hormigón y ACERO

nº 133

ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO.

DECLARADA DE UTILIDAD PUBLICA CON FECHA 4-3-77

INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO.

COSTILLARES (CHAMARTIN). MADRID-33.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de **"Miembro Protector"**, a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de **"Miembro Protector"** los que a continuación se indican, citados por orden alfabético.

AGRUPACION DE FABRICANTES DE CEMENTO DE ESPAÑA.— Velázquez, 23. Madrid-1.
AGUSTI, S.A.— Carretera de Barcelona, 36. Gerona.
ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).— Orense, 10. Madrid-20.
CAMARA, S.A.— Paseo de San Vicente, 4. Valladolid.
CAMINOS Y PUERTOS, S.A.— J. Lázaro Galdiano, 4. Madrid-16.
CANTERAS Y AGLOMERADOS, S.A.— (CYASA-PPB).— Pintor Fortuny, 3. Barcelona-1.
CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.A.— Grijalba, 9. Madrid-6.
CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE O.P. CENTRO BIBLIOGRAFICO.— Alfonso XII, 3. Madrid-7.
CENTRO DE TRABAJOS TECNICOS, S.L.— Aribau, 186. Barcelona-21.
DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.— Avda. de América, 22. Madrid-2.
ELABORADOS METALICOS, S.A.— Apartado 553. La Coruña.
ESTRUCTURAS Y GEOTECNIA BAUER, S.A.— Pintor Juan Gris, 5. Madrid-20.
E.T.S. INGENIEROS DE CAMINOS.— Jorge Girona Salgado, 31. Barcelona-17.
EUROPEA DE INYECCIONES, S.A. (EURINSA).— López de Hoyos, 13. Madrid-6.
FOMENTO DE OBRAS Y CONSTRUCCIONES, S.A.— Balmes, 36. Barcelona-7.
FORJADOS DOMO.— Hermosilla, 64. Madrid-1.
FREYSSINET, S.A.— General Perón, 24. Madrid-20.
HEREDIA Y MORENO, S.A.— Princesa, 3. Madrid-8.
HIDROELECTRICA DE CATALUÑA, S.A.— Archs, 10. Barcelona-2.
HIFORCEM.— Apartado 41. Sevilla.
HORMIGONES GERONA, S.A.— Ronda San Antonio María Claret, 12. Gerona.
IBERING, S.A.— Plaza Gala Placidia, 5-7. Barcelona-6.
INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.— Portal de Gamarra, 46. Vitoria.
INGENIERO JEFE DE LA SECCION DE ESTRUCTURAS Y TUNELES.— Ministerio de O.P. y Urbanismo. Dirección General de Carreteras. Madrid-3.
INTECSA.— Orense, 70. Madrid-20.
INTEMAC.— Monte Esquinza, 30. Madrid-4.
JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA.— Zurbano, 41. Madrid-10.
LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES.— Alfonso XII, 3. Madrid-7.
MEDITERRANEA DE PREFABRICADOS, S.A.— Apartado, 34. BENICARLO (Castellón).
NEXOR, S.A.— Dato, 18-1.º. Vitoria.
NUEVA MONTAÑA QUIJANO, S.A.— Fábrica de Forjas de Buelna. LOS CORRALES DE BUELNA (Santander).
PACADAR, S.A.— Hermosilla, 57. Madrid-1.
PRELOAD SISTEMAS, S.A.— Avenida del Generalísimo, 30. Madrid-16.
PRENSOLAND, S.A.— Calle Industria, s/n. SAN MARTIN DE CENTELLAS (Barcelona).
PROCEDIMIENTOS BARREDO.— Raimundo Fernández Villaverde, 45. Madrid-3.
S.A.E. BBR.— Polígono Industrial Barcelonés. Calle Carrero Blanco, s/n. ABRERA (Barcelona).
S.A. ECHEVARRIA.— Apartado 46. Bilbao-8.
TECNICAS DEL PRETENSADO, S.A. (TECPRESA).— Velázquez, 105. Madrid-6.
TRENZAS Y CABLES DE ACERO, S.A.— Monturiol, 5. SANTA MARIA DE BARBARA (Barcelona).
VICENTE PEIRO FAYOS.— Quintana, 26. Madrid-8.

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las empresas citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Son Instituciones Miembros Correspondientes del Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento

La Pontificia Universidad Católica de Chile (Santiago de Chile).

La Facultad de Arquitectura de la Universidad del Valle de Calí (Colombia).

El Departamento de Ingeniería de la Universidad Nacional del Sur. Bahía Blanca (República Argentina).

La Facultad de Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica del Perú (Lima).

La Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela (Caracas).

La Facultad de Ingeniería de la Universidad Católica de Córdoba (República Argentina).

La Facultad de Arquitectura y Urbanismo. Universidad de Chile (Santiago de Chile).

El Instituto de la Construcción de Edificios de la Facultad de Arquitectura. Montevideo (Uruguay).

El Instituto Nacional de Tecnología Industrial. Buenos Aires (República Argentina).

La Facultad de Arquitectura de la Universidad Nacional de Colombia (Medellín).

La Universidad Autónoma - Guadalajara, Jalisco (México).

El Departamento Técnico y Laboratorios de Aprovence, Caracas (Venezuela).

El Instituto de Ingeniería Civil de la Facultad de Ingeniería y Agrimensura de la Universidad de la República del Uruguay (Montevideo).

El Centro Impulsor de la Habitación, A.C., de México.

El Departamento de Investigación de la Dirección General de Tecnología del Ministerio del Bienestar Social de la República Argentina (Buenos Aires).

El Departamento de Obras Civiles de la Universidad de Chile (Santiago de Chile).

El Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, A.C. - IMCYC (México).

La Escuela Politécnica del Ejército. Facultad de Ingeniería Civil. Av. Colombia y General Paz y Miño. Quito (Ecuador).

La Universidad de Cuenca. Facultad de Arquitectura. Cuenca (Ecuador).

El Instituto de Pesquisas Tecnológicas de Sao Paulo (Brasil).

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO
INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO

hormigón y acero

nº. 133

4.º trimestre 1979.

CUOTAS ANUALES

CATEGORIAS	ESPAÑA Pesetas	EXTRANJERO Dólares U.S.A.
Miembros protectores	10.000,–	175,–
Miembros colectivos	4.000,–	70,–
Miembros Personales (que no sean Socios Adheridos del I.E.T.)	1.000,–	18,–
Miembros Personales Adheridos (que sean Socios Adheridos del I.E.T.)	500,–	9,–

Ni la Asociación ni el Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, se hacen responsables del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocinen su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

APARTADO 19.002 - COSTILLARES - CHAMARTIN - MADRID - 33

Depósito Legal: M-853-1958
Imprime: ACOR, S.A.- M. Hernández, 50 - MADRID
ISSN: 0439-5689

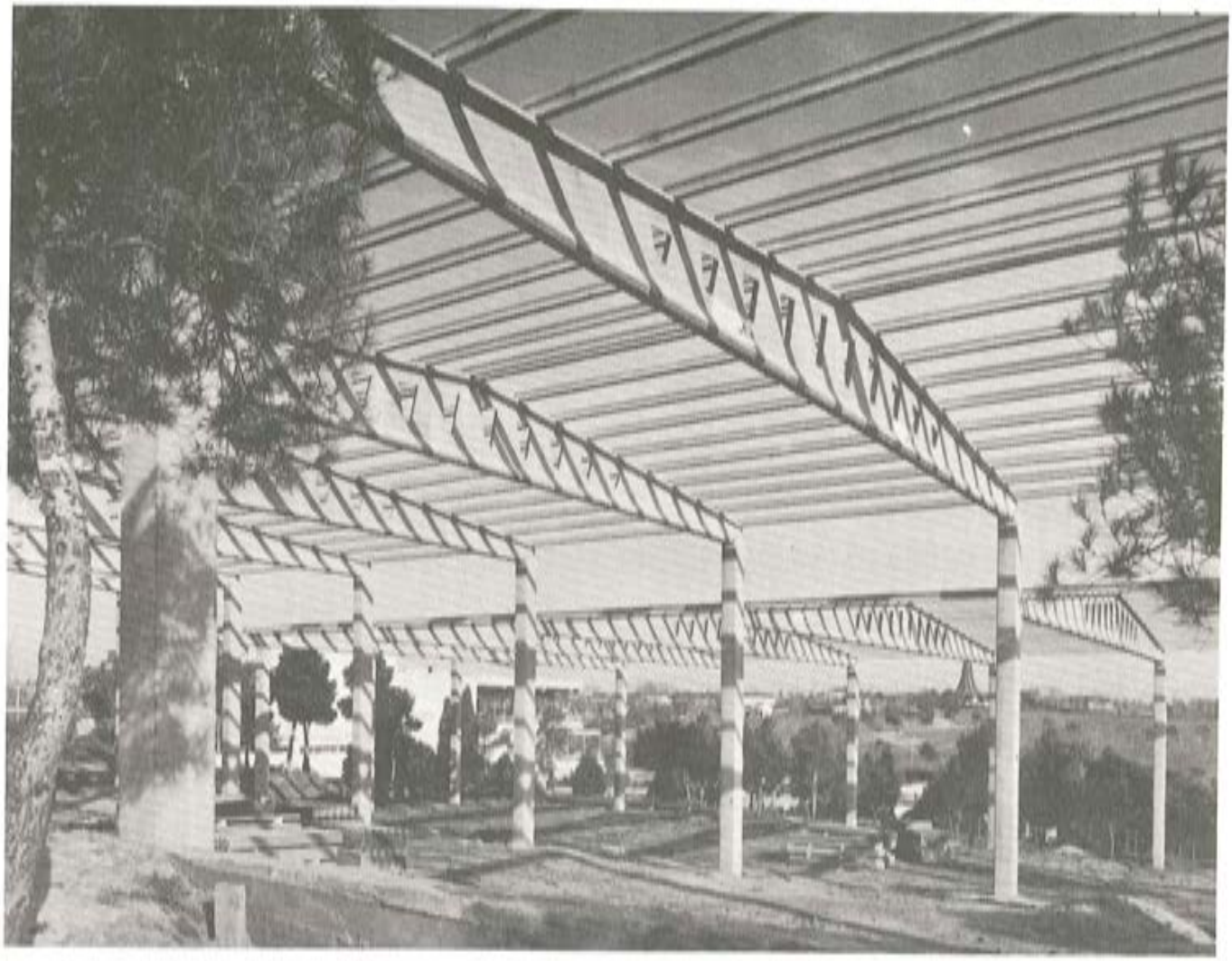
Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

PREFABRICACION LIGERA Y PESADA

ALVISA

PREFABRICADOS ALBAJAR

PUENTES - NAVES INDUSTRIALES - FORJADOS
BOVEDILLAS - LADRILLOS - TEJAS - TUBOS DRENAJE



Estructura de cubierta a varios niveles en Las Lomas-El Bosque, prefabricada y montada incluso pilares, por ALVI, S.A. Anchura de cada nave: 25,00 m.

FABRICAS:

HUESCA: Paseo Lucas Mallada, s/n. - Teléfono 22 39 00 (cinco líneas). (Casa central.)
MONZON: Carretera de Lérida - Teléfono 40 07 80.
GRAÑEN: Carretera de Huesca - Teléfono 27.
MADRID: Carretera de Toledo, Km. 7,300 - Teléfono 695 25 68.
ZARAGOZA: Avda. de Marina Moreno, 31 - Teléfono 23 75 02 3. (Comercial zona norte.)
MADRID: Carretera de Torrejón a Loeches, Km. 4,200 - Teléfono 675 04 50. TORREJON DE ARDOZ.
Fábricas: Carretera de Toledo, Km. 7,300 - Teléfono 695 25 68. GETAFE.
Oficinas: Orense, 10 - Teléfono: 455 05 35/6/7. MADRID-20.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Comité de Redacción
de la Revista
Hormigón y Acero

ARENAS, Juan José
AROCA, Ricardo
BARREDO, Carlos
CUVILLO, Ramón del
CHUECA, Rafael
ELICES, Manuel
FERNANDEZ TROYANO, Leonardo
FERNANDEZ VILLALTA, Manuel
FISAC, Miguel
JODAR, Juan
JULIA, Manuel
LLOMBART, José Antonio
MANTEROLA, Francisco Javier
MONEO, Mariano
MORENO TORRES, Juan
PIÑEIRO, Rafael
ROMERO, Rafael
SANCHEZ CASTRO, Carlos
SANCHEZ GALVEZ, Vicente

hormigón y acero

nº. 133

índice

Pág.

457-0-66 **Comprobación de una sección rectangular de hormigón armado con ayuda de una calculadora programable HP-67** 9
Vérification d'une section rectangulaire en béton armé à l'aide d'une calculatrice programmable HP-67.
Design of a reinforced concrete rectangular section by means of a programmable calculator HP-67.
Alfonso Recuero y José Pedro Gutiérrez.

457-0-67 **Una expresión simplificada de la matriz de rigidez de la barra prismática de directriz circular** 19
Une expression simplifiée pour la matrice de rigidité d'une barre prismatique à directrice circulaire.
A simplified expression for the stiffness matrix of prismatic curved bars.
A. Samartín y J. R. González Cangas.

457-0-68 **Bases para un nuevo método de elementos finitos** 35
Fondements pour une nouvelle méthode d'éléments finis.
Basis for a new calculation method finite element.
José Mª Urcelay.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Pág.

457-8-71 **Tolerancias en estructuras de hormigón** .. 55
Tolérances dans les structures du béton.
Tolerances in concrete structures.

457-8-73 **Ensayo a flexión de vigas de hormigón de áridos ligeros** 67
Essai à flexion de poutres en béton de granulats légers.
Bending test on lightweight aggregate concrete beams.
Javier Alonso Gómez.

457-8-74 **Comentario al Título 2°, "De la realización del proyecto", de la Instrucción E.P.-77** 89
Observation sur le 2ème titre, "De la réalisation du projet", de l'Instruction E.P.-77.
Note on the 2nd. title "The design development of Code E.P.-77.
J.A. Torroja.

591-0-31 **Comportamiento sísmico de estructuras aporticadas prefabricadas pretensadas: Estudio experimental de uniones exteriores viga-columna** 105
Comportement sismique de structures portiquées préfabriquées précontraintes: Etude experimentale d'embranchements exterieures poutre-poteau.
Seismic behaviour of prestressed precast framed structures: Experimental study on external beam-column junctions.
Hugo Corres, J.A. Alvarez Baleriola y Rafael Fernández.

591-2-153 **Los puentes pretensados en el último Congreso de la FIP (Londres, 1978). Continuación** 127
Les ponts en béton précontraint dans le dernier Congrès de la FIP (Londres, 1978). Suite.
Prestressed concrete bridges at the last FIP Congress (London, 1978). Continuation.
Carlos Fernández Casado.

628-0-45 **Extrapolación de las pérdidas de pretensado por relajación en aceros envejecidos.** 133
Extrapolation des pertes de précontrainte par rélaxation dans les aciers viellis.
Extrapolation of prestressing losses due to relaxation of ageing steels.
V. Sánchez Gálvez.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

RELACION DE EMPRESAS QUE EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO, FIGURAN INSCRITAS EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO, COMO "MIEMBROS COLECTIVOS"

ESPAÑA

AEDIUM, S.A.– Basauri (Vizcaya).
AGROMAN, S.A.– Madrid.
AGRUPACION HELMA-BOKA.– Cádiz.
AGRUPACION NACIONAL DE LOS DERIVADOS DEL CEMENTO.–Madrid.
ALBISA, S.A.–Algeciras (Cádiz).
ARIDOS LIGEROS, S.A.–Madrid.
AUTOPISTAS DEL ATLANTICO-CESA.–La Coruña.
AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.–Barcelona.
AZMA, S.A.–Madrid.
BIGUETES, S.L. Elche.–Alicante.
BUTSEMS, S.A.–Madrid.
CAMARA OFICIAL DE COMERCIO, INDUSTRIA Y NAVEGACION.–Barcelona.
CASA GARGALLO, S.A.–Madrid.
CASTRO HERMANOS, S.L.–Mislata (Valencia).
CEMENTOS MOLINS, S.A.– Sant Vicenc dels Horts (Barcelona).
CENTRO DE ESTUDIOS CEAC.–Barcelona.
CENTRO TECNICO DE CALCULO, S.A.–CETECSA. Gijón (Oviedo).
CIDESA, CONSTRUCCION INDUSTRIAL DE EDIFICIOS, S.A.–Barcelona.
CIMENTACIONES ESPECIALES, S.A.–Madrid.
COLEGIO DE INGENIEROS TECNICOS DE OBRAS PUBLICAS.–Madrid.
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES.–La Coruña.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CANARIAS. DEPARTAMENTO LABORATORIOS.–Sta. Cruz de Tenerife.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.–Bilbao.
COLEGIO OFICIAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.– Málaga.
CONSTRUCCIONES BIGAR, S.L.– Aranda de Duero (Burgos).
CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.–Madrid.
CONSTRUCTORA MAXACH, S.A.–Madrid.
CONTROLEX.–Alicante.
COTESA, COLOCACIONES TECNICAS, S.A.–Barcelona.
CUBIERTAS M.Z.O.V., S.A.–Barcelona.
CUBIERTAS M.Z.O.V., S.A.–Madrid.
CUMBRE MODULAR, S.A.–Barcelona.
DIRECCION GENERAL DE EMPLEO Y PROMOCION SOCIAL – BIBLIOTECA (SEAF-PPO).–Madrid.
DIRECCION GENERAL FORTIFICACIONES Y OBRAS. MINISTERIO DEL EJERCITO.–Madrid.
DITECO, S.L.–Valencia.
ELABORADOS DE HORMIGON, S.A.–Burgos.
ELEMENTOS ESTRUCTURALES PREFABRICADOS (EEPSA).–Manresa(Barcelona).
EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA (AUXINI).–Madrid.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

ENAGA, S.A.– Madrid.
ESTEBAN ORBEGOZO, S.A.–Zumárraga (Guipúzcoa).
ESTUDIO PREST.–Barcelona.
ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A.–Madrid.
E.T.S. DE ARQUITECTURA.–Barcelona.
E.T.S. DE ARQUITECTURA.–Sevilla.
EUROESTUDIOS, S.A.–Madrid.
FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.–Madrid.
FORJADOS DOL.–Esquivias (Toledo).
FORMO, S.A.–Barcelona.
GIJON E HIJOS, S.A.–Motril (Granada).
GOMHERSA.–Talavera de la Reina (Toledo).
HERRING LEVANTE, S.A.–Valencia.
HIDAQUE, S.A.–Granada.
HORMIGONES GERONA, S.A.–Gerona.
HORMYCER, S.L.–Madrid.
HORSA, S.A.–Viladecans (Barcelona).
HUARTE Y CIA, S.A.–Madrid.
IBERDUERO, S.A.–Bilbao.
IBERDUERO, S.A. (CENTRO DE DOCUMENTACION).–Bilbao.
IDASA, INGENIERIA DEL ATLANTICO, S.A.–La Coruña.
INBADELCA, S.A.–Baracaldo (Vizcaya).
INDUSTRIAS DEL CEMENTO, VIGUETAS CASTILLA, S.A.–Sestao (Vizcaya).
INDUSTRIAS VEYGA, S.A.– Tarrasa (Barcelona).
INFORMES Y PROYECTOS, S.A. (INYSA).–Madrid.
INGENIERIA Y CONSTRUCCIONES SALA AMAT, S.A.–Barcelona.
INSTITUTO NACIONAL DE REFORMA Y DESARROLLO AGRARIO.–Madrid.
JEFATURA PROVINCIAL DE CARRETERAS.–Valencia.
3ª JEFATURA REGIONAL DE CARRETERAS. SERVICIO DE CONSTRUCCION.–Bilbao.
5ª JEFATURA REGIONAL DE CARRETERAS.–Barcelona.
JOSE MARIA ELOSEGUI CONSTRUCCIONES.–San Sebastián.
JULIAN ARUMI, S.L.–Vich (Barcelona).
JUNTA DEL PUERTO DE ALMERIA.–Almería.
LA AUXILIAR DE LA CONSTRUCCION.–Sta. Cruz de Tenerife.
LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.–Madrid.
LABORATORIO GEOCISA. BIBLIOTECA.–COSLADA (Madrid)
LABORATORIO DEL TRANSPORTE Y MECANICA DEL SUELO.–Madrid.
LAING IBERICA, S. A.–Madrid.
LIBRERIA RUBIÑOS.–Madrid.
LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).–Castellón de la Plana.
MAHEMA, S. A.–Granollers (Barcelona).
MATERIALES PRETENSADOS, S.A. (MATENSA).–Madrid.
MATERIALES Y TUBOS BONNA, S.A.–Madrid.
MATUBO, S.A.–Madrid.
MECANOGUMBA, S.A.–Mollet del Vallés (Barcelona).
OTEP INTERNACIONAL, S.A.–Madrid.
POSTELECTRICA, S.A.–Palencia.
POSTENSA, S.A.–Bilbao.
PRAINSA.–Zaragoza.
PREBETONG CANARIA, S.A.–Sta. Cruz de Tenerife.
PREFABRICADOS ALAVESES, S.A. (PREASA).Vitoria.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).– León.
PREFABRICADOS DEL HORMIGON, S.A. CUPRE-SAPRE.– Valladolid.
PREFABRICADOS NAVARROS, S.A.– Olazagutia (Navarra).
PREFABRICADOS NOR-THOM, S.A.– Valladolid.
PREFABRICADOS POUSA, S.A.– Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).
PRETENSADOS AEDIUM, S.L.– Mutilva Baja (Navarra).
PRODUCTOS DERIVADOS DEL CEMENTO, S.A. HORTE. Valladolid.
PROFESA.– Barcelona.
PROTEC, S.L.– Gijón (Oviedo).
REALIZACIONES Y ESTUDIOS DE INGENIERIA, S.A.– Pinto (Madrid).
RENFE.– Madrid.
RUBIERA MAHER, S.A.– Las Palmas de Gran Canaria.
RUBIERA PREFLEX, S.A.– Gijón (oviedo).
RUBIERA R.L.M. "SOTECSA".– Gijón (Oviedo).
SAINCE.– Madrid.
SENER, S.A.– Las Arenas (Vizcaya).
SERVICIO DE ESTUDIOS TECNOLOGICOS-MOPU.– Madrid.
SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.– Barcelona.
SIKA, S.A.– Madrid.
SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.–Madrid.
SOCIEDAD ANONIMA FERROVIAL.– Madrid.
SOCIEDAD ANONIMA MATERIALES Y OBRAS.– Valencia.
SOCIEDAD FRANCO ESPAÑOLA DE ALMBRES, CABLES Y TRANSPORTES AEREOS, S.A.– Erandia (Bilbao).
SUBDIRECCION GENERAL DE TECNOLOGIA.– Sección de Documentación Normativa.– Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo.– Madrid.
TEJERIAS "LA COVADONGA".– Muriedas de Camargo (Santander).
TEPSA.– Tarrasa (Barcelona).
TOSAM, S.L.– Segovia.
TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPSA).– Madrid.
TUBOS BORONDO.– Madrid.
UNION MADERERA CACEREÑA, S.L.– Cáceres.
VALLEHERMOSO, S.A.– Madrid.
VALLEHERMOSO, S.A.– San Juan de Aznalfarache (Sevilla).
VIAS Y OBRAS PROVINCIALES.– San Sebastián.
VIGAS REMARRO.– Motril (Granada).
VIGUETAS ASTURIAS, S.L.– Oviedo.
VIGUETAS ROSADO, S.A.– Cáceres.

EXTRANJERO

BIBLIOTECA DE LA FACULTAD DE INGENIERIA.–Universidad de Buenos Aires. Buenos Aires. Argentina.
BIBLIOTECA-UNIVERSIDAD CATOLICA.–Quito (Ecuador).
B.K.W.Z. "RUCH".–Warszawa (Polonia).

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

CENTRO NACIONAL DE DOCUMENTACION CIENTIFICA Y TECNOLOGICA.– La Paz. (Bolivia).
ELECTRICIDADE DE PORTUGAL EDP.– Lisboa-3 (Portugal).
ESCUELA DE CONSTRUCCION CIVIL.– Valparaiso (Chile).
FACULTAD DE INGENIERIA. BIBLIOTECA.– Caracas (Venezuela).
INSTITUTO DE MATERIALES Y SUELOS.– Facultad de Ingeniería y Arquitectura. Universidad Nacional de San Juan.– Rep. Argentina.
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.– Luanda (Rep. P. de Angola).
SCIENCE REFERENCE LIBRARY.– Londres (Inglaterra).
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES. FACULTAD DE INGENIERIA.– Mérida (Venezuela).
UNIVERSIDAD CATOLICA MADRE Y MAESTRA.– Santiago de los Caballeros (República Dominicana).
UNIVERSIDAD DE CHILE. (Departamento de Tecnologías). Valparaiso (Chile).
UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTAMARIA.– Valparaiso (Chile).
VIPRET, S.A.I.C. Buenos Aires. República Argentina.

AVISO IMPORTANTE

DISCUSION DE LOS ARTICULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA "HORMIGON Y ACERO"

Todos los artículos originales que se publican en "Hormigón y Acero", quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002, Madrid-33, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestando todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Comprobación de una sección rectangular de hormigón armado con ayuda de una calculadora programable HP - 67

Alfonso Pecuero Fornies
José Pedro Gutiérrez Jiménez
Instituto Eduardo Torroja

RESUMEN

Se presenta un programa, para la calculadora programable de bolsillo HP-67, que permite estudiar las situaciones de agotamiento en una sección rectangular de hormigón armado con dos capas de armadura, de acuerdo con lo especificado en la Instrucción EH-73.

Definida la sección a estudiar, permite calcular puntos del diagrama de interacción M-N, dando como dato de entrada: o bien el axil N, y calculando en tal caso el momento M, que junto con N agota la sección, y la profundidad X de la fibra neutra correspondiente; o bien la profundidad X de la fibra neutra, calculando en tal caso el axil N y el momento M que conjuntamente agota la sección.

Permite además definir todos los valores en la sección deformada, tales como: tensiones, deformaciones, fuerzas absorbidas por las armaduras, etc.

Entre las opciones figura la posibilidad de fijar la máxima deformación del acero en tracción, con lo cual se pueden estudiar aquellos casos en los que por presentarse problemas de adherencia no pueda adoptarse el valor de 10 milésimas para dicha deformación.

Incluye una documentación completa del programa, que comprende las bases teóricas en que se funda, una descripción completa de datos, operaciones y resultados, un ejemplo de aplicación y un listado comentado.

1. INTRODUCCION

Las calculadoras programables de bolsillo se han convertido en una herramienta habitual de trabajo para los técnicos, gracias a su coste relativamente bajo y a la facilidad de su manejo. Por esta razón consideramos que resulta de interés la difusión de programas para tales calculadoras, que permitan al proyectista obtener el máximo provecho de ellas.

En el presente artículo, se describe un programa para la calculadora programable HP-67 con tarjeta magnética, que puede resultar de gran utilidad para la comprobación de secciones rectangulares, o asimilables a ellas, de hormigón armado. El programa está contenido en una sola tarjeta magnética y su empleo es sencillo.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Para la realización del programa se ha tenido en cuenta lo especificado en la Instrucción española para Proyecto y Ejecución de Obras de Hormigón en masa o armado, IEH-73, en lo referente a diagramas tensión deformación de los materiales, máximas deformaciones admisibles en los mismos, y modo de determinar el plano de deformación de la sección para los distintos pivotes.

2. DEFINICION DE LA SECCION Y DE LOS MATERIALES

Se supone una sección rectangular de dimensiones b por h, con dos capas de armaduras de secciones A'_s y A_s, situadas a profundidades d' y d respectivamente, tal como se indica en la figura 1.

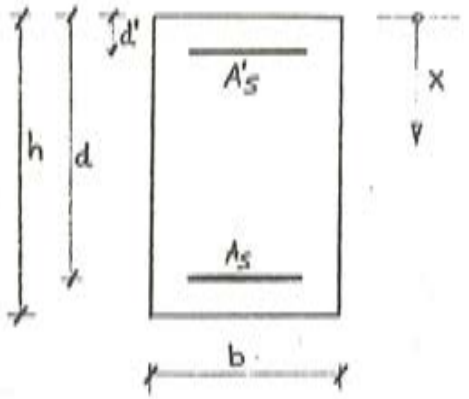


Fig. 1.

El hormigón, de resistencia características f_{ck} y resistencia de cálculo f_{cd}, se supone que sigue una ley de tensión deformación dada por un diagrama parábola rectángulo tal como se indica en la figura 2.

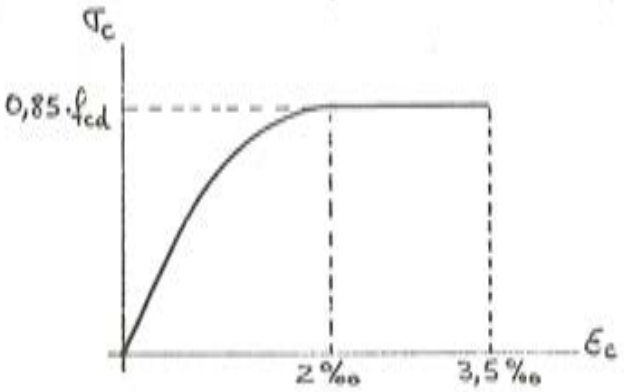


Fig. 2.

El acero, de dureza natural, y con una resistencia característica f_{yk} y de cálculo f_{yd}, se supone que sigue una ley de tensión deformación tal como se indica en la figura 3.

La deformación última del acero en tracción puede ser fijada.

El valor de la deformación máxima admisible del acero en tracción e_{su} se fija normalmente en 10 milésimas. En caso de no ser dada, el programa toma automáticamente este valor.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

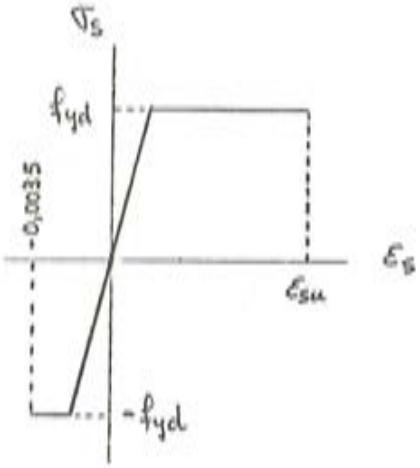


Fig. 3.

Sin embargo, en algunos casos puede tenerse que utilizar otro valor de ϵ_{su}, por ejemplo cuando se presentan problemas de adherencia debido a una mala calidad del hormigón.

3. METODO DE CALCULO

El procedimiento usado en el programa consiste en: dada una profundidad X de la fibra neutra, determinar, de acuerdo con el diagrama de pivotes indicado en la figura 4, el plano de deformaciones que agota la sección, cuya ecuación es $\epsilon = ax + b$. En función de estas deformaciones, se determinan las tensiones en el acero y en el hormigón, y se calcula el axil y momento resultantes.

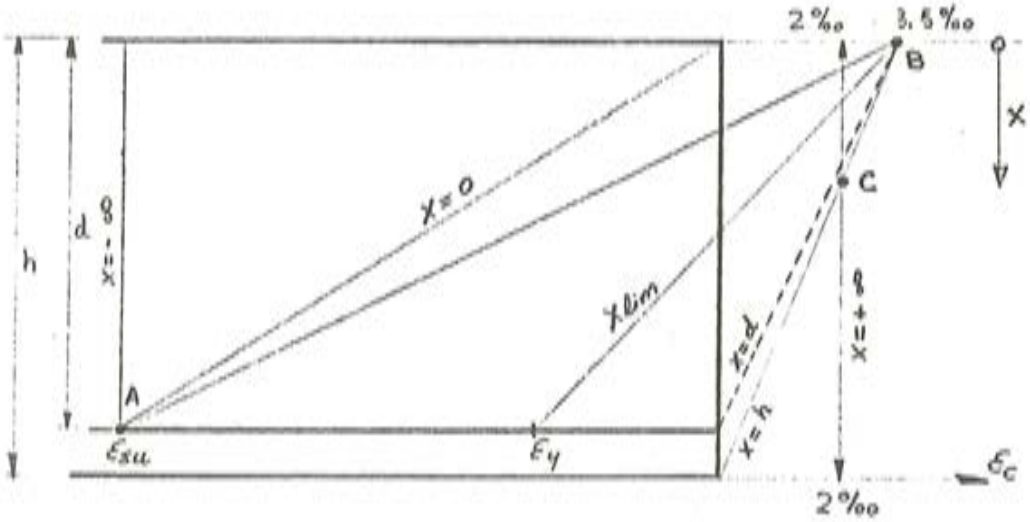


Fig. 4.

Para el cálculo de la resultante de tensiones en el hormigón, se divide la zona de compresión en 10 fajas de igual altura. La tensión media del hormigón en la faja se considera que corresponde a una fibra situada al 60 por 100 de profundidad en dicha faja, y se sitúa la resultante de dicha faja en el centro de la misma.

En el caso en que el dato suministrado sea el axil N, para determinar la posición de la fibra neutra se utiliza el método iterativo "Regula Falsi", tomando como valores iniciales

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

para la iteración los valores X = 0 y la X correspondiente al paso del pivote A al pivote B, que en el caso de ser ϵ_{su} = 10 milésima, vale 7/27 d. El proceso se continua hasta que el axil resultante difiere del axil dato en menos de 10 Kp.

4. DESCRIPCION DE LOS DATOS

Los datos que describen la sección se introducirán en la calculadora como se indican a continuación:

Borrado de registros. f - CLREG

Introducir:

1 - Canto total, h, en cm, pulsar STO 1.

2 - Profundidad, d', de la armadura A'_s, en cm, pulsar STO 2.

3 - Profundidad, d, de la armadura A_s, en cm, pulsar STO 3.

4 - Area de la armadura A'_s en cm², pulsar STO 4.

5 - Area de la armadura A_s en cm², pulsar STO 5.

6 - 0,85 x f_{cd} x b, en $M_p/cm^2 \times cm$, pulsar STO 6.

7 - f_{yd} en M_p/cm^2, pulsar STO 7.

8 - ϵ_{su} en milésimas.

Pulsar STO D. Si se omite este dato, se supone que es 10 milésimas.

Con la introducción de estos datos, que puede realizarse en cualquier orden, queda definida la sección.

Ahora se presentan dos opciones:

Primera opción

Dado N calcular M.

Para ello se tecleará el valor N en M_p, positivo si es de tracción, negativo si es de compresión, y se pulsará la tecla A.

Segunda opción

Dado X (profundidad de la fibra neutra) calcular N y M.

Para ello se tecleará X en cm, positivo si es por debajo de la fibra superior de la sección y negativo si es por encima, y se pulsará la tecla E.

5. RESULTADOS

En la primera opción, tras teclear N y pulsar A, cuando la calculadora se detenga presentará en el visor el valor del momento expresado en $M_p \cdot m$.

En la segunda opción, tras teclear X y pulsar E, cuando la calculadora se detenga aparecerá en el visor el axil N expresado en M_p.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Pulsando la tecla R/S aparecerá inmediatamente el valor de M en $M_p \cdot m$.

Una vez terminado cualquiera de estos cálculos, pueden obtenerse una serie de resultados adicionales, tal como se expresa a continuación. Hay que señalar que los datos de descripción de la sección no han sido alterados y pueden recuperarse mediante la instrucción RCL adecuada. Además los coeficientes a y b de la ecuación del plano de deformación, están respectivamente en los registros A y B.

Máxima deformación del hormigón ($X = 0$)

Pulsar RCL B.

Deformación de la sección para una profundidad x cualquiera

Teclear x, RCL A, X, RCL B, +

Deformación en la armadura A_s'

RCL 2, RCL A, X, RCL B, +

Deformación en la armadura A_s

RCL 3, RCL A, X, RCL B, +

Tensión en la armadura A_s'

RCL 2, f a

Tensión en la armadura A_s

RCL 3, f a

Producto de la tensión del hormigón por el ancho de la sección a una profundidad x

Teclear x, f b

Profundidad de la fibra neutra

RCL B, CHS, RCL A, ÷

Las deformaciones se expresan en milésimas, y son positivas si son de compresión y negativas si son de tracción.

Las profundidades se expresan en cm.

Las tensiones se expresan en M_p/cm^2, y serán positivas si son de tracción y negativas si son de compresión.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

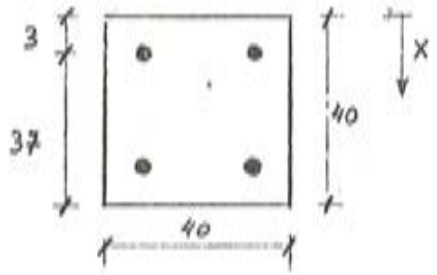


Fig. 5.

6. EJEMPLO

Consideramos la sección de la figura 5 con las siguientes características:

Dimensiones de la sección 40 × 40 cm²

Armaduras: Tracción $2\ \phi\ 16 = 4{,}02$ cm²
Compresión $2\ \phi\ 16 = 4{,}02$ cm²
Recubrimiento 3 cm
$f_{yk} = 4.200$ Kp/cm²
$\gamma_s = 1{,}15$

Hormigón: $f_{ck} = 175$ Kp/cm²
$\gamma_c = 1{,}5$

DATOS PARA EL PROGRAMA

1 - Primeramente pulsar f CLREG para poner a cero los registros.

2 - Introducir en el Registro 1 el canto total (40 STO 1)
" " 2 profundidad armadura de compresión (3 STO 2).
" " 3 profundidad armadura de tracción (37 STO 3).
" " 4 sección armadura compresión (4.02 STO 4).
" " 5 sección armadura tracción (4.02 STO 5).
" " 6 0.85 ENTER .175 × 1,5 ÷ 40 × STO 6.
" " 7 4.2 ENTER 1.15 ÷ STO 7.

RESULTADOS

1 - Calcular el momento máximo correspondiente a un axil de compresión de 20 Mp (N = − 20 Mp).

Teclear 20 CHS A

Esperar la solución: Aproximadamente 3 minutos.

Solución: M = 8.41 Mp · m.

Resultados Opcionales:

2 - Cálculo de la profundidad de la fibra neutra correspondiente al caso anterior.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Teclear RCL B
RCL A
÷
CHS

Solución: 7.52 cm.

3 - Tensión en la armadura superior

Teclear RCL 2
f a

Solución: – 3.22 Mp/cm² (compresión)

4 - Fuerza absorbida por la armadura superior.
Teniendo en pantalla el resultado anterior
Teclear RCL 4
X

Solución: – 12.94 Mp

5 - Tensión en la armadura inferior

Teclear RCL 3
f a

Solución: 3.65 Mp/cm²

6 - Fuerza absorbida por la armadura inferior

Teclear RCL 5
X

Solución: 14.68 Mp

7 - Deformación máxima del hormigón

Teclear RCL B

Solución: 2.55 milésimas

8 - Deformación de la armadura superior

Teclear RCL 2
RCL A
X
RCL B
÷

Solución: 1.53 milésimas

9 - Deformación de la armadura inferior

Teclear RCL 3
RCL A
X
RCL B
÷

Solución: –10.0 milésimas

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

10 - Determinación de la profundidad de la zona del rectángulo en el diagrama de tensiones en el hormigón.

Teclear 2
RCL B
−
RCL A
+

Solución: 1.62 cm

11 - Diagrama de interacción de la sección.

En este caso se obtendrá por 8 puntos. Para cada uno de ellos se tecleará X se pulsará E y se espera aproximadamente 30 segundos.

Aparecerá en pantalla el valor de N.

A continuación pulsando R/S aparecerá el valor de M.

X	N	M
10^9	− 187.94	0
80	− 180.63	1.12
40	− 143.90	6.53
30	− 103.04	10.93
20	− 63.50	12.45
10	− 31.75	10.03
0	21.53	1.33
24.27	− 78.48	12.68

DIAGRAMA DE INTERACION M-N

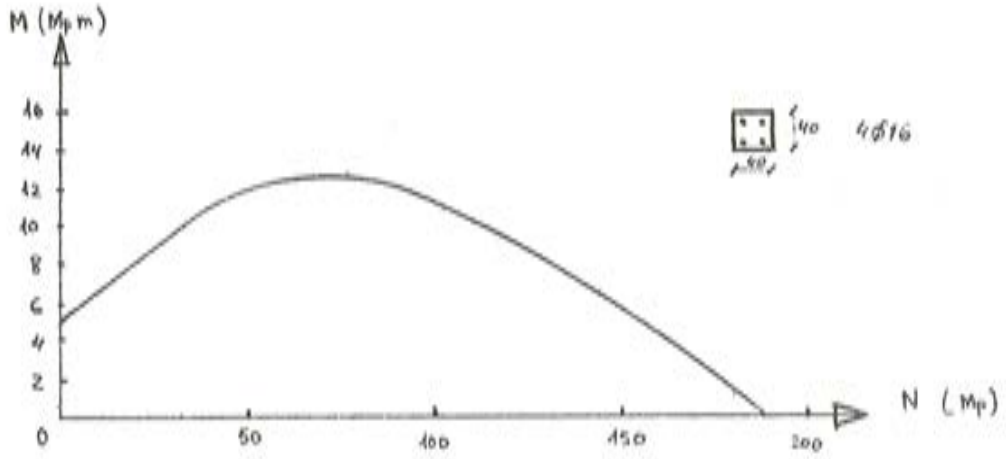


Fig. 6.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

El máximo momento se producirá normalmente para la posición del plano de deformación, que produzca una deformación de 3.5 milésimas en la fibra superior del hormigón, y la deformación del límite elástico de la armadura de tracción. En este caso corresponde a una profundidad X:

$$X = \frac{37 \times 3.5}{\frac{4.2}{1,15 \times 2.1} + 3.5} = 24.27 \text{ cm}$$

7. LISTADO Y DESCRIPCION DEL PROGRAMA

El programa comienza calculando unos valores auxiliares, que almacena en los registros 0 y 8, y que utilizará para determinar la ecuación del plano de deformaciones, en función del pivote que le corresponda (pasos 1 al 25). Asi mismo, comprueba si se ha fijado la máxima deformación del acero en tracción, y en caso contrario la fija en 10 milésimas.

Seguidamente plantea el método de "regula falsi", tomando como valores iniciales, x = 0 y la x de transición del primero al segundo pivotes. (Pasos 27 al 46).

La segunda entrada del programa (cuando el dato es la profundidad inicial de la fibra neutra), se efectúa por el paso 47, y la ejecución para esta entrada va hasta el paso 56, llamando a las subrutinas que se describen más adelante.

La subrutina f C (pasos 57 al 144), calcula el axil y momento respecto a la fibra superior, de las tensiones en el acero (pasos 71 al 84), y en el hormigón (pasos 85 al 124). Comprueba a continuación si el axil obtenido difiere del dado en menos de 10 kp, y si no es así devuelve el control al método de "regula falsi". Si el error es menor que 10 kp, o se ha utilizado la segunda entrada del programa, calcula el momento respecto al centro de gravedad de la sección y detiene la ejecución.

La subrutina f D (pasos 145 al 186) calcula los coeficientes a y b de la ecuación del plano de deformaciones $e = ax + b$ para una X determinada y teniendo en cuenta el pivote que corresponde a dicha X.

La subrutina f B (pasos 187 al 206) determina la tensión del hormigón multiplicada por el ancho de la sección que se produce a una profundidad X, utilizando el diagrama parábola rectángulo.

Por último la subrutina f A (pasos 207 al 223) determina la tensión del acero a una profundidad X, utilizando el diagrama bilineal de tensión deformación.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

LISTADO DEL PROGRAMA

1	f LBL A	57	g LBL f C	113	STO + 9	169	h x ⇌ y
2	STO E	58	STO C	114	f DSZ	170	÷
3	RCL D	59	f D	115	GTO 0	171	STO A
4	f x ≠ 0	60	f P ⇌ S	116	g LBL f E	172	RCL C
5	GTO 4	61	RCL 1	117	f P ⇌ S	173	X
6	1	62	STO 0	118	RCL 8	174	CHS
7	0	63	RCL C	119	STO 6	175	STO B
8	STO D	64	STO 1	120	RCL 4	176	h RTN
9	f LBL 4	65	RCL 3	121	RCL E	177	f LBL 2
10	7	66	STO 2	122	–	178	3
11	RCL 3	67	0	123	STO 3	179	.
12	X	68	STO 4	124	f P ⇌ S	180	5
13	2	69	STO 8	125	h F? 2	181	STO B
14	RCL D	70	f P ⇌ S	126	h RTN	182	CHS
15	X	71	RCL 2	127	h ABS	183	h x ⇌ y
16	7	72	f A	128	.	184	÷
17	+	73	RCL 4	129	0	185	STO A
18	÷	74	X	130	1	186	h RTN
19	STO 0	75	RCL 2	131	–	187	g LBL f B
20	3	76	h x ⇌ y	132	f x > 0	188	RCL A
21	RCL 1	77	Σ +	133	h RTN	189	X
22	X	78	RCL 3	134	RCL Σ +	190	RCL B
23	7	79	f A	135	f LBL 3	191	+
24	÷	80	RCL 5	136	RCL 1	192	2
25	STO 8	81	X	137	2	193	g x > y
26	h F? 2	82	RCL 3	138	÷	194	h R↓
27	h RTN	83	h x ⇌ y	139	X	195	f x < 0
28	CL x	84	Σ +	140	–	196	0
29	f C	85	RCL C	141	EEX	197	ENTER
30	RCL 0	86	f x < 0	142	2	198	ENTER
31	f LBL B	87	GTO f E	143	÷	199	4
32	f C	88	RCL 1	144	R/S	200	–
33	f P ⇌ S	89	g x > y	145	g LBL f D	201	X
34	RCL 3	90	h R↓	146	RCL 0	202	RCL G
35	RCL 0	91	1	147	h x ⇌ y	203	X
36	X	92	0	148	g x ≤ y	204	4
37	RCL 2	93	h STI	149	GTO 1	205	÷
38	RCL 1	94	÷	150	RCL 1	206	h RTN
39	X	95	STO C	151	h x ⇌ y	207	g LBL f A
40	–	96	2	152	g x ≤ y	208	RCL A
41	RCL 3	97	÷	153	GTO 2	209	X
42	RCL 2	98	STO 9	154	2	210	RCL B
43	–	99	f LBL 0	155	RCL 8	211	+
44	÷	100	RCL 9	156	RCL C	212	2
45	f P ⇌ S	101	RCL C	157	–	213	.
46	GTO B	102	1	158	÷	214	1
47	f LBL E	103	0	159	STO A	215	CHS
48	h SF 2	104	÷	160	RCL C	216	X
49	STO C	105	+	161	X	217	RCL 7
50	A	106	f B	162	CHS	218	g x ≤ y
51	h SF 2	107	RCL C	163	STO B	219	h RTN
52	RCL C	108	X	164	h RTN	220	CHS
53	f C	109	RCL 9	165	f LBL 1	221	g x ≤ y
54	RCL Σ +	110	h x ⇌ y	166	RCL 3	222	h R↓
55	R/S	111	Σ +	167	–	223	h RTN
56	GTO 3	112	RCL C	168	RCL D	224	

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

"Una expresión simplificada de la matriz de rigidez de la barra prismática de directriz circular".

A. Samartín y J. R. González de Cangas
Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos

Introducción

1. En el cálculo de estructuras de barras, es frecuente la aparición de elementos estructurales de directriz curva. Se suelen simular estas situaciones, mediante la introducción de nudos intermedios "extra" y sustitución de los trozos de arco que resultan por barras rectas prismáticas (figura 1).

2. De este modo, mediante un único programa de cálculo matricial en desplazamientos de barras rectas y prismáticas, se pueden tratar estructuras de barras más generales –(variación de la sección, directriz curva etc ...)

3. Los inconvenientes que aparecen en este tratamiento estructural son obvios: Incremento del coste de cálculo al aumentar el número de nudos y aproximación en los resultados producida por la sustitución de la directriz curva de la barra por una poligonal inscrita. Este último aspecto implica, por una parte, la necesidad de introducir las car-

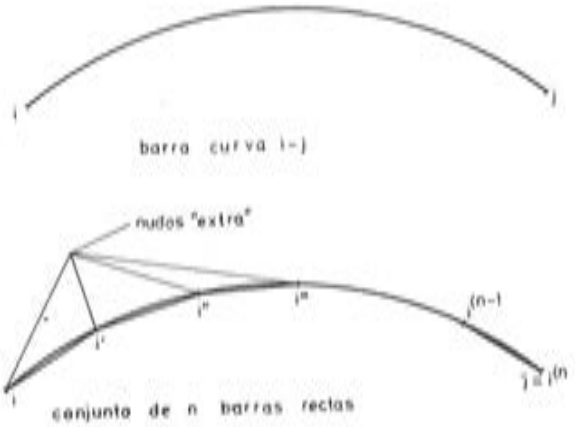


Fig. 1.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

gas actuantes en las barras, de modo consistente a los nudos extra (en general isostáticamente) y por otra, la especial atención que debe tenerse en el proceso de interpretación de los resultados. En este contexto, la publicación (1) es instructiva.

4. Los anteriores inconvenientes pueden evitarse fácilmente, mediante la determinación de la matriz de rigidez y el vector solución inicial (empotramiento total en sus dos extremos) de la barra curva, ya que el método de cálculo matricial en desplazamientos, una vez conocidos estos dos conjuntos de datos, permite su tratamiento de un modo automático, sin distinción del tipo de geometría de la directriz. Es decir, un programa de cálculo por computador de estructuras de barras, basado en el método del equilibrio de los desplazamientos, permite, con un esfuerzo adicional de programación insignificante, la inclusión de cualquier tipo de barras curvas.

5. La afirmación anterior se corrobora al observar cómo programas de cálculo de barras escritos incluso en fecha no reciente, como el STRESS (2), permiten la introducción de matrices de rigidez arbitrarias y por lo tanto el tratamiento directo de barras de directriz curva y variación arbitraria de sección. La sentencia de entrada de datos es, para este programa, la cabecera STIFFNESS GIVEN, seguida de los coeficientes de la matriz de rigidez natural del elemento.

6. De los comentarios anteriores se deduce la importancia de la determinación de las matrices de rigidez de barras curvas que aparecen frecuentemente en la práctica.

   Como es bien conocido, existe una técnica general de cálculo de estas matrices de rigidez para una barra o elemento bidimensional arbitrario, que puede verse por ejemplo en (3).

   En esencia, en esta técnica se coaccionan "a" grados de libertad del elemento barra, de modo que se constituye en estructura isostática, es decir, se eliminan los movimientos de sólido rígido. En los restantes "b" grados de libertad, se determina, mediante un teorema energético (Castigliano), la matriz de flexibilidad F, que relaciona los desplazamientos e_b que aparecen en los "b" grados de libertad, cuando en la barra sustentada isostáticamente se le aplican las fuerzas s_b según los "b" grados de libertad, es decir:

$$e_b = F\, s_b$$

   Se puede mostrar que, en general, la matriz de rigidez de la barra particionada según los "a" y "b" grados de libertad es:

$$\begin{bmatrix} p_a \\ p_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{aa} & k_{ab} \\ k_{ba} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_a \\ d_b \end{bmatrix}$$

   con:

$$\begin{aligned} k_{bb} &= F^{-1} \\ k_{ab} &= k_{ba}^{T} = -H\,F^{-1} \\ k_{aa} &= H\,F^{-1}\,H^{T} \end{aligned} \qquad [1]$$

   siendo H la matriz de equilibrio de la barra sustentada isostáticamente en los "a" grados de libertad, es decir, que relaciona la acciones s_b con las reacciones r_a en las coacciones "a". En términos matriciales H se define como sigue:

$$r_a + H\, s_b = 0$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Normalmente, los "a" grados de libertad se eligen como todos los grados de libertad que aparecen en el extremo 1 de la barra, resultando un voladizo como estructura isostática básica y la partición de la matriz de rigidez corresponde a la clásica por nudo: 1 y 2.

7. En este artículo se presenta una formulación simplificada de la matriz de rigidez de una barra de sección constante y directriz circular. Se espera, con ello, reducir el esfuerzo de programación y cálculo que puede implicar la inversión de las matrices de flexibilidad. Se ha adoptado la barra de directriz circular en este estudio, por ser más frecuente y ya que permite simular barras de otro tipo de directriz, mediante la introducción de nudos extra y un conjunto de barras circulares con radios correspondientes a los de curvatura medios de cada trozo de barra entre nudos consecutivos. Indudablemente, esta sustitución de la barra real de directriz arbitraria puede ser simulada adecuadamente con un número más reducido de barras curvas circulares que en el caso de considerar únicamente barras rectas.

8. Una barra arbitraria en el espacio representa, en general, seis grados de libertad en cada nudo extremo. Estos corresponden, en movimientos, a los tres desplazamientos y los tres giros.

Se supone, en lo que sigue, que la teoría elástica y lineal de elementos monodimensionales es aplicable. La sección transversal de la barra tiene un eje principal de inercia contenido en el plano de la directriz circular y el eje de gravedad y de esfuerzos cortantes coinciden. Por otra parte, se supone que la máxima dimensión de esta sección transversal es pequeña en comparación con la longitud del arco y es posible despreciar la deformación producida por el esfuerzo cortante. Con estas consideraciones, se pueden adoptar en cada extremo de la barra los ejes de referencia de los seis grados de libertad, según el sistema intrínseco de Frenet, es decir: tangente: (1), normal principal: (2) y binormal: (3). Los ejes (2) y (3) coinciden con los ejes principales de inercia de la sección.

9. En las hipótesis anteriores, la matriz de rigidez k de la barra puede ponerse en la siguiente forma particionada:

$$\begin{bmatrix} p_a \\ p_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{aa} & 0 \\ 0 & k_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_a \\ d_e \end{bmatrix} \qquad [2]$$

en donde:

p_a y d_a corresponden a las fuerzas y movimientos del comportamiento arco, y

p_e y d_e son vectores análogos a los anteriores pero con referencia al trabajo como emparrillado (figura 2).

En forma explícita se definen: $p_a = \begin{bmatrix} p_{a1} \\ p_{a2} \end{bmatrix} \quad d_a = \begin{bmatrix} d_{a1} \\ d_{a2} \end{bmatrix}$

con $\quad p_{ai} = \begin{bmatrix} m_{ti} \\ m_{fi} \\ q_i \end{bmatrix} \qquad d_{ai} = \begin{bmatrix} \theta_{ti} \\ \theta_{fi} \\ w_i \end{bmatrix}$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

$$p_e = \begin{bmatrix} p_{e1} \\ p_{e2} \end{bmatrix} \qquad d_e = \begin{bmatrix} d_{e1} \\ d_{e2} \end{bmatrix}$$

$$\text{con} \quad p_{ei} = \begin{bmatrix} m_i \\ \gamma_i \\ m_i \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad d_{ei} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \end{bmatrix} \qquad (i = 1, 2)$$

La ecuación (2) implica el hecho bien conocido de la teoría elemental de elementos monodimensionales, referente al no acoplamiento o interacción entre los dos tipos de trabajos estructurales de una barra plana, emparrillado y entramado (arco).

10. A continuación se determinan cada una de las submatrices de rigidez k_{aa} y k_{bb}, en función de un número reducido de funciones del ángulo α_0 subtendido por el arco y

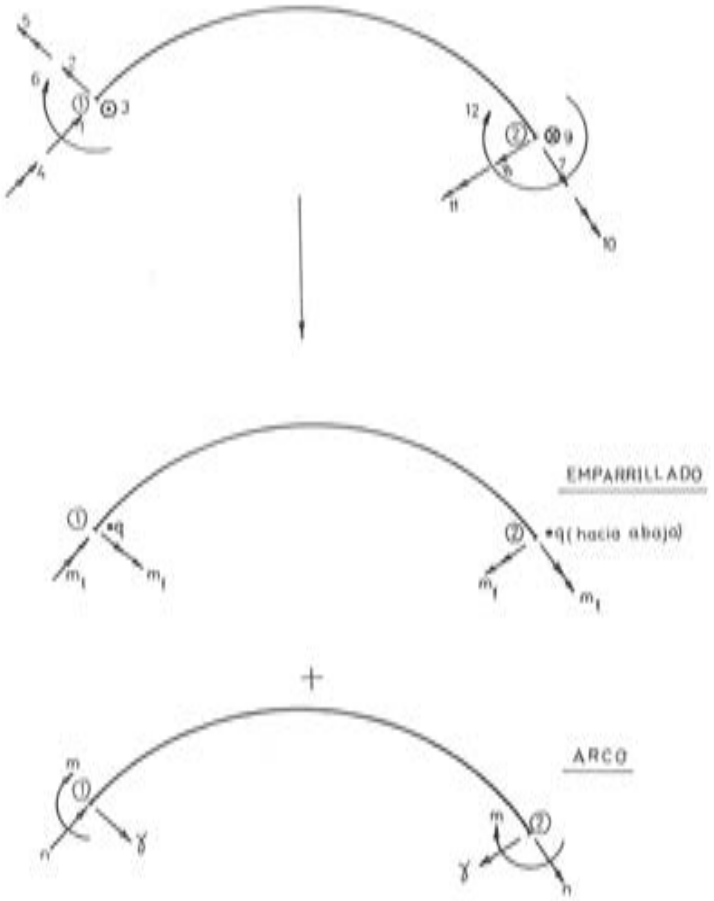


Fig. 2. a) Fuerzas.

