



ASOCIACION  
TECNICA ESPAÑOLA  
DEL PRETENSADO

INSTITUTO  
EDUARDO TORROJA  
DE LA CONSTRUCCION  
Y DEL CEMENTO

COSTILLARES - CHAMARTIN  
MADRID - 33

HORMIGON  
Nº 121  
y acero

## MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de "Miembro Protector", a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritas en esta categoría de "Miembro Protector" los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

- AGRUPACION DE FABRICANTES DE CEMENTO DE ESPAÑA.**—Velázquez, 23. Madrid-1.  
**AGUSTI, S.A.**—Ctra. Barcelona, 36. Gerona.  
**ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).**—Marina Moreno, 31. Zaragoza.  
**ARPING, ESTUDIO TECNICO.**—Av. Generalísimo, 51 dcha. Madrid-16.  
**CAMARA, S.A.**—P<sup>o</sup> San Vicente, 4. Valladolid.  
**CAMINOS Y PUERTOS, S.A.**—J. Lázaro Galdiano, 4. Madrid-16.  
**CANTERAS Y AGLOMERADOS, S.A.—CYASA-PPB.**—Pintor Fortuny, 3. Barcelona-1.  
**CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.A.**—Grijalba, 9. Madrid-6.  
**CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE O.P. CENTRO BIBLIOGRAFICO.**—Alfonso XII, 3. Madrid-7.  
**CENTRO DE TRABAJOS TECNICOS, S.L.**—Consejo de Ciento, 304. Barcelona-7.  
**CIMENTACIONES ESPECIALES, S.A.**—Av. Generalísimo, 20. Madrid-16.  
**COMPANIA AUXILIAR DE LA EDIFICACION, S.A.**—Monte Esquinza, 30. Madrid-4.  
**DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.**—Alameda de Osuna, 50. Madrid-22.  
**ELABORADOS METALICOS, S.A.**—Apartado, 553. La Coruña.  
**ENTRECANALES Y TAVORA, S.A.**—Juan de Mena, 8. Madrid-14.  
**ESTRUCTURAS Y GEOTECNIA BAUER, S.A.**—Pintor Juan Gris, 5. Madrid-20.  
**E.T.S. INGENIEROS DE CAMINOS.**—Jorge Girona Salgado, 31. Barcelona-17.  
**EUROPEA DE INYECCIONES, S.A.—EURINSA.**—López de Hoyos, 13. Madrid-6.  
**FOMENTO DE OBRAS Y CONSTRUCCIONES, S.A.**—Balmes, 36. Barcelona-7.  
**FORJADOS DOMO.**—Hermosilla, 64. Madrid-1.  
**FREYSSINET, S.A.**—General Perón, 20. Madrid-20.  
**HEREDIA Y MORENO, S.A.**—Princesa, 3. Madrid-8.  
**HIDROELECTRICA DE CATALUÑA, S.A.**—Archs, 10. Barcelona-2.  
**HIFORCEM.**—Apartado, 41. Sevilla.  
**IBERING, S.A.**—Plaza Gala Placidia, 5-7. Barcelona-6.  
**INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.**—Portal de Gamarra, 46. Vitoria.  
**INGENIERO JEFE DE LA SECCION DE ESTRUCTURAS Y TUNELES.**—Ministerio de O.P.—  
Dirección Gral. de Carreteras. Madrid-3.  
**INTECSA.**—Condesa Venadito, 1. Madrid-26.  
**INTEMAC.**—Monte Esquinza, 30. Madrid-4.  
**JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA.**—Zurbano, 41. Madrid-10.  
**LABORATORIO CENTRAL DE ENSAYO DE MATERIALES DE CONSTRUCCION.**—Alfonso XII, 3. Madrid-7.  
**MEDITERRANEA DE PREFABRICADOS, S.A.**—Apartado, 34. Benicarló (Castellón).  
**NUEVA MONTAÑA QUIJANO, S.A.**—P<sup>o</sup> Pereda, 32. Santander.  
**PACADAR, S.A.**—Hermosilla, 57. Madrid-1.  
**PRELOAD SISTEMAS, S.A.**—Av. Generalísimo, 30. Madrid-16.  
**PRENSOLAND, S.A.**—Calle Industria, s/n. San Martín de Centellas. Barcelona.  
**PROCEDIMIENTOS BARREDO.**—Raimundo Fernández Villaverde, 45. Madrid-3.  
**S.A.E. BBR.**—Rosellón, 229. Barcelona.  
**S.A. ECHEVARRIA.**—Apartado, 46. Bilbao-8.  
**SICOP, S.A.**—Princesa, 24. Madrid-8.  
**SOCIEDAD GENERAL DE OBRAS Y CONSTRUCCIONES, S.A.**—Velázquez, 150. Madrid-2.  
**TECNICAS DEL PRETENSADO, S.A. (TECPRESA).**—Velázquez, 105. Madrid-6.  
**TRENZAS Y CABLES DE ACERO, S.A.**—Monturiol, 5. Sta. María de Bárbara (Barcelona).  
**VICENTE PEIRO FAYOS.**—Quintana, 26. Madrid-8.

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las Empresas citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.

**Son Instituciones Miembros Correspondientes del Instituto  
Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento**

La Pontificia Universidad Católica de Chile (Santiago de Chile).

La Facultad de Arquitectura de la Universidad del Valle de Calí (Colombia).

El Departamento de Ingeniería de la Universidad Nacional del Sur. Bahía Blanca (República Argentina).

La Facultad de Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica del Perú (Lima).

La Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela (Caracas).

La Facultad de Ingeniería de la Universidad Católica de Córdoba (República Argentina).

La Facultad de Arquitectura y Urbanismo. Universidad de Chile (Santiago de Chile).

El Instituto de la Construcción de Edificios de la Facultad de Arquitectura. Montevideo (Uruguay).

El Instituto Nacional de Tecnología Industrial. Buenos Aires (República Argentina).

La Facultad de Arquitectura de la Universidad Nacional de Colombia (Medellín).

La Universidad Autónoma - Guadalajara, Jalisco (México).

El Departamento Técnico y Laboratorios de Aproveche, Caracas (Venezuela).

Instituto de Ingeniería Civil de la Facultad de Ingeniería y Agrimensura de la Universidad de la República del Uruguay (Montevideo).

El Centro Impulsor de la Habitación, A.C., de México.

El Departamento de Investigación de la Dirección General de Tecnología del Ministerio del Bienestar Social de la República Argentina (Buenos Aires).

**ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO**

**h**ormigón y **a**cero

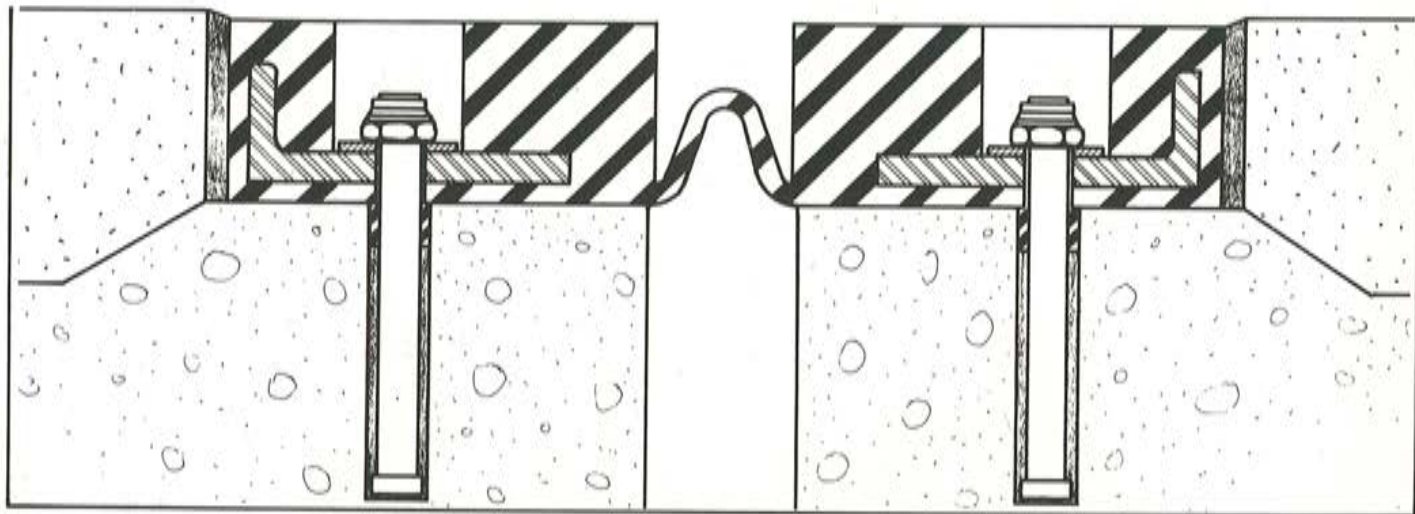
**n. 121**

**4.º trimestre 1976**

- INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO. - COSTILLARES - CHAMARTIN - MADRID - 16

Depósito Legal: M-853-1958.  
Acor, S.A. - M. Hernández, 50 - MADRID

# JUNTAS DE DILATACION FEL-SPAN



**CON GARANTIA DE IMPERMEABILIDAD  
Y RAPIDO MONTAJE.**

**PUEDEN INSTALARSE SIN INTERRUMPIR EL TRAFICO.**



CONCESIONARIO PARA ESPAÑA.  
**CENTRO DE TRABAJOS TÉCNICOS, S.A.**  
Consejo de Ciento, 304 • 2<sup>a</sup> 1<sup>a</sup>  
Tel. 3184700 • BARCELONA-7 • Cables: CETEC • Telex: 52019

#### Centro de Trabajos Técnicos, S.A.

Consejo de Ciento, 304, 2.º, 1.ª BARCELONA-7

- DESEO RECIBIR PERIÓDICAMENTE SU PUBLICACION «NOTICIAS» STRONGHOLD.
- Ruego me envíen una información completa de las juntas Fel-Span y apoyos Slide
- Ruego la visita de uno de sus técnicos especialistas para discutir problemas de juntas e impermeabilización.

Nombre \_\_\_\_\_ Título \_\_\_\_\_  
 Empresa \_\_\_\_\_ Teléfono \_\_\_\_\_  
 Dirección \_\_\_\_\_  
 Ciudad \_\_\_\_\_ País \_\_\_\_\_

**asociación técnica  
española del pretensado**

| CUOTA ANUAL  | ESPAÑA  | EXTRANJERO |
|--|---------|------------|
|  | Pesetas | Dólares    |
| Miembros protectores .....                           | 5.000   | 100,—      |
| Miembros colectivos .....                            | 2.000   | 40,—       |
| Miembro personal, no adherido al I. E. T. e. c. .... | 600     | 12,—       |
| Miembro personal, adherido al I. E. T. e. c. ....    | 300     | 6,—        |

Ni la Asociación ni el Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, se hacen responsables del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocinen su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

# hormigón y acero n. 121

## índice

Pág.

|           |   |     |
|-----------|---|-----|
| 457-5-1   | <p><b>Determinación de esfuerzos en conjuntos estructurales disimétricos sometidos a sollicitación dinámica . . . . .</b></p> <p>Détermination des efforts dans des ensembles structuraux dissymétriques soumis à une sollicitation dynamique.</p> <p>Stress determination in unsymmetric structural assemblies, submitted to dynamic stress.</p> <p><i>M. Vieco Aguilar y<br/>M. Lomba Larreta-Azelain</i></p>                     | 9   |
| 457-0-56  | <p><b>Estudio de los esfuerzos rasantes y el deslizamiento en los elementos compuestos sometidos a flexión . . . . .</b></p> <p>Etude des contraintes de cisaillement-glisement dans les éléments composites soumis à la flexion.</p> <p>Study of the shear stresses and the sliding in the composed members subjected to bending.</p> <p><i>J. Dardare</i></p>   | 23  |
| 591-2-115 | <p><b>Cálculo de las deformaciones en puentes de voladizos sucesivos hormigonados in situ</b></p> <p>Calcul des déformations dans les ponts à encorbellements successifs bétonnés sur place.</p> <p>Calculation of the deformations in bridges with successive cantilevers, concreted in situ.</p> <p><i>J. Diamante.</i></p>   | 85  |
| 591-2-116 | <p><b>Descripción del proyecto y construcción de dos puentes postensados en la autopista del Ebro (Enlace del Mediterráneo) . . . .</b></p> <p>Description du projet et construction de deux ponts postcontraints de l'autoroute de l'Ebro (joction de la Méditerranée).</p> <p>Description of the design and construction of two post-tensioning bridges on the Ebro highway. (Mediterranean link).</p> <p><i>J. Diamante.</i></p> | 111 |
| 628-0-36  | <p><b>Relaciones entre corrosión bajo tensión, doblados y torsiones alternas . . . . .</b></p> <p>Rapports entre la corrosion sous contrainte, ploielements et torsions alternes.</p> <p>Relations between corrosion under stress, bents and alternate torsions.</p> <p><i>M. Elices y<br/>V. Sánchez Gálvez.</i></p>   | 137 |

**Comité de Redacción  
de la Revista  
Hormigón y Acero**

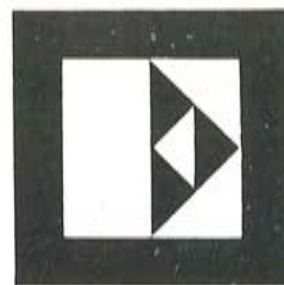
AROCA, Ricardo  
 BARREDO, Carlos  
 CUVILLO, Ramón  
 FERNANDEZ TROYANO, Leonardo  
 FERNANDEZ VILLALTA, Manuel  
 JODAR, Juan  
 MANTEROLA, Javier  
 MARTINEZ SANTONJA, Antonio  
 MONEO, Mariano  
 MORENO TORRES, Juan  
 PIÑEIRO, Rafael  
 ROMERO, Rafael

**PORTADA: Paso inferior de Cardenal Cisneros.  
 Autor del proyecto: Alberto Yanci Bazola.  
 Empresa Constructora: Entrecanales y Távora.**



CONSTRUYE:

**ENTRECANALES  
Y TAVORRA, SA**



**RELACION DE EMPRESAS QUE, EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO, FIGURAN INSCRITAS EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO, COMO "MIEMBROS COLECTIVOS"**

**ESPAÑA**

AEDIUM, S.A.—Basauri (Vizcaya).  
AGROMAN, S.A.—Madrid.  
AGRUPACION HELMA-BOKA.—Cádiz.  
AGRUPACION NACIONAL DE LOS DERIVADOS DEL CEMENTO.—Madrid.  
ALBISA, S.A.—Algeciras (Málaga).  
ASOCIACION TECNICA DE DERIVADOS DEL CEMENTO.—Barcelona.  
ASTILLEROS Y TALLERES DEL NOROESTE, S.A.—El ferrol del Caudillo.  
AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.—Barcelona.  
AZMA, S.A.—Madrid.  
BRYCSA, S.A.—Cornellá de Llobregat (Barcelona).  
BUTSEMS, S.A.—Barcelona.  
BUTSEMS, S.A.—Madrid.  
CAMARA OFICIAL DE COMERCIO, INDUSTRIA Y NAVEGACION.—Barcelona.  
CASA GARGALLO, S.A.—Madrid.  
CEMENTOS MOLINS, S.A.—Barcelona.  
CENTRO DE ESTUDIOS CEAC.—Barcelona.  
CIDESA. CONSTRUCCION INDUSTRIAL DE EDIFICIOS, S.A.—Barcelona.  
CIDESA. CONSTRUCCION INDUSTRIAL DE EDIFICIOS, S.A.—Madrid.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES.—La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CANARIAS. Biblioteca.—Sta. Cruz de Tenerife.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CANARIAS. Dpto. Laboratorios.—Sta. Cruz de Tenerife.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.—Bilbao.  
COLEGIO OFICIAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.—Málaga.  
CONCRET INDUSTRIA Y TECNICA DE PREFABRICADOS, S.L. SISTEMAS CUMBRE. —Barcelona.



CONSTRUCCIONES BIGAR, S.L.—Aranda de Duero (Burgos).  
CONSTRUCCIONES COLOMINA, S.A.—Madrid.  
CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.—Madrid.  
CONSTRUCTORA MAXACH, S.A.—Madrid.  
CONTROLEX.—Alicante.  
COTECOSA.—Bilbao.  
CUBIERTAS Y TEJADOS, S.A.—Barcelona.  
CUBIERTAS Y TEJADOS, S.A.—Madrid.  
DIRECCION GENERAL FORTIFICACIONES Y OBRAS. Ministerio del Ejército. Madrid.  
ELABORADOS DE HORMIGON, S.A.—Burgos.  
ELEMENTOS ESTRUCTURALES PREFABRICADOS. EEPSA.—Manresa - Barcelona.  
EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA. AUXINI.—Madrid.  
EMPRESA BAGANT.—Castellón de la Plana.  
ENAGA, S.A.—Madrid.  
ESTEBAN ORBEGOZO, S.A.—Zumárraga (Guipúzcoa).  
ESTUDIO PREST.—Barcelona.  
ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A.—Madrid.  
E.T.S. DE ARQUITECTURA.—Barcelona.  
E.T.S. DE ARQUITECTURA.—Sevilla.  
EUROESTUDIOS, S.A.—Madrid.  
FABRICADOS PARA LA CONSTRUCCION, S.A. FACOSA.—Arganda del Rey (Madrid)  
FERGO, S.A. DE PRETENSADOS.—Valencia.  
FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.—Madrid.  
FORJADOS DOL.—Esquivias (Toledo).  
FORMO, S.A.—Barcelona.  
GABINETE DE ORGANIZACION Y NORMAS TECNICAS. Ministerio de O.P.—Madrid.  
GIJON E HIJOS, S.A.—Motril (Granada).  
GOMHERSA.—Talavera de la Reina (Toledo).  
HERRING LEVANTE, S.A.—Valencia.  
HIDAQUE, S.A.—Granada.  
HORMYCER, S.L.—Madrid.  
HORSA, S.A.—Viladecans (Barcelona).  
HUARTE Y CIA, S.A.—Madrid.  
IBERDUERO, S.A.—Bilbao.  
IBERDUERO, S.A. Centro de documentación.—Bilbao.  
IBERING, S.A.—Barcelona.  
IDASA. INGENIERIA DEL ATLANTICO, S.A.—La Coruña.  
INBADELCA, S.A.—Baracaldo (Vizcaya).  
INDUSTRIAS DEL CEMENTO.—VIGUETAS CASTILLA, S.A.—Sestao (Vizcaya).  
INDUSTRIAS VEYGA, S.A.—Tarrasa (Barcelona).  
INGENIERIA Y CONSTRUCCIONES SALA AMAT, S.A.—Barcelona.  
INSTITUTO NACIONAL DE REFORMA Y DESARROLLO AGRARIO.—Madrid.  
JEFATURA PROVINCIAL DE CARRETERAS.—Almería.  
JEFATURA PROVINCIAL DE CARRETERAS.—Salamanca.  
JEFATURA PROVINCIAL DE CARRETERAS.—Valencia.  
3ª JEFATURA REGIONAL DE CARRETERAS. Servicio de Construcción.—Bilbao.  
5ª JEFATURA REGIONAL DE CARRETERAS. Barcelona.  
JOSE MARIA ELOSEGUI CONSTRUCCIONES.—San Sebastián.  
JULIAN ARUMI, S.L.—Vich (Barcelona).  
JUNTA DEL PUERTO DE ALMERIA.—Almería.

**RELACION DE EMPRESAS QUE, EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO, FIGURAN INSCRITAS EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO, COMO "MIEMBROS COLECTIVOS"**

**ESPAÑA**

AEDIUM, S.A.—Basauri (Vizcaya).  
AGROMAN, S.A.—Madrid.  
AGRUPACION HELMA-BOKA.—Cádiz.  
AGRUPACION NACIONAL DE LOS DERIVADOS DEL CEMENTO.—Madrid.  
ALBISA, S.A.—Algeciras (Málaga).  
ASOCIACION TECNICA DE DERIVADOS DEL CEMENTO.—Barcelona.  
ASTILLEROS Y TALLERES DEL NOROESTE, S.A.—El ferrol del Caudillo.  
AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.—Barcelona.  
AZMA, S.A.—Madrid.  
BRYCSA, S.A.—Cornellá de Llobregat (Barcelona).  
BUTSEMS, S.A.—Barcelona.  
BUTSEMS, S.A.—Madrid.  
CAMARA OFICIAL DE COMERCIO, INDUSTRIA Y NAVEGACION.—Barcelona.  
CASA GARGALLO, S.A.—Madrid.  
CEMENTOS MOLINS, S.A.—Barcelona.  
CENTRO DE ESTUDIOS CEAC.—Barcelona.  
CIDESA. CONSTRUCCION INDUSTRIAL DE EDIFICIOS, S.A.—Barcelona.  
CIDESA. CONSTRUCCION INDUSTRIAL DE EDIFICIOS, S.A.—Madrid.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES.—La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CANARIAS. Biblioteca.—Sta. Cruz de Tenerife.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CANARIAS. Dpto. Laboratorios.—Sta. Cruz de Tenerife.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.—Bilbao.  
COLEGIO OFICIAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.—Málaga.  
CONCRET INDUSTRIA Y TECNICA DE PREFABRICADOS, S.L. SISTEMAS CUMBRE.—Barcelona.

CONSTRUCCIONES BIGAR, S.L.—Aranda de Duero (Burgos).  
CONSTRUCCIONES COLOMINA, S.A.—Madrid.  
CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.—Madrid.  
CONSTRUCTORA MAXACH, S.A.—Madrid.  
CONTROLEX.—Alicante.  
COTECOSA.—Bilbao.  
CUBIERTAS Y TEJADOS, S.A.—Barcelona.  
CUBIERTAS Y TEJADOS, S.A.—Madrid.  
DIRECCION GENERAL FORTIFICACIONES Y OBRAS. Ministerio del Ejército. Madrid.  
ELABORADOS DE HORMIGON, S.A.—Burgos.  
ELEMENTOS ESTRUCTURALES PREFABRICADOS. EEPSA.—Manresa - Barcelona.  
EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA. AUXINI.—Madrid.  
EMPRESA BAGANT.—Castellón de la Plana.  
ENAGA, S.A.—Madrid.  
ESTEBAN ORBEGOZO, S.A.—Zumárraga (Guipúzcoa).  
ESTUDIO PREST.—Barcelona.  
ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A.—Madrid.  
E.T.S. DE ARQUITECTURA.—Barcelona.  
E.T.S. DE ARQUITECTURA.—Sevilla.  
EUROESTUDIOS, S.A.—Madrid.  
FABRICADOS PARA LA CONSTRUCCION, S.A. FACOSA.—Arganda del Rey (Madrid)  
FERGO, S.A. DE PRETENSADOS.—Valencia.  
FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.—Madrid.  
FORJADOS DOL.—Esquivias (Toledo).  
FORMO, S.A.—Barcelona.  
GABINETE DE ORGANIZACION Y NORMAS TECNICAS. Ministerio de O.P.—Madrid.  
GIJON E HIJOS, S.A.—Motril (Granada).  
GOMHERSA.—Talavera de la Reina (Toledo).  
HERRING LEVANTE, S.A.—Valencia.  
HIDAQUE, S.A.—Granada.  
HORMYCER, S.L.—Madrid.  
HORSA, S.A.—Viladecans (Barcelona).  
HUARTE Y CIA, S.A.—Madrid.  
IBERDUERO, S.A.—Bilbao.  
IBERDUERO, S.A. Centro de documentación.—Bilbao.  
IBERING, S.A.—Barcelona.  
IDASA. INGENIERIA DEL ATLANTICO, S.A.—La Coruña.  
INBADELCA, S.A.—Baracaldo (Vizcaya).  
INDUSTRIAS DEL CEMENTO.—VIGUETAS CASTILLA, S.A.—Sestao (Vizcaya).  
INDUSTRIAS VEYGA, S.A.—Tarrasa (Barcelona).  
INGENIERIA Y CONSTRUCCIONES SALA AMAT, S.A.—Barcelona.  
INSTITUTO NACIONAL DE REFORMA Y DESARROLLO AGRARIO.—Madrid.  
JEFATURA PROVINCIAL DE CARRETERAS.—Almería.  
JEFATURA PROVINCIAL DE CARRETERAS.—Salamanca.  
JEFATURA PROVINCIAL DE CARRETERAS.—Valencia.  
3ª JEFATURA REGIONAL DE CARRETERAS. Servicio de Construcción.—Bilbao.  
5ª JEFATURA REGIONAL DE CARRETERAS. Barcelona.  
JOSE MARIA ELOSEGUI CONSTRUCCIONES.—San Sebastián.  
JULIAN ARUMI, S.L.—Vich (Barcelona).  
JUNTA DEL PUERTO DE ALMERIA.—Almería.

JUNTA DEL PUERTO DE PASAJES.—Pasajes (Guipúzcoa).  
 LA AUXILIAR DE LA CONSTRUCCION.—Santa Cruz de Tenerife.  
 LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.—Madrid.  
 LABORATORIO DEL TRANSPORTE Y MECANICA DEL SUELO.—Madrid.  
 LAING IBERICA, S.A.—Madrid.  
 LIBRERIA RUBIÑOS.—Madrid.  
 MAHEMA, S.A.—Granollers.  
 MATERIALES PRETENSADOS, S.A. MATENSA.—Madrid.  
 MATERIALES Y TUBOS BONNA, S.A.—Madrid.  
 MATUBO, S.A.—Madrid.  
 MECANOGUMBA, S.A.—Mollet del Vallés (Barcelona).  
 OFICINA TECNICA JOSE COMESAÑA.—Vigo (Pontevedra).  
 OTEP INTERNACIONAL, S.A.—Madrid.  
 PIEZAS MOLDEADAS, S.A.— PIMOSA (Barcelona)  
 POSTELECTRICA, S.A.—Palencia.  
 POSTENSA, S.A.—Bilbao.  
 PRAINSA.—Zaragoza.  
 PREBETONG CANARIA, S.A.— Santa Cruz de Tenerife.  
 PREFABRICADOS ALAVESES, S.A. PREASA.—Vitoria.  
 PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. PRECESA.—León.  
 PREFABRICADOS DEL HORMIGON, S.A. CUPRE-SAPRE.—Valladolid.  
 PREFABRICADOS MAHER, S.A.—Sta, Cruz de Tenerife.  
 PREFABRICADOS NAVARROS, S.A.—Olazagutia (Navarra).  
 PREFABRICADOS NOR-THOM, S.A.—Valladolid.  
 PREFABRICADOS POUSA, S.A.—Sta. Perpetua de Moguda (Barcelona).  
 PREFABRICADOS STUB (MANRESANA DE CONSTRUCCIONES, S.A.).—Martorell  
 (Barcelona).  
 PRETENSADOS AEDIUM, S.L.—Pamplona.  
 PRODUCTOS DERIVADOS DEL CEMENTO, S.A. HORTE.—Valladolid.  
 PROTEC, S.L.—Gijón (Oviedo).  
 REALIZACIONES Y ESTUDIOS DE INGENIERIA, S.A.—Pinto (Madrid)  
 RENFE.—Madrid.  
 RUBIERA MAHER, S.A.—Las Palmas de Gran Canaria.  
 RUBIERA PREFLEX, S.A.—Gijón (Oviedo).  
 RUBIERA, R.L.M. "SOTECSA", GIJON (Oviedo).  
 S.A.E.M.—Sevilla.  
 SAINCE.—Madrid.  
 SEAT.—Barcelona.  
 SENER, S.A.—Las Arenas (Vizcaya).  
 SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.—Barcelona.  
 SIKA, S.A.—Madrid.  
 SOCIEDAD ANONIMA CIA. GRAL. DE ASFALTOS Y PORTLAND ASLAND.—Valencia.  
 SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.—Madrid.  
 SOCIEDAD ANONIMA FERROVIAL.—Madrid.  
 SOCIEDAD ANONIMA MATERIALES Y OBRAS.—Valencia.  
 SOCIEDAD FRANCO ESPAÑOLA DE ALAMBRES, CABLES Y TRANSPORTES  
 AEREOS, S.A.—Erandio (Bilbao).  
 SUBDIRECCION GENERAL DE TECNOLOGIA.—Madrid.  
 SUCO, S.A.—Tarragona.  
 TEJERIAS "LA COVADONGA".—Muriedas de Camargo (Santander).

TENSYLAND, S. A.—Barcelona.  
TEPSA.—Tarrasa (Barcelona).  
TOSAM, S. L.—Segovia.  
TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S. A. TYPASA.—Madrid.  
UNION MADERERA CACEREÑA, S. L.—Cáceres.  
VALLEHERMOSO, S. A.—Madrid.  
VALLEHERMOSO, S. A.—Mairena del Aljarete (Sevilla).  
VIAS Y OBRAS PROVINCIALES.—San Sebastián.  
VIGAS REMARRO.—Motril (Granada).  
VIGUETAS ASTURIAS, S. L.—Oviedo.  
VIGUETAS BORONDO.—Madrid.  
VIGUETAS FERROLAND, S. A.—Sta. Coloma de Gramanet (Barcelona).  
VIGUETAS ROSADO, S. A.—Cáceres.

### EXTRANJERO

BIBLIOTECA DE LA FACULTAD DE INGENIERIA. Universidad de Buenos Aires.—Argentina.  
BIBLIOTECA. UNIVERSIDAD CATOLICA. QUITO (Ecuador)  
B. K. W. Z. "RUCH".—Warszawa (Polonia).  
COMPANHIA PORTUGUESA DE ELECTRICIDADE. DCI.—Lisboa 3 (Portugal).  
DAVILA & SUAREZ ASOCIATES.—Río Piedras (Puerto Rico).  
ESCUELA DE CONSTRUCCION CIVIL.—Valparaiso (Chile).  
FACULTAD DE INGENIERIA. Biblioteca.—Caracas (Venezuela).  
FACULTAD DE INGENIERIA. UNIVERSIDAD CATOLICA DE SALTA.—Salta (Argentina)  
GRUPO ARCO. ARQUITECTURA Y CONSULTORIA. Tegucigalpa D.C. (Honduras).  
INSTITUTO TECNOLOGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY. Biblioteca.—Monterrey (Méjico).  
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE MOGAMBIQUE.—Majurto - Moçambique (AFRICA ORIENTAL).  
MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS. DIRECCION DE VIALIDAD. DIVISION BIBLIOTECA Y PUBLICACIONES.—La Plata (Argentina).  
NATIONAL REFERENCE LIBRARY OF SCIENCE AND AVENTION.—Londres (Inglaterra).  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL ECUADOR.—Quito (Ecuador).  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES. FACULTAD DE INGENIERIA.—Mérica (Venezuela).  
UNIVERSIDAD CATOLICA MADRE Y MAESTRA.—Santiago de los Caballeros (República Dominicana).  
UNIVERSIDAD DE CHILE (Departamento de Tecnologías).—Valparaiso (Chile).  
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SUR (Departamento de Contrataciones Especiales).—Bahía Blanca (Argentina).  
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO. Biblioteca.—Mayaguez (Puerto Rico).



**I. E. T. c. c.**

Instituto Eduardo Torroja de la  
Construcción y del Cemento

**UNESID**

Unión de Empresas  
y Entidades Siderúrgicas

**CENIM**

Centro Nacional de  
Investigaciones Metalúrgicas



**MARCAS EN POSESION DEL SELLO:**

- ACEROTOR .....
- ALTRES .....
- EURA .....
- NERSID .....
- REA .....
- TETRACERO .....
- UCIN .....
- VAL .....



(Ver dorso)

Esta ficha informativa se renueva semestralmente

Válida hasta el  
1 de enero de 1977



## ORGANIZACION

- Creado por iniciativa de UNESID, con la colaboración del IET cc y CENIM
- Regido por unos Estatutos y una Comisión formada por representantes de diversos Organismos Oficiales, de la Administración y de Fabricantes (\*)
- Basado en UNE 36088

## CONTROL PERIODICO

Comprueba que:

- la materia prima se encuentra debidamente clasificada
- el proceso de fabricación es adecuado
- los medios de control se ajustan a las especificaciones del Sello (\*)

Revisa:

- los gráficos de control
- el archivo de datos de análisis y ensayos y los contrasta mediante ensayos destructivos y no destructivos del producto acabado, que se efectúan a través de varias inspecciones anuales

## GARANTIAS

La garantía individual del producto corresponde al fabricante

El Sello de Conformidad CIETSID garantiza que:

- la fabricación parte de materia prima homogénea
- el fabricante dispone de los medios adecuados de fabricación y control
- la calidad estadística de su producción es adecuada
- el producto se encuentra en posesión del Certificado de Homologación de Adherencia, que es obligatorio según el artículo 9.3 de la Instrucción EH 73

**EL SELLO CIETSID EDITA, PERIODICAMENTE, LA LISTA DE FABRICANTES QUE SE BENEFICIAN DEL MISMO**

(\*) La normativa del Sello, puede consultarse o adquirirse en la Secretaría del Sello:

## **determinación de esfuerzos en conjuntos estructurales disimétricos sometidos a sollicitación dinámica**

Por: Manuel Vieco Aguilar - Dr. I. Ind. Prof. ETSII de Valencia  
Miguel Lomba Larreta-Azelain - I. Ind. Of. Tecn. Proy. CREASA

Si un conjunto estructural posee una distribución de rigideces tal que el centro de rigidez del conjunto coincide con su centro de masas, al actuar sobre él una sollicitación dinámica, únicamente se produce un desplazamiento plano paralelo entre dos plantas consecutivas.

Si no se cumple dicha condición, además de la citada traslación plana, se produce una rotación alrededor del centro de rigidez del conjunto, debido a la excentricidad, relativa a éste punto, de la sollicitación dinámica. Tendremos, en suma, una traslación y una rotación, y se trata de determinar la distribución de la sollicitación entre los elementos resistentes del conjunto estructural, asimilando la deformación relativa entre dos plantas consecutivas, al movimiento plano general de un sólido rígido.

Este hecho es de plena significación en sollicitaciones sísmicas.

La Norma Sismorresistente P.G.S-1 (1968) era únicamente aplicable a estructuras que poseían en planta doble eje de simetría, por lo que las que no cumplían esta condición quedaban lejos de su alcance. Esta Norma no establecía la distribución de esfuerzos adicionales causados por la rotación relativa de cada planta, esfuerzos que aparecen en las estructuras disimétricas. Afortunadamente, la posterior Norma editada, la P.D.S-1 (1974), introduce un método aproximado, válido en casos sencillos. Pero no establece unas bases rigurosas de cálculo.

Este paso dado por la segunda versión de la Norma Sismorresistente, nos parece sumamente acertado, por cuanto raro es el edificio que no presenta disimetría formal o elástica. Sin embargo, no todos los casos prácticos pueden acometerse de forma tan simplista como preconiza la Norma. Es en éstos casos, en los que el ingeniero se encuentra desamparado frente a un casi general silencio sobre el tema, en la escasa bibliografía española.

En el presente artículo, se desarrolla éste estudio de una forma general, distribuyendo los esfuerzos cortantes que aparecen en los extremos de los miembros estructurales a causa de la deformación rotativo-traslacional citada. En posteriores estudios se tratará de adaptar éste cálculo a las disposiciones constructivas usuales de las estructuras de edificación.

Si en un conjunto estructural, los elementos resistentes comprendidos entre dos niveles



consecutivos de fijación, cumplen determinadas condiciones de simetría elástica y geométrica, al actuar esfuerzos dinámicos en un plano paralelo a los de fijación, acontece entre éstos un desplazamiento, es decir una traslación. Si dichos elementos no cumplen las condiciones de simetría mencionadas, se produce un desplazamiento y una rotación simultáneos. Este desplazamiento puede descomponerse en dos traslaciones respecto a otros tantos ejes perpendiculares entre sí; en tanto que la rotación tiene lugar alrededor de un punto singular, (c.r.), llamado "centro de rotación", cuya definición veremos más adelante.

Como ya se ha indicado, cualquier esfuerzo que actúe sobre el conjunto estructural y cuya línea de acción pase por su centro de rigidez, produce un movimiento de traslación. Si dicho esfuerzo es excéntrico, el movimiento resultante del conjunto es una traslación y una rotación alrededor del centro de rigidez. Este movimiento resulta análogo al MOVIMIENTO PLANO GENERAL de un sólido rígido.

Si las características elásticas en planta (rigideces de elementos verticales) son simétricas respecto a los dos ejes de simetría del conjunto estructural, la resultante de los esfuerzos dinámicos estará localizada "en el centro de rigidez", desapareciendo por tanto el movimiento de rotación del conjunto. En el caso de que la resultante no esté localizada en dicho centro, se producirá un momento torsional por reducción de la resultante al centro de rigidez.

Consideremos en proyección horizontal (véase fig. 1) un conjunto de "m" elementos verticales, y fijados, respecto a un sistema de referencia ZOY, el centro de masa del conjunto (c.g.), su centro de rigidez (c.r.), los ejes principales de inercia de cada elemento (1,2), y las direcciones principales de rigidez ( $\epsilon$ ,  $\eta$ ) del conjunto, cuya definición veremos más adelante.

Supondremos conocidos los ejes principales de inercia intrínsecos de cada elemento, y sus rigideces en ambas direcciones, que llamaremos  $r_{1m}$  y  $r_{2m}$ . En el caso particular de elementos resistentes de sección circular, se tomarán como ejes principales de inercia los paralelos al sistema ZOY de referencia. Se calcula a continuación la rigidez del elemento genérico "m" en la dirección del eje OY (rigidez axial), y la que resulta al calcular ésta en la dirección del eje OZ (rigidez centrífuga). Estas rigideces reciben tales nombres en base a que sus expresiones analíticas son formalmente iguales a las expresiones de los momentos de inercia áxicos y centrífugos de una sección plana, en función de los momentos principales de inercia.

Por definición de rigidez relativa, aplicamos al extremo superior del elemento resistente "m" un desplazamiento unitario en la dirección OY, desplazamiento que descomponemos en  $\cos \beta_m$  y en  $\sin \beta_m$  en las direcciones 1m y 2m, respectivamente. En éstas direcciones, las componentes del desplazamiento unitario según OY darán lugar a las siguientes fuerzas:

$$r_{1m} \cos \beta_m; \text{ y } r_{2m} \sin \beta_m$$

Proyectando éstas fuerzas en las direcciones OY y OZ obtenemos las mencionadas rigideces axial y centrífuga, es decir, la rigidez del elemento resistente "m" en las direcciones OY y OZ, respectivamente:

$$r_{y, m} = r_{1m} \cos^2 \beta_m + r_{2m} \sin^2 \beta_m \text{ (axial)} \quad [1]$$

$$\Gamma_{yz, m} = (r_{1m} - r_{2m}) \sin \beta_m \cos \beta_m \text{ (centrífuga)} \quad [2]$$

Procediendo de forma análoga, aplicando un desplazamiento unitario en la dirección OZ, obtenemos para las rigideces axial y centrífuga los valores:

$$r_{z, m} = r_{1m} \sin^2 \beta_m + r_{2m} \cos^2 \beta_m \quad [3]$$

$$\Gamma_{zy, m} = (r_{1m} - r_{2m}) \sin \beta_m \cos \beta_m \quad [4]$$

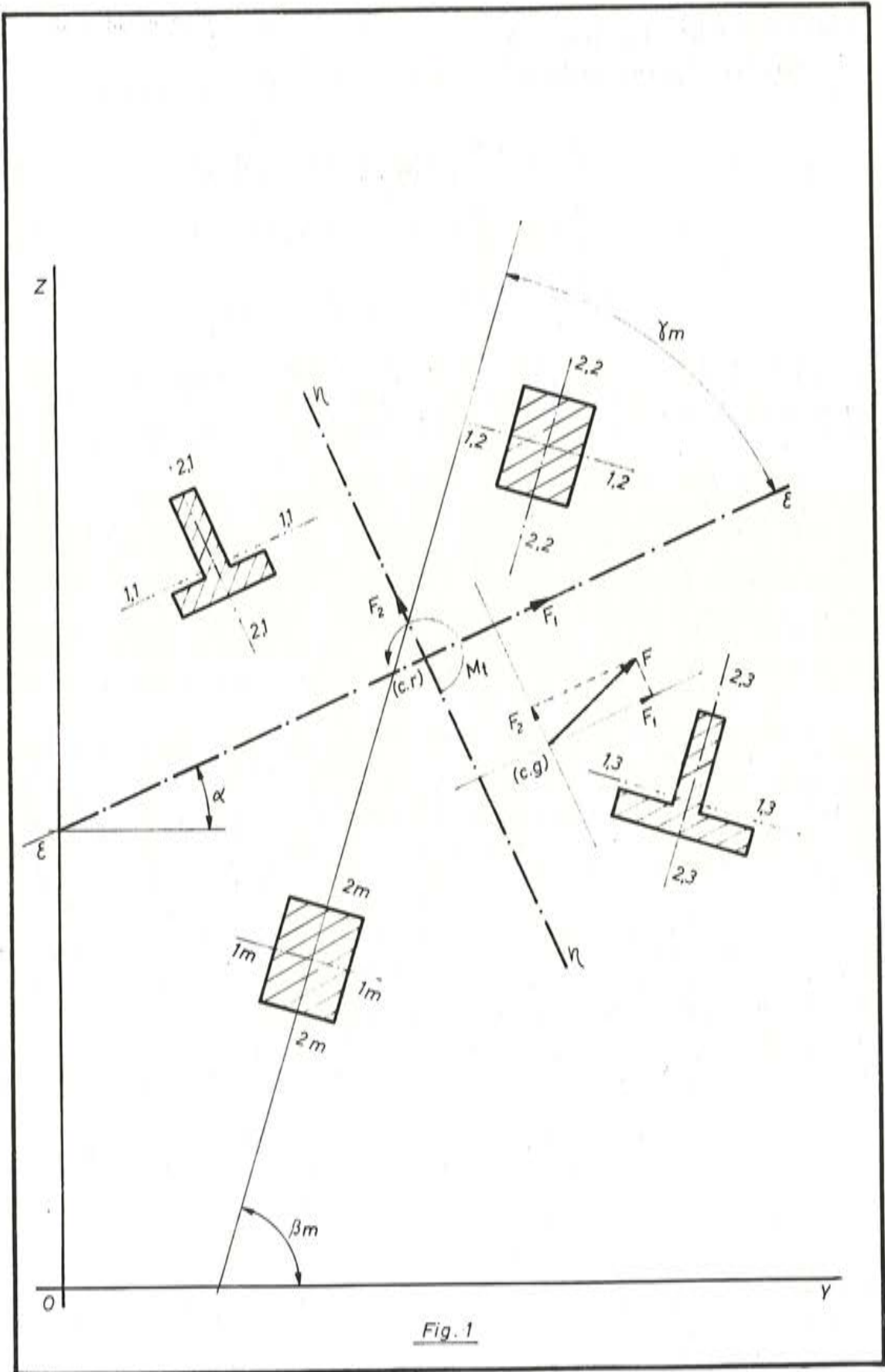


Fig. 1

Observamos que la rigidez centrifugal tiene un valor igual al obtenido aplicando un desplazamiento unitario según el eje OY.

Para todo el conjunto estructural formado por los "m" elementos, tendremos:

$$r_y = \sum_1^m r_{y, m} = \sum_1^m (r_{1m} \cos^2 \beta_m + r_{2m} \sin^2 \beta_m) \quad [5]$$

$$r_z = \sum_1^m r_{z, m} = \sum_1^m (r_{1m} \sin^2 \beta_m + r_{2m} \cos^2 \beta_m) \quad [6]$$

$$r_{yz} = \sum_1^m r_{yz, m} = \sum_1^m (r_{1m} - r_{2m}) \sin \beta_m \cos \beta_m \quad [7]$$

Como se observa, las expresiones de las rigideces axial y centrifugal son semejantes a las de los momentos de inercia y centrífugos de secciones planas, en función de los momentos principales de inercia; semejanza muy importante para los cálculos que desarrollaremos después.

Desde el punto de vista mecánico, puede contemplarse una analogía entre rigidez y fuerza. Bajo éstas premisas, las ecuaciones [1] y [2], aplicadas a todos los elementos del conjunto, expresarían un sistema coplanar de fuerzas cuya resultante llamaremos  $N_y$ . De manera análoga, las ecuaciones [3] y [4] aplicadas a todos los elementos, nos darían otro sistema coplanar de fuerzas de resultante  $N_z$ . Pues bien; la intersección de estas dos resultantes, determina la posición del "centro de rigidez", y supuestos conocidos los valores que definen ambos sistemas coplanares, podemos, por MECANICA TEORICA, calcular las expresiones analíticas que concreten dicho centro. Pero, antes de pasar al cálculo, es conveniente hacer algunas consideraciones.

Si las secciones de los elementos resistentes son cuadradas o circulares, la rigidez centrifugal del conjunto es nula, por cuanto las rigideces según sus ejes principales son iguales para todos los elementos (es decir  $r_{1m} = r_{2m}$ ). En caso de elementos de sección circular, las rigideces en las direcciones OY y OZ coinciden con sus rigideces según los ejes principales. Esta última consideración sólo será aplicable a elementos de sección cuadrada o rectangular, cuando sus direcciones principales sean paralelas a los ejes OY y OZ.

El cálculo del centro de rigidez puede hacerse gráfica o analíticamente, teniendo para ello en cuenta que  $N_y$  y  $N_z$  son los ejes centrales de dos sistemas de fuerzas coplanares. Por Mecánica Teórica, se sabe que el momento resultante de un sistema coplanar respecto a un punto, es igual al momento de su resultante supuesta localizada en el eje central, respecto a dicho punto. Pues bien; reduciendo los dos sistemas de fuerzas coplanares al origen del sistema de referencia (YOZ), se obtienen para los ejes centrales las siguientes expresiones:

$$r_{yz} Y - r_y Z + M_{Oy} = 0 (N_y)$$

$$r_z Y - r_{yz} Z + M_{Oz} = 0 (N_z)$$

siendo Y - Z las proyecciones de las fuerzas según los ejes OY y OZ, y  $M_{Oy}$  -  $M_{Oz}$ , las proyecciones según los mismos ejes, del momento resultante respecto al origen. Resolviendo el sistema de ecuaciones anterior obtenemos, para las coordenadas del centro de rigidez, las siguientes expresiones:

$$x_{c,r} = \frac{M_{oy} r_{yz} - M_{oz} r_y}{r_y r_z - r_{yz}^2} \quad [8]$$

$$y_{c,r} = \frac{M_{oy} r_z - M_{oz} r_{yz}}{r_y r_z - r_{yz}^2} \quad [9]$$

De todos los sistemas de ejes ortogonales que pasen por el centro de rigidez, uno de ellos tiene la propiedad de que las rigideces del conjunto estructural según los dos ejes que forman éste sistema, son máxima y mínima. Estas dos direcciones las llamaremos "direcciones principales de rigidez", y su determinación se llevará a cabo de forma análoga al cálculo de los ejes principales de inercia de toda sección plana.

Todo esfuerzo que actúe sobre el conjunto de los "m" elementos resistentes, y cuya línea de acción coincida con cualquiera de sus ejes principales de inercia, le desplazará sin duda en la misma dirección, sin rotación y con un desplazamiento máximo o mínimo según la dirección principal coincidente. Por tanto, la rigidez centrífuga respecto a éstas direcciones principales, ha de ser nula; es decir:

$$r_{e\eta} = 0$$

En sismorresistencia, la determinación de los ejes principales de inercia del conjunto estructural reviste capital importancia, por cuanto independientemente del ángulo de incidencia del frente de ondas sobre su microentorno de cimentación, toda estructura tiende a vibrar según sus ejes principales de inercia (o rigidez). El régimen vibratorio según ambos ejes ortogonales, se alcanzará tanto más diferidamente cuanto mayor sea la disimetría geométrica y/o elástica, y más desfavorable resulte para el conjunto la resultante sísmica. Bajo éstas premisas, la tendencia a resonar por coincidencia hipotética de frecuencias vibratorias suelo-estructura, deberá analizarse en base a la respuesta estructural según cualquiera de las direcciones principales de inercia del conjunto. NORMALMENTE, estas direcciones principales son paralelas a los ejes geométricos del edificio en planta, pero no siempre tiene por que ser así (fig. 4). Conviene por tanto verificar este punto.

Resulta entonces importante determinar la dirección principal de rigidez definida por el ángulo  $\alpha$ . Aplicando la ecuación [5], el valor de la rigidez en dicha dirección es (véase figura 1):

$$r_e = \sum_1^m (r_{1m} \cos^2 \gamma_m + r_{2m} \sin^2 \gamma_m) \quad [10]$$

y el valor de  $\gamma_m$  que hace máxima o mínima la rigidez  $r_e$  lo obtendremos mediante:

$$\frac{d r_e}{d \gamma_m} = 0$$

Derivando pues la expresión [10], igualando a cero y simplificando, obtenemos:

$$\sum_1^m (r_{1m} - r_{2m}) \sin \gamma_m \cos \gamma_m = 0 \quad [11]$$

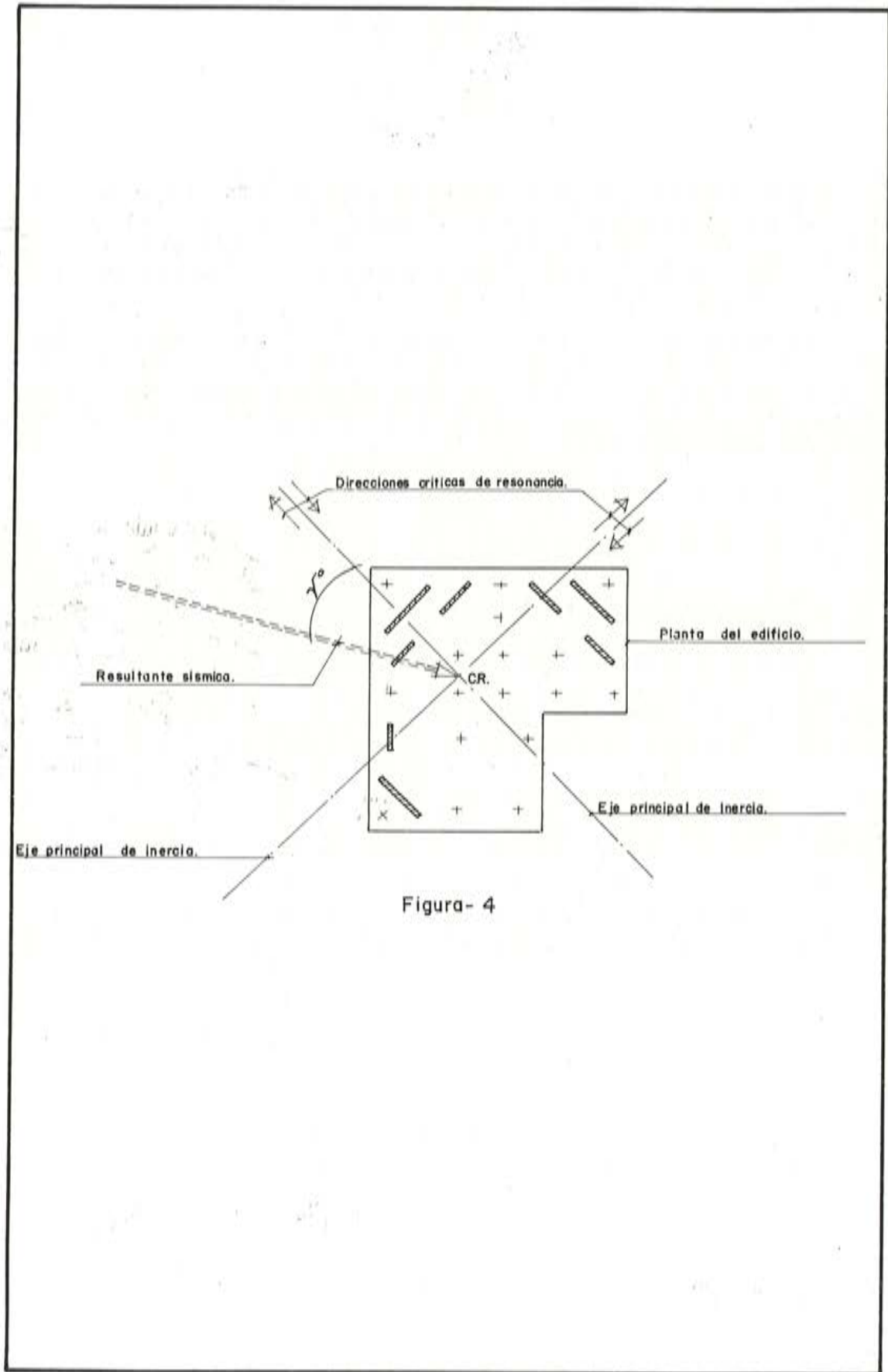


Figura- 4

Esta expresión es análoga a la expresión [7]; por lo que la expresión [11] nos indica que la rigidez centrífuga relativa a las direcciones principales de rigidez, es nula:

$$r_{e\eta} = 0$$

tal y como ya se había afirmado. Teniendo en cuenta que los ángulos  $\beta_m$  son datos iniciales del problema, si consultamos nuevamente la figura 1, veremos que:

$$\beta_m = \alpha + \gamma_m, \text{ de donde } \gamma_m = \beta_m - \alpha$$

Sustituyendo ahora el valor de  $\gamma_m$  en la expresión [11], y después de sencillas simplificaciones, se obtiene:

$$\operatorname{tg} 2 \alpha = \frac{\sum_1^m (r_{1m} - r_{2m}) \operatorname{sen} 2 \beta_m}{\sum_1^m (r_{1m} + r_{2m}) \operatorname{cos} 2 \beta_m} \quad [12]$$

Esta ecuación suministra dos valores para  $\alpha$ ; valores que definen dos direcciones perpendiculares entre sí. De éstos dos valores, el uno hace máxima la rigidez, y el otro, mínima.

Por lo tanto, la situación más favorable, en lo que respecta a esfuerzos cortantes, es aquella para la cual la resultante del movimiento sísmico coincide con la dirección principal de menor rigidez. Las direcciones principales están pues caracterizadas por la propiedad de ser nula la rigidez centrífuga a ellos relativa, siendo además perpendiculares entre sí. Los valores de las rigideces, según los ejes principales de inercia, vienen dados por las siguientes expresiones:

$$r_e = \sum_1^m (r_{1m} \operatorname{cos}^2 \gamma_m + r_{2m} \operatorname{sen}^2 \gamma_m) \quad [13]$$

$$r_\eta = \sum_1^m (r_{1m} \operatorname{sen}^2 \gamma_m + r_{2m} \operatorname{cos}^2 \gamma_m) \quad [14]$$

en las que  $\gamma_m$  se calcula por la relación  $\gamma_m = \beta_m - \alpha$ , previo cálculo de  $\alpha$  a partir de la expresión [12].

Si el esfuerzo que actúa sobre el conjunto estructural, coincide con uno de los ejes principales de rigidez (los centros de masa y rigidez son coincidentes), sólo se produce un movimiento de "traslación" a lo largo de dicho eje. Si por el contrario, los centros no coinciden, el esfuerzo dinámico reducido al centro de rigidez, dará lugar a dos "traslaciones" según las direcciones principales, y a una "rotación" alrededor de dicho centro, tal como hemos visto anteriormente. Ya sabemos que las traslaciones son equivalentes a dos desplazamientos según las direcciones principales, y que producen las componentes  $F_e$  y  $F_\eta$ . La rotación equivale, a su vez, a un momento torsor tal que  $M_t$ .

Una vez determinados el centro de rigidez, los ejes principales de inercia y las rigideces principales, podemos ya repartir los esfuerzos y el momento torsor conforme a lo que a cada elemento resistente corresponde. De acuerdo con la elastancia intrínseca de cada elemento, los valores de los desplazamientos según las direcciones principales, son directamente proporcionales a las componentes  $F_e$  y  $F_\eta$ , e inversamente, a las rigideces principales; es decir que:

$$\delta_e = \frac{F_e}{r_e} ; \delta_\eta = \frac{F_\eta}{r_\eta} \quad [15]$$

La parte de esfuerzo que corresponde, según sus ejes principales, a cada elemento resistente, es proporcional a la rigidez en esa dirección, ( $r_{1m}$ , y  $r_{2m}$ ). El producto de estas rigideces por las componentes de los desplazamientos  $\delta_e$  y  $\delta_\eta$  en las direcciones principales de cada elemento "m", nos dará los valores de los esfuerzos que éste absorbe en cada caso. Proyectando los desplazamientos  $\delta_e$  y  $\delta_\eta$  (según los ejes principales del conjunto) sobre las direcciones principales  $1m$  y  $2m$  del elemento "m", obtendremos los desplazamientos principales intrínsecos de cada elemento, que serán:

$$\begin{aligned}\delta_{1m} &= \delta_e \cos \gamma_m + \delta_\eta \operatorname{sen} \gamma_m \\ \delta_{2m} &= \delta_e \operatorname{sen} \gamma_m + \delta_\eta \cos \gamma_m\end{aligned}\quad [16]$$

Por tanto, los valores de los esfuerzos que absorbe el elemento resistente "m", según sus direcciones principales, vendrán dados por:

$$\begin{aligned}F_{1m} &= r_{1m} \delta_{1m} \\ F_{2m} &= r_{2m} \delta_{2m}\end{aligned}\quad [17]$$

de módulo y dirección:

$$F_m = \sqrt{F_{1m}^2 + F_{2m}^2}; \quad \operatorname{tg} \lambda_m = \frac{F_{2m}}{F_{1m}} \quad (\text{véase figura 2})$$

con lo que el reparto del esfuerzo total por planta, queda distribuído en cada elemento vertical de acuerdo a su capacidad de absorción de esfuerzos (Rigideces principales).

