hormigón y ACERO

nº 139

ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

DECLARADA DE UTILIDAD PUBLICA CON FECHA 4-3-77

INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO.

COSTILLARES (CHAMARTIN). MADRID-33.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de **"Miembro Protector"**, a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de **"Miembros Protectores"** los que a continuación se indican, citados por orden alfabético.

AGRUPACION DE FABRICANTES DE CEMENTO DE ESPAÑA.— Velázquez, 23. Madrid-1.
AGUSTI, S.A.— Carretera de Barcelona, 36. Gerona.
ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).— Orense, 10. Madrid-20.
CAMARA' S.A.— Paseo de San Vicente, 4. Valladolid.
CAMINOS Y PUERTOS, S.A.— J. Lázaro Galdiano, 4. Madrid-16.
CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.A.— Grijalba, 9. Madrid-6.
CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE O.P. CENTRO BIBLIOGRAFICO.— Alfonso XII, 3. Madrid-7.
CENTRO DE TRABAJOS TECNICOS, S.L.— Aribau, 185. Barcelona-21.
DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.— Avda. de América, 22. Madrid-2.
ELABORADOS METALICOS, S.A.— Apartado 553, La Coruña.
ENTRECANALES Y TAVORA, S.A.— Biblioteca. Juan de Mena, 8. Madrid-14.
FOMENTO DE OBRAS Y CONSTRUCCIONES, S.A.— Balmes, 36. Barcelona-7.
FORJADOS DOMO.— Hermosilla, 64. Madrid-1.
FREYSSINET, S.A.— General Perón, 24. Madrid-20.
HEREDIA Y MORENO, S.A.— Princesa, 3. Madrid-8.
HIDROELECTRICA DE CATALUÑA, S.A.— Archs, 10. Barcelona-2.
HIFORCEM.— Apartado, 41. Sevilla.
HORMIGONES GERONA, S.A.— Ronda San Antonio María Claret, 12. Gerona.
INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.— Portal de Gamarra, 46. Vitoria.
INGENIERO JEFE DE LA SECCION DE PUENTES Y ESTRUCTURAS.— Ministerio de O.P. y Urbanismo. Dirección General de Carreteras. Madrid-3.
INTECSA.— Orense, 70. Madrid-20.
INTEMAC.— Monte Esquinza, 30. Madrid-4.
JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA.— General Mola, 103, 10º. Madrid-6.
LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES.— Alfonso XII, 3. Madrid-7.
MEDITERRANEA DE PREFABRICADOS, S.A.— Apartado, 34. BENICARLO (Castellón).
NEXOR, S.A.— Dato, 18 - 1º. Vitoria.
NUEVA MONTAÑA QUIJANO, S.A.— Fábrica de Forjas de Buelna. LOS CORRALES DE BUELNA (Santander).
PACADAR, S.A.— Hermosilla, 57. Madrid-1.
PRELOAD SISTEMAS, S.A.— Avenida del Generalísimo, 30. Madrid-16.
PRENSOLAND, S.A.— Calle Industria, s/n. SAN MARTIN DE CENTELLAS (Barcelona).
PROCEDIMIENTOS BARREDO.— Raimundo Fernández Villaverde, 45. Madrid-3.
S.A.E. BBR.— Polígono Industrial Barcelonés. Calle Carrero Blanco, s/n. ABRERA (Barcelona).
S.A. ECHEVARRIA.— Apartado, 46. Bilbao-8.
TECNICAS DEL PRETENSADO, S.A. (TECPRESA).— Velázquez, 105. Madrid-6.
TRENZAS Y CABLES DE ACERO, S.A.— Monturiol, 5. SANTA MARIA DE BARBARA (Barcelona).

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las empresas citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenwolvimiento de los fines que tiene encomendados.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Nueva Publicación

Cálculo, construcción y patología de forjados de edificación

Por J. CALAVERA
Dr. Ingeniero de Caminos

A pesar de ser el forjado una estructura tan usual y de tan variadas características técnicas, es realmente escasa la bibliografía sobre el mismo. Acaba de aparecer el libro "CALCULO, CONSTRUCCION Y PATOLOGIA DE FORJADOS DE EDIFICACION" por el Dr. Ingeniero de Caminos J. CALAVERA, que aborda el tema de forma completa. En cuanto al cálculo, estudia con rigor y profundidad tanto los aspectos de diseño como los de cálculo propiamente dichos en los diferentes tipos de forjado. Deben destacarse en este aspecto dos novedades importantes: Una la adecuación del libro a las Instrucciones EH–80 y EP–80, aunque en múltiples aspectos el Autor sugiere métodos alternativos. La segunda novedad es el cuidadoso estudio de los Detalles Constructivos, analizando los acoplamientos de los diferentes tipos de forjado con las diversas clases de estructuras (muros portantes, jácenas, vigas planas, estructuras metálicas, etc.).

La preocupación por el Proceso Constructivo es constante en todo el libro y debe quizá destacarse el detallado estudio de las reglas de descimbrado, el estudio de los procesos de cimbrado y recimbrado y las tablas para el cálculo de la transmisión de cargas cuando se cimbran plantas consecutivas. Finalmente el libro contiene un amplio capítulo de Patología donde se ordenan y clasifican los tipos de accidentes más frecuentes en este tipo de construcción.

La experiencia de J. CALAVERA como proyectista, especialista en Control de Calidad, y su dedicación a los temas de investigación en laboratorio y patología, creemos que le han permitido redactar un libro de extraordinaria actualidad e interés sobre el tema.

El libro es distribuído directamente por el INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES (INTEMAC), Monte Esquinza, 30 – MADRID–4. Tno: 410 51 58.

Ultima Publicación del I.E.T.C.C.

Alojamiento y Tecnología: ¿Industrialización Abierta?

Por JULIAN SALAS SERRANO
Ingeniero Industrial

La experiencia nacional en construcción industrializada en la última década, aunque no abundante, puede resultar paralizante. Como reacción, este trabajo trata de elaborar y ordenar la información que, pegado al terreno, se ha acumulado durante los sesenta.

Auscultando tendencias avanzadas en otros países y apoyándose en nuestra realidad cotidiana, el autor de este trabajo apuesta por la industrialización, presintiendo un futuro con pocos puntos en común con lo que en general, hasta bien reciente, se ha conocido como construcción industrializada.

Un volúmen encuadernado en rústica, de 24 x 16,5 cm, compuesto de 160 páginas, con 109 figuras, 19 tablas y 86 referencias bibliográficas. Madrid, junio 1981.

Precios: España 1.200 ptas. Extranjero 24 $ USA.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO
INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO

hormigón y acero

nº. 139

2º trimestre, 1981

CUOTAS ANUALES

CATEGORIAS	ESPAÑA	EXTRANJERO
Miembros "Personales" (personas naturales)	2.000,– ptas.	40,– dólares
Miembros "Colectivos" (personas jurídicas)	5.000,– ptas.	100,– dólares
Miembros "Protectores" (personas naturales o jurídicas que deseen prestar una ayuda económica especial a la A.T.E.P.)	10.000,– ptas.	200,– dólares

Ni la Asociación ni el Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, se hacen responsables del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocinen su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