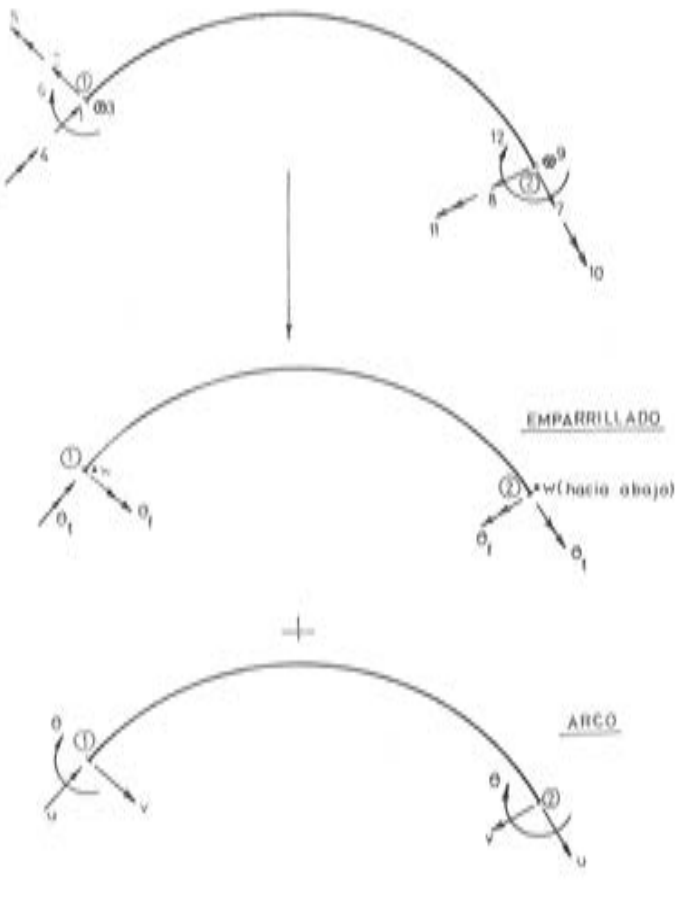


Fig. 2. b) Movimientos.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

expresando explícitamente los términos de rigidez-torsión, extensión y flexión de la sección transversal del arco.

Estructura emparrillado (viga balcón circular)

11. Se supone la barra de directriz circular de radio R y sección constante de las siguientes características:

E módulo de elasticidad

G módulo de torsión $= \dfrac{E}{2\,(1+\nu)}$

ν coeficiente de Poisson

I inercia a flexión normal al plano de la barra de la sección transversal

J inercia de torsión de la sección transversal

Se supone que $\dfrac{1}{GA_0} = 0$, con A_0 el área reducida de cortante.

12. Siguiendo el procedimiento general de cálculo, se supone el extremo 1 de la barra empotrado y en el extremo 2 actuando el vector fuerza

$$p = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_t \\ m_f \\ q' \end{bmatrix}$$

con $q' = q \cdot R$

Para la determinación del vector movimiento en el extremo 2, definido como:

$$d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_t \\ \theta_f \\ w' \end{bmatrix}$$

con $w' = \dfrac{w}{R}$

se utiliza el teorema de Castigliano

$$d = \frac{\partial E}{\partial p} \qquad [3]$$

o bien

$$d_i = \frac{\partial E}{\partial p_i} \quad (i = 1, 2, 3) \qquad [3a]$$

con $E = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^{\alpha_0} M_F^2 \, \frac{R\,d\alpha}{EI} + \frac{1}{2}\int_0^{\alpha_0} M_T^2 \, \frac{R\,d\alpha}{GJ}$ la energía complementaria elástica

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

de deformación de la barra.

M_F y M_T los momentos flector y torsor en una sección genérica α $(0 \leqslant \alpha \leqslant \alpha_0)$, cuya expresión es:

$$M_F = m_t \operatorname{sen}(\alpha_0 - \alpha) + m_f \cos(\alpha_0 - \alpha) - q' \operatorname{sen}(\alpha_0 - \alpha)$$

$$M_T = m_t \cos(\alpha_0 - \alpha) - m_f \operatorname{sen}(\alpha_0 - \alpha) + q' [1 - \cos(\alpha_0 - \alpha)]$$

La expresión (3) o bien (3a), dado el carácter de forma cuadrática de E, puede escribirse como sigue:

$$d_i = \frac{\partial E}{\partial p_i} = \sum_{j=1}^{3} f_{ij}\, p_j$$

con $f_{ij} = \dfrac{\partial^2 E}{\partial p_i\, \partial p_j} = \dfrac{R}{E\,I} \displaystyle\int_0^{\alpha_0} \frac{\partial^2 M_F}{\partial p_i\, \partial p_j}\, d\alpha + \frac{R}{G\,J} \int_0^{\alpha_0} \frac{\partial^2 M_T}{\partial p_i\, \partial p_j}\, d\alpha \quad (i, j = 1, 2, 3)$

La matriz $F = \{f_{ij}\}$ constituye la matriz de flexibilidad de la estructura de la figura (3) y puede ponerse en la forma:

$$F = \frac{R}{G\,J} F^{(1)} + \frac{R}{E\,I} F^{(2)}$$

con:

$$F^{(1)} = \begin{bmatrix} a_{20} & -a_{11} & a_{10} - a_{20} \\ -a_{11} & a_{02} & -a_{01} + a_{11} \\ a_{10} - a_{20} & -a_{01} + a_{11} & a_{00} - 2\,a_{10} + a_{20} \end{bmatrix}$$

$$F^{(2)} = \begin{bmatrix} a_{02} & a_{11} & -a_{02} \\ a_{11} & a_{20} & -a_{11} \\ -a_{02} & -a_{11} & a_{02} \end{bmatrix}$$

siendo:

$$a_{ij} = \int_0^{\alpha_0} \cos^i \alpha \operatorname{sen}^j \alpha\, d\alpha$$

en particular:

$$a_{00} = \alpha_0 \qquad a_{10} = \operatorname{sen} \alpha_0 \qquad a_{01} = 1 - \cos \alpha_0$$

$$a_{20} = \frac{1}{2}(\alpha_0 + \operatorname{sen} \alpha_0 \cdot \cos \alpha_0) \qquad a_{02} = \frac{1}{2} \cdot (\alpha_0 - \operatorname{sen} \alpha_0 \cdot \cos \alpha_0)$$

$$a_{11} = \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha_0}{2}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

13. Con objeto de obtener una expresión simplificada de la inversa de la matriz F de flexibilidad, es conveniente resolver el siguiente problema de autovalores λ y autovectores q:

$$[F^{(2)} - \lambda F^{(1)}]\, q = 0 \qquad [4]$$

La solución de [4] es:

$$\lambda_1 = 0 \qquad \lambda_2 = \frac{\varphi + s}{\varphi - s} \qquad \lambda_3 = \frac{\varphi(\varphi - s)}{\varphi(\varphi + s) - \varphi(1 - c)}$$

$$q_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad q_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ \dfrac{1+c}{s} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad q_3 = \begin{bmatrix} \dfrac{\varphi_s}{1-c} - 2 \\ -\varphi \\ -2 \end{bmatrix}$$

con $\varphi = \alpha_0$, $s = \operatorname{sen} \alpha_0$ y $c = \cos \alpha_0$

Si $Q = (q_1, q_2, q_3)$ entonces se pueden obtener las matrices diagonales $D^{(1)}$ y $D^{(2)}$ siguientes:

$$Q^T F^{(1)} Q = D^{(1)}$$
$$Q^T F^{(2)} Q = D^{(2)}$$

con
$$D^{(1)} = \operatorname{diag}\left[\varphi,\ \frac{(1+c)}{s^2}(\varphi - s),\ \varphi\,\frac{[\varphi(\varphi + s) - 4(1-c)]}{1-c}\right]$$

$$D^{(2)} = \operatorname{diag}\left[0,\ \frac{(1+c)}{s^2}(\varphi + s),\ \frac{\varphi^2(\varphi - s)}{1-c}\right]$$

14. A partir de los resultados del apartado anterior, la matriz inversa de la flexibilidad se obtiene inmediatamente, como sigue:
sea

$$F = \frac{R}{GJ} F^{(1)} + \frac{R}{EI} F^{(2)}$$

entonces:

$$Q^T F Q = \frac{R}{GJ} D^{(1)} + \frac{R}{EI} D^{(2)} = D = \operatorname{diag}(\mu_1^{-1}, \mu_2^{-1}, \mu_3^{-1})$$

y por lo tanto:

$$F^{-1} = Q D^{-1} Q^T = (q_1, q_2, q_3) \operatorname{diag}(\mu_1, \mu_2, \mu_3) \begin{bmatrix} q_1^T \\ q_2^T \\ q_3^T \end{bmatrix}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

con:

$$\mu_1 = \frac{1}{\dfrac{\varphi R}{G J}}, \quad \mu_2 = \frac{1}{\dfrac{1+c}{s^2}(\varphi - s)\dfrac{R}{G J} + \dfrac{1+c}{s^2}(\varphi + s)\dfrac{R}{E I}}$$

$$\mu_3 = \frac{1}{\dfrac{\varphi\,[\varphi\,(\varphi + s) - 4\,(1-c)]}{1-c}\,\dfrac{R}{G J} + \dfrac{\varphi^2\,(\varphi - s)}{1-c}\,\dfrac{R}{E I}}$$

La matriz de equilibrio se deduce inmediatamente de la figura 3, obteniéndose:

$$H = \begin{bmatrix} c & -s & 1-c \\ s & c & -s \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

15. La matriz de rigidez de la barra circular de emparrillado se determina mediante la aplicación de las fórmulas (1), resultando las siguientes expresiones finales:

$$\begin{aligned} K_{22} &= \mu_1\,\Delta_1 + \mu_2\,\Delta_2 + \mu_3\,\Delta_3 \\ K_{12} = K_{21}^{T} &= -\mu_1\,\Delta_1 + \mu_2\,T\,\Delta_2 - \mu_3\,T\,\Delta_3 \\ K_{11} &= \mu_1\,\Delta_1 + \mu_2\,T\,\Delta_2\,T + \mu_3\,T\,\Delta_3\,T \end{aligned} \qquad [5]$$

siendo:

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Delta_2 = \begin{bmatrix} 1 & A & 0 \\ A & A^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \Delta_3 = \begin{bmatrix} C^2 & -\varphi C & -2C \\ -\varphi C & \varphi^2 & 2\varphi \\ -2C & 2\varphi & 4 \end{bmatrix}$$

$T = \mathrm{diag}\,(1, -1, 1)$

$$\mu_1 = \frac{G J}{\varphi R} \qquad \mu_2 = \frac{s}{A} \cdot \frac{1}{(\varphi - s)\dfrac{R}{G J} + (\varphi + s)\dfrac{R}{E I}}$$

$$\mu_3 = \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{1}{(B + C)\dfrac{R}{G J} + (B - C)\dfrac{R}{E I}}$$

$$A = \frac{1+c}{s}, \qquad B = \frac{\varphi^2}{1-c} - 2, \qquad C = \frac{\varphi_s}{1-c} - 2$$

16. Las expresiones (5) son aplicables en el límite al caso de viga recta. En efecto, se tiene entonces:

$$R \to \infty, \quad \varphi \to 0 \quad \text{y} \quad R\,\varphi \to \ell \quad \text{(luz de la viga)}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Por otra parte se deduce:

$$A \to \frac{2}{\varphi} \quad B \to \frac{\varphi^2}{G} \quad C \to \frac{\varphi^2}{G}$$

$$\mu_1 \to \frac{G\,J}{\ell} \quad \mu_2 \to \frac{E\,I\,\varphi^2}{4\,\ell} \quad \mu_3 \to \frac{3\,E\,I}{\ell\,\varphi^2}$$

y las matrices Δ_1, Δ_2 y Δ_3 deben de modificarse con objeto de relacionar las variables w y q, en lugar de las $w' = w/R$ y $q' = q \cdot R$, resultando:

$$\Delta_1 \to \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \Delta_2 \to \begin{bmatrix} 1 & \frac{2}{\varphi} & 0 \\ \frac{2}{\varphi} & \frac{4}{\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \Delta_3 \to \begin{bmatrix} \frac{\varphi^4}{36} & \frac{\varphi^3}{6} & \frac{\varphi^3}{3\ell} \\ \frac{\varphi^3}{6} & \varphi^2 & \frac{2\,\varphi^2}{\ell} \\ \frac{\varphi^3}{3\ell} & \frac{2\,\varphi^2}{\ell} & \frac{4\,\varphi^2}{\ell^2} \end{bmatrix}$$

y se obtiene

$$K_{22} = \frac{G\,J}{\ell}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{E\,I}{4\ell}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} +$$

$$+ \frac{3\,E\,I}{\ell}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{2}{\ell} \\ 0 & \frac{2}{\ell} & \frac{4}{\ell^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{G\,J}{\ell} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4\,E\,I}{\ell} & \frac{6\,E\,I}{\ell^2} \\ 0 & \frac{6\,E\,I}{\ell^2} & \frac{12\,E\,I}{\ell^3} \end{bmatrix}$$

$$K_{12} = K_{21}^T = \frac{G\,J}{\ell}\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{E\,I}{4\ell}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} -$$

$$- \frac{3\,E\,I}{\ell}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -\frac{2}{\ell} \\ 0 & \frac{2}{\ell} & \frac{4}{\ell^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{G\,J}{\ell} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\,E\,I}{\ell} & \frac{6\,E\,I}{\ell} \\ 0 & -\frac{6\,E\,I}{\ell} & -\frac{12\,E\,I}{\ell^3} \end{bmatrix}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

$$K_{11} = \frac{G\,J}{\ell}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{E\,I}{4\,\ell}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} +$$

$$+ \frac{3\,E\,I}{\ell}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{\ell} \\ 0 & -\frac{2}{\ell} & \frac{4}{\ell^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{G\,J}{\ell} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4\,E\,I}{\ell} & -\frac{6\,E\,I}{\ell} \\ 0 & -\frac{6\,E\,I}{\ell} & \frac{12\,E\,I}{\ell^3} \end{bmatrix}$$

Que constituyen las bien conocidas expresiones de la matriz de rigidez de la barra recta de emparrillado.

17. Conviene observar, por último, que la determinación de las acciones de empotramiento rígido $\hat{p}_1 = \begin{bmatrix} \hat{m}_{t1} \\ \hat{m}_{f1} \\ \hat{q}'_1 \end{bmatrix}$ y $\hat{p}_2 = \begin{bmatrix} \hat{m}_{t2} \\ \hat{m}_{f2} \\ \hat{q}'_2 \end{bmatrix}$ bajo la acción de cargas sobre la barra, se puede realizar de un modo directo utilizando las siguientes consideraciones:

Sea $P_\alpha = \begin{bmatrix} m_t \\ m_f \\ q \end{bmatrix}$ una acción puntual aplicada en una sección genérica de la barra, definida por el ángulo α $(0 \leqslant \alpha \leqslant \alpha_0)$.

Los movimientos d_α que se producen en esa sección, en la estructura empotrada en el extremo 1 (figura 3) son evidentemente:

$$d_\alpha = F_\alpha\, P_\alpha$$

con F_α la matriz de flexibilidad del trozo del arco comprendido entre el extremo 1 y la sección α. Su determinación es directa, sustituyendo el valor α_0 por α, en las expresiones de los apartados anteriores.

Fig. 3.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Los movimientos d_2 en el extremo 2 producidos por P_α, son entonces:

$$d_2 = H^T_{\alpha_2}\ d_\alpha = H^T_{\alpha_2}\ F_\alpha\, P_\alpha$$

siendo:

H_{α_2} la matriz de equilibrio correspondiente al trozo de barra comprendida entre la sección α y el extremo 2. Su expresión es idéntica a la matriz H anteriormente dada, sustituyendo allí el valor α_0 por $\alpha_0 = \alpha$.

Entonces los esfuerzos de empotramiento rígido son directamente

$$\begin{aligned} \hat{p}_1 &= -K_{12}\ H^T_{\alpha_2}\ F_\alpha\, P_\alpha = H_{1\alpha}\, P_\alpha \\ \hat{p}_2 &= -K_{22}\ H^T_{\alpha_2}\ F_\alpha\, P_\alpha \end{aligned} \qquad [6]$$

con $H_{1\alpha}$ la matriz de equilibrio del trozo de barra comprendido entre las secciones 1 y α.

Si la carga actuante correspondiera a una distribución de acciones P_α por unidad de arco, las expresiones [6] anteriores se transformarían en las siguientes:

$$\begin{aligned} \hat{p}_1 &= -K_{12} \int_0^{\alpha_0} H^T_\alpha\ F_\alpha\, p_\alpha\ \mathrm{R}\ d\alpha - \int_0^{\alpha} H_{1\alpha}\, p_\alpha\ \mathrm{R}\ d\alpha \\ \hat{p}_2 &= -K_{22} \int_0^{\alpha_0} H^T_\alpha\ F_\alpha\, p_\alpha\ \mathrm{R}\ d\alpha \end{aligned} \qquad [7]$$

Estructura entramado (arco circular)

18. Se procede de modo completamente análogo al caso de emparrillado.

Las características de la barra se designan:

E módulo de elasticidad

Ω área de la sección transversal

I_1 inercia a flexión en el plano de la barra, de la sección transversal.

Se supone que no existe deformación por cortante.

19. La barra se coacciona completamente en su extremo 1 y en el 2, actúa el vector fuerza p (figura 4):

$$p = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m'_{f1} \\ n \\ \gamma \end{bmatrix}$$

con $m'_{f1} = \dfrac{m_{f1}}{R}$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

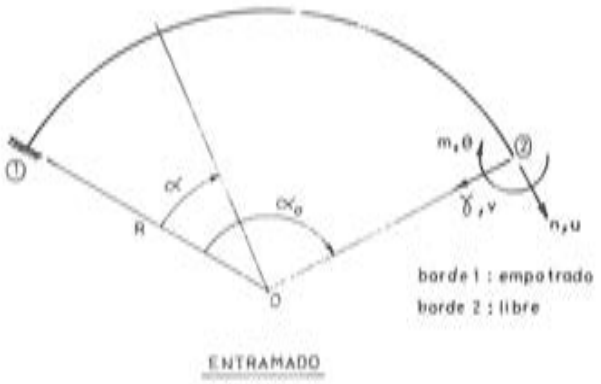


Fig. 4.

El vector movimiento d en el extremo libre, 2, se determina mediante el teorema de Castigliano

$$d = \frac{\partial E}{\partial p} \qquad [8]$$

con

$$d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta' \\ u \\ v \end{bmatrix}$$

$$\theta' = \theta \cdot R$$

$$E = \frac{1}{2} \int_0^{\alpha_0} M_{F1}^2 \, \frac{R \, d\alpha}{E \, I_1} + \frac{1}{2} \int_0^{\alpha_0} N^2 \, \frac{R \, d\alpha}{E \, \Omega}$$

M_{F1} y N son los esfuerzos, momento flector y axil, en una sección genérica α. Su expresión es:

$$\frac{M_{F1}}{R} = m'_{f1} + n \, [1 - \cos(\alpha_0 - \alpha)] + q \operatorname{sen}(\alpha_0 - \alpha)$$

$$N = n \cos(\alpha_0 - \alpha) - q \operatorname{sen}(\alpha_0 - \alpha)$$

La expresión (8), dada la estructura cuadrática de E, se puede poner en la siguiente forma:

$$d = F_1 \, p$$

con $F_1 = \{f_{ij}\}$ matriz de flexibilidad de la estructura de la figura (4), cuyo elemento f_{ij} es:

$$f_{ij} = \frac{R}{E \, I_1} \int_0^{\alpha_0} \frac{\partial M_{F1}}{\partial p_i} \cdot \frac{\partial M_{F1}}{\partial p_j} \, d\alpha + \frac{R}{E \, \Omega} \int_0^{\alpha_0} \frac{\partial N}{\partial p_i} \cdot \frac{\partial N}{\partial p_j} \, d\alpha$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

o bien en forma matricial

$$F_1 = \frac{R}{E\,\Omega} F_1^{(1)} + \frac{R^3}{E\,I_1} F_1^{(2)}$$

con

$$F_1^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{20} & -a_{11} \\ 0 & -a_{11} & a_{02} \end{bmatrix}$$

$$F_1^{(2)} = \begin{bmatrix} a_{00} & -a_{10} + a_{00} & a_{01} \\ -a_{10} + a_{00} & a_{00} - 2\,a_{10} + a_{20} & -a_{11} + a_{01} \\ a_{01} & -a_{11} + a_{01} & a_{02} \end{bmatrix}$$

20. El problema de autovalores y autovectores siguiente:

$$[F_1^{(2)} - \lambda\, F_1^{(1)}]\, q = 0$$

tiene como solución:

$$\lambda_1 = 0 \qquad \lambda_2 = 1 \qquad \lambda_3 = \frac{\varphi\,(\varphi + s)}{\varphi\,(\varphi + s) - 4\,(1 - c)}$$

$$q_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad q_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -\dfrac{s}{1 - c} \end{bmatrix} \qquad q_3 = \begin{bmatrix} \varphi\,(1 + c) - 2\,s \\ -\varphi\,(1 + c) \\ \varphi\,S \end{bmatrix}$$

con la misma notación que en el caso de emparrillado.

21. La matriz inversa de la de flexibilidad (rigidez) de la estructura de la figura 4 es:

$$F^{-1} = (q_1, q_2, q_3)\ \mathrm{diag}\ (\mu_1, \mu_2, \mu_3)\ , \begin{bmatrix} q_1^T \\ q_2^T \\ q_3^T \end{bmatrix}$$

con

$$\bar{\mu}_1 = \frac{1}{\dfrac{R^3\,\varphi}{E\,I_1}} \qquad \bar{\mu}_2 = \frac{1}{\dfrac{R}{E\,\Omega}\,\dfrac{\varphi - s}{1 - c} + \dfrac{R^3}{E\,I_1}\,\dfrac{\varphi - s}{1 - c}}$$

$$\bar{\mu}_3 = \frac{1}{\dfrac{R}{E\,\Omega}\,(1 + c)\,\varphi^2\,(\varphi + s) + \dfrac{R^3}{E\,I_1}\,[\varphi\,(1 + c)\,(\varphi + s) - 4\,s^2]\,\varphi}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

La matriz de equilibrio se deduce inmediatamente de la figura 4, siendo su expresión como sigue:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 & (1-c) & s \\ 0 & c & -s \\ 0 & s & c \end{bmatrix}$$

22. La matriz de rigidez del arco circular se obtiene mediante la aplicación de las fórmulas (1), alcanzándose los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \bar{K}_{22} &= \bar{\mu}_1 \bar{\Delta}_1 + \bar{\mu}_2 \bar{\Delta}_2 + \bar{\mu}_3 \bar{\Delta}_3 \\ \bar{K}_{12} &= \bar{K}_{21}^T = -\bar{\mu}_1 \bar{\Delta}_1 + \bar{\mu}_2 \bar{T} \bar{\Delta}_2 - \bar{\mu}_3 \bar{T} \bar{\Delta}_3 \\ K_{11} &= \bar{\mu}_1 \bar{\Delta}_1 + \bar{\mu}_2 \bar{T} \bar{\Delta}_2 \bar{T} + \bar{\mu}_3 \bar{T} \bar{\Delta}_3 \bar{T} \end{aligned} \qquad [9]$$

siendo:

$$\bar{\Delta}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{\Delta}_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -A_1 \\ -1 & 1 & A_1 \\ -A_1 & A_1 & A_1^2 \end{bmatrix} \quad \bar{\Delta}_3 = \begin{bmatrix} A^2 C_1^2 & -A^2 C_1 & A C_1 \\ -A^2 C_1 & A^2 & -A \\ A C_1 & -A & 1 \end{bmatrix}$$

$\bar{T} = \text{diag}\,(1, 1, -1)$

$$\bar{\mu}_1 = \frac{E I}{\varphi R^3} \qquad \bar{\mu}_2 = \frac{1}{A_1 B_1 \left[\dfrac{R}{E \Omega} + \dfrac{R^3}{E I_1} \right]}$$

$$\mu_3 = \frac{1}{(B_1 + 2) \dfrac{R}{E \Omega} + (B_1 + 2 C_1) \dfrac{R^3}{E I_1}} \; \frac{1}{A}$$

$$A_1 = \frac{s}{1-c} \qquad B_1 = \frac{\varphi - s}{s} \qquad C_1 = 1 - \frac{2 s}{\varphi (1 + c)}$$

estos resultados pueden compararse con los presentados en la publicación (4).

23. Las expresiones [9] son aplicables en el límite al caso de viga recta (entramado). Se puede escribir en el límite

$$R \to \infty \qquad \varphi \to 0 \quad \text{y} \quad R \varphi \to \ell$$

$$A_1 \to \frac{2}{\varphi} \qquad B_1 \to \frac{\varphi^2}{6} \qquad C_1 \to -\frac{\varphi^2}{12}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

$$\bar{\mu}_1 \to \frac{E\,I_1}{\ell\,R^2} \qquad \bar{\mu}_2 \to \frac{1}{\frac{\ell}{3}\left(\frac{1}{E\,\Omega} + \frac{R^2}{E\,I_1}\right)} \qquad \bar{\mu}_3 \to \frac{E\,\Omega}{4\,\ell}\,\varphi^2$$

Las matrices $\bar{\Delta}_1$, $\bar{\Delta}_2$, $\bar{\Delta}_3$, se modifican de modo que relacionen las variables m_{f1} y en lugar de m'_{f1} y θ'. Resulta en este caso:

$$\bar{\Delta}_1 \to \begin{bmatrix} R^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \bar{\Delta}_2 \to \begin{bmatrix} R^2 & -R & -\frac{2\,R}{\varphi} \\ -R & 1 & \frac{2}{\varphi} \\ -\frac{2\,R}{\varphi} & \frac{2}{\varphi} & \frac{4}{\varphi^2} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\Delta}_3 \to \begin{bmatrix} \frac{\varphi^4}{36}\cdot R^2 & -\frac{\varphi}{3}\,R & -\frac{\varphi^2}{6} \\ -\frac{\varphi\,R}{3} & \frac{4}{\varphi^2} & \frac{2}{\varphi} \\ -\frac{\varphi^2}{6} & \frac{2}{\varphi} & 1 \end{bmatrix}$$

Se obtiene:

$$\bar{K}_{22} = \frac{E\,I_1}{\ell}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{3\,E\,I}{\ell}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{\ell} \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{\ell} & 0 & \frac{4}{\ell^2} \end{bmatrix} + \frac{E}{4\,\ell}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{4\,E\,I_1}{\ell} & 0 & -\frac{6\,E\,I_1}{\ell^2} \\ 0 & -\frac{E\,\Omega}{\ell} & 0 \\ -\frac{6\,E\,I}{\ell^2} & 0 & \frac{12\,E\,I}{\ell^3} \end{bmatrix}$$

$$\bar{K}^T_{12} = \bar{K}^T_{21} = -\frac{E\,I_1}{\ell}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{3\,E\,I}{\ell}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{\ell} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{\ell} & 0 & -\frac{4}{\ell^2} \end{bmatrix} + \frac{E\,\Omega}{4\,\ell}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

$$= \begin{bmatrix} \frac{2\,E\,I_1}{\ell} & 0 & -\frac{6\,E\,I_1}{\ell^2} \\ 0 & -\frac{E\,\Omega}{\ell} & 0 \\ \frac{6\,E\,I}{\ell^2} & 0 & -\frac{12\,E\,I}{\ell^2} \end{bmatrix}$$

$$K_{11} = \frac{E\,I_1}{\ell} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{3\,E\,I_1}{\ell} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{2}{\ell} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{\ell} & 0 & \frac{4}{\ell^2} \end{bmatrix} + \frac{E\,\Omega}{4\,\ell} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{4\,E\,I_1}{\ell} & 0 & \frac{6\,E\,I_1}{\ell^2} \\ 0 & \frac{E\,\Omega}{\ell} & 0 \\ \frac{6\,E\,I_1}{\ell^2} & 0 & \frac{12\,E\,I_1}{\ell^3} \end{bmatrix}$$

Que corresponden a las expresiones de las submatrices de rigidez de una barra recta de entramado plano de luz ℓ.

24. Por último la determinación de la solución inicial sigue la misma pauta que en el caso anterior de emparrillado.

Conclusiones

25. Las matrices de rigidez de una pieza curva circular pueden expresarse como combinación de un número reducido de funciones del ángulo central φ. Es posible, asimismo, separar los cofactores de las rigideces de barra $\frac{G\,J}{R}$, $\frac{E\,\Omega}{R}$, $\frac{E\,I}{R}$ y $\frac{E\,I_1}{R^3}$.

La utilización de las fórmulas [5] y [9], es directa, para su programación e inclusión dentro de un programa de cálculo matricial en desplazamientos, de estructuras de barras. No es, por lo tanto, precisa la inversión de la matriz de flexibilidad, con el consiguiente ahorro de programación y cálculo posterior.

REFERENCIAS

1 — Da Cunha, F. y Matesanz, P. "Reparto transversal de sobrecarga en puentes curvos" Hormigón y Acero, Núm. 126. 1er trimestre 1978.

2 — IBM. Application Program. "Structural Engineering System Solver (STRESS)". Versión 2 User's Manual.

3 — Livesley R. K. "Matrix Methods of Structural Analysis". 2nd Edition. Pergamon Press. Oxford 1975.

4 — Yamada Y. y Ezawa Y. "On curved finite elements for the analysis of circular arches". International Journal for Numerical Methods in Engineering. Vol. 11. Noviembre (1977).

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Bases para un nuevo método de elementos finitos

José María Urcelay
Doctor Ingeniero de Caminos
Instituto Eduardo Torroja

RESUMEN

El método descrito en este trabajo proporciona una solución exacta para ciertas cargas q_w^C que sustituyen a las que realmente actúan. En cada elemento estos dos sistemas de cargas tienen la misma resultante tanto en magnitud como en posición, y satisfacen otras condiciones de modo que puede decirse que producen efectos análogos.

La solución para las cargas q_w^C es exacta tanto geométrica como mecánicamente. Existe equilibrio a lo largo de las fronteras entre elementos y el valor de cada esfuerzo en cada nudo es el mismo en todos los elementos afectados. Para ello basta neutralizar adecuadamente las cargas parásitas que de otro modo surgirían como consecuencia de desequilibrios en dichas fronteras.

La solución que se obtiene no es la buscada, debido únicamente a la expresada sustitución de cargas. Se ha definido un error para medir los efectos de esta sustitución.

Las condiciones de contorno se cumplen exactamente.

El método se expone aplicándolo a una placa sometida a cargas perpendiculares a su plano y provista de vigas y soportes.

INTRODUCCION

1. El aspecto más destacable del nuevo método es que éste da la solución exacta para unas ciertas cargas q_w^C que sustituyen a las que realmente actúan. En cada elemento, estas últimas cargas y las q_w^C tienen la misma resultante, tanto en posición como en magnitud, y cumplen otras condiciones de modo que puede decirse que producen análogos efectos.

Las fronteras entre elementos estan en equilibrio y cada esfuerzo tiene en cada nudo el mismo valor en todos los elementos a los que el nudo pertenece.

La única causa por la que la solución que se va a obtener no es la exacta consiste en la expresada sustitución de cargas. De aquí que se haya definido un error e que mide las discrepancias entre ciertas magnitudes características de los dos sistemas de cargas. Este error mide, por consiguiente, el grado de aceptabilidad de la solución obtenida.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

La exposición del método se realiza mediante su aplicación a una placa que forma parte de una estructura. La placa está sometida a cargas perpendiculares a su plano.

En §§ 2, 7 y 8 se indican esquemáticamente las bases del método.

DESPLAZAMIENTO w

2. El desplazamiento w debe ser tal que se cumplan las condiciones geométricas requeridas para que la solución que se va a obtener sea geométricamente aceptable, con independencia de cuáles sean las cargas aplicadas. Es decir que los desplazamientos deben ser cinemáticamente admisibles.

Por consiguiente el desplazamiento w y sus derivadas $\partial w/\partial x$ y $\partial w/\partial y$ deberán ser continuos en toda la placa salvo en algunas excepcionales fronteras entre elementos, en las que realmente dichas magnitudes pueden ser discontinuas. Como ejemplo de tales fronteras puede citarse el caso de una frontera paralela al eje OX y en la que se haya dispuesto una charnela, donde la $\partial w/\partial y$ podrá ser discontinua.

Por otra parte, en el método, en el que se considera cada uno de los elementos, se desea no considerar, en el análisis global, el equilibrio en ninguna de las fronteras de elementos sin que por ello la solución que se va a obtener deje de ser correcta. Esto puede conseguirse haciendo que los esfuerzos en las fronteras de elementos resulten continuos con la única excepción de las fronteras siguientes. Estas últimas fronteras, únicas en las que se admiten discontinuidades de esfuerzos se caracterizan por estar aplicadas en ellas unas reacciones que están determinadas por dichas discontinuidades y que cumplen además la condición de no entrar en el análisis global. Esta condición significa que las reacciones en cuestión requieren que las ecuaciones de equilibrio se establezcan no en el análisis global sino después de efectuado éste análisis.

Para que en las fronteras de elementos los esfuerzos resulten continuos basta suponer que las cargas concentradas en puntos aislados de dichas fronteras y las cargas por unidad de longitud aplicadas a lo largo de las mismas, experimentan unas traslaciones tan pequeñas como se quiera hacia el interior de los elementos.

Estas traslaciones supuestas se aplican a las citadas cargas siempre que éstas entren en el análisis global, como ocurre con las cargas dadas y con las reacciones desconocidas ejercidas por vigas y soportes sobre la placa.

Como ejemplo de cargas que no entran en el análisis global pueden citarse las reacciones ejercidas sobre la placa por un apoyo ($w = 0$) a todo lo largo de una frontera de elemento, tanto si esta frontera, por pertenecer a un borde, pertenece a un solo elemento, como si es común a dos elementos. En este último caso se admiten discontinuidades de esfuerzos en la frontera pues son estas discontinuidades las que determinan las reacciones.

En cuanto a las reacciones ejercidas por apoyos puntuales en los que sea $w = 0$, entran en el análisis global y, debido a la imposibilidad de ponerlas previamente en función de los desplazamientos, entran como incógnitas, sin perjuicio de que a causa de la facilidad de su eliminación, no figuren en el sistema de ecuaciones al que conduce dicho análisis.

Es de señalar que las cargas concentradas en puntos aislados de fronteras de elementos entran siempre en el análisis global y por consiguiente experimentan las supuestas traslaciones referidas, con lo que se eluden los problemas que tales cargas plantean.

Con objeto de que, en el análisis global, los esfuerzos resulten continuos en una frontera entre elementos en la que, de acuerdo con lo anterior, deban serlo, puede imponerse la

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

condición de que las derivadas de las que dependen los esfuerzos sean continuas en dicha frontera, siempre que los dos elementos a que ésta pertenece tengan las mismas características geométricas y mecánicas que correspondan. En cualquier caso la continuidad de esfuerzos en una frontera entre elementos puede conseguirse neutralizando las cargas parásitas que, sin esta neutralización, surgirían en tal frontera como consecuencia de la discontinuidad de esfuerzos en ella.

En §38 y siguientes se estudian las condiciones de contorno.

3. Sea h un nudo cualquiera de la placa. Se designa por $\{\lambda_h\}$ al vector cuyos elementos son los valores desconocidos que w y algunas derivadas de w toman en h. Estas derivadas son las que deben ser continuas en toda la placa salvo en algunas fronteras entre elementos, de acuerdo con § 2. Es decir que son las $\partial w/\partial x$ y $\partial w/\partial y$ en cualquier caso, así como las derivadas de las que dependen los esfuerzos para cuya continuidad no se aplique la neutralización citada en § 2.

Puede haber que incluir ademas otras derivadas que deben ser continuas en toda la placa, porque de no incluirlas resultarían esfuerzos nulos en los nudos, como se verá en § 27.

Naturalmente, si por razones de discontinuidad un elemento de $\{\lambda_h\}$ tiene valores diferentes en elementos diferentes, será necesario distinguirlos.

4. Los elementos de placa son rectangulares. Sea C uno cualquiera de estos elementos. Los nudos pertenecientes a C son los vértices i, j, k, l de C. El vector $\{\lambda^C\}$ es el dado por:

$$\{\lambda^C\} = [\lambda_i^T \ \lambda_j^T \ \lambda_k^T \ \lambda_l^T]^T \tag{1}$$

Análogamente el vector $\{\lambda\}$ esta formado por los elementos de los vectores tales como el $\{\lambda_h\}$ de todos los nudos de la estructura.

5. Para w^C, que es el desplazamiento w en C, se adopta la expresión:

$$w^C = \{\phi^C\}^T \{\lambda^C\} \tag{2}$$

donde los elementos de $\{\phi^C\}$ son funciones de x, y, preferentemente en los ejes locales de C. En § 27 se verán las condiciones que deben cumplir los elementos de $\{\phi^C\}$.

6. Las soluciones mas sencillas para $\{\phi^C\}$ son las proporcionadas por los polinomios de Hermite. Estos polinomios fueron utilizados por Bogner[1] y otros para definir w para el método usual de elementos finitos, en un trabajo citado por Zienkiewicz[2], Desai[3] y Abel y otros. En el Apéndice I se tratará brevemente de estos polinomios.

La definición de $\{\lambda_h\}$ dada en § 3 está orientada hacia el empleo de polinomios de Hermite. No obstante, el empleo de estos polinomios no es necesario y el vector $\{\lambda_h\}$ puede definirse de otra manera. Lo importante es que se cumplan las anteriores condiciones de continuidad.

CARGA q_w^C

7. Para que la solución que se va a obtener sea exacta es preciso que la carga que actúa en un elemento C cualquiera sea la definida por w en C mediante la ecuación diferencial correspondiente. Dicha carga, designada por q_w^C, sustituye a todas las cargas que actúan en C, conocidas o no. Estas cargas son las que actúan en el interior de C así como aquellas cargas aplicadas en las fronteras de C, que de acuerdo con § 2, se supongan trasladadas hacia el interior de C.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Naturalmente, entre las cargas que actúan en C no se incluyen las correspondientes a los esfuerzos en las fronteras de C, que estarán en equilibrio, en la solución que se va a obtener, con q_w^C.

Sobre la placa no actúan más cargas que las q_w^C de sus elementos, aparte de aquellas reacciones que, de acuerdo con § 2, no entran en el análisis global.

8. El sistema de ecuaciones lineales en que se traduce el análisis global expresa la referida sustitución de cargas. Esta sustitución puede efectuarse imponiendo la condición de que unos ciertos momentos de la carga q_w^C sean iguales que los momentos correspondientes de las cargas sustituidas por ella. En particular estas cargas y la q_w^C tienen la misma resultante en posición y magnitud. Cumplida esta condición referente a la resultante puede sustituirse la condición de igualdad de algunos momentos por la minimización de la suma, para todos los elementos, de los cuadrados de las diferencias entre momentos para un número mayor de momentos. Mas adelante se tratará con detalle de los momentos y del sistema de ecuaciones.

Puesto que la solución que se va a obtener es exacta para las cargas q_w^C se puede juzgar el grado de aceptabilidad de dicha solución midiendo los efectos de la sustitución de cargas. Para ello se ha definido el error e como la raíz cuadrada de la suma, para todos los elementos, de los cuadrados de las diferencias entre momentos. La sustitución de cargas mediante la minimización de e puede identificarse con la del final del párrafo anterior. En § 50 se define e con más precisión.

9. Si la placa es isótropa se tendrá:

$$q_w^C = \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\,\frac{\partial^4}{\partial x^2\,\partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}\right) w^C \cdot D^C \tag{3}$$

En cualquier caso

$$q_w^C = \{\psi^C\}^T \{\lambda^C\} \tag{4}$$

donde $\{\psi^C\}$ es un vector que se obtiene fácilmente del $\{\phi^C\}$.

MOMENTOS M_{rs}

10. Sea q_p^C una fuerza por unidad de superficie, dada por $q_p^C = q_p^C\,(x, y)$ y aplicada en el elemento C.

Se designa por $M_{rs}(q_p^C)$ al momento de órdenes r, s, de q_p^C, definido por la expresión:

$$M_{rs}(q_p^C) = \int_C \left(\frac{x}{a^C}\right)^r \left(\frac{y}{b^C}\right)^s q_p^C\,(x, y)\,dS \tag{5}$$

en la que a^C y b^C son las longitudes de los lados de C paralelos a los ejes OX y OY. La integral se extiende a la totalidad del elemento C. Los valores de r, s, son enteros no negativos. Conviene que los ejes sean los locales de C.

Naturalmente, en el caso de una fuerza concentrada en un punto desaparece la integración en la expresión (5).

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

11. La adaptación de (5) al caso en que la carga sea un momento es inmediata.

Sea M^C un momento concentrado en el punto x_M, y_M, de C y contenido en un plano perpendicular al de la placa. Se consideran dos fuerzas F iguales y opuestas, perpendiculares a la placa y contenidas en el plano de M^C. Una de estas fuerzas actúa en el punto x_M, y_M. Sea θ el ángulo del plano de M^C con el eje OX siendo d la distancia entre las dos fuerzas F. El momento $M_{rs}(M^C)$ será el límite de

$$F\left[\left(\frac{x_M + d\cos\theta}{a^C}\right)^r \left(\frac{y_M + d\,\mathrm{sen}\,\theta}{b^C}\right)^s - \left(\frac{x_M}{a^C}\right)^r \left(\frac{y_M}{b^C}\right)^s\right] \tag{6}$$

cuando $F \to \infty$ y $d \to 0$ con $F\,d = M^C$. Resulta:

$$M_{rs}(M^C) = \left[r\left(\frac{x_M}{a^C}\right)^{r-1}\left(\frac{y_M}{b^C}\right)^s \frac{\cos\theta}{a^C} + s\left(\frac{x_M}{a^C}\right)^r \left(\frac{y_M}{b^C}\right)^{s-1} \frac{\mathrm{sen}\,\theta}{b^C}\right] M^C \tag{7}$$

con $r\,(x_M/a^C)^{r-1}$ igual a 0 para $r = 0$ e igual a 1 para $r = 1$, para todos los valores de x_M sin excluir el de $x_M = 0$.

El momento M_{rs} de un momento por unidad de longitud se obtiene fácilmente de (7) por integración.

12. El momento M_{00} de una carga es la resultante de la carga. Los momentos M_{01} y M_{10} son los momentos de la carga con respecto a los ejes OX y OY, divididos por b^C y a^C.

13. Sea $\{\eta^C\}$ el vector

$$\{\eta^C\} = \left[1, \frac{x}{a^C}, \frac{y}{b^C}, \left(\frac{x}{a^C}\right)^2, \ldots, \left(\frac{x}{a^C}\right)^r \left(\frac{y}{b^C}\right)^s, \ldots, \left(\frac{x}{a^C}\right)^m \left(\frac{y}{b^C}\right)^n\right]^T \tag{8}$$

cuando la carga es una fuerza.

Se designa por $\{\rho^C\}$ al vector cuyos elementos son los momentos de la carga de que se trate, de los órdenes r, s, indicados en $\{\eta^C\}$.

Para la carga $q_p^C(x, y)$ se tendrá:

$$\{\rho_p^C\} = \int_C \{\eta^C\}\, q_p^C(x, y)\, dS \tag{9}$$

Para el momento concentrado M^C se adaptarán las expresiones (8) y (9) de acuerdo con la (7).

CARGAS EN FRONTERAS DE ELEMENTOS

14. Se trata seguidamente de las cargas que, de acuerdo con §2, deban experimentar las supuestas traslaciones allí indicadas. Se trata, por consiguiente, de cargas concentradas en puntos aislados de fronteras de elementos así como de cargas por unidad de longitud aplicadas a lo largo de dichas fronteras, siempre que unas y otras cargas haya que tenerlas en cuen-

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

ta en el análisis global. Es decir que se trata de cargas dadas o de reacciones ejercidas sobre la placa por vigas, soportes y apoyos puntuales.

15. Las cargas en cuestión pueden distribuirse en partes y trasladar cada parte a un elemento.

Las traslaciones de estas cargas no tienen mas objeto que el de poder no considerar el equilibrio en las fronteras de elementos, de acuerdo con §2. Son tan pequeñas como se quiera y, por tanto, al tomar momentos M_{rs} de las cargas de que se trata, se considerarán éstas actuando en sus verdaderos puntos de aplicación.

16. Las cargas expresadas, al ser incluidas entre las sustituidas por las q_w^C, pierden su naturaleza de cargas concentradas en puntos aislados o en segmentos. Una vez efectuado el análisis global de la estructura estas cargas pueden recuperar su naturaleza cuando estén aplicadas a todo lo largo de una frontera de elemento como ocurre por ejemplo con las cargas transmitidas por vigas. La frontera puede ser frontera entre elementos o pertenecer a un borde. Del análisis global se deduce la carga que la viga transmite a la placa así como los esfuerzos de la placa en la frontera de elemento, es decir en un costado de la viga. Por consiguiente pueden obtenerse fácilmente los esfuerzos de la placa en el otro costado de la viga.

17. Se designan por $q_{\lambda f}^C$ a aquellas de las cargas en cuestión, que, aplicadas en C y dependientes de w, pueden expresarse directamente en la forma:

$$q_{\lambda f}^C = \{\psi_{\lambda f}^C\}^T \{\underline{\underline{\lambda}}^C\} \tag{10}$$

donde $\{\underline{\underline{\lambda}}^C\}$ es un vector formado por $\{\lambda^C\}$ y por vectores análogos al $\{\lambda_h\}$. Entre las cargas $q_{\lambda f}^C$ pueden citarse las reacciones ejercidas por vigas y soportes sobre la placa.

18. Sean por ejemplo la fuerza y los momentos transmitidos por el soporte im a la placa. Estas cargas dependen de los desplazamientos y los giros de los nudos i y m y de las constantes mecánicas del soporte y pueden ponerse inmediatamente en la forma (10). Los elementos de $\{\psi_{\lambda f}^C\}$ serán constantes. El vector $\{\underline{\underline{\lambda}}^C\}$ debe incluir los desplazamientos y los giros del nudo m, los cuales no están incluidos en $\{\lambda^C\}$ porque m no pertenece a la placa. Los desplazamientos del nudo i en el plano de la placa deberían considerarse. No obstante no han sido considerados en este trabajo que no trata de mas desplazamientos de la placa que el w.

Las fuerzas transmitidas por el suelo, aunque no cubiertas por el título de esta sección, pueden ser tratadas aquí. Se supone que estas fuerzas estan dadas en C por la expresión $-K\,w^C$ donde K es una constante y puede ser una función de x, y. Entonces pueden ponerse en la forma (10) de acuerdo con (2). Los elementos de $\{\psi_{\lambda f}^C\}$ serán ahora funciones de x, y.

Mas adelante se verán otros casos de la forma (10).

19. Entre las cargas en cuestión existen otras, también aplicadas en C y dependientes de w, que no pueden expresarse directamente en la forma (10). Estas cargas se designan por $q_{\sigma g}^C$. Por ejemplo la fuerza transmitida a la placa por un apoyo puntual en que sea $w = 0$.

ESFUERZOS EN LAS FRONTERAS ENTRE ELEMENTOS

20. El problema consiste en conseguir la continuidad de los esfuerzos en aquellas fronteras entre elementos en las que los esfuerzos deben ser continuos de acuerdo con §2.

21. Sea $k\,l$ la frontera entre los elementos C y D. Esta frontera se supone paralela al eje

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

OX. El esfuerzo cortante a considerar por ser el que actúa en $k\,l$, es el usualmente designado por Q_y y que por razones de conveniencia se designará por Q. Los esfuerzos cortantes Q^C_{kl} y Q^D_{kl}, que son Q a lo largo de $k\,l$ en C y D, estan dados por:

$$Q^C_{kl} = \{\varphi^C_{kl}\}^T \{\lambda^C\}\,; \quad Q^D_{kl} = \{\varphi^D_{kl}\}^T \{\lambda^D\} \tag{11}$$

donde los vectores $\{\varphi^C_{kl}\}$, $\{\varphi^D_{kl}\}$ se obtienen fácilmente aplicando las fórmulas que dan Q_y en función de w y particularizando para $k\,l$. Los elementos de estos dos vectores son funciones de x.

Si $Q^C_{kl} \neq Q^D_{kl}$ actuará hacia arriba (fig. 1) a lo largo de $k\,l$ una carga parásita $Q^D_{kl} - Q^C_{kl}$ no expresamente considerada. Para neutralizar esta carga habrá que aplicar a lo largo de $k\,l$

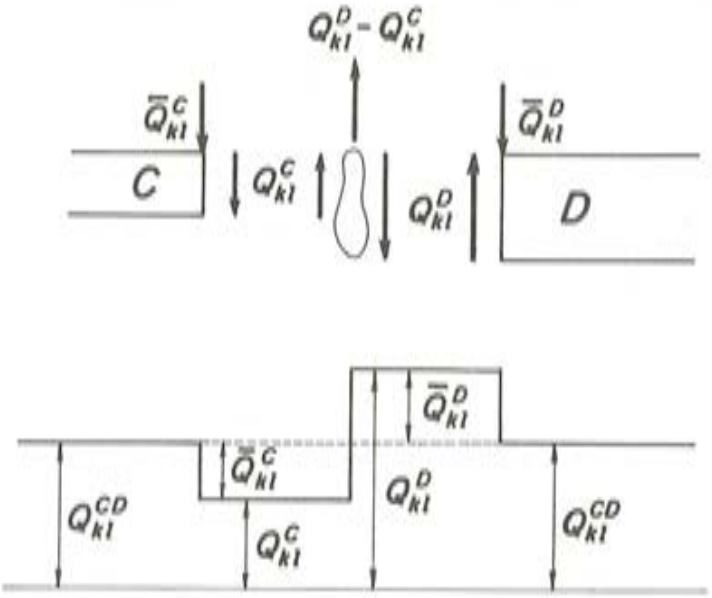


Fig. 1.

otra carga igual pero hacia abajo. Esta otra carga puede descomponerse en otras dos, $\bar{Q}^C_{kl}$ y $\bar{Q}^D_{kl}$, aplicadas a lo largo de $k\,l$ en C y D, de modo que

$$\bar{Q}^C_{kl} + \bar{Q}^D_{kl} = Q^D_{kl} - Q^C_{kl} \tag{12}$$

El esfuerzo cortante Q toma los mismos valores a ambos lados de $k\,l$. Estos valores que se designan por Q^{CD}_{kl} estan dados por:

$$Q^{CD}_{kl} = Q^C_{kl} + \bar{Q}^C_{kl} = Q^D_{kl} - \bar{Q}^D_{kl} \tag{13}$$

y son los que deben adoptarse a lo largo de la frontera $k\,l$ aunque en la propia frontera sean diferentes. Es decir que se ha introducido una a modo de perturbación que esta limitada a $k\,l$. Esta perturbación es ficticia puesto que, una vez aplicadas las cargas $\bar{Q}^C_{kl}$ y $\bar{Q}^D_{kl}$, resulta que no existe ninguna carga en $k\,l$.

Las cargas $\bar{Q}^C_{kl}$ y $\bar{Q}^D_{kl}$, que son fuerzas por unidad de longitud, son arbitrarias siempre que se cumpla (12) y que Q^{CD}_{kl} pueda ponerse en la forma de una expresión lineal y homogenea de elementos de $\{\lambda\}$, que no sea necesariamente nula. Esta última condición impide adoptar $\bar{Q}^C_{kl} = -Q^C_{kl}$ y $\bar{Q}^D_{kl} = Q^D_{kl}$ porque entonces $Q^{CD}_{kl} = 0$.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

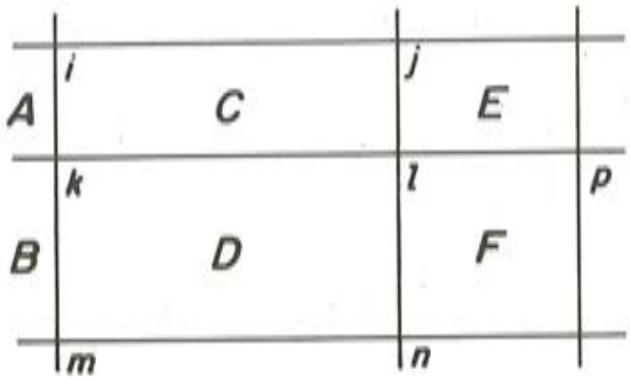


Fig. 2.

22. Hasta aquí se ha tratado del esfuerzo cortante Q a lo largo de $k\,l$, lo que no es suficiente. Es necesario, además, que el valor de Q en l sea el mismo en $k\,l$ que en la frontera $l\,p$ (fig. 2) que está en prolongación de $k\,l$, entre los elementos E y F. Sea Q_l^{CD} el valor de Q_{kl}^{CD} en l, es decir el valor de Q en l tanto en C como en D. Debe cumplirse en l la condición:

$$Q_l^{CD} = Q_l^{EF} \tag{14}$$

y análogamente en los restantes nudos.

Sea Q_l el valor desconocido de Q en l en cada uno de los cuatro elementos afectados. Para Q_l se adopta la expresión:

$$Q_l = C_1\, Q_l^C + C_2\, Q_l^D + C_3\, Q_l^E + C_4\, Q_l^F \tag{15}$$

donde C_1, C_2, C_3, C_4 son coeficientes arbitrarios y por ejemplo Q_l^C es el valor en l de Q_{kl}^C, dado por (11).

Se trata de neutralizar de acuerdo con §21, las cargas parásitas producidas por desequilibrios de Q en las fronteras entre elementos, de manera que se cumpla (15).

Para $\overline{Q}_{kl}^C$ y $\overline{Q}_{kl}^D$ se adoptan las expresiones siguientes:

$$\left.\begin{aligned}
\overline{Q}_{kl}^C &= K_1\, Q_{kl}^C + K_2\, Q_{kl}^D + \frac{x_l - x}{x_l - x_k}\left(K^I\, Q_k^A + K^{II}\, Q_k^B + K^{III}\, Q_k^C + K^{IV}\, Q_k^D\right) + \\
&\quad + \frac{x - x_k}{x_l - x_k}\left(K^V\, Q_l^C + K^{VI}\, Q_l^D + K^{VII}\, Q_l^E + K^{VIII}\, Q_l^F\right) \\
\overline{Q}_{kl}^D &= -(1 + K_1)\, Q_{kl}^C + (1 - K_2)\, Q_{kl}^D - \frac{x_l - x}{x_l - x_k}\left(K^I \ldots\right) - \frac{x - x_k}{x_l - x_k}\left(K^V \ldots\right)
\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

que cumplen la condición (12)

De acuerdo con (13), Q_{kl}^{CD} está dado por:

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

$$Q_{kl}^{CD} = (1 + K_1)\, Q_{kl}^{C} + K_2\, Q_{kl}^{D} + \frac{x_l - x}{x_l - x_k}\,(K^{I} \ldots) + \frac{x - x_k}{x_l - x_k}\,(K^{V} \ldots) \tag{17}$$

En los nudos k y l se tendrá:

$$\left.\begin{aligned} Q_k^{CD} &= (1 + K_1)\, Q_k^{C} + K_2\, Q_k^{D} + K^{I}\, Q_k^{A} + K^{II}\, Q_k^{B} + K^{III}\, Q_k^{C} + K^{IV}\, Q_k^{D} \\ Q_l^{CD} &= (1 + K_1)\, Q_l^{C} + K_2\, Q_l^{D} + K^{V}\, Q_l^{C} + K^{VI}\, Q_l^{D} + K^{VII}\, Q_l^{E} + K^{VIII}\, Q_l^{F} \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Deben cumplirse las expresiones:

$$Q_k = Q_k^{CD}\ ;\quad Q_l = Q_l^{CD} \tag{19}$$

y por tanto:

$$\left.\begin{aligned} K^{I} &= 1 + K_1 + K^{V} = C_1 \\ K^{II} &= K_2 + K^{VI} = C_2 \\ 1 + K_1 + K^{III} &= K^{VII} = C_3 \\ K_2 + K^{IV} &= K^{VIII} = C_4 \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Cualquier sistema de valores que satisfagan (20) proporciona una solución.

23. Una solución sencilla se obtiene haciendo:

$$\left.\begin{aligned} &C_1 = C_2 = C_3 = 0\ ;\quad C_4 = 1 \\ &K_2 = K^{VIII} = 1\ ;\quad K_1 = K^{VI} = -1 \\ &K^{I} = K^{II} = K^{III} = K^{IV} = K^{V} = K^{VII} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Entonces:

$$\left.\begin{aligned} \bar{\bar{Q}}_{kl}^{C} &= -Q_{kl}^{C} + Q_{kl}^{D} + \frac{x - x_k}{x_l - x_k}\,(-Q_l^{D} + Q_l^{F}) \\ \bar{\bar{Q}}_{kl}^{D} &= -\frac{x - x_k}{x_l - x_k}\,(-Q_l^{D} + Q_l^{F}) \\ Q_{kl}^{CD} &= Q_{kl}^{D} + \frac{x - x_k}{x_l - x_k}\,(-Q_l^{D} + Q_l^{F}) \\ Q_k^{CD} &= Q_k^{D} = Q_k\ ;\quad Q_l^{CD} = Q_l^{F} = Q_l \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

24. Las cargas $\bar{\bar{Q}}_{kl}^{C}$ y $\bar{\bar{Q}}_{kl}^{D}$ son de la forma (10). Todas las magnitudes que aparecen en las expresiones (16) que dan estas cargas son de la forma (11) o se obtienen particularizando una expresión de esta forma para un nudo.

25. Para el esfuerzo cortante Q_x en fronteras entre elementos tales como la jl, paralelas al eje OY, el procedimiento es análogo. Para los momentos flectores M_x y M_y se opera como para Q_x y Q_y. Para los momentos torsores deben considerarse las fronteras entre elementos,

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

paralelas tanto a kl como a jl, debiéndose tomar para las constantes de la correspondiente expresión análoga a la (15), los mismos valores para las dos direcciones. Esto se debe a que los momentos torsores en un nudo actúan según las fronteras de ambas direcciones y tienen en ellas el mismo valor.

26. El procedimiento anterior para conseguir la continuidad de los esfuerzos en las fronteras entre elementos es válido en cualquier caso.

En regiones de placa en que las constantes mecánicas no varien, esta continuidad puede conseguirse también haciendo que las derivadas de que dependan los esfuerzos sean continuas en las fronteras en cuestión. Entonces los valores desconocidos de estas derivadas en los nudos deben incluirse en los correspondientes vectores $\{\lambda_h\}$. La continuidad de estas derivadas en las fronteras en cuestión no evita que, en las fronteras en las que las constantes mecánicas varien bruscamente, se produzcan discontinuidades de esfuerzos, pero facilita la aplicación del procedimiento de §22 porque en los vectores $\{\varphi^C_{kl}\}$ y $\{\varphi^D_{kl}\}$ de (11) muchos elementos son nulos.

