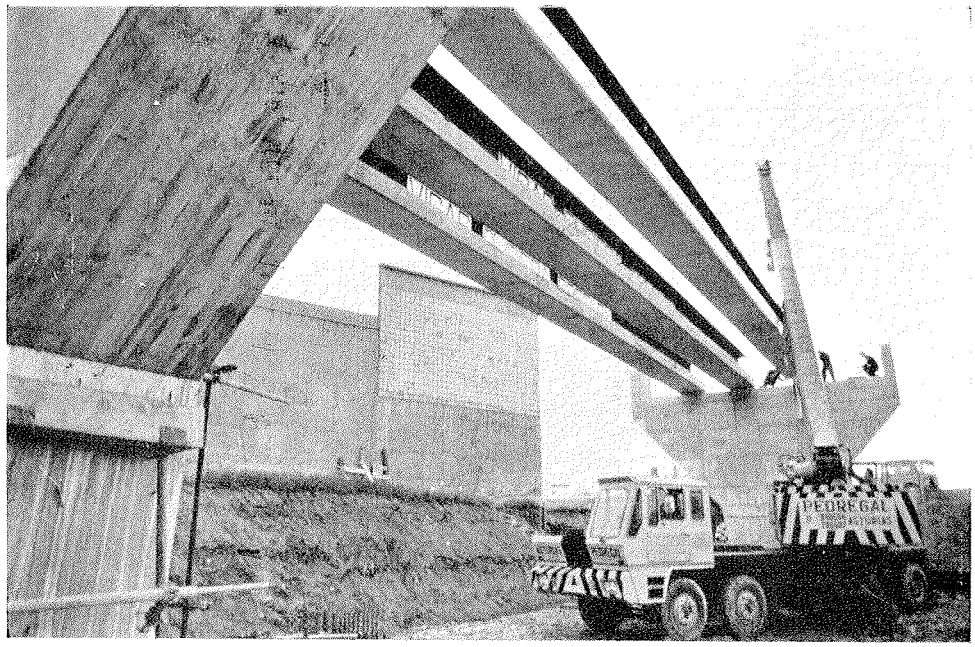


Figura 14.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

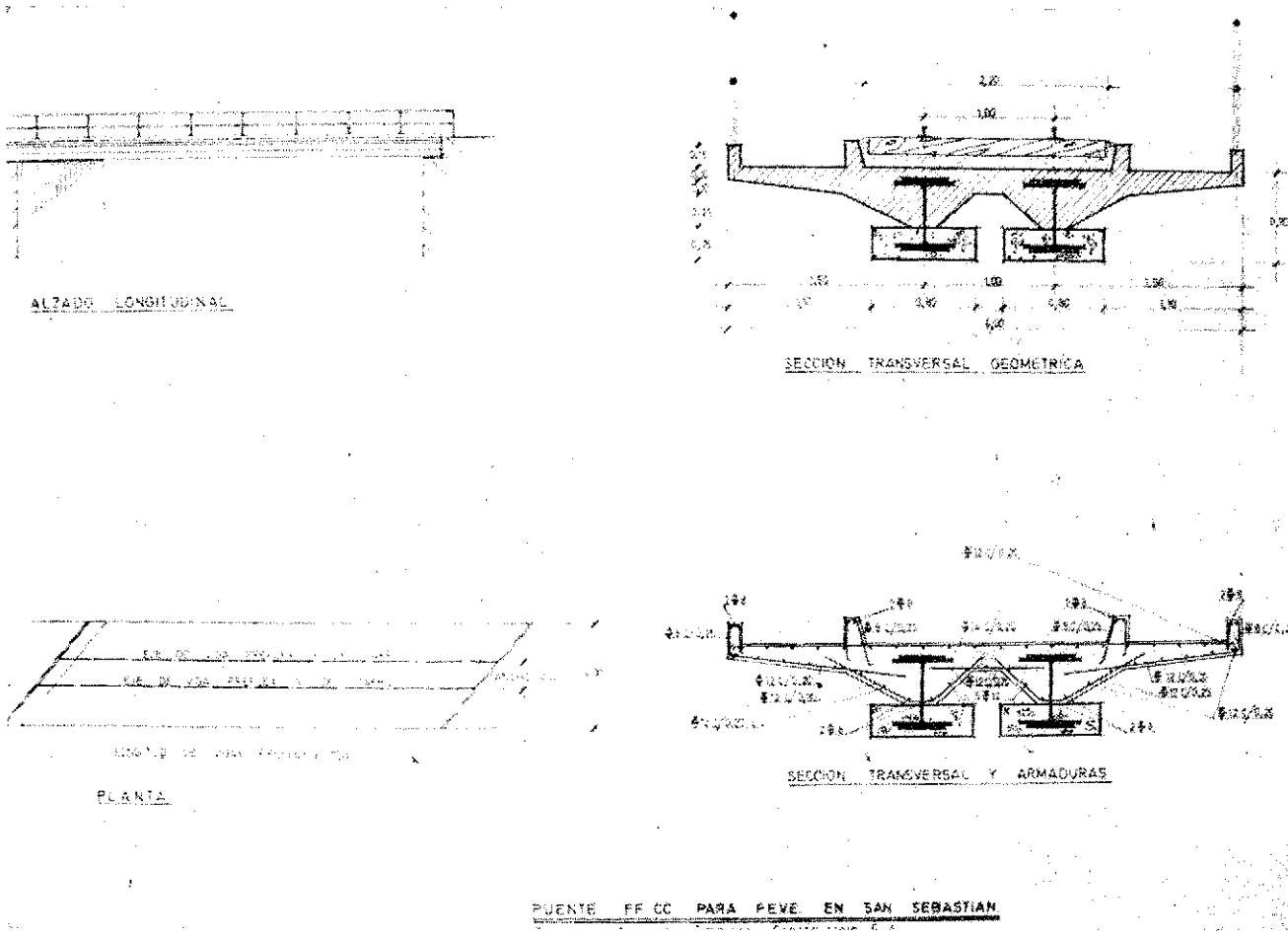


Fig. 15. — Puente del F.E.V.E. en San Sebastián.

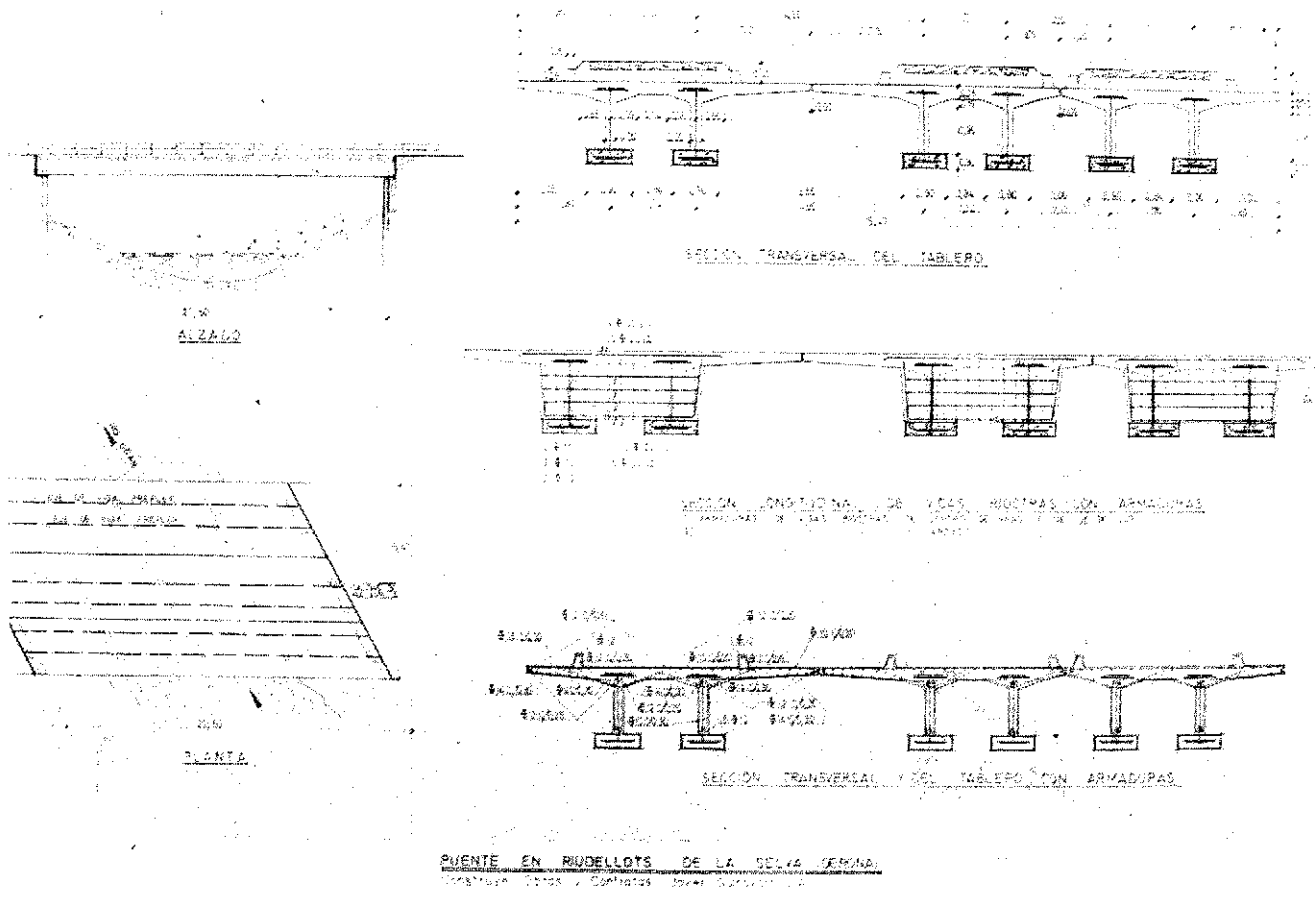


Fig. 16. — Puente sobre el río Oñar, en Gerona.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

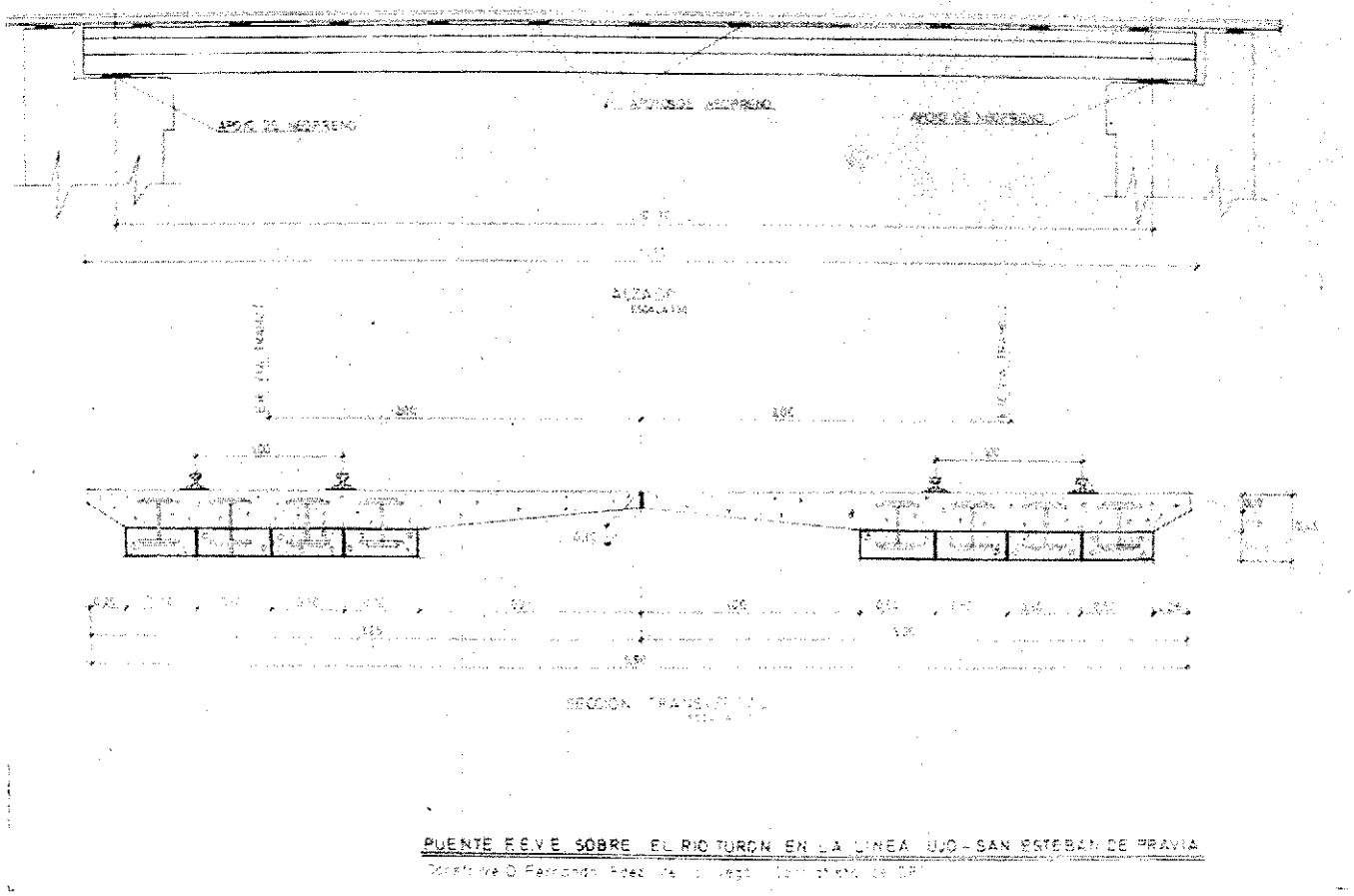


Fig. 17. — Puente para el F.E.V.E. en Mieres.

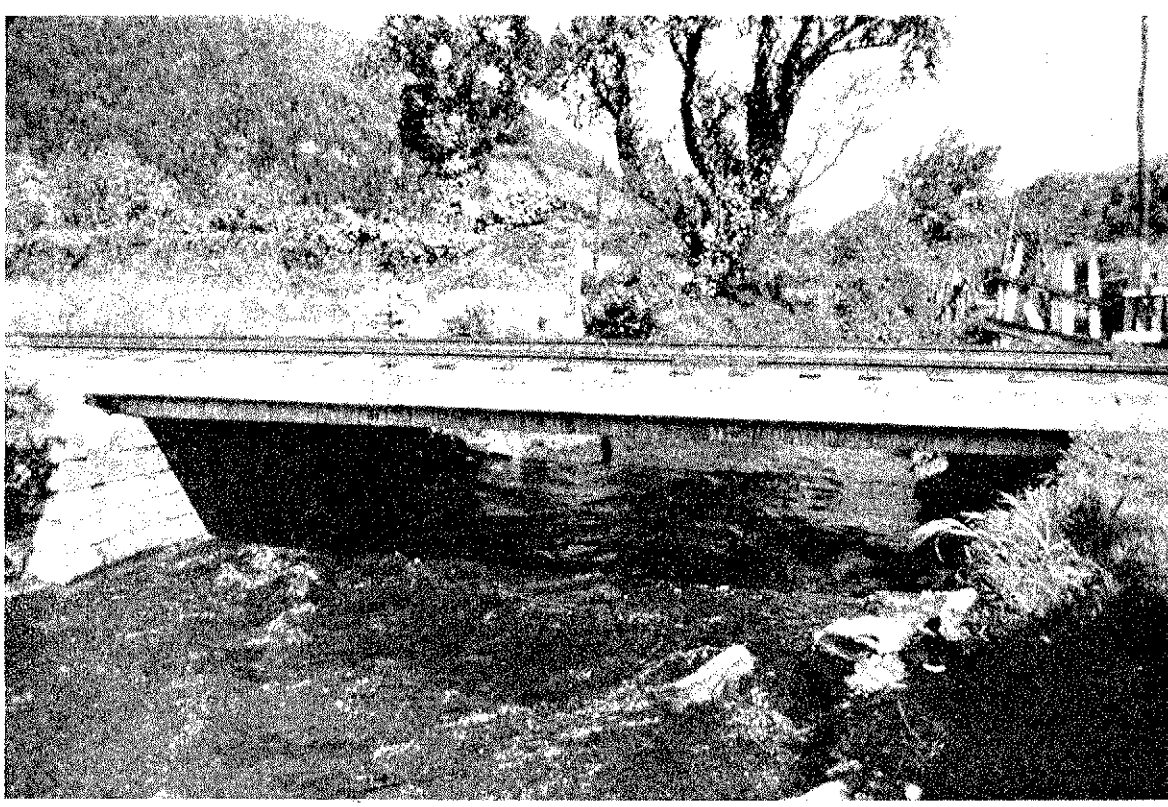


Fig. 18. — Puente para el F.E.V.E. en Mieres.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

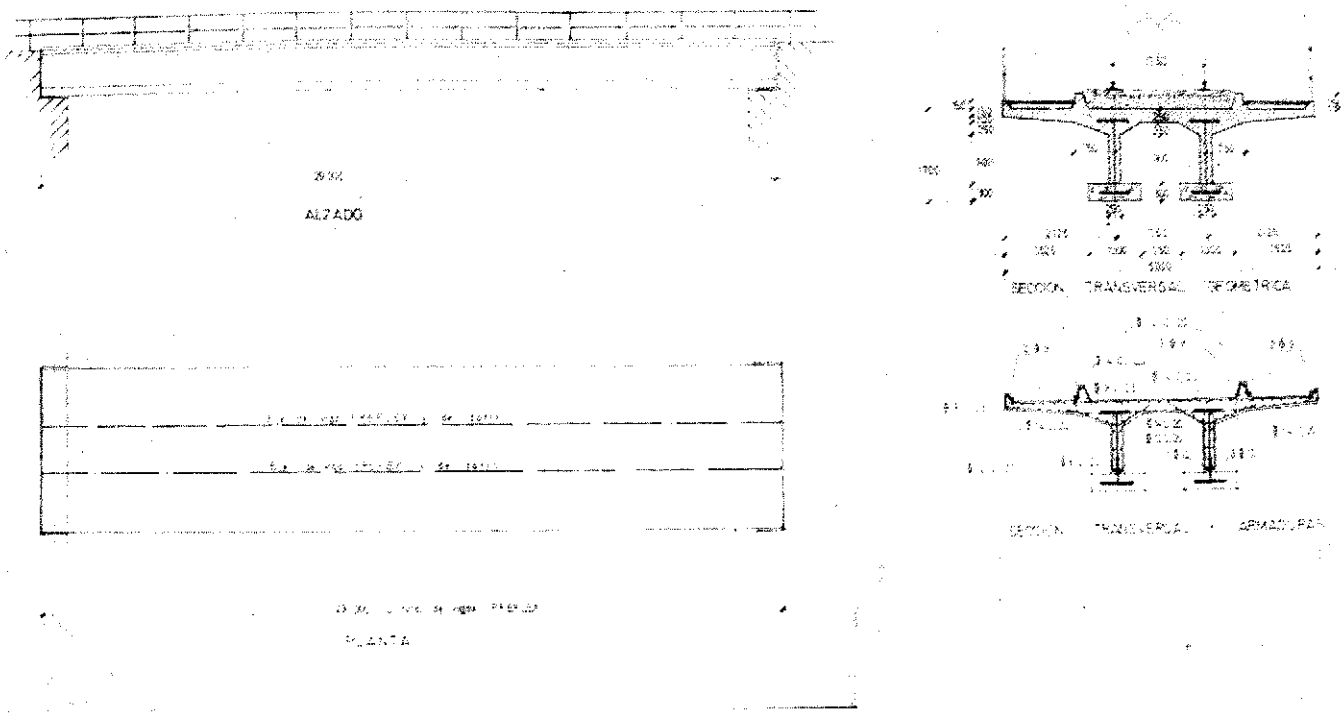


Fig. 19. — Puente sobre el río Nora, en Oviedo.

En otros casos, la necesidad de un canto reducido o de una mayor luz, viene dada por la necesidad de desagüe de un caudal de agua.

Este ha sido el caso del puente sobre el río Oñar, en Gerona (fig. 16), con proyecto de Alfonso García Pozuelo. Ha habido que ir, para permitir el paso de la máxima avenida, a una longitud de 28 m, el canto 1,66 m y, por lo tanto, la esbeltez es 1,17 m.

Un caso similar en el que ha habido que sustituir un puente existente es el puente para el FEVE (figs. 17 y 18), en Mieres: longitud, 11,20 m; canto, 0,45 m; esbeltez, 25. Las vías van apoyadas en neopreno, por las necesidades de canto.

Actualmente Agromán construye este otro sobre el río Nora, en Oviedo (fig. 19).

Longitud, 29 m; canto, 1,70 m; esbeltez, 1,17. Los estribos son de tierra armada.

En las figuras 20 y 21 se ve otro puente terminado, proyecto de Pedro González Sánchez, y que ha construido Constructora Internacional, en el que se están realizando las preceptivas pruebas de carga. Se trata de un puente de la nueva línea Sevilla-Aznalcóllar, sobre la autovía de Camas a Santiponce. Las pilas se han construido enterradas. La excavación, posterior a la construcción del puente la ha facilitado mucho,

Debido al hormigón que envuelve totalmente la viga metálica, sometido siempre a tensiones de compresión, no es necesario adoptar ninguna precaución para la conservación del puente. Se evita, de esta manera, la pintura reiterada de las vigas de tan incómoda realización y de tan dudosos resultados. Esto, unido a la reducción del fenómeno de fatiga que antes comentamos, hace pensar que la duración de un puente Preflex sea muy prolongada.

Por último, y estando tan al día la preocupación por el entorno, diremos que los ferrocarriles alemanes (Deutsche Bundesbahn), han hecho pruebas de comportamiento al

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

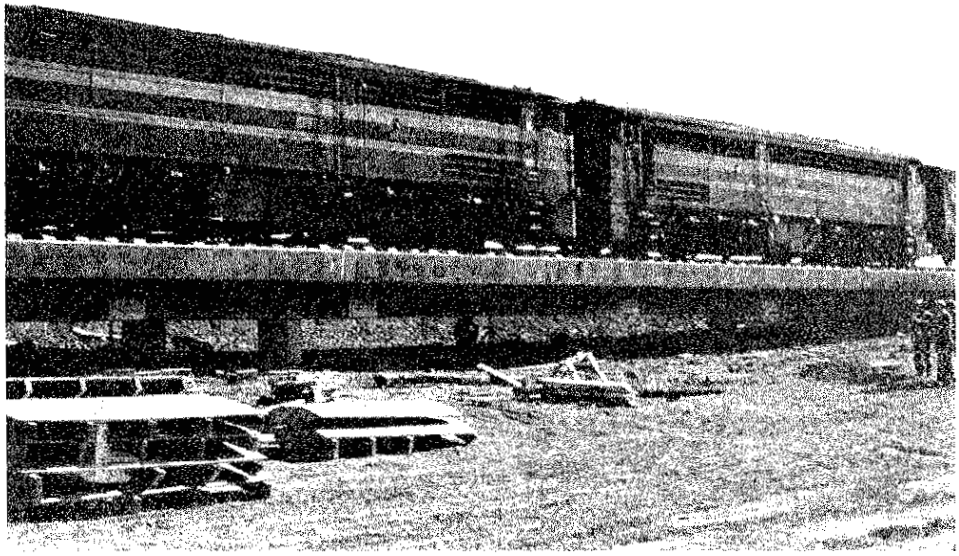


Fig. 20. — Puente en la nueva línea Sevilla-Aznalcóllar. Prueba de carga.

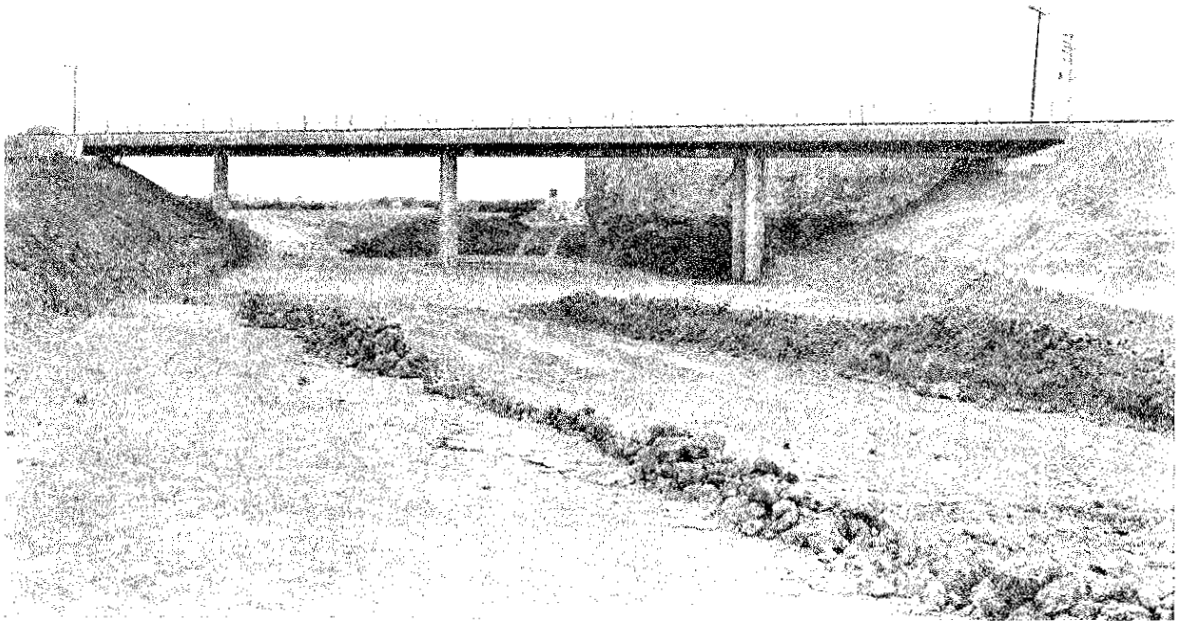


Fig. 21. — Puente de la nueva línea Sevilla Aznalcóllar antes de finalizar las obras.

ruido de varios puentes metálicos y mixtos entre los que se encontraba uno Preflex, en el año 1971. En este último, el nivel de ruido fue prácticamente igual al existente en la vía normal asentada sobre el balasto y mucho menor que en los metálicos.

A la vista de estas ventajas y de estos resultados, no es de extrañar que en RENFE y en FEVE se hayan aceptado las vigas Preflex con agrado y que en la actualidad haya diversos puentes importantes proyectados con este sistema, cuya realización esperamos poder describir en un futuro próximo.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

relación entre los conceptos de durabilidad y seguridad

Prof. F. LEVI (*)

Presidente honorario de la F.I.P. y del C.E.B.

(Texto de la conferencia pronunciada en la sesión de apertura del Coloquio Inter-Asociaciones A.I.P.C.-F.I.P.-C.E.B.-R.I.L.E.M.-I.A.S.S., celebrado en Lieja (Bélgica), durante los días 4 a 6 de junio de 1975)

PREAMBULO

La existencia de una correlación, en el sentido probabilístico de la palabra, entre durabilidad y seguridad es indiscutible. Una prueba de ello es el párrafo que se cita a continuación, copiado de los "Principios" de las Recomendaciones C.E.B.-F.I.P. de 1970:

"Todas las estructuras o elementos de una estructura deben estar proyectados y calculados de forma que puedan resistir, con una adecuada seguridad, todas las solicitaciones y deformaciones a las que se prevea que habrán de estar sometidas durante el período de construcción y durante su vida de servicio; y habrán de presentar, además, una durabilidad satisfactoria a lo largo de todo el período de utilización previsto. La durabilidad de una construcción es tan esencial como su resistencia."

Por otra parte, desde su primera edición, en 1964, las Recomendaciones basaban la elección de la solución estructural óptima en una condición de "costo mínimo" con relación a la suma de los tres siguientes factores:

— Precio inicial de la construcción.
— Gastos de conservación, capitalizados.
— Prima del seguro (igualmente capitalizada) destinada a cubrir los riesgos de alcanzar los estados límites.

Ahora bien, es evidente que el valor de cada uno de estos tres factores está relacionado, a su vez, con los márgenes de seguridad adoptados y con las medidas de precaución impuestas para garantizar la durabilidad.

Como suele suceder frecuentemente en materia de correlaciones estadísticas es muy difícil, sin embargo, interpretar de un modo adecuado esta interdependencia, en términos cuantitativos. Tanto es así que las decisiones concernientes a la durabilidad se dejan actualmente, casi siempre, al buen criterio, a la experiencia y a la honradez profesional del proyectista y del constructor, o incluso a la clarividencia del director de la obra.

Esto nos debía incitar a felicitar a los organizadores de estas reuniones, por haber tomado la iniciativa de incluir este problema en el orden del día de un simposio, aunque sólo sea para subrayar la necesidad de empezar a abordarlo de una manera racional. Lo

(*) NOTA EDITORIAL. — Deseamos dejar pública constancia de nuestro agradecimiento al Prof. Levi, por su amabilidad al facilitarnos el original de este interesante trabajo y autorizarnos a publicar en nuestra Revista la versión en español del mismo.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

único que me impulsa a no hacerlo es el hecho de que, al mismo tiempo, nuestros amigos de Lieja han tenido la peregrina idea de confiarme la tarea de tratar este tema en un informe, que sirva de introducción y que he tenido que preparar sin poder apoyarme en ninguna contribución específica. Temo, pues, que la idea positiva de los organizadores se traduzca en una decepción para el auditorio, pues, como dijo Torroja, utilizando una cita de Confucio:

"Si es inútil aprender sin meditar, es igualmente dañino reflexionar sin inspirarse en la obra ajena."

En nuestro caso, el peligro que nos amenaza es el de realizar una síntesis de verdades primarias cuyo enunciado no sepa contribuir, en modo alguno, al buen éxito de nuestros trabajos.

Por otra parte, cuando decidí ponerme a trabajar honestamente en la tarea que se me había encomendado, en seguida tropecé con otra dificultad, de carácter terminológico, concerniente al propio título de mi informe. Mientras que el "concepto de durabilidad", que es el tema que debía tratar, es algo relativamente bien definido, no sucede lo mismo en lo que se refiere al "concepto de seguridad".

Efectivamente, es muy cierto que las Recomendaciones Internacionales afirman la necesidad de "garantizar una adecuada seguridad contra la falta de aptitud de una obra para cumplir el fin al que va destinada"; pero no es menos cierto que, en el lenguaje normal, cuando se habla de "seguridad", se refiere uno implícitamente a los estados límites de resistencia.

Para evitar cualquier confusión es necesario precisar que, en lo que sigue, nosotros atribuiremos al término "seguridad" el sentido más general que es el que se le asigna en el párrafo que acabamos de citar y que se refiere tanto a los estados límites últimos como a los estados límites de servicio. Para nosotros, pues, la "seguridad" será el margen que existe entre las condiciones de trabajo y las condiciones en las cuales llegan a alcanzarse los diversos estados límites; margen que, desde el punto de vista actual, se expresa en términos probabilísticos.

Para justificar esta interpretación basta señalar que la correlación seguridad-durabilidad afecta a todos los estados límites y que, además, ésta es ciertamente más acentuada en el ámbito de los estados límites de servicio. Una definición más restrictiva del concepto de seguridad nos conduciría, pues, a despreciar una parte muy importante del tema que se nos ha confiado.

1. ENUMERACION DE LOS ESTADOS LIMITES DE DURABILIDAD

Con el objeto de seguir el proceso racional de la teoría probabilística en los estados límites, nuestra primera tarea será enumerar los estados límites relacionados con los problemas de durabilidad y examinar, para cada uno de ellos, las relaciones que subsisten entre las exigencias relativas a la durabilidad, por una parte, y a la seguridad, por otra. De conformidad con la costumbre ya establecida, se hará una distinción entre estados límites de servicio y estados límites últimos. Sin embargo, debemos recalcar que, en lo que se refiere al tema que estamos tratando, el paso de una a otra categoría de estos estados límites es más una cuestión de grado que de naturaleza.

Entrando ya en el tema, examinaremos sucesivamente, en lo que se refiere al tema de los estados límites de servicio:

— Los diversos estados límites relacionados con la fisuración: descompresión, aparición de fisuras, fisuración controlada.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

— La deformación, teniendo en cuenta su influencia sobre el comportamiento estático o dinámico.
— Los ataques a la integridad de los elementos estructurales, por corrosión, desconchamiento, abrasión, etc.
— Los efectos de las cargas repetidas o de fatiga, en lo que concierne a su influencia sobre la durabilidad en relación con los estados límites de servicio que acabamos de enumerar.

En lo que se refiere a los estados límites últimos:

— Los mismos estados límites citados precedentemente, teniendo en cuenta la posibilidad de que la fisuración, la deformación o los ataques a la integridad de los elementos de la estructura puedan alcanzar un grado tal que sea necesario proceder a la sustitución de la estructura o de alguno de sus elementos. En este mismo apartado se pueden también incluir ciertos fenómenos especiales, tales como los efectos de las corrientes vagabundas o la rotura espontánea de los aceros tesos de las armaduras de pretensado.
— Los estados límites últimos por cargas repetidas o por fatiga, con respecto a los cuales los conceptos de durabilidad y de resistencia tienden a identificarse.

Por último, para completar esta exposición de conjunto, debemos todavía señalar que los estados límites de durabilidad pueden tomar fácilmente un carácter accidental. Tal es el caso, por ejemplo, del efecto de los incendios o de las acciones físicas o químicas imprevisibles (derramamiento de ácidos o de productos criogénicos, etc.).

2. ESTUDIO DE LA CORRELACION DURABILIDAD-SEGURIDAD

2.1. Estados límites de servicio.

2.1.1. *Fisuración.*

Es seguramente en este campo donde la correlación que nos interesa es más significativa. Se sabe, en efecto, que los tres estados límites relativos a la fisuración: descompresión, aparición de fisuras (o fisuración capilar) y fisuración controlada, han sido definidos en función de las exigencias de durabilidad de las construcciones. Cada clase de comportamiento (o de funcionalidad) viene caracterizada por el grado de fisuración que se considera admisible en función de las diversas condiciones de carga o de exposición a los agentes agresivos. Parece, pues, que la "seguridad con respecto a la fisuración" tiende a identificarse con la preocupación de garantizar una durabilidad adecuada (con la única excepción significativa concerniente al caso de la estanquidad).

Sin embargo, es muy importante destacar que la identificación entre riesgo de fisuración y riesgo de afectar a la durabilidad, válida en el ámbito normativo, no subsiste necesariamente cuando se trata de interpretar el comportamiento de una construcción en servicio. Efectivamente, en determinados casos, la fisuración constituye también un índice de resistencia. Así, si se compara la anchura de fisuras con la distancia media entre fisuras adyacentes, es posible hacerse una idea del estado tensional existente en la pieza, al menos en presencia de una fisuración sistemática, originada bajo unas condiciones de carga bien definidas. Igualmente, la aparición de anchas fisuras de esfuerzo cortante, de fisuras verticales en un soporte comprimido, o de daños, paralelos a las armaduras en las proximidades de un anclaje pueden constituir signos vaticinadores del agotamiento de la capacidad portante del elemento, que sería peligroso no tomar en consideración.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Quisiéramos, sin embargo, subrayar la necesidad de que estos fenómenos sean correctamente interpretados por especialistas debidamente cualificados. Es muy cierto, en efecto, que los pocos expertos y los usuarios tienen, frecuentemente, tendencia a sobrevalorar la importancia de una fisuración eventual, considerándola como un síntoma revelador de una resistencia insuficiente. A ello se debe, precisamente, que para ir en contra de esta actitud irracional, el preámbulo de la norma francesa BA 60 insistía en el carácter "normal" de la fisuración del hormigón armado. Por supuesto, también puede suceder lo contrario: por ejemplo, puede ser peligroso sobreestimar la capacidad resistente de una estructura de apariencia sana simplemente porque nunca se ha visto sometida a las cargas para las cuales había sido concebida.

La conclusión que se deduce de todo esto es que la fisuración puede, según las circunstancias, afectar por separado a las condiciones de durabilidad o de resistencia, o bien influir simultáneamente en ambos aspectos del problema que se está tratando. Por otra parte, la discriminación entre los diversos casos posibles, requiere un detenido estudio de los problemas particulares, basado en una interpretación correcta del comportamiento estructural.

2.1.2. *Deformación.*

Los valores límites de deformabilidad de las estructuras que figuran en las instrucciones, se han fijado, generalmente, en relación con los requisitos funcionales de la misma, teniendo en cuenta el comportamiento de los elementos de acabado, tales como tabiques, puertas y ventanas, etc. Parece, pues, a primera vista, que la seguridad respecto a los estados límites de deformación, que sólo excepcionalmente tiene relaciones directas con la seguridad estructural propiamente dicha, ha de ser independiente de las exigencias de durabilidad.

Esta regla, sin embargo, tiene numerosas excepciones, pues las estrechas dependencias mutuas que existen entre fisuración y deformación, por una parte, y corrosión y deformación por otra, pueden implicar una sensible influencia sobre la durabilidad y sobre la seguridad. Citaremos algunos casos significativos.

La presencia de una excesiva deformación puede, por ejemplo, acentuar peligrosamente las acciones dinámicas producidas por un puente-grúa. Del mismo modo, el acrecentamiento de los efectos de segundo orden, provocados por una fisuración accidental o por un ataque a la integridad del hormigón, puede reducir la capacidad sustentante de un soporte esbelto. Desde este mismo punto de vista señalemos el caso de una serie de vigas cajón, de paredes delgadas, sometidas a un tratamiento de curado demasiado violento que había dado lugar a una amplia microfisuración y una reducción del módulo de deformación. A los dos años de la puesta en servicio, se observaban a la vez una flecha excesiva, incompatible con las condiciones de utilización, y la aparición de desconchamientos acentuados en las zonas de apoyo. Es decir, se había alcanzado simultáneamente un estado límite de deformación y un estado límite de durabilidad. Recordemos también los numerosos daños que se observan en las estructuras prefabricadas, en las cuales, al proyectar las condiciones de apoyo y los enlaces, no se tienen en cuenta las deformaciones termohigrométricas o los posibles errores de colocación. Baste mencionar, a este respecto, los desperfectos que se observan frecuentemente en las ménsulas cortas; la inclinación creciente de las cerchas, insuficientemente arriostradas, bajo la influencia de los agentes atmosféricos; la fisuración ocasionada en los paneles de fachada por los puentes térmicos; o, finalmente, la progresiva deteriorazación de las estructuras de sustentación de las cubiertas planas.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

2.1.3. *Fatiga.*

Se sabe que, en las estructuras de hormigón armado ordinario o de hormigón pretensado las cargas repetidas provocan un aumento de la abertura de fisuras y de la deformación. Estos fenómenos han sido, por ejemplo, detenidamente estudiados en los ensayos realizados, en Lieja, por Baus y Brenneisen. Esto nos basta para poder afirmar que la fatiga constituye un aspecto ulterior de la correlación entre la durabilidad y la seguridad, en los estados límites de servicio, cuyos efectos pueden dejarse sentir en las obras de Ingeniería Civil, en los elementos que soportan las vías de los puentes-grúa y, de una forma general, en todas las estructuras sometidas a cargas frecuentemente variables.

2.1.4. *Ataque a los materiales constituyentes del hormigón, mediante acciones físicas o químicas.*

En este caso se trata del estado límite de durabilidad por excelencia, cuya influencia sobre la seguridad, respecto a los otros estados límites, es relativamente fácil de determinar. Para fijar ideas nos limitaremos a enumerar un cierto número de casos típicos:

— Fisuración o desconchamientos provocados por ataque químico a las armaduras o al hormigón.
— Destrucción del hormigón de recubrimiento por la acción del hielo y deshielo.
— Daños superficiales provocados por abrasión o por choques repetidos.

Todos estos fenómenos pueden provocar una sensible reducción en la rigidez de las piezas y un inaceptable incremento de la deformación (más adelante veremos un ejemplo particularmente elocuente).

Dentro de este apartado se pueden incluir también los inconvenientes que se observan en el funcionamiento de ciertos dispositivos de enlace entre elementos prefabricados. Como ejemplo, puede citarse el caso de los empalmes constituidos por un perno que une los extremos en cola de milano de las piezas que se van a enlazar. Frecuentemente tales dispositivos quedan bloqueados al introducirse en ellos materiales extraños o a causa de la oxidación. Al quedar así impedida la libre dilatación de las piezas pueden producirse desperfectos. En casos extremos puede también romperse el enlace bajo el efecto de solicitaciones imprevistas, ocasionando daños muy graves (por ejemplo, roturas por falta de equilibrio estático).

Permítaseme, a este respecto, subrayar que este ejemplo resulta particularmente adecuado para ilustrar la correlación de la que nos venimos ocupando y aclarar su influencia sobre la búsqueda de una solución óptima. En efecto, es evidente que cuando se presenta un problema de esta naturaleza es fácil encontrar un dispositivo eficaz y duradero, cuya adopción, sin embargo, supone un gasto suplementario y una complicación en las operaciones de montaje. En este caso, por lo tanto, al seleccionar el dispositivo adecuado habrá que guiarse por consideraciones basadas en el concepto del costo mínimo generalizado. Pero para ello será preciso que el proyectista posea la capacidad, la honradez y la autoridad necesarias. Estimo, por consiguiente, que uno de los fines de nuestras discusiones debería ser tratar de encontrar todos los medios capaces de ayudar al proyectista a llevar a buen término esta difícil tarea.

2.2. Estados límites últimos.

Como ya hemos señalado en la introducción, todos los casos de correlación entre durabilidad y seguridad que afectan a los estados límites de servicio pueden igualmente provocar el que se alcance un estado límite último cuando los fenómenos se acentúan.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Con objeto de no ser reiterativos, ilustraremos lo afirmado anteriormente por medio de un ejemplo concreto que hemos tenido la oportunidad de estudiar con todo detenimiento, al intervenir como ingeniero consultor.

La obra en cuestión era un edificio de diez plantas, destinado a laboratorio de investigación para el estudio de fenómenos electromagnéticos. Las figuras 1, 2 y 3 representan, esquemáticamente, la planta tipo, una sección transversal y una vista lateral de la estructura. En la figura 4 se pueden ver las secciones longitudinal y transversal del forjado tipo N utilizado, construido con piezas huecas, con una luz libre de 9,30 m y un canto de 45 cm. Este forjado estaba calculado para una carga útil de 350 kp/m² y como simplemente apoyado. En la realidad los extremos del forjado quedaban empotrados en dinteles de hormigón armado, de 60 × 45 cm y una luz libre de 3 m, relativamente rígidos. En consecuencia, se había dispuesto en los nervios del forjado una armadura para momentos negativos, calculada para la hipótesis de empotramiento parcial. El forjado llevaba, en el centro del vano, un nervio de reparto de 25 × 45 cm. El conjunto de la estructura tenía una longitud de unos 24 m.

En los datos que se dan a continuación se hace un breve resumen de la historia de la obra, tal como nosotros la hemos podido seguir en el transcurso de una serie de inspecciones sucesivas:

— Año de construcción: 1958.
— Junio 1958: Se efectúan una serie de pruebas de carga de los forjados, de 9,30 m

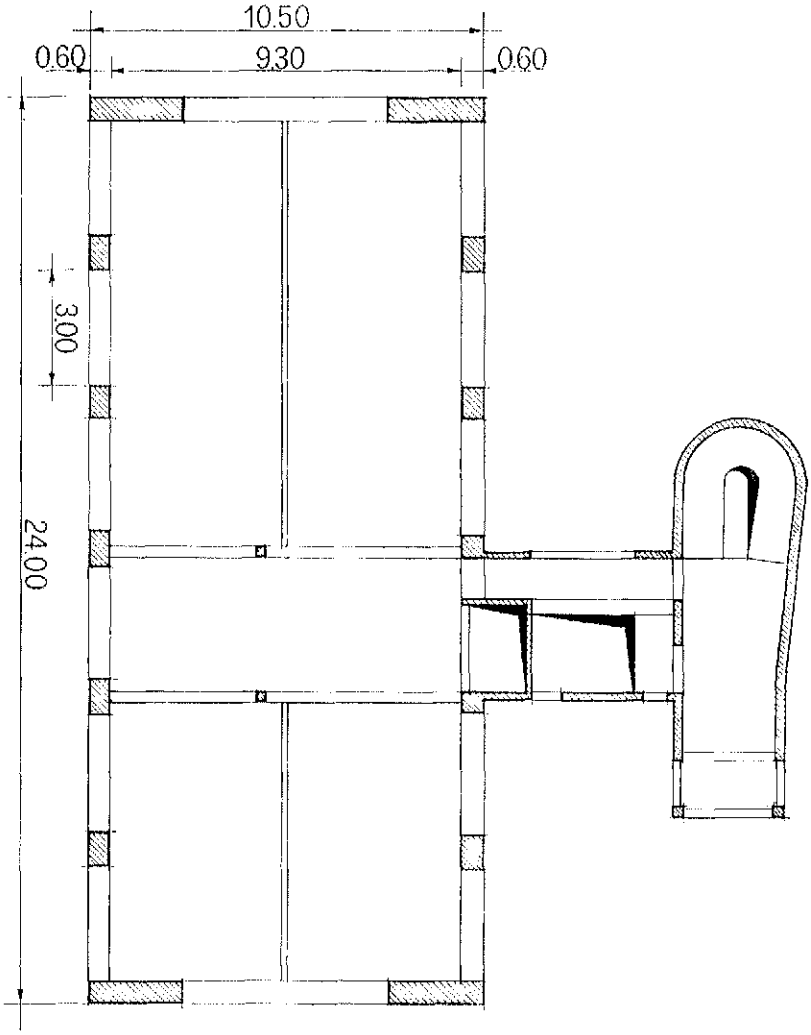


Figura 1.

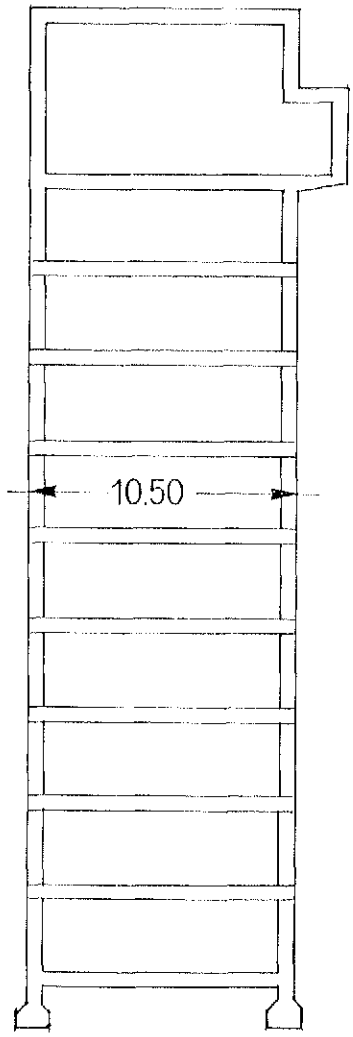


Figura 2.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

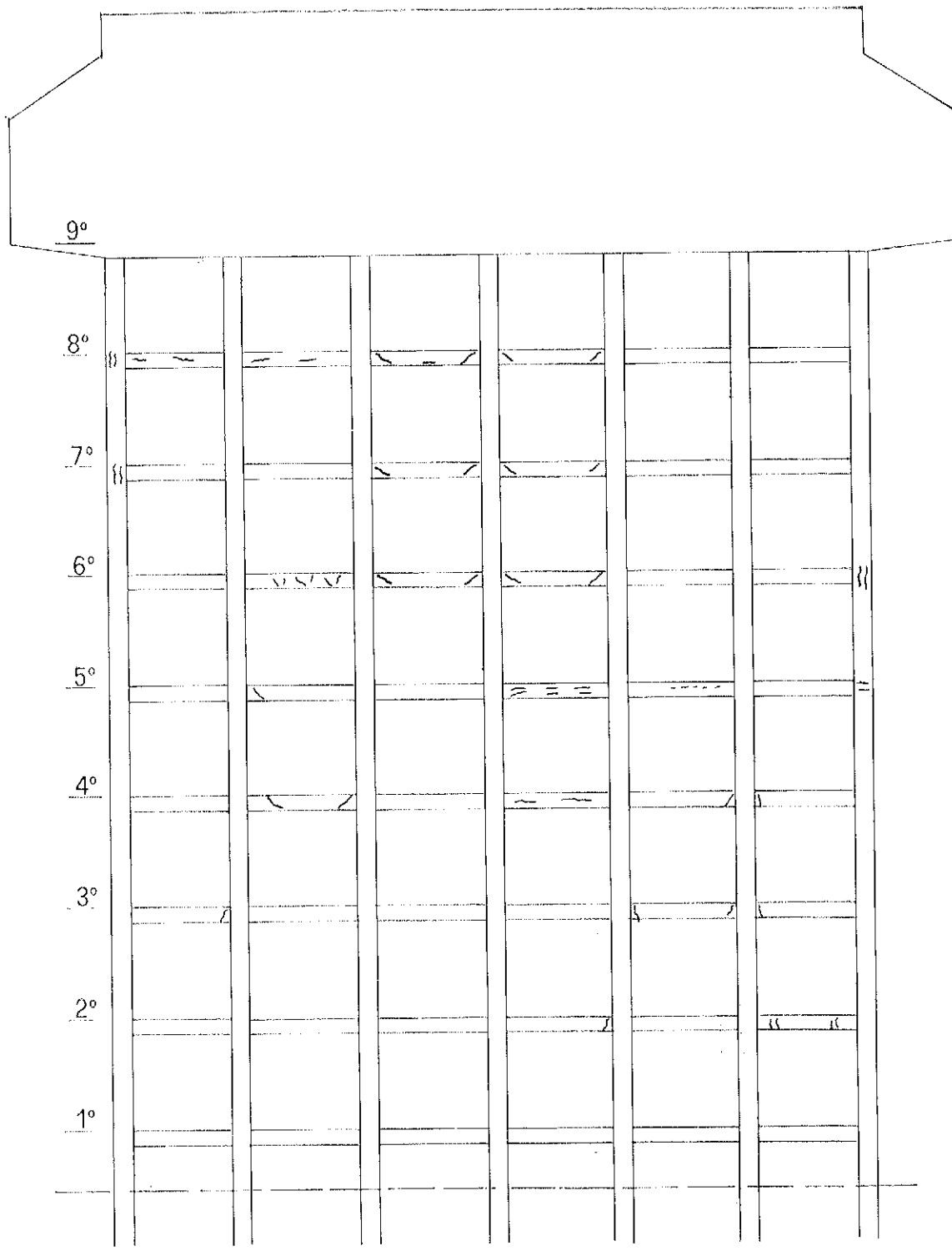


Figura 3.

de luz, que dan lugar a deformaciones residuales importantes (del orden del 30 por 100). No se registra un comportamiento elástico hasta llegar a la tercera puesta en carga, durante la cual las flechas obtenidas corresponden, con gran aproximación, al caso de un empotramiento perfecto.