Resta todavía por distribuir el momento torsor del conjunto, según cada elemento resistente. Debido a la aparición de éste momento, el extremo superior del elemento resistente "m", se desplaza ortogonalmente a la línea de unión centro de rigidez del conjunto-centro de masa del elemento "m" (véase fig. 3). Si éste desplazamiento es  $\delta'_m$ , sus componentes en la dirección de los ejes principales de inercia intrínsecos de "m" son a su vez:

$$\begin{aligned}\delta'_{1m} &= \delta'_m \cos \theta_m \\ \delta'_{2m} &= \delta'_m \operatorname{sen} \theta_m\end{aligned}\quad [18]$$

Contemplando la figura 3, vemos que:

$$\delta'_m = \theta d_m \quad \therefore \quad d_{1m} = d_m \cos \theta_m \quad \text{y} \quad d_{2m} = d_m \operatorname{sen} \theta_m$$

Sustituyendo ahora estos valores en las expresiones [18], obtenemos a su vez que:

$$\begin{aligned}\delta'_{1m} &= \theta d_{1m} \\ \delta'_{2m} &= \theta d_{2m}\end{aligned}\quad [18 \text{ bis}]$$

El producto de estos desplazamientos por las rigideces principales del elemento resistente "m", nos dará las fuerzas que actúan en las direcciones principales de dicho elemento (véase fig. 3). En estas condiciones, tendremos:

$$\begin{aligned}F'_{1m} &= r_{1m} \delta'_{1m} = r_{1m} d_{1m} \theta \\ F'_{2m} &= r_{2m} \delta'_{2m} = r_{2m} d_{2m} \theta\end{aligned}\quad [19]$$

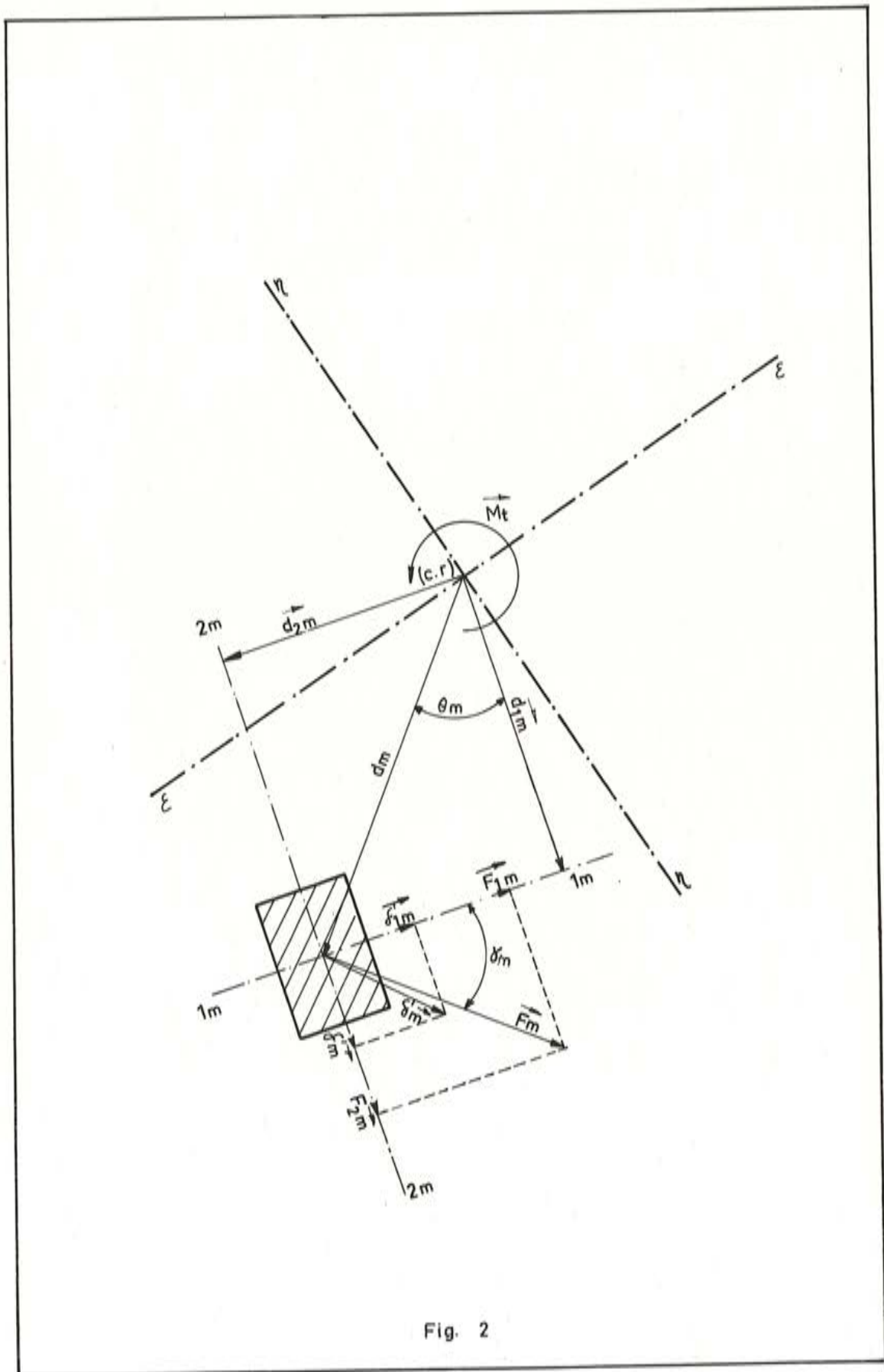


Fig. 2



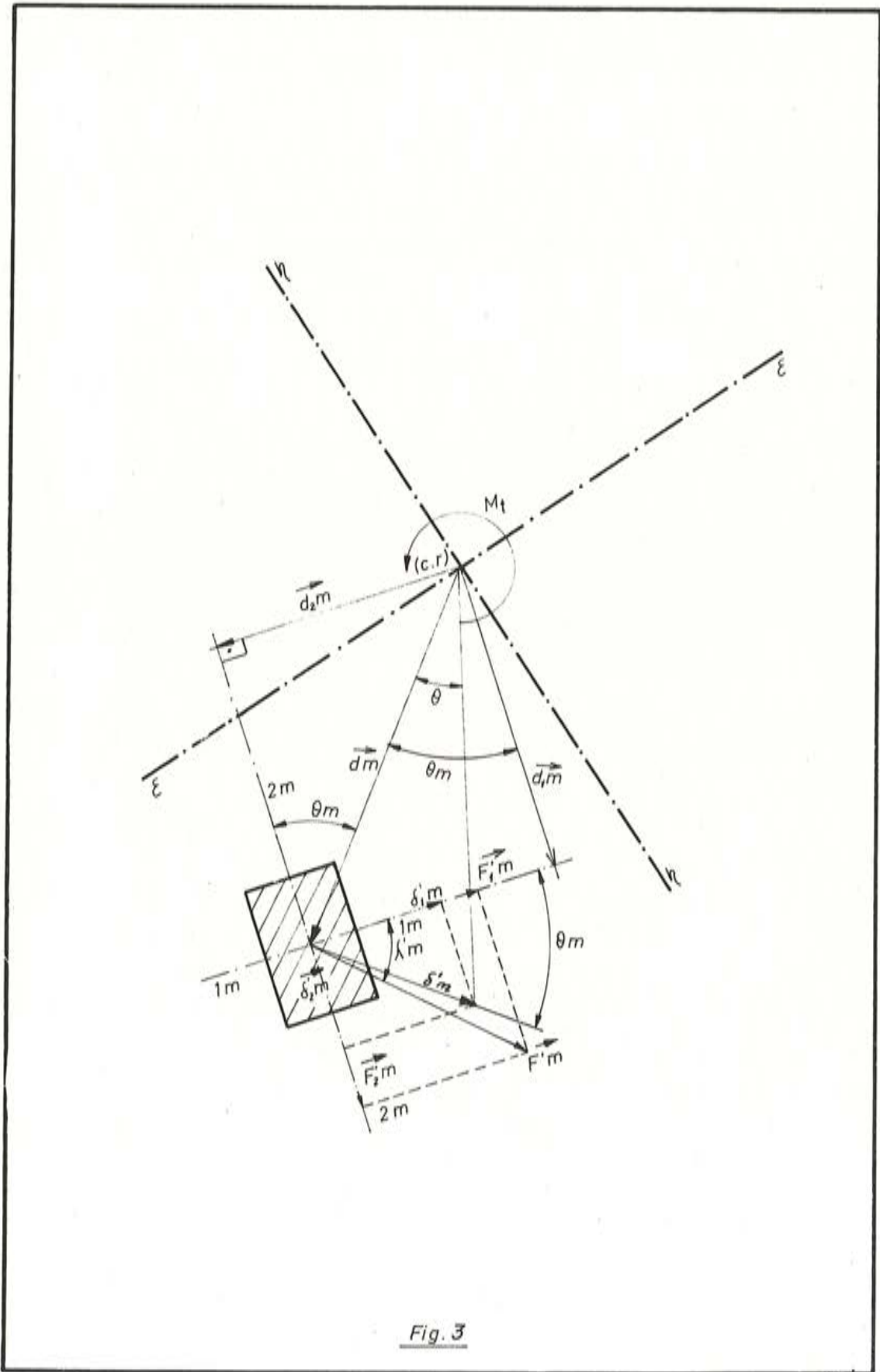


Fig. 3

expresiones que nos dan las fuerzas generadas, según las direcciones principales, en el extremo superior de "m". Estas fuerzas reactivas, se crean simultáneamente como respuesta individual de "m" al momento tursor  $M_t$ , producido por la rotación del conjunto estructural alrededor de su centro de rigidez. El momento de éstas fuerzas respecto a dicho centro será, evidentemente:

$$M_{t, m} = F'_{1m} d_{1m} + F'_{2m} d_{2m} \quad [20]$$

El momento resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el conjunto de elementos "m", respecto al centro de rigidez absoluto, será por tanto el propio momento tursor  $M_t$ , que sabemos aplicado en el centro de rigidez del conjunto (o centro de rigidez absoluto). En consecuencia:

$$\sum_1^m M_{t, m} = M_t = \sum_1^m (F'_{1m} d_{1m} + F'_{2m} d_{2m}) \quad [21]$$

Teniendo ahora en cuenta la expresión [19], obtendremos:

$$M_t = \theta \sum_1^m (r_{1m} d_{1m}^2 + r_{2m} d_{2m}^2) \quad [22]$$

de cuya expresión se obtiene el valor de la rotación  $\theta$  del conjunto estructural, alrededor del centro de rigidez, y que resulta:

$$\theta = \frac{M_t}{\sum_1^m (r_{1m} d_{1m}^2 + r_{2m} d_{2m}^2)} \quad [23]$$

Llevando este valor de  $\theta$  a las expresiones [19], obtendremos los valores de las fuerzas distribuidas en cada elemento "m", todas ellas en función del momento tursor.

El módulo y dirección de las fuerzas reactivas intrínsecas de "m", debidas al momento tursor, serán por tanto:

$$F'_m = \sqrt{F'^2_{1m} + F'^2_{2m}}; \quad \text{tg } \lambda'_m = \frac{F'_{2m}}{F'_{1m}}$$

Como se observa, tanto en la distribución del esfuerzo dinámico  $F$ , como en la del momento tursor  $M_t$ , cada elemento resistente absorbe un esfuerzo proporcional a su rigidez intrínseca, según sus direcciones principales de inercia. Evidentemente, el momento tursor del conjunto, será función tanto cualitativa como cuantitativa de la disimetría estructural, independientemente de la masa y nivel considerados.

\* \* \*

En el presente artículo hemos tratado el problema de la torsión desde un punto eminentemente teórico, asignando a los elementos verticales "m" la reserva de resistencia del conjunto estructural frente al colapso. Aunque en ingeniería sísmica éste último punto no admite discusión, la presencia de cerramientos y particiones modifica sustancialmente la distribución de esfuerzos en las cabezas de pilares, pese a que el cálculo de centros de rigidez y masa sean correctos. La presencia de elementos de relleno supone un acumulador potencial de energía vibrante, en especial durante las primeras secuencias de la moción (pocos de-

ribos, grietas pequeñas). La influencia de éstos acumuladores ocasionales, junto al desplazamiento de masas en los entrepisos durante el tiempo de interceptación sísmica, hacen variar aleatoriamente los centros de rigidez y masa de cada nivel con el curso del fenómeno; y en consecuencia, los centros de rigidez y masa del conjunto estructural. Deben por tanto proyectarse elementos de partición y cierre, coherentes en todo momento con el comportamiento estructural previsto.

A pesar de ser la torsión una sollicitación adicional más o menos objetivamente calculable, ha de evitarse en lo posible la disimetría estructural. A éste respecto, es creencia muy extendida que un edificio de forma y distribución estructural cualquiera, puede ir ubicado en regiones inestables con tal de "calcularlo a sísmico" debidamente. El error estriba quizás en el olvido de que el sismo real es una manifestación DINAMICA, con una ley de acción CAOTICA. Es por ello que cualquier suerte de torsión debe minimizarse a priori. Aún así, e independientemente de las ocasionales variaciones de centros de rigidez y masa, pueden presentarse esfuerzos y torsiones adicionales, en casos de magnitudes importantes en la componente horizontal de la onda de distorsión. El "efecto látigo" torsional, juntamente con el lineal, aumenta el riesgo de proyección de cornisas, cerramientos, chimeneas etc, independientemente del colapso frágil del entramado. Evidentemente, las zonas más afectadas, corresponderán a lugares geométricos cuyo radio de giro sea mayor.

#### BIBLIOGRAFIA

1. MUTO K. Seismic analysis of reinforced concrete buildings. Proc. IWCEE Berkeley. California, 1956.
2. NORRIS, CH and WILBUR, J.B. Elementary structural analysis Mc. Graw-Hill Books Company, New York 1960.
3. WILBUR, J.B. Distribution of wind load to the bents of a building. Journal of the Boston Society of Civil Engineers. Boston 1935.
4. NAITO, T. Theory of seismic design of framed buildings. Journal of the Architectural Institute of Japan, 1922.
5. PALACIOS, C. Estudio de rigideces en marcos de edificios. Universidad Nacional Autónoma de México, 1958.
6. CARDAN, B. Concrete shear walls combined with rigid frames in multistory buildings subjected to lateral loads. J. ACI. vol. 58 núm. 3 Septiembre 1961.
7. CHURCH, A. Mechanical vibrations. John Wiley and Sons, New York, 1963.
8. LIN, T. Lateral force distribution in a concrete building story. J. ACI. Vol. 23, núm. 4. December 1951.
9. Housner, G.W. y HUDSON. Mecánica aplicada y dinámica. 2ª edición. Ceca Méjico, Febrero 1960.
10. SOUBIROU, A. Etude theorique et experimentalé du comportement des structures. Annales des ponts et chaussees, 1967-II.
11. NEWMARK, N.M. and HALL, W.J. Dinamic behaviour of reinforced and prestressed concrete building under horizontal forces and the design of joints. Association International des ponts et chaussees. 8º Congres. New York, 1968.
12. BELDA VILLENA, E. Mecánica clásica. Edit Vizcaína, S.A. Bilbao.
13. BLUNIE J.A. Dynamic characteristics of multistory buildings. Journal of the structural division. Vol. 94 February 1968.

14. NIELSEN, N. Dynamic response of multistory buildings. California Institute of Technology. Pasadena, 1964.
15. RECOMENDED LATERAL FORCE REQUIREMENTS AND COMENTARY. Structural engineering association of California (S.E.A.O.C.).
16. BELES, IFRIM, YAGUE. Elementos de Ingeniería Sísmica. Ed. Omega, Barcelona 1975.
17. NACAR, ALARCON, Dinámica aplicada, Madrid 1973.

---

### IMPORTANTE ACUERDO INTERNACIONAL DE COOPERACION TECNICA EN EL CAMPO SIDERURGICO

La empresa española TETRACERO, S.A. ha firmado un importante acuerdo de cooperación tecnológica en el campo del acero corrugado para armar hormigón, con la TOR-ISTEG STEEL CORPORATION de Luxemburgo.

En el marco de las estipulaciones suscritas cabe destacar, además de un intercambio de estudios y resultados de investigaciones científicas, el traspaso a TETRACERO, S.A. de la propiedad de determinadas patentes de la TOR-ISTEG STEEL CORPORATION que ya venían siendo utilizadas por la empresa española.

Este acuerdo supondrá un notable impulso a la tecnología del acero de construcción en nuestro país.

### DICCIONARIO MULTI-LINGÜE DEL HORMIGON

*Recopilación de vocablos en alemán, castellano, francés, holandés, inglés y ruso. Editado bajo los auspicios de la Federación Internacional del Pretensado (F.I.P.).*

*Publicado en setiembre de 1976 por:*

*ELSEVIER SCIENTIFIC PUBLISHING COMPANY*

*P.O. Box, 211, Amsterdam, Holanda.*

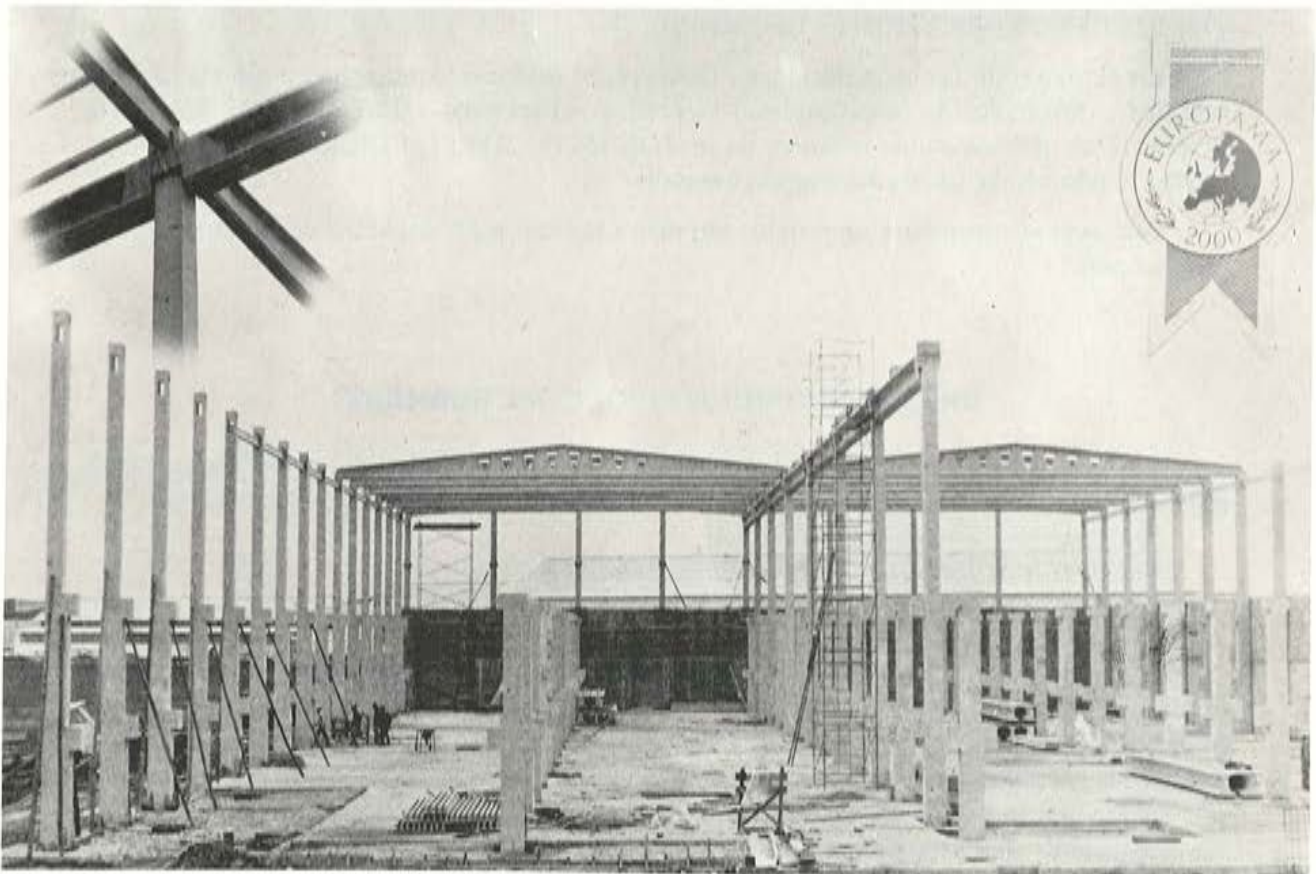
El imprescindible intercambio internacional de ideas y conocimientos, a menudo se ve entorpecido por las dificultades del idioma. Si esto es cierto en todos los ámbitos científicos, quizás lo sea aún más en el campo de la técnica de las construcciones en hormigón. Para ayudar a la resolución de este problema, un pequeño grupo de ingenieros holandeses preparó, por encargo de la F.I.P., un diccionario inglés-holandés en el que se recogía una relación de los términos de más frecuente utilización en la técnica del hormigón. Con la cooperación de otros Grupos nacionales afiliados a la F.I.P., dicho diccionario se amplió posteriormente con las versiones en alemán, castellano, francés y ruso.

El léxico incluido en este texto se refiere tanto al hormigón armado como al hormigón pretensado, teniendo en cuenta la estrecha vinculación existente entre ambas técnicas. Comprende unas dos mil palabras entre las que se ha intentado que figuren, dentro de lo posible, todos los últimos conceptos surgidos en el campo de las construcciones de hormigón.

Esta obra de 180 páginas, habrá de servir de inapreciable fuente de referencia para todos cuantos desarrollan sus actividades en los campos de la ingeniería, arquitectura y de la construcción en general.



**PUENTES - NAVES INDUSTRIALES - FORJADOS  
BOVEDILLAS - LADRILLOS - TEJAS - TUBOS DRENAJE**



**FABRICAS:**

- HUESCA: Paseo Lucas Mallada, s/n. - Teléfono 22 39 00 (cinco líneas). (Casa central.)
- TORREJON DE ARDOZ (Madrid): Carretera de Torrejón a Loeches, Km. 4,200 - Teléfono 675 04 50.
- MONZON: Carretera de Lérida - Teléfono 40 07 80.
- GRAÑEN: Carretera de Huesca - Teléfono 27.
- MADRID: Carretera de Toledo, Km. 7,300 - Teléfono 695 25 68.
- ZARAGOZA: Avda. de Marina Moreno, 31 - Teléfono 23 75 02 3. (Comercial zona norte.)
- MADRID: General Yagüe, 8, 3.º B - Teléfono 455 27 82. (Comercial zona centro.)

# estudio de los esfuerzos rasantes y el deslizamiento en los elementos compuestos sometidos a flexión

Por: J. DARDARE, ING. E.T.P.

*(Traducción de la Monografía nº 1 publicada por el "Centre d'Etudes et des Recherches de l'Industrie du Béton Manufacturé", de Francia)\**

## SINOPSIS

En este trabajo se estudia el deslizamiento que se produce, a lo largo de la superficie de contacto, entre los dos hormigones de distinta naturaleza que constituyen los elementos compuestos, al ser sometidos a flexión. Este caso se presenta, principalmente, en los forjados contruidos a base de viguetas o placas prefabricadas completadas en obra con una losa superior de hormigón vertido in situ.

La primera parte se refiere a la resistencia de la junta, de enlace entre los dos hormigones, a la redistribución de tensiones a lo largo del tiempo y a las disposiciones constructivas, que permiten mejorar la resistencia al deslizamiento en la superficie de contacto entre los dos hormigones.

En la segunda parte se dan los valores de las tensiones admisibles, frente a los esfuerzos rasantes de acuerdo con las normas vigentes en los distintos países.

## INTRODUCCION

Se analiza, en este trabajo, el comportamiento de la superficie de contacto entre los dos hormigones de distinta naturaleza que constituyen los elementos compuestos, cuando dichos elementos trabajan a flexión. El problema se presenta, principalmente, en el caso de forjados contruidos a base de placas o viguetas, y en los cuales existe una superficie de contacto entre dos hormigones de distinta naturaleza:

---

\* NOTA DE LA REDACCION: Agradecemos sinceramente al Autor, su autorización para publicar en nuestra Revista la versión española de este interesante trabajo.

- Un hormigón, elaborado en fábrica, que es el que se utiliza en la construcción del elemento prefabricado, que puede ser de hormigón armado o pretensado.
- Un hormigón, vertido en obra, con el que se construye parte de los nervios y la losa superior del forjado terminado.

Como se sabe, siempre que en un sólido se produce una tensión cortante transversal, aparece, al mismo tiempo, una tensión longitudinal de deslizamiento, en dirección perpendicular a la primera, del mismo valor, y orientada de tal forma que, o bien dichas dos tensiones convergen una hacia la otra, o bien se separan una de otra.

La superficie de contacto entre los dos hormigones, que a priori constituye un punto débil por lo que respecta a las tensiones de deslizamiento originadas por la flexión, desempeña un papel de primera importancia en el comportamiento de los forjados antes mencionados. En estos elementos, el funcionamiento de la junta entre los dos hormigones es extremadamente complejo, como consecuencia de la diferente naturaleza y distinta edad de los hormigones en contacto. En efecto; los especiales tratamientos a que se someten los hormigones de los elementos prefabricados, les confieren altas resistencias iniciales, más elevadas que las que puede exigirse a los hormigones fabricados en obra. Además, los elementos prefabricados permanecen, algunas veces, bastante tiempo almacenados en la factoría, antes de su utilización y, como consecuencia, su resistencia intrínseca en la época en que aparecen las tensiones que originan la fluencia es más elevada que la del hormigón aportado en obra.

En la primera parte de este trabajo, se reseñan los ensayos, efectuados en diferentes centros de investigación, que se han considerado más interesantes por las conclusiones que de los mismos se deducen. En estos ensayos se presta especial atención a los principales parámetros que influyen en la resistencia del plano de la junta.

En la segunda parte, se incluyen los textos de las distintas normas, relacionadas con este problema, vigentes en Francia y en otros países.

Como se verá más adelante, los ensayos efectuados han permitido llegar a conocer los diferentes parámetros que influyen en la resistencia de la junta, así como el funcionamiento de ésta bajo cargas instantáneas, repetidas, o de larga duración. Para estos ensayos se han utilizado forjados constituidos, bien con viguetas de hormigón armado, o bien con viguetas de hormigón pretensado.

Los ensayos bajo *cargas estáticas* han permitido determinar la influencia de los parámetros que a continuación se indican, clasificados en tres categorías:

- Parámetros específicos del elemento:
  - Posición del eje neutro con respecto al plano de la junta.
  - Resistencia de los hormigones que constituyen las dos partes distintas del elemento.
  - Inercia de los elementos.
- Parámetros relativos a la junta:
  - Adherencia entre los dos hormigones.
  - Rugosidad de la parte prefabricada.

Se estudiará también cómo es posible mejorar la resistencia de la junta, ya sea disponiendo llaves en la superficie de contacto, o bien utilizando las armaduras transversales denominadas "de cosido".

- Parámetros inherentes a la posición de las cargas y a la situación del elemento en la estructura:
  - Relación entre la distancia desde el primer punto de aplicación de la carga al apoyo, y el canto útil del elemento.
  - Tipo de apoyo. Se estudiará especialmente la influencia de la continuidad.

Los ensayos bajo *cargas repetidas* han permitido conocer la influencia de este tipo de sollicitación sobre la resistencia de la junta.

Los ensayos bajo cargas de *larga duración* han permitido determinar la influencia recíproca de la fluencia y de la retracción sobre los dos hormigones en contacto.

## PRIMERA PARTE: ENSAYOS

### CAPITULO 1: ANTECEDENTES

#### 1.1. Expresión de la tensión local de deslizamiento longitudinal, en un plano cualquiera situado a una cierta distancia de la fibra neutra

Se consideran dos secciones transversales AB y CD, situadas entre sí a la distancia  $dx$ . Para que el prisma "a.b.c.d.", delimitado por los planos AB y CD y por el plano longitudinal "b.d", situado a la distancia "u" del eje neutro y a lo largo del cual se quiere determinar la tensión de deslizamiento, esté en equilibrio, es necesario que la suma de los esfuerzos en él aplicados sea nula (Fig. 1).

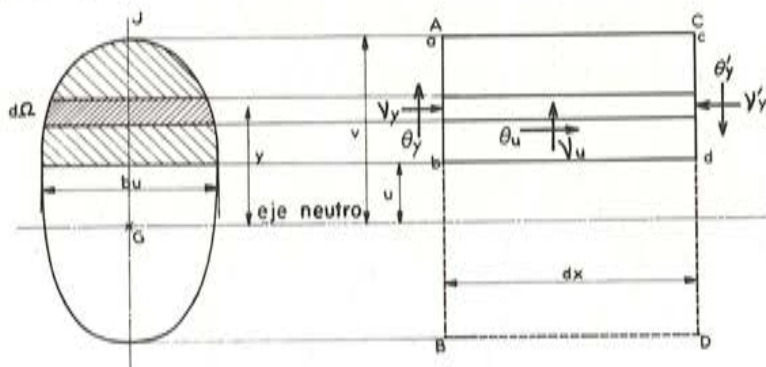


Fig. 1.—Distribución de tensiones

Si se designa por:

$\nu_y$ : la tensión normal originada por el momento  $M$ , y aplicada sobre la superficie elemental  $d\Omega$ ,

$\nu'_y$ : la tensión normal originada por el momento  $M' = M + dM$ , y aplicada sobre la superficie elemental  $d\Omega'$ , situada a la distancia  $dx$  de  $d\Omega$ ,

$\theta_u$ : la tensión de deslizamiento longitudinal, o tensión rasante, que actúa a lo largo del plano "b.d",

$b_u$ : anchura de la superficie elemental  $d\Omega$ ,

la condición de equilibrio anteriormente mencionada, que se obtiene integrando los esfuerzos elementales sobre la superficie  $\Omega$ , se expresa por:

$$\int_u^v \nu_y \cdot d\Omega + \theta_u \cdot b_u \cdot dx - \int_u^v \nu'_y \cdot d\Omega = 0$$

Ahora bien, como quiera que:

$$\nu_y = \frac{My}{I} \quad \text{y} \quad \nu'_y = \frac{M'y}{I}$$

siendo  $I$  el momento de inercia supuesto constante a lo largo del trozo de longitud  $dx$ , la expresión de la tensión local de deslizamiento longitudinal en el plano situado a la distancia "u" de la fibra neutra, resulta:



$$\theta_u = \frac{1}{I b_u} \frac{dM}{dx} \int_u^v y d\Omega$$

Por otra parte, como el valor T del esfuerzo cortante en la sección considerada es igual a:

$$T = \frac{dM}{dx}$$

se obtiene:

$$\theta_u = \frac{T}{I b_u} S_u^v$$

expresión en la cual  $S_u^v$  representa el momento estático, calculado con relación al eje neutro, de la sección limitada por las ordenadas "u" y "v".

## 1.2. Expresión de la fuerza de deslizamiento longitudinal

Si se designa por N y N' a los esfuerzos de compresión que actúan, respectivamente, sobre las caras "a.b" y "c.d" del elemento considerado, se tiene:

$$N = \int_u^v \nu_y d\Omega$$

$$N' = \int_u^v \nu'_y d\Omega$$

Para que las fuerzas aplicadas sobre el elemento "a.b.c.d" estén en equilibrio es necesario que:

$$N' - N = \theta_u b_u dx$$

o bien,

$$N' - N = \frac{T}{I} S_u^v dx$$

Cuando las dos secciones están situadas a la distancia  $\Delta x$ , la expresión precedente, se transforma en:

$$N' - N = \frac{T}{I} \Delta x \cdot S_u^v$$

Sin embargo, es necesario hacer notar que esta fórmula es válida solamente en el caso de que las secciones AB y CD estén muy próximas entre sí.

## CAPITULO 2: ENSAYOS ESTATICOS

Se han efectuado numerosos ensayos estáticos, con el objeto de determinar la tensión de deslizamiento, o tensión rasante, que puede ser absorbida por el plano de contacto entre dos hormigones de distinta naturaleza. Sin embargo, la mayor parte de tales ensayos se refieren a determinados tipos específicos de piezas; por ello sólo se mencionarán aquéllos en los que se han llegado a deducir conclusiones de carácter general y que, por lo tanto, permiten llegar a conocer la contribución de cada parámetro a la resistencia al deslizamiento en dicho plano. En concreto, los ensayos que han sido tomados en consideración son los de GROSSFIELD y BIRNSTIEL, los de HANSON en 1960, los de SAEMANN, los de WASHA, en 1964, y los de RUSCH en 1964.

## 2.1. Ensayos efectuados por Grossfield y Birnstiel

Los ensayos efectuados por estos ingenieros (1), son interesantes porque ponen de manifiesto la influencia de la anchura de la superficie de contacto, cuando la cuantía de armadura transversal permanece constante. Las piezas ensayadas eran de dos tipos: el tipo A (figura 2a) en las cuales la anchura de la superficie citada era de 6,35 cm., y el tipo B (figura 2b) en las que dicha anchura era de 12,70 cm., es decir, el doble que en las del tipo A.

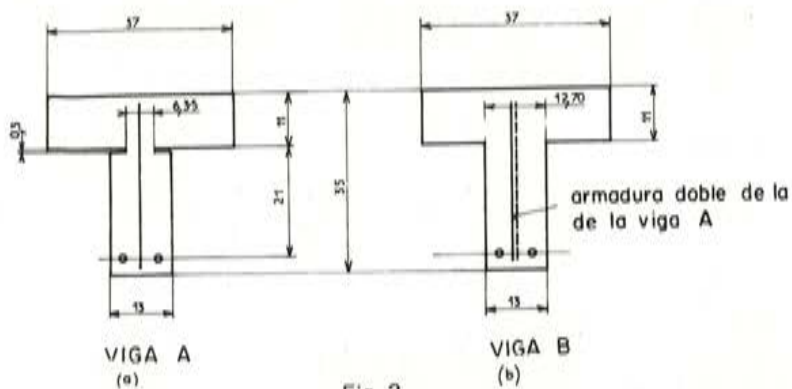


Fig. 2

Con el fin de conservar la misma cuantía de armadura transversal en los dos tipos de piezas, las armaduras verticales de las del tipo B eran el doble de las dispuestas en los elementos del tipo A, según puede apreciarse en la figura.

Para cada uno de los dos tipos se ensayaron piezas en las cuales la naturaleza de la superficie de contacto era de tres clases diferentes:

- Lisa.
- Rugosa.
- Adherente mediante la aplicación de una resina epoxi.

Al mismo tiempo que se efectuaban estos ensayos, se ensayaron también elementos monolíticos con el fin de poder realizar un estudio comparativo de los resultados obtenidos.

El eje neutro de las piezas compuestas terminadas, coincidía con la traza de la superficie de contacto entre los dos hormigones. En el momento del ensayo, tanto el hormigón del alma como el de la losa superior, presentaban una resistencia a compresión, en probeta cilíndrica, de  $310 \text{ kp/cm}^2$ , aproximadamente.

### Descripción de los ensayos

La figura 3 representa el dispositivo de ensayo utilizado. Las piezas, libremente apoyadas, quedan sometidas a un momento flector constante en su parte central. Las cargas se aplican, por incrementos sucesivos, hasta llegar a la fisuración por flexión. Una vez alcanzada ésta, se descarga, en dos etapas iguales, hasta volver de nuevo al cero. Se miden las flechas y los deslizamientos.

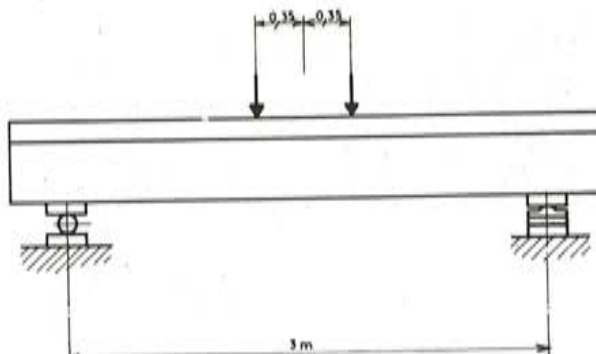


Fig. 3

## Resultados de los ensayos

La fisuración provocada por haberse sobrepasado el límite elástico de los aceros de las armaduras longitudinales, daba lugar a continuación a una rotura por esfuerzo cortante, que destruía la parte inferior de la viga. Se pudo comprobar que los elementos del tipo A, en los que la armadura era la mitad de la que llevaban los del tipo B, presentaban flechas superiores. Por otra parte, los deslizamientos registrados en los elementos del tipo A, eran también mayores que los medidos en los del tipo B. Además, los elementos en los cuales la superficie de contacto era rugosa o adherente, presentaban deformaciones menos importantes que los elementos en los que la superficie de contacto era lisa.

Sin embargo, debe señalarse que los elementos monolíticos presentaban deformaciones análogas a las registradas en los otros elementos. Ahora bien; dado que no existe ninguna razón para que en los elementos monolíticos se produzcan deslizamientos, debe suponerse que las deformaciones no eran debidas únicamente a la existencia de la superficie de contacto.

### 2.2. Ensayos efectuados por Hanson

Estos ensayos (2) fueron realizados en los laboratorios de la Portland Cement Association.

Hanson se propuso investigar la influencia de los diferentes parámetros que intervienen en la unión entre dos hormigones de distinta naturaleza, tanto mediante ensayos realizados sobre probetas como a partir de ensayos efectuados sobre piezas reales.

Los parámetros investigados, análogos a los anteriormente citados, eran los siguientes:

- Rugosidad de la superficie:
  - Superficie lisa, terminada con llana.
  - Superficie lisa con áridos vistos (eliminación de la lechada).
  - Superficie rugosa (rugosidades de 1 cm. aproximadamente).
  - Superficie rugosa con áridos vistos.
- Adherencia:
  - Superficie no adherente, mediante la interposición de pintura a base de siliconas.
  - Superficie adherente por adherencia natural.
- Cuantía de armaduras:

La longitud de la superficie sometida a esfuerzo rasante, permitía variar la cuantía de las armaduras de cosido o enlace.

- Llaves en el hormigón:

Estas llaves se formaban en la parte prefabricada de la pieza (Fig. 4).

#### 2.2.1. Ensayos sobre probetas

En la figura 4 se representa la sección de las probetas utilizadas por Hanson. En estos ensayos se podían variar prácticamente todos los parámetros que influyen en el comportamiento de la superficie de contacto. Son también interesantes porque permiten investigar, tanto el efecto de la rugosidad de la superficie de contacto como el de la adherencia entre los dos hormigones.

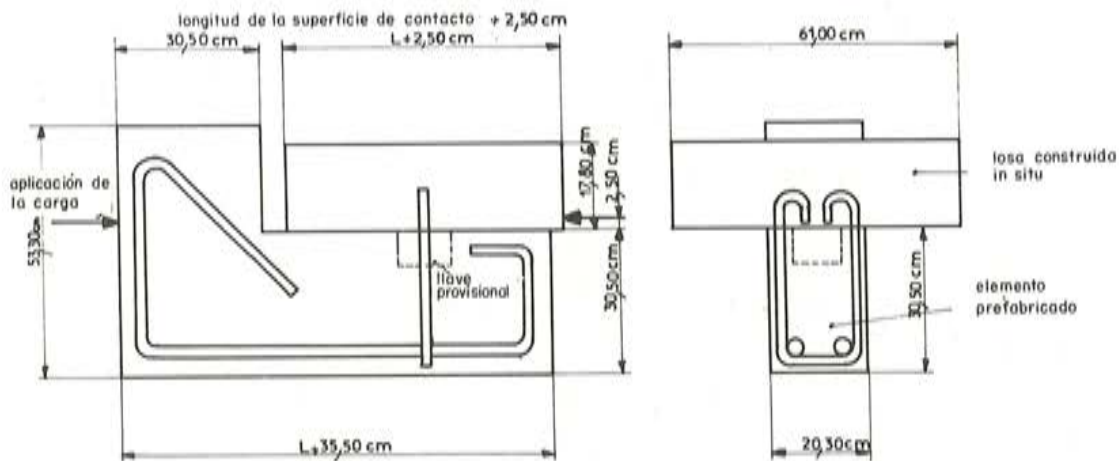


Fig. 4.—Ensayos sobre probetas

### Descripción del ensayo

El hormigón de la parte construida in situ se vertía cuando el de la parte prefabricada había alcanzado los 7 días de edad. La probeta se ensayaba después de un período de endurecimiento de 14 días. Durante la mitad de este período se mantenía en atmósfera húmeda.

La carga se aplicaba sobre la parte hormigonada in situ y a 2,5 cm. por encima de la superficie de contacto. Un comparador colocado en el punto medio de la longitud de dicha superficie permitía medir los deslizamientos entre las dos partes de la probeta y definir así la variación de este deslizamiento en función de la carga aplicada.

### Resultados de los ensayos

En el diagrama de la figura 5 puede apreciarse la influencia del estado de la superficie. En él se indica, en función del deslizamiento registrado (en milímetros), los valores medios de las tensiones de deslizamiento (en  $\text{kp}/\text{cm}^2$ ), correspondientes a los diferentes estados de la superficie de contacto, sin tener en cuenta la presencia de armaduras. Para ello, y con el fin de determinar el valor de la carga absorbida exclusivamente por las armaduras, se hicieron ensayos sobre probetas con superficie de contacto lisa, sin adherencia, y armadas transversalmente con distintas cuantías de acero.

La interpretación del diagrama de la figura 5, permite determinar la influencia de los distintos estados de la superficie del plano de contacto, sobre el deslizamiento, y conocer las diferentes formas de funcionamiento de este plano.

### Influencia de la adherencia

La adherencia entre los dos hormigones constituye uno de los parámetros fundamentales en relación con el deslizamiento. Del diagrama de la figura 5 se deduce que las juntas adherentes permiten alcanzar valores muy elevados de los esfuerzos rasantes, manteniéndose muy reducida la magnitud de los correspondientes deslizamientos. Las curvas relativas a este tipo de juntas caracterizan lo que Hanson denomina "uniones rígidas", en comparación con las correspondientes a las juntas no adherentes en las cuales, para poder absorber esfuerzos rasantes importantes, es preciso llegar a grandes valores de los deslizamientos.

Finalmente, las juntas que presentan mala adherencia, no pueden soportar esfuerzos rasantes importantes más que a costa de sufrir elevadas deformaciones.

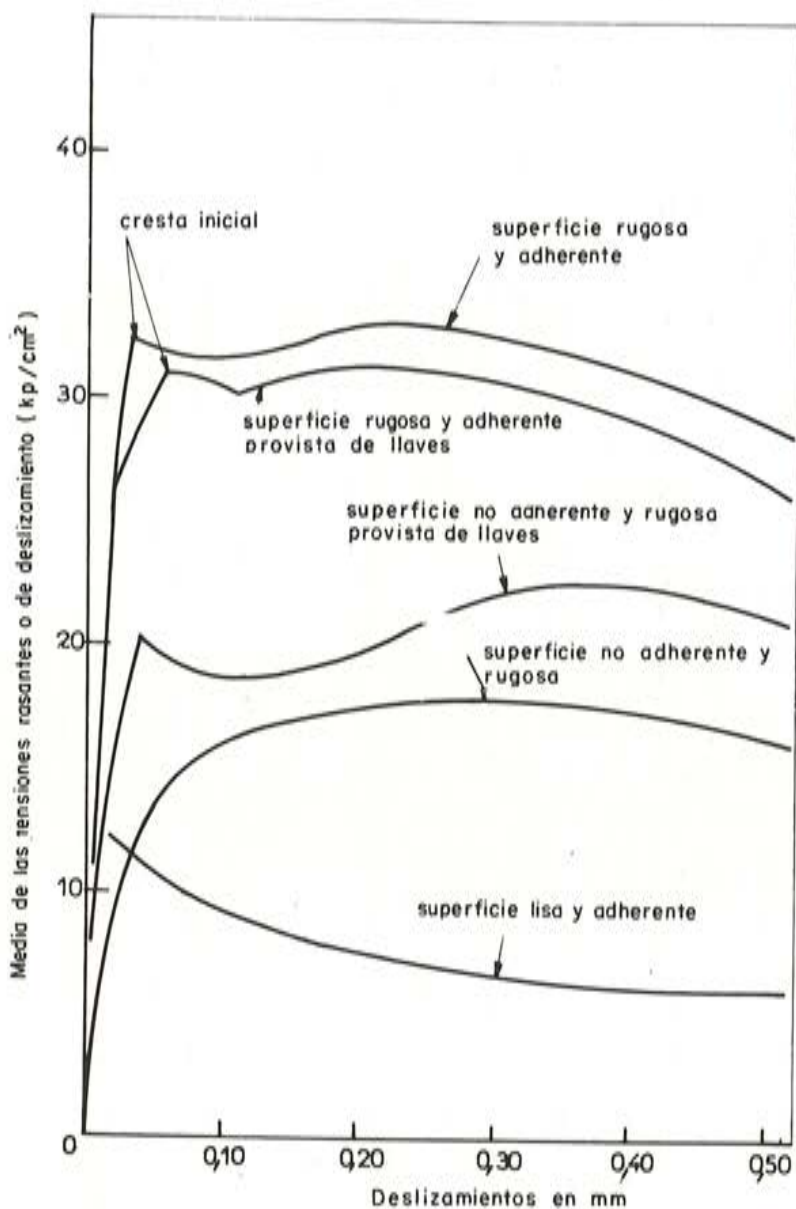


Fig. 5.—Influencia del estado de la superficie, sobre el valor del deslizamiento

### Influencia de la rugosidad

Parece que la profundidad de las rugosidades superficiales sólo tiene una débil influencia en la capacidad de la junta para absorber los esfuerzos rasantes y que la resistencia de dicha junta depende, fundamentalmente, de que esté más o menos limpia la superficie de contacto. En efecto, en los ensayos efectuados se pudo comprobar que el resultado era prácticamente el mismo, tanto en los elementos cuya superficie de contacto se había hecho rugosa dejando los áridos al descubierto mediante la eliminación de la lechada superficial, como en aquellos otros en los que dicha superficie era lisa por haber sido terminada con llana.

En conclusión, Hanson opina que la primera "cresta" que aparece en el diagrama "tensiones de deslizamiento-valores del deslizamiento", debe considerarse como característica de la resistencia intrínseca de la junta, sin armaduras. Y que la pendiente de la curva más allá de dicho punto, es función esencialmente de la cuantía de las armaduras de cosido que lleva el elemento.

## **Influencia de la longitud de la superficie sometida a esfuerzo rasante**

En los ensayos efectuados sobre elementos con junta adherente, ha podido comprobarse que cuando la longitud de dicha superficie es pequeña, las tensiones de deslizamiento son proporcionalmente mayores que en el caso de que tales longitudes sean grandes. Este fenómeno es menos patente en el caso de juntas rugosas, una vez rota la adherencia. Esto hace suponer que, en los ensayos con junta adherente, las fuertes resistencias debidas a la adherencia se producen solamente en una pequeña longitud y que la rotura se propaga, a lo largo de la superficie de contacto, desde el punto de aplicación de la carga hasta el extremo libre del elemento.

## **Funcionamiento de las llaves en el hormigón**

Se ha podido comprobar que las llaves en el hormigón sólo actúan cuando ha sido rota la adherencia. Cuando esto ocurre y cuando la superficie de contacto es rugosa, la utilización de estas llaves de enlace permite confiar en un ligero aumento del esfuerzo rasante absorbido, para valores importantes de deslizamiento, y da a la junta una cierta rigidez.

En el caso de superficies de contacto lisas, desprovistas de adherencia, las llaves en el hormigón no proporcionan sensibles resistencias al deslizamiento salvo que se produzcan fuertes deslizamientos. La conclusión final de Hanson respecto a la utilización de llaves para absorber el deslizamiento es la siguiente: "el efecto favorable producido por las llaves en el hormigón, no puede adicionarse a los efectos originados por la rugosidad y la adherencia". Su empleo debe evitarse; y en el caso en que esto no fuese posible, las llaves deben calcularse de forma que garanticen por sí solas la transmisión de la totalidad de los esfuerzos rasantes.

Se volverá a tratar de este tema, más adelante, en el Capítulo 6 titulado: "Conclusiones generales. - Disposiciones constructivas para mejorar la resistencia de las juntas".

### *2.2.1. Ensayos sobre elementos compuestos*

Estos ensayos se realizaron sobre dos series de elementos compuestos, de idéntico perfil (figura 6). Sin embargo, los elementos de la segunda serie tenían una superficie de contacto muy reducida. Los hormigones utilizados en la construcción de estas piezas, eran de la misma clase que los empleados en la fabricación de las probetas.

Los estados de las superficies de contacto, en los distintos elementos, eran los siguientes:

- Superficie de contacto rugosa y adherente.
- Superficie de contacto rugosa, con eliminación de la adherencia.
- Superficie de contacto lisa, con adherencia natural.

Al mismo tiempo, se realizaron algunos ensayos sobre elementos monolíticos.

## **Descripción del ensayo**

En la figura 7 se representa el dispositivo de carga. Durante el ensayo se midieron:

- Los deslizamientos entre los dos hormigones.
- Las flechas tomadas por la pieza.

## Resultados de los ensayos

### *Influencia del estado de la superficie:*

Estos ensayos han demostrado también el importante papel que desempeña la adherencia en la resistencia al deslizamiento en la superficie de contacto entre hormigones de distinta naturaleza.

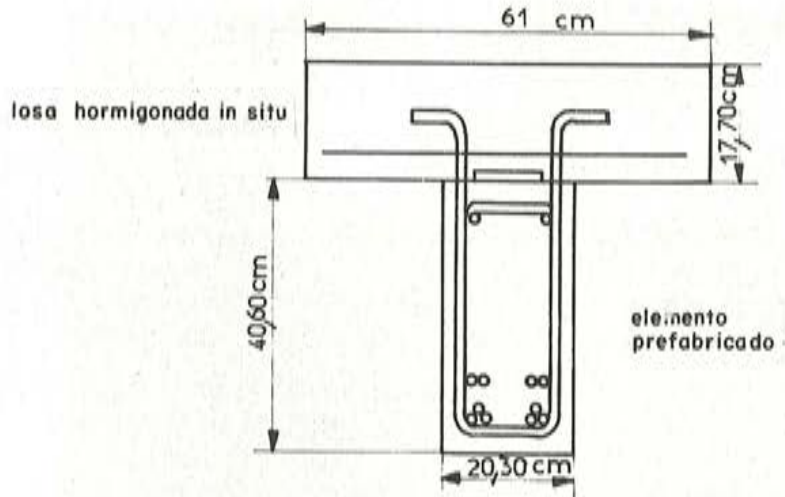


Fig. 6

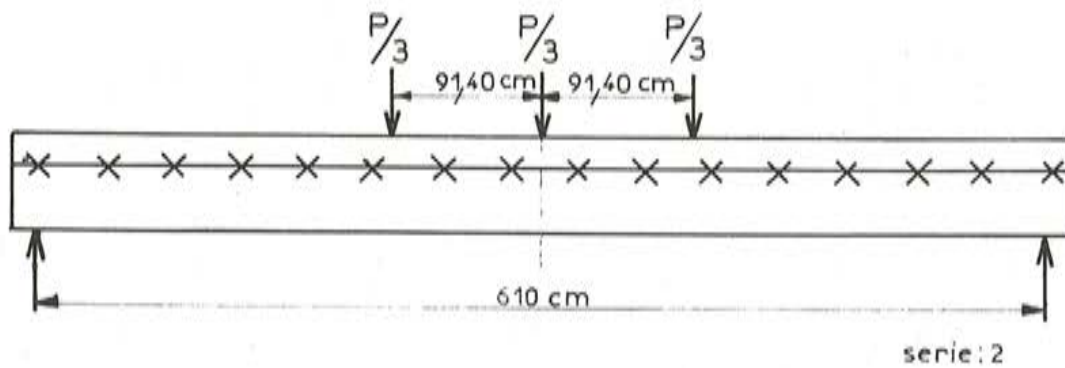
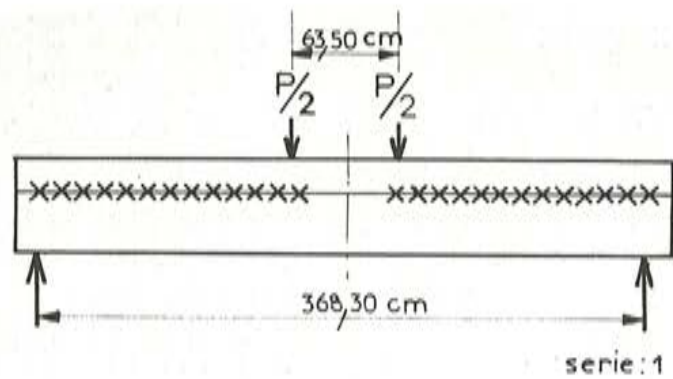


Fig. 7

En efecto, la medición de las flechas tomadas por los elementos y el cálculo de las correspondientes tensiones de deslizamiento, demuestran que los elementos que poseen una superficie de contacto adherente se comportan inicialmente igual que los elementos monolíticos (figura 8). La variación de la tensión rasante en función de la flecha, es para los elementos monolíticos, al menos al principio, prácticamente lineal. Esta ley no se cumple, en el caso de elementos cuyas superficies de contacto son lisas, para tensiones rasantes próximas a los 24  $\text{kp/cm}^2$  cuando la cuantía de armaduras transversal es del 0,46 por 100, y a los 22  $\text{kp/cm}^2$  cuando la cuantía se reduce al 0,34 por 100. Igualmente, los elementos con superficie de contacto rugosa y adherente, tampoco siguen la ley que cumplen los elementos monolíticos, cuando las tensiones rasantes alcanzan valores del orden de los 43  $\text{kp/cm}^2$ , o los 36  $\text{kp/cm}^2$ , según la cuantía de las armaduras transversales. Los elementos en los cuales se ha eliminado la adherencia, dejan de cumplir la mencionada ley para esfuerzos rasantes bastante menores.

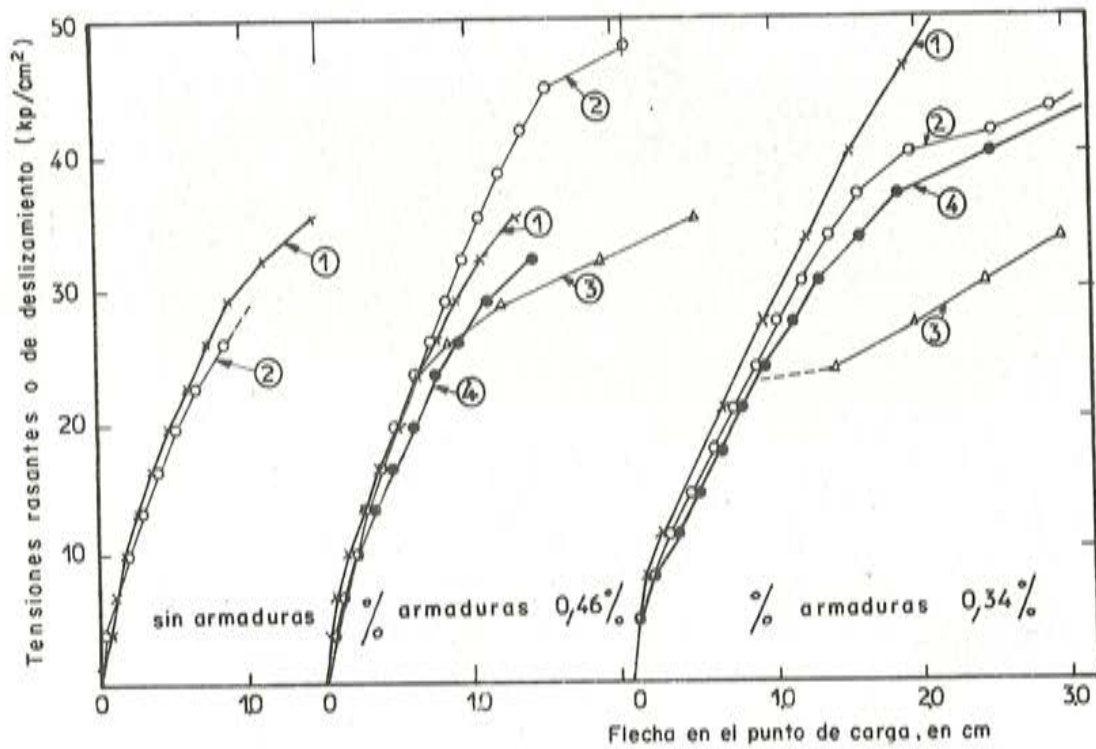


Fig. 8.— Flecha de las piezas  
 1 piezas monolíticas  
 2 superficie de contacto rugosa y adherente  
 3 superficie de contacto lisa y adherente  
 4 superficie de contacto rugosa y no adherente

La figura 9 indica la variación de las tensiones rasantes ( $\text{kp/cm}^2$ ) en función de los valores de los correspondientes deslizamientos. El examen de estas curvas demuestra que los elementos cuya superficie de contacto es rugosa y sin adherencia, presentan deslizamientos importantes para valores relativamente débiles de las tensiones rasantes.

De la comparación de las curvas de las figuras 8 y 9, se deduce que el cambio de pendiente en el diagrama de flechas, en función del esfuerzo rasante absorbido, se produce cuando el valor del deslizamiento se aproxima a los 0,12 mm. Este punto es señalado por Hanson como el punto crítico para el cual el elemento deja de funcionar como si fuese monolítico.



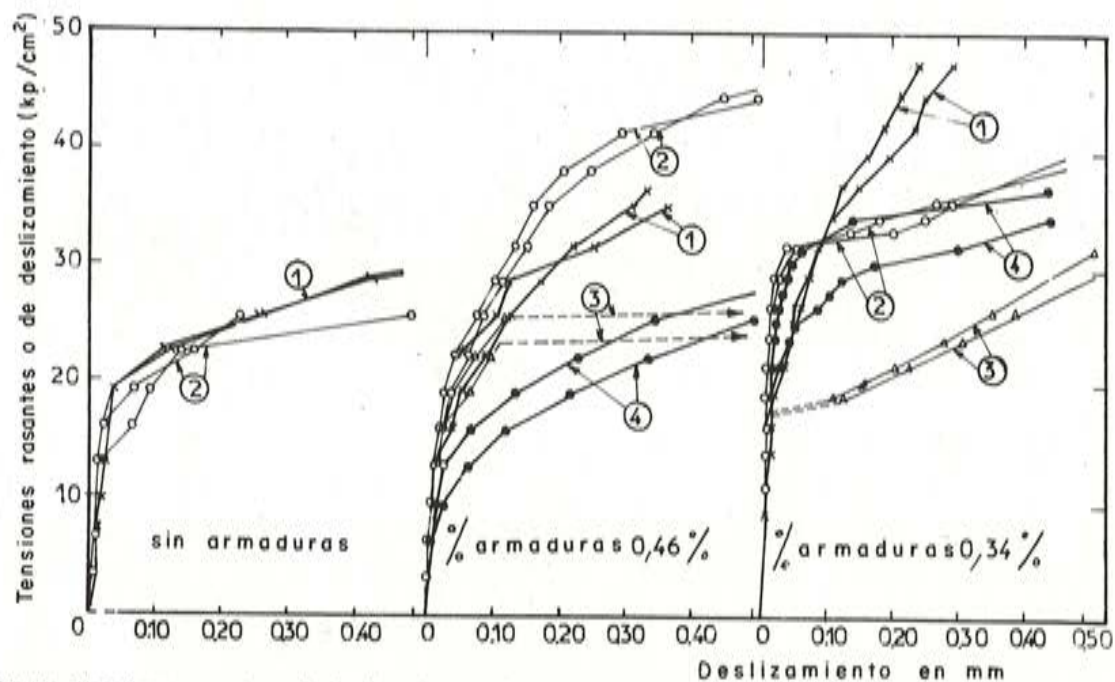


Fig. 9.—Tensiones rasantes o de deslizamiento.—Deslizamiento máximo (Medido en la sección situada al cuarto de la luz)

- 1 piezas monolíticas
- 2 superficie de contacto rugosa y adherente
- 3 superficie de contacto lisa y adherente
- 4 superficie de contacto rugosa y no adherente

### Observaciones

Los valores representados por las curvas de las anteriores figuras han sido determinados aplicando la fórmula establecida en un apartado anterior y que recordamos es:

$$\theta = \frac{T}{I \cdot b} S$$

en la cual se designa por:

- $\theta$  = valor de la tensión rasante a lo largo de la superficie de contacto, en  $\text{kp}/\text{cm}^2$ ;
- T = esfuerzo cortante, es decir, en el presente caso el valor de la reacción de apoyo, en  $\text{kp}$ ;
- S = momento estático, calculado con respecto al eje neutro de toda la superficie comprimida, del área comprendida entre el plano horizontal considerado y la fibra superior de la sección, en  $\text{cm}^3$ ;
- b = anchura de la superficie de contacto considerada, en  $\text{cm}$ ;
- I = momento de inercia de la sección total, en  $\text{cm}^4$ .