27. Las condiciones que deben satisfacer los elementos de $\{\phi^C\}$ de (2) ya pueden ahora describirse.

Primeramente la expresión (2) impone, por ejemplo, la condición de que, derivando w^C con respecto a x y particularizando la derivada para el nudo j, todos los elementos del vector en que el $\{\phi^C\}$ se transforma deben ser nulos salvo uno. Este elemento, que será igual a 1, será el asociado al elemento de $\{\lambda^C\}$ que es el valor de $\partial w/\partial x$ en j.

La continuidad en toda la placa de w y de las derivadas de w incluidas en $\{\lambda_h\}$ debe condicionarse de acuerdo con §2.

Finalmente las expresiones análogas a la (11) y que dan los esfuerzos no deben ser necesariamente nulas en los nudos porque entonces los valores finales serán también nulos, de acuerdo con (15). Esta condición exige considerar la $\partial^2 w/\partial x \partial y$ en $\{\lambda_h\}$ al menos si se adoptan polinomios de Hermite para w, porque en caso contrario esta derivada resultaría nula en los nudos, como puede verse en el Apéndice I, y por tanto el momento torsor también sería nulo en los nudos.

28. Sea F una fuerza cualquiera distribuida a lo largo de una frontera kl entre elementos. El equilibrio en kl exige que los correspondientes esfuerzos cortantes sean discontinuos en kl. Esta discontinuidad esta condicionada por la expresión adoptada para w. Por consiguiente el equilibrio en kl no puede en general conseguirse exactamente mediante discontinuidades de esfuerzos. Sí es posible, en cambio, equilibrar de esta manera otra carga F' que tenga los mismos momentos M_{rs} a considerar que la F. La carga F' no necesita ser obtenida porque solo interviene en el análisis mediante sus momentos M_{rs}, que son los de F. Naturalmente, la sustitución de F por F' también se refiere al caso en que la carga F sea nula en todos los puntos de kl, sea porque efectivamente no haya cargas en kl, sea porque se les apliquen las traslaciones supuestas de §2. En ambos casos se admitirían discontinuidades de esfuerzos en las fronteras entre elementos con tal que los correspondientes momentos M_{rs} de las cargas definidas por estas discontinuidades fueran nulos.

La solución obtenida con este tratamiento de las fronteras entre elementos será menos satisfactoria que la descrita en §22.

29. Sea kl la frontera entre los elementos C y D. Esta frontera se supone paralela al eje OX. Se supone que en kl la derivada $\partial w/\partial y$ es continua como usualmente debe serlo. Esta derivada es, en kl, una función solo de x. Si se adopta una solución polinómica como es prácticamente necesario, esta función es derivable y su derivada es la $\partial^2 w/\partial x \partial y$. Esta derivada será continua en kl salvo en k y l donde, de momento, no interesa saber si es continua o no.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Debido a que la $\partial^2 w/\partial x \partial y$ en kl es común a C y D es evidente que si las correspondientes constantes mecánicas varían bruscamente en kl, el momento torsor será discontinuo en kl.

Este es un caso de discontinuidad de esfuerzos en fronteras entre elementos con el consiguiente desequilibrio, que no puede ser resuelto mediante discontinuidad de derivadas, pues las derivadas afectadas deben ser continuas en tales fronteras. El caso de que se trata puede en cambio resolverse mediante el procedimiento indicado en §22.

IGUALDAD DE MOMENTOS M_{rs}

30. La igualdad de momentos M_{rs} de la carga q_w^C y de las sustituidas por ella pueda expresarse como sigue:

$$\{\rho_w^C\} = \{\rho_K^C\} + \{\rho_\lambda^C\} + \{\rho_0^C\} \tag{23}$$

Cada uno de estos vectores es un vector $\{\rho^C\}$ y para todos ellos se han empleado el mismo vector $\{\eta^C\}$ y los mismos ejes. El vector del primer miembro se refiere a q_w^C y los del segundo miembro se refieren a las cargas dadas, a las cargas $q_{\lambda f}^C$ de §17 y a las cargas q_{og}^C de §19. De estos cuatro vectores solo se conoce el $\{\rho_K^C\}$.

31. De acuerdo con (4) se tiene:

$$\{\rho_w^C\} = \int_C \{\eta^C\} \{\psi^C\}^T dS \{\lambda^C\} = [U_w^C] \{\lambda^C\} \tag{24}$$

De acuerdo con (10) resulta:

$$\{\rho_\lambda^C\} = \sum_f \int_C \{\eta^C\} \{\psi_{\lambda f}^C\}^T dS \{\underline{\lambda}^C\} = \sum_f [U_{\lambda f}^C] \{\underline{\lambda}^C\} = [U_\lambda^C] \{\underline{\lambda}^C\} \tag{25}$$

Finalmente:

$$\{\rho_o^C\} = \sum_g \{\eta_{og}^C\} q_{og}^C = [\eta_{o1}^C \ \eta_{o2}^C \ \dots \ \eta_{om}^C] \begin{Bmatrix} q_{o1}^C \\ q_{o2}^C \\ \vdots \\ q_{om}^C \end{Bmatrix} = [U_o^C] \{q_o^C\} \tag{26}$$

En esta expresión no figura ninguna integral porque se refiere a cargas concentradas en puntos aislados. Los elementos de $\{\eta_{og}^C\}$ son constantes y se obtienen particularizando $\{\eta^C\}$ para las coordenadas de q_{og}^C.

32. Teniendo en cuenta §§30 y 31 se tiene:

$$[U_w^C] \{\lambda^C\} = \{\rho_K^C\} + [U_\lambda^C] \{\underline{\lambda}^C\} + [U_o^C] \{q_o^C\} \tag{27}$$

El vector $\{q_o^C\}$ puede incluirse entre las incógnitas del sistema de ecuaciones. Como este vector no aparece mas que en C es preferible eliminarlo lo que es especialmente sencillo para cargas aplicadas en el origen de coordenadas, que pueden ser las locales. Eliminando $\{q_o^C\}$ se obtiene una expresión de la forma:

$$\{\rho^C\} = [\underline{U}^C] \{\underline{\lambda}^C\} \tag{28}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

donde se conocen $\{\rho^C\}$ y $[\underline{U}^C]$.

La expresión (28) puede escribirse:

$$\{\rho^C\} = [U^C]\ \{\lambda\} \tag{29}$$

donde se conocerán $\{\rho^C\}$ y $[U^C]$.

VIGAS Y SOPORTES

33. Sea una viga unida a la placa. Un elemento de la viga coincide con la frontera ij del elemento C de la placa. La frontera ij es paralela al eje OX y puede pertenecer a un borde o ser frontera entre elementos. En este último caso se supone que la opción de § 15 elegida es la de aplicar en C la totalidad de las cargas que la viga transmite a la placa.

34. Los desplazamientos de la viga deben ser los mismos que los de la placa en ij. Estos últimos desplazamientos, designados por w_{ij}, estarán dados por la expresión:

$$w_{ij} = \{\phi^C_{ij}\}^T\ \{\lambda^C\} \tag{30}$$

que se obtiene particularizando (2) para ij.

Las fuerzas q_y transmitidas por la viga a la placa son las opuestas a las dadas por la ecuación diferencial de la viga. Por lo tanto:

$$q_y = -E\,I\,\frac{d^4 w_{ij}}{dx^4} = -E\,I\,\frac{d^4}{dx^4}\ \{\phi^C_{ij}\}^T\ \{\lambda^C\} \tag{31}$$

Esta carga es de la forma (10).

35. Si la placa en ij y la viga experimentan las mismas rotaciones θ alrededor de ij, se tiene para la viga:

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y}\,;\quad d\theta = \frac{M_t}{G\,I_t}\,dx\,;\quad dM_t = m_t\,dx \tag{32}$$

donde M_t es el momento torsor de la viga y m_t es el momento alrededor de ij aplicado a la viga por la placa. Por consiguiente:

$$m_t = G\,I_t\,\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\,\partial y} \tag{33}$$

Para obtener m_t es necesario derivar w, dado por (2), con respecto a y antes de particularizar para ij.

La carga transmitida por la viga a la placa es $-m_t$ y es de la forma (10).

36. Se considera el caso de la figura 3. El nudo j pertenece a dos elementos de una viga recta unida a la placa. En el mismo nudo se une un soporte.

El esfuerzo cortante Q en la viga está dado por $Q = -E\,I\,\partial^3 w/\partial x^3$. Este esfuerzo puede ser discontinuo en j a causa de discontinuidad de I o de $\partial^3 w/\partial x^3$.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

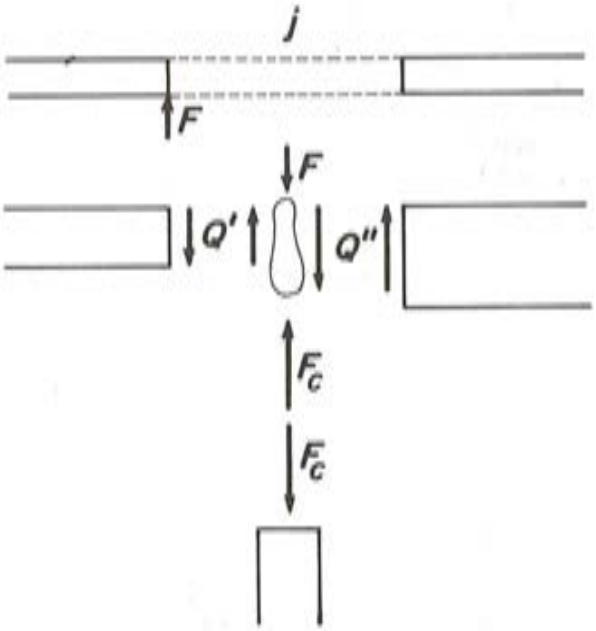


Fig. 3.

La fuerza F transmitida a la placa será $F = F_c - Q'' + Q'$ de acuerdo con la figura. Los esfuerzos cortantes Q' y Q'' son evidentemente de la forma (10). La fuerza F_c es de la misma forma de acuerdo con §18. Por consiguiente la fuerza F es también de la forma (10).

De la misma manera pueden tratarse los demas esfuerzos.

37. Sea ij un elemento de una viga unida a una placa. Se considera el caso de cargas aplicadas directamente en el elemento ij fuera de sus extremos.

El elemento ij de viga no está sometido a otras cargas que las determinadas por los desplazamientos mediante la correspondiente ecuación diferencial. Las cargas a las que ahora está sometido el elemento ij no proceden únicamente del correspondiente elemento C de placa a causa de las cargas directamente aplicadas en ij. Si se supone que todas las cargas de ij proceden de la placa será preciso suponer que las cargas aplicadas directamente en ij lo están en la placa.

En cualquier caso puede escribirse:

$$\{\rho_w^{ij}\} = \{\rho_v\} + \{\rho_{VP}\}\,; \quad \{\rho_w^C\} = \{\rho_p\} - \{\rho_{VP}\} \tag{34}$$

de modo análogo que para (23).

La primera de las expresiones (34) se refiere al elemento ij de la viga y la segunda al elemento C de la placa. Cada uno de los vectores es un vector $\{\rho^C\}$ y para todos ellos se han utilizado el mismo vector $\{\eta^C\}$ y los mismos ejes. Los primeros miembros se refieren a las cargas determinadas por w mediante las correspondientes ecuaciones diferenciales. En los segundos miembros aparecen las cargas aplicadas en la viga y en la placa así como las interacciones entre viga y placa, consideradas estas últimas mediante $\{\rho_{VP}\}$. De (34) se obtiene:

$$\{\rho_w^C\} = \{\rho_p\} + \{\rho_v\} - \{\rho_w^{ij}\} \tag{35}$$

Esta expresión indica que se opera como si las cargas aplicadas realmente en la viga lo estuvieran en la placa.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

CONDICIONES DE CONTORNO

38. Las condiciones de contorno que se consideran son aquellas que pueden expresarse mediante una ecuación lineal y homogenea de w y de derivadas de w, que se anula en un nudo o en todos los puntos de una frontera de elemento de placa. La ecuación será lineal y homogenea en elementos de $\{\lambda\}$.

39. Si por ejemplo se tiene un apoyo puntual en el nudo j en el que $w_j = 0$, ésta será una ecuación de contorno. La fuerza de reacción en j es una de las cargas designadas por q^C_{og} en §19. Esta fuerza debe tenerse en cuenta en el análisis, de acuerdo con (23).

40. Cada condición de contorno en un nudo da lugar a una ecuación de contorno. Por el contrario cada condición de contorno en una frontera de elemento de placa da lugar a varias ecuaciones de contorno, como se indica a continuación.

41. Se considera una condición de contorno que afecta a una frontera ij de elemento. La frontera ij es paralela al eje OX y pertenece a un borde. La expresión lineal y homogenea de elementos de $\{\lambda\}$, correspondiente a esta condición, debe anularse para todos los puntos de ij. Si se adopta una solución polinómica para w se podrá escribir dicha expresión como un polinomio en x cuyos coeficientes serán funciones lineales y homogeneas de elementos de $\{\lambda\}$. Cada uno de estos coeficientes deberá ser nulo y originará por tanto una ecuación de contorno.

42. Si por ejemplo w debe anularse en todos los puntos de ij, al menos las siguientes expresiones:

$$w_i = \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_i = w_j = \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_j = 0 \qquad (36)$$

deberán verificarse. Estas cuatro magnitudes son elementos de $\{\lambda\}$.

43. El conjunto de todas las ecuaciones de contorno puede escribirse como sigue:

$$[\overline{V}]\,\{\lambda\} = \{0\} \qquad (37)$$

donde $[\overline{V}]$ es una matriz conocida de elementos constantes.

44. En la matriz $[\overline{V}]$ puede haber filas que sean combinaciones lineales de las demás. Se designa por $[V]$ a una matriz que está formada por filas de $[\overline{V}]$ que son linealmente independientes y de las cuales las restantes filas de $[\overline{V}]$ son combinaciones lineales. Mediante:

$$[V]\,\{\lambda\} = \{0\} \qquad (38)$$

se expresan las mismas ecuaciones de contorno que mediante (37).

45. Naturalmente en el caso de desplazamientos impuestos el vector del segundo miembro tendrá elementos no nulos.

46. En los bordes no se pueden imponer mas de dos condiciones de contorno. Si deben imponerse tres condiciones de contorno, como ocurre en el caso de borde libre, puede adoptarse el conocido recurso de sustituir los momentos torsores en el borde por fuerzas que son globalmente equivalentes y que se superponen a los esfuerzos cortantes correspondientes.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

47. Las condiciones de contorno que se refieren a esfuerzos en los bordes pueden tratarse de otra manera que consiste en aplicar a lo largo del borde cargas que neutralizan a las cargas en que se traducen los esfuerzos que deben ser nulos. Por ejemplo, si la frontera kl del elemento C pertenece a un borde donde Q_y debe anularse, deberá aplicarse en kl una carga opuesta a la dada por la primera de las expresiones (11). Esta carga es de la forma (10).

Entonces las matrices $[\overline{V}]$ y $[V]$ se limitan a las condiciones de contorno de naturaleza geométrica.

48. De acuerdo con el tratamiento dado a las vigas en §§34 y 35, y teniendo en cuenta §§2 y 7, los bordes provistos de viga de borde deben ser tratados como bordes libres, como consecuencia de las supuestas traslaciones de las cargas que la viga de borde transmite a la placa y su consiguiente inclusión entre las sustituidas por la q_w^C correspondiente.

49. Finalmente se considera el caso de un apoyo intermedio según una línea. Se trata de un apoyo en cuyos puntos es $w = 0$ y tal que existen elementos de placa a ambos lados del apoyo. Es el caso de un apoyo no extremo de una placa continua a modo de viga continua.

Las reacciones de apoyo se equilibran mediante discontinuidad de los correspondientes esfuerzos cortantes. Esta discontinuidad podría evitarse con las traslaciones de cargas expuestas en §2, pero entonces se dificultaría la obtención de las reacciones. Es preferible considerar la discontinuidad en cuyo caso, una vez realizado el análisis global, se conocerán los esfuerzos cortantes a lo largo del apoyo en los elementos de placa a ambos lados del apoyo. Por consiguiente las reacciones pueden obtenerse fácilmente por diferencia.

ERROR e

50. La única causa por la que la solución a obtener no es la buscada consiste en la sustitución de las cargas que actúan en cada elemento por las cargas q_w^C.

El error e expresa la discrepancia entre los efectos de estos dos sistemas de cargas mediante las diferencias entre sus momentos M_{rs} considerados. Se define por la expresión:

$$e = \sqrt{\sum_C \{\underline{\rho}^C - \rho^C\}^T \{\underline{\rho}^C - \rho^C\}} \tag{39}$$

donde la suma se extiende a todos los elementos. El vector $\{\rho^C\}$ es el vector conocido de (28) y el vector $\underline{\rho}^C$ está dado por:

$$\{\underline{\rho}^C\} = [\underline{U}^C]\,\{\underline{\lambda}^C\} \tag{40}$$

Por consiguiente el vector $\{\underline{\rho}^C - \rho^C\}$ expresa los residuos de las ecuaciones (28). El significado de este vector puede clarificarse considerando (27) y suponiendo que el vector $\{q_o^C\}$ no existe, con lo que $\{\rho^C\} = \{\rho_K^C\}$.

El error es la raiz cuadrada de la suma de los cuadrados de los residuos anteriores en todos los elementos.

51. El error e tiene las dimensiones de una fuerza. Si se divide este error por la resultante de las fuerzas dadas se tendrá el error expresado por un número adimensional.

La razón por la que a^C y b^C aparecen en (5) es precisamente la de evitar que las dimensiones de M_{rs} puedan variar con r y s.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

52. El error e no pretende medir las discrepancias entre las cargas q_w^C y las sustituidas por ellas sino las que existen entre sus momentos, es decir entre sus efectos.

SISTEMA DE ECUACIONES

53. El sistema es un sistema de ecuaciones lineales en el que $\{\lambda\}$ es el vector desconocido. Una vez obtenido este vector, pueden obtenerse fácilmente los desplazamientos y los esfuerzos.

Hay dos maneras de formar el sistema, directamente o minimizando e. Estas dos maneras pueden dar lugar a sistemas diferentes. En otro trabajo se estudiará con detalle la formación del sistema.

54. El sistema directo esta formado por una expresión como la (29) para cada elemento y por la expresión (38) que expresa las condiciones de contorno.

El número de ecuaciones debe ser el mismo que el de incógnitas. Por consiguiente el número de ecuaciones incluidas en la correspondiente expresión (29), así como en la (23), no puede ser en general el mismo para todos los elementos. Esto no significa sino que el número de condiciones impuestas a q_w^C puede diferir de un elemento a otro.

55. El sistema que se obtiene minimizando e es mas general que el directo. Para el error e que se va a minimizar es posible adoptar, para cada elemento, la correspondiente expresión (23) o la (29) con el mismo número de ecuaciones. Pueden utilizarse las mismas parejas de valores de r, s, en M_{rs}, para todos los elementos. La arbitrariedad de la que se puede hacer uso puede permitir mejorar un sistema mal condicionado.

Es claro que si para el error e que se va a minimizar se utiliza para cada elemento el mismo vector $\{\eta^C\}$ que para el sistema directo se tendrá $e = 0$ y los dos sistemas se confundirán.

Para la minimización de e deben cumplirse las dos condiciones siguientes.

Primeramente deben satisfacerse las condiciones de contorno, expresadas por (38). Además deben satisfacerse, para cada elemento, las ecuaciones incluidas en (29) y referentes a la igualdad de los momentos M_{00}, M_{01} y M_{10}. La igualdad de estos momentos garantiza que, en cada elemento, la carga q_w^C y las sustituidas por ella tienen la misma resultante en magnitud y posición. El cumplimiento de la segunda condición equivale a anular los términos correspondientes de la suma que figura en e.

Para el cumplimiento de las dos condiciones anteriores pueden utilizarse los multiplicadores de Lagrange.

Estas dos condiciones pueden satisfacerse de un modo mas sencillo, aunque solo aproximadamente, como sigue. Se añaden a la suma que figura en e los cuadrados de los residuos de las ecuaciones incluidas en (38). Se asignan pesos a los términos de la nueva suma. Los pesos asignados a los términos que, con arreglo a las dos condiciones citadas, deben ser nulos, deben ser mucho mayores que los demás. Entonces puede procederse a minimizar el error e así definido.

OBSERVACIONES FINALES

56. Un criterio análogo al descrito para las cargas puede aplicarse a la estructura. La estructura dada, que puede contener piezas lineales y superficies, seria sustituida por otra. Las su-

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

perficies de esta última estructura tendrían en los nudos los mismos valores de las coordenadas y de algunas derivadas que la estructura dada. El objetivo es el de obtener una solución exacta para una estructura análoga a la dada, sometida a unas cargas análogas a las dadas.

57. Con respecto al método seguido para la integración de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales es claro que el que conduce al sistema directo es el de residuos ponderados (weighted residuals). Las funciones de peso son los elementos de los vectores $\{\eta^C\}$.

El método de integración en el que se minimiza e difiere del de mínimos cuadrados al menos en su versión usual. El primero minimiza los cuadrados de las diferencias entre momentos M_{rs} de dos sistemas de cargas y el último minimizaría los cuadrados de las diferencias entre los propios sistemas de cargas. El primero utiliza cuadrados de integrales y el último utiliza integrales de cuadrados.

58. Como el método usual de elementos finitos, el aquí descrito proporciona una solución por trozos. Este es el único rasgo o al menos el más importante, común a los dos métodos.

El método que aquí se expone da lugar a una solución exacta para unas cargas q_w^C que sustituyen a las que realmente actuan. En cada elemento los dos sistemas de cargas tienen al menos la misma resultante en magnitud y posición. Por consiguiente no surgen problemas de convergencia.

La solución para las cargas q_w^C es exacta tanto geométrica como mecánicamente. Las fronteras entre elementos están en equilibrio y el valor de cada esfuerzo en cada nudo es el mismo en todos los elementos afectados.

La solución que se obtiene no es la buscada a causa únicamente de la anterior sustitución de cargas. Se ha definido un error para medir los efectos de esta sustitución.

El método usual se basa en la minimización de la energía potencial total. Por consiguiente utiliza integrales definidas de cuadrados. Por el contrario el nuevo método, al minimizar e, utiliza cuadrados de integrales definidas y no emplea consideraciones energéticas. En él las cargas no intervienen mas que a través de sus momentos M_{rs} y para obtener los momentos de las cargas dadas no hay que asociar estas cargas a sus desplazamientos sino a sus coordenadas. Naturalmente, puesto que los desplazamientos son función de las coordenadas es posible transformar un método en el otro si ambos cumplen las mismas condiciones de exactitud, lo que no ocurre.

El nuevo método es mas complicado que el usual si se emplea el mismo número de nudos en ambos métodos. Debido a la exactitud referida es de esperar que el nuevo método requiera un número menor de nudos que el usual. Por otra parte las complicaciones de cálculo no parece que constituyen un gran obstáculo como lo demuestran algunos elementos sofisticados con nudos intermedios en los lados y nudos interiores usados en el método usual.

59. Para aplicar el nuevo método a otros campos que el de análisis de estructuras no es necesario conocer el funcional equivalente a la energía potencial total. En su lugar es necesario conocer el concepto equivalente al de equilibrio en las fronteras entre elementos. Es decir, es necesario conocer las condiciones que deben cumplirse en estas fronteras para que la solución pueda considerarse válida.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

APENDICE I

POLINOMIOS DE HERMITE

Estos polinomios $f_{iR}(\xi)$ y $f_{iS}(\xi)$ se definen como sigue. Designando:

$$F^j_{iR}(\xi) = \frac{d^j}{d\xi^j} f_{iR}(\xi) \quad \text{con} \quad F^o_{iR}(\xi) = f_{iR}(\xi) \tag{41}$$

debe verificarse:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} F^i_{iR}(0) = F^i_{iS}(1) = 1 \\ F^i_{iR}(1) = F^i_{iS}(0) = 0 \end{array}\right\} \; i = 0, 1, \ldots, p \\ F^j_{iR}(0) = F^j_{iR}(1) = F^j_{iS}(0) = F^j_{iS}(1) = 0; \;\; i, j = 0, 1, \ldots, p; \;\; i \neq j \end{array}\right\} \tag{42}$$

Sea $\alpha = x/a$ y $\beta = y/b$ donde a y b son las longitudes de los lados del elemento rectangular paralelamente a los ejes OX y OY. En estos ejes las coordenadas α, β, de los cuatro nudos son:

$$1\,(0;0), \quad 2\,(1;0), \quad 3\,(0;1), \quad 4\,(1;1)$$

Designando por ejemplo:

$$w^x_i = \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_i \tag{43}$$

el desplazamiento w puede definirse por la expresión siguiente donde, para todos los polinomios, es $p = 1$:

$$\left.\begin{array}{l} w = w_1 f_{0R}(\alpha) f_{0R}(\beta) + w_2 f_{0S}(\alpha) f_{0R}(\beta) + w_3 f_{0R}(\alpha) f_{0S}(\beta) + w_4 f_{0S}(\alpha) f_{0S}(\beta) + \\ \quad + w^x_1 a f_{1R}(\alpha) f_{0R}(\beta) + w^x_2 a f_{1S}(\alpha) f_{0R}(\beta) + w^x_3 a f_{1R}(\alpha) f_{0S}(\beta) + w^x_4 a f_{1S}(\alpha) f_{0S}(\beta) + \\ \quad + w^y_1 b f_{0R}(\alpha) f_{1R}(\beta) + w^y_2 b f_{0S}(\alpha) f_{1R}(\beta) + w^y_3 b f_{0R}(\alpha) f_{1S}(\beta) + w^y_4 b f_{0S}(\alpha) f_{1S}(\beta) + \\ \quad + w^{xy}_1 ab f_{1R}(\alpha) f_{1R}(\beta) + w^{xy}_2 ab f_{1S}(\alpha) f_{1R}(\beta) + w^{xy}_3 ab f_{1R}(\alpha) f_{1S}(\beta) + w^{xy}_4 ab f_{1S}(\alpha) f_{1S}(\beta) \end{array}\right\} \tag{44}$$

Como puede verificarse fácilmente, w, $\partial w/\partial x$, $\partial w/\partial y$ y $\partial^2 w/\partial x \partial y$ son continuas en toda la placa.

Debe observarse que la supresión de la última fila de (44) implica:

$$w^{xy}_1 = w^{xy}_2 = w^{xy}_3 = w^{xy}_4 = 0 \tag{45}$$

NOTACION

a^C, b^C longitudes de los lados del elemento C.

$M_{rs}(q^C_p)$ momento de órdenes r, s, de la carga q^C_p que actúa en el elemento C.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

q_w^C carga definida por w^C mediante la correspondiente ecuación diferencial.

$q_{\lambda f}^C$ carga dependiente de w y aplicada en C, que puede expresarse directamente en función de $\{\underline{\lambda}^C\}$.

$q_{o g}^C$ carga dependiente de w y aplicada en C, que no puede expresarse directamente en función de $\{\underline{\lambda}^C\}$.

Q_{kl}^C esfuerzo cortante en la frontera kl entre elementos, en el elemento C.

Q_l^C valor de Q_{kl}^C en el nudo l.

Q_{kl}^{CD} esfuerzo cortante en kl, en los elementos C y D.

Q_l^{CD} valor de Q_{kl}^{CD} en el nudo l.

Q_l esfuerzo cortante en el nudo l, en todos los elementos afectados.

$\overline{Q}_{kl}^C$ fuerzas aplicadas en kl en el elemento C para neutralizar las fuerzas parásitas que actúan en kl como consecuencia de discontinuidad de esfuerzo cortante ($Q_{kl}^C \neq \neq Q_{kl}^D$).

$[\overline{V}], [V]$ matrices empleadas para expresar las condiciones de contorno en función de $\{\lambda\}$.

w^C desplazamiento w en el elemento C.

ϵ error que, mediante los momentos M_{rs}, mide las discrepancias entre las cargas que actúan realmente y las cargas q_w^C que las sustituyen.

$\{\phi^C\}$ vector empleado para expresar w^C en función de $\{\lambda^C\}$.

$\{\psi^C\}$ vector empleado para expresar q_w^C en función de $\{\lambda^C\}$.

$\{\lambda_h\}$ vector cuyos elementos son los valores desconocidos en el nudo h, de w y de algunas derivadas de w.

$\{\lambda^C\}$ vector cuyos elementos son los elementos de los vectores $\{\lambda_h\}$ correspondientes a los nudos i, j, k, l, del elemento C.

$\{\underline{\lambda}^C\}$ vector formado por el vector $\{\lambda^C\}$ y por otros vectores como el $\{\lambda_h\}$, de los que dependen las cargas en C.

$\{\lambda\}$ vector formado por los vectores análogos al $\{\lambda_h\}$ de todos los nudos de la estructura.

$\{\eta^C\}$ vector cuyos elementos son de la forma $(x/a^C)^r \cdot (y/b^C)^s$.

$\{\rho_p^C\}$ vector cuyos elementos son los momentos M_{rs} de la carga q_p^C de los órdenes r, s, dados por los elementos de $\{\eta^C\}$.

REFERENCIAS

1 - F.K. Bogner, R.L. Fox y L.A. Schmit. "The Generation of Inter-Element-Compatible Stiffness and Mass Matrices by the Use of Interpolation Formulas", trabajo presentado a la Air Force Institute of Technology First Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics, que tuvo lugar del 26 al 28 de Octubre de 1965 en la Wright-Patterson Air Force Base, Ohio.

2 - O.C. Zienkiewicz. The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill, London, 1971.

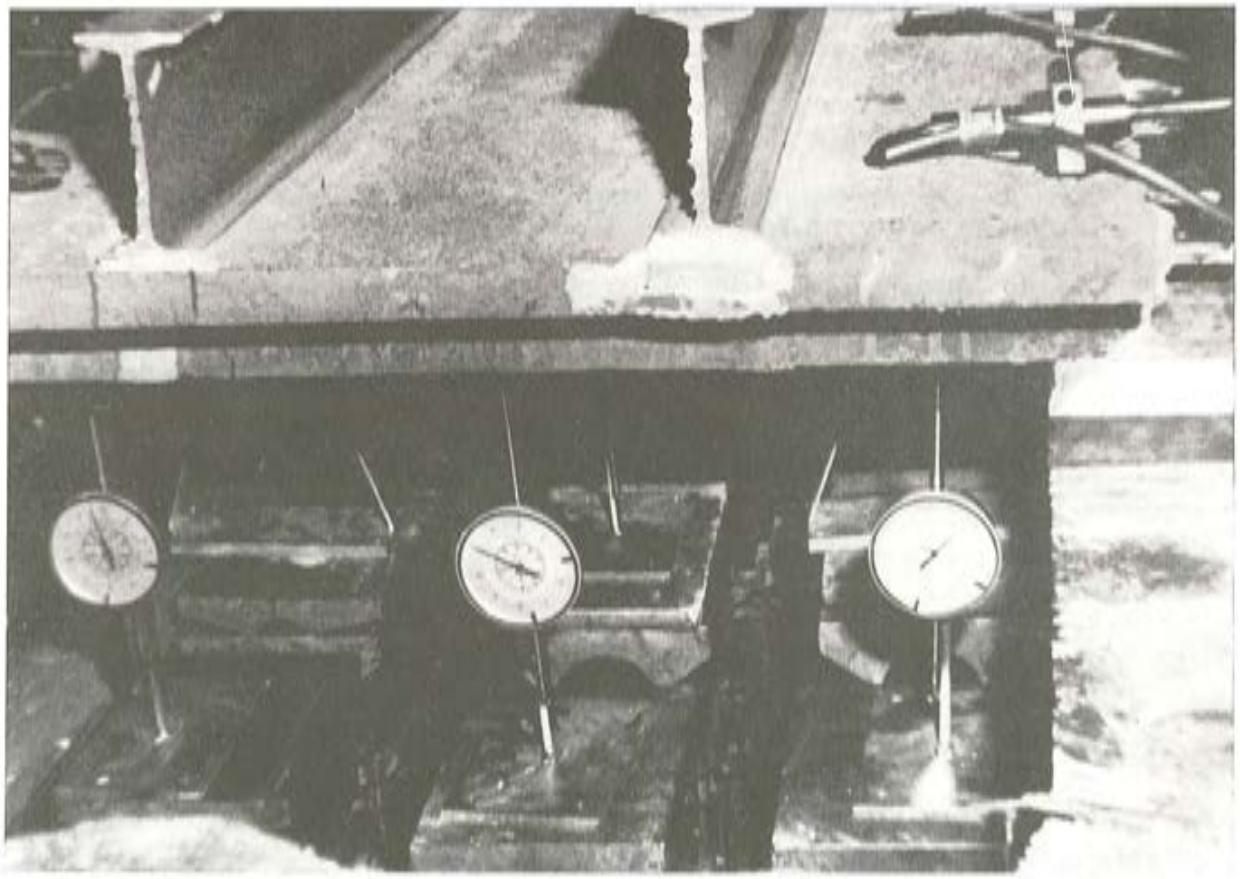
3 - C.S. Desai and J.F. Abel. Introduction to the Finite Element Method. Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1972.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

INTEMAC

INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES

Ensayo a rotura de un forjado



MADRID

Oficinas
Monte Esquinza, 30 -4º - D
MADRID-4
Tels.: (91) 410 51 58/62/66
410 37 57

Laboratorio
Carretera de Loeches, 7
TORREJON DE ARDOZ
Tels.: (91) 675 31 00/04/08

BARCELONA

Pasaje Busquets, 37
CORNELLA DE LLOBREGAT
Tel.: (93) 377 43 58/62

SANTANDER

Félix Apellániz, 11
TORRELAVEGA
Tel.: (942) 89 02 01

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Tolerancias en estructuras de hormigón

F.I.P. Comisión de Práctica Constructiva
F.I.P. Comisión de Prefabricación

INTRODUCCION

El presente documento ha sido preparado por un Comité Mixto de las Comisiones de Práctica Constructiva y de Prefabricación de la F.I.P. En él se dan definiciones y valores de las tolerancias que, en opinión de los autores, parecieron aceptables desde los puntos de vista de la seguridad y de las posibilidades prácticas. Confiamos en que pueda servir de base para el cálculo y ejecución, y en que pueda también servir de base para futuras recomendaciones. Para conseguirlo, será preciso analizar más datos estadísticos de desviaciones geométricas medidas en la realidad y estudiar más su aplicabilidad a los distintos tipos de estructuras. No obstante, esperamos que este documento pueda despertar la atención sobre la importancia de las tolerancias, facilitando así el progreso de la construcción.

M. Kavyrchine

COMISION MIXTA SOBRE TOLERANCIAS EN HORMIGON

Mr. J. Calavera (España)	Presidente
Mr. M. Banic (Yugoeslavia)	
Mr. R. Cubillo (España)	
Mr. T. Gifford (Inglaterra)	
Mr. R. W. Irwin (Nueva Zelanda)	
Mr. E. Ludwig (República Democrática de Alemania)	
Mr. M. A. May (Inglaterra)	
Mr. N. E. Willen (Suecia)	
Mr. F. Rudersdorf (República Federal de Alemania)	
Mr. M. Valles (Francia)	
Mr. B. Voves (Checoslovaquia)	
Mr. J. Whittaker (Nueva Zelanda)	
Mr. J. María-Tomé (España)	Secretario

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

INDICE

1.1. Generalidades.
1.2. Definiciones.
1.3. Niveles de Tolerancia.
1.4. Desviaciones Admisibles
1.4.1. Corte y colocación de Armaduras y Vainas.
1.4.2. Fabricación de piezas prefabricadas.
1.4.3. Construcción con Hormigón in situ y montaje de piezas de hormigón prefabricadas.

1.1.- GENERALIDADES

El problema de las tolerancias es una cuestión importante porque proporciona un instrumento para evitar las dificultades de tipo técnico y legal que puedan suscitarse entre las distintas personas que intervienen en la construcción.

Las tolerancias geométricas, que son las únicas que aquí se analizan, ofrecen particular importancia en los siguientes aspectos de la construcción:

- *Estructural.* Las variaciones dimensionales afectan a la resistencia de las piezas y, por consiguiente, también a la seguridad estructural.
- *Funcional.* El empleo de determinadas formas en la construcción puede verse afectado por las desviaciones resultantes.
- *Económico.* El nivel de tolerancia influye en los materiales, en los medios auxiliares y métodos de construcción y, en consecuencia, en el coste de todos ellos.
- *Estético.* El aspecto final de una construcción guarda también una estrecha relación con las tolerancias aceptadas.

Las tolerancias a las que se refiere este trabajo son aplicables a todas las construcciones de carácter general. Los casos especiales pueden exigir tolerancias especiales.

El Ingeniero debe especificar con claridad cual es el nivel de tolerancia que va a aplicar a la estructura o a cada una de las partes de la misma.

Deberá también indicar en el plano las dimensiones de tal forma que siempre sea posible efectuar mediciones directas. (Por ejemplo, distancia entre las caras del hormigón de dos pilares consecutivos en vez de distancia entre ejes). Se tendrá aquí especial cuidado de evitar el doble dimensionamiento.

El Constructor deberá mantener puntos de control y marcas de replanteo durante todo el proceso constructivo hasta su terminación, de forma que el control de las tolerancias sea siempre posible.

Las tolerancias mencionadas en este trabajo incluyen las relativas al replanteo y a la ejecución in situ, así como a los procesos de producción y montaje en el caso de las estructuras prefabricadas. Las tolerancias se refieren a las estructuras antes de retirar los apeos; no se tienen en cuenta las flechas ni las contraflechas de cálculo y, en general, las tolerancias no se refieren a las variaciones debidas al transcurso del tiempo y a la temperatura.

Nunca se permitirá que la estructura rebase los límites de las propiedades, pese a las tolerancias aquí indicadas.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

1.2.- DEFINICIONES

Dimensión básica o posición.– Dimensión o posición que sirven de referencia para establecer los límites (Fig. 1).

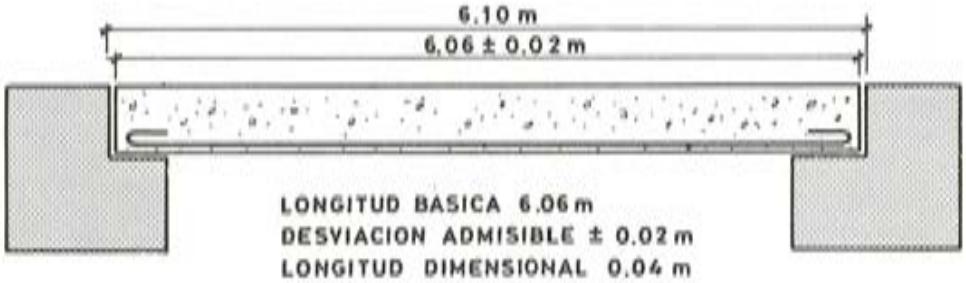


Fig. 1.

Desviación.– Diferencia entre dimensión o posición y la dimensión básica o posición básica correspondientes.

Desviación admisible.– Límites aceptados para la desviación.

Alabeo.– El valor absoluto de la desviación de una esquina respecto a un plano que pasa por las otras tres esquinas. (Fig. 2).

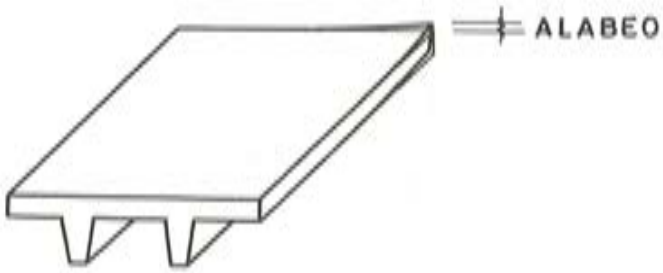


Fig. 2.

Rectitud.– La diferencia entre la forma real de una línea y la línea recta. (Fig. 3).

Tolerancia.– La diferencia entre los límites admisibles para la dimensión o entre los límites admisibles para la posición. La tolerancia es un valor absoluto sin signo.

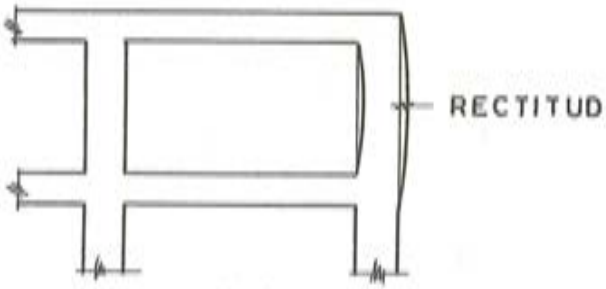


Fig. 3.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

1.3.- NIVELES DE TOLERANCIA

El nivel de tolerancia descrito en 1.4. es el adecuado para obras que normalmente se consideran como de "buena calidad" en lo que se refiere a las tolerancias geométricas.

En algunas obras puede ser suficiente un nivel de precisión más bajo y el Ingeniero deberá indicarlo con claridad, para reducir el costo total.

En casos especiales, donde la obra exige tolerancias más estrictas, el Ingeniero deberá indicarlo con claridad en sus especificaciones y en la etapa de cálculo. Puede ocurrir que en un contrato solamente una o dos dimensiones exijan tolerancias estrictas, circunstancia que deberá hacerse constar por separado de las dimensiones pertenecientes a la "buena práctica" standard. Ninguna tolerancia deberá nunca ser de nivel superior a los 2/3 de las cifras indicadas en 1.4. y en ningún caso se podrán disminuir los límites mínimos.

Conviene observar que el hecho de elegir niveles de tolerancia innecesariamente estrictos aumenta en gran medida los costes de la construcción y el Ingeniero debe considerar con especial atención esta circunstancia en todas las etapas de la construcción.

1.4.- DESVIACIONES PERMISIBLES

1.4.1.- Corte y colocación de armaduras y tubos

Corte

- Longitud de corte (siendo L la longitud básica).

$$L \leq 6 \text{ m} \pm 20 \text{ mm}$$
$$L > 6 \text{ m} \pm 30 \text{ mm}$$

Doblado

- Dimensiones de forma

$$L \leq 0{,}5 \text{ m} \pm 10 \text{ mm}$$
$$0{,}5 \text{ m} < L \leq 1{,}50 \text{ m} \pm 15 \text{ mm}$$
$$L > 1{,}50 \text{ m} \pm 20 \text{ mm}$$

Colocación

- Recubrimiento: Desviaciones en menos 5 mm
- Desviación en más (Siendo h el canto total del elemento).

$$h \leq 0{,}50 \text{ m} \quad 10 \text{ mm}$$
$$0{,}50 \text{ m} < h \leq 1{,}50 \text{ m} \quad 15 \text{ mm}$$
$$h > 1{,}50 \text{ m} \quad 20 \text{ mm}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

– Distancia entre barras paralelas consecutivas (Siendo L la distancia básica entre las superficies de las barras).

$$L \leqslant 0{,}05 \text{ m} \pm 5 \text{ mm}$$
$$0{,}05 \text{ m} < L \leqslant 0{,}20 \text{ m} \pm 10 \text{ mm}$$
$$0{,}20 \text{ m} < L \leqslant 0{,}40 \text{ m} \pm 20 \text{ mm}$$
$$L > 0{,}40 \text{ m} \pm 30 \text{ mm}$$

– Desviación en el sentido del canto o del ancho del elemento de cualquier punto del eje de la armadura o vaina (Siendo L el canto total o el ancho total del elemento en cada caso).

$$L \leqslant 0{,}25 \text{ m} \pm 10 \text{ mm}$$
$$0{,}25 \text{ m} < L \leqslant 0{,}50 \text{ m} \pm 15 \text{ mm}$$
$$0{,}50 \text{ m} < L \leqslant 1{,}50 \text{ m} \pm 20 \text{ mm}$$
$$L > 1{,}50 \text{ m} \pm 30 \text{ mm}$$

1.4.2.- Fabricación de piezas prefabricadas

a) Dimensiones longitudinales:

$$L \leqslant 3 \text{ m} \pm 10 \text{ mm}$$
$$3 \text{ m} < L \leqslant 6 \text{ m} \pm 15 \text{ mm}$$
$$6 \text{ m} < L \leqslant 12 \text{ m} \pm 20 \text{ mm}$$
$$L > 12 \text{ m} \pm 30 \text{ mm}$$

b) Dimensiones transversales:

$$L \leqslant 0{,}50 \text{ m} \pm 5 \text{ mm}$$
$$0{,}50 \text{ m} < L \leqslant 1{,}50 \text{ m} \pm 8 \text{ mm}$$
$$1{,}50 \text{ m} < L \leqslant 3{,}00 \text{ m} \pm 10 \text{ mm}$$
$$3{,}00 \text{ m} < L \leqslant 6{,}00 \text{ m} \pm 12 \text{ mm}$$
$$6{,}00 \text{ m} < L \leqslant 12{,}00 \text{ m} \pm 15 \text{ mm}$$
$$L > 12{,}00 \text{ m} \pm 20 \text{ mm}$$

c) Rectitud:

$$L \leqslant 3{,}00 \text{ m} \pm 5 \text{ mm}$$
$$3{,}00 \text{ m} < L \leqslant 6{,}00 \text{ m} \pm 10 \text{ mm}$$
$$6{,}00 \text{ m} < L \leqslant 12{,}00 \text{ m} \pm 15 \text{ mm}$$
$$12{,}00 \text{ m} < L \leqslant 24{,}00 \text{ m} \pm 20 \text{ mm}$$
$$L > 24{,}00 \text{ m} \pm 30 \text{ mm}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

d) Alabeo. (Siendo L la diagonal del rectángulo):

$$L \leqslant 3{,}00 \text{ m} \pm 8 \text{ mm}$$
$$3{,}00 \text{ m} < L \leqslant 6{,}00 \text{ m} \pm 10 \text{ mm}$$
$$6{,}00 \text{ m} < L \leqslant 10{,}00 \text{ m} \pm 15 \text{ mm}$$
$$L > 12{,}00 \text{ m} \pm 0{,}0015\ L$$

e) Contraflecha. Variación relativa al valor medio:

$$L \leqslant 3{,}00 \text{ m} \pm 5 \text{ mm}$$
$$3{,}00 \text{ m} < L \leqslant 6{,}00 \text{ m} \pm 8 \text{ mm}$$
$$6{,}00 \text{ m} < L \leqslant 12{,}00 \text{ m} \pm 12 \text{ mm}$$
$$12{,}00 \text{ m} < L \leqslant 24{,}00 \text{ m} \pm 20 \text{ mm}$$
$$L > 24{,}00 \text{ m} \pm 30 \text{ mm}$$

Diferencia entre las contraflechas de dos elementos consecutivos:

$$L \leqslant 3{,}00 \text{ m} \quad 5 \text{ mm}$$
$$3{,}00 \text{ m} < L \leqslant 6{,}00 \text{ m} \quad 8 \text{ mm}$$
$$6{,}00 \text{ m} < L \leqslant 12{,}00 \text{ m} \quad 12 \text{ mm}$$
$$12{,}00 \text{ m} < L \leqslant 24{,}00 \text{ m} \quad 20 \text{ mm}$$
$$L > 24{,}00 \text{ m} \quad 30 \text{ mm}$$

1.4.3.- Construcción con hormigón in situ y montaje de piezas prefabricadas

1.4.3.1.- *Cimentaciones*

a) Posición en planta: ± 2 por 100 del ancho en este sentido pero no superior a ± 50 mm.

b) Dimensiones en el plano: ± 30 mm.

c) Variación de nivel de la cara superior: ± 20 mm.

d) Variación de nivel de la cara inferior: ± 30 mm.

e) Variación del canto: $\pm 0{,}05\ h \not> \pm 50$ mm.

1.4.3.2.- *Superestructura*

a) Posición en el plano (Distancia a la línea de referencia más próxima):

± 10 mm.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

b) Verticalidad (Siendo h la altura básica):

$$h \leqslant 0{,}50 \text{ m} \pm 5 \text{ mm}$$
$$0{,}50 \text{ m} < h \leqslant 1{,}50 \text{ m} \pm 10 \text{ mm}$$
$$1{,}50 \text{ m} < h \leqslant 3{,}00 \text{ m} \pm 15 \text{ mm}$$
$$3{,}00 \text{ m} < h \leqslant 10{,}00 \text{ m} \pm 20 \text{ mm}$$
$$h > 10{,}00 \text{ m} \pm 0{,}002\ h$$

c) Dimensiones transversales y lineales:

$$L \leqslant 0{,}25 \text{ m} \pm 5 \text{ mm}$$
$$0{,}25 \text{ m} < L \leqslant 0{,}50 \text{ m} \pm 10 \text{ mm}$$
$$0{,}50 \text{ m} < L \leqslant 1{,}50 \text{ m} \pm 12 \text{ mm}$$
$$1{,}50 \text{ m} < L \leqslant 3{,}00 \text{ m} \pm 15 \text{ mm}$$
$$3{,}00 \text{ m} < L \leqslant 10{,}00 \text{ m} \pm 20 \text{ mm}$$
$$L > 10{,}00 \text{ m} \pm 0{,}002\ L$$

d) Dimensiones totales de la estructura:

$$L \leqslant 15{,}00 \text{ m} \pm 15 \text{ mm}$$
$$15{,}00 \text{ m} < L \leqslant 30{,}00 \text{ m} \pm 30 \text{ mm}$$
$$L > 30{,}00 \text{ m} \pm 0{,}001\ L$$

e) Rectitud:

$$L \leqslant 3{,}00 \text{ m} \pm 10 \text{ mm}$$
$$3{,}00 \text{ m} < L \leqslant 6{,}00 \text{ m} \pm 15 \text{ mm}$$
$$6{,}00 \text{ m} < L \leqslant 10{,}00 \text{ m} \pm 20 \text{ mm}$$
$$10{,}00 \text{ m} < L \leqslant 20{,}00 \text{ m} \pm 30 \text{ mm}$$
$$L > 20{,}00 \text{ m} \pm 0{,}0015\ L$$

f) Alabeo (Siendo L la diagonal del rectángulo):

$$L \leqslant 3{,}00 \text{ m} \pm 10 \text{ mm}$$
$$3{,}00 \text{ m} < L \leqslant 6{,}00 \text{ m} \pm 15 \text{ mm}$$
$$6{,}00 \text{ m} < L \leqslant 12{,}00 \text{ m} \pm 20 \text{ mm}$$
$$L > 12{,}00 \text{ m} \pm 0{,}002\ L$$

g) Diferencias de nivel respecto a la superficie superior o inferior más próxima:

$h \leqslant 3{,}00$ m	10 mm
$3{,}00 \text{ m} < h \leqslant 6{,}00$ m	12 mm
$6{,}00 \text{ m} < h \leqslant 12{,}00$ m	15 mm
$12{,}00 \text{ m} < h \leqslant 20{,}00$ m	20 mm
$h > 20{,}00$ m	0,001 L

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

BIBLIOGRAFIA

Nota:

La bibliografía relativa al tema de las tolerancias comprende unas 550 referencias, la mayoría relacionadas con las estructuras de hormigón.

Se puede obtener la lista completa poniéndose en contacto con el Dr. Ing. J. CALAVERA, Instituto Técnico de Materiales y Construcciones, c/Monte Esquinza, 30, Madrid-4 España.

Las referencias que se facilitan a continuación se refieren solamente a Normas o Publicaciones de Institutos y Asociaciones Técnicas, habiéndose eliminado las referencias de trabajos personales.

REFERENCIAS DE TOLERANCIAS

1. ACI Committee 301: "Manual of Concrete Practice". ACI 301-12.
2. ACI Committee 301: "Specifications for Structural Concrete". ACI-301-13.
3. ACI Committee 301: "Specifications for Structural Concrete". ACI-301-15.
4. ACI Committee 301 (1971): "Proposed Revision of ACI 301-66: Specifications for Structural Concrete for Buildings", Jour. Am. Concrete Inst., ACI Proc., vol. 68, no. 6, June, pp. 413-450.
5. ACI Committee 318: "Building Code Requirements". ACI 318-17.
6. ACI Committee 318 (1971): Building Code Requirements for Reinforced Concrete, Am. Concrete Inst. Standard 318-71, Detroit.
7. ACI Committee 347: "Manual of Concrete Practice". ACI 347-10.
8. ACI Committee 347: "Formwork". ACI 347-11.
9. ACI Committee 347 (1967): "Proposed Revision of ACI 347-63: Recommended Practice for Concrete Formwork", Jour. Am. Concrete Inst., ACI Proc., vol. 64, no. 7 July, pp. 337-373 (adopted as Standard ACI 347-68, Jour. Am. Concrete Inst., vol. 65, no. 7, p. 497).
10. AFNOR: "Tolérances dans le batiment: Emploi des tolérances sur les dimensions et les formes". Projet de norme française P 04.001.
11. BSI "Draft for development accuracy in building Part 2. Metric Units". Bristish Standard Institution.
12. BSI "Report on the BSI/DOE accuracy survey by the building research establishment". British Standard Institution.
13. BSI DD 22: 1972: "Recommendations for the co-ordination of dimensions in Building. Tolerances and fits for building. The calculation of work sizes and joint clearances for building components".
14. BUILDING RESEARCH FOUNDATION. "Toleranties voor betonelementen" (Tolerances for concrete elements) Rapport B 9 - 2. Committee B 9 - La Haya.
15. CEB (1969): Recomendations Internationales pour les Structures en Panneaux. (International Recommendations for Panel Structures), Comité Européen du Béton, First Ed., Appendix 8.
16. CEB-FIP (1970): International Recommendations for the Design and Construction of Concrete Structures, Comité Européen du Béton, Fédération Internationale de la Précontrainte, English Ed.
17. CBR "Béton structure - Architectonique. Ouvrages d'art. Tolérances et spécifications".

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

18. CIB (1973) "Tolérances sur les défauts d'aspect du béton". Rapport N° 24. Juin.

19. CIB (1975) "Tolerance for surface blemishes on concrete finishes". ACI Journal June.

20. CIB, ed. (1974): "Check list pour la spécification des tolérances". Cahier du CSTB N° 1250, Livraison 150, Juin, Rapport núm. 28 préparé par le Groupe de Travail CIB W 49. "Tolérances".

21. COMMISSION DE RECHERCHE POUR LA CONSTRUCTION DE LOGEMENTS. "Tolérances dimensionnelles dans le gros oeuvre des constructions des logements préfabriqués". Commission de Recherche pour la Construction de Logements (CRL - FKW - CRA).

22. CUR, ed. (1974) "Toleranties voor betonwerk". Strichting Commissie voor Uitvoering van Research Ingesteld Door de Betonvereniging. Rapport 66. December.

23. DANSKBETONFORENINGEN "Tolerancer for betonelementers hovedmal" (Tolerances for concrete elements).

24. DIN (1974) Din 18201 and Tentative. "Masstoleranzen im Bauwesen: Begriffe, Grundsatze, Anwendung, Prufung" (Dimensional tolerances for building" Definitions, principles, application, testing). Juin.

25. DIN. Din 18202 - h1. (Dimension tolerances in building construction. Permisible allowances for execution of the work. Wall and floor openings, recesses, store and landing heights). "Masstoleranzen im Hochbau: Zulassige Abmasse fur die Bauausfuhrung, Wand-und Deckoffnungen, Nisehen, Geschoss- und Podesthohen. March 1969.

26. DIN. Din 18202 - h2. "Masstoleranzen im Hochbau: Ebenheits toleranzen fur Oberflachen von Wande, Deckenunterseiten und Bauteilen" (Dimensional tolerances in construction. Planeness tolerances for surfaces of walls, undersides of ceilings and components). June 1974.

27. DIN. Din 18202 - h3. "Masstoleranzen im Hochbau: Toleranzen fur die Ebenheit der Oberflachen von Rohdecken, Estrichen und Bodenbelagen" (Dimensional co-ordination in building construction, permissible dimensional deviations of the structure. Surface of ceilings, intermediate layers and floor finishes). September 1970.

28. DIN. Din 18202 - h4. "Masstoleranzen im Hochbau: Abmasse fur Bauwerkabmessungen" (Dimensional tolerances for building construction; dimensional deviations by dimensions of buildings). June 1974.

29. DIN. Din 18202 - h5 "Masstoleranzen im Hochbau, Toleranzen von Gebaudeabmessungen bezogen auf ein Bezugsystem". (Dimensional tolerances in building; tolerances of building deviations referred to a reference system). January 1975 (3rd Proposal).

30. DIN. Proposal of Norm DIN 18203 - h1. "Masstoleranzen im Hochbau: Zulassige AbmaBe fur Bauteile Fertigteile aus Beton und Stahlbeton Stützen; Wandtafeln und Fassadenplatten; Decken - und Dachplatten; Binder, Pfetten, Unterzuge" (Dimensional tolerances for building; permissible deviations for concrete elements, concrete and reinforced precast elements. Supports, wall and facade plates, ceilings and roof plates; trusses, binders and beams).

31. ISO. Proposal N. ISO 49/SC 4WG 1 based in S. Sweden SIS 05 02 12. "Tolerances in building. Tolerance system".

32. ISO. "Classification of tolerances in building". INSTA-B2 "ad hoc group", Copenhague, April 1975.

33. ISO. "Vocabulary of Tolerances for Building", Draft ISO Recommendation No 1803, ISO/TC 59 (Secretariat - 133) 242E.

34. MSZ - 7658/1 pág. "Terminology of building industry tolerances". Epitoipari mérettürések terminológiaja. Hungria.

35. MSZ - 7658/2 pág. "Epitoipari mérettürések alapelvei" (Principles of tolerances in building industry). Hungria.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

36. PN/B - 02352 "Coordination of dimensions in building - Basic principles". Polonia.

37. PN/B - 02353 "Dimensional coordination in building - Modular values". Polonia.

38. PN/B - 02354 "Dimensional coordination in building. Modular coordination and dimensional principles". Polonia.

39. PN/B - 02355 "Dimensional coordination in building. Dimensional tolerances". Polonia.

40. SIS. Norm SIS 03 22 32 "Toleranser, Symboler, Beteckningar, Skriv-och ritsatt" (Building drawings. Indication of Tolerances). 1974. BST SVENSK STANDARD.

41. SIS, Norm SIS 03 22 33 "Byggritringar beteckning av byggnader" (Building drawings. Designation of Buildings). 1974 BST - SVENSK STANDARD.