— Finales de 1959: Acentuada fisuración de los tabiques apoyados sobre los forjados de todas las plantas, con grietas del orden de 9 a 10 mm (la flecha elástica para el caso de empotramiento perfecto, era del orden de 3 mm).

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

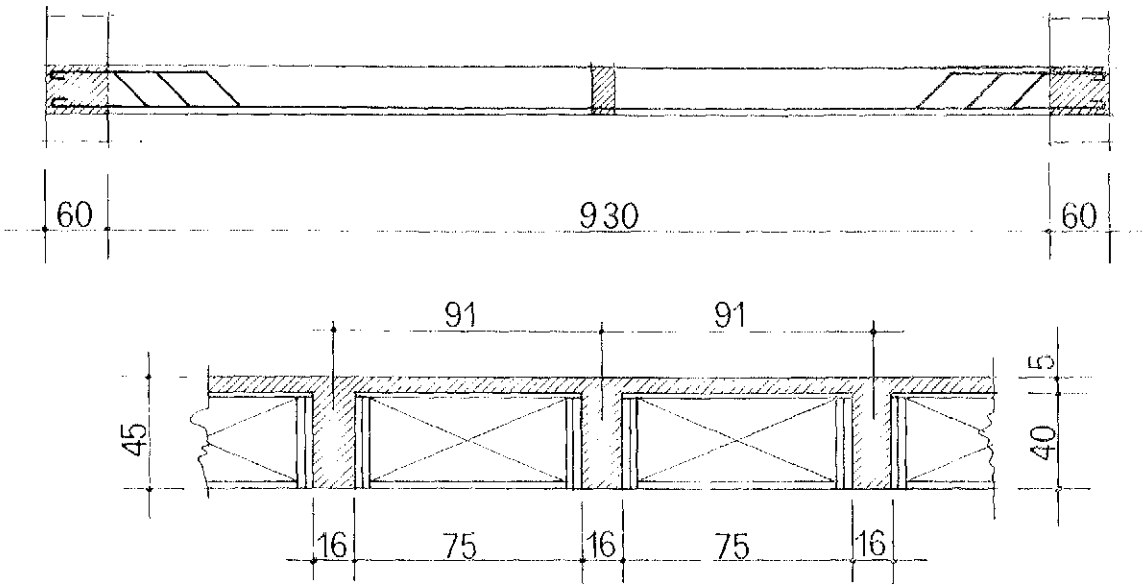


Figura 4.

— 1960: Se adoptan ciertas medidas en los tabiques: se disponen juntas en su unión con el forjado superior y otras verticales. Las sucesivas inspecciones demostraron que las flechas evolucionaban más lentamente y tendían a estabilizarse.
— 1970: Se aprecian nuevas anomalías en los tabiques, que dan lugar a roturas bruscas por compresión. Se comprueba que, en numerosos sitios, la junta de 10-15 mm, que había sido dispuesta en la parte superior de los tabiques, ha desaparecido y éstos habían entrado en carga; lo cual explica las roturas por pandeo. En un detenido examen de la estructura se observa, además, que numerosas vigas de borde presentaban desconchamientos que afectaban al hormigón que recubría los estribos y que había fisuras típicas de torsión. En la superficie de las vigas el hormigón tendía a desmenuzarse. El fenómeno era más acusado en las últimas plantas. Los resultados de esta inspección permiten atribuir el aumento de la flecha de los forjados a un fuerte incremento de la deformabilidad, por torsión, de las vigas de borde. De la toma de probetas testigo del hormigón, realizada en la última planta, se deduce que su resistencia es muy baja (del orden de los 150 kp/cm²) y que el hormigón presentaba un exceso de arena y una mala adherencia entre el cemento y la grava.
— 1972: Los expertos estimaron que los gastos de reparación superaban el valor de la obra y aconsejaron la demolición de toda ella o, al menos, la de sus cuatro plantas superiores, que eran las más dañadas. La solución definitiva debería basarse en la valoración de los gastos que supondrían la paralización temporal de las actividades del laboratorio y el traslado de las instalaciones a un local provisional.

Yo creo que estarán ustedes de acuerdo conmigo en asimilar el caso en cuestión a un ejemplo típico en el que se ha alcanzado "el estado límite último de durabilidad". Merece, por consiguiente, un profundo estudio para poner en claro las correlaciones existentes entre durabilidad y seguridad, en las cuales estamos interesados.

A nuestro parecer, el ejemplo expuesto puede ser interpretado de la siguiente forma:

I. Los primeros inconvenientes observados (1958-1960) constituían, aparentemente, una simple "llegada a un estado límite de deformación" provocada por la adopción de un forjado demasiado esbelto. Si se examina el problema con más detenimiento se comprue-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

ba, sin embargo, que los fenómenos observados evidenciaban ya defectos de proyecto y de ejecución bastante importantes, susceptibles de implicar consecuencias más graves, tales como: *a*) mala calidad del hormigón (claramente apreciada en los ensayos de carga), que debería haber suscitado inquietud en cuanto a la posibilidad de que los paramentos exteriores fuesen capaces de resistir la acción de los agentes atmosféricos; *b*) la existencia de fuertes tensiones de torsión en las vigas de borde que no tenían ni suficiente sección de hormigón ni armadura capaz de absorber los momentos de empotramiento de los forjados. No existía duda alguna de que las tracciones oblicuas correspondientes, deberían, por tanto, contribuir a acelerar el deterioro del hormigón superficial de los paramentos de las vigas.

II. Los doce años transcurridos entre 1958 y 1970 era tiempo suficiente para que la agresión atmosférica ejerciese su efecto nocivo. Al final de este período, la reducción de la sección, provocada por el desconchamiento, condujo a que se acrecentasen las tensiones de torsión, provocando una fisuración que redujo fuertemente la rigidez de las vigas de borde. En consecuencia, se produjo un acrecentamiento de las flechas instantáneas, pasando de los 3 mm, correspondientes a un empotramiento perfecto, a los 15 mm propios del caso de apoyo simple. El resultado lógico fue que se alcanzó el "estado límite de deformación". Realmente, la explosión de los tabiques y la aparición de grandes fisuras, que facilitaban el ataque de los agentes atmosféricos sobre los dinteles, constituían desperfectos que soberpasaban incluso los límites máximos que suelen fijarse para definir normalmente los estados límites de servicio. El juicio negativo sobre la posibilidad de mantener el edificio en servicio se basó esencialmente, sin embargo, en la comprobación de que en todos los elementos estructurales sometidos a la acción de los agentes atmosféricos el hormigón tendía a disgregarse, lo que habría ocasionado gastos de reparación totalmente prohibitivos. Se trataba, pues, de un claro "estado límite de durabilidad", acompañado, no obstante, de un ataque muy grave a la seguridad frente a los estados límites de deformación y a los estados límites de resistencia de determinados elementos estructurales (vigas de borde, tabiques).

A nuestro parecer, constituye esto un ejemplo, particularmente interesante, de la estrecha correlación entre seguridad y durabilidad.

3. INFLUENCIA DE LA VIGILANCIA Y LA CONSERVACION SOBRE LA CORRELACION DURABILIDAD-SEGURIDAD

No podría expresarse mejor la influencia de un control eficaz en todas las fases del proyecto, ejecución y utilización, sobre todos los aspectos del comportamiento de las obras y, por tanto, a su vez, sobre su seguridad y durabilidad, que citando uno de los principios recientemente adoptados para su incorporación a la tercera edición de las "Recomendaciones Internacionales C.E.B.-F.I.P.". Según Petersons y Kavyrchine, una "amplia y constante supervisión" debería, en efecto, traducirse en una reducción de los coeficientes de seguridad, cuya consecuencia inmediata sería fomentar la intensificación del "control de la calidad" a todos los niveles. Desde este punto de vista, la propuesta en cuestión surge como una aplicación racional de los criterios de optimización, a los cuales hemos aludido al principio de nuestra exposición.

Para aclarar estos conceptos, refiriéndonos a un caso concreto, volvamos una vez más al ejemplo que hemos comentado precedentemente, con el fin de demostrar hasta qué punto un control y una conservación convenientes hubieran podido influir sobre los acontecimientos.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

3.1. Supervisión del proyecto y controles durante la ejecución.

El proyecto, redactado por una oficina de estudios privada, no había sido sometido a ninguna revisión. El director de la obra no disponía de una organización técnica idónea. No se había hecho ninguna observación, ni sobre la excesiva esbeltez de los forjados ni sobre las condiciones de trabajo de las vigas de borde.

En lo que respecta a la ejecución, la documentación existente indica que el representante del director de obra señaló que el árido utilizado presentaba deficiencias en su granulometría y en su estructura petrográfica; sin embargo, en sus intervenciones sólo se limitó a elevar protestas verbales.

El ingeniero encargado de realizar las pruebas de carga, por su parte, toleró, sin adoptar medida alguna, la presencia, comprobada en dos ocasiones, de deformaciones remanentes muy importantes.

Es evidente que se trata de tres ocasiones perdidas (selección del tipo de estructura, control de los materiales empleados e interpretación de los resultados de los ensayos) para evitar errores que han contribuído, en gran medida, a provocar los graves daños posteriores con cuantiosas pérdidas económicas.

3.2. Conservación.

La gravedad de los errores precedentemente señalados fue tal que difícilmente se hubiesen podido remediar mediante trabajos normales de conservación. No es menos cierto, sin embargo, que un control regular de la obra durante el período 1960-1970 hubiese servido para dar la alarma y poder adoptar algunas medidas eficaces, tales como: recubrimiento con un enlucido protector o una pintura impermeable, disminución de las cargas que actuaban sobre los forjados, intervención más radical sobre la estructura, por ejemplo, reduciendo los vanos, etc.

3.3. Por otra parte, es evidente que el conjunto de operaciones de supervisión: control del proyecto, vigilancia de la ejecución, recepción de la obra y vigilancia de la conservación, habrían ocasionado gastos netamente inferiores a los originados como consecuencia de los daños que se produjeron después.

* * *

Estimamos que las precedentes consideraciones nos permiten deducir algunas conclusiones útiles:

1. En primer lugar creemos que se puede afirmar que la correlación entre durabilidad y seguridad es muy íntima, hasta tal punto que es raro se pueda provocar un grave daño a una de ambas cualidades esenciales de la obra sin afectar peligrosamente las exigencias relativas a la otra.

2. Nuestra segunda conclusión se refiere a la necesidad de subrayar la importancia esencial de la supervisión a todos los niveles: proyecto, realización y utilización.

3. Corolario de la precedente es que la influencia del control, al establecer las condiciones de optimización, resulta determinante.

Todo ello nos conduce a desear que los trabajos del presente coloquio contribuyan eficazmente a convencer a los técnicos de la construcción, de la necesidad de establecer controles eficaces durante todas las etapas de la gestación y de la vida de las obras,

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

así como a forzar a las comisiones de normalización a fomentar la supervisión mediante prescripciones reglamentarias adecuadas.

* * *

Con objeto de ordenar la discusión de todos estos puntos desearíamos enumerar los diversos aspectos de la cuestión, sobre los cuales, a nuestro parecer, se debe fijar la atención. Tendríamos:

1. Oportunidad de hacer intervenir, en una eventual graduación de los coeficientes de seguridad requeridos para las diferentes categorías de obras, la noción de correlación seguridad-durabilidad.

2. Medios prácticos que se pueden arbitrar para que dicha clasificación sea correctamente aplicada y que las exigencias que ella implica se respeten rigurosamente.

3. Necesidad de organizar un sistema para la difusión de las nociones cualitativas y cuantitativas, referentes al problema que estamos tratando, entre todos los medios interesados en estos temas.

Traducido por:

C. Sánchez Castro

Revisado por:

R. Piñeiro

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

ESTUDIO
PREST
París, 122, 2.º, 4.ª BARCELONA-11
Tel. 321 64 39 - 321 78 09

CALCULO E INGENIERIA DEL PREFABRICADO DE HORMIGON

- PROYECTOS DE FABRICAS PARA LA PRODUCCION DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE HORMIGON
- CALCULO Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS PREFABRICADAS

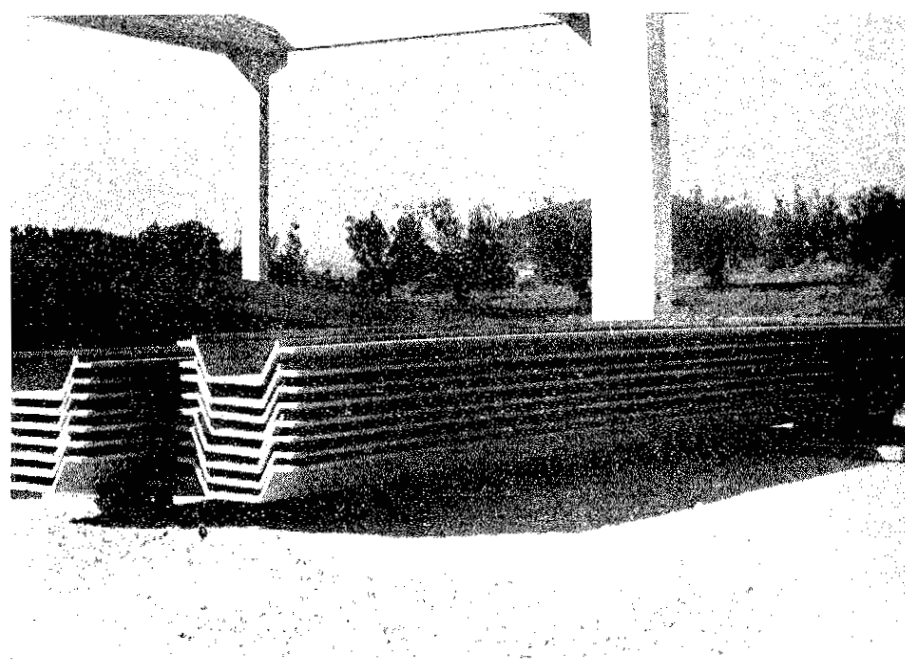
DISEÑOS PATENTADOS

ESTRUCTURAS URANO Y TAU: para naves industriales como evolución de la viga de doble pendiente

ESTRUCTURA TITANO: para naves industriales de grandes luces (24 ÷ 42 m.)

ESTRUCTURA ELE: para la construcción de viviendas prefabricadas

PANEL DE CUBRICION DALLA: permite conseguir interejes de 12 m. Fabricación automatizada mediante el empleo de una máquina continua.



París, n.º 122 - 2.º 4.ª **BARCELONA - 11** **Telfs. 321 64 39 - 321 78 09**
Vía Tiziano, n.º 19 **20145 MILANO** **Telfs. 43 48 57 - 43 79 23**

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

reglamentaciones nacionales e internacionales en relación con la durabilidad y la seguridad (*)

M. R. LACROIX
Vicepresidente de la F.I.P.
Prof. de la Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. París

INTRODUCCION

Desde hace tres cuartos de siglo las reglamentaciones han sufrido una evolución, cada vez más acelerada, siguiendo con ello la misma trayectoria que los progresos y la complicación de la propia técnica constructiva. A medida que se han ido desarrollando las tres ramas principales del arte de la construcción: hormigón armado, hormigón pretensado y estructuras metálicas, los reglamentos se han ido afinando, cubriendo un campo cada vez más amplio y haciéndose, al mismo tiempo, cada vez más audaces, a pesar de la postura más conservadora del constructor, que quisiera avanzar con mayor cautela.

A partir del final del pasado siglo, y durante más de cincuenta años, la estabilidad de las obras se justificaba mediante un coeficiente de seguridad que expresaba la relación entre la tensión de rotura del material utilizado y su tensión de servicio. Esta relación se elegía a priori, con un cierto grado de arbitrariedad: así, por ejemplo, el presidente de una comisión nacional de normalización fijó en cierta ocasión un coeficiente de 3,5 para poner fin a una larga discusión, durante la cual la mitad de los miembros defendían el valor 3 y la otra mitad el valor 4. Por otra parte, este principio no siempre se aplicaba con idénticos criterios. Mientras que para el hormigón la tensión de referencia era la carga de rotura, para el acero se partía del valor de su límite elástico. La seguridad al pandeo no podía justificarse más que comparando directamente la solicitación de servicio con la solicitación que producía la ruina del elemento. Finalmente, lo que es aún más grave, la noción misma del coeficiente de seguridad resultaba insuficiente en determinados casos, como, por ejemplo, en el trabajo a flexión compuesta del hormigón armado. Podría fácilmente demostrarse que una chimenea correctamente calculada para resistir un determinado esfuerzo de viento sólo ofrece una seguridad muy limitada si tal esfuerzo aumenta.

La aparición del hormigón pretensado, al generalizar los estados de flexión compuesta, puso en evidencia la necesidad de una comprobación complementaria, denominada "bajo sobrecargas mayoradas". Al mismo tiempo aparecieron, tanto para el hormigón armado como para el hormigón pretensado, normas más específicas sobre durabilidad.

(*) Texto de la conferencia pronunciada en la primera sesión del Coloquio Inter-Asociaciones, AIPC-FIP-CEB-RILEM-IASS, sobre "Comportamiento en servicio de las obras de hormigón", celebrado en Lieja (Bélgica), del 4 al 6 de junio de 1975.

Agradecemos sinceramente a M. Lacroix su amable autorización para publicar en nuestra Revista la versión española de tan interesante trabajo.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Se trataba, con el fin de evitar los peligros de la corrosión, de controlar la fisuración del hormigón armado limitando la tensión del acero en tracción, y de impedir la aparición de fisuras en el hormigón pretensado, prohibiendo la aparición de tracciones en el hormigón o limitando estrictamente en él las tensiones.

Sin embargo, después de varios decenios, diversos ingenieros preconizaron la introducción de la noción de probabilidad, tanto para la definición de las acciones como para la de la resistencia de los materiales utilizados en la construcción de una obra.

La teoría probabilística es, en efecto, realmente seductora.

En primer lugar, para las acciones, las cuales lo más corriente es que presenten un carácter aleatorio. En la mayoría de las obras, durante las fases de proyecto y de ejecución, únicamente es posible estimar con mayor o menor aproximación las cargas de servicio. Por ello se definen, bien unas cargas nominales que vienen prescritas en las reglamentaciones, bien unas cargas características que pueden ser aquellas cuya probabilidad de ser sobrepasadas durante la vida de la obra no excede de un determinado valor fijado a priori.

Por otra parte, en cuanto a las características mecánicas de los materiales, se puede estimar, a partir de resultados de ensayos previos, la probabilidad de que un determinado valor de una de sus características mecánicas, por ejemplo, su resistencia a rotura, sea alcanzado en la obra.

Valorando del mismo modo el margen de error introducido en el cálculo de las solicitaciones y de las tensiones, se concibe que se puede, al menos teóricamente, proyectar una estructura de tal forma que su probabilidad de ruina, durante su vida de servicio prevista, sea inferior a un valor dado, que constituye el riesgo que acepta el constructor o el propietario de la obra.

En la realidad, la aplicación práctica de esta teoría no es tan sencilla, como fácilmente puede comprenderse teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

1.ª Ante una acción de carácter aleatorio, como, por ejemplo, la fuerza del viento, la noción de una determinada probabilidad de ruina durante la vida de servicio de la obra no parece suficiente. ¿Se puede, en efecto, admitir que, en un día de tempestad, un pabellón construido para una exposición tenga una probabilidad de ruina diez o cien veces superior a la de los edificios contiguos? A priori, no; y tanto más cuanto que el público que normalmente ocupa dicho pabellón es más numeroso que el que se aloja en las otras edificaciones.

Del mismo modo, ¿es lógico atribuir la misma probabilidad de ruina a dos puentes, uno destinado a una pequeña carretera casi sin ninguna circulación y otro construido en una autopista de gran tránsito? La respuesta a esta pregunta sólo puede darse teniendo en cuenta consideraciones de orden económico e incluso políticas y morales. Para fijar el presupuesto de cada puente deberán valorarse las consecuencias que podría tener la ruina de cada uno de ellos, estimando en particular el coste de una vida humana, entre otros factores.

2.ª La noción de resistencia característica de un material puede igualmente dar lugar a diversas interpretaciones. Considérese el ejemplo de un tirante formado por un número elevado n de alambres paralelos. La resistencia característica de uno de estos alambres viene dada por la expresión:

$$R_k = \overline{R} - k \cdot \delta ,$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

siendo:

$\overline{R}$ = la media de las resistencias registradas en los ensayos sobre un gran número de probetas tomadas al azar;

δ = la desviación cuadrática media, calculada suponiendo que se trata de una distribución gaussiana, y

k = un coeficiente, del orden de 2 para fijar ideas, determinado de forma que la probabilidad estimada de que una de las probetas de alambre tenga una resistencia inferior a R_k, sea menor que un valor fijado a priori.

Siempre que los alambres posean un escalón de plasticidad suficientemente amplio, la verdadera resistencia del tirante será igual a la suma de las resistencias de cada uno de los alambres que lo forman; pero su resistencia característica en el sentido anteriormente definido, será igual a:

$$n\,\overline{R} - k\sqrt{n}\,.\,\delta\,,$$

y el error cuadrático medio relativo disminuye con el número de alambres. La introducción de la noción de probabilidad entraña, por consiguiente, la pérdida de la aditividad de las resistencias de cálculo.

Pero hay además otro factor que interviene también, aunque ahora en sentido inverso. Se trata de la propia longitud del tirante. En efecto, las características mecánicas de un alambre se determinan a partir de las resistencias medidas sobre probetas de muy corta longitud. Por consiguiente, la probabilidad de existencia de una sección de resistencia inferior a un determinado valor dado aumenta al mismo tiempo que la longitud.

Resulta, pues, evidente que, incluso para el elemento más simple que puede considerarse, la determinación de su resistencia probable o, lo que es lo mismo, la confianza que se puede tener en el elemento considerado, exige una formulación extremadamente compleja.

3.ª La estabilidad de una determinada estructura se considera garantizada cuando la probabilidad de alcanzar un *estado límite* resulta inferior a un valor previamente fijado para el tipo de estructura en estudio.

Por razones de claridad y de comodidad los estados límites han sido clasificados en dos categorías: estados límites últimos, correspondientes al valor máximo de la capacidad de sustentación, y estados límites de servicio que son función de criterios de utilización normal o de durabilidad.

En realidad, esta distinción, que a primera vista parece evidente, no resulta, sin embargo, tan simple. Cuando la estructura queda fuera de servicio por deformaciones excesivas la frontera entre uno y otro estado no es tan clara. Por otra parte, el estado límite último de ruina por efecto de la fatiga se basa más en nociones de durabilidad, en las condiciones normales de utilización, o de fisuración, que en el criterio de capacidad máxima de sustentación.

En estas condiciones ya se comprende lo difícil que resulta establecer un conjunto de normas coherentes que permitan obtener una seguridad homogénea, para un elevado número de tipos de obras muy diferentes, sometidas a acciones de naturaleza extramadamente variable. Una prueba evidente de esta complejidad se puede obtener simplemente comparando las distintas Instrucciones nacionales, redactadas casi simultáneamente y basadas en el mismo texto: las recomendaciones F.I.P.-C.E.B. Aunque en todas ellas se mantienen los principios básicos de las recomendaciones, las numerosas normas prácticas de aplicación difieren mucho y hacen difícil, si no imposible, la comparación, desde el punto de vista de la seguridad, de dos obras construidas de acuerdo con dos Instruc-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

ciones nacionales diferentes. Y esta situación, en la práctica, plantea problemas extremadamente difíciles, tanto en el plano nacional como en el internacional.

En primer lugar, dentro de un mismo país, la aparición de una nueva Instrucción exige al ingeniero un esfuerzo particular de adaptación para adquirir la práctica necesaria para la utilización de las nuevas prescripciones. Además, la introducción de los métodos de los estados límites conduce a cálculos justificativos más pesados y más costosos que los utilizados en el método de las tensiones admisibles. Debe señalarse, igualmente, como caso límite, un cierto riesgo de mala interpretación de la Instrucción que podría conducir a errores graves de concepción. Por todo ello se origina una tendencia al rechazo, que debe combatirse organizando cursos continuos de formación permanente.

En el plano internacional estamos asistiendo en la actualidad a una colaboración cada día mayor entre los medios con que cada nación cuenta: la industrialización de los países en vías de desarrollo; la multiplicación de mercados de gran importancia, en el campo de la energía nuclear, por ejemplo, o en el de las estructuras en alta mar, exigen la concurrencia o la asociación de empresas de todos los continentes, que ponen en común su personal y su material para la realización de estas grandes obras. En estas ocasiones se enfrentan con frecuencia técnicas diferentes, mentalidades diferentes e, incluso, reglamentaciones distintas. No es raro que, en una misma reunión, participen ingenieros que representan los intereses de organismos pertenecientes a cuatro o cinco naciones. En tales casos el peligro estriba en la tendencia a escoger, de cada Instrucción, las prescripciones más favorables, haciendo con todas ellas una amalgama que ya no puede garantizar la seguridad de las obras, o, por el contrario, la envolvente de las cláusulas más desfavorables, que, evidentemente, tiene que conducir a un despilfarro seguro.

Esto demuestra la importancia de poder disponer de un conjunto de normas sencillas, fáciles de aplicar y capaces de constituir un lenguaje común, a disposición de todos. ¿Constituye esto una quimera o, por el contrario, es algo realizable en un futuro próximo? Algunos ejemplos alentadores parecen demostrar que tal empresa es posible. El C.E.B., después de las primeras ediciones de sus recomendaciones, ha orientado ahora sus trabajos hacia la elaboración de textos que puedan constituir, no ya la base de las Instituciones nacionales, sino un verdadero Reglamento internacional. Y en un campo más restringido, el de las estructuras marítimas, la F.I.P. ha editado unas Recomendaciones que están siendo adoptadas como Pliegos de Prescripciones en la mayoría de los contratos para la construcción de estructuras de este tipo. De cualquier forma, la evolución hacia las teorías probabilistas, o al menos semiprobabilistas, es ya irreversible. Nuestra generación, formada en el determinismo de la teoría de las tensiones admisibles, es la víctima de esta situación; pero los ingenieros jóvenes, que ya desde las Escuelas han venido manejando estas nociones, podrán asimilarlas mejor que nosotros y adquirir la perspectiva necesaria para distinguir entre lo que es un mero detalle y lo que es esencial.

Y con esta nota optimista terminaremos esta revisión, muy superficial, de las Reglamentaciones para el proyecto y cálculo de las estructuras, y pasaremos a abordar el capítulo relativo a la ejecución de las obras.

Realmente, no se puede hablar de la seguridad o de la durabilidad de las construcciones sin tener en cuenta la fase de ejecución. El análisis de los daños, incidentes o accidentes ocurridos en las obras durante su construcción o su vida de servicio, demuestra que, en la mayoría de los casos, son originados por defectos o errores de ejecución. El problema que se plantea consiste en saber si es posible disminuir el número de tales incidentes actuando, principalmente, a través de las reglamentaciones.

La respuesta a esta pregunta estimamos que debe ser que en la reducción de los incidentes influye más una buena organización y un buen control de la ejecución que la

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

aparición de normas más detalladas. En general, en una obra preocupa más la regulación financiera de los trabajos que los reglamentos técnicos. Los imperativos de plazo, con frecuencia demasiado exigentes, se oponen en muchas ocasiones a la previsión y a la minuciosidad que deberían ser norma en la mayoría de los casos.

Aunque la distinción no siempre aparezca muy clara, en general, se pueden clasificar los incidentes en dos categorías: los que provienen de una subestimación o del desconocimiento de las acciones actuantes sobre la estructura, y los que son originados por una falta de resistencia del material utilizado. En otras palabras, y adoptando el lenguaje de los estados límites, la ecuación fundamental da la seguridad:

$$\gamma s_3 \cdot S(\gamma s_1 \cdot \gamma s_2 \cdot F) \leq S(R/\gamma_m)$$

puede dejar de cumplirse, bien porque el primer miembro tenga un valor más elevado que el previsto, bien porque el segundo miembro sea de valor inferior al supuesto.

En el primer caso, la responsabilidad puede recaer tanto en el proyectista como en el constructor. Como ejemplo se puede citar el pandeo o alabeo originado durante el lanzamiento de un puente metálico, y que puede estar motivado por un defecto de cálculo del proyectista, o por una incorrecta puesta en obra.

Hay que tener en cuenta que la aplicación de las prescripciones contenidas en la Instrucción para estructuras metálicas debe conducir a una seguridad suficiente frente a los peligros de inestabilidad y que, por consiguiente, el problema depende menos de la existencia de una norma adecuada que de su correcta aplicación. Por consiguiente, el accidente puede ser debido a tres causas, de las cuales, con frecuencia, coexisten dos:

— La inexperiencia del proyectista.
— La falta de contacto entre el proyectista y la obra que da lugar a que se desconozcan las consignas precisas que deben seguirse y a que se adopten métodos arbitrarios de ejecución.
— La falta de cuidado en la puesta en obra: mal acuñado, errores de nivelación, etc., que provocan esfuerzos superiores a los que pueden ser razonablemente previstos.

Accidentes del mismo tipo se producen también en las obras de hormigón. Es el caso, por ejemplo, de una viga de hormigón pretensado defectuosamente apeada en el centro del vano; o el de la ménsula de un puente construido en voladizo que bascula por un defecto de equilibrio estático, etc. También aquí vuelven a aparecer las tres causas anteriormente mencionadas y que difícilmente pueden ser objeto de reglamentación.

Estudiemos ahora el caso en que el segundo miembro de la ecuación fundamental de la seguridad tenga un valor demasiado pequeño, es decir, que los materiales utilizados no posean la calidad requerida.

Si se trata de una estructura metálica o de las armaduras de una obra de hormigón, puede ocurrir que la insuficiente resistencia se deba a un defecto de origen, cosa que un cuidadoso control de recepción debería detectar. Por el contrario, también puede ser debida a una pérdida de calidad con el tiempo, es decir, esencialmente a la corrosión. Las Reglamentaciones en vigor contienen, generalmente, prescripciones precisas en cuanto a la pintura que debe darse a las estructuras metálicas y a la inyección de los tendones de pretensado; pero la existencia de una Norma no basta, por sí sola, para garantizar la calidad necesaria. Y aquí tropezamos con una de las mayores dificultades para las Reglamentaciones sobre la ejecución de las obras: ¿Hasta dónde llegar en el detalle de las prescripciones?

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Tomemos, a título de ejemplo, la inyección de los tendones de pretensado. La Norma puede contentarse con indicar el objetivo que se trata de conseguir mediante una frase tal como la siguiente: "Las vainas se rellenarán con una lechada de inyección que, una vez endurecida, deberá asegurar una perfecta protección de las armaduras, así como su adherencia al hormigón de la obra". Por el contrario, al mismo tema se le puede dedicar un texto de un centenar de páginas, definiendo las calidades del agua, del cemento, de los aditivos, las características de la mezcladora y de la bomba de inyección, el proceso operatorio y todos los detalles cuyo conjunto constituyen las normas de buena práctica.

Estas dos tendencias opuestas tienen cada una sus ventajas y, en realidad, no se excluyen una a otra:

— La primera define el objetivo y supone conocidos los medios para alcanzarlo. Debería aplicarse preferentemente en las naciones muy industrializadas y con un número suficiente de cuadros técnicos competentes.

— El segundo método consiste en transformar la Norma en una guía, verdadero Manual para el responsable de la ejecución o de quien haya de controlarla. Permite suplir, en cierta medida, a una técnica que resulta insuficiente; pero a costa de dos peligros:

  — El primero consiste en la inaptitud para reaccionar frente a situaciones imprevistas. Si durante la ejecución de los trabajos se presenta una de estas situaciones, el texto, por completo que sea, no podrá en forma alguna reemplazar la experiencia ni el buen criterio de un técnico bien preparado.

  — El segundo peligro de una Norma-guía demasiado detallada estriba en que puede constituir un verdadero freno para el progreso de la técnica. En efecto, una Norma sola podrá seguir y sancionar los nuevos inventos, pero nunca precederlos. Pero la necesidad de tener que derogar uno o varios textos reglamentarios para poder aplicar una nueva idea, puede desanimar definitivamente a su autor, o al menos retrasar en varios años el desarrollo de tal idea. En cualquier caso, será preciso prever frecuentes revisiones de los Reglamentos para adaptarlos a la incesante evolución de la técnica constructiva.

En resumen, parece que la solución ideal sería editar Reglamentos sencillos, claros y concisos, tendentes a definir los objetivos que deben alcanzarse más que los medios que para ello deben utilizarse. Evidentemente, esta solución sólo es admisible si tales Reglamentos van a ser aplicados por técnicos competentes. Parece, por consiguiente, que el método más eficaz para aumentar la seguridad de las obras consiste en la formación del personal necesario; y esto, a todos los niveles: obreros especializados, capataces, proyectistas, directores de obra, etc. Todos ellos deben recibir, tanto durante su formación como a lo largo de toda su carrera, las enseñanzas precisas para que se encuentren siempre en las condiciones óptimas para aplicar su buen criterio, con el fin de resolver de la mejor manera posible el eterno compromiso coste-seguridad.

Traducido por
R. Piñeiro

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

ALAMBRES DE ACERO HEVA PARA HORMIGON POSTENSADO

Las estructuras postesas de hormigón con alambre de acero Heva «STABILIZED», proporcionan una mayor seguridad en los climas cálidos y en las aplicaciones específicas para Centrales Nucleares, por su menor relajación, combinada con una mayor resistencia a la tracción a elevadas temperaturas.

Consúltenos.

FABRICADOS BAJO EL COMPROMISO QUE RIGE EN HEVA, LA CIUDAD DEL ACERO:

Contrastada la calidad, nuestro lema es el servicio.

ACEROS HEVA

SOCIEDAD ANONIMA ECHEVARRIA BILBAO

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

HEVA, LA CIUDAD DEL ACERO, ha editado numerosas documentaciones técnicas sobre las características y aplicaciones de sus Aceros Especiales.

Todas ellas se relacionan en el Catálogo de Publicaciones HEVA.

Solicítelo al Departamento de Publicidad de S. A. ECHEVARRIA (Alda. Urquijo, 4. Bilbao-8) y, con base en él, pídanos las publicaciones que sean de su interés.

S. A. ECHEVARRIA, fabricando el acero especial para cada aplicación, continúa colaborando al desarrollo tecnológico del acero.

Pida

DELEGACION ZONA NORTE - ACEROS HEVA - ALAMEDA DE URQUIJO, 4 - **BILBAO-8**
ALMACEN ZONA NORTE - ACEROS HEVA - FABRICA BASAURI - SAN MIGUEL DE BASAURI - **VIZCAYA**
ALMACEN ZONA ALAVESA - ACEROS HEVA - BADAYA, 10 - **VITORIA**
DISTRIBUIDOR ZONA ARMERA - LA IRONSTEEL, S. R. C. - SAN JUAN, 19 - **EIBAR**
DISTRIBUIDOR ZONA ASTURIANA - SUMINISTROS MENTREVA - MARQUES DE SAN ESTEBAN, 34 - **GIJON**
DELEGACION TOLOSA - ACEROS HEVA - CARRETERA MADRID-IRUN, KM. 444 - IRURA - **TOLOSA**
DELEGACION ZONA ARAGON - ACEROS HEVA - AVENIDA FRANCISCO CABALLERO, 31 - **ZARAGOZA**
DELEGACION ZONA CATALUNA - ACEROS HEVA - BOLIVIA, 207 - **BARCELONA-5**
ALMACEN DISTRIBUIDOR BALEARES - LA INDUSTRIAL Y AGRICOLA SOCIAS Y ROSELLO - CALLE HEROES DE MANACOR, 33-35 - **PALMA DE MALLORCA**
DELEGACION ZONA NOROESTE - ACEROS HEVA - CARRETERA DE BENS (LA MOURA) - **LA CORUNA**
ALMACEN REDISTRIBUIDOR PONTEVEDRA - TORRES Y SAEZ, S. R. C. - AVENIDA MADRID, S/N - **VIGO**
DELEGACION ZONA CASTILLA LA VIEJA - ACEROS HEVA - CARRETERA DE MADRID, KM. 190 - **VALLADOLID**
DELEGACION ZONA CENTRO - ACEROS HEVA - ANTONIO LOPEZ, 292 - **MADRID-26**
DELEGACION ZONA LEVANTE - ACEROS HEVA - CARRERA DE MALILLA, 75 - **VALENCIA-12**
ALMACEN REDISTRIBUIDOR MURCIA - VIGACEROS, S. A. - SAN ANDRES, 9 - **MURCIA**
DELEGACION ZONA SUR - ACEROS HEVA - AVENIDA SANTA CLARA DE CUBA, S/N - (POLIGONO INDUSTRIAL - CARRETERA AMARILLA) - **SEVILLA**

ACEROS HEVA

SOCIEDAD ANONIMA
ECHEVARRIA
BILBAO

AA/rob - Impresa por Artigraf

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

cubiertas colgantes en rueda de bicicleta

el pabellón de exposiciones de Herning en Dinamarca

VICTOR L. GILL
Ingeniero Civil

(Texto de la conferencia que, organizada por la Asociación Técnica Española del Pretensado, pronunció el día 30 de enero de 1976, en los locales del Instituto Eduardo Torroja, de Madrid).

Cuando se estudia el criterio para proyectar estructuras que cubran grandes espacios, es muy útil al ingeniero dar marcha atrás en sus deducciones y volver a los principios fundamentales.

La forma más eficaz de cerrar un volumen dado es una superficie esférica, y ésta, cuando se trata de cubrir un área plana sugiere la forma de una semiesfera. La siguiente cuestión a considerar serán los materiales de que se dispone, y a continuación la repercusión de su costo sobre la solución que se elija. El que los materiales utilizados trabajen mejor a tracción o a compresión, y en qué forma los métodos de construcción afectarán a la economía del conjunto son base también de las que deberemos partir.

Cuando se haya llegado a establecer una diáfana filosofía de proyecto habrá que pensar en la estética de su estructura, y también en la forma en que dicha estructura encaja con el entorno en que se encuentra situada.

Desgraciadamente, esta aproximación lógica a la solución ideal no se considera con frecuencia, y los proyectistas realizan sus proyectos utilizando elementos estructurales tomados de aplicaciones anteriores, olvidando la economía de los materiales, y si en el caso que les ocupa su comportamiento será el más adecuado, haciendo trabajar al acero en tracción directa y al hormigón en compresión simple. Un emparrillado de vigas octogonales y una cubierta plana no dan en general un máximo aprovechamiento a los materiales, pero son fáciles de proyectar y de construir, y por ello ofrecen soluciones recurridas.

El proyecto del Pabellón de Exposiciones de Herning, en Dinamarca, pretendió basarse en unos fundamentos lógicos de diseño. La estructura circular requiere un revestimiento exterior mínimo para cubrir unos determinados volumen y superficie. Permite un sistema equilibrado de fuerza, en el cual se utilizan acero de alta resistencia y hormigón, con su máxima eficacia y aprovechamiento; como consecuencia de la simetría de la estructura, la obra puede realizarse utilizando muy pocos elementos básicos. En el caso de Herning había que cubrir 5.000 m² de superficie para exposiciones y promociones deportivas. No era necesaria luz natural, y se deseaba poder mantener el volumen cerrado lo más reducido posible para que no resultara costosa su calefacción. Se realizó un proyecto basado en el concepto de la "rueda de bicicleta", que es un tipo de cubierta de cables soportada por una estructura de elementos prefabricados de hormigón.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

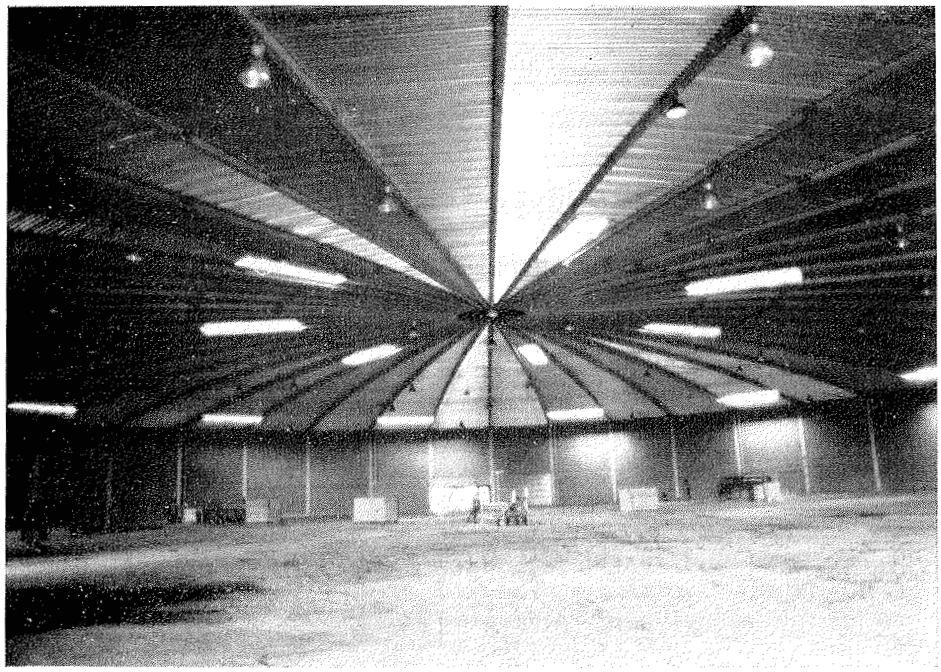


Figura 1.

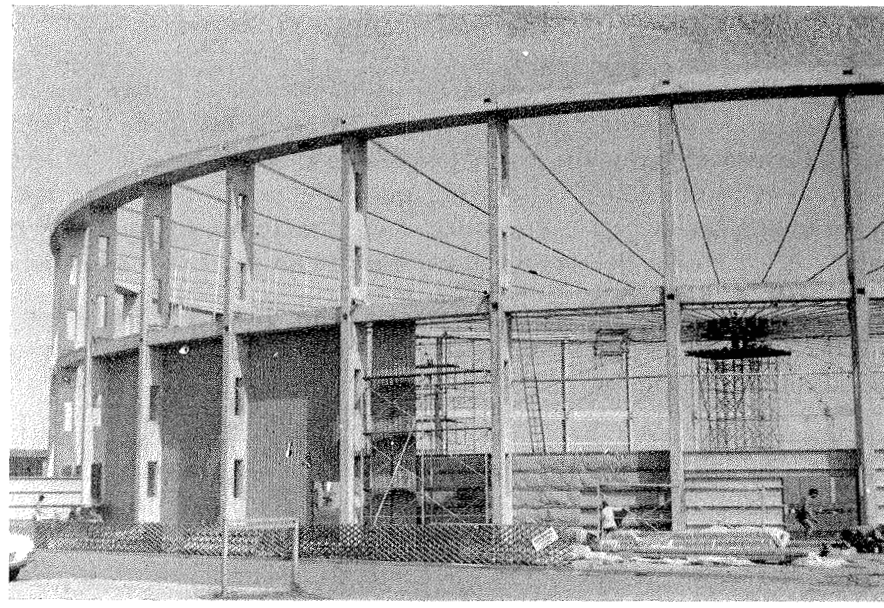


Figura 2.

La estructura se realizó en cinco meses, y su coste total fue de 3.500.000 de coronas danesas, equivalente a unos 40.000.000 de pesetas, que representaron alrededor de 7.600 pesetas el metro cuadrado de construcción.

PROYECTO

La superficie a cubrir de 5.000 m² se consiguió mediante una estructura circular de 80 m de diámetro, con luz libre y sin apoyos intermedios. Dos anillos de compresión situados, respectivamente, a 8 y 15 m de altura, soportados por 42 pilares, soportan las cargas de los cables de suspensión y de los pretensados que salen en forma radial de un anillo de tensión central de 4 m de diámetro situado en el centro del pabellón.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

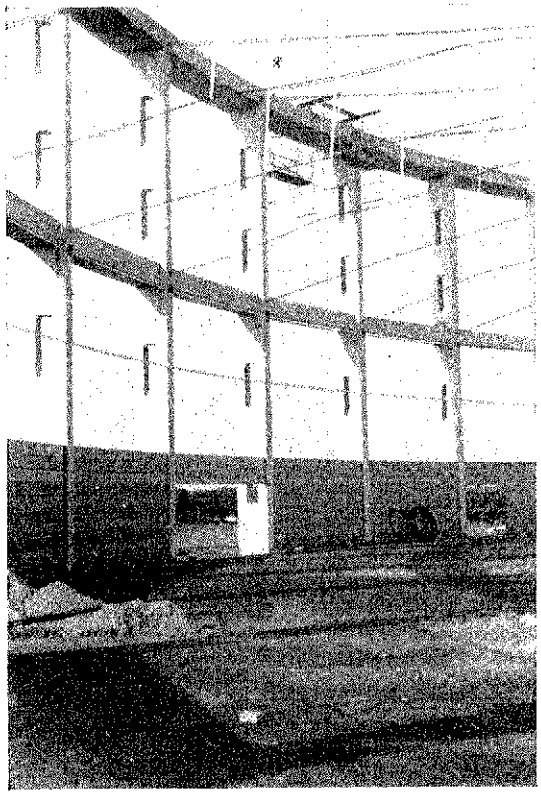


Figura 3.

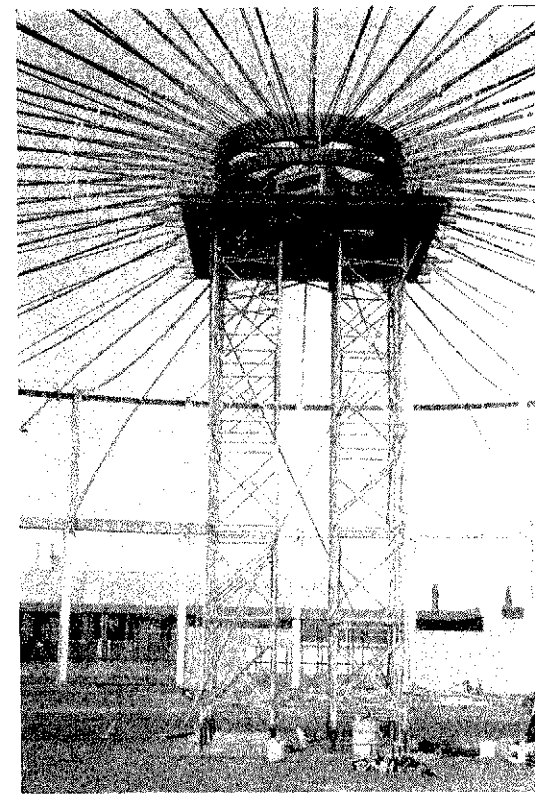


Figura 4.

Se dispuso un recubrimiento o pared circunferencial vertical hasta la altura de 8 metros, en que se encontraba situado el primer anillo de compresión, y el revestimiento de cubierta se realizó con tableros de madera laminados colgados por debajo de los cables pretensados inferiores.

ANILLOS PREFABRICADOS DE HORMIGON

Los distintos elementos que los componen se fabricaron en taller y son piezas normales de hormigón armado. Su terminación fue la de una pieza prefabricada corriente, aunque con materiales de alta calidad.

Se admitieron tolerancias de 5 mm en longitudes ± 5 mm. Las curvaturas inintencionadas de los pilares, pudiendo cumplirse sin dificultad. Para la fabricación de los pilares se utilizaron dos moldes, pero para los anillos circulares fue suficiente con uno.

El peso total de estructura prefabricada ascendió a 1.530 Tm, y todo el hormigonado se realizó en aproximadamente dos meses.

La resistencia cúbica del hormigón utilizado fue superior en todo momento en 400 kilogramos/cm^2 a los veintiocho días.

PILARES

Se construyeron 42 pilares de sección rectangular de 18 m de altura y de dimensiones 350 × 1.200 mm, cuyo peso unitario era de 14,4 Tm. En los pilares se dejaron huecos para reducir su peso, y estaban provistos también de los conductos y placas de apoyos necesarios para el anclaje de los cables inferiores que pretensan la cubierta.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

VIGAS SUPERIORES DE ANILLO

Se construyeron 42 vigas curvas, que integraban el anillo superior, con una sección de 600 × 1.500 mm, las cuales presentaban en planta un radio de 40 m. Se fabricaron dos tipos distintos de vigas curvas:

a) Las 21 vigas de este tipo contenían dos conductos superiores para los cables y placas de anclaje en cada extremo, también contenían un dispositivo para su conexión a a los pilares y apoyos para los segmentos intermedios. Su peso era de 14 Tm.

b) Las 21 vigas de este tipo eran similares en planta y sección a las de tipo *a*, y pesaban 12,3 Tm cada una.

VIGAS INFERIORES DE ANILLO

Se construyeron 42 elementos para el anillo inferior, con una sección transversal de 600 × 800 mm. Sus caras laterales eran rectas y pesaban 6,7 Tm cada una. Estos elementos quedaban simplemente apoyados entre los pilares.

VIGAS DE CIMENTACION

La estructura disponía de 42 elementos de este tipo, con una sección transversal de 250 × 900 mm y caras laterales rectas. Su peso fue de 2,7 Tm por unidad.

Eran vigas simplemente apoyadas entre las bases de los pilares.

JUNTAS DE LA ESTRUCTURA

Las juntas entre los segmentos del anillo superior y entre dicho anillo y los pilares se proyectaron para soportar los momentos flectores inducidos por el pretensado del cable y las condiciones generales de carga, bajo las cuales debía trabajar la estructura.