### Comparacion entre los ensayos efectuados sobre probetas y los llevados a cabo sobre elementos compuestos

El examen de los resultados obtenidos en los ensayos sobre probetas y en los efectuados sobre elementos compuestos, permite deducir las siguientes conclusiones:

- 1) Los ensayos sobre probetas ponen en evidencia, de un modo bastante satisfactorio, el papel que desempeña el estado de la superficie de contacto, con respecto al deslizamiento. Estos ensayos definen, cuantitativamente, el valor de la resistencia al deslizamiento en la superficie de contacto, en el caso en que dicha superficie sea lisa y adherente. También resultan representativos en el caso de que la citada superficie sea, a la vez, rugosa y adherente; pero no ocurre lo mismo cuando la superficie es rugosa pero no adherente.
- 2) Los ensayos sobre probetas y sobre elementos compuestos demuestran que la adherencia se destruye cuando el valor del deslizamiento es superior a 0,12 milímetros.
- 3) Los ensayos sobre elementos compuestos demuestran el papel primordial que desempeña la adherencia en la resistencia al deslizamiento. Por otra parte, permiten comprobar que los elementos compuestos se comportan como si fuesen monolíticos en tanto no se destruye dicha adherencia.

Estos ensayos indican que esto ocurre cuando la tensión rasante alcanza, aproximadamente:

- 35 kp/cm<sup>2</sup>, en el caso de superficies rugosas y adherentes.
- 21 kp/cm<sup>2</sup>, en el caso de superficies lisas y adherentes,

para un valor medio de la resistencia a compresión, en probeta cilíndrica, de 205 kp/cm<sup>2</sup> para la losa superior hormigonada in situ y de 330 kp/cm<sup>2</sup> para la parte prefabricada de la sección.

- 4) Puede preverse un aumento de unos 12 kp/cm<sup>2</sup> en la resistencia al deslizamiento, por cada 1 por 100 más de cuantía de armadura transversal. Este valor, sin embargo, exige para su confirmación la realización de un mayor número de ensayos.
- 5) Los elementos cuya superficie de contacto no es adherente, son más flexibles que aquellos en los que sí lo es.
- 6) Los ensayos demuestran que la rugosidad de la superficie de contacto permite absorber un esfuerzo rasante de 10,5 kp/cm<sup>2</sup>, con un deslizamiento de sólo 0,12 mm. Demuestran también que cuando se disponen llaves en dicha superficie, que cubran el 50 por 100 de la misma, se puede llegar a absorber hasta 22,5 kp/cm<sup>2</sup> de esfuerzo rasante con el mismo valor de deslizamiento antes indicado (0,12 milímetros).

### 2.3. Los ensayos de la Universidad de Wisconsin

Los ensayos realizados por SAEMANN y WASHA en la Universidad de Wisconsin (3) han permitido poner en evidencia el papel que desempeñan los diferentes parámetros que intervienen en la unión entre el alma de una viga prefabricada de hormigón armado y una losa superior de hormigón vertido in situ.

Los parámetros estudiados fueron los siguientes:

- Posición de la superficie de contacto respecto al eje neutro.
- Resistencia a la compresión del hormigón.
- Grado de rugosidad de la superficie de contacto.
- Papel que desempeñan las llaves en el hormigón de dicha superficie.
- Cuantía de armaduras transversales.
- Distancia entre el primer punto de aplicación de la carga y el apoyo.

Como se verá, la mayor parte de estos parámetros habían sido ya estudiados por Hanson. Sin embargo, estos ensayos son interesantes porque se realizaron sobre elementos de diferentes longitudes y permiten deducir conclusiones sobre la influencia de la posición del punto de aplicación de la carga. Estos ensayos han sido después completados por otros ensayos a fatiga efectuados en la Universidad de Lehigh, de los cuales se tratará más adelante.

### Método de ensayo

La figura 10 representa la sección de los elementos ensayados. Durante el ensayo los elementos descansaban libremente sobre sus apoyos y estaban sometidos a un momento flector constante entre los puntos de aplicación de las cargas, situados a 0,30 m. a uno y otro lado del centro de la luz.

La distancia entre apoyos era, según los casos, 2,44 m, 3,35 m, y 6,10 metros.

El valor medio de la resistencia a compresión del hormigón de las vigas, en el momento del ensayo, era de  $220 \text{ kp/cm}^2$  (valor máximo  $266 \text{ kp/cm}^2$ ; valor mínimo  $170 \text{ kp/cm}^2$ ). Se estimó que el valor medio del módulo de elasticidad de este hormigón era de  $220.500 \text{ kp/cm}^2$ .

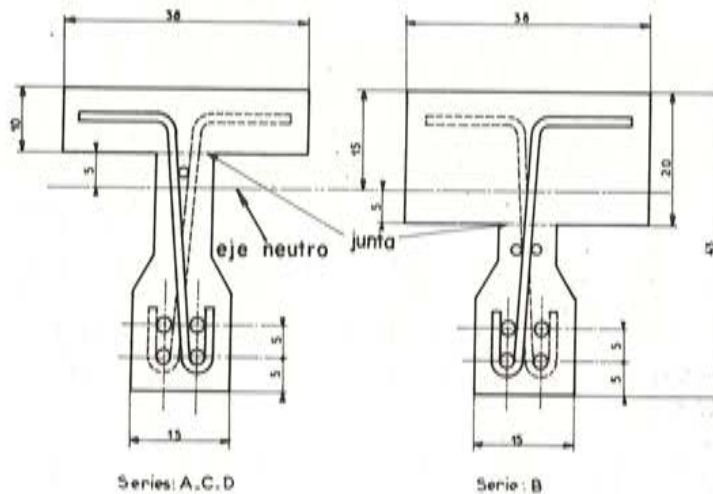


Fig. 10

Por lo que respecta al hormigón de las losas, vertido en obra, la media de su resistencia a compresión era de  $221 \text{ kp/cm}^2$  (valor máximo  $271 \text{ kp/cm}^2$ ; valor mínimo  $187 \text{ kp/cm}^2$ ) y el valor medio de su módulo de elasticidad  $222.600 \text{ kp/cm}^2$ .

La superficie de contacto se caracteriza por tres grados de rugosidad:

- Superficie lisa obtenida mediante acabado con llana.
- Superficie de rugosidad intermedia. Este estado superficial se lograba limpiando con cepillo la capa superficial de mortero, cuyo fraguado se retardaba utilizando un aditivo. Se obtenían así irregularidades superficiales de 3 mm de profundidad.
- Superficie rugosa conseguida por rayado con rastrillo. Se obtenían así irregularidades superficiales de 10 mm. de profundidad.

Durante los ensayos se efectuaban las siguientes mediciones:

- Mediante elongómetros, se medían las deformaciones:
  - Al nivel superior de la losa.
  - Al nivel inferior de la losa.

- Al nivel del eje neutro.
  - Al nivel de las armaduras de tracción superiores.
  - Al nivel de las armaduras de tracción inferiores.
- Mediante comparadores:
- Del deslizamiento entre la losa hormigonada in situ y la viga prefabricada.
  - De las flechas adquiridas por los elementos compuestos.

Los elementos se sometían a sucesivas cargas y descargas; lo que permitía medir los valores de los deslizamientos y de las flechas residuales.

## Resultados de los ensayos

### *Tipo de rotura de los elementos ensayados*

Se observaron tres tipos distintos de rotura:

- Rotura por flexión, provocada por el agotamiento de la resistencia de las armaduras, trabajando a tracción (al sobrepasar el límite crítico de cedencia:  $2.560 \text{ kp/cm}^2$ . La tensión de rotura del acero era de  $4.100 \text{ kp/cm}^2$ ).
- Rotura al sobrepasarse el valor del deslizamiento admisible en la superficie de contacto.
- Rotura por efecto combinado de los dos fenómenos anteriores.

Los tipos de rotura de estos elementos dependían, por una parte, del estado de la superficie de contacto y de la cuantía de armaduras transversales que aseguraban la unión entre los dos hormigones y, por otra parte, de la longitud de deslizamiento, es decir, de la distancia entre el punto de apoyo del elemento y el primer punto de aplicación de la carga.

La rotura por agotamiento de la resistencia de la armadura de tracción, se producía principalmente en el caso de elementos de gran luz (luz: 6,10 m. Distancia entre el apoyo y el primer punto de aplicación de la carga: 2,75 metros).

Los elementos de 3,35 m. de luz (longitud de deslizamiento 1,36 m.), se rompían bajo el efecto combinado de la flexión y el deslizamiento, cuando la cuantía de la armadura transversal era, aproximadamente, del 1 por 100, cualquiera que fuese el estado de la superficie de contacto.

Este tipo de rotura se observó también en el caso de elementos de 2,44 m. de luz (longitud de deslizamiento 0,92 m.), con una fuerte cuantía de armadura transversal y superficie de contacto rugosa. En cambio, cuando la superficie de contacto no reunía las anteriores condiciones, estos mismos elementos se rompían a causa del deslizamiento.

El cálculo teórico realizado aplicando la fórmula clásica de los esfuerzos rasantes correspondientes a la rotura por flexión, daba los siguientes valores:

- $21 \text{ kp/cm}^2$  para los elementos de 6,10 metros.
- $42 \text{ kp/cm}^2$  para los elementos de 3,35 metros.
- $63 \text{ kp/cm}^2$  para los elementos de 2,44 metros.

El diagrama de la figura 11 representa la variación de la tensión rasante o de deslizamiento ( $\text{kp/cm}^2$ ) en función del deslizamiento (mm), para los diferentes estados superficiales y para distintas cuantías de armadura transversal.

El diagrama de la figura 12 representa la variación de la tensión de deslizamiento ( $\text{kp/cm}^2$ ) en función de la flecha en el centro de la luz (mm), para los distintos estados superficiales y distintas cuantías de armadura transversal.

En dichos diagramas, el estado superficial se indica de la siguiente forma.

- 1: Superficie de contacto lisa.
- 2: Superficie de contacto de rugosidad intermedia.

- 3: Llaves de hormigón dispuestas en el hormigón de la losa.  
 4: Llaves de hormigón dispuestas en el hormigón de la vigueta prefabricada.

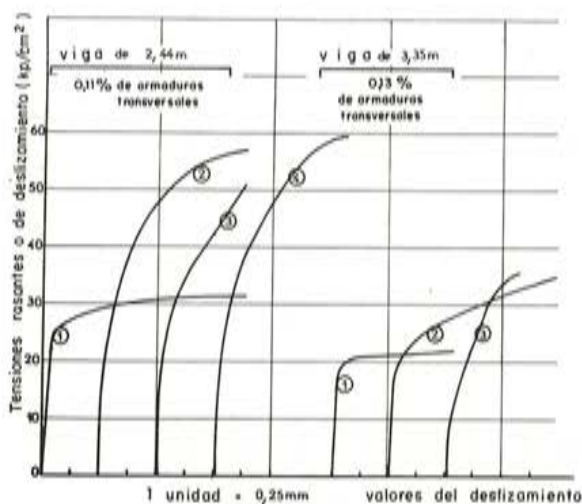


Fig. 11.—Influencia de la rugosidad en el valor del deslizamiento

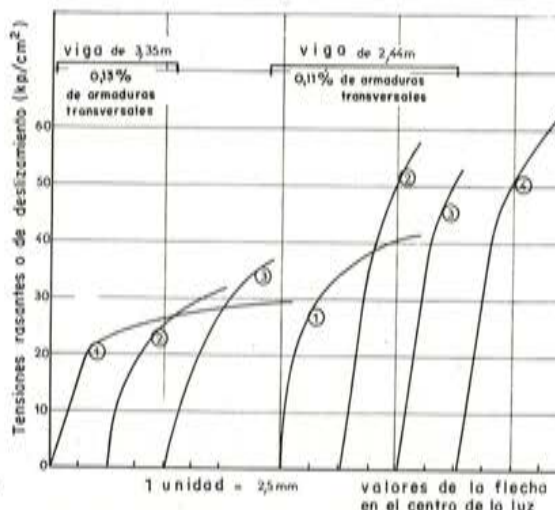


Fig. 12.—Efecto de la rugosidad sobre la flecha en el centro de la luz

## Conclusiones

### *Relación entre el deslizamiento y la cuantía de armadura transversal.*

Esta relación se demuestra claramente mediante los diagramas de las figuras 13 y 14.

El primero de estos diagramas se refiere a un valor de deslizamiento de 0,12 mm, valor que corresponde al punto crítico señalado por Hanson.

El segundo se refiere al deslizamiento máximo que puede ser absorbido por la superficie de contacto.

Del primer diagrama se pueden deducir las siguientes conclusiones: el valor del esfuerzo rasante correspondiente a un deslizamiento de 0,12 mm, resulta poco influenciado por la cuantía de armadura transversal. Por el contrario, para una misma cuantía, este valor aumenta sensiblemente con la rugosidad de la superficie de contacto (superficie lisa o superficie de rugosidad intermedia).

El segundo diagrama relativo a las vigas de 3,35 m y de 2,44 metros, permite estudiar la influencia de las armaduras transversales (de cosido) en la fase última del deslizamiento. Cuando la superficie de contacto es lisa, se ve que el máximo esfuerzo rasante que es capaz de absorber el elemento es una función lineal y creciente de la cuantía de armadura transversal. Por el contrario, los elementos cuya superficie de contacto es rugosa, alcanzan su máximo deslizamiento con débiles cuantías de armadura transversal (cuantías inferiores al 0,2 por 100 en el caso de elementos de 2,44 m de luz y al 0,4 por 100 en los elementos de 3,35 m de luz). En estos elementos, las cuantías superiores a los valores citados, no producen un aumento sensible de los esfuerzos rasantes admisibles en rotura. Por otra parte, estos ensayos demuestran que los máximos esfuerzos rasantes son sensiblemente iguales en el caso de superficies de contacto lisas fuertemente armadas.

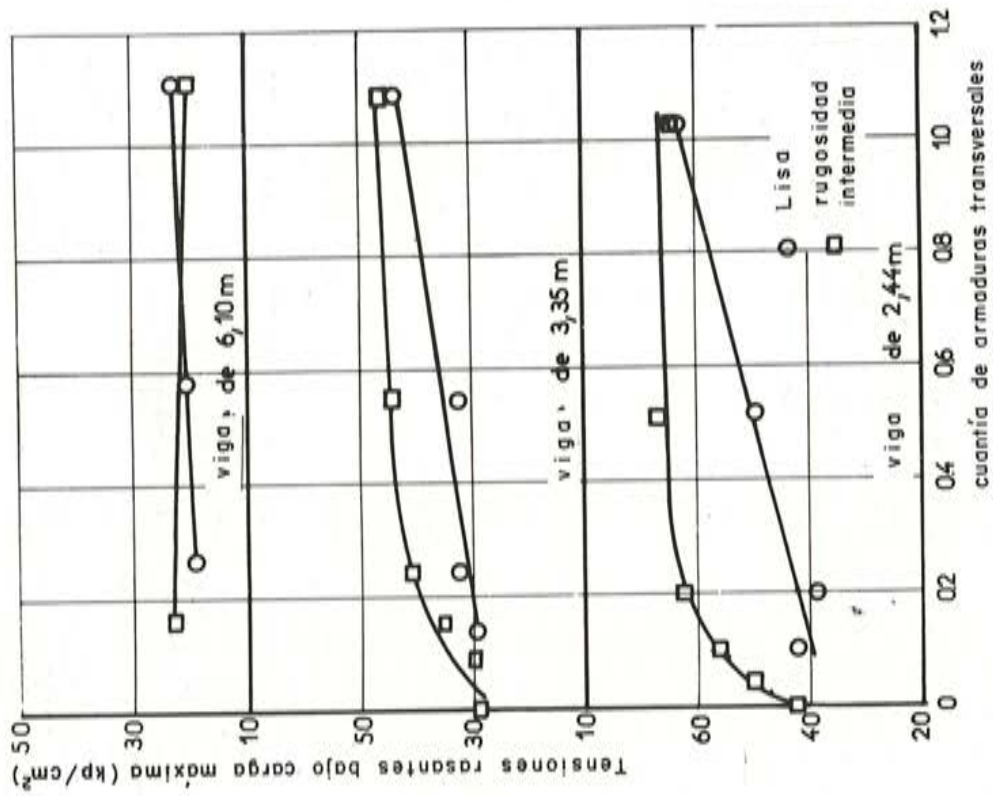


Fig. 14

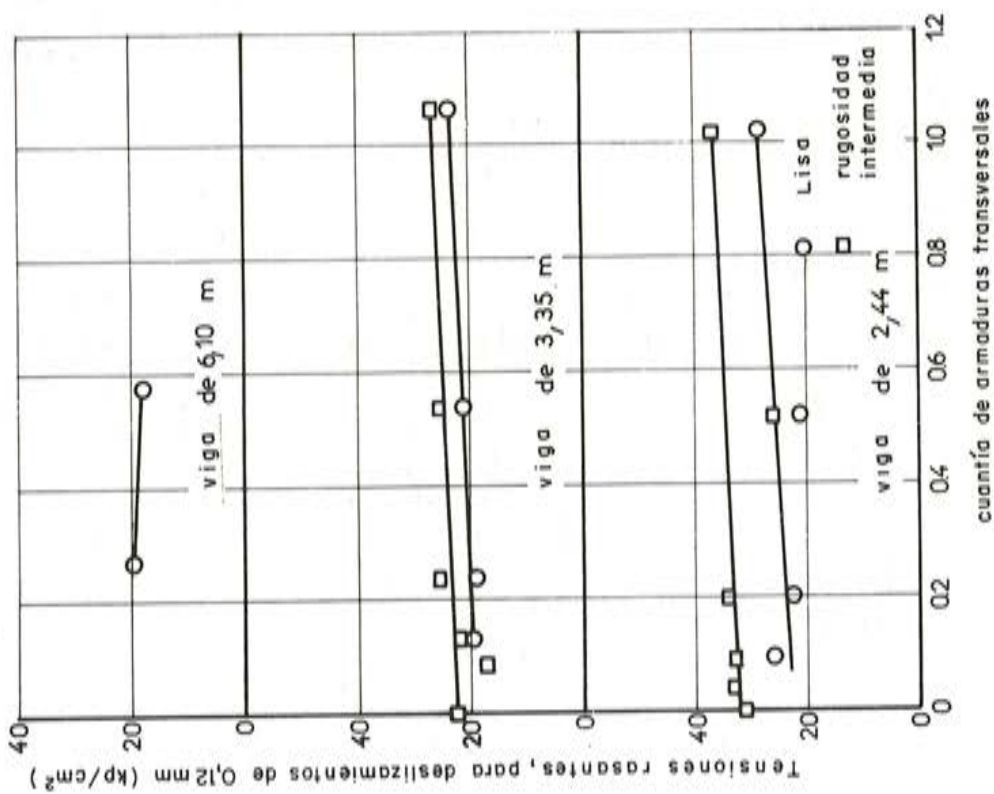


Fig. 13

### Relación entre el deslizamiento y la posición del eje neutro

En estos ensayos apenas se ha estudiado la influencia de la posición del eje neutro sobre la magnitud del deslizamiento. Sin embargo, algunos ensayos efectuados, por una parte, sobre elementos cuya superficie de contacto estaba situada 5 cm por encima del eje neutro y, por otra, sobre elementos en los cuales dicha superficie se encontraba 5 cm por debajo del citado eje, demostraron que la resistencia de estos elementos era aproximadamente un 10 por 100 superior que la de los otros.

### Influencia de la resistencia del hormigón a compresión

Los ensayos demostraron que la resistencia al deslizamiento aumenta, ligeramente, al aumentar la resistencia a compresión del hormigón.

### Influencia de la longitud de deslizamiento o distancia entre el apoyo y el primer punto de aplicación de la carga

Este parámetro ha sido especialmente estudiado en los ensayos efectuados en la Universidad de Wisconsin. Se ha comprobado que el máximo esfuerzo rasante resistido aumenta cuando la relación entre la longitud de deslizamiento y el canto útil disminuye.

Según los autores, la variación del máximo esfuerzo rasante en función de la relación

$$\frac{\text{longitud de deslizamiento}}{\text{canto útil}}$$

puede expresarse, despreciando la influencia de las armaduras de cosido, en la siguiente forma:

$$Y = \frac{190}{X + 5}$$

en donde:

Y, es el valor máximo de la tensión rasante que puede ser absorbida (en  $\text{kp/cm}^2$ ),

X, la relación:  $\frac{\text{longitud de deslizamiento (a)}}{\text{canto útil (h}_1\text{)}}$

Esta fórmula ha sido recomendada por MATTOCK y KAAR.

Para tener en cuenta el efecto de las armaduras transversales, los autores proponen añadir el término:

$$21 P \left( \frac{33 - X}{X^2 + 6X + 5} \right)$$

en donde P representa la cuantía de armadura transversal.

Dichos autores consideran que, en dicha fórmula, no se debe tener en cuenta el estado de la superficie de contacto el cual, frecuentemente, no es bien conocido.

En el diagrama de la figura 15 se representa la expresión:

$$Y = \frac{190}{X + 5} + 21P \left( \frac{33 - X}{X^2 + 6X + 5} \right)$$

En uno de los próximos capítulos, se estudiará la interpretación de esta fórmula.

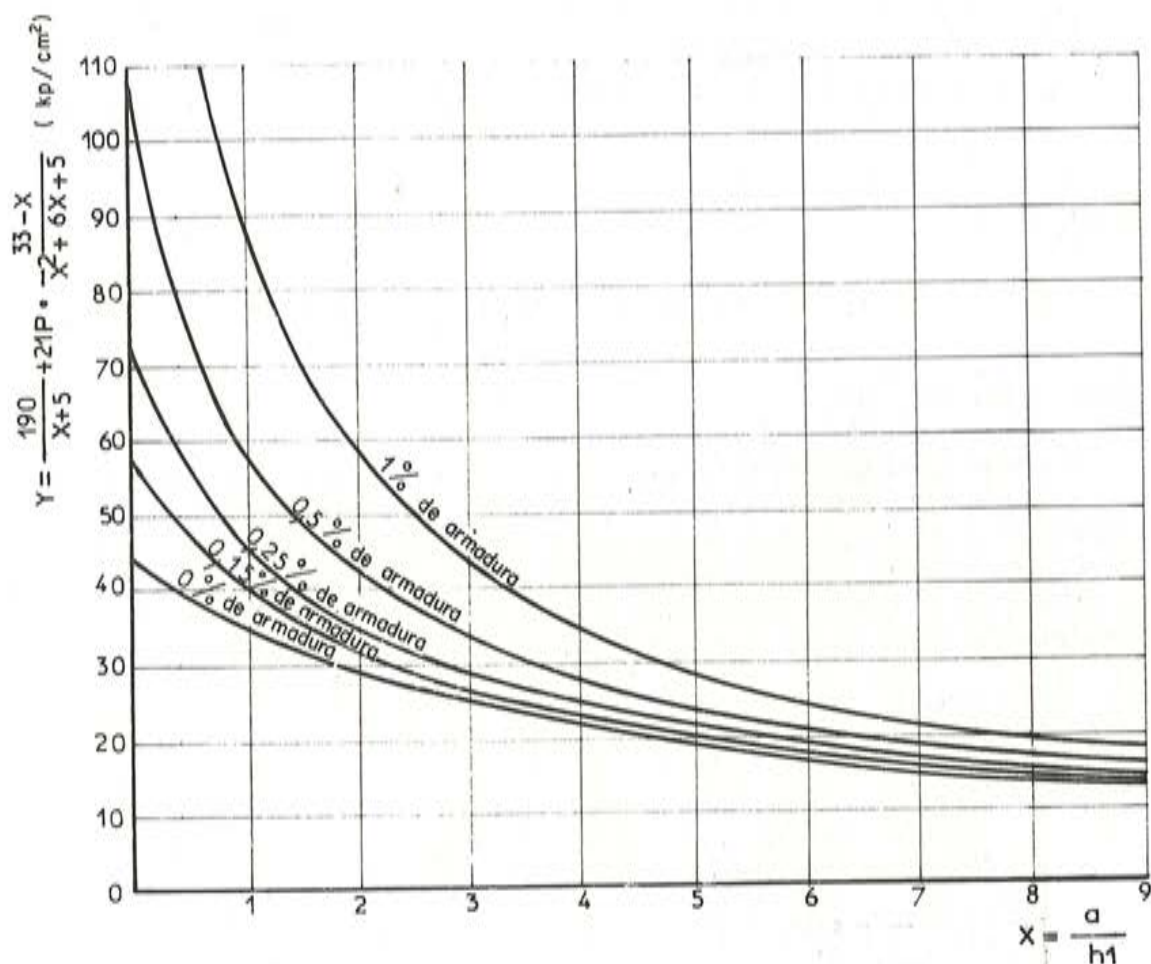


Fig. 15

#### 2.4. Ensayos del Instituto de Estudios de Materiales de la Universidad de Munich

En el Instituto de Estudios de Materiales de la Universidad de Munich (4), se llevaron a cabo una serie de ensayos sobre el deslizamiento entre dos hormigones diferentes. Estos ensayos tenían por objeto determinar la influencia de una fuerza normal actuando sobre el plano de contacto de los dos hormigones.

En efecto; en anteriores ensayos se había demostrado que la tensión de deslizamiento o tensión rasante, en rotura " $\tau_u$ ", a lo largo de la superficie de contacto, podía expresarse por la siguiente fórmula:

$$\tau_u = \tau_0 + \mu \cdot \sigma \quad (\text{kp/cm}^2)$$

expresión en la cual:

$\tau_0$  = tensión de deslizamiento en rotura cuando la fuerza normal aplicada,  $\sigma$ , es nula. El valor de la tensión  $\tau_0$  depende fundamentalmente de la adherencia mutua entre los dos hormigones y de la naturaleza de la junta;

$\mu$  = coeficiente de rozamiento entre los dos hormigones, cuyo valor puede tomarse igual a 1,5.

Los valores de  $\tau_0$  registrados en los ensayos sobre probetas fueron de:

– 7 a 13  $\text{kp/cm}^2$ , en el caso de superficie de contacto alisada con llana.



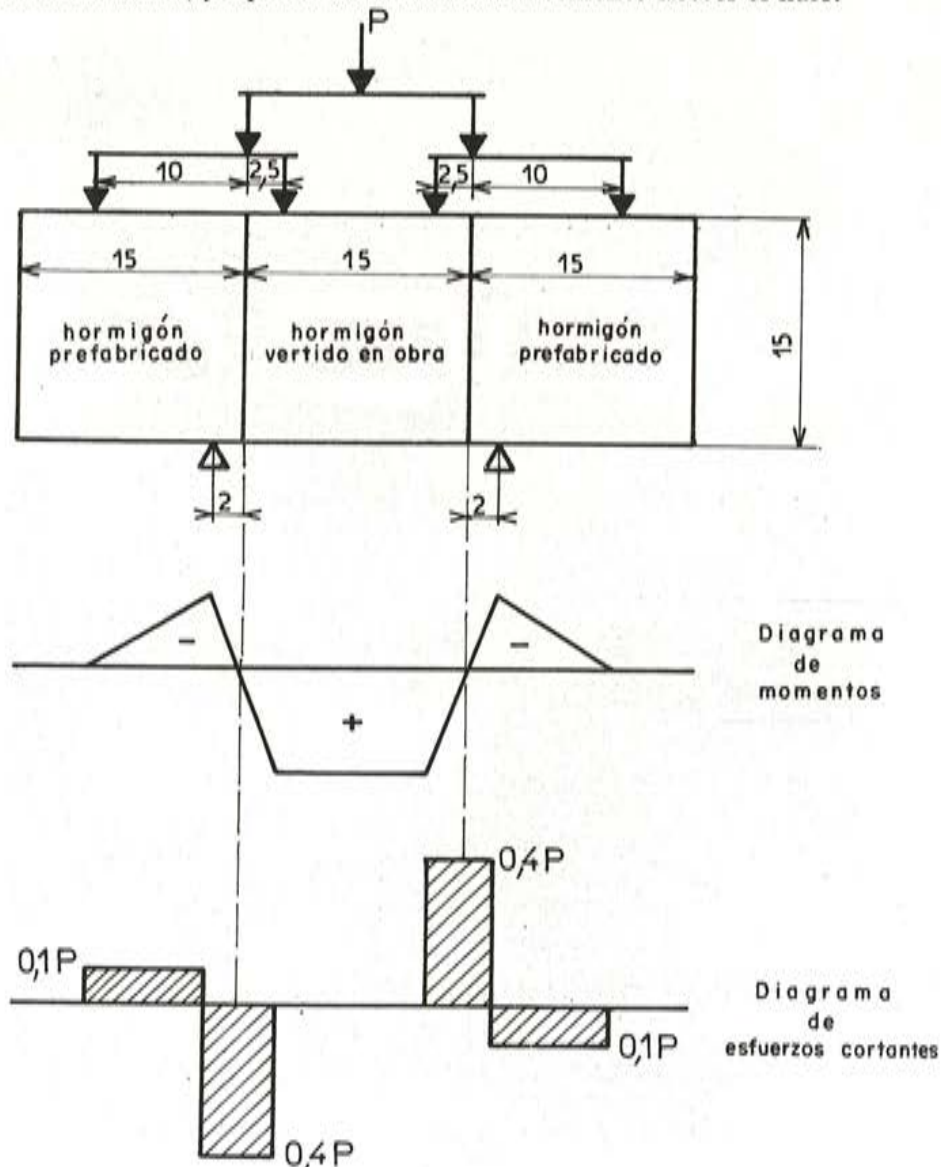
- 13 a 19  $\text{kp/cm}^2$ , en el caso de superficie de contacto hecha rugosa pasando un rastrillo o peine de dientes rectangulares.
- 17 a 18  $\text{kp/cm}^2$ , en el caso de superficie de contacto hecha rugosa utilizando un peine de dientes triangulares.

### Método de ensayo

Algunos ensayos se efectuaron sobre probetas y otros sobre viguetas.

### Ensayos sobre probetas

Los primeros ensayos se habían hecho sobre probetas análogas a las utilizadas por Hanson. Sin embargo, según Rüsçh, parece ser que tales ensayos pueden resultar falseados a consecuencia de los efectos secundarios originados por la excentricidad de las fuerzas aplicadas. Por ello, se efectuaron nuevos ensayos utilizando probetas de la forma indicada en la figura 16. En este caso, el plano de deslizamiento se encuentra sometido, únicamente, a un esfuerzo puro de deslizamiento, ya que en dicha sección el momento flector es nulo.



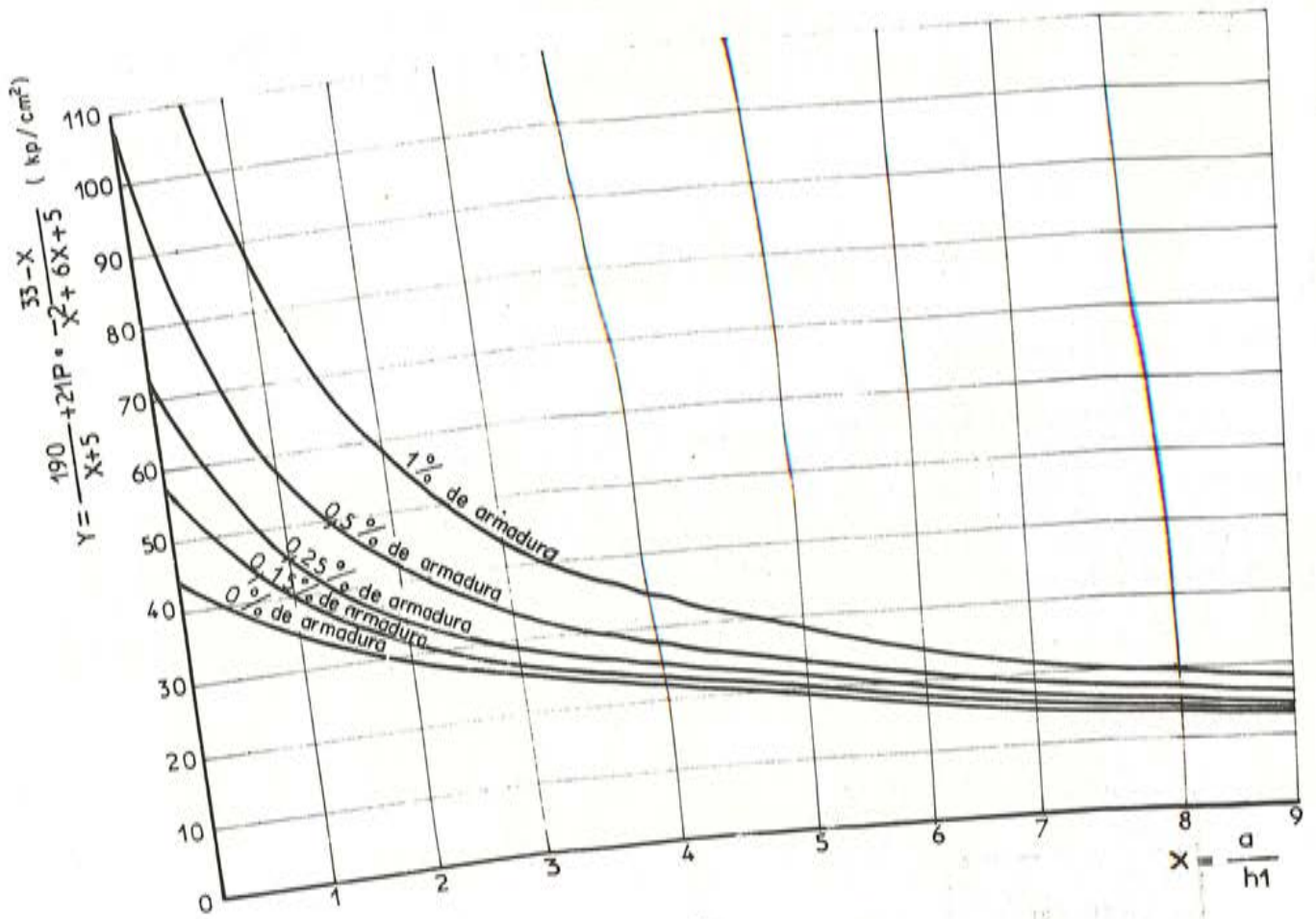


Fig. 15

#### 2.4. Ensayos del Instituto de Estudios de Materiales de la Universidad de Munich

En el Instituto de Estudios de Materiales de la Universidad de Munich (4), se llevaron a cabo una serie de ensayos sobre el deslizamiento entre dos hormigones diferentes. Estos ensayos tenían por objeto determinar la influencia de una fuerza normal actuando sobre el plano de contacto de los dos hormigones.

En efecto; en anteriores ensayos se había demostrado que la tensión de deslizamiento o tensión rasante, en rotura " $\tau_u$ ", a lo largo de la superficie de contacto, podía expresarse por la siguiente fórmula:

$$\tau_u = \tau_0 + \mu \cdot \sigma \quad (\text{kp/cm}^2)$$

expresión en la cual:

$\tau_0$  = tensión de deslizamiento en rotura cuando la fuerza normal aplicada,  $\sigma$ , es nula. El valor de la tensión  $\tau_0$  depende fundamentalmente de la adherencia mutua entre los dos hormigones y de la naturaleza de la junta;

$\mu$  = coeficiente de rozamiento entre los dos hormigones, cuyo valor puede tomarse igual a 1,5.

Los valores de  $\tau_0$  registrados en los ensayos sobre probetas fueron de: - 7 a 13  $\text{kp/cm}^2$ , en el caso de superficie de contacto alisada con llana.

- 13 a 19  $\text{kp/cm}^2$ , en el caso de superficie de contacto hecha rugosa pasando un rastrillo o peine de dientes rectangulares.
- 17 a 18  $\text{kp/cm}^2$ , en el caso de superficie de contacto hecha rugosa utilizando un peine de dientes triangulares.

### Método de ensayo

Algunos ensayos se efectuaron sobre probetas y otros sobre viguetas.

### Ensayos sobre probetas

Los primeros ensayos se habían hecho sobre probetas análogas a las utilizadas por Hanson. Sin embargo, según Rüsçh, parece ser que tales ensayos pueden resultar falseados a consecuencia de los efectos secundarios originados por la excentricidad de las fuerzas aplicadas. Por ello, se efectuaron nuevos ensayos utilizando probetas de la forma indicada en la figura 16. En este caso, el plano de deslizamiento se encuentra sometido, únicamente, a un esfuerzo puro de deslizamiento, ya que en dicha sección el momento flector es nulo.

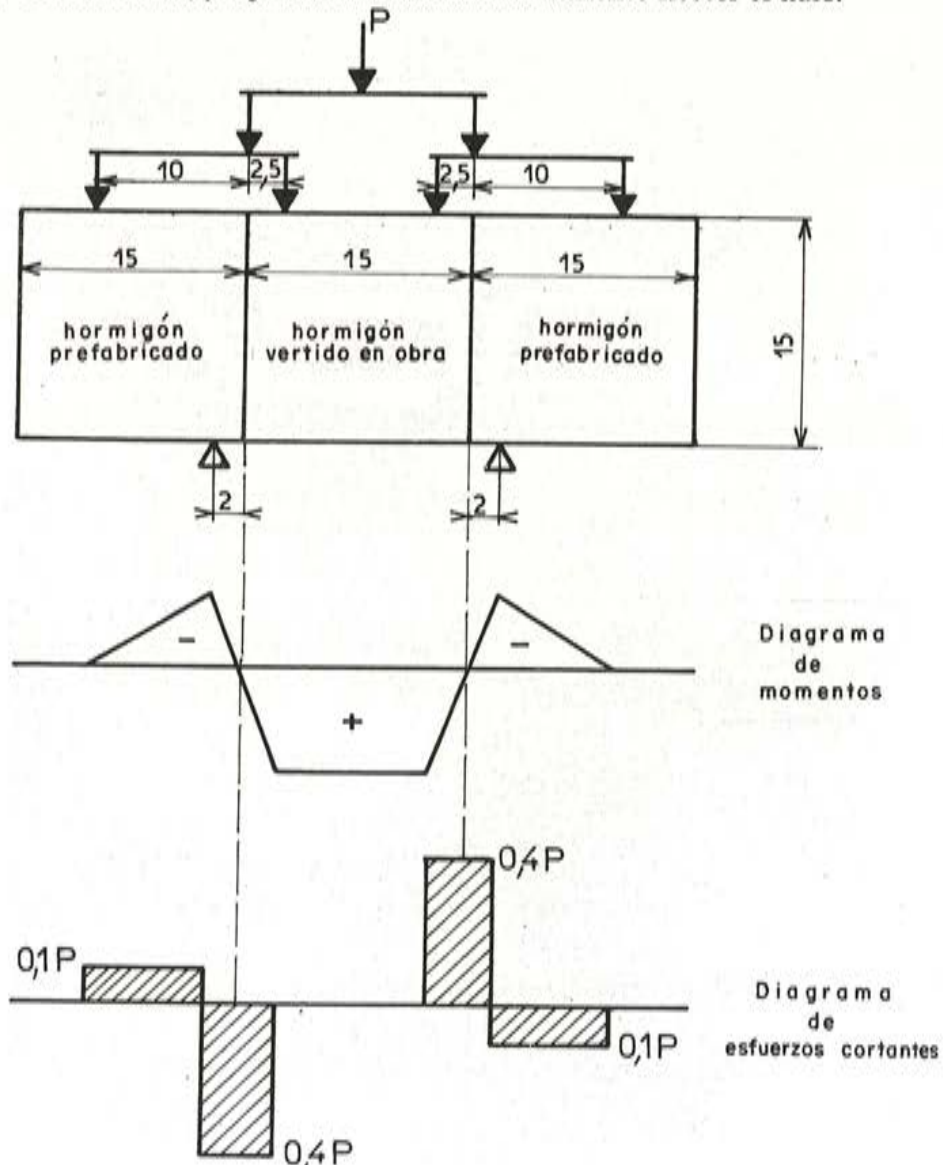


Fig. 16.—Ensayos sobre probetas

En estos ensayos, la carga se aplicaba lentamente, de forma que la tensión de deslizamiento en la sección de la junta, aumentaba  $0,5 \text{ kp/cm}^2$ , por minuto. Los deslizamientos se medían con un comparador capaz de apreciar la centésima de milímetro.

En el cuadro siguiente se indican las variables estudiadas en estos ensayos.

| Estado de la superficie de contacto                    | Armadura transversal de cosido de la superficie de contacto | Tipo del acero de la armadura transversal |
|--|---|---|
| Superficie alisada con llana                           | Sin armadura  | —   |
|  | 1 $\phi$ 5,6  | Acero de alta resistencia                 |
|  | 2 $\phi$ 5,6  | "   |
|  | 3 $\phi$ 5,6  | "   |
|  | 4 $\phi$ 5,6  | "   |
|  | 1 $\phi$ 6  | Barras corrugadas                         |
|  | 2 $\phi$ 6  | Barras corrugadas                         |
| Superficie de contacto rugosa —<br>encofrado de madera | Sin armadura  | —   |
|  | 1 $\phi$ 6  | Barras corrugadas                         |
|  | 4 $\phi$ 6  | Barras corrugadas                         |

### Ensayos sobre viguetas

Las viguetas ensayadas eran de sección en T. La carga se aplicaba de forma que la superficie de contacto quedaba sometida a una compresión o a una tracción.

### Resultados de los ensayos

Los ensayos sobre probetas demostraron que la rotura se producía bruscamente cuando no había armadura de cosido y que, además, antes de la rotura no se presentaba, prácticamente, ningún deslizamiento.

Por el contrario, en el caso de existir armaduras, se podían detectar tres fases distintas antes de llegar a la rotura:

1ª fase: comportamiento monolítico (deslizamiento prácticamente nulo).

2ª fase: rotura de la junta, correspondiente a un inicio de deslizamiento brusco, y posteriormente un aumento cada vez más rápido de dicho deslizamiento bajo cargas crecientes.

3ª fase: aumento del deslizamiento bajo carga nula.

Las figuras 17 y 18 indican la variación de las tensiones rasantes (en  $\text{kp/cm}^2$ ) registradas en las probetas, en función del deslizamiento (en mm), para los casos de superficies lisas y rugosas.

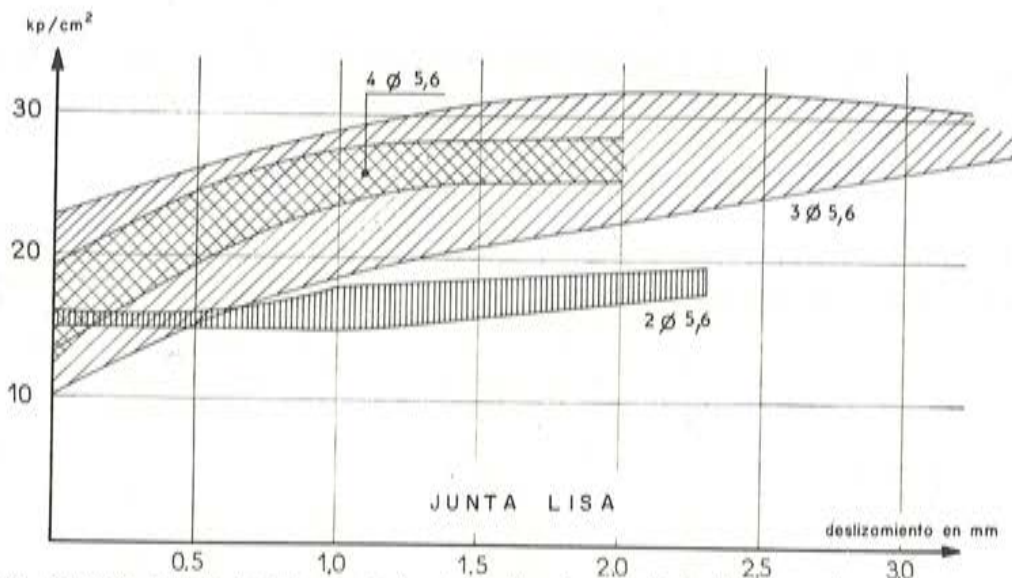


Fig. 17.—Relación entre la tensión rasante (en  $\text{kp}/\text{cm}^2$ ) y el valor del deslizamiento (en mm). Caso de superficie de contacto lisa

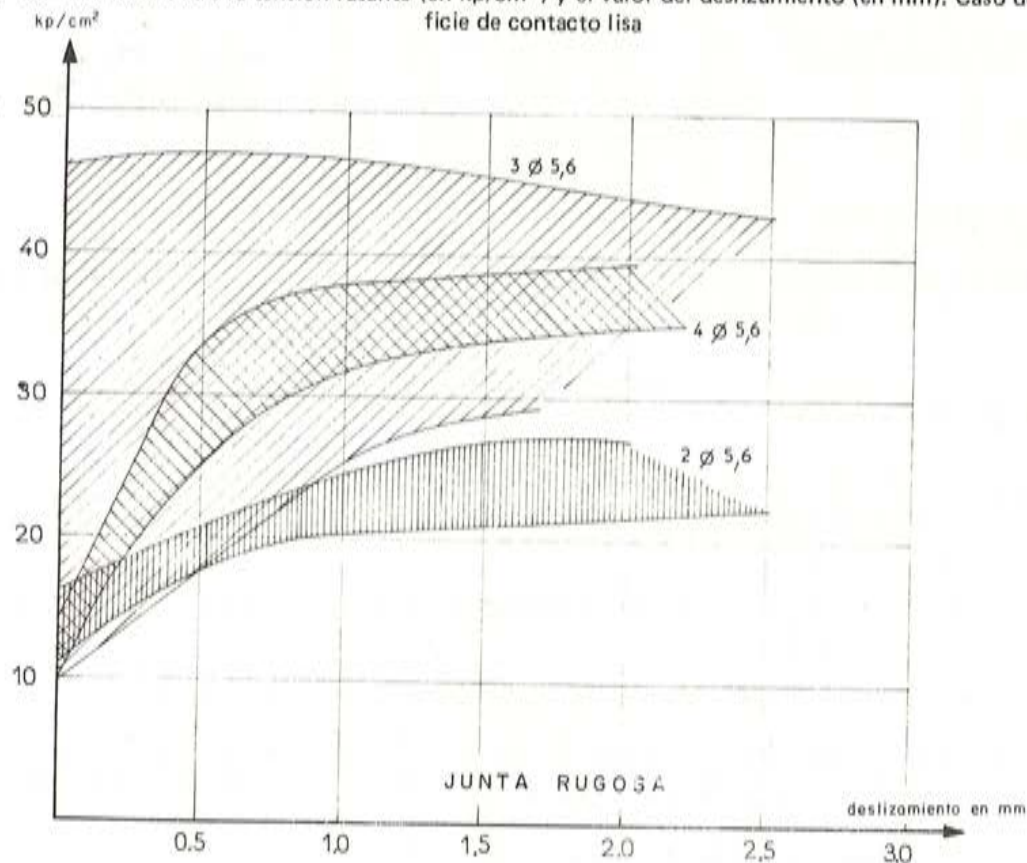


Fig. 18.—Relación entre la tensión rasante (en  $\text{kp}/\text{cm}^2$ ) y el valor del deslizamiento (en mm). Caso de superficie de contacto rugosa

### Conclusiones

Estos ensayos han confirmado que se puede cargar un elemento hasta alcanzar la resistencia intrínseca de la junta y hacer aparecer así deslizamientos importantes. En el caso de que no exista armadura de cosido, estos fuertes deslizamientos se observan desde el momento en que se rompe la adherencia. Según Rüsçh, el problema que se plantea consiste en conocer en qué medida se puede aumentar la resistencia de la junta, utilizando armaduras transversales (de cosido), para que el deslizamiento no alcance valores importantes y, en consecuencia, limitativos para la utilización de la pieza.

### CAPITULO 3: ESTUDIO DE LA INFLUENCIA DE LA CONTINUIDAD EN EL APOYO SOBRE LOS ELEMENTOS COMPUESTOS DE HORMIGON PRETENSADO

Los ensayos que a continuación se describen, han sido realizados por los ingenieros americanos MATTOCK y KAAR (5), con el objeto de estudiar la influencia de la continuidad en el apoyo, sobre la resistencia a rotura por esfuerzo cortante de los elementos de hormigón pretensado. El interés de estos ensayos radicaba en la observación del tipo de rotura que se producía en dichos elementos.

El estudio se hizo sobre elementos compuestos de hormigón pretensado, con losa superior de hormigón vertido in situ. En la figura 19 se representa su sección transversal.

Durante los ensayos se estudiaron, especialmente, los dos siguientes factores:

- La influencia de las armaduras transversales.
- La influencia de la posición de las cargas aplicadas.

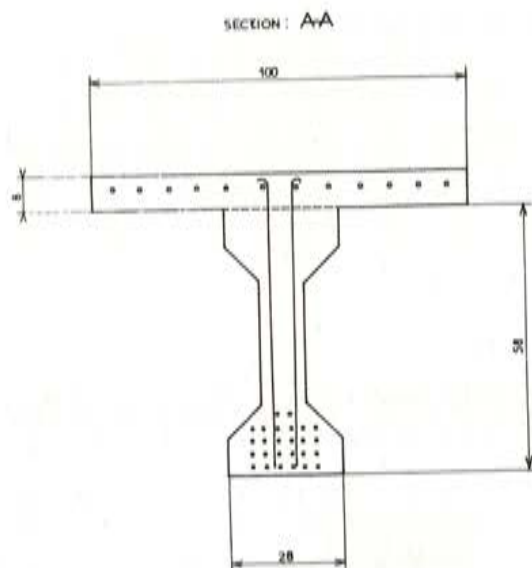


Fig. 19.—Sección

#### Método de ensayo

Los elementos estaban constituidos por un tramo principal de 10 m, con un voladizo en uno de sus extremos. El pretensado del tramo principal se realizaba mediante 26 cables que proporcionaban una fuerza inicial de pretensado de 79,3 toneladas.

Durante la fabricación, la parte del voladizo se disponía alineada con la viga del tramo principal y apoyada sobre cuñas para eliminar la acción de su peso propio. La losa de hormigón fabricada in situ, armada con 10 barras de 20 mm. de diámetro, así como una junta de hormigón dispuesta sobre el apoyo, aseguraban la continuidad entre el tramo principal y el voladizo.

Las armaduras transversales estaban constituidas por barras paralelas y verticales. Estas armaduras se disponían a todo lo largo del voladizo, con el objeto de que el esfuerzo cortante influyese, solamente, sobre el tramo principal.

En la figura 20 se indica la posición de las cargas.

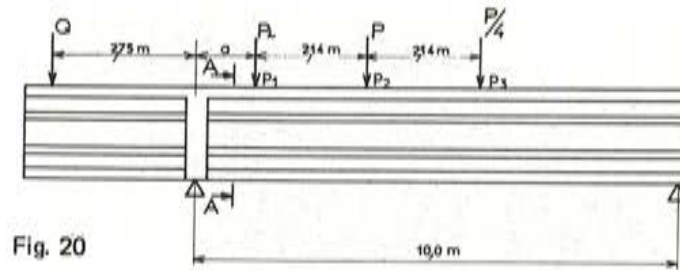


Fig. 20

La distancia "a" entre el apoyo de continuidad y el punto de aplicación de la primera carga, se tomó, sucesivamente, igual a: 0,61 m; 0,91 m; 1,22 m; 1,98 m y 2,74 metros.

Durante el ensayo, la puesta en carga del voladizo se efectuaba independientemente de la del tramo central y de la forma adecuada para que la parte de la losa situada sobre el apoyo permaneciese horizontal.

Las mediciones que se hacían eran las siguientes:

- Mediciones mediante elongómetros de:
  - Las deformaciones de las armaduras transversales.
  - Las deformaciones de las armaduras de continuidad.
- Medición, mediante comparadores, de la flecha en el centro de la luz del tramo principal.

## Resultados de los ensayos

### *Deformaciones y tipo de rotura*

Las deformaciones más importantes experimentadas por las armaduras transversales se produjeron en las zonas en las que el esfuerzo cortante era máximo, es decir, entre el apoyo y el punto  $p_i$ .

En estas zonas, mientras no aparecían fisuras, las armaduras presentaban sólo pequeñas deformaciones. Por el contrario, las armaduras situadas en las zonas fisuradas, alcanzaban casi inmediatamente su límite de cedencia. Esta fisuración era provocada por una tensión de tracción excesiva en el alma de la viga y no se desarrollaba nunca a partir de las fisuras de flexión bajo momento negativo. Al ir aumentando las cargas, esta fisuración se hacía cada vez mayor, y la rotura se producía a consecuencia de los esfuerzos de compresión originados, en las proximidades de los apoyos, en el alma de la viga.

En todos los elementos, excepto dos, se produjo este tipo de rotura. De los otros dos, uno se rompió por flexión, a causa de una maniobra defectuosa, y el otro por separación de la viga y la losa, a lo largo de la superficie de contacto.

Los ingenieros americanos no han podido dar más que una interpretación simplificada de este tipo de rotura, basada en un análisis lógico del fenómeno; ya que su interpretación analítica resultaba demasiado compleja. En efecto; este tipo de rotura difería del tipo de rotura clásico por compresión bajo esfuerzo cortante, compresión provocada por un debilitamiento de la zona comprimida, en flexión. Dicho debilitamiento se produce, como es sabido, como consecuencia de la fisuración diagonal.

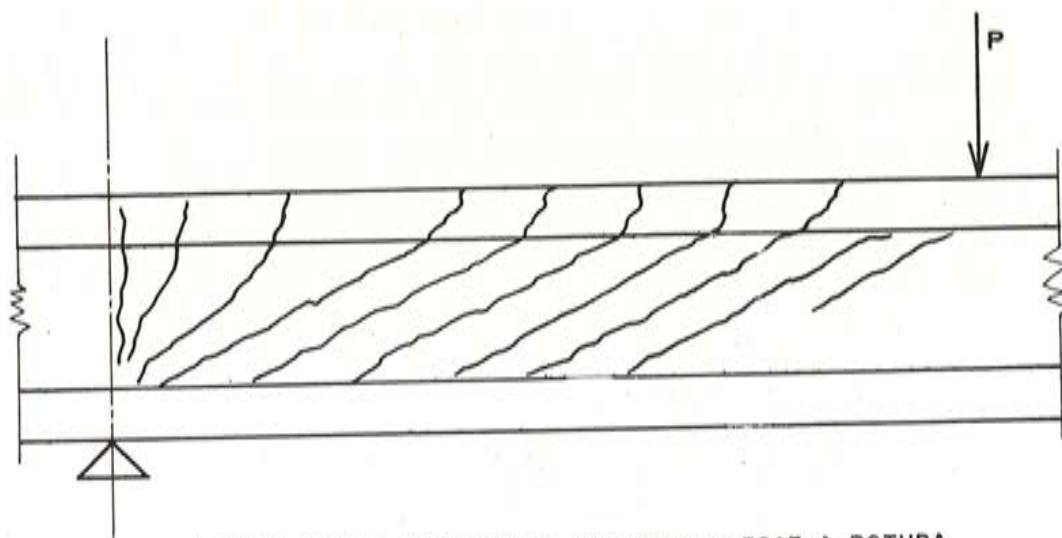
La interpretación dada fue la siguiente:

- Las bielas comprimidas existentes entre fisuras, se destruían más bajo la acción combinada de la compresión axial y una flexión, que bajo la sola acción de la compresión axial.

La hipótesis formulada por dichos ingenieros se basaba en las dos siguientes observaciones:

- Las fisuras se iniciaban siempre en la parte inferior del alma, del lado del extremo más comprimido.
  - La resistencia a rotura de los elementos, aparecía influenciada por la cuantía de armaduras.
- El trazado de las fisuras, representado en las figuras 21 a) y b) demuestra, en efecto, que las bielas enlazadas entre sí por su parte comprimida y por las armaduras de continuidad en su parte traccionada, funcionan como un sistema continuo.

El polígono de fuerzas (figura 21 c) demuestra que las fuerzas exteriores, o sea la variación ( $T_2 - T_1$ ) de las fuerzas de tracción que actúan sobre las armaduras superiores, y la fuer-



a) TIPO DE LA FISURACION, ANTES DE LLEGAR A ROTURA

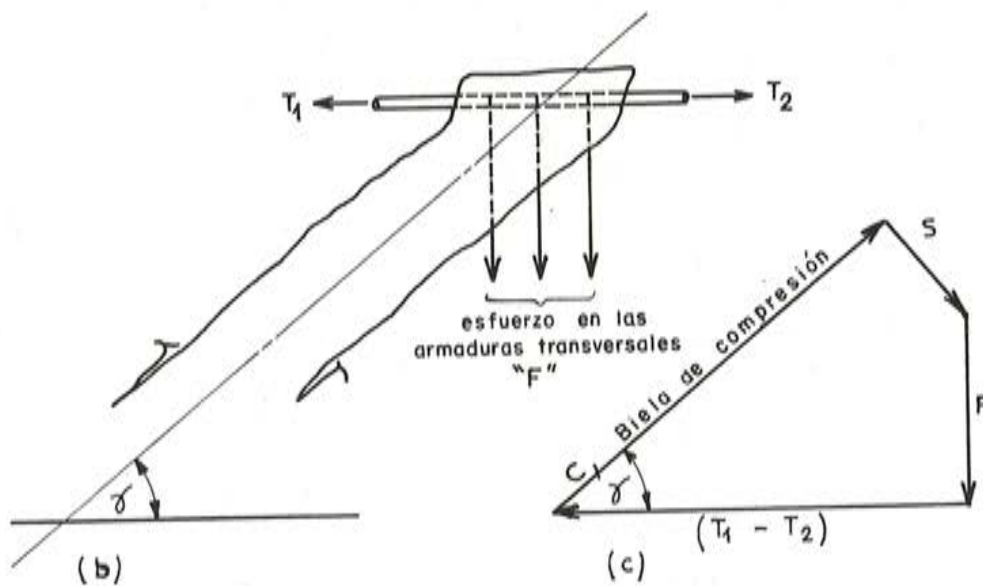


Fig. 21



za vertical  $F$  absorbida por las armaduras transversales, se equilibran con las fuerzas internas por ellas engendradas en la biela. Estas fuerzas internas pueden descomponerse en una compresión  $C$  a lo largo de la biela y un esfuerzo cortante  $S$ . Si la fuerza  $F$  es suficiente para que el esfuerzo cortante  $S$  sea nulo, la biela se destruye bajo la única acción de la compresión axial. Por el contrario, si ninguna armadura puede absorber la fuerza  $F$ , el esfuerzo  $S$  es grande en comparación con  $C$  y la rotura se produce por tracción en la parte inferior, casi inmediatamente después de la formación de las fisuras por tracción diagonal. En este caso, las fisuras diagonales de tracción se inclinan (disminuye el ángulo  $\gamma$ ).

Para una fuerza  $F$  dada, los valores relativos de  $C$  y de  $S$  cambian con el valor del ángulo de inclinación de las bielas.

Dicho ángulo es función de la relación:  $\frac{a}{h_1}$ , en donde "a" es la longitud de deslizamiento, es decir, la distancia entre el punto de aplicación de la reacción y el de aplicación de la primera carga, y "h<sub>1</sub>" es el canto útil del elemento.

Del anterior estudio es posible deducir las siguientes conclusiones:

- La resistencia a esfuerzo cortante es tanto mayor cuanto mayor es la cuantía de armaduras transversales. En el límite, el elemento se destruye por compresión de las bielas.
- La resistencia a esfuerzo cortante disminuye cuando la longitud de deslizamiento aumenta.

### Análisis de los resultados de los ensayos

La resistencia a esfuerzo cortante de estos elementos es igual a la suma de las dos resistencias siguientes:

- 1) La resistencia al esfuerzo cortante capaz de originar tensiones diagonales que provoquen la fisuración.
- 2) El aumento de resistencia aportado por las armaduras transversales.