42. SIS. Norm SIS 05 01 00 "Modulsamordning Terminologi" (Modular coordination Terminology). 1970. BST - SVENSK STANDARD.

43. SIS. Norm SIS 05 01 01 "Modulsamordning grundlaggande principer" (Modular coordination. Basic principles). 1970 BST - SVENSK STANDARD.

44. SIS. Norm 05 01 02 "Modulsamordning. Repler får modulprojektering". (Modular coordination. Rules for modular planning). 1970. BST - SVENSK STANDARD.

45. SIS. Norm SIS 05 01 04 "Hallbyggnader, Horisontella preferesmatt får stommen" (Buildings with large unobstructed spaces, especially industrial buildings and ware - houses. Preferred horizontal sizes of loadbearing structure.

46. SIS. Norm SIS 05 01 05 "Modulsamordning. Hallbyggnader. Vertikala mått för yttervaggar" (Building with large unobstructed spaces, especially industrial buildings and ware - houses. Vertical sizes of outer walls). 1968. BST - SVENSK STANDARD.

47. SIS. Norm SIS 05 01 06 "Modulsamordning. Flerfamiljshus. Vertikala mått" (Dimensional coordination. Multifamily houses. Vertical sizes). 1968 - BST - SVENSK STANDARD.

48. SIS. Norm SIS 05 01 07 "Modulsamordning. Bostadshus. Mått for icke barande innervaggar. (Modular coordination. Residential buildings. Partition sizes). 1968. BST - SVENSK STANDARD.

49. SIS. Norm SIS 05 01 11 "Modulsamordning. Kontorsbyggrader. Horizontella och vertikala mått". (Modular coordination. Office buildings. Horizontal and vertical sizes) 1968. BST - SVENSK STANDARD.

50. SIS. Norm SIS 05 01 16 "Modulsamordning. Undertak. Horisontala mått. (Modular coordination. Suspended ceilings. Horizontal dimensions). 1970. BST - SVENSK STANDARD.

51. SIS. Norm SIS 05 03 20 "Takbarare. Grundlaggande mått" (Roofs. Loadbearing componentes. Basic sizes). 1974 BST - SVENSK STANDARD.

52. SIS. Norm SIS 05 02 13 "Byggtoleranser. Sampsel mellan toleranser". (Tolerances for building. Interaction among tolerances). 1974 BST - SVENSK STANDARD.

53. SIS. Norm SIS 05 02 14 "Byggtoleranser. Sampsel mellan toleranser. Formler" (Tolerances for building. Interaction formulae). 1974. BST - SVENSK STANDARD.

54. SIS. Norm SIS 81 23 01. "Betongprodukter. Tvärsnittsmått för rektangulära pelare". (Concrete elements. Dimensions of rectangular columns cross-sections). 1969 - BST - SVENSK STANDARD.

55. SIS. Proposal 110/0 Norm Sweden SIS 81 24 01 "Bjälklagselement av betong. Grundläggande mått (Concrete floor slabs. Basic sizes. BST - SVENSK STANDARD.

56. SIS. Proposal 206/11 Norm Sweden SIS 81 24 02 "Bjälkselement av betong med plan översida och undersida". (Concrete floor slabs with plane upper and lower surfaces. Dimensions and from). BST - SVENSK STANDARD.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

57. SIS Norm SIS 81 24 02 "Bjälkselement av betong med plan oversida och undersida. Mått och form". (Concrete floor slabs with plane upper and lower surfaces. Dimensions and forms). 1974. BST - SVENSK STANDARD.

58. SIS. Proposal 305/8 Norm Sweden SIS 81 24 03 "Bjälkselement av betong med TT-format tvärsnitt. Mått och form". (Concrete double T floor slabs. Dimensions and form). BST - SVENSK STANDARD

59. SIS. Norm SIS 81 24 03 "Bjälkselement av betong med TT-format tvärsnitt. Mått och form". (Double T concrete floor slabs. Dimensions and form). 1975 - BST - SVENSK STANDARD.

60. SIS. Proposal 563/7 Norm Sweden SIS 81 24 04 "Bestämning av matt och form hos bjälklageselement av betong" (Determination of dimensions and form of concrete floor slabs). BST - SVENSK STANDARD.

61. SIS. Norm SIS 81 32 01 "Trappor, Terminologi" (Stairs. Terminology). 1974 STB - SVENSK STANDARD.

62. SIS. Norm SIS 81 26 02 "Tvärmått for rektangulära betongbalkbar" (Cross dimensions of rectangular concrete beams). 1971 - BST - SVENSK STANDARD.

63. SIS. "Byggtoleranser 1975" (Tolerances for construction 1975). BST Handbook núm. 3.

64. SIS. "Building tolerances. Interaction between tolerances formulae" B.S.T.

65. SIS. "Toleransvidder" (Tolerances for building. Series of tolerances widths).

66. SIS. "Byggtoleranser' Toleranssystem" (Tolerances for buildings. Tolerance system). SIS 05 02 12 (May 1974).

67. SIS. Byggtoleranser. Terminologi" (Tolerances for building. Terminology). SIS 05 02 15 (May 1974).

68. SIS. "Toleranser. Grundlaggande terminologi" (Basic terminology on tolerances). SIS 05 05 01 (June 1973).

69. UNE. "Tolerancias de estructuras metálicas de edificios de varias alturas". (Tolerances for metal structures in buildings with different rises). Propuesta UNE 76100 Oct. 1975 - INSTITUTO NACIONAL DE RACIONALIZACION Y NORMALIZACION.

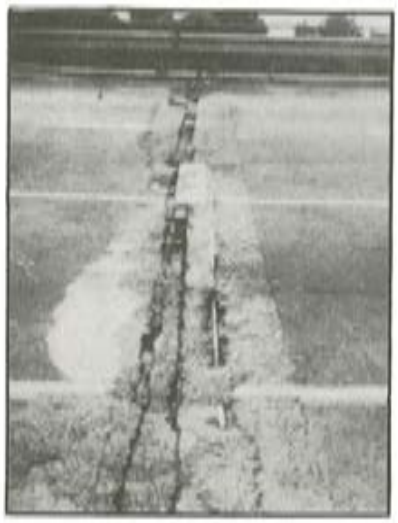
Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

PUENTE NUEVO O PUENTE VIEJO

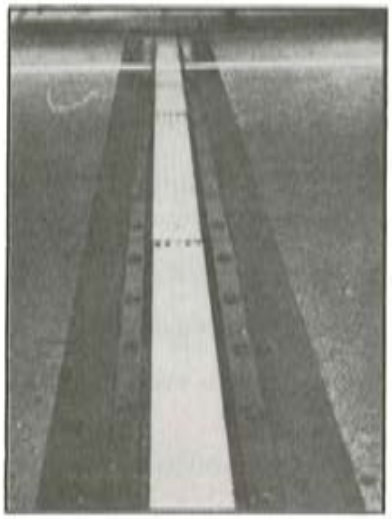
Juntas PUENTEFLEX + Instalaciones texsa/cotesa = = Garantía de mayor rendimiento y estética

PUENTE VIEJO:

antes



después



Puente del Bruch
Gerona

Juntas SR-2
60 mm movimiento

PUENTE NUEVO:

Puente sobre el rio Ebro
Castellón - Autopista de Navarra

Juntas SR-4
120 mm movimiento

FABRICADAS EN ESPAÑA BAJO LICENCIA DE

DISTRIBUIDORES Y COLOCADORES EXCLUSIVOS

texsa/cotesa

Parcerisas, 27 - BARCELONA-4
Teléf. 331 40 00

WORLD WIDE LEADER
watson bowman

PUENTEFLEX, S. A.

Apartado 18144 - MADRID
Teléf 232 38 38

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Ensayo a flexión de vigas de hormigón de áridos ligeros

Por Javier Alonso Gómez, Ingeniero de Caminos

1. Introducción

En un artículo anterior [16] presenté los resultados de ensayos de probetas de hormigón de áridos ligeros españoles, comparándolos con la normativa existente en otros países. En él anunciaba este segundo artículo sobre las experiencias realizadas sobre vigas ensayadas a flexión. Estos ensayos se realizaron en el laboratorio de INTEMAC en Torrejón de Ardoz (Madrid), al igual que los de rotura de probetas. En este mismo laboratorio se habían ensayado poco antes unas vigas similares de hormigón normal de la misma manera que en los ensayos que ahora nos ocupan. Los resultados de aquellas pruebas se publicaron asimismo en Hormigón y Acero, en su nº 122 [11] y nos van a servir para, comparando ambas series de experiencias, evaluar en cierto modo la influencia de los áridos ligeros en el comportamiento de elementos flectados en condiciones reales. De aquí el paralelismo buscado entre la presentación de estos ensayos y los ya citados del nº 122 de esta Revista.

2. Montaje de los ensayos

Se ensayaron 4 vigas de idénticas características geométricas:

- Longitud: 360 cm.
- Luz entre ejes de apoyos: 300 cms.
- Sección: rectangular 20 x 40 cm.

Dos de ellas, las denominadas A-1 y A-2 se armaron con cuantía alta representada por 4 ϕ 16 de acero AE 50 F (Tetracero), y las otras 2, denominadas B 1 y B 2, con cuantía baja representada por 2 ϕ 8 de acero asimismo AE 50F (Tetracero).

En todas ellas se dispuso además una armadura de montaje en su cara superior de 2 ϕ 6. La armadura de estribos estaba sobredimensionada, estando compuesta por cercos ϕ 8 a distancias de 10 y 20 centímetros.

La figura nº 1 recoge estas características de las vigas.

En la figura 2 aparece el esquema de aplicación de las cargas y el posicionamiento de los aparatos de medida. Estos consistían en 2 comparadores de 0,01 mm de apreciación en secciones inmediatas a los apoyos y 3 flexímetros de 0,05 mm de apreciación situadas a la mitad y a los cuartos de la luz. Asimismo se colocaron en la sección central de la viga y en cada late-

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

ral de la misma una base de extensómetro mecánico a 3 cms de la arista superior y tres bases coincidiendo con el baricentro de la armadura de tracción. El extensómetro empleado era de 400 mm de base x 0,001 mm de apreciación.

3. Materiales empleados

Para el hormigón de las vigas se utilizó cemento P-350, arena silícea del río Jarama de módulo de finura 2,94 y áridos ligeros de arcilla expandida Arlita procedentes de la factoría de Alcalá de Henares. Las características de los áridos ligeros se recogen en la tabla 1.

TABLA 1

	Granulometría	Módulo de finura	Densidad aparente en montón (Kg/dm³)
Arlita F-5	4/8 mm	5,97	0,480
Arlita G-5	8/16 mm	6,40	0,510

La composición del hormigón figura en la tabla 2.

TABLA 2

	% del Total de los Aridos	Volúmenes relativos (dcm³)	Pesos (Kgs)
Arlita G-5	44,2	306,2	294
Arlita F-5	22	152,4	126
Arena natural	33,8	234,2	609
Cemento P-350.....	–	110,2	345
Agua	–	197	197
Suma	100	1.000	–

La densidad de este hormigón osciló de 1,66 saturado a 1,42 desecado en estufa hasta peso constante. De acuerdo con estos valores, y atendiendo a las Directrices alemanas para el hormigón ligero [1] su densidad de proyecto sería del orden de 1,47 Kgs./dm³.

Se rompieron probetas tanto del hormigón como del acero empleado, obteniéndose así los valores para las características de los materiales de cada viga que se recogen en la Tabla 3.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

TABLA 3

	fc	fy	fs	w
Viga A-1	241	5.597	6.368	0,233
Viga A-2	266	5.622	6.338	0,212
Viga B-1	283	5.526	6.264	0,0246
Viga B-2	274	5.626	6.282	0,0258

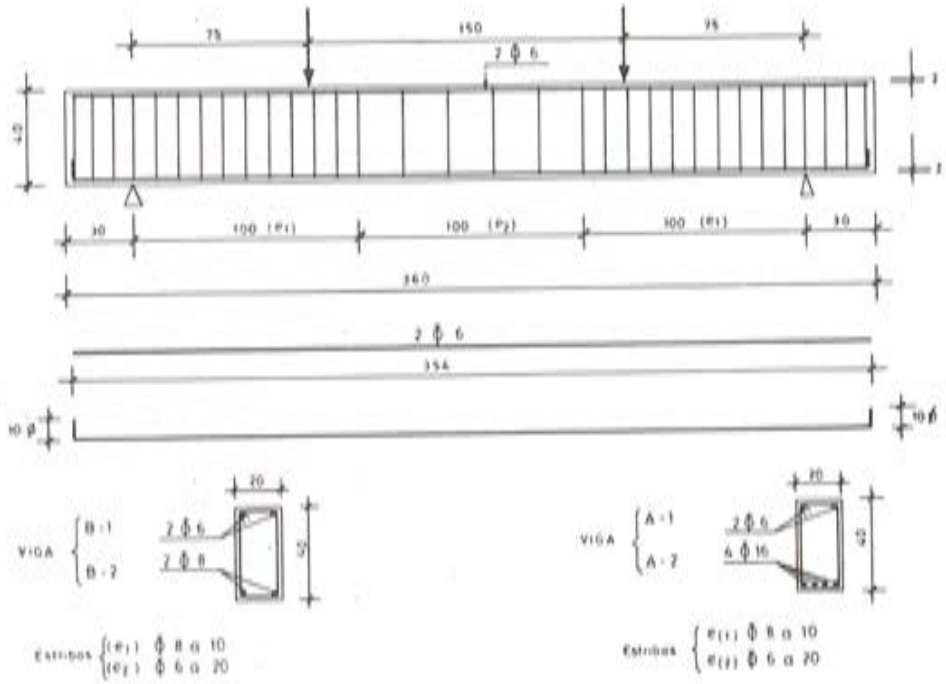


Fig. 1. ESQUEMA DE ARMADO

4. Realización del ensayo y obtención de resultados

Cada viga se cargó hasta rotura en 5 escalones de carga, correspondiendo, aproximadamente a los siguientes estados:

Escalón 1: 0,25 Momento de servicio
Escalón 2: 0,50 " "
Escalón 3: 0,75 " "
Escalón 4: 1,00 " "
Escalón 5: Rotura.

La duración media del proceso de carga fue de 1 a 2 horas por viga.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

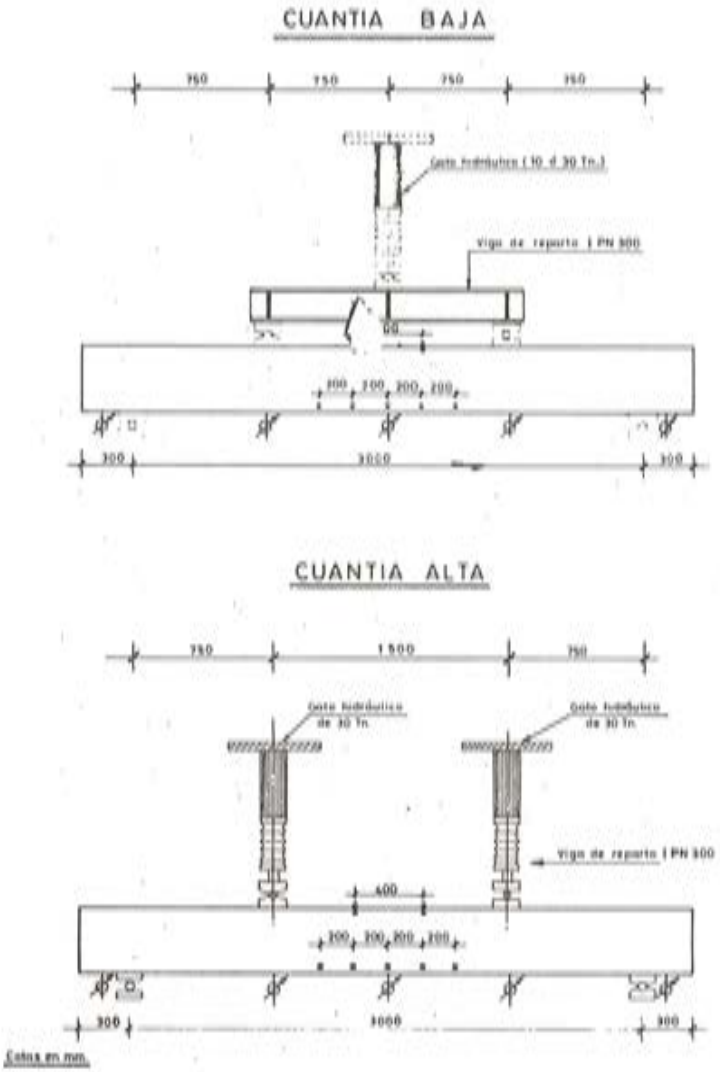


Fig. 2.– Montaje del ensayo.

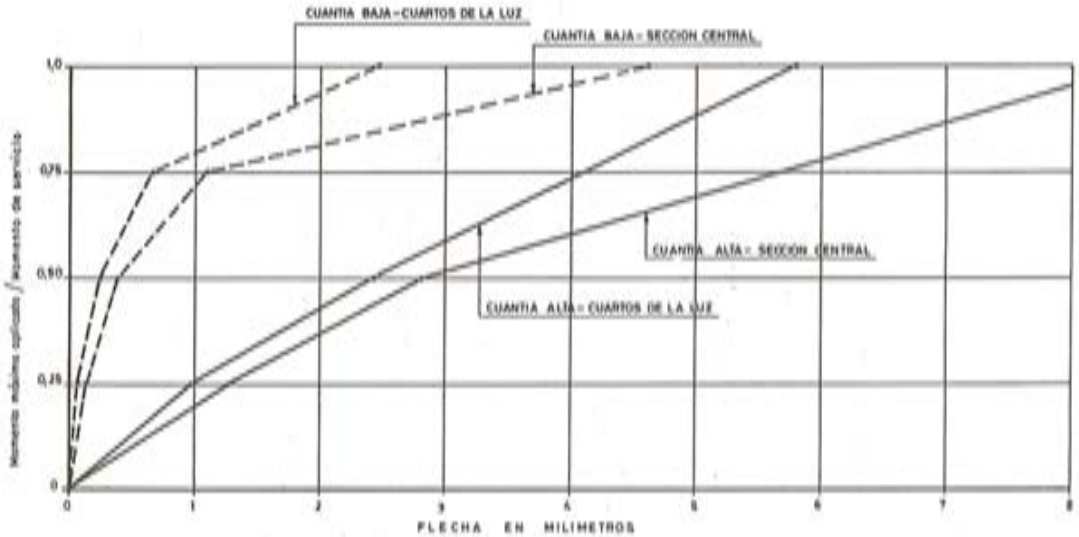


Fig. 3.– Evolución de las flechas durante el ensayo (Valores medios).

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

4.1 Flechas

En la tabla 4 aparecen resumidos los valores medidos para las flechas en los flexímetros situados a la mitad y a los cuartos de la luz. En la figura 3 se recogen estos valores de forma gráfica.

TABLA 4

Flechas obtenidas en el ensayo

Cuantía	Viga	Escalón	Carga puntual P (ton)	PUNTO DE MEDICION		
				L/4	L/2	3L/4
ALTA	A-1	1	2,43	0,64	0,67	0,94
		2	5,07	1,93	2,40	2,18
		3	7,69	3,40	4,65	3,58
		4	10,33 (servicio)	5,03	7,03	5,12
		5	19,09 (rotura real)	–	–	–
	A-2	1	2,53	0,85	1,61	0,91
		2	5,27	2,38	2,66	2,28
		3	8,01	3,84	5,58	3,62
		4	10,76 (servicio)	5,56	8,31	5,12
		5	19,76 (rotura real)	–	–	–
BAJA	B-1	1	2,24	0,06	0,09	0,03
		2	0,69	0,23	0,42	0,25
		3	1,15	0,56	0,88	0,54
		4	1,61 (servicio)	2,04	2,89	1,84
		5	3,09 (rotura real)	–	–	–
	B-2	1	0,24	0,10	0,14	0,07
		2	0,71	0,19	0,33	0,22
		3	1,19	0,68	1,06	0,63
		4	1,65 (servicio)	2,51	5,42	2,42
		5	3,09 (rotura real)	–	–	–

TABLA 5

Deformaciones medias registradas

	CUANTIA ALTA						CUANTIA BAJA					
	VIGA A-1		VIGA A-2		MEDIA		VIGA B-1		VIGA B-2		MEDIA	
	Super.	Infer.	Super.	Infer.	Super.	Infer.	Super.	Infer.	Super.	Infer.	Super.	Inf.
1	44	– 154	231	– 192	137	– 173	14	– 67	15	1	15	– 33
2	304	– 503	556	– 655	430	– 579	49	– 159	51	– 21	50	– 90
3	574	– 834	865	–1.140	768	– 987	127	– 323	144	– 306	135	– 315
4 (Servic.)	885	–1.175	1.217	–1.632	1.051	–1.403	235	– 898	271	–1.174	253	–1.036
1,5 x servicio	2.086	–2.520	–	–	–	–	341	–7.171	526	–	433	–

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

TABLA 6

Cálculo de las vigas

Viga	f_c	f_y	f_{cd}	f_{yd}	U_s	U_c	Us/Uc	$\frac{M}{Ucxd}$	M	M_d	U_s^*	U_c	$\frac{U_s^*}{U_c^*}$	$\frac{Mu,c}{Ucxd}$	Mu, e
A-1	241	5.597	161	5.088	40.920	119.140	0,343	0,269	11,86	7,91	45.012	199.734	0,225	0,204	15,08
A-2	266	5.622	177	5.111	41.105	130.980	0,314	0,255	12,35	8,23	45.215	219.584	0,206	0,190	15,44
B-1	283	5.526	189	5.024	5.054	143.640	0,035	0,038	2,07	1,38	5.559	240.808	0,823	0,025	2,29
B-2	274	5.626	183	5.115	5.146	139.080	0,037	0,037	2,11	1,41	5.661	233.164	0,024	0,026	2,30

TABLA 7

Momento actuante en cada escalón de carga (mt)

Viga	0 Peso propio	1	2	3	4 (servicio)	5 (Rotura real)
A-1	0,16	1,98	3,96	5,93	7,91	14,49
A-2	0,16	2,06	4,11	6,17	8,23	14,97
B-1	0,17	0,35	0,69	1,03	1,38	2,32
B-2	0,17	0,35	0,70	1,06	1,41	2,32

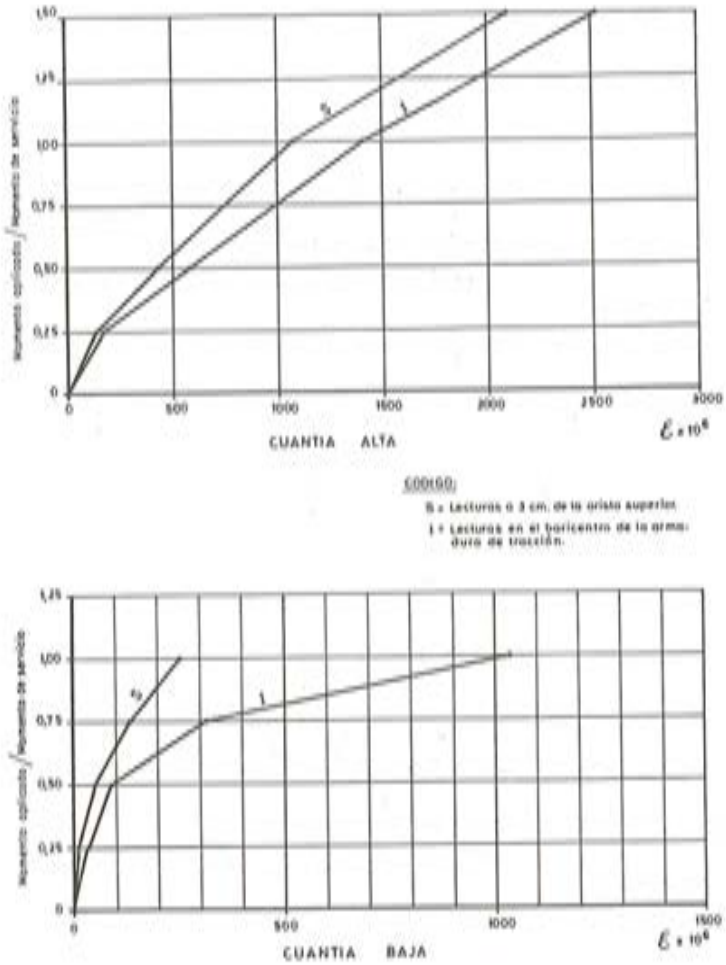


Fig. 4.– Evolución de las deformaciones durante el ensayo.

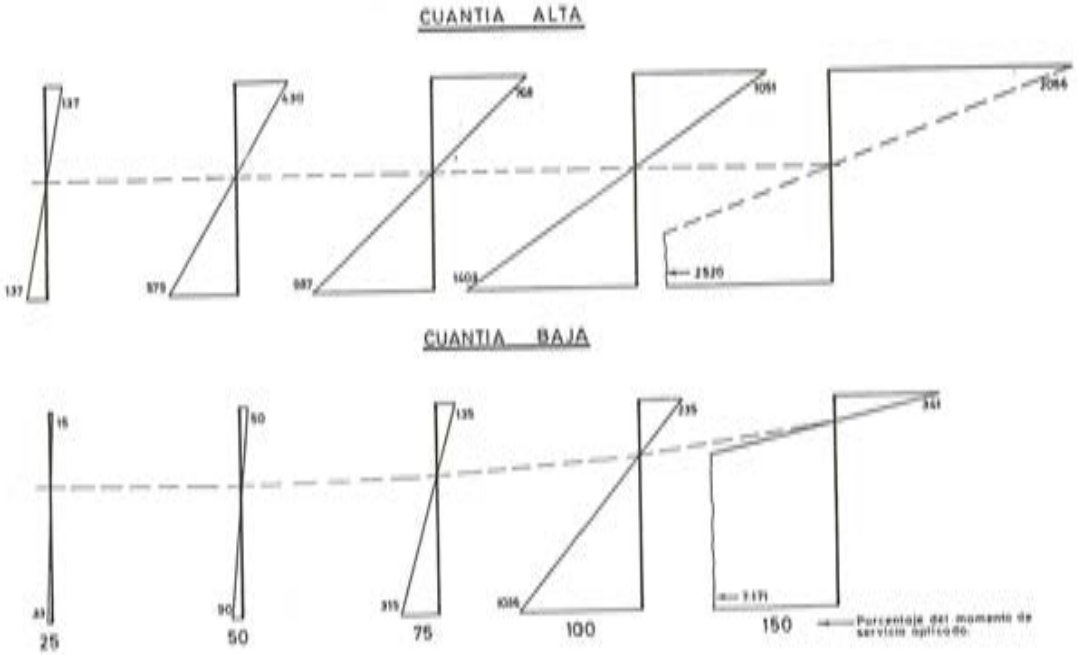


Fig. 5.– Diagramas de deformación deducidos del ensayo referidos a las lecturas iniciales.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

4.2. *Deformaciones de fibras comprimidas y traccionadas*

De manera similar se han recogido en la tabla 5 y en las figuras 4 y 5 las deformaciones medidas sobre las bases extensométricas situadas a 3 cm de la fibra superior y a la altura del baricentro de la armadura de tracción.

4.3. *Fisuración*

En las vigas A-2 (Cuantía alta) y B-1 y B-2 (Cuantía baja) se midieron el nº y ancho de fisuras existentes en cada escalón de carga. En las figuras 6 y 7 se recoge el ancho total de fisuras ΣW y el ancho W_{95} que tiene una probabilidad del 95 por 100 de no ser rebasado en cada escalón de carga.

4.4. *Comportamiento en rotura*

En la tabla 6 figura resumido el proceso de obtención del momento de rotura de cálculo Muc. Puede apreciarse en él que para el cálculo de la capacidad mecánica de la sección de hor-

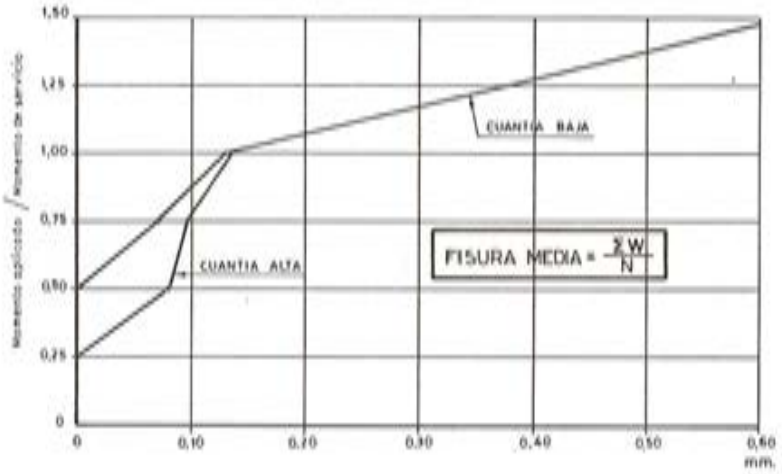


Fig. 6.– Evolución de la fisuración.

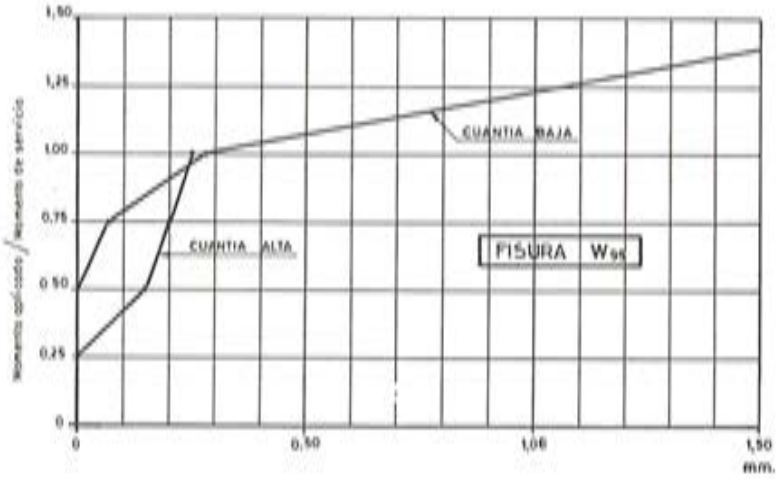


Fig. 7.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

migón se ha tenido en cuenta que, por tratarse de un ensayo relativamente rápido, el factor cansancio del hormigón actúa de forma muy atenuada, por lo que se ha tomado como tensión de rotura 0,95 fc. en vez de 0,85 fc. La aplicación de este coeficiente 0,95 está sancionado por numerosas experiencias prácticas.

Los momentos efectivamente actuantes en cada escalón de carga figuran en la tabla 7.

Este cálculo se ha realizado haciendo caso omiso de que el hormigón de las vigas fuera convencional o ligero. Se ha utilizado el diagrama parábola-rectángulo al 3,5 por 100 y las curvas tensión-deformación reales facilitadas por el fabricante del acero estirado en frío.

5. Principios de cálculo para el hormigón ligero

En este apartado resulta de la máxima importancia establecer la *"predictibilidad"* de la rotura de las vigas de hormigón ligero, o lo que es lo mismo encontrar qué sistema de cálculo proporciona resultados teóricos más en conformidad con los experimentales.

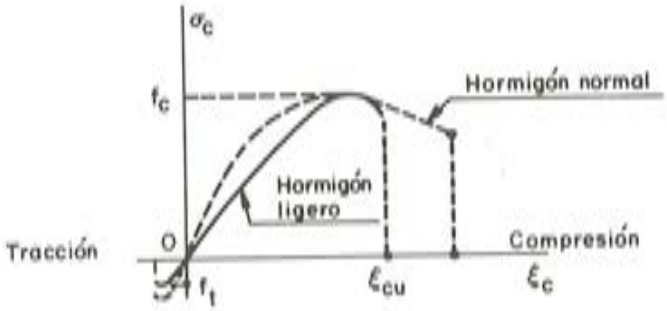


Fig. 8.

5.1. Gráficos tensión-deformación del hormigón ligero

Al llegar a este punto conviene hacer una aclaración sobre el diagrama tensión-deformación del hormigón ligero. Los ensayos realizados hasta la fecha parecen indicar que en el hormigón ligero, una vez alcanzado el valor máximo de la tensión de compresión, se produce un brusco descenso de la curva tensión-deformación, en vez de una caída gradual como en el hormigón normal. La figura 8 tomada de la Referencia [2] ilustra gráficamente este hecho.

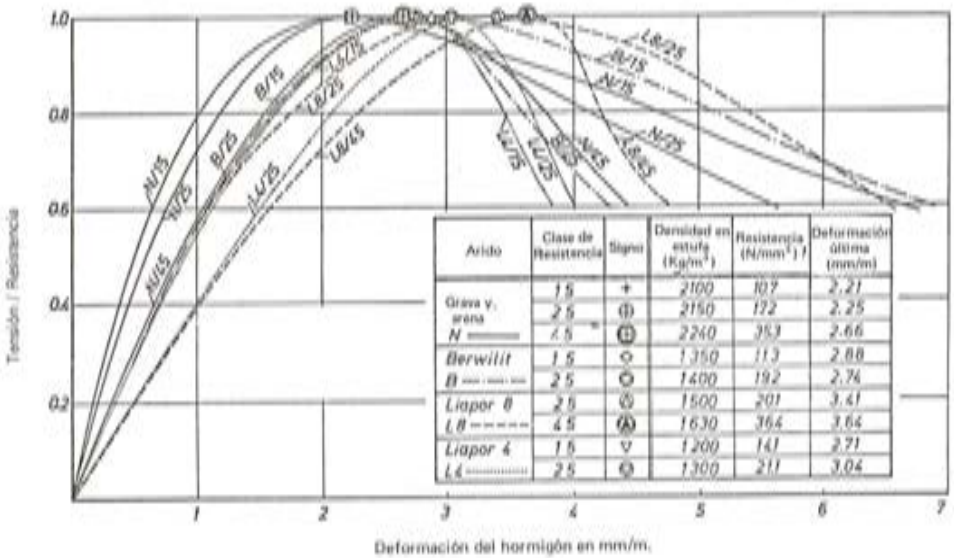


Fig. 9.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Sin embargo el fenómeno dista mucho de ser sencillo como puede verse en la figura 9 tomada de la ref. [3]. En ella se aprecia cómo algunas dosificaciones de hormigón ligero, por ejemplo las L8/25 y B/15 tienen una rama descendente más suave que cualquiera de los hormigones normales. Otros ensayos interesantes para la curva tensión-deformación son los reseñados en [4] donde se aprecia en especial la influencia de la edad del hormigón y del contenido de cemento.

5.2. Normas de cálculo de secciones de hormigón ligero en agotamiento por flexión

A la vista de lo expuesto en el párrafo 5.1. anterior, puede deducirse que existen argumentos, tanto a favor como en contra, para postular para el cálculo en cuestión, los mismos procedimientos que para el hormigón normal.

A favor de no establecer diferencias en el cálculo en agotamiento por flexión entre los hormigones normal y ligero están por ejemplo la norma USA ACI-318 [5] y la inglesa CP-110 [6]. También se declaran partidarios de esta tesis Brakel y Perchat en [7], y el Manual del C.E.B. "Tecnología de las estructuras de hormigón de áridos ligeros" [8] en el capítulo 6 propugna el mismo diagrama rectangular de tensiones para ambos hormigones avanzado sólo como posibilidad a tener en cuenta, "que puede no alcanzarse el valor 0,0035 de los hormigones normales".

Por el contrario la escuela alemana fijándose fundamentalmente en la forma diferente de la curva tensión-deformación que he mencionado en 5.1. propone que el cálculo se haga con una ley parabólica limitada al 2 por mil sin segmento rectangular posterior. Como solución alternativa, las Directrices alemanas [1] proponen el diagrama del hormigón normal afectando al ancho de la sección de un coeficiente reductor $\alpha = 1 - \frac{M/N}{d} \geqslant 0{,}80$.

La misma norma es aplicada por las Recomendaciones Provisionales Francesas para la utilización de Hormigón de Aridos Ligeros [9]. También admite la ley rectangular, pero con una altura 0,75 x en vez de 0,8 x para el bloque de tensiones, y una tensión 0,75 f_{cd} en vez de 0,85 f_{cd}.

La propuesta de Normas Técnicas Italianas editada por la A.I.C.A.P. [10] también fija la deformación en una parábola limitada al 2 por mil, admitiendo además una ley triangular.

Por último el Model Code del C.E.B. [2] también fija las dos leyes, parabólica al 2 por mil y rectangular con 0,75 x y 0,75 f_{cd}, aunque no hace mención de la posibilidad de usar el coeficiente $\alpha = 1 - \frac{M/N}{d} \geqslant 0{,}80$ definido en las Directrices alemanas y las recomendaciones francesas.

NOTA.—Estando ya redactado este artículo he tenido acceso al borrador de la nueva norma DIN 4219 que, en breve, sustituirá a las Directrices antes mencionadas [1]. En esta norma se abandona el diagrama de cálculo con ley parabólica al 2 por mil y se propone la utilización del mismo diagrama parábola-rectángulo hasta el 3,5 por mil del hormigón normal con la salvedad de aplicar a la resistencia del hormigón el coeficiente de minoración 0,95.
Es de esperar que en el futuro las normas francesas e italianas sigan este mismo camino.

6. Análisis de los Resultados: Momento de Rotura

En el punto 4.4 quedaron reseñados los momentos de rotura de las vigas, Mu, así como los momentos calculados, Muc, utilizando el mismo diagrama de cálculo de la parábola - rec -

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

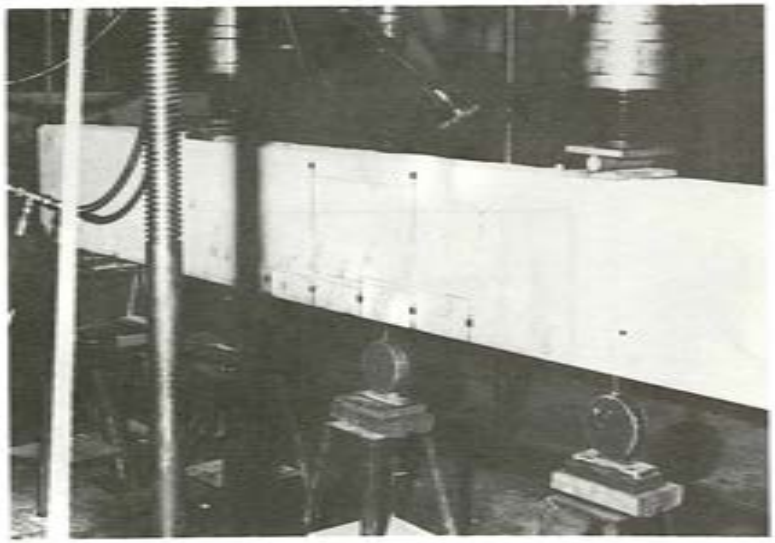


Foto 1.– Montaje de los ensayos (viga de cuantía baja).

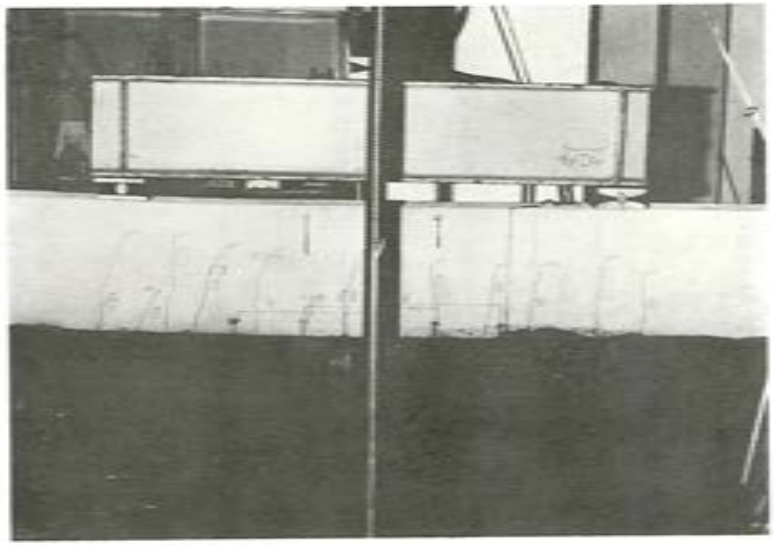


Foto 2.– Montaje de los ensayos (viga de cuantía alta).

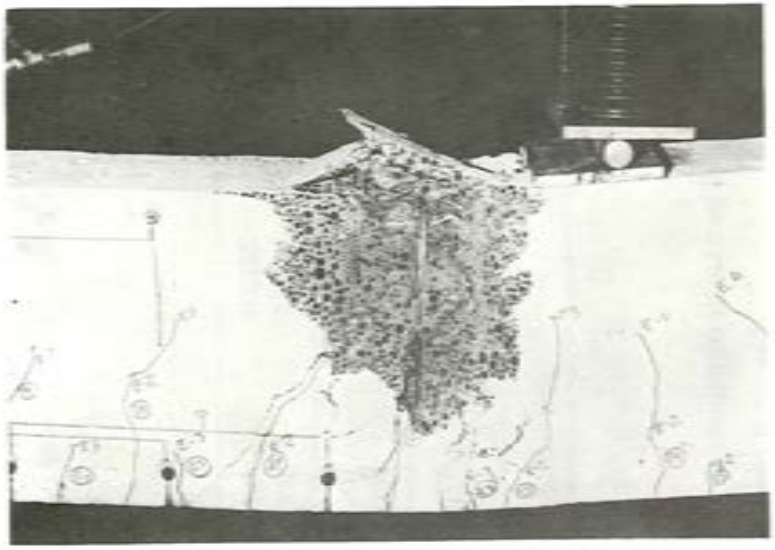


Foto 3.– Rotura (viga de cuantía alta).

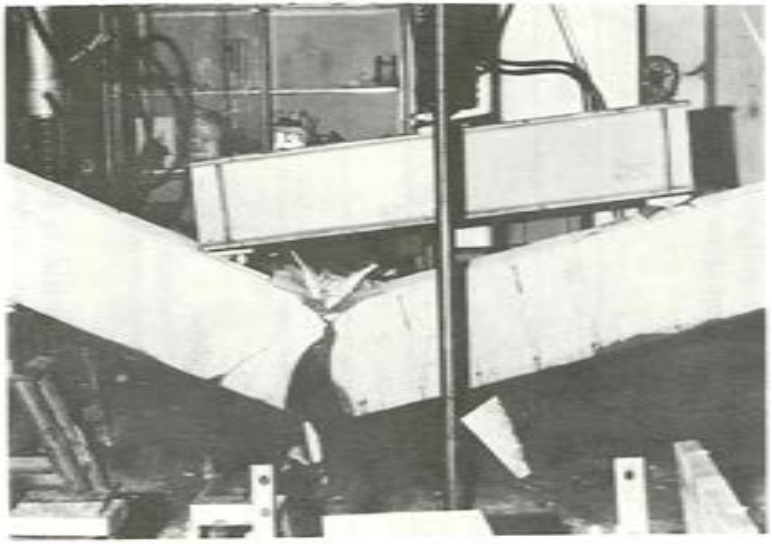


Foto 4.– Rotura (viga de cuantía baja).

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

tángulo que para el hormigón normal y los valores experimentales de la resistencia del acero. En la tabla 8 aparecen estos valores resumidos.

TABLA 8

Viga	W	Mu	Muc	Mu/Muc	
A-1	0,233	14,49	15,08	0,961	Media 0,966
A-2	0,212	14,97	15,44	0,970	
B-1	0,0246	2,49	2,29	1,087	Media 1,085
B-2	0,0258	2,49	2,30	1,083	
			Media	1,025	

W: Cuantía mecánica.
Mu: Momento real de rotura.
Muc: Momento calculado de rotura.

Puede apreciarse que la correspondencia teoría-práctica, utilizando este método de cálculo es muy buena. Este hecho se pone más de manifiesto comparando los valores de Mu/Muc con los obtenidos en ensayos similares realizados con hormigón normal.

En el nº 122 de esta misma revista [11] se publicaron los resultados de ensayos efectuados en el mismo laboratorio sobre vigas similares de hormigón normal.

Las vigas señaladas como K estaban armadas con acero AE-50T y las señaladas como N con acero AE-50 N.

Los resultados figuran en la Tabla 9.

TABLA 9

Viga	W	Mu	Muc	Mu/Muc	
KA	0,252	11,44	10,87	0,950	Media 0,981
NA	0,259	11,93	12,09	1,013	
KM	0,122	6,44	6,48	1,006	Media 0,997
NM	0,143	6,66	6,58	0,988	
KB	0,0414	2,10	2,23	1,064	Media 1,130
NB	0,0372	2,03	2,43	1,197	
			Media	1,036	

Al comparar las tablas 8 y 9 se aprecia una gran similitud (Media total $M_u/M_{uc} = 1,025$) para el Hormigón Ligero y 1,036 para el hormigón normal). Es decir, que a la vista de los solos resultados un observador no podría deducir si se trataba de vigas de hormigón convencional o de áridos ligeros.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

6.1. *Otros ensayos*

Algunos de los principales ensayos europeos recientes sobre vigas de hormigón ligero se recogen en las referencias [12], [13], [14], [15] y [4]. En este último artículo se plantea además un interesante análisis comparativo de los ensayos de otros autores.

En las experiencias de Toma y otros [12] se rompieron 48 vigas de sección 15 x 30 de las cuales 24 eran de hormigón normal y 24 de hormigón ligero. Había 4 grados de precompresión (0, 33, 66 y 100 por 100) y 3 cuantías de armadura. En la figura 10 se representa la correlación entre los momentos de rotura reales y calculados en la que se aprecia que no existe ninguna variación entre los Hormigones normal y ligero. En cambio en los momentos de fisuración si hubo diferencia apreciable a favor del hormigón normal (véase fig. 11) como corresponde a la menor resistencia a tracción del hormigón ligero, tal como quedó explicado en mi artículo anterior [16].

Como parte de los ensayos de Kavyrchine y otros [4] se intentó ver que diagrama tensión-deformación permite predecir mejor los resultados experimentales de rotura de vigas, observándose que la parábola con el 3 por mil da mejores resultadosque la del 2 por mil. Sin embargo se desechó "a priori" para el hormigón ligero la ley parábola-rectángulo que, a pesar de su incorrección teórica, quizás proporcione resultados ajustados a la realidad. (Ver la nota sobre DIN 4.219 al final del punto 5.2).

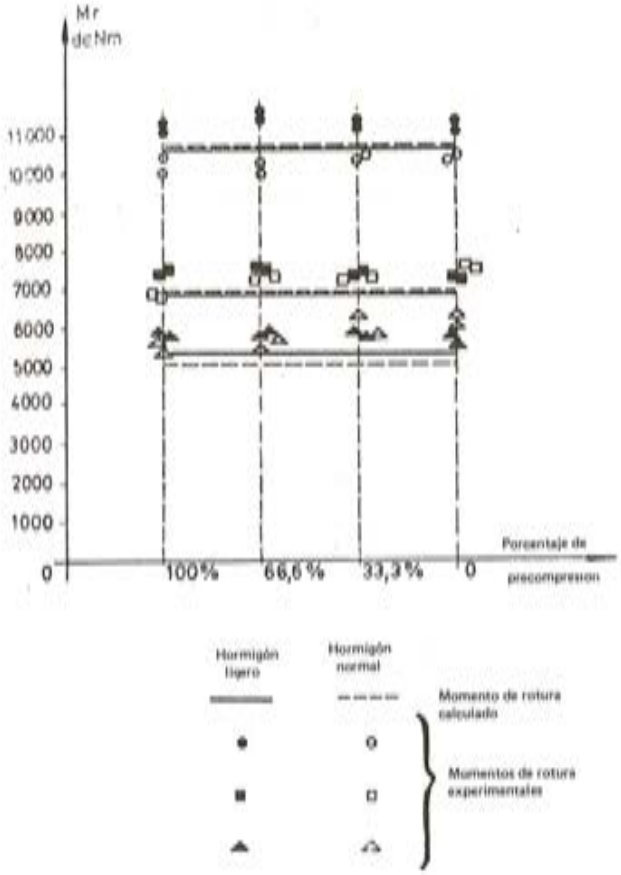


Fig. 10.– Momentos de rotura de cálculo y experimentales.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

7. Análisis de los resultados: Flechas

El módulo de deformación del hormigón ligero medido sobre probetas resulta ser del orden de la mitad que el del hormigón normal de igual resistencia (véase [16]). Este es un hecho de indudable trascendencia en el cálculo de las deformaciones. Sin embargo hay que tener en cuenta que si se calculan las deformaciones teniendo en cuenta las secciones fisuradas la influencia del módulo de deformación del hormigón es mucho menor, pues hay que tener en cuenta la importancia acrecentada de la cuantía de acero y la variación de la profundidad de la fibra neutra al disminuir el módulo de deformación E_c.

En este apartado vamos a presentar en primer lugar los resultados de los actuales ensayos (que ya quedaron resumidos en 4.1) comparándolos con los de las vigas similares descritos en [11], para esbozar a continuación una interpretación más teórica.

TABLA 10

Flechas y Módulos de Deformación ficticios en la Sección Central
Vigas de hormigón de áridos ligeros

Viga (1)	Cuantía Mecánica (2)	Porcentaje del momento de serv. (3) %	Flecha (cm) (4)	Módulo de deformación ficticio (Kg/cm²) (5)	Id. corregido a 200 Kgs/cm² (6)	Fisuración (7)
A-1	0,233	25	0,067	262.948	239.539	NO
		50	0,240	153.156	139.521	Media
		75	0,465	119.898	109.224	Fuerte
		100	0,703	106.532	97.048	Fuerte
A-2	0,212	25	0,161	113.928	98.788	NO
		50	0,266	143.637	124.549	Media
		75	0,558	104.072	90.242	Fuerte
		100	0,831	93.875	81.400	Fuerte
B-1	0,0246	25	0,009	193.333	162.528	NO
		50	0,042	119.107	100.129	NO
		75	0,088	94.744	79.648	Escasa
		100	0,289	40.389	33.953	Fuerte
B-2	0,0258	25	0,014	124.285	106.184	NO
		50	0,033	155.984	133.266	NO
		75	0,106	81.391	69.537	Escasa
		100	0,542	22.071	18.856	Fuerte

Tal como se desprende de la figura 2, la flecha teórica en la sección central de las vigas ensayadas es:

$$y = \frac{P \times 75}{24\ EI} (3 \times 300^2 - 4 \times 75^2)$$

Y teniendo en cuenta que $I = 1/12 \times 20 \times 40^3$.

Resulta ser y_L (cms) $= 7{,}25 \dfrac{P}{E_L}$

* * *

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

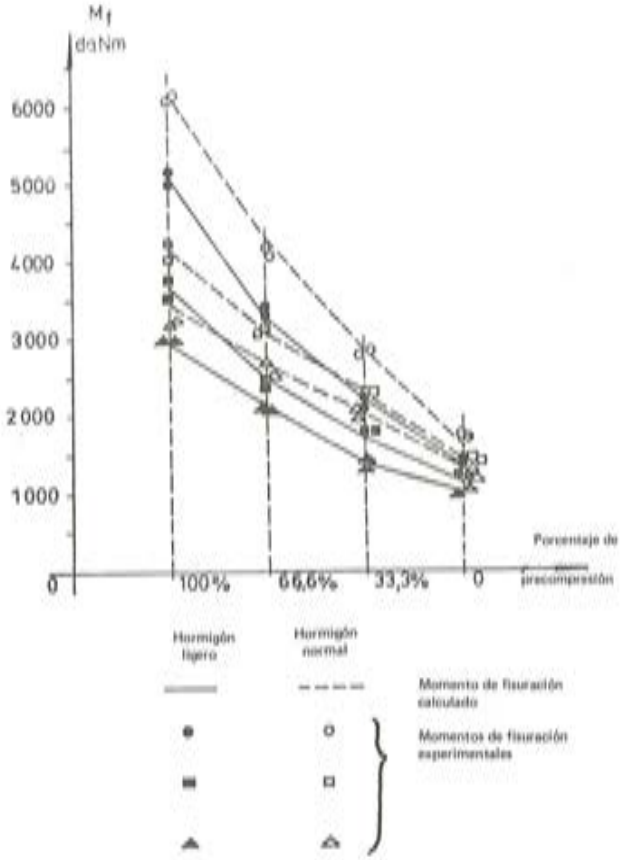


Fig. 11.— Momentos de fisuración de cálculo y experimentales.

Operando de igual forma para las vigas de la referencia 11 obtenemos:

$$y_N = 7{,}637 \frac{P}{E_N}$$

* * *

(Utilizamos los subíndices L y N para Hormigón ligero y Hormigón normal respectiva - mente).

Puesto que las magnitudes efectivamente medidas son las cargas aplicadas P y las flechas Y, vamos a calcular cuáles serían los módulos de deformación "ficticios" que nos proporcio - nan los resultados coincidentes con la práctica. La relación de módulos de deformación "ficticios" E_L/E_N nos dirá cuánto más deformable es la viga de hormigón ligero con respecto a la de hormigón normal.

Como la resistencia del hormigón ligero de las distintas vigas, según figura en la tabla 6 oscilaba entre 241 y 283 Kgs/cm², y la de las vigas de hormigón normal entre 170 y 191 Kg/cm², hemos calculado también los módulos de deformación ficticios corregidos teóricamente para hormigón de 200 Kg/cm² mediante la fórmula $E' = E\sqrt{\frac{200}{f_c}}$

Con ello obtenemos las fórmulas:

$$E_L = 7{,}25 \frac{P}{y_L};\ E'_L = E_L \sqrt{\frac{200}{f_L}};\ E_N = 7{,}637 \frac{P}{y_N};\ E'_N = E_N \sqrt{\frac{200}{f_N}}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

En la tabla 10 figuran los resultados de las vigas de hormigón ligero y en la tabla 11 los de las vigas de hormigón normal.

Al comparar las columnas (6) de ambas tablas pueden extraerse interesantes conclusiones. Quizás la primera de ella sea la enorme dispersión de los resultados. Posiblemente hoy sea mucho más fácil predecir exactamente el momento de rotura de una viga, que no la flecha que va a tomar para un estado de cargas determinado.

Dentro de dicha dispersión aparecen algunos resultados especialmente aberrantes, como son los módulos de deformación de 612.000 y 829.000 Kg/cm² medidos en las vigas KB y NB. Esto puede ser debido a que para solicitaciones tan bajas, del orden del 25 por 100 de las de servicio, los elementos de medida y control están en un rango en el que tienen poca precisión.

7.1. *Secciones no fisuradas*

Vamos a comparar primeramente los valores de los módulos de deformación ficticios corregidos correspondientes a vigas no fisuradas.

– Media de todas las determinaciones de vigas no fisuradas:

$$\left.\begin{array}{l} E'_L = 140.070 \\ E'_N = 267.013 \end{array}\right\} \frac{E'_L}{E'_N} = 0{,}52$$

– Media eliminando el valor más alto y el más bajo:

$$\left.\begin{array}{l} E'_L = 125.527 \\ E'_N = 237.464 \end{array}\right\} \frac{E'_L}{E'_N} = 0{,}53$$

– Media tomando sólo los valores medidos para un 25% del momento de servicio:

$$\left.\begin{array}{l} E'_L = 151.760 \\ E'_N = 369.094 \end{array}\right\} \frac{E'_L}{E'_N} = 0{,}41$$

Estos valores pueden considerarse conformes con la teoría, ya que en los ensayos realizados sobre probetas del hormigón con que se confeccionaron estas vigas se obtuvo (véase [16]) un valor medio $E_L = 142.250$, y teniendo en cuenta que la resistencia media era de 248 Kg/cm², el valor corregido a 200 Kgs/cm² del módulo de deformación sería $E'_L = 142.250 \sqrt{\frac{200}{248}} = 127.744$. La relación E'_L/E'_N por otra parte concuerda con lo ensayado sobre probetas en dicho artículo donde el valor medio fue de 0,47.

Es también interesante resaltar como, aún sin aparecer fisuras apreciables a la vista, el módulo de deformación ficticio va disminuyendo al aumentar el momento aplicado (véanse vigas KB y NB en la tabla 11), fenómeno que puede explicarse por la aparición de microfisuras en el hormigón.

7.2. *Secciones fisuradas*

(Un estudio más detallado de lo tratado en este párrafo puede encontrarse en [18]).

La expresión más sencilla para la flecha $y = \frac{5}{48} \frac{Ml^2}{EI}$ es válida para secciones no fisuradas, y al ser $E_L \simeq 0{,}5\ E_N$, las flechas de los elementos de hormigón ligero en fase no fisurada deben ser teóricamente el doble de las correspondientes a hormigón normal. El análisis experimental desarrollado en el punto 7.1 anterior concuerda con este valor teórico como hemos visto.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

TABLA 11

Flechas y Módulos de Deformación ficticios en la Sección Central
Vigas de Hormigón normal de la referencia [11]

Viga	Cuantía Mecánica	Porcentaje del momento de servicio %	Flecha (cms)	Módulo de deformación ficticio (Kg/cm²)	Idem. corregido afc = 200 Kgs/cm²	Fisuración
KA	0,252	31	0,134	143.962	149.685	NO
		59	0,410	88.978	92.515	Media
		87	0,749	71.657	74.505	Fuerte
		99	0,950	64.538	67.103	Fuerte
NA	0,259	30	0,117	164.880	170.061	NO
		57	0,338	107.931	111.322	NO
		84	0,606	88.566	91.345	Fuerte
		96	0,756	81.099	83.647	Fuerte
KM	0,122	32	0,050	233.020	238.447	NO
		58	0,245	86.535	88.550	NO
		85	0,447	68.794	70.396	Media
		95	0,555	62.290	63.741	Media
NM	0,143	31	0,059	197.474	214.191	NO
		57	0,164	129.274	140.217	NO
		82	0,394	78.048	84.655	Media
		103	0,629	61.035	66.202	Media
KB	0,0414	33	0,007	573.000	612.563	NO
		49	0,022	269.136	287.718	NO
		77	0,046	203.456	217.504	NO
		103	0,073	170.069	181.811	NO
NB	0,0372	34	0,005	802.200	829.615	NO
		51	0,17	348.294	360.197	NO
		80	0,043	217.651	225.089	NO
		106	0,072	172.430	178.322	NO

TABLA 12

Comparación de flechas reales y calculadas

	Viga	Flecha calculada	Flecha medida	Cociente
Hormigón ligero	A-1	0,833	0,703	0,85
	A-2	0,865	0,831	0,96
Hormigón normal	K A	0,603	0,950	1,57
	N A	0,603	0,756	1,25

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Sin embargo el fenómeno es muy diferente al considerar secciones fisuradas, que es el caso general en el hormigón armado. Por ejemplo podemos utilizar la fórmula propuesta por el C.E.B. [17] que tiene la gran ventaja de ser muy intuitiva en cuanto a su estructura.

$$y = \frac{5}{48}\left[\frac{M_f\, l^2}{EI_o} + \frac{(M - M_f)\, l^2}{0{,}75\, E\, I_f}\right]$$

donde:

M_f = Momento de fisuración.
I_o = Inercia de la sección sin fisuras.
I_f = Inercia de la sección fisurada.
0,75 = Coeficiente empírico.