Se utilizaron refuerzos de solape y cajetines para la resistencia al esfuerzo cortante. Para rellenar las juntas se utilizó un hormigón vibrado de 240 Kg/cm² con un agente expansivo.

CARGAS ACTUALES SOBRE LA ESTRUCTURA DE HORMIGON

Momentos en los pilares.

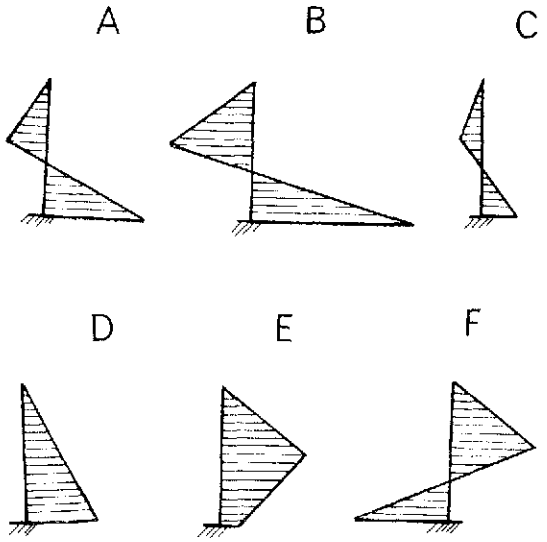


Figura 5.

MOMENTOS FLECTORES EN EL PILAR

SIMÉTRICOS.

A) Peso propio únicamente.
B) Cables y pretensado.
C) Carga total por nieve.
D) Acción del viento sobre el pilar durante la erección.

SIMÉTRICO.

E) La mitad de la cubierta cargada con nieve.
F) La mitad de la cubierta cargada con nieve.
E) y F) Son dos pilares diametralmente opuestos.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Vigas del anillo superior.

Momento flector máximo inducido	40 m Tm.
Momento flector debido a peso propio	10 m Tm.
Compresión máxima	410 Tm.

Vigas del anillo inferior.

Momento flector máximo inducido	2 m Tm.
Momento flector debido a peso propio	5 m Tm.
Compresión máxima	219 Tm.

En el proyecto se consideró que el hormigón debía trabajar a compresión bajo todos los estados de carga estudiados.

CIMENTACIONES

Todos los pilares se alojaron en cajetines de cimentación previamente fijados. Las zapatas de hormigón armado se proyectaron para una presión de carga de 20 Tm/m^2, y sus dimensiones fueron de $2{,}0 \times 2{,}5 \times 0{,}5$ m, situadas a una profundidad de 2,25 m.

Para posicionar los pilares, se dispuso de un perno de 40 mm de diámetro en la base de cada pilar, que se encajaba en una placa de acero apoyada sobre una base de mortero. Entre el pilar y los lados de su alojamiento se dejó espacio suficiente para que se pudiera rellenar con hormigón de 240 Kg/cm^2, el cual se vibraba in situ una vez presentado el pilar. Provisionalmente y hasta tanto no endureciera el hormigón, el pilar se sujetaba con cuñas.

El pilar es capaz de soportar los momentos debidos al viento durante el tiempo necesario para la colocación de las vigas en los anillos.

POSICIONAMIENTO Y ERECCION DE LOS PILARES

Debido a que la colocación de los pilares tenía que ser muy precisa, se dispuso un supervisor especialista, que marcaba exactamente la situación en planta de cada pilar, y una vez que ésta estaba completamente definida nivelaba las placas de acero sobre las que asentaría el pilar.

En los pilares se colocaron marcas visibles para señalar la posición de las placas de anclaje, y se procedió a la perfecta alineación y aplome de todos ellos utilizando dos teodolitos: uno, en el centro de la estructura, y el otro, en una posición tangencial a la circunferencia. Desde cada posición de los teodolitos se podían colocar cuatro pilares, y el tiempo empleado fue de aproximadamente de una hora por pilar.

Las vigas de anillo se colocaron a continuación de los pilares, y se utilizó un andamiaje móvil que se transportaba con una grúa. Cada segmento de viga se elevó directamente a su posición definitiva desde el mismo camión en que llegaba a la obra, sin necesidad de pasar por ninguna descarga intermedia.

Los trabajos en obra empezaron, aproximadamente, al mismo tiempo que la fabricación de elementos de taller, la colocación terminó poco después que la prefabricación. El total duró dieciocho semanas.

El suelo del pabellón contenía un complejo sistema de conductos para diferentes servicios y drenajes para la utilización de las distintas exposiciones que estaba previsto rea-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

lizar en él. Tenía también dos túneles de acceso desde el exterior del edificio que llegaban a un punto próximo al centro. Todo este trabajo se realizó con tiempo suficiente para que se pudiera montar después la estructura cableada de cubierta. El montaje de ésta se llevó a cabo entre las semanas 21 y 24.

El revestimiento protector o pared de contorno se terminó en la semana 26; al mismo tiempo se iniciaban los primeros trabajos para la primera exposición, que según programa debía comenzar en la semana 30.

SISTEMAS DE CABLES

La cubierta está sustentada por dos sistemas de cables: los superiores, de suspensión, y los inferiores, de pretensado.

Los cables de suspensión integran los elementos superiores de los radios de la rueda, cada uno está formado por un grupo de cuatro cordones Dyform de 18 mm, provisto de terminales de presión roscados en sus dos extremos. Cada 5 m el grupo se amordaza con una grapa especial de aluminio, que tiene prevista su conexión con unas barras o tirantes verticales de aluminio. Estos tirantes se conectan a su vez a los cables superiores pretensados, con lo que los dos sistemas de cables quedan enlazados entre sí. Los cables de suspensión se cortaron a una longitud muy precisa, con tolerancias de ± 3 mm. Finalmente, se hizo un ajuste definitivo con los cables montados utilizando las tuercas que llevaban los terminales de presión roscados.

Los cables pretensados estaban formados por un grupo de dos cordones Dyform de 18 mm de diámetro con terminales de presión roscados en su extremo exterior. Estaban conectados, como se ha dicho, a los tirantes verticales, y sus extremos interiores pasaban a través del anillo interior de tensión de tal modo que quedaban anclados por terminales Stronghold en su posición final después de tensados.

Para su utilización en esta obra, la empresa española (Centro de Trabajos Técnicos, S. A.) que utiliza el sistema de pretensado Stronghold diseñó en Barcelona unos terminales especiales de gran eficacia, en los que las cuñas quedaban sujetas en su parte trasera para evitar que un movimiento anormal las hiciera saltar. Los terminales fueron debidamente ensayados antes de su puesta en obra definitiva, y su perfecto funcionamento estaba totalmente garantizado.

La operación de tensado de los cables se realizó utilizando un gato, al que se adaptó un dispositivo en forma de marco (diseñado también por Centro de Trabajos Técnicos, S. A.) con el exclusivo fin de ser utilizado en esta obra y de que se pudiera tensar con él terminales Stronghold. El dispositivo ideado por C.T.T. permitió el tensado de los cables por pares opuestos, dando tensión a un cable contra otro. Con este procedimiento se evitó que cualquier carga ejerciera un esfuerzo anormal sobre el anillo central de tensión y pudiera desplazarlo. Los cables se tensaron por fases, en una secuencia predeterminada, de tal forma que se redujera al mínimo la carga desequilibrada actuante sobre el anillo de compresión exterior. Como ya hemos indicado, todos los terminales Stronghold apoyaron en el anillo interior y clavaron sus cuñas después de cada operación sucesiva de tensado.

Para la primera fase de montaje, el anillo de tensión estaba sustentado a la misma altura que el anillo superior de compresión, de modo que los cables de suspensión podían conectarse sin carga al mismo. A continuación se bajó el anillo de tensión, que quedó colgado de los cables de suspensión. Seguidamente se dio tensión a los cables pretensados; de este modo, la estructura pudo tomar libremente su geometría natural, y se fue adaptando hasta llegar a la posición definitiva.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

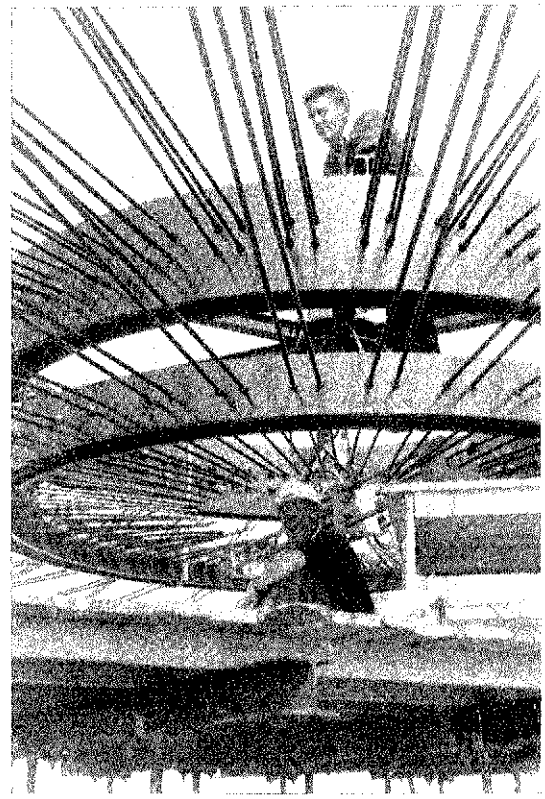


Figura 6.

En el análisis prelimiar se calcularon todas las longitudes de los cables, los puntos de conexión, los desplazamientos verticales y lineales y las fuerzas actuantes, de manera que se pudo ir comprobando el comportamiento de la estructura a medida que los trabajos avanzaban.

Para los cordones se utilizó cordón de tipo Dyform por su elevado módulo de elasticidad. Esto permitió que los cables pudieran cortarse a las longitudes requeridas, sin que fuera necesario estirarlos previamente, tal como sucede con los cordones convencionales cuando hace falta mucha precisión en el corte. Los cordones se protegieron con grasa y recubrieron con una envolvente de P.V.C. Todo esto se hizo durante la fabricación de los cordones. Todos los pernos que quedaron a la vista, las abrazaderas y otros elementos se fabricaron de aluminio o de acero inoxidable. De este modo, se consiguió que

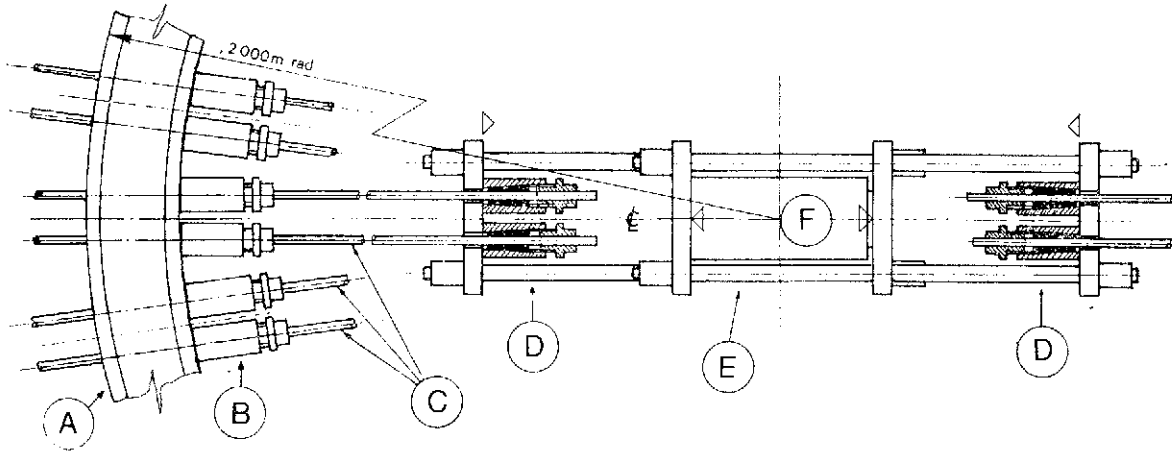


Fig. 7. — Procedimiento de tesado de los cables: A) Anillo de tensión. B) Terminal Stronghold C) Cable. D) Terminales Stronghold. E) Marco Stronghold de doble tracción. F) Gato Stronghold.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

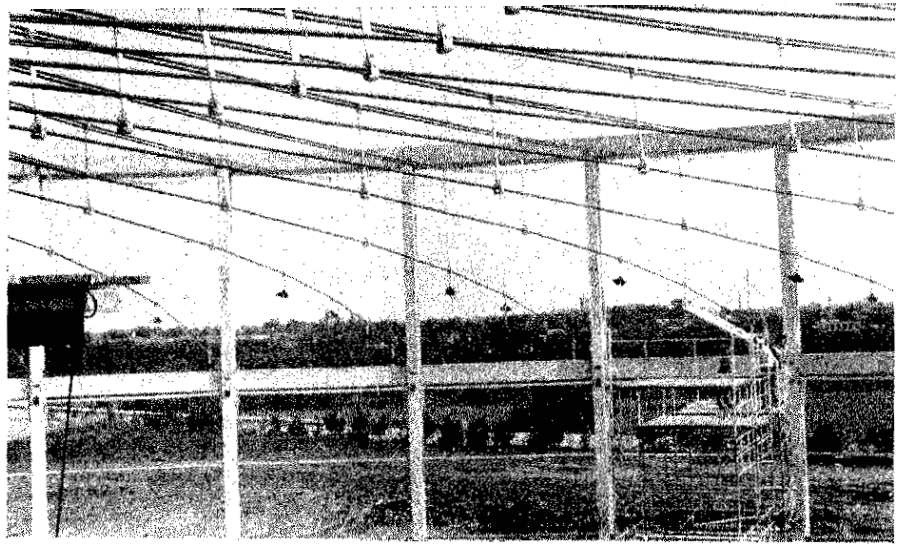


Figura 8.

la estructura de soporte formada por los cables resultara de conservación económica, y de una gran durabilidad, al igual que sucede con las partes prefabricadas de hormigón en pilares y vigas.

En este proyecto particular se decidió que el anillo de tensión debería dividirse en dos partes: una, superior, y otra, inferior, unidas para que fuera posible un pequeño desplazamiento relativo entre ambos. El hacer esto reduce las fuerzas en los apoyos, en los pilares y en las vigas circulares cuando se encuentra cargada sólo la mitad de la cubierta, como sucede en algunos casos con la sobrecarga de nieve.

FUERZAS ACTUANTES EN LOS CABLES

Esfuerzo máximo en los cables superiores de suspensión	62,69 Tm.
Esfuerzo máximo en los cables inferiores de pretensado	33,25 Tm.
Esfuerzo máximo vertical en los nudos de conexión de los cables (línea exterior)	3,20 Tm.
Esfuerzo final de pretensado en los cables inferiores	23,81 Tm.
Carga de rotura del cordón Dyform de 18 mm. de diámetro	38,75 Tm.

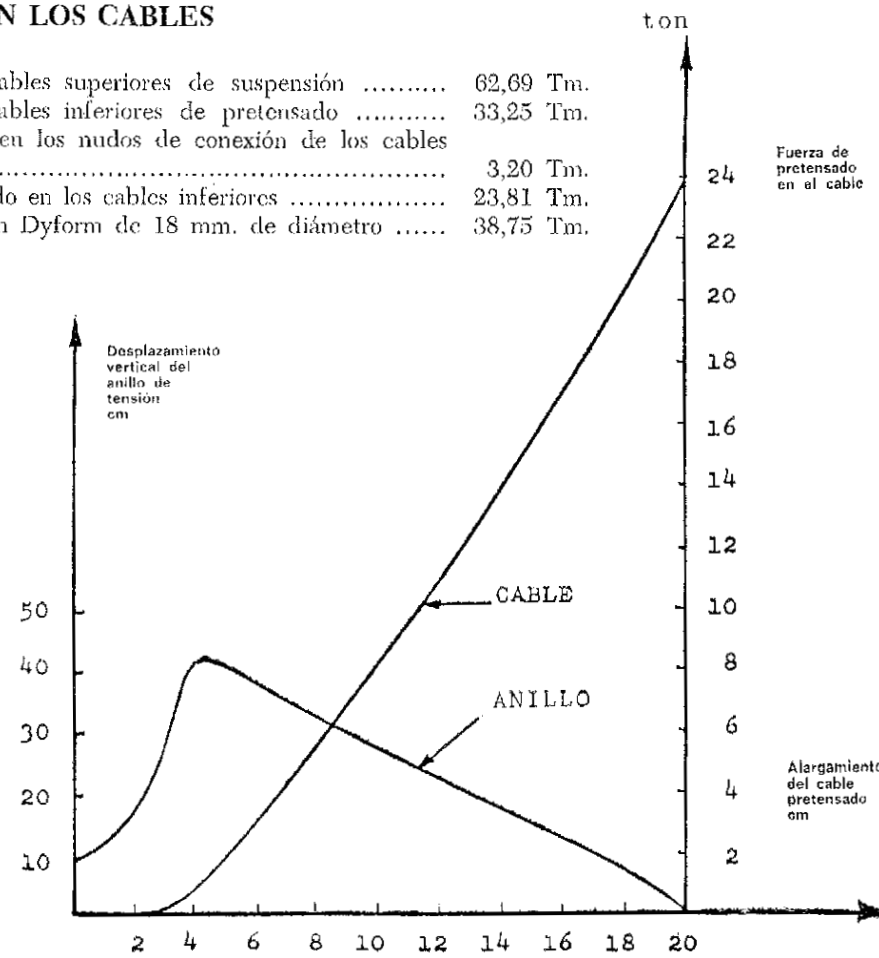


Figura 9.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

REVESTIMIENTO

Las paredes están formadas por láminas de acero ondulado (Robertson BR36), con un recubrimiento, coloreado de azul, de plástico, montadas en perfiles ligeros de acero, que unen los pilares, y apoyándose en el suelo llegan al anillo inferior. El aislamiento se consigue con una capa de fibra de vidrio de 10 cm de grueso.

En la cubierta se utilizó un recubrimiento de acero galvanizado (Thyssen T 100/174), que se cortó y perforó previamente y se colocó cubriendo los vanos entre las vigas radiales de madera laminada dispuestas radialmente (19 mm × 20 mm) y soportadas por los elementos supensores de aluminio a través de los tirantes verticales que unen los dos sistemas de cables.

Por encima del anterior recubrimiento se dispuso una capa aislante de 8 cm de espesor y un fieltro bituminoso que impermeabiliza la cubierta. Sobre los elementos suspensores de las vigas se colocaron manguitos de neopreno para asegurar una flexibilidad e impermeabilidad suficientes.

En la parte central la impermeabilización se realiza en el anillo de tensión inferior, y no queda afectada por ningún movimiento que pudiera producirse entre los dos anillos.

El drenaje de la cubierta se realiza desde la circunferencia exterior por medio de unos canalones y baja por los pilares.

COSTO

El costo total del pabellón resultó de unos 40.000.000 de pesetas, y el precio por metro cuadrado, de 7.600 pesetas.

Esto incluye todos los servicios y un vestíbulo de entrada, incluso oficinas. El coste en obras de este tipo depende, como es natural, de las especificaciones en cada caso particular, y en éste resultó de las características que definían el proyecto. La estructura principal (sin incluir cimentaciones, es decir, la estructura de hormigón, la cubierta de cables y el sistema de sustentación) costaron 11.000.000 de pesetas, lo que representa 2.260 pesetas/m^2.

El coste de los elementos prefabricados de hormigón fue de 3.900 pesetas/Tm para los pilares y de 2.940 pesetas/Tm para las vigas.

El diagrama que sigue muestra la distribución proporcional del coste entre la estructura circular de hormigón y el sistema sustentador de las cubiertas de cables.

CONCLUSIONES

La ventaja de este tipo de construcción que puede económicamente dar una cubierta diáfana con luces entre 50 y 150 m es su sencillez y la facilidad con que se puede construir. Tiene sólo unos cuantos componentes elementales, cuatro distintos tipos de elementos prefabricados de hormigón y cinco tipos de cables con terminales para toda la gama posible de luces a cubrir. Al tratarse de un sistema estructural cerrado no depende de las condiciones del lugar, y por otra parte, las cargas transmitidas a la cimentación son muy pequeñas.

La elección del recubrimiento aislante exterior es independiente de la estructura, y la cubierta puede soportarse bien por el conjunto de cables superiores o por los inferiores,

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

COSTOS RELATIVOS DE LAS DISTINTAS OPERACIONES REALIZADAS

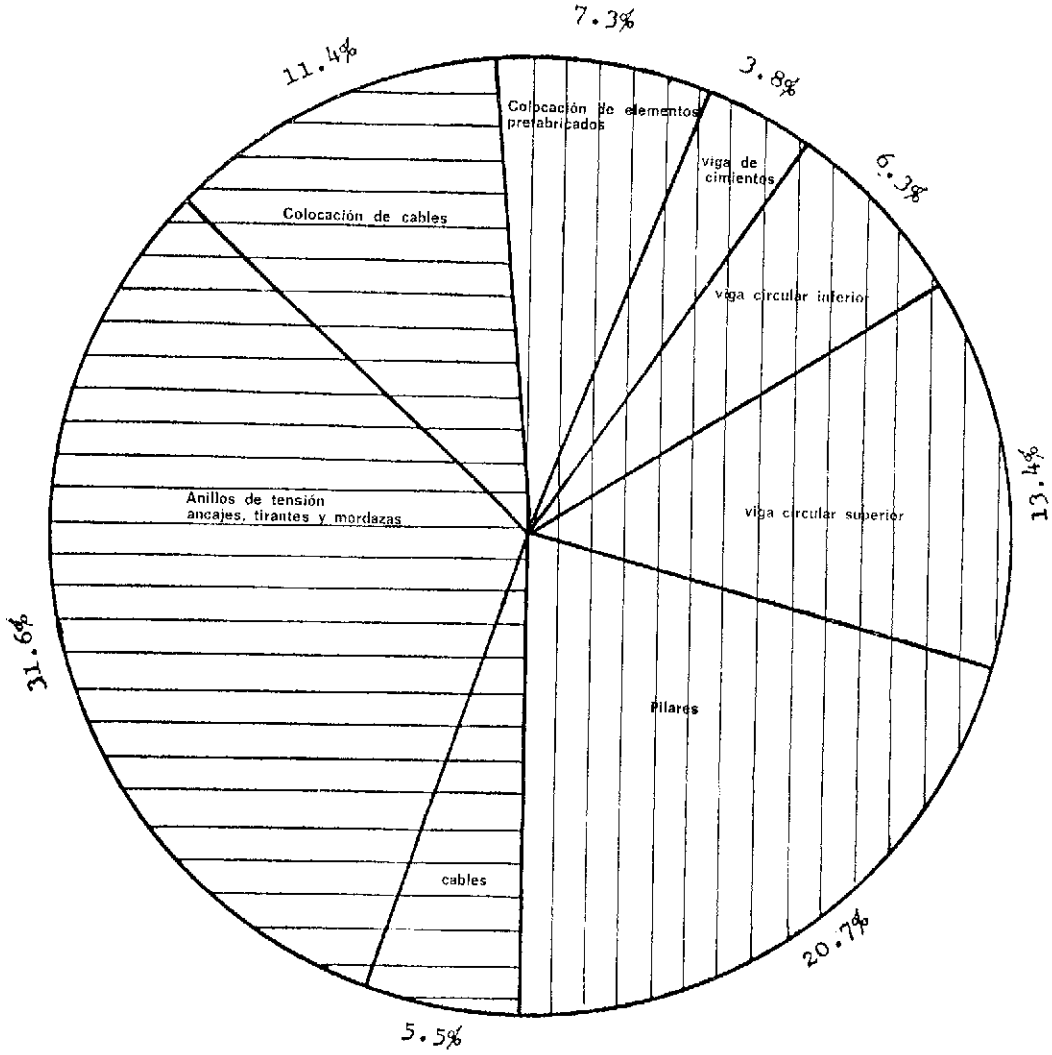


Figura 10.

de modo que se ajustase a las necesidades de cada caso particular y conforme a lo que se desee en cuanto a iluminación del volumen encerrado.

La altura de los pilares que sorportan el sistema de cables puede aumentarse sin un incremento desproporcionado en el coste, puesto que las vigas circulares de anillo y los cables son elementos estructurales autoequilibrados.

La construcción del Pabellón de Exposiciones de Herning ha demostrado, según el criterio de los autores, grandes ventajas por su rápida construcción y economía, y esto es cierto, incluso ante la única restricción que presenta este tipo de estructuras, consistente en que la construcción forzosamente tiene que ser circular.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

puente construido por empuje del tablero: el viaducto Val Restel

BRUNO GIOVANNINI
Dr. Ingeniero

Artículo publicado, en italiano, en la revista "L'Industria delle Costruzioni", sepbre.-octubre 1972, año VI, n.º 31 (*)

SINOPSIS

El autor describe las principales etapas constructivas para la realización de un viaducto en la provincia de Trento, que a pesar de ser de dimensiones relativamente reducidas, constituye un caso excepcional, debido a la complejidad de las características geométricas de su trazado y a las dificultades originadas por la abrupta naturaleza del terreno en que está ubicado.

La técnica constructiva empleada ha sido muy original. El tablero, que es monolítico y está constituido por una viga cajón, se fue hormigonando, en sucesivas etapas, en un taller fijo situado sobre uno de los estribos del puente. A medida que se hormigonaba cada uno de los sucesivos trozos de la viga cajón, se empujaba todo el conjunto, para que avanzase y deslizase sobre las pilas, continuándose así hasta completar todo el tablero.

El trazado del puente, debido a las condiciones del terreno, tuvo que ser francamente curvo en planta, y ligeramente en alzado.

En la vasta panorámica de las técnicas concebidas y aplicadas a la realización de tableros de puentes y viaductos destinados a autopistas y carreteras, resultado de una continua investigación sobre métodos constructivos cada día más rápidos, económicos y seguros, así como también de la necesidad de superar determinados problemas eventuales (como, por ejemplo, los derivados de la imposibilidad de utilizar u obstaculizar los espacios que salvan los sucesivos tramos) cabe destacar, por su originalidad y elegancia conceptual, el sistema llamado de "empuje por etapas".

Este sistema se basa en empujar progresivamente, a lo largo de su propio eje, el tablero de puente que se está construyendo, en lugar de montar los medios necesarios para su erección como normalmente se venía efectuando. Puede decirse, sencillamente, que en este caso el avance de la construcción se identifica con el avance físico de la estructura construida. Es decir, empleando un símil más vulgar que técnico, que el tablero, completamente acabado en todos sus detalles (aceras, barandillas, etc.), sale del cobertizo del taller de la obra, como la pasta de dientes al oprimir el tubo.

(*) *N. de R.* — Deseamos hacer constar nuestro agradecimiento al ingeniero A. Pasta, director de la revista *L'industria delle costruzioni*, y al doctor ingeniero B. Giovannini, autor de este artículo, por su amable autorización para publicar la versión en español del mismo y habernos facilitado los originales de las fotografías y figuras que lo ilustran.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Ahora bien, la sencillez que implica este concepto no debe inducir a error al valorar la notable complejidad teórica y práctica que es preciso afrontar y resolver, y la gran experiencia que ha habido que adquirir para alcanzar el actual grado de perfección y seguridad en la ejecución de este tipo de obras.

Hasta hace poquísimos años, la técnica del "autolanzamiento", todavía no suficientemente respaldada por un cálculo teórico completo de las innumerables posibles solicitaciones y deformaciones debidas a tal "lanzamiento" ni por las necesarias comprobaciones experimentales, no ofrecía los resultados técnicos y económicos esperados. Hoy día, gracias al empleo de los más eficaces computadores, alimentados con programas cuidadosamente estudiados, verificados y puestos a punto por equipos de estudiosos e investi-

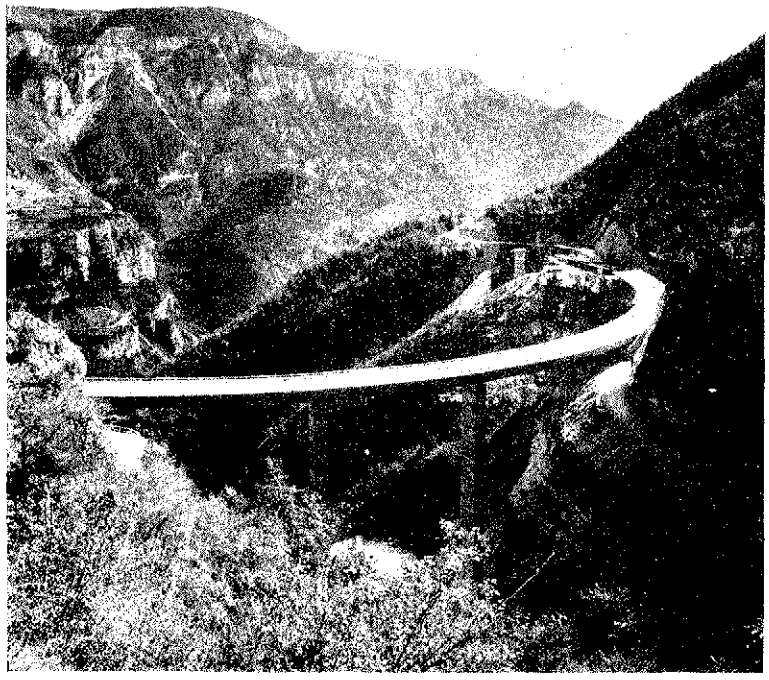


Figura 1. — Viaducto de Val Restel. Vista del tablero.

gadores formados con este específico fin, pueden ser exhaustivamente determinados los efectos de las más complejas solicitaciones, para un gran número de condiciones de carga, en plazos relativamente cortos. Por otra parte, el progreso tecnológico e industrial ha facilitado los medios más idóneos para poder efectuar el desplazamiento de una pesada, pero esbelta estructura, tal como la de un tablero de puente carretero, sometiéndola a solicitaciones rigurosamente comprendidas entre los valores teóricos de cálculo.

Otro factor para el éxito, no menos importante que los anteriormente citados, lo constituye la posibilidad actual de poder moldear el hormigón con extraordinaria precisión de forma, pudiéndose decir que las tolerancias dimensionales son inferiores al milímetro. Es evidente que esta posibilidad está directamente relacionada, aparte de con el empleo de un utillaje cuidadosamente construido (especialmente los encofrados), con un especial adiestramiento de los operarios y de los técnicos de control.

Por otra parte, una vez cumplidos todos estos requisitos y dispuesto el utillaje que permanece fijo durante todo el tiempo necesario para la ejecución del tablero, las dife-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

rentes operaciones precisas para llevar a efecto la construcción, se desarrollan con la sencillez y el orden típicos de los trabajos de fabricación en serie. Esta es, precisamente, una de las características más notables propias de los trabajos en este tipo de obras. Todas las etapas del proceso constructivo se desarrollan repetidamente en el mismo lugar y a intervalos de tiempo regulares. La posibilidad de que se produzcan errores y tiempos muertos queda reducida al mínimo.

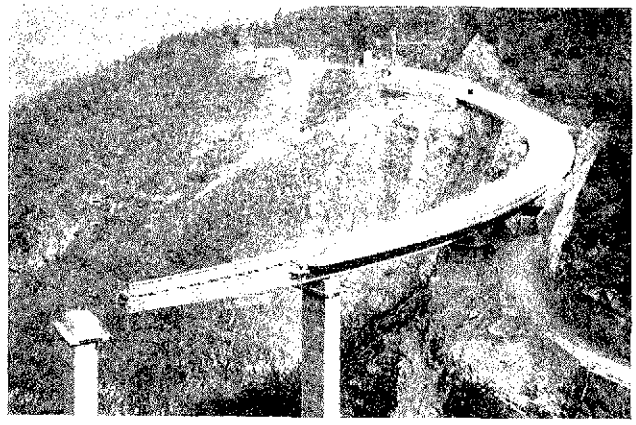


Fig. 2. — Construcción del tablero con el pescante metálico en su extremo frontal.

SINTESIS DEL PROCESO CONSTRUCTIVO

Los talleres para el hormigonado y demás operaciones necesarias para la realización de la obra se disponen a lo largo del eje longitudinal del tablero de puente que se va a construir o en su prolongación. El número de estos talleres depende, tanto del tiempo disponible, para la realización de la obra, como la del trazado, altimétrico y planimétrico, del eje del puente. Por lo que respecta al tiempo de ejecución se considera que en cada uno de estos talleres se pueden construir de 90 a 120 metros lineales mensuales de tablero terminado, independientemente de la anchura que tenga la calzada. En lo que se refiere al trazado del eje, cuando éste no tenga curvatura constante, se dispondrán, por lo menos, tantos talleres como radios de curvatura distintos estén previstos en el proyecto; teniendo en cuenta que los pequeños acuerdos circulares o clotoidales normalmente no requieren el montaje de un taller especial.

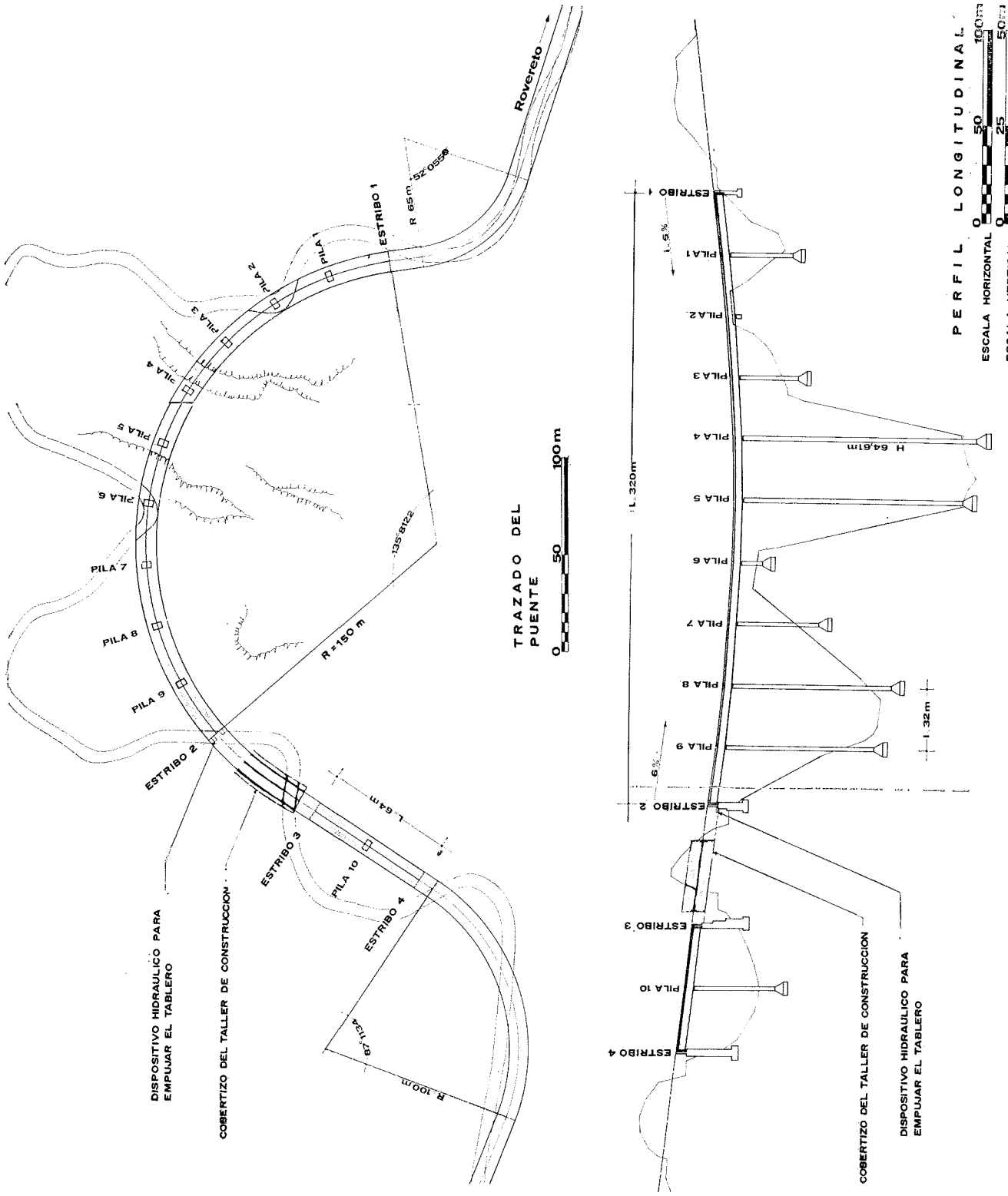
El bajo costo de montaje de uno de estos talleres (aproximadamente la séptima parte del costo de un encofrado análogo móvil) hace que sea posible, y bastante racional, disponer de varios de ellos; lo que, por otra parte, presenta la ventaja de reducir notablemente el plazo de ejecución. Efectivamente, en este caso, el plazo máximo será el requerido por el taller en el que haya de construirse la mayor longitud parcial de tablero.

A este respecto es preciso también advertir que un taller de este tipo, por obvias consideraciones de conveniencia económica, no deberá normalmente concebirse para construir longitudes inferiores a las correspondientes a tres tramos de tablero; en cambio, la máxima longitud admisible puede ser superior a los 1.800 metros.

Cada uno de estos talleres se compondrá de las tres siguientes zonas de trabajo, citadas en el orden que deben ocupar según el sentido de avance de la obra:

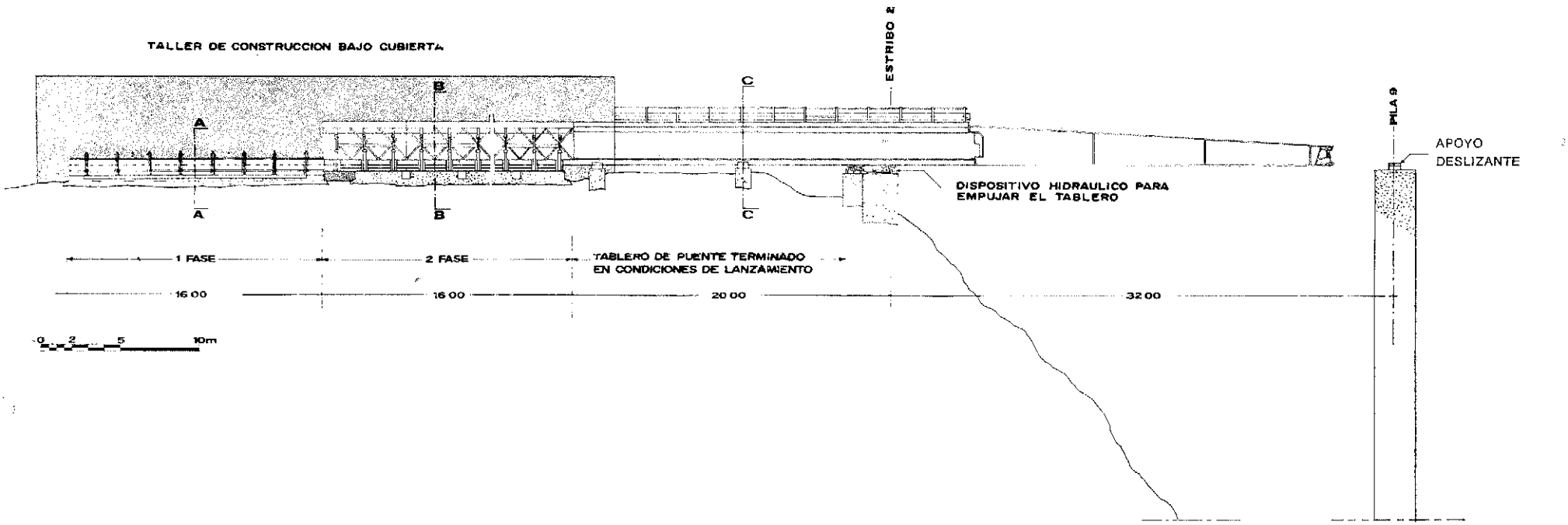
1. En esta zona se coloca un encofrado metálico, de dimensiones muy precisas, desplazable, que se fija por medio de tornillos de sujeción para situarlo exactamente en posición adecuada.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025



Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

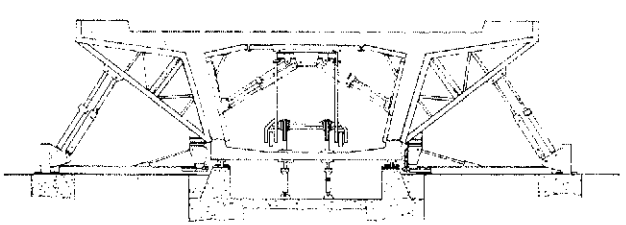
ESQUEMA DE LAS FASES DE CONSTRUCCION



ENCOFRADO CALIBRADO PARA CONSTRUIR LA PLACA INFERIOR

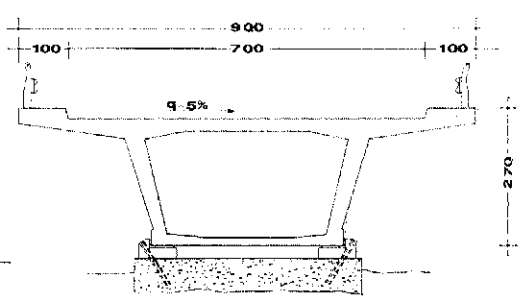
SECCION AA

ENCOFRADO TUNEL Y COSTEROS ACCIONADOS HIDRAULICAMENTE, PARA EL HORMIGONADO DE TERMINACION



SECCION BB

TABLERO TERMINADO SOBRE LOS APOYOS DESLIZANTES DE "TEFLON"



SECCION CC

0 1 2 5m

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

En este encofrado se vertcrá el hormigón necesario para construir la losa inferior de la viga cajón del tablero.

2. Zona de acabado, contigua a la precedente y de la misma longitud, dotada de dispositivos de apoyo, deslizantes y del sistema de encofrados, movidos hidráulicamente, necesarios para el hormigonado del resto de la viga cajón (almas laterales y losa superior del tablero).

3. Zona dotada de un dispositivo de empuje, constituido por apoyos deslizantes y gatos hidráulicos, utilizados para imprimir al tablero, ya terminado, el necesario movimiento de traslación.

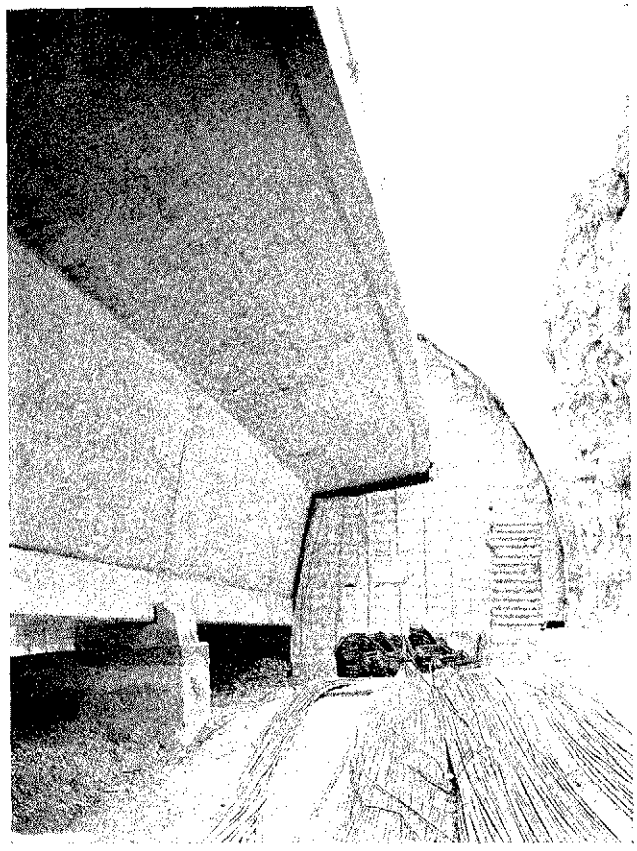


Fig. 3. — El tablero del puente a la salida del cobertizo del taller de construcción.

El ciclo de operaciones efectuadas en cada uno de estos talleres consta de las siguientes etapas:

a) Preparación en la zona (1) del encofrado para la losa inferior y colocación en el mismo de la armadura de dicha losa.

b) Colocación y cierre en la zona (2) del molde o encofrado del resto de la sección de la viga.

c) Hormigonado en las zonas (1) y (2).

d) Colocación de la armadura correspondiente a las almas y losa superior de la pieza. Esto se hace en la zona (1), situando la armadura con sus correspondientes separadores sobre la losa inferior ya hormigonada.

e) Apertura por abatimiento de los encofrados situados en la zona (2) y traslado del tablero mediante el dispositivo de empuje existente en la zona (3). La longitud de este

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

desplazamiento es igual a la de las secciones (1) y (2). Mediante esta operación, la losa inferior, construida en la zona (1), se traslada hasta ocupar exactamente la zona (2), llevando consigo la armadura de acero dispuesta previamente sobre dicha losa para el hormigonado del resto de la sección de la viga (operación *d*). Al mismo tiempo, la estructura terminada en la zona (2) se desplaza en el sentido del lanzamiento solidariamente con el resto de la estructura completada en los ciclos precedentes, abandonando el cobertizo que constituye el taller.

Lógicamente, con ello queda libre el encofrado de la zona (1) y se reanuda el ciclo, empezando con la operación de la etapa *a*).

Los tiempos necesarios para los distintos trabajos son de una jornada laboral para cada una de las cuatro etapas, *a*), *b*), *c*) y *d*), y de una hora para la operación *e*), que generalmente se efectúa en la misma jornada que la *a*).

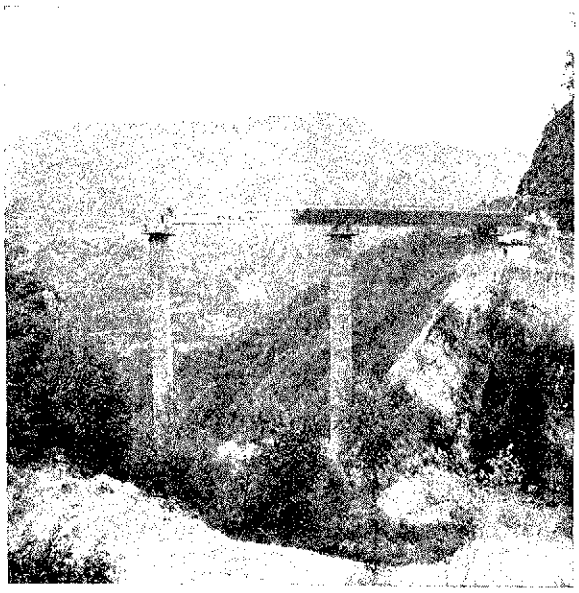


Fig. 4. — Una secuencia del avance del tablero.

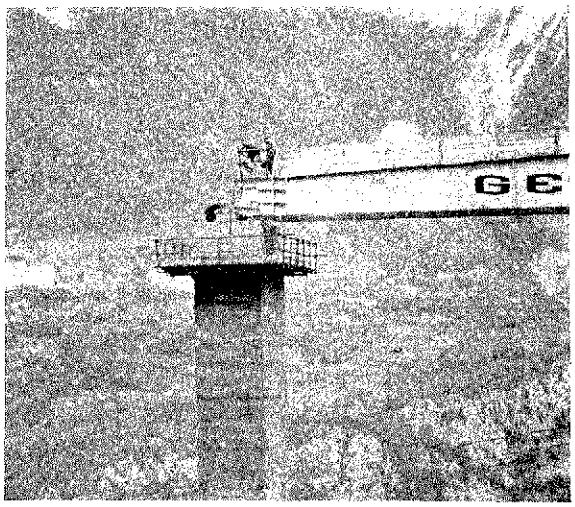


Fig. 5. — Encuentro del pescante metálico con una de las pilas del puente.

El ciclo completo se realiza, por consiguiente, en cuatro jornadas laborales, que viene a ser, por tanto, el tiempo necesario para la construcción y lanzamiento de una longitud de tablero completo igual a la longitud dada a cada una de las zonas (1) y (2) (un mínimo de 15 metros y un máximo de 30 metros).

Bajo el efecto de estos empujes cíclicos, todo el tablero, que es una viga continua monolítica, llega a alcanzar progresivamente toda su longitud y su posición definitiva, deslizando sobre adecuados apoyos, previamente dispuestos en las pilas. Estos apoyos están constituidos por placas especiales de teflón, que son capaces de resistir las elevadísimas cargas que sobre ellos actúan, ofreciendo un muy bajo coeficiente de rozamiento al avance del tablero.

UN EJEMPLO PRACTICO: EL VIADUCTO DE VAL RESTEL

Se trata de una obra de dimensiones relativamente reducidas, pero que constituye uno de los casos más complejos, debido a las insólitas características geométricas del puente y la áspera naturaleza del terreno, a causa de las cuales su construcción por otros siste-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

mas hubiese resultado bastante problemática. Las principales características de esta obra son:

— Longitud del viaducto (trazado curvo): 320 metros.
— Anchura de la calzada más aceras: 9 metros.
— Número de tramos: 10.
— Altura máxima de las pilas: 68 metros.
— Radio de curvatura en alzado: 2.700 metros.
— Radio de curvatura en planta: 150 metros.
— Pendiente transversal: 5 por 100.
— Estructura: viga continua sobre 11 apoyos.
— Sección del tablero: en cajón con alas laterales.
— Estructura de hormigón armado, pretensada únicamente en sentido longitudinal.

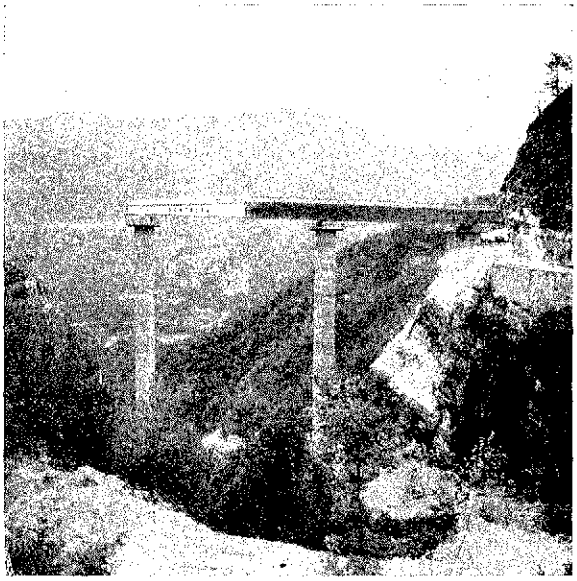


Fig. 6. — El pescante descansando sobre uno de los apoyos.