La figura 22 indica la variación de la tensión cortante máxima  $\vartheta_u$ , en función de la relación  $\frac{a}{h_1}$  y de la resistencia unitaria de las armaduras transversales calculada en función de su límite de cedencia.

Los parámetros llevados sobre el diagrama son los siguientes:

$$\vartheta_u = \frac{V_u}{b \cdot h_1} \quad y \quad \mu \cdot \sigma_a$$

En estas expresiones se designa por:

$V_u$  = Valor del esfuerzo cortante máximo (kp).

$b$  = Anchura del alma de la viga (cm).

$h_1$  = Canto útil del elemento (cm).

$\vartheta$  = Cuantía de la armadura transversal =  $\frac{\Lambda}{b \cdot t}$ .

$t$  = Separación entre barras de la armadura transversal (cm).

$\sigma_a$  = Resistencia del acero de la armadura transversal (tensión correspondiente a su escalón de cedencia) (kp/cm<sup>2</sup>).

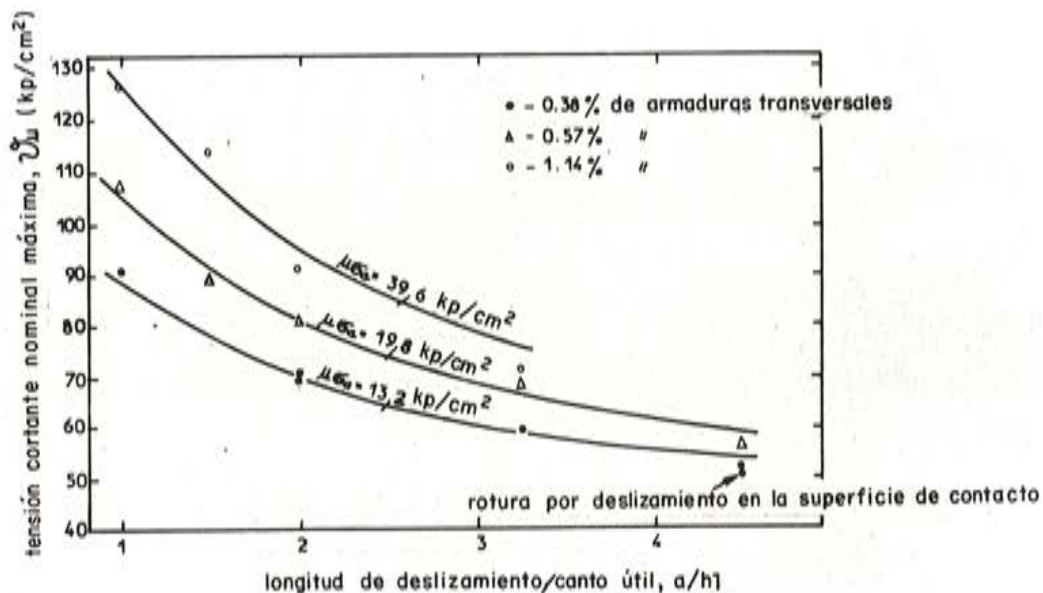


Fig. 22.—Variación de las tensiones cortantes máximas, en función de la relación entre la longitud de deslizamiento y el canto útil

De la observación de la figura se deduce que la tensión de rotura por cortante disminuye al aumentar la relación  $\frac{a}{h_1}$ .

La componente vertical del esfuerzo de compresión que actúa según el eje de las bielas de hormigón situadas entre fisuras, es igual al producto del valor del esfuerzo de compresión axial  $C$  por el seno del ángulo  $\mu$ . Este ángulo, definido por la recta que une el punto de aplicación de la carga  $P_1$ , con el punto de apoyo, cuando la distancia entre estos dos puntos es pequeña, ha sido adoptado como parámetro en el caso de valores más elevados.

En la figura 23 se aprecia la variación del valor máximo " $\vartheta$ " de la tensión cortante, en función del seno del ángulo de inclinación  $\beta$  y del producto  $\mu \cdot \sigma_a$ . Los resultados de ensayos relativos a distintas cuantías y diferentes valores del seno del ángulo de inclinación, se distribuyen según rectas que tienen como origen común de ordenadas el valor:

$$\vartheta_c = \frac{V_c}{b \cdot h_1}$$

fórmula en la cual:

—  $V_c$  = Valor del esfuerzo cortante que provoca la fisuración (kp).

—  $h_1$  = Distancia entre las armaduras superiores y la fibra inferior del hormigón comprimido (cm).

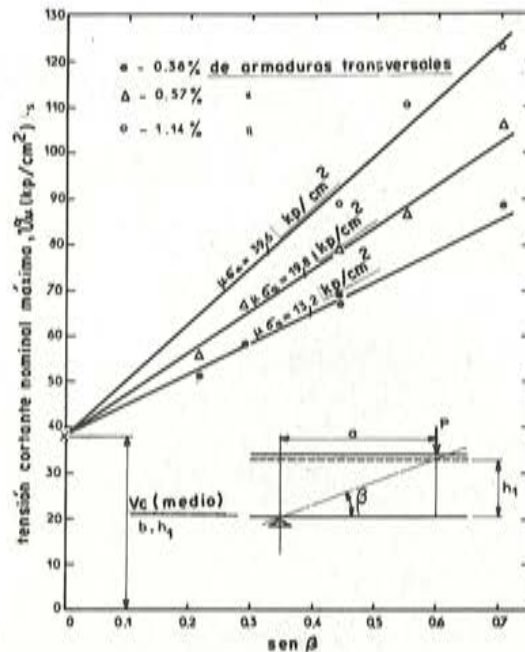


Fig. 23.—Variación del valor máximo de la tensión cortante, en función del ángulo de inclinación

La variación de la máxima tensión cortante en función del ángulo de inclinación parece, por consiguiente, que puede representarse en la siguiente forma:

$$\vartheta_u - \vartheta_c = \text{sen } \beta \times (\text{función de } \mu \cdot \sigma_a)$$

#### Deslizamiento horizontal en la superficie de contacto entre los dos hormigones

En los ensayos efectuados por MATTOCK y KAAR, únicamente un elemento se destruyó por deslizamiento horizontal en la superficie de contacto entre el hormigón de la parte prefabricada y el hormigón vertido in situ. En el siguiente cuadro se indican los valores calculados de la tensión máxima de deslizamiento, o tensión rasante, en la junta entre los dos hormigones, tanto teniendo en cuenta la cuantía de armaduras transversales (columna 5), como no considerándola (columna 6). Para eliminar el efecto de las armaduras transversales, se ha considerado que cada 1 por 100 de armadura era capaz de absorber una tensión rasante de  $12,25 \text{ kp/cm}^2$ .

El diagrama de la figura 24 representa la distribución de los resultados de los ensayos, en función de la relación  $\frac{a}{h_1}$ .

La variación de la tensión de rotura por deslizamiento ( $Y$ : en  $\text{kp/cm}^2$ ), para una superficie de contacto rugosa y adherente puede, según los autores, expresarse mediante la siguiente fórmula:

$$Y = \frac{190}{\frac{a}{h_1} + 5} \quad (\text{kp/cm}^2)$$

**CUADRO COMPARATIVO**

| Procedencia de los ensayos            | Relación $\frac{a}{h_1}$ | Cuantía de armaduras transversales | Tipo de rotura               | Valor máximo de tensión de deslizamiento teniendo en cuenta la presencia de las armaduras (kp/cm <sup>2</sup> ) | Valor de la tensión de deslizamiento descontando la parte absorbida por las armaduras (kp/cm <sup>2</sup> ) |
|---------------------------------------|--------------------------|------------------------------------|------------------------------|---|---|
| Ensayos efectuados por MATTOCK y KAAR | 1,00                     | 0,50                               | Por esfuerzo cortante        | 59,40   | 53,20   |
|                                       | 2,00                     | 0,50                               | —                            | 41,60   | 35,80   |
|                                       | 1,50                     | 0,50                               | —                            | 53,00   | 46,80   |
|                                       | 3,25                     | 0,50                               | Por flexión                  | 41,80   | 35,80   |
|                                       | 1,00                     | 0,25                               | Por esfuerzo cortante        | 49,60   | 46,50   |
|                                       | 1,50                     | 0,25                               | —                            | 40,60   | 37,60   |
|                                       | 2,00                     | 0,25                               | —                            | 36,80   | 33,60   |
|                                       | 3,25                     | 0,25                               | —                            | 30,40   | 27,50   |
|                                       | 1,00                     | 0,17                               | —                            | 41,50   | 39,20   |
|                                       | 2,00                     | 0,17                               | —                            | 31,60   | 29,50   |
|                                       | 3,25                     | 0,17                               | —                            | 36,00   | 23,90   |
|                                       | 4,50                     | 0,17                               | —                            | 22,40   | 20,30   |
|                                       | 4,50                     | 0,25                               | Por esfuerzo cortante        | 24,60   | 21,60   |
|                                       | 2,00                     | 0,17                               | —                            | 30,70   | 28,60   |
|                                       | 4,50                     | 0,17                               | Por esfuerzo rasante         | 21,60   | 19,50   |
| Ensayos efectuados por HANSON         | 3,00                     | 0,00                               | Por deslizamiento horizontal | 22,50   | 22,50   |
|                                       | 3,00                     | 0,46                               | —                            | 30,40   | 24,60   |
|                                       | 4,20                     | 0,34                               | —                            | 32,00   | 27,80   |

Esta fórmula ha sido ya dada en uno de los capítulos precedentes. Sin embargo, según la opinión de los autores, parece que debe exigirse una cuantía mínima de armaduras.

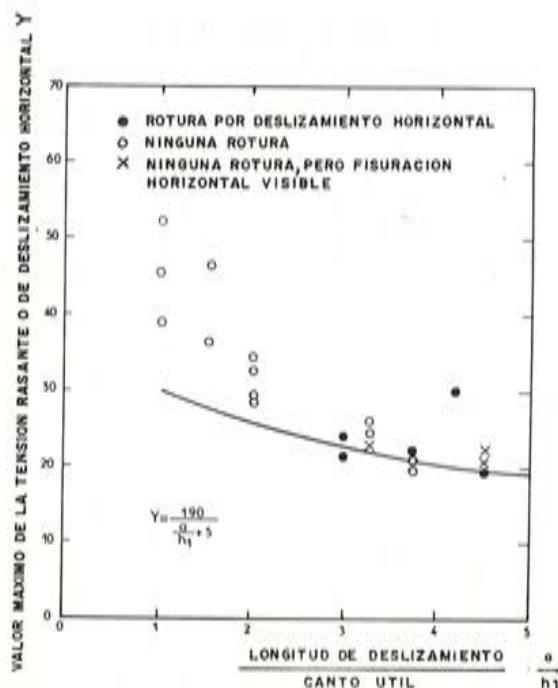


Fig. 24

### Conclusión

Los resultados obtenidos en los ensayos descritos en el presente capítulo, han puesto en evidencia el comportamiento, un poco especial, de estos elementos compuestos de hormigón pretensado. Parece que este comportamiento se debe a la esbeltez y a la forma de la viga.

Sin embargo, MATTOK y KAAR estiman que, en cierta medida son comparables los resultados obtenidos en los ensayos efectuados sobre elementos simplemente apoyados en sus extremos y los resultados registrados utilizando elementos continuos.

Debe resaltarse, en particular, el importante papel que desempeña la relación  $\frac{a}{h_1}$  con respecto al tipo de rotura de estos elementos.

### CAPITULO 4: ENSAYOS DE FATIGA

Los ensayos de fatiga, efectuados por BADOUX y HULBOS (6) en la Universidad de LEHIGH, tenían por objeto definir la resistencia de la unión entre una viga prefabricada de hormigón, armado o pretensado, y una losa hormigonada in situ, cuando se sometía el elemento compuesto a la acción de cargas repetidas. Estos ensayos fueron realizados sobre 29 elementos y, en ellos, se estudiaron especialmente los siguientes factores:

– Cuantía de las armaduras transversales.

Esta cuantía variaba entre 0,15 y 0,50 por 100, excepto en el caso de elementos de grandes dimensiones, en los cuales la cuantía utilizada era del 0,05 por 100.

– Rugosidad de la superficie de contacto.

El estado de la superficie de la parte prefabricada era de dos tipos:

- Rugosidad intermedia obtenido cepillando la parte superficial del hormigón cuyo fraguado se retardaba mediante un aditivo adecuado (profundidad media de la rugosidad: 3 mm).
- Fuerte rugosidad, correspondiente a una profundidad media de unos 10 milímetros.

- Relación entre la distancia desde el punto de aplicación de la reacción al punto de aplicación de la carga, y el canto útil. Esta relación variaba entre 2,57 y 7,71.

### Método de ensayo

Los elementos ensayados eran de dos tipos (véanse figuras 25 a y b).

- 1) Elementos de pequeñas dimensiones, idénticos a los ensayados estáticamente en la Universidad de Wisconsin. La comparación con los resultados obtenidos en estos últimos ensayos permitió evidenciar la influencia de la fatiga en la resistencia de la superficie de contacto.
- 2) Elementos de grandes dimensiones. El objeto de la investigación sobre estos elementos era ver si los resultados precedentemente obtenidos eran aplicables a las vigas para puentes. Estos elementos se construían, bien a partir de vigas en I, bien a partir de vigas de sección en cajón, pretensadas. En estos ensayos, la resistencia a compresión de los hormigones alcanzaba los siguientes valores:
  - 280 kp/cm<sup>2</sup>, en las vigas prefabricadas de hormigón armado;
  - 469 kp/cm<sup>2</sup>, en las vigas prefabricadas de hormigón pretensado;
  - 266 kp/cm<sup>2</sup>, en las losas hormigonadas in situ.

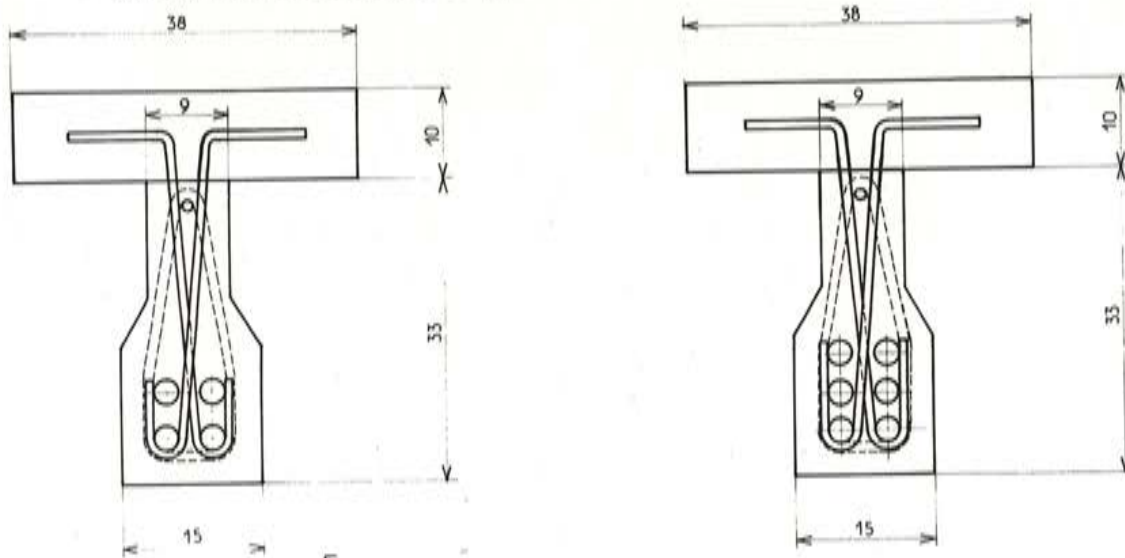


Fig. 25 (a).—Elementos de hormigón armado

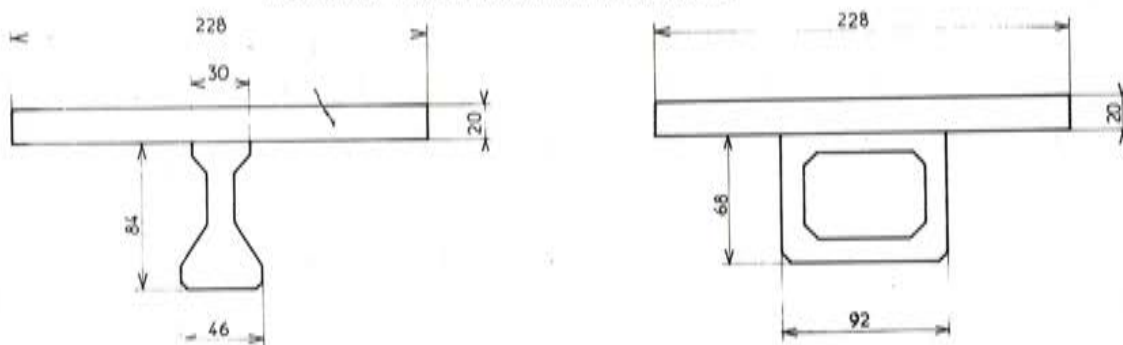


Fig. 25 (b).—Elementos de hormigón pretensado

Los elementos se colocaban en un banco de ensayos a fatiga, descansando simplemente

sobre los apoyos. Primero, se ensayaban estáticamente, aumentando sucesivamente la carga hasta alcanzar el valor utilizado posteriormente para los ensayos de fatiga. La variación de la carga era sinusoidal y se efectuaba a razón de 250 ciclos por minuto. El valor mínimo de la carga aplicada era aproximadamente igual a la quinta parte de su valor máximo.

### Resultados de los ensayos

Estos ensayos han demostrado que las armaduras intervienen solo una vez rota la adherencia natural entre los dos hormigones en contacto. Los elementos en los cuales la superficie de contacto era rugosa, presentaban un mayor margen de seguridad frente al deslizamiento; y en ellos se pudo comprobar que, después de la rotura, la citada superficie de contacto estaba más lisa que inicialmente. Esto parece indicar que el hormigón de la losa construída in situ, menos resistente que el de la pieza prefabricada, se rompía al nivel de la parte superior de las rugosidades del hormigón de la parte prefabricada. Este comportamiento es análogo al que presentan las juntas con llaves de hormigón.

La influencia de las armaduras transversales resulta tanto más importante cuanto mayor es el valor del deslizamiento. Además, cuando la cuantía de armaduras es grande, se retarda la rotura de la junta, la flecha es menor y la fisuración menos importante.

Por otra parte, los resultados de los ensayos han demostrado que la eficacia de las armaduras de enlace es independiente de la distancia entre el punto de aplicación de la carga y el apoyo, de la relación entre esta distancia y el canto útil del elemento y de la rugosidad de la superficie de contacto. Como ya se ha señalado, parece que la fisuración se alcanza realmente bajo una carga menor, cuando aumenta la relación  $a/h_1$ ; relación que se estima constituye uno de los parámetros más importantes, cualquiera que sea el tipo de sollicitación.

La valoración de las tensiones de rotura por deslizamiento bajo cargas repetidas,  $Y$ , (en  $\text{kp/cm}^2$ ) puede, según los autores hacerse utilizando las siguientes expresiones:

- Caso de superficie de contacto rugosa, atravesada por una cuantía "p" de armaduras:

$$Y = \frac{246}{11 + \frac{a}{h_1}} + 14 p$$

- Caso de una superficie de rugosidad intermedia, atravesada por una cuantía "p" de armaduras:

$$Y = \frac{140}{11 + \frac{a}{h_1}} + 14 p$$

Según los mismos autores, los valores que se obtienen aplicando las precedentes expresiones, son pequeños comparados con los registrados en los ensayos. Sin embargo, no es posible generalizar tales expresiones ya que los ensayos en que se han basado no son suficientemente numerosos.

### Conclusiones

Los ensayos de fatiga han permitido precisar el papel que desempeñan las armaduras de cosido. En efecto; han demostrado que dichas armaduras intervienen únicamente cuando la resistencia natural de la unión entre los dos hormigones se ha roto. Por otra parte, han

permitido comprobar que el hecho de someter un elemento a cargas repetidas destruye la rugosidad de la superficie de contacto, por cizallamiento del hormigón de menor resistencia; lo que va en contra de la teoría admitida en el caso de cargas estáticas, la cual supone que la rugosidad no se destruye y que los dos hormigones no deslizan uno respecto al otro, en tanto no se han despegado por separación.

## CAPITULO 5: EVOLUCION, EN EL TIEMPO, DE LAS TENSIONES INTERNAS EN LOS ELEMENTOS COMPUESTOS

El comportamiento monolítico de las estructuras que se vienen estudiando, implica que los dos hormigones estén perfectamente enlazados entre sí. Como se ha visto anteriormente, este enlace queda asegurado por la adherencia, la rugosidad y las armaduras de cosido. Sin embargo, cuando se estudian los dos hormigones en contacto, se comprueba que difieren entre sí en sus características mecánicas y físicas. En efecto, cuando se añade el hormigón vertido in situ, el hormigón de la parte prefabricada está ya endurecido y la pieza ha podido permanecer en el parque de almacenamiento durante largo tiempo. En consecuencia, este hormigón habrá alcanzado una resistencia, un módulo de elasticidad y un estado de fluencia y retracción determinados y, por lo tanto, muy diferentes de los del hormigón posteriormente añadido. La evolución en el tiempo de las deformaciones plásticas, no podrá ser, por consiguiente, la misma en los dos hormigones en contacto.

En virtud de todo ello, para que la estructura pueda ser considerada como monolítica, será preciso que se establezca un estado de equilibrio que exigirá la aparición de tensiones internas y momentos parásitos. Los valores de estas tensiones, como es lógico, serán función de la diferencia existente entre la edad de los dos hormigones y de la naturaleza de los mismos. En consecuencia, el problema que en este capítulo se aborda, deberá plantearse de la forma siguiente:

¿Qué efecto produce en la distribución de tensiones la diferencia existente entre los módulos de elasticidad de los dos hormigones?

¿Cuál es el estado de tensiones que origina la unión al oponerse a las deformaciones plásticas diferenciales provocadas por la retracción y la fluencia de los dos hormigones?

Numerosos autores se han ocupado de este problema. A continuación se citan los trabajos de PARKER, BRANSON, OZELL y RÜHLE (7-8).

Todos estos autores, excepto BRANSON y OZELL, suponen que la unión entre los dos hormigones es perfecta y que las deformaciones en los mismos son continuas. BRANSON y OZELL, por el contrario, consideran que la unión es perfecta pero que la distribución de deformaciones es discontinua.

RÜHLE, ha realizado una síntesis de los trabajos relacionados con este tema y propone un método para el cálculo de las tensiones propias y de los momentos parásitos originados por la diferente evolución, en el tiempo, de los dos hormigones.

Este método se basa en las hipótesis y criterios siguientes:

- Los módulos de elasticidad del hormigón vertido in situ y del prefabricado, son diferentes y están ligados entre sí por la relación:

$$m = \frac{E_m}{E_s}$$

en donde  $E_m$  representa el módulo de elasticidad del hormigón prefabricado y  $E_s$  el del hormigón vertido in situ.



- Las deformaciones diferidas debidas a la fluencia,  $\epsilon_{r1}$ , se supone que son proporcionales a las deformaciones elásticas instantáneas  $\epsilon_0$  y ligadas entre sí mediante la expresión:

$$\epsilon_{r1} = \epsilon_0 \varphi_t$$

en la cual  $\varphi_t$  representa la variación del coeficiente de fluencia en función del tiempo; variación que puede expresarse en la forma:

$$\varphi_t = \varphi_f (1 - e^{-t})$$

siendo  $\varphi_f$  el valor que alcanza  $\varphi_t$  al cabo de un tiempo infinito.

En el estudio hecho por RÜHLE, los valores finales  $\varphi_{f,s}$  y  $\varphi_{f,m}$ , relativos al hormigón vertido in situ y al hormigón prefabricado, respectivamente, se toman distintos con el objeto de tener en cuenta el período de endurecimiento y de almacenamiento al que ha estado sometida la parte prefabricada. Se consideran los efectos de la fluencia en los dos hormigones en contacto, a partir del momento en que se coloca el hormigón vertido in situ.

Si se parte de la expresión precedente:  $\epsilon_{r1} = \epsilon_0 \varphi_t$ , la deformación total, teniendo en cuenta la fluencia, vendrá dada por:

$$\epsilon_t = \epsilon_0 + \epsilon_0 \varphi_t$$

Y si se considera la variación de la deformación por fluencia en función del tiempo, se tendrá:

- para el hormigón vertido in situ:

$$\left. \frac{d\varphi_{r1}}{dt} \right|_s = \varphi_{f,s} e^{-t}$$

- para el hormigón prefabricado:

$$\left. \frac{d\varphi_{r1}}{dt} \right|_m = \varphi_{f,m} e^{-t}$$

Sin embargo, si se añade el hormigón vertido in situ, en el instante  $t = t_0$ , la ecuación que expresa la variación de la deformación plástica correspondiente al hormigón prefabricado, se convierte en:

$$\left. \frac{d\varphi_{r1}}{dt} \right|_m = \varphi_{f,m} e^{-(t+t_0)}$$

expresión que puede escribirse en la forma:

$$\left. \frac{d\varphi_{r1}}{dt} \right|_m = \mu \varphi_{f,s} e^{-t}$$

siendo:  $\mu' = e^{-t_0}$

$$\varphi_{f,m} = \mu'' \varphi_{f,s}$$

$$\mu = \mu' \mu''$$

Dicha expresión, según RÜHLE, permite calcular los momentos parásitos y las tensiones internas propias.

Se supone ahora que, antes de hormigonar la losa superior, la pieza ha estado almacenada sobre una superficie plana. En el momento de desencofrar el elemento una vez hormigonada la losa, el hormigón de la parte prefabricada y el vertido in situ absorberán las fracciones  $M_m$  y  $M_s$  del momento  $M_0$  que actúa sobre el conjunto.

Si se toma como centro de reducción el centro de gravedad del conjunto de la sección, se puede escribir:

$$M_0 = M_m + M_s + N \delta$$

siendo  $\delta$  el brazo del par engendrado por la resultante  $N$ . Este brazo  $\delta$  es igual a la suma de las distancias  $\delta_m$  y  $\delta_s$  del centro de gravedad de la sección total a los centros de gravedad de las secciones  $A_m$  de la parte prefabricada y  $A_s$  de la losa hormigonada in situ.

La igualdad de curvaturas de los dos hormigones en el instante  $t = 0$ , permite determinar los valores de los momentos parciales  $M_m$  y  $M_s$ .

Se tiene:

$$M_m = m \frac{I_m}{I_t} M_0$$

$$M_s = \frac{I_s}{I_t} M_0$$

siendo:

$$I_t = I_s + \delta_s^2 A_s + m (I_m + \delta_m^2 A_m)$$

y designando por:

$I_m$  = momento de inercia de la sección  $A_m$  de la parte prefabricada, respecto a su centro de gravedad.

$I_s$  = momento de inercia de la sección  $A_s$  de la losa hormigonada in situ, respecto a su centro de gravedad.

$I_t$  = momento de inercia de la sección compuesta total.

Por otra parte, el cálculo de la tensión media provocada por el momento  $M_0$  en el centro de gravedad de los dos hormigones, permite determinar el valor de la fuerza  $N$  resultante, aplicada a las dos secciones.

Se tiene:

- En el hormigón vertido in situ:

$$\sigma = \frac{M_0 \delta_s}{I_t} \text{ y } N = \frac{M_0 A_s \delta_s}{I_t}$$

- En el hormigón prefabricado:

$$\sigma = m \frac{M_0 \delta_m}{I_t} \text{ y } N = m \frac{M_0 A_m \delta_m}{I_t}$$

Como consecuencia de la propia definición del centro de gravedad, se verificará, evidentemente:

$$\frac{M_0 \cdot A_s \cdot \delta_s}{I_t} = m \frac{M_0 \cdot A_m \cdot \delta_m}{I_t}$$

Según ya se ha dicho anteriormente, la diferente capacidad de absorción de deformaciones plásticas de los dos hormigones en presencia, da lugar a que se originen en ellos momentos parásitos.

Los momentos se equilibran y varían con el tiempo, hasta que la estructura se estabiliza después de la aparición de tensiones internas.

Se designan ahora  $M_{st}$  y  $M_{mt}$ , a los momentos parásitos correspondientes al hormigón vertido in situ y al prefabricado, respectivamente.

Como quiera que el hormigón vertido in situ puede presentar mayores deformaciones que el prefabricado, este último tiene tendencia a oponerse a las deformaciones plásticas del primero.

Si se supone que en el instante  $t$  existe equilibrio, se tendrá:

$$-M_{st} + M_{mt} - N_t \delta = 0$$

siendo  $N_t$  la resultante de las fuerzas internas originadas por los momentos parásitos. Esta resultante está dirigida en sentido contrario a la resultante  $N$  correspondiente al estado inicial. En la figura 26 se indican los sentidos de las diferentes sollicitaciones.

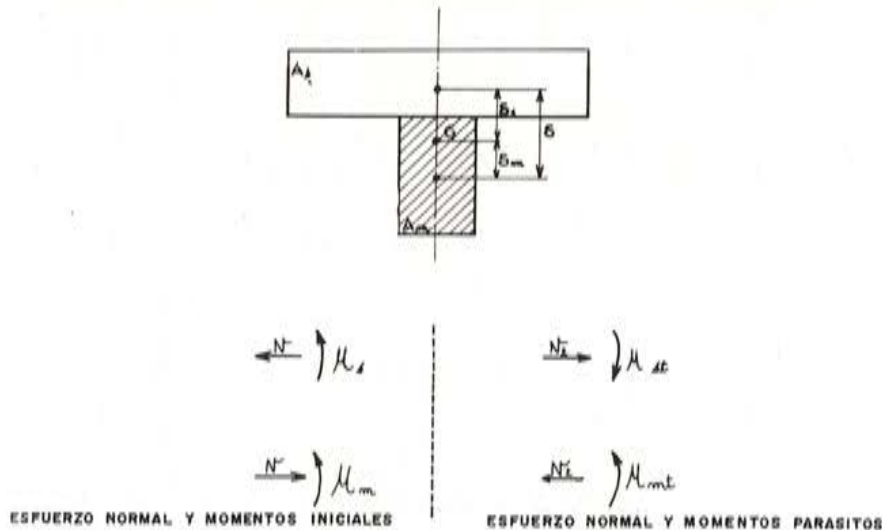


Fig. 26.—Sentidos de los esfuerzos

Suponiendo que es aplicable la ley de HOOKE, hipótesis que puede considerarse válida siempre que el valor de las tensiones sea pequeño, se pueden expresar las deformaciones correspondientes a los dos hormigones, o sea:

- la curvatura,
- la deformación longitudinal,

utilizando las fórmulas clásicas.

La curvatura, en un elemento homogéneo de módulo elasticidad  $E$  y momento de inercia  $I$ , viene dada, en función del momento  $M$  que sobre él actúa, por la fórmula clásica:

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{M}{EI}$$

Si el momento M es una función  $M_t$  del tiempo, la variación del ángulo de giro  $d\alpha$  en función del tiempo se transforma en:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{EI} \frac{dM_t}{dt} ds$$

Aplicando esta fórmula a los dos hormigones en contacto, se obtienen, para las variaciones elásticas instantáneas y plásticas diferidas, las siguientes expresiones:

### CUADRO I

| I – Deformaciones elásticas instantáneas |   |
|--|---|
| a) hormigón vertido in situ              | $\left. \frac{d\alpha_s}{dt} \right _i = - \frac{dM_{st}}{dt} \frac{ds}{E_s I_s}$                   |
| b) hormigón prefabricado                 | $\left. \frac{d\alpha_m}{dt} \right _i = + \frac{dM_{mt}}{dt} \frac{ds}{E_m I_m}$                   |
| II – Deformaciones plásticas diferidas   |   |
| a) hormigón vertido in situ              | $\left. \frac{d\alpha_s}{dt} \right _d = \frac{M_s - M_{st}}{E_s I_s} ds \frac{d\varphi_t}{dt}$     |
| b) hormigón prefabricado                 | $\left. \frac{d\alpha_m}{dt} \right _d = \mu \frac{M_m + M_{mt}}{E_m I_m} ds \frac{d\varphi_t}{dt}$ |

Las deformaciones longitudinales están provocadas, por una parte, por las fuerzas normales aplicadas a la sección y, por otra, por la variación de curvatura.

Las fuerzas longitudinales producen, sobre la longitud elemental  $ds$ , una variación unitaria de longitud  $\frac{\Delta ds}{ds}$ , que puede expresarse por la siguiente fórmula:

$$\frac{\Delta ds}{ds} = \frac{N}{EA}$$

en donde N es la fuerza normal aplicada sobre la superficie A del elemento de módulo de elasticidad E.

La variación de longitud  $\Delta' ds$  de una fibra de longitud elemental  $ds$ , situada a la distancia  $\delta$  del eje neutro, producida por la variación  $d\alpha$  del ángulo unitario de giro, tiene por valor:

$$\Delta' ds = d\alpha \delta$$

Ahora bien, como  $\frac{d\alpha}{ds} = \frac{M}{EI}$ , resulta:

$$\Delta' ds = \frac{M}{EI} \delta ds$$

Si la fuerza  $N$  y el momento  $M$  son funciones  $N_t$  y  $M_t$  del tiempo, las variaciones de las deformaciones longitudinales en función del tiempo, pueden expresarse en la siguiente forma:

$$\frac{\Delta ds}{dt} = \frac{dN_t}{dt} \frac{ds}{EA}$$

y

$$\frac{\Delta' ds}{dt} = \frac{dM_t}{dt} \frac{ds}{EI} \delta$$

Aplicando estas expresiones a los dos hormigones en contacto, se obtiene:

#### CUADRO 2

| I – Deformaciones elásticas instantáneas  |  |
|---|--|
| I.A – provocadas por las fuerzas longitudinales:  |  |
| a) en el hormigón vertido in situ:  |  |
| $\frac{\Delta ds_{st}}{dt} \Big _i = + \frac{dN_t}{dt} \frac{ds}{E_s A_s}$              |  |
| b) en el hormigón prefabricado:   |  |
| $\frac{\Delta ds_{mt}}{dt} \Big _i = - \frac{dN_t}{dt} \frac{ds}{E_m A_m}$              |  |
| I.B – provocadas por la variación de curvatura:   |  |
| a) en el hormigón vertido in situ:  |  |
| $\frac{\Delta' ds_{st}}{dt} \Big _i = - \frac{dM_{st}}{dt} \frac{ds}{E_s I_s} \delta_s$ |  |
| b) en el hormigón prefabricado:   |  |
| $\frac{\Delta' ds_{mt}}{dt} \Big _i = + \frac{dM_{mt}}{dt} \frac{ds}{E_m I_m} \delta_m$ |  |
| $\delta_s$ y $\delta_m$ se tomarán con su valor algebraico.                             |  |

## II – Deformaciones plásticas diferidas

II.A – provocadas por las fuerzas longitudinales:

a) en el hormigón vertido in situ:

$$\left. \frac{\Delta ds_{st}}{dt} \right|_d = \frac{-N + N_t}{E_s A_s} ds \frac{d\varphi_t}{dt}$$

b) en el hormigón prefabricado:

$$\left. \frac{\Delta ds_{mt}}{dt} \right|_d = \mu \frac{+N - N_t}{E_m A_m} ds \frac{d\varphi_t}{dt}$$

II.B – provocadas por la variación de curvatura:

a) en el hormigón vertido in situ:

$$\left. \frac{\Delta' ds_{st}}{dt} \right|_d = \left( \frac{M_s - M_{st}}{E_s I_s} ds \frac{d\varphi_t}{dt} \right) \delta_s$$

b) en el hormigón prefabricado:

$$\left. \frac{\Delta' ds_{st}}{dt} \right|_d = \left( \mu \frac{M_m + M_{mt}}{E_m I_m} ds \frac{d\varphi_t}{dt} \right) \delta_m$$

$\delta_s$  y  $\delta_m$  se tomarán con su valor algebraico.

Para expresar que el comportamiento del elemento compuesto es monolítico, habrá que escribir que son idénticas, por una parte, las curvaturas resultantes y, por otra, las deformaciones longitudinales finales correspondientes a los dos hormigones en contacto. Las expresiones de las deformaciones que aparecen en los Cuadros 1 y 2, permiten establecer estas identidades y determinar, por consiguiente los valores de los momentos  $M_{st}$ ,  $M_{mt}$  y de la resultante  $N_t$ .

Con el objeto de simplificar, dichos valores se escribirán de la siguiente forma:

$$M_{st} = \frac{I_s}{I_t} f(t) M_0$$

$$M_{mt} = \frac{I_s}{I_t} g(t) M_0$$

$$N_t = \frac{I_s}{\delta I_t} [g(t) - f(t)] M_0$$

en donde  $f(t)$  y  $g(t)$  son las funciones que expresan la variación de  $M_{st}$ ,  $M_{mt}$  y  $N_t$  con el tiempo  $t$ .

Conociendo los valores de los momentos  $M_{st}$ ,  $M_{mt}$  y del esfuerzo normal  $N_t$ , se pueden determinar los valores de las tensiones normales  $\sigma_{x,st}$  y  $\sigma_{x,mt}$  que se producen, a lo largo del tiempo, en las zonas del hormigón vertido in situ y del hormigón prefabricado, respectivamente.

Teniendo en cuenta los signos de los momentos y del esfuerzo normal, y tomando  $\delta_s$  y  $\delta_m$  con su valor algebraico, las expresiones de las citadas tensiones son las siguientes:

$$\sigma_{xst} = + \frac{N_t}{A_s} - \frac{M_{st}}{I_s} (y - \delta_s) \quad (\text{hormigón vertido in situ})$$

$$\sigma_{xmt} = - \frac{N_t}{A_m} + \frac{M_{mt}}{I_m} (y - \delta_m) \quad (\text{hormigón prefabricado})$$

Ahora bien; teniendo en cuenta que el valor de la tensión de deslizamiento  $\theta_y$  puede expresarse, según se ha dicho precedentemente, por la fórmula:

$$\theta_{(y)} = \frac{1}{I b_{(y)}} \frac{dM}{dx} \int_y^v y \, d\Omega$$

o por:

$$\theta_{(y)} = \frac{1}{b_{(y)}} \int_y^v \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \, d\Omega$$

se podrá, aplicando esta última expresión determinar las tensiones cortantes que se originan, a lo largo del tiempo, en los dos hormigones en contacto. Sus expresiones son las siguientes:

- para el hormigón de la parte hormigonada in situ:

$$\theta_{yst} = \frac{1}{b_{ys}} \frac{I_s}{I_t} T \left\{ \left[ \frac{1}{\delta} \frac{1}{A_s} (g(t) - f(t)) + \frac{\delta_s}{I_s} f(t) \right] \int_y^v d\Omega - \frac{f(t)}{I_s} \int_y^v y \, d\Omega \right\}$$

- para el hormigón de la zona prefabricada:

$$\theta_{ymt} = \frac{1}{b_{ym}} \frac{I_s}{I_t} T \left\{ \left[ \frac{1}{\delta} \frac{1}{A_m} (f(t) - g(t)) - \frac{\delta_m}{I_m} g(t) \right] \int_y^v d\Omega + \frac{g(t)}{I_m} \int_y^v y \, d\Omega \right\}$$

En consecuencia, los valores finales de los esfuerzos rasantes de deslizamiento serán los siguientes:

$$\theta_{ys} = \theta_{y,s,o} + \theta_{y,s,t} \quad (\text{hormigón vertido in situ})$$

$$\theta_{ym} = \theta_{y,m,o} + \theta_{y,m,t} \quad (\text{hormigón prefabricado})$$

en donde  $\theta_{y,s,o}$  y  $\theta_{y,m,o}$  designan los valores de las tensiones de deslizamiento que existen en el instante  $t = 0$ , es decir, antes de producirse la retracción y fluencia. Estos valores pueden calcularse por las fórmulas clásicas.

Según esta teoría, el efecto de la retracción puede calcularse en forma análoga a la anteriormente expuesta para determinar el efecto correspondiente a la fluencia.

En la figura 27 se representa el diagrama de distribución de estas tensiones en la sección compuesta.

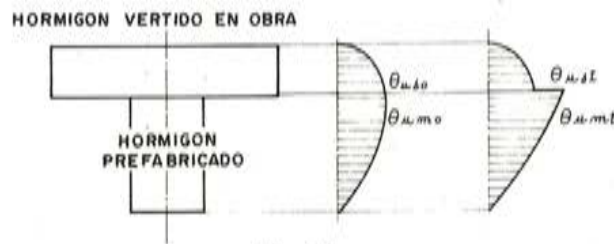


Fig. 27

### Teoría de BRANSON Y OZELL

En esta teoría se supone que el hormigón vertido in situ experimenta una deformación uniforme, a causa de la libre retracción de valor igual a  $\epsilon_s$ ; y que las deformaciones en las fibras superior e inferior de la parte prefabricada, son iguales a  $\epsilon_{m,s}$  y  $\epsilon_{m,i}$  respectivamente (figura 28).

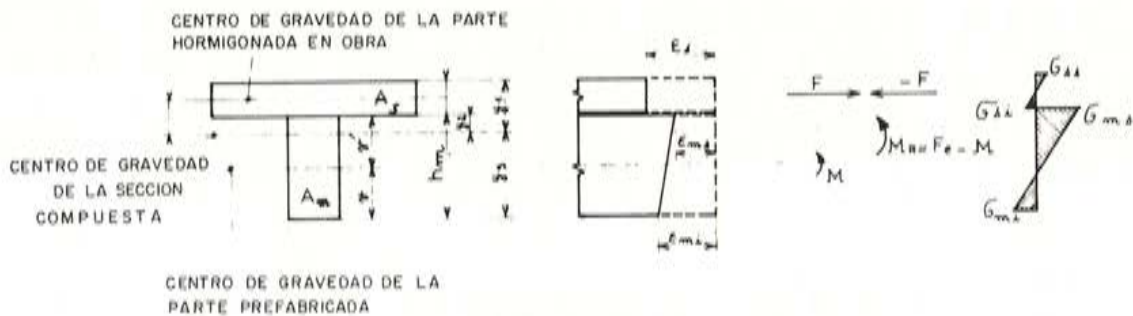


Fig. 28

La diferencia entre los valores de las deformaciones en el hormigón de la parte prefabricada, origina un momento. Para que los dos hormigones permanezcan en contacto, será por tanto necesario aplicar a esta parte prefabricada un momento  $M$  de valor:

$$M = E_m I_m \frac{d\alpha}{dx}$$

Si se designa por  $-\frac{d\alpha}{dx}$  la curvatura originada por la diferencia de las deformaciones de las fibras superior e inferior de la pieza prefabricada, se tendrá:

$$\frac{d\alpha}{dx} = \frac{1}{h_m} (\epsilon_{ms} - \epsilon_{mi})$$

En estas expresiones:

$h_m$  = distancia entre las fibras superior e inferior de la parte prefabricada,

$E_m$  = módulo de elasticidad del hormigón de la parte prefabricada,

$I_m$  = momento de inercia de la sección de la pieza prefabricada.

Se puede entonces admitir que la parte prefabricada se deforma, en su conjunto, la magnitud:



$$\epsilon_{moy} = \frac{1}{2} (\epsilon_{mi} + \epsilon_{ms})$$

El corrimiento diferencial entre los dos hormigones será, por consiguiente, igual a:

$$\delta = \epsilon_s - \epsilon_{moy}$$

Para mantener la parte hormigonada in situ, en contacto con la prefabricada, habrá por lo tanto que aplicar al centro de gravedad de la parte hormigonada in situ una fuerza de valor F tal que:

$$F = \delta E_s A_s$$

siendo:

$E_s$  = módulo de elasticidad del hormigón vertido in situ,

$A_s$  = área de la sección de la parte hormigonada in situ.

Como consecuencia de la aparición de esta fuerza F, la sección compuesta se encuentra sometida a un momento suplementario cuyo valor es igual al producto de la fuerza (F) por la distancia (e) del centro de gravedad de la sección total al punto de aplicación de la fuerza (centro de gravedad de la parte hormigonada in situ).

El momento resultante  $M_R$  que solicita la sección compuesta será, por consiguiente, igual a:

$$M_R = F e - M$$

Los valores de las tensiones originadas en las distintas secciones que a continuación se indican, vendrán dados por las siguientes expresiones:

– Hormigón vertido in situ:

- fibra superior:

$$\sigma_{ss} = \frac{F}{A_s} - \frac{F}{A_s + m A_m} - \frac{M_R y_1}{I_t}$$

- fibra inferior:

$$\sigma_{si} = \frac{F}{A_s} - \frac{F}{A_s + m A_m} - \frac{M_R y_2}{I_t}$$

– Hormigón prefabricado:

- fibra superior:

$$\sigma_{ms} = \frac{M v'}{I_m} - m \left[ \frac{F}{A_s + m A_m} + \frac{M_R y_2}{I_t} \right]$$

- fibra inferior:

$$\sigma_{mi} = + \frac{M v}{I_m} - m \left[ \frac{F}{A_s + m A_m} - \frac{M_R y_3}{I_t} \right]$$

En estas expresiones, se designa por:

$y_1, y_2, y_3$ , a las distancias del centro de gravedad de la sección completa a las fibras consideradas.

$v'$  y  $v$  a las distancias entre el centro de gravedad de la parte prefabricada y las fibras superior e inferior de la misma, respectivamente.

A partir de estas ecuaciones, se pueden obtener los valores de las fuerzas que actúan en la parte prefabricada del elemento y en la hormigonada in situ.

Los valores de estas fuerzas son los siguientes:

$$F_m = \frac{A_m}{2} (\sigma_{ms} + \sigma_{mi}) \text{ (hormigón prefabricado)}$$

$$F_s = \frac{A_s}{2} (\sigma_{ss} + \sigma_{si}) \text{ (hormigón vertido in situ)}$$

En noviembre de 1963 y bajo la dirección de KAJFASZ, SOMERVILLE y ROWE, se han realizado otros interesantes ensayos con el objeto de determinar, entre otros factores, las deformaciones diferenciales originadas por la retracción y fluencia de los dos hormigones en contacto.

Estos ensayos se efectuaron sobre elementos cuya parte prefabricada iba pretensada. La sección de los elementos ensayados era la representada en la figura 29.

— *viga rectangular* (figura 29 "a" y "b")

En estos elementos, la parte prefabricada estaba sometida a un pretensado centrado, de 190 kp/cm<sup>2</sup>. La superficie de contacto había sido alisada con llana.

En el cuadro siguiente se indican los valores de las resistencias a compresión, en probeta cúbica, de los hormigones en el momento del ensayo.

| Números de las vigas                           | 1 - 4 - 7 - 10 | 2 - 5 - 8 - 11 | 3 - 6 - 9 - 12 |
|--|----------------|----------------|----------------|
| Hormigón vertido in situ (kp/cm <sup>2</sup> ) | 290            | 385            | 570            |
| Hormigón prefabricado (kp/cm <sup>2</sup> )    | 760            | 730            | 790            |

El pretensado se efectuaba una vez que el hormigón de la parte prefabricada había sufrido un período de curado de 7 días, en atmósfera húmeda. La pieza prefabricada se conservaba después, en el laboratorio, durante 19 días. La losa hormigonada in situ se construía 26 días después de terminada la parte prefabricada; y el ensayo de flexión se realizaba 40 ó 52 días más tarde, a partir de esta última fecha.

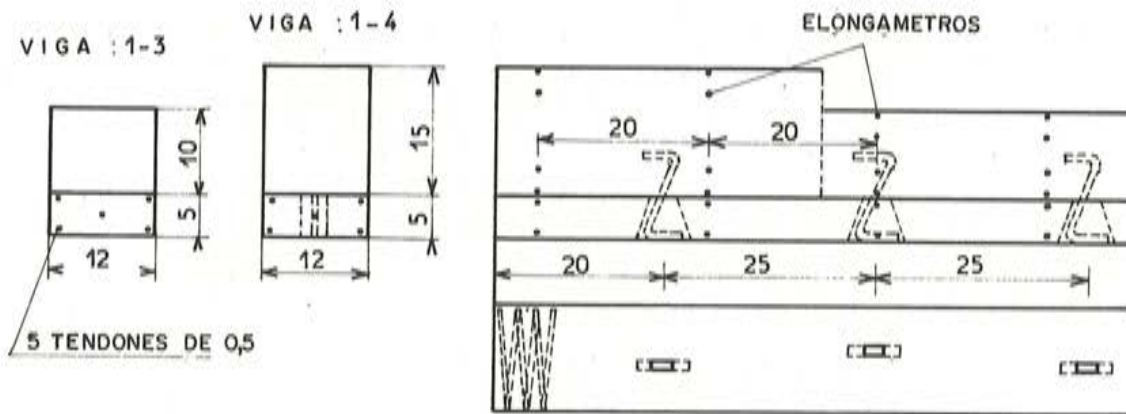


Fig: 29 (a) y 29 (b)

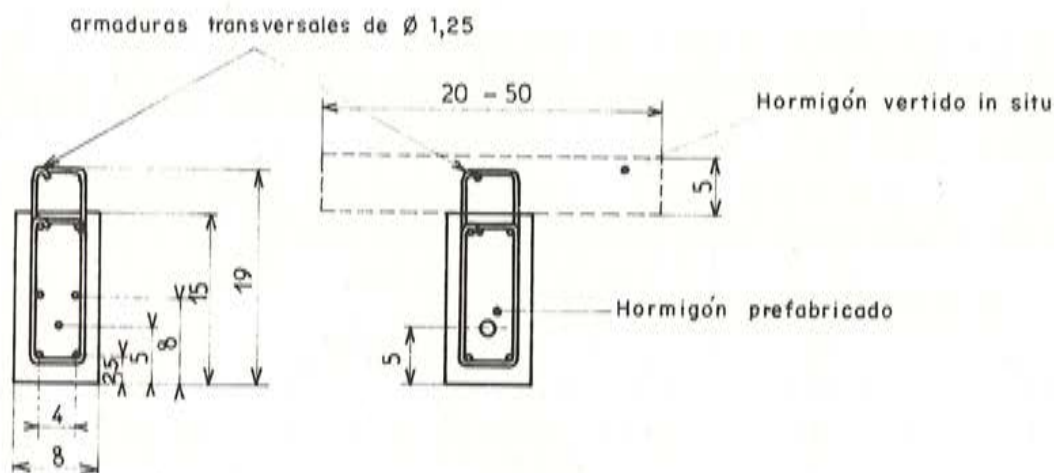


Fig. 29 (c)

– viga en T (figura 29 “c”)

El pretensado de la parte prefabricada era triangular (tensión en la fibra superior, 0  $\text{kp/cm}^2$ ; tensión en la fibra inferior, 175  $\text{kp/cm}^2$ ). La superficie de contacto entre los dos hormigones era rugosa. En el cuadro siguiente se indican los valores de la resistencia a compresión de los hormigones, en probeta cúbica a los 28 días.

| Números de las vigas                          | 1 - 4 - 7 - 10 | 2 - 5 - 8 - 11 | 3 - 6 - 9 - 12 |
|---|----------------|----------------|----------------|
| Hormigón vertido in situ ( $\text{kp/cm}^2$ ) | 290            | 385            | 570            |
| Hormigón prefabricado ( $\text{kp/cm}^2$ )    | 760            | 730            | 790            |

### Método de ensayo

El dispositivo utilizado para el ensayo de flexión era tal que el elemento compuesto quedaba sometido a un momento flector constante.

El ensayo a flexión se prolongaba hasta alcanzar la rotura.

Se efectuaron también numerosos ensayos complementarios, con el objeto de determi-

nar con precisión la resistencia y el módulo de elasticidad de los hormigones, así como sus deformaciones.

- Las deformaciones originadas por la libre retracción del hormigón vertido in situ, se medían sobre probetas de 7,5 x 7,5 x 25,4 cm, 24 horas después de hormigonadas.
- Las deformaciones originadas por la retracción del hormigón de la parte prefabricada se medían mediante elongómetros, 24 horas después del hormigonado y, posteriormente, todos los días, con el objeto de determinar el acortamiento inicial y las deformaciones originadas por la fluencia. Estas mediciones se realizaban, por una parte, sobre piezas prefabricadas aisladas y, por otra, sobre piezas prefabricadas incorporadas a los elementos compuestos.

Para medir la resistencia al deslizamiento entre los dos hormigones, se efectuaban ensayos de acuerdo con el esquema indicado en la figura 30.



Fig. 30.—Ensayos sobre probetas

### Resultados de los ensayos

En la figura 31 se representa, en función del tiempo, las deformaciones debidas a la retracción en los distintos tipos de hormigones vertidos in situ, así como la deformación total de la parte prefabricada.

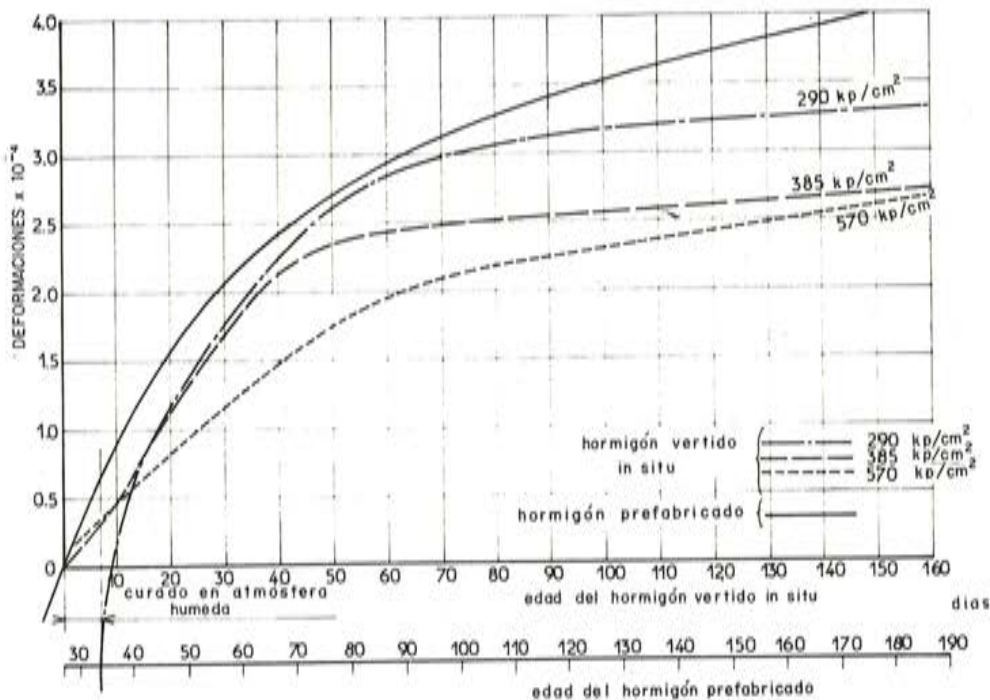


Fig. 31.—Variación de las deformaciones de los hormigones, en función del tiempo

En la figura 32 se indica la variación de las deformaciones en el hormigón de la parte prefabricada, en función del tiempo y del tratamiento de curado sufrido. La curva (1) corresponde a piezas prefabricadas incorporadas en el elemento compuesto, y en ella se indican las variaciones de las deformaciones totales. La curva (2) corresponde a piezas no incorporadas ni pretensadas.

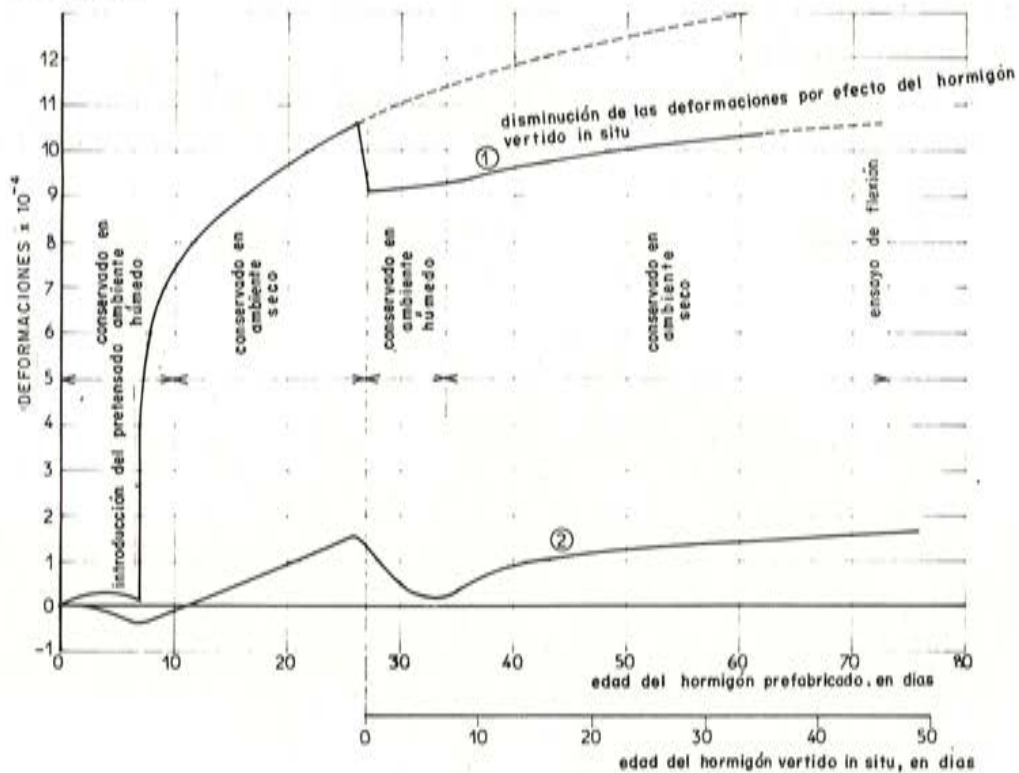


Fig. 32.—Variación de las deformaciones en el hormigón prefabricado, en función del tiempo

A partir de estos ensayos, los autores han determinado los valores de las deformaciones diferenciales entre el hormigón vertido in situ y el de la parte prefabricada, así como los valores de las tensiones rasantes o de deslizamiento. Estos valores se dan en los cuadros que a continuación se incluyen.