En esta fórmula el 1er término es válido hasta que se alcanza el momento de fisuración M_f, y el 2º término expresa la flecha que se produce cuando se sobrepasa el momento de fisuración.

Al utilizar esta fórmula para vigas similares sometidas al mismo estado de cargas, pero unas de hormigón normal y las otras de hormigón de áridos ligeros, como es el caso nuestro, deben tenerse en cuenta los siguientes puntos:

1. El módulo de deformación de la pieza de hormigón ligero es aproximadamente la mitad del correspondiente a hormigón normal $E_L \simeq 0{,}5\, E_N$, tal como hemos visto más arriba.

2. El momento de fisuración de la pieza de hormigón ligero es aproximadamente el 80% del correspondiente a hormigón normal, pues como indican la mayor parte de las normas de cálculo, así como los ensayos realizados (véase [16]), a igualdad de resistencia a compresión, la resistencia a tracción del hormigón ligero es sólo el 80% de la correspondiente a hormigón normal.

$$M_{fL} \simeq 0{,}8\, M_{fN}$$

Este hecho se ha puesto también de manifiesto en los actuales ensayos, pues en las vigas de hormigón ligero con cuantía baja B1 y B2 la fisuración aparente comenzaba a producirse para el 75% del momento de servicio, mientras que en las vigas de cuantía baja con hormigón normal KB y NB, la fisuración aparente aparecía después de superado el momento de servicio.

3. El momento de inercia de la sección fisurada de hormigón ligero es mayor que el correspondiente a hormigón normal $I_{fL} > I_{fN}$ en efecto, $I_f = b\, x^3/3 + n\, A_s\, (d - x)^2$

donde X = profundidad de la fibra neutra, y $n = \frac{E_s}{E_c}$

y en esta fórmula $n_L \simeq 2\, n_N$

$X_L > X_N$, pues la profundidad de la fibra neutra se obtiene de la ecuación: $\frac{b\, x^2}{2} = n\, A_s\, (d - x)$.

4. No se debe tener en cuenta que el momento actuante M es menor, para un mismo estado de cargas, en la viga de hormigón ligero por su menor peso propio, pues si se considera este hecho, también habría que suponer menor cuantía de armadura, y ambos factores se compensarían en cierta manera.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

7.2.1. *Comparación teórica hormigón ligero-hormigón normal*

Para fijar ideas vamos a calcular la flecha teórica que se produciría para el momento de servicio en la viga A-1 en las 2 hipótesis, de hormigón de áridos ligeros y hormigón normal.

Hormigón ligero

$M = 7.910$ mKg.

$E_L = 140.000$ (según párrafo 7.1).

$$n_L = \frac{2.100.000}{140.000} = 15$$

$I_o = 1/12\ 20 \times 40^3 = 106.667\ cm^4$.

Momento de fisuración

$$M_f = \frac{f_{ct} \times I_o}{0,5\ d}$$

$f_{ctL} = 17,25\ Kg/cm^2$ (Ver [16]).

$$M_{fL} = \frac{17,25 \times 106.667}{2.000} = 920 \text{ mKg equivalente al } 11,6\% \text{ del Momento actuante.}$$

Profundidad de la fibra neutra:

$$\frac{b\ x^2}{2} = n\ A_s\ (d - x).$$

$$(20\ X_L^2):2 = 15 \times 8,04\ (37 - X_L)$$

$X_L = 15,93$ cm

$$I_f = \frac{b\ x^3}{3} + n\ A_s\ (d - x)^2$$

$$I_{fL} = \frac{20 \times 15,93^3}{3} + 15 \times 8,04\ (37 - 15,93)^2$$

$I_{fL} = 80.489\ cm^4$

$$y = \frac{5}{48}\left[\frac{M_f\ l^2}{E\ I_o} + \frac{(M - M_f)\ l^2}{0,75\ E\ I_f}\right]$$

$$y_L = \frac{5}{48}\left[\frac{98.000 \times 300^2}{140.000 \times 106.667} + \frac{(791.000 - 98.000) \times 300^2}{0,75 \times 140.000 \times 80.489}\right]$$

$$\underline{\underline{y_L}} = 0,061 + 0,769 = \underline{\underline{0,830 \text{ cms.}}}$$

Valor que debe compararse con el experimental que fue *0,703 cms.*

Hormigón normal

$E_N = 280.000$

$n_N = 7,5$

$$f_{ctN} = \frac{17,25}{0,8} = 21,56\ Kg/cm^2$$

$M_{fN} = 1.225$ mKg.

$$\frac{20\ X_N^2}{2} = 7,5 \times 8,04\ (37 - X_N)$$

$X_N = 12,22$ cms.

$$I_{fN} = \frac{20 \times 12,22^3}{3} + 7,5 \times 8,04\ (37 - 12,22)^2$$

$I_{fN} = 49.192\ cm^4$

$$y_N = \frac{5}{48}\left[\frac{122.500 \times 300^2}{280.000 \times 106.667} + \frac{(791.000 - 122.500) \times 300^2}{0,75 \times 280.000 \times 49.192}\right]$$

$$\underline{\underline{y_N}} = 0,038 + 0,607 = \underline{\underline{0,645 \text{ cms}}}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Lo que significa que la flecha del elemento de hormigón ligero resulta ser $\frac{0,833}{0,658} = 1,266$, teóricamente un 26,6% superior a la de la misma viga de hormigón normal.

7.2.2. *Comparación de los resultados experimentales*

Para la viga A-1 de hormigón ligero hemos obtenido un valor teórico de la flecha de *0,833 cms.* a comparar con un valor *real* de *0,703.*

Procediendo de igual forma para la viga A-2, y considerando despreciables las pequeñas diferencias en módulo de deformación y en resistencia a tracción originadas al ser la resistencia a compresión del hormigón con que fue fabricada un 10% superior, obtenemos los valores *teórico 0,865 y real 0,831.* La diferencia en los valores medidos se debe a una mayor deformación en la etapa inicial como puede verse en la tabla 10.

Para las vigas de hormigón normal KA y NA procedemos de la misma forma, obteniendo los valores que figuran en la tabla 12.

Como puede verse la correspondencia teórico-experimental en las vigas de hormigón ligero es bastante buena, pero sin embargo las vigas de hormigón normal quedan ampliamente del lado de la inseguridad.

Se ha obtenido el resultado curioso de que las vigas de hormigón normal han resultado claramente más flexibles que las de hormigón ligero, incluso en valores absolutos.

En cuanto a los ensayos reseñados por otros autores, en los de Van Nieuwenburg [13], una vez alcanzada la fisuración, la flecha de las vigas de hormigón ligero se estabilizó en un 14 por 100 por encima de las de hormigón normal; y en los de Carputti y Garzillo [15] se obtuvieron valores del 19% para dosificaciones de hormigón ligero en las que, como en las muestras, se utilizaba arena natural, y del 47% cuando se pasó a utilizar arena de arcilla expandida.

8. Resumen y conclusiones

Se han presentado en este artículo los resultados de los ensayos a flexión hasta rotura de vigas fabricadas con hormigón de arcilla expandida española, observando que los resultados coinciden fundamentalmente con los obtenidos en ensayos franceses, belgas e italianos. Se comparan en particular con las pruebas realizadas en el mismo laboratorio sobre vigas similares de hormigón normal que ya fueron publicadas en esta revista.

El momento de rotura real de las vigas se ajustó muy bien, con la misma precisión que en las de hormigón normal, al calculado por el método usual para el hormigón normal de la parábola-rectángulo y los diagramas reales de rotura de los aceros utilizados.

En cuanto a la deformabilidad se observó que para momentos bajos, inferiores al de fisuración, las flechas de las vigas de hormigón ligero resultaron ser del orden del doble de las correspondientes a hormigón normal, correspondiendo así al cálculo teórico. Sin embargo para momentos superiores al de fisuración en los que el cálculo teórico proporciona flechas totales superiores en un 15-30% para el hormigón ligero, las vigas de hormigón ligero objeto del presente artículo dieron flechas cercanas a los valores teóricos, mientras que las de hormigón normal los superaron ampliamente.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

En conclusión creo que el comportamiento a flexión a corto plazo de los elementos de hormigón ligero fabricados con estos áridos debe calificarse como muy bueno. Las actitudes de clara prevención que a veces se observan, incluso a nivel normativo, con respecto al hormigón de áridos ligeros, quizá deben su origen a considerar en un mismo montón cualquier clase de áridos ligeros, tanto naturales, como procedentes de residuos o artificiales, así como todo tipo de dosificaciones. Al reducir el campo de observación a los hormigones de textura cerrada, con áridos redondeados de arcilla o esquisto expandido, dosificados con arena natural y un mínimo de 300 Kgs/m³ de cemento, se encuentran unos hormigones cuyo comportamiento, con las pequeñas peculiaridades de cálculo inherentes a los hormigones ligeros, puede considerarse tan seguro y predecible como el de los hormigones convencionales.

Referencias bibliográficas

[1] Richtlinien für Leichtbeton und Stahlleichtbeton mit geschlossenem Gefüge. Düsseldorf 1973.

[2] C.E.B.: Bulletin d'information nº 117, Diciembre 1976. "Code Modèle pour les structures en béton".

[3] C.E.B.: Bulletin d'information nº 85, Mayo 1972, "Manuel de calcul C.E.B.-F.I.P., structures en béton léger".

[4] M. Kavyrchine, F. Gorisse, M. Astruc, A. Grelat, B. Foure: "Bétons Légers et Normaux: Comportement et résistence structurelle", Annales de L'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, Abril 1978.

[5] ACI 318-71: Building Code Requirements for Reinforced Concrete.

[6] The structural use of Concrete CP 110, Londres 1972.

[7] J. Brakel, J. Perchat: "Calcul des Ouvrages en Béton Léger" Annales de L'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics.

[8] C.E.B.: Bulletin d'Information n.º 95, Septiembre 1973, "Manuel, Technologie des structures en Béton Léger".

[9] Recommendations Provisoires pour l'utilisation des Bétons de Granulats Légers, Annales de L'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. Marzo, 1976.

[10] Associazione Italiana Cemento Armato e Precompresso: "Norme Tecniche per il calcolo, l'esecuzione ed il collaudo delle strutture in conglomerato cementizio con armatura normale o di precompressione e confezionato con Aggregati Leggeri Artificiali" Notiziario Aicap, Roma, 1975.

[11] J. Calavera, E. González-Valle, A. Delibes, J. M. Izquierdo: "La influencia entre la tensión de rotura y el límite elástico de las armaduras sobre el comportamiento a flexión de las piezas de hormigón armado". Hormigón y Acero n.º 122, 1er Trimestre 1977.

[12] M. Toma, P. Popa, A. Ioani, I. Tertea, V. Pacurar: "Résultats des recherches concernant le comportement du Béton Léger en Agrégats d'Argile expansée avec différents degrés de précontrainte en comparaison avec le Béton normal, dans les Etats-Limites de fissuration et Rupture". F.I.P. Congress 1974.

[13] D. Van Nieuwenburg: "Essais sur Béton Léger a base de Granulats d'Argile Expansée" Annales de L'Institut Technique Du Bâtiment et Des Travaux Publics, Marzo, 1974.

[14] D. Van Nieuwenburg: "Essais de flexión sur poutres précontraintes", Annales de L'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. Junio, 1977.

[15] U. Carputi, E. Garzillo: "Indagine Teorico-Sperimentale su travi in calcestruzzo leggero sollecitate a flessione e a taglio", L'Industria Italiana del Cemento, Octubre, 1976.

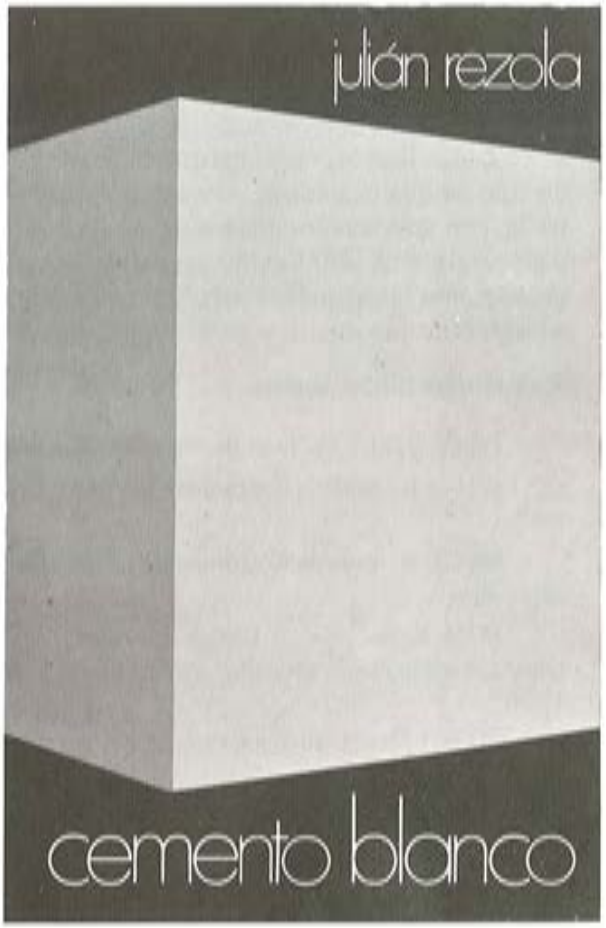
[16] J. Alonso: "Ensayos de hormigones ligeros estructurales españoles: análisis a la luz de la experiencia en otros países". Hormigón y Acero, n.º 126, 1er Trimestre 1978.

[17] "Recommandations Internationales pour le calcul et L'éxécution des ouvrages en Béton". C.E.B. 1970.

[18] A. Verkeyn, M. Cnop "Le calcul pratique des flèches des éléments hyperstatiques en Béton armé". Annales de L'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. Octubre 1974.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

publicación
del i.e.t.c.c.



cemento blanco

JULIAN REZOLA

Ingeniero Químico Dipl. I. Q. S.

Este libro obtuvo un accésit al Premio Internacional Instituto Eduardo Torroja, en noviembre de 1974.

Sabido es que existe una extensa y documentada bibliografía sobre el cemento gris; en cambio, no puede decirse lo mismo acerca del cemento portland blanco, ya que los escritos existentes se refieren tan sólo a algunas peculiaridades que le distinguen de aquél.

Este extenso trabajo tiene el gran interés de tratar el tema en todos sus aspectos, desde el estudio de las rocas que lo originan y su evolución en el transcurso de los años, hasta los procesos más adecuados para su fabricación, la maquinaria a emplear y los medios de control más convenientes.

El autor nos ofrece sus profundos conocimientos y su larga experiencia tanto en laboratorio como en fabricación.

La parte descriptiva del libro se complementa con gráficos, diagramas y fotografías de gran utilidad, destinados a conseguir la aplicación apropiada de este aglomerante.

Un volumen encuadernado en cartoné policerado, de 17,4 × 24,3 cm, compuesto de 395 páginas, numerosas figuras, tablas y ábacos. Madrid, 1975.

Precios: España, 1.700 ptas.; extranjero, $ 34.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

457-8-74

Comentario al titulo 2º, "De la realización del proyecto", de la instrucción E.P.-77*

Por José Antonio Torroja
Dr. Ingeniero de Caminos

Tal y como han comentado los Srs. del Pozo y Piñeiro, mi intervención se va a limitar exclusivamente al análisis de los criterios básicos que han conformado la redacción de los capítulos incluídos en el Título 2º de la E.P.- 77, que trata "De la realización del proyecto".

En cualquier Instrucción, los criterios, métodos o reglas de cálculo que se proponen han de estar, para ser coherentes, basados en un cierto planteamiento global y unitario del concepto de la seguridad de las estructuras, que defina una determinada orientación para el desarrollo de los cálculos o comprobaciones resistentes. Frente a los planteamientos deterministas, los modernos estudios sobre la seguridad han puesto en evidencia las ventajas de toda índole que ofrece la consideración del carácter aleatorio de las magnitudes e hipótesis que intervienen en el cálculo; consideración que conduce, en última instancia, al estudio probabilístico del dimensionamiento, o de la comprobación, de una estructura. Siguiendo al CEB y a la FIP, y tal como se hizo ya en la redacción de la E.H.-68, la E.P.-77 utiliza a fondo el procedimiento, de base semiprobabilista, conocido como "método de los estados límites".

---

* **NOTA EDITORIAL**

Cuando se publicó la nueva "Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado", E.P.-77, la A.T.E.P., teniendo en cuenta la indudable trascendencia que para el desarrollo de la técnica del pretensado en nuestro país habría de tener dicha Instrucción, estimó oportuno organizar una Mesa redonda para comentar brevemente los principios fundamentales adoptados para la redacción del mencionado texto. En la citada reunión el Sr. Torroja se ocupó de explicar los criterios que han servido de base para preparar los artículos relativos al cálculo, incluidos en el Título 2º "De la realización del proyecto".

Como quiera que, en la actualidad, la E.P.-77 ha entrado ya en vigor oficialmente, con carácter obligatorio, aún cuando está previsto que alguno de sus Artículos habrán de modificarse en fecha más o menos próxima, se ha considerado que podría resultar de interés para nuestros lectores conocer los criterios en su día expuestos por el Sr. Torroja. Y ésta es la razón por la cual se reproduce el texto íntegro de su intervención, en el presente número de "Hormigón y Acero".

Sería muy satisfactorio y provechoso, que la publicación de este trabajo sirviese de acicate a los Miembros de nuestra Asociación y se animasen por fin a enviarnos, atendiendo así al ruego que ya tantas veces hemos formulado, sus comentarios y críticas a la repetida Instrucción, para su inclusión en próximos números de la Revista. Confiemos en que así habrá de ser.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

No vamos a entrar en la descripción de los fundamentos del método, puesto que es el mismo utilizado en la E.H.-73 y es, por tanto, conocido por todos Vds. Solo diremos que en la E.P.-77 se ha explotado más a fondo este método, resultando, o al menos así lo pensamos, un planteamiento más coherente, dentro de las posibilidades actuales, de los cálculos correspondientes a los diferentes estados límites.

La E.P.-77 clasifica los estados límites en "últimos" y "de utilización, o servicio", de idéntica manera a como lo hace la E.H., pero ya desde el principio, en los artículos 3° y 4°, llama la atención sobre un concepto importante, quizás el más importante, que introduce un planteamiento nuevo respecto a lo que se venía haciendo en los métodos de cálculo clásicos del hormigón pretensado. Este concepto viene a ser el siguiente: a efectos del comportamiento de las estructuras de hormigón, el hecho de pretensar la armadura tiene una importancia relativamente pequeña sobre los valores de las solicitaciones de agotamiento correspondientes a los estados límites últimos, si los comparamos con los resultantes para una estructura equivalente de hormigón armado; mientras que, por el contrario, la introducción del pretensado lleva consigo una modificación sustancial en el comportamiento de la estructura en relación con los estados límites de servicio, al proporcionar un medio, de posibilidades prácticamente ilimitadas, para controlar la fisuración de la misma y, aunque en menor grado, también su deformación.

El reconocimiento de este hecho ha desembocado en la propuesta, basada en los documentos FIP-CEB, aunque no idéntica, de definición de diferentes clases de comportamiento de los elementos de hormigón pretensado, según la intensidad con que se limita la probabilidad de aparición de fisuras, o la abertura de las mismas. En este sentido, la E.P.-77 admite explícitamente la formación de fisuras; pero proporciona unos criterios para limitarlas, según los casos, estableciendo una clasificación que permite al proyectista situar su estructura en unas determinadas condiciones, previamente establecidas, respecto al riesgo de fisuración.

Dada la importancia de este tema, vamos a detenernos algo más en comentar los criterios utilizados para esta clasificación.

En primer lugar, la E.P. establece tres estados límites relativos a la fisuración, de los cuales solamente uno tiene su equivalente en la E.H. Estos estados límites son:

- El de descompresión, definido por la condición de descomprensión (compresión nula) en alguna fibra de la sección;
- El de aparición de fisuras, definido por la condición de alcanzarse en alguna fibra una tracción igual a la resistencia característica del hormigón a tracción, y
- El de fisuración controlada, o abertura de fisuras, definido por el hecho de que la abertura de fisuras alcance un determinado valor límite (equivalente al de la E.H.).

ESTADOS LIMITES RELATIVOS A LA FISURACION

- DESCOMPRESION
- APARICION DE FISURAS
- ABERTURA DE FISURAS

Definidos estos estados límites, la E.P.-77 admite tres clases de comportamiento de los elementos estructurales de hormigón pretensado, en relación con la fisuración, establecién-

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

CLASES DE COMPORTAMIENTO

ESTADOS LIMITES QUE HAY QUE RESPETAR
D.–DESCOMPRESION
A. F.–APARICION DE FISURAS
F. C.–FISURACION CONTROLADA

CLASE	ACCIONES		
	PERMANENTES	VARIABLES	
		FRECUENTES	INFRECUENTES
I	D.	D.	D.
II	D.	D.	A. F.
III	D.	F. C.	F. C.

dose aquel comportamiento a través de lo que podríamos llamar "grado de pretensado" de la estructura. La definición de estas clases es la siguiente:

– Clase I: corresponde a los elementos cuyas condiciones de utilización exigen una ausencia de fisuras, ya sea por razones funcionales (estanquidad, por ejemplo) ya sea por razones de durabilidad (como puede ser la protección de la armadura activa en ambientes agresivos).

  El control de la fisuración se realiza comprobando en el cálculo, que la fuerza de pretensado es suficiente para que, bajo la actuación de la totalidad de las acciones, no se sobrepase el estado límite de descompresión.

– Clase II: corresponde a los elementos cuyas condiciones de utilización permiten admitir un cierto riesgo de fisuración, en determinadas condiciones (por ejemplo, a efectos exclusivos de la durabilidad, es admisible, aún para ambientes medianamente agresivos, que pueda aparecer una fisuración restringida cuando se aplica la sobrecarga total, siempre que bajo la actuación de las cargas de uso más normales, y por tanto más frecuentes, aquellas fisuras permanezcan cerradas).

  En este caso, el control de la fisuración se realiza comprobando que la fuerza de pretensado es tal que, bajo la actuación de la totalidad de las acciones, no se sobrepasa el estado límite de aparición de fisuras; y que, además, bajo la actuación de las cargas permanentes y de las cargas variables "frecuentes" no se alcanza el de descompresión.

– Finalmente, la Clase de comportamiento III corresponde a aquellos elementos estructurales cuyas condiciones de utilización permiten admitir una fisuración de amplitud controlada (por ejemplo, en una estructura en ambiente protegido, puede admitirse fisuración controlada cuando se aplican las cargas normales de uso, quedando la armadura activa suficientemente protegida si, para cargas con carácter de permanentes, aquellas fisuras se cierran).

  En este caso, el control de la fisuración se realiza comprobando que la fuerza de pretensado es tal que, bajo la actuación de la totalidad de las acciones, no se sobrepasa el estado límite de fisuración controlada; y que para las cargas permanentes no se alcanza el de descompresión.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

De esta forma, la E.P.-77 permite que el proyectista dimensione su estructura de la forma más rentable, en función de unas condiciones de comportamiento que él mismo fija jugando con el valor de la fuerza de pretensado.

La E.P.-77 no especifica cuáles estructuras han de ser proyectadas en Clase I, cuáles en Clase II y cuáles en Clase III. Esta función corresponde a las instrucciones particulares relativas a los distintos tipos de estructuras o a especificaciones o requisitos impuestos por el propietario de la obra. En cualquier caso, si no se dispone de prescripciones concretas, la E.P. proporciona, a nivel de comentario, los campos de aplicación más propios de cada Clase de comportamiento, quedando a juicio del proyectista la elección de la más adecuada a su caso particular. Por otra parte, el artículo 4° prescribe que el proyectista vendrá obligado, en este último caso, a justificar su elección en la Memoria del proyecto, elección que queda por completo bajo su propia responsabilidad.

Con esta introducción de las Clases de comportamiento, la E.P.-77 establece un tratamiento unitario para el hormigón armado y para el pretensado, ya que basta con definir una nueva Clase IV en la que se admita la fisuración controlada para cualquier tipo de acciones para que, en esta nueva Clase, entre de lleno el hormigón armado, que así puede entenderse como un hormigón pretensado con fuerza de pretensado nula. De hecho, la intención de la Comisión Permanente del Hormigón es la de fundir, en un futuro próximo, la E.H. y la E.P. en una única Instrucción del Hormigón.

Una vez comentado el planteamiento general de la E.P.-77 en relación con el cálculo de las estructuras pretensadas y, en particular, el concepto de Clase de comportamiento frente a la fisuración y lo que ello representa, vamos a hacer un repaso rápido de los criterios más importantes, plasmados en la misma, relativos a las comprobaciones correspondientes a los diferentes estados límites que en ella se contemplan.

Los datos previos que cualquier Instrucción ha de proporcionar al proyectista para que pueda desarrollar sus cálculos son, en principio, los siguientes:

a) Características mecánicas convencionales de proyecto de los materiales, tanto de tipo resistente como reológico;

b) Criterios sobre los diferentes tipos de cargas y su tratamiento en el cálculo;

c) Criterios sobre los márgenes de seguridad que se deben adoptar para reducir a valores suficientemente bajos las probabilidades de que se alcancen los diferentes estados límites.

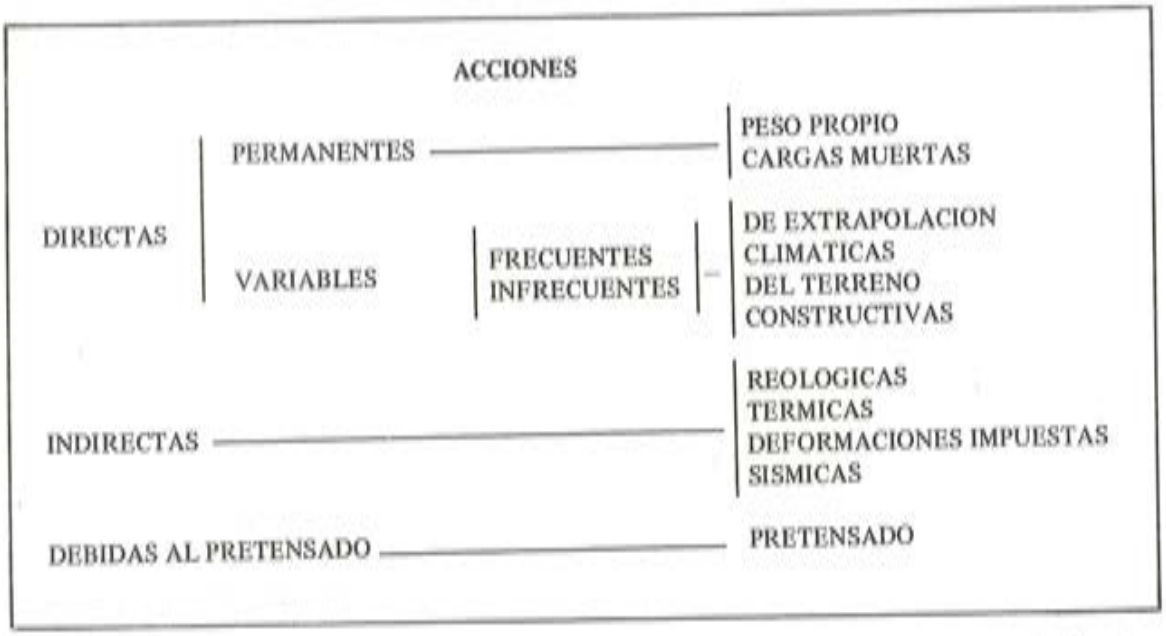
Comenzando con las características de los materiales, cabe señalar lo siguiente:

- Las características mecánicas de proyecto de los hormigones y de los aceros para armaduras pasivas son en todo iguales a las indicadas para estos mismos materiales en la E.H.-73;

- Respecto a las armaduras activas, la Instrucción proporciona un diagrama tensión-deformación de proyecto, definido por una expresión de quinto grado en σ, admitiendo un diagrama simplificado, con un escalón de cedencia horizontal para $\sigma = f_{py}$.

Se dan, asimismo, los valores de los módulos de elasticidad que hay que considerar para los distintos tipos de armaduras si no se dispone de resultados experimentales, así como un método simple para obtener las pérdidas por relajación a un tiempo y para una tensión inicial determinados, en función de los valores proporcionados por el fabricante en las condiciones que la misma E.P. determina.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024



En relación con las acciones, la E.P.-77 las clasifica en tres grupos: directas, indirectas y de pretensado. En el primer grupo, acciones o cargas directas, se incluyen las que aparecen en la E.H.-73 como cargas permanentes y cargas variables. Su tratamiento en la E.P. es idéntico al de la E.H., sin más que establecer, para las cargas variables, una nueva clasificación entre acciones frecuentes, que son aquellas de actuación común, con una gran duración de aplicación sobre la estructura a lo largo de su vida útil; y las infrecuentes, que, sin ser excepcionales, aparecen pocas veces a lo largo de la vida de la misma. No se dan, en la E.P.-77, criterios para definir la fracción ψ Q de la carga máxima Q que representa a las cargas frecuentes, ya que ψ es función del tipo de estructura. Disposiciones especiales relativas a tipos concretos de obra, o los datos sobre cargas proporcionados por la propiedad, pueden fijar el valor de ψ que, en cualquier caso, debería, aunque no lo especifique la Instrucción, ser justificado en la Memoria del proyecto.

Las acciones indirectas se tratan en la E.P. de forma idéntica a como lo hace la E.H., y es en el tratamiento de las acciones debidas al pretensado donde, naturalmente, se establecen artículos de nuevo cuño.

La E.P.-77 empieza definiendo las acciones debidas al pretensado como constituídas por el sistema de fuerzas que las armaduras activas transmiten al hormigón que las rodea; sistema que está constituido, por tanto, por fuerzas concentradas en los anclajes de los tendones, fuerzas normales a estos últimos allí donde existen curvaturas o cambios de dirección, y fuerzas tangenciales desarrolladas a lo largo de tales tendones a causa del rozamiento y la adherencia. Naturalmente, este sistema de cargas se reduce, en una sección determinada de una estructura isostática, a una fuerza P tangente al trazado medio de las armaduras en dicha sección, de valor igual a la carga total de tracción de las armaduras en la misma. Aunque en el análisis de ciertas estructuras hiperestáticas pueda resultar más útil el trabajar con el sistema de cargas completo definido anteriormente, la Instrucción sigue la práctica común de utilizar directamente el valor de P en cada sección, por lo que los criterios que da van encaminados a la obtención de esta magnitud.

El valor de P se obtiene a partir del de la carga de tesado P_0, para la cual se fijan los valores iniciales máximos permitidos. El valor característico de la fuerza P en una sección cualquiera y en un instante dado, se obtiene restando de P_0, por una parte, las pérdidas de carga instantáneas, función de la situación de aquella sección, y por otra, las diferidas, función del tiempo. El tratamiento que la E.P.-77 da a la obtención de las pérdidas de car-

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

FUERZA DE PRETENSADO

– FUERZA DE TESADO:	P_o	
σ_{po} NO MAYOR QUE:	$0{,}75\ f_{máx,\,k}$ $0{,}90\ f_{yk}$	AL ANCLAR LAS ARMADURAS
	$0{,}85\ f_{máx,\,k}$ $0{,}95\ f_{yk}$	TEMPORALMENTE

– FUERZA CARACTERISTICA DE PRETENSADO: P_k

$P_k = P_o - \Delta P_i - \Delta P_{dif}$

ΔP_i = PERDIDAS INSTANTANEAS DE CARGA

ΔP_{dif} = PERDIDAS DIFERIDAS DE CARGA

ga instantáneas es totalmente clásico, proporcionándose en comentario valores medios de los coeficientes de rozamiento, que serán sustituidos por valores experimentales cuando se disponga de ellos.

Las pérdidas de carga diferidas se agrupan en dos: pérdidas por retracción y fluencia del hormigón, y pérdidas por relajación del acero. Para las primeras, se admiten procedimientos que tengan en cuenta el efecto mútuo de la retracción y de la fluencia sobre la pérdida final, y se propone un método simplificado en el que se trata cada causa por separado. Para las pérdidas por relajación del acero, se da una expresión que tiene en cuenta el efecto de reducción de esta pérdida a causa de los acortamientos producidos por la retracción y la fluencia.

Es interesante destacar que se ha suprimido la exigencia, que se proponía en las Recomendaciones FIP-CEB, de considerar dos valores, uno superior y otro inferior, de la fuerza de pretensado, como consecuencia del carácter fuertemente disperso de las pérdidas de carga. Allí se decía que P_k podía tomar dos valores:

$$P_{k,\,sup.} = 1{,}02\ P_0 - 0{,}8\ \Delta P$$

$$P_{k,\,inf.} = 0{,}98\ P_0 - 1{,}2\ \Delta P$$

PROPUESTA C.E.B. – F.I.P.

$P_{k,sup} = 1{,}02\ P_o - 0{,}8\ \Delta P$ $P_{k,inf} = 0{,}98\ P_o - 1{,}2\ \Delta P$	ESTADO LIMITE DE SERVICIO $\gamma_p = 1$

PROPUESTA INICIAL E.P.

$P_{k,sup} = P_o - 0{,}75\ \Delta P$ $P_{k,inf} = P_o - 1{,}25\ \Delta P$	ESTADO LIMITE DE SERVICIO $\gamma_p = 1$

PROPUESTA DEFINITIVA E.P. - 77

$P_k = P_o - \Delta P$	ESTADO LIMITE DE SERVICIO $\gamma_p = 0{,}9$ $\gamma_p = 1{,}1$

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Estas expresiones, en las primeras versiones de la E.P., se simplificaron así:

$$P_{k,\,sup.} = P_0 - 0{,}75\ \Delta P$$

$$P_{k,\,inf.} = P_0 - 1{,}25\ \Delta P$$

Posteriormente y analizando la complicación que la consideración de este doble valor introducía en los cálculos, se decidió adoptar un único valor para P_k, y tener en cuenta la variabilidad de la fuerza de pretensado a través de los coeficientes de ponderación aplicables en cada caso, cuando una variación en la magnitud de la fuerza de pretensado puede ser peligrosa. Esta razón explica la aparente sinrazón de que para los estados límites últimos se proponga $\gamma_p = 1$ y para los de servicio $\gamma_p = 0{,}9$ ó $1{,}1$, según que el efecto del pretensado sea favorable o desfavorable. Ello es lógico si se considera que el valor real de P_k influye muy poco sobre los valores de las solicitaciones de agotamiento, (de aquí $\gamma_p = 1$), pero que sin embargo, las tensiones sobre el hormigón en fase de servicio son muy sensibles al valor real de P_k, puesto que se obtienen mediante diferencia de dos valores muy grandes. Para este caso, la adopción de dos valores para γ_p obvia el hecho de considerar un P_k único, y resulta más sencilla su aplicación práctica.

COEFICIENTES DE SEGURIDAD

γ PARA		ESTADOS LIMITES ULTIMOS				Estados límites de servicio
	CONTROL	VALOR DE γ				
ACERO	NORMAL	1,15				1
	INTENSO	1,10				
HORMIGON	PREFAB.	1,40				
	OTROS CASOS	1,50				
PRETENS.	–	1,00				Favorable = 0,9 Desfavor. = 1,1
ACCIONES		DAÑOS	ACCION DESFAVORABLE	ACCION FAVORABLE		1
				Permanente	Variable	
	NORMAL	A	1,5	0,9	0	
		B	1,6			
		C	1,8			
	INTENSO	A	1,4			
		B	1,5			
		C	1,7			

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

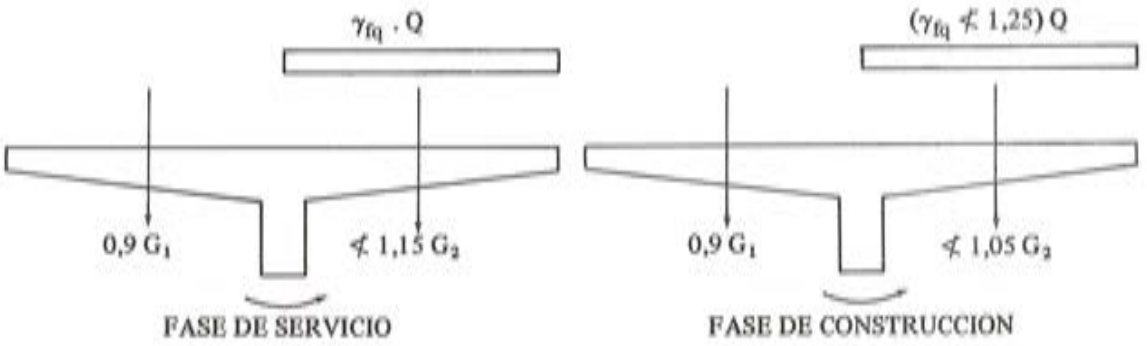
Y pasando a los coeficientes de seguridad adoptados en la E.P., el cuadro adjunto los explicita. Son idénticos a los de la E.H.-73, si consideramos que para las estructuras de hormigón pretensado no se admiten más que dos niveles de control, normal e intenso, tanto para los materiales como para la ejecución. Los valores nuevos de γ, que corresponden a las acciones de pretensado, ya han sido comentados anteriormente.

Respecto a las hipótesis de carga que hay que considerar, éstas vienen definidas de igual manera que para la E.H. Hay, sin embargo, un cambio, sutil, pero importante. En la E.H. se dice que el coeficiente γ_{fg} se aplicará con un valor único a todas las cargas permanentes del mismo origen, valor que se tomará igual a 0,9 si el efecto conjunto de las mismas es favorable, e igual a γ_f en caso contrario.

HIPOTESIS DE CARGA

HIPOTESIS I	$\gamma_{fg} \cdot G + \gamma_{fq} \cdot Q$
HIPOTESIS II	$0{,}9\,(\gamma_{fg} \cdot G + \gamma_{fq} \cdot Q) + 0{,}9\,\gamma_{fq} \cdot W$
HIPOTESIS III	$0{,}8\,(\gamma_{fg} \cdot G + \gamma_{fq} \cdot Q_{eq}) + F_{eq} + W_{eq}$

CASO DE G PREPONDERANTE CUYOS EFECTOS SE COMPENSAN:



Este criterio, nuevo en la E.H.-73 respecto a la E.H.-68, se introdujo para simplificar el cálculo y evitar los absurdos que a veces se producían si cargas del mismo origen, como pueden ser los pesos propios, se afectaban de coeficientes γ iguales, por ejemplo, a 0,9 para la parte favorable de esos pesos propios y a 1,5 para la desfavorable. Pero dicho criterio puede dejar la seguridad de la estructura muy reducida en los casos en que las cargas permanentes son claramente preponderantes y sus efectos se compensan notablemente en alguna sección. Por ello, para estos casos, la E.P. prescribe diferenciar entre la parte favorable y la desfavorable, y afectar la primera de un coeficiente $\gamma = 0{,}9$ y la segunda de otro $\gamma \nless 1{,}15$ en las fases de servicio y $\gamma \nless 1{,}05$ en las de construcción.

A continuación vamos a hacer un repaso rápido de los artículos que tratan los diferentes estados límites, fijándonos, exclusivamente, en los puntos de mayor interés.

En principio, la organización de todos estos artículos es la misma:

- se empieza dando unos criterios para la obtención de los efectos de las acciones, incluida la de pretensado, pasando después a definir la sección que ha de utilizarse en los cálculos (neta, homogeneizada, anchura eficaz de cabeza de las vigas en T, etc.);

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

- a continuación se incluyen los artículos que proporcionan los criterios para deducir los valores de las solicitaciones límites, o que definen de alguna forma el estado límite en estudio;
- finalmente, se incluyen prescripciones relativas a armaduras mínimas y disposiciones particulares de las mismas.

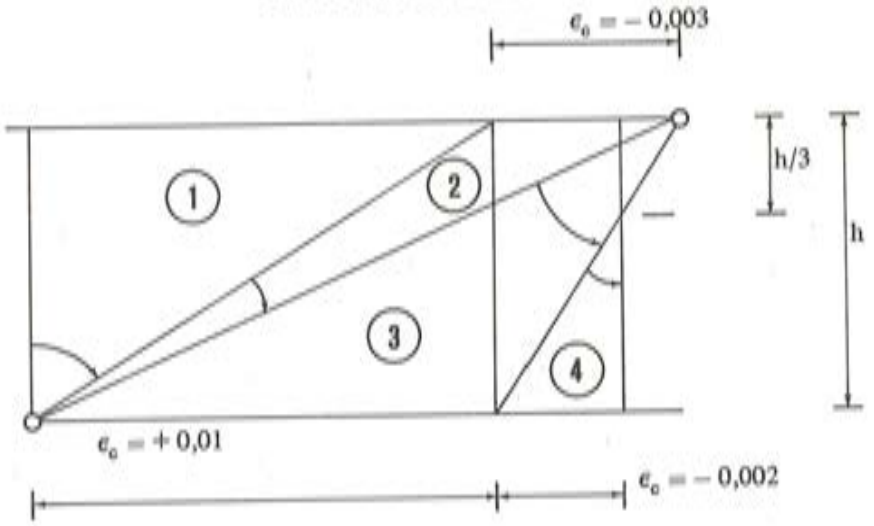
Los comentarios que siguen se ordenan siguiendo la E.P.-77.

Estado límite de agotamiento por solicitaciones normales

Los criterios para la obtención de los efectos de las acciones (en este caso solicitaciones) son análogos a los de la E.H.-73, aclarándose que, en general, no es necesario conocer el valor de la fuerza de pretensado, sino solamente su predeformación, o deformación relativa respecto al hormigón.

Se llama la atención sobre la posible reducción de los esfuerzos hiperestáticos favorables debidos al pretensado, como consecuencia de la pérdida de la linealidad en la relación tensión-deformación en las fases próximas al agotamiento.

DEFORMACIONES Y DOMINIOS DE AGOTAMIENTO POR FLEXO-COMPRESION



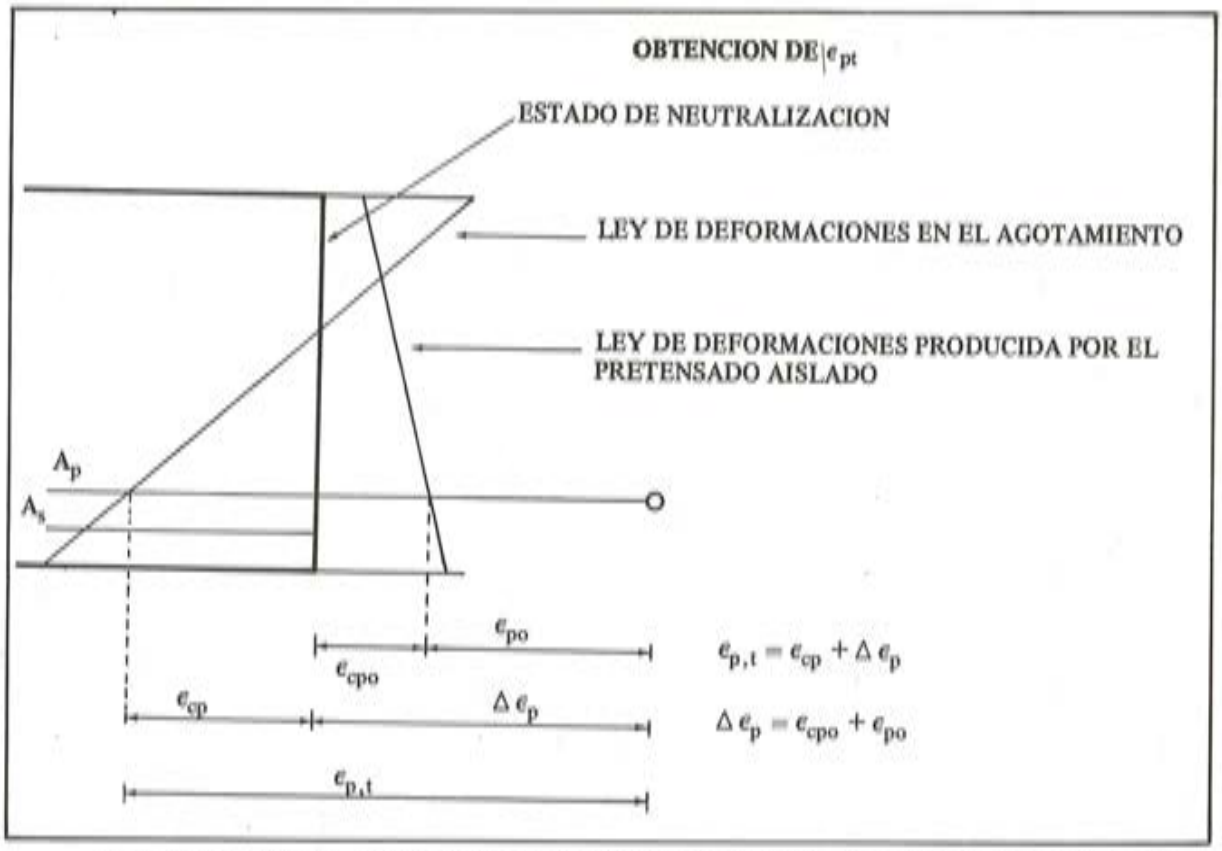
La definición del estado límite se realiza, como en la E.H., basándose en ciertas deformaciones de agotamiento. Los cambios introducidos en la E.P.-77 son los siguientes:

- la deformación de agotamiento del hormigón por flexión, se limita a $\varepsilon_c = 0{,}003$, en lugar de 0,0035. Con ello se intenta tener en cuenta el hecho de que las cabezas comprimidas de las vigas en T o cajón, que son las que se utilizan en la mayoría de las estructuras pretensadas, trabajan en un régimen próximo a la compresión simple y, por consiguiente, admiten deformaciones de rotura menores;
- la deformación de agotamiento del hormigón, por compresión simple sigue limitada a 0,002, como en la E.H.;

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

la deformación de agotamiento por deformación plástica excesiva en tracción, se limita a 0,01, como en la E.H., pero no a nivel de la armadura, sino en la fibra extrema de la sección. Esta nueva definición, que representa una simplificación conceptual importante, se ha introducido para evitar deformaciones excesivas en el caso, relativamente común en pretensado, de que la armadura esté bastante alejada de aquella fibra.

La deformación total $\epsilon_{p,t}$ en la armadura activa, para un cierto estado de deformaciones de agotamiento, se deduce como suma de la del hormigón que la rodea, $\epsilon_{c,p}$, considerada a partir del estado de neutralización, más el término $\Delta\epsilon_p = \epsilon_{c,po} + \epsilon_{po}$, que es la deformación en la armadura activa cuando la sección se lleva a dicho estado de neutralización, entendiendo como tal el que resulta al someter la sección, exclusivamente, a una solicitación externa de tracción que reduce a cero las tensiones, y por tanto, las deformaciones, que la fuerza de pretensado produce sobre el hormigón.



Con estos criterios, y a través de las condiciones de equilibrio y de compatibilidad consiguientes, se deducen las solicitaciones de agotamiento correspondientes.

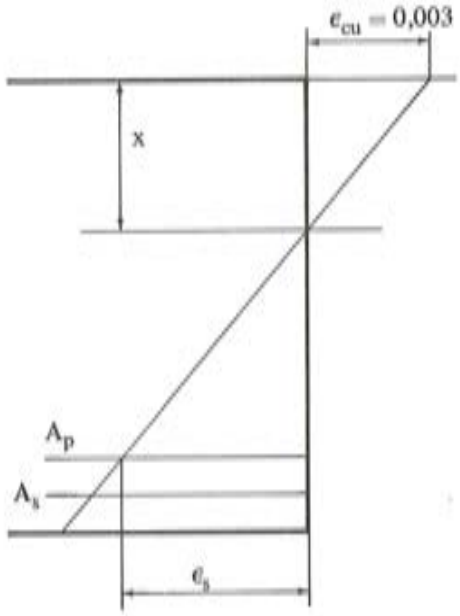
La E.P.-77 admite también un diagrama de cálculo simplificado, rectangular, definido por: $\epsilon_{cu} = 0{,}003$, $\sigma_{cu} = 0{,}85\ f_{cd}$, $y = 0{,}8\ x$; y sin fijar límite a ϵ_s. Viene a equivaler al método del momento tope de la E.H., pero sin fijar un tope.

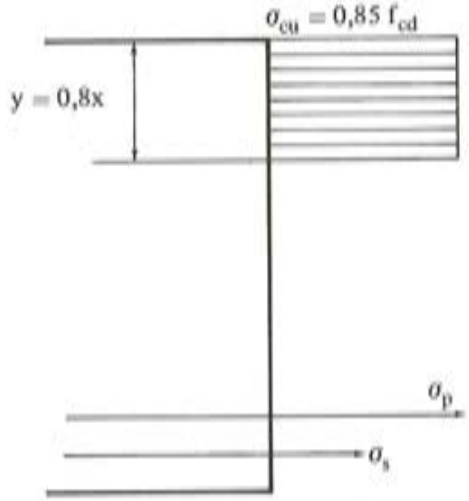
Aunque, en general, no es necesario calcular la deformación de agotamiento resultante para el acero, conviene controlarla siempre que la armadura esté alejada de la fibra más traccionada, o cuando "y" resulte muy pequeña.

El articulado se completa con unas prescripciones relativas a armaduras mínimas, que tienen el mismo caracter que las de la E.H., o sea, evitar la posibilidad de roturas frágiles de la sección.

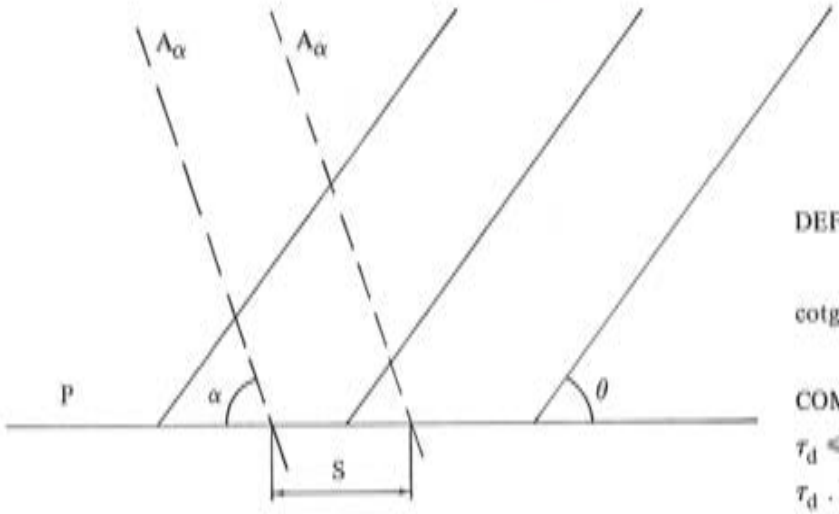
Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

DIAGRAMA SIMPLIFICADO





REGLA DE COSIDO



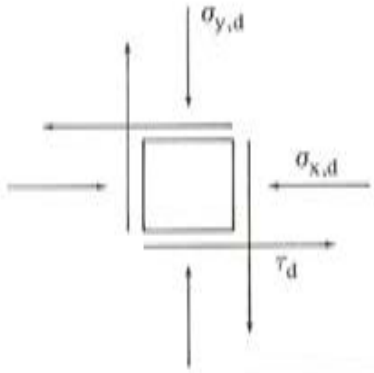
DEFINICION DE θ

$$\cot g\ \theta = \sqrt{\frac{f^2_{ct,k} - f_{ct,k}\,(\sigma_{xd} + \sigma_{yd}) + \sigma_{xd} \cdot \sigma_{yd}}{f_{ct,k} - \sigma_{yd}}}$$

COMPROBACIONES

$$\tau_d \leqslant 0{,}6\ f_{cd} \cdot \text{sen}^2\ \theta\ (\cot g\ \alpha + \cot g\ \theta)$$

$$\tau_d \cdot b_o \leqslant \Sigma A_\alpha \cdot f_{y\alpha} \cdot d \cdot \text{sen}\ \alpha\ (\cot g\ \alpha + \cot g\ \theta)$$



Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Estado límite de agotamiento por solicitaciones tangentes

Al hablar de la obtención de los efectos de las acciones, se aclara que, en este caso, como veremos más adelante, sí que es necesario, con los métodos de cálculo que se proponen, conocer el valor de la fuerza de pretensado.

Para el cálculo de las solicitaciones de agotamiento, la E.P.-77 proporciona un método general, conocido como "regla de cosido", o de las costuras, aplicable a cualquier tipo de elemento estructural, que da resultados en general del lado de la seguridad; y propone métodos de cálculo más afinados aplicables a casos en los que existe experimentación suficiente para avalarlos, como ocurre con los elementos lineales (vigas, arcos, etc.) y los superficiales planos (losas y placas).

La regla de cosido no es más que una generalización del método de Ritter-Mörsch. A partir de las tensiones tangenciales producidas sobre un plano P de máximo cortante bajo la actuación de las cargas exteriores y teniendo en cuenta las tensiones normales correspondientes (que, en general, son las producidas por el pretensado) la E.P.-77 proporciona una expresión para definir el ángulo θ de inclinación de las fisuras y, a partir de θ, prescribe dos comprobaciones, una relativa al agotamiento por tracción de las armaduras, y otra al agotamiento por compresión de las bielas comprimidas de hormigón.

En cuanto a las solicitaciones de agotamiento de elementos lineales, la E.P.-77 resta, de entrada, del cortante total, el absorbido por las armaduras longitudinales activas y, en las vigas de canto variable, las componentes paralelas a la sección absorbidas por las cabezas de compresión inclinadas. Se obtiene así el llamado esfuerzo cortante reducido, que es el que luego se utiliza en los cálculos.

La E.P.-77 define dos solicitaciones de agotamiento por cortante: una, V_{u1}, que da lugar al agotamiento por compresión de las bielas del alma, y otra, V_{u2}, que produce el agotamiento por tracción de dicha alma. Naturalmente, se ha de comprobar que el esfuerzo cortante de cálculo es inferior a cualquiera de estas dos solicitaciones de agotamiento.

CORTANTE EN ELEMENTOS LINEALES

- CORTANTE REDUCIDO: $V_{rd} = V_d - V_{pd} - V_{cd}$
- ZONAS DE COMPROBACION

ZONA AB	ZONA C
$\sigma_{cd} < f_{ct,k}$	$\sigma_{cd} \geq f_{ct,k}$

SOLICITACIONES DE AGOTAMIENTO:

- COMPRESION OBLICUA V_{u_1}
- TRACCION V_{u_2}

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

ELEMENTOS LINEALES.–AGOTAMIENTO POR CORTANTE

POR COMPRESION OBLICUA:

$$V_{u1} = 0{,}60\, f_{cd} \cdot \text{sen}^2\, \theta\, (\text{cotg}\, \alpha + \text{cotg}\, \theta) \cdot b_o \cdot d_1$$

POR TRACCION:

$$V_{u2} = V_{su} + V_{cu}$$

$$V_{su} = \Sigma\, A_\alpha \cdot f_{y\alpha,\, d} \cdot 0{,}9\, d_1 \cdot \text{sen}\, \alpha\, (\text{cotg}\, \alpha + \text{cotg}\, \theta)$$

$$V_{cu} = V_{cuo}\, [1 + \frac{M_o}{M_d}(2 - \text{cotg}\, \theta)]\, [1 - \frac{V_{rd}}{3\, V_{cuo}}(\text{cotg}\, \theta - 1)] \not< 0$$

CON:

$$V_{cuo} = 0{,}5 \sqrt{f_{cd}} \cdot b_o \cdot d_2$$

Y LAS LIMITACIONES:

$0{,}5 \leqslant \text{cotg}\, \theta \leqslant 2$, EN ZONA C

$\text{cotg}\, \theta$ LIBRE, EN ZONA A B

$$[1 + \frac{M_o}{M_d}(2 - \text{cotg}\, \theta)] \not> 2$$

V_{u1} se obtiene a través de una expresión, análoga a la de la regla de cosido, en la que interviene el ángulo θ de inclinación de las fisuras, definido de la misma forma indicada anteriormente al comentar dicha regla. La comprobación de que $V_{rd} \leqslant V_{u1}$ es equivalente a la $V_d < 5\, V_{cu}$ de la E.H., pero pensamos que el planteamiento de la E.P.-77 explicita mejor el por qué de esta limitación.

En cuanto a la obtención de V_{u2}, su valor se fija, al igual que en la E.H., como suma de dos términos; V_{su}, contribución de la armadura transversal y V_{cu}, contribución del hormigón, a través de la inclinación de la cabeza comprimida. Se consideran dos zonas de comportamiento diferente, en relación con la fisuración del alma del elemento al producirse el agotamiento por cortante, las zonas AB y C, separadas por la condición de que la tracción en la fibra extrema del hormigón, para acciones mayoradas, sea mayor o menor que la resistencia característica a tracción del mismo. El que una sección se encuentre en zona AB o en zona C repercute en ciertas limitaciones a los valores de θ y de V_{cu}, que son más severas para la zona C.