Utillaje para la construcción.

El cobertizo-taller, situado sobre el estribo posterior del viaducto, tiene 36 metros de longitud y 16 metros de ancho, y alberga las dos zonas (1) y (2) antes descritas, cada una de 16 metros de longitud.

Sobre el encofrado situado en la zona (1), que reproduce exactamente la curvatura, tanto en planta como en alzado del viaducto, se hormigona la losa inferior, con la interposición de los adecuados materiales plásticos y lubricantes, que facilitan el deslizamiento de dicha losa sobre la placa portante de acero del encofrado. La precisión en el hormigonado de esta losa fue muy grande, habiéndose fijado una tolerancia inferior a 0,5 milímetros.

De esta precisión depende que pueda efectuarse sin dificultades el empuje y desplazamiento del tablero completo.

Una vez acabado el hormigonado de la losa inferior se monta sobre la misma la armadura de todo el resto de la estructura en cajón, hormigonada en la segunda zona.

En esta segunda zona, después de cada una de las operaciones de empuje mediante las cuales se hace avanzar toda la estructura construida 16 metros, viene así a colocarse (llevada por la losa inferior) toda la armadura del resto de la sección. Una vez situados en posición los encofrados de los costeros y el encofrado interior, todo está listo para re-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

cibir el hormigón que completa la sección en cajón. Con esto queda terminada la estructura, con todos sus detalles (incluidas aceras, barandillas, desagües, etc.) y lista para salir del cobertizo cuando se le aplique un nuevo empuje para hacer avanzar todo el conjunto construido.

Los movimientos de apertura y cierre de los encofrados se realiza mediante pistones hidráulicos, movidos por un compresor.

El mecanismo para el desplazamiento de la estructura está constituido por un sistema hidráulico que recibe la potencia del mismo compresor, que sirve para maniobrar el encofrado y cuya potencia es de 15 kilovatios.

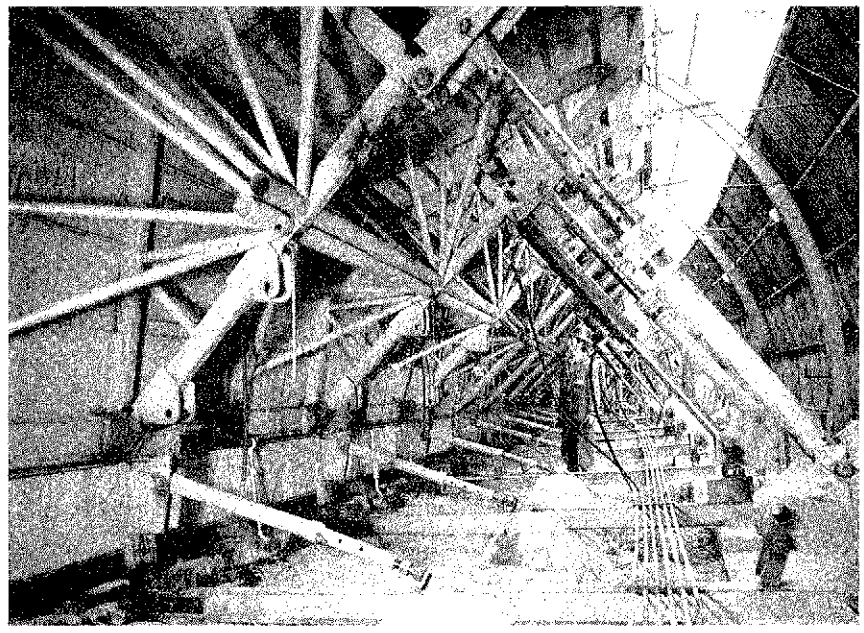


Fig. 7. — Aspecto parcial de los costeros del encofrado, que son abatibles mediante un sistema hidráulico.

Dicho mecanismo está formado por dos vástagos de movimiento alternativo, con un recorrido de casi 75 centímetros, maniobrados mediante cuatro gatos de empuje, y sobre los cuales se apoya la estructura, que es arrastrada por rozamiento durante el recorrido de avance. Durante el recorrido de retroceso de los vástagos, la estructura se levanta unos milímeros por medio de cuatro gatos de elevación.

La fuerza de los gatos de empuje es de cerca de las 200 toneladas, y la de los gatos de elevación de casi 450 toneladas.

La velocidad de avance se aproxima a los 75 cm en el primer minuto, y toda la maniobra de impulsión del tramo de 16 metros se completa en una hora.

En las pilas, el tablero es sostenido y guiado por apoyos especiales, revestidos con chapa de acero inoxidable y que llevan interpuestas placas de teflón-acero-neoprene, que permiten el deslizamiento con valores de rozamiento bastante bajos.

En el extremo frontal del tablero se dispone un pescante metálico que tiene la misión de reducir el momento negativo debido al voladizo, que se forma mientras el tablero no ha alcanzado el apoyo siguiente. Este pescante está provisto, en su extremo anterior, de un mecanismo hidráulico de elevación para eliminar la pequeña flecha negativa, que se produce a causa del vuelo en el momento de llegar al apoyo el extremo del pescante.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

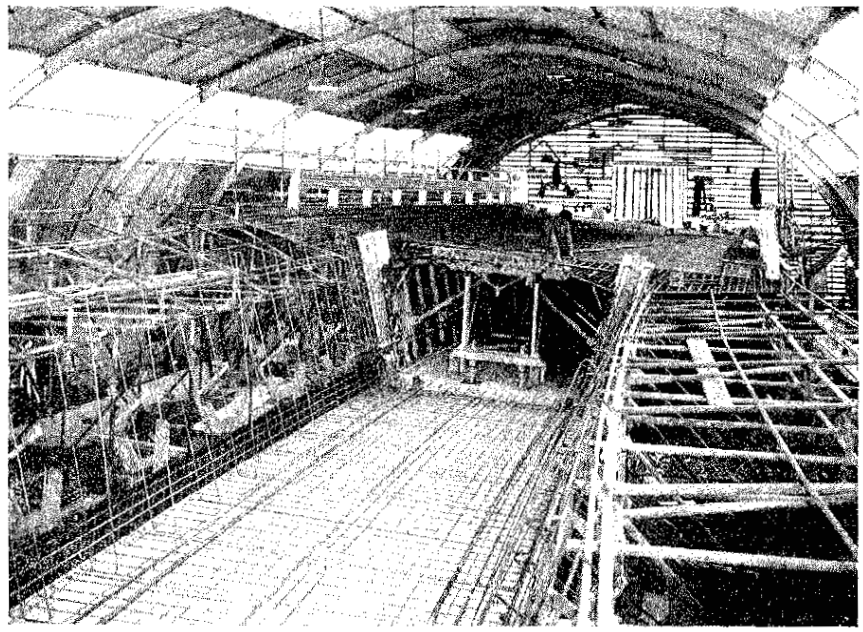


Fig. 8. — Vista del cobertizo-taller. En primer término, el encofrado preparado para el hormigonado de la losa inferior de la viga cajón.

El ciclo completo del proceso de construcción y desplazamiento de un tramo de 16 metros de tablero terminado se realiza en cuatro jornadas laborales.

La longitud de tablero que se traslada crece progresivamente a medida que se empuja, y al final llega a alcanzar los 320 metros, con un peso total superior a las 4.000 toneladas.

Debido a la curvatura en planta de su eje, la estructura del tablero, en cada apoyo, está sometida a una reacción transversal, dirigida hacia el centro de curvatura, debida

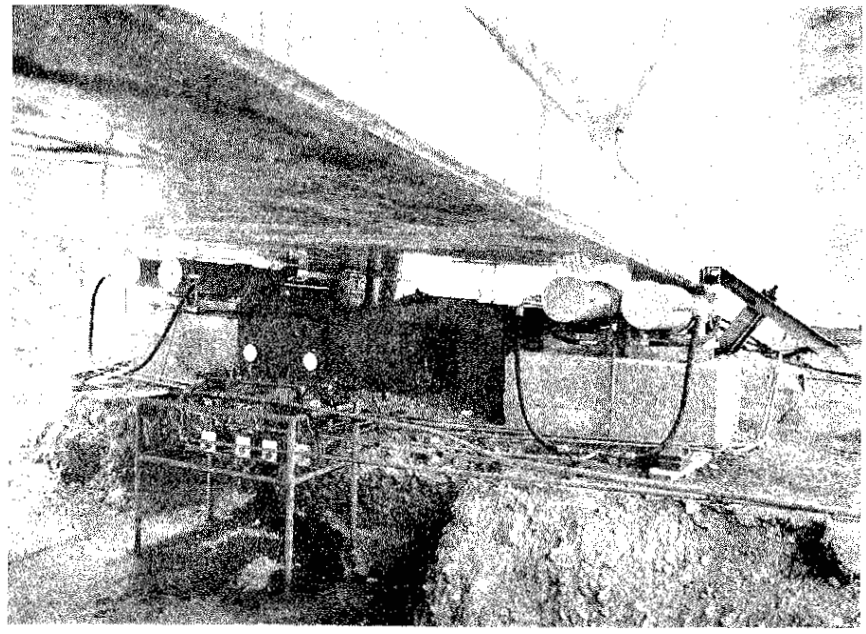


Fig. 9. — Detalle de los aparatos y compresores hidráulicos utilizados para realizar el empuje del tablero.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

a la descomposición de la fuerza de empuje. El conjunto de estas reacciones, que son de naturaleza elástica y, por tanto, proporcionales a la rigidez de la pila correspondiente constituye un sistema hiperestático.

A efectos de cálculo en sentido horizontal, el tablero se considera como una viga continua elástica sobre apoyos (horizontales) de elasticidad variable.

Con este método de ejecución, la construcción del puente resulta extraordinariamente rápida y económica. Se llama la atención sobre el hecho de que la construcción del tablero puede realizarse casi al mismo tiempo que la erección de las pilas.

Desde el punto de vista económico, las ventajas principales son debidas a la notable economía en la mano de obra (con una incidencia inferior a un 20 por 100 del costo de la obra) en virtud del alto grado de mecanización de las diversas operaciones, conseguido con costos de instalación relativamente módicos.

Todavía se pueden obtener mayores economías, respecto a la estructura isostática tradicional a base de vigas, mediante la disminución del número de apoyos y de juntas y de los dinteles sobre las pilas.

Los eventuales asientos diferenciales de los apoyos (previsibles en el caso de terrenos de cimentación no homogéneos) han sido tenidos en cuenta a efectos de cálculo de la viga continua, suponiendo que pueden alcanzar hasta un valor de 40 milímetros. No obstante, la magnitud de estos asientos (que suelen producirse en los primeros meses después de la entrada en servicio de la estructura) deberá comprobarse en la estructura real, y si se confirma su existencia podrá anularse, elevando y recreciendo los apoyos que hayan cedido. Actualmente son numerosos los ejemplos de estructuras de este tipo, cimentadas sobre terrenos no rocosos, que se encuentran en servicio por toda Europa.

Traducido por:

C. Sánchez Castro.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

II JORNADAS NACIONALES DE ENSAYOS NO DESTRUCTIVOS

Los días 1, 2, 3 y 4 del próximo mes de junio se celebrarán en el aula magna de la Universidad de Bilbao, las II Jornadas Nacionales de Ensayos no Destructivos, organizadas por el Comité de Ensayos No Destructivos de la Asociación Española para el Control de la Calidad. En el programa de dichas Jornadas figuran más de una treintena de conferencias, que serán pronunciadas por prestigiosos especialistas nacionales y extranjeros, y en las que se tratarán los recientes progresos de las diversas técnicas de ensayos no destructivos.

La temática a desarrollar abarca siete grandes capítulos:

1. Productos laminados, forjados y moldeados.
2. Conjuntos soldados.
3. Problemas fundamentales y aparatos.
4. Materiales no metálicos.
5. Aplicaciones a equipos en servicio (inspección en servicio).
6. Enseñanza y certificación.
7. Higiene y seguridad.

Coincidiendo con este congreso técnico tendrá lugar, en la misma Universidad Autónoma de Bilbao, una exposición de aparatos y exhibición de técnicas, a la que acuden una veintena de casas vendedoras.

El programa contiene también actos sociales y visitas turísticas tanto para los congresistas como para sus acompañantes.

Toda información puede solicitarse a:

LABORATORIOS DE ENSAYOS E INVESTIGACION INDUSTRIAL
APARTADO 1234
BILBAO

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

losa ortótropa circular

A. SAMARTIN, V. JARIA y E. CASTILLO
(E.T.S.I.C.C.P. de Santander)

1. INTRODUCCION

En el proyecto de una autopista moderna, el concepto de puente, como elemento único con tratamiento singular, ha desaparecido, para integrarse y adaptarse a las necesidades de trazado de ésta. De ahí la aparición de puentes irregulares en planta y alzado, cuyo cálculo exige, en general, métodos numéricos.

Sin embargo, existe un tipo de puentes de aparición frecuente, cuyo estudio puede realizarse analíticamente, con las consiguientes ventajas de economía y eficiencia. Este tipo estructural se caracteriza por su planta circular, tal como se indica en la figura 1,

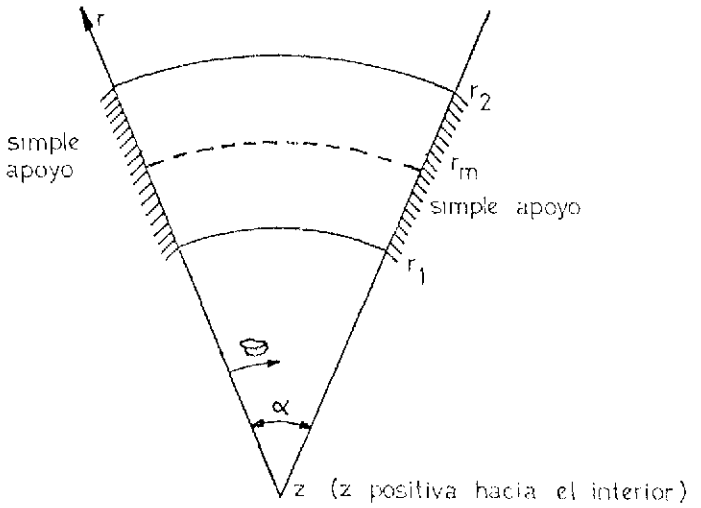


Fig. 1. — Planta de la placa ortótropa curva.

y su análisis, en general, no puede ser asimilado al puente rectangular cuyo estudio analítico es más conocido (referencias 1 y 2). Se presenta aquí un análisis elástico de la losa curva, apoyada en dos bordes radiales y con condiciones de sustentación muy generales en sus bordes curvos, y que pueden englobarse en la condición de existencia de vigas. Casos más complicados con apoyos intermedios podrían ser tratados mediante superposición de varios estados de carga; por ejemplo, introduciendo reacciones incógnitas que se determinan al anular los correspondientes desplazamientos que coaccionan.

La formulación matemática utilizada en este artículo corresponde a una notación matricial que permite: por una parte, una exposición teórica compacta, y por otra, una

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

programación directa en computador. En general, se ha seguido una técnica de solución tipo Levy, es decir, utilizando un desarrollo en serie de Fourier, de forma análoga a la indicada en la referencia [3], o como se ha expuesto para la placa ortótropa rectangular en [2].

2. TEORIA GENERAL DE LA PLACA ORTOTROPA CURVA

Se adoptan coordenadas cilíndricas (r, θ, z) como aparece en la figura 1, y se utiliza la notación indicada en el apéndice. La superficie media corresponde al plano $z = 0$.

Los esfuerzos positivos por unidad de longitud y las acciones por unidad de superficie en un elemento diferencial se define en la figura 2.

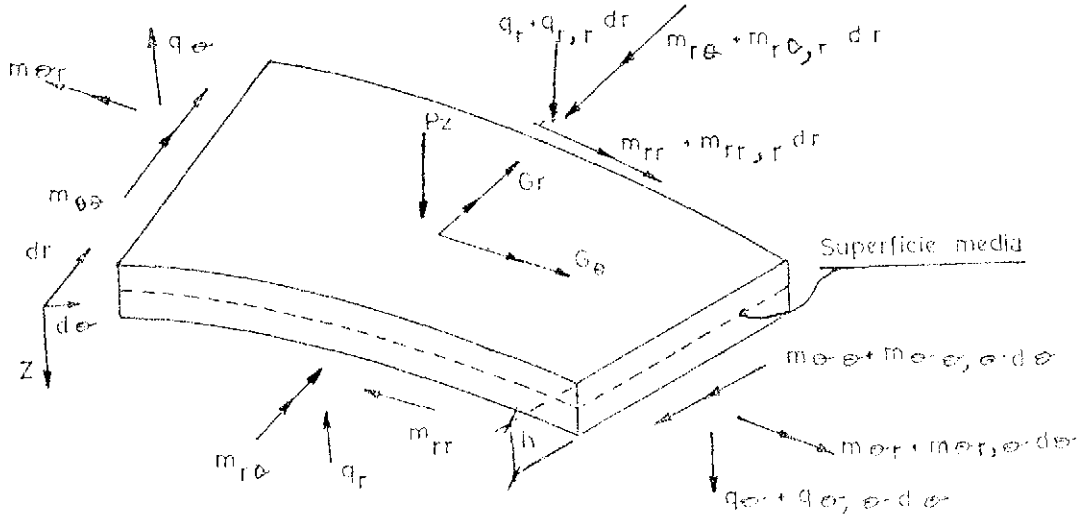


Fig. 2. — Acciones y esfuerzos.

Las hipótesis adoptadas corresponden a una teoría lineal, elástica de placas delgadas, sin considerar la deformación a cortante.

Las ecuaciones de equilibrio se plantean en el elemento diferencial y se obtiene:

$$\begin{aligned} & m_{\theta r} + m_{\theta\theta,\theta} + (r\, m_{r\theta})_{,r} - r\, q_\theta - r\, G_r = 0 \\ & - m_{\theta\theta} + m_{\theta r,\theta} + (r\, m_{rr})_{,r} - r\, q_r + r\, G_\theta = 0 \\ & r\, P_z + q_{\theta,\theta} + (r\, q_r)_{,r} = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

Siendo por hipótesis:

$$m_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{ij})_z\, z\, dz \quad ; \quad q_i = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{iz})_z\, dz \tag{2}$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{ij})_z\, dz = 0 \quad ; \quad \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{zi})_z\, z\, dz = 0 \quad ; \quad i, j = r, \theta$$

Eliminando q_i en (1) se deduce:

$$\frac{1}{r^2}(m_{\theta r,\theta} + m_{\theta\theta,\theta\theta} + m_{r\theta,\theta}) + \frac{1}{r}(m_{r\theta,r\theta} - m_{\theta\theta,r} + m_{\theta r,\theta r} + 2\, m_{rr,r}) + m_{rr,rr} + P = 0 \tag{3}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

con:

$$P = p(r, \theta) = P_z - \frac{1}{r} G_{r,\theta} + \frac{1}{r} (G_\theta + r G_{\theta,r})$$

Las condiciones constitutivas de ortotropia son:

$$\begin{aligned}
(\sigma_{\theta\theta})_z &= \frac{1}{1 - \nu_\theta \nu_r} [(\varepsilon_{\theta\theta})_z E_\theta + (\varepsilon_{rr})_z \nu_r E_r] \\
(\sigma_{rr})_z &= \frac{1}{1 - \nu_\theta \nu_r} [(\varepsilon_{rr})_z E_r + (\varepsilon_{\theta\theta})_z \nu_\theta E_\theta] \\
(\sigma_{r\theta})_z &= (\varepsilon_{r\theta})_z E_{r\theta} \\
(\sigma_{\theta r})_z &= (\varepsilon_{\theta r})_z E_{\theta r}
\end{aligned} \tag{4}$$

Las relaciones desplazamientos/deformación se obtienen mediante consideraciones cinemáticas:

$$\begin{aligned}
(\varepsilon_{\theta\theta})_z &= -\frac{z}{r} \left(w_{,r} + \frac{1}{r} w_{,\theta\theta} \right) \\
(\varepsilon_{rr})_z &= -z\, w_{,rr} \\
(\varepsilon_{\theta r})_z = (\varepsilon_{r\theta})_z &= -\frac{z}{r} \left(-\frac{1}{r} w_{,\theta} + w_{,\theta r} \right)
\end{aligned} \tag{5}$$

Introduciendo las ecuaciones (5) y (4) en las expresiones (2) se deducen las relaciones esfuerzos/desplazamientos siguientes:

$$\begin{aligned}
m_{\theta\theta} &= -\left[k_\theta \left(\frac{1}{r} w_{,r} + \frac{1}{r^2} w_{,\theta\theta} \right) + d_r w_{,rr} \right] \\
m_{rr} &= -\left[k_r w_{,rr} + d_\theta \left(\frac{1}{r} w_{,r} + \frac{1}{r^2} w_{,\theta\theta} \right) \right] \\
m_{r\theta} &= -k_{r\theta} \left(\frac{1}{r} w_{,\theta r} - \frac{1}{r^2} w_{,\theta} \right) \\
m_{\theta r} &= -k_{\theta r} \left(\frac{1}{r} w_{,\theta r} - \frac{1}{r^2} w_{,\theta} \right)
\end{aligned} \tag{6}$$

con:

$$\begin{aligned}
k_r &= \frac{h^3}{12} \frac{E_r}{1 - \nu_\theta \nu_r} \\
k_\theta &= \frac{h^3}{12} \frac{E_\theta}{1 - \nu_\theta \nu_r} \\
k_{r\theta} &= \frac{h^3}{12} E_{r\theta} \\
k_{\theta r} &= \frac{h^3}{12} E_{\theta r} \\
d_\theta &= \nu_\theta k_\theta \\
d_r &= \nu_r k_r
\end{aligned} \tag{7}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Si se sustituyen las igualdades (6) en la ecuación de equilibrio (3) resulta la ecuación general de la placa ortótropa en coordenadas cilíndricas.

$$\frac{1}{r^4}\left[k_\theta\, w,_{\theta\theta\theta\theta} + 2\,(k_\theta + k)\, w,_{\theta\theta}\right] + \frac{1}{r^3}\left[-2\,k\, w,_{\theta\theta r} + k_\theta\, w,_{r}\right] + \tag{8}$$

$$+\frac{1}{r^2}\left[2\,k\, w,_{\theta\theta r r} - k_\theta\, w,_{r r}\right] + \frac{2}{r}\, k_r\, w,_{r r r} + k_r\, w,_{r r r r} = P\,(r, \theta)$$

con:

$$k = \frac{1}{2}\,(d_r + d_\theta + k_{r\theta} + k_{\theta r})$$

La expresión (8) se puede escribir en forma compacta:

$$L\,(w) = P\,(r, \theta) \tag{9}$$

En el caso de isotropía se tiene:

$$E_r = E_\theta = E \quad ; \quad \nu_r = \nu_\theta = \nu \quad ; \quad E_{\theta r} = E_{r\theta} = \frac{E}{(1+\nu)} = 2\,G$$

$$k_r = k_\theta = \frac{E\,h^3}{12\,(1-\nu^2)} = D \quad ; \quad k_{\theta r} = k_{r\theta} = D\,(1-\nu)$$

$$d_r = d_\theta = \nu\, D \quad ; \quad k = D$$

Si se supone que existe conservación de energía, entonces se puede mostrar que para las condiciones usuales de borde se tiene:

$$d_r = d_\theta = d = k - \frac{1}{2}\,(k_{r\theta} + k_{\theta r})$$

Las relaciones de todos los esfuerzos/desplazamientos se resumen a continuación:

$$m_{\theta\theta} = -\left[k_\theta\left(\frac{w,_{r}}{r} + \frac{w,_{\theta\theta}}{r^2}\right) + d_\theta\, w,_{r r}\right]$$

$$m_{r r} = -\left[k_r\, w,_{r r} + d_r\left(\frac{w,_{r}}{r} + \frac{w,_{\theta\theta}}{r^2}\right)\right]$$

$$m_{\theta r} = -k_{\theta r}\left[\frac{1}{r}\left(w,_{\theta r} - \frac{1}{r}\, w,_{\theta}\right)\right] \tag{10}$$

$$m_{r\theta} = -k_{r\theta}\left[\frac{1}{r}\left(w,_{\theta r} - \frac{1}{r}\, w,_{\theta}\right)\right]$$

$$q_\theta = -\left[\frac{1}{r^3}\, k_\theta\, w,_{\theta\theta\theta} + k_\theta\, \frac{1}{r^2}\, w,_{\theta r} + \frac{k}{r}\, w,_{\theta r r}\right]$$

$$q_r = -\left\{\frac{1}{r^3}\left[-w,_{\theta\theta}\,(k_\theta + k)\right] + \frac{1}{r^2}\left[k\, w,_{\theta\theta r} - k_\theta\, w,_{r}\right] + \frac{1}{r}\, k_r\, w,_{r r} + k_r\, w,_{r r r}\right\}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

donde es conveniente introducir las reacciones de Kirchoff:

$$s_r = q_r + \frac{1}{r} m_{r\theta,\theta} = -\left\{ \frac{1}{r^3} [- w,_{\theta\theta} (k_\theta + k + k_{r\theta})] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{r^2} [w,_{\theta\theta r} (k + k_{r\theta}) - k_\theta w,_r] + \frac{1}{r} k_r w,_{rr} + k_r w,_{rrr} \right\}$$

$$s_\theta = q_\theta + m_{\theta r},_r = -\left[\frac{1}{r^3} (k_\theta, w,_{\theta\theta\theta} + 2 k_{\theta r} w,_\theta) + \right. \tag{11}$$

$$\left. + \frac{1}{r^2} (k_\theta - 2 k_{\theta r}) w,_{\theta r} + \frac{1}{r} w,_{\theta r r} (k + k_{\theta r}) \right]$$

3. SOLUCION DE LA ECUACION GENERAL

La solución de la ecuación (8), con las condiciones de borde $w = m_{\theta\theta} = 0$ a lo largo de $\theta = 0$ y $\theta = \alpha$, y generales en los otros dos bordes, $r = r_1$ y $r = r_2$, se puede obtener como suma de la solución complementaria w_c y de la solución particular w_0, es decir:

$$w = w_c + w_0 \tag{12}$$

3.1. *Solución complementaria.*

La solución complementaria w_c es por definición la solución de:

$$L(w_c) = 0 \tag{13}$$

Se puede suponer:

$$w_c = \sum_{n=1}^{\infty} w_{cn}(r) \operatorname{sen} \lambda_n \theta \tag{14}$$

con:

$$\lambda_n = \frac{n\pi}{\alpha} > 0$$

Así, pues, w_c satisface las condiciones de contorno de simple apoyo en $\theta = 0$ y $\theta = \alpha$.

La ecuación (13) se convierte al introducir el desarrollo (14) y considerar el término n-ésimo del mismo en la expresión:

$$\left\{ \frac{1}{\beta^4} [k_\theta \lambda^4 - 2\lambda^2 (k_\theta + k)] + \frac{1}{\beta^3} (2 k \lambda^2 + k_\theta) \frac{\partial}{\partial \beta} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\beta^2} (-2\lambda^2 k - k_\theta) \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \frac{2}{\beta} k_r \frac{\partial^3}{\partial \beta^3} + k_r \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} \right\} w_c = 0 \tag{15}$$

Siendo $\beta = \frac{r}{r_m}$ una variable adimensional.

En forma compacta, la ecuación (15) se puede escribir:

$$L_1(w_c) = 0$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Se ha suprimido el subíndice n en la ecuación (15) y en todas las que sigue por conveniencia de la escritura, sin que ello implique riesgo de confusión en la interpretación de las fórmulas.

Si se supone la solución de la ecuación diferencial (15) de la forma $w_c = \beta^t$ se obtiene al sustituir y ordenar:

$$k_r\, t^4 - 4\, k_r\, t^3 + (5\, k_r - 2\, \lambda^2 k - k_\theta)\, t^2 + (-2\, k_r + 4\, \lambda^2 k + 2\, k_\theta)\, t + \\ + k_\theta\, \lambda^4 - 2\, \lambda^2 (k_\theta + k) = 0 \tag{16}$$

Si se hace el cambio $t = 1 + u$ en (16) resulta:

$$u^4 - 2\, u^2 \gamma_1 + \gamma_2^4 = 0 \tag{17}$$

con:

$$\gamma_1 = \frac{1}{2}\left(1 + 2\, \lambda^2 \frac{k}{k_r} + \frac{k_\theta}{k_r}\right)$$

$$\gamma_2 = \sqrt[4]{\frac{k_\theta}{k_r}}\, \sqrt{\lambda^2 - 1}$$

Como k_θ, $k \geqq 0$; $k_r > 0$ y $\lambda \geqq 1$ se tienen las desigualdades:

$$\gamma_1 \geqq \frac{1}{2}$$

$$\gamma_2 \geqq 0$$

La solución de la ecuación característica (17) es:

$$u^2 = \gamma_1 (1 \pm \sqrt{1 - \gamma_2^4/\gamma_1^2})$$

y conviene distinguir tres casos:

Caso 1:

$$\gamma_2^2 > \gamma_1$$

$$u = \pm (s_1 \pm s_2\, i)$$

con:

$$s_1 = \gamma_2 \cos \varphi/2$$

$$s_2 = \gamma_2 \operatorname{sen} \varphi/2$$

$$i = \sqrt{-1}$$

$$\cos \varphi = \gamma_1\, \gamma_2^{-2}$$

La solución complementaria es:

$$w_c = \beta^{1+s_1} [A_1 \cos (s_2\, L\, \beta) + A_2 \operatorname{sen} (s_2\, L\, \beta)] + \beta^{1-s_1} [A_3 \cos (s_2\, L\, \beta) + \\ + A_4 \operatorname{sen} (s_2\, L\, \beta)]$$

Caso 2:

$$\gamma_2^2 = \gamma_1$$

$$u = \pm s \quad \text{(raíces dobles)}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

con:

$$s = \gamma_2$$

La solución complementaria es:

$$w_c = \beta^{1+s} (A_1 L \beta + A_2) + \beta^{1-s} (A_3 L \beta + A_4)$$

Caso 3:

$$\gamma_2^2 < \gamma_1$$

que se subdivide en dos subcasos:

Caso 3.1:

$$\gamma_2 \neq 0$$
$$u = \pm (s_1 \pm s_2)$$

con:

$$s_1 = \gamma_2 \, c\,h\, \varphi/2$$
$$s_2 = \gamma_2 \, s\,h\, \varphi/2$$
$$c\,h\, \varphi = \gamma_1 \gamma_2^{-2}$$

La solución complementaria es:

$$w_c = \beta^{1+s_1} [A_1 \, c\,h\,(s_2 L \beta) + A_2 \, s\,h\,(s_2 L \beta)] + \beta^{1-s_1} [A_3 \, c\,h\,(s_2 L \beta) + A_4 \, s\,h\,(s_2 L \beta)]$$

que puede adoptar la forma más sencilla:

$$w_c = \frac{1}{2} [A_1 \beta^{1+s_1+s_2} + A_2 \beta^{1+s_1-s_2} + A_3 \beta^{1-s_1+s_2} + A_4 \beta^{1-s_1-s_2}]$$

Caso 3.2:

$$\gamma_2 = 0$$
$$u = 0 \quad \text{(raíz doble)}$$
$$u = \pm s_2$$

con:

$$s_2 = (2 \gamma_1)^{1/2}$$

La solución complementaria es:

$$w_c = \beta (A_1 L \beta + A_2) + A_3 \beta^{1+s_2} + A_4 \beta^{1-s_2}$$

Con objeto de facilitar el cálculo por computador es conveniente introducir la siguiente notación matricial:

$$\boldsymbol{S}_c{}^T = \left[w \;;\; w_{,r} \;;\; \frac{1}{r} w_{,\theta} \;;\; m_{rr} \;;\; m_{\theta\theta} \;;\; m_{r\theta} \;;\; m_{\theta r} \;;\; q_r \;;\; q_\theta \;;\; s_r \;;\; s_\theta \right]$$

Pudiéndose descomponer esta matriz resultante $\boldsymbol{S}_c$, que incluye todos los resultados de interés en un cálculo, correspondientes al término n-ésimo de la solución complementaria, en la forma siguiente:

$$\boldsymbol{S}_c = \boldsymbol{T} \, \boldsymbol{R}_c \tag{18}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

siendo:

$$\boldsymbol{R}_c = \boldsymbol{G}\,\boldsymbol{F}\,\boldsymbol{A}_{1234} \tag{19}$$

$\boldsymbol{T}$ es una matriz diagonal de 11×11 elementos, cuyos términos no nulos son $(a, a, b, a, a, b, b, a, b, a, b)$, con $a = \operatorname{sen} \lambda\, \theta$ y $b = \cos \lambda\, \theta$:

$$\boldsymbol{A}_{1234} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix}$$

La expresión de la matriz $\boldsymbol{G}$ de (11×4) viene dada en la tabla 1.

La matriz $\boldsymbol{F}$ de (4×4) será según el caso considerado:

Caso 1:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{D}\,[\boldsymbol{B}_1 (1 + s_1)\, \boldsymbol{P}_1 \quad , \quad \boldsymbol{B}_1 (1 - s_1)\, \boldsymbol{P}_1]$$

Caso 2:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{D}\,[\boldsymbol{B}_2 (1 + s)\, \boldsymbol{P}_2 \quad , \quad \boldsymbol{B}_2 (1 - s)\, \boldsymbol{P}_2]$$

Caso 3.1:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{D}\,[\boldsymbol{B}_3 (1 + s_1)\, \boldsymbol{P}_3 \quad , \quad \boldsymbol{B}_3 (1 - s_1)\, \boldsymbol{P}_3]$$

Caso 3.2:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{D}\,[\boldsymbol{B}_2 (1)\, \boldsymbol{P}_2 \quad , \quad \boldsymbol{B}_3 (1)\, \boldsymbol{P}_3]$$

TABLA 1. — *Matriz* **G**

$$\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1/r_m & 0 & 0 \\
\lambda/\beta\, r_m & 0 & 0 & 0 \\
\dfrac{\lambda^2 d}{\beta^2 r_m^2} & -\dfrac{d}{\beta\, r_m^2} & -\dfrac{k_r}{r_m^2} & 0 \\
\dfrac{k_\theta \lambda^2}{\beta^2 r_m^2} & -\dfrac{k_\theta}{\beta\, r_m^2} & -\dfrac{d}{r_m^2} & 0 \\
\dfrac{k_{r\theta} \lambda}{\beta^2 r_m^2} & -\dfrac{\lambda k_{r\theta}}{\beta\, r_m^2} & 0 & 0 \\
\dfrac{k_{\theta r} \lambda}{\beta^2 r_m^2} & -\dfrac{k_{\theta r} \lambda}{\beta\, r_m^2} & 0 & 0 \\
-\dfrac{\lambda^2 (k_\theta + k)}{\beta^3 r_m^3} & \dfrac{(\lambda^2 k + k_\theta)}{\beta^2 r_m^3} & -\dfrac{k_r}{\beta\, r_m^3} & -\dfrac{k_r}{r_m^3} \\
\dfrac{\lambda^3 k_\theta}{\beta^3 r_m^3} & -\dfrac{\lambda k_\theta}{\beta^2 r_m^3} & -\dfrac{\lambda k}{\beta\, r_m^3} & 0 \\
-\dfrac{(k_\theta + k + k_{r\theta}) \lambda^2}{\beta^3 r_m^3} & \dfrac{\lambda^2 (k_{r\theta} + k) + k_\theta}{\beta^2 r_m^3} & -\dfrac{k_r}{\beta\, r_m^3} & -\dfrac{k_r}{r_m^3} \\
\dfrac{\lambda^3 k_\theta - 2 \lambda k_{\theta r}}{\beta^3 r_m^3} & -\dfrac{\lambda (k_\theta - 2 k_{\theta r})}{\beta^2 r_m^3} & -\dfrac{(k + k_{\theta r})}{\beta\, r_m^3} & 0
\end{bmatrix}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Donde se ha utilizado la siguiente notación:

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & -\beta^{-2} & \beta^{-2} & 0 \\ 0 & 2\,\beta^{-3} & -3\,\beta^{-3} & \beta^{-3} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_1(s_1) = \beta^{s_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ s_1 & s_2 \\ s_1^2 - s_2^2 & 2\,s_1\,s_2 \\ s_1^3 - 3\,s_1\,s_2^2 & -s_2^3 + 3\,s_2\,s_1^2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}_1 = \begin{bmatrix} \cos(s_2\,L\,\beta) & \operatorname{sen}(s_2\,L\,\beta) \\ -\operatorname{sen}(s_2\,L\,\beta) & \cos(s_2\,L\,\beta) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_2(s) = \beta^{s} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ s & 1 \\ s^2 & 2\,s \\ s^3 & 3\,s^2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}_2 = \begin{bmatrix} 1 & L\,\beta \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_3(s_1) = \beta^{s_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ s_1 & s_2 \\ s_1^2 + s_2^2 & 2\,s_1\,s_2 \\ s_1^3 + 3\,s_1\,s_2^2 & s_2^3 + 3\,s_2\,s_1^2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}_3 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \beta^{s_2} + \beta^{-s_2} & \beta^{s_2} - \beta^{-s_2} \\ \beta^{s_2} - \beta^{-s_2} & \beta^{s_2} + \beta^{-s_2} \end{bmatrix}$$

3.2. *Solución particular.*

La solución particular es por definición una solución de la ecuación (9):

$$L(w_0) = p(r, \theta) = P \tag{20}$$

sin considerar las ecuaciones de contorno.

Se estudian a continuación dos tipos de carga P.

3.2.1. *Carga uniforme en toda la placa.*

El desarrollo en serie de Fourier de una carga $p(r, \theta)$ de valor constante es:

$$p(r, \theta) = p = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\,p}{n\,\pi} (1 - \cos n\,\pi) \operatorname{sen} \lambda\,\theta$$

Si se desarrolla la solución particular w_0, asimismo en serie de Fourier, se tiene:

$$w_0 = \sum_{n=1}^{\infty} w_{0n} \operatorname{sen} \lambda\,\theta \tag{21}$$

Esta expresión, que satisface automáticamente las condiciones de contorno en $\theta = 0$ y $\theta = \alpha$, si se introduce en la ecuación (20) y se considera el término n-ésimo se obtiene una ecuación del tipo:

$$L_1(w_{0n}) = r^4{}_m\, P_{0n}(\beta) \tag{22}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

y análogamente a como se hizo cuando se estudiaba la solución complementaria, se prescinde del subíndice n, entendiendo que se hace referencia a dicho término, salvo indicación contraria.

Se determina a continuación una solución particular de la ecuación (22), en la que se distinguen tres casos; y para cuya resolución conviene definir previamente los parámetros siguientes:

$$\left\{ \begin{matrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{matrix} \right\} = \left(\frac{k_0 + 9\,k \pm 3\,(k^2_0 + 9\,k^2 + 2\,k\,k_\theta - 8\,k_r\,k_\theta)^{1/2}}{k_0} \right)^{1/2}$$

Caso A:

$$\lambda \neq \mu_1 \quad \text{y} \quad \lambda \neq \mu_2$$

Solución particular:

$$w_0 = \frac{p_0\,\beta^4\,r^4{}_m}{\lambda^4\,k_0 - \lambda^2\,(2\,k_\theta + 18\,k) + 72\,k_r - 8\,k_\theta}$$

Caso B:

$$\lambda = \mu_1 \quad \text{ó} \quad \lambda = \mu_2 \quad \text{con} \quad \mu_1 \neq \mu_2$$

Solución particular:

$$w_0 = \frac{p_0\,\beta^4\,L\,\beta\,r^4{}_m}{-6\,(2\,k\,\lambda^2 + k_\theta) + 102\,k_r}$$

Caso C:

$$\lambda = \mu_1 = \mu_2$$

Solución particular:

$$w_0 = \frac{p_0\,\beta^4\,(L\,\beta)^2\,r^4{}_m}{-2\,(2\,k\,\lambda^2 + k_\theta) + 106\,k_r}$$

Con lo que el vector resultante $\boldsymbol{S}_0$, definido de manera análoga al apartado anterior, se obtiene para cada armónico de la expresión:

$$\boldsymbol{S}_0 = \boldsymbol{T}\,\boldsymbol{R}_0$$

Variando la forma de $\boldsymbol{R}_0$ según el caso:

Caso A:

$$\boldsymbol{R}_0 = \boldsymbol{G}\,\boldsymbol{D}\,\boldsymbol{B}_2\,(4)\,\boldsymbol{P}_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{w_0}{\beta^4}$$

Caso B:

$$\boldsymbol{R}_0 = \boldsymbol{G}\,\boldsymbol{D}\,\boldsymbol{B}_2\,(4)\,\boldsymbol{P}_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{w_0}{\beta^4\,(L\,\beta)}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Caso C:

$$\boldsymbol{R}_0 = \boldsymbol{G} \left\{ \boldsymbol{D}\, \boldsymbol{B}_2 (4)\, \boldsymbol{P}_2 \begin{bmatrix} 0 \\ L\,\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\,\beta^2 \\ 18\,\beta \end{bmatrix} \right\} \frac{w_0}{\beta^4 (L\,\beta)^2}$$

3.2.2. *Cuchillo de carga a lo largo del radio* $\mathrm{r} = \mathrm{r}_k = \beta_k\, \mathrm{r}_m$.

Se puede expresar la carga en la forma:

$$p\,(r, \theta) = \frac{1}{r_m} P\,(\theta)\, \delta\,(\beta - \beta_k)$$

Se procede de forma análoga al caso anterior desarrollando la carga en serie de Fourier:

$$p\,(r, \theta) = \delta\,(\beta - \beta_k) \sum_{n=1}^{\infty} P_{0n} \operatorname{sen} \lambda\, \theta$$

con:

$$P_{0n} = \frac{2}{\alpha\, r_m} \int_0^{\alpha} P\,(\theta) \operatorname{sen} \lambda\, \theta\, d\,\theta$$

El caso paso particular de carga puntual P en $\theta = \theta_k$ se tiene:

$$P\,(\theta) = P\, \delta\,(\theta - \theta_k) \frac{1}{\beta_k\, r_m}$$

y

$$P_{0n} = \frac{2\, P \operatorname{sen} (\lambda\, \theta_k)}{\alpha} \frac{1}{\beta_k\, r^2{}_m}$$

En cambio, si el cuchillo de carga es uniforme $P\,(\theta) = P$:

$$P_{0n} = \frac{1}{r_m} \frac{2\, P}{n\, \pi} (1 - \cos n\, \pi) = \frac{2\, P}{\alpha\, \lambda\, r_m} (1 - \cos \lambda\, \alpha).$$

Así, pues, el término n-ésimo de la solución particular w_0 debe satisfacer la ecuación:

$$L_1\,(w_{0n}) = r^4{}_m\, P_{0n}\, \delta\,(\beta - \beta_k) \qquad (23)$$

Prescindiendo en lo que sigue por comodidad de escritura del subíndice n; se deben cumplir por continuidad las siguientes condiciones:

$$w_0\,(\beta_k - 0) = w_0\,(\beta_k + 0)$$

$$w_0'\,(\beta_k - 0) = w_0'\,(\beta_k + 0)$$

$$w_0''\,(\beta_k - 0) = w_0''\,(\beta_k + 0)$$

$$w_0'''\,(\beta_k + 0) = w_0'''\,(\beta_k - 0) + \frac{P_0\, r^4{}_m}{k_r}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

La solución w_0 puede obtenerse a partir de la estructura de la solución complementaria introduciendo unos valores determinados de las constantes $\boldsymbol{A}_{1234}$, que deberán cumplir las condiciones anteriores, y se deducen fácilmente los resultados siguientes según los casos:

Caso 1:

$$\boldsymbol{R}_0 = \boldsymbol{G}\,\boldsymbol{D}\,\boldsymbol{B}_1\,(1+s_1)\,\boldsymbol{P}_1\,\boldsymbol{A}^0{}_{12} \quad \text{si} \quad \beta_k \geqq \beta \geqq \beta_1$$

$$\boldsymbol{R}_0 = \boldsymbol{G}\,\boldsymbol{D}\,\boldsymbol{B}_1\,(1-s_1)\,\boldsymbol{P}_1\,\boldsymbol{A}^0{}_{34} \quad \text{si} \quad \beta_2 \geqq \beta \geqq \beta_k$$

Caso 2:

$$\boldsymbol{R}_0 = \boldsymbol{G}\,\boldsymbol{D}\,\boldsymbol{B}_2\,(1+s)\,\boldsymbol{P}_2\,\boldsymbol{A}^0{}_{12} \quad \text{si} \quad \beta_k \geqq \beta \geqq \beta_1$$

$$\boldsymbol{R}_0 = \boldsymbol{G}\,\boldsymbol{D}\,\boldsymbol{B}_2\,(1-s)\,\boldsymbol{P}_2\,\boldsymbol{A}^0{}_{34} \quad \text{si} \quad \beta_2 \geqq \beta \geqq \beta_k$$

Caso 3.1:

$$\boldsymbol{R}_0 = \boldsymbol{G}\,\boldsymbol{D}\,\boldsymbol{B}_3\,(1+s_1)\,\boldsymbol{P}_3\,\boldsymbol{A}^0{}_{12} \quad \text{si} \quad \beta_k \geqq \beta \geqq \beta_1$$

$$\boldsymbol{R}_0 = \boldsymbol{G}\,\boldsymbol{D}\,\boldsymbol{B}_3\,(1-s_1)\,\boldsymbol{P}_3\,\boldsymbol{A}^0{}_{34} \quad \text{si} \quad \beta_2 \geqq \beta \geqq \beta_k$$

Caso 3.2:

$$\boldsymbol{R}_0 = \boldsymbol{G}\,\boldsymbol{D}\,\boldsymbol{B}_2\,(1)\,\boldsymbol{P}_2\,\boldsymbol{A}^0{}_{12} \quad \text{si} \quad \beta_k \geqq \beta \geqq \beta_1$$

$$\boldsymbol{R}_0 = \boldsymbol{G}\,\boldsymbol{D}\,\boldsymbol{B}_3\,(1)\,\boldsymbol{P}_3\,\boldsymbol{A}^0{}_{34} \quad \text{si} \quad \beta_2 \geqq \beta \geqq \beta_k$$

Las constantes $\boldsymbol{A}^0{}_{12}$ y $\boldsymbol{A}^0{}_{34}$ vienen definidas en cada caso en la tabla 2.

TABLA 2

Casos	$\boldsymbol{A}^0{}_{12}$	$\boldsymbol{A}^0{}_{34}$
1	$\beta_k^{2-S_1}\,\boldsymbol{P}_1^{-1}\begin{bmatrix} +\dfrac{1}{s_1} \\ -\dfrac{1}{s_2} \end{bmatrix}\dfrac{P_0\,r^4 m}{4\,\gamma_2^2\,k_r}$	$\beta_k^{2+S_1}\,\boldsymbol{P}_1^{-1}\begin{bmatrix} +\dfrac{1}{s_1} \\ +\dfrac{1}{s_2} \end{bmatrix}\dfrac{P_0\,r^4 m}{4\,\gamma_2^2\,k_r}$
2	$\beta_k^{2-S}\,\boldsymbol{P}_2^{-1}\begin{bmatrix} +\dfrac{1}{s} \\ -1 \end{bmatrix}\dfrac{P_0\,r^4 m}{4\,\gamma_2^2\,k_r}$	$\beta_k^{2+S}\,\boldsymbol{P}_2^{-1}\begin{bmatrix} +\dfrac{1}{s} \\ +1 \end{bmatrix}\dfrac{P_0\,r^4 m}{4\,\gamma_2^2\,k_r}$
3-1	$\beta_k^{2-S_1}\,\boldsymbol{P}_3^{-1}\begin{bmatrix} +\dfrac{1}{s_1} \\ -\dfrac{1}{s_2} \end{bmatrix}\dfrac{P_0\,r^4 m}{4\,\gamma_2^2\,k_r}$	$\beta_k^{2+S_1}\,\boldsymbol{P}_3^{-1}\begin{bmatrix} +\dfrac{1}{s_1} \\ +\dfrac{1}{s_2} \end{bmatrix}\dfrac{P_0\,r^4 m}{4\,\gamma_2^2\,k_r}$
3-2	$\beta_k^2\,\boldsymbol{P}_2^{-1}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\dfrac{P_0\,r^4 m}{2\,\gamma_1\,k_r}$	$\beta_k^2\,\boldsymbol{P}_3^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{s_2} \end{bmatrix}\dfrac{P_0\,r^4 m}{2\,\gamma_1\,k_r}$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Con:

$$P_1^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(s_2 L \beta_k) & -\operatorname{sen}(s_2 L \beta_k) \\ \operatorname{sen}(s_2 L \beta_k) & \cos(s_2 L \beta_k) \end{bmatrix}$$

$$P_2^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -L\beta_k \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_3^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \beta_k^{s_2} + \beta_k^{-s_2} & -\beta_k^{s_2} + \beta_k^{-s_2} \\ -\beta_k^{s_2} + \beta_k^{-s_2} & \beta_k^{s_2} + \beta_k^{-s_2} \end{bmatrix}$$

3.3. *Solución final.*

La solución final, es decir, la correspondiente a la ecuación (8) con las condiciones de contorno, se obtienen para cada armónico como:

$$R_n = R_{cn} + R_{0n} \tag{24}$$

y los resultados finales se deducen mediante la suma:

$$S(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n R_n \tag{25}$$

Las constantes arbitrarias de la solución complementaria se determinan al considerar las condiciones de borde a lo largo de β_1 y β_2. Se estudian a continuación dos casos importantes.