Valores de las deformaciones diferenciales

| Números de las vigas rectangulares | Tiempo transcurrido a partir de la conservación en ambiente seco, en días | Libre retracción medida sobre probeta prismática | Deformaciones medidas sobre las piezas prefabricadas | Deformaciones diferenciales entre los dos hormigones en contacto |  |   |
|------------------------------------|---|--|--|--|--|---|
|                                    |   |  |  | Deducidas de los ensayos   | De acuerdo con la teoría de la conservación de la planeidad de las secciones | De acuerdo con la teoría de Branson y Ozell |
| 1                                  | 7   | $1,18 \times 10^{-4}$                            | $0,66 \times 10^{-4}$                                | $0,52 \times 10^{-4}$  | $0,01 \times 10^{-4}$  | $0,03 \times 10^{-4}$                       |
|                                    | 14  | 1,70 x "   | 1,24 x "   | 0,46 x "   | 0,11 x "   | 0,11 x "                                    |
|                                    | 21  | 2,13 x "   | 1,69 x "   | 0,44 x "   | 0,31 x "   | 0,29 x "                                    |
| 4-7-10                             | 7   | 1,18 x "   | 0,66 x "   | 0,52 x "   | 0,06 x "   | 0,04 x "                                    |
|                                    | 14  | 1,70 x "   | 1,24 x "   | 0,46 x "   | 0,16 x "   | 0,12 x "                                    |
|                                    | 21  | 2,13 x "   | 1,69 x "   | 0,44 x "   | 0,38 x "   | 0,29 x "                                    |
| 2                                  | 7   | 0,43 x "   | 0,66 x "   | -0,23 x "  | -0,19 x "  | -0,20 x "                                   |
|                                    | 14  | 0,88 x "   | 1,24 x "   | -0,36 x "  | -0,34 x "  | -0,35 x "                                   |
|                                    | 21  | 1,28 x "   | 1,69 x "   | -0,41 x "  | -0,46 x "  | -0,40 x "                                   |
| 5-8-11                             | 7   | 0,43 x "   | 0,66 x "   | -0,23 x "  | -0,15 x "  | -0,10 x "                                   |
|                                    | 14  | 0,88 x "   | 1,24 x "   | -0,36 x "  | -0,29 x "  | -0,25 x "                                   |
|                                    | 21  | 0,28 x "   | 1,69 x "   | -0,41 x "  | -0,33 x "  | -0,28 x "                                   |
| 3                                  | 7   | 0,26 x "   | 0,66 x "   | -0,40 x "  | -0,64 x "  | -0,53 x "                                   |
|                                    | 14  | 0,51 x "   | 1,29 x "   | -0,73 x "  | -0,77 x "  | -0,65 x "                                   |
|                                    | 21  | 0,75 x "   | 1,69 x "   | -0,94 x "  | -0,78 x "  | -0,69 x "                                   |
| 6-9                                | 7   | 0,26 x "   | 0,66 x "   | -0,40 x "  | -0,61 x "  | -0,46 x "                                   |
|                                    | 14  | 0,51 x "   | 1,24 x "   | -0,73 x "  | -0,71 x "  | -0,54 x "                                   |
|                                    | 21  | 0,75 x "   | 1,69 x "   | -0,94 x "  | -0,80 x "  | -0,60 x "                                   |

Valores de las tensiones rasantes

| Números de las vigas rectangulares | Tensiones rasantes medidas sobre probetas (en kp/cm <sup>2</sup> ) | Tensiones rasantes, en rotura, medidas sobre vigas (en kp/cm <sup>2</sup> ) | Tensiones provocadas por las deformaciones diferenciales (en kp/cm <sup>2</sup> ) |                                    | Tensiones rasantes finales (en kp/cm <sup>2</sup> )                 |                                    |
|------------------------------------|--|---|---|------------------------------------|---|------------------------------------|
|                                    |  |   | Según la teoría de la conservación de la planeidad de las secciones               | Según la teoría de Branson y Ozell | Según la teoría de la conservación de la planeidad de las secciones | Según la teoría de Branson y Ozell |
| 1                                  | 8,5-12   | 12,50   | - 4,5   | - 3,5                              | + 8   | + 9                                |
| 2                                  | 12,5-16  | 12  | + 7,50  | + 5,50                             | + 19,5  | + 17,50                            |
| 3                                  | 7 -10,5  | 13  | + 15  | + 10                               | + 28  | + 23                               |
| 4-7-10                             | 8,5-12   | 12,50   | - 8   | - 4                                | - 4,50  | + 8,5                              |
| 5-8-11                             | 12,5-16  | 13  | + 8   | + 4,5                              | + 21  | + 17,50                            |
| 6-9-12                             | 6 -10,5  | 13  | + 23  | + 8,50                             | + 36  | + 21,50                            |

Debe señalarse que el valor de las deformaciones diferenciales entre los dos hormigones decrece cuando la resistencia del hormigón vertido in situ aumenta, pudiendo incluso llegar a ser negativo en el caso de hormigones muy resistentes. Cuando la diferencia entre las deformaciones es positiva, se producen tensiones de compresión en la fibra superior del hormigón vertido in situ, lo que origina una disminución de la fuerza de pretensado. Por consiguiente, debe prestarse particular atención a la diferencia entre deformaciones, en el caso de elementos cuya parte prefabricada posee una débil resistencia y cuando la fuerza de pretensado es pequeña. Por el contrario, en el caso de que el hormigón vertido in situ sea de gran resistencia, y la fuerza de pretensado elevada, y cuando la pieza de hormigón prefabricada permanezca largo tiempo almacenada en parque, las deformaciones diferenciales pueden llegar a ser negativas. Además, parece que la teoría de la conservación de la planeidad de secciones permite calcular los valores con suficiente precisión. Como valor medio de las deformaciones diferenciales parece que puede tomarse  $\pm 1 \times 10^{-4}$ , de acuerdo con la resistencia de los hormigones, la magnitud del pretensado inicial y las dimensiones de la sección.

Entre las otras conclusiones deducidas por los autores basándose en estos ensayos, deben destacarse los siguientes puntos:

Los ensayos de deslizamiento efectuados sobre probetas, dan normalmente resultados inferiores a los obtenidos sobre vigas.

Según los autores, parece que los valores dados por RÜHLE, que figuran en el cuadro que a continuación se incluye, quedan del lado de la seguridad.

#### Valores de las tensiones rasantes admisibles, según RÜHLE

|   |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|
| Resistencia a compresión del hormigón vertido in situ<br>(en kp/cm <sup>2</sup> ) | 225 | 298 | 430 |
| Valores de las tensiones rasantes admisibles<br>(en kp/cm <sup>2</sup> )          | 6   | 8   | 9   |
| Valores de las tensiones rasantes en rotura<br>(en kp/cm <sup>2</sup> )           | 10  | 12  | 14  |

Como consecuencia, se deduce que las tensiones internas que son provocadas por la diferente aptitud de los dos hormigones en presencia para absorber las deformaciones diferidas, originan aumentos locales de los esfuerzos de deslizamiento. Por consiguiente, habrá que prestar tanta más atención a este fenómeno, cuanto más diferentes sean las características mecánicas y físicas de los dos hormigones en contacto.

## CAPITULO 6: CONCLUSIONES GENERALES – DISPOSICIONES CONSTRUCTIVAS

De entre las conclusiones fundamentales deducidas del estudio de los distintos ensayos que quedan reseñados, debe destacarse, en primer lugar, la referente al papel primordial que desempeña la adherencia y la rugosidad de la superficie de contacto.

## Adherencia

Se ha visto que los ensayos efectuados sobre elementos cuya superficie de contacto presentaba una buena adherencia, se comportaron inicialmente, durante los ensayos, en forma análoga a los elementos monolíticos utilizados como testigos. En consecuencia, al construir estos elementos compuestos, debe procurarse conseguir una adherencia lo más perfecta posible. Para ello, la superficie de las piezas prefabricadas debe estar desprovista de toda suciedad y debe procurarse evitar al máximo la presencia de lechada en dicha superficie.

## Rugosidad

Los ensayos han demostrado que la rugosidad proporciona un margen adicional de seguridad frente a la absorción de los esfuerzos rasantes, una vez rota la adherencia. El papel de la rugosidad es análogo al que desempeñan las llaves de hormigón, de las cuales se tratará en un próximo capítulo.

Sin embargo, el valor de la rugosidad, es decir, la profundidad de las irregularidades superficiales, no parece tener una importancia primordial con respecto a la resistencia de la superficie de contacto. Por ello, resulta ilusorio e incluso desaconsejable, dañar excesivamente la capa superficial del hormigón de la parte prefabricada con detrimento para su resistencia. Ante todo, es necesario que los gránulos de esta capa estén perfectamente sujetos y ofrezcan una muy buena resistencia.

Entre las disposiciones constructivas empleadas para solidarizar los dos hormigones en contacto, se estudiará la utilización de llaves en el hormigón y de armaduras de cosido.

## A – LLAVES EN EL HORMIGON

Por lo que respecta a la utilización de llaves, debe recordarse la conclusión de HANSON. Las llaves actúan solamente cuando ya no intervienen la adherencia ni la rugosidad, es decir, cuando los deslizamientos son importantes. El efecto de las llaves no debe sumarse al de la adherencia y rugosidad; por consiguiente, las llaves deben calcularse para que sean capaces de garantizar, por sí solas, la transmisión de los esfuerzos rasantes o de deslizamiento.

Existen tres tipos principales de llaves en el hormigón, que son los que se representan en la figura 33.

- Tipo núm. 1 (a): las llaves están formadas por acanaladuras de paredes verticales, practicadas en el hormigón de la parte prefabricada.
- Tipo núm. 2 (b): las llaves tienen forma de cola de milano.
- Tipo núm. 3 (c): las llaves están constituidas por acanaladuras de paredes oblicuas, formadas en el hormigón de la parte prefabricada.

Desde el punto de vista mecánico, las llaves de los tipos 1 y 2 son las más funcionales. Sin embargo, las del tipo 2 son las más delicadas por lo que respecta al hormigonado de su plano inferior. Las llaves del tipo 3 presentan el inconveniente de crear una zona débil frente a la fisuración diagonal. En efecto; la forma inclinada de sus paredes da origen a la formación de un plano preferencial con respecto a este tipo de fisuración.

En estas juntas se pueden presentar tres formas de rotura (10):



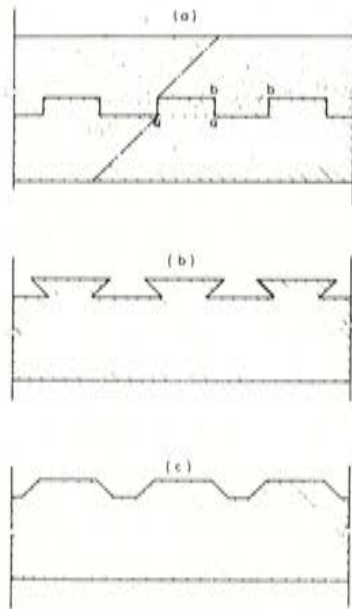


Fig. 33

- rotura por cizallamiento a lo largo de los planos (aa) y (bb),
- rotura provocada por una compresión excesiva de las paredes laterales de las llaves.
- rotura bajo el efecto de un esfuerzo diagonal de tracción que se propaga a lo largo de las paredes verticales, las cuales constituyen siempre un punto débil frente a este tipo de sollicitación.

Según algunos autores, cuando la resistencia del hormigón es suficiente y cuando no se necesitan armaduras transversales para absorber los esfuerzos rasantes, la utilización de llaves puede sustituir a las armaduras. Llaves de 1,25 cm de profundidad pueden resultar suficientes.

#### Cálculo de las llaves al cizallamiento

Se considera una llave tal como la representada en la figura 34. Se ha visto ya que el valor del deslizamiento total venía dado por la fórmula:

$$\Gamma = \theta_u b_u \Delta x = \frac{\Delta M}{I} \int_u^v y \, d\Omega$$

Si se designa por:

- $\sigma_1$  a la resistencia al cizallamiento; admisible en el hormigón que forma la llave;
- $\sigma_2$  a la resistencia al cizallamiento del hormigón situado a uno y otro lado de la llave;
- $\ell_1$  a la longitud de la llave;
- $\ell_2$  a la distancia entre dos llaves adyacentes, y
- $b$  a la anchura del plano de deslizamiento,

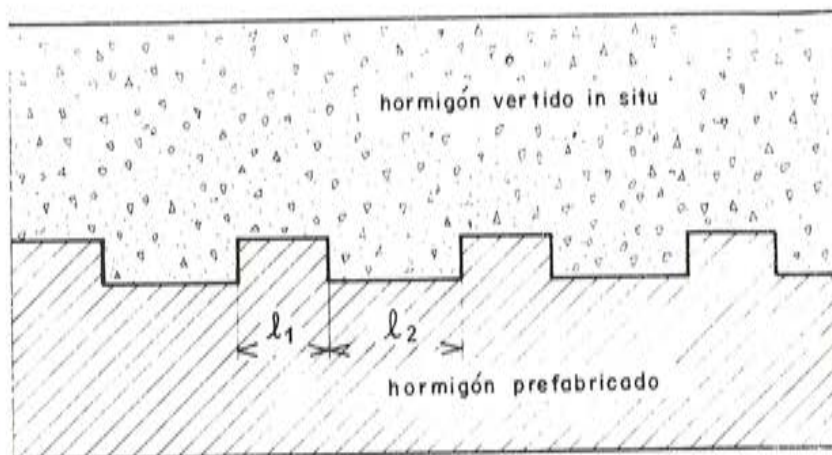


Fig. 34

se tendrá:

$$\sigma_1 l_1 b \geq \frac{M' - M}{I} \int_u^v y d\Omega$$

y

$$\sigma_2 l_2 b \geq \frac{M' - M}{I} \int_u^v y d\Omega$$

Las llaves deben estar constituidas por hormigón de buena calidad y, por consiguiente los salientes deben formarse en la zona del hormigón de la parte prefabricada. Esta necesidad aparece plenamente justificada a la vista de los resultados obtenidos en los ensayos realizados por HANSON.

### Observación

Si se consideran dos vigas rectangulares de la misma anchura,  $b$ , y de igual canto,  $h$ , superpuestas pero no enlazadas entre sí, (figura 35), el módulo resistente del conjunto será igual a:

$$W = 2 \frac{b h^2}{6} = \frac{b h^2}{3}$$

Si, por el contrario, las dos vigas se encuentran perfectamente enlazadas, el módulo resistente será:

$$W' = \frac{b (2h)^2}{6} = \frac{2 b h^2}{3}$$

Resulta, por consiguiente, que en este caso, la unión proporciona un módulo resistente doble del que se obtiene cuando no existe enlace, siempre y cuando se desprecie el rozamiento mutuo entre los dos hormigones. En definitiva, y según se deduce del ejemplo expuesto, un buen enlace conduce a una disminución, muy importante, de las tensiones y las flechas.

Los ensayos comentados en el primer capítulo del presente trabajo demuestran que, efectivamente, al desaparecer la solidarización entre los dos hormigones en contacto, se pro-

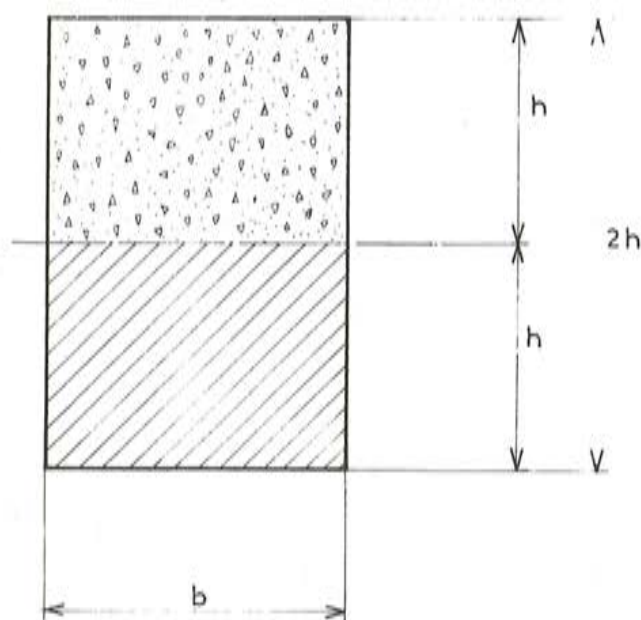


Fig. 35

duce un rápido aumento de la flecha con respecto a la correspondiente al estado monolítico.

#### Otro método de enlace que permite garantizar la unión entre dos hormigones de distinta naturaleza, en elementos sometidos a flexión

En la figura 36 (a), se representa la sección longitudinal de una viga compuesta, sometida a flexión, y constituida por dos hormigones distintos, en contacto, designados en la figura con los números 1 y 2. Se supone que los dos hormigones tienen una buena resistencia y que la superficie de contacto entre ambos es suficientemente rugosa. Para que el hormigón 1 pueda deslizarse respecto al 2, es preciso que el primero se eleve una cierta magnitud con respecto a su posición inicial (figura 36 b). Por consiguiente, si mediante un enlace transversal tal como el indicado en la figura 36 (c), se impide que se levante el hormigón 1, se suprime toda posibilidad de deslizamiento entre ambos hormigones.

Debe tenerse en cuenta que la eficacia de este enlace depende, por una parte, de cómo esté dimensionado (perfil transversal de la vigueta y espesor del enlace) y por otra de la resistencia de los hormigones. En el capítulo "excepciones a la regla de cosido", se indican las disposiciones que deben adoptarse para que el enlace sea eficaz.

## B – LAS ARMADURAS DE COSIDO

Los ensayos efectuados en la Universidad de Wisconsin han demostrado que, mientras que los valores del deslizamiento son pequeños, el aumento de la cuantía de armadura transversal tiene solo una pequeña influencia. En efecto, para pequeños deslizamientos, la resistencia de la junta frente a los mismos depende, fundamentalmente, de la adherencia y del estado de su superficie. Dichos ensayos, por otra parte, han puesto de manifiesto que la influencia de la cuantía transversal de armaduras es distinta según que la superficie de contacto entre los dos hormigones sea lisa o rugosa. En el caso en que dicha superficie de contacto sea

lisa, el esfuerzo rasante máximo que puede ser absorbido aumenta linealmente con la cuantía de la armadura. Por el contrario, si se trata de superficies rugosas, por encima de una determinada cuantía, un aumento de ésta apenas influye en el valor de la resistencia del enlace. Los ensayos dinámicos han demostrado que la eficacia de las armaduras de unión varía poco con la relación entre la longitud de deslizamiento (distancia entre la reacción y el punto de aplicación de la primera carga) y el canto útil de la pieza. Parece, por consiguiente, que esta relación no influye de un modo apreciable más que en la resistencia de la propia unión y que el papel que desempeña la rugosidad disminuye cuando dicha relación aumenta.

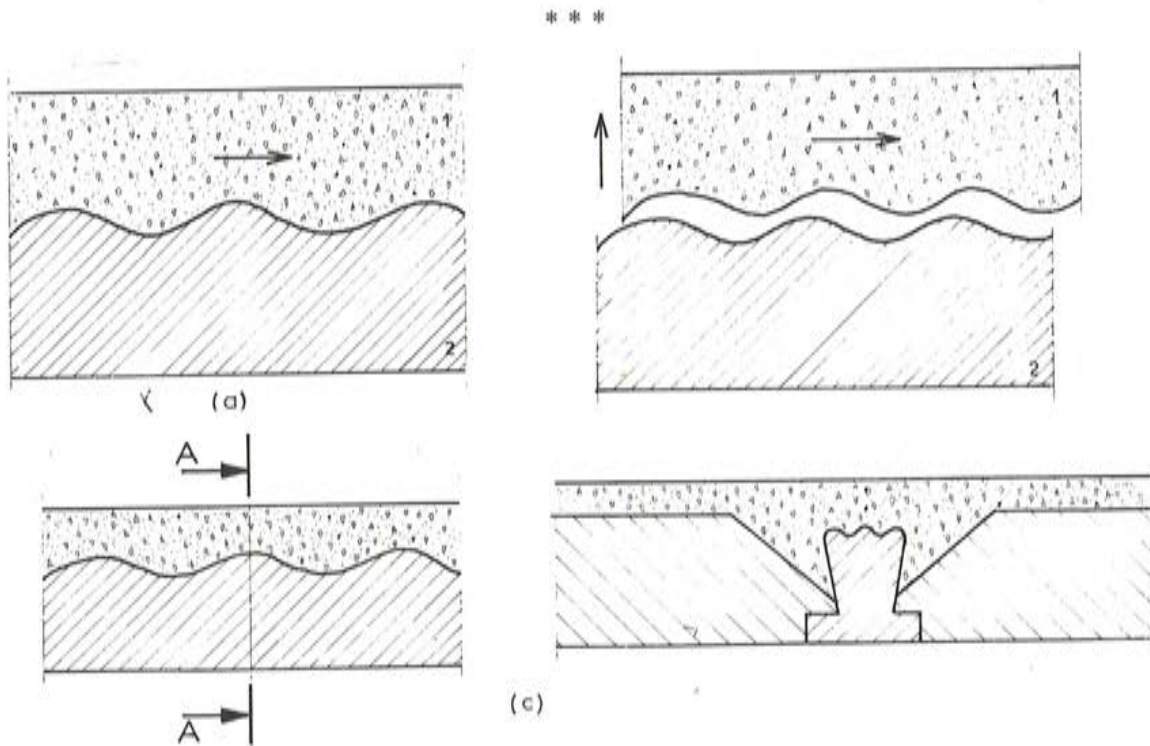


Fig. 36

## SEGUNDA PARTE

Las Instrucciones de los diferentes países establecen, en función de los diferentes tipos de enlace utilizados, los valores máximos de los deslizamientos que pueden admitirse. A continuación, se comentan sucesivamente los Reglamentos francés, inglés y americano, así como las normas dadas por el Comité Europeo del Hormigón.

### CAPITULO 1: REGLAMENTACION FRANCESA

Por lo que respecta a los forjados compuestos contruidos a base de viguetas de hormigón armado o de hormigón pretensado, el Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (11) ha establecido algunas reglas relativas al enlace entre los dos hormigones en contacto. Excepto para los casos en que se admite taxativamente que no es de aplicación la regla de cosido, de la cual se trata más adelante, se prescribe que la superficie de contacto entre las viguetas prefabricadas y el hormigón vertido in situ, debe estar atravesada, en los dos tercios extremos de las longitudes de las viguetas, por armaduras transversales convenientemente ancladas a un lado y otro de dicha superficie. Las Normas para el Cálculo y la Ejecución de las Estructuras de Hormigón Armado, de diciembre de 1960 (12), fijaban la separación, la sección y la carga de

servicio de estas armaduras. A continuación se reproduce el artículo de dichas Normas en el que se trata este problema.

Cuando para el cálculo de la resistencia de la sección compuesta homogeneizada o de la sección compuesta fisurada en las zonas sometidas a tracción, se suponga que el hormigón es el encargado de transmitir los esfuerzos, de una parte a otra de la sección, a través de toda o parte de la superficie de contacto, se justificará la posibilidad de que se produzca esta transmisión admitiendo que:

- 1) Es nula la resistencia a tracción del hormigón, en dirección perpendicular a la superficie de contacto.
- 2) El coeficiente de rozamiento mutuo entre los dos elementos de hormigón separados por la superficie de contacto, es igual a la unidad.
- 3) Las llamadas armaduras de cosido que atraviesan, en la viga, la superficie de contacto cuyos labios tienen tendencia a deslizar uno respecto al otro, pero no a separarse, se supone que ejercen, paralelamente a su dirección una fuerza que tiende a aproximar, uno contra otro los dos labios de dicha superficie. Esta fuerza debe ser siempre inferior a la que es capaz de absorber el acero bajo una tensión igual a la prescrita en las presentes Normas.

Por consiguiente, la resultante de los esfuerzos transmitidos por el hormigón a través de cualquier porción de la superficie de contacto, y de las fuerzas que se supone que ejercen las armaduras de cosido que atraviesan dicha porción, debe formar, con la normal a la citada superficie, un ángulo igual a  $45^{\circ}$  como máximo.

Las armaduras de cosido deben anclarse a un lado y a otro de la superficie de contacto, y distribuirse de forma que las acciones producidas por sus anclajes no originen en el hormigón tensiones que excedan de los valores límites admisibles.

### Excepciones

No será necesario coser la superficie de contacto entre la vigueta prefabricada y el hormigón vertido in situ, cuando se cumplan las cuatro condiciones siguientes:

- La cara superior de las viguetas es rugosa y sus caras laterales lo son también o presentan algún tipo de elemento o disposición que favorezca el enlace.
- El espesor de la cabeza o losa de hormigón armado situada encima de las viguetas, no excede de 8 centímetros.
- La distancia libre mínima, para el paso del hormigón vertido in situ, entre la cara superior de la vigueta y el de la bovedilla de entrevigado, debe ser de 4 cm. con el fin de conseguir un enlace eficaz entre los dos hormigones en contacto.
- La tensión rasante o de deslizamiento a lo largo del perímetro de contacto útil entre la vigueta y el hormigón vertido en obra, no debe ser superior a  $4 \text{ kp/cm}^2$ . Este perímetro comprende la cara superior de la vigueta y parte de sus superficies laterales. La parte colaborante de dichas superficies laterales se considera que termina cuando la distancia libre entre ellas y la bovedilla quede reducida a 2 cm. Se podrán tener en cuenta, si procede, las disposiciones adoptadas para favorecer el enlace entre los dos hormigones en contacto.

En el esquema de la figura 37 se representan las condiciones que quedan señaladas y se indican las diferentes comprobaciones que deben efectuarse en el cálculo.

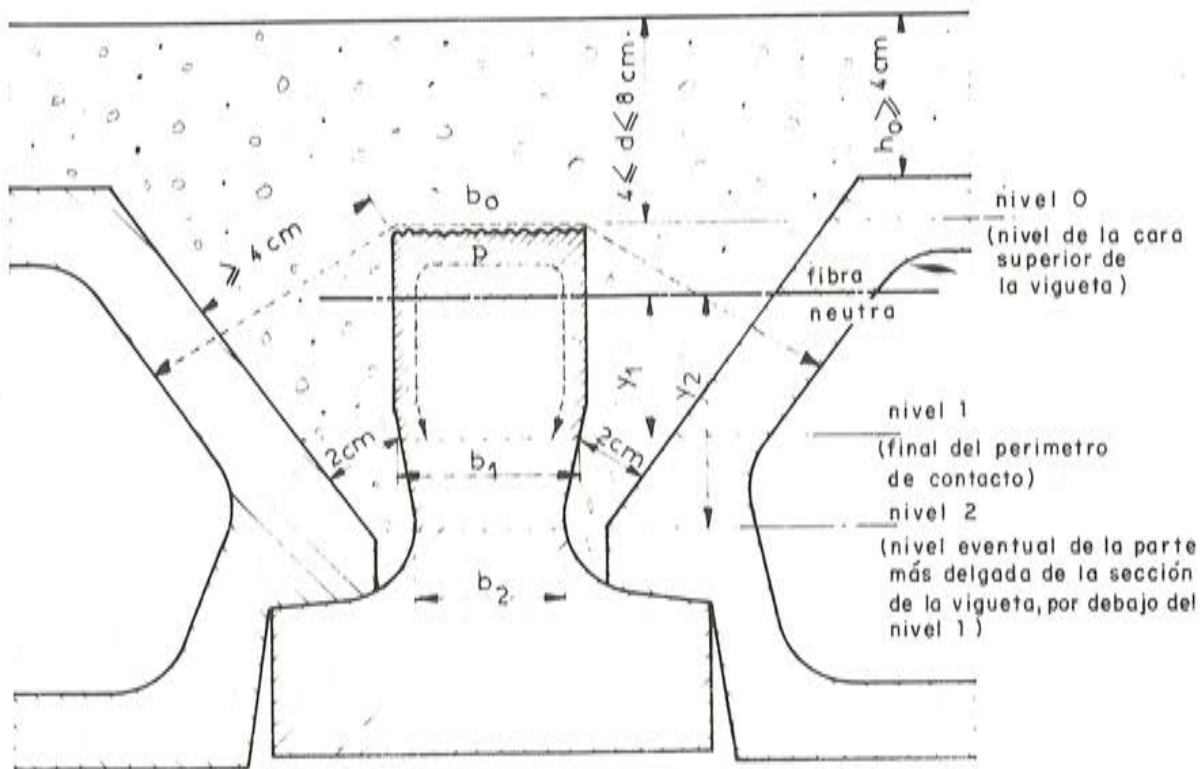


Fig. 37

**Normas técnicas para el proyecto y cálculo de las estructuras de hormigón armado, Mayo 1968 (13)**

Estas Normas han venido a sustituir a las anteriores, de diciembre de 1960, y son aplicables a todas las estructuras de hormigón armado. Por lo que respecta a las juntas de hormigonado, se incluyen las siguientes prescripciones:

- Toda superficie de contacto entre hormigones distintos, en la cual el esfuerzo originado por el funcionamiento mecánico de la estructura no sea de compresión y no actúe según una dirección que forme con dicha superficie un ángulo superior a  $\pi/4$  debe ir atravesada por armaduras de cosido.
- Estas armaduras deberán quedar totalmente ancladas en zonas capaces de resistir las tracciones que se producen al entrar en carga dichas armaduras.

La resultante del esfuerzo originado por el funcionamiento mecánico de la estructura y la fuerza de compresión ejercida sobre la superficie de contacto por las armaduras de cosido, supuestas sometidas a la tracción necesaria para alcanzar su tensión admisible de servicio, debe formar con dicha superficie de contacto un ángulo al menos igual a  $\pi/4$ .

La tensión admisible de servicio en las armaduras de cosido de las aludidas superficies de contacto, se tomará igual a los dos tercios de su límite elástico nominal bajo cargas nuevas.

Las armaduras de cosido se dispondrán de forma que su distribución se corresponda, en cualquier zona de la superficie de contacto, con los esfuerzos originados en ella por el funcionamiento mecánico de la pieza o estructura considerada.

## CAPITULO 2: REGLAMENTACION INGLESA

Las disposiciones que deben adoptarse por lo que respecta a la superficie de contacto entre dos hormigones de distinta naturaleza, se especifican en el "BRITISH CODE OF PRACTICE C.P. 116, 1965" (14).

El cálculo del esfuerzo rasante o de deslizamiento en la superficie de contacto entre el hormigón del elemento prefabricado y el vertido en obra, se efectuará de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\theta = \frac{T \cdot S}{I}$$

en la cual:

$\theta$  = Esfuerzo rasante por unidad de superficie.

T = Esfuerzo cortante total que actúa en la sección considerada.

S = Momento estático del área de la zona comprimida de la sección, situada por encima de la superficie de contacto, calculado con respecto al eje neutro.

I = Momento de inercia de la sección calculado, en el caso de elementos no pretensados, sin tener en cuenta el hormigón que trabaja a tracción.

Estas Normas dan, en función del estado de la superficie de contacto y de la cuantía de armaduras transversales, los valores del esfuerzo cortante máximo admisible. Se indica que el cálculo de estas armaduras transversales, en el caso de secciones compuestas, se realizará igual que si se tratase de un elemento monolítico, y que tales armaduras irán ancladas en la losa superior.

Se especifica que la superficie de hormigón, del elemento prefabricado, que vaya a colaborar en la resistencia en los esfuerzos rasantes, debe tratarse, para darle el adecuado acabado, lo más pronto posible después del vertido del hormigón. Este tratamiento debe efectuarse una vez fraguado el hormigón y antes de su endurecimiento.

Se define un estado de superficie tipo que es el siguiente. Corresponde a una superficie cuya película superior de hormigón ha sido eliminada mediante chorro de agua pulverizada o por cepillado con un cepillo duro. En el caso en que no sea posible realizar este tratamiento, podrá aplicarse a la superficie chorro de arena; pero se prohíbe el picado de la misma.

Cuando se trate de superficies del tipo indicado y en el caso en que no se disponga ninguna armadura, ni ninguna otra clase de enlace especial, el esfuerzo rasante no debe ser superior a 2,80 kp/cm<sup>2</sup>.

Para una superficie del tipo mencionado, pero cuando exista además una cuantía mínima de armadura igual al 0,15 por 100 con respecto al área de la superficie de contacto, el esfuerzo rasante admisible se eleva a 11,20 kp/cm<sup>2</sup>. La separación entre dichas armaduras debe, en este caso, ser inferior a cuatro veces el espesor de la losa y a 60 cm. Si se utiliza una cuantía superior a la mínima, se puede admitir un aumento de 5,25 kp/cm<sup>2</sup> por cada 1 por 100 de armadura suplementaria colocada, calculada con respecto al área de la superficie de contacto.

Cuando la superficie de contacto sea lisa pero se disponga la cuantía mínima de armadura antes citada (del 0,15 por 100), el esfuerzo rasante no debe exceder de 2,80 kp/cm<sup>2</sup>. La separación entre barras debe ser la misma anteriormente especificada.

## Propuestas formuladas con destino al "CODE DRAFTING COMMITTEE BL. CP. 35 PRE-CAST CONCRETE" (15)

Este documento, que se publicará una vez discutido y aprobado por los expertos, recoge algunos valores orientativos para la estimación de las tensiones rasantes o de deslizamiento entre dos hormigones de distinta naturaleza, en el caso de tipos de superficie de contacto que no hayan sido sometidos a los necesarios estudios experimentales.

Las tensiones originadas por el esfuerzo cortante se calcularán de acuerdo con la fórmula clásica. Los valores de las tensiones rasantes a lo largo de la superficie de contacto, calculados según dicha fórmula, no deben exceder de los valores dados en el cuadro siguiente:

### Valores de las tensiones admisibles por esfuerzo cortante, propuestos para las secciones compuestas

| Resistencia a compresión, en probeta cúbica del hormigón vertido in situ (en $\text{kp/cm}^2$ ) |          | 225   | 300   | 375   | 450   | 525   | 600   |
|---|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Tensiones máximas admisibles, por esfuerzo cortante (en $\text{kp/cm}^2$ )                      | Estado 1 | 3,50  | 4,50  | 5,20  | 5,60  | 6,00  | 6,40  |
|   | Estado 2 | 3,50  | 4,00  | 4,00  | 4,50  | 4,50  | 5,00  |
|   | Estado 3 | 12,00 | 12,50 | 13,00 | 13,50 | 14,00 | 14,50 |

Se consideran los tres estados superficiales siguientes:

#### Estado 1

Se prepara en la forma que a continuación se indica:

Cuando el hormigón ha fraguado pero aún no ha endurecido, la superficie del hormigón que posteriormente vaya a estar en contacto con la mezcla hormigonada en obra, se riega con chorro de agua y se cepilla con un cepillo duro. Este tratamiento tiene por objeto quitar la película de mortero y dejar al descubierto la mayor parte del árido.

#### Estado 2

La superficie no es la descrita en el estado 1, pero se dispone una cuantía mínima de armadura transversal igual al 0,15 por 100, con separación inferior a cuatro veces el espesor de la losa superior de hormigón vertido in situ y a 60 centímetros.

#### Estado 3

Se respetan las condiciones señaladas para los estados 1 y 2; pero la cuantía de armadura transversal es superior a la indicada en el estado 2. En este caso, se admite elevar los valores dados en el cuadro (línea 3) en  $5 \text{ kp/cm}^2$  por cada 1 por 100 de aumento en la cuantía de armadura transversal.



### CAPITULO 3: REGLAMENTACION AMERICANA

Las recomendaciones del ACI, ASCE Committee 333, preconizan como valores máximos de la tensión rasante que puede ser absorbida por la superficie de contacto, los siguientes (16):

- 5,60 kp/cm<sup>2</sup> cuando dicha superficie es lisa y lleva una cuantía de acero igual al 0,15 por 100. El área mínima de la sección de estas armaduras ha de ser de 1,30 cm<sup>2</sup>.
- 22,40 kp/cm<sup>2</sup> si se trata de superficies de contacto rugosas y siempre que se cumplan, además, las mismas condiciones antes indicadas respecto a cuantías y áreas mínimas de armaduras transversales. Se admite un aumento de 10,5 kp/cm<sup>2</sup> por cada 1 por 100 más que se disponga de cuantía de armaduras, calculada con respecto al área de la superficie de contacto.

Posteriormente se han introducido algunas modificaciones. En ellas se prescribe que el enlace será válido si el elemento compuesto ha sido calculado como pieza monolítica en la que las armaduras de cosido atraviesan una superficie de contacto rugosa.

A continuación se exponen algunas consideraciones en relación con este tema.

En los elementos compuestos, las fuerzas de deslizamiento deben ser totalmente absorbidas por la superficie de contacto entre los dos hormigones. Esto ocurre cuando dicha superficie es rugosa, está limpia y lleva, por lo menos, la cuantía mínima de armaduras transversales que más adelante se define.

Por otra parte, estas armaduras deben quedar ancladas en los dos hormigones; y las almas de las vigas deben calcularse para que sean capaces de resistir la componente vertical del esfuerzo cortante. En caso contrario, será necesario determinar con precisión el esfuerzo horizontal que debe ser resistido.

Cuando las armaduras de cosido se utilizan para absorber los esfuerzos horizontales, la distancia entre barras debe ser inferior a cuatro veces el espesor de la capa del hormigón vertido in situ, y a 0,60 m. La media de las áreas de las secciones de las armaduras transversales (en cm<sup>2</sup>) contenidas en un metro lineal de la pieza, será igual o superior a 0,15 veces la anchura, en centímetros, del elemento prefabricado. Esta anchura se determina o bien midiendo la anchura real de la superficie de contacto, o bien tomando una anchura media calculada dividiendo el área total de la sección transversal de dicho elemento, por su altura.

Por lo que respecta a la valoración del esfuerzo cortante máximo, la componente horizontal de dicho esfuerzo que la superficie de contacto es capaz de absorber, se calculará a partir de los valores máximos de las tensiones rasantes indicados a continuación:

- Superficie de contacto limpia, rugosa y sin ninguna armadura: 4,92 kp/cm<sup>2</sup>.
- Superficie de contacto limpia, no rugosa, y con una cuantía de armadura igual a la anteriormente definida: 4,92 kp/cm<sup>2</sup>.
- Superficie de contacto limpia, rugosa, y con la misma cuantía de armadura antes indicada: 21,09 kp/cm<sup>2</sup>.

Se considera que la superficie es rugosa cuando presenta irregularidades de unos 6,5 mm de profundidad.

Cuando para absorber los esfuerzos de deslizamiento se utilicen métodos distintos a los señalados anteriormente, tales métodos deben ser sometidos a la aprobación de la autoridad competente. Por otra parte, en el caso de empleo de resinas adhesivas, habrá que realizar ensayos al fuego:

## Observación

Los ensayos estáticos efectuados por SAEMANN y WASHA comentados en el capítulo I, han demostrado que la absorción de los esfuerzos horizontales no presentaba problemas, en el caso de vigas en T, si se cumplían las tres condiciones siguientes:

- La sección del elemento situado debajo de la losa hormigonada in situ es tal que puede resistir la componente vertical del esfuerzo cortante.
- La superficie de contacto entre los dos hormigones es rugosa.
- La cuantía de armaduras transversales es, como mínimo, igual al 0,15 por 100.

## CAPITULO IV: RECOMENDACIONES DEL COMITE EUROPEO DEL HORMIGON (17)

Sea  $\tau$  la tensión tangencial correspondiente a una zona dada, de un plano de contacto P, sobre la que se ejerce una acción tangente, no estando dicha zona en fase de fisuración. Se supone que las fisuras que pueden originarse se producirán formando un ángulo de  $45^\circ$  con el plano P.

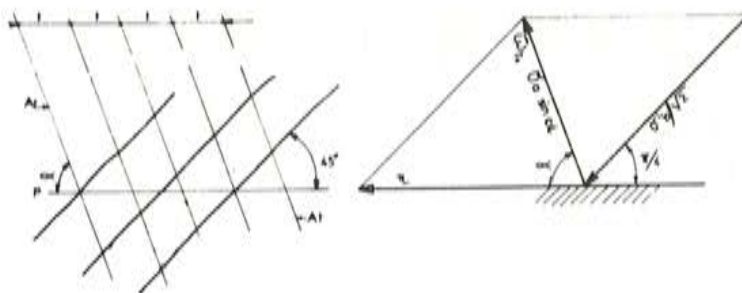


Fig. 38

Se designa por (figura 38):

$\alpha$  al ángulo que forman las armaduras con el plano P.

$t$  a la separación entre estas armaduras medida paralelamente al plano P de la superficie de contacto.

$A_t$  al área de la sección recta de cada una de las capas de barra que forman dichas armaduras.

El volumen relativo  $\bar{\omega}_{to}$ , (cuantía geométrica) de las armaduras de cosido viene dada por la fórmula:

$$\bar{\omega}_{to} = \frac{A_t}{t \cdot b \cdot \text{sen} \cdot \alpha}$$

siendo  $b$  la anchura de la sección de hormigón.

Para que haya equilibrio, la tensión tangencial  $\tau$  debe ser igual a la suma de los dos esfuerzos siguientes:

- La resultante del esfuerzo de compresión de las bielas a  $45^\circ$ , comprimidas bajo la tensión  $\sigma'_b$ .
- El esfuerzo de tracción de las armaduras de cosido, sometidas a la tensión  $\sigma_a$ .

La resultante del esfuerzo de compresión de las bielas a  $45^\circ$ , viene dada por:  $\sigma'_b / \sqrt{2}$ .

El esfuerzo de tracción de las armaduras de cosido vale:

$$\bar{\omega} \cdot t_o \cdot \sigma_a \cdot \text{sen } \alpha$$

Expresando la citada igualdad de la condición de equilibrio, en función de las proyecciones sobre el plano P y sobre la normal a P, resulta:

$$\bar{\omega} t_o \sigma_a = \frac{\tau}{(\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha) \text{sen } \alpha}$$

$$\sigma'_1 = \frac{2 \tau |\text{sen } \alpha}{|\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha|}$$

### Casos particulares

$$\alpha = 90^\circ \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{\omega} t_o \sigma_a = \tau \\ \sigma'_1 = 2 \tau \end{array} \right.$$

$$\alpha = 45^\circ \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{\omega} t_o \sigma_a = \tau \\ \sigma'_1 = \tau \end{array} \right.$$

Traducido por: R. Piñeiro

### BIBLIOGRAFIA

- (1) B. GROSSFIELD y C. BIRNSTIEL.  
Tests of T beams with Precast webs and Cast in place flanges.  
Journal of the American Concrete Institute, junio 1962, pp. 843-851.
- (2) N.W. HANSON.  
Precast Prestressed concrete bridges – Horizontal shear connections.  
Journal of the PCA Research and Development Laboratories, mayo 1960, pp. 38-57.
- (3) J.C. SAEMANN y G.W. WASHA.  
Horizontal shear connection between beams and cast in place slabs.  
Journal of the American Concrete Institute, noviembre 1964, Proceedings V. 61, n<sup>o</sup> 11, pp. 1.383 - 1.409.
- (4) Publication Technique de l'Université Technique des Essais des Matériaux de Munich, del 11 agosto 1964.
- (5) A.H. MATTOCK y Ph. KAAR.  
Precast-Prestressed Concrete Bridges – Shear Test of Continuous Girders.  
Journal of the PCA Research and Development Laboratories, enero 1961, pp. 19-45.
- (6) J.C. BADOUX y C.L. HULBOS.  
Horizontal shear connection in composite concrete beams under repeated loads.  
Journal of the American Concrete Institute, diciembre 1967, pp. 811-819.

- (7) H. RÜHLE  
Die Ermittlung der zeitabhängigen Eigenspannungen in Verbundkonstruktionen aus Stahlbetonfertigteilen mit Ortbeton.  
Blauplanung und Bautechnik, Octubre 1954, pp. 420-432.
- (8) H. RÜHLE  
L'influence du fluage sur les tensions de cisaillement dans les dispositifs composites en béton armé.  
Blauplanung und Bautechnik, febrero 1957.
- (9) An investigation of behaviour of composite concrete beams.  
Cement and Concrete Association, Research Report, noviembre 1963, n<sup>o</sup> 15.
- (10) F. SAMUELY  
Some recent experience in composite precast and in situ concrete construction with particular reference to prestressing.  
Proceedings of the Institution of Civil Engineers (Londres), agosto 1952, pp. 229-232.
- (11) Règles de calcul des planchers à poutrelles préfabriquées en béton précontraint par armatures adhérentes et tables de compression en béton armé coulé in situ (projet).  
Centre Scientifique et Technique du Bâtiment.
- (12) Règles pour le calcul et l'exécution des constructions en béton armé.  
(D.T.U.), diciembre 1960, p. 121.
- (13) Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé.  
(Fascicule 61, Titre 4 du C.P.C. des marchés de l'Etat). Règles CC BA 68, mayo 1968, p. 84.
- (14) The structural use of precast concrete.  
British Standard Code of Practice, CP 116, 1965, p. 88.
- (15) Precast concrete (projet).  
Code Drafting Committee BL CP 35.
- (16) Recommendations de l'A.C.I. Committee 333, pp. 17.1-17.6.
- (17) Recommendations pratiques unifiées pour le calcul et l'exécution des ouvrages en béton armé.  
Comité Européen du Béton, tomo 1, 1964, pp. 172-174.



Grupo de Empresas CADE

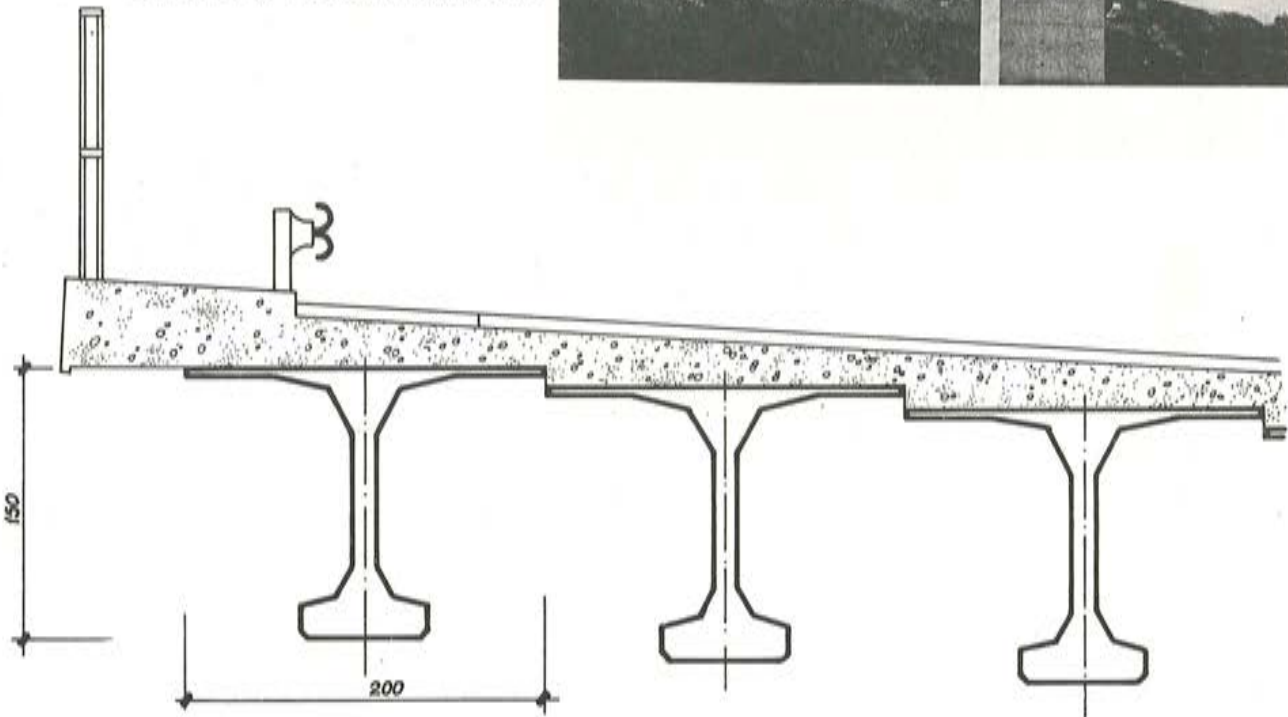
# PREFABRICACION EN HORMIGON



Fig. 9

Fig. 4

VIADUCTO DEL GAYA  
AUTOPISTA DEL EBRO,  
TRAMO ZARAGOZA-MEDITERRANEO  
PROYECTO: IBERING  
CONSTRUCCION: EDIFICIOS Y OBRAS, S. A.



VIGAS T 200 x 150 DE 34,50 m DE LONGITUD

## CADE

Monte-Esquinza, 30 - Tel. 410 11 12 - Madrid-4

## PRESUM

Av. de la Borbolla, 13-15 - Tel. 23 61 17 - Sevilla-4

## PIMOSA

Gerona, 2 - Tel. 225 30 02 - Barcelona-10

## CADETEC

Monte-Esquinza, 30 - Tel. 419 34 74 - Madrid-4

# cálculo de las deformaciones en puentes de voladizos sucesivos hormigonados in situ

Juan DIAMANTE CORBIN  
Dr. Ing. de Caminos

## 0. INTRODUCCION

Con motivo de la realización de un proyecto de puente de voladizos sucesivos, sobre la Ría de Pontevedra, en la autopista del Atlántico, la División de Estructuras de IBERING, S.A. ha puesto a punto para la calculadora Hewlett-Packard 9830 A, una docena de programas que cubren los problemas que tal estructura presentaba.

Uno de dichos programas, contempla las deformaciones y desplazamientos del tablero.

## 1. COEFICIENTES DE FLUENCIA Y RETRACCION

Vamos a recordar brevemente las definiciones dadas en la Instrucción para el Proyecto y la Ejecución de las Obras de Hormigón en Masa o Armado (EH-73).

### 1.1. Fluencia

Si  $\epsilon_i$  es la deformación elástica del hormigón, la deformación diferida por fluencia,  $\epsilon_f$ , que hay que sumar a  $\epsilon_i$ , para obtener la deformación total  $\epsilon_t$ , vale:

$$\epsilon_f = \varphi_t \epsilon_i ; \quad \epsilon_t = \epsilon_i (1 + \varphi_t)$$

siendo  $\varphi_t$  un coeficiente definido por:

$$\varphi_t = \varphi_0 (\beta_t - \beta_j) + 0,40 \beta'_{t-j}$$

siendo:

$\varphi_0$  = coeficiente de base de la fluencia.

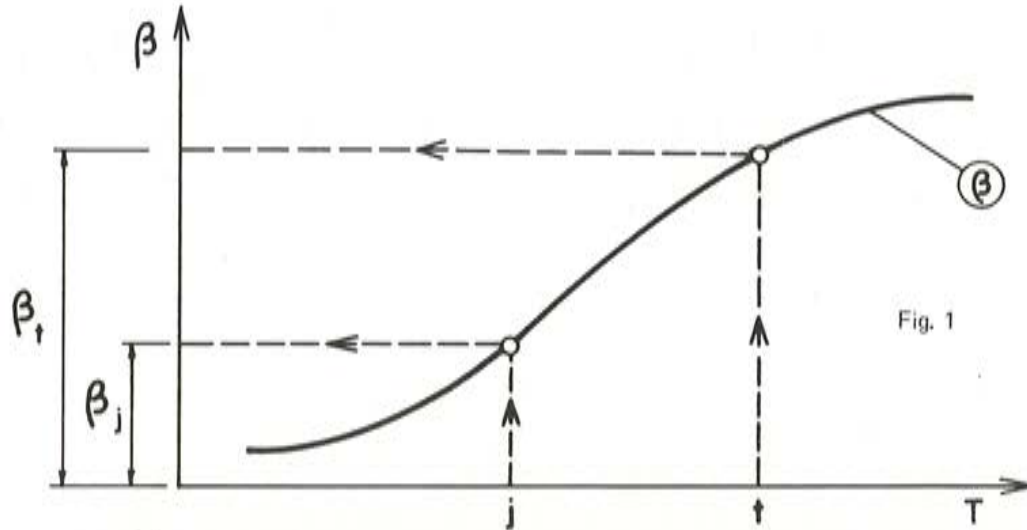
$\beta_t$  y  $\beta_j$  = coeficientes que reflejan la evolución en el tiempo de la deformación plástica diferida.

$\beta'_{t-j}$  = coeficiente que refleja la evolución en el tiempo, de la deformación elástica diferida.

El coeficiente de base  $\varphi_0$  depende de la humedad relativa aproximada (2 para un 70

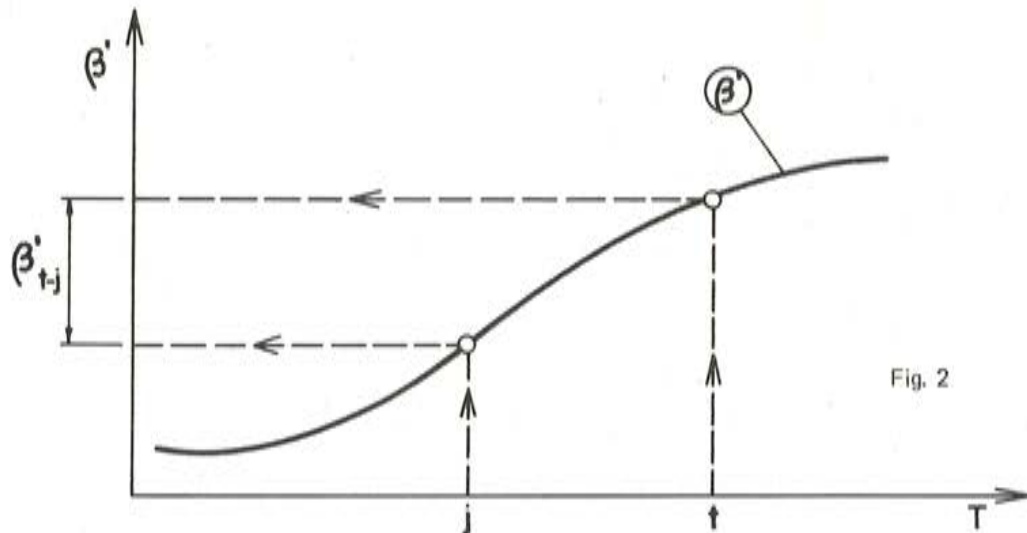
por 100). Los coeficientes  $\beta$  se deducen de una curva apropiada, que a su vez depende de la humedad relativa, y del espesor ficticio de la pieza.

Supongamos que en la figura 1, se representa la curva  $\beta$  correspondiente a unos determinados valores de los parámetros mencionados.



Si  $t$  es el instante en que se quiere evaluar el fenómeno de la fluencia y  $j$  el instante de la puesta en carga, entonces  $\beta_t$  y  $\beta_j$  se deducen de la manera indicada en la figura 1.

Análogamente, la curva  $\beta'$ , depende de los mismos parámetros; en la figura 2 se representa dicha curva para unos determinados valores de dichos parámetros. Teniendo  $j$  y  $t$  los mismos significados anteriores, el valor  $\beta'_{t-j}$  se deduce de la manera indicada en la figura 2.



## 1.2. Retracción

El valor  $\epsilon_r$  de la deformación por retracción del hormigón, vale:

$$\epsilon_r = (\gamma_t - \gamma_j) \epsilon_0$$

siendo:

$\epsilon_0$  = coeficiente de base de la retracción.

$\gamma_t$  y  $\gamma_j$  = coeficientes que reflejan la evolución en el tiempo de la deformación por retracción.

El coeficiente de base  $\epsilon_0$  depende también de la humedad relativa aproximada ( $25 \times 10^{-5}$  para un 70 por 100). Los coeficientes  $\gamma$  se manejan de la misma forma que los coeficientes  $\beta$  entrando naturalmente en la curva  $\gamma$  apropiada.

## 2. CALCULO DE ESFUERZOS

Vamos a suponer que se trata de un puente de 3 vanos compensado, figura 3, de forma que en el vano central consideremos  $(2n + 1)$  dovelas. Se trata de calcular los desplazamientos en la cara frontal de una dovela  $i$  ( $i \leq n$ ) cuando las dovelas  $k$  ( $k > i$ ) no están todavía construídas y suponiendo que la cara dorsal de la dovela 1 no sufre desplazamiento alguno.

A cada dovela, aparte naturalmente de sus características geométricas y mecánicas, le asociaremos las siguientes acciones:

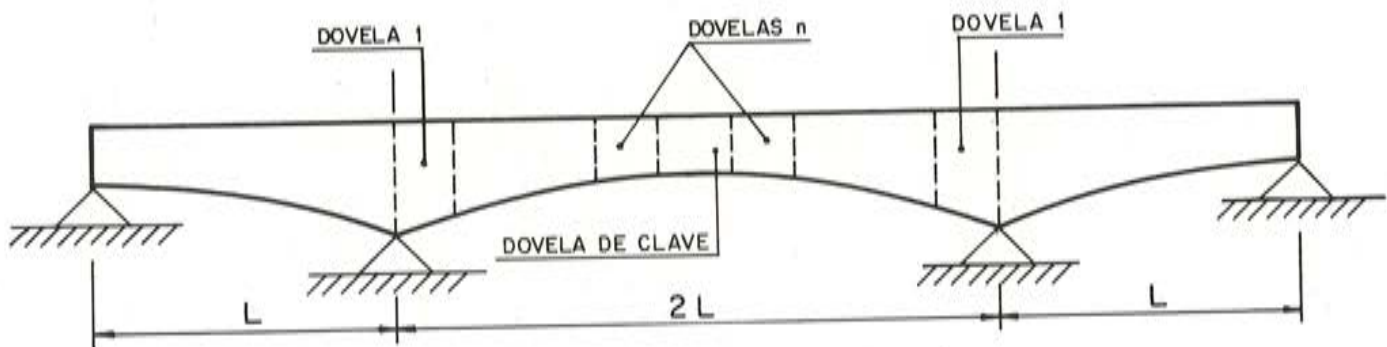


Fig. 3

- a) peso propio
- b) fuerza de pretensado
- c) carro de avance.

Con respecto al peso propio no es preciso hacer aclaración alguna.

Con respecto al pretensado, supondremos que su disposición en alzado es la indicada en la figura 4, es decir que la fuerza de pretensado asociada a la dovela  $i$  se realiza mediante un cable (hablamos de un cable ficticio cuyo trazado es el del centro de gravedad del paquete de cables que permiten introducir la fuerza  $F_1$ ) horizontal para  $x \leq L_{i-1}$  y parabólico para  $L_{i-1} < x \leq L_i$ , con tangente horizontal en  $x = L_{i-1}$ . Más adelante hablaremos del trazado en planta.