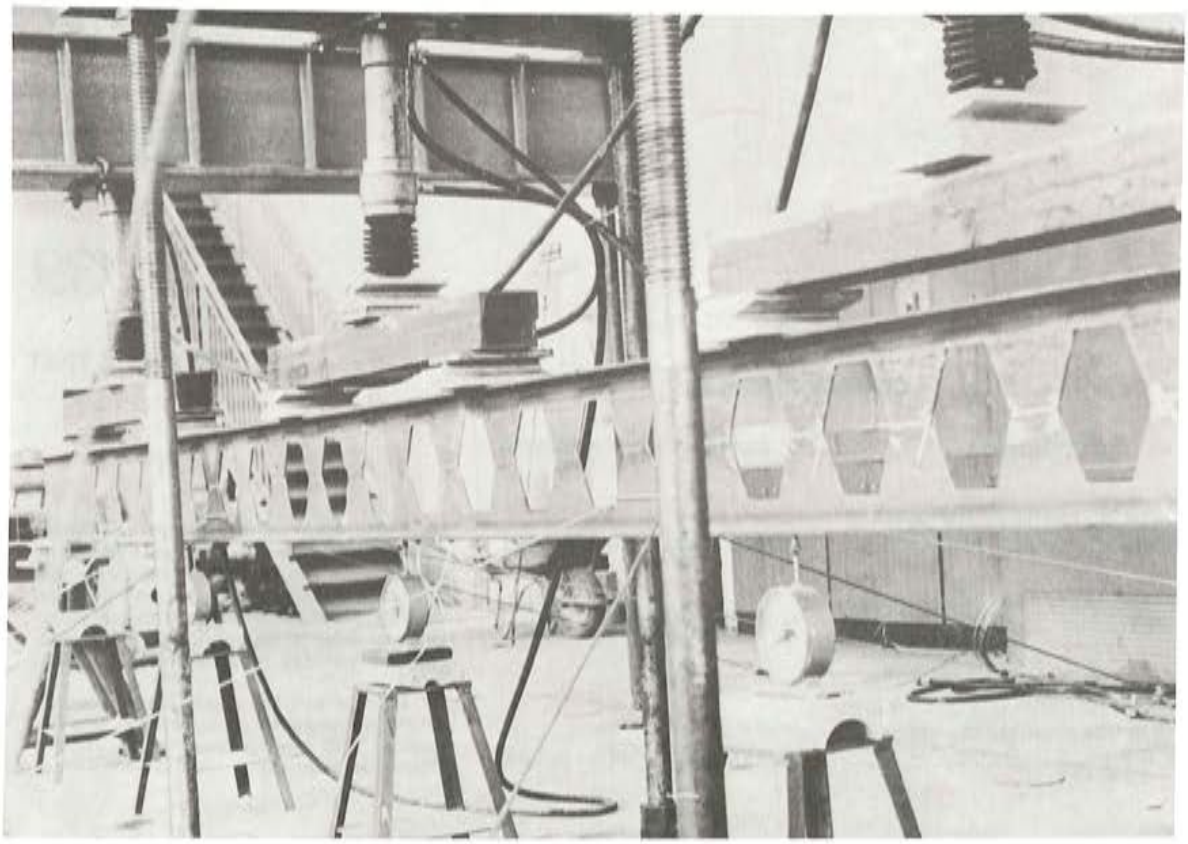
APARTADO 19.002 - COSTILLARES - CHAMARTIN - MADRID - 33

Depósito Legal: M-853-1958
Imprime: ACOR, S.A.- M. Hernández, 50 - MADRID
ISSN: 0439-5689

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

INTEMAC

INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES



ENSAYO A FLEXION DE UNA VIGA METALICA

MADRID

Oficinas:
Monte Esquinza, 30 - 4.º D
Tels. (91) 410 51 58/62/66

Laboratorio
Carretera de Loeches, 7
TORREJON DE ARDOZ
Tels. 675 31 00/04/08

BARCELONA

Pasaje Busquets, 37
CORNELLA DE LLOBREGAT
Tels. (93) 377 43 58/62

SANTANDER

Félix Apellániz, 11
TORRELAVEGA
Tel. (942) 89 02 01

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Comité de Redacción
de la Revista
Hormigón y Acero

ARENAS, Juan José
AROCA, Ricardo
BARREDO, Carlos
CUVILLO, Ramón del
CHUECA, Rafael
ELICES, Manuel
FERNANDEZ TROYANO, Leonardo
FERNANDEZ VILLALTA, Manuel
FISAC, Miguel
JODAR, Juan
JULIA, Manuel
LLOMBART, José Antonio
MANTEROLA, Francisco Javier
MONEO, Mariano
MORENO TORRES, Juan
PIÑEIRO, Rafael
ROMERO, Rafael
SANCHEZ CASTRO, Carlos
SANCHEZ GALVEZ, Vicente

hormigón y acero

n. 139

índice

Pág.

591-2-160 **Estudio sobre tableros de puentes. Parte II, la sección cajón.** 9
Etude sur les tabliers des ponts. 2 ème Partie. La poutre caisson.
Bridge deck study. Part II. The box section.
F.J. Manterola Armisen.

591-6-8 **Evolución de los métodos de cálculo de láminas plegadas. Una aportación al análisis de estructuras no prismáticas.** 81
Evolution des méthodes pour le calcul des voiles pliées. Une contribution à l'analyse des structures non prismatiques.
The evolution of folded plate calculation systems. A contribution to the analysis of non prismatic structures.
J.R. González de Cangas. A. Samartín y J. Martínez González.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Homologación del sello de conformidad "Cietán" para viguetas de hormigón pretensado

En el B.O. del E. nº 41, del 17 de febrero de 1981, se publica una orden del Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, cuyo texto se reproduce literalmente a continuación:

3804 Orden de 20 de enero de 1981 por la que se homologa el Sello de Conformidad CIETAN, para viguetas de hormigón pretensado.

Ilmo. Sr.: Por el Presidente de la Comisión del Sello "C.I.E.T.A.N." ha sido solicitada la homologación de dicho Sello de Conformidad, de acuerdo con la Orden de 12 de diciembre de 1977, sobre homologación de marcas o sellos de calidad o de conformidad de materiales y equipos utilizados en la edificación.

A la vista de la documentación presentada y con los informes previos que se han considerado oportunos,

Este Ministerio, a propuesta de la Dirección General de Arquitectura y Vivienda, ha tenido a bien disponer:

Artículo 1.—Se concede la homologación del Sello de Conformidad "C.I.E.T.A.N." para viguetas de hormigón pretensado.

Lo que comunico a V.I. para su conocimiento y efecto.

Madrid 20 de enero de 1981.

SANCHO ROF

Ilmo. Sr. Director General de Arquitectura y Vivienda.

La publicación de esta Orden Ministerial, estamos seguros que habrá de constituir un motivo de satisfacción para todos aquéllos, fabricantes o consumidores, que de un modo u otro están relacionados con la prefabricación de viguetas de hormigón pretensado.

Era este un objetivo por el que se venía luchando desde hace años, con el objeto de clarificar el mercado de este tipo de viguetas.

La industria de fabricación de viguetas de hormigón pretensado estaba atravesando unos momentos difíciles debido a una serie de factores adversos que afectaban muy directamente a la calidad y prestigio de sus prefabricados.

Si, como es lógico esperar, con esta homologación se consigue que el usuario pueda saber, en todo momento, cuáles son los productos que poseen una calidad debidamente controlada y cuáles no, se habrá logrado normalizar uno de los mercados más conflictivos dentro de la, por desgracia, tan maltratada actividad constructiva de nuestro país.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

RELACION DE EMPRESAS QUE EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO, FIGURAN INSCRITAS EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO, COMO "MIEMBROS COLECTIVOS"

ESPAÑA

AGROMAN, S.A.– Madrid.
ALBISA, S.A.– Algeciras (Cádiz).
ARIDOS LIGEROS, S.A.– Madrid.
AUTOPISTAS DEL ATLANTICO-CESA.– La Coruña.
AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.– Barcelona.
AUXINI, S.A.– Madrid.
AZMA, S.A.– Madrid.
BIGUETES, S.L.– Elche (Alicante).
BUTSEMS, S.A.– Madrid.
CAMARA OFICIAL DE COMERCIO, INDUSTRIA Y NAVEGACION.– Barcelona.
CASTRO HERMANOS, S.L.– Mislata (Valencia).
CASTRO MATELO, V., S.A.– Sigueiro (La Coruña).
CATEDRA DE CONSTRUCCION II DE LA ESCUELA TECNICA DE INGENIEROS AGRONOMOS.– Córdoba.
CEMENTOS MOLINS, S.A.– Sant Vicenc dels Horts (Barcelona).
CENTRO DE ESTUDIOS CEAC.– Barcelona.
CIMENTACIONES ESPECIALES, S.A.– Madrid.
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS.– Madrid.
COLEGIO DE INGENIEROS TECNICOS DE OBRAS PUBLICAS.– Madrid.
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES.– La Coruña.
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.– Gerona.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE ARAGON. SECCION BIBLIOTECA.– Zaragoza.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CANARIAS. DEPARTAMENTO LABORATORIOS. Sta. Cruz de Tenerife.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CATALUÑA.– Barcelona.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE MADRID. BIBLIOTECA.– Madrid.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.– Bilbao.
COLEGIO OFICIAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.– Málaga.
CONSTRUCCIONES BIGAR, S.L.– Aranda de Duego (Burgos).
CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.– Madrid.
CONTRUCCIONES LLABRES FELIU, S.A.– Palma de Mallorca (Baleares).
CONTROLEX.– Alicante.
COTESA, COLOCACIONES TECNICAS, S.A.– Barcelona.
CUBIERTAS M.Z.O.V., S.A.– Barcelona.
CUBIERTAS M.Z.O.V., S.A.– Madrid.
CUMBRE MODULAR, S.A.– Barcelona.
DIRECCION DE INFRAESTRUCTURA DEL MANDO SUPERIOR DE APOYO LOGISTICO DEL EJERCITO. MINISTERIO DEL EJERCITO.– Madrid.
DITECO, S.L.– Valencia.
ELABORADOS DE HORMIGON, S.A.– Burgos.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