3.3.1. *Condiciones homogéneas de borde.*

Todas las condiciones de este tipo correspondientes a bordes libres, apoyados o empotrados, etc., pueden ser incluidos en la siguiente forma general:

$$k_{dj} \begin{bmatrix} -w_{,r} \\ w \end{bmatrix} + k_{pj} \begin{bmatrix} m_{rr} \\ s_r \end{bmatrix} = 0 \qquad (j = 1, 2) \tag{26}$$

Ecuación matricial que se plantea para cada borde; supuesto que el borde j corresponde a $\beta = \beta_j$ y siendo k_{dj} y k_{pj}, matrices cuadradas (2×2) formadas por 1 y 0 exclusivamente, y tales que $k_{dj} + k_{pj} = I$ (matriz unidad de 2×2).

La consideración de estas condiciones de borde en el cálculo se realiza como sigue:

Se introduce la siguiente nomenclatura:

a_{jk}: matriz fila k de (1×4) de GF correspondiente al borde $\beta = \beta_j$.

b_{jk}: elemento de k de R_{0n} correspondiente al borde $\beta = \beta_j$ (bordes 1, 2).

$$j = 1, 2$$
$$k = 1, 2, 4, 10$$

Para cada armónico se obtiene la matriz de constantes A_{1234} de la solución complementaria mediante el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{bmatrix} k_{d1} \begin{bmatrix} -a_{12} \\ a_{11} \end{bmatrix} + k_{p1} \begin{bmatrix} a_{14} \\ a_{1,10} \end{bmatrix} \\ k_{d2} \begin{bmatrix} -a_{22} \\ a_{21} \end{bmatrix} + k_{p2} \begin{bmatrix} a_{24} \\ a_{2,10} \end{bmatrix} \end{bmatrix} A_{1234} = - \begin{bmatrix} k_{d1} \begin{bmatrix} -b_{12} \\ b_{11} \end{bmatrix} + k_{p1} \begin{bmatrix} b_{14} \\ b_{1,10} \end{bmatrix} \\ k_{d2} \begin{bmatrix} -b_{22} \\ b_{21} \end{bmatrix} + k_{p2} \begin{bmatrix} b_{24} \\ b_{2,10} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Determinado $\boldsymbol{A}_{1234}$ para cada armónico, se calcula $\boldsymbol{R}_{cn}$ mediante la fórmula (19), aplicando (24) se obtiene $\boldsymbol{R}_n$; y, por último, con (25) se hallan los resultados finales, es decir, $\boldsymbol{S}(r, \theta)$.

3.3.2. *Viga de borde.*

Considerando la viga curva de radio r'_j ($j = 1, 2$, según el borde), las ecuaciones de equilibrio de un elemento diferencial (fig. 3) son las siguientes:

$$\begin{aligned} &\frac{d q_j}{d \theta} + r'_j Z_j(\theta) = 0 \\ &\frac{d m_{tj}}{d \theta} - m_{fj} + r'_j G_{tj}(\theta) = 0 \\ &\frac{d m_{fj}}{d \theta} + m_{tj} - r'_j q_j + r'_j G_{fj}(\theta) = 0 \end{aligned} \tag{27}$$

Siendo $Z(\theta)$, $G_t(\theta)$ y $G_f(\theta)$ acciones por unidad de longitud y con los sentidos positivos indicados en la figura 3.

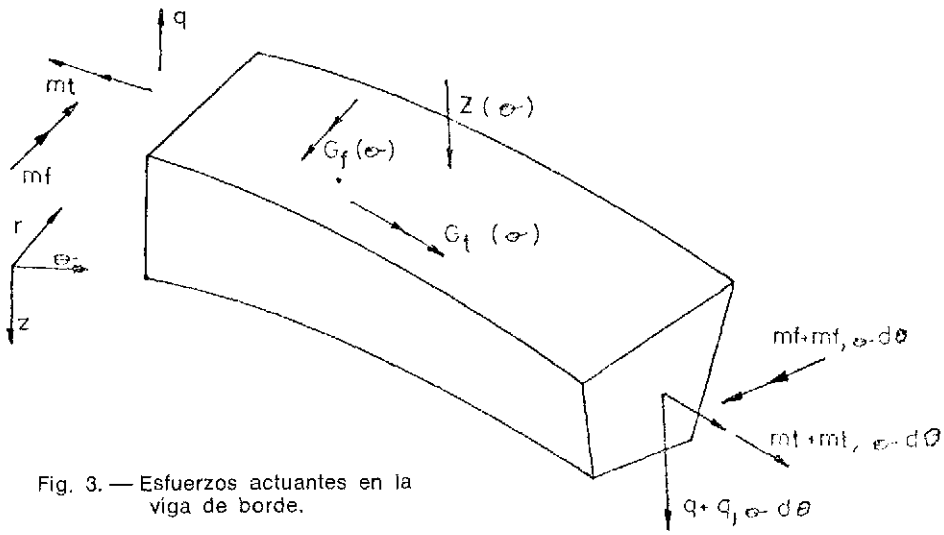


Fig. 3. — Esfuerzos actuantes en la viga de borde.

Las relaciones esfuerzos/deformación tienen la forma (w, flecha, y φ, giro de torsión):

$$m f_j = -\frac{(E I)_j}{r'^2_j} [w_{j,\theta\theta} - r'_j \varphi_j] \qquad m t_j = \frac{(G J)_j}{r'^2_j} [w_{j,\theta} + r'_j \varphi_{j,\theta}] \tag{28}$$

Si se supone apoyo simple en $\theta = 0$ y $\theta = \alpha$ la matriz de rigidez de la viga para el armónico n se deduce como sigue:

Sea:

$$\begin{aligned} Z_j(\theta) &= \sum_{n=1}^{\infty} Z_{jn} \operatorname{sen} \lambda_n \theta \\ G_{tj}(\theta) &= \sum_{n=1}^{\infty} G_{tjn} \operatorname{sen} \lambda_n \theta \\ G_{fj}(\theta) &= \sum_{n=1}^{\infty} G_{fjn} \operatorname{sen} \lambda_n \theta \end{aligned} \tag{29}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Se supone:

$$w_j(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} W \operatorname{sen} \lambda_n \theta$$
$$\varphi_j(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{jn} \operatorname{sen} \lambda_n \theta \tag{30}$$

eliminando entre (27) y (28) se obtiene:

$$\left(D^2 - \frac{1}{\mu_j}\right) D^2 w_j + r'_j \left(1 + \frac{1}{\mu_j}\right) D^2 \varphi_j + r_j'^3 \frac{(Z_1)_j}{(E\,I)_j} = 0$$
$$(1 + \mu_j) D^2 w_j + r'_j (D^2 - \mu_j) \varphi_j + r_j'^3 \frac{G_{tj}}{(G\,J)_j} = 0 \tag{31}$$

Siendo:

$$D = \frac{d}{d\theta}$$
$$\mu_j = \frac{(E\,I)_j}{(G\,J)_j}$$
$$(Z_1)_j = r' Z_j + D\,G_{fj}$$

Introduciendo las ecuaciones (29) y (30) en (31) se determina una matriz de rigidez en ejes locales, que prescindiendo del subíndice n, como se hizo anteriormente, resulta:

$$\begin{bmatrix} G_{tj} \\ (Z_1)_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{r'^2_j} (\lambda^2 (G\,J)_j + (E\,J)_j) & \dfrac{\lambda^2}{r'^3_j} ((E\,J)_j + (G\,J)_j) \\ \dfrac{\lambda^2}{r'^2_j} ((E\,J)_j + (G\,J)_j) & \dfrac{\lambda^2}{r'^3_j} (\lambda^2 (E\,I)_j + (G\,J)_j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_j \\ W_j \end{bmatrix} \tag{32}$$

o en forma más compacta:

$$\begin{bmatrix} G_t \\ Z_1 \end{bmatrix}_j = R_j \begin{bmatrix} \Phi \\ W \end{bmatrix}_j \tag{33}$$

Suponiendo que la viga de borde tiene un eje principal de inercia perpendicular al eje de coordenadas r, la transformación de *ejes viga* a *ejes de la placa* es para el borde j (fig. 4):

$$\begin{bmatrix} m_{rr} \\ s_r \end{bmatrix}_{j\ \text{placa}} = (-)^{j+1} \begin{bmatrix} 1 & d_j \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_t \\ Z_1 \end{bmatrix}_{j\ \text{viga}} \tag{34}$$

o bien:

$$\begin{bmatrix} m_{rr} \\ s_r \end{bmatrix}_{j\ \text{placa}} = (-)^{j+1} T_j \begin{bmatrix} G_t \\ Z_1 \end{bmatrix}_{j\ \text{viga}} \tag{35}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

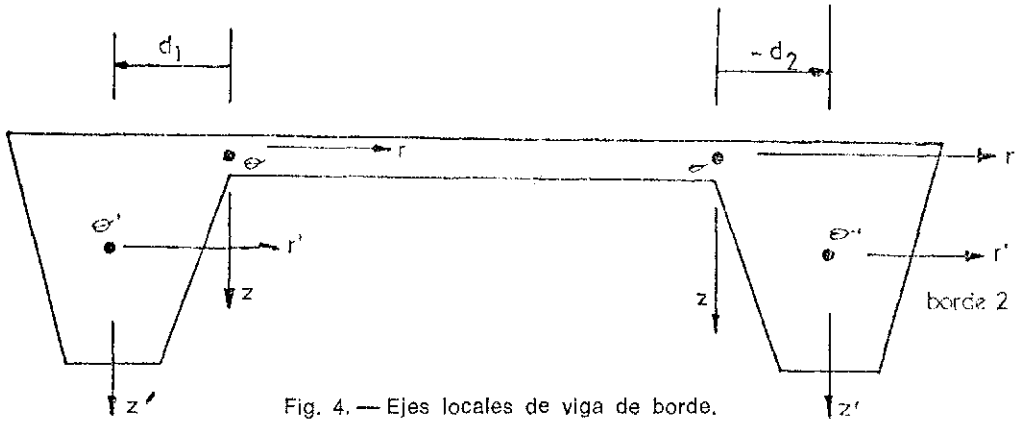


Fig. 4. — Ejes locales de viga de borde.

y análogamente para desplazamientos:

$$\begin{bmatrix} \Phi \\ W \end{bmatrix}_{j\ \text{viga}} = \boldsymbol{T}_j^T \begin{bmatrix} -w_{,r} \\ w \end{bmatrix}_{\text{placa}} \tag{36}$$

De (33), (35) y (36) se deduce:

$$\begin{bmatrix} m_{rr} \\ S_r \end{bmatrix}_{j\ \text{placa}} = (-)^{j+1}\, \boldsymbol{T}_j\, \boldsymbol{R}_j\, \boldsymbol{T}_j^T \begin{bmatrix} -w_{,r} \\ w \end{bmatrix}_{j\ \text{placa}} \tag{37}$$

La ecuación (37) tiene la misma estructura matemática que la (26), suponiendo:

$$\boldsymbol{K}_{pj} = \boldsymbol{I}_2$$
$$\boldsymbol{K}_{dj} = (-)^j\, \boldsymbol{T}_j\, \boldsymbol{R}_j\, \boldsymbol{T}_j^T$$

Resolviéndose este caso análogamente al anterior 3.3.1.

4. EJEMPLO

La teoría expuesta anteriormente ha sido recogida en un programa escrito en *basic*, para su proceso en un computador.

A título de ejemplo, se muestran los resultados obtenidos en un tablero de puente curvo en planta, simplemente apoyado en los bordes rectos y libre en los curvos, de sección radial constante.

La losa real es de un material homogéneo isótropo de $E = 3.000.000$ t/m² y $\nu = 0{,}2$; cuya definición geométrica se realiza de forma esquemática idealizada en la figura 5.

Una posible losa (*) ortótropa equivalente presenta las siguientes características:

$$E_r = 2200000 \text{ tm}^{-2}$$
$$E_\theta = 2400000 \text{ tm}^{-2}$$
$$\nu_r = 0{,}20$$
$$\nu_\theta = 0{,}18$$
$$E_{r\theta} = 115000 \text{ tm}^{-2}$$
$$E_{\theta r} = 2600000 \text{ tm}^{-2}$$
$$h = 1{,}40 \text{ m}$$
$$r_1 = 73{,}50 \text{ m}$$
$$r_2 = 86{,}50 \text{ m}$$
$$\alpha = 0{,}375 \text{ radianes}$$

(*) El objetivo de este ejemplo es ilustrativo de la solución de la losa ortótropa circular y no trata el problema de la bondad de la idealización estructural de la losa real indicada.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

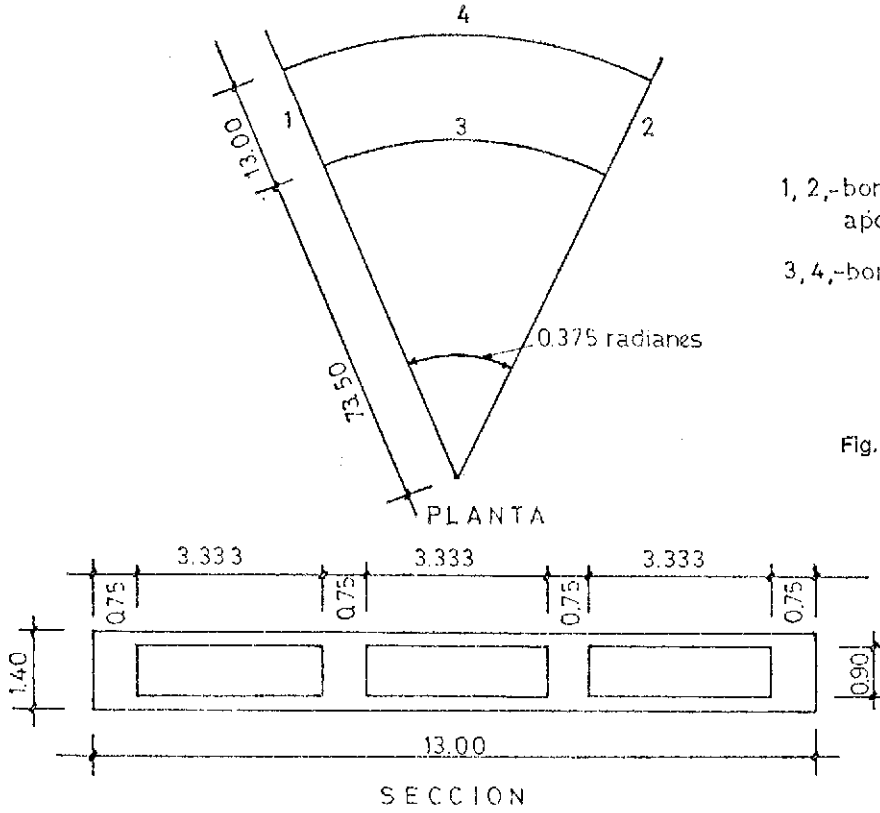


Fig. 5. — Definición del tablero del puente.

Las acciones a que está sometido son las recomendadas por la Instrucción Española-72; y se calcula las reacciones de apoyo y derivadas circunferenciales en los puntos A_1, A_2, A_3, en el borde recto; y las flechas y momentos en los puntos C_1, C_2, C_3 del centro del vano (fig. 6).

Supuesto un peso específico del material de 2,5 tm^{-3}; además del peso propio, el tablero está sometido a una sobrecarga uniforme de 0,400 tm^{-2} y a la acción del vehículo de 60 t, de acuerdo con la Instrucción Española-72.

Todos los datos de interés, desde el punto de vista del proyecto —en los puntos A_1, A_2, A_3, C_1, C_2, C_3, cuya situación se indica en la figura 6; con la posición del vehículo de 60 t en la posición de la figura 7—, se muestran en la tabla 3.

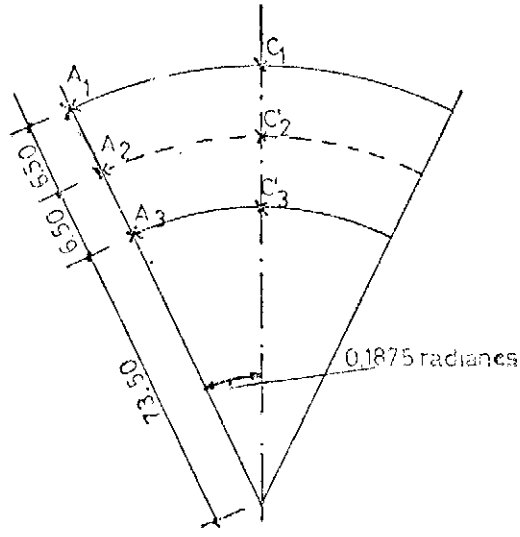


Fig. 6. — Puntos de cálculo.

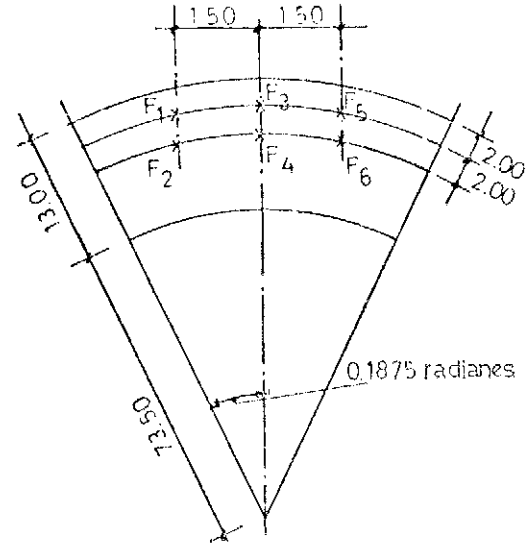


Fig. 7. — Situación del vehículo de 60 Tm.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

TABLA 3

PUNTO DE ESTUDIO	ACCIONES			
	Peso propio	Sobrecarga uniforme	Vehículo de 60 t	Total
A_1. — s_θ (en t/m)	21,46	4,85	2,39	28,70
q_θ (en t/m)	25,73	5,81	2,35	33,89
$\frac{1}{r} w_{,\theta}$ ($\times 10^4$)	50,37	11,38	7,80	69,55
$m_{r\theta}$ (en tm/m)	— 3,87	— 0,87	— 1,14	— 5,88
$m_{\theta r}$ (en tm/m)	— 87,64	— 19,81	— 25,93	— 113,38
A_2. — s_θ (en t/m)	22,27	5,03	2,20	29,50
q_θ (en t/m)	25,47	5,76	2,17	33,40
$\frac{1}{r} w_{,\theta}$ ($\times 10^4$)	42,16	9,53	5,66	57,35
$m_{r\theta}$ (en tm/m)	— 2,82	— 0,64	— 1,04	— 4,50
$m_{\theta r}$ (en tm/m)	— 63,87	— 14,44	— 23,37	— 101,68
A_3. — s_θ (en t/m)	20,63	4,66	2,04	27,33
q_θ (en t/m)	26,01	5,88	1,93	33,82
$\frac{1}{r} w_{,\theta}$ ($\times 10^4$)	36,74	8,31	3,61	48,66
$m_{r\theta}$ (en tm/m)	— 1,55	— 0,35	0,91	— 2,81
$m_{\theta r}$ (en tm/m)	— 35,27	— 7,97	— 20,99	— 64,23
C_1. — w (en mm)	51,01	11,51	8,59	71,11
$m_{\theta\theta}$ (en tm/m)	222,58	50,32	45,15	318,05
C_2. — w (en mm)	39,62	8,90	5,64	54,16
m_{rr} (en tm/m)	3,89	0,82	— 1,38	3,39
$m_{\theta\theta}$ (en tm/m)	204,91	46,32	31,41	282,67
C_3. — w (en mm)	31,71	7,21	3,19	42,11
$m_{\theta\theta}$ (en tm/m)	195,33	44,16	18,38	257,87

5. CONCLUSIONES

En el presente artículo ha sido desarrollada, de forma unificada y matricial general, una teoría de placas ortótropas circulares en planta, simplemente apoyadas en dos bordes radiales y de condiciones generales en los bordes curvos, con todas las características elásticas posibles.

Se muestra, asimismo, un ejemplo de tablero, resuelto con la teoría anteriormente expuesta y la ayuda de un computador digital de 16 K *bytes* de memoria central; y, precisamente, la reducida capacidad del calculador certifica la bondad del método.

Por último, conviene resaltar la diferencia de deformaciones y esfuerzos entre los bordes curvos. Ello es explicable debido a la mayor luz del borde externo, lo cual le proporciona una mayor flexibilidad, y, por tanto, el coeficiente de reparto transversal mejora. Situación contraria ocurre con el borde curvo interior.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

RECONOCIMIENTOS

Todos los cálculos para el desarrollo de este estudio han sido realizados en el computador de la Escuela de Ingenieros de Caminos de la Universidad de Santander, a la cual agradecemos su eficaz y desinteresada colaboración.

También mostramos nuestro reconocimiento a la Dirección General de Universidades e Investigación, ya que este trabajo forma parte del desarrollado por uno de sus becarios.

NOTACION

r, θ, z = Coordenadas cilíndricas ortogonales (fig 1)

α = Angulo que forman los bordes rectos de la placa

r_1, r_2 = Coordenadas de los bordes curvos de la placa ($r_1 < r_2$).

r_m = Radio medio ($r_m = (r_1 + r_2)/2$).

$v_{,u}$ = Indica derivada parcial de la variable v con respecto de la variable u.

m_{ij} = Momento esfuerzo por unidad de longitud positivo si actuando en la cara $i =$ cte produce tracciones en la dirección j, en la cara frontal y en la parte positiva del eje z (figura 2). La directriz de la placa coincide con su plano medio ($i, j = r, \theta$).

q_j = Esfuerzo cortante por unidad de longitud positivo si actuando en la cara $j =$ cte tiene el sentido de z positivo en la cara frontal (fig. 2) ($j = r, \theta$).

h = Espesor de la placa.

P_z = Fuerza vertical actuante por unidad de superficie (fig 2) en sentido positivo coincide con el del eje z.

G_j = Momento actuante por unidad de superficie (fig. 2); coincide su sentido positivo con el del eje j ($j = r, \theta$).

ν_j = Coeficiente de Poisson en la dirección j ($j = r, \theta$).

E_j = Módulo de elasticidad en la dirección j ($j = r, \theta$).

REFERENCIAS

1. Cusens, A. R., y Poma, A. R.: "Distribution of concentrated loads on orthotropic bridge decks". *The Structural Engineer*, septiembre 1969.

2. Samartín, A., y Martínez, J.: "Reparto transversal de la sobrecarga en tableros de puentes". *Hormigón y Acero*, núm. 113, 1974.

3. Coull, A., y Chandra, P.: "Analysis of curved bridge decks". *Proc. of the Institution of Civil Engineers*, vol. 37, mayo 1967.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

VI Coloquios de Directores y Técnicos de Fábricas de Cemento (COLCEM-76)

En su decidido afán de contribuir, en la medida de sus actuales disponibilidades, al beneficio de las industrias del cemento y de la construcción, el Consejo Técnico Administrativo del Instituto Eduardo Torroja, ha considerado conveniente convocar los VI Coloquios para los días 25 a 29 de octubre de 1976.

Asimismo el Consejo, asesorado por la Comisión Consultiva de Representantes de la Industria del Cemento, consideró que el tema "El cemento en los años 80", era el idóneo para servir de eficaz ayuda al desarrollo futuro de la industria.

Se acompaña un resumen del temario previsto:

Introducción:

Tendencias en la tecnología y posibles innovaciones.

Ahorro de energía:

Adiciones.
Coadyuvantes en la clinkerización.
Empleo del carbón.
Nuevas fuentes (nuevos tipos de gas-oil y fuel-oil, gas natural).

Procesos:

Nuevos sistemas de cocción (estudio crítico de intercambiadores; doble cocción).
Estudio crítico de enfriadores.
Molienda (circuito abierto y en cascada; molinos verticales).
Automatización.

Pliego de condiciones:

El pliego actual y sus implicaciones económicas.

Investigación:

Investigaciones futuras.

El cemento en la economía nacional:

Política económica.
El cemento visto por el usuario.
Nuevos usos del cemento.
Contaminación.
Organismos internacionales sobre cemento.
Proyección a Iberoamérica.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

análisis no lineal de estructuras de barras y de láminas de revolución

JESUS ORTIZ HERRERA
Dr. Ingeniero de Caminos

INTRODUCCION

El advenimiento de los ordenadores electrónicos al cálculo estructural ha supuesto en los últimos años una revolución profunda en la organización de los sistemas de trabajo del ingeniero de estructuras, que se ha visto liberado de labores puramente rutinarias en beneficio de las tareas que le son más específicas (la concepción y selección de formas estructurales, la correcta utilización de los materiales, etc.). Pero en el fondo, si se prescinde de la mayor eficiencia y alcance de los cálculos, nada intrínsecamente se ha modificado en los principios de éstos respecto a los métodos tradicionales: sus hipótesis de partida son idénticas, aunque sean diferentes los algoritmos de cálculo y las técnicas para su realización.

Satisfecha la necesidad apremiante de liberación de cálculos interminables y artificiosos, la teoría de las estructuras ha reasumido inquietudes hasta ahora reservadas a círculos estrictamente científicos, derivadas de la no exacta adecuación de los modelos teóricos hasta ahora aceptados (modelos "lineales") al comportamiento real de muchas de las estructuras. Puesto que el comportamiento no lineal de éstas adquiere especial importancia en las proximidades de su agotamiento, el estudio de dicho comportamiento presenta en muchos casos un interés real, del mismo rango incluso que el del propio análisis en rotura de las secciones de las piezas (incorporando este último ya a la práctica habitual de dimensionamiento). El procedimiento actual de dimensionar las secciones en base a criterios de rotura, pero partiendo de esfuerzos determinados elásticamente (o, a lo sumo, con redistribuciones incorporadas de forma apriorística), viene impuesto por el estado actual de las técnicas de cálculo, pero es claro que presenta una grave contradicción interna en sus principios, y que es susceptible de deficiencias si la estructura no es isostática; o, cuando menos, limita el campo de acción del proyectista en su búsqueda de formas estructurales más constructivas y económicas, puesto que, en general, es posible obtener el grado de seguridad a rotura exigible en cada caso (sin situarse, dentro de ciertos márgenes, en malas condiciones respecto a los restantes estados límites) sin necesidad de ajustarse a una distribución de esfuerzos de carácter *elástico*.

La respuesta tradicional a estas cuestiones la proporciona la teoría de la plasticidad, pero son bien conocidas sus limitaciones en cuanto la deformabilidad plástica del material no es muy acusada o en cuanto las acciones son total o parcialmente fluctuantes. En ambos casos es preciso limitar de alguna forma las redistribuciones de esfuerzos respecto de las leyes elásticas, bien para no agotar la deformabilidad máxima real de las zonas

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

plastificadas, o bien para evitar que, por efecto de las repeticiones de las cargas, las deformaciones plásticas residuales se acumulen de forma creciente (sin límite, y para repeticiones de carga en número relativamente reducido) (1). Otros efectos no tenidos en cuenta por la teoría clásica de la plasticidad son:

— El carácter no localizado de las *rótulas plásticas* y la influencia de las deformaciones elásticas de las zonas no plastificadas. Incluso en estructuras con importante deformabilidad plástica, como son, por ejemplo, las constituidas por elementos mixtos (hormigón-acero estructural) normalmente proporcionados, si la longitud de las piezas es media o elevada, la deformabilidad elástica de las zonas comprendidas entre una rótula plástica teórica y otras dos adyacentes de signo contrario puede agotar la deformabilidad de estas últimas, sin que en la primera se haya provocado la rotación necesaria para que se desarrolle el momento de agotamiento de la misma; esto reduce obviamente el nivel de carga admitido por la estructura. En estructuras de hormigón este efecto es, por supuesto, más acusado.

— Salvo en vigas continuas y en pórticos con flexión predominante, la interacción entre axil y flector puede afectar de forma considerable a los valores últimos de los esfuerzos y de las deformaciones. Normalmente, en el cálculo plástico de estructuras lo que se hace es reducir el valor del momento plástico en función del axil; pero los límites de las rotaciones plásticas pueden, asimismo, reducirse, lo que afecta al completo desarrollo del mecanismo de colapso.

  En rigor, deberían considerarse plastificaciones simultáneas por axil y flector, y operar con los valores *reales* de las deformaciones plásticas, tanto giros como elongaciones. El esfuerzo cortante es también susceptible de interactuar con los valores últimos de los esfuerzos normales e incluso de producir deformaciones anelásticas de consideración (2).

— La influencia de posibles predeformaciones de una parte de los elementos sobre los límites de los giros plásticos de las rótulas teóricas.

— La influencia de los fenómenos de segundo orden en deformaciones. En las piezas de poca importancia es aceptable el estudio separado del estado límite de inestabilidad (de acuerdo con las teorías del pandeo anelástico, si ello es necesario) y del estado límite de rotura. Pero, en rigor, la estructura debe analizarse con la consideración simultánea e interactiva de las deformaciones anelásticas bajo los esfuerzos que solicitan a sus secciones y de los fenómenos de segundo orden; ya que estos últimos pueden modificar aquellos esfuerzos y, asimismo, el incremento anelástico de los movimientos agudiza lógicamente los fenómenos de segundo orden. Entonces el pandeo aparece como un caso particular, en el que esfuerzos y movimientos no se estabilizan para un valor dado de las cargas; pero en otros casos, la situación de agotamiento se alcanza sin pandeo, aunque para cargas diferentes que las previstas dentro del cálculo de primer orden en deformaciones.

Si a estos defectos teóricos añadimos que el cálculo plástico de estructuras complejas es de un nivel de laboriosidad similar al propio cálculo elástico (3), se comprende que

(1) Un estudio sobre este fenómeno (inestabilidad de la deformación plástica) puede verse en las referencias número 3 (Massonnet-Save) y la número 4 (Freudenthal-Geiringer). Como regla práctica para evitarlo puede darse la de que no se produzcan plastificaciones bajo la actuación de las acciones características, cuando esfuerzos y secciones se calculen elastoplásticamente (bajo las cargas mayoradas). Si el cálculo de esfuerzos es elástico, puede omitirse dicha comprobación, y también, normalmente, en el caso de estructuras poco importantes y con valores moderados de la relación sobrecarga-carga permanente.

(2) Ver referencia número 8 (J. Martínez Calzón).

(3) Los métodos generales de cálculo plástico de estructuras de barras se basan en los algoritmos de la programación lineal (ver referencias número 1, Livesley, y número 10, Simonnard), y no suponen una ventaja sustancial respecto a los métodos elásticos (siempre que se utilice el método de la matriz flexibilidad si la estructura es de un grado de hiperestaticidad pequeño).

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

el interés práctico de dicho tipo de cálculo se restringe a un grupo limitado de estructuras (4), dada la actual tendencia a la combinación prolija de materiales y de formas.

En contraposición al cálculo elástico y al plástico, se denomina genéricamente cálculo *no lineal* de estructuras al que tiene en cuenta los diferentes efectos ya citados, resumibles en: la influencia del comportamiento anelástico de los materiales (distinto del comportamiento elástico y del ideal rígido-plástico) y la influencia de los cambios de geometría de la estructura (debidos a la deformación) en las condiciones de equilibrio y de compatibilidad de deformaciones (5). Actualmente, los métodos más extendidos de cálculo no lineal de estructuras pueden calificarse de artificiosos y poco versátiles (desde el punto de vista del comportamiento de los materiales y de las tipologías y geometrías de las estructuras consideradas); el éxito del cálculo no lineal será así muy difícil, mientras no se acepte el reto de sustituir los criterios estrechos y de carácter particular (aptos para cálculos manuales) por algoritmos generales de alta rentabilidad conceptual y práctica, a semejanza de la revolución efectuada en la pasada década dentro del cálculo lineal.

En la parte primera del presente trabajo se presenta una extensión de los métodos *matriciales* del cálculo elástico, para la consideración de los efectos no lineales en estructuras de barras. El algoritmo resultante es de programación sencilla, de gran generalidad y de una gran potencia de cálculo, como muestran las pruebas efectuadas. Las técnicas de cálculo son indudablemente más complejas que las del cálculo elástico, pero, una vez programadas, el incremento de complejidad se reduce a la necesidad de proporcionar al ordenador algunos datos más que fijen el comportamiento de las secciones (no entramos aquí en cómo estimar dicho comportamiento).

Un método análogo (que aparece claramente como una extensión del anterior) se puede plantear para el cálculo anelástico de estructuras superficiales, tal como se expone en el apartado II para las láminas de revolución de hormigón armado. Se entra así en un dominio reservado actualmente a los ensayos en modelo reducido, de indudable importancia para la investigación y el progreso de la ciencia de las estructuras, pero de costes y tiempos de ejecución mucho más desfavorables que cualquier cálculo de tipo numérico. Esta segunda parte del trabajo es la más novedosa, pues en lo referente a las estructuras de barras se ha investigado ya en una línea análoga a la propuesta en el apartado I (6); no obstante, el estudio de la respuesta no lineal de una barra prismática recta (presentado en el apartado I.1, y esencial dentro del contexto del método) ha sido también desarrollado por el autor de estas líneas.

I. ANALISIS NO LINEAL DE ESTRUCTURAS DE BARRAS

I.1. Respuesta no lineal de una barra prismática recta.

Se supondrán idealizadas las leyes esfuerzos-deformaciones (o leyes *constitutivas*) de las secciones en forma de leyes multilineales (bilineales, trilineales, etc.) tal como se indica en la figura I.1.1. No se estudia aquí, por razones de espacio, cómo deben estimarse dichas leyes, aunque existe abundante documentación para los diagramas sencillos (bilineales para cada signo del momento); la definición de leyes más complejas puede hacerse a par-

(4) Estructuras de acero estructural con amplio escalón de fluencia (y cierto tipo de estructuras mixtas), con cargas no dinámicas y relaciones sobrecarga-carga permanente moderadas, con esfuerzos predominantemente de flexión (reduciendo adecuadamente los momentos plásticos en función de axiles y cortantes) y respetando condiciones exigentes frente a la posible aparición de fenómenos de segundo orden, y con grado de hiperestaticidad pequeño, salvo utilización de ordenadores.

(5) Nótese que se mantiene el carácter "determinístico" del cálculo. Pero esto no es inconveniente alguno si la seguridad de la estructura se analiza por criterios semiprobabilísticos (que sólo afectan a los datos a introducir en un algoritmo determinístico).

(6) Véase, por ejemplo, la referencia número 1 (Livesley).

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

tir de diagramas esfuerzos-deformaciones obtenidos numérica o gráficamente con la ayuda del cálculo electrónico y su posterior idealización en forma de diagramas multilineales. Esta idealización es, en general, posible con pocos intervalos rectilíneos, ya que las secciones habituales presentan normalmente fases de comportamiento bien definidas (estados *elástico, fisurado* y *plástico*) con transiciones relativamente bruscas.

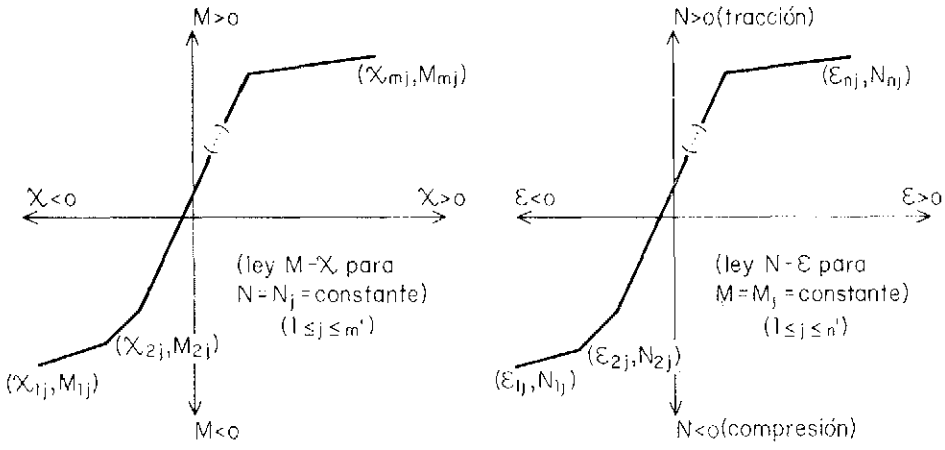


Figura I.1.1.

Destaquemos las principales características de las leyes esquematizadas en la figura I.1.1.:

a) Se relacionan por un lado el momento flector, M, y la curvatura, χ; y por otro, el esfuerzo axil, N, y la elongación unitaria, ε (las dos deformaicones, ε y χ, se refieren a la directriz de la pieza; pero, en la hipótesis de deformación plana, ambos parámetros son suficientes para caracterizar la deformación global de las secciones).

b) Además, las líneas momentos-curvatura se suponen dependientes paramétricamente del valor de N. Y las curvas axil-elongación, del valor de M. Naturalmente, el caso de curvas unívocas se obtiene como un caso particular (1).

c) A cada pareja de deformaciones ε y χ (dentro de los márgenes de integridad de la sección) se asigna una pareja bien determinada de valores de los esfuerzos N y M. No se considera, por tanto, la influencia de las deformaciones diferidas de los materiales, aunque las mismas (normalmente, tan sólo la fluencia del hormigón) pueden tenerse aproximadamente en cuenta (en su caso) ampliando la escala de abscisas en la ley σ-ε del hormigón utilizada como base para el análisis previo de la sección.

d) Por la misma razón especificada en el párrafo anterior, los diagramas propuestos no son aptos para la consideración de fases de carga y descarga, sino sólo para la actuación de cargas estáticas crecientes hasta el agotamiento de la estructura. No obstante, sirven de base para el análisis de ésta en todas sus fases de comportamiento (no sólo para el análisis límite).

e) Las leyes M-χ y N-ε se suponen estrictamente crecientes, de forma que las rigideces tangentes, $\Delta M/\Delta \chi$, $\Delta N/\Delta \varepsilon$, sean no nulas y no negativas. Sin embargo:

— El valor de dichas rigideces puede, teóricamente, hacerse tan pequeño como se

(1) Aunque las leyes M-χ dependan efectivamente de N, es claro que para piezas con axil nulo o pequeño basta dar una curva M-χ única. En general, no hay necesidad de especificar el comportamiento de la sección más que para el rango de esfuerzos previsto para la estructura y acciones en cuestión: así, en zonas con flexiones "negativas" exclusivamente, es posible ahorrarse el cálculo de la rama de la curva M-χ para $M > 0$ (y viceversa), o, si los axiles permanecen elásticos, no hay necesidad de definir las ramas plásticas de las curvas N-ε, etc.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

desee (en la práctica, esto tiene un límite, por exigencia de buen condicionamiento de los sistemas de ecuaciones a resolver (2)).

— Dichas rigideces pueden, sin embargo, variar de cualquier forma; no tienen necesariamente por qué decrecer a medida que aumentan los esfuerzos.

f) No se exige que los diagramas M-χ y N-ε *pasen por el origen.* Es posible así tener adecuadamente en cuenta el efecto de predeformaciones impuestas a parte de los materiales, estando ya establecida la continuidad de la estructura (pretensado, gradientes térmicos, etc.) (3). Y, también, representar adecuadamente situaciones en las que, por ejemplo, se consideren varias curvas M-χ para valores diferentes de N, algunos de los cuales produzcan por sí solos (para $M = 0$) fisuraciones o plastificaciones; entonces, manteniendo constante la directriz de la pieza no es posible, en general (salvo para secciones simétricas), conseguir que todas las curvas M-χ pasen por el origen (es decir, parte de ellas presentarán un valor $M \neq 0$ para $\chi = 0$).

g) Puesto que las leyes M-χ y N-ε se suponen deducidas de acuerdo con la hipótesis de deformación plana, no se introducen en principio deformaciones debidas al esfuerzo cortante. La influencia de éste en los valores últimos de M y N puede introducirse limitando éstos por debajo de los valores calculados con cortante nulo (utilizando, por ejemplo, diagramas de interacción deducidos plásticamente), siempre que se prevea una influencia desfavorable de dicho esfuerzo.

Si las deformaciones por cortante son de consideración, debe incorporarse la corrección indicada al final del presente apartado.

Planteadas con detalle las hipótesis del método, se hace necesario, por razones de espacio, pasar rápidamente a través de los desarrollos de tipo matemático. Se utilizan en los mismos algunos conceptos elementales del álgebra matricial (multiplicación, transposición, inversión) (4). La comprensión de los resultados se facilita conociendo magnitudes propias del análisis matricial de estructuras, tales como las matrices flexibilidad, rigidez, transferencia, etc.

En principio, nos limitamos a estructuras de la clase *marcos planos.* La adaptación al caso de emparrillados se hace fácilmente identificando N como el momento torsor y ε como el correspondiente giro unitario.

La definición numérica de los diagramas esquematizados en la figura I.1.1 se efectúa mediante los siguientes datos:

$$\left.\begin{array}{l} N_j \\ M_{ij}, \chi_{ij}\ (1 \leq i \leq m) \end{array}\right\} \quad (1 \leq j \leq m') \tag{I.1.1}$$

$$\left.\begin{array}{l} M_j \\ N_{ij}, \varepsilon_{ij}\ (1 \leq i \leq n) \end{array}\right\} \quad (1 \leq j \leq n') \tag{I.1.2}$$

Como se verá más adelante, el análisis de la estructura se efectúa de forma iterativa. Cada elemento de sección constante se supone subdividido en r partes (fig. I.1.2), para cada una de las cuales los esfuerzos calculados en la iteración precedente pueden situar-

(2) Sin embargo, pueden resolverse perfectamente casos en los que dichas rigideces varíen como de 1 a 10^5 o incluso más, sin ello exigir niveles especiales de precisión en las variables numéricas utilizadas por el ordenador.

(3) También es perfectamente posible considerar otros tipos de predeformaciones o presolicitaciones (por ejemplo, el hormigonado de una pieza mixta sin apeos del acero estructural) que alteran los diagramas esfuerzos-deformaciones, pero no su "paso por el origen".

(4) Ver descripción de la notación empleada, en el anejo correspondiente.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

se en ramas distintas de los diagramas esfuerzos-deformaciones; pero una vez determinadas dichas ramas para la zona k-ésima $(1 \leq K \leq r)$:

$$N = N_{0k} + T_k\,\varepsilon \qquad \text{(I.1.3)}$$
$$M = M_{0k} + D_k\,\chi,$$

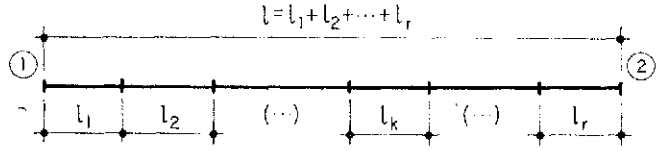


Figura I.1.2.

los módulos N_{0k}, T_k, M_{0k}, D_k se suponen constantes en el siguiente análisis de la estructura (5). Los valores de M_{0k} y D_k se obtienen, por ejemplo, mediante interpolación lineal de la ordenada en el origen y de la rigidez tangente correspondientes a los dos valores de N_j, entre los que se sitúe el axil calculado en la iteración precedente. Análogamente, N_{0k} y T_k.

Obtengamos en primer lugar la respuesta del elemento k-ésimo; la respuesta global de la pieza se deduce como combinación de las de sus r elementos (el método vale aunque la pieza sea de sección variable). Las cargas se suponen sólo en los nudos, pero la generalización al caso de cargas intermedias es sencilla (por otra parte, con sólo cargas en los nudos se obtiene ya un algoritmo potente, pues las cargas repartidas siempre pueden discretizarse en un número de cargas localizadas tan elevado como se desee, según la precisión exigida).

En la figura I.1.3 se indican las componentes de los siguientes vectores (nótese que se refieren a los ejes locales de la barra):

$$\bar{p}_{1k} = \begin{bmatrix} p_{1xk} \\ p_{1yk} \\ p_{1zk} \end{bmatrix}, \quad \bar{p}_{2k} = \begin{bmatrix} p_{2xk} \\ p_{2yk} \\ p_{2zk} \end{bmatrix} \qquad \text{(I.1.4)}$$

$$\bar{d}_{1k} = \begin{bmatrix} d_{1xk} \\ d_{1yk} \\ d_{1zk} \end{bmatrix}, \quad \bar{d}_{2k} = \begin{bmatrix} d_{2xk} \\ d_{2yk} \\ d_{2zk} \end{bmatrix}, \quad e_k = \begin{bmatrix} e_{xk} \\ e_{yk} \\ e_{zk} \end{bmatrix} \qquad \text{(I.1.5)}$$

Aun cuando se opere dentro de la teoría de segundo orden en deformaciones, si las longitudes de las barras son lo suficientemente cortas (lo cual siempre puede lograrse, por introducción de nudos adicionales), se pueden localmente (6) utilizar los criterios de la teoría del primer orden (lo mismo vale, por supuesto, cuando se actúa dentro del contexto de ésta con cualesquiera longitudes de las barras). Así:

$$e_{xk} \simeq (u)_{x=l_k}, \quad e_{yk} \simeq (v)_{x=l_k}, \quad e_{zk} \simeq \left(\frac{dv}{dx}\right)_{x=l_k}, \quad \varepsilon = du/dx, \quad \chi \simeq d^2v/dx^2.$$

(5) A fin de poder considerar unas relaciones del tipo I.1.3 constantes en el interior de cada zona (k-ésima), es necesario que la extensión de éstas sea pequeña en relación a la longitud total de la barra, o que se efectúe una partición de ésta en función de los esfuerzos en la iteración precedente, de modo que éstos se sitúen para cada zona en una sola rama de las leyes esfuerzos-deformaciones.

(6) Eso no es válido para materiales que admitan deformaciones unitarias excepcionalmente elevadas, pero éste no es el caso de los materiales ordinarios de construcción, al menos dentro de las hipótesis de cálculo usuales.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

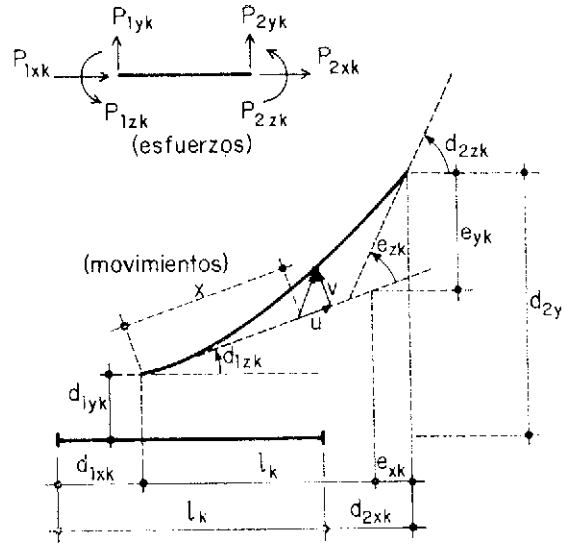


Figura I.1.3.

Por tanto:

$$e_{xk} = \int_0^{l_k} \varepsilon \, dx = (p_{2xk} - N_{0k}) \, l_k / T_k \tag{I.1.6}$$

$$e_{yk} = \int_0^{l_k} dx \int_0^{x} \chi \, dx = \left(- \frac{M_{0k}}{D_k} + \frac{p_{2zk} + l_k \, p_{2yk}}{D_k} \right) \frac{l^2_k}{2} - \frac{l^3_k}{6 \, D_k} \, p_{2yk} \tag{I.1.7}$$

$$e_{zk} = \int_0^{l_k} \chi \, dx = \left(- \frac{M_{0k}}{D_k} + \frac{p_{2zk} + l_k \, p_{2yk}}{D_k} \right) l_k - \frac{l^2_k}{2 \, D_k} \, p_{2yk} \tag{I.1.8}$$

puesto que la barra se supone sin cargas intermedias. Por la misma razón, se tiene la siguiente ecuación de equilibrio:

$$\bar{p}_{1k} + \bar{\bar{H}}_k \, p_{2k} = 0 \qquad \text{ó} \qquad \bar{p}_{2k} = - \bar{\bar{H}}_k^{-1} \, p_{1k} \, , \tag{I.1.9}$$

siendo:

$$\bar{\bar{H}}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & l_k & 1 \end{bmatrix} , \quad \bar{\bar{H}}_k^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -l_k & 1 \end{bmatrix} \tag{I.1.10}$$

Los vectores I.1.5 verifican, asimismo, la relación:

$$\bar{e}_k = \bar{d}_{2k} - H^t_k \, d_{1k} \tag{I.1.11}$$

Las ecuaciones I.1.6-7-8 pueden ponerse también de forma matricial:

$$\bar{e}_k = \bar{\bar{F}}_k \, \bar{p}_{2k} - c_{0k} \, , \tag{I.1.12}$$

siendo:

$$\bar{\bar{F}}_k = \begin{bmatrix} \dfrac{l_k}{T_k} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{l^3_k}{3 \, D_k} & \dfrac{l^2_k}{2 \, D_k} \\ 0 & \dfrac{l^2_k}{2 \, D_k} & \dfrac{l_k}{D_k} \end{bmatrix} (= \bar{\bar{F}}^t_k) \quad ; \quad \bar{c}_{0k} = \begin{bmatrix} \dfrac{N_{0k} \, l_k}{T_k} \\ \dfrac{M_{0k} \, l^2_k}{2 \, D_k} \\ \dfrac{M_{0k} \, l_k}{D_k} \end{bmatrix} \tag{I.1.13}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Es fácil, por tanto, deducir:

$$\bar{s}_{2k} = \bar{\bar{R}}_k \, \bar{s}_{1k} - \bar{c}_k \,, \tag{I.1.14}$$

siendo:

$$\bar{s}_{2k} = \begin{bmatrix} \bar{d}_{2k} \\ -\bar{p}_{2k} \end{bmatrix}, \quad \bar{s}_{1k} = \begin{bmatrix} \bar{d}_{1k} \\ \bar{p}_{1k} \end{bmatrix}, \quad \bar{c}_k = \begin{bmatrix} \bar{c}_{0k} \\ \bar{O}_3 \end{bmatrix} \quad (7) \tag{I.1.15}$$

$$\bar{\bar{R}}_k = \begin{bmatrix} \bar{\bar{H}}^t{}_k \,, & \bar{\bar{R}}_{0k} \\ \bar{\bar{O}}_{3x3} \,, & \bar{\bar{H}}_k{}^{-1} \end{bmatrix}, \quad \bar{\bar{R}}_{0k} = -\bar{\bar{F}}_k \, H_k{}^{-1} = \begin{bmatrix} -\dfrac{l_k}{T_k} \,, & 0 \,, & 0 \\ 0 \,, & \dfrac{l_k{}^3}{6\,D_k} \,, & -\dfrac{l_k{}^2}{2\,D_k} \\ 0 \,, & \dfrac{l_k{}^2}{2\,D_k} \,, & -\dfrac{l_k}{D_k} \end{bmatrix} \tag{I.1.16}$$

Los movimientos y esfuerzos de extremo de la barra completa son, evidentemente: $\bar{d}_1 \equiv \bar{d}_{11}$, $\bar{d}_2 \equiv \bar{d}_{2r}$, $\bar{p}_1 \equiv \bar{p}_{11}$, $\bar{p}_2 \equiv \bar{p}_{2r}$. Como en cada nudo intermedio se verifica $\bar{s}_{1k} = \bar{s}_{2,\,k-1}$ (compatibilidad y equilibrio), por aplicación reiterada de I.1.14 se deduce:

$$\begin{bmatrix} \bar{d}_2 \\ -\bar{p}_2 \end{bmatrix} = \bar{\bar{R}} \begin{bmatrix} \bar{d}_1 \\ \bar{p}_1 \end{bmatrix} - \bar{c} \,, \tag{I.1.17}$$

siendo:

$$\bar{\bar{R}} = \bar{\bar{R}}_r \, \bar{\bar{R}}_{r-1} \, \bar{\bar{R}}_{r-2} \ldots \bar{\bar{R}}_1 \tag{I.1.18}$$

$$\bar{c} = \bar{c}_r + \bar{\bar{R}}_r \, \bar{c}_{r-1} + \bar{\bar{R}}_r \, \bar{\bar{R}}_{r-1} \, \bar{c}_{r-2} + \ldots + (\bar{\bar{R}}_r \, \bar{\bar{R}}_{r-1} \ldots \bar{\bar{R}}_2) \, \bar{c}_1 \tag{I.1.19}$$

Por recurrencia es fácil probar que $\bar{\bar{R}}$ es de la forma siguiente:

$$\bar{\bar{R}} = \begin{bmatrix} \bar{\bar{H}}^t \,, & \bar{\bar{R}}_0 \\ \bar{\bar{O}}_{3x3} \,, & \bar{\bar{H}}^{-1} \end{bmatrix}, \quad \text{con} \quad \bar{\bar{H}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & l & 1 \end{bmatrix} \tag{I.1.20}$$

Asimismo:

$$\bar{c} = \begin{bmatrix} \bar{c}_0 \\ \bar{O}_3 \end{bmatrix}, \quad \text{con} \quad \bar{c}_0 = \bar{c}_{0r} + \bar{\bar{H}}^t{}_r \, \bar{c}_{0,\,r-1} + \ldots + (\bar{\bar{H}}^t{}_r \, \bar{\bar{H}}^t{}_{r-1} \ldots \bar{\bar{H}}^t{}_2) \, \bar{c}_{01} \quad (8) \tag{I.1.21}$$

Por tanto, I.1.17 puede expresarse en la forma:

$$\begin{aligned} \bar{p}_1 &= \bar{\bar{K}}_{11} \, \bar{d}_1 + \bar{\bar{K}}_{12} \, \bar{d}_2 + \bar{q}_1 \\ \bar{p}_2 &= \bar{\bar{K}}_{21} \, \bar{d}_1 + \bar{\bar{K}}_{22} \, \bar{d}_2 + \bar{q}_2 \,, \end{aligned} \tag{I.1.22}$$

(7) $\bar{O}_3$ = vector nulo de orden 3.