Con estas salvedades, V_{su} se obtiene mediante una expresión que resulta idéntica a la de la E.H. sin más que hacer $\theta = 45°$. En cuanto a V_{cu}, su valor es también el mismo dado por la E.H. ($V_{cuo} = f_{cv} \cdot b \cdot d$) corregido por dos factores; uno que refleja el efecto favorable de la compresión axil producida por el pretensado, introducido a través del momento de descompresión; y otro que refleja el efecto desfavorable del valor relativo del propio cortante en relación con V_{cuo}. Es interesante hacer notar que para el caso de pretensado nulo, tanto V_{su} como V_{cu} conducen exactamente a las mismas expresiones dadas en la E.H. para el hormigón armado.

Finalmente, se incluyen comprobaciones particulares para losas o placas sin armadura transversal, y se dan valores de armaduras mínimas, así como disposiciones particulares relativas a las mismas.

Estado límite de agotamiento por torsión

La E.P.-77 aclara que el pretensado es muy útil para reducir, o al menos alejar, la fuerte pérdida de rigidez torsional que experimentan las piezas de hormigón al producirse su fi-

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

suración por torsión, pero que el efecto del pretensado es mínimo en relación con las solicitaciones de agotamiento. En consecuencia, la fuerza de pretensado no interviene para nada a la hora de obtener dichas solicitaciones de agotamiento.

La Instrucción empieza por definir una sección hueca eficaz a efectos de la torsión, que se utiliza en todos los cálculos, y que es función de las dimensiones de la pieza y de la situación de la armadura longitudinal.

Al igual que para el cortante, se definen: una solicitación de agotamiento T_{u1} por compresión de las bielas de hormigón y dos, T_{u2} y T_{u3}, que corresponden al agotamiento por tracción de la armadura transversal y longitudinal, respectivamente.

Finalmente, para el caso de combinación de torsión con flexión, se da un criterio simple de interacción torsión-cortante a efectos del agotamiento de la sección por compresión, proponiéndose que las armaduras se obtengan como suma de las deducidas independientemente para la flexión, el cortante y la torsión.

Estado límite último de pandeo

En cuanto al estado límite último de pandeo, nada nuevo se dice respecto a la E.H.-73, dándose, en comentario, unos valores de los módulos de elasticidad que se pueden emplear con los procedimientos clásicos de cálculo (a base de la carga crítica de Euler), como, por ejemplo, en los cálculos del pandeo lateral de vigas, o en otros casos que no sean de compresión axil.

Estados límites relativos a la fisuración

El artículo 4° ya definió los estados límites que deben respetarse en función de la Clase de comportamiento en la que se desea situar, o proyectar, la estructura, y por tanto, en el presente capítulo sólo se dan los criterios para calcular los tres estados límites ya comentados: el de descompresión, el de aparición de fisuras y el de fisuración controlada o abertura de fisuras.

Los efectos de las acciones que se consideran aquí, son las tensiones "σ" o las aberturas de fisuras "w" y, en primer lugar, la E.P. proporciona unos criterios para deducir las solicitaciones en función de las acciones, así como las σ o w en función de aquellas solicitaciones, especificando las secciones que hay que considerar en cada caso.

ESTADOS LIMITES RELATIVOS A LA FISURACION

- DESCOMPRESION: $\sigma = 0$
- APARICION DE FISURAS:
  - POR TRACCION $\sigma = f_{ct,k}$
  - POR COMPRESION $\sigma = \dfrac{f_{ck}}{1,6}$
- FISURACION CONTROLADA:
  - $w = 0,1$ mm
  - $w = 0,2$ mm

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Para el estado límite de descompresión el efecto de las acciones lo constituyen las tensiones normales calculadas sobre la sección de hormigón sin fisurar; y el correspondiente estado límite viene definido por la condición $\sigma = 0$ en alguna de las fibras extremas.

El estado límite de aparición de fisuras puede alcanzarse por dos causas:

1° Aparición de fisuras por tracción, en cuyo caso el tratamiento es idéntico al del estado límite de descompresión, sin más que definir la situación límite por la condición $\sigma = f_{ct,k}$ en alguna de las fibras extremas;

2° Aparición de fisuras por compresión. Se trata, en este caso, de la aparición de una microfisuración paralela a las máximas compresiones, que se produce para altos valores de la tensión, y que de aparecer en las zonas de recubrimiento de las armaduras activas puede ser perjudicial para su durabilidad. El efecto de las acciones, en este caso, vuelve a ser σ, y el estado límite se alcanza para $\sigma = f_{ck}/1{,}6$. Esta comprobación solamente hay que realizarla para las cabezas de tracción de elementos pretensados, en las fases de aplicación del pretensado, fases en las que estas cabezas se encuentran fuertemente comprimidas. Las tensiones normales en las cabezas de compresión, para cargas de servicio, son ya inferiores al valor antes indicado, pues vienen limitadas por las condiciones relativas al agotamiento por flexión. Es de resaltar que, aunque no lo especifique explícitamente la Instrucción, la comprobación de la no aparición de fisuras por compresión ha de realizarse también para las estructuras proyectadas en Clase I, pues sería absurdo admitir tal fisuración precisamente en el caso en que más se quiere restringir la probabilidad de aparición de cualquier clase de fisura. Consideramos que la limitación de $\sigma \leq f_{ck}/1{,}6$ en las cabezas comprimidas por el propio pretensado debería introducirse para todas las Clases.

3° Finalmente, para el estado límite de fisuración controlada, el efecto que producen las acciones es el de abertura de las fisuras, dándose unas expresiones simples que permiten calcularlas, y definiéndose la situación límite por $w = 0{,}1$ mm para estructuras expuestas a la intemperie o en ambientes ventilados medianamente agresivos, y $w = 0{,}2$ mm para estructuras interiores en ambientes protegidos. No se admite $w = 0{,}3$ mm, como en el caso del hormigón armado, debido a la mayor susceptibilidad a la corrosión de las armaduras activas.

En cuanto a la fisuración por solicitaciones tangentes, la E.P.-77 da unos criterios muy simples de limitación de la tensión principal de tracción, para estructuras proyectadas en Clase I, o de distribución de armaduras transversales en los otros casos.

Estado límite de deformación

La E.P.-77 indica que las flechas deberán obtenerse a partir de una doble integración de la curvatura a lo largo de la pieza; proponiendo distinguir, a tal efecto, tres zonas:

- A, correspondiente a zona no fisurada;
- B, correspondiente a zona fisurada en la que las deformaciones del acero y el hormigón están en régimen elástico;
- C, correspondiente a zona fisurada en la que las deformaciones del acero u hormigón se sitúan fuera del régimen elástico.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

En los artículos correspondientes se dan criterios para definir la curvatura, tanto para cargas rápidas como de larga duración, en las zonas A y B, aclarándose que la zona C queda fuera de consideración en la E.P., a efectos del cálculo de flechas.

También se incluyen criterios para calcular el giro por torsión de elementos lineales

Para terminar, diremos que el capítulo de "Elementos estructurales", que en la E.H.-73 tiene una gran extensión, ha quedado reducido, en la versión actual de la E.P., al artículo 58° relativo a forjados. La Comisión Permanente del Hormigón analizó cuidadosamente la conveniencia de tratar más en extenso el tema de los elementos estructurales, llegando a la conclusión de que tal tratamiento ocasionaría un retraso, que se juzgó inoportuno, en la publicación de la Instrucción; razón por la cual solo se incluyeron prescripciones respecto a los forjados, ya que se consideró que no debía dejarse sin reglamentar el proyecto y la construcción de estos elementos, de utilización tan difundida en nuestro país.

La mayor laguna que esta decisión ha producido en la E.P.-77 a efectos prácticos, quizás esté en la falta de definición de las anchuras eficaces de las cabezas comprimidas, para el cálculo de las solicitaciones de agotamiento por flexión de las vigas en T o en cajón. No obstante, para estos casos y de momento, pueden utilizarse los datos dados al respecto en la E.H.-73.

* * *

Cursos Organizados por la CEMENT and Concrete Association

Para conocimiento de nuestros asociados y del público en general les anunciamos que los Cursos de Especialización sobre diversos aspectos de la tecnología del hormigón, que regularmente viene realizando la Cement and Concrete Association en la Fulmen Grange Conference and Training Centre, se celebrarán del 25 de febrero al 23 de mayo de 1980.

Estos Cursos, que se impartiran en lengua inglesa, tendrán lugar en la localidad de Fulmer, Slough, en las proximidades de Londres.

Los temas de estudio para los que realicen el Curso son los siguientes: trabajos de laboratorio de hormigones; construcción en obra y supervisión; hormigón prefabricado.

La duración del curso es de 13 semanas, dedicandose la primera a la preparación de todos los participantes en general. En las restantes semanas, ya divididos en grupos especializados se impartiran las enseñanzas correspondientes al tema previamente elegido.

Los interesados en recibir información completa sobre estos Cursos deberan dirigirse a: The Registrar. Cement and Concrete Association. Conference and Training Centre. Fulmer Grange. Fulmer, Slough SL 2 4QS. England.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Comportamiento sísmico de estructuras aporticadas prefabricadas pretensadas. Estudio experimental de uniones exteriores viga - columna (*)

Hugo E. Corres Peiretti. Ing. Caminos
José I. Alvarez Baleriola. Ing. Caminos
Rafael Fernández Sánchez. Ing. Caminos
Instituto Eduardo TORROJA

1. INTRODUCCION

Desde el punto de vista económico, no parece adecuado efectuar el diseño sismorresistente de las estructuras de edificación, con las que normalmente se encuentra el proyectista, de manera que éstas posean un nivel de daños tan bajo como el que generalmente se alcanza ante otro tipo de acciones más habituales.

Según los criterios de diseño sismorresistente en vigor, se acepta que las estructuras ubicadas en zona sísmica deben proyectarse de manera que, sometidas a un sismo de tipo moderado, la respuesta se mantenga fundamentalmente dentro del rango elástico, sin que se produzcan daños estructurales, ya que éstos reducen la funcionalidad de los edificios. Por otra parte, si las estructuras sufren la acción de un terremoto de tipo severo, su respuesta debe ser tal que, en todo caso, se evite el colapso de la misma, aún permitiéndose que entre en el rango inelástico produciendo daños de tipo estructural y por tanto pérdidas económicas que pueden ser considerables, pero manteniendo el objetivo final de evitar la pérdida de vidas humanas.

Así, las recomendaciones internacionales más recientes relativas al diseño sismorresistente en estructuras de hormigón pretensado (F.I.P. 1977) determinan que el análisis de estructuras habituales debe efectuarse considerando dos niveles de riesgo, ampliándose a tres para aquellas estructuras de tanta importancia social y económica como Centrales Nucleares o Plataformas Marinas de Prospección Petrolífera.

(*) Este artículo recoge distintos resultados presentados por los autores en los siguientes congresos internacionales:

"STRUCTURAL CONCRETE UNDER SEISMIC ACTIONS", AICAP-CEB Symposium, Roma (Italia), Mayo 1979.

"VI SIMPOSIO PANAMERICANO DE ESTRUCTURAS", Córdoba (Argentina), Julio 1979.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

En el caso general, deberán analizarse dos estados límites diferentes relativos a las acciones sísmicas:

a) Estado límite de utilización relativo a sismos moderados:

En este estado límite, deberá comprobarse que la combinación ponderada de las solicitaciones correspondientes a la acción de un sismo moderado (período de retorno T ≅ 10 a 20 años) y otras acciones, no provoca daños de tipo estructural, lo que en hormigón pretensado implica que no se producen deformaciones residuales adicionales en los tendones por efecto de esta combinación de acciones.

b) Estado límite último relativo a sismos severos:

En este caso, deberá comprobarse que, bajo la combinación ponderada de las solicitaciones correspondientes a la acción de un sismo de tipo severo (T ≅ 50 a 100 años) y otras acciones, la estructura posee la capacidad resistente suficiente como para evitar el colapso parcial o total, habida cuenta de las posibilidades de vuelco, deslizamiento, asiento diferencial o pandeo. En este caso se permite la existencia de deformaciones post-elásticas, pero naturalmente deberá garantizarse que los elementos y conexiones poseen la ductilidad necesaria como para absorber la demanda de este tipo de deformación que el sismo provoca sobre éllos pudiendo de esta manera, disipar la energía extra que el sismo aporta. Asimismo deberá comprobarse que no existe la posibilidad de roturas de tipo frágil y prestar una atención especial a los efectos de segundo orden de la estructura.

La seguridad de la estructura frente a estas acciones, estará basada entonces en su capacidad para absorber la energía sísmica por medio de deformaciones post-elásticas de tipo dúctil materializándose este efecto en la capacidad de deformación dúctil de las rótulas plásticas que se formen en aquellas zonas donde las solicitaciones superen la capacidad resistente elástica de la sección, por lo que estas zonas deberán diseñarse cuidadosamente para dotarlas de la citada propiedad.

Por otra parte, el empleo poco generalizado de estructuras pretensadas en zonas sísmicas podría estar fundado en la escasez de conocimientos de tipo teórico y experimental sobre el comportamiento de estas estructuras ante dichas acciones, especialmente si se comparan con las estructuras de hormigón armado, lo que a su vez ha podido producir un cierto temor entre los proyectistas a la hora de diseñar estructuras de hormigón pretensado en zona sísmica. Estos hechos ponen de manifiesto la necesidad de continuar y profundizar en el estudio del comportamiento dúctil de este tipo de estructuras y particularmente el de aquellas zonas donde se forman las rótulas plásticas.

Además, es un hecho reconocido (Blakeley, Park 1971) que en las estructuras porticadas construidas con elementos prefabricados de hormigón unidos con acero postensado, el comportamiento de las juntas es un factor que afecta muy considerablemente el comportamiento global de la estructura cuando ésta se encuentra sometida a la alternancia de cargas propia de la acción sísmica y especialmente cuando dichas juntas, necesarias por problemas de tolerancias en la prefabricación, son, como es habitual, de mortero de cemento y están situadas en zonas críticas.

Para estudiar estos efectos, en 1978 se comenzó en el Instituto Eduardo Torroja un programa experimental de investigación relativo a estructuras porticadas prefabricadas pretensadas, analizándose diversos modelos a escala real, correspondientes al conjunto típico de la unión viga-columna de este sistema de estructuras prefabricadas, sometidas a cargas cíclicas alternadas de alta intensidad que pretenden representar la acción sísmica sobre estos elementos.

El programa incluye la investigación sobre el comportamiento de las juntas de mortero de la unión viga-columna, tanto para columnas interiores como exteriores, prestando una

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

especial atención a las propiedades de ductilidad y capacidad de disipación de energía por histéresis así como a la degradación de rigidez y resistencia debida a la alternancia cíclica de cargas de alta intensidad.

El programa pretende investigar la posible influencia de una serie de parámetros cuya cuantificación teórica es difícil de realizar, tales como: longitud de la junta de mortero, características del mortero, cuantía y separación del acero transversal utilizado para confinar el mortero de la junta, el hormigón de la viga, etc. Por otra parte, la velocidad de la aplicación de la carga, es también una variable, ya que, aunque la mayor parte de las investigaciones que se han llevado a cabo se han realizado con acciones de tipo quasi-estático suponiéndose que se obtienen resultados conservadores, se estima conveniente confirmar nuevamente este hecho así como obtener resultados más acordes con la realidad.

Por último se considera necesario, estimar el comportamiento de algunos modelos ensayados y posteriormente reparados por diversos métodos, factor que puede ser determinante a la hora de volver a poner en servicio una estructura sometida a un sismo severo.

En este Artículo se presentan una serie de resultados parciales correspondientes a las cuatro primeras unidades ensayadas, así como al ensayo de una de éllas reparada.

2. DESCRIPCION DE LOS ENSAYOS

2.1. Modelo de ensayo

Los especímenes utilizados en esta serie de ensayos representan la parte de una estructura porticada plana que muestra la figura 2.1.

Esta estructura, sometida a las cargas laterales de inercia producidas por la excitación sísmica, tomará una deformación del tipo de la que se muestra en la figura 2.2.

En el supuesto de que, bajo este tipo de cargas, los puntos de momento flector nulo se sitúen aproximadamente en los puntos medios de los pilares y las vigas, es posible aislar la parte de la estructura que muestra la figura 2.3 representando la acción que sobre esta parte ejerce el resto de la estructura por medio de las reacciones horizontales H y verticales (P + V) y P, en los extremos del pilar, e igualmente, de la reacción vertical V en el extremo de la viga, aplicándolas al modelo.

En la figura 2.4 se muestra el especimen en posición de ensayo, es decir girado un ángulo α respecto a su posición real, de esta manera resulta más cómodo efectuar el ensayo al estar contenidos los puntos extremos del eje del pilar constantemente en la misma vertical.

La carga vertical P representa la fracción de las cargas gravitatorias de la parte del edificio situada por encima del especimen de ensayo que se transmite por ese pilar, así como los esfuerzos axiles provocados en él por el momento de vuelco inducido por el sismo. La carga vertical V, que en el ensayo se reproduce como cíclica alternada de alta intensidad, representa el esfuerzo cortante provocado en el punto medio de la viga real a causa de la deformación impuesta por el sismo.

Por otra parte, en la estructura real existen, tal como muestra la figura 2.3, unos esfuerzos de segundo orden inducidos al no estar los extremos del pilar en la misma vertical, por lo tanto las reacciones horizontales H serán en el modelo mayores que en la realidad, ya que deben compensar la inexistencia de dichos momentos de segundo orden en el modelo. La importancia de esta diferencia será tanto mayor cuanto mayores sean los valores de P y del ángulo α en la realidad y en todo caso deberán tenerse en cuenta a la hora de efectuar el cálculo de la estructura pues pueden llegar a ser considerables. Sin embargo, dado que el objetivo de estos ensayos es obtener las características inelásticas de la zona de la viga donde se

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

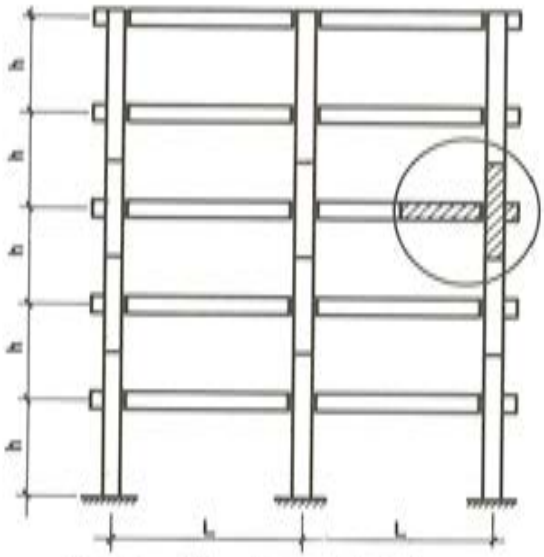


Fig. 2. 1.– Estructura prefabricada.

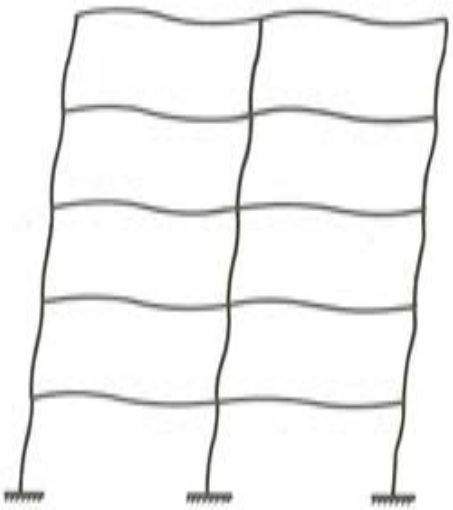


Fig. 2. 2.– Deformación lateral.

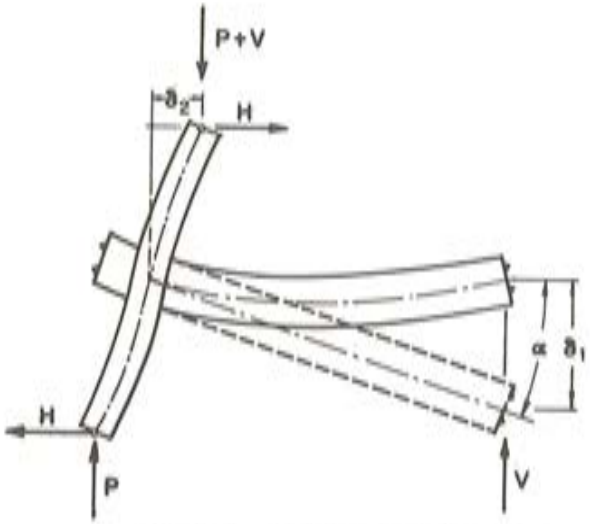


Fig. 2. 3.– Modelo en posición real.

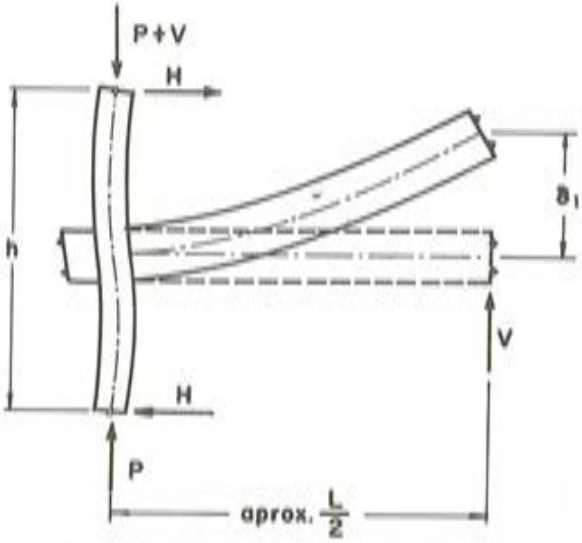


Fig. 2. 4.– Modelo en posición de ensayo.

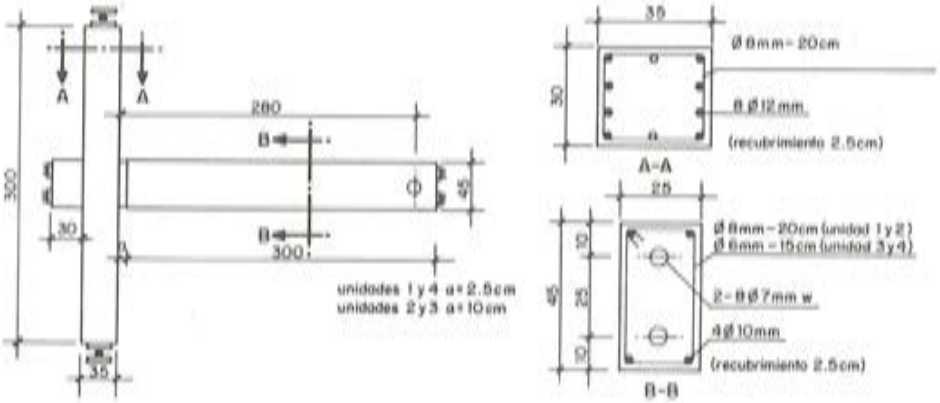


Fig. 2. 5.– Dimensiones de las unidades y detalle de las secciones.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

localiza la junta de mortero, y que los pilares se dimensionan de manera que en ningún caso se formen en éllos las rótulas plásticas, este efecto no se ha tenido en cuenta en estos ensayos.

Por otra parte, tampoco se ha tomado en consideración la variación del esfuerzo axil que se produce por efecto de la variación cíclica del momento de vuelco, parámetro que afecta asimismo más directamente al dimensionamiento del pilar que al de la zona de la rótula plástica si ésta se forma en la viga.

2.2. Descripción de las unidades ensayadas

Las dimensiones generales de las unidades y los detalles de armado de las secciones de la viga y columna se muestran en la figura 2.5 y en las tablas I y II. Las dimensiones de estos elementos se corresponden totalmente con las que pueden presentarse en la realidad, por lo que se estima que son completamente representativas. Sólamente, y debido a restricciones propias de los aparatos de ensayo, la esbeltez de cortante que corresponde a las unidades ensayadas es del orden de 6 que resulta ligeramente inferior a la real en este tipo de estructuras porticadas, que puede oscilar entre 7 y 10. Esto implica que para el modelo de ensayo, las solicitaciones de cortante son más desfavorables que para las condiciones reales, por lo que se estima que los resultados del ensayo están, en este aspecto, del lado de la seguridad.

Todas las unidades fueron diseñadas de manera que las rótulas plásticas se formasen en las vigas, ya que este tipo de mecanismo conduce a lograr una absorción de energía considerable con una demanda de ductilidad seccional muy inferior a la que se produce cuando las rótulas plásticas se forman en los pilares.

TABLA I: CARACTERISTICAS DE LOS MATERIALES

Unidad	Resistencia cilíndrica a compresión en el momento de ensayo	Resistencia a compresión del mortero en el momento del ensayo	Armadura Activa			Armadura pasiva longitudinal		Armadura transversal					
								Viga		Columna		Nucleo de la Union	
			ϕ	fy0.2	f	ϕ	fy	ϕ	fy	ϕ	fy	ϕ	fy
	MPa	MPa	mm	MPa	MPa	mm		mm		mm		mm	
1	44,2	53,7	7	1.440	1.800	10 12	420	8	420	8	420	8	420
2	43,3	51,3	7	1.440	1.800	10 12	420	8	420	8	420	8	420
3	43,5	45,3	7	1.446	1.788	10 12	420	6	420	8	420	8	420
4	42,0	46,7	7	1.446	1.788	10 12	420	6	420	8	420	8	420

TABLA II: DETALLE DE ARMADO DE LAS UNIDADES

Unidad	Viga				Columna			
	Armadura Activa	Armadura pasiva longitudinal	Armadura transversal	Armadura transversal especial en la zona de la junta	Armadura longitudinal	Armadura transversal	Armadura del nucleo de la union	
							Longitudinal	Transversal
	ρp	ρst	ρst	$\rho st,conf.$	ρst	ρst	$\rho st,nucleo$	$\rho st,nucleo$
1	8Ø7 (0,273)	4Ø10 (0,279)	Ø8-200^a (0,2)	Ø8-55^a (0,731)	8Ø12 (0,861)	Ø8-200^a (0,2)	2Ø12	Ø8-100^a (0,4)
2	8Ø7 (0,273)	4Ø10 (0,279)	Ø8-200^a (0,2)	Ø8-55^a (0,731)	8Ø12 (0,861)	Ø8-200^a (0,2)	2Ø12	Ø8-100^a (0,4)
3	8Ø7 (0,273)	4Ø10 (0,279)	Ø6-150^a (0,15)		8Ø12 (0,861)	Ø8-200^a (0,2)	2Ø12	Ø8-100^a (0,4)
4	8Ø7 (0,273)	4Ø10 (0,279)	Ø6-150^a (0,15)		8Ø12 (0,861)	Ø8-200^a (0,2)	2Ø12	Ø8-100^a (0,4)

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Las vigas de hormigón pretensado y las columnas de hormigón armado en todas las unidades, se diseñaron para que tuvieran aproximadamente la misma resistencia a flexión y a flexocompresión respectivamente. En todos los casos se siguieron las recomendaciones del Código Modelo CEB-FIP, excepto en lo que se refiere a la armadura del núcleo de la unión viga-columna y zonas adyacentes.

Las vigas del modelo poseen un pretensado concéntrico en toda su longitud, y por tanto en las zonas de la junta y del nudo de la unión viga-columna, con objeto de proveer la máxima resistencia a flexión frente a las cargas alternadas que provoca el sismo.

Los tendones de postesado en las vigas de las unidades son rectos, asegurando de esta forma que antes de la carga del sismo, los elementos tuvieran una tensión uniforme. Esta misma situación es la que se presenta según las prácticas comunes de diseño, ya que la carga permanente y parte de la carga variable son equilibrados por el efecto del pretensado y las cargas del sismo actúan sobre estructuras cuyos elementos poseen un estado de tensión seccional más o menos uniforme.

Los tendones de pretensado en todas las unidades ensayadas están constituídos por ocho alambres de ϕ 7 mm de acero de alta resistencia, postesados al 75 por 100 de su tensión característica en el momento de transferencia y luego inyectados, de manera que la compresión uniforme inicial del hormigón en el momento de ensayo resultó ser de 6 Mpa.

Los anclajes de los tendones de postensado en la zona de la unión viga-columna se localizaron en un bloque de hormigón exterior a la citada unión, para evitar que las tensiones del anclaje afectaran al comportamiento de dicha zona.

La armadura pasiva de la viga fué proyectada de acuerdo con las solicitaciones que se generarían debido al manejo de la misma para su puesta en situación de ensayo.

El efecto de los distintos grados de confinamiento en la viga es una de las principales variables estudiadas. Las vigas de las unidades 1 y 2 poseían armadura especial de confinamiento en la zona de la rótula plástica, de acuerdo con las recomendaciones ACI-318-77. Las vigas de las unidades 3 y 4 poseían únicamente armadura transversal de cortante según las recomendaciones del Código Modelo CEB-FIP.

El núcleo de la intersección viga-columna, así como sus regiones adyacentes en el pilar fueron proyectados de acuerdo con las recomendaciones ACI-318-77 manteniéndose constantemente iguales en todas las unidades.

Finalmente, respecto a las características de la junta de mortero, se estudiaron principalmente dos variables: longitud y confinamiento de la misma. Las unidades 1 y 4 tenían una junta de 2,5 cm de longitud sin ningún tipo de confinamiento, mientras que las unidades 2 y 3 poseían una junta de 10 centímetros de longitud con un estribo de confinamiento ubicado aproximadamente en el centro de la misma.

En ninguna de las unidades se tomaron medidas especiales para mejorar la rugosidad de las caras internas de los elementos prefabricados en la zona de la junta.

2.3. Reparación de la unidad 4

Después de efectuar el ensayo de la unidad 4, la zona de la junta fué reparada con un mortero de resina epoxi para proceder a ensayar de nuevo el modelo.

La parte de mortero y de hormigón que se encontraba dañada fué eliminada, asimismo, se rebajó el hormigón que estaba en buenas condiciones aproximadamente en 1 cm y se procedió a dar una capa de imprimación en toda la zona para facilitar la adherencia del mortero

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

nuevo. A continuación se dispuso un encofrado de madera alrededor de la zona a reparar y se introdujo el mortero de resina epoxi y arena (relación 1/8) procurando que las dimensiones de la viga reparada resultaran idénticas a las originales. Después de esperar el tiempo necesario para el curado del mortero, se efectuó el ensayo siguiendo el mismo proceso que para el resto de las unidades.

3. PROCEDIMIENTO DE ENSAYO

3.1. Ciclos de carga

Las unidades ensayadas fueron sometidas a un conjunto de series de ciclos de carga quasi-estáticos en los que el valor de V era progresivamente creciente, con objeto de determinar con mayor facilidad las propiedades inelásticas de su comportamiento ante este tipo de solicitaciones, y además para tener una referencia de comparación respecto a otros ensayos realizados anteriormente sobre modelos de construcción monolítica (Nakano, Okamoto, 1978). En próximos ensayos se variará el esquema de ciclos de carga, ya que, como es bien conocido (Bertero, 1973), el tipo de acción aplicada hasta ahora, puede no representar la situación más desfavorable respecto a la capacidad de absorción de energía y la degradación de resistencia, sino que ésta puede venir dada cuando los valores máximos de la carga se obtienen en los ciclos iniciales.

La secuencia de cargas fue realizada controlando los desplazamientos en el extremo de la viga y siguiendo los diagramas que se muestran en las figuras 4.1 a 4.5. En los especímenes ensayados, los primeros ciclos de carga se llevaron hasta aproximadamente la deformación correspondiente al estado de primera fluencia en el acero pretensado, calculada utilizando la resistencia nominal de los materiales en las secciones críticas. En los ensayos 3 y 4 se dieron además inicialmente una serie de ciclos de menor intensidad para estudiar el comportamiento elástico del sistema en estados de carga inferiores al estado de utilización de la pieza. Como la carrera del gato hidráulico esta limitada a 25 cm, una vez que se superaron los ciclos correspondientes a aproximadamente ± 12,5 cm, la deformación se prosiguió en un sólo sentido hasta alcanzar la deformación máxima, modificando previamente la disposición de la cabeza del gato, de manera que pudiera aprovecharse la longitud total de la carrera en un sólo sentido.

En cualquier caso, se estima que las deformaciones provocadas en los modelos ensayados es superior a la que podría producir un sismo, incluso uno muy severo, no obstante, se prosiguió la deformación para generar una historia de cargas que mostrara visiblemente el comportamiento post-elástico de las piezas de hormigón pretensado, superando el rango correspondiente a los efectos de las acciones sísmicas.

3.2. Equipo de ensayo y proceso experimental

En la fotografía nº 1 se muestra una de las unidades estudiadas, en élla puede verse la disposición de ensayo y parte de los equipos de registro utilizados.

En todas las unidades ensayadas, las columnas fueron cargadas axialmente por medio de un gato hidráulico que proporcionaba una carga constante de 861 kN, que representa aproximadamente el 50 por 100 de la carga de rotura balanceada de la columna, calculada tomando como resistencia nominal de los materiales los valores f_c = 40 Mpa y f_y = 420 Mpa.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

La carga variable aplicada sobre el extremo de la viga fue proporcionada por medio de un gato Schenck de doble acción de 500 kN controlado por servo-válvula, registrándose por medio de un plotter tanto el desplazamiento del gato como la carga que éste proporcionaba en cada instante.

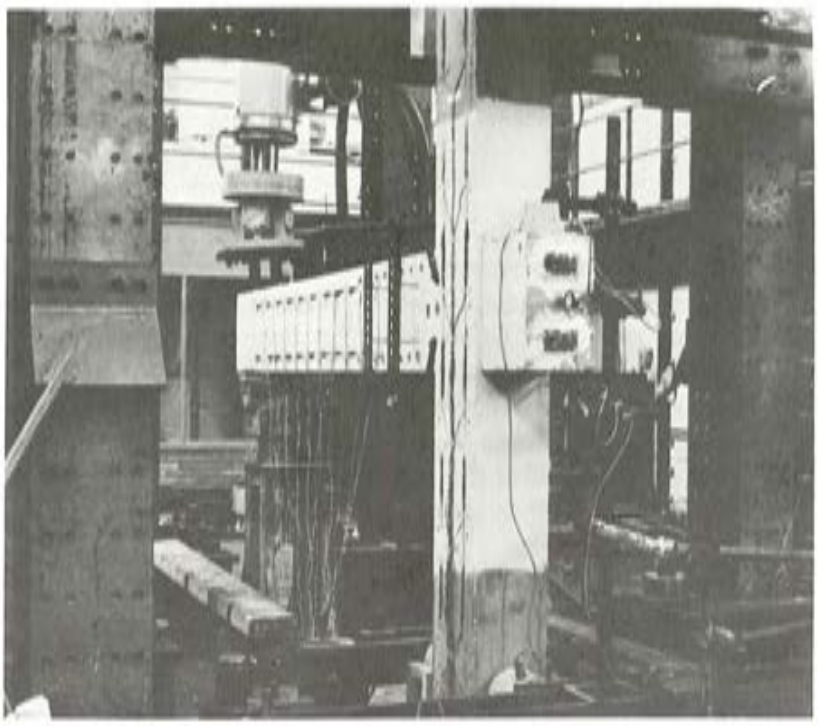


Foto 1.

Las rotaciones en la zona crítica, donde se formaban las rótulas plásticas, se obtuvieron directamente por medio de captadores inductivos soportados por dos pequeños marcos de aluminio que se sujetaban al hormigón de la viga por medio de tornillos, una vez que se había preparado adecuadamente este hormigón para recibirlos. Véase fotografía nº 2. Estas rotaciones, así como los diagramas momento-rotación correspondientes a los tramos comprendidos entre la cara interna del pilar y el primer marco y entre los dos marcos, fueron registrados en forma contínua por medio de dos plotters.

Con objeto de obtener la distribución de curvaturas a lo largo de las vigas y los pilares, se dispusieron bases de elongámetro distribuidas regularmente cada 10 cm y cada 40 cm. Asimismo, para comprobar la fidelidad de las lecturas realizadas con el elongámetro, al menos en las primeras fases del ensayo, se dispusieron bandas extensométricas de lectura directa de 6 cm y 12 cm en los puntos medios entre las bases.

Por otra parte, se colocaron flexímetros para poder obtener las flechas en los puntos intermedios de la viga así como los giros en el nudo de la unión viga-columna.

Además, para obtener el posible deslizamiento entre la junta de mortero y las caras internas de la viga y la columna, en altas deformaciones, se instaló un medidor óptico de nivel.

La fisuración fue medida por medio de un lector óptico amplificador.

Asimismo se registraron por medio de células de carga los esfuerzos cortantes H inducidos en los extremos de las columnas.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

El proceso de ensayo seguido fue el de aplicar la carga axial en la columna para posteriormente ir aplicando la carga V en el extremo de la viga según los esquemas mostrados, hasta alcanzar la máxima deformación posible, o hasta que la pérdida de resistencia era tal que aconsejaba detener el ensayo.

El registro de los diagramas de carga-desplazamiento y momento-rotación se efectuó de forma contínua durante toda la duración del ensayo, almacenándose además intermitentemente determinados valores por medio de un datta-logger.

Los registros de las bandas extensométricas y de las células de carga se efectuaron automáticamente de forma intermitente, garantizando que se obtenían los valores correspondientes de los picos de desplazamiento.

Por último, los datos proporcionados por las bases de elongámetro, los flexímetros y el nivel óptico se anotaron únicamente en aquellos momentos en los que se llegaba a un pico de deformación superior a los picos anteriormente alcanzados en uno u otro sentido, deteniéndose momentáneamente el ensayo para realizar las lecturas.

4. RESULTADOS DE LOS ENSAYOS

Los diagramas de carga-desplazamiento del extremo de la viga se muestran en las figuras 4.1 a 4.5. Asimismo, los diagramas de momento-rotación para las zonas críticas registrados por los captadores situados entre el primer marco y la cara interna del pilar y el captador interno de presión del gato Schenck se muestran en las figuras 4.6 a 4.8 para los tres últimos ensayos.

Por otra parte, las fotografías nºs 3 a 7 muestran los daños producidos en la zona de la junta al final de cada ensayo. La fotografía nº 8 muestra el estado de la junta del ensayo 4 una vez reparada con mortero de resina epoxi.

En los ensayos 1, 2, 3 y 4, durante los primeros ciclos de carga, se observó la apertura de fisuras en las secciones de unión de la viga con la junta de mortero y de ésta con el pilar. Esta fisuración, de muy poca importancia, fue debida a la falta de resistencia a tracción en la unión del mortero y el hormigón, y en ningún caso alcanzaba la profundidad de los cables de pretensado, siendo la recuperación al final de estos primeros ciclos prácticamente total. En el ensayo 5 esta fisuración sólo se apreció en la unión del mortero de resina con el pilar, rompiéndose el hormigón de éste, que quedaba adherido a la resina.

La disipación de energía, medida como el área contenida en el bucle de histéresis para cada ciclo, así como la degradación de resistencia y de rigidez durante estos primeros ciclos fue prácticamente inapreciable.

En las series de carga subsiguientes y una vez que se había alcanzado la capacidad resistente de la viga y comenzaba el aplastamiento del mortero y del hormigón en las fibras más comprimidas, es decir, cuando el comportamiento del modelo había entrado en el rango inelástico, se observó un apreciable aumento de la capacidad de absorción de energía, disminuyendo por otra parte la resistencia y la rigidez del sistema.

La formación de fisuras de flexión a lo largo de la viga y del pilar fue aumentando progresivamente hasta que se alcanzó la capacidad resistente de la rótula, momento en el que ya no progresaron más, excepto las dos fisuras principales de la rótula que sólo lograron estabilizarse en cuanto a su profundidad (aproximadamente hasta la altura del tendón menos traccionado), pero que se abrían cada vez más según aumentaba la deformación impuesta en el extremo de la viga. Unicamente en el ensayo 5 se apreció un inicio de fisuración cruzada en el núcleo de la unión viga-columna pero tomando una apertura insignificante por lo que puede afirmarse que, tal como se esperaba, las columnas no sufrieron prácticamente ningún daño.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

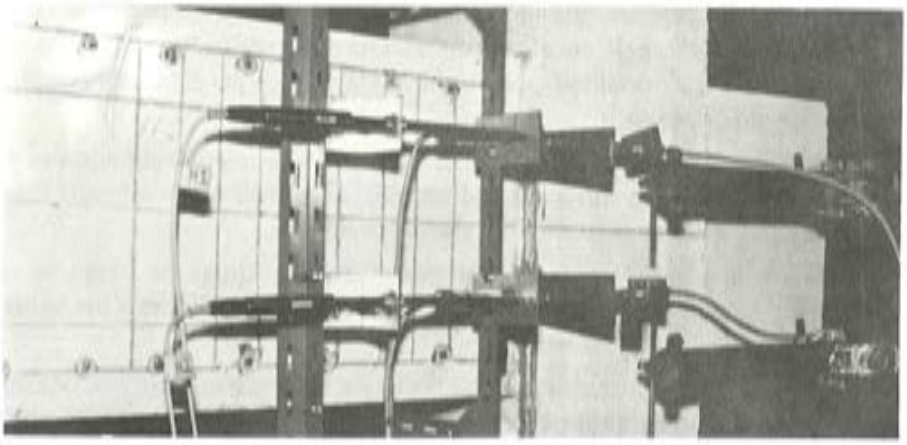


Foto 2.

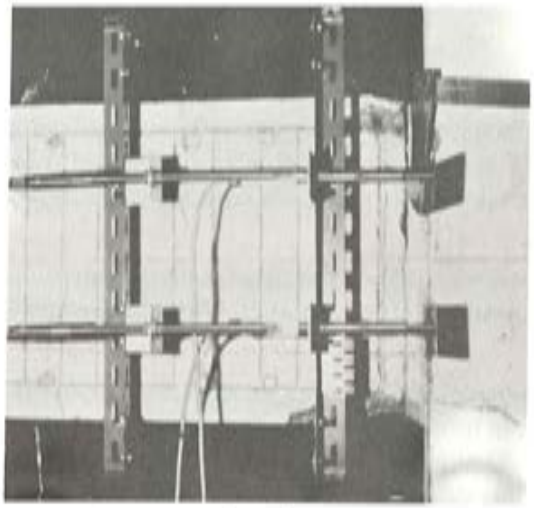


Foto 3.

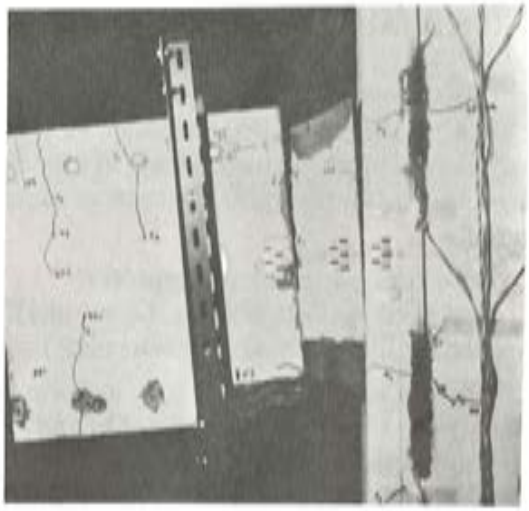


Foto 4.

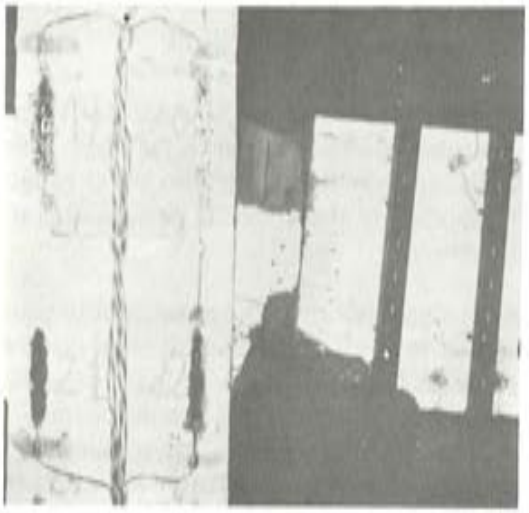


Foto 5.

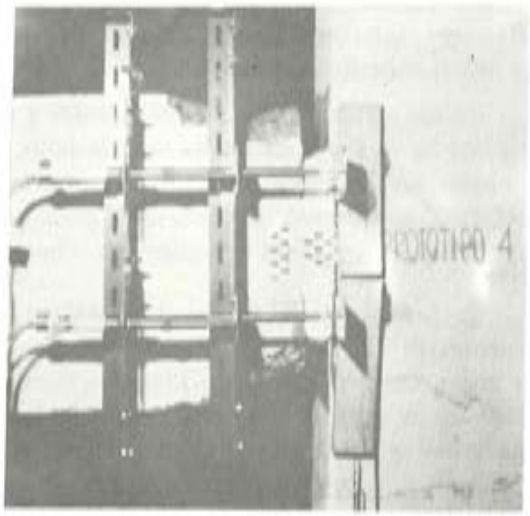


Foto 6.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Foto 7.

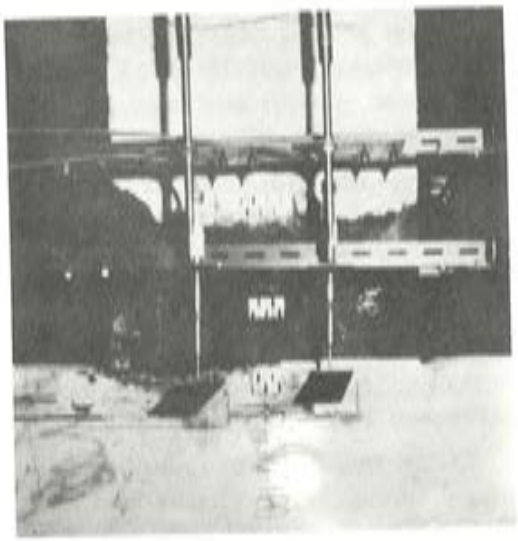


Foto 8.

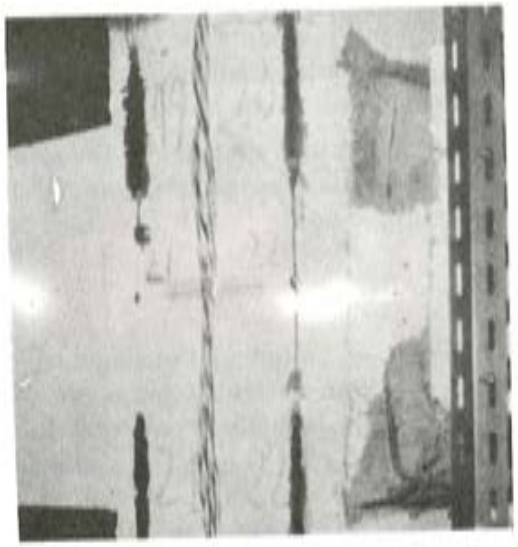


Foto 9.

La degradación de resistencia comenzó a ser notable a partir del primer ciclo cuya deformación fue alrededor de 6 cm momento en el que se alcanzó la máxima resistencia (superior a la teórica). Este efecto, que fue observado comparando diversos ciclos de una misma serie, es decir, manteniendo la misma deformación máxima, resultaba más notable al comparar los primeros ciclos de dos series consecutivas una vez superada la citada deformación.

La degradación de rigidez resultó evidente al comparar la correspondiente a aquellos ciclos en los que se había alcanzado una nueva deformación máxima con los posteriores a éstos, especialmente cuando previamente se había llegado a un nuevo máximo en el sentido opuesto, pero tendiendo a la estabilización si el máximo anterior no era superado.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

La disipación de energía resultó ser importante una vez que se alcanzaron grandes deformaciones post-elásticas especialmente para aquellos ciclos que superaban la deformación máxima anterior produciendo un notable aplastamiento del mortero y el hormigón y su desprendimiento, aunque éste se concentraba fundamentalmente en la zona de la junta, ya que el desprendimiento del mortero limitaba este efecto sobre el recubrimiento del hormigón.

Cuando las deformaciones impuestas alcanzaron valores muy considerables (más de 16 cm), después de un gran número de ciclos, se apreció por medio del nivel óptico el inicio de un evidente deslizamiento relativo entre las caras de las fisuras principales y simultáneamente aparecieron fisuras horizontales a la altura de los cables de pretensado en la zona de la rótula. Esto parece indicar que después de un deterioro progresivo del mecanismo de resistencia a cortante por fricción, el efecto pasador comenzaba a tomar un carácter mucho más significativo. Sin embargo, este deslizamiento no fué, en general, muy importante, excepto en el ensayo 2 para el que se llegó a medir un valor de 0,035 cm.

En las tres primeras unidades ensayadas, cuando se alcanzaron deformaciones importantes y aunque la apertura de las fisuras principales llegaba a tomar valores muy considerables (7,5 mm a nivel del acero activo) no se observó una pérdida excesiva de mortero por aplastamiento y posterior desprendimiento, sin embargo, en el ensayo 4 esta pérdida fue tan considerable, al alcanzar una deformación de 9 cm en el extremo de la viga, que aconsejó detener el ensayo. Hay que resaltar que en los ensayos 1 y 4, que tenían la junta de mortero de 2,5 cm sin confinar, el daño, aparentemente, se extendió más hacia el hormigón de la viga, mientras que en los ensayos 2 y 3 con junta de 10 cm y un cerco de confinamiento, el daño se concentró más en la propia junta ya que la pérdida del recubrimiento de mortero limitó la progresiva pérdida de recubrimiento de hormigón.

Además, en todos los casos, la pérdida de material fue más notoria en la parte inferior de la zona de rótula plástica, ya que, una vez roto por compresión, en el semiciclo siguiente el material se desprendía por su propio peso.

5. ANALISIS DE LOS RESULTADOS

Tal como muestran los diagramas, en todas las unidades ensayadas se alcanzó aproximadamente la misma resistencia a flexión en las secciones críticas y habida cuenta del peso propio de la viga, las diferencias entre la máxima resistencia obtenida en los ensayos y los valores teóricos calculados (3 por 100 para la junta no confinada y 6 por 100 para la junta confinada) parecen razonables, ya que en el cálculo no se tuvo en cuenta el efecto del confinamiento y, por otra parte, de acuerdo con el Código Modelo CEB-FIP, la máxima deformación para la fibra de hormigón más comprimida se estableció en el 3,5 por mil cuando este valor fue claramente superado en el ensayo.

Por otra parte, la resistencia alcanzada en el ensayo 5 fue superior a la obtenida en el ensayo 4 debido al distinto comportamiento y mayor resistencia de la resina epoxi.

La degradación de resistencia, apreciada durante la alternancia cíclica, fue debida al aplastamiento de las fibras más comprimidas del mortero y del hormigón, lo que produjo una progresiva pérdida de material y una disminución del área útil de la sección.

Pudo comprobarse experimentalmente que el acero de pretensado posee un marcado efecto Bauschinger ante cargas cíclicas y este fenómeno, unido a un comportamiento en cierto modo similar del mortero y del hormigón ante el mismo tipo de cargas, explica porqué en las series de ciclos en los que se alcanzaba una misma deformación máxima la resistencia obtenida era progresivamente menor en cada ciclo.