Con respecto al carro de avance, si se encuentra sobre una dovela  $k$ , tal como se indica en la figura 5, en posición de ferrallado y hormigonado de la dovela  $k + 1$ , supondremos que:



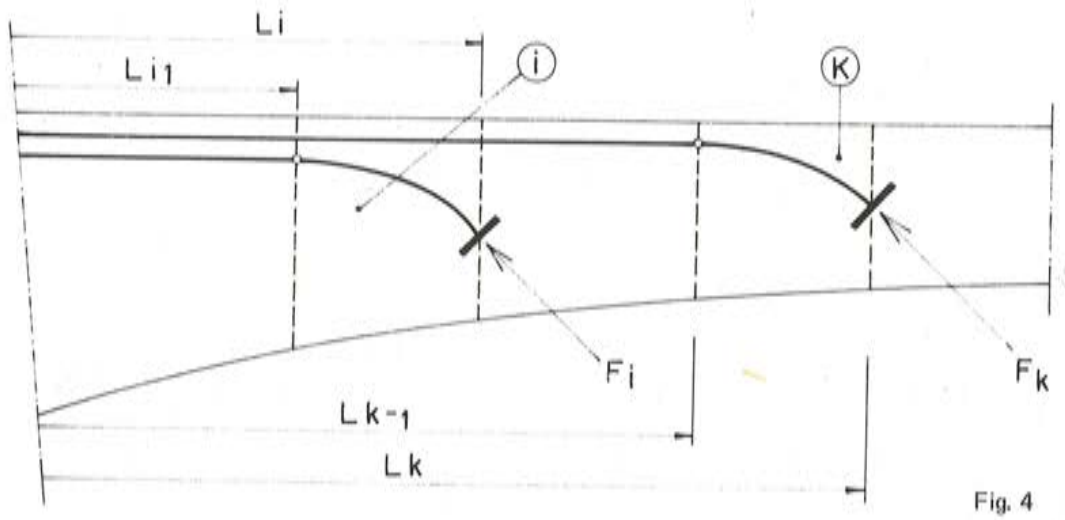


Fig. 4

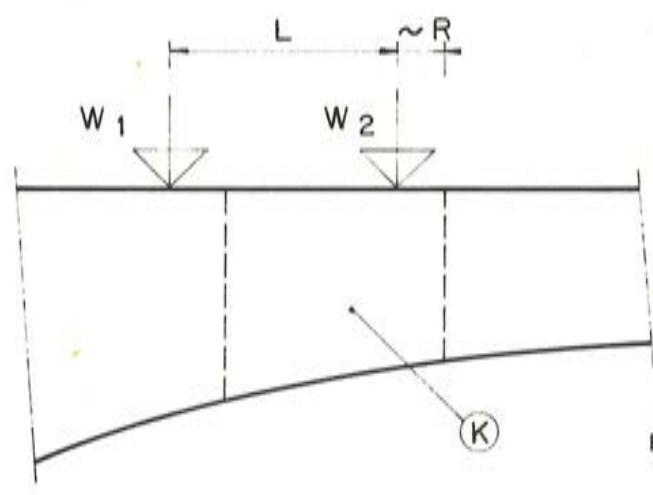


Fig. 5

$$L + R > L_k - L_{k-1}$$

es decir, la carga  $W_1$  (que normalmente tiene dirección ascendente) actúa sobre la dovela  $k - 1$

**2.1. Esfuerzos en la dovela  $i$  debidos a las acciones asociadas a la propia dovela  $i$**

Consideremos en la figura 6, la dovela  $i$ , y en ella, la sección  $x$ . Utilizamos la siguiente notación:

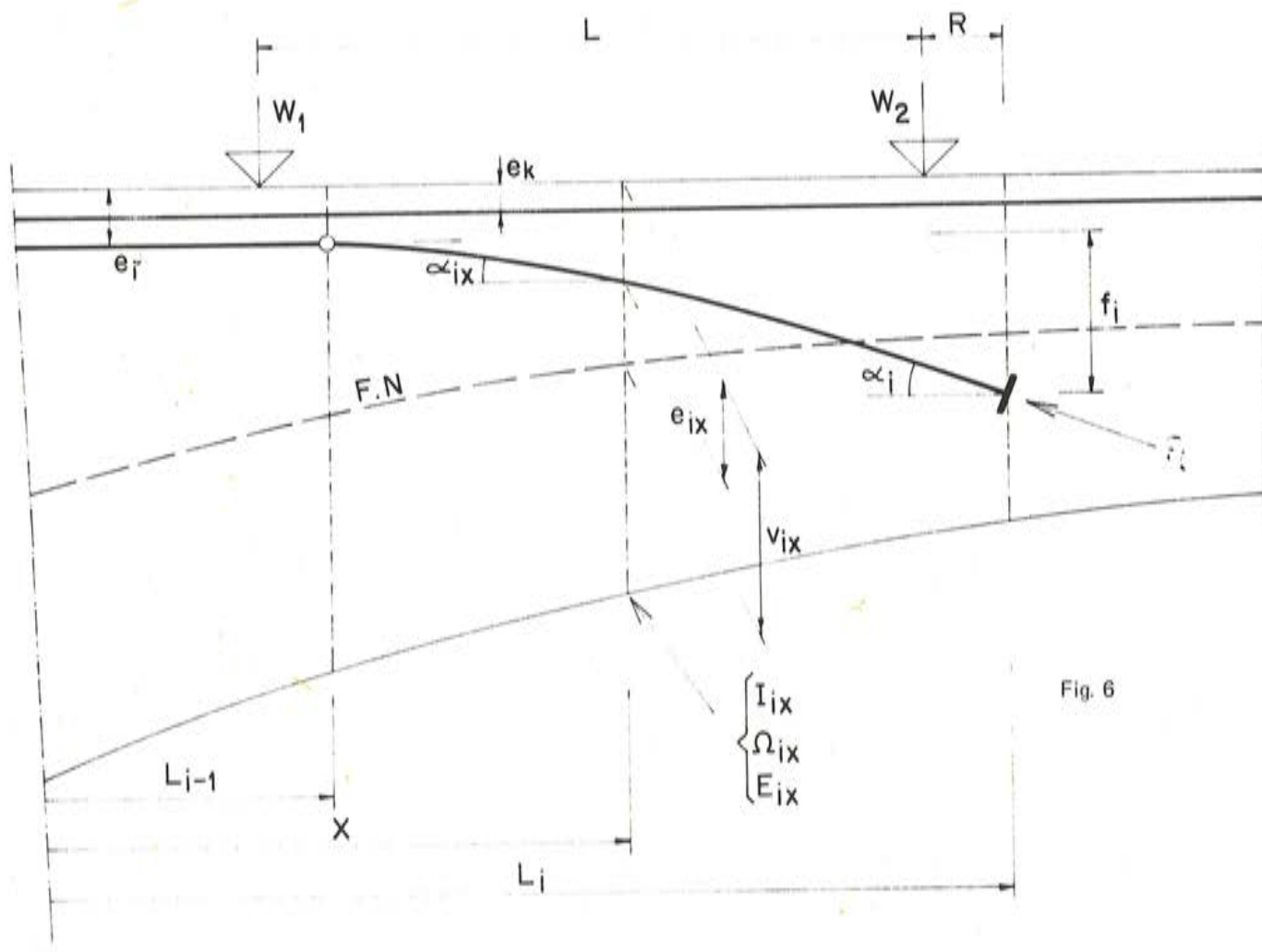


Fig. 6

- $\Omega_{ix}$  = Area de la sección en  $x$ .
- $I_{ix}$  = Inercia de la sección en  $x$ .
- $E_i$  = Módulo de elasticidad longitudinal del hormigón.
- $G_i$  = Módulo de elasticidad transversal del hormigón.
- $e_i$  = Excentricidad cables  $i$  para  $x \leq L_{i-1}$
- $e_{ix}$  = Excentricidad cables  $i$  para  $L_{i-1} < x \leq L_i$
- $e_i + f_i$  = Excentricidad cables  $i$  para  $x = L_i$ .

Estas excentricidades están referidas al plano superior horizontal del tablero.

- $v_{ix}$  = Distancia de la fibra neutra al borde superior del tablero.
- $\alpha_{ix}$  = Angulo con la horizontal de cables  $i$  en  $x$ .
- $\alpha_i$  = Angulo con la horizontal de cables  $i$  en  $x = L_i$ .
- $F_i$  = Fuerza en cabeza, del pretensado asociado a la dovela  $i$  (figura 6).
- $F_{ix}^i$  = Fuerza de pretensado en sección  $x$  de dovela  $i$  debido a  $F_i$ .
- $F_{ix}^k$  = Fuerza de pretensado en sección  $x$  de dovela  $i$  debido a  $F_k$ .

En estas condiciones y con el convenio de signos de la figura 7 se tiene:

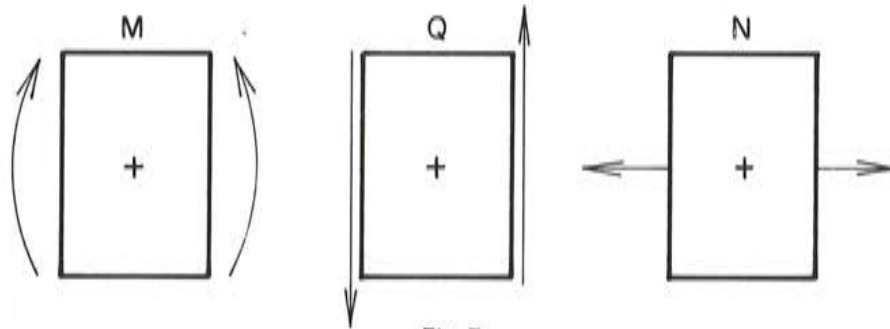


Fig. 7

$$\left. \begin{aligned} M_{ix}^i &= F_{ix}^i (v_{ix} - e_{ix}) + m_{ix}^i + \mu_{ix}^i \\ Q_{ix}^i &= F_{ix}^i \operatorname{sen} \alpha_{ix} + t_{ix}^i + \gamma_{ix}^i \\ N_{ix}^i &= -F_{ix}^i \cos \alpha_{ix} \end{aligned} \right\}$$

siendo  $(m, t)$  esfuerzos por peso propio y  $(\mu, \gamma)$  esfuerzos por carro de avance.

$$m_{ix}^i = -2,5 \int_{x_{L_i}}^{L_i} \Omega_{i\lambda} (\lambda - x) d\lambda$$

$$t_{ix}^i = -2,5 \int_x^{L_i} \Omega_{i\lambda} d\lambda;$$

siendo  $2,5 \text{ T/m}^3$  el peso específico del hormigón.

Los valores de  $\mu$  y  $\gamma$  los desarrollaremos más adelante.

## 2.2. Esfuerzos en la dovela $i$ debido a las acciones asociadas a la dovela $k$ con $(k > i)$

Hemos dicho anteriormente que para  $x \leq L_{k-1}$ ,  $e_k = \text{constante}$  (ver figura 6); en estas condiciones:

$$\left. \begin{aligned} M_{ix}^k &= F_{ix}^k (v_{ix} - e_k) + m_{ix}^k + \mu_{ix}^k \\ Q_{ix}^k &= t_{ix}^k + \gamma_{ix}^k \\ N_{ix}^k &= -F_{ix}^k \end{aligned} \right\}$$

siendo:

$$m_{ix}^k = -2,5 \int_{L_{k-1}}^{L_k} \Omega_{k\lambda} d\lambda (\lambda - x)$$

$$t_{ix}^k = -2,5 \int_{L_{k-1}}^{L_k} \Omega_{k\lambda} d\lambda$$

Los valores de  $\mu$  y  $\gamma$  los desarrollaremos más adelante.

### 3. CALCULO DE LOS DESPLAZAMIENTOS

#### 3.1. Desplazamientos elásticos

Supondremos por el momento que no actúa el carro de avance.

Esto quiere decir que en adelante:

$$\left. \begin{aligned} M_{ix}^i &= F_{ix}^i (v_{ix} - e_{ix}) + m_{ix}^i \\ Q_{ix}^i &= F_{ix}^i \operatorname{sen} \alpha_{ix} + t_{ix}^i \\ N_{ix}^i &= -F_{ix}^i \cos \alpha_{ix} \\ \\ M_{ix}^k &= F_{ix}^k (v_{ix} - e_k) + m_{ix}^k \\ Q_{ix}^k &= t_{ix}^k \\ N_{ix}^k &= -F_{ix}^k \end{aligned} \right\}$$

En las expresiones que siguen, los coeficientes  $\frac{ds}{EI}$ ,  $\frac{ds}{E\Omega}$  y  $\frac{ds}{G\Omega_0}$  han sido simplificados, sustituyendo ds (diferencial de la abscisa curvilínea de la fibra neutra) por dx y el área ficticia  $\Omega_0$  por el área de la sección  $\Omega$ .

#### 3.1.1. Desplazamiento de la cara frontal de la dovela k debido a las deformaciones de la dovela i

Suponemos que la cara dorsal de la dovela i no sufre desplazamiento y que los esfuerzos en la dovela i son debidos exclusivamente a las acciones asociadas a las dovelas i y k. Tendremos:

$$\begin{aligned} \theta_i^k &= \int_{L_{i-1}}^{L_i} \left\{ M_{ix}^i + M_{ix}^k \right\} \frac{dx}{E_i I_{ix}} \\ v_i^k &= \int_{L_{i-1}}^{L_i} \left\{ M_{ix}^i + M_{ix}^k \right\} \frac{dx}{E_i I_{ix}} (L_k - x) + \int_{L_{i-1}}^{L_i} \left\{ Q_{ix}^i + Q_{ix}^k \right\} \frac{dx}{G_i \Omega_{ix}} \\ u_i^k &= \int_{L_{i-1}}^{L_i} \left\{ N_{ix}^i + N_{ix}^k \right\} \frac{dx}{E_i \Omega_{ix}} \end{aligned}$$

Estas son pues las componentes del desplazamiento de la cara frontal de la dovela k debido a las deformaciones de la dovela i.

#### 3.1.2. Desplazamiento de la cara frontal de la dovela k debido a las deformaciones de las dovelas comprendidas entre la dovela i y la dovela k

Seguimos admitiendo que la cara dorsal de la dovela i no tiene desplazamiento. Se tiene:

$$\theta_i^k = \int_{L_{i-1}}^{L_i} M_{ix}^i \frac{dx}{E_i I_{ix}} + \sum_{j=i+1}^{j=k} \int_{L_{i-1}}^{L_i} M_{ix}^j \frac{dx}{E_i I_{ix}}$$

$$v_i^k = \int_{L_{i-1}}^{L_i} \left\{ M_{ix}^i \frac{dx}{E_i I_{ix}} (L_k - x) + Q_{ix}^i \frac{dx}{G_i \Omega_{ix}} \right\} +$$

$$+ \sum_{j=i+1}^{j=k} \int_{L_{i-1}}^{L_i} \left\{ M_{ix}^j \frac{dx}{E_i I_{ix}} (L_k - x) + Q_{ix}^j \frac{dx}{G_i \Omega_{ix}} \right\}$$

$$\mu_i^k = \int_{L_{i-1}}^{L_i} N_{ix}^i \frac{dx}{E_i \Omega_{ix}} + \sum_{j=i+1}^{j=k} \int_{L_{i-1}}^{L_i} N_{ix}^j \frac{dx}{E_i \Omega_{ix}}$$

3.1.3. *Desplazamiento de la cara frontal de la dovela k debido a las deformaciones de las dovelas comprendidas entre la dovela 1 y la dovela k*

Se tiene:

$$\left. \begin{aligned} \theta^k &= \sum_{i=1}^{i=k} \theta_i^k \\ v^k &= \sum_{i=1}^{i=k} v_i^k \\ \mu^k &= \sum_{i=1}^{i=k} \mu_i^k \end{aligned} \right\}$$

### 3.2. Desplazamientos totales

Los desplazamientos totales, serán suma de los desplazamientos elásticos más los desplazamientos diferidos por fluencia. Ahora sí tendremos en cuenta el carro de avance.

Vamos a definir los siguientes coeficientes de fluencia y retracción:

$\varphi_{ii}$  = Coeficiente de fluencia de las deformaciones elásticas provocadas en la sección x de la dovela i por las acciones asociadas a la dovela i, excepción hecha del carro de avance.

$\varphi_{ij}$  = Coeficiente de fluencia de las deformaciones elásticas provocadas en la sección x de la dovela i por las acciones asociadas a la dovela j, excepción hecha del carro de avance.

$\rho_{ii}$  = Coeficiente de fluencia de las deformaciones provocadas en la sección x de la dovela i por el carro de avance asociado a la dovela i.

$\rho_{ij}$  = Coeficiente de fluencia de las deformaciones elásticas provocadas en la sección x de la dovela i por el carro de avance asociado a la dovela j.

Más adelante precisaremos con más detalle estos coeficientes.

#### 3.2.1. Desplazamientos diferidos

Se tiene:

$$\begin{aligned} \theta_i^k &= \int_{L_{i-1}}^{L_i} \left\{ (\varphi_{ii} M_{ix}^i + \rho_{ii} \mu_{ix}^i) + \sum_{j=i+1}^{j=k} (\varphi_{ij} M_{ix}^j + \rho_{ij} \mu_{ix}^j) \right\} \frac{dx}{E_i I_{ix}} \\ v_i^k &= \int_{L_{i-1}}^{L_i} \left\{ (\varphi_{ii} M_{ix}^i + \rho_{ii} \mu_{ix}^i) (L_k - x) \frac{dx}{E_i I_{ix}} + \right. \\ &\quad \left. + (\varphi_{ii} Q_{ix}^i + \rho_{ii} \gamma_{ix}^i) \frac{dx}{G_i \Omega_{ix}} \right\} + \\ &\quad + \int_{L_{i-1}}^{L_i} \sum_{j=i+1}^{j=k} \left\{ (\varphi_{ij} M_{ix}^j + \rho_{ij} \mu_{ix}^j) (L_k - x) \frac{dx}{E_i I_{ix}} + \right. \\ &\quad \left. + (\varphi_{ij} Q_{ix}^j + \rho_{ij} \gamma_{ix}^j) \frac{dx}{G_i \Omega_{ix}} \right\} \\ \mu_i^k &= \int_{L_{i-1}}^{L_i} \left\{ \varphi_{ii} N_{ix}^i + \sum_{j=i+1}^{j=k} \varphi_{ij} N_{ix}^j \right\} \frac{dx}{E_i \Omega_{ix}} \end{aligned}$$

### 3.2.2. Desplazamientos totales

Para simplificar las expresiones supondremos que  $1/G_i \Omega_{ix} = 0$  y  $1/E_i \Omega_{ix} = 0$  y seguiremos llamando  $\theta_i^k$  y  $v_i^k$ , a los desplazamientos totales; nos quedará entonces:

$$\theta_i^k = \int_{L_{i-1}}^{L_i} \left[ \left\{ (1 + \varphi_{ii}) M_{ix}^i + \rho_{ii} \mu_{ix}^i \right\} + \sum_{j=i+1}^{j=k} \left\{ (1 + \varphi_{ij}) M_{ix}^j + \rho_{ij} \mu_{ix}^j \right\} \right] \frac{dx}{E_i I_{ix}}$$

$$\theta^k = \sum_{i=1}^{i=k} \theta_i^k$$

$$v_i^k = \int_{L_{i-1}}^{L_i} \left[ \left\{ (1 + \varphi_{ii}) M_{ix}^i + \rho_{ii} \mu_{ix}^i \right\} + \sum_{j=i+1}^{j=k} \left\{ (1 + \varphi_{ij}) M_{ix}^j + \rho_{ij} \mu_{ix}^j \right\} \right] (L_k - x) \frac{dx}{E_i I_{ix}}$$

o sea:

$$v_i^k = \theta_i^k (L_k - x)$$

$$y \quad v^k = \sum_{i=1}^{i=k} v_i^k$$

Como el carro de avance es una carga móvil, las deformaciones elásticas que provoca en una determinada posición desaparecen al ocupar otra posición sobre el tablero, quedando únicamente las deformaciones diferidas ocurridas mientras ocupaba la posición anterior (o dicho de otra manera, las deformaciones diferidas ocurridas en el período de tiempo entre dos posiciones sucesivas). Al definir más adelante con mayor precisión los coeficientes  $\varphi$  y  $\rho$  volveremos sobre esto.

#### 4. FORMULACION PRACTICA

Las fórmulas anteriores, si bien sencillas y generales, no son cómodas para su aplicación directa, a menos que el número de dovelas sea pequeño.

Vamos a hacer algunas simplificaciones de entrada, aparte de las ya mencionadas:

$$\frac{1}{G_1 \Omega_{ix}} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{1}{E_1 I_{ix}} = 0$$

Supondremos en cada dovela:

$$\left. \begin{array}{l} \Omega_{ix} = \Omega_i \\ I_{ix} = I_i \\ V_{ix} = V_i \end{array} \right\} \text{ y llamaremos } \left\{ \begin{array}{l} \ell_i = L_i - L_{i-1} \\ S_i = \frac{1}{2} (L_i + L_{i-1}) \end{array} \right.$$

Esto equivale a sustituir las dovelas de la figura 8 por las de la figura 9, como es práctica habitual en numerosos procesos de cálculo de estructuras.

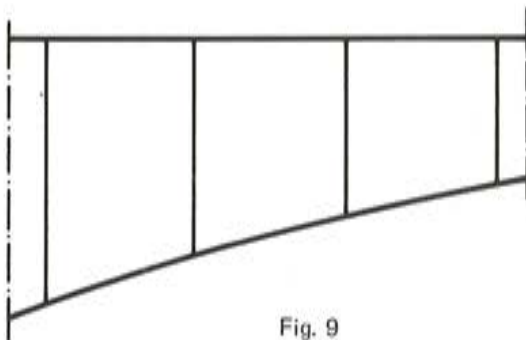


Fig. 9

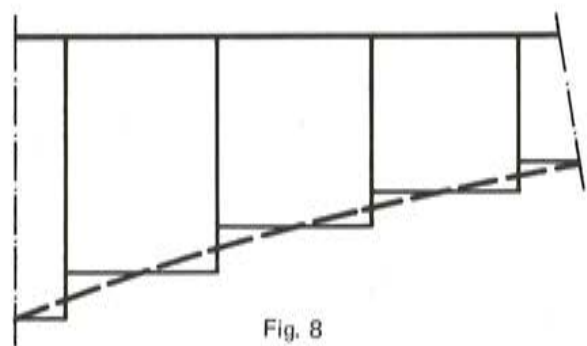


Fig. 8

##### 4.1. Definición de $m_{ix}^i$ y $m_{ix}^j$

Llamando:

$$q_i = 2,5 \Omega_i ; \quad q_j = 2,5 \Omega_j$$

y siendo naturalmente  $2,5 \text{ T/m}^3$  el peso específico del hormigón, se tiene:

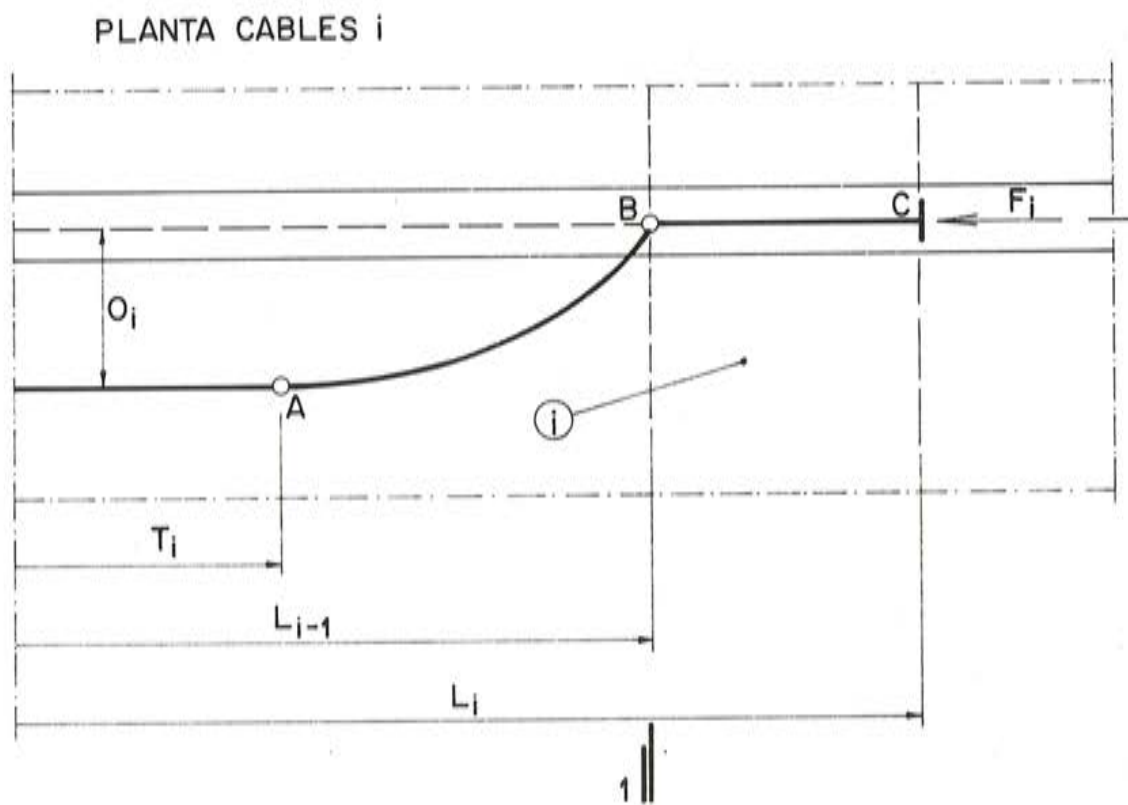
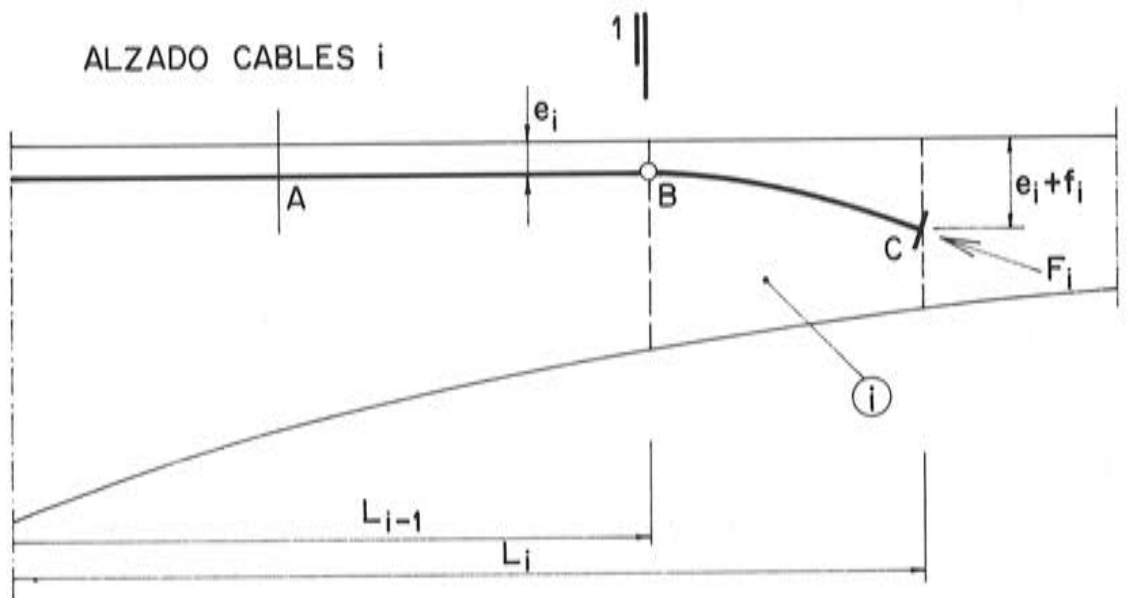
$$m_{ix}^i = -q_i \frac{(L_i - x)^2}{2} ; \quad m_{ix}^j = -q_j \ell_j (S_j - x)$$

##### 4.1.1. Definición de $F_{ix}^i$ y $F_{ix}^j$

Vamos ahora a definir el trazado en planta de los cables de pretensado. En la figura 10 se representa el trazado en planta y en alzado. El tramo AB es una parábola en planta y una recta horizontal en alzado. El tramo BC es una recta en planta y una parábola en alzado.

El trazado en planta real en un puente de voladizos sucesivos, se corresponde mejor con el representado en la figura 11; teniendo en cuenta que el ángulo  $\delta$  es en general pequeño, dicho trazado real se puede sustituir por el de trazos de la figura 11 que se ajusta entonces al trazado en planta de la figura 10.

La fuerza de pretensado  $F_{ix}^i$  la calculamos exactamente; llamando  $\mu_1$  al coeficiente de desviación angular y  $\mu_2$  al coeficiente de serpeante, tenemos:



SECCION 1-1

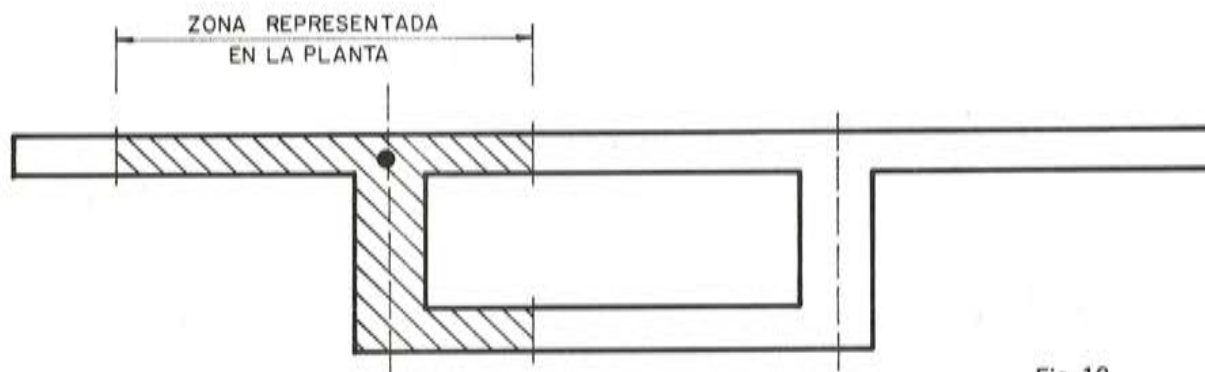


Fig. 10



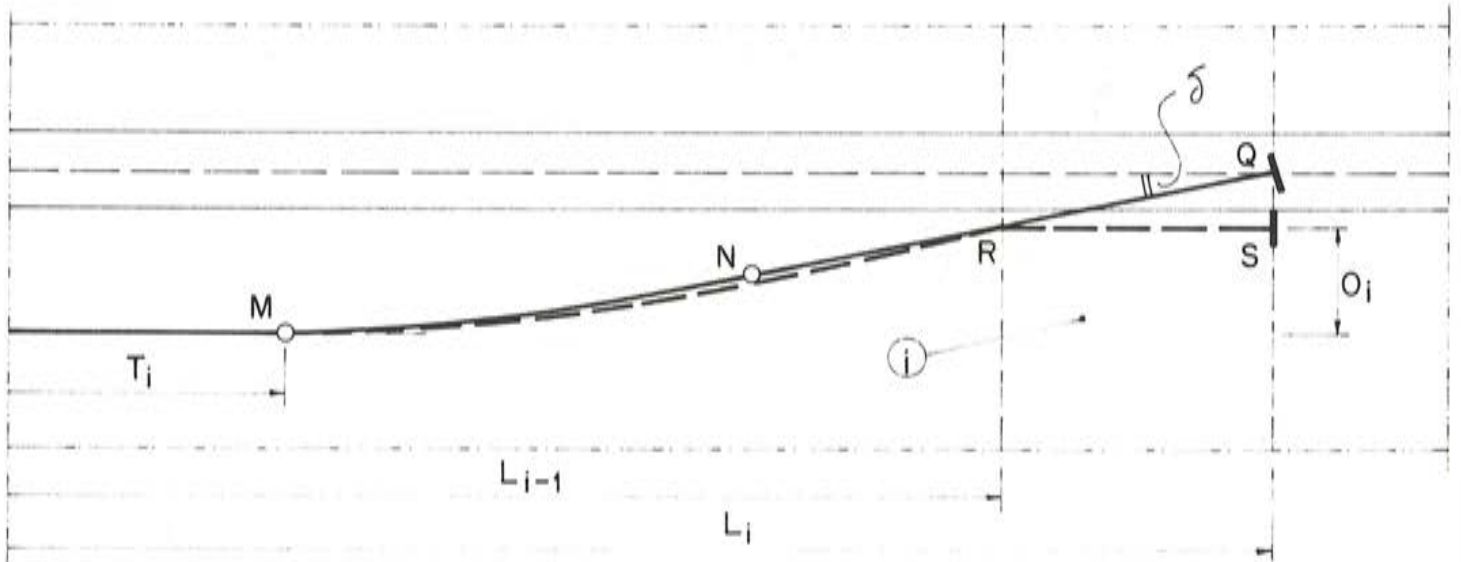


Fig. 11

$$F_{ix}^i = F_i e^{-(L_i - x)(\mu_1 (2 f_i / \varrho_i^2) + \mu_2)}$$

llamando  $K_{1i} = \mu_1 \frac{2 f_i}{\varrho_i^2} + \mu_2$  y desarrollando en serie:

$$F_{ix}^i = F_i (1 + K_{1i} x) e^{-K_{1i} L_i}$$

Las fuerzas de pretensado  $F_{ix}^j$  las sustituimos en toda sección x de la dovela i por el valor de  $F_{ix}^i$  en  $x = S_i$ . Por el momento seguimos con los cables i.

Llamando:

$$K_{2i} = \mu_1 \frac{2 O_i}{(L_{i-1} - T_i)^2} + \mu_2$$

obtenemos las siguientes expresiones de las fuerzas de pretensado debidas a los cables i :

Para  $L_{i-1} < x < L_i$

$$F_{ix}^i = F_i (1 + K_{1i} x) e^{-K_{1i} L_i}$$

Para  $x = L_{i-1}$

$$F_{1i} = F_i (1 + K_{1i} L_{i-1}) e^{-K_{1i} L_i}$$

Para  $T_i < x < L_{i-1}$

$$F_{ix}^i = F_{1i} e^{-K_{2i} (L_{i-1} - x)}$$

Para  $x = T_i$

$$F_{2i} = F_{1i} e^{-K_{2i} (L_{i-1} - T_i)}$$

Para  $x < T_i$

$$F_{ix} = F_{2i} e^{-\mu_2 (T_i - x)}$$

Hacemos notar que según la definición dada de  $F_{ix}^i$ , la fuerza de pretensado originado por  $F_i$  en una sección  $x$  no perteneciente a la dovela  $i$ , debemos llamarla  $F_{ix}$ .

Volviendo nuevamente a los cables  $j$  si formamos para éstos las expresiones análogas correspondientes y hacemos  $x = S_i$ , eligiendo de todas ellas la que corresponda o cubra el punto medio de la dovela  $i$ , habremos obtenido  $F_{ix}^j$  para  $x = S_i$ , valor que desde ahora en adelante llamaremos  $F_i^j$ .

#### 4.2. Cálculo de las integrales de $\theta^k$

$$a) \int_{L_{i-1}}^{L_i} F_{ix}^i (v_{ix} - e_{ix}) \frac{dx}{E_i I_{ix}} = \frac{F_i e^{-K_{1i} L_i}}{E_i I_i} \left[ (1 + K_{1i} S_i) (v_i - e_i) l_i - \frac{f_i}{\rho_i^2} C_{1i} \right]$$

siendo:

$$C_{1i} = \frac{K_{1i}}{4} (L_i^4 - L_{i-1}^4) + \frac{1 - 2 K_{1i} L_{i-1}}{3} (L_i^3 - L_{i-1}^3) + L_{i-1} \frac{K_{1i} L_{i-1} - 2}{2} (L_i^2 - L_{i-1}^2) + L_{i-1}^2 (L_i - L_{i-1})$$

y llamando:

$$C_{2i} = (1 + K_{1i} S_i) (v_i - e_i) l_i - \frac{f_i}{\rho_i^2} C_{1i}$$

queda:

$$\int_{L_{i-1}}^{L_i} F_{ix}^i (v_{ix} - e_{ix}) \frac{dx}{E_i I_{ix}} = \frac{F_i e^{-K_{1i} L_i}}{E_i I_i} C_{2i}$$

$$b) \int_{L_{i-1}}^{L_i} m_{ix}^i \frac{dx}{E_i I_{ix}} = -\frac{q_i}{6 E_i I_i} l_i^3$$

$$c) \int_{L_{i-1}}^{L_i} \mu_{ix}^i \frac{dx}{E_i I_{ix}}$$

recordando que:

$$\begin{aligned} \mu_{ix}^i &= -W_2 (L_i - R - x), & \text{para } L_{i-1} < x < L_i - R \\ \mu_{ix}^i &= 0, & \text{para } L_i - R < x < L_i \end{aligned}$$

queda:

$$\int_{L_{i-1}}^{L_i} \mu_{ix}^j \frac{dx}{E_i I_{ix}} = -\frac{W_2 (\ell_i - R)^2}{2 E_i I_i} = D_{ii} \frac{\ell_i}{E_i I_i}$$

$$\text{con } D_{ii} = -\frac{W_2 (\ell_i - R)^2}{2 \ell_i}$$

$$d) \int_{L_{i-1}}^{L_i} \mu_{ix}^j \frac{dx}{E_i I_{ix}}$$

$S_j > i + l$

$$\mu_{ix}^j = -W_1 (L_j - R - L - x) - W_2 (L_j - R - x)$$

$$\int_{L_{i-1}}^{L_i} \mu_{ix}^j \frac{dx}{E_i I_{ix}} = -\frac{\ell_i}{E_i I_i} \left\{ W_1 (L_j - R - L - S_i) + W_2 (L_j - R - S_i) \right\} = \frac{\ell_i}{E_i I_i} M_{ij}$$

$$\text{con } M_{ij} = -\left\{ W_1 (L_j - R - L - S_i) + W_2 (L_j - R - S_i) \right\}$$

$S_j = i + l$

para  $L_{i-1} < x < L_j - L - R$

$$\mu_{ix}^j = -W_2 (L_j - R - x) - W_1 (L_j - L - R - x)$$

y para  $L_j - L - R < x < L_i$

$$\mu_{ix}^j = -W_2 (L_j - R - x)$$

o sea:

$$\int_{L_{i-1}}^{L_i} \mu_{ix}^j \frac{dx}{E_i I_{ix}} = -\frac{W_2 \ell_i}{E_i I_i} (L_j - R - S_i) - \frac{W_1}{2 E_i I_i} (L_j - L - R - L_{i-1})^2 = N_{ij} \frac{\ell_i}{E_i I_i}$$

$$\text{con } N_{ij} = -W_2 (L_j - R - S_i) - \frac{W_1}{\ell_i} (L_j - L - R - L_{i-1})^2$$

$$e) \int_{L_{i-1}}^{L_i} F_{ix}^j \frac{dx}{E_i I_{ix}} (v_{ix} - e_j) = F_i^j \frac{\ell_i}{E_i I_i} (v_i - e_j)$$

$$f) \int_{L_{i-1}}^{L_i} m_{ix}^j \frac{dx}{E_i I_{ix}} = -q_j \ell_j \frac{\ell_i}{E_i I_i} (S_j - S_i)$$

Ahora se pueden escribir las siguientes expresiones de  $\theta_1^k$  y  $\theta^k$ :

#### 4.2.1. Expresiones de $\theta_1^k$ y $\theta^k$

$$\theta_i^k = \frac{\ell_i}{E_i I_i} \left[ (1 + \varphi_{ii}) \left\{ \frac{C_{2i}}{\ell_i} F_i e^{-K_{ii} L_i} - q_i \frac{\ell_i^2}{6} \right\} + \rho_{ii} D_{ii} + \right. \\ \left. + \sum_{j=i+1}^{j=k} \left( (1 + \varphi_{ij}) \left\{ F_i^j (v_i - e_j) - q_j \ell_j (S_j - S_i) \right\} + \rho_{ij} \left\{ M_{ij} (j > i + 1) + N_{ij} (j = i + 1) \right\} \right) \right]$$

y

$$\theta^k = \sum_{i=1}^{i=k} \theta_i^k$$

a) 
$$- \int_{L_{i-1}}^{L_i} F_{ix}^i (v_{ix} - e_{ix}) \frac{x dx}{E_i I_{ix}} = \frac{F_i e^{-K_{ii} L_i}}{E_i I_i} \left\{ C_{3i} (e_i - v_i) + \frac{f_i}{\ell_i^2} C_{4i} \right\}$$

con:

$$C_{3i} = \ell_i S_i + \frac{K_{ii}}{3} (L_i^3 - L_{i-1}^3)$$

$$C_{4i} = \frac{K_{ii}}{5} (L_i^5 - L_{i-1}^5) + \frac{1 - 2 K_{ii} L_{i-1}}{4} (L_i^4 - L_{i-1}^4) + \\ + L_{i-1} \frac{L_{i-1} K_{ii} - 2}{3} (L_i^3 - L_{i-1}^3) + L_{i-1} \ell_i S_i$$

b) 
$$- \int_{L_{i-1}}^{L_i} m_{ix}^i \frac{x dx}{E_i I_{ix}} = \frac{q_i}{2 E_i I_i} C_{5i}$$

con 
$$C_{5i} = L_i^2 \ell_i S_i - \frac{2 L_i}{3} (L_i^3 - L_{i-1}^3) + \frac{1}{4} (L_i^4 - L_{i-1}^4)$$

c) 
$$- \int_{L_{i-1}}^{L_i} \mu_{ix}^i \frac{x dx}{E_i I_{ix}} = \frac{W_2}{E_i I_i} \left[ \frac{(L_i - R)^3}{6} - (L_i - R) \frac{L_{i-1}}{2} + \frac{L_{i-1}^3}{3} \right] = D_{2i} \frac{1}{E_i I_i}$$

con 
$$D_{2i} = W_2 \left[ \frac{(L_i - R)^3}{6} - (L_i - R) \frac{L_{i-1}}{2} + \frac{L_{i-1}^3}{3} \right]$$

d) 
$$- \int_{L_{i-1}}^{L_i} \mu_{ix}^i \frac{x dx}{E_i I_{ix}}$$

Si  $j > i + 1$

La integral vale  $\frac{R_{ij}}{E_i I_i}$  con:

$$R_{ij} = (W_2 + W_1) (L_i^3 - L_{i-1}^3) - \ell_i S_i \quad (a W_2 + b W_1)$$

siendo:  $a = L_j - R$  y  $b = L_j - R - L$

$$S_{ij} = i + 1$$

La integral vale  $\frac{S_{ij}}{E_i I_i}$  con:

$$S_{ij} = -W_2 \left[ a \ell_i S_i - \frac{1}{3} (L_i^3 - L_{i-1}^3) \right] - W_1 \left[ \frac{b^3}{6} - b \frac{L_{i-1}^2}{2} + \frac{L_{i-1}^3}{3} \right]$$

y los mismos significados para a y b.

$$e) \quad - \int_{L_{i-1}}^{L_i} F_{ix}^j \frac{x dx}{E_i I_{ix}} (v_{ix} - e_j) = \frac{F_i^j (e_j - V_i)}{E_i I_i} \ell_i S_i$$

#### 4.3. Cálculo de las integrales de $V^k$

La mitad de las integrales que intervienen en  $V_i^k$  son las mismas de  $\theta_i^k$  multiplicadas por  $L_k$ ; nos limitaremos pues al resto.

$$f) \quad - \int_{L_{i-1}}^{L_i} m_{ix}^j \frac{x dx}{E_i I_{ix}} = \frac{q_j \ell_j}{E_i I_i} \left[ S_j \ell_i S_i - \frac{1}{3} (L_i^3 - L_{i-1}^3) \right] = \frac{q_j \ell_j}{E_i I_i} C_{6i}$$

$$\text{con: } C_{6i} = S_j \ell_i S_i - \frac{1}{3} (L_i^3 - L_{i-1}^3)$$

##### 4.3.1. Expresiones de $v_i^k$ y $v^k$

$$v_i^k = \theta_i^k L_k + \frac{(1 + \varphi_{ii})}{E_i I_i} \left\{ \left[ C_{3i} (e_i - v_i) + \frac{f_i}{\ell_i^2} C_{4i} \right] F_i e^{-K_{ii} L_i} + \frac{q_i}{2} C_{5i} \right\} + \frac{\rho_{ii}}{E_i I_i} D_{2i} +$$

$$+ \sum_{j=i+1}^{j=k} \left\{ \frac{(1 + \varphi_{ij})}{E_i I_i} [F_i^j (e_j - v_i) \ell_i S_i + q_j \ell_j C_{6i}] + \frac{\rho_{ij}}{E_i I_i} \right\} R_{ij} \quad (j > i + 1) + S_{ij} \quad (j = i + 1) \left. \right\}$$

y

$$v^k = \sum_{i=1}^{i=k} v_i^k$$

#### 4.4. Cálculo de $\varphi_{ii}$ , $\varphi_{ij}$ , $\rho_{ii}$ y $\rho_{ij}$

Para poder calcular dichos valores, apoyándonos en las expresiones que se recogen en los apartados 1.1 y 1.2, es preciso establecer un calendario de trabajo del proceso constructivo.

Para cada dovela  $i$  llamaremos:

$T_{1i}$  = tiempo absoluto inicio hormigonado dovela

$T_{2i}$  = tiempo absoluto pretensado dovela

$T_c$  = tiempo absoluto hormigonado dovela clave

$T_R$  = tiempo absoluto retirada carro de avance del tablero.

Por lo que veremos más adelante, interesa calcular el giro de la cara frontal de la última dovela (dovela anterior a la dovela de clave) a tiempo  $T_c$  y a tiempo infinito, es decir a  $T_\infty = 10.000$  días.

#### 4.4.1. $\varphi_{ii}$ y $\varphi_{ij}$ a $T_c$

$$\varphi_{ii} = \varphi_0 [\beta (T_c - T_{1i}) - \beta (T_{2i} - T_{1i})] + 0,4 \times \beta' [T_c - T_{2i}]$$

$$\varphi_{ij} = \varphi_0 [\beta (T_c - T_{1i}) - \beta (T_{2j} - T_{1i})] + 0,4 \times \beta' [T_c - T_{2j}]$$

En estas expresiones se ha supuesto que la curva de fluencia es la misma para todas las dovelas. Esto equivale a suponer que, durante la construcción, la humedad relativa aproximada permanece constante, así como admitir el mismo espesor ficticio para todas las dovelas.

No existe inconveniente alguno, desde el punto de vista teórico, en desechar estas suposiciones, sólo que complica el cálculo manual (ya de por sí prácticamente inabordable) y exige mayor capacidad de memoria en un cálculo electrónico.

La razón del término  $T_{1i}$  en las expresiones de  $\beta$  está clara ya que las edades de hormigonado y puesta en carga de la dovela  $i$  deben estar referidas a la propia dovela y no a los tiempos absolutos del calendario de trabajo del tablero.

#### 4.4.2. $\varphi_{ii}$ y $\varphi_{ij}$ a $T_\infty$ (10.000 días)

$$\varphi_{ii} = \varphi_0 [\beta (T_\infty - T_{1i}) - \beta (T_{2i} - T_{1i})] + 0,4 \times \beta' [T_\infty - T_{2i}]$$

$$\varphi_{ij} = \varphi_0 [\beta (T_\infty - T_{1i}) - \beta (T_{2j} - T_{1i})] + 0,4 \times \beta' [T_\infty - T_{2j}]$$

#### 4.4.3. $\rho_{ii}$ y $\rho_{ij}$ a $T_c$

Suponemos que el carro de avance, asociado a la dovela  $k$  permanece en la misma, entre el tiempo  $T_{2k}$  y el tiempo  $T_{2k+1}$  es decir entre el tiempo de pretensado de la dovela  $k$  y el tiempo de pretensado de la dovela  $k+1$

$$\rho_{ii} = \varphi_0 [\beta (T_{2, i+1} - T_{1i}) - \beta (T_{2i} - T_{1i})] + 0,4 \times \beta' [T_{2, i+1} - T_{2i}]$$

$$\rho_{ij} = \varphi_0 [\beta (T_{2, j+1} - T_{1i}) - \beta (T_{2j} - T_{1i})] + 0,4 \times \beta' [T_{2, j+1} - T_{2j}]$$

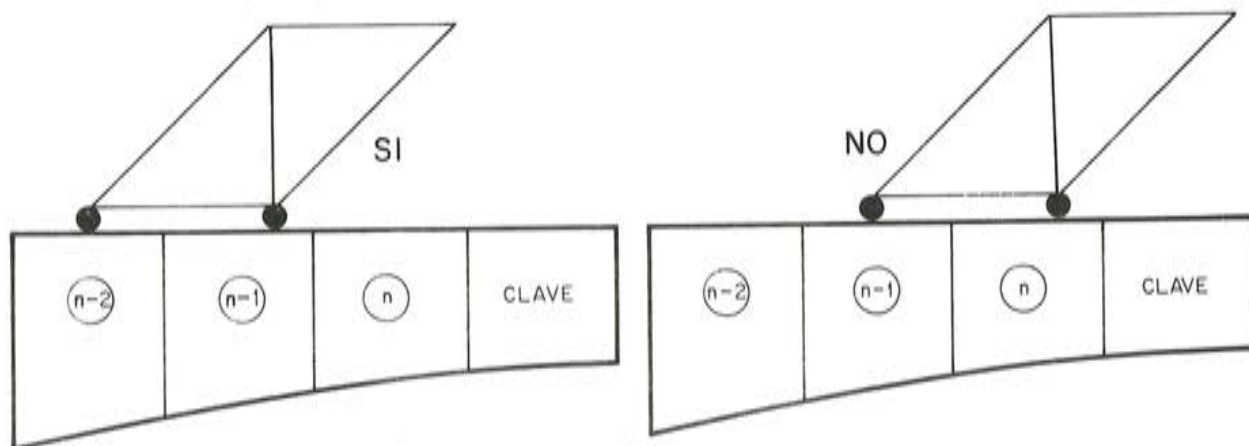


Fig. 12

Si  $j = n - 1$ , ya que el carro no suele ocupar la dovela  $n$  (figura 12) entonces  $\rho_{ij}$  vale:

$$\rho_{i, n-1} = \varphi_0 [\beta (T_R - T_{11}) - \beta (T_{2, n-1} - T_{11})] + 0,4 \times \beta' [T_R - T_{2, n-1}]$$

#### 4.5. Pérdidas de los esfuerzos de pretensado

En las expresiones de  $F_{ix}^i$  y  $F_{ix}^j$  se han tenido en cuenta las pérdidas de pretensado por rozamiento, calculándolas correctamente para  $F_{ix}^i$  y con alguna simplificación —ya comentada— para  $F_{ix}^j$ .

Al mismo tiempo aparecen unas pérdidas de pretensado debido a los fenómenos de fluencia y retracción. Dichas pérdidas se han calculado con la conocida fórmula de Leonhardt y con las siguientes hipótesis:

- En cada dovela  $i$  las pérdidas se han calculado en la sección  $x = s_i$ .
- Se han sustituido todos los cables que atraviesan la dovela  $i$  por un cable cuyo trazado es el de los centros de gravedad de dichos cables.
- El valor de la retracción se ha tomado:

$$\epsilon_{r, c} = \epsilon_0 [\gamma (T_c) - \gamma (T_{11})]$$

$$\epsilon_{r, \infty} = \epsilon_0 [\gamma (T_{\infty}) - \gamma (T_{11})]$$

según se consideren pérdidas a tiempo cierre dovela de clave o a tiempo infinito.

- El coeficiente de fluencia de cada dovela  $i$  se ha tomado:

$$\varphi_i = \frac{\varphi_{ii} F_i + \sum \varphi_{ik} F_k}{F_i + \sum F_k}$$

a efectos únicamente de la estimación de pérdidas por fluencia. Los valores de  $\varphi_{ii}$  y  $\varphi_{ik}$  pueden ser, igualmente, a tiempo cierre dovela de clave o a tiempo infinito.

#### 5. MOMENTO HIPERESTÁTICO EN CENTRO DEL VANO CENTRAL POR FLUENCIA IMPEDIDA

Hagamos algunas consideraciones preliminares. En la figura 13 se representa un tablero compensado simétrico de 3 vanos. Solicitado por cargas simétricas es una vez hiperestático; podemos tomar como incógnita hiperestática un esfuerzo interno, por ejemplo, el momento flector en el centro del vano central.

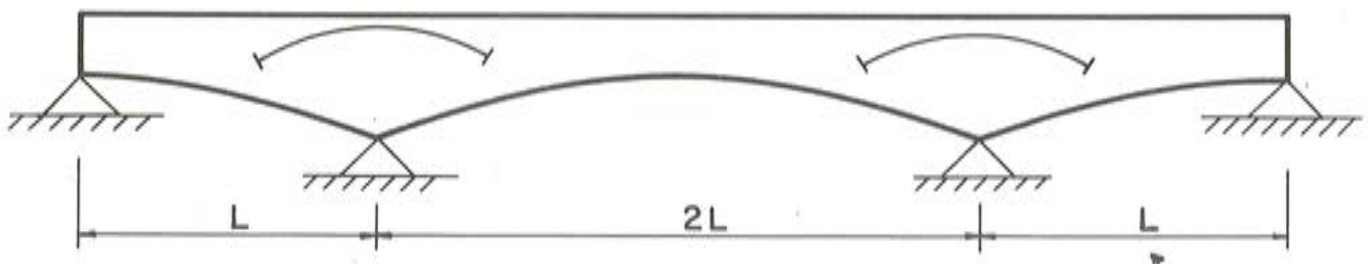


Fig. 13

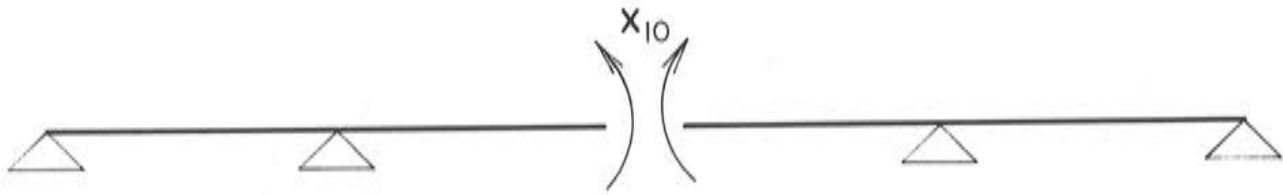


Fig. 14

Aplicando Castigliano para determinar  $X_{10}$ , llegamos a:

$$X_{10} \delta_{11} + \delta_{10} = 0 \quad X_{10} = -\delta_{10}/\delta_{11}$$

Donde  $\delta_{10}$  es el giro de la sección de corte debido a las cargas directamente aplicadas con excepción de  $X_{10}$ , y  $\delta_{11}$  es el giro de la sección de corte si la única sollicitación fuera  $X_{10}$  con valor unitario ( $X_{10} = 1$ ).

### 5.1. Avance simultáneo

En el caso de que los dos voladizos del vano central se ejecuten simultáneamente, inmediatamente antes del hormigonado de la dovela de clave el giro  $\delta_{10}$  es un valor conocido que llamaremos:

$$\delta_{10} (T_c)$$

Si la dovela de clave no se hormigonara, el giro  $\delta_{10} (T_c)$  seguiría aumentando hasta alcanzar el valor:

$$\delta_{10} (T_\infty)$$

En un instante intermedio entre  $T_c$  y  $T_\infty$  el giro valdría:

$$\delta_{10} (T)$$

El giro  $\delta_{10} (T)$  está producido por el peso propio del tablero más los cables isostáticos de pretensado (figura 13) cuenta tenida del proceso de fluencia.

Si llamamos  $\omega_{10}$  al giro elástico de la sección de corte por peso propio más cables isostáticos de pretensado, podemos establecer:

$$\delta_{10} (T) = \omega_{10} + \psi_T \omega_{10}$$

siendo  $\psi_T$  un nuevo coeficiente de fluencia que refleja la evolución en el tiempo del giro  $\omega_{10}$ .

Se tiene:

$$\psi_T = \frac{\delta_{10} (T) - \omega_{10}}{\omega_{10}}$$



Para  $T = T_c$  
$$\psi_{T_c} = \frac{\delta_{10}(T_c) - \omega_{10}}{\omega_{10}}$$

Para  $T = T_\infty$  
$$\psi_{T_\infty} = \frac{\delta_{10}(T_\infty) - \omega_{10}}{\omega_{10}}$$

Recordemos que  $\omega_{10}$ ,  $\delta_{10}(T_c)$  y  $\delta_{10}(T_\infty)$  son valores conocidos mediante un cálculo previo.

Si en un instante  $T$ , el giro  $\delta_{10}(T)$  está impedido por la presencia de la dovela de clave, esto dará lugar a la aparición de un momento flector hiperestático  $X_{1T}$  que será variable con el tiempo y con el giro  $\delta_{10}(T)$ , pudiendo establecer el esquema de cálculo de la figura 15.

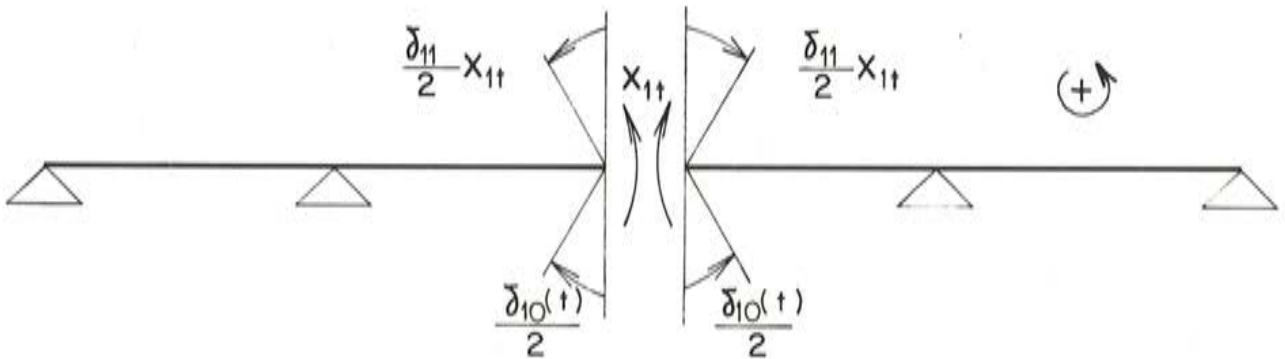


Fig. 15

Consideremos ahora un incremento  $dT$  del tiempo  $T$ ; la ecuación diferencial que expresa la compatibilidad de giros, se escribe:

$$-\frac{d\delta_{10}(T)}{2} + \frac{\delta_{11} X_{1T}}{2} d\psi_T + \frac{\delta_{11}}{2} dX_{1T} = \frac{d\delta_{10}(T)}{2} - \frac{\delta_{11} X_{1T}}{2} d\psi_T - \frac{\delta_{11}}{2} dX_{1T}$$

y como:

$$d\delta_{10}(T) = \omega_{10} d\psi_T \quad \text{y} \quad X_{10} = -\frac{\omega_{10}}{\delta_{11}}$$

la ecuación diferencial, integrada, queda:

$$X_{1T} = X_{10} - C e^{-\psi_T}$$

siendo  $X_{10}$  el momento flector en el centro del vano central por peso propio más pretensado isostático.

Para  $T = 0$   $\psi_T = 0$   $X_{1T} = X_{10} = 0$

Para  $T = T_c$  
$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_T = \psi_{T_c} = \frac{\delta_{10}(T_c) - \omega_{10}}{\omega_{10}} \\ X_{1T} = 0 \end{array} \right.$$

o sea:

$$C = X_{10} e^{\frac{\delta_{10}(T_c) - \omega_{10}}{\omega_{10}}}$$

$$X_{1T} = X_{10} \left( 1 - e^{\frac{\delta_{10}(T_c) - \omega_{10}}{\omega_{10}} \times e^{-\psi_T}} \right)$$

Para  $T = T_{\infty}$      $\psi_{T_{\infty}} = \frac{\delta_{10}(T_{\infty}) - \omega_{10}}{\omega_{10}}$

$$X_{1T_{\infty}} = X_{10} \left[ 1 - e^{-\frac{\delta_{10}(T_{\infty}) - \delta_{10}(T_c)}{\omega_{10}}} \right]$$

## 5.2. Avance no simultáneo

Consideremos las ménsulas 1 y 2 de la figura 16.

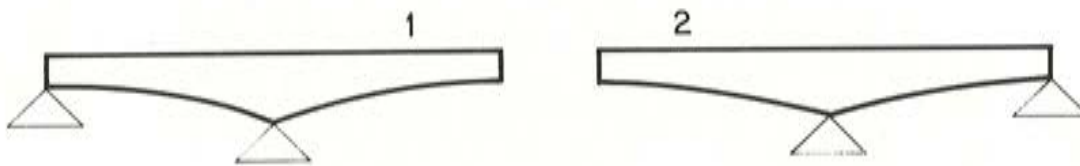


Fig. 16

Sea  $T_{c1}$  el tiempo de finalización de la ménsula 1 y  $T_{c2}$  el tiempo de finalización de la ménsula 2 contado a partir del inicio de dicha ménsula.

Para calcular  $X_{1T_{\infty}}$  podemos utilizar la expresión anterior, tomando para  $\delta_{10}(T_c)$  el valor:

$$\delta_{10}(T_c) = \frac{\delta_{10}(T_{c1} + T_{c2}) + \delta_{10}(T_{c2})}{2}$$

## 6. PROGRAMAS

Lo anteriormente expuesto se ha programado en un calculador Hewlett-Packard 9830 A, con las siguientes salidas de resultados:

- 1.º) Desplazamientos totales, a tiempo  $T_c$ , de las caras frontales de todas las dovelas y considerando todos los estados intermedios de construcción, debidos a la acción del peso propio, del pretensado y del carro de avance.