$\bar{\bar{O}}_{3\times3}$ = matriz nula 3×3.

(8) Dada la particular forma de las matrices $\bar{\bar{H}}_k$, es fácil ver la regla de formación de las tres componentes de $\bar{c}_0$, sin necesidad de efectuar los produteos matriciales indicados en I.1.21.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

siendo:

$$\bar{\bar{F}} = -\bar{\bar{R}}_0 \bar{\bar{H}}, \bar{\bar{K}} = \bar{\bar{F}}^{-1} (\bar{\bar{F}} = \bar{\bar{F}}^t, \bar{\bar{K}} = \bar{\bar{K}}^t) \tag{I.1.23}$$

$$\bar{\bar{K}}_{11} = \bar{\bar{H}} \bar{\bar{K}} \bar{\bar{H}}^t, \quad \bar{\bar{K}}_{12} = -\bar{\bar{H}} \bar{\bar{K}}, \quad \bar{q}_1 = \bar{\bar{K}}_{12} \bar{c}_0 (= -\bar{\bar{H}} \bar{q}_2) \tag{I.1.24}$$

$$\bar{\bar{K}}_{21} = -\bar{\bar{K}} \bar{\bar{H}}^t = \bar{\bar{K}}^t_{12}, \quad \bar{\bar{K}}_{22} = \bar{\bar{K}}, \quad \bar{q}_2 = \bar{\bar{K}}_{22} \bar{c}_0$$

O también:

$$\bar{\bar{F}} \bar{p}_2 - \bar{c}_0 = \bar{e} (= \bar{d}_2 - \bar{\bar{H}}^t \bar{d}_1) \tag{I.1.25}$$

$$\bar{\bar{K}} \bar{e} + \bar{q}_2 = \bar{p}_2 \tag{I.1.26}$$

Las propias ecuaciones I.1.22 pueden deducirse de I.1.25 o de I.1.26, teniendo en cuenta que:

$$\bar{p}_1 + \bar{\bar{H}} \bar{p}_2 = \bar{o} \quad \text{y} \quad \bar{e} = \bar{d}_2 - \bar{\bar{H}}^t \bar{d}_1$$

La generalización del método al caso en que las deformaciones por esfuerzo cortante sean de consideración, es inmediata sin más que añadir a las ecuaciones I.1.3 una tercera, que relacione dicho esfuerzo y el incremento correspondiente de la deformación:

$$V = V_{0k} + S_k \Delta \left(\frac{d v}{d x} \right) \tag{I.1.27}$$

Basándose en I.1.27 es fácil obtener el correspondiente incremento de la "flecha" $e_{yk} = (v)_{x = l_k}$, con lo cual resultan los siguientes incrementos de $\bar{\bar{F}}_k$ y $\bar{c}_{0k}$ (I.1.13):

$$\Delta \bar{\bar{F}}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_k/S_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Delta \bar{c}_{0k} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_{0k} l_k/S_k \\ 0 \end{bmatrix} \tag{I.1.28}$$

Hay que hacer notar que al incorporar las deformaciones debidas al esfuerzo cortante, las secciones de la pieza dejan de mantenerse normales a la directriz, por lo cual el movimiento eficaz (e_{zk}) del esfuerzo p_{2zk} deja de coincidir con $\left(\frac{d v}{d x} \right)_{x = l_k}$

I.2. Las ecuaciones de la estructura.

Dentro de la teoría de primer orden en movimientos, con la ayuda de las relaciones I.1.22, es claro que el método de la rigidez puede plantearse exactamente igual que dentro del cálculo elástico, sin más que:

a) Calcular las matrices rigidez de cada barra, $\bar{\bar{K}}_{11}$, $\bar{\bar{K}}_{12}$, $\bar{\bar{K}}_{21}$, $\bar{\bar{K}}_{22}$ (en ejes locales) de acuerdo con I.1.24.

b) Aplicar en los nudos extremos de cada barra unas cargas ficticias iguales a $-\bar{q}_1$, $-\bar{q}_2$ (transformando previamente sus componentes a los ejes generales).

c) Una vez obtenidos los movimientos de los nudos, obtener los esfuerzos extremos de cada barra aplicando I.1.22.

No se detalla aquí cómo deben generarse, a partir de las matrices indicadas en (*a*) y de la orientación de las barras y de las coacciones de la estructura, la matriz rigidez ge-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

neral de ésta y el vector general de cargas (en el que, como hemos dicho, deben incluirse las indicadas en el párrafo (*b*) anterior), temas que se exponen en cualquier texto relativo al cálculo matricial de estructuras de barras (1). Pero es obvio que las modificaciones respecto a las técnicas del cálculo lineal son mínimas y que se mantienen la sencillez de programación de las mismas y su generalidad en lo relativo a la geometría y topología de las estructuras consideradas, al tiempo que se incorpora una gran versatilidad en lo relativo a las leyes esfuerzos-deformaciones base del cálculo.

Un tema adicional es el del control de la convergencia del proceso de cálculo, asunto que se expone al final del presente apartado.

La ecuación I.1.25 puede utilizarse, asimismo, para una generalización del método de compatibilidad (o *de la matriz flexibilidad*). Y la I.1.17 para una generalización del método de las matrices transferencia.

En lo relativo a la introducción de los fenómenos de segundo orden (planteamiento de las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad haciendo uso de la geometría posterior a la deformación) no es posible aquí, por razones de espacio, dar otra cosa que un conjunto de reglas de tipo operativo:

— Dividir las barras en partes (por introducción de nudos intermedios), de modo que la geometría de la estructura deformada quede bien representada a partir exclusivamente de las posiciones *trasladadas* de los nudos.

— Calcular las *matrices de paso* de ejes particulares de barra a ejes generales, en función de los movimientos de los nudos extremos en la iteración precedente (vectores $\bar{d}'_{1\,ant}$, $\bar{d}'_{2\,ant}$, referidos a los ejes generales):

$$\dot{\bar{\bar{T}}} = \begin{bmatrix} \cos\dot{\alpha}\ , & -\operatorname{sen}\dot{\alpha}\ , & 0 \\ \operatorname{sen}\dot{\alpha}\ , & \cos\dot{\alpha}\ , & 0 \\ 0\ , & 0\ , & 1 \end{bmatrix}, \tag{I.2.1}$$

siendo:

$$\begin{aligned} \cos\dot{\alpha} &= [(x_2 + d'_{2x\,ant}) - (x_1 + d'_{1x\,ant})]/\dot{l} \equiv \dot{a}/\dot{l} \\ \operatorname{sen}\dot{\alpha} &= [(y_2 + d'_{2y\,ant}) - (y_1 + d'_{1y\,ant})]/\dot{l} \equiv \dot{b}/\dot{l} \\ \dot{l} &= \sqrt{\dot{a}^2 + \dot{b}^2} \simeq l \qquad (2) \end{aligned} \tag{I.2.2}$$

Estas matrices de paso son las que deben utilizarse para transformar las matrices del párrafo (*a*) anterior y los vectores (*b*) a ejes generales ($\dot{\bar{\bar{K}}}'_{ij} = \dot{\bar{\bar{T}}}\,\bar{\bar{K}}_{ij}\,\dot{\bar{\bar{T}}}^t$, $\bar{q}'_i = \dot{\bar{\bar{T}}}\,\bar{q}_i$); y para transformar los movimientos de los nudos de ejes generales a particulares ($\bar{d}_i = \dot{\bar{\bar{T}}}^t\,\bar{d}'_i$) (3).

— Obtener las matrices $\bar{\bar{K}}_{ij}$ según I.1.24, pero $\bar{q}_1$ y $\bar{q}_2$ según las fórmulas:

$$\bar{q}_1 = \bar{\bar{K}}_{12}\,\bar{c}_0 + \bar{\bar{K}}_{12}\,\bar{e}_0\ (= -\bar{\bar{H}}\,\bar{q}_2)\quad ,\quad \bar{q}_2 = \bar{\bar{K}}_{22}\,\bar{c}_0 + \bar{\bar{K}}_{22}\,\bar{e}_0 \tag{I.2.3}$$

El vector $\bar{e}_0$ se obtiene en la forma que se indica en el párrafo siguiente. Para una iteración dada, los mismos vectores $\bar{q}_1$ y $\bar{q}_2$ (dados por I.2.3) deben utilizarse para: 1.º, in-

(1) Ver referencias número 1 (Livesley), número 2 (Gere-Weaver), etc.
(2) Ver nota número 6 del apartado I.1.
(3) $1 \leq i \leq 2$, $1 \leq j \leq 2$.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

troducirse, cambiados de signo, como cargas ficticias adicionales en los nudos extremos de cada barra; 2.º, para calcular los esfuerzos en las barras de acuerdo con 1.1.22. Todo esto, siempre que se generen $\overline{\overline{K}}'_{ij}$, $\overline{q}'_i$ y $\overline{d}_i$ a partir de $\overline{\overline{K}}_{ij}$, $\overline{q}_i$ y $\overline{d}'_i$ en la forma antes indicada.

— El valor de $\overline{e}_0$ se hace inicialmente nulo para cada barra. Completada una de las iteraciones del análisis global de la estructura, el valor de $\overline{e}_0$ se sustituye en cada barra por:

$$\overline{e}_0 - [(\Delta \dot{\overline{\overline{T}}}^t)\, \overline{d}'_2 - \overline{\overline{H}}^t (\Delta \dot{\overline{\overline{T}}}^t)\, \overline{d}'_1] \qquad (= \text{nuevo } \overline{e}_0), \tag{I.2.4}$$

siendo $\overline{d}'_1$ y $\overline{d}'_2$ los movimientos recién calculados de los nudos extremos (referidos a los ejes generales), e $\Delta \dot{\overline{\overline{T}}}$ la diferencia entre la matriz de paso de la iteración siguiente (calculable con estos nuevos $\overline{d}'_1$ y $\overline{d}'_2$) y la $\dot{\overline{\overline{T}}}$ utilizada en la iteración recién ejecutada. Esta expresión para el nuevo $\overline{e}_0$ sólo vale si $\dot{l} \cong l$, hipótesis que se ha comentado ya anteriormente.

— Suponer que las acciones siguen a la estructura en su deformación, pero manteniendo su orientación inicial (en caso contrario hay que precisar la correspondiente regla de transformación).

Tanto dentro de la teoría de primer orden como en la de segundo orden, el método propuesto es iterativo, ya que el cálculo de las diferentes magnitudes relativas a cada barra ($\overline{\overline{K}}_{ij}$, $\overline{q}_i$, $\dot{\overline{\overline{T}}}$, etc.) presupone el conocimiento de los esfuerzos y movimientos (el de estos últimos, sólo dentro de la teoría de segundo orden) para la barra en cuestión en la iteración precedente. Inicialmente estos esfuerzos y movimientos se fijan con valor nulo, de modo que la primera iteración equivale normalmente a un cálculo elástico (la misma puede servir de base para el conocimiento de los porcentajes de redistribución de los esfuerzos, dato siempre interesante; en cambio, de las siguientes iteraciones, sólo la última o definitiva tiene auténtico significado físico).

El estudio matemático de las condiciones necesarias para la convergencia del proceso es un problema arduo e innecesario, porque empíricamente es constatable su rápida convergencia (en general, basta con muy escaso número de iteraciones, siempre que se adopte el criterio de convergencia indicado más abajo). No obstante, hay que precisar lo siguiente:

— Si se opera dentro de la teoría de segundo orden, para determinados tipos de estructuras y acciones, se observa que, para un cierto nivel de carga, incrementos pequeños de la misma producen bruscamente una inestabilización del proceso de cálculo, creciendo indefinidamente (a favor de las cargas) los movimientos de las sucesivas iteraciones (los esfuerzos, en cambio, permanecen más estables, dentro de ciertos límites). Esta situación debe evidentemente identificarse como el colapso por pandeo anelástico del conjunto.

— Aun dentro de la teoría de primer orden, en las proximidades de los puntos de esfuerzo nulo pueden producirse variaciones porcentuales importantes (del esfuerzo correspondiente) entre una y otra iteración, aun cuando la estabilización de los máximos esfuerzos y movimientos sea prácticamente total. Por esta razón conviene ignorar, a efectos del control de la convergencia, los valores pequeños de los esfuerzos y movimien-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

tos (4); por ejemplo, los inferiores en valor absoluto a un 10 por 100 ($= \delta$) del máximo esfuerzo o movimiento de idéntica naturaleza (por separado flectores, axiles, etc.). Asimismo, el error porcentual admitido en los resultados, estimado en la práctica como variación de cada resultado entre dos iteraciones consecutivas (5), debe hacerse variable según el valor absoluto del propio resultado numérico; por ejemplo, con variación lineal entre un Δ_1 % para los máximos y un Δ_2 % para aquellos resultados cuyo valor sea en valor absoluto igual a un δ % del máximo respectivo. Unos valores recomendables pueden ser, por ejemplo:

$$\Delta_1 = 0{,}5\,\% \quad \text{ó} \quad 0{,}25\,\% \quad , \quad \Delta_2 = 10\,\% \ (\text{y } \delta = 10\,\% \quad \text{ó} \quad 15\,\%)$$

— A pesar de lo dicho, pueden producirse situaciones en las que el proceso no converja por causas estrictamente de origen numérico; por ejemplo, debido a un mal condicionamiento del sistema de ecuaciones a resolver; por ello, conviene que en los programas de cálculo se controlen de manera automática los valores relativos de las rigideces de los distintos elementos.

En lo que respecta a los cálculos de segundo orden, hay que hacer constar que el método de cálculo planteado no tiene en cuenta la posibilidad de pandeo de la estructura fuera de su plano, ni la influencia de las imperfecciones geométricas aleatorias de las piezas. No obstante, este último efecto puede tenerse en cuenta fácilmente sin más que modificar (en el sentido más desfavorable) los datos geométricos de la estructura respecto a los teóricos o ideales, evaluando dichas alteraciones geométricas en base a información estadística de las mismas y a un determinado nivel de confianza de no ser sobrepasados los valores supuestos.

De todas formas, lo sugerido en el párrafo anterior (método *semiprobabilístico*) tiene, para este fenómeno particular, el grave inconveniente de que es difícil establecer cuantitativamente la correlación entre el nivel de confianza en los datos (alteraciones geométricas) y en los resultados (carga portante de la estructura); por lo cual, un estudio riguroso de la seguridad de la estructura puede requerir acudir a técnicas de simulación, con generación automática de muestras pseudoaleatorias de los datos y análisis estadístico de los resultados (éstos, obtenidos a través de un algoritmo determinístico como el aquí propuesto), hasta definir razonablemente bien las distribuciones de probabilidad de estos últimos. Naturalmente, un cálculo de esta envergadura sólo tiene razón de ser para piezas sencillas y para estudios especiales.

I.3. Ejemplos de cálculo.

En primer lugar se analiza el pórtico indicado en la figura I.3.1, dentro de la teoría de primer orden y con definición sencilla de las leyes momentos-curvatura: diagramas bilineales unívocos (sin dependencia de N), salvo para las barras 2-3 y 5-6, para las cuales los valores últimos del momento y de la curvatura se ajustan según el axil, dentro de un intervalo de valores estimado para cubrir los axiles resultantes con los valores supuestos de la carga P. Los cálculos se han efectuado con las leyes momentos-curvatura definidas por la tabla siguiente:

(4) Este problema desaparece si se controlan errores absolutos en lugar de porcentuales. En cualquier caso, la trascendencia de los esfuerzos y movimientos indicados es mínima a todos los efectos.

(5) Es claro que si X-$X_{ant.}$ tiende a cero para todos los resultados "X", el proceso de cálculo tiende a la solución "exacta".

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

m . t					m^{-1}					Axil N_i (t)	Barras
M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	χ_1	χ_2	χ_3	χ_4	χ_5		
— 225	— 195	0	195	225	— 0,02	—0,00005	0	0,000025	0,01	—	1-2 y 5-7
— 425	— 370	0	725	800	— 0,016	—0,00005	0	0,000055	0,008	—	2-4 y 4-5
— 275	— 235	0	235	275	— 0,01	—0,000025	0	0,000025	0,01	— 75	2-3 y 5-6
— 270	— 230	0	230	270	— 0,011	—0,000026	0	0,000026	0,011	— 50	
— 265	— 225	0	225	265	— 0,012	—0,000027	0	0,000027	0,012	— 25	

En esta tabla, los valores (χ_j, M_j) son los correspondientes a los vértices del diagrama momentos curvatura.

Los axiles se suponen en régimen elástico, si bien con valores diferentes de la rigidez "E A" ($\equiv N/\varepsilon$) según el signo del esfuerzo (1):

"E A" (t)		Barras
Compresión	Tracción	
4666666	950000	1-2 y 5-7
7000000	950000	2-4 y 4-5
7000000	937500	2-3 y 5-6

(1) En realidad en este caso es fácil prever el signo del axil en todas las barras, con lo cual esa diferenciación es innecesaria.

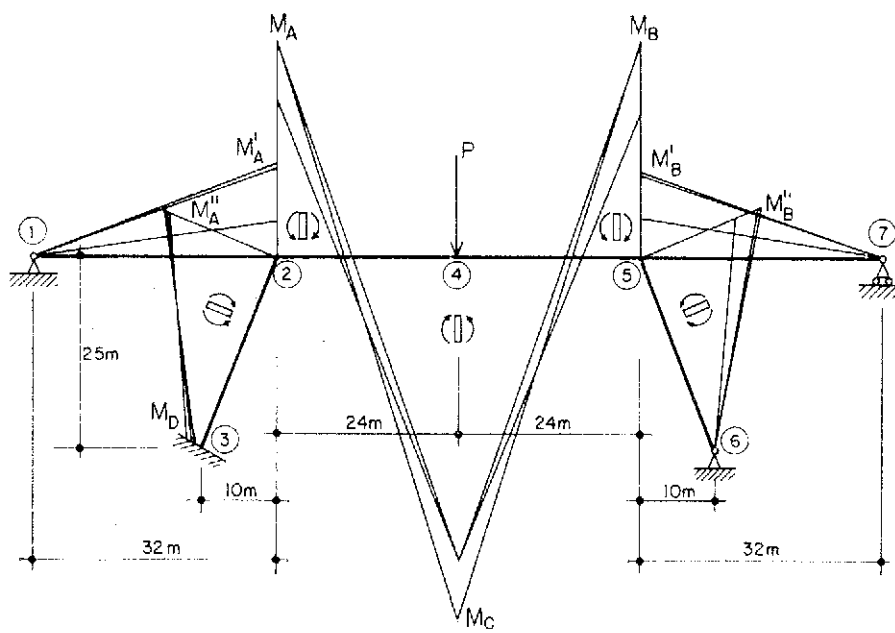


Figura I.3.1.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Las características indicadas de las secciones no corresponden a ningún caso real, pero han sido elegidas dentro de márgenes potencialmente reales; con lo cual, el ejemplo presentado tiene interés no solamente como prueba del algoritmo de cálculo, sino también como muestra de la adaptación anelástica de las estructuras reales de grandes dimensiones. En la propia figura I.3.1 se representan gráficamente las leyes de flectores obtenidas para tres niveles de carga; numéricamente, dichos resultados son:

				Valores "elásticos"		
m . t	$P = 75$ t	$P = 85$ t	$P = 95$ t	$P = 75$ t	$P = 85$ t	$P = 95$ t
M_A	— 310	— 420,3	— 426,5	— 356,6	— 404,1	— 451,7
M'_A	— 70,2	— 177,7	— 182,6	— 132,3	— 150	— 167,6
M''_A	— 239,8	— 242,6	— 243,9	— 224,3	— 254,1	— 284,1
M_B	— 284,2	— 420,4	— 426,5	— 327,6	— 371,2	— 414,9
M'_B	— 77,6	— 164,6	— 169,5	— 144,3	— 163,5	— 182,7
M''_B	— 206,6	— 255,8	— 257	— 183,3	— 207,7	— 232,2
M_C	602,9	599,6	713,5	557,9	632,3	706,7
M_D	— 24,7	— 13,9	— 12,9	107,8	122,2	136,6

Los valores *elásticos* indicados en la tabla anterior son los que se obtienen operando con las siguientes rigideces de las secciones:

— A flexión, la rigidez de la rama M-χ para flectores positivos en fase *elástica* (para $N = 0$, o para el valor de N más próximo a cero, en caso de diagramas variables con el axil).

— Frente a deformaciones axiles, la rigidez de la rama N-ε para compresiones en fase *elástica* (y $M = 0$).

Observando los resultados anteriores se deduce que, para la estructura en cuestión, las sucesivas redistribuciones de esfuerzos se producen debido a:

— La reducción de rigidez por flexión negativa en las barras 1-2, 5-7, 2-3, 5-6 (y parcialmente, las 2-4 y 4-5).

— La entrada en fase plástica del extremo "2" de la barra 2-3.

— La entrada en fase plástica del extremo "2" de la barra 2-4, del "5" de la 4-5 y del extremo "5" de la 5-6.

En cambio, no llega a formarse la rótula plástica *positiva* en el nudo "4". En efecto, cuando M_C vale un 89,2 por 100 de su valor de rotura, M_A y M_B han alcanzado ya el 100 por 100 de su valor último. De esta forma, el valor de agotamiento de la carga P es, aproximadamente, de 95 t, es decir, un 93 por 100 de la carga prevista por la teoría de la plasticidad ($P = 102{,}1$ t) y un 106,4 por 100 de la calculable con los esfuerzos elásticos ($P = 89{,}3$ t, que da un M'_A *elástico* igual a 425 mt). Los movimientos calculados se incrementan notablemente respecto a los *elásticos* (por ejemplo, 3,16 veces para el descenso del nudo "4").

En cuanto a la convergencia del proceso de cálculo, con tan sólo cuatro iteraciones se obtienen errores del orden del 0,1 por 100 para los esfuerzos y movimientos máximos en valor absoluto (y ligeramente superiores para los de menor importancia).

Como segundo ejemplo de cálculo se presenta el caso del arco articulado-empotrado de directriz parabólica indicado en la figura I.3.2, con las cargas especificadas en esta misma figura. Se ha considerado al efecto una única sección tipo, con una familia comple-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

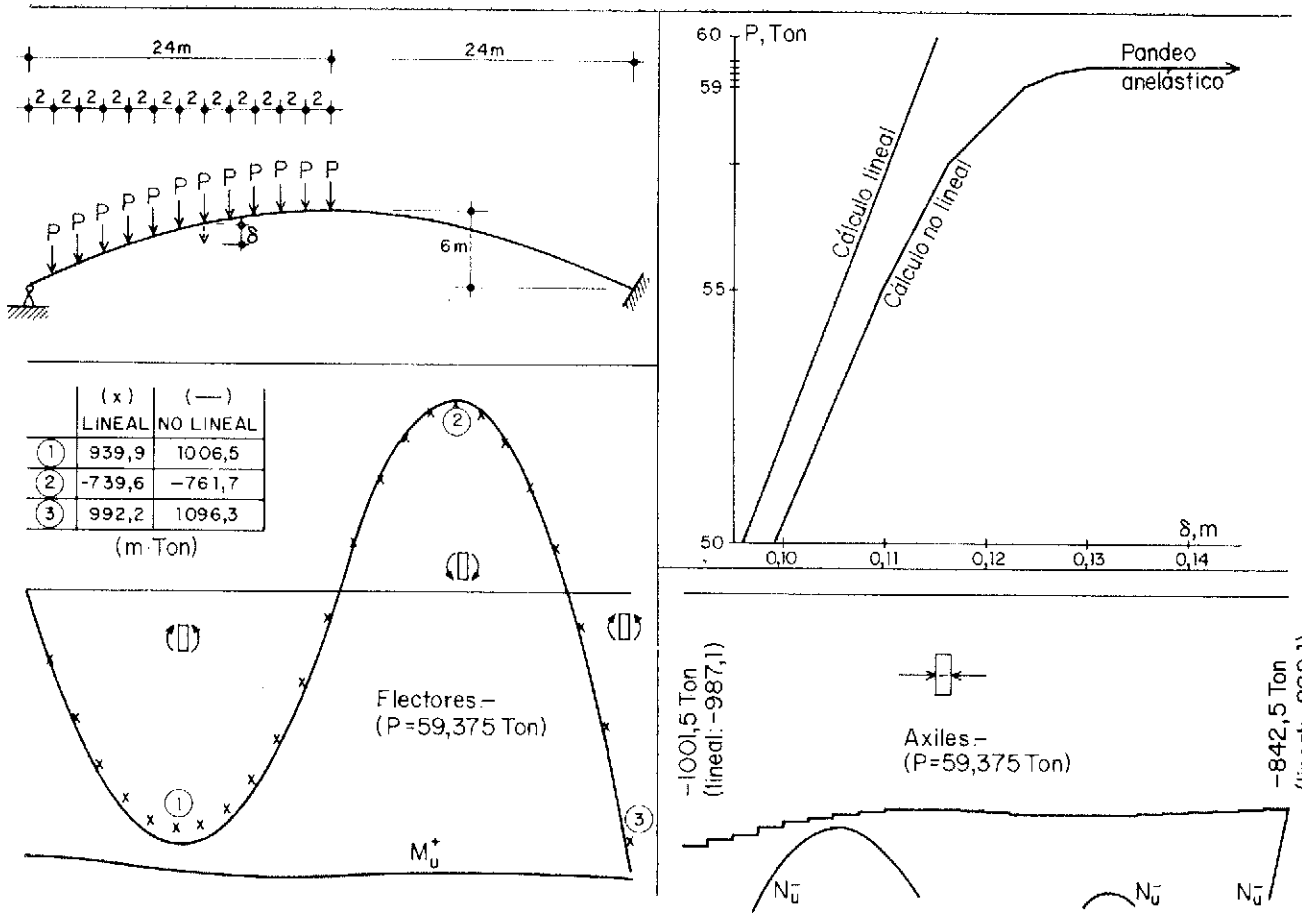


Figura 1.3.2.

ta de diagramas momentos-curvatura para axil de compresión, y de diagramas axil-elongación para todo rango de flectores; y adoptando leyes *simétricas* (2) (es decir, suponiendo simétrica la sección) y bilineales. De esta forma, para definir dichas leyes, basta con dar el *vértice* y el *extremo* de las mismas:

Ley momentos-curvatura ($m \cdot t$, m^{-1})

Vértice		Valores últimos		Axil (t)
$\lvert M \rvert$	$\lvert \chi \rvert$	$\lvert M_u \rvert$	$\lvert \chi_u \rvert$	
1225	0,00174	1400	0,02	0
1137	0,00162	1300	0,02	— 500
1028	0,00146	1175	0,01538	— 750
919	0,00131	1050	0,01356	— 1000
612	0,000869	700	0,01149	— 1250
394	0,000559	450	0,01023	— 1500
153	0,000217	175	0,01	— 1750
43	0,000061	50	0,01	— 1900

(2) Es decir, con M definido como función "impar" de χ (a N cte.), y N como función "par" de χ (a M cte.).

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Ley axil-elongación (t, —)

Vértice		Valores últimos		Flector (m . t)
N	ε	N_u	ε_u	
— 1950	— 0,0017	— 1975	— 0,02	0
— 1360	— 0,00119	— 1445	— 0,0095	± 500
— 835	— 0,000729	— 930	— 0,0063	± 1000
— 485	— 0,000424	— 555	— 0,0026	± 1250
— 215	— 0,00019	— 285	— 0,001	± 1350

En la misma figura se representan gráficamente algunos resultados seleccionados, que son expresivos por sí mismos. Se observará que, junto a las leyes de esfuerzos, se dan en cada punto del arco el momento último M^+_u (que depende del axil actuante en la sección correspondiente y es, por tanto, variable a lo largo de la directriz) y del axil último N^-_u (dependiente de M y, por tanto, también variable). La proximidad de la curva M^+_u y de la N^-_u a las leyes de flectores y axiles corresponde a las secciones más cercanas al agotamiento.

II. ANALISIS NO LINEAL DE LAMINAS DE REVOLUCION DE HORMIGON ARMADO

II.1. Planteamiento del análisis como extensión de los métodos "matriciales" del cálculo de estructuras de barras. Relaciones esfuerzos-deformaciones.

Tras el estudio *matricial* de los fenómenos no lineales en estructuras de barras, es fácil la comprensión del método de cálculo que se propone a continuación para láminas de revolución (cargadas y sustentadas simétricamente). Otros procedimientos de análisis se comentan en el apartado II.5, pero requieren un aparato conceptual más amplio y sustancialmente distinto al que es habitual en el cálculo de estructuras de barras.

En la figura II.1.1 pueden verse los esfuerzos que hay que considerar sobre un elemento de lámina comprendido entre dos meridianos y dos paralelos a distancia infinitesimal, esfuerzos que son en esencia los mismos que habitualmente se consideran sobre un elemento de barra (fig. I.1.3), sin más que medirlos por unidad de longitud del paralelo respectivo, más unos axiles y flectores N_0, M_0 actuantes en la dirección ortogonal y medidos por unidad de longitud de meridiano. Como es bien sabido, el resto de los esfuerzos actuantes sobre dicho elemento de lámina son nulos, en virtud de la simetría del problema.

Conviene especificar claramente las hipótesis en las cuales se basa el análisis que se propone en los siguientes apartados:

II.1.A. Se supone que el meridiano tiene forma poligonal, siendo recta la directriz de cada porción elemental de lámina (fig. II.1.1). Esta hipótesis no es restrictiva en la práctica, siempre que se cuente con medios de cálculo automático suficientemente potentes como para efectuar una discretización del meridiano de la lámina tan fina como sea preciso [1].

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

II.1.B. Se supone, asimismo, que la longitud de cada elemento de meridiano es lo bastante pequeña como para que puedan aceptarse variaciones lineales de los esfuerzos entre los dos paralelos extremos de cada elemento [1].

II.1.C. Cargas actuantes exclusivamente en los paralelos de separación entre elementos. En caso de cargas repartidas, su discretización no afecta prácticamente a los resultados, siempre que dichos paralelos estén suficientemente próximos (1).

II.1.D. Relaciones esfuerzos-deformaciones de tipo trilineal, con parámetros dependientes del esfuerzo axil. Nulidad del efecto Poisson.

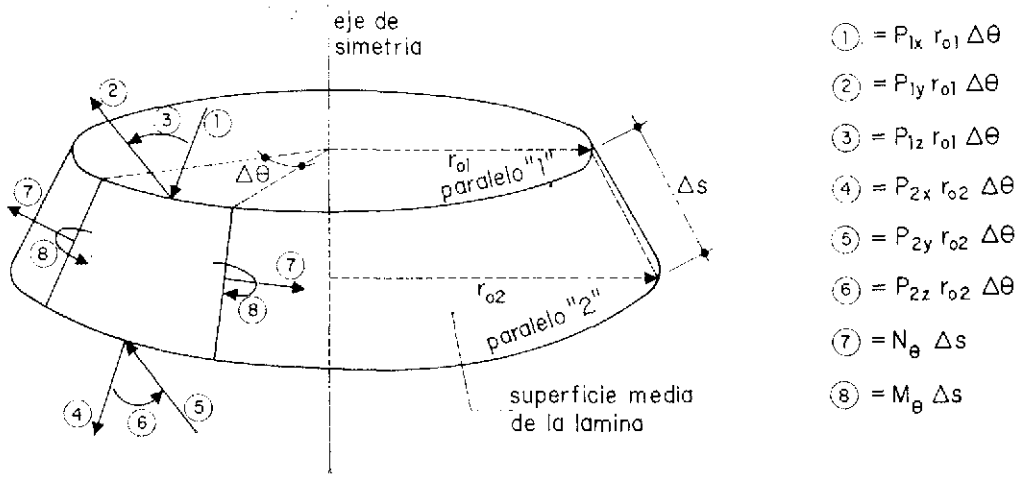


Figura II.1.1.

Poco hay que añadir aquí a lo licho en el apartado I.1 acerca de las leyes esfuerzos-deformaciones. Unicamente, que la simplificación de prescindir del efecto Poisson apenas afecta al análisis de la lámina, al menos en caso de que el material de la misma sea el hormigón armado; el valor real del coeficiente de Poisson puede no obstante tenerse en cuenta para la evaluación a posteriori de algún esfuerzo secundario (M_0).

Supondremos una disposición simétrica (respecto a la superficie media) de las armaduras junto a ambos paramentos de la lámina; y que la orientación de las mismas coincide con la de meridianos y paralelos. La relación entre esfuerzos actuantes en las secciones normales a los meridianos ($N\varphi$, $M\varphi$) (2) y las deformaciones correlativas ($\varepsilon\varphi$, $\chi\varphi$), de acuerdo con II.1.D, se escribe:

(II.1.1)

$$\text{Para} \quad 0 \leq M\varphi \leq M\varphi_1 \quad , \quad \chi\varphi = \frac{M\varphi}{G\varphi_I} \quad , \quad \varepsilon\varphi = \frac{N\varphi}{G'\varphi_I}$$

$$\text{Para} \quad M\varphi_1 \leq M\varphi \leq M\varphi_2 \quad , \quad \chi\varphi = \chi\varphi_1 + \frac{M\varphi - M\varphi_1}{G\varphi_{II}} \quad , \quad \varepsilon\varphi = \frac{N\varphi}{G'\varphi_I} + \frac{\chi\varphi - \chi\varphi_1}{G'\varphi_{II}}$$

(1) En las pruebas de cálculo efectuadas, con longitudes del elemento de meridiano (Δs) del orden de dos a tres veces el canto de la lámina, se han observado errores insignificantes.

(2) En la figura II.1.1: $N_\varphi = -P_{1x}, P_{2x}$; $M_\varphi = -P_{1z}, P_{2z}$.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Para $\quad M_{\varphi 2} < M_\varphi < M_{\varphi u} \quad , \quad \chi_\varphi = \chi_{\varphi 2} + \dfrac{M_\varphi - M_{\varphi 2}}{G_{\varphi_{III}}} \quad , \quad \varepsilon_\varphi = \dfrac{N_\varphi}{G'_{\varphi_1}} + \dfrac{\chi_{\varphi 2} - \chi_{\varphi 1}}{G'_{\varphi_{II}}} +$

$$+ \frac{\chi_\varphi - \chi_{\varphi 2}}{G'_{\varphi_{III}}} ,$$

y *simétricamente* para $M_\varphi < 0$, dada la disposición simétrica de las armaduras. La representación gráfica esquemática de las leyes II.1.1 puede verse en la figura II.1.2.

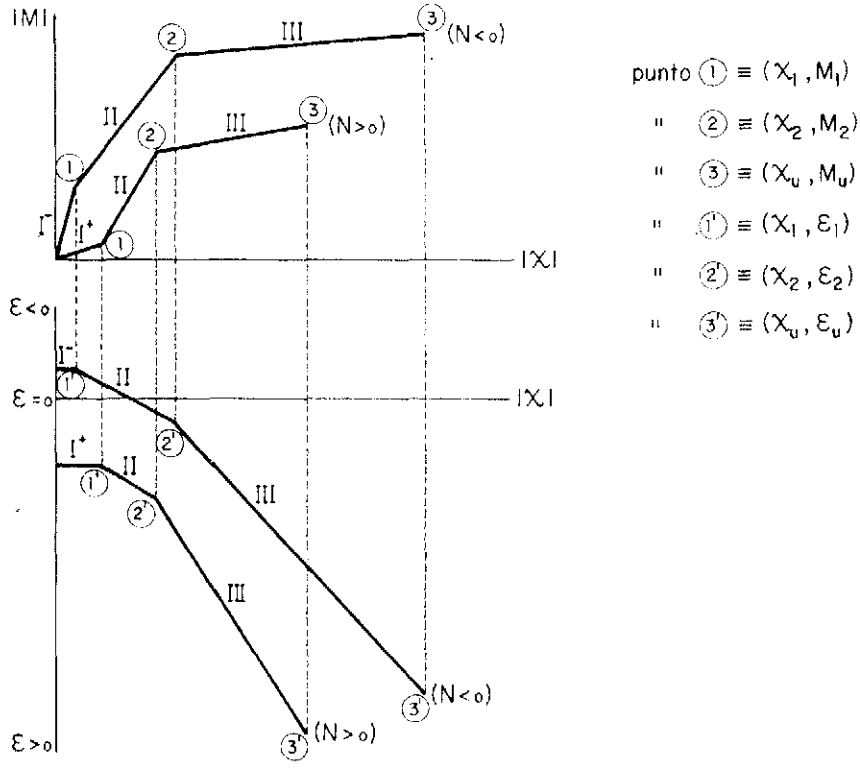


Figura II.1.2.

Los módulos G_{φ_I}, $G_{\varphi_{II}}$, $G_{\varphi_{III}}$, G'_{φ_I}, $G'_{\varphi_{II}}$, $G'_{\varphi_{III}}$, $M_{\varphi 1}$, $M_{\varphi 2}$, $M_{\varphi u}$, $\chi_{\varphi 1}$, $\chi_{\varphi 2}$, $\chi_{\varphi u}$ (no todos independientes) que intervienen en las relaciones anteriores, dependen paramétricamente del axil N_φ, aunque sólo requieren ser estimados para los valores pequeños de dicho esfuerzo (el cual está fuertemente limitado en las láminas reales por condiciones de seguridad frente al pandeo). Su cálculo puede hacerse en función de las características elásticas del material y de su estado de fisuración para las fases "I" y "II" (elástica y fisurada); y con un diagrama tensión-deformación del tipo parábola-rectángulo para el hormigón (en compresión) y bilineal para las armaduras (o el que corresponda en caso de aceros estirados en frío) en la fase "III" (plástica).

Para los esfuerzos en la dirección de los paralelos, en virtud de II.1.D y de los pequeños valores de M_θ en la práctica, puede operarse con relaciones esfuerzos-deformaciones del tipo:

(II.1.2) $$N_\theta \simeq G'_{\theta 1}\, \varepsilon_\theta \not> N_{\theta u} \quad ; \quad M_\theta \simeq G_{\theta 1}\, \chi_\theta ,$$

dependiendo G'_{θ_1} y G_{θ_1} del signo de N_θ (valores diferentes en tracción y compresión) y limitando N_θ en función de la capacidad mecánica de las correspondientes armaduras (en

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

tracción; en compresión dicho esfuerzo está siempre mucho más limitado por criterios de seguridad al pandeo que lo que se derive de la capacidad resistente de la sección) (3).

Lo expuesto en el presente apartado no puede considerarse en absoluto como un estudio riguroso de la distribución de esfuerzos y deformaciones y de las relaciones no lineales entre ambos en estructuras laminares. Una información más detallada al respecto puede verse en las referencias 5 y 13.

II.2. Respuesta de un elemento de lámina.

En la figura II.2.1 se indican las componentes de los siguientes vectores (esfuerzos y movimientos de extremo del elemento de lámina, *en ejes generales*):

$$\bar{p}'_1 = \begin{bmatrix} p'_{1x} \\ p'_{1y} \\ p'_{1z} \end{bmatrix}, \quad \bar{p}'_2 = \begin{bmatrix} p'_{2x} \\ p'_{2y} \\ p'_{2z} \end{bmatrix}, \quad \bar{d}'_1 = \begin{bmatrix} d'_{1x} \\ d'_{1y} \\ d'_{1z} \end{bmatrix}, \quad \bar{d}'_2 = \begin{bmatrix} d'_{2x} \\ d'_{2y} \\ d'_{2z} \end{bmatrix} \tag{II.2.1}$$

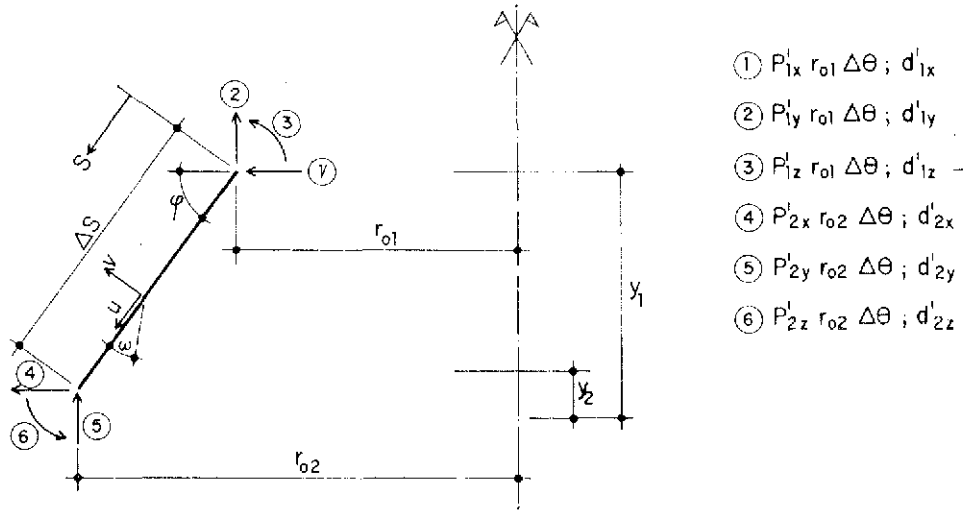


Figura II.2.1.

Asimismo, los esfuerzos según los meridianos indicados en la figura II.1.1 (referidos a los ejes locales del elemento) y los movimientos correlativos (particularizaciones de u, v, ω en los extremos del elemento; u, v, ω se indican en la figura II.2.1) pueden agruparse vectorialmente:

$$\bar{p}_1 = \begin{bmatrix} p_{1x} \\ p_{1y} \\ p_{1z} \end{bmatrix}, \quad \bar{p}_2 = \begin{bmatrix} p_{2x} \\ p_{2y} \\ p_{2z} \end{bmatrix}, \quad \bar{d}_1 = \begin{bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{1z} \end{bmatrix}, \quad \bar{d}_2 = \begin{bmatrix} d_{2x} \\ d_{2y} \\ d_{2z} \end{bmatrix} \tag{II.2.2}$$

La relación entre los vectores II.2.1 y II.2.2 se establece en la forma:

$$\bar{p}'_1 = \bar{\bar{T}}\,\bar{p}_1, \quad \bar{p}'_2 = \bar{\bar{T}}\,\bar{p}_2, \quad \bar{d}_1 = \bar{\bar{T}}^t\,\bar{d}'_1, \quad \bar{d}_2 = \bar{\bar{T}}^t\,\bar{d}'_2, \tag{II.2.3}$$

(3) En tracción, dado el importante descenso del módulo G'_{θ_1} y la influencia de éste en los movimientos de la lámina y en las redistribuciones de los esfuerzos, convendría tener en cuenta la incidencia en G'_{θ_1} de las tracciones existentes en el hormigón entre fisuras, estimando la distribución de éstas con criterios semiempíricos (ver referencia número 9).

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

siendo:

$$\text{(II.2.4)} \qquad \overline{\overline{T}} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \operatorname{sen}\varphi & 0 \\ -\operatorname{sen}\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \cos\varphi = \frac{r_{02} - r_{01}}{\Delta s}, \quad \operatorname{sen}\varphi = \frac{y_1 - y_2}{\Delta s}$$

Obviamente, la matriz de paso, $\overline{\overline{T}}$, es ortogonal ($\overline{\overline{T}}^{-1} = \overline{\overline{T}}^t$).

Las ecuaciones de equilibrio del elemento de lámina se establecen fácilmente suponiendo infinitesimal el ángulo $\Delta\theta$ y lineal la variación de N_θ y M_θ entre los paralelos extremos del elemento (de acuerdo con la hipótesis II.1.B), así como la ausencia de cargas intermedias (hipótesis II.1.C):

$$\text{(II.2.5)} \qquad r_{01}\,\overline{p}'_1 + r_{02}\,\overline{\overline{H}}'\,\overline{p}'_2 = \overline{H}'_{\theta 1}\,N_{\theta 1} + \overline{H}'_{\theta 2}\,N_{\theta 2} + (M_{\theta 1} + M_{\theta 2})\,J'_\theta,$$

siendo $N_{\theta 1}$, $N_{\theta 2}$, $M_{\theta 1}$, $M_{\theta 2}$ los valores de N_θ y M_θ en los paralelos extremos "1" y "2"; y:

$$\text{(II.2.6.)} \qquad \overline{\overline{H}}' = \begin{bmatrix} 1 & , & 0 & , & 0 \\ 0 & , & 1 & , & 0 \\ -(\Delta s)\operatorname{sen}\varphi & , & -(\Delta s)\cos\varphi & , & 1 \end{bmatrix}$$

$$H'_{\theta 1} = \frac{\Delta s}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -\dfrac{(\Delta s)\operatorname{sen}\varphi}{3} \end{bmatrix}, \quad \overline{H}'_{\theta 2} = \frac{\Delta s}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -\dfrac{2(\Delta s)\operatorname{sen}\varphi}{3} \end{bmatrix}, \quad J'_\theta = \frac{(\Delta s)\cos\varphi}{2}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Con la ayuda de las relaciones de paso II.2.3 es inmediato obtener las ecuaciones de equilibrio en ejes locales:

$$\text{(II.2.7)} \qquad r_{01}\,\overline{p}_1 + r_{02}\,\overline{\overline{H}}\,\overline{p}_2 = \overline{H}_{\theta 1}\,N_{\theta 1} + \overline{H}_{\theta 2}\,N_{\theta 2} + (M_{\theta 1} + M_{\theta 2})\,J_\theta$$

siendo:

$$\text{(II.2.8)} \qquad \overline{\overline{H}} = \overline{\overline{T}}^t\,H'\,T \quad , \quad \overline{H}_{\theta 1} = \overline{\overline{T}}^t\,\overline{H}'_{\theta 1} \quad , \quad \overline{H}_{\theta 2} = \overline{\overline{T}}^t\,\overline{H}'_{\theta 2} \quad , \quad \overline{J}_\theta = \overline{\overline{T}}^t\,\overline{J}'_\theta$$

Puede demostrarse que para tener una precisión relativa de valor Δ (en tanto por uno) para los términos en N_θ y M_θ que intervienen en estas ecuaciones de equilibrio (habida cuenta de la hipótesis simplificativa II.1.B) debe aproximadamente verificarse:

$$\text{(II.2.9)} \qquad \Delta s < \sqrt{3\Delta}\,.\,r_\varphi/\lambda,$$

siendo:

$$\text{(II.2.10)} \qquad \lambda^4 = 3(1-\nu^2)\frac{a^2}{h^2} \quad , \quad a = \frac{r^2_\varphi \operatorname{sen}\varphi}{r_0}$$

en donde r_φ es el radio de curvatura del meridiano real (no del meridiano idealizado según la hipótesis II.1.A), h es el canto de la lámina y ν el coeficiente de Poisson (1). La acotación II.2.9 debe tenerse en cuenta para la partición de la lámina en elementos.

El flector M_θ adopta valores del orden de νM_φ (2), con lo cual su influencia en las ecuaciones II.2.5 y II.2.7 es muy pequeña. Para simplificar el desarrollo prescindiremos

(1) Con los valores habituales de ν en el caso del hormigón armado, su influencia en el valor de λ es muy pequeña.