La progresiva degradación de rigidez observada fue notablemente mayor en los semiciclos inmediatamente posteriores a aquéllos en los que se había alcanzado una nueva deformación máxima en el sentido opuesto. Este efecto fue debido, al parecer, a la correspon-

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

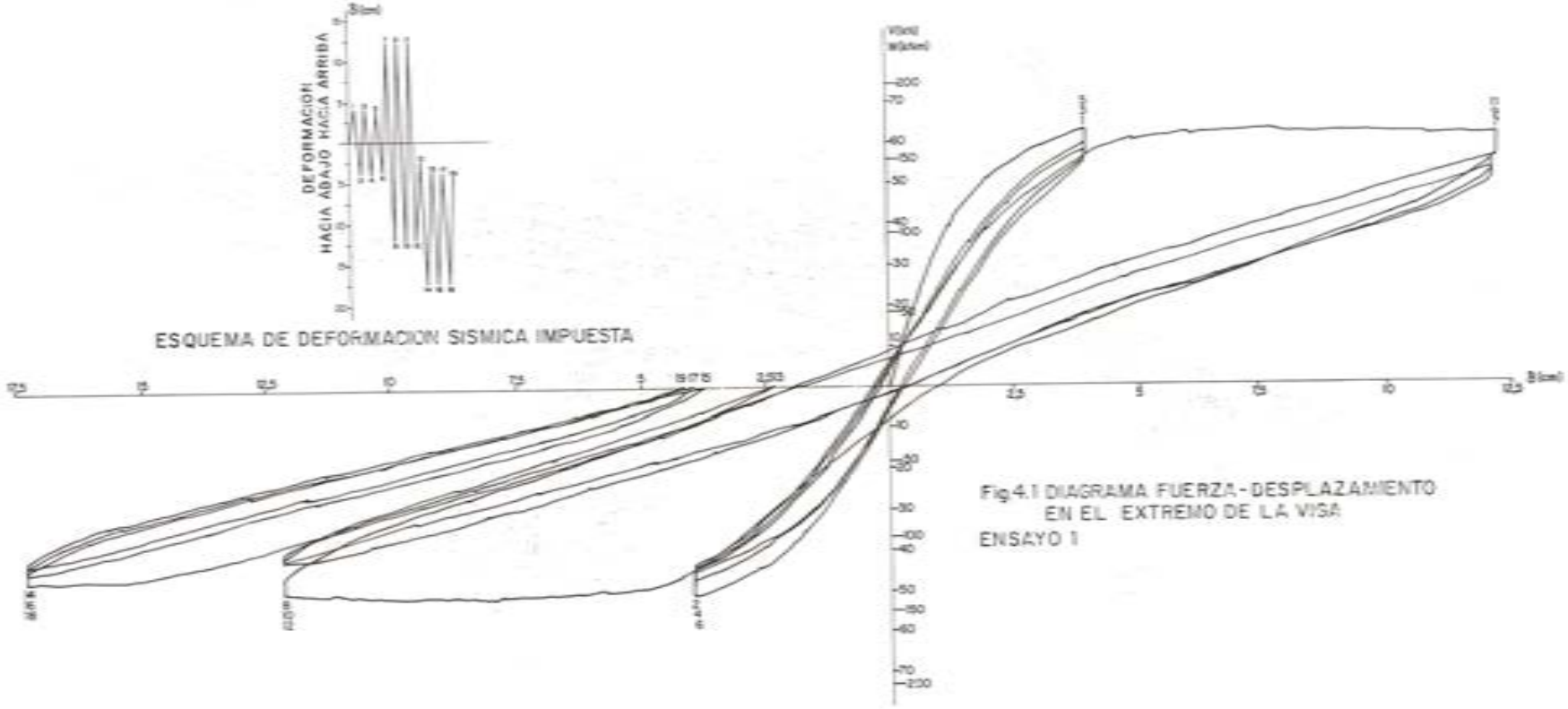


Fig 4.1 DIAGRAMA FUERZA-DESPLAZAMIENTO EN EL EXTREMO DE LA VIGA
ENSAYO 1

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Fig.4.2 DIAGRAMA FUERZA-DESPLAZAMIENTO EN EL EXTREMO DE LA VIGA ENSAYO 2

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

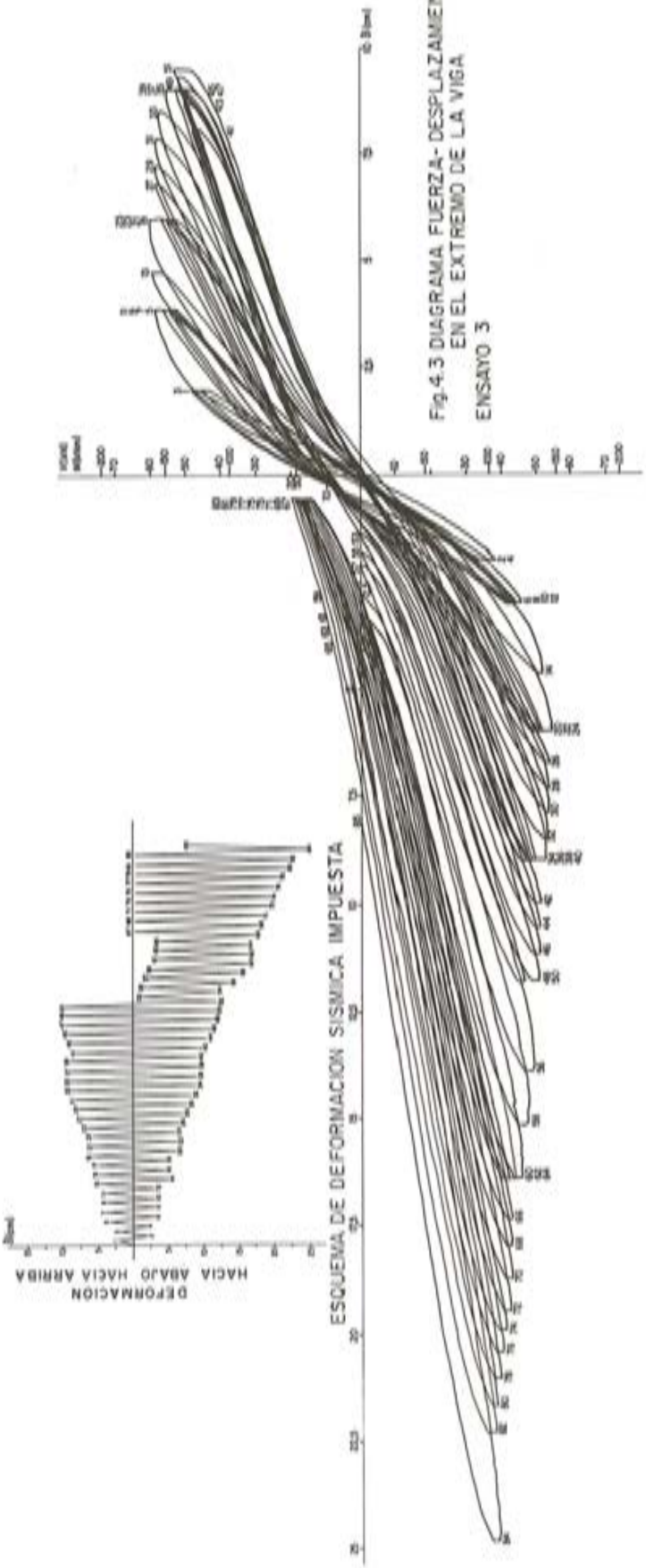


Fig.4.3 DIAGRAMA FUERZA- DESPLAZAMIENTO EN EL EXTREMO DE LA VIGA ENSAYO 3

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

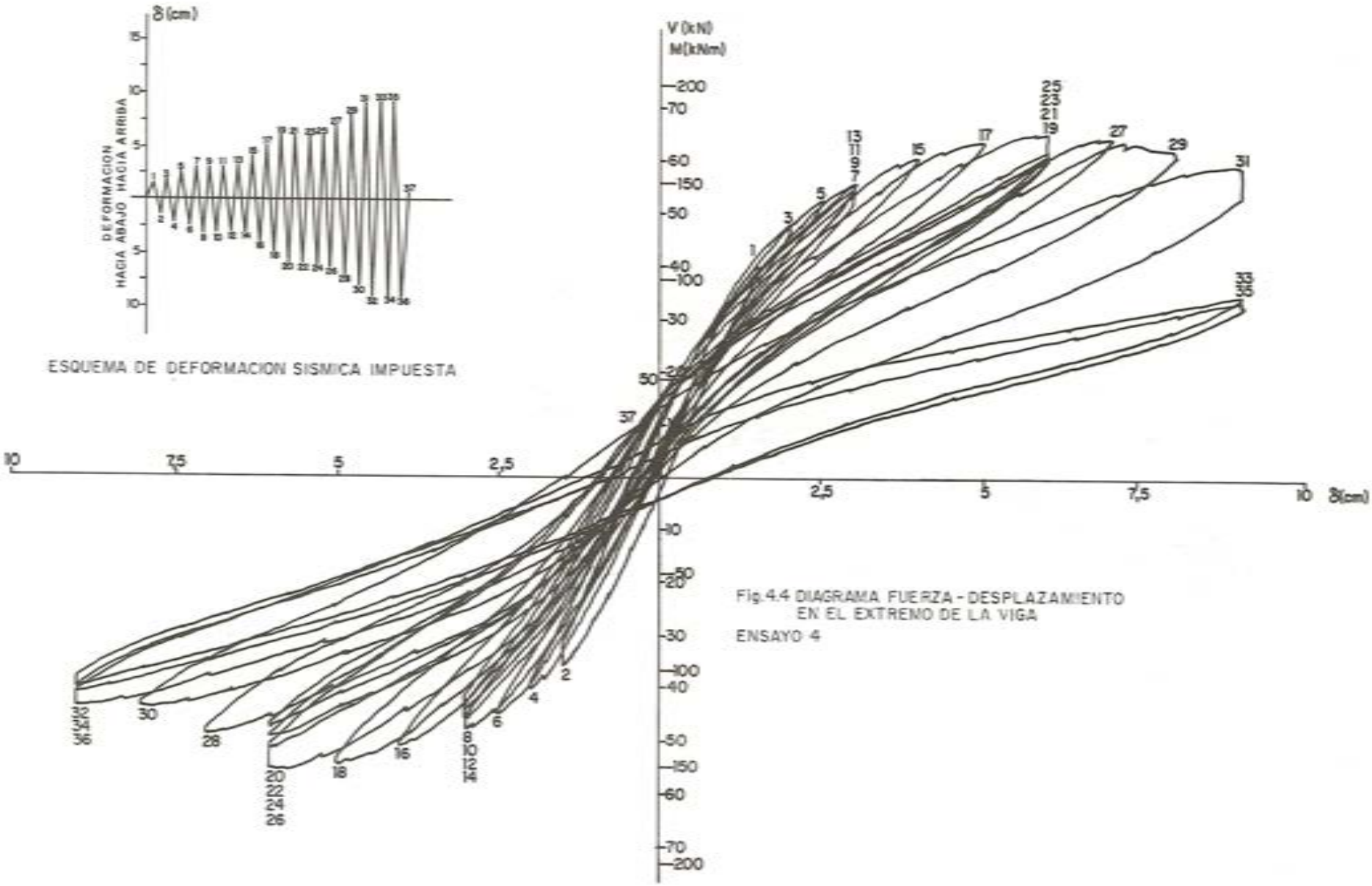


Fig.4.4 DIAGRAMA FUERZA - DESPLAZAMIENTO EN EL EXTREMO DE LA VIGA

ENSAYO 4

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Fig.4.5 DIAGRAMA FUERZA - DESPLAZAMIENTO
EN EL EXTREMO DE LA VIGA
EJISANO 4 REPARADO

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

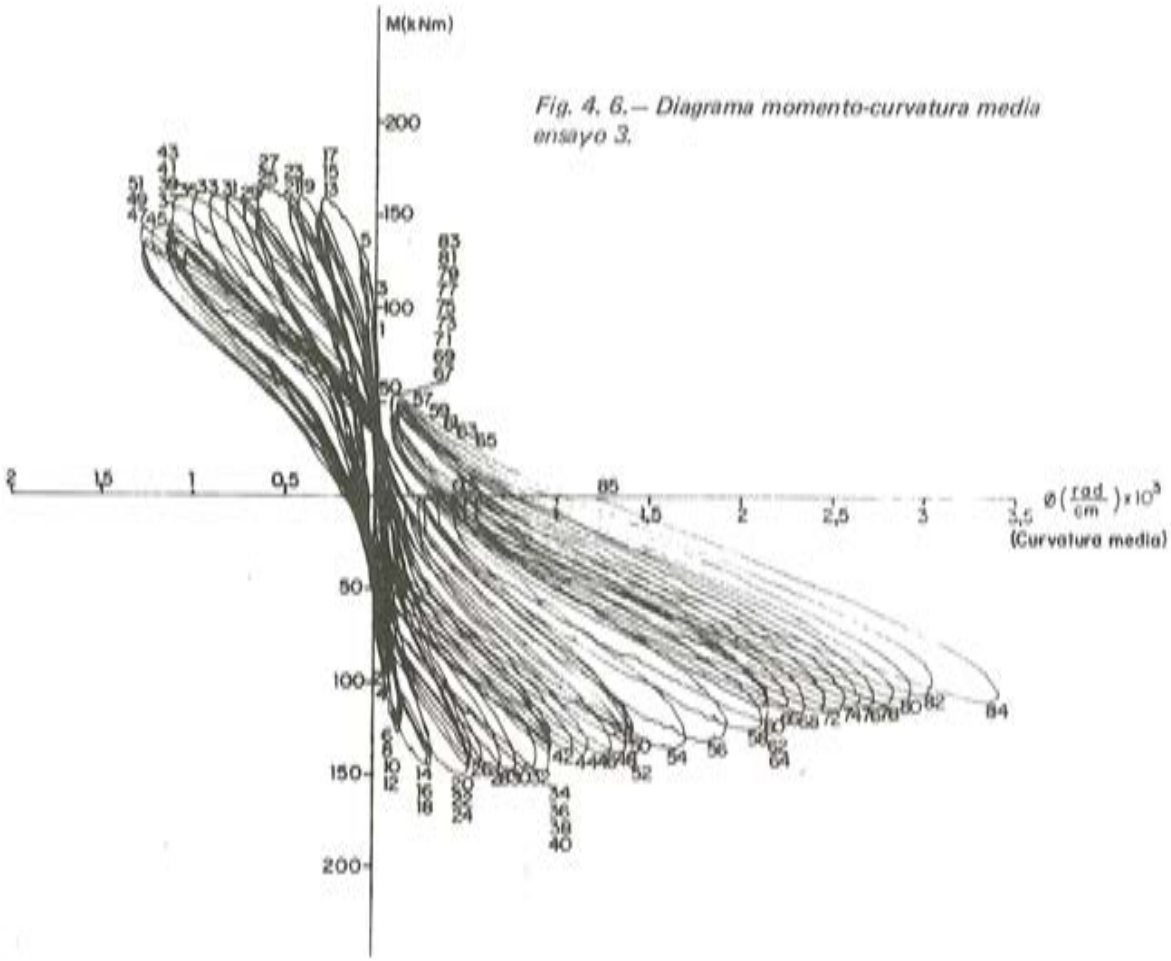


Fig. 4. 6.— Diagrama momento-curvatura media ensayo 3.

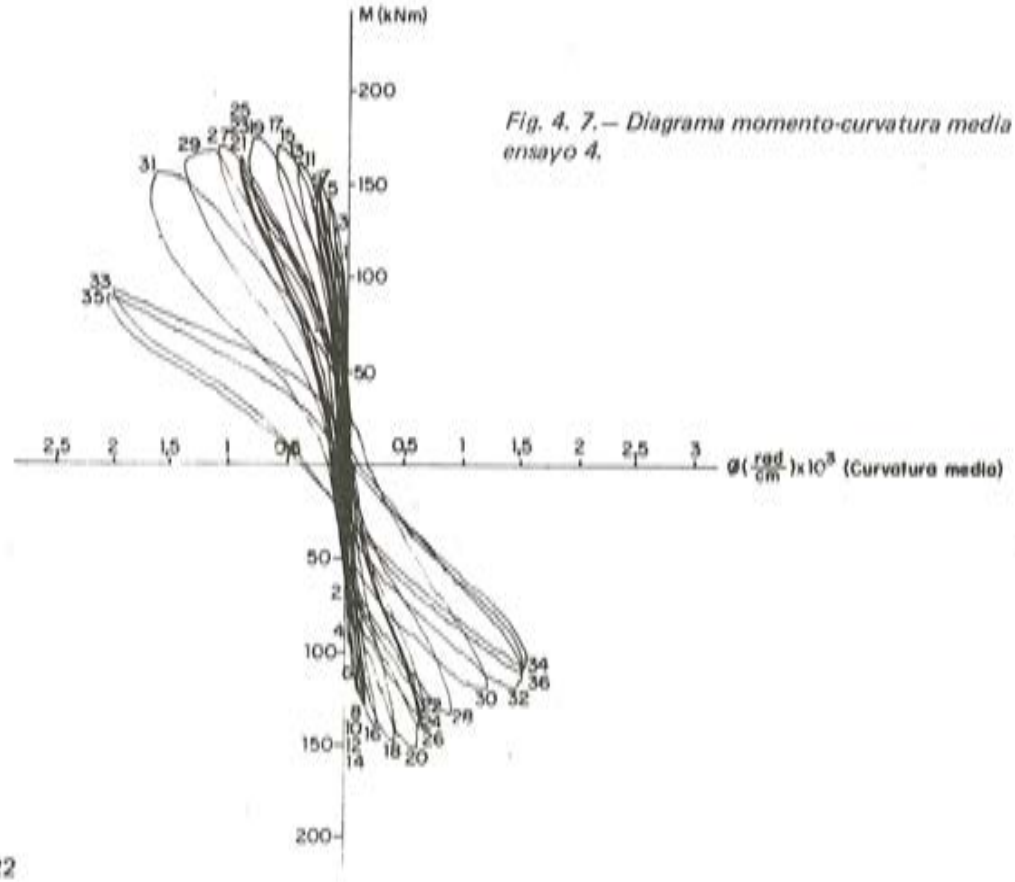


Fig. 4. 7.— Diagrama momento-curvatura media ensayo 4.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

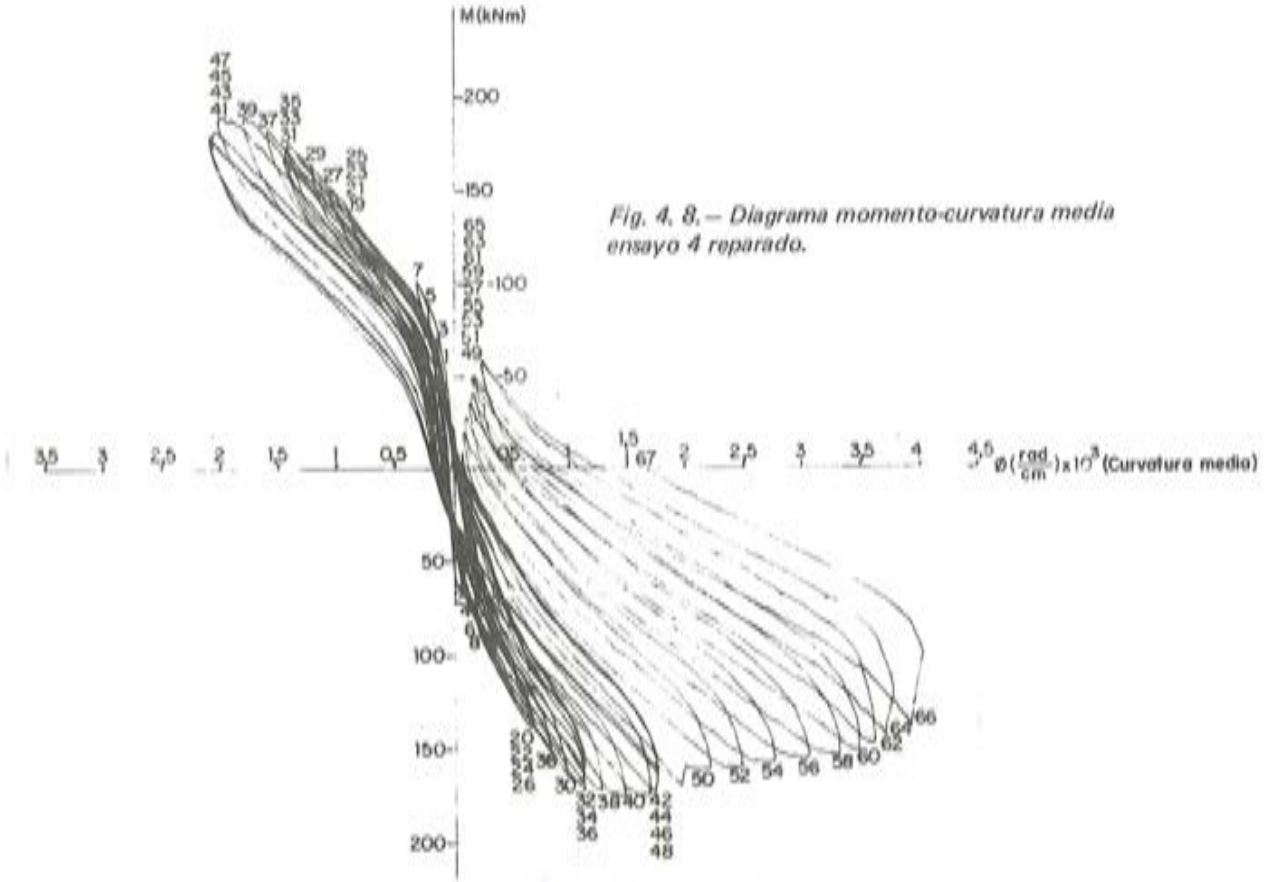


Fig. 4. 8.– Diagrama momento-curvatura media ensayo 4 reparado.

diente degradación de rigidez de los materiales constructivos de la sección al estar éstos sometidos a cargas cíclicas de alta intensidad, así como al progresivo deterioro de la adherencia del acero de pretensado. Esta característica, que en el caso del hormigón pretensado viene acompañada por una muy considerable recuperación de las deformaciones al cesar la acción, se considera muy positiva para resistir los esfuerzos sísmicos.

Los especímenes ensayados ponen de manifiesto que la capacidad de disipación de energía, una vez superado el valor de la máxima resistencia, puede resultar significativa, pudiendo llegar a ser considerable para grandes deformaciones. La capacidad de disipación de energía por histéresis está directamente relacionada con la creación de deformaciones permanentes en los materiales constitutivos de los elementos, así pues, en aquellos ciclos en los que se provocaba el aplastamiento del mortero o del hormigón y/o se superaba el límite de cedencia del acero de pretensado se obtuvo una disipación de energía mayor que en aquellos otros en los que estos fenómenos no se producían o sucedián en menos extensión. Esto explica porqué en los ciclos de aquellas series en las que se mantuvo la deformación máxima constantemente igual, solo el primero de éllos presenta una absorción de energía considerable, siendo mucho menor la de los siguientes y dentro de éstos la disipación era progresivamente decreciente. En todo caso, el aumento progresivo de la deformación permanente en el modelo, cuando se efectuaron ciclos en un solo sentido, señala claramente la acumulación de deformaciones post-elásticas, fundamentalmente en el cable de pretensado solicitado a mayores tensiones.

En cuanto al comportamiento de la unidad reparada ya se ha señalado que se obtuvo con élla una resistencia superior a la de la unidad 4, pero la rigidez inicial de aquélla fue muy inferior a la original de la citada unidad, habida cuenta de que, con la reparación, no se había logrado restaurar la adherencia de los alambres de pretensado, tampoco se podían corregir sus deformaciones permanentes ni se habían sellado las fisuras existentes en otros lugares del modelo. Además, el mortero de resina posee un módulo elástico inferior al del hormigón.

Por otra parte, resulta significativo que la pérdida de rigidez y resistencia de esta unidad reparada fue notablemente inferior a la que se produjo en los ensayos anteriores y al conseguirse un superior comportamiento del material componente de la junta se alcanzó un momento resistente mayor, puesto de manifiesto por una progresiva ampliación de la fisuración tanto en el pilar como en la viga, llegando a afectar al núcleo de la unión viga-columna, lo que produjo en él la típica fisuración cruzada con la consiguiente distorsión por cortante.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Además, al transmitir la resina epoxi los esfuerzos mejor que el mortero de cemento y tener mayor resistencia, los momentos flectores soportados por el resto de la viga fueron superiores y esto llegó a provocar el pandeo local de una de las barras de acero pasivo resultando en un descenso brusco del momento resistente del sistema, tal como puede apreciarse en los diagramas de las figuras 4.5 y 4.8, aunque hay que resaltar que esto sucedió para un valor de la deformación superior al que lógicamente puede esperarse en el caso de un sismo moderadamente severo en este tipo de estructuras.

La medición de las deformaciones longitudinales permitió calcular la distribución de curvaturas a lo largo de las piezas, y por tanto obtener las longitudes de la rótula plástica equivalente, calculada como el ancho del rectángulo que posee la misma superficie que la parte inelástica de la distribución de curvaturas real (Blakeley, Park, 1971), estas longitudes resultaron estar comprendidas aproximadamente entre 22 y 29 cm, lo que está de acuerdo con los resultados obtenidos por otros investigadores (Blakeley, Park, 1971), (Thompson, Park, 1975), indicando que la longitud de la rótula plástica puede estimarse como la mitad del canto de la zona de la rótula o un valor ligeramente superior. Este efecto fue asimismo confirmado por los registros de curvaturas medias obtenidos por los captadores situados entre los dos marcos que reproducían un diagrama momento-rotación casi perfectamente elástico.

La considerable pérdida de mortero en el ensayo 4 fue debida a una rotura de tipo frágil en la junta, lo que produjo una brusca disminución del momento resistente como puede apreciarse en la figura 4.4. Esto parece indicar la necesidad de disponer un dispositivo confinante apropiado en la zona de la junta para evitar su pérdida y mejorar las cualidades del motero. En la fotografía nº 9 se muestra el estado de deformación inelástica resultante al final del ensayo 3 en el cerco colocado en la junta de mortero y se pone de manifiesto, la acción confinante del mismo.

Ductilidad.—Los resultados de los ensayos muestran que es posible obtener con los elementos de hormigón prefabricados unidos con acero postensado deformaciones post-elásticas muy notables sin que ello deba implicar una pérdida de resistencia excesiva.

El valor del factor de ductilidad en desplazamientos propuesto como mínimo por diversos códigos internacionales, que generalmente oscila entre 3 y 5 fue superado sin que se apreciara una disminución de resistencia significativa, excepto en el ensayo 4 por las razones antedichas.

El factor de ductilidad en desplazamientos calculado en base al criterio de igual absorción de energía (Nakamo, Okamoto, 1978) resultó ser $\mu_1 = 7{,}0$; $\mu_2 = 8{,}3$; $\mu_3 = 7{,}6$; y $\mu_4 = 3{,}4$ para las cuatro unidades ensayadas, no resultando lógico aplicar el mismo concepto a la unidad reparada por los motivos anteriormente expuestos.

6. CONCLUSIONES

Las conclusiones provisionales a las que se ha llegado hasta el momento son las siguientes:

1ª) Las juntas de mortero entre elementos de hormigón prefabricados unidas por pretensado y situadas en las zonas de las rótulas plásticas pueden poseer un comportamiento satisfactorio ante cargas cíclicas alternadas de tipo sísmico siempre que estén confinadas adecuadamente para evitar la pérdida excesiva de material.

a) Las juntas estrechas (de alrededor de 2,5 cm) pueden presentar dificultades constructivas, ya que resulta difícil su relleno con mortero así como un vibrado adecuado, en especial si se dispone además en ellas algún dispositivo confinante.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

b) Las juntas estrechas no confinadas pueden poseer un comportamiento poco satisfac - torio.

c) Parece apropiado disponer las juntas de anchura suficiente como para poder situar en ellas los cercos de confinamiento necesarios y poner en obra el mortero adecuadamete.

2ª) Si está asegurado que la junta no perderá material en forma excesiva, el comportamiento dúctil del sistema estará controlado por la cuantía de armadura longitudinal, tal como sucede en estructuras monolíticas. Para cuantías bajas, como las de estos ensayos (ω = = 0,095 en la junta), no parece necesario disponer ningún tipo de armadura especial de confinamiento en la viga.

3ª) La disipación de energía de estos elementos es pequeña en tanto no se producen deformaciones inelásticas, a partir de entonces la disipación de energía por histéresis, puede ser considerable, especialmente en aquellos ciclos en los que se producen mayores deformaciones permanentes en los materiales constitutivos de la sección.

4ª) Después de diversos ciclos de carga en el rango inelástico resulta evidente una pérdida de rigidez importante en el sistema, sin que las deformaciones permanentes sean excesivas, este hecho se considera positivo para resistir las acciones de tipo sísmico.

5ª) La reparación efectuada con mortero de resina epoxi permitió que el modelo recuperara y aún aumentara su capacidad resistente, pero no la rigidez original ya que no se había restaurado la adherencia, ni se habían sellado otras fisuras existentes por lo que la estructura reparada resultó mucho más flexible que la original.

7. RECONOCIMIENTO

La colaboración prestada por las siguientes firmas comerciales en la realización de estos ensayos se agradece muy sinceramente.

- Centro de Trabajos Técnicos – Pretensado Stronghold.
- Aceros Azma.
- Aditivos Sika.

Asimismo se agradece la labor del personal del IETCC que participó en este trabajo.

8. REFERENCIAS

FIP: "Recommendations for the Design of Aseismic Prestressed Concrete Structures", F.I.P. Noviembre 1977.

BLAKELEY, R.W.G., PARK, R.: "Seismic Resistance of Prestressed Concrete Beam-colum Assemblies", ACI Journal, V. 68, Nº 9, September 1971, pp. 677-692.

NAKANO, K., OKAMOTO, S.: "Test Results on Beam-column Assemblies" Proceedings 8th Congress of F.I.P. Part 2, London, 1978.

BERTERO, V.V.: "Experimental Studies Concerning Reinforced, Prestressed and Partially Prestressed Concrete Structures and their elements". Symposium on "Resistance and Ultimate Deformability of Structures acted on by well Defined Repeated Loads", I.A.B.S.E., Lisboa, Sept. 1973. Pág. 76.

PARK, R., THOMPSON, K.: "Cyclic load Tests on Prestressed and Partially Prestressed Beam-column joints", ACI Journal, V. 22, Nº 5, September-October 1977, pp. 84-110.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Reseña Bibliográfica

El Instituto Técnico de Materiales y Construcciones, INTEMAC, S.A., ha publicado la segunda edición de la obra "Influencia de las variaciones resistentes de los materiales y de las variaciones dimensionales de las piezas de hormigón armado sobre su capacidad resistente", de la que es autor J. Calavera, Dr. Ing. de Caminos.

En este libro de 121 páginas se estudia el tema de la influencia de las variaciones de resistencia del hormigón y del acero, de las variaciones dimensionales de la sección de acero y de la sección de hormigón y de los errores de colocación de la armadura, sobre la seguridad de las piezas de hormigón armado.

El estudio se plantea mediante el Método Determinista que ha sido desarrollado como una ayuda para estudios de Patología, en los cuales los ensayos de información permiten una estimación muy fiable de las características de la pieza en estudio. Por supuesto, el resultado puede ser útil también como punto de partida para el establecimiento de sistemas parciales de tolerancia de estructuras de hormigón armado.

Se incluyen una serie de ábacos que permiten una resolución rápida de los casos más frecuentes, en flexión simple, compresión centrada y flexión compuesta, para aceros de límite elástico de 24 kp/mm² y 42 kp/mm².

Los interesados en adquirir esta obra deberán dirigir sus pedidos a INTEMAC, S.A. Monte Esquinza, 30–4° D, Madrid–4, tfno: 410 51 58.

* * *

The World of Concrete

Del 2 al 6 de marzo de 1980, se celebrará en Las Vegas, Nevada, Estados Unidos de América, la sexta edición de la denominada "The World Concrete Exposition". Se trata de una feria internacional de muestras, especializada en el tema del hormigón, a la que acuden suministradores y usuarios de la industria de la construcción, tanto de Estados Unidos como de diferentes países del mundo y, especialmente, de América del Sur. Con motivo de este acontecimiento se desarrollará un interesante programa de actos que comprenderá seminarios sobre diversos temas relacionados con el amplio campo de las técnicas de la construcción. Tambien habrá demostraciones sobre maquinaria y materiales de construcción, proyección de películas técnicas, etc.

Desde el año 1975 el Certamen del "World of Concrete" se ha venido celebrando anualmente con éxito creciente, en las ciudades de Houston, Las Vegas, New Orleans, Phoenix y Atlanta.

Los interesados en conocer más detalles en lo que se refiere a programa de actos, condiciones para acudir a este certamen, derechos de inscripción, etc. deben dirigirse a:

Sarah Burleton. 1 Duxford House, Wolvercote Road,
London SE2 9TN, Inglaterra.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

591-2-153

Los puentes pretensados en el último Congreso de la FIP (Londres, 1978) Continuación (*)

Carlos Fernández Casado
Javier Manterola Armisen
Leonardo Fernández Troyano

ARGENTINA

Desde hace solo 22 años la República Argentina incorporó la técnica del hormigón pretensado a la construcción de los puentes. Las obras realizadas son innumerables desde los pequeños puentes de vigas prefabricadas, hasta las grandes obras espectaculares construidas por avance en voladizos sucesivos con prefabricación u hormigonado in situ.

Por limitación del tiempo vamos a referirnos únicamente a las obras que por sus características puedan reflejar el grado de desarrollo alcanzado por el hormigón pretensado en la Argentina.

Puente Paysandú–Colon: Sobre el río Uruguay, une al Uruguay con la Argentina. La longitud total es de 2.370 m formado por un viaducto del lado argentino de 34 vanos de 46 m con una longitud de 1.575 m; el puente principal está constituido por tres vanos de 97–140–97, dejando un gálibo de navegación en el centro de 120 m de anchura por 34 m de altura y un viaducto del lado uruguayo de 10 vanos de 46 m.

El puente principal está constituido por tres pórticos unidos monolíticamente a los pilares principales, construidos en voladizos sucesivos con dovelas hormigonadas "in situ".

Los voladizos centrales se unieron para formar el vano central de 140 m y los laterales avanzaron 67 m y continuaron hasta llegar a los 97 m de su luz empalmando con secciones construidos sobre andamio.

El viaducto del lado argentino está constituido por un tablero de hormigón pretensado compuesto de dos vigas longitudinales enlazadas por losa sin vigas transversales. Formaban estructuras de dos vanos en T con el dintel empotrado en el pilar central y simplemente apoyado en los adyacentes. Construído "in situ" con encofrado deslizante.

(.) Como ya se anunció, este artículo complementa al publicado con el mismo título en el nº 129 de la Revista Hormigón y Acero. La ponencia que ahora se incluye sobre la Construcción de puentes de hormigón pretensado en la República Argentina ha sido facilitada por el Ingeniero Civil Don Carlos Ernesto Duvoy, Presidente de la Asociación Argentina del hormigón pretensado, al cual agradecemos muy sinceramente las facilidades que nos ha dado para su publicación.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Fig. 1.

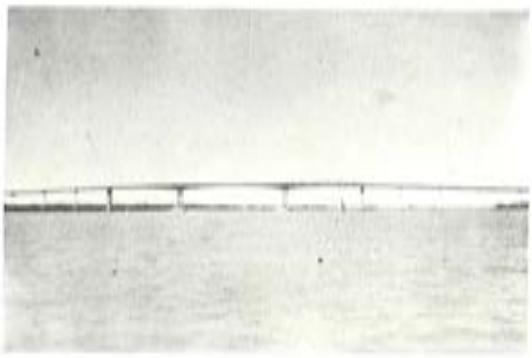


Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 5.

Fig. 4.

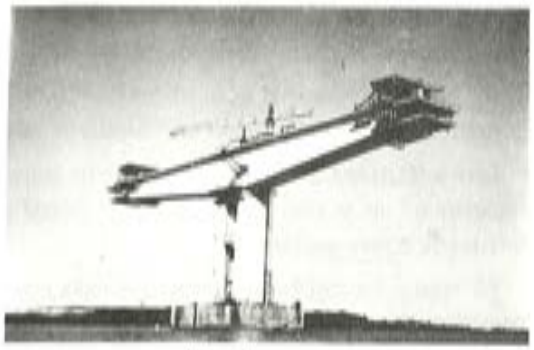


Fig. 7.

Fig. 6.

Figs. 1, 2 y 3.— Puente Paysandú - Colón.

Figs. 4, 5, 6 y 7.—Puente Fray Bentos Puerto Unzué.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Fig. 8.

Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

Fig. 12.

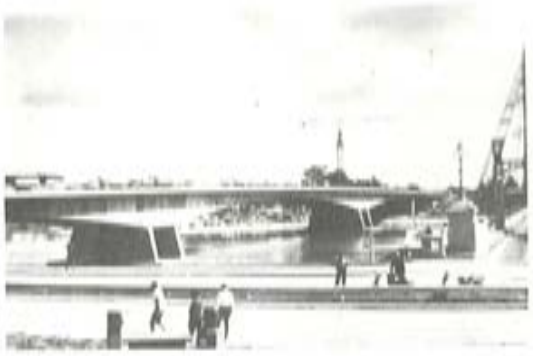


Fig. 13.

Fig. 14.

Figs. 8 y 9.— Puente Zárate - Brazo Largo.

Figs. 10, 11 y 12.— Puente Chaco - Corrientes.

Fig. 13.— Puente sobre la laguna Sétubal.

Fig. 14.—Puente sobre el río Guachipas.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

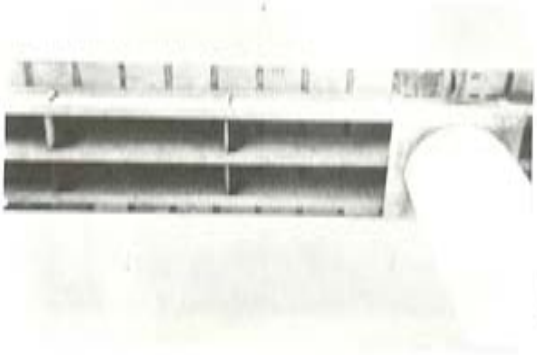


Fig. 15.

Fig. 16.

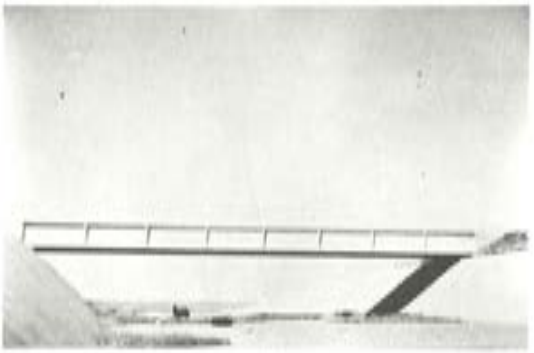


Fig. 17.

Fig. 15.—Puente sobre el río Guachipas. Vista inferior.

Fig. 16.— Puente Puyrredón. Vista general.

Fig. 17.— Puente sobre el canal de evacuación de la Presa de Paso Piedras.

El viaducto uruguayo está constituido por vanos de tres vigas longitudinales pretensadas, prefabricadas y lanzadas longitudinalmente mediante pasarela auxiliar.

Puente Fray Bentos–Puerto Unzué: Sobre el río Uruguay, une Urugay y República Argentina. Tiene una longitud total de 3.400 m. Está constituido por un vano principal de 220 m dejando una altura libre de 36 m, en continuidad con dos vanos de 145 m. Les acompañan 24 vanos de 70 m de luz, 17 en territorio argentino y 7 en el uruguayo más un viaducto del lado argentino de 27 vanos de 41 m de luz. Además dos vanos de transición de 55 m en cada país.

Los vanos de 70 m se forman colocando sobre todos los pilares dobles ménsulas con voladizos de 15 m a cada lado, completando los vanos mediante tableros de 40 metros con 4 vigas prefabricadas que apoyan simplemente sobre las extremidades de las ménsulas.

El vano principal está constituido por dos ménsulas de 85 m de luz libre construidas por avance en voladizos sucesivos a partir de los pilares centrales, enlazados entre sí por un tramo simplemente apoyado en sus extremidades y de 50 m de luz.

Viaductos del conjunto caminero y ferroviario: Zárate–Brazo Largo: Los viaductos de carretera totalizan 6,5 Km y los ferroviarios 10 km.

Los de carretera están constituidos por vanos de 45 m de luz integrados por 6 vigas pretensadas prefabricadas, con altura máxima de 2,90 m y peso de 110 tons.

Los pilares están constituidos por 3 columnas de hormigón armado de sección rectangular en cajón de 2 x 5,50 m terminando en doble ménsula simétrica de 20 m de longitud. La distancia entre los ejes de pilares es de 65 m.

Los viaductos ferroviarios están formados por dos vigas prefabricadas y pretensadas de la misma luz cuya máxima altura es de 3,80 y su peso de 220 ton. Se prefábricaron 600 vigas en los viaductos carreteros y 358 en los ferroviarios.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Los puentes principales Paraná–Las Palmas y Paraná-Guazú, son de tablero metálico atirantado de 550 m de longitud repartidos en un vano central de 330 m y dos laterales de 110 m, siendo la altura de los pilares de 114 m y el gálibo libre de 50 m sobre el nivel de las aguas.

Puente Chaco–Corrientes sobre el río Paraná: La totalidad de puente principal y accesos alcanza una longitud de 1.667 m.

El vano central tiene un gálibo libre de 200 x 35 para navegación. Su luz es de 245 m encajado entre dos de 163 m. Los pilares centrales tienen forma de A y una altura de 83 m. El tablero principal comprende el vano central de 245 m de luz y los dos vanos laterales de 163 metros estando suspendido mediante cables inclinados desde los dos pilares en A.

El puente está constituido por dos vigas cajón de 3,50 m de altura y 2,50 de anchura prefabricados en taller por dovelas, que se montaron por avance en voladizos sucesivos unidas por medio del pretensado. Entre las dos ménsulas del vano principal se sustentan vigas de 20 m de luz.

A cada lado del tramo principal se adosan dos tramos en pórtico de 82,60 m de luz, construidos también por avance en voladizos sucesivos mediante dovelas prefabricadas.

Los viaductos de acceso están constituidos por tramos de vigas pretensadas y prefabricadas de 33 m de luz.

Puente sobre la Laguna de Setúbal: Tiene una longitud de 300 m y está dividido en tres vanos de 80 + 140 + 80 metros.

La estructura de hormigón pretensado está formada por dos vigas–cajón de 6,00 m de anchura y una altura variable desde 7,00 m en los apoyos a 2,20 m en el centro del vano. Se construyeron por avance en voladizos sucesivos con secciones hormigonadas "in situ".

Puente sobre el río Guachipas: Tiene una longitud de 380 metros con 8 vanos isostáticos, 6 centrales de 49 m de luz y dos extremos de 46 y 39 respectivamente. La infraestructura está formada por pilares cilíndricos huecos de 6 m de diámetro y altura variable, hasta 80 m.

Las vigas pretensadas prefabricadas tienen 2,50 m de altura y 92 tons. de peso y se han colocado mediante una viga de lanzamiento de 82 m.

Puente Pueyrredon: El puente propiamente dicho es de 187 metros de longitud con cinco vanos de luces variables entre 24 y 46 m. Cada tramo está constituido por 8 vigas de hormigón pretensado de sección cajón de 2,35 m de altura y 120 tons de peso. Se colocaron mediante una grúa flotante.

Puente sobre el canal evacuador del aliviadero de la presa Paso Piedras: Superestructura organizada en 7 vigas pretensadas simplemente apoyadas de 62 m de longitud y 3,20 m de altura. Se construyeron "in situ" sobre andamio metálico. Son record de vigas isostáticas.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

Premios SEREM 79 - Arquitectura

La problemática de los minusválidos físicos y psíquicos necesita de la colaboración de toda la sociedad siendo este hecho imprescindible para que, independientemente de las acciones que la misma puede llevar a cabo directamente, las normas que dicte el Gobierno en favor de la integración social de los minusválidos alcancen su plena eficacia.

Al mismo tiempo es conveniente informar a la sociedad sobre las múltiples facetas que presenta esta problemática, concienciándola acerca de la necesidad de buscar nuevos caminos a posibles soluciones.

A tal efecto el Consejo de Ministros aprobó el 27 de septiembre de 1974 una serie de medidas propuestas por la entonces Comisión Interministerial para el estudio de la integración social de los minusválidos. Entre estas medidas se encontraba la convocatoria de premios que contribuyesen a la creación de una conciencia social, con la finalidad de estimular, por una parte, la preocupación de las Empresas en orden al empleo de trabajadores minusválidos, por otra, atraer la atención de profesionales que, relacionados con la asistencia a los minusválidos puedan aportar nuevas ideas; del mismo modo, se considera imprescindible fomentar un nuevo concepto de la arquitectura y del urbanismo, construyendo sin barreras físicas que impidan o dificulten la movilidad y por consiguiente el uso y disfrute de viviendas y edificios públicos; y, en general, se considera muy positiva la colaboración de los medios de comunicación social como elementos imprescindibles en la tarea de concienciación ya señalada.

En base a lo expuesto, y teniendo en cuenta la experiencia acumulada durante los cuatro años consecutivos en los que se ha procedido a la convocatoria de los «Premios SEREM», la Dirección General de Servicios Sociales, a propuesta y a través del Servicio de Recuperación y Rehabilitación de Minusválidos Físicos y Psíquicos convoca los Premios SEREM-79, en las siguientes modalidades:

Arquitectura, Empresas, Artículos de Prensa, Radio, Fotografía, Cuentos, Investigación y un Premio Extraordinario.

BASES COMUNES

PRIMERA. Los trabajos deberán entregarse personalmente o remitirse por correo certificado al Servicio de Recuperación y Rehabilitación de Minusválidos Físicos y Psíquicos de la Dirección General de Servicios Sociales del Ministerio de Sanidad y Seguridad Social, María de Guzmán, número 52, Madrid-3, con la indicación «Premios SEREM, 79».

SEGUNDA. El plazo de admisión finalizará el día 15 de marzo de 1980.

TERCERA. Los Jurados de los Premios estarán presididos por el ilustrísimo señor Director general de Servicios Sociales y su composición se anunciará oportunamente.

CUARTA. El fallo de los Jurados, que podrán declarar desiertos los Premios, será inapelable y se hará público a través de los medios informativos, comunicándose personalmente a los ganadores.

QUINTA. No podrán concurrir a esta convocatoria el personal y colaboradores del SEREM.

SEXTA. La participación en los concursos implica la aceptación de sus bases y de las normas complementarias que se dicten.

BASES ESPECIFICAS

Primera.—Podrán presentarse todos los Arquitectos de nacionalidad española, así como los alumnos, de igual nacionalidad, que cursen el último curso en cualquier Escuela Superior o Colegio Universitario de Arquitectura.

Segunda.—Será tema obligado la realización de un estudio teórico sobre los aspectos técnicos a tener en cuenta en la construcción de un edificio de viviendas, sin barreras arquitectónicas que impidan o dificulten el acceso y movilidad de las personas afectadas de minusvalías físicas motoras, de tal modo que de ese estudio resulte una «relación ideal» de los citados aspectos a aplicar en cualquier edificio, y que pueda servir de base para futuras normativas sobre este tema.

Tercera.—Los trabajos se presentarán por cuadruplicado, en folios mecanografiados a doble espacio. Se podrán acompañar todos los gráficos, diseños y maquetas que se consideren necesarios.

Cuarta.—Será concedido un premio de 200.000 pesetas.

Quinta.—El SEREM tendrá la facultad de reproducción literaria y fotográfica y de exposición de los proyectos premiados, citando en todo caso el nombre de su autor o autores.

Sexta.—El Jurado otorgará el premio en función de la originalidad y/o de la viabilidad de las soluciones ofrecidas.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

628-0-45

Extrapolación de las pérdidas de pretensado por relajación en aceros envejecidos

Vicente Sánchez-Gálvez
Universidad Politécnica de Madrid
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
Departamento de Física

INTRODUCCION

El valor a largo plazo de la relajación del acero de pretensado es un dato imprescindible para el proyectista de estructuras de hormigón pretensado. Sin embargo, los ensayos de relajación solamente proporcionan valores de la relajación para tiempos cortos, usualmente de 1.000 horas, por lo que es necesario utilizar algún método de extrapolación para determinar la relajación que se tendrá para la vida estimada de la obra, que es la que realmente interesa para el proyecto.

Algunos métodos de extrapolación propuestos [1] [2] [3] han caído en desuso, bien por haberse mostrado su falta de validez con ensayos posteriores o bien por su extremada complicación de cálculo. El único método de extrapolación que ha subsistido es el lineal en escala bilogarítmica, que consiste en suponer una relación lineal entre el logaritmo de la relajación y el logaritmo del tiempo:

$$\log R = K_1 + K_2 \log t \qquad (1)$$

propuesto por autores franceses y Holandeses [4] [5]. La buena concordancia entre esta ley y los resultados experimentales llevó a la Comisión C.E.B. – F.I.P. a recomendar este método para la extrapolación de la relajación de los aceros de pretensado [6]. En España, consecuentemente, la Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado EP 77 propone este método para la determinación de la relajación a largo plazo.

ANALISIS DEL METODO DE EXTRAPOLACION BILOGARITMICO

El método de extrapolación bilogarítmico consiste en ajustar una recta a los resultados de un ensayo de relajación en coordenadas (log R, log t), lo que proporciona los parámetros K_1 y K_2 de la expresión (1) y después utilizar dicha expresión para determinar la relajación para el tiempo t que se desee.

El método se ha extendido por su buena concordancia con los resultados experimentales y por su extremada sencillez. Sin embargo, la extensión de su utilización ha puesto de manifiesto algunos inconvenientes de este método de extrapolación:

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

- La ley lineal no es válida desde el primer instante en que se pone en carga el acero sino a partir de un tiempo variable entre 3 y 100 horas [5] por lo que el ajuste por una recta debe hacerse con los resultados que se tengan entre ese instante y el del final del ensayo, normalmente 1.000 horas, descartando todos los resultados para tiempos inferiores. puesto que se utiliza una escala bilogarítmica el ajuste por una recta de puntos relativamente próximos, puede introducir errores importantes en la pendiente, que se traducen inevitablemente en una gran indeterminación en los valores que se extrapolan a 10^5 ó 10^6 horas (10 a 100 años).
- De un acero a otro, los valores correspondientes de los parámetros K_1 y K_2 presentan variaciones importantes, lo que desconcierta al proyectista y al fabricante de acero de pretensado, que no pueden acotar los valores de los parámetros de la recta en unos intervalos estrechos. Así el C.U.R. en 44 ensayos de relajación encontró valores de K_1 comprendidos entre $-0{,}542$ y $+0{,}348$ y de K_2 entre 0,097 y 0,347, [5]. Recientemente el Dr. P. Estellés en un estudio sobre 12 ensayos de relajación ha encontrado valores de K_1 entre $-0{,}725$ y $+0{,}291$ y de K_2 entre 0,084 y 0,291, [7], lo que confirma lo anteriormente expuesto.
- A largo plazo, el método de extrapolación sobreestima las pérdidas de tensión. Este hecho, reconocido por los propios proponentes del método [4] [5], puede ser particularmente importante en el caso de los aceros "envejecidos" o aceros de relajación normal, por cuanto al utilizarse una escala logarítmica en ordenadas, es decir en la escala de valores de la pérdida de tensión, la desviación de la recta respecto del comportamiento real del acero puede llevar a predicciones de la relajación a largo plazo extraordinariamente elevadas e inaceptables para el proyectista.

NUEVA FORMULA DE RELAJACION DE ACEROS ENVEJECIDOS

Recientemente, hemos encontrado una expresión para la relajación de los aceros envejecidos [8], que se ha mostrado válida tanto para explicar la evolución de la relajación con el tiempo, como para explicar correctamente la influencia sobre la relajación de la temperatura y de la tensión inicial del acero. La expresión deducida es:

$$\frac{\sigma_o - \sigma}{E} = \left[\frac{\sigma}{P} + \frac{kTM}{VP} \ln \nu t\right]^m - \left[\frac{\sigma_o}{P} + \frac{kTM}{VP} \ln \nu t_o\right]^m \qquad (2)$$

donde σ_o es la tensión inicial, E el módulo de elasticidad, k la constante de Boltzmann, T la temperatura expresada en grados Kelvin, σ la tensión en el tiempo t, t_o el tiempo que dura la puesta en carga del acero, M, V y ν constantes que valen 3, 4,375. 10^{-22} cm^3 y 10^{13} seg^{-1} respectivamente, P y m parámetros empíricos que se determinan ajustando la expresión (2) a los resultados de un ensayo de relajación.

La nueva fórmula propuesta obvia los inconvenientes de la fórmula bilogarítmica. En efecto, dicha expresión es válida desde el primer instante del fenómeno, por lo que todos los valores de la relajación para distintos tiempos obtenidos en un ensayo son utilizables para la determinación de los parámetros P y m y en particular ello representa que no es necesario prolongar los ensayos hasta 1000 horas pues los datos para tiempos inferiores son suficientes. Por otro lado se ha demostrado que en ensayos de larga duración, mientras la fórmula bilogarítmica sobreestima las pérdidas de tensión, la fórmula teórica (2) sigue ajustada al comportamiento real del acero. [8]

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

TABLA I

Ensayo	1	2	3	4	5	6	7
Duración (h) R_{120} (%) R_{1000} (%)	30.000 1,7 3,2	58.000 2,64 4,90	37.000 1,19 1,89	40.000 6,62 9,42	40.000 8,49 11,66	22.000 4,60 7,83	19.000 4,36 7,71
K_1 K_2	−0,38981 0,29832	−0,18487 0,29169	−0,37811 0,21819	0,47494 0,16637	0,61778 0,14964	0,14115 0,25087	0,08047 0,26886
P (Kg/mm²) m	309,37 38,52	289,98 49,03	377,59 23,89	296,41 28,00	287,38 34,89	272,56 78,09	266,44 80,56
Relajación máx. real	7,0	10,32	4,33	16,0	18,06	14,77	12,11
Idem. predicha por fórmula (1)	8,8	16,0	4,1	17,4	20,2	17,0	17,0
Idem. predicha por fórmula (2)	6,9	10,8	2,3	16,3	17,8	13,2	12,7
Relajación a 10^6 h predicha por fórmula (1)	25,1	36,7	8,5	29,7	32,8	44,2	49,4
Relajación a 10^6 h predicha por fórmula (2)	11,8	15,6	4,3	21,0	23,6	20,4	20,7

TABLA II

Ensayo	Laboratorio	Acero	Tensión inicial
1	Laboratorio Central de Ensayo de Materiales de Construcción [8]	Alambre ϕ 5	70% σ_R
2	EMESA [7]	Alambre ϕ 7	70% σ_R
3	Laboratoire Central des Ponts et Chaussées [4]	Alambre ϕ 7	75,5% σ_R
4	Id.	Alambre ϕ 12	71,9% σ_R
5	Id.	Alambre ϕ 12	77,4% σ_R
6	Instytut Techniki Budowlanej. Varsovia [10]	Alambre ϕ 5	70% σ_R
7	Id.	Tendón ϕ 7,8	70% σ_R

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

COMPARACION EXPERIMENTAL DE AMBOS METODOS DE EXTRAPOLACION

En los últimos años se han realizado numerosos ensayos de relajación de larga duración en diversos países. Vamos a utilizar aquí los resultados de los ensayos de los que disponemos de datos con el fin de comparar los dos métodos de extrapolación expuestos. Aún cuando es indudable que se han realizado muchos más ensayos de larga duración, los aquí recogidos pueden constituir una muestra significativa del conjunto. En particular, no se han incluído los ensayos de Dumas [9], pues a pesar de su indudable interés por haber sobrepasado los 15 años de duración, la tensión inicial de los mismos (superior al 90 por 100 de la tensión de rotura) los situa fuera del intervalo de validez de la expresión (2) y de las tensiones de trabajo usuales del acero de pretensado.

Dado que en numerosas ocasiones el proyectista no dispone de más datos que los valores de la relajación del acero a 120 y 1000 horas, no conociendo la curva completa relajación-tiempo del ensayo, a efectos comparativos se han tomado los valores de la relajación a 120 y 1000 horas de los ensayos de larga duración y con ellos se han calculado por un lado los parámetros K_1 y K_2 y por otro los parámetros P y m. Una vez calculados los parámetros de ambos métodos se han utilizado las fórmulas respectivas para predecir la relajación para un tiempo igual a la duración alcanzada por el ensayo y poder así comparar los valores calculados con la relajación real del acero. Finalmente se han utilizado ambos métodos para extrapolar la relajación a 10^6 horas.

En la tabla I se muestran en esquema los resultados obtenidos a partir de los datos de los ensayos que se denominan 1 a 7 y cuyo significado se especifica en la tabla II.

El examen de la tabla I muestra que efectivamente con aceros envejecidos la utilización de la fórmula (2) para la predicción de la relajación proporciona valores más ajustados a la realidad que la utilización del método bilogarítmico, ya que la desviación en los ensayos 1, 2, 4, 5, 6 y 7 es inferior al 10 por 100 con la fórmula (2), mientras que la desviación obtenida con la fórmula (1) llega a superar en el ensayo 2 el 50 por 100. Por el contrario en el caso del ensayo 3, realizado con acero estabilizado, el método de extrapolación bilogarítmico queda ajustado a la realidad, mientras los valores predichos por la fórmula teórica se alejan considerablemente.

En consecuencia, puede deducirse que con aceros envejecidos, el método de extrapolación propuesto es más aproximado que el método bilogarítmico, mientras que para aceros estabilizados, para los que no se ha mostrado la validez de la expresión (2), el método bilogarítmico es ventajoso.

Por otro lado, si se observan los valores de la relajación a 10^6 horas que predicen ambos métodos, se encuentra que exceptuando el ensayo 3 los valores obtenidos por extrapolación con el método bilogarítmico son claramente excesivos, superiores al 30 e incluso al 40 por 100 en algunos casos mientras que los valores extrapolados usando la fórmula (2) son muy inferiores, estando en torno al 20 por 100, lo cual a la vista de la relajación que tenían los aceros para la duración máxima alcanzada por los distintos ensayos, parecen más ajustados a la realidad. Es decir, la utilización del método bilogarítmico para extrapolar a 10^6 horas los resultados de un ensayo de relajación con aceros envejecidos puede llegar a dar valores del orden del doble del valor real.

ABACOS PARA LA EXTRAPOLACION DE LA RELAJACION

A pesar de que la utilización de la fórmula (2) proporciona, según se ha visto, un método de extrapolación más exacto que el método de extrapolación bilogarítmico en el caso de aceros de relajación normal, debe sin embargo reconocerse que presenta el grave inconve-

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

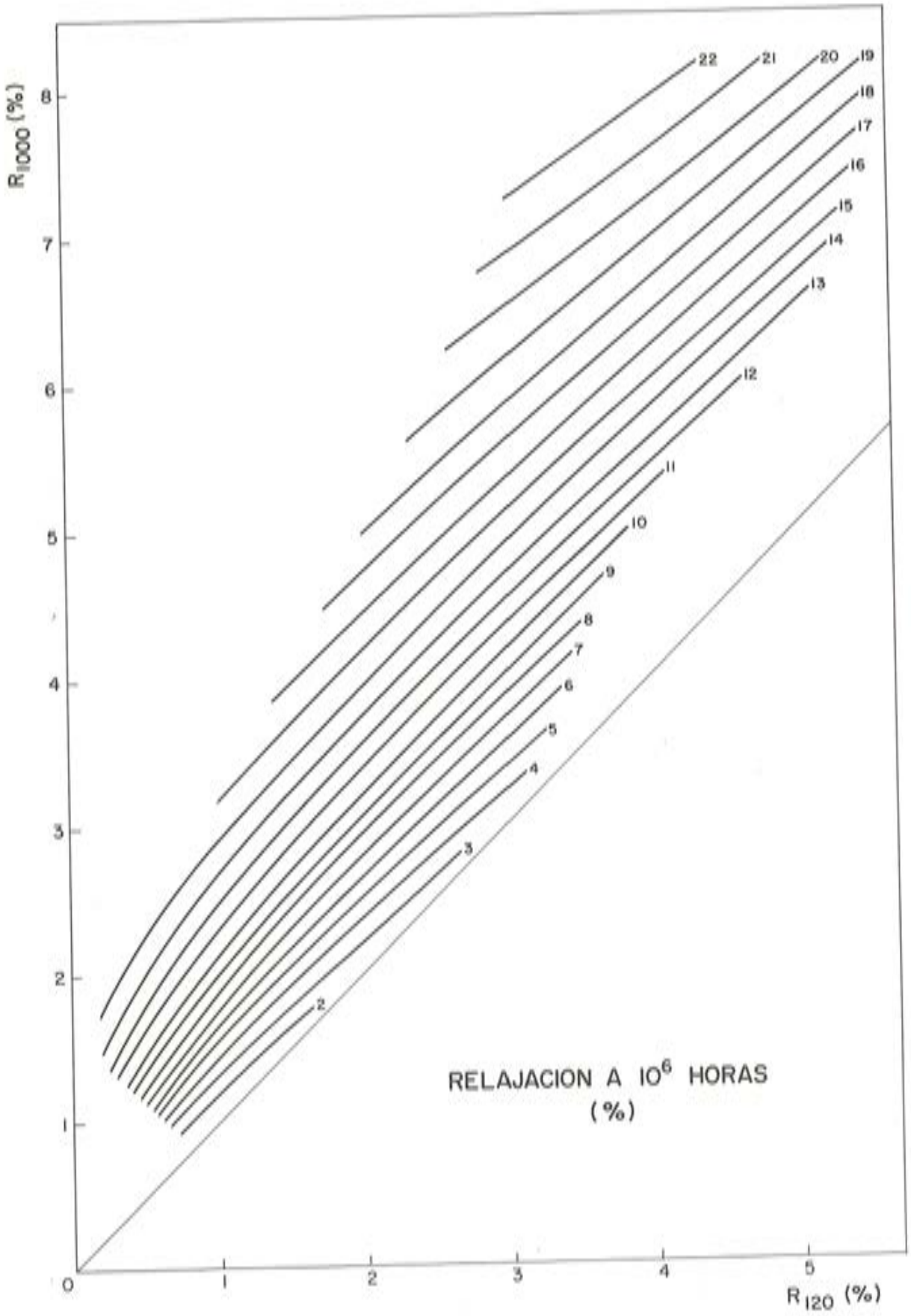


Fig. 1.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

niente de ser una expresión complicada, donde la tensión aparece implícita y su cálculo debe realizarse por tanteos.

Aunque el cálculo de la tensión para un tiempo dado puede efectuarse en escasos minutos con la simple ayuda de una calculadora manual, no cabe duda que es un inconveniente importante si se compara con la sencillez de la fórmula (1), especialmente para el proyectista que desea conocer rápidamente el valor de la relajación que debe utilizar en sus cálculos.

Usualmente, como ya hemos indicado, el proyectista no dispone de más datos que la relajación del acero a 120 y 1000 horas. Con estos dos valores puede calcular los dos parámetros K_1 y K_2 y utilizar la fórmula (1) para predecir la relajación para el tiempo t que desea. Un procedimiento similar puede seguirse con la expresión (2) utilizándose los datos de relajación a 120 y 1000 horas para calcular los parámetros P y m y utilizar después la fórmula para determinar la tensión, y por tanto la relajación, que se tendrá al cabo del tiempo t deseado. Sin embargo, en este caso el cálculo es evidentemente más laborioso y ello puede ocasionar que el método propuesto, aunque más preciso, caiga en desuso por la mayor sencillez del método bilogarítmico.

Con el fin, por tanto, de evitar cálculos al proyectista que desea tener con rapidez un valor de cálculo de la relajación hemos realizado dos ábacos, donde para los casos más corrientes pueda obtenerse a partir de los datos de relajación a 120 y 1000 horas, el valor extrapolado por la fórmula (2) de la relajación a 10^5 y 10^6 horas respectivamente.

Los ábacos se han representado en las figuras 1 y 2, habiéndose utilizado una escala suficientemente grande para que las propias figuras puedan ser utilizadas por el proyectista en el cálculo de la relajación.

Con relación a los ábacos presentados deben hacerse una serie de observaciones:

- Aunque la expresión (2) es válida para cualquier valor de la tensión inicial hasta aproximadamente el 80 por 100 de la tensión de rotura, los ábacos se han dibujado para una tensión inicial del 70 por 100, que es la más corriente en los ensayos de relajación. Si la tensión inicial de proyecto fuese distinta, puede calcularse con los ábacos la relajación para una tensión del 70 por 100 y a continuación utilizarse el método de cálculo que propone la Instrucción EP 77 para determinar la relajación para la tensión inicial del proyecto o bien utilizar la fórmula (2) para calcular directamente la relajación a largo plazo, utilizando en ella la tensión inicial de proyecto.
- Los ábacos se han limitado a valores de la relajación a 1000 horas de hasta el 8 por 100, difícilmente superables con aceros envejecidos que de acuerdo con la norma UNE 36.095 no deben presentar valores de la relajación a 1000 horas superiores al 5 por 100 en un ensayo con tensión inicial del 70 por 100 de la tensión de rotura garantizada, por lo que la gran mayoría de los casos prácticos quedarán incluídos en el intervalo que recogen los ábacos.
- Aún cuando los ábacos se han dibujado también para valores de la relajación a 1000 horas, muy pequeños, de hasta el 1 por 100, debe tenerse en cuenta que los valores de la relajación a 1.000 horas inferiores al 2 por 100 corresponden a aceros estabilizados, para los que es preferible la utilización del método de extrapolación bilogarítmico; así pues la región de los ábacos situada por debajo de la ordenada correspondiente al 2 por 100 debe tomarse con las correspondientes reservas.