Estos resultados, aparte de servir de control durante la construcción, proporcionan el giro  $\delta_{10}(T_c)$  necesario para el cálculo de  $X_{1T_{\infty}}$ .

- 2.º) Desplazamientos elásticos, de las caras frontales de todas las dovelas, y en todos los estados intermedios de construcción, debidos a la acción de peso propio. Estos resultados se dan solamente a título comparativo.

- 3.º) Desplazamientos elásticos, de la cara frontal de la dovela anterior a la dovela de clave, debidos a la acción del peso propio y del pretensado.

Esta salida proporciona el giro  $\omega_{10}$  necesario para el cálculo de  $X_{1T_{\infty}}$ .

- 4.º) Desplazamientos totales, a tiempo  $T_m$ , de la cara frontal de la dovela anterior a la dovela de clave, debidos a la acción del peso propio, del pretensado y del carro de avance.

Esta salida proporciona el giro  $\delta_{10}(T_m)$  necesario también para el cálculo de  $X_{1T_m}$ .

### 6.1. Limitaciones del programa

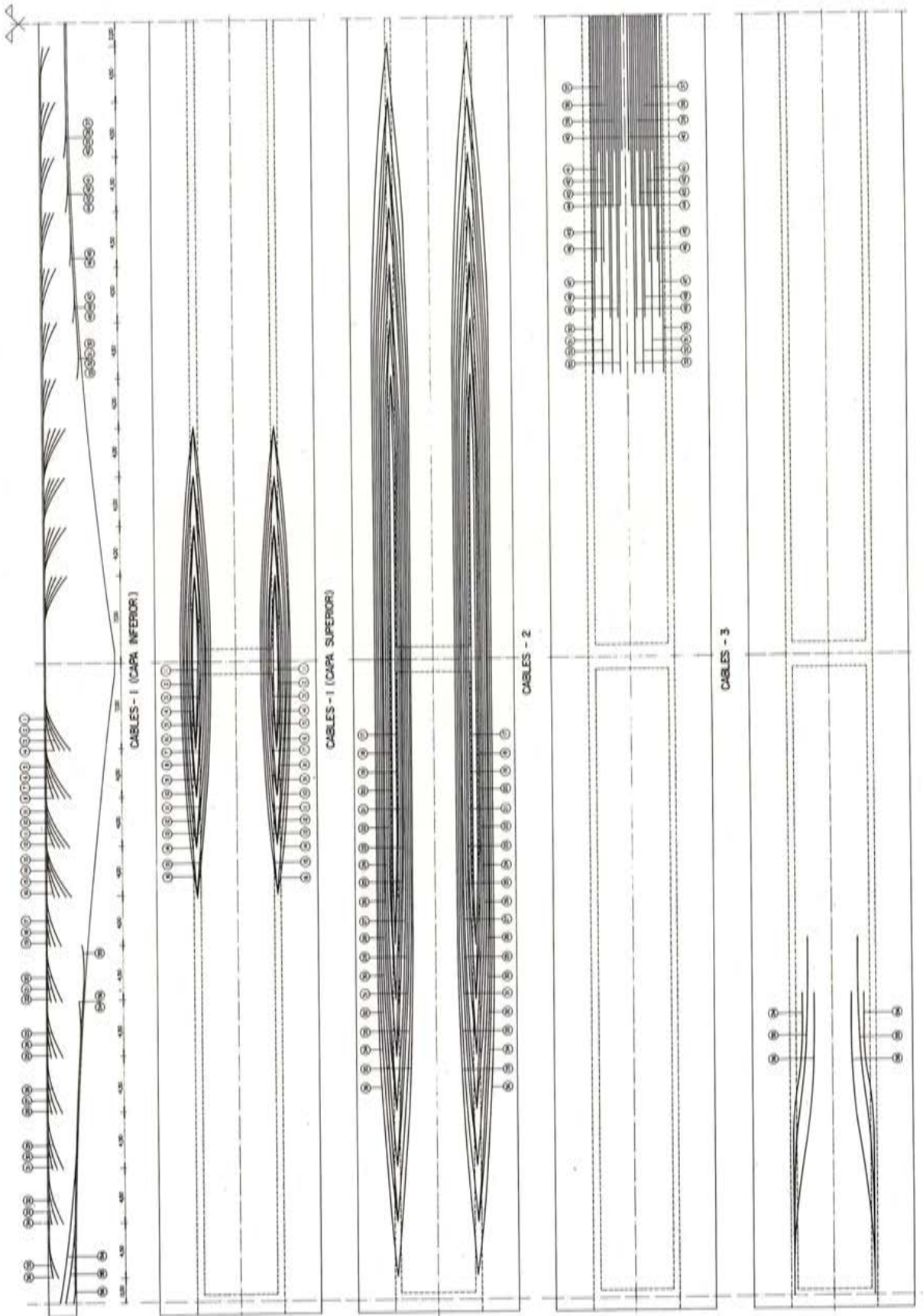
Las principales limitaciones del programa en su estado actual, ya que se está revisando, son:

- 1.º) Número máximo de dovelas en vano central: 31.
- 2.º) No permite entrar con la geometría exacta del tablero, y es preciso simplificar dicha geometría tal como se indica en la figura 9.
- 3.º) No contempla las deformaciones y desplazamientos por efectos térmicos.
- 4.º) Es preciso suponer que todas las dovelas obedecen a las mismas leyes de retracción y fluencia, aunque como el programa permite considerar distintos módulos de elasticidad del hormigón de cada dovela, modificando convenientemente dichos valores, se podría obtener una información valiosa.

### 6.2. Aplicación

En la figura 17 se representa uno de los planos de definición de pretensado del proyecto de puente de voladizos sucesivos, sobre la ría de Pontevedra, proyecto realizado por el Ingeniero de Caminos D. José Pujó Queralt con la colaboración del Ingeniero Técnico Industrial D. J. María Ferrán Canela, ambos de la División de Estructuras de Ibering.

TRAZADO ESQUEMATICO DE CABLES EN ALZADO



DEFINICIONES EN FUENTES DE VOLUNTARIEDAD

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA

DEFINICIONES DE FUENTES DE FUERZA



Se acompaña parte de la salida de resultados del cálculo de desplazamientos del vano central de dicho puente.

Se observa que el momento flector positivo originado en el centro del vano central por el hormigonado de la dovela de clave —o sea  $X_{1T_m}$ — alcanza el 99 por 100 del momento flector que aparecería en dicha sección, si el puente estuviera solicitado únicamente por su peso propio y el pretensado isostático.

En este caso particular, el momento flector originado en la dovela de clave, equivale al 21 por 100 del momento flector en centro de vano central debido a la acción del peso propio.

En el Boletín núm. 7 del SETRA, se recomienda a efectos de anteproyecto, que este último porcentaje se tome del 25 por 100, y que los cables de pretensado de continuidad en vano central, que dependen del momento flector  $X_{1T_m}$  y del momento flector en centro vano central por resto de cargas permanentes más sobrecargas de explotación, se dimensionen con amplitud.

## BIBLIOGRAFIA

- E.H. 73 Instrucción para el proyecto y ejecución de las obras de hormigón en masa o armado.
- F. LEONHARDT. "Hormigón pretensado. Proyecto y construcción". I.E.T. cc Madrid, 1967.
- JOHANNES JOHANSON. "Diseño y cálculo de estructuras pretensadas". Marcombo, S.A. de Boixareu Editores, 1974.
- R. LACROIX Y A. FUENTES. "Le Projet de Beton Précontraint". Editions Eyrolles, 1975.
- SETRA. Bulletin Technique núm. 7. "Ponts en béton précontraint construits par encorbellements succesifs".
- J. COURBON. "L'influence du fluage lineaire sur les systemes hyperstatiques en béton précontraint". Annales. Fevrier 1968.

# **descripción del proyecto y construcción de dos puentes postensados en la autopista del Ebro (enlace del Mediterráneo)**

**Juan DIAMANTE CORBIN**  
Dr. Ingeniero de Caminos

## **0. INTRODUCCION**

El enlace del Mediterráneo, sobre la autopista Barcelona - Tarragona - Salou, permite el intercambio de tráfico, entre dicha autopista y la autopista Vendrell - Lérida - Zaragoza, de la cual, se ha inaugurado el tramo Vendrell - Lérida a primeros de Julio de 1976 y se prevé para Navidades de 1976 la apertura al tráfico del tramo Lérida - Zaragoza.

Consideraremos los siguientes aspectos:

1. Descripción de la solución adoptada
2. Comentario crítico de la misma
3. Problemas surgidos durante la construcción
4. Medidas adoptadas en relación con dichos problemas
5. Pruebas de carga.

## **1. DESCRIPCION DE LA SOLUCION ADOPTADA**

En las fotografías 1 y 2 se aprecia un aspecto general de las dos obras de fábrica que desde el punto de vista estructural, constituyen el enlace del Mediterráneo.

Se trata pues de un enlace a tres niveles, estando constituido el primer nivel, por la propia autopista Barcelona - Tarragona, el segundo nivel, por un puente oblicuo sobre la misma, y el tercer nivel por un puente curvo sobre el anterior.

En la figura 1 se representa la solución del trazado. Se observa que el puente oblicuo sirve el tráfico en la dirección Lérida - Barcelona, y el puente curvo en la dirección Tarrago-



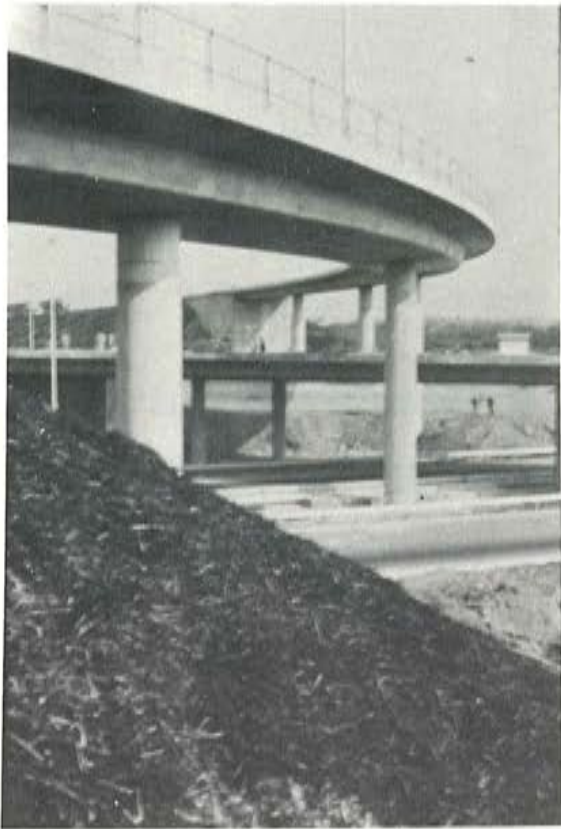


FOTO 1



FOTO 2

na - Lérida; el tráfico en las otras dos direcciones, Barcelona - Lérida y Lérida - Tarragona, se efectúa mediante ramales de incorporación en el primer nivel.

En la figura 2, se observan las principales características del puente oblicuo:

Estructura: losa continua, postensada, de cuatro vanos.

Luces: 17,354 - 27,766 - 27,766 - 17,354

Ancho: 13,48 m, constante

Canto: 1,00 m, constante (esbeltez 1/28)

Sección: maciza de hormigón H-350

Núcleo: 9,58 m.

Voladizos: 1,51 m.

Eje tablero: en paralela a clotoide de parámetro  $A = 818,777$ , a 3 m, por la zona cóncava.

Esviaje: 42,3975 g; ángulo en la intersección del eje del tablero con el eje de la autopista Barcelona - Tarragona.

Postensado: mediante 30 cables BBR de  $40 \phi 7$  tesos al 69,65 por 100 de su carga de rotura; fuerza en cabeza: 5687,03 T; anclajes móviles en ambos extremos.

Pilas: tres fustes cilíndricos por pila de 0,90 m de diámetro. Cimentación directa.

Estribos: Convencionales, de hormigón armado. Cimentación directa.

Este puente ha sido proyectado y calculado por el Ingeniero de Caminos D. José Carlos Abadía Doñaque.

En la figura 3 se observan las principales características del puente curvo:

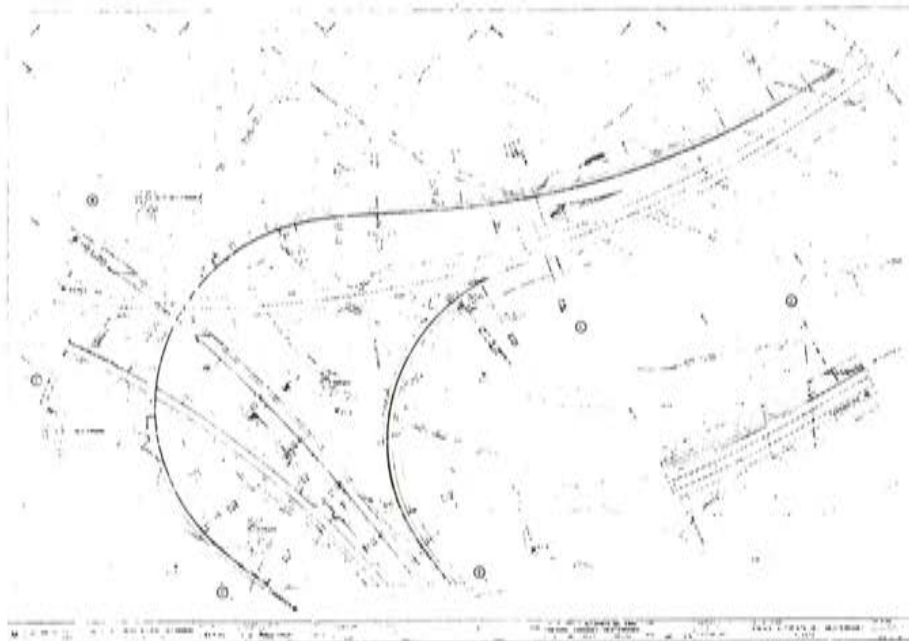


Fig. 1

Estructura: losa continua, postensada, de seis vanos.  
Luces: 15 - 30,756 - 30,756 - 30,756 - 30,756 - 15  
Ancho: 9,48 m, constante  
Canto: 1,20 m, constante (esbeltez 1/26)  
Sección: maciza de hormigón H-350  
Núcleo: 5,48 m  
Voladizos: 1,51 m  
Eje tablero: en círculo de radio  $R = 174$  m  
Postensado: se comentará más adelante  
Pilas: fuste cilíndrico único, de 1,60 m de diámetro. Cimentación directa.  
Estribos: de contrafuertes en hormigón armado. Cimentación directa.

El puente oblicuo, dado su esviaje y la relación entre su anchura y luz menor, se comprobó mediante un programa STRIP de elementos finitos.

El puente curvo no presenta problemas especiales de cálculo.

## 2. COMENTARIO CRITICO DE LA SOLUCION ADOPTADA

La primera decisión que hubo que adoptar, dado que la autopista Barcelona - Tarragona, estaba en servicio, fue elegir para el tablero, entre una solución a base de vigas prefabricadas y una solución que desembocara en tablero continuo.

Evidentemente, el tablero de vigas presenta, entre otras, la ventaja de su construcción rápida y relativamente cómoda para el tráfico de la autopista. No obstante, por consideraciones de tipo estético, y por tanto subjetivas, se pensó que en un enlace de autopista la solución de tablero continuo resultaría más apropiada y elegante.

Decidida esta solución, cabía a su vez la alternativa de construir los puentes cimbrándolos en toda su longitud y hormigonándolos en una sola fase, o bien mediante un proceso constructivo que eliminara total o parcialmente la cimbra.

Esta última posibilidad se desechó rápidamente. Las dovelas prefabricadas, dado el escaso número de elementos y el tipo de sección, distinta en ambos puentes, no parecía una solución económica. Las dovelas in situ presentan el mismo problema, si se contempla el costo de los carros de avance; por otra parte el carro de avance también suponía inconvenientes para el tráfico de la autopista durante la construcción del puente oblicuo; se puede añadir que este tipo de soluciones exige secciones en cajón con pérdida de la esbeltez del tablero. En cuanto a una solución a quintos de la luz, en el puente oblicuo no tenía mucho sentido, pero en el puente curvo hubiera sido la solución más acertada, aunque desde luego en una determinada fase hubiera habido que cimbrar igualmente los vanos sobre la autopista existente.

Se adoptó pues la solución de cimbra continua y hormigonado en una sola fase; desde luego la cimbra suponía una restricción importante al tráfico de la autopista, pero por otra parte la sociedad concesionaria de la misma iba a proceder al ensanchamiento a tres carriles, precisamente hasta el enlace del Mediterráneo y ya es sabido que este tipo de obras comportan frecuentemente la utilización de uno de los dos carriles existentes como camino de servicio de los vehículos de obra; y así ocurrió en varios puntos de la autopista.

A partir de ahora nos referiremos casi exclusivamente al puente curvo. En el mismo, dada la longitud entre ejes de apoyo en estribos -153,024 m- no cabía pensar en cables de pretensado continuos de extremo a extremo; por lo que se adoptó el cableado que de forma esquemática se representa en la figura 4.

Consta pues de tres familias de cables: los cables 1 y 2 se disponen para hacer frente a los momentos flectores longitudinales y los cables 3 tanto para prevenir el levantamiento del tablero como para asegurar la estabilidad al giro transversal del mismo, en la zona de apoyo en estribos.

En la figura 5 se representa la disposición de los cables tal como se colocaron en obra. Vamos a definir el pretensado:

Los cables 1, de los que hay 16 unidades en cada extremos de tablero, se colocan en los vanos 1, 2, 5 y 6; son de  $50 \phi 7$  BBR y en fase definitiva quedan tesos al 72,8 por 100 de su carga de rotura, con una fuerza total, por cada grupo de cables 1, de 3809,60 T; se observa que los anclajes de extremo de tablero son móviles, mientras que los anclajes opuestos, en inicios de vanos 3 y 4, son fijos.

Los cables 2, de los que hay 21 unidades, se colocan en los vanos 3 y 4 anclándolos en el inicio de los vanos adyacentes; son de  $52 \phi 7$  BBR y en fase definitiva quedan tesos al 72 por 100 de su carga de rotura, con una fuerza total de 5140 T; se observa que cada cable 2 lleva en un extremo un anclaje móvil y en el otro un anclaje fijo. Por necesidades de espacio, mientras que los anclajes fijos se pudieron disponer en una misma fila, los anclajes móviles se dispusieron en dos filas y al tresbolillo.

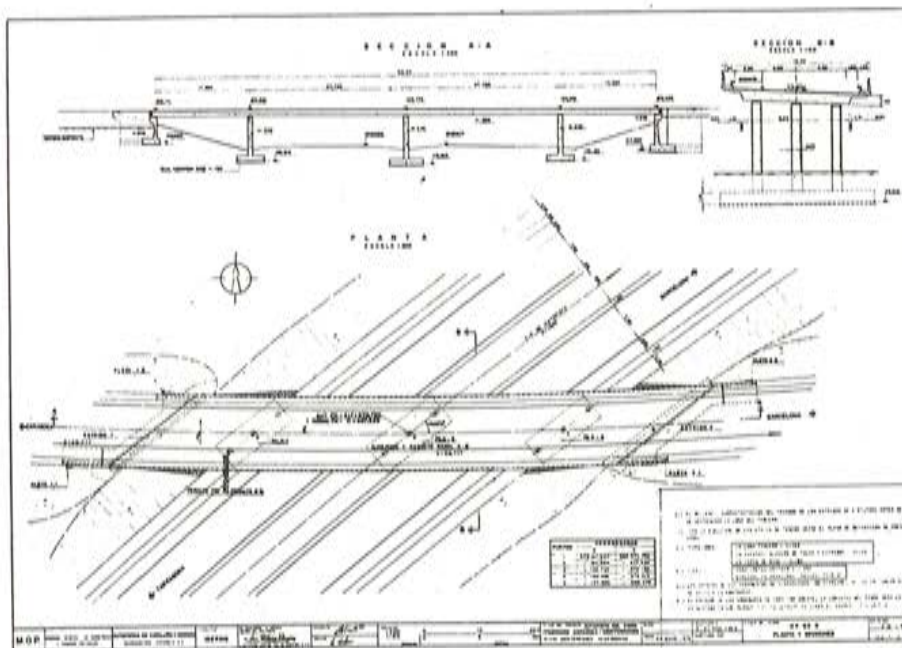


Fig. 2

Los cables 3, de los que se colocan 4 unidades en cada extremo de tablero, son de  $31 \phi 7$  BBR tesándose, en una sola etapa, al 30 por 100 de su carga de rotura. La fuerza aplicada por cada grupo de 4 cables 3 es de 243 T.

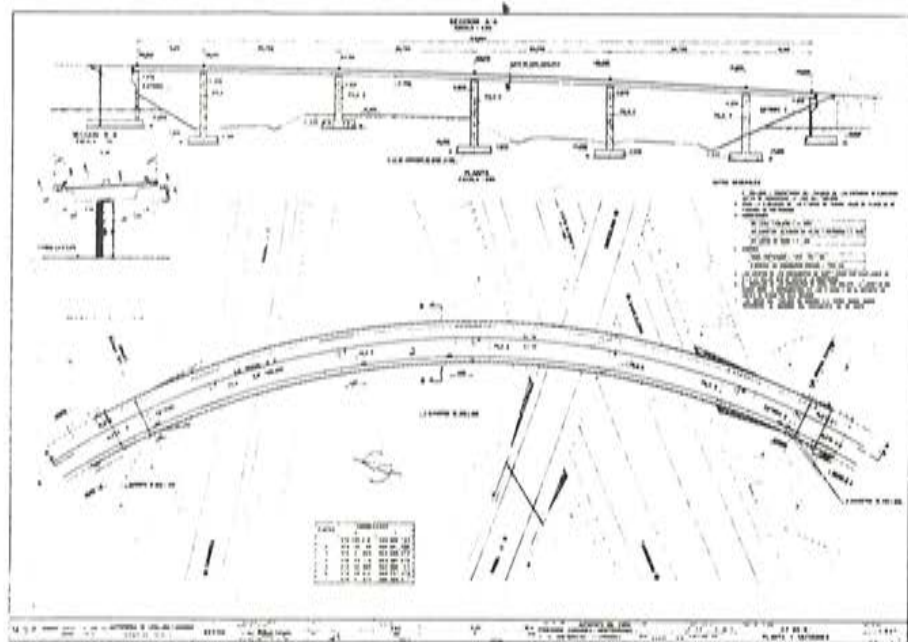


Fig. 3

En la figura 6, se representan los anclajes móviles de cables 1 y los cables 3. Los cables 3, como es debido, deben de permitir los movimientos relativos horizontales entre el tablero y el estribo sin ser coaccionados; por ello se disponen por el interior de un tubo de fibrocemento de 0,25 m. de diámetro interior que permite que los cables se adapten a dicho movimiento. En la zona de separación entre tablero y estribo, para alojamiento de los apoyos de neopreno, el tubo de fibrocemento se sustituye por un fuelle de neopreno embridado al tubo de fibrocemento. La vaina de los cables 3 es también de neopreno, la inyección normal, y los anclajes, móviles en el tablero y fijos en los estribos.

En la fotografía 3, se observan los anclajes móviles de cables 1 y los cables 3 presentados en obra.

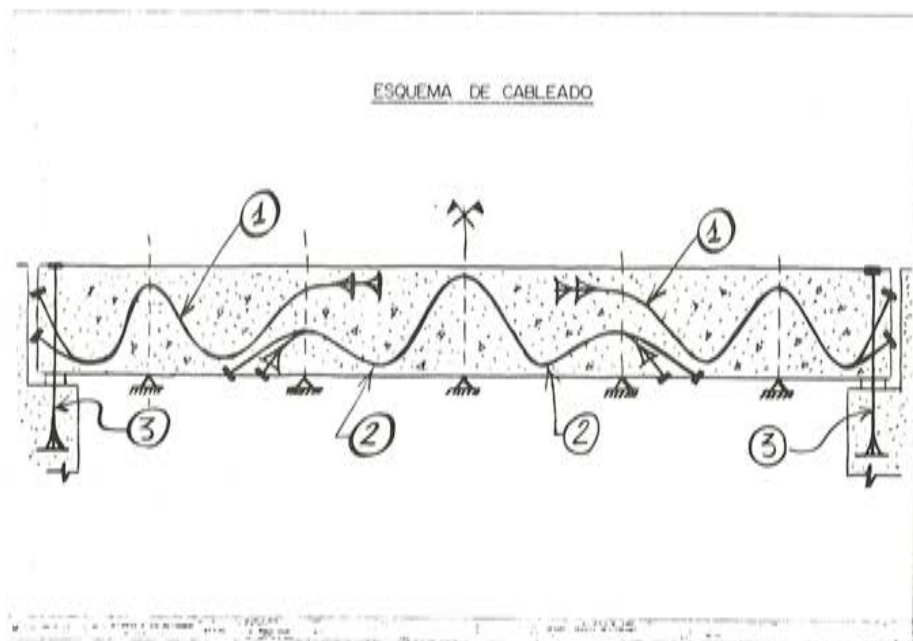


Fig. 4

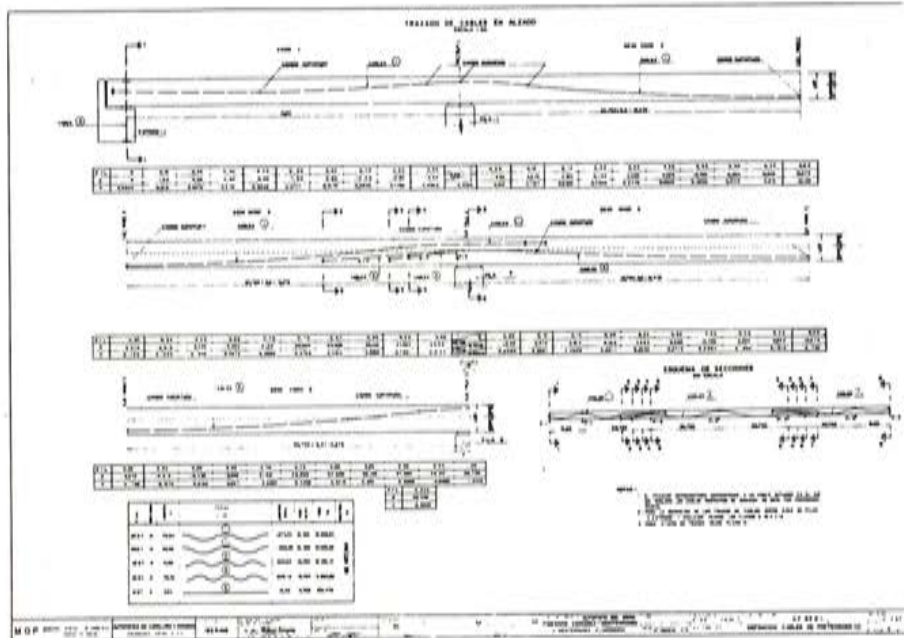


Fig. 5



FOTO 3

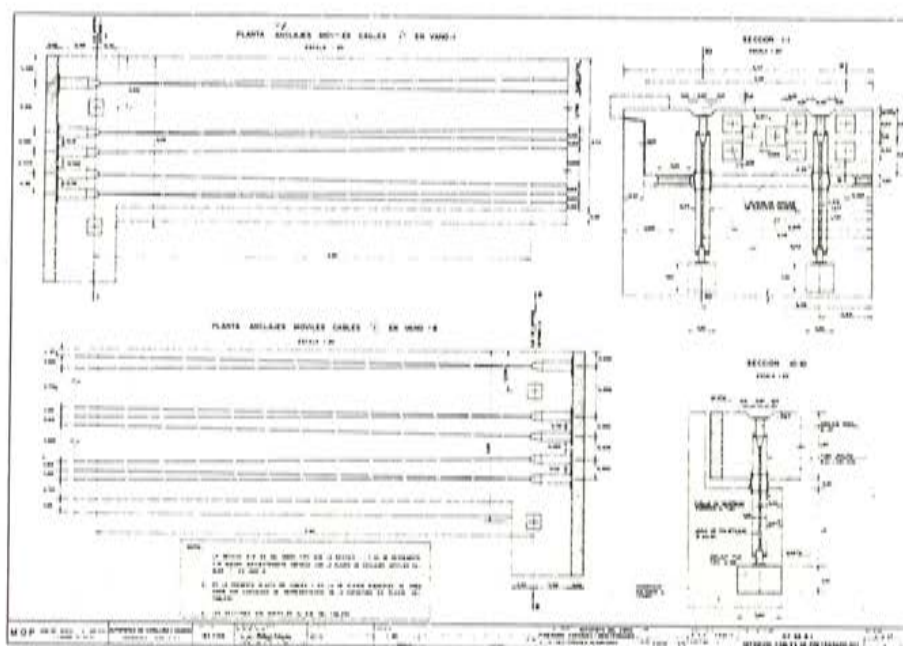


Fig. 6

En la figura 7, se representan los anclajes fijos de cables 1. En la fotografía 4, se observa su puesta en obra.

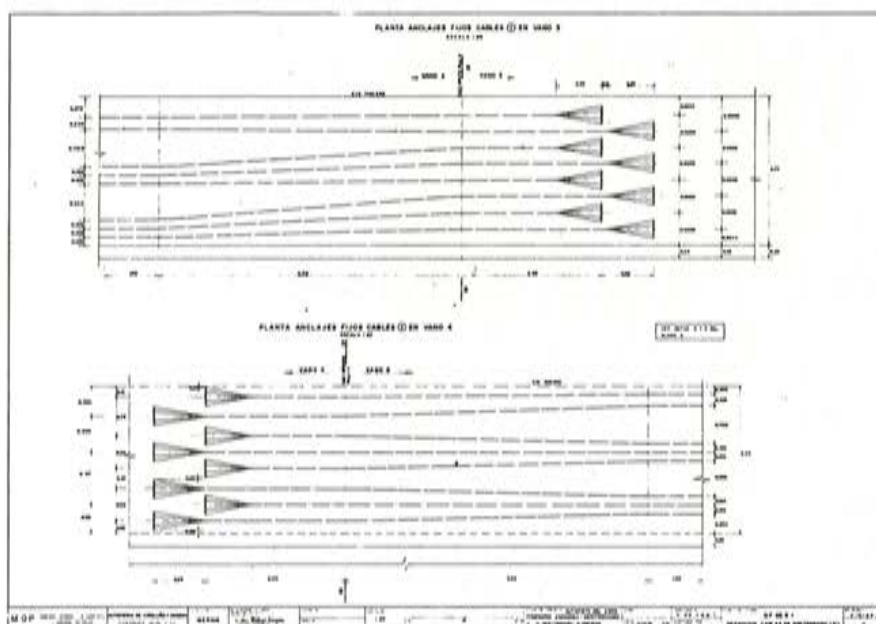


Fig. 7

En las figuras 8 y 9 se representan los anclajes de cables 2. En la fotografía 5 se observan dichos anclajes puestos en obra, así como anclajes fijos de cables 1.



FOTO 4

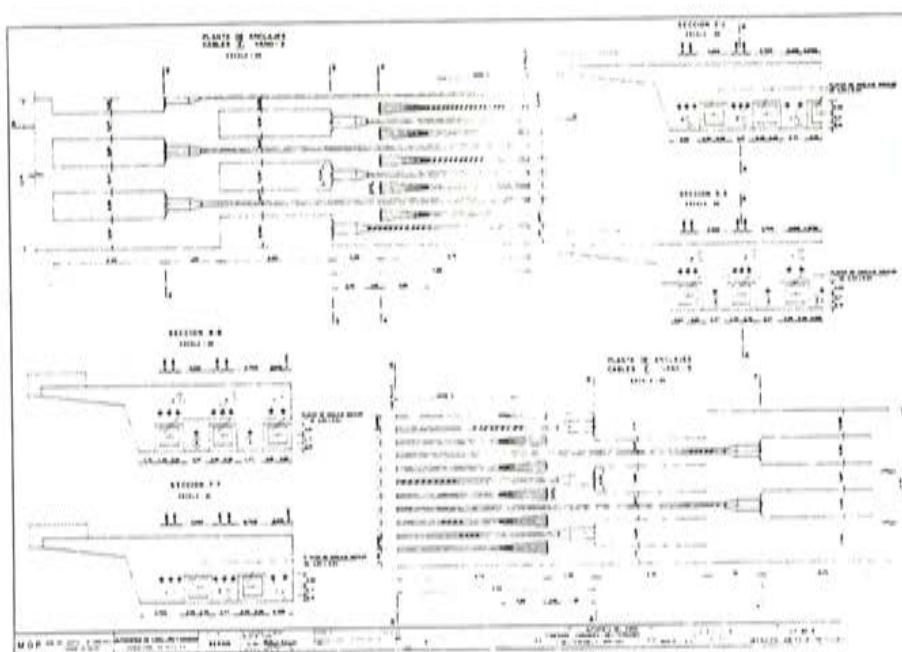


Fig. 8

La figura 9 y la foto 5 pueden servir de base para algunos comentarios críticos sobre la solución adoptada en el proyecto. Se ve la fuerte aglomeración de elementos de anclaje en una longitud de tablero relativamente corta. Cada elemento de anclaje precisa de su armadura de introducción de pretensado, que si bien no es demasiado importante, está formada por cercos, parrillas y armaduras en U, dispuestas en una zona donde el espacio está disminuido por la presencia de los encofrados de los cajetines de los anclajes móviles de los cables 2 .



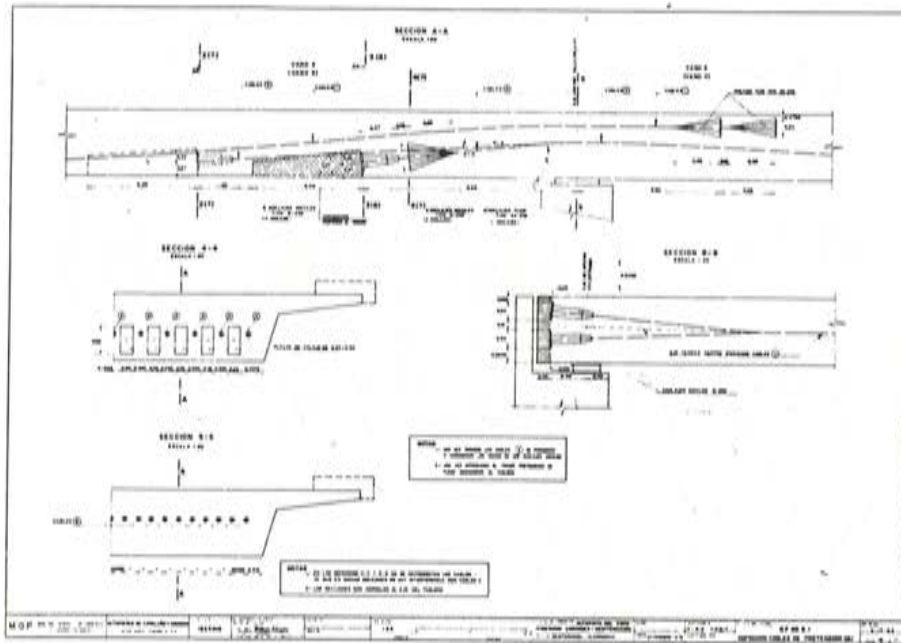


Fig. 9

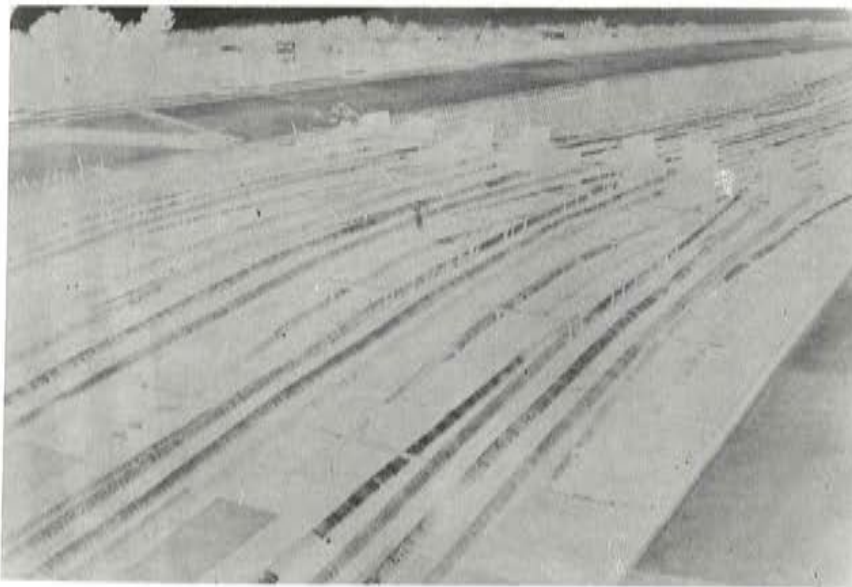


FOTO 5

Por otra parte, esta zona es la única del tablero donde se superponen los cables 1 y 2 ; si a esto se une el hecho de ser los anclajes elementos que no se desplazan lateralmente ayudando al trabajo del vibrador durante el hormigonado, ya se comprende que la disposición del proyecto crea una zona de hormigonado difícil, todo ello junto a la viga traviesa sobre pila, con fuerte armadura transversal superior.

En la fotografía 6 se observa el aspecto del encofrado de los cajetines móviles de cables 2 con los tubos de  $\phi$  0,10 m. que se dispusieron para su posterior hormigonado. Se observa también la falta de armadura de piel en los planos de dicho encofrado. Este error inexplicable de proyecto se mantuvo también durante la construcción.

FOTO 6

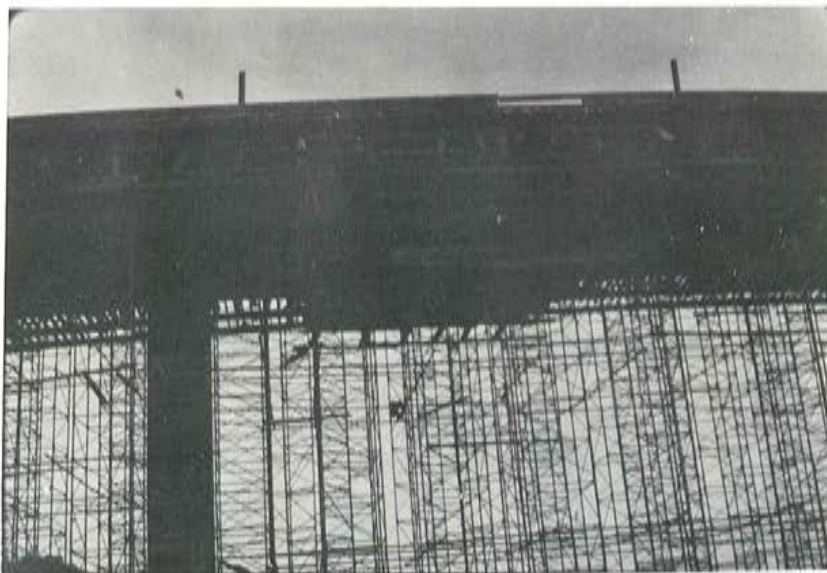


FOTO 7

Vamos a describir ahora las fases de hormigonado y tesado de cables, previstas en el proyecto. Eran las siguientes:

1. Hormigonado en una sola fase del tablero.
2. A los 3 días de finalizado el hormigonado, desencofrado de las dos zonas de anclajes móviles de cables 2 . (Fotografía 7)
3. Corte de parrilla inferior, perteneciente a la armadura de torsión del tablero, en los cajetines de dichos anclajes, para hacerlos accesibles.
4. Tesado de los cables 1 y 2 al 12 por 100 de su carga de rotura.
5. A los 15 días o cuando la resistencia característica del hormigón fuera  $\geq 290$  K/cm<sup>2</sup>, tesado de los cables 2 al 72 por 100 de su carga de rotura y de los cables 3 al 30 por 100 de su carga de rotura (es decir, definitivo de los cables 2 y 3 ); tesado de cables 1 al 39,20 por 100.
6. Descimbrado total.
7. A los 28 días o cuando la resistencia característica del hormigón fuera  $\geq 350$  k/cm<sup>2</sup> tesado de cables 1 al 72,80 por 100.
8. Reposición mediante soldadura de la parrilla inferior de los cajetines.
9. Hormigonado de los mismos.

Como veremos más adelante, las fases intermedias, tuvieron que ser modificadas.

Si tuviéramos que resumir los defectos del proyecto del puente curvo, estos serían:

- a) No haber proyectado para el tablero una solución a quintos de luz.
- b) La relación de luces entre el vano lateral y los centrales es de 0,48. Una relación más adecuada hubiera sido 0,60; aunque no se hubieran podido evitar los cables 3 , el aspecto estético hubiera mejorado.
- c) La aglomeración de anclajes de cables 2 , que debería haberse evitado disponiendo dichos anclajes en una zona más amplia.
- d) La falta de armadura de piel en los cajetines de los anclajes móviles de cables 2 y 2
- c) Por último, el hecho de que los anclajes móviles de cables 2 incidan en el paramento inferior de tablero, dificulta las operaciones de tesado; esta disposición, sin embargo, proporciona un esfuerzo cortante isostático de pretensado que colabora de forma importante con el hormigón.

### 3. PROBLEMAS SURGIDOS DURANTE LA CONSTRUCCION

Ya se sabía de antemano que el hormigonado del tablero en una sola fase, con un volumen de hormigón de 1.200 m<sup>3</sup>, presentaría problemas; se estimaba la duración del hormigonado en unas 55 horas.

El hormigonado se inició desde el centro del tablero (figura 10), con dos equipos de puesta en obra y vibrado, que avanzaban simultáneamente hacia los estribos. Cada equipo estaba servido por una planta distinta de hormigonado. El hormigón se elevaba al tablero mediante 4 grúas. Al mismo tiempo, una tercera planta de hormigonado estaba avisada por si era preciso su intervención.

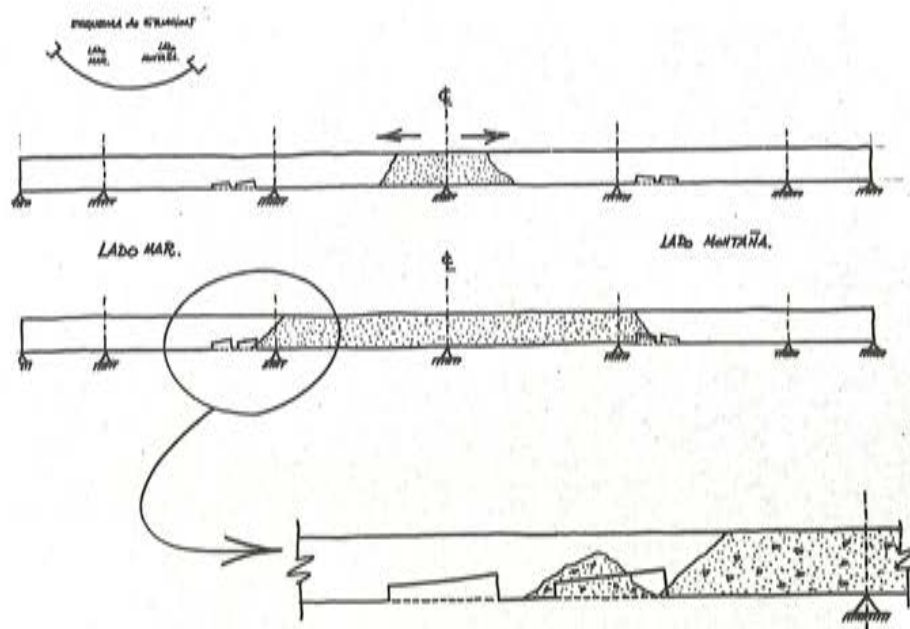


Fig. 10

Dado que en otras obras de fábrica de la misma sección se habían presentado problemas de caída de resistencia característica del hormigón, se insistió a las plantas de hormigonado sobre la calidad y resistencia del mismo; sin entrar en detalles del tema, el resultado fue que el hormigón presentaba una relación agua/cemento baja y su manejabilidad en la puesta en obra era escasa.

Desde luego, aparte de la toma de probetas, se controlaban los Conos de Abrams, tanto en las plantas como a pie de obra, aceptando tan solo, en principio, los comprendidos entre 5 y 8; de hecho se obligó a varios camiones a verter su contenido fuera del tablero, pero la realidad es que una vez iniciado el hormigonado es difícil suspenderlo, a menos que la calidad del hormigón sea totalmente inaceptable; y se vertieron en obra camiones con Conos de Abrams entre 3 y 7.

Se deseaba sobrepasar, después de un día y una noche de hormigonado, las zonas de cajetines de anclajes móviles de cables 2, ya que el relevo de equipos hace que a primeras horas de la mañana el hormigonado sea siempre más lento; sin embargo, pese a este empeño, en el momento del relevo, el límite de las zonas hormigonadas estaba precisamente sobre la primera fila de anclajes móviles de cables 2.

La interrupción del hormigonado duró unas dos horas y media, y en este intervalo, un camión aislado vertió parte de su contenido en el frente de hormigonado lado mar, tal como se indica en el detalle de la figura 10, creándose, al reanudarse el hormigonado, una junta en pésimas condiciones.

En la fotografía 8 se observa el tablero ya hormigonado.

A los tres días se procedió a desencofrar la zona de cajetines móviles de cables 2 (fotografía 7 y figura 11) observándose importantes coqueras en el fondo del tablero (fotografía 9) que afectaban también a varios de los anclajes (fotografía 10).

Inmediatamente se cortó la parrilla para acceder a los cajetines y se iniciaron los trabajos de reparación de coqueras.

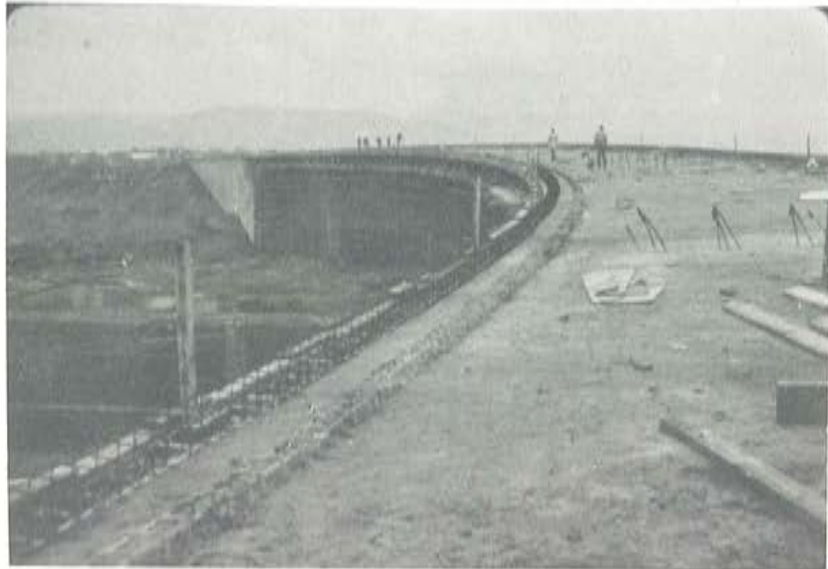


FOTO 8



FOTO 9



FOTO 10

Las coqueras superficiales, aparte el saneado, se ejecutaron aplicando SIKADUR-31-ADHESIVO y colocando luego SIKADUR-41-MORTERO.

Las coqueras grandes, principalmente localizadas en anclajes, se repararon inyectando SIKADUR-42.

Estas operaciones requerían su tiempo, y el tesado previo de proyecto, de cables 1 y 2 al 12 por 100, se fue posponiendo, ya que a la vista de las coqueras y de la información que se disponía del proceso de hormigonado, se temía que existieran huecos en el interior del hormigón del tablero.

Al mismo tiempo, la junta de hormigonado a que hemos hecho referencia anteriormente, quedó bien patente al desencofrar (fotografía 11); en un principio el aire de la junta (figura 11) hizo pensar en una fisura por esfuerzo cortante; esto realmente no parece posible, ya que las dos zonas desencofradas se comportaban como vigas biempotradas de unos 7,00 m. de luz, solicitadas únicamente por su propio peso, creando un esfuerzo cortante en los extremos de 57,90 T; y a los tres días se podía contar con una colaboración del hormigón a esfuerzo cortante de 326 T. Por otra parte, deberían haber aparecido en los cuatro extremos de las dos zonas desencofradas y no sólo en el extremo afectado por la junta.

A los 7 días empezaron a aparecer, tanto en lado mar como en lado montaña, y en la fila de cajetines más alejados del centro del tablero, unas fisuras que recorrían todo el fondo del tablero, perpendicularmente al mismo, subiendo incluso parcialmente por los costeros.

Ante esta situación se decidió tesar moderadamente los cables 1 y 2 con 400 T de fuerza por familia de cables.

Se empezó el tesado por los cables 2 más próximos al centro del tablero (figura 11) e inmediatamente las fisuras aumentaron.

En las fotografías 12, 13 y 14 se pueden observar algunas de dichas fisuras.

Desde luego al poner en tensión los cables 2 más próximos al centro del tablero, la cimbra impedía la deformación del mismo y las zonas desencofradas entraron en tracción (figura 11), aunque solo con una tensión de 6 Kg/cm<sup>2</sup>. La formación de las fisuras creemos que se debe a una suma de efectos:

- 1) Baja calidad del hormigón.
- 2) Tensiones térmicas por calor de fraguado.
- 3) Retracción del hormigón.
- 4) Ausencia de tesado previo al 12 por 100 a los tres días.
- 5) Falta de armadura de piel en los cajetines de anclajes móviles de cables 2
- 6) Inoportuno tesado de cables 2 antes de tesar cables 1.

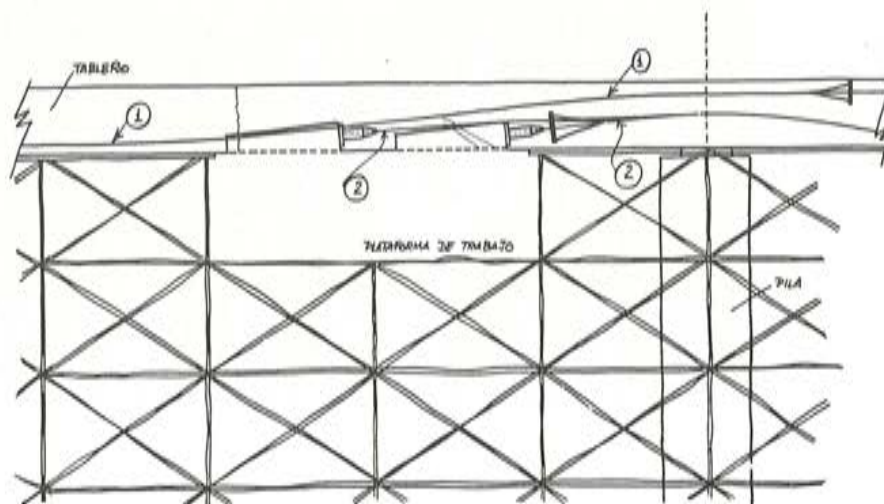


Fig. 11



FOTO 11



FOTO 12



FOTO 13



FOTO 14

A la vista de esto, se decidió tesar la familia de cables 1 con una fuerza total de 1000 T. viéndose que las fisuras evolucionaban favorablemente. Se decidió entonces modificar etapas de tesado de proyecto, y tras un estudio realizado por el Ingeniero de Caminos D. José Pujó Queralt, las etapas de tesado fueron:

- 1a) 16 cables 1 a  $115T = 1840T$  9 cables 2 a  $120T = 1080T$
- 2a) 9 cables 2 a  $244,76T = 2202,84T$
- 3a) 16 cables 1 a  $156,25T = 2500,00T$
- 4a) 13 cables 2 a  $244,76T = 3182,00T$
- 5a) Descimbrado de tablero.
- 6a) Tesado de proyecto, es decir: 16 cables 1 a  $238,10T = 3809T$  21 cables 2 a  $244,76T = 5139,96T$  Tesado al 30 por 100 de cables 3 .

Después de la primera etapa de tesado, las fisuras lado mar desaparecieron completamente, quedando únicamente la junta de hormigonado que no experimentó nunca variación alguna. Las fisuras en los cajetines lado montaña, si no desaparecieron, si cerraron y se estabilizaron.

En la figura 12 se replantea la junta de hormigonado y en la figura 13 las fisuras de los cajetines lado montaña, cuyo espesor estaba comprendido entre 0,1 y 0,25 mm., salvo una de ellas, de 0,74 mm. de espesor.

Una vez descimbrado el tablero y contra lo que cabía esperar, no aparecieron coqueras en los 140 m restantes de tablero. (Fotografía 15).

Hay que señalar que durante todas las operaciones de tesado y posteriormente durante las operaciones de reparación que se describen más adelante, se siguió mediante testigos (fotografía 16) el comportamiento de la junta y de las fisuras, no habiéndose detectado ninguna rotura de testigos.

Una vez finalizado el descimbrado se procedió a una serie de trabajos de acabado, como hormigonado de aceras, colocación de barandillas, etc., etc.



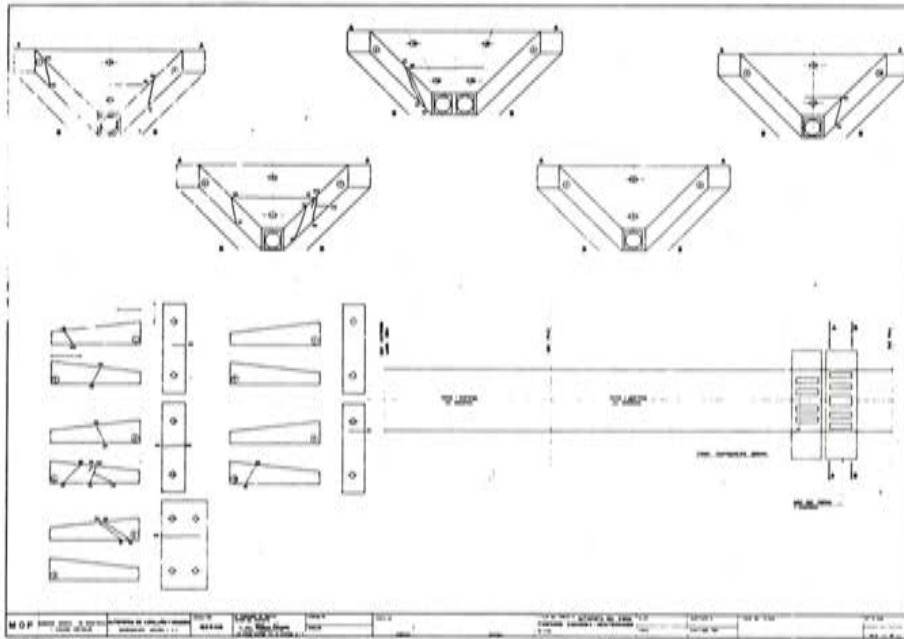


Fig. 12

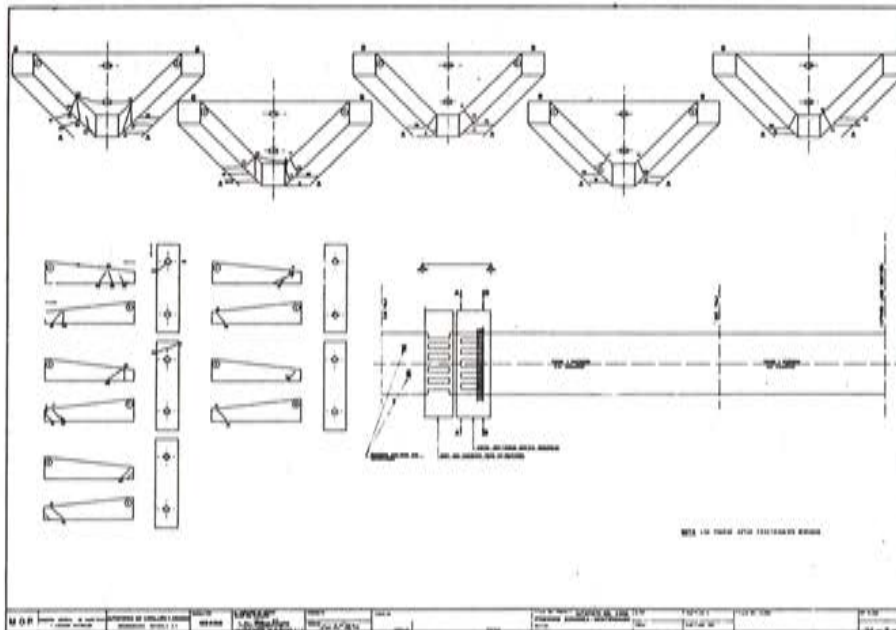


Fig. 13

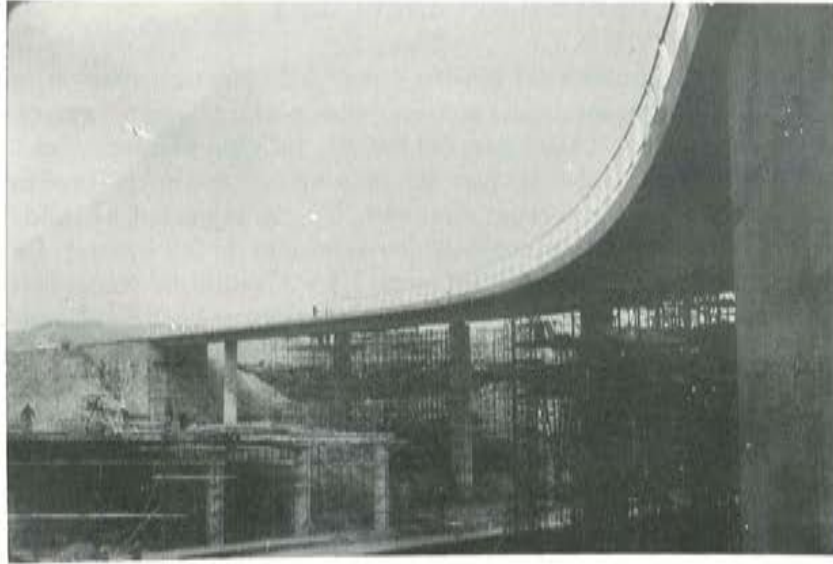


FOTO 15

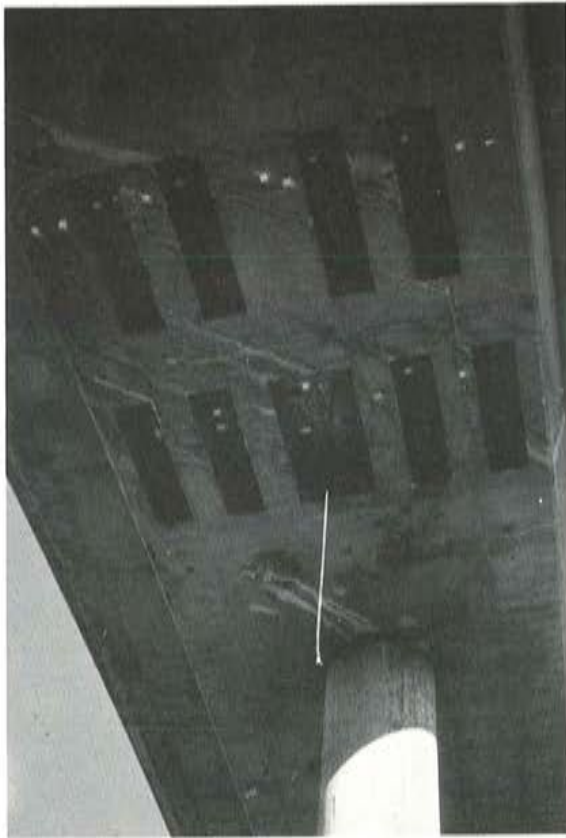


FOTO 16

#### 4. MEDIDAS DE REPARACION ADOPTADAS

En numerosos puntos del tablero y mediante una auscultación por ultrasonidos (fotografía 17) se pudieron establecer algunas consideraciones, sino absolutas, al menos comparativas sobre la calidad del hormigón del tablero. En vigas prefabricadas de 1,75 m. de canto y H-400, las velocidades medidas han sido del orden de 4 Km/sg. En el tablero del puente curvo, fuera de las zonas de anclajes de cables 2, las velocidades medidas oscilan entre 3 y 4, pudiendo tomar como representativa una velocidad de 3,5 Km/seg. En las zonas de anclajes de cables 2 las velocidades oscilan entre 2,5 y 3, pudiendo tomar como representativa una velocidad de 2,7 Km/seg. De estos resultados, salvo el hecho evidente de una peor calidad del hormigón en zonas de anclajes de cables 2, no se pudo afirmar que existieran huecos dentro del hormigón.