(2) Existen fórmulas más adecuadas para la estimación de M_θ en el caso de comportamiento no lineal.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

del término correspondiente en dichas ecuaciones, si bien M_θ debe estimarse a posteriori en la forma indicada.

La introducción de las ecuaciones constitutivas (II.1.1) puede hacerse de forma similar a como se efectuó en el caso de estructuras de barras. Con la coordenada s, indicada en la figura II.2.1, en el interior del elemento $(0 < s < \Delta s)$, se tiene:

$$\varepsilon_\varphi = d\,u/d\,s \quad , \quad \omega = -\frac{d\,v}{d\,s} \quad , \quad \chi_\varphi = \frac{d\,\omega}{d\,s} \qquad (3)$$

con lo cual:

$$\text{(II.2.11)} \qquad \bar{d}_2 - \bar{\bar{H}}^t\,\bar{d}_1 = \bar{e} \equiv \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix},$$

siendo:

$$\text{(II.2.12)} \qquad e_x = \int_0^{\Delta s} \varepsilon_\varphi\,d\,s \quad , \quad e_y = -\int_0^{\Delta s} d\,s \int_0^s \chi_\varphi\,d\,s \quad , \quad e_z = \int_0^{\Delta s} \chi_\varphi\,d\,s$$

Efectuando las integraciones II.2.12 de acuerdo con las relaciones II.1.1 y con la hipótesis II.1.B (variación lineal con s de N_φ entre $-p_{1x}$ y p_{2x}; y de M_φ entre $-p_{1z}$ y p_{2z}) (4) es posible relacionar $\bar{e}$ con los esfuerzos de extremo del elemento. Se obtiene así:

$$\text{(II.2.13)} \qquad \bar{e} = \bar{\bar{F}}_1\,\bar{p}_1 + \bar{\bar{F}}_2\,\bar{p}_2 - \bar{c}_0$$

expresión en la que las matrices $\bar{\bar{F}}_1$ y $\bar{\bar{F}}_2$ (de dimensión 3×3) y el vector $\bar{c}_0$ dependen de los propios esfuerzos, lo que obligará, como en el caso de barras, a un análisis iterativo de la estructura (en el cual $\bar{\bar{F}}_1$, $\bar{\bar{F}}_2$, $\bar{c}_0$ se estiman en función de los esfuerzos calculados en la iteración precedente para el elemento de lámina en cuestión).

La deducción de II.2.13 es extensa y sólo es posible dar aquí una breve referencia de la misma: de acuerdo con las ecuaciones II.1.1 y la hipótesis II.1.B es claro que pueden diferenciarse en el elemento cinco zonas (numeradas según un índice i, $1 \leq i \leq 5$), en las que sean de aplicación las diferentes ramas de las leyes esfuerzos-deformaciones, y en las que ε_φ, χ_φ se expresan, por tanto (en su interior) de forma lineal respecto de s:

$$\text{(II.2.14)} \qquad \varepsilon_\varphi = A_{i1} + A_{i2}\,s \quad , \quad \chi_\varphi = B_{i1} + B_{i2}\,s \qquad (1 \leq i \leq 5)$$

Los valores de s de separación de estas cinco zonas (algunas, eventualmente vacías) se denominan s_i, $1 \leq i \leq 6$ $(0 = s_1 \leq s_2 \leq s_3 \leq s_4 \leq s_5 \leq s_6 = \Delta s)$. Los coeficientes A_{ik} y B_{ik} son combinaciones lineales de los elementos de $\bar{p}_1$ y $\bar{p}_2$ (si bien dependen, además, implícitamente del axil con el que se suponen calculados los parámetros de las leyes II.1.1). Es decir:

$$\text{(II.2.15)} \qquad \begin{aligned} A_{ik} &= A^*_{ik} + C_{ikjm}\,P_{jm} \\ B_{ik} &= B^*_{ik} + D_{ikjm}\,P_{jm} \end{aligned}$$

En estas expresiones, como en las II.2.18-19-20-21-22 que siguen a continuación, se adopta el convenio de sumación implícita respecto a cada pareja de índices repetidos en un mismo monomio, observando los límites siguientes:

$$\text{(II.2.16)} \qquad 1 \leq i \leq 5 \quad , \quad 1 \leq j \leq 2 \quad , \quad 1 \leq k \leq 2 \quad , \quad 1 \leq m \leq 3 \quad , \quad 1 \leq n \leq 3\,,$$

(3) Debido a que, en el interior de cada elemento, el meridiano es rectilíneo (hipótesis II.1.A).

(4) Esta simplificación exige una acotación similar a la II.2.9.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

o los que se indiquen específicamente en caso de otros índices. La notación P_{j1}, P_{j2}, P_{j3} equivale a la p_{jx}, p_{jy}, P_{jz} $(j = 1, 2)$.

Poniendo:

$$l_i = s_{i+1} - s_i \quad , \quad l'_{1i} = l_i \quad , \quad l'_{2i} = (s^2_{i+1} - s_i^2)/2 \quad , \quad l''_{1i} = l'_{2i} \quad , \quad l''_{2i} = (S^3_{i+1} - S_i^3)/6 \, , \tag{II.2.17}$$

es fácil obtener (a partir de II.2.12):

$$\begin{aligned} e_x &= l'_{ki} A_{ik} = l'_{ki} A^*_{ik} + l'_{ki} C_{ikjm} P_{jm} \\ e_z &= l'_{ki} B_{ik} = l'_{ki} B^*_{ik} + l'_{ki} D_{ikjm} P_{jm} \end{aligned} \tag{II.2.18}$$

Asimismo, llamando:

$$U_i^* = \sum_{r=1}^{i-1} l'_{kr} B^*_{rk} \quad , \quad U_{ijm} = \sum_{r=1}^{i-1} l'_{kr} D_{rkjm} \, (U_1^* = 0 \ , \ U_{1jm} = 0) \tag{II.2.19}$$

se tiene:

$$-e_y = l_i U_i^* + l''_{ki} B^*_{ik} + l_i U_{ijm} P_{jm} + l''_{ki} D_{ikjm} P_{jm} \tag{II.2.20}$$

Así, pues:

$$\begin{aligned} F_{j1m} &= l'_{ki} C_{ikjm} \quad , \quad F_{j3m} = l'_{ki} D_{ikjm} \, , \\ F_{j2m} &= -l_i U_{ijm} - l''_{ki} D_{ikjm} \end{aligned} \tag{II.2.21}$$

$$\begin{aligned} c_{01} &= -l'_{ki} A^*_{ik} \quad , \quad c_{03} = -l'_{ki} B^*_{ik} \, , \\ c_{02} &= l_i U_i^* + l''_{ki} B^*_{ik} \end{aligned} \tag{II.2.22}$$

De esta forma queda justificada teóricamente la introducción de las magnitudes $\bar{\bar{F}}_1$, $\bar{\bar{F}}_2$ y $\bar{c}_0$; pero su evaluación práctica mediante las expresiones anteriores es poco eficiente, dado el gran número de elementos idénticamente nulos de las multimatrices C_{ikjm} y D_{ikjm}. De todas formas, la transformación de II.2.21 y II.2.22 en algoritmos más eficientes es ya una tarea eminentemente rutinaria (5).

La compatibilidad de deformaciones de cada paralelo y meridiano permite expresar ε_θ y χ_θ en función de los movimientos u, v, ω de este último: $\varepsilon_\theta = (u \cos\varphi + v \operatorname{sen}\varphi)/r_0$, $\chi_\theta = \omega \cos\varphi / r_0$. De esta forma, para $N_\theta < N_{\theta u}$, se tiene $\bar{H}_{\theta 1} N_{\theta 1} = \bar{\bar{W}}_1 \bar{d}_1$, $\bar{H}_{\theta 2} N_{\theta 2} = \bar{\bar{W}}_2 \bar{d}_2$, siendo:

$$\bar{\bar{W}}_1 = G'_{\theta 11} \frac{\Delta s}{2 r_{01}} \begin{bmatrix} \cos^2\varphi & , & \operatorname{sen}\varphi\cos\varphi & , & 0 \\ \operatorname{sen}\varphi\cos\varphi & , & \operatorname{sen}^2\varphi & , & 0 \\ -\dfrac{\Delta s}{3}\operatorname{sen}\varphi\cos\varphi & , & -\dfrac{\Delta s}{3}\operatorname{sen}^2\varphi & , & 0 \end{bmatrix} \tag{II.2.23}$$

$$\bar{\bar{W}}_2 = G'_{\theta 12} \frac{\Delta s}{2 r_{02}} \begin{bmatrix} \cos^2\varphi & , & \operatorname{sen}\varphi\cos\varphi & , & 0 \\ \operatorname{sen}\varphi\cos\varphi & , & \operatorname{sen}^2\varphi & , & 0 \\ -\dfrac{2\Delta s}{3}\operatorname{sen}\varphi\cos\varphi & , & -\dfrac{2\Delta s}{3}\operatorname{sen}^2\varphi & , & 0 \end{bmatrix}$$

(5) Ver referencia número 13.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Los valores de $G'_{\theta I1}$ y $G'_{\theta I2}$ son los del módulo $G'_{\theta I}$ (recordar II.1.2) para $N_\theta = N_{\theta 1}$ y $N_\theta = N_{\theta 2}$, respectivamente (en la práctica, según los esfuerzos $N_{\theta 1}$ y $N_{\theta 2}$ obtenidos en la iteración precedente).

Con II.2.7, II.2.11, II.2.13 y las expresiones anteriores de $\bar{H}_{\theta 1} N_{\theta 1}$ y $\bar{H}_{\theta 2} N_{\theta 2}$, se puede plantear la ecuación matricial siguiente:

$$\text{(II.2.24)} \qquad \begin{bmatrix} \bar{\bar{F}}_1 & , & \bar{\bar{F}}_2 \\ r_{01}\bar{\bar{I}}_3 & , & r_{02}\bar{\bar{H}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{p}_1 \\ \bar{p}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{\bar{H}}^t & , & \bar{\bar{I}}_3 \\ \bar{\bar{W}}_1 & , & \bar{\bar{W}}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{d}_1 \\ \bar{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{c}_0 \\ \bar{O}_3 \end{bmatrix}$$

siendo $\bar{\bar{I}}_3$ la matriz identidad 3×3 y $\bar{O}_3$ el vector nulo de orden 3. En esta ecuación se ha ignorado la influencia del término en $M_{\theta 1} + M_{\theta 2}$ de II.2.7, pero es fácil ver que el mismo se traduce simplemente en un incremento $(\Delta \bar{\bar{W}}_1, \Delta \bar{\bar{W}}_2)$ de $\bar{\bar{W}}_1$ y $\bar{\bar{W}}_2$, que puede tenerse, si se desea, en cuenta.

Si $N_{\theta 1}$ o $N_{\theta 2}$, o ambos, alcanzan el límite resistente $(N_{\theta u})$, $\bar{\bar{W}}_1 \bar{d}_1$ y/o $\bar{\bar{W}}_2 \bar{d}_2$ deben sustituirse, respectivamente, por $\bar{H}_{\theta 1} N_{\theta u}$, $\bar{H}_{\theta 2} N_{\theta u}$. Así, si $N_{\theta 1}$ y $N_{\theta 2}$ valen $N_{\theta u}$, se tiene:

$$\text{(II.2.25)} \qquad \begin{bmatrix} \bar{\bar{F}}_1 & , & \bar{\bar{F}}_2 \\ r_{01}\bar{\bar{I}}_3 & , & r_{02}\bar{\bar{H}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{p}_1 \\ \bar{p}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{\bar{H}}^t & , & \bar{\bar{I}}_3 \\ \bar{\bar{O}}_{3x3} & , & \bar{\bar{O}}_{3x3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{d}_1 \\ \bar{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{c}_0 \\ (\bar{H}_{\theta 1} + \bar{H}_{\theta 2}) N_{\theta u} \end{bmatrix}$$

Invirtiendo la matriz 6×6 del primer miembro de II.2.24 (6) y premultiplicando los dos miembros de esa igualdad (o de la II.2.25, o la que corresponda) por dicha matriz inversa, se llega a una relación del tipo:

$$\text{(II.2.26)} \qquad \begin{aligned} \bar{p}_1 &= \bar{\bar{K}}_{11} \bar{d}_1 + \bar{\bar{K}}_{12} \bar{d}_2 + \bar{q}_1 \\ \bar{p}_2 &= \bar{\bar{K}}_{21} \bar{d}_1 + \bar{\bar{K}}_{22} \bar{d}_2 + \bar{q}_2 , \end{aligned}$$

formalmente idéntica a la I.1.22 obtenida para el caso de barras, y que define la respuesta del elemento de lámina. También es posible obtener una formulación del tipo I.1.17 (base de cálculos con matrices transferencia).

II.3. Las ecuaciones de la estructura.

Establecida la relación II.2.26 y conocida la matriz de paso II.2.4 (para cada elemento de lámina), las ecuaciones generales de la lámina se forman en cada caso con las mismas técnicas que se han indicado en el apartado I.2 para estructuras de barras, dentro de la teoría de primer orden. Obtenidos los movimientos, los esfuerzos en cada elemento se calculan mediante las mismas II.2.26. Los criterios de convergencia son análogos a los del caso de estructuras de barras.

La convergencia observada es prácticamente tan buena como en el caso de barras. Se logra, claro está, una gran generalidad en lo que respecta a forma geométrica, sustentación (en los bordes y/o en puntos intermedios), etc. Y una adecuación poco común a las leyes reales de comportamiento del material: se pueden perfectamente analizar situaciones con zonas fisuradas total o parcialmente, plastificaciones por tracción de las armaduras, generación de *rótulas plásticas*, etc.

(6) En régimen elástico puede probarse que dicha matriz es siempre invertible. En régimen anelástico no se han observado nunca singularidades, en el gran número de pruebas efectuadas (cumpliendo lo indicado en el párrafo *e*) del apartado I.1).

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

La incorporación de los fenómenos de segundo orden en deformaciones puede abordarse de forma parecida a la indicada en el apartado I.2 para el análisis de estructuras de barras. Desgraciadamente, en el caso de láminas, la convergencia obtenida en las pruebas efectuadas no puede considerarse satisfactoria. Este es un tema importante a resolver por investigaciones futuras, pues las amplificaciones elastoplásticas observadas en los movimientos cuando las condiciones de contorno no son las óptimas para la minimización del efecto de borde, hacen obligatoria su consideración en el estudio del pandeo de la lámina (1), preferiblemente en forma de análisis simultáneo e iteractivo de los efectos anelásticos y de los de segundo orden (tal como se propuso en el caso de estructuras de barras).

II.4. Ejemplo de cálculo.

En la figura II.4.2 se indican las leyes de esfuerzos obtenidas para la lámina en casquete esférico cuya sección meridiana se representa en la figura II.4.1. Las coacciones

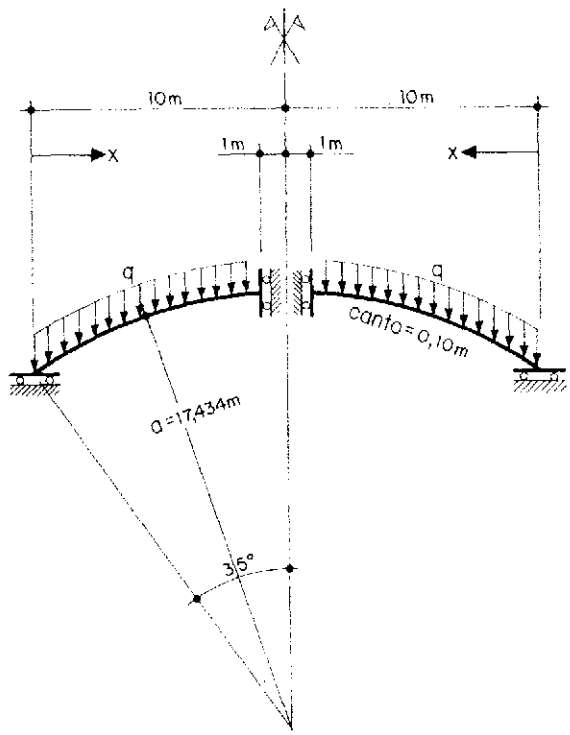


Fig. II.4.1. — Lámina en casquete esférico; sección por un plano meridiano.

en los bordes se han elegido del tipo de empotramientos deslizantes (en un plano horizontal el exterior; y en un plano vertical el interior) a fin de producir un importante efecto de borde y poner así claramente de manifiesto los fenómenos anelásticos. El análisis se ha efectuado según la teoría de primer orden.

El canto es constante e igual a 10 cm. El hormigón se ha supuesto con una resistencia en compresión de 240 Kp/cm² y un módulo de elasticidad (fase "I") de $3 \cdot 10^5$ Kp/cm². Las armaduras, con un límite elástico de 4.400 Kp/cm² y un módulo de elasticidad de

(1) Esta observación debería también tenerse en cuenta para el estudio en modelo reducido del pandeo de láminas, si es posible que (incluso localmente) se ponga en juego el comportamiento anelástico del material real (comportamiento que debería reproducir el del modelo).

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

$2{,}1 \cdot 10^6$ Kp/cm^2; la distribución de las mismas se supone simétrica respecto a la superficie media, con una cuantía de $A\phi$ cm^2/m l. junto a cada paramento y una distancia de $h\phi$ cm entre los c. de g. de los dos niveles de armaduras:

$$\text{Según los meridianos, para } 0 < x < 5{,}25 \text{ m: } A\phi = 5{,}96 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}},\ h\phi = 7 \text{ cm} \qquad (2)$$

$$\text{Según los meridianos, para } 5{,}25 < x < 9 \text{ m: } A\phi = 3{,}27 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}},\ h\phi = 7 \text{ cm}$$

$$\text{Según los paralelos, en toda la lámina: } A\phi = 3{,}27 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}},\ h\phi = 5 \text{ cm}$$

Es fácil comprobar que esta distribución de armaduras no está proporcionada según un dimensionamiento en base a leyes *elásticas* de esfuerzos (lo cual se ha dispuesto intencionadamente para acentuar más los efectos anelásticos).

Las leyes de esfuerzos indicadas corresponden a $q = 0{,}25$ t/m^2. Las leyes *elásticas* son las obtenidas con el mismo algoritmo *matricial*, pero suponiendo un comportamiento lineal de las secciones, con rigideces correspondientes al estado I del material (sin fisuración). Por ser sencilla la geometría de la lámina, existen soluciones analíticas aproximadas del problema elástico (Geckeler) (1), que concuerdan con las leyes *elásticas* aquí indicadas (estas leyes constituyen precisamente la primera iteración del cálculo no lineal de la lámina).

Las causas de las redistribuciones de los esfuerzos observables en la figura II.4.2 son la existencia de una amplia zona con $N_0 > 0$ (fisuración) y la entrada en fase "II" de los flectores $M\varphi$. La ley de axiles N_0 presenta una zona de tracciones notablemente superior a la de las leyes elásticas, y una importante reducción de N_θ en el borde exterior; a partir del punto en que dicho esfuerzo entra en compresión, la curva correspondiente experimenta un quiebro con incremento de la pendiente y reducción de la *longitud de onda* (es decir, sufre una auténtica *refracción*); la variabilidad de los restantes esfuerzos en la misma zona se ve también afectada, aunque en menor grado. La forma de las leyes de axiles $N\varphi$ y de cortantes es similar a la de las leyes elásticas, si bien con mayor *longitud de onda*; los valores en los bordes coinciden con los elásticos, debido a la particular sustentación de la lámina analizada. La forma de la ley de flectores $M\varphi$ es también similar a la de la ley elástica, con amplificación de la *longitud de onda*; y experimenta un importante incremento en el borde (el trabajo tipo arco se acentúa al hacerse menos rígidos los paralelos).

Incrementando el valor de q se llega a producir (para $q \simeq 0{,}7$ t/m^2) una zona plastificada de la armadura según los paralelos ($N_\theta = N_{\theta u}$), con lo cual el reajuste de N_0 respecto a su valor elástico es todavía más acusado. También $M\varphi$ entra en el borde exterior en fase plástica; de hecho, para el nivel de carga indicado ($q \simeq 0{,}7$ t/m^2), la deformabilidad de la rótula plástica correspondiente puede considerarse agotada.

II.5. Otros procedimientos para el análisis no lineal de láminas de revolución.

Muy brevemente, pueden indicarse los siguientes métodos desarrollados en la referencia número 13, que difieren en sus resultados de los del método *matricial* antes propuesto, sólo en cantidades pequeñas (explicables en cada caso por las simplificaciones de cada método):

(1) Ver referencia número 7.
(2) x = distancia (en planta) al borde exterior; ver figura II.4.1.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

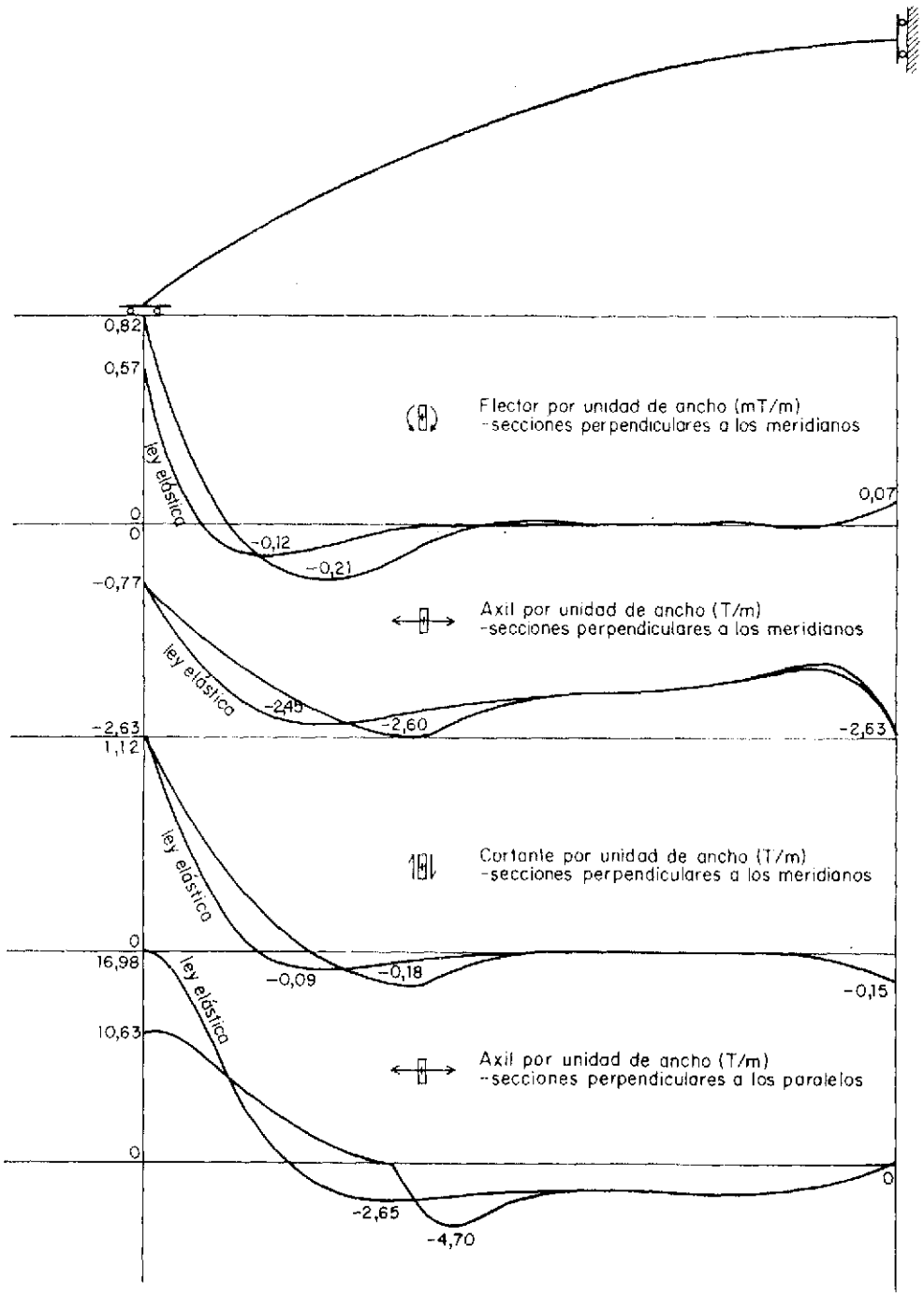


Figura II.4.2.

a) En el caso de leyes constitutivas que deriven de un potencial que posea diferencial segunda definida positiva, es posible obtener soluciones aproximadas por optimización de leyes de esfuerzos senocosenoidales con amortiguación exponencial (a superponer a los esfuerzos membrana), con parámetros que se determinan minimizando el potencial global de la estructura (generalización de los potenciales de la elasticidad lineal (1)).

b) Es posible plantear las ecuaciones de la estructura en forma de ecuaciones diferenciales (no lineales, de primer orden, con cuatro funciones incógnitas y cuatro condiciones

(1) Ver referencia número 6.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

de contorno), que admiten importantes simplificaciones en el caso de láminas esbeltas con sustentación vertical isostática, especialmente si su forma geométrica es la de un casquete esférico y puede suponerse que el efecto del borde se limita a las proximidades del mismo. Con ayuda de las ecuaciones simplificadas es posible:

— Obtener reglas muy simples para la estimación (más cualitativa que cuantitativa, pero eficazmente aproximada a la solución *exacta* del método *matricial*) del efecto, sobre las leyes *elásticas* de esfuerzos, de zonas fisuradas parcial o totalmente, y de anisotropías en general.

— Calcular eficazmente las rotaciones anelásticas de posibles *rótulas plásticas* (leyes rotación-momento) a introducir en las ecuaciones de compatibilidad de movimientos entre lámina y elemento de borde (el caso de coacciones infinitamente rígidas se obtiene como caso particular). Es posible así obtener manualmente soluciones para casos sencillos (con notable aproximación a la solución del algoritmo *matricial*).

— Obtener, para algún material no lineal ideal, soluciones analíticas aproximadas (cuya evaluación numérica requiere medios de cálculo electrónico de pequeña envergadura).

c) Es posible, asimismo, definir una solución numérica general por planteamiento en diferencias finitas del sistema general de ecuaciones diferenciales (con sus correspondientes condiciones de contorno). El sistema algébrico resultante es resoluble iterativamente (partiendo de la solución elástica) por resolución de sucesivos sistemas lineales; éstos se obtienen para cada iteración en función de los resultados de la precedente, según el método de linealización de Newton-Raphson generalizado para ecuaciones múltiples (2).

RESUMEN

Los algoritmos *matriciales* de cálculo de estructuras de barras son fácilmente generalizables para la consideración de las diferentes causas de no linealidad del comportamiento de la estructura. El método resultante es programable de manera muy similar a la de los algoritmos *elásticos* habituales, y mantiene la gran versatilidad de éstos. Unicamente, es preciso efectuar el cálculo de modo iterativo; pero la convergencia observada es excelente.

Las mismas técnicas de cálculo no lineal son adaptables, con un mínimo de conceptos diferentes a los habituales en el caso de estructuras de barras, para cierto tipo de estructuras superficiales (láminas de revolución).

(2) Ver referencias números 11 y 12.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

NOTACION

i, j, k, r, m, m', n, n' = índices enteros.

$\bar{\bar{A}} \equiv \begin{bmatrix} A_{11} & \dots & A_{1n} \\ \vdots & & \\ A_{m1} & \dots & A_{mn} \end{bmatrix}$ = matriz de orden $m \times n$.

$\bar{A} \equiv \begin{bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_m \end{bmatrix}$ = vector de orden m.

$\bar{\bar{O}}_{m \times n}$ = matriz nula (términos nulos) de orden $m \times n$.

$\bar{O}_m$ = vector nulo (términos nulos) de orden m.

$\bar{\bar{I}}_n$ = matriz identidad de orden, $n \times n$ ($I_{ij} = 0$, si $i \neq j$; $I_{ij} = 1$, si $i = j$).

$\bar{\bar{A}}^t$ = matriz transpuesta de $\bar{\bar{A}}$ (las filas de $\bar{\bar{A}}^t$ coinciden con las columnas de $\bar{\bar{A}}$ y viceversa).

$\bar{A} + \bar{B}$ = suma de vectores del mismo orden (n): $(\bar{A} + \bar{B})_i = A_i + B_i$, $1 \leq i \leq n$.

$\bar{\bar{A}}\,\bar{B}$ = producto de matriz ($m \times n$) por vector (n): $(\bar{\bar{A}}\,\bar{B})_i = \sum_{j=1}^{n} A_{ij} B_j$, $1 \leq i \leq m$.

$\bar{\bar{A}}\,\bar{\bar{B}}$ = producto de matriz ($m \times n$) por matriz ($n \times r$): $(\bar{\bar{A}}\,\bar{\bar{B}})_{ij} = \sum_{k=1}^{n} A_{ik} B_{kj}$, $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq r$.

$\bar{\bar{A}}^{-1}$ = matriz inversa de una matriz cuadrada $\bar{\bar{A}}$ (orden $n \times n$) y no singular (determinante no nulo): $\bar{\bar{A}}\,\bar{\bar{A}}^{-1} = \bar{\bar{A}}^{-1}\,\bar{\bar{A}} = \bar{\bar{I}}_n$.

ε = deformación unitaria.

χ = curvatura adquirida por deformación de una barra recta; variación de una de las dos curvaturas principales de una lámina de revolución.

N, M = esfuerzo axil y momento flector.

V = esfuerzo cortante

E = módulo de elasticidad.

ν = coeficiente de Poisson.

x, y, z = coordenadas cartesianas.

u, v, ω = movimientos y giro locales.

l = longitud de una barra.

P = fuerza exterior concentrada.

q = fuerza repartida.

$\bar{p}$ = vector de esfuerzos de extremo de barra o elemento; términos = p_x, p_y, p_z.

$\bar{d}$ = vector de movimientos de extremo (d_x, d_y, d_z).

$\bar{e}$ = vector-deformación de barra o elemento (e_x, e_y, e_z).

$\bar{c}_0$ = vector-deformación anelástica (c_{0x}, c_{0y}, c_{0z} ó c_{01}, c_{02}, c_{03}).

$\bar{q}$ = vector de esfuerzos de extremo anelásticos.

$\bar{s}$ = vector estado.

$\bar{\bar{H}}$ = matriz-equilibrio.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

$\bar{\bar{T}}$ = matriz de paso.

$\dot{\bar{\bar{T}}}$ = matriz de paso en la estructura deformada.

$\bar{\bar{F}}$ = matriz-flexibilidad.

$\bar{\bar{K}}$ = matriz-rigidez.

$\bar{\bar{R}}$ = matriz-transferencia.

$\bar{\bar{R}}_0$ = submatriz-transferencia.

$\bar{p}', \bar{d}', \bar{\bar{K}}', \bar{\bar{H}}'$ = magnitudes referidas a los ejes generales de la estructura.

δ, Δ = porcentajes, errores relativos, etc.

$N_\varphi, M_\varphi, \varepsilon_\varphi, \chi_\varphi$ = N, M (por unidad de ancho) y ε, χ para las secciones normales a los meridianos de una lámina de revolución.

$N_\theta, M_\theta, \varepsilon_\theta, \chi_\theta$ = ídem, a los paralelos.

$G_I, G_{II}, G_{III}, G'_I, G'_{II}, G'_{III}$ = módulos de deformación.

r_0 = radio de un paralelo.

Δs = longitud (sobre el meridiano) de una porción elemental de lámina (idealmente troncocónica).

$\Delta \theta$ = ángulo entre dos planos meridianos delimitadores de un elemento de lámina.

φ = ángulo entre el eje de simetría y la normal al meridiano en un punto genérico del mismo.

$\bar{H}_\theta, \bar{J}_\theta$ = vectores-equilibrio específicos de los esfuerzos según los paralelos.

BIBLIOGRAFIA

1. R. K. Livesley: "Métodos matriciales para cálculo de estructuras". Blume, 1970.
2. J. M. Gere y W. Weaver: "Análisis de estructuras reticulares". C. Editorial Continental, 1967.
3. Ch. Massonnet y M. Save: "Cálculo plástico de las construcciones". Montaner y Simon, 1966.
4. Naismith, Stanley, Freudenthal, Geiringer and Reiner: "Elasticity and Plasticity". *Encyclopedia of Physics*, vol. VI, Springer Verlag, 1958.
5. A. E. Green and W. Zerna: "Theoretical Elasticity". Oxford, 1968.
6. I. S. Sokolnikoff: "Mathematical Theory of Elasticity". McGraw Hill, 1956.
7. S. Timoshenko y S. Woinowsky-Krieger: "Teoría de placas y láminas". Urmo, 1970.
8. J. Martínez Calzón: "Comportamiento y cálculo anelástico de las estructuras hiperestáticas de hormigón armado y pretensado". Monografía del Inst. Eduardo Torroja, número 302, 1972.
9. Manuel de calcul "Fissuration". C.E.B. Boletín de Información número 89, 1973.
10. M. Simonnard: "Programación lineal". Paraninfo, 1972.
11. J. Singer: "Elements of Numerical Analysis". Academic Press, 1968.
12. S. D. Conte and C. de Boor: "Elementary Numerical Analysis". McGraw Hill K., 1972.
13. J. Ortiz H.: "Estudio del efecto de la no linealidad esfuerzos-deformaciones en la distribución de solicitaciones y movimientos en estructuras laminares de hormigón armado con simetría de revolución de forma, características, sustentación y acciones". Tesis doctoral en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

CEMCO/76

curso de estudios mayores de la construcción. Patología de la construcción

PRESENTACION DEL CURSO

El día 12 de enero del actual año 1976, se inauguró en el Instituto Eduardo Torroja, el 7.º Curso de Estudios Mayores de la Construcción, CEMCO-76, que durará hasta el 11 de junio.

Estos cursos son la actividad docente que desde hace años viene desarrollando el Instituto, y están especialmente dirigidos a los países de habla hispana.

Fue en 1957 cuando el Profesor Torroja dictó el primer Curso a más de 20 arquitectos e ingenieros civiles iberoamericanos sobre el tema "Formas resistentes en construcción". A este Curso inicial le siguieron los de los años 1963, 1966, 1968, 1970 y 1973, y este de 1976.

En este Curso, dedicado a la patología de la construcción, se están impartiendo cinco clases diarias teórico-prácticas en jornada de mañana y tarde. Se completará con visitas y viajes técnicos y artísticos. Asisten al mismo 10 ingenieros civiles y 12 arquitectos pertenecientes a 11 países de habla castellana.

ESTADIAS

Con el fin de complementar con un aspecto más real los conocimientos que se adquieran en el Curso, se ha dispuesto la incorporación de los asistentes, en la segunda parte del Curso, a diversas entidades.

Para acoplar de la forma más idónea a los participantes mediante estadías —sin compensación económica— en entidades apropiadas, seguidamente se mencionan los tipos de actividades disponibles: Fabricantes de materiales de construcción; Fábricas de elementos prefabricados; Centrales de hormigón preparado; Empresas constructoras; Laboratorios de ensayo e investigación; Laboratorios de control de obras; Oficinas de proyectos de Arquitectura, y Oficinas de proyectos de Ingeniería civil.

En el momento de enviar la documentación, los aspirantes designaron por orden de preferencia tres de estas actividades, deseo que se ha cumplimentado lo más fielmente posible.

DIPLOMAS

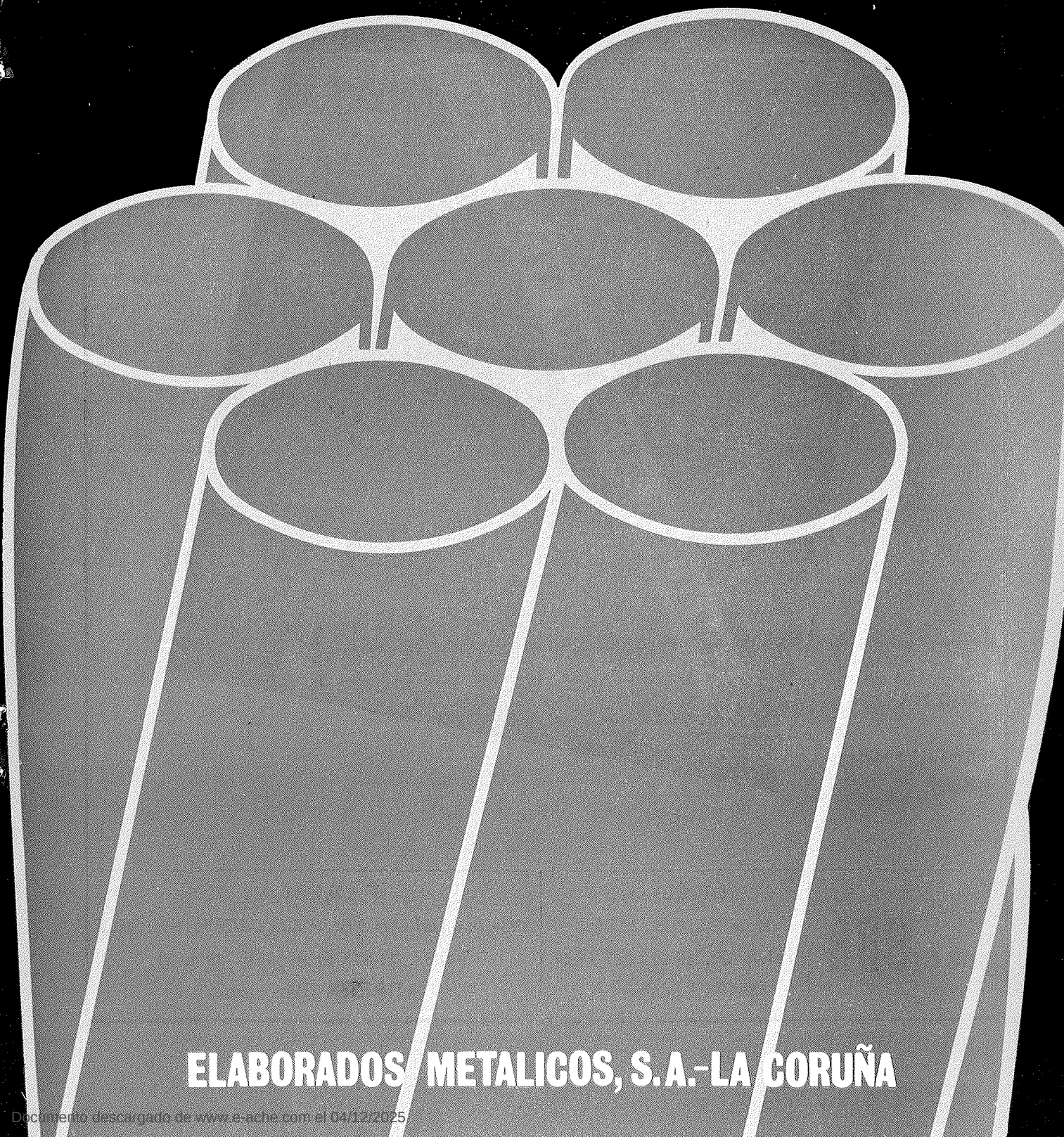
Todos los participantes en el CEMCO-76, que superen de forma satisfactoria las pruebas correspondientes a lo largo del Curso, recibirán un diploma acreditativo de su asistencia y aprovechamiento. Con un número de faltas de asistencia superior al 20 por 100 del número total de las clases no será posible obtener este diploma.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

EMESA

Stress-Relieved STRAND and WIRE for prestressed concrette & Low relaxation

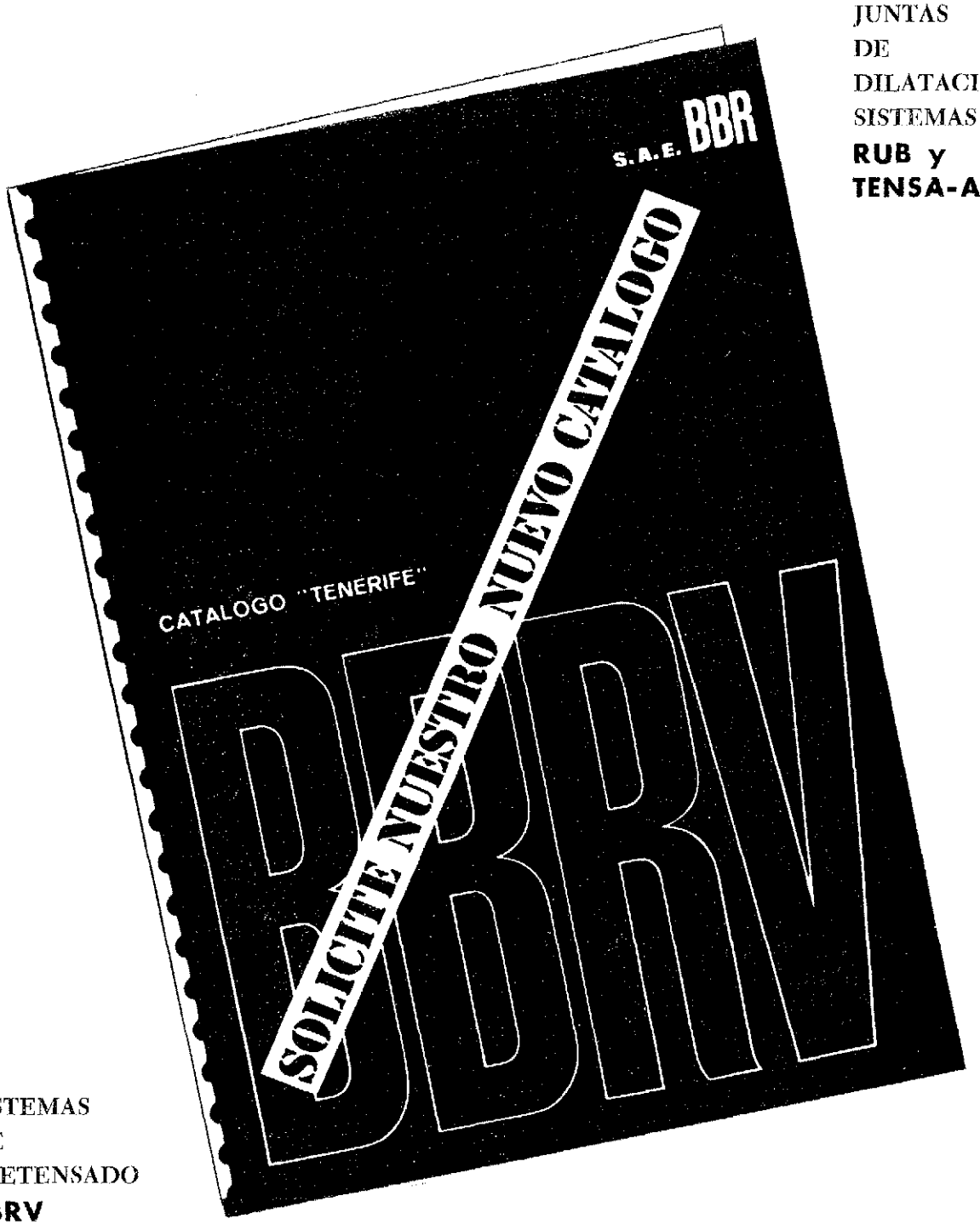
TERMOESTABLE



ELABORADOS METALICOS, S.A.-LA CORUÑA

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

JUNTAS
DE
DILATACION
SISTEMAS
RUB y
TENSA-ACME



SISTEMAS
DE
PRETENSADO
BBRV

S.A.E. BBR	OFICINAS: Rosellón, 229, 1.º, 2.ª Teléfs. 227 46 49 - 227 88 24 BARCELONA - 8	FABRICA: Polígono Industrial Barcelonés. CN-II, Km. 591,5 Teléfs. 93-875 10 50 pedir 29 ó 31 ABRERA (Barcelona)

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

628 - 0 - 34

ductilidad en aceros de pretensado

M. A. ASTIZ SUAREZ
M. ELICES CALAFAT
V. SANCHEZ GALVEZ
Ingenieros de Caminos.
Laboratorio Central de Ensayos de Materiales de Construcción

INTRODUCCION

El estudio de la ductilidad en un acero es un problema que preocupa al ingeniero. En efecto, la ductilidad es un parámetro importante, pues indica la seguridad existente frente a la posibilidad de que se produzcan roturas imprevistas. Sin embargo, se han suscitado fuertes discusiones a la hora de determinar el tipo de ensayo necesario para medir esta propiedad del material. A lo largo de este estudio vamos a realizar además de los ensayos existentes, otros que consideramos de interés y determinaremos en qué medida representa cada ensayo la ductilidad del material. Se estudiará la distribución de deformaciones longitudinales en el alambre cuando se ha formado el cuello de estricción y en el momento inmediatamente anterior a la rotura. De esta forma las deformaciones que se midan no se verán afectadas por el proceso de descarga brusca que se produce durante la rotura. La variedad de probetas que se han estudiado nos permitirá analizar la influencia de diversos factores (longitud de la probeta, diámetro, material), sobre los parámetros de ductilidad que consideraremos.

En primer lugar describiremos el procedimiento experimental que se ha empleado. En segundo lugar analizaremos los resultados obtenidos para, finalmente, sacar las conclusiones que se deriven de este estudio.

EXPERIMENTACION

Técnica experimental.

El trabajo experimental ha consistido fundamentalmente en realizar sobre cada probeta varios ensayos de tracción midiendo en todo momento las deformaciones longitudinales en varios puntos de la misma. De esta manera se ha conseguido conocer la distribución de deformaciones longitudinales a lo largo del alambre y, en particular, en la zona del cuello de estricción en el momento inmediatamente anterior a la rotura.

La medida de las deformaciones puede realizarse mediante extensómetros mecánicos, extensómetros eléctricos, bandas extensométricas o por procedimientos fotográficos. Los extensómetros mecánicos y eléctricos no eran aplicables a este caso, ya que para obtener la precisión adecuada hay que recurrir a bases de medida de cierta importancia (1 cm para los eléctricos, 10 cm para los mecánicos) y no se podría apreciar la variación de la deformación dentro de esa base de medida, puesto que únicamente se obtendría un valor medio. Las bandas extensométricas podrían, en principio, ser satisfactorias, teniendo en cuenta que se trata de medir deformaciones de hasta un 40 por 100 (generalmente inferiores al 10 por 100 fuera del cuello de estricción) en bases pequeñas (del orden de varios milímetros). Se buscaron dentro de toda la gama de bandas existente, aque-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

llas que cumpliesen estas condiciones; sin embargo, una vez ensayadas las más idóneas (longitud, 3 mm; máxima deformación, 10 por 100) se pudo comprobar que solamente una pequeña proporción cumplía las condiciones garantizadas, ya que se despegaban antes de iniciarse el proceso de estricción. Esto nos obligó a acudir a procedimientos fotográficos.

Este procedimiento es semejante al utilizado por Lianis y Ford (1958) para estudiar otro problema distinto. Se marcaron sobre cada probeta unas rayas transversales igualmente espaciadas (0,5 mm) mediante un trazador del tipo usado para marcar escalas de precisión. Para fotografiar la varilla rayada durante el ensayo de tracción se pensó en principio en iluminarla mediante un foco estroboscópico que emitiese un destello cada segundo; la cámara fotográfica se iría desplazando lateralmente con el obturador abierto de forma que cada destello produjese una imagen distinta sobre el negativo. Sin embargo, al probar este procedimiento se observó que las vibraciones de la cámara, debidas a que la velocidad del movimiento no era perfectamente uniforme, hacían que las imágenes de la varilla resultasen con poca definición. A la vista de este inconveniente se optó por emplear el procedimiento descrito por Bluhm (1973), que consiste en utilizar una cámara comercial de 35 mm, dotada de un motor que permite efectuar hasta cuatro exposiciones por segundo; de esta forma la probeta se mantiene constantemente iluminada y la cámara no sufre vibraciones. Se puede apreciar el montaje del ensayo en la figura 1. Las medidas se realizaron sobre el propio negativo (fi-

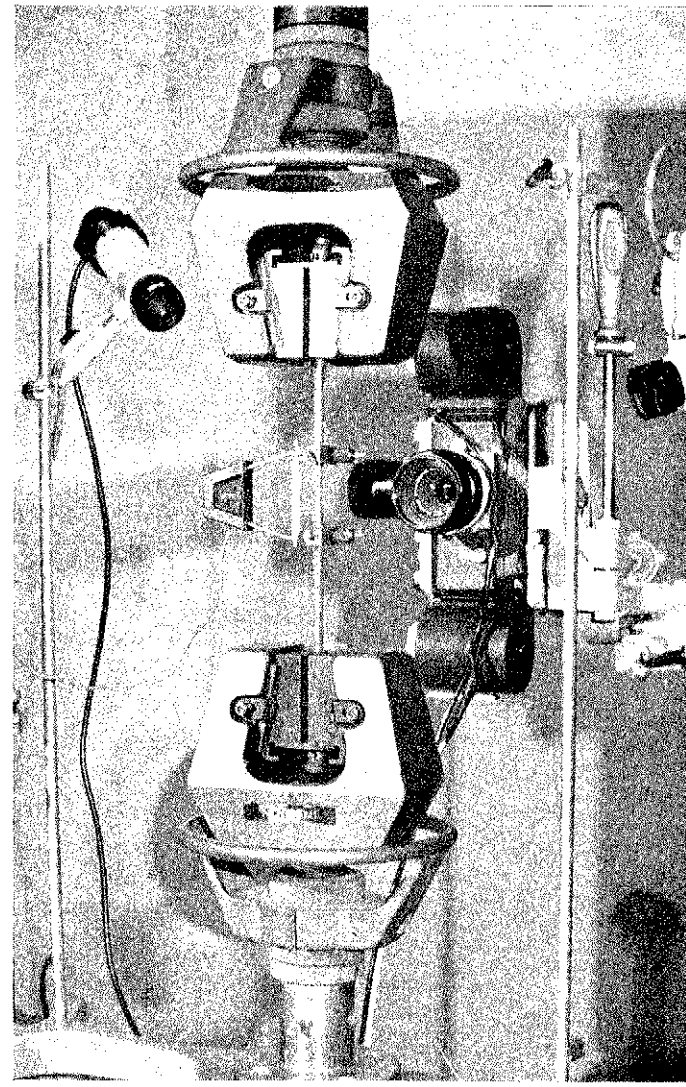


Fig. 1. — Vista general del ensayo.