En la figura 3 se han representado los puntos correspondientes a los ensayos 1, 2, 6 y 7 sobre el ábaco de relajación a 10^6 horas, como ejemplo de utilización del mismo, pudiéndose interpolar comodamente la relajación a 10^6 horas de estos ensayos, obteniéndose 11,8; 15,6; 20,4 y 20,7 por 100 respectivamente; valores que coinciden con los calculados directamente por medio de la fórmula (2) y que se indicaron en la tabla I.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

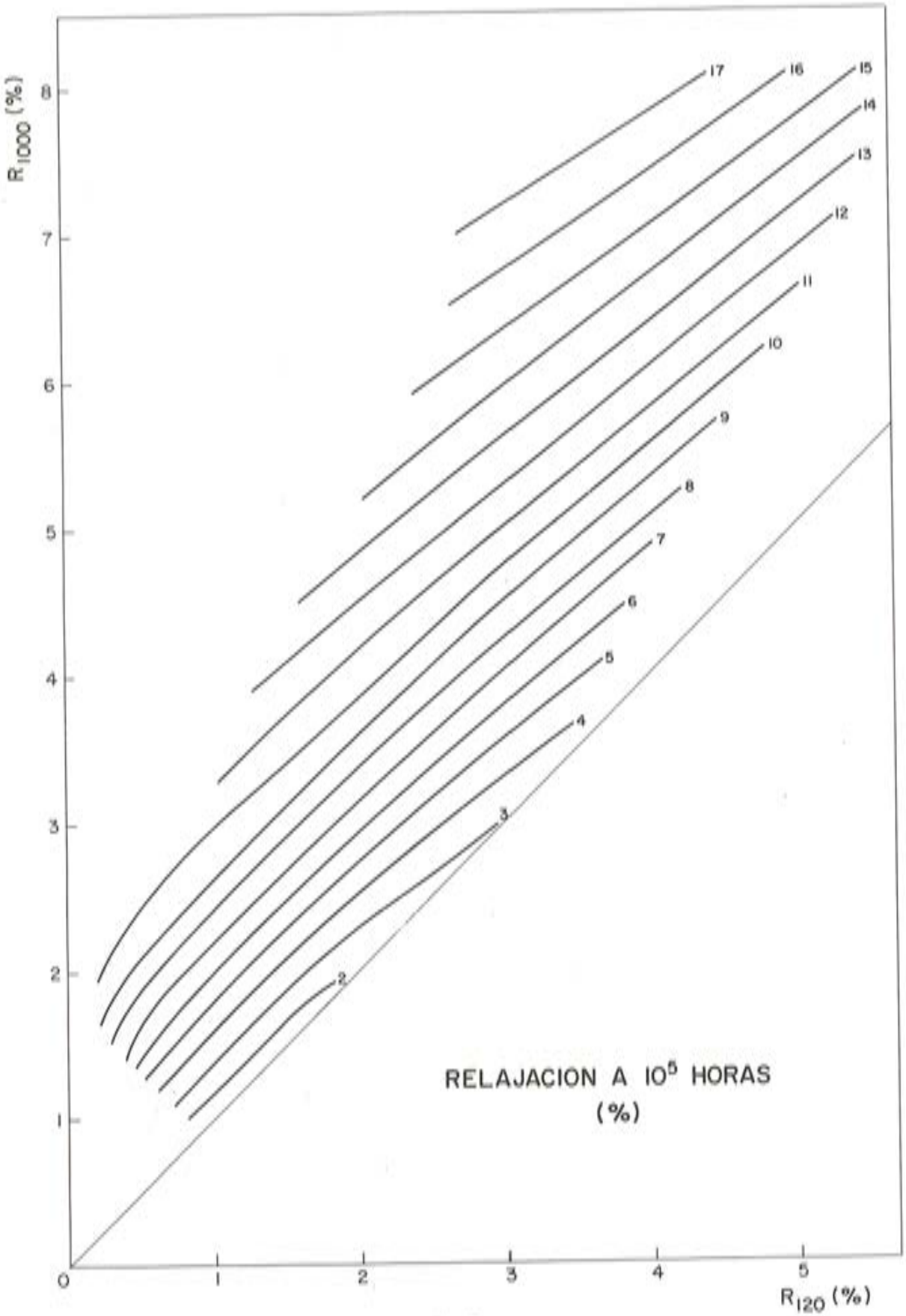


Fig. 2.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

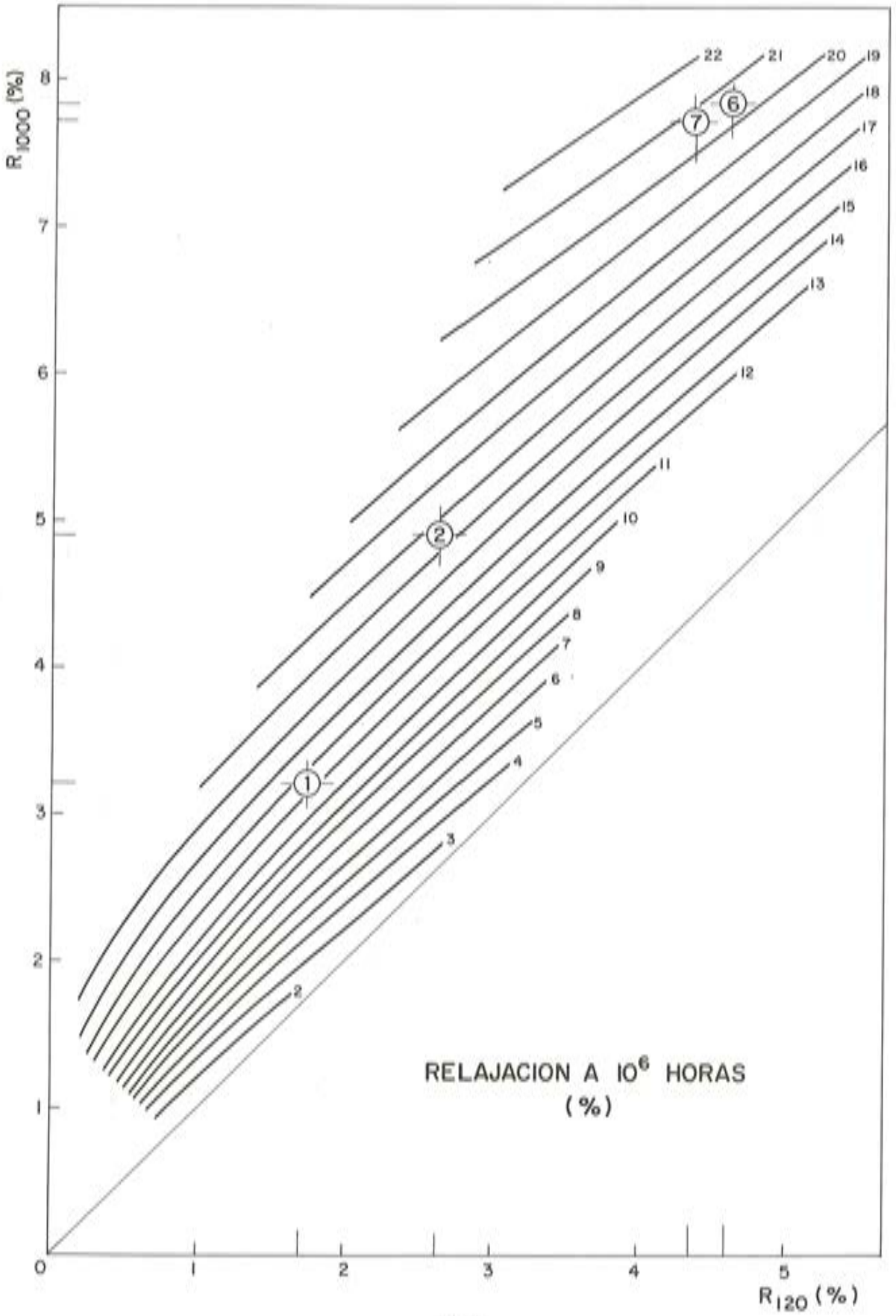


Fig. 3.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

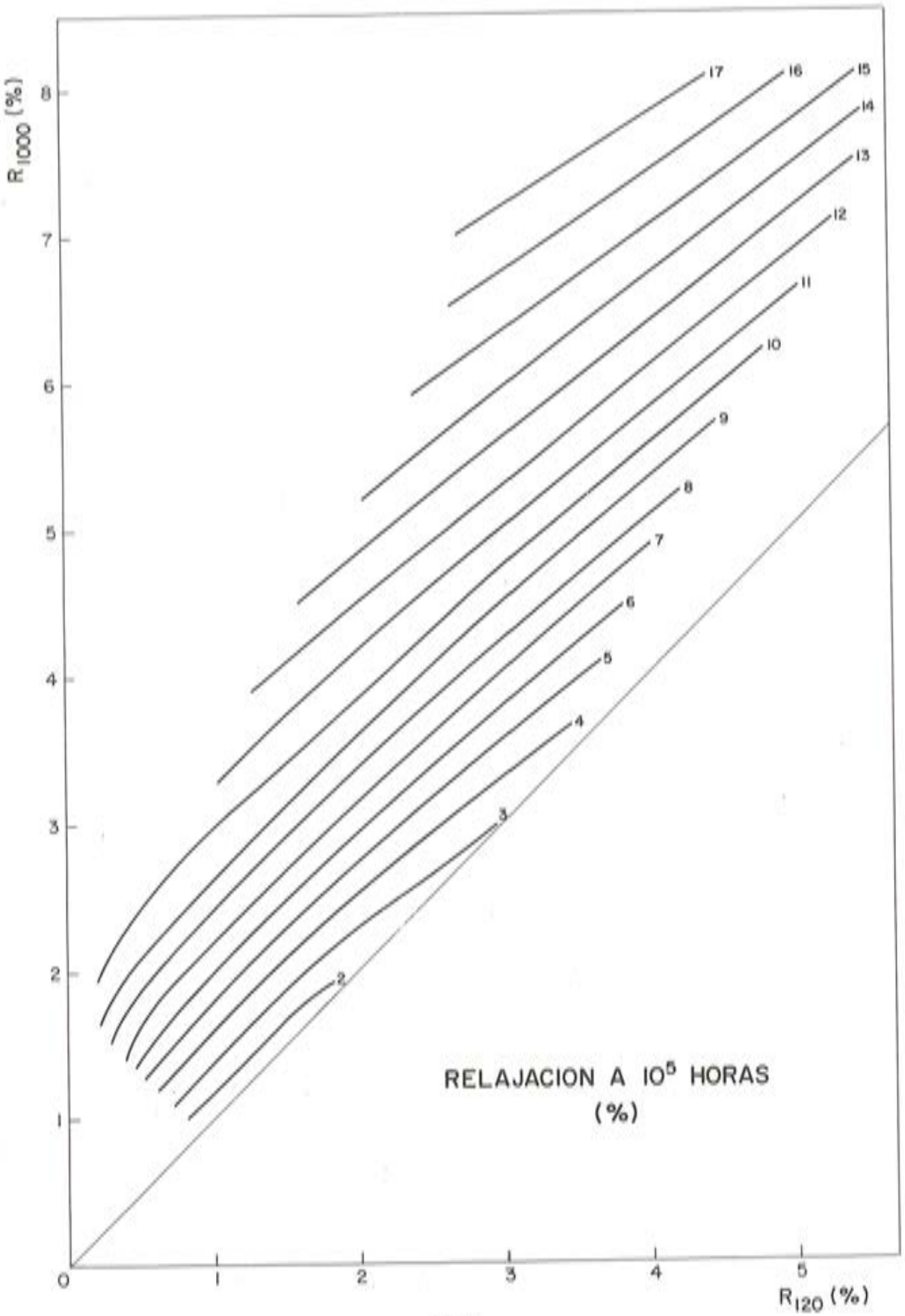


Fig. 2.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

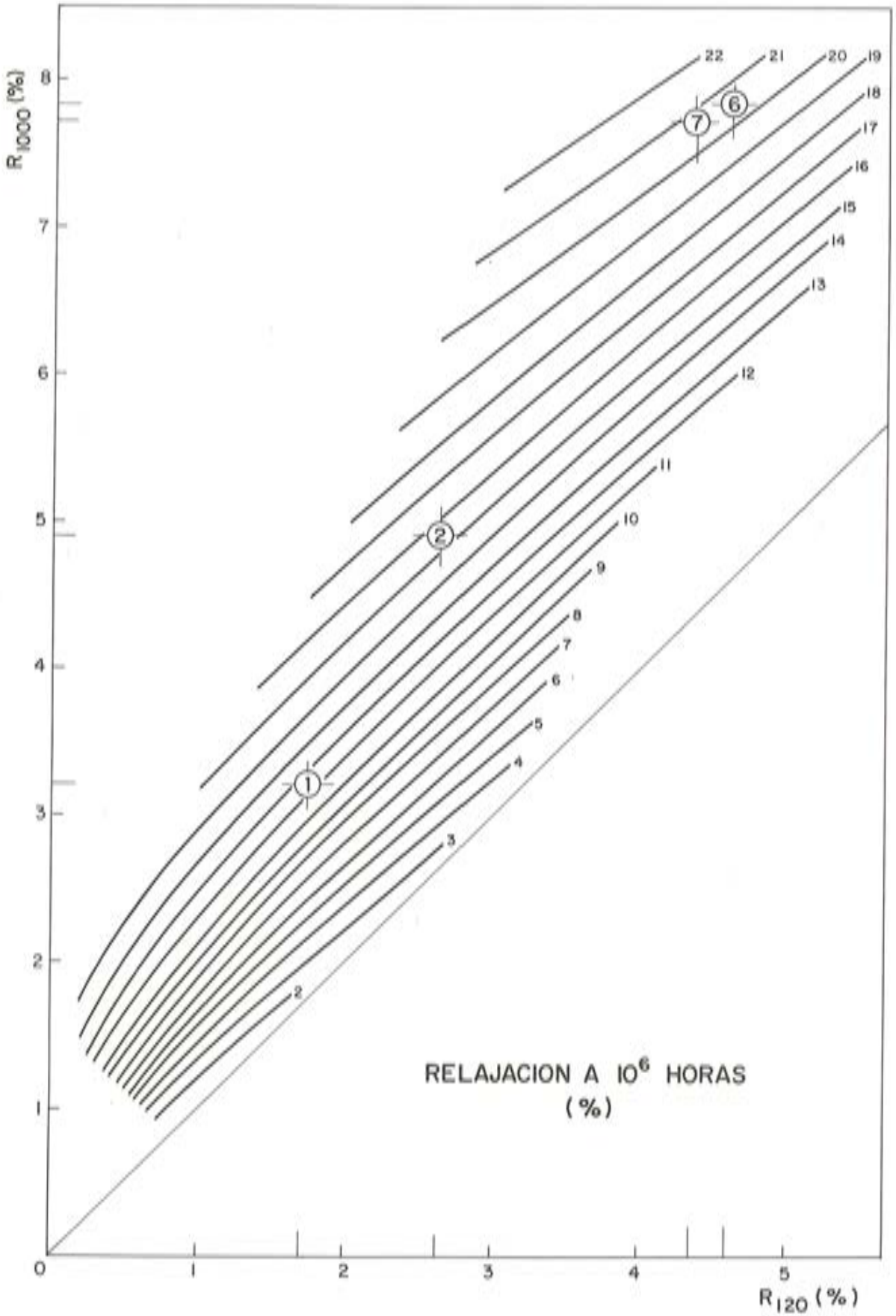


Fig. 3.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

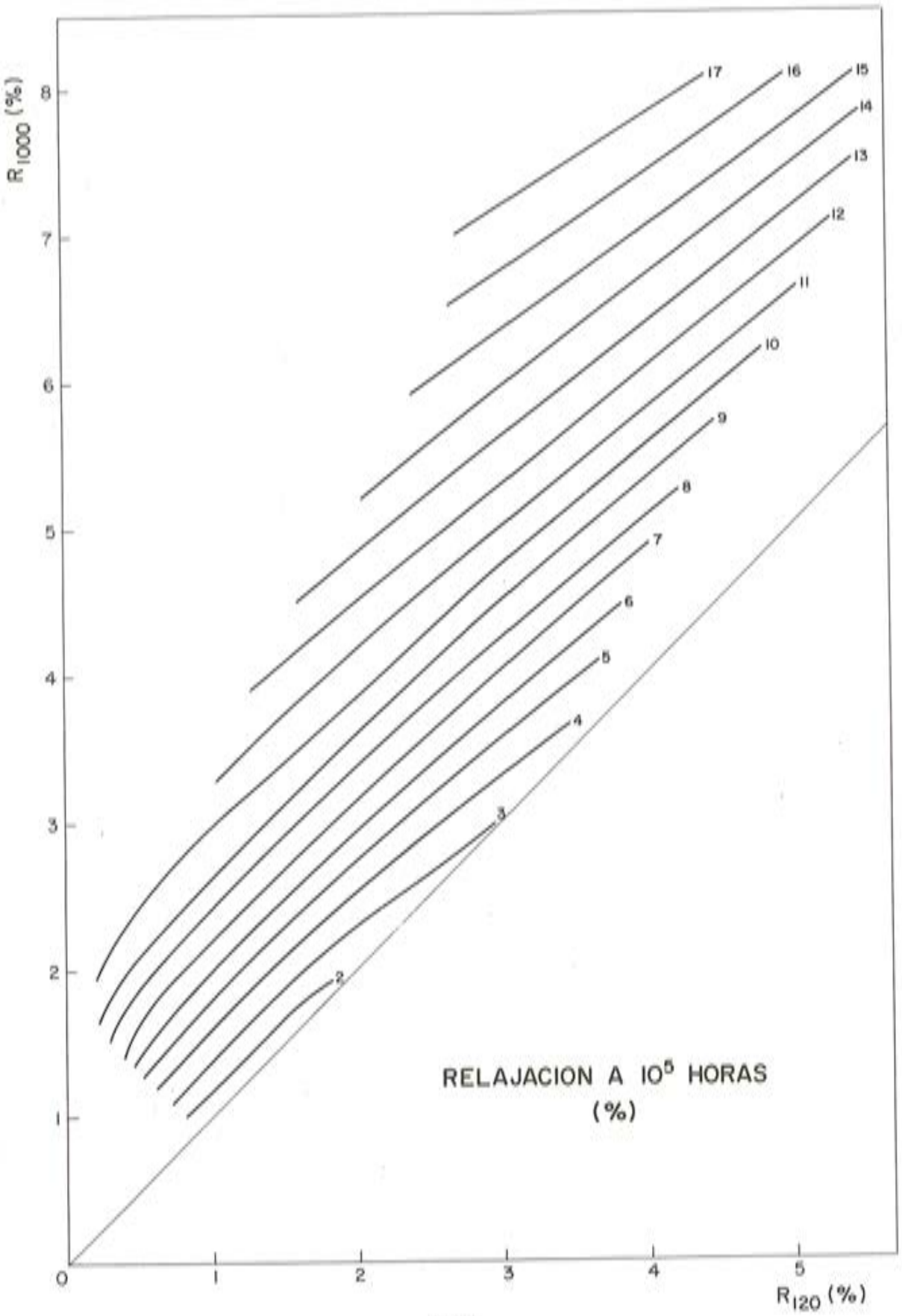


Fig. 2.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

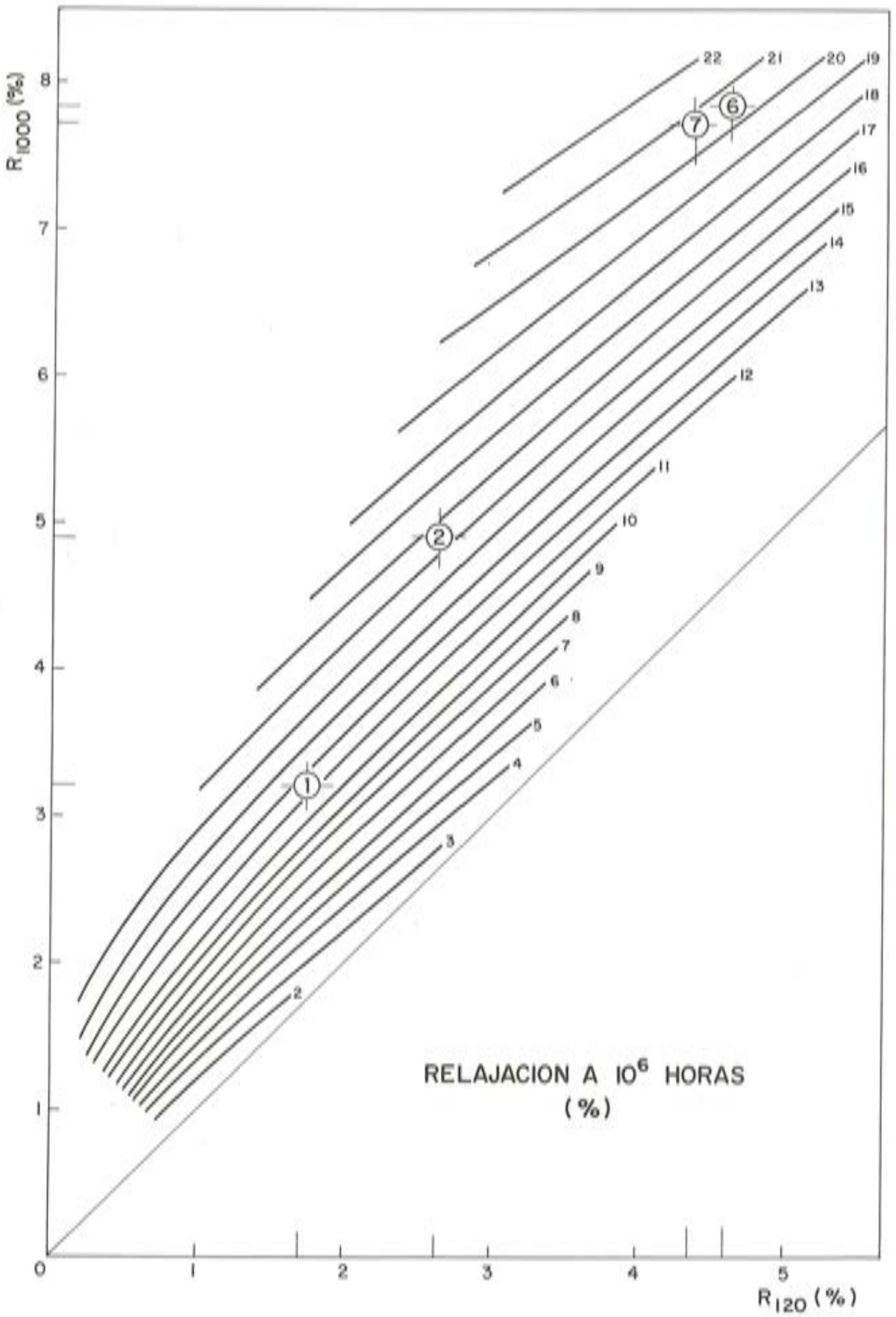


Fig. 3.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

No se han dibujado los puntos correspondientes a los ensayos 3, 4 y 5 pues la tensión inicial de éstos es distinta del 70 por 100 de la tensión de rotura, por lo que los puntos correspondientes a los ensayos 4 y 5 quedan fuera de la zona cubierta por el ábaco. En cuanto al ensayo 3, como ya hemos indicado, es con acero estabilizado por lo que la utilización del ábaco no está justificada.

CONCLUSIONES

Se ha realizado un examen comparativo del método de extrapolación de la relajación bilogarítmico propuesto por la Instrucción EP 77 con el método que resulta de la utilización de la fórmula teórica propuesta por el autor, habiéndose comprobado las ventajas de este último con aceros envejecidos.

Se han presentado los resultados de siete ensayos de relajación de larga duración realizados en distintos países, comparándose los valores reales de la relajación de los ensayos con los extrapolados por ambos métodos a partir de la relajación a 120 y 1000 horas en dichos ensayos, obteniéndose una mayor aproximación con el método propuesto por el autor en todos los casos salvo en un ensayo realizado con acero estabilizado.

El nuevo método de extrapolación propuesto presenta sin embargo el inconveniente de ser más laborioso que el método bilogarítmico. Para evitar este inconveniente se han realizado dos ábacos que pueden utilizarse para obtener inmediatamente el valor de la relajación extrapolado a 10^5 y 10^6 horas respectivamente a partir de los datos de relajación a 120 y 1000 horas para un ensayo con tensión inicial del 70 por 100 de la tensión de rotura.

AGRADECIMIENTOS

Deseamos expresar nuestro agradecimiento a D. Manuel Elices Calafat y a D. Pelegrin Estellés por el apoyo recibido para la realización de este trabajo y a M. Brachet y M. Kosiorek por los datos que nos han facilitado.

REFERENCIAS

[1] Magura D., Sozen M., y Siess Ch.– A Study of Stress Relaxation in Prestressing Reinforcement. PCI Journal. Abril 1964.

[2] Stussi F.– Sur la relaxation des fils d' acier. Mémoires de l'association internationale des ponts et charpentes. Zurich 1959.

[3] Bo G.M. e Indelicato F. – Relaxation à long terme des fils d'acier à haute résistance Congreso FIP. Praga 1970.

[4] Brachet M., Jacques Ph., y Atallah R.– Méthodes de mesure et d' estimation de la valeur à long terme de la relaxation des armatures de précontrainte. Bull. Liaison Lab. P. et Ch. 66 – Jul. – Ag. 1973.

[5] C.U.R. – A mathematical analysis of results of relaxation tests on drawn heat - treated prestressing wires. Report 46. 1971.

[6] C.E.B. – F.I.P. – Recommandations pratiques unifiées. Praga 1970.

[7] Estellés P.– Comunicación privada.

[8] Sánchez–Gálvez V., Elices M., y Astiz M.A. – A new formula for relaxation of stress-relieved steels. Materials and Structures. No. 54. Nov-Dic. 1976.

[9] Dumas. Essais de relaxation de longue durée. Association Scientifique de la Précontrainte. Informations d' Aout 1973.

[10] Kosiorek M. Comunicación privada.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

ULTIMA PUBLICACION DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Con motivo del VIII Congreso Internacional de la F.I.P. últimamente celebrado en Londres, la Asociación Técnica Española del Pretensado ha publicado un libro titulado: "Hormigón Pretensado, Realizaciones Españolas", tomo III, en el que se describen las principales obras pretensadas construidas en nuestro país durante los últimos cuatro años.

Consta de más de 300 páginas, con numerosas fotografías, planos y láminas y está editado en papel cuché, encuadernado en tela y con sobrecubierta plastificada en color. Su precio es de 2.000 pesetas cada ejemplar (para el extranjero, 30 dólares).

Para su descripción, las distintas obras aparecen agrupadas en los siguientes apartados:

- Puentes.
- Edificación.
- Obras hidráulicas y marítimas.
- Obras especiales.

Los interesados en adquirir este libro, que es continuación de los tomos I y II publicados con ocasión de los anteriores Congresos de la F.I.P., celebrados en Praga, en 1970, y en Nueva York, en 1974, respectivamente, pueden cursar sus pedidos a la Secretaría de la A.T.E.P. o al Instituto Eduardo Torroja, aptdo.19002, Madrid-33.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

VIADUCTO DE CATOIRA SOBRE EL RIO ULLA
AÑO 1976-1978

Propietario:	*Dirección:*	*Proyecto:*	*Construcción:*
Diputaciones Provinciales de La Coruña y Pontevedra	Luciano Yordi (†) Eloy Fdez. Valdés	J. A. Torroja R. Chueca J. M. de Villar	FERNANDEZ CONSTRUCTOR Pretensado: FREYSSINET

	PUENTE PRINCIPAL	VIADUCTO DE ACCESO
Esquema estático:	Pórtico, de tres vanos, con articulación central.	Pórticos, de un vano, en L invertida
Longitud total:	272,00 m.	449,00 m.
Número de vanos:	3	15
Luces:	64,00 + 144,00 + 64,00	14 x 30,00 + 29,00
Anchura total:	10,00 m.	10,00 m.
Sección transversal:	Cajón unicelular	π
Canto:	Variable entre 7,50 y 2,00 m.	2,00 m.
Pretensado:	Sobre pilas: 60 tendones 12T15 Inferior vano central: No hay Inferior vanos laterales: 4 tendones 12T15	10 tendones 12T13

GENERALIDADES:

El Viaducto de Catoira atraviesa el río Ulla para unir las provincias de La Coruña y Pontevedra. Su construcción ha sido promovida por las Diputaciones de ambas provincias, y dichas Diputaciones, junto con la Dirección General de Bellas Artes, han intervenido también en la elección de su trazado, con el objeto de lograr perturbar lo menos posible el recinto en el que están ubicadas las Torres del Oeste, calificadas como Monumento Nacional. Esto ha motivado, así mismo, que en la solución adoptada se haya procurado alcanzar un alto nivel estético.

El trazado así impuesto, ha obligado a disponer una importante luz central, a fin de salvar la Ría sin apoyos dentro del agua. Por otra parte, en la orilla de Pontevedra era preciso atravesar una marisma; lo que hizo necesario construir un largo viaducto de acceso.

SOLUCION ESTRUCTURAL:

El esquema estático del puente principal es típico de la construcción por voladizos sucesivos. El deseo de evitar los aparatos de apoyo en las pilas centrales, condujo a la solución de empotrar el tablero sobre pilas, formando un pórtico. La pequeña altura de las pilas, no les permitía absorber por flexión los acortamientos del tablero del vano central, caso de que fuese contínuo; por lo que se adoptó la solución de disponer una articulación deslizante en clave, y se dimensionó el pretensado de manera que el tablero quedase, bajo cargas permanentes, en un estado próximo al de compresión pura, con el fin de evitar las deformaciones diferidas. A pesar de la importante luz central, las almas no van pretensadas.

Las dos pilas principales tienen cimentación directa.

Las motivaciones estéticas impusieron la construcción in situ del viaducto de acceso, lográndose así no interrumpir la línea del puente principal. Este viaducto está constituído por una serie de pórticos en L invertida, formados al empotrar un extremo del dintel en la pila y apoyar su otro extremo en un pequeño voladizo del pórtico contiguo, mediante una junta a media madera. Se ha podido así reducir a la mitad el número de apoyos necesarios, y economizar pretensado. Cada pila consta de dos fustes octogonales, cada uno de ellos cimentado sobre un pilote, de 1,50 m de diámetro, dispuesto en prolongación.

PROCESO CONSTRUCTIVO:

El tramo central del puente principal se construyó mediante carros de avance y está constituído por dos voladizos, cada uno de ellos formado por quince dovelas de longitudes comprendidas entre 4,10 y 4,55 m.

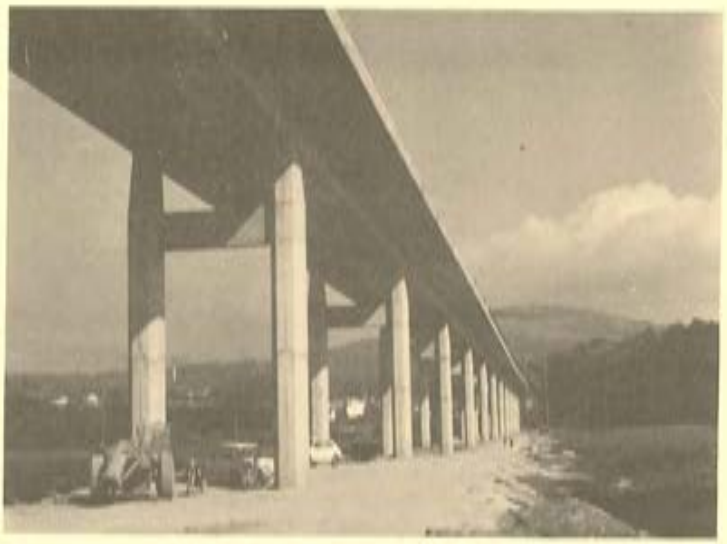
Los tramos laterales se hormigonaron sobre cimbra; y cada uno consta de seis dovelas de 9,50 m.

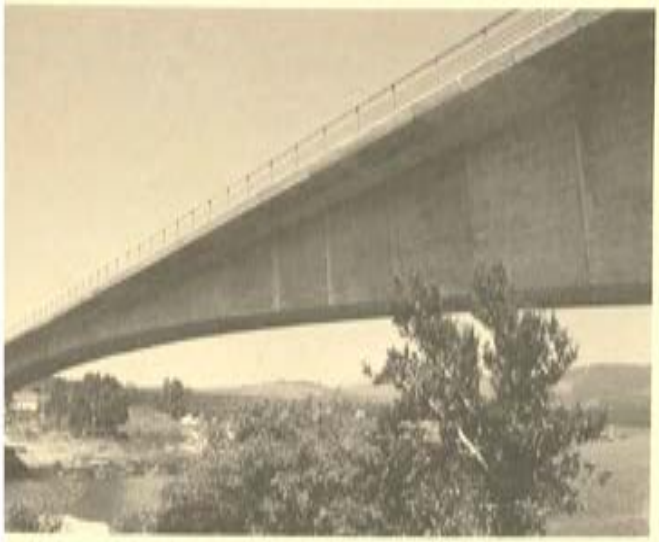
El viaducto de acceso se hormigonó mediante unos carretones, que formaban los encofrados exterior e interior, y se desplazaban sobre una cimbra tubular; lo que exigió que no hubiese traviesas interiores.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

CARACTERISTICAS Y MEDICIONES DE LOS MATERIALES UTILIZADOS

MATERIAL	CANTIDAD	CUANTIAS EN TABLERO	
		Puente principal	Viaducto de acceso
Hormigón $f_{ck} = 350$ kp/cm²	4.498 m³	0,87 m³/m²	0,47 m³/m²
Armadura pasiva $f_{yk} = 4.600$ kp/cm²	392 t	74 kg/m²	36 kg/m²
Armadura activa $f_{max} = 175$ kp/mm²	160 t	45 kg/m²	9 kg/m²





Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

PASARELAS EN LA AVENIDA DE LA PAZ

Propietario:	*Dirección:*	*Proyecto:*	*Construcción:*
M.O.P.U.	Roberto Alberola	J. A. Torroja R. Chueca J. M. de Villar	HUARTE Y CIA. Pretensado: FREYSSINET

Esquema estático:	Arco biarticulado
Longitud total:	122,06 m.
Número de vanos:	1
Luz:	103,00 m.
Anchura total:	3,00 m.
Sección transversal:	Cajón unicelular
Canto:	Variable entre 1,16 y 2,76
Pretensado:	Por desplazamiento de un estribo

GENERALIDADES:

Una vez terminada la construcción del tramo Manoteras-María de Molina de Avenida de la Paz se planteó la necesidad de construir dos pasarelas para peatones en los Km. 2 + 00 y 3 + 720. Dado que la autopista estaba en servicio, se impusieron las condiciones de que no debía haber apoyos intermedios y de que se mantuviese el tráfico por todos los carriles, permitiéndose únicamente alguna interrupción temporal de una sola calzada. Por otra parte la construcción debía ser rápida y se debía conseguir una buena estética.

SOLUCION ESTRUCTURAL:

Es común a las dos pasarelas. Se trata de un arco biarticulado de 103,00 m de luz y flecha de 9,36 m, esto es, con un rebajamiento de 1/11. El arco tiene sección en cajón en la zona central, de unos 80 m de longitud, y en los extremos de la misma pasa a dos puntales macizos, que se abren transversalmente para mejorar la estabilidad lateral.

Sobre los extremos de la zona central apoyan unos tramos de acceso con sección en π.

Uno de los arranques del arco carga sobre una pieza móvil, apoyada sobre el cimiento a través de placas deslizantes de teflón. Esta pieza puede desplazarse mediante gatos para poner en carga el arco y compensar así anticipadamente los acortamientos del hormigón.

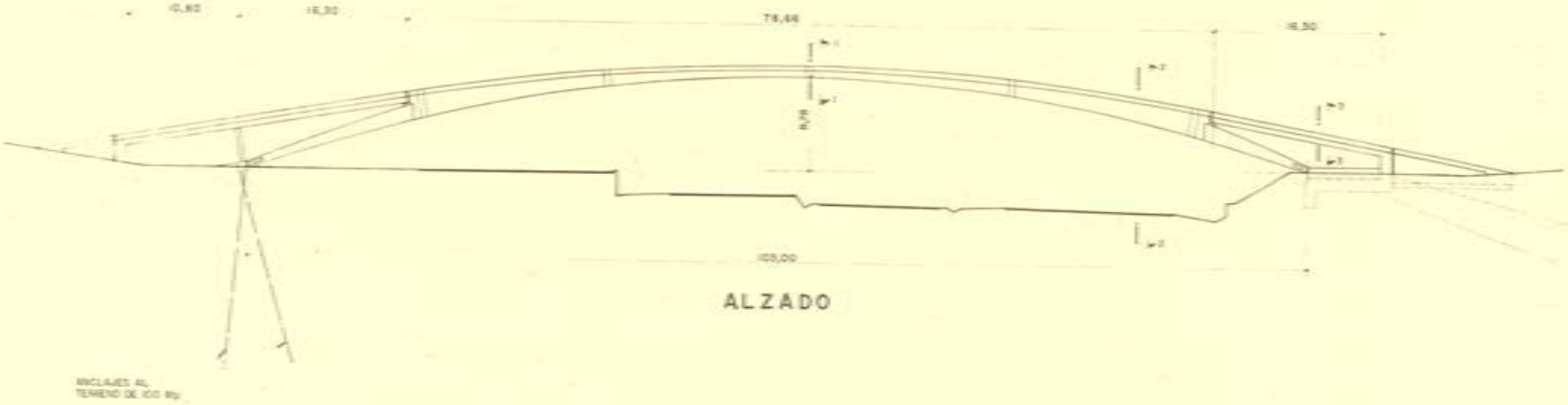
PROCESO CONSTRUCTIVO:

Los arranques del arco se hormigonaron sobre cimbra y la parte central se descompuso en cuatro trozos prefabricados de unos 20,00 m de longitud, que eran capaces de resistir su peso propio como vigas biapoyadas. Estos trozos se montaron sobre torres dispuestas en las medianas de la autopista y se hormigonaron las juntas abiertas de 0,40 m dispuestas entre ellos. Seguidamente se puso en carga el arco, desplazado 55 mm la pieza móvil mediante un esfuerzo de 680 toneladas.

MEDICIONES

Hormigón:	270 m^3	0,74 m^3/m^2
Acero:	21,6 tn.	80 Kg/m^3

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024



Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

PUENTE DE ACCESO AL POLIGONO DE CARANZA
AÑO 1977-1978

Propietario:	Dirección:	Proyecto:	Construcción:
I.O.P.U. (España)	Santiago Rivera	F. del Pozo Frutos C. Siegrist Fernández F. del Pozo Vindel	HUARTE Y CIA. Hormigón Inyectado PREPAKT Pretensado BARREDO

Esquema estático:	Pórtico compensado con células triangulares extremas
Longitud total:	41,20 m.
Número de vanos:	3
Luces:	7,10 + 27,00 + 7,10 m.
Anchura total:	11,30 m.
Sección transversal:	Losa aligerada
Canto:	Variable entre 0,60 y 1,30 m.
Pretensado:	En tablero: 15 tendones de 12 ϕ 1/2"
	En pilas: 1 tendón de 3 ϕ 7/16" por elemento

GENERALIDADES:

El puente constituye el paso superior perteneciente al diamante de acceso al Polígono de Caranza en el Ferrol del Caudillo situandose sobre la autopista de acceso a la ciudad y muy cercano a la misma. El carácter fundamentalmente urbano de la obra ha sido tenido muy en cuenta tanto en el diseño de la solución estructural como en la calidad de la construcción y acabados.

SOLUCION ESTRUCTURAL:

El esquema estático adoptado es el de pórtico compensado con células triangulares extremas. Tanto las pilas como los tirantes de compensación se disponen en forma triangulada formando elementos de gran rigidez transversal que permiten resistir las acciones sísmicas horizontales. La unión de las pilas al tablero se realiza mediante articulaciones plásticas. La sección transversal en losa aligerada de 11 metros de ancho soporta una calzada de 7 m y dos aceras de 2 metros de ancho cada una. El canto varía linealmente tomando valores de 0,60 m en los extremos de los vanos laterales, 0,80 m en el centro del vano central y aumentando a 1,30 m sobre las pilas. La losa inferior del tablero es de ancho constante lo que proporciona paramentos laterales inclinados en paraboloide hiperbólico lo que da un refuerzo del canto aparente sobre pilas y disminución del mismo en el centro de la estructura. Tanto las pilas como los tirantes son facetados con sección octogonal irregular variable. Los tirantes son pretensados.

PROCESO CONSTRUCTIVO:

Dada la complicación de ferralla que se produce en las uniones de los elementos que forman la triangulación de pilas y tirantes, debido a que se cruzan en estos puntos todas las armaduras, y con objeto de asegurar el perfecto hormigonado de estas zonas, se colocó en primer lugar la ferralla y el árido grueso realizando posteriormente una inyección de las mismas con mortero PREPAKT y asegurando de esta forma el monolitismo de las uniones. El tablero se hormigonó de forma convencional sobre cimbra empleando encofrados de tabla machihembreada y cepillada de 5 cm de ancho para asegurar la calidad de los paramentos.

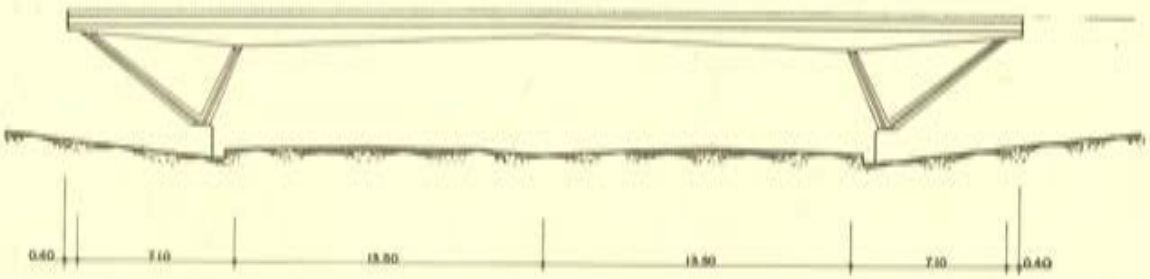
MEDICIONES DEL TABLERO

HORMIGON fck = 350 Kp/cm²		ARMADURA PASIVA fyk = 4.600 Kp/cm²			ARMADURA ACTIVA fmáx. = 205 Kp/mm²	
m³	m³/m²	Ton	Kg/m³	Kg/m²	Ton	Kg/m²
212	0,45	27	127	57	6	13

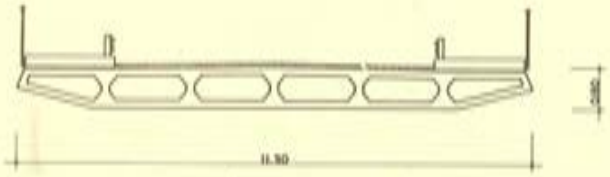
Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

PUENTE DE ACCESO AL POLIGONO DE CARANZA

ALZADO

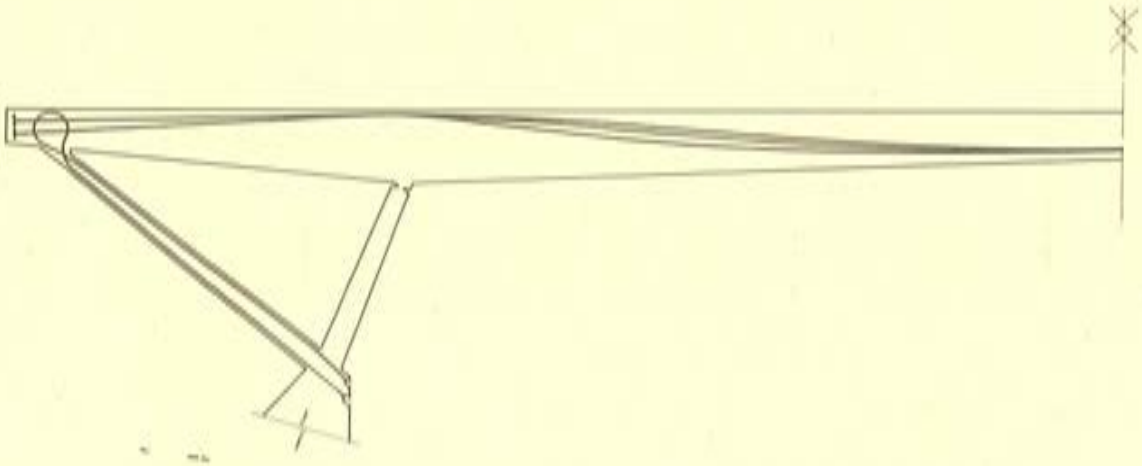


SECCION TIPO



PUENTE DE ACCESO AL POLIGONO DE CARANZA

PRETENSADO



Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

VIADUCTO DE CATOIRA SOBRE EL RIO ULLA
AÑO 1976-1978

Propietario:	*Dirección:*	*Proyecto:*	*Construcción:*
Diputaciones Provinciales de La Coruña y Pontevedra	Luciano Yordi (†) Eloy Fdez. Valdés	J. A. Torroja R. Chueca J. M. de Villar	FERNANDEZ CONSTRUCTOR Pretensado: FREYSSINET

	PUENTE PRINCIPAL	VIADUCTO DE ACCESO
Esquema estático:	Pórtico, de tres vanos, con articulación central.	Pórticos, de un vano, en L invertida
Longitud total:	272,00 m.	449,00 m.
Número de vanos:	3	15
Luces:	64,00 + 144,00 + 64,00	14 x 30,00 + 29,00
Anchura total:	10,00 m.	10,00 m.
Sección transversal:	Cajón unicelular	π
Canto:	Variable entre 7,50 y 2,00 m.	2,00 m.
Pretensado:	Sobre pilas: 60 tendones 12T15 Inferior vano central: No hay Inferior vanos laterales: 4 tendones 12T15	10 tendones 12T13

GENERALIDADES:

El Viaducto de Catoira atraviesa el río Ulla para unir las provincias de La Coruña y Pontevedra. Su construcción ha sido promovida por las Diputaciones de ambas provincias, y dichas Diputaciones, junto con la Dirección General de Bellas Artes, han intervenido también en la elección de su trazado, con el objeto de lograr perturbar lo menos posible el recinto en el que están ubicadas las Torres del Oeste, calificadas como Monumento Nacional. Esto ha motivado, asi mismo, que en la solución adoptada se haya procurado alcanzar un alto nivel estético.

El trazado así impuesto, ha obligado a disponer una importante luz central, a fin de salvar la Ría sin apoyos dentro del agua. Por otra parte, en la orilla de Pontevedra era preciso atravesar una marisma; lo que hizo necesario construir un largo viaducto de acceso.

SOLUCION ESTRUCTURAL:

El esquema estático del puente principal es típico de la construcción por voladizos sucesivos. El deseo de evitar los aparatos de apoyo en las pilas centrales, condujo a la solución de empotrar el tablero sobre pilas, formando un pórtico. La pequeña altura de las pilas, no les permitía absorber por flexión los acortamientos del tablero del vano central, caso de que fuese contínuo; por lo que se adoptó la solución de disponer una articulación deslizante en clave, y se dimensionó el pretensado de manera que el tablero quedase, bajo cargas permanentes, en un estado próximo al de compresión pura, con el fin de evitar las deformaciones diferidas. A pesar de la importante luz central, las almas no van pretensadas.

Las dos pilas principales tienen cimentación directa.

Las motivaciones estéticas impusieron la construcción in situ del viaducto de acceso, lográndose así no interrumpir la línea del puente principal. Este viaducto está constituído por una serie de pórticos en L invertida, formados al empotrar un extremo del dintel en la pila y apoyar su otro extremo en un pequeño voladizo del pórtico contiguo, mediante una junta a media madera. Se ha podido así reducir a la mitad el número de apoyos necesarios, y economizar pretensado. Cada pila consta de dos fustes octogonales, cada uno de ellos cimentado sobre un pilote, de 1,50 m de diámetro, dispuesto en prolongación.

PROCESO CONSTRUCTIVO:

El tramo central del puente principal se construyó mediante carros de avance y está constituído por dos voladizos, cada uno de ellos formado por quince dovelas de longitudes comprendidas entre 4,10 y 4,55 m.

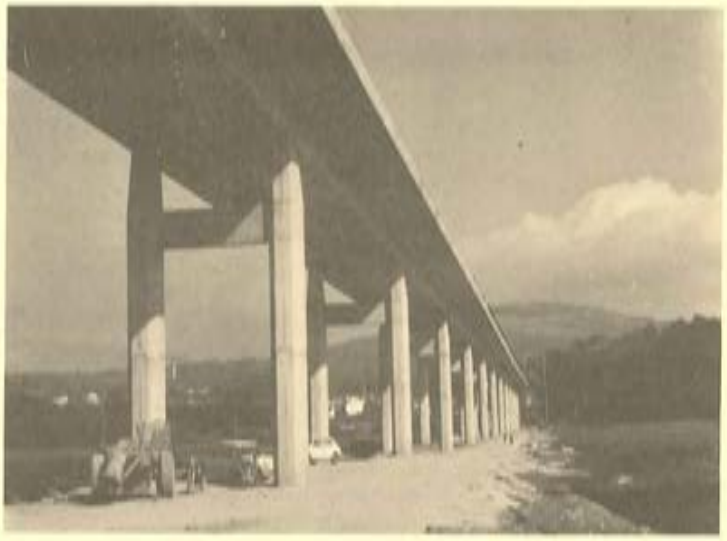
Los tramos laterales se hormigonaron sobre cimbra; y cada uno consta de seis dovelas de 9,50 m.

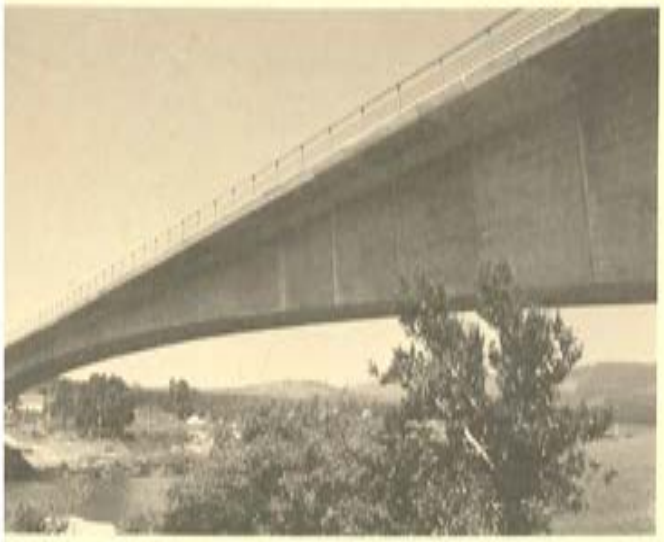
El viaducto de acceso se hormigonó mediante unos carretones, que formaban los encofrados exterior e interior, y se desplazaban sobre una cimbra tubular; lo que exigió que no hubiese traviesas interiores.

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

CARACTERISTICAS Y MEDICIONES DE LOS MATERIALES UTILIZADOS

MATERIAL	CANTIDAD	CUANTIAS EN TABLERO	
		Puente principal	Viaducto de acceso
Hormigón fck = 350 kp/cm²	4.498 m³	0,87 m³/m²	0,47 m³/m²
Armadura pasiva fyk = 4.600 kp/cm²	392 t	74 kg/m²	36 kg/m²
Armadura activa fmax = 175 kp/mm²	160 t	45 kg/m²	9 kg/m²





Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

PUENTE SOBRE LA RIA DE CUBAS
AÑO 1976-1977

Propietario:	*Dirección:*	*Proyecto:*	*Construcción:*
M.O.P.U. (España)	Jaime Izquierdo del Fraile Francisco Almendres	F. del Pozo Frutos F. del Pozo Vindel G. Gómez Valcárcel	HUARTE Y CIA. Pretensado: STRONGHOLD

Esquema estático: Viga continua
Longitud total: 320,00 m.
Número de vanos: 8
Luces: 8 x 40,00 m.
Anchura total: 11,00 m.
Sección transversal: Cajón tricelular
Canto: 1,60 m.
Pretensado: 22 tendones de 12 ϕ 0,6"

GENERALIDADES:

El puente permite el paso sobre la Ria de Cubas a la carretera vecinal de Somo a Pedreña uniendo el espigón de Somo con la Punta de Cotrajón en la Bahia de Santander. Los condicionantes básicos al proyecto vienen dados por la necesidad de conservar la navegación hacia el sur del espigón de Somo, el remonte de la ria por las embarcaciones deportivas y un desagüe libre de, al menos, 200 m de anchura para evitar una variación sensible en las corrientes de la ria. El terreno de cimentación del fondo de la ria está formado por estratos de arenas y arcillas blandas alternados y sustentados por un sustrato rocoso de areniscas calcareas a una profundidad entre los 20 y los 30 metros que obligan a la adopción de soluciones de cimentación profunda.

SOLUCION ESTRUCTURAL:

La solución adoptada presenta un esquema estático en viga continua con ocho vanos iguales de 40 metros cada uno y canto constante de 1,60 metros. Transversalmente el tablero está constituido por un cajón tricelular con paramentos laterales inclinados de los que arrancan voladizos de 2,0 metros y canto variable. La losa superior de 11 metros de ancho consta de una calzada de 8,0 metros y dos aceras de 1,50 m. La losa inferior tiene un ancho de 4 metros. Sobre los apoyos la sección está macizada por una traviesa de 2,0 m de ancho y en estas zonas se produce un regruesamiento de la losa inferior, de los 20 cm de la sección tipo a 40 cm con variación lineal. La anchura de las pilas es constante de 1,35 m de canto y en forma de V transversalmente, sobre cuyos brazos apoya el tablero mediante placas de neopreno. La sección de las pilas es en forma de exágono irregular y variable. La cimentación se realiza mediante cuatro pilotes de 1,50 m de diámetro por pila.

PROCESO CONSTRUCTIVO:

La construcción del tablero se realizó por el método de los vanos sucesivos, para lo que se cimbraban dos vanos, mediante vigas auxiliares entre pilas, hormigonándose completamente el primero de ellos y los 10 primeros metros del siguiente. En esta sección se anclaban los cables de pretensado con acopladores para su prolongación en la siguiente fase. Posteriormente se retiraba la cimbra del vano completo pasándose al siguiente y repitiendo el proceso.

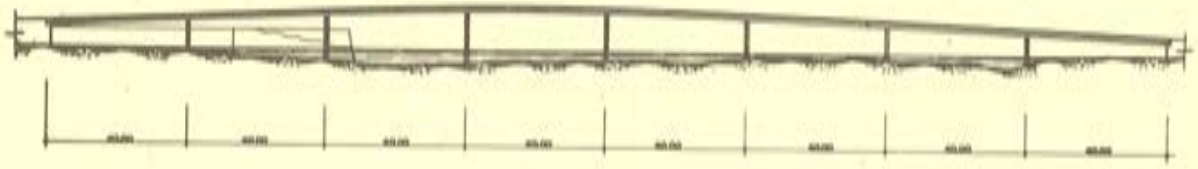
MEDICIONES DEL TABLERO

HORMIGON fck = 350 Kp/cm²		ARMADURA PASIVA fyk = 4.600 Kp/cm²			ARMADURA ACTIVA fmáx. = 195 Kp/mm²	
m³	m³/m²	Ton.	Kg/m³	Kg/m²	Ton.	Kg/m²
2.260	0,64	227	100	64	94	27

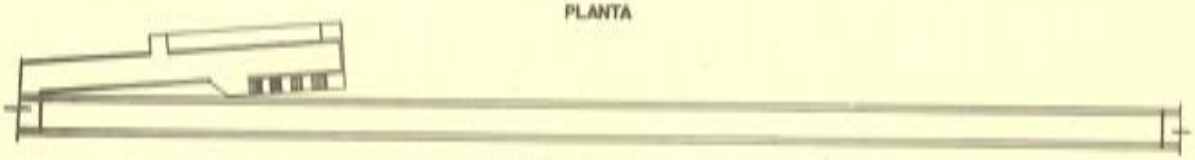
Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

PUENTE SOBRE LA RIA DE CUBAS

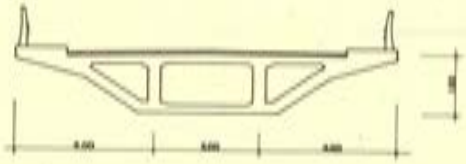
ALZADO



PLANTA

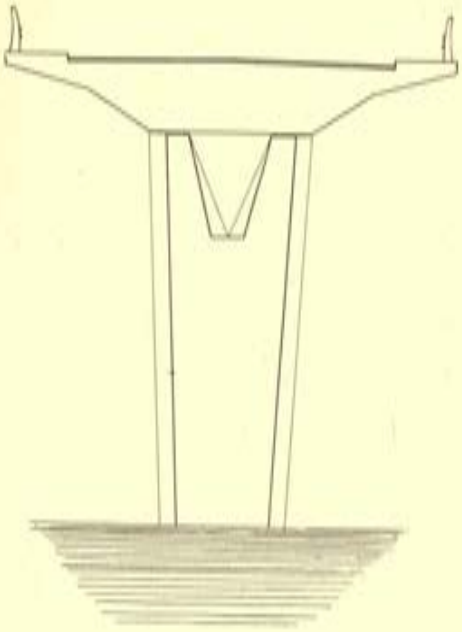


SECCION TIPO



Esquema 3.

ALZADO DE PILAS



Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024

asociación técnica
española del pretensado

Documento descargado de www.e-ache.com el 27/07/2024