ELEMENTOS ESTRUCTURALES PREFABRICADOS (EEPSA).– Manresa (Barcelona).
EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA (AUXINI).– Madrid.
ENAGA, S.A.– Pozuelo de Alarcón (Madrid).
ESTEBAN ORBEGOZO, S.A.– Zumárraga (Guipúzcoa).
ESTUDIO PREST.– Barcelona.
ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A.– Madrid.
E.T.S. DE ARQUITECTURA.– Barcelona;
E.T.S. DE ARQUITECTURA.– Sevilla.
EUROESTUDIOS, S.A.– Madrid.
FEDERACION NACIONAL DE ENTIDADES EMPRESARIALES DE DERIVADOS DEL CEMENTO (ANDECE).– Madrid.
FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.– Madrid.
FORJADOS DOL.– Esquivias (Toledo).
FORJAS Y ALAMBRES DEL CADAGUA.– Erandio (Bilbao).
GIJON E HIJOS, S.A.– Motril (Granada).
GOMHERSA.– Talavera de la Reina (Toledo).
HERRING LEVANTE, S.A.– Valencia.
HIDAQUE, S.A.– Granada.
HORMIGONES GERONA, S.A.– Gerona.
HORMYCER, S.L.– Madrid.
HORSA, S.A.– Viladecans (Barcelona).
HUARTE Y CIA, S.A.– Madrid.
IBERDUERO, S.A.– Bilbao.
IBERDUERO, S.A. (CENTRO DE DOCUMENTACION).– Bilbao.
IBERTECNICA, S.A.– Madrid.
IDASA, INGENIERIA DEL ATLANTICO, S.A.– La Coruña.
INBADELCA, S.A.– Baracaldo (Vizcaya).
INDUSTRIAS VEYGA, S.A.– Tarrasa (Barcelona).
INFORMES Y PROYECTOS, S.A. (INYSA).– Madrid.
INGENIERIA Y CONSTRUCCIONES SALA AMAT, S.A.– Barcelona.
INSTITUTO NACIONAL DE EMPLEO Y PROMOCION SOCIAL. SECCION ASUNTOS GENERALES (SEAF-PPO).– Madrid.
INSTITUTO NACIONAL DE REFORMA Y DESARROLLO AGRARIO.– Madrid.
JEFATURA PROVINCIAL DE CARRETERAS.– Valencia.
3ª JEFATURA REGIONAL DE CARRETERAS. SERVICIO DE CONSTRUCCION.– Bilbao.
5ª JEFATURA REGIONAL DE CARRETERAS.– Barcelona.
JULIAN ARUMI, S.L.– Vich (Barcelona).
JUNTA DEL PUERTO DE ALMERIA.– Almería.
LA AUXILIAR DE LA CONSTRUCCION.– Sta. Cruz de Tenerife.
LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.– Madrid.
LABORATORIO GEOCISA. BIBLIOTECA.– Coslada (Madrid).
LABORATORIO DEL TRANSPORTE Y MECANICA DEL SUELO.– Madrid.
LAING IBERICA, S.A.– Madrid.
LIBRERIA RUBIÑOS.– Madrid.
LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).– Castellón de la Plana.
MAHEMA, S.A.– Granollers (Barcelona).
MATERIALES Y TUBOS BONNA, S.A.– Madrid.
MATUBO, S.A.– Madrid.
MECANOGUMBA, S.A.– Mollet del Vallés (Barcelona).
NUEVA CERAMICA CAMPO.– Lendo-Laracha (La Coruña).
OTEP INTERNACIONAL, S.A.– Madrid.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

POSTELECTRICA, S.A.– Palencia.
POSTENSA, S.A.– Bilbao.
PRAINSA.– Zaragoza.
PREBETONG CANARIA, S.A.– Sta. Cruz de Tenerife.
PREFABRICADOS ALAVESES, S.A. (PREASA).– Vitoria.
PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).– León.
PREFABRICADOS DEL HORMIGON, S.A. (CUPRE-SAPRE).– Valladolid.
PREFABRICADOS NAVARROS, S.A.– Olazagutia (Navarra).
PREFABRICADOS POUSA, S.A.– Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).
PRETENSADOS AEDIUM, S.L.– Mutilva Baja (Navarra).
PRODUCTOS DERIVADOS DEL CEMENTO, S.A. HORTE.– Valladolid.
PROFESA.– Barcelona.
PROTEC, S.L.– Gijón (Oviedo).
REALIZACIONES Y ESTUDIOS DE INGENIERIA, S.A.– Pinto (Madrid).
RENFE (Madrid).
RUBIERA, CENTRO TECNICO DE CALCULO, S.A. CETERSA.– Gijón (Oviedo).
RUBIERA MAHER, S.A.– Las Palmas de Gran Canaria.
RUBIERA PREFLEX, S.A.– Gijón (Oviedo).
RUBIERA R.L.M. "SOTECSA".– Gijón (Oviedo).
SAINCE.– Madrid.
S.E.A.T. (BIBLIOTECA).– Barcelona.
SENER, S.A.– Las Arenas (Vizcaya).
SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.– Barcelona.
SIKA, S.A.– Madrid.
SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.– Madrid.
SOCIEDAD ANONIMA FERROVIAL.– Madrid.
SOCIEDAD ANONIMA MATERIALES Y OBRAS.– Valencia.
SPANDECK CATALANA, S.A.– Barcelona.
SUBDIRECCION GENERAL DE EDIFICACION. SECCION DE NORMATIVA (MOPU).– Madrid.
SUBDIRECCION GENERAL DE ESTUDIOS ECONOMICOS Y TECNOLOGIA (MOPU).- Madrid.
TEJERIAS "LA COVADONGA".– Muriedas de Camargo (Santander).
TEPSA.– Tarrasa (Barcelona).
TOSAM, S.L.– Segovia.
TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPSA).– Madrid.
TUBOS BORONDO.– Madrid.
VALLEHERMOSO, S.A.– Madrid.
VALLEHERMOSO, S.A.– San Juan de Aznalfarache (Sevilla).
VIAS Y OBRAS PROVINCIALES.– San Sebastián.
VIGAS REMARRO.– Motril (Granada).
VIGUETAS ASTURIAS, S.A.– Oviedo.

EXTRANJERO

ASOCIACION DE FABRICANTES DE CEMENTO PORTLAND DEL URUGUAY.– Montevideo (Uruguay).
BIBLIOTECA DE LA FACULTAD DE INGENIERIA. UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES Buenos Aires (Argentina).

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

BIBLIOTECA-UNIVERSIDAD CATOLICA.– Quito (Ecuador).
CEPIC, S.C.– Córdoba (Argentina).
CONSULAR. CONSULTORES ARGENTINOS ASOCIADOS.– Buenos Aires (Argentina).
CONSULBAIRES.– Buenos Aires (Argentina).
COPERCO.– Mendoza (Argentina).
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS E INGENIERIA.– Rosario (Argentina).
FACULTAD DE INGENIERIA. BIBLIOTECA.– Caracas (Venezuela).
INSTITUTO NACIONAL DE TECNOLOGIA. CENTRO DE INVESTIGACION DOCUMENTARIA.– Buenos Aires (Argentina).
INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLOGICAS.– Sao Paulo (Brasil).
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.– Luanda (Rep. P. de Angola).
LIBRERIA LA PRENSA CATOLICA.– Quito (Ecuador).
MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS. DIRECCION DE VIALIDAD. DIVISION BIBLIOTECA Y PUBLICACIONES.– La Plata. Provincia de Buenos Aires (Argentina).
R.S.W. "PRASA-KSIAZKA-RUCH".– 00-958. Warszawa (Polonia).
SCIENCE REFERENCE LIBRARY.– Londres (Inglaterra).
SOCIEDAD HORMIGON ARMADO PRETENSADO (S.H.A.P., S.A.).– Pilar. Provincia de Buenos Aires (Argentina).
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES. FACULTAD DE INGENIERIA.– Mérida (Venezuela).
UNIVERSIDAD CATOLICA MADRE Y MAESTRA.– Santiago de los Caballeros (República Dominicana).
UNIVERSIDAD DE CHILE. DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIAS.– Valparaiso (Chile).
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO. BIBLIOTECA.– Mayaguez (Puerto Rico).

AVISO IMPORTANTE

DISCUSION DE LOS ARTICULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA "HORMIGON Y ACERO"

Todos los artículos originales que se publican en "Hormigón y Acero", quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002, Madrid-33, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestando todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

591-2-160

Estudio sobre tableros de puentes
Parte II.— La sección cajón

Por Francisco Javier Manterola Armisén
Prof. Dr. Ingeniero de Caminos

SINOPSIS

El presente artículo constituye la segunda parte del que, con el título general de "Estudio sobre tableros de puentes", se inició en el número anterior, 138, de "Hormigón y Acero".

En la citada primera parte, el Autor realizaba un estudio exhaustivo de los tableros de vigas. En la presente, estudia los tableros de sección en cajón.

Después de resumir brevemente las principales ventajas que ofrece la solución de las vigas cajón, y exponer los campos de luces más indicados para este tipo de tableros, se pasa a examinar con detalle los problemas de su proyecto y ejecución.

En los apartados 1 al 6, se estudia la respuesta resistente de la sección cajón; en el 7 se trata de su dimensionamiento, y en el 8 se comentan diversos ejemplos de puentes cajón.

En el próximo número de "Hormigón y Acero" se continuará la publicación de este trabajo con el estudio de los puentes de trazado curvo.

INTRODUCCION

Desde el punto de vista resistente, la sección cajón tiene las siguientes ventajas:

- Tiene una gran cabeza superior e inferior; lo que la hace apta para soportar momentos flectores positivos y negativos.
- Tiene una gran rigidez a la torsión.
- Por su condición de sección cerrada, la viga cajón tiene una buena rigidez transversal, lo que reduce la distorsión de la sección.
- Por las dos propiedades anteriores, la sección cajón es apta para soportar cargas descentradas, sin desequilibrar apenas la simetría de la distribución transversal de las tensiones longitudinales de flexión.
- Por su rigidez transversal, permite reducir al mínimo el espesor de sus paredes.
- Tiene un gran radio de giro (relación Inercia/Area), por lo que se obtiene un excelente rendimiento para el pretensado.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Estas propiedades permiten sacar el máximo rendimiento a la distribución del material, obteniéndose tableros muy ligeros y resistentes; lo que la convierten en la sección ideal para los puentes de gran luz.

En realidad, este tipo de sección podría utilizarse para todo tipo de luces, pequeñas y grandes, pero en las primeras, las dificultades de ejecución no compensan las ventajas en peso y rendimiento que este tipo de sección presenta.

De hecho, los tableros losa, con aligeramientos más o menos grandes, participan de muchas de las ventajas resistentes de la sección cajón, salvo en lo que se refiere a su peso propio. La vocación del aligeramiento de una losa es convertirla en una sección cajón. Los aligeramientos parciales no son sino un punto de equilibrio entre la facilidad constructiva y el rendimiento resistente de la distribución del material.

Las luces que se cubren más usualmente con la viga cajón van desde los 35 ó 40 m hasta los 250 m que es la máxima luz que se ha conseguido, hasta ahora, con dinteles rectos de hormigón. Las más pequeñas, desde los 35 hasta 50 ó 55 m, van normalmente unidas a procesos constructivos que utilizan cimbras apoyadas en el suelo, o autoportantes. Desde los 50 ó 55 m hasta las luces máximas, el proceso constructivo que se emplea en este tipo de tableros es el de avance por voladizos sucesivos.

No quiere esto decir que los límites que acabamos de marcar determinen inexorablemente el proceso constructivo señalado. Hay puentes que se han realizado en avance en voladizo de luces muy pequeñas y dovelas prefabricadas, y hay puentes de 70 m de luz realizados sobre cimbra; pero esto no es lo corriente.

Generalmente, todos los puentes cajón son puentes continuos, de canto constante o variable. Las ventajas que proporciona la continuidad, de cara a la distribución de los momentos flectores principales, debe ser utilizada para todo tipo de tableros, máxime cuando el proceso constructivo lleva a la continuidad sobre apoyos (caso de puentes construidos por avance en voladizo) o cuando, como los tableros construidos sobre cimbra, es idéntico para el proceso construir con o sin continuidad. Cuando se prefabrica todo un vano con sección cajón (caso de un puente italiano) se ha dejado el tablero cajón biapoyado, sin duda por el mismo tipo de razones que vimos cuando hablamos de la continuidad en tableros de vigas*.

El tratamiento que vamos a dar a la sección cajón, va a ser similar al dado a los otros tipos de tableros. En los apartados 1 al 6 hablaremos de la respuesta resistente de la sección cajón. En el 7 hablaremos de su dimensionamiento y en el 8 comentaremos una serie de diseños de puentes de cajón.

1. METODO APROXIMADO DE ANALISIS

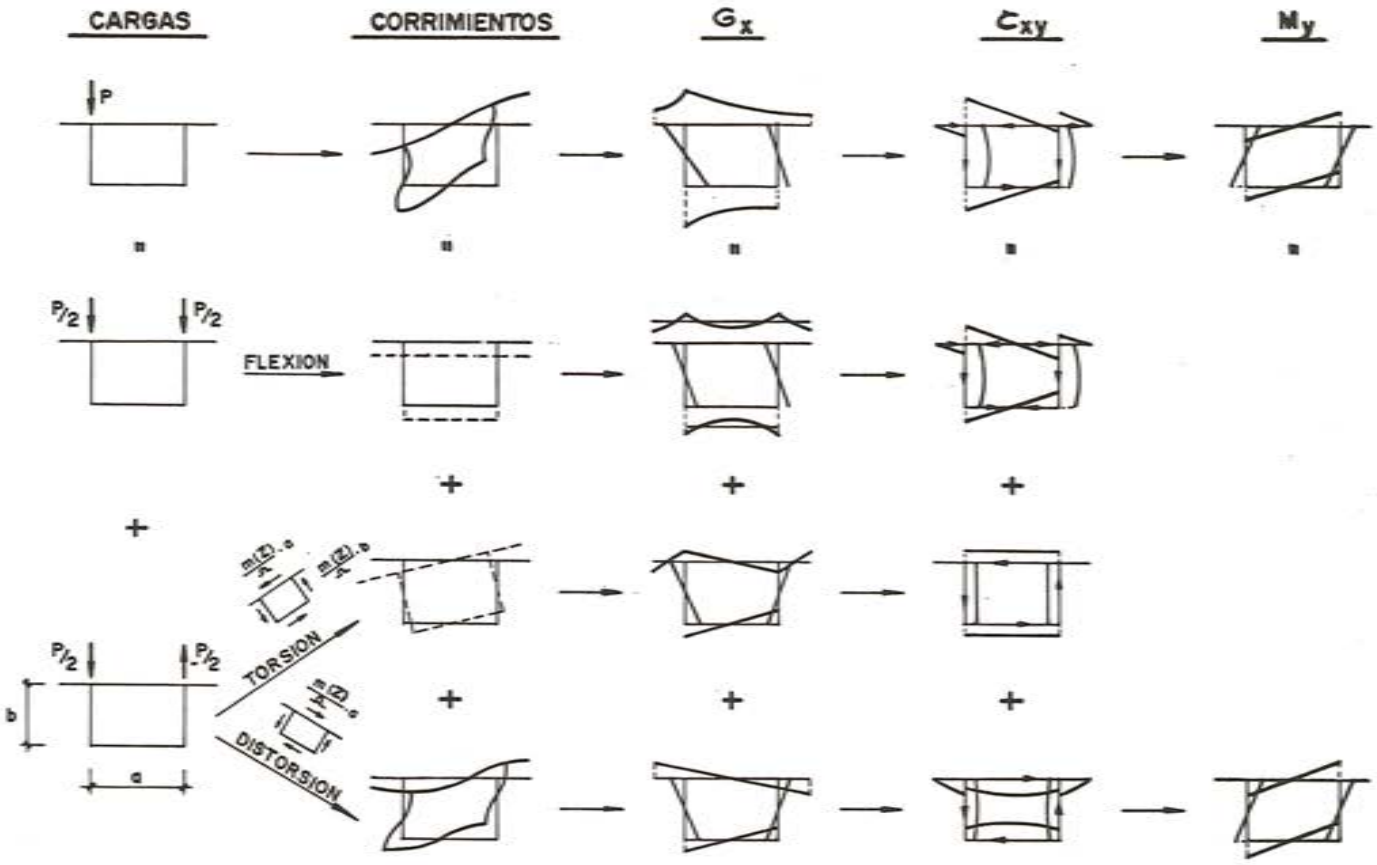
Para conocer con precisión el comportamiento resistente de la viga cajón, así como la influencia en su respuesta de cada uno de los parámetros principales que la caracterizan, basta con seguir la evolución, cuantía y distribución de los resultados obtenidos en el método general de cálculo que aquí hemos utilizado: el método de las láminas plegadas. Sin embargo, resulta interesante detenerse previamente en un procedimiento aproximado de análisis, el cual destaca perfectamente los mecanismos que desarrolla la viga cajón para resistir, y que en el método de análisis general quedan englobados en la respuesta total. Estos procedimientos indirectos de aproximarse al comportamiento real son muy útiles para afrontar el diseño con conocimiento de causa.

---

*Véase "Estudio sobre tableros de puentes. Parte I. Tableros de vigas". Javier Manterola: Hormigón y Acero, Núm. 138.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025



CUADRO - 1. Descomposición de la respuesta de una viga cajón ante una carga excentrica.

En el cuadro nº 1 establecemos la respuesta general de la viga cajón, bajo una solicitación excéntrica, como suma de la que se produce bajo carga simétrica y antimétrica.

La carga simétrica da lugar a la flexión general de la viga. La carga antimétrica producirá dos estados diferentes: la torsión general y la distorsión de la viga cajón.

En lugar de establecer este análisis para un caso general, vamos a utilizar el caso particular de la viga que aparece en la figura 1, con el fin de poder comparar resultados cuantificados.

1.1. Flexión general de la viga

Si consideramos que la sección transversal del cajón es indeformable, cosa que es perfectamente válida para esta hipótesis de carga, y utilizamos para su análisis la teoría elemental de las vigas, los resultados que obtendremos en corrimientos, tensiones longitudinales y tangenciales, los representamos en la figura 1.1.

Sin embargo, en la teoría elemental de la viga no se tiene en cuenta la deformación por esfuerzo cortante de las losas que constituyen el cajón. En el caso de que las consideremos, el estado tensional longitudinal cambia al representado en la figura 1.1.b2.

1.2 Torsión general de la viga

Si seguimos considerando la sección transversal del cajón como indeformable, la teoría elemental de la viga determina que, ante la solicitación excéntrica, se produce únicamente un estado de tensiones tangenciales de St. Venant, cuya distribución en la sección transversal se representa en la figura 1.2.e.

Sin embargo, éste no es el comportamiento real de una sección cajón indeformable solicitada bajo un par torsor. De hecho, al girar, se produce el alabeo de la sección transversal del cajón. En el caso de que este alabeo esté coaccionado, ya sea por la vinculación en los extremos de la viga (caso que no es el nuestro), o por el hecho de que el momento torsor no es constante a lo largo de la viga (que sí es nuestro caso), se produce un mecanismo de resistencia más complicado que el que reproduce el mecanismo simple de torsión de St. Venant. La teoría del alabeo torsional estudia cumplidamente este mecanismo; y su desarrollo puede seguirse en la publicación "La sección abierta y cerrada bajo solicitación excéntrica"*.

Según esta teoría, se desarrollan dos mecanismos de resistencia para hacer frente a la solicitación torsora: el citado mecanismo de torsión de St. Venant y un estado de flexión antimétrica.

Esta flexión ocasiona un estado de tensiones longitudinales, σ_x, figura 1.2.b, que vienen gobernadas, a lo largo de la viga, por el bi-momento B (x), figura 1.2.c, y por la distribución de coordenadas sectoriales en la sección transversal.

En la figura 1.2.d se representa qué parte de la solicitación torsora exterior es resistido por torsión de St. Venant, Hd (x), y qué parte por la flexión antimétrica de la viga, Hw(x).

La cuantía de las tensiones longitudinales, σ_x, es generalmente pequeña y además su extensión a lo largo de la viga también lo es. Por esta razón muchas veces se desprecia. Unicamente conviene tenerla en cuenta en el caso de cajones con gran relación ancho/luz.

* "La sección abierta y cerrada bajo solicitación excéntrica". Javier Manterola. Monografía nº 15 de la Agrupación de Fabricantes de Cemento de España.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

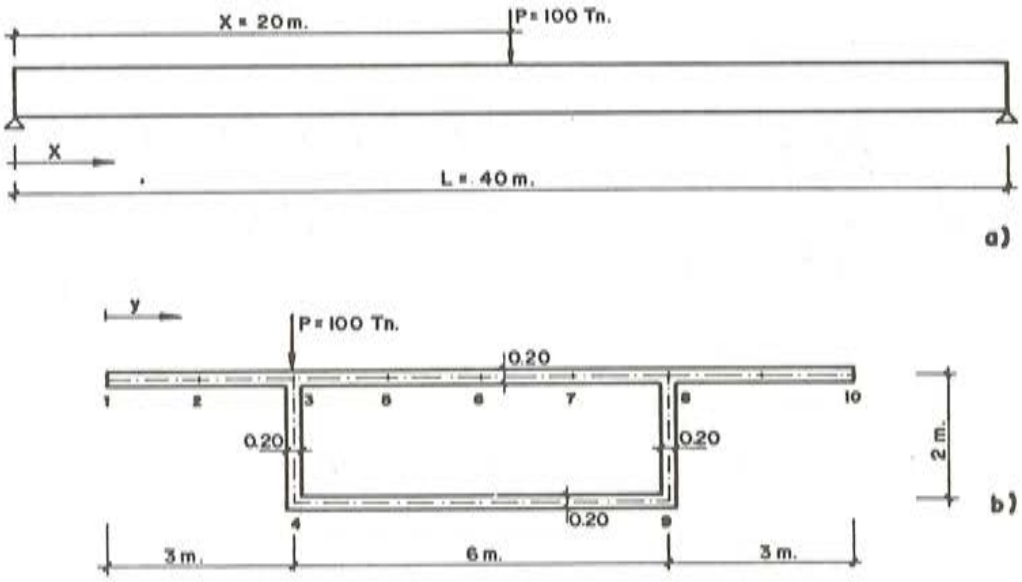


Fig. 1

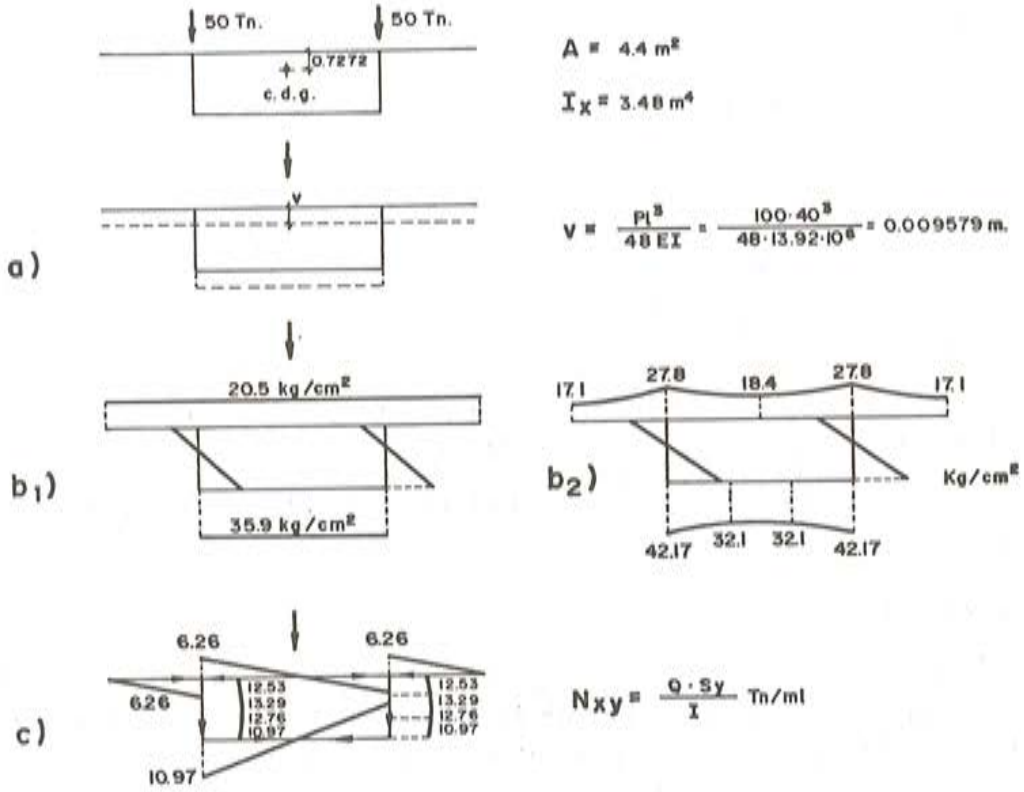


Fig. 1.1. Flexión general de la viga. a) Corrimientos verticales; b1) Tensiones σ_x (sin tener en cuenta las deformaciones por esfuerzo cortante); b2) Tensiones σ_x (teniendo en cuenta las deformaciones por esfuerzo cortante; c) Flujo de tensiones tangenciales. Todos los resultados se presentan para el centro de la luz: x = = 20 m.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

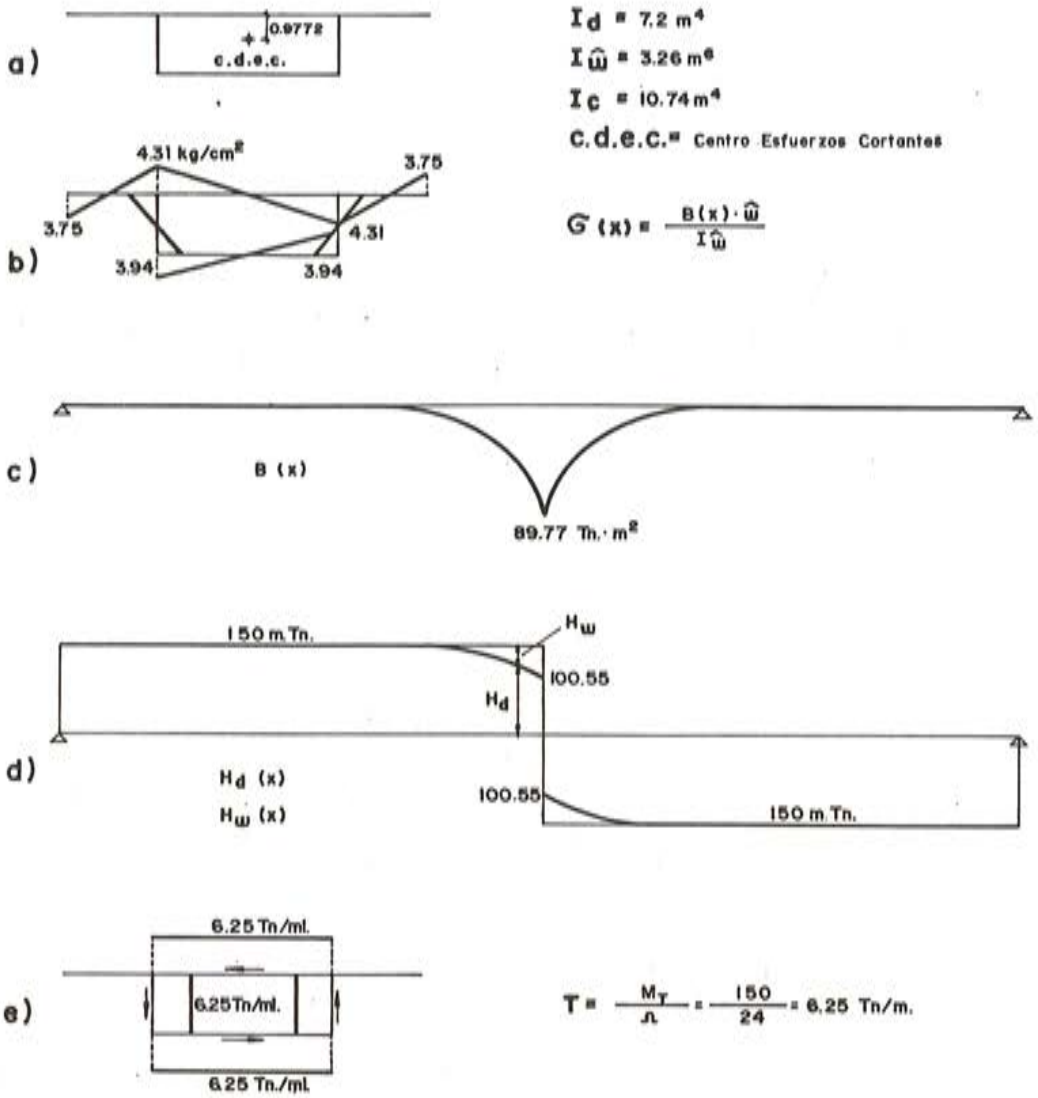


Fig. 1.2. Alabeo torsional. a) Características de la viga; b) Distribución de las tensiones σ_x, para x = 20 m. c) Distribución del bi-momento B (x) a lo largo de la luz; d) Distribución de los momentos torsores resisti - dos por torsión de St. Venant, Hd, y por flexión antimétrica, Hw (x); e) Flujo de tensiones tangenciales de St. Venant.

1.3 Distorsión

Hasta ahora, tanto en la flexión como en la torsión general de la viga, hemos supuesto que la sección transversal del cajón es indeformable. La distorsión viene a recoger el efecto producido por la deformabilidad de la sección transversal de la viga cajón.

Ante una deformación transversal como la de la distorsión, ocasionada por unas fuerzas exteriores de resultante y momento nulo (resultante recogida por la flexión general y momento recogido por la torsión general) se producen dos mecanismos de resistencia (Figura 1.3.a).

El primero está constituido por la flexión, en su plano, de cada una de las caras que constituyen la viga cajón. Es la producida por los corrimientos δ_1 en la cara superior δ_2 en las verticales y δ_3 en la inferior. Esta flexión produce un estado tensional longitudinal, σ_x, representado en la figura 1.3.b1.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

El segundo está constituido por la rigidez a flexión que como marco transversal tiene la sección.

Es claro que si los vértices del cajón estuviesen articulados, el único mecanismo que se opondría a la deformación transversal del cajón sería la rigidez en su plano de cada una de las cuatro losas que lo constituyen; y la deformación de la sección sería muy grande, así como el estado tensional σ_x.

Por el contrario, si el marco fuese muy rígido, lo que se consigue dando un gran espesor a las paredes, o lo que es más eficaz, introduciendo vigas riostras transversales, la deformabilidad transversal del cajón sería nula, lo mismo que los corrimientos δ; y por tanto desaparecería el efecto de la flexión en su plano de cada una de las caras del cajón, o, lo que es lo mismo, las tensiones σ_x serían nulas.

En realidad, ni las vigas cajón tienen rigidez infinita en su consideración como marco transversal ni las esquinas del cajón están articuladas. De hecho, se producirán unos ciertos corrimientos δ, relacionados entre sí y con la distorsión representada por el ángulo $\gamma = \alpha + \beta$, (figura 1.3.a). Se producirá un determinado estado de flexión longitudinal y unos determinados momentos flectores transversales (figura 1.3.b2).

La teoría que gobierna este fenómeno es el símil de la viga sobre fundación elástica. Según esta teoría, la viga cajón se comporta como una viga, cuya inercia es una combinación de las inercias en su plano de cada una de las placas que constituyen el cajón, la cual se apoya sobre un conjunto de muelles elásticos, que no son sino el reflejo de la rigidez que tiene el marco de la sección transversal a deformarse en su plano.

En el caso de que existan vigas riostras intermedias, éstas se representan, en el símil citado, como muelles de rigidez infinita.

Se comprende después de este símil que cuanto más delgadas sean las paredes del cajón, el marco transversal será más flexible y por tanto los muelles más elásticos. De la carga ficticia que se utiliza para la cuantificación del fenómeno, la mayor parte se la llevará la viga por flexión; y por tanto el estado tensional, σ_x, será alto.

De la misma manera, cuanto más pequeña sea la relación ancho-luz de la viga cajón, menor será la rigidez de cada una de las placas en su plano y, por tanto, la de la viga elástica sustentada por los muelles. La mayor parte de la carga ficticia se la lleva la fundación elástica, sin producirse estado tensional longitudinal.

Para el caso particular que estamos analizando, la distorsión da los valores que aparecen en la figura 1.3.

Como se ve en las figuras 1.3.d y 1.3.e, el efecto de la distorsión se extiende a mucha mayor longitud de viga que el del alabeo torsional; y su efecto en tensiones σ_x es mucho más intenso.

1.4 Conclusiones

La respuesta total del cajón ante la sobrecarga excéntrica es la suma de los tres estados anteriores: la flexión y la torsión general y la distorsión. Si establecemos la suma de las tensiones longitudinales, σ_x, en el centro de la luz y la comparamos con la que aparece en la figura 2.2.a, obtenida por el método de las láminas plegadas, con 99 armónicos, tendremos la figura 1.4, de donde se puede deducir que la diferencia entre las tensiones longitudinales no llega al 10%. Unicamente en la parte superior del alma cargada, la diferencia es mayor; y la razón de ello la encontraremos cuando analicemos en detalle la viga cajón.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

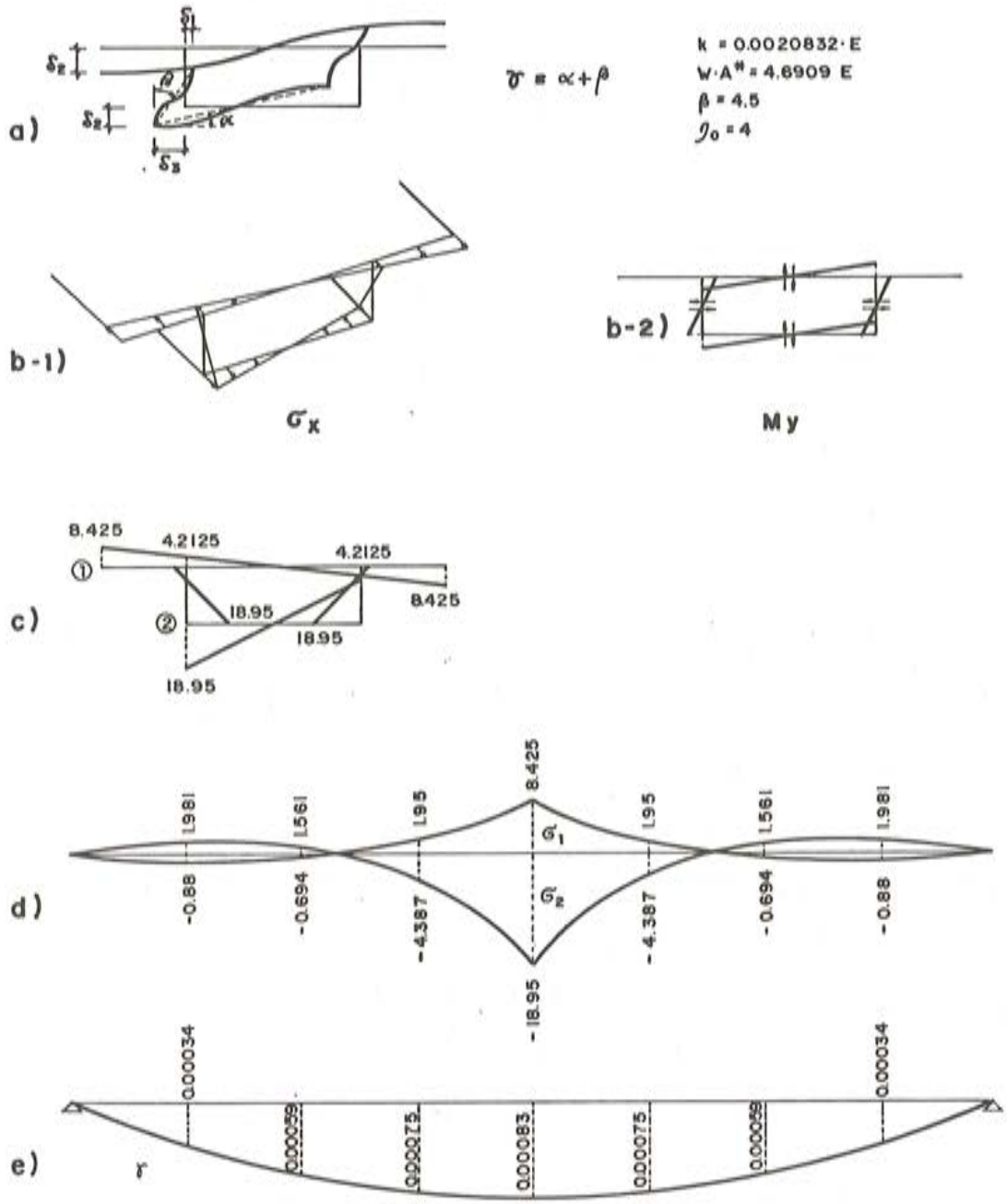


Fig. 1.3. Distorsión. a) Deformación sección transversal, y características; b1) y c) Distribución de tensiones σ_x, para x = 20 m; b2) Ley de momentos flectores transversales; d) Distribución, a lo largo de la luz de, σ_x en las fibras 1 y 2; e) Distribución de la distorsión γ a lo largo de la luz.

De este estudio se deduce que son tres los factores que separan el comportamiento real del ideal, que sería el obtenido por la flexión elemental de las vigas:

1º) Deformación por esfuerzo cortante de las losas que constituyen el cajón, en la flexión general de la viga; lo que produce un incremento de las tensiones longitudinales de (véanse figuras 1.1.b y 1.1.b_2):

$$\frac{27{,}8}{20{,}5} = 1{,}35, \text{ en la fibra superior, y de}$$

$$\frac{42{,}17}{35{,}90} = 1{,}17, \text{ en la inferior, del alma cargada.}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

2º) Alabeo torsional.

El incremento de tensiones es de (véase figura 1.2.b):

$\frac{4,31}{20,5} = 0,21$, en la fibra superior, y de

$\frac{3,94}{35,9} = 0,11$, en la inferior.

3º) Distorsión.

En este caso, el incremento de tensiones, sobre las que produce la teoría elemental de la viga, es de (véase figura 1.3.c):

$\frac{4,2125}{20,5} = 0,205$, en la fibra superior, y de

$\frac{18,95}{35,9} = 0,5278$, en la inferior.

En el estudio de la distorsión por el método de la viga sobre fundación elástica, no se ha considerado la deformación por esfuerzo cortante, efecto que viene a incrementar, en una pequeña parte, estas diferencias.

Si se suman los tres efectos, veremos que el comportamiento real se separa del de la teoría elemental de la flexión, en un 77% en la fibra superior y en un 81% en la inferior, del alma directamente cargada.

Según estos resultados deberíamos concluir que una viga cajón se comporta bastante mal ante el efecto de las sobrecargas descentradas y que poderla considerar como tal viga es excesivo. Sin embargo, es necesario establecer las siguientes consideraciones:

1) Las vigas cajón que normalmente se utilizan en puentes, no son tan ideales como la que aquí se ha calculado, ya que las paredes suelen tener espesor variable, con lo que se incrementa su rigidez a la distorsión y se reduce la deformación por esfuerzo cortante.

2) El efecto de la carga puntual es bastante local y sólo afecta, en la cuantía que hemos citado, a las inmediaciones de la carga, amortiguándose rápidamente su efecto cuando nos separamos un poco de la zona cargada.

3) De la carga total que solicita la viga cajón, sólo una pequeña parte corresponde a cargas concentradas. Como veremos, las cargas uniformemente repartidas a lo largo de la luz del cajón, aunque tengan gran excentricidad, producen unos efectos mucho menores.

De todo este proceso se destacan sobre los demás los siguientes parámetros significativos:

1º) La relación ancho-luz. Para puentes anchos y de poca luz, los efectos del alabeo torsional, la distorsión y la deformación por esfuerzo cortante, producen unas desviaciones muy importantes sobre el comportamiento ideal de la viga cajón. Por el contrario, para puentes largos y estrechos, estas desviaciones se reducen mucho.

2º) La rigidez transversal de la viga cajón. Cuanto mayor sea ésta, más reducidos serán los efectos perturbadores. En el caso límite, se deberán utilizar vigas riostras para eliminar las tensiones longitudinales producidas por la distorsión. Este es el caso de puentes muy anchos con grandes voladizos transversales.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

3º) Una distribución adecuada del material de la sección transversal, con concentración de la masa hacia las almas, reducirá los efectos producidos por la deformación por esfuerzo cortante.

Intentar acortar la influencia de estos tres parámetros significativos es uno de los objetos de este trabajo, después de analizar más en profundidad la respuesta de la viga cajón.

2. COMPORTAMIENTO DE LA VIGA CAJON CON ALMAS VERTICALES

Para analizar el comportamiento resistente de este tipo de viga cajón, vamos a utilizar el modelo de viga representado en la figura 1 y que ya hemos analizado en el método aproximado. Estudiaremos, en primer lugar, la respuesta ante cargas puntuales y, seguidamente, bajo cargas uniformemente repartidas.

El método de análisis utilizado es el de las láminas plegadas, con 99 armónicos.

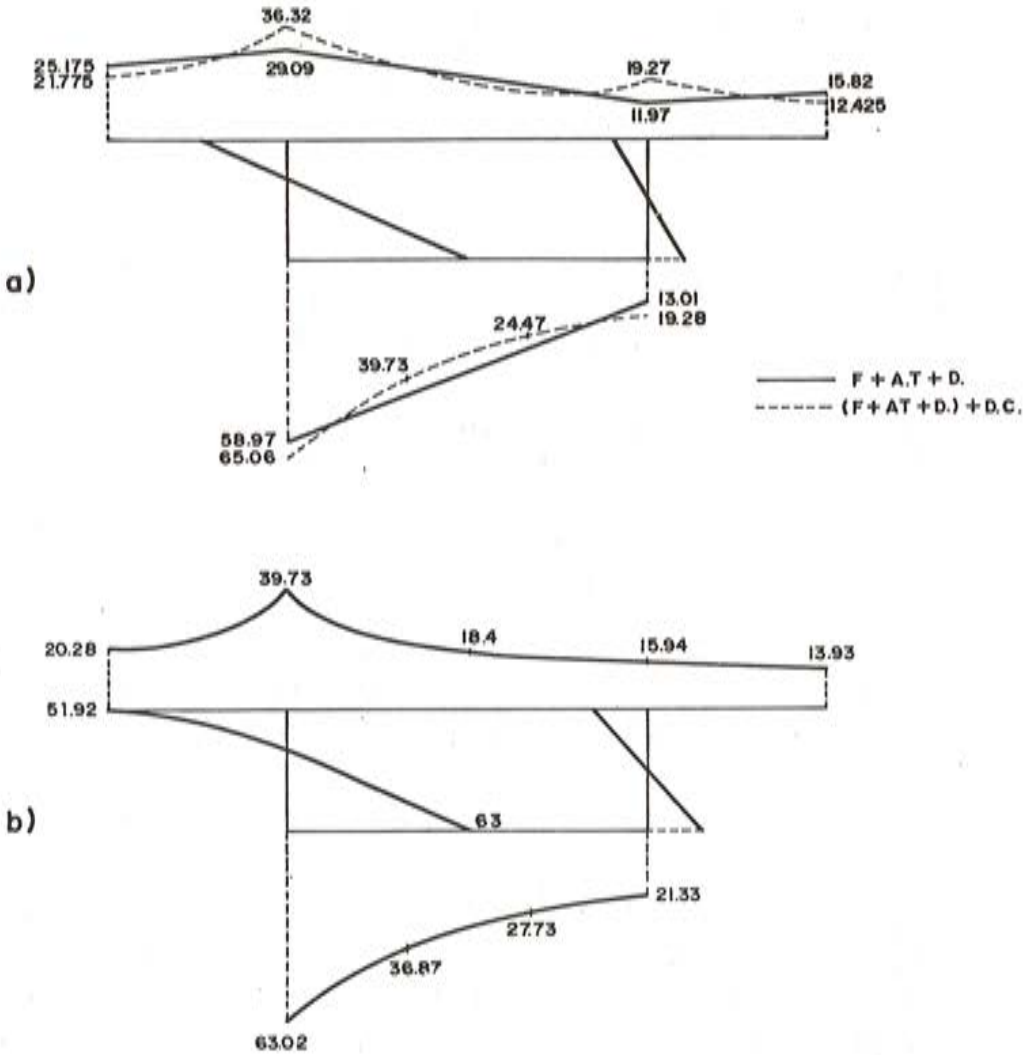


Fig. 1.4. Comparación de σ_x por el método aproximado y el método de las láminas plegadas.
a) Estado tensional por el método aproximado: flexión, torsión y distorsión (línea continua, sin tener en cuenta la deformación por esfuerzo cortante de las losas; línea punteada, teniendo en cuenta la deformación por esfuerzo cortante).
b) Estado tensional por el método de las láminas plegadas, con 99 armónicos.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

2.1 Respuesta ante las cargas puntuales

Examinaremos en primer lugar la respuesta de la viga cajón solicitada bajo una carga puntual de 100 t, situada sobre el alma izquierda de la viga y en el centro de la luz. Esta carga es la misma que la utilizada en el método de cálculo aproximado.

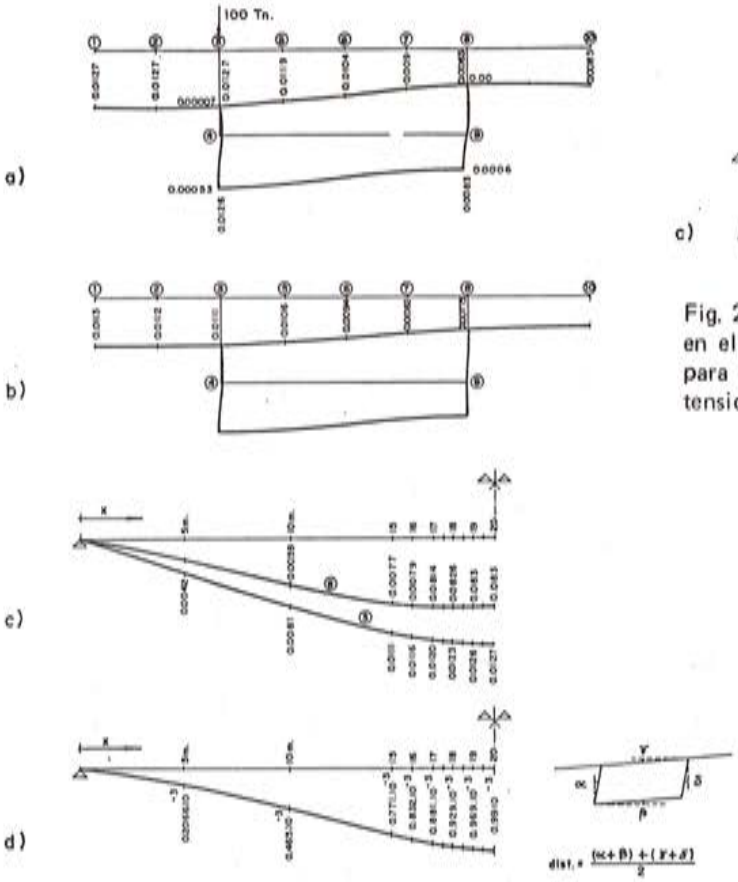


Fig. 2.1. Corrimientos. a) Corrimientos para x = 20 m; b) Corrimientos para x = 15 m; c) Distribución de flechas de los nudos 3 y 8 a lo largo de la luz; d) Distribución de la distorsión a lo largo de la luz.