En la fotografía 16 se observan los cajetines antes de iniciarse las reparaciones.

En la figura 14 se representan las reparaciones realizadas. En los cajetines lado montaña, dado que las fisuras estaban cerradas y estabilizadas, se decidió la no intervención, reponiendo mediante soldadura a tope la parrilla inferior de cajetines, de  $\phi$  14; después se hormigonaron los mismos, desde el tablero, a través de los conductos de  $\phi$  100 mm, dejando alojada en su interior una barra de  $\phi$  20 mm. En los cajetines lado mar se realizaron las mismas operaciones ya descritas y además se cosió la junta de hormigonado con 6 redondos de  $\phi$  32 mm; para ello se practicaron seis taladros de 40 mm de diámetro interior que sirvieron también para comprobar que no existían bolsas en dicha sección; el espacio entre el taladro y la barra de  $\phi$  32 mm. se rellenó con SIKADUR - 52.

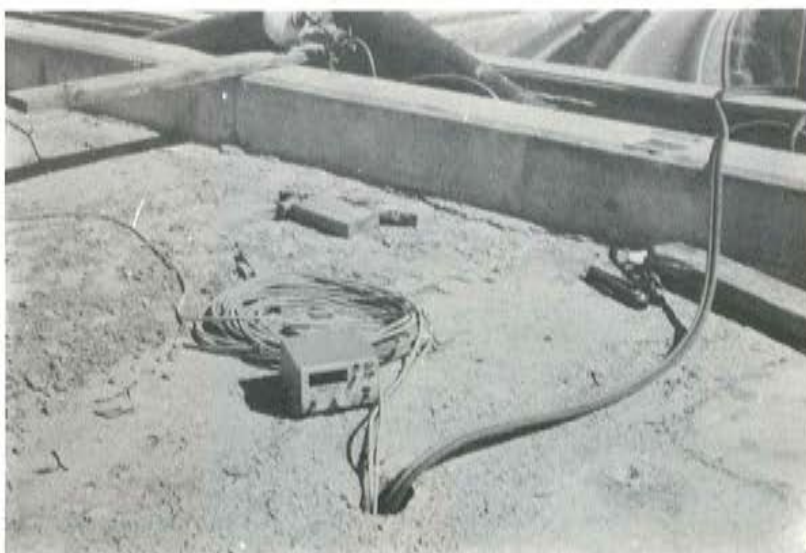
En la fotografía 18 se observan los cajetines con las paredes repicadas para mejorar la adherencia; en el ángulo superior derecho se puede apreciar uno de los taladros de  $\phi$  40 mm.

En las fotografías 19 y 20 se observan los trabajos de soldadura de la parrilla de  $\phi$  14 mm.

En la fotografía 21 se observan unos cajetines ya hormigonados.

En la fotografía 22 se observa un aspecto del cableado del puente oblicuo, cuya construcción se inició en cuanto se pudo descimbrar el puente curvo.

FOTO 17



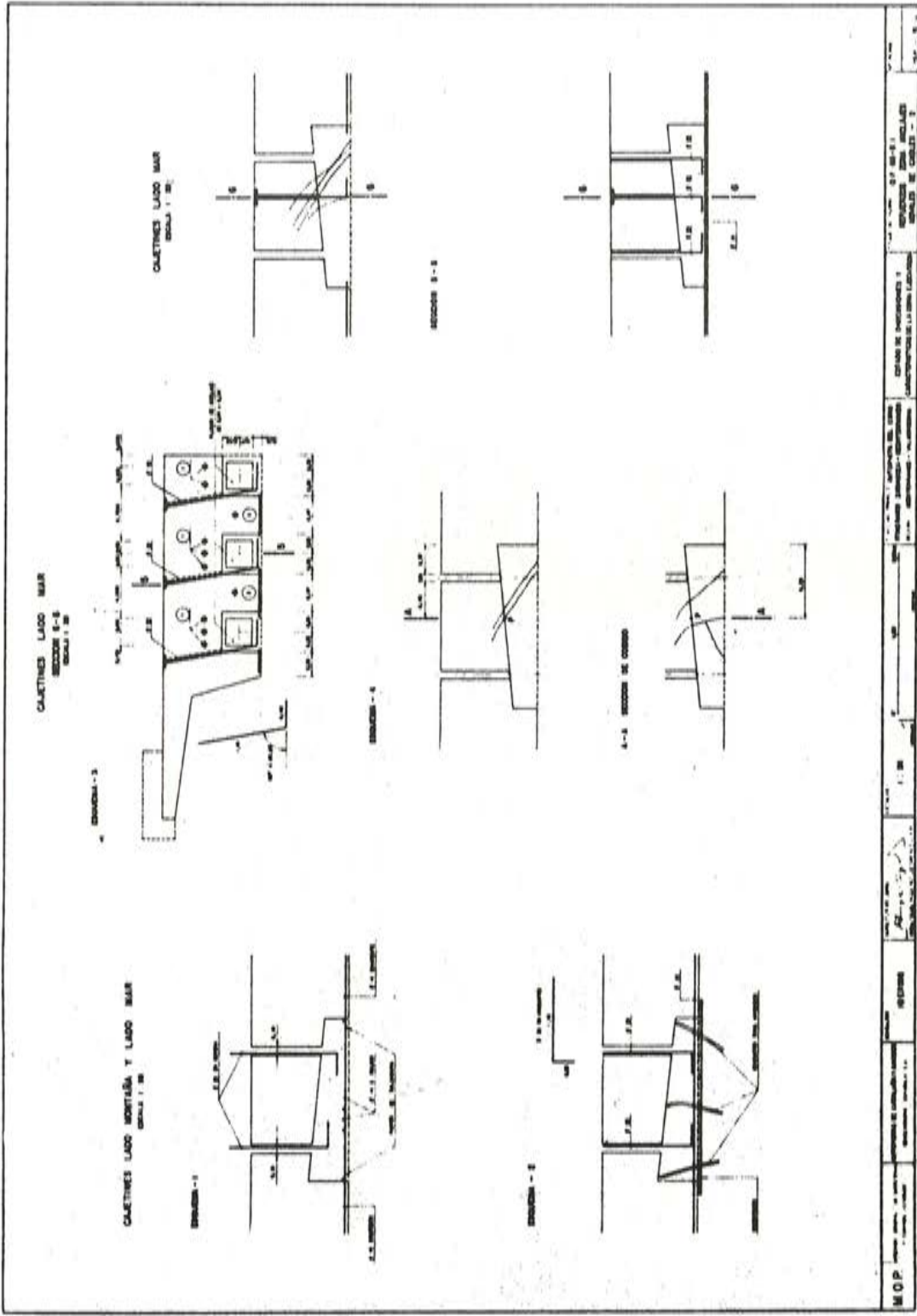


Fig. 14

FOTO 18



FOTO 19

FOTO 21

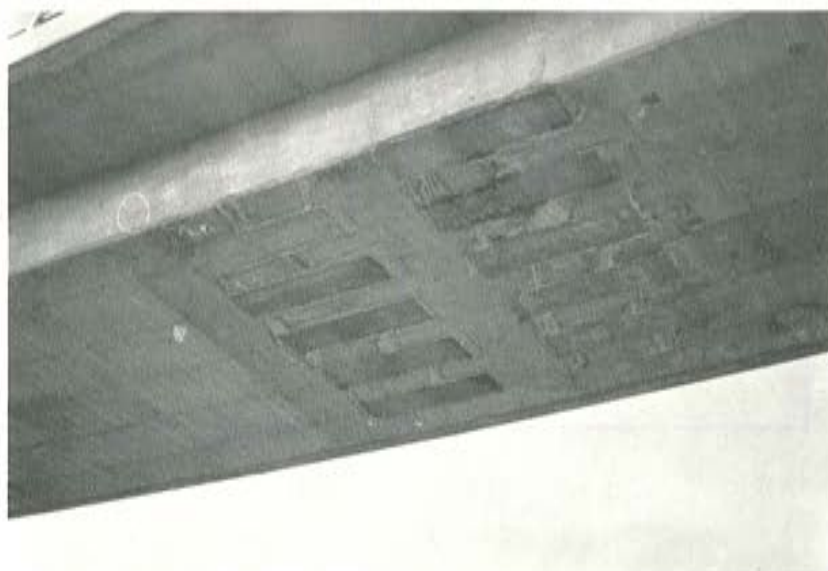




FOTO 20



FOTO 22



FOTO 23

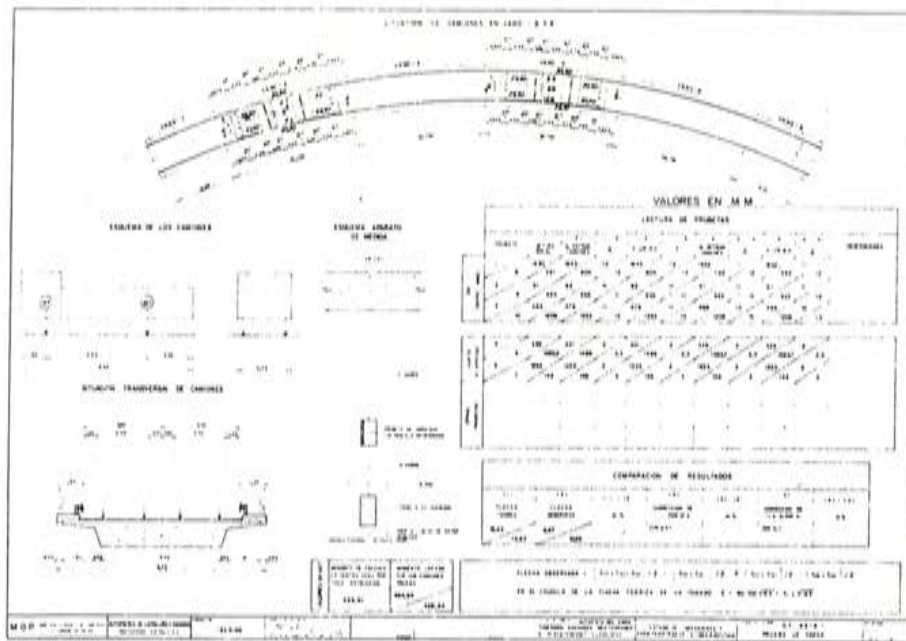


Fig. 15

## 5. PRUEBAS DE CARGA

Por el momento se ha realizado solamente la prueba de carga del puente curvo.

Realmente, y después de lo dicho, una prueba de carga interesante era reproducir en la zona de anclajes de cables 2 lado mar, el esfuerzo cortante máximo de cálculo. Esta prueba de carga se pospone en tanto no obren en nuestro poder unos ensayos de adherencia que GEOCISA va a realizar para comprobar la calidad del cosido de la junta de hormigonado; entretanto la prueba de carga que se describe en la figura 15 es muy severa en lo que respecta a los momentos de flexión longitudinales.

Se ha cargado el puente con 12 camiones de 30T, seis de ellos en el vano 2 y otros seis en el vano 4. En estas condiciones, el momento flector creado en el centro del vano 2 era de 494,69 mT, inferior en 35 mT al máximo de cálculo por sobrecarga de 0,40 T/m<sup>2</sup> y carro de 60T; y el momento creado en el centro del vano 4 era de 528,64 mT inferior en 36 mT al máximo de cálculo por las mismas sobrecargas. Las diferencias son del orden del 6 por 100 por defecto.

Las flechas teóricas en vanos 2 y 4 eran 12,43 mm y 13,63 mm y las observadas en la prueba fueron 9,70 mm y 10,25 mm.

Por otra parte, esta situación de los camiones creaba en la sección de cajetines de anclajes móviles de cables 2 lado montaña, un esfuerzo cortante de 83T, inferior desde luego al máximo de cálculo por sobrecarga móvil que era de 123T.

En las fotografías 23, 24 y 25 se recogen distintos aspectos de la prueba de carga.



FOTO 25

## COLABORACIONES

Han colaborado, además de los Sres. Abadía y Pujó, ya citados anteriormente, el Ingeniero Técnico de Minas D. J. Antonio Santos Paredes, que calculó la definición geométrica, pilas y estribos de ambos puentes; los tres de la División de Estructuras de Ibering. Los Drs. Ingerieros de Caminos D. Luis Muñoz Campos, Director de Proyectos, D. Angel Cajal Maza, Director de Obra y D. Juan García Campoy, Director de Materiales, de Ibering. El Dr. Ingeniero Industrial D. Gaspar Oliver Pons y el Ingeniero de Caminos D. Javier Tapies, de la Dirección de Obra de la Sección 1a. de la Autopista del Ebro, también de Ibering. Y por último, aparte de las empresas especializadas ya citadas, la empresa constructora EDIFICIOS Y OBRAS, S.A. que ejecutó las obras.



# EMESA

**Stress - Relieved STRAND and WIRE for prestressed concrete  
& Low relaxation**

## TERMOESTABLE



**ELABORADOS METALICOS, S.A.-LA CORUÑA**

# **relaciones entre corrosión bajo tensión, doblados y torsiones alternas**

**M. ELICES CALAFAT y V. SANCHEZ-GALVEZ**  
Drs. Ingenieros de Caminos  
Universidad Politécnica de Madrid  
Escuela de Ingenieros de Caminos  
Sección Física de Materiales

## **1. INTRODUCCION**

Los ensayos de doblado alternado y torsión alternada en alambres para construcciones pretensadas son discutidos y objeto de polémicas entre fabricantes y usuarios. Existe la creencia de que cuanto mayor sea el número de doblados y de torsiones alternadas que soporta un alambre, mejor es su calidad. En consecuencia, a veces, se tiende a aumentar dichos números en los pliegos de condiciones de aquellas obras que entrañan un riesgo especial. En algunos casos puede ser muy difícil cumplir estos requisitos, porque los dos ensayos revelan distintas propiedades del material que pueden ser contrapuestas. Este trabajo es el primero de una serie dirigida a estudiar el significado de estos dos ensayos tecnológicos. En este artículo se indagará la posible correlación entre la corrosión bajo tensión y el número de doblados, o torsiones, buscando una explicación a las mayores exigencias que suelen presentarse cuando existen riesgos de corrosión en obras pretensadas, especialmente en obras hidráulicas.

Para llevar a cabo este estudio se han solicitado, a los fabricantes de alambre, muestras con distinto comportamiento frente a la corrosión bajo tensión, obtenidas con distintos tratamientos térmicos, y se han realizado ensayos de doblado, torsión y corrosión bajo tensión. Los resultados indican que el número de doblados, o de torsiones, no está relacionado de una forma sencilla con la duración del ensayo de corrosión en alambres que, aparentemente, no presenten defectos superficiales.

## **2. TRABAJO EXPERIMENTAL**

Es sabido que el tratamiento térmico de envejecimiento varía la resistencia a la corro-

sión bajo tensión (Staeble et al, 1967) por lo que se solicitó a varias empresas fabricantes de acero para pretensado el envío de material que hubiese sufrido distintos tratamientos, bien a distintas temperaturas o bien de distinta duración, junto con el material de partida (simplemente trefilado) y acero sobreenvejecido, es decir con un tratamiento muy prolongado. Este último, aunque no es un producto comercial, se consideró interesante incluirlo para completar el estudio.

Las características de fabricación de estos aceros fueron las siguientes:

Acero 1.—Diámetro 5 mm. Obtenido trefilando alambón de 8 mm. La fabricación pasa por un patentado en plomo, decapado, fosfatado y trefilado. El material se distribuyó en cuatro lotes:

- 1.1.—Probetas solamente enderezadas sin tratamiento térmico.
- 1.2.—Probetas tratadas a 390° C y 2,4 seg. en horno de inducción.
- 1.3.—Probetas tratadas a 390° C y 5 seg. en horno de inducción.
- 1.4.—Probetas tratadas a 390° C y 30 minutos en baño de plomo.

Acero 2.—Diámetro 5 mm. Obtenido trefilando alambón de 9 mm. Patentado en plomo, decapado, fosfatado y trefilado. El material se distribuyó en cuatro lotes.

- 2.1.—Probetas sin tratar. Enderezadas a mano.
- 2.2.—Probetas tratadas a 250° C y 2 seg. en horno de inducción.
- 2.3.—Probetas tratadas a 450° C y 2 seg. en horno de inducción.
- 2.4.—Probetas tratadas a 375° C y 90 minutos en horno de convección.

Acero 3a.—Diámetro 5 mm. Obtenido trefilando alambón de 10 mm. Patentado en plomo, decapado, fosfatado y trefilado. El material se ha distribuido en ocho lotes.

- 3a. 1 — Probetas sin tratar. Enderezadas mecánicamente.
- 3a. 2 — Probetas tratadas a 390° C y 27 seg. en horno eléctrico.
- 3a. 3 — Probetas tratadas a 358° C y 2 minutos en baño de plomo.
- 3a. 4 — Probetas tratadas a 358° C y 4 minutos en baño de plomo.
- 3a. 5 — Probetas tratadas a 358° C y 8 minutos en baño de plomo.
- 3a. 6 — Probetas tratadas a 358° C y 16 minutos en baño de plomo.
- 3a. 7 — Probetas tratadas a 358° C y 32 minutos en baño de plomo.
- 3a. 8 — Probetas tratadas a 358° C y 64 minutos en baño de plomo.

Acero 3b.—Diámetro 7 mm. Obtenido trefilando alambón de 12 mm. Patentado en plomo, decapado, fosfatado y trefilado. El material se ha distribuido en nueve lotes.

- eb. 1 — Probetas sin tratar. Enderezadas mecánicamente.
- 3b. 2 — Probetas tratadas a 390° C y 34 seg. en horno eléctrico.
- 3b. 3 — Probetas tratadas a 400° C y 46 seg. en horno eléctrico.
- 3b. 4 a 3b. 9 — Probetas con tratamiento análogo a las 3a. 3 a 3a.8

La composición química de los aceros se resume en la TABLA 1.

La carga máxima, el límite elástico al 0,2 por 100, y el alargamiento bajo carga máxima se resumen en la TABLA 2.

Los ensayos de doblados alternativos se han realizado siguiendo las prescripciones de la norma 10.31 de la F.I.P. La velocidad de ensayo se ha mantenido entre 6 y 9 segundos por plegado, en cuyo intervalo se había comprobado con anterioridad que la velocidad de ensayo carecía de influencia sobre el resultado. Se han ensayado 6 probetas para cada tipo de material.

Los ensayos de torsión alternada se han realizado siguiendo la norma de ensayo del

**TABLA 1. COMPOSICION QUIMICA**

| Tipo de Acero | C ‰  | Mn ‰ | Si ‰ | S ‰  | P ‰   |
|---------------|------|------|------|------|-------|
| Acero 1       | 0,80 | 0,82 | 0,25 | 0,02 | 0,015 |
| Acero 2       | 0,72 | 0,68 | 0,29 | 0,03 | 0,010 |
| Acero 3a      | 0,80 | 0,73 | 0,25 | 0,02 | 0,010 |
| Acero 3b      | 0,80 | 0,73 | 0,25 | 0,03 | 0,015 |

Laboratorio de Ponts et Chaussées de París. (Ac. P-3, 1971). La velocidad de sollicitación ha sido de 2,1 vueltas por minuto y se ha obtenido un registro continuo del momento torsor que actúa sobre la probeta permitiendo determinar con gran precisión la rotura de la misma. Se han ensayado 3 probetas para cada tipo de material.

Los ensayos de corrosión bajo tensión se han realizado siguiendo las prescripciones del comité mixto RILEM - FIP - CEB. (Groupe Corrosion du Comité Mixte, 1972, 1974), que ha recomendado el ensayo con sulfocianuro amónico por su reproductividad, economía y selectividad, aún, cuando básicamente, es un ensayo de fragilización por hidrógeno. Se ha seguido el proyecto de norma de ensayo del Laboratorio des Ponts et Chaussées, sin circulación del líquido corrosivo y sin burbujear nitrógeno, según las últimas recomendaciones del citado comité. Se han ensayado, como mínimo, 3 probetas para cada material.

### 3. RESULTADOS Y COMENTARIOS

Los resultados de los ensayos de doblados alternados y corrosión bajo tensión se indican, en función del tratamiento, comparativamente para los aceros 1, 2 y 3a, en la figura 1. Las escalas que indican el número de doblados y la duración del ensayo (a la izquierda y a la derecha, respectivamente, de la figura) se han ajustado de forma que la línea de trazos horizontal separa el material en dos regiones; el material "bueno" en la superior (con resistencias superiores a las 200 horas, según el criterio del laboratorio de Ponts et Chaussées, y un número de doblados superior a 10, según las normas más exigentes) y el material "malo" en la inferior. En el acero 1 se aprecia una relación inversa entre la resistencia a la corrosión y el número de doblados, encontrándose situaciones donde con el máximo número de doblados (12,5) la resistencia a la corrosión es inadmisiblemente baja (63 horas) y viceversa (6 doblados y los ensayos tuvieron que desmontarse después de 350 horas sin haber roto). En el acero 2 se aprecia una situación análoga. En el acero 3 puede observarse que la ley que podría preverse a la vista de los casos anteriores no se cumple, pues mientras el número de doblados tiene tendencia a decrecer, los tiempos de rotura presentan un mínimo y un máximo. Merece destacarse que para todos los tratamientos térmicos el número de doblados se mantiene, en este

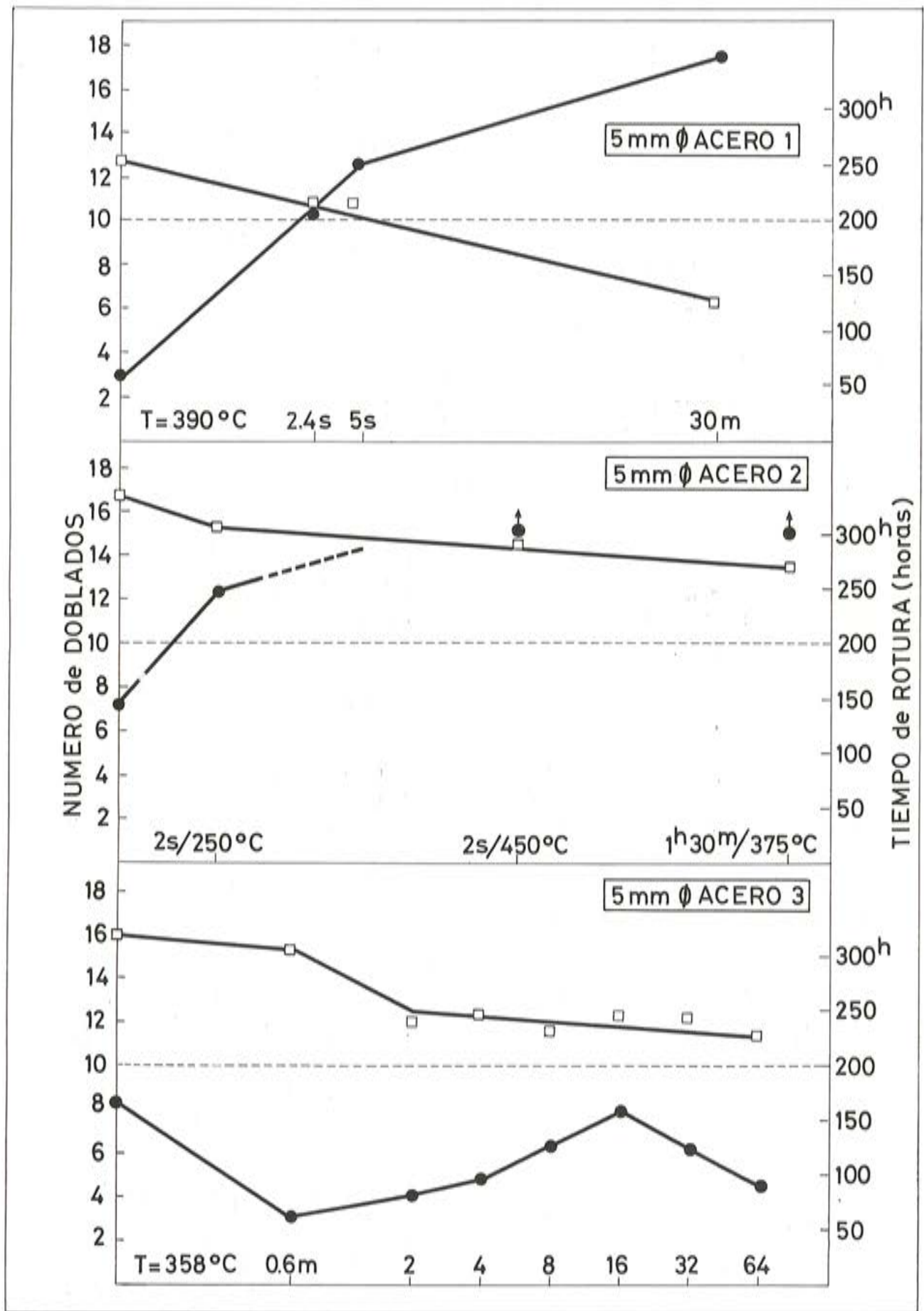
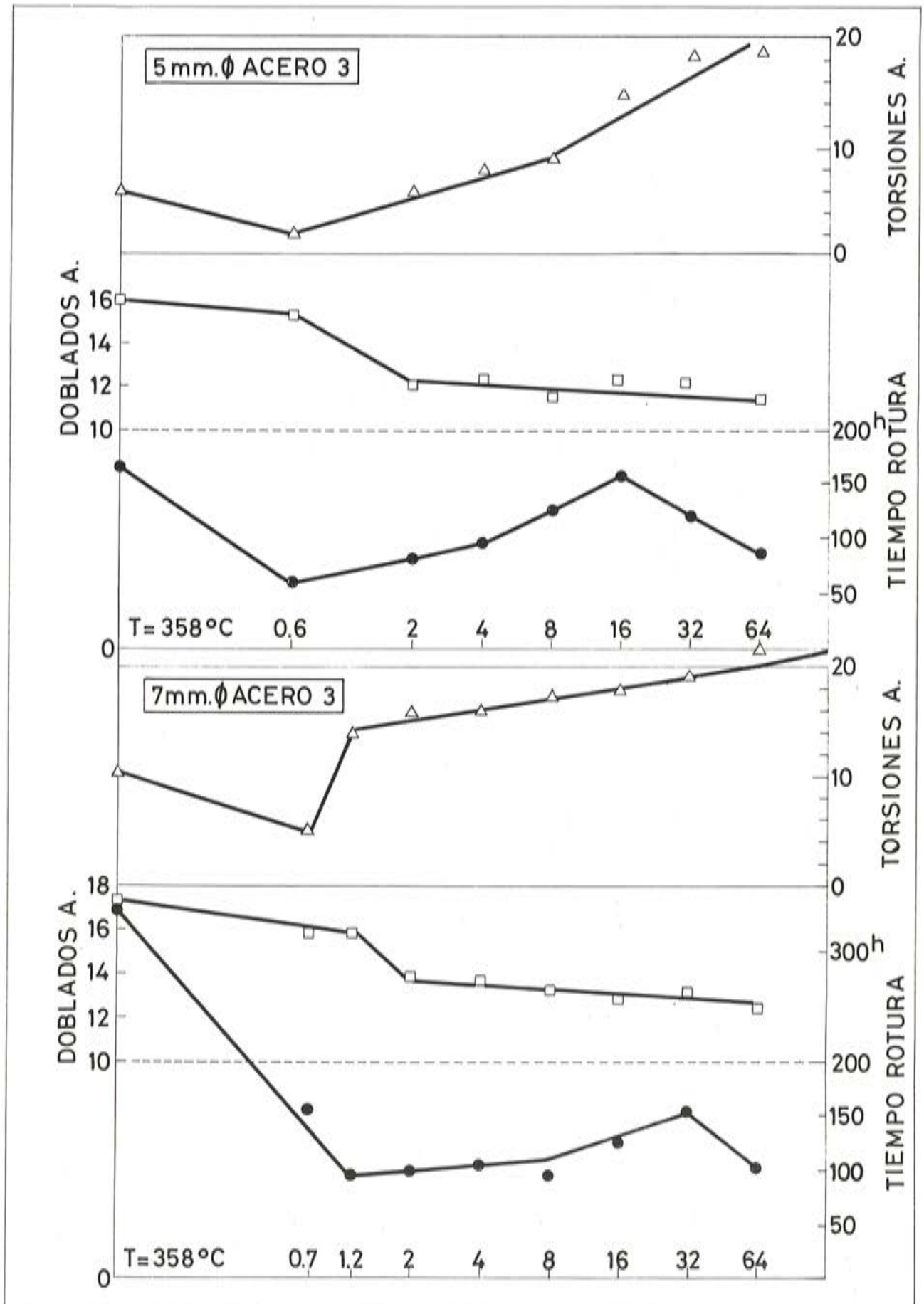


Fig. 1

**TABLA 2. CARACTERISTICAS MECANICAS**

| Tipo de acero | Carga unitaria máxima (Kg/mm <sup>2</sup> ) | Límite elástico al 0,2 (Kg/mm <sup>2</sup> ) | Alargamiento bajo carga máx. (1) |
|---------------|---|--|----------------------------------|
| 1.1           | 161,0                                       | 116,2  | 5,7                              |
| 1.2           | 168,6                                       | 149,5  | 6,4                              |
| 1.3           | 168,8                                       | 149  | 6,6                              |
| 1.4           | 153,3                                       | 126,5  | 7,5                              |
| 2.1           | 153,3                                       | 131,7  | 2,1                              |
| 2.2           | 157,2                                       | 147,2  | 3,8                              |
| 2.3           | 154,7                                       | 136,7  | 7,0                              |
| 2.4           | 155,3                                       | 119,0  | 6,3                              |
| 3a.1          | 181,2                                       | 143,2  | 4,8                              |
| 3a.2          | 190,0                                       | 179,0  | 4,7                              |
| 3a.3          | 187,1                                       | 169,0  | 6,1                              |
| 3a.4          | 188,3                                       | 170,0  | 6,2                              |
| 3a.5          | 186,4                                       | 165,7  | 6,7                              |
| 3a.6          | 185,5                                       | 164,7  | 6,8                              |
| 3a.7          | 184,9                                       | 163,2  | 6,7                              |
| 3a.8          | 184,0                                       | 161,7  | 6,9                              |
| 1 3a.8        | 184,0                                       | 161,7  | 6,9                              |
| 3b.1          | 168,4                                       | 136,7  | 5,2                              |
| 3b.2          | 178,3                                       | 168,7  | 4,8                              |
| 3b.3          | 176,0                                       | 160,0  | 6,2                              |
| 3b.4          | 175,8                                       | 160,5  | 6,4                              |
| 3b.5          | 173,5                                       | 156,7  | 6,6                              |
| 3b.6          | 173,9                                       | 156,2  | 6,8                              |
| 3b.7          | 173,4                                       | 155,7  | 6,8                              |
| 3b.8          | 171,2                                       | 151,5  | 7,2                              |
| 3b.9          | 171,5                                       | 151,2  | 7,3                              |



caso, por encima de 10, mientras que los tiempos de rotura son siempre inferiores a 200 horas, poniendo de manifiesto la inconsistencia de un criterio que se basara únicamente en el número de doblados para inferir el comportamiento frente a la corrosión.

Los resultados de torsiones alternadas se han representado conjuntamente con los de corrosión y doblados, en función del tratamiento, en la figura 2, para los aceros 3a y 3b, lo primero que se aprecia es que existe una relación inversa entre la resistencia a los doblados y a las torsiones, si excluimos las probetas que no han sufrido tratamiento térmico. Esta relación ya era conocida, veáanse, por ejemplo, los trabajos de M.J. Charleux, citados por F. Dumas (Dumas F., 1966). Por otra parte, los ensayos de corrosión exhiben máximos y mínimos cuya correlación, si existe, con los dos ensayos anteriores no parece sencilla. Análogamente al caso de los doblados, merece destacarse que para todo los tratamientos térmicos y en los dos aceros (excepto el punto correspondiente a 0,6 minutos en el acero 3a) el número de torsiones se mantiene por encima de 4 (y, en general, por encima de 10), valor que aparece en algunos pliegos de condiciones para obras hidráulicas, mientras que los tiempos de rotura son notablemente inferiores a 200 horas. Un criterio basado únicamente en un número mínimo de torsiones para inferir un buen comportamiento frente a la corrosión parece de dudosa aplicación.

En conclusión, si se considera que el ensayo con sulfocianuro amónico permite conocer la susceptibilidad de los aceros frente a la corrosión bajo tensión (en su sentido más amplio y sin precisar cifras), los resultados obtenidos, en probetas sin defectos superficiales, no muestran una correlación entre la corrosión y el número de doblados o torsiones alternadas. Con el tratamiento térmico, los tiempos de rotura siguen una ley compleja, los doblados tienden a disminuir y las torsiones a aumentar, lo que indica que estos dos ensayos reflejan propiedades distintas del material. Si estuvieran directamente relacionados con la susceptibilidad a la corrosión bajo tensión, ambos deberían crecer ó decrecer simultáneamente. Estos resultados no impiden que para un acero determinado puedan hallarse correlaciones entre la susceptibilidad a la corrosión y el número de doblados, o torsiones, pero estos contra-ejemplos serían suficientes para impedir su generalización.

La situación es distinta cuando las probetas tienen defectos superficiales apreciables. El número de doblados es entonces muy pequeño, con frecuencia inferior a 1, y lo mismo sucede con las torsiones. Por otra parte, la corrosión bajo tensión puede iniciarse más fácilmente en estos defectos, disminuyendo la vida de la probeta por anulación del período de incubación. La dificultad aparece cuando se quiere extrapolar esta situación a pequeños defectos, porque entran en juego otras características del material que pueden enmascarar el efecto anterior. Es evidente que debe rechazarse un acero que sea incapaz de soportar unos pocos doblados, porque tendrá defectos que pueden afectar la vida de la obra, pero también parece claro que carece de fundamento exigir cifras altas en el número de doblados, o torsiones, *basándose en que resistirá mejor a la corrosión bajo tensión.*

El número de doblados, o torsiones alternadas, que puede soportar un alambre, además de poner de manifiesto defectos de fabricación o corrosión localizada, está relacionado con otras propiedades. Los doblados están relacionados directamente con la resiliencia; y las torsiones, posiblemente, con el alargamiento bajo carga máxima, como se puede ver comparando los datos de la tabla 2 con la figura 2. Al proyectista corresponde valorar estos resultados é incluirlos, o no, en los pliegos de condiciones cuando los considere significativos para la obra pretensada. Desde Febrero de 1966 la Association Scientifique de la Precontrainte ha prescindido del ensayo de torsiones alternadas por no considerarlo significativo. Por el momento es difícil inferir el comportamiento frente a la corrosión bajo tensión a partir de ensayos mecánicos y es preferible realizar pruebas específicas de corrosión en dos direcciones; ensayos destinados a estudiar la superficie (reactividad, defectos, etc.) y otros ensayos para conocer el comportamiento del acero en conjunto.



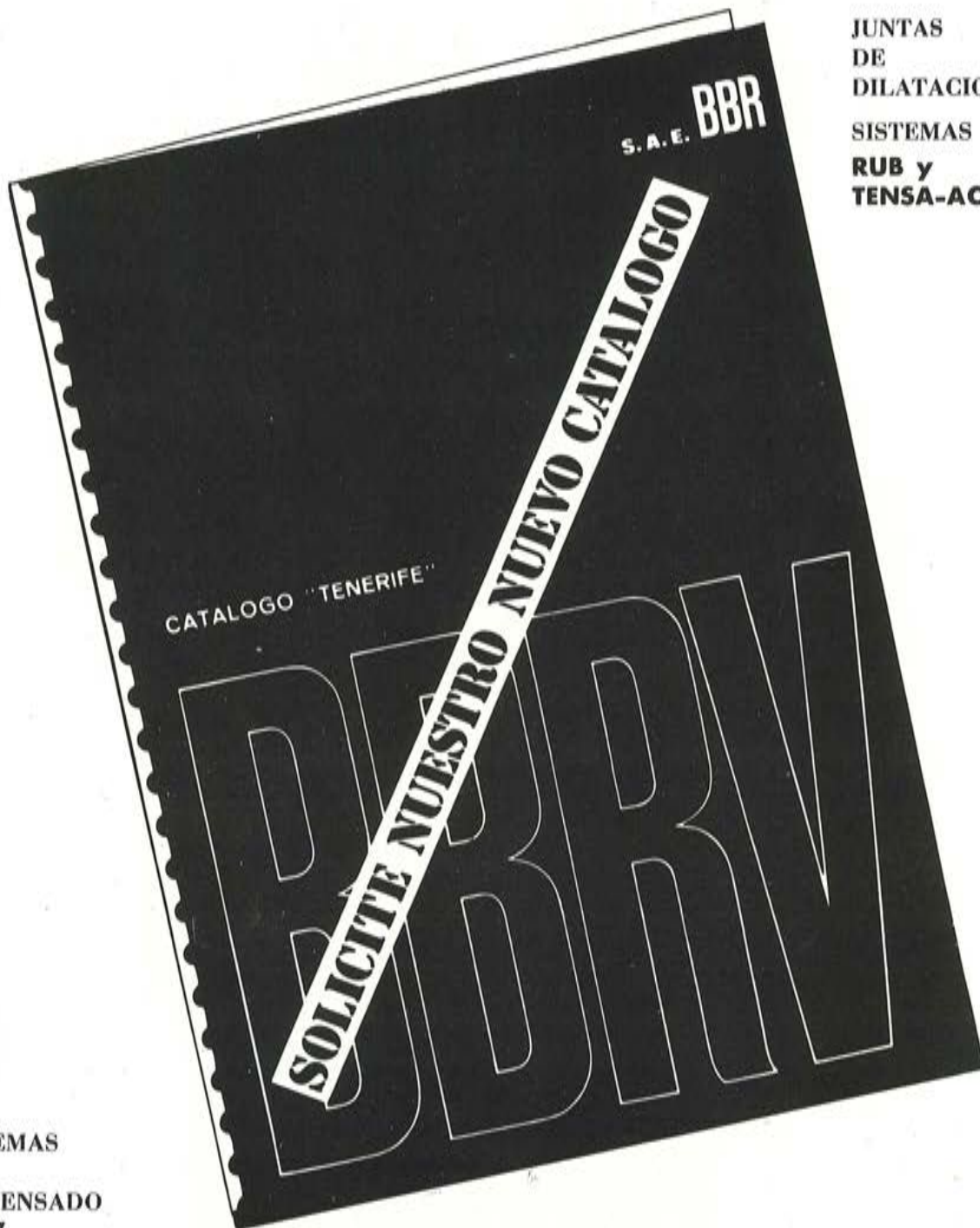
## AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren expresar su agradecimiento a las empresas Nueva Montaña Quijano, Echevarría y EMESA por la aportación gratuita del material preciso para esta investigación y a BBR por la colaboración prestada para recalcar cabezas en las probetas usadas para los ensayos de torsión alternada.

Finalmente, desean dejar constancia de que esta investigación se está desarrollando dentro de un amplio marco de colaboración entre un grupo representativo de los fabricantes de tuberías de hormigón y la Asociación de Investigación de la Construcción, que sufragan el capítulo económico, y agradecer al Instituto Eduardo Torroja y, en particular, al Dr. Ing. Alvaro García Meseguer, Director de la Investigación, por su constante apoyo y aliento. El resto de la financiación corre a cargo de un proyecto de investigación, sobre corrosión bajo tensión, de la Comisión Asesora de Investigación Científica y Técnica.

## REFERENCIAS

- DUMAS F., - Travaux (419) Abril 1966.
- FIP - Tentative recommendations. 10-31. Alternate bend test for steels for prestressing - *Materiaux et Constructions* 6, (335) 1973.
- GROUPE CORROSION DU COMITE MIXTE FIP - RILEM - CEB.- Comptes rendues; Mayo 1972, Junio 1972, Abril 1974, Septiembre 1974.
- LABORATORIO DES PONTS ET CHAUSSES - Essais d'armatures en acier á haute résistance pour constructions en béton précontraint par pré ou post tension. Essai de torsion alternée des fils d'acier pour armature de précontrainte - Ac. P-3 - Dunod 1971.
- STAEHLE R.W. et al. Fundamental aspects of stress corrosion cracking. - NACE - 1967.



JUNTAS  
DE  
DILATACION  
SISTEMAS  
RUB y  
TENSA-ACME

SISTEMAS  
DE  
PRETENSADO  
BBRV

S.A.E. **BBR**

OFICINAS:

Rosellón, 229, 1.º 2.º  
Teléfs. 227 46 49 / 227 88 24  
BARCELONA - 8

FABRICA:

Polígono Industrial Barcelonés, CN-II Km. 591,5  
Teléfs. 93/875 10 50 pedir 29 ó 31  
ABRERA (Barcelona)



París, 122, 2.º, 4.ª BARCELONA-11  
Tel. 321 64 39 - 321 78 09

# CALCULO E INGENIERIA DEL PREFABRICADO DE HORMIGON

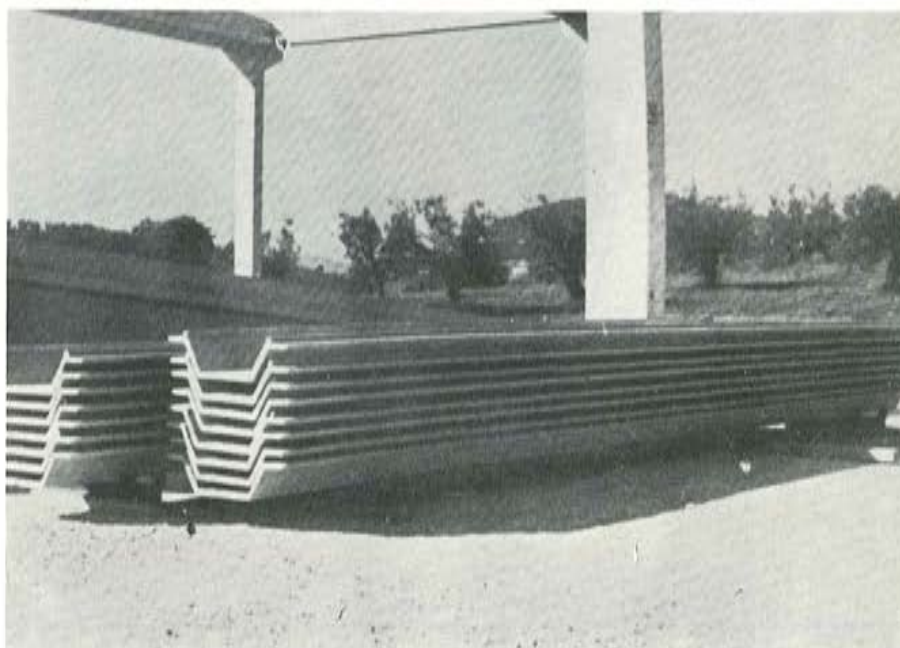
- **Proyectos de fábricas para la producción de elementos estructurales de hormigón**
- **Cálculo y diseño de estructuras prefabricadas**

## DISEÑOS PATENTADOS

**ESTRUCTURAS URANO Y TAU:** para naves industriales como evolución de la viga de doble pendiente

**ESTRUCTURA TITANO:** para naves industriales de grandes luces (24 ÷ 42 m)

**ESTRUCTURA ELE:** para la construcción de viviendas prefabricadas



PANEL DE CUBRICION DALLA: permite conseguir interejes de 12 m. Fabricación automatizada mediante el empleo de una máquina continua.

**París, 122 - 2.º 4.ª**  
**Via Tiziano, 19**

**BARCELONA-11**  
**20145 MILANO**

**Telfs. 321 64 39 - 321 78 09**  
**Telfs. 43 48 57 - 43 79 23**

## I JORNADAS NACIONALES DEL CONTROL DE LA CALIDAD EN LA CONSTRUCCION

Si en todos los campos de la actividad humana la calidad es una exigencia indiscutible e ineludible, en el caso particular de la Construcción tiene un carácter primordial. Debe tenerse en cuenta que, en casi todos los bienes producidos, una falta de calidad conduce a un mal funcionamiento. En la Construcción, ésto es así también; pero además, en bastantes casos, el mal funcionamiento de una construcción puede suponer accidentes que acarrearán pérdidas de vidas humanas.

A pesar de ello hay que reconocer que, hasta hace poco tiempo, el Control de Calidad en la Construcción en España, se encontraba en un estado que debemos calificar, al menos, de deficiente; y no sólo desde el punto de vista de su aplicación en la práctica, sino también en su aspecto doctrinal.

Entre las principales causas de esta situación podrían señalarse las siguientes:

- un desfase entre los avances en los métodos utilizados para el cálculo de las estructuras, y la efectividad de los controles de calidad realizados en las distintas etapas del proyecto, ejecución y conservación de las obras;
- los perfeccionamientos en las características de los materiales tradicionales y la aparición de nuevos materiales y nuevos métodos constructivos que hacen que la apreciación intuitiva de su calidad sea imposible;
- la exigencia de plazos de ejecución cada vez menores;
- la aparición de un elevado número de nuevos Constructores, carentes de la necesaria experiencia; y el obligado empleo, en casi todos los niveles, de personal insuficientemente capacitado;
- una acusada falta de conciencia de calidad en general, junto a una cierta resignación considerando la carencia de calidad como un defecto crónico e incurable.

Para luchar contra esta situación, hace ya algunos años, la Asociación Española para el Control de la Calidad creó el Comité de Construcción cuyo objetivo fundamental es difundir las técnicas y procedimientos que permiten garantizar que la obra que se desea construir cumplirá, al más bajo costo posible, los necesarios requisitos de seguridad, funcionalidad y durabilidad, entendida esta última en su más amplio sentido, es decir englobando en ella también los gastos de mantenimiento.

Justo es reconocer que los avances últimamente conseguidos en lo referente a la calidad de las Construcciones han sido importantes y, sobre todo, que se ha logrado una indudable mentalización general sobre la urgente necesidad de llegar a la implantación de un eficaz control de esa calidad. En la actualidad, desde la Administración hasta los usuarios, pasando por todas las escalas de técnicos que intervienen en el proyecto y ejecución de las obras, desean y exigen la realización del Control de Calidad en las Construcciones.

A la vista de estas circunstancias, el Comité de Construcción de la Asociación Española para el Control de la Calidad ha considerado oportuno reunir durante unos días, para estudiar dichos problemas, a todas aquellas personas que, de alguna manera, estén interesadas en los mismos.

A tal efecto, y en colaboración con la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Bilbao, ha organizado las I Jornadas Nacionales del Control de la Calidad en la Construcción.

Las sesiones se celebrarán, durante los días 31 de mayo a 3 de junio del próximo año 1977, en Bilbao, en los locales de la citada Escuela; y en ellas serán estudiados y discutidos los siguientes temas;

- El Control de Calidad en el proyecto.
- El Control de Calidad en la ejecución de:
  - a) Edificios urbanos e industriales.
  - b) Carreteras y autopistas.
  - c) Centrales nucleares.
- el Control de Calidad en la conservación de las construcciones.

Durante las Jornadas, las sesiones de trabajo se complementarán con la realización de varias visitas técnicas; y están así mismo programados diversos actos sociales, tanto para los participantes en las Jornadas como para sus acompañantes.

En fecha próxima se distribuirá la necesaria información sobre importe de las cuotas de inscripción, condiciones para la presentación de comunicaciones, programas detallados y demás datos complementarios.

Los interesados en participar en estas reuniones deberán dirigirse a:

Comité Organizador de las I Jornadas Nacionales  
del Control de la Calidad en la Construcción  
Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales  
Alameda de Urquijo s/n  
BILBAO-13

## REUNION DE LA COMISION DE PREFABRICACION DE LA F.I.P.

Durante los días 1 y 2 de noviembre de 1976 se ha reunido, en los locales del Instituto Federal Suizo de Tecnología, en Zurich (Suiza), la Comisión de Prefabricación de la Federación Internacional del Pretensado (F.I.P.). En esta reunión participaron 19 de los Miembros de la Comisión, procedentes de 12 distintos países europeos. La delegación española la formaban los representantes de la Asociación Técnica Española del Pretensado (A.T.E.P.), Sres. Calavera y Piñeiro. Asistió también por parte de España, y en calidad de observador, el Sr. González Valle.

Entre los temas tratados, destacan por su importancia los informes presentados sobre la marcha de los trabajos asignados a los diferentes Grupos de trabajo, y la programación de las actividades durante los meses próximos. El principal objetivo de esta programación consiste en preparar una serie de comunicaciones, sobre temas concretos, para su presentación en el próximo Congreso Internacional de la F.I.P. que habrá de celebrarse, en Londres, en 1978. Debe señalarse que, de conformidad con lo acordado por unanimidad en la reunión, una de estas comunicaciones, que versará sobre el problema de la resistencia a esfuerzo rasante en la superficie de contacto entre elementos pretensados prefabricados y el hormigón vertido in situ, en secciones compuestas, será presentada por uno de los Miembros españoles de la Comisión.

Además de las Sesiones de trabajo, se realizaron visitas al nuevo edificio del Departamento de Ingeniería Civil del mencionado Instituto Federal Suizo de Tecnología; a los edificios de aparcamientos del aeropuerto Zurich-Kloten, y a las obras del túnel ferroviario "Hagenholztunnel" que se está construyendo con un recubrimiento interior a base de grandes elementos prefabricados de hormigón.

La próxima reunión de la Comisión se celebrará en abril de 1977, probablemente en Delft (Holanda).

## ULTIMA PUBLICACION DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO A.T.E.P.

Atendiendo la petición formulada por un numeroso grupo de sus Miembros, la Asociación Técnica Española del Pretensado viene publicando una serie de "Manuales" o "Normas de buena práctica", en donde se recogen las recomendaciones que se estiman idóneas para una adecuada realización de las diversas operaciones que constituyen el proceso normal de ejecución de las obras pretensadas.

Dentro de ésta serie, acaba de ser editado el Manual H.P. 4-76, titulado:

### "RECOMENDACIONES PARA LA ACEPTACION Y UTILIZACION DE LOS SISTEMAS DE PRETENSADO PARA ARMADURAS POSTESAS"

en el cual, tanto los suministradores como los usuarios de los sistemas de pretensado encontrarán reunidos, todos los datos que les interesa conocer sobre los requisitos generales que tales dispositivos deben cumplir en cuanto a materiales, cálculo y utilización, así como los métodos de ensayo que les permitirán comprobar si se cumplen o no dichos requisitos.

La justificación del contenido de este Manual parece obvia. Todos los sistemas de pretensado, para su eficaz comportamiento deben satisfacer una serie de exigencias mínimas. De ahí el interés de contar con un texto en el que se regule su suministro, aceptación y utilización, y que contenga no sólo las prescripciones fundamentales que deben cumplir, sino también los métodos de ensayo utilizables para su comprobación, los límites entre los cuales deben estar comprendidos los resultados obtenidos en estos ensayos y la forma de interpretar dichos resultados.

Por otra parte, se considera que este texto puede permitir, en su día, llegar en nuestro país a la homologación, por quien corresponda, de los sistemas de pretensado utilizados, en forma análoga a como otras naciones vienen haciendo de acuerdo con lo preconizado por la Federación Internacional del Pretensado.

El precio de este Manual, de más de 60 páginas, es de 250.— pesetas (5 dólares para el extranjero). No obstante, como siempre, para los Miembros de la A.T.E.P. se han establecido unas condiciones económicas especiales, gracias a las cuales podrán adquirir, cuantos ejemplares deseen, al precio de 150,— pesetas cada uno (3 dólares para el extranjero).

Los interesados en esta nueva publicación, deberán dirigir sus peticiones a la:

Asociación Técnica Española del Pretensado  
Instituto Eduardo Torroja  
Apartado 19.002  
MADRID-33

Teniendo en cuenta el limitado número de ejemplares disponible, las solicitudes se irán atendiendo por riguroso orden de recepción, hasta que se agote la tirada.

## VII FERIA INTERNACIONAL DE LA CONSTRUCCION Y OBRAS PUBLICAS

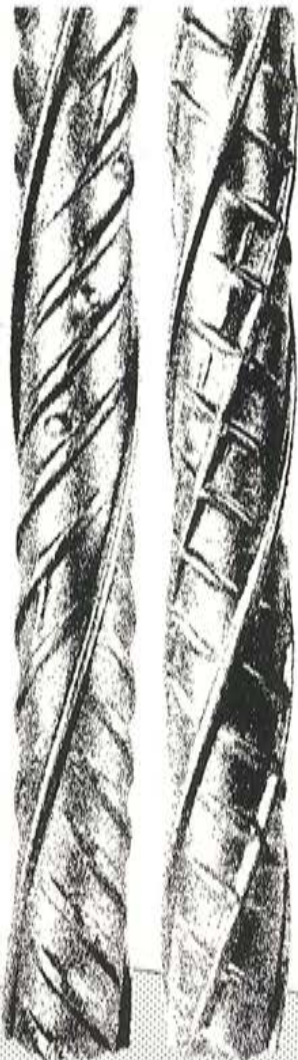
En la próxima primavera —del 21 de abril al 1 de mayo— tendrá lugar en el recinto madrileño de la Feria del Campo, la séptima Feria Internacional de la Construcción y Obras Públicas. En ella se exhibirá una amplia y variada gama de aquellos elementos, maquinaria, materiales y métodos que protagonizan la actividad constructora. Por lo pronto, FICOP-77 presenta a fabricantes, distribuidores y demás profesionales relacionados con el sector, la novedad de modificar las fechas de su celebración, recogiendo el deseo expreso de una gran mayoría de los participantes. Este cambio de fechas, sin duda el más apto para el desarrollo ferial de cara a la intensificación de los programas a realizar en la construcción y obras públicas, ha despertado entre los expositores un gran interés, según se refleja en los boletines de inscripción.

La Feria abarcará todo el espectro de técnicas, sistemas y materiales encaminados a incrementar la expansión de la producción, abaratar costes y acelerar el ritmo de las obras y comprenderá los siguientes grupos y secciones: Proyectos; maquinaria para la industria de construcción y trabajos subterráneos; materiales; ejecución de obras; instalaciones; la casa ideal y exhibiciones complementarias; instalaciones de enseñanza; complejos deportivos; zonas monumentales; parques y jardines; instalaciones agrícolas; construcción de fábricas.

En la última edición de la Feria tomaron parte cerca de 900 expositores, de los cuales unos 250 fueron extranjeros. Se habilitaron 250.000 metros cuadrados, visitaron el certamen más de 175.000 personas y el volumen de transacciones se elevó a unos 3.000 millones de pesetas.



**La marca  
que ha dado  
nombre  
a un acero.**



**\* POR EXPERIENCIA**

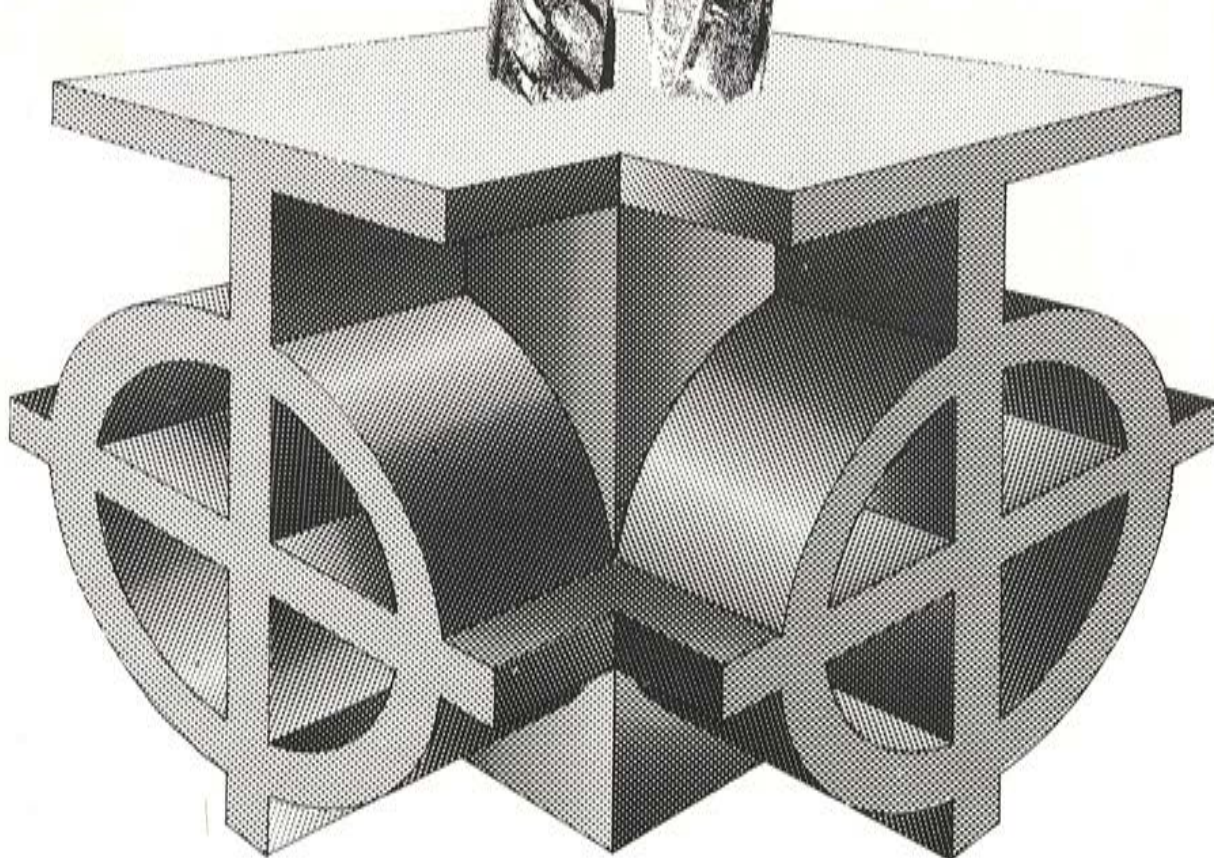
Desde 1947 TETRACERO es líder constante del mercado del acero.

**\* POR CALIDAD**

TETRACERO siempre más allá de las normas oficiales de control y atención a la calidad.

**\* POR BUEN SERVICIO**

Con su extensa red de distribución TETRACERO satisface rápidamente sus necesidades en cualquier punto de España.



**tetracero**

**La primera marca de acero corrugado para armar hormigón.**

Fuencarral, 123 - Tels. 447 93 00-04-08 - Madrid-10



**asociación técnica  
española del pretensado**