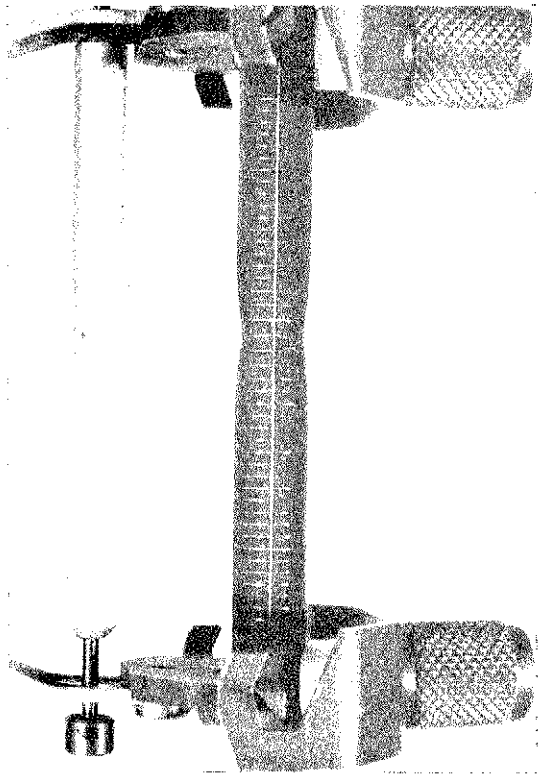


Fig. 2. — Instante anterior a la rotura.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

gura 2), mediante un proyector de perfiles que aprecia la micra y que trabaja con 20 aumentos.

La razón de no usar un microscopio que nos proporcione más aumentos es la siguiente: La anchura de las rayas es del orden de 0,02 mm; por lo tanto, el error en la determinación de la posición de cada raya será de 0,05 mm; si utilizamos muchos aumentos las medidas se realizarán sobre rayas muy gruesas y seguiremos teniendo el mismo error. En este caso, la limitación en la precisión de las medidas no proviene del número de aumentos empleados, sino de la anchura de las marcas en la probeta (es muy difícil conseguir anchuras menores por procedimientos mecánicos).

Resultados obtenidos.

El método experimental que acabamos de describir se aplicó a tres aceros distintos de 7 mm de diámetro. Los aceros 1 y 2 son del tipo denominado trefilado y envejecido, mientras que el acero 3 es un acero estabilizado. Las características mecánicas de estos aceros están indicadas en la tabla 1.

TABLA 1. — *Características mecánicas de los aceros empleados.*

	Acero 1	Acero 2	Acero 3
Módulo de elasticidad E (Kp/mm²)	20.400	21.000	20.150
Límite elástico: $S_{0,2}$ (Kp/mm²)	141,3	165,3	162,7
Carga unitaria máxima: $S_{máx}$ (Kp/mm²)	166,6	175,6	179,5
Carga unitaria última: $S_{últ}$ (Kp/mm²)	139,4	133,6	138,5

Para estudiar la influencia del diámetro se rectificaron las probetas del acero 1 hasta obtener un grupo de probetas de 5 mm y otro de 3 mm de diámetro. La longitud libre entre mordazas usada en el ensayo de tracción fue de 15 cm. Sin embargo, para estudiar la influencia de la longitud sobre los parámetros de ductilidad se ensayó un grupo de probetas del acero 1 con una longitud de 7 cm y otro grupo con una longitud de 30 cm.

Los parámetros analizados han sido los siguientes:

$e_{máx}$ = alargamiento bajo carga máxima.

$e_{con\ rem}$ = alargamiento concentrado remanente sobre una base de 10 diámetros (definido según la norma UNE 7194).

$e_{rep\ rem}$ = alargamiento repartido remanente: es la deformación uniforme remanente de la varilla en zonas suficientemente alejadas del cuello de estricción.

$e_{con\ rot}$ = alargamiento concentrado en rotura sobre una base de 10 diámetros que incluye el cuello de estricción y medido en el momento inmediatamente anterior a la rotura.

$e_{rep\ rot}$ = alargamiento repartido en rotura: deformación de la varilla en zonas suficientemente alejadas del cuello de estricción y medida en el momento inmediatamente anterior a la rotura.

$e_{máx\ rot}$ = deformación máxima en el cuello de estricción en el momento anterior a la rotura.

η = estricción: es la diferencia entre el área inicial y el área mínima después de la rotura, expresada en tanto por ciento de la sección inicial.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Los valores de estos parámetros obtenidos para cada grupo de probetas están reflejados en la tabla 2. Para obtener estos parámetros se realizaron entre 5 y 7 ensayos de cada grupo.

TABLA 2. — *Parámetro de ductilidad.*

	$e_{máx}$ (%)	$e_{rep\ rot}$ (%)	$e_{con\ rot}$ (%)	$e_{rep\ rem}$ (%)	$e_{con\ rem}$ (%)	$e_{máx\ rot}$ (%)	η (%)
Acero 1 ∅ 7 L_0 = 15 cm	6,1	5,7	7,9	4,5	7,4	35,8	37,8
Acero 1 ∅ 5 L_0 = 15 cm	4,2	3,9	6,3	2,3	5,6	31,7	39,6
Acero 1 ∅ 3 L_0 = 15 cm	3,9	3,4	6,3	1,6	5,4	34,7	44,5
Acero 1 ∅ 7 L_0 = 7 cm	6,3	4,7	7,2	4,4	7,0	32,1	39,6
Acero 1 ∅ 7 L_0 = 30 cm	5,8	5,0	7,0	3,2	6,8	31,2	38,8
Acero 2 ∅ 7 L_0 = 15 cm	3,3	2,6	5,6	1,2	4,6	50,5	45,5
Acero 3 ∅ 7 L_0 = 15 cm	4,9	4,5	7,1	2,7	6,4	45,8	45,9

El error absoluto en la determinación de la estricción y de la deformación máxima en rotura se puede estimar en ± 1 por 100. En cuanto a los demás parámetros, el error absoluto es de ± 0,05 por 100. Se puede encontrar una posible fuente de error en el hecho de que el cliché sobre el que se realizarán las medidas puede diferir del momento de la rotura hasta en 0,3 segundos. Esto representa un error adicional en los alargamientos concentrados y remanentes de un 0,1 por 100 y de un 0,6 por 100 en la deformación máxima en rotura en el caso más desfavorable. En cualquier caso los errores de medida son menos importantes que la dispersión de resultados existente entre los distintos ensayos.

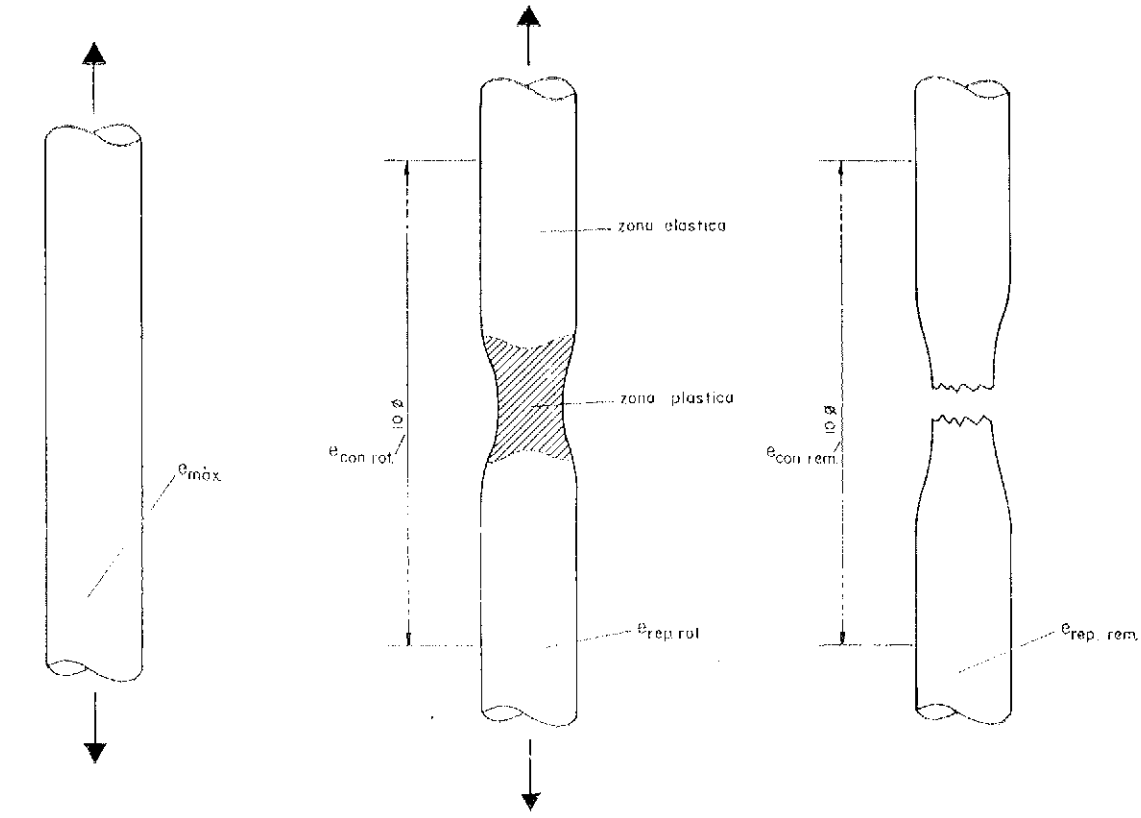
ANALISIS DE LOS RESULTADOS

Relaciones entre los parámetros de ductilidad.

A partir de las definiciones de los distintos parámetros podemos deducir fácilmente tres relaciones que deberían cumplir en un planteamiento sencillo del problema del ensayo de tracción.

Si analizamos la variación de deformación que se produce en un punto alejado del cuello de estricción entre los instantes *a* (carga máxima) y *b* (carga última) de la figura 3 es fácil deducir que esta diferencia es igual a la deformación perdida por descarga elás-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025



a.) Carga maxima ($S = S_{máx.}$) b.) Carga ultima ($S = S_{ult.}$) c.) Probeta rota ($S = 0$)

Figura 3.

tica en el material, desde el momento en que se inicia el proceso de inestabilidad. Por lo tanto:

$$F = e_{máx} - e_{rep\ rot} - \frac{S_{máx} - S_{últ}}{E} = 0 \qquad (1)$$

Considerando una vez más un punto suficientemente alejado del cuello de estricción, la disminución de su deformación longitudinal al producirse la rotura deberá ser producida por la descarga elástica del material; luego:

$$G = e_{rep\ rot} - e_{rep\ rem} - \frac{S_{últ}}{E} = 0 \qquad (2)$$

Finalmente, suponiendo que se conserva el volumen del acero en régimen plástico, McClintock y Argon (1966) dedujeron la relación:

$$\eta = 1 - e^{-\varepsilon^{p}_{máx\ rot}} \qquad (3)$$

siendo $\varepsilon^{p}_{máx\ rot}$ la deformación logarítmica plástica máxima en rotura; si despreciamos las deformaciones elásticas en el cuello de estricción tendremos:

$$\varepsilon^{p}_{máx\ rot} \approx \varepsilon_{máx\ rot} = \ln(1 + e_{máx\ rot})$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

sustituyendo en la relación (3):

$$\eta = 1 - e^{-\ln(1 + e_{\text{máx rot}})} = 1 - \frac{1}{1 + e_{\text{máx rot}}} = \frac{e_{\text{máx rot}}}{1 + e_{\text{máx rot}}}$$

luego:

$$H = \eta - \frac{e_{\text{máx rot}}}{1 + e_{\text{máx rot}}} = 0 \qquad (4)$$

Los valores de las expresiones F, G y H para cada grupo de varillas analizado se han representado en la tabla 3.

TABLA 3. — *Relaciones entre los parámetros de ductilidad.*

	F (%)	G (%)	H (%)
Acero 1 ∅ 7 L_0 = 15 cm	0,3	0,5	11,4
Acero 1 ∅ 5 L_0 = 15 cm	0,2	0,9	15,5
Acero 1 ∅ 3 L_0 = 15 cm	0,4	1,1	18,7
Acero 1 ∅ 7 L_0 = 7 cm	1,5	0,3	15,3
Acero 1 ∅ 7 L_0 = 30 cm	0,7	1,1	15,0
Acero 2 ∅ 7 L_0 = 15 cm	0,5	0,8	11,9
Acero 3 ∅ 7 L_0 = 15 cm	0,2	1,1	14,5

De los resultados de esta tabla se puede deducir que la relación (1) se cumple bastante bien, salvo para las varillas de longitud libre entre mordazas $L_0 = 7$ cm. En este caso las mordazas cortan las deformaciones en una zona que es importante comparada con la longitud de la probeta, por esta razón no existe realmente una zona de la varilla alejada del cuello de estricción y en la que se pueda suponer que la deformación es uniforme.

En cuanto a la segunda relación podemos observar en la tabla 3 que la expresión G tiene valores superiores a los de la expresión F; esto quiere decir que la diferencia existente entre los alargamientos repartidos (en rotura y remanente) no es únicamente debida a la descarga elástica del material; por lo tanto, es de suponer que las ondas longitudinales que se propagan a lo largo de la varilla, producidas al romperse ésta, crean tensio-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

nes de compresión importantes hasta el punto de reducir la deformación longitudinal remanente del material. Otro efecto que no hemos tenido en cuenta en la deducción de las fórmulas (1) y (2) es el fenómeno de histéresis en el proceso de descarga que hace que el comportamiento elástico del material no sea del todo lineal. En cualquier caso, se puede ver que la diferencia entre el alargamiento bajo carga máxima y el alargamiento repartido remanente es pequeña (inferior al 2 por 100) para un gran abanico de materiales, diámetros y longitudes. Como el valor que más le interesa al ingeniero a efectos de ductilidad es el alargamiento bajo carga máxima, y este parámetro no se mide fácilmente, parece adecuado pensar en exigir un valor determinado del alargamiento repartido remanente. En efecto, los alargamientos concentrados (en rotura o remanente) son unos parámetros mixtos en los que influye no sólo la ductilidad del material, sino también su tenacidad a la fractura; en efecto, un material muy tenaz tendrá una gran estricción y, por lo tanto, sus alargamientos concentrados podrán ser importantes aunque su alargamiento uniforme sea bajo.

El valor de H, que nos define la validez de la expresión (4), es muy distinto de cero, como se puede comprobar en la tabla 3. Esto quiere decir que no se pueden deducir las deformaciones en la varilla a partir de las variaciones de sección. La explicación de este fenómeno parece sencilla; la deducción de la expresión (4) se ha realizado suponiendo que la distribución de deformaciones a lo largo de la sección era uniforme. Sin embargo, algunos cálculos teóricos, como el de Chen (1971), han demostrado que para valores de la estricción semejantes a los que hemos obtenido, las deformaciones longitudinales en el eje de la varilla son del orden del 70 por 100 superiores a las deformaciones en la superficie, que son las que nosotros medimos. Por lo tanto, la estricción es un buen indicador del estado de deformación medio en la sección de rotura y únicamente sirve como parámetro de comparación entre distintos aceros.

Distribución de deformaciones.

Para estudiar la distribución de las deformaciones longitudinales a lo largo de la varilla en el momento de la rotura se van a emplear dos tipos de gráficos. En el primero representaremos la deformación frente a la distancia al cuello de estricción (fig. 4). En el segundo representaremos para cada base de medida elegida (siempre que incluya el cuello de estricción) el alargamiento concentrado en rotura resultante. Veamos qué forma debe adoptar este segundo tipo de curvas: Puesto que un tramo de varilla de longitud inicial $d\,x$ se transforma en otro de longitud $(1 + e)\,d\,x$, la deformación media en un tramo $(x, x + a)$ será:

$$e_{\text{med}} = \frac{\int_x^{x+a} (1 + e)\,d\,x - \int_x^{x+a} d\,x}{a} = \frac{\int_x^{x+a} e\,d\,x}{a}$$

Supondremos que la distribución de las deformaciones a lo largo de la varilla es del tipo indicado en la figura 4. Sea e_0 la deformación media en el tramo $(0, x_0)$, siendo x_0 un punto suficientemente alejado del cuello de estricción tal que para $x > x_0$, $e = e_{\text{rep rot}}$ Si $x > x_0$ se cumplirá que:

$$\int_0^x e\,d\,x = \int_0^{x_0} e\,d\,x + \int_{x_0}^x e\,d\,x = e_0\,x_0 + e_{\text{rep rot}}\,(x - x_0)$$

La deformación media en el tramo $(0, x)$ será:

$$e_{\text{med}} = \frac{e_0\,x_0 + e_{\text{rep rot}}\,(x - x_0)}{x}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

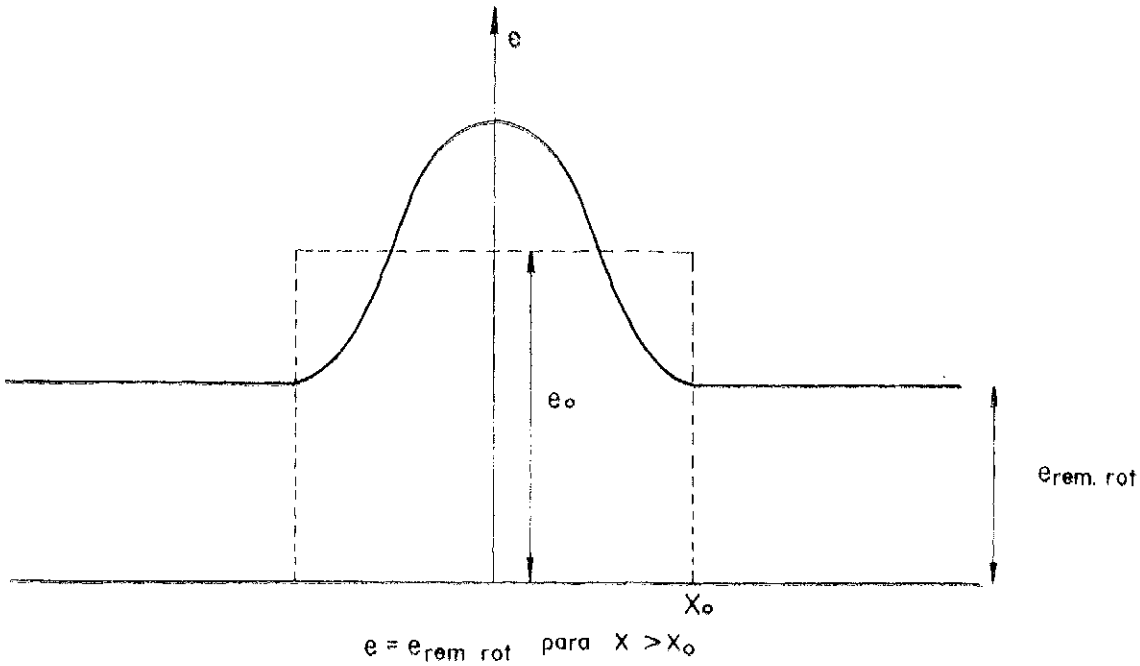


Figura 4.

y

$$e_{med} - e_{rep\ rot} = (e_0 - e_{rep\ rot}) \frac{x_0}{x}$$

Si representamos en papel doblemente logarítmico ($e_{med} - e_{rep\ rot}$) frente a x debemos obtener una curva que a partir de x_0 se transforma en una recta. Este diagrama nos indicará la longitud, $2x$, de la base de medida necesaria para que el alargamiento concentrado en rotura difiera del alargamiento repartido en rotura en un valor determinado. De esta forma se puede determinar en qué momento un alargamiento remanente se puede sustituir por el alargamiento concentrado correspondiente. Este punto es importante, ya que, como veremos posteriormente, los alargamientos remanentes representan la ductilidad de un material mejor que los concentrados.

Seguidamente pasaremos a estudiar la influencia de los distintos factores que hemos considerado (longitud, diámetro, material) en la distribución de deformaciones.

Influencia de la longitud.

La influencia de la longitud de la varilla no se ha podido estudiar con la extensión que se hubiese deseado, ya que la máxima longitud libre que se podía emplear era de 30 cm cuando para este estudio habría sido conveniente disponer de longitudes libres de hasta 150 cm. Por otro lado, los valores de los parámetros correspondientes a las varillas de 7 cm no son representativos, ya que en este caso la influencia de las mordazas es importante.

Si debido a las razones que acabamos de exponer, no consideramos los resultados de las varillas de 7 cm, podemos observar en la tabla 2 que todos los parámetros de ductilidad disminuyen al aumentar la longitud de ensayo. Esto puede ser debido al hecho de que el proceso de formación del cuello de estricción es tanto más rápido cuanto mayor es

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

la longitud de la probeta. En efecto, si medimos el tiempo que transcurre entre el momento en que se obtiene la carga máxima y el momento de la rotura, llegamos a los siguientes resultados:

Probeta de 7 cm: 62 segundos

Probeta de 15 cm: 30 segundos

Probeta de 30 cm: 7 segundos

La razón de esta variación está clara: la energía necesaria para producir el cuello de estricción procede en parte de la energía elástica liberada por descarga del resto de la probeta y la cantidad de energía de este tipo disponible aumenta con la longitud de la varilla. Por lo tanto, la velocidad de variación de las deformaciones es mayor en las probetas largas y es natural que éstas sean menos dúctiles. Este fenómeno se puede observar en la figura 5, donde se ha representado la deformación longitudinal en el momento de la rotura en función de la distancia desde el punto considerado hasta el cuello de estricción.

Representando la diferencia entre el alargamiento medio en rotura y el alargamiento repartido en rotura en función de la mitad de la base de medida, x, en la figura 6, podemos observar que no hay gran diferencia entre los resultados correspondientes a varillas de 7 y 15 cm. Sin embargo, vuelve a aparecer el efecto de la mayor velocidad de deformación en las varillas largas, ya que las deformaciones en rotura son menores.

Si queremos hallar $e_{rep\ rot}$ midiendo alargamientos concentrados y si suponemos que el máximo error admisible es del 0,5 por 100 (cifra razonable teniendo en cuenta que los valores de estos alargamientos son del orden del 6 por 100) podemos comprobar en la figura 6 que la base de medida a utilizar debe ser de 280 mm. Por lo tanto, las varillas a ensayar deberán tener una longitud libre mínima entre mordazas de 40 diámetros.

En cuanto al alargamiento bajo carga máxima podemos comprobar en la tabla 2 que disminuye ligeramente al aumentar la longitud de la probeta. Este fenómeno no tiene

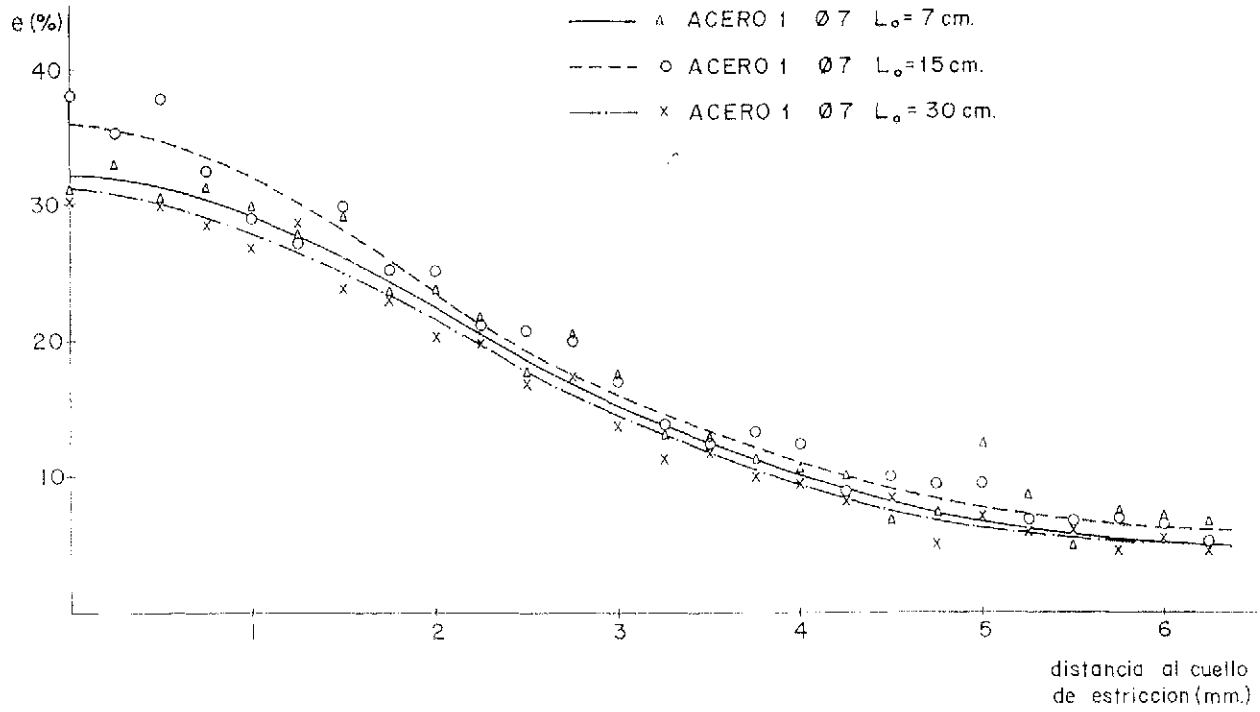


Figura 5.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

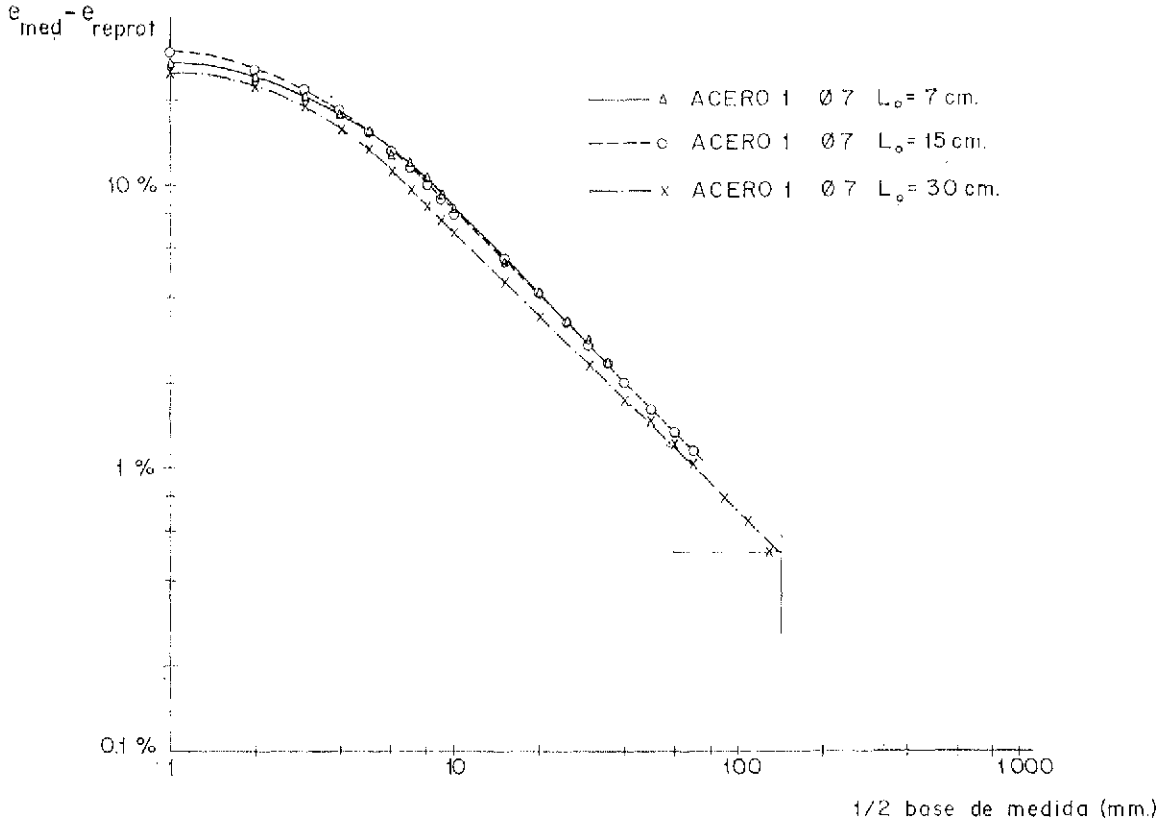


Figura 6.

una explicación clara, ya que el alargamiento bajo carga máxima debería ser independiente de la longitud por ser función únicamente del material. De todas maneras la variación es pequeña y con los datos de que disponemos no se puede afirmar todavía nada en concreto sobre este tema.

A través de lo que hemos expuesto anteriormente se deduce que el alargamiento concentrado remanente o en rotura puede ser una buena medida de la ductilidad del material únicamente cuando la base de medida utilizada sea suficientemente grande. En este caso este alargamiento se puede confundir con el alargamiento repartido correspondiente y, a través de éste, se puede relacionar con la deformación bajo carga máxima.

Influencia del diámetro.

El estudio de la influencia del diámetro ofrece algunas dificultades, ya que esta influencia se manifiesta a través de dos caminos: por un lado, la variación de las características geométricas de la varilla influye en la distribución de tensiones en el cuello de estricción y, por lo tanto, en los parámetros de ductilidad; por otro lado, la zona de la varilla más próxima a la superficie tiene unas características mecánicas distintas de las del núcleo debido al proceso de trefilado; por esta razón, como en nuestro caso vamos a estudiar unas probetas que se han mecanizado para reducir su diámetro inicial (7 mm) hasta obtener diámetros de 5 y 3 mm, se nos van a mezclar los dos efectos que acabamos de describir. Es de esperar que en el paso de 7 a 5 mm de diámetro el efecto predominante sea el derivado de la desaparición de la capa exterior, mientras que en el paso de 5 a 3 milímetros el efecto predominante sea el producido por el cambio de las características geométricas de la pieza.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Analizando los valores de la tabla 2 observamos que todos los parámetros (salvo la estricción) de las varillas de 5 mm son muy inferiores a los de las varillas de 7 mm. La diferencia existente entre las probetas de 5 y de 3 mm ya es mucho menor como habíamos previsto. Sin embargo, al observar los datos de las varillas de 5 y de 3 mm podemos comprobar que no existe apenas diferencia en los alargamientos concentrados a pesar de que los alargamientos repartidos son muy distintos; también podemos comprobar que la estricción y la deformación máxima en el cuello de estricción son mayores en las probetas de 3 mm que en las de 5 mm. La explicación puede ser la siguiente: en las varillas de pequeño diámetro no se desarrollan apenas tensiones transversales, ya que en cualquier caso deben ser nulas en la superficie; el estado tensional es próximo al de tensión plana y es un hecho comprobado que la tenacidad a la fractura de cualquier material en un estado de tensión plana es superior a la tenacidad en cualquier otro estado de tensiones. Esto es debido a que la presencia de tensiones transversales favorece la creación y coalescencia de huecos previa a la rotura.

Este fenómeno influye en los parámetros $e_{con\ rot}$, $e_{con\ rem}$, $e_{máx\ rot}$, pero no en los parámetros $e_{máx}$, $e_{rep\ rot}$, $e_{rep\ rem}$. El efecto se puede comprobar en la figura 7 donde se aprecia una pérdida de propiedades de ductilidad al pasar de 7 a 5 mm y una pérdida menor al pasar de 5 a 3 mm. También se puede comprobar en esta figura que la distancia del cuello de estricción a la cual las deformaciones empiezan a ser uniformes varía con el diámetro de forma que para distancias mayores de un diámetro se puede suponer que ya no hay variación en la deformación longitudinal.

Si representamos las deformaciones medias en papel doblemente logarítmico (fig. 8), observamos que las diferencias son las que cabía esperar de la variación en el diámetro. Las bases de medida correspondientes a una diferencia $e_{med} - e_{rep\ rot}$ del 0,5 por 100 son:

Varillas ∅ 7: base de medida necesaria = 320 mm = 46 ∅

Varillas ∅ 5: base de medida necesaria = 250 mm = 50 ∅

Varillas ∅ 3: base de medida necesaria = 185 mm = 62 ∅

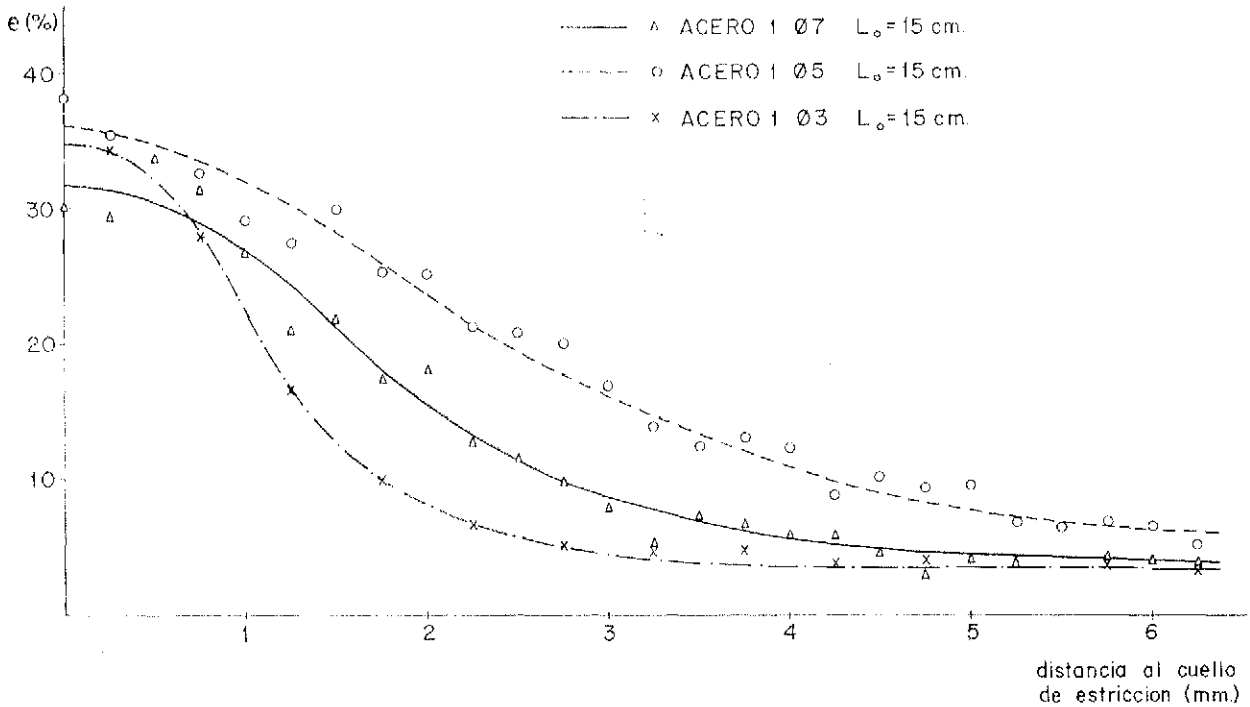
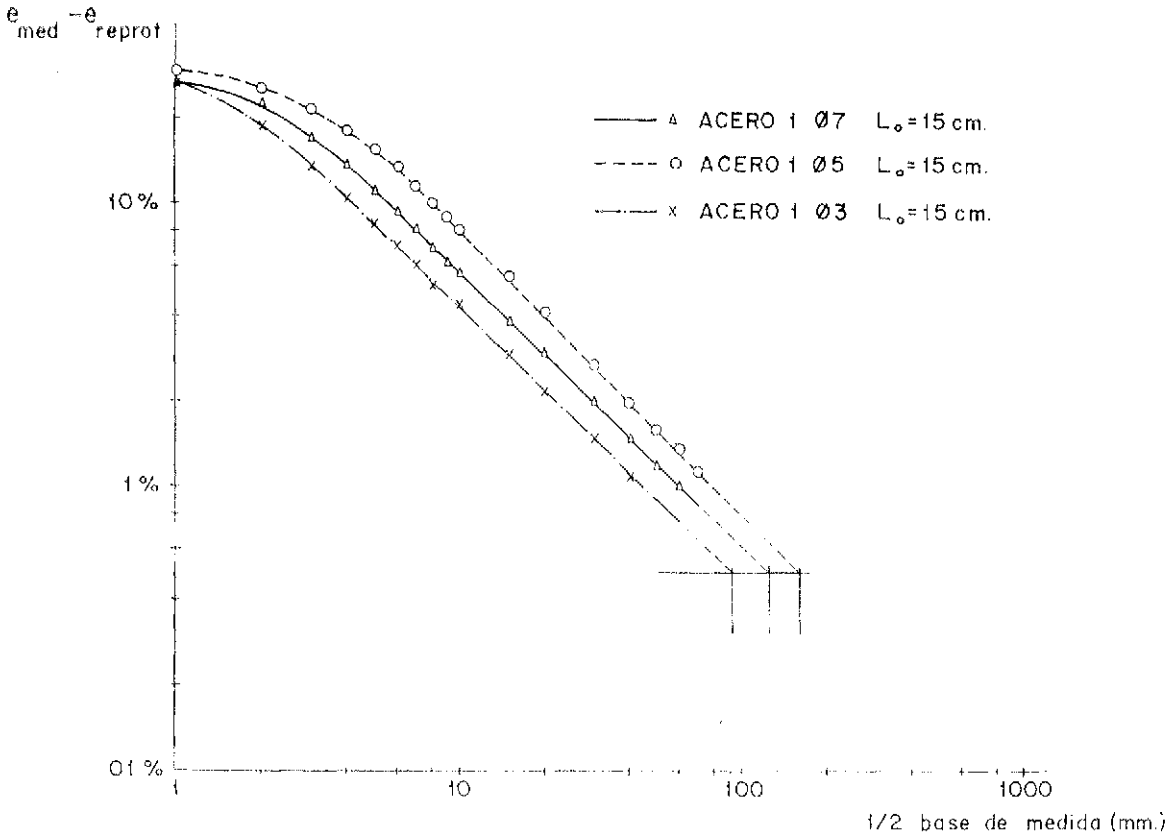


Figura 7.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025



o ACERO 1 Ø7 L_o=15 cm.
Δ ACERO 2 Ø7 L_o=15 cm
x ACERO 3 Ø7 L =15 cm

Figura 8.

Estos resultados nos indican que para medir alargamientos concentrados no se puede fijar la longitud de la base de medida como un valor proporcional al diámetro, ya que en ese caso los valores de alargamientos concentrados que se obtengan tendrán una significación distinta para cada diámetro.

Influencia del material.

Sobre la influencia del material poco se puede decir, ya que el muestrario empleado ha sido pequeño. Lo que sí puede comprobarse es que la ductilidad de un material (representada por el alargamiento bajo carga máxima o por los alargamientos repartidos) no está relacionada con la estricción o con la máxima deformación que soporta el material antes de romperse ($e_{máx\ rot}$). En nuestro caso, a mayor ductilidad, menor estricción y menor $e_{máx\ rot}$. Esto se aprecia claramente en la figura 9. Sin embargo, no podemos tomar este hecho como regla, ya que no se conocen todavía datos de los materiales suficientes como para establecer una correlación.

En cuanto a la representación en papel doblemente logarítmico (fig. 10), vemos que los tres materiales presentan diagramas semejantes. La longitud mínima de la base de medida de alargamientos concentrados obtenida según el criterio explicado anteriormente, varía de un acero a otro como era de esperar (entre 32 y 40 ∅).

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

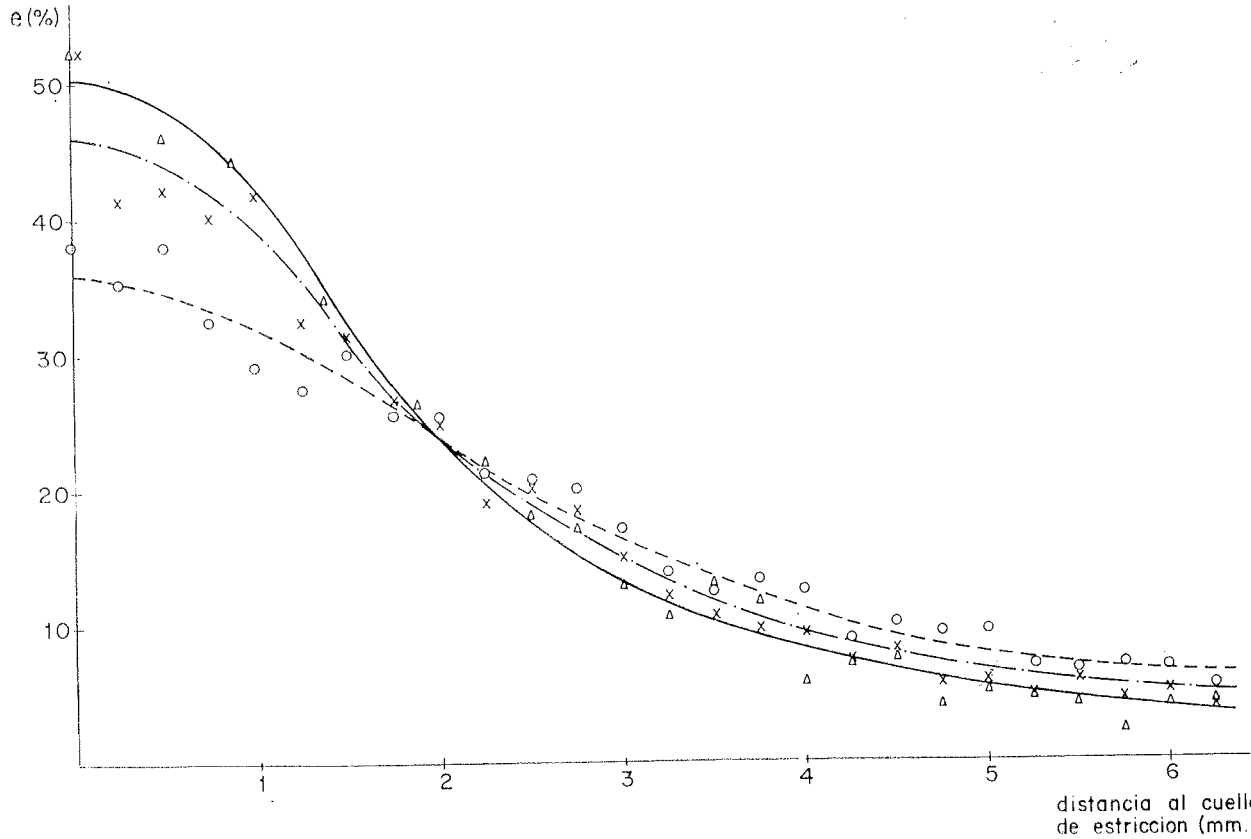


Figura 9.

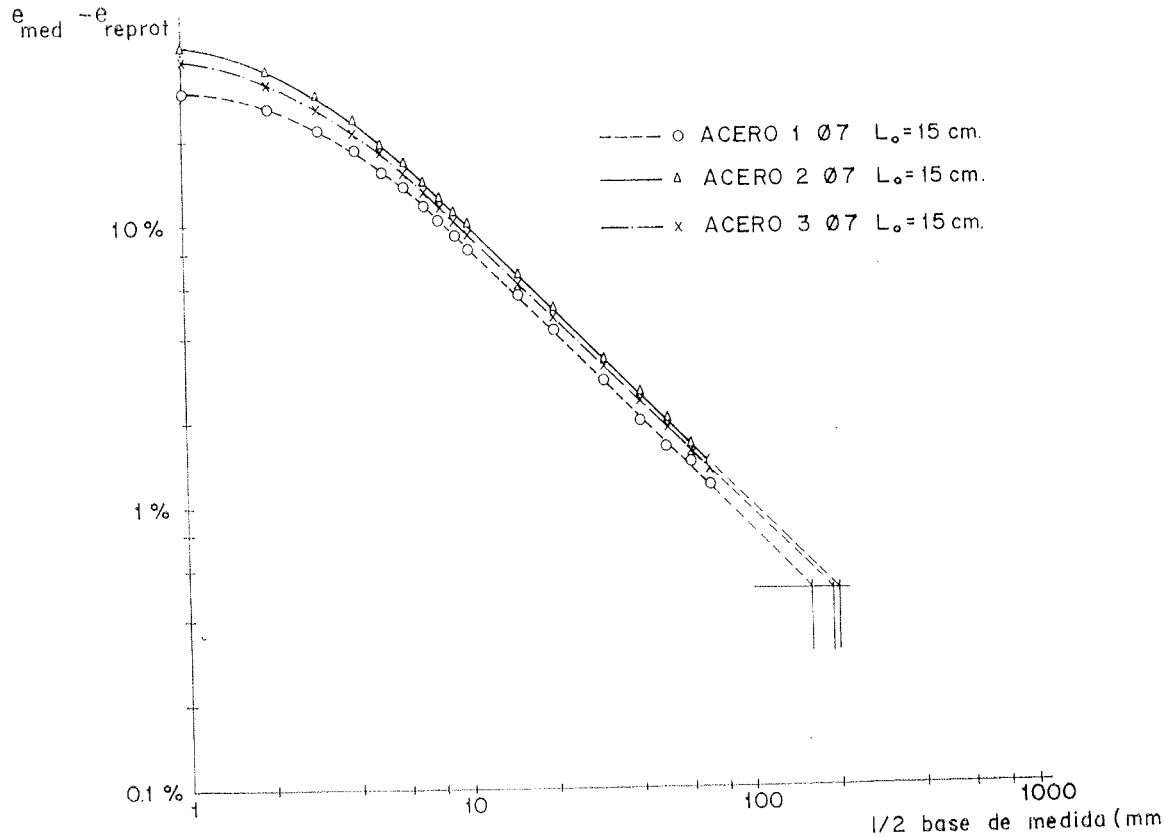


Figura 10.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

CONCLUSIONES

Vamos a analizar seguidamente las conclusiones que se deducen de este estudio:

1. En estos ensayos entran en juego dos propiedades distintas del material: su ductilidad y su tenacidad a la fractura. Estas propiedades están relacionadas con dos fenómenos físicos que se producen al deformar plásticamente un material: la creación y movimiento de dislocaciones, y la creación y coalescencia de huecos. En principio, parece que la ductilidad es la propiedad que más le interesa al ingeniero, ya que indica la capacidad del material para deformarse antes de romperse; la tenacidad a la fractura es también importante, pero únicamente como aplicación a otros fenómenos que preocupan al ingeniero (fatiga, corrosión bajo tensión, problemas en los anclajes, defectos del material, etcétera) y que tienen ya su ensayo específico.

2. Hemos visto que los parámetros que miden la ductilidad son el alargamiento bajo carga máxima, el alargamiento repartido en rotura y el alargamiento repartido remanente. De éstos, el más fácil de medir es el tercero, aunque es recomendable que se imponga el primero, ya que es el más significativo. Los demás parámetros están influidos por la tenacidad a la fractura del material, y, por lo tanto, pueden ser engañosos a la hora de usarlos como medida de su ductilidad.

3. También se ha determinado la longitud de base de medida necesaria para que los alargamientos concentrados (rotura y remanente) representen realmente la ductilidad del material, y se ha llegado a la conclusión de que esta longitud varía con el diámetro, pero que en cualquier caso debe ser superior a 40 diámetros.

4. En cuanto a la influencia de las características geométricas de la varilla, se ha comprobado que el aumento de longitud hace disminuir la ductilidad, aunque este hecho debe investigarse más a fondo empleando longitudes mayores. Al estudiar la influencia del diámetro se ha podido comprobar que las varillas de pequeño diámetro tienen una gran estricción y unos alargamientos concentrados importantes, aunque su ductilidad sea mala, todo ello debido a que el estado es de tensión plana y, por lo tanto, su tenacidad a la fractura es alta.

REFERENCIAS

BLUHM, J. I.: "Survey of Current Fracture Mechanics Studies at AMMRC". *Engineering Fracture Mechanics*, 5 (881-908), Dic. 1973.

CHEN, W. H.: "Necking of a Bar". *International Journal of Solids and Structures*, 7, 685-717, 1971.

MCCLINTOCK, F. A., and ARGON, A. S.: "Mechanical Behaviour of Materials". Addison Wesley, 325, 1966.

LIANIS, C., and FORD H.: "Plastic Yielding of Single Notched Bars due to Bending". *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 7 (1-21), 1958.

UNE 7194: "Ensayo de tracción de alambres de acero".

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Son Instituciones Miembros Correspondientes del

Instituto Eduardo Torroja

de la Construcción y del Cemento

La Pontificia Universidad Católica de Chile (Santiago de Chile).

La Facultad de Arquitectura de la Universidad del Valle de Calí (Colombia).

El Departamento de Ingeniería de la Universidad Nacional del Sur. Bahía Blanca (República Argentina).

La Facultad de ingeniería de la Pontificia Universidad Católica del Perú (Lima).

La Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela (Caracas).

La Facultad de Ingeniería de la Universidad Católica de Córdoba (República Argentina).

La Facultad de Arquitectura y Urbanismo. Universidad de Chile (Santiago de Chile).

El Instituto de la Construcción de Edificios de la Facultad de Arquitectura. Montevideo (Uruguay).

El Instituto Nacional de Tecnología Industrial. Buenos Aires (República Argentina).

La Facultad de Arquitectura de la Universidad Nacional de Colombia (Medellín).

La Universidad Autónoma - Guadalajara, Jalisco (México).

El Departamento Técnico y Laboratorios de Aprovence, Caracas (Venezuela).

El Instituto de Ingeniería Civil de la Facultad de Ingeniería y Agrimensura de la Universidad de la República del Uruguay (Montevideo).

El Centro Impulsor de la Habitación, A.C., de México.

El Departamento de Investigación de la Dirección General de Tecnología del Ministerio del Bienestar Social de la República Argentina (Buenos Aires).

El Departamento de Obras Civiles de la Universidad de Chile (Santiago de Chile).

El Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, A.C. - YMCIC (México).

La Escuela Técnica de Ingenieros de la Comandancia General del Ejército. Quito (Ecuador).

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

asociación técnica
española del pretensado

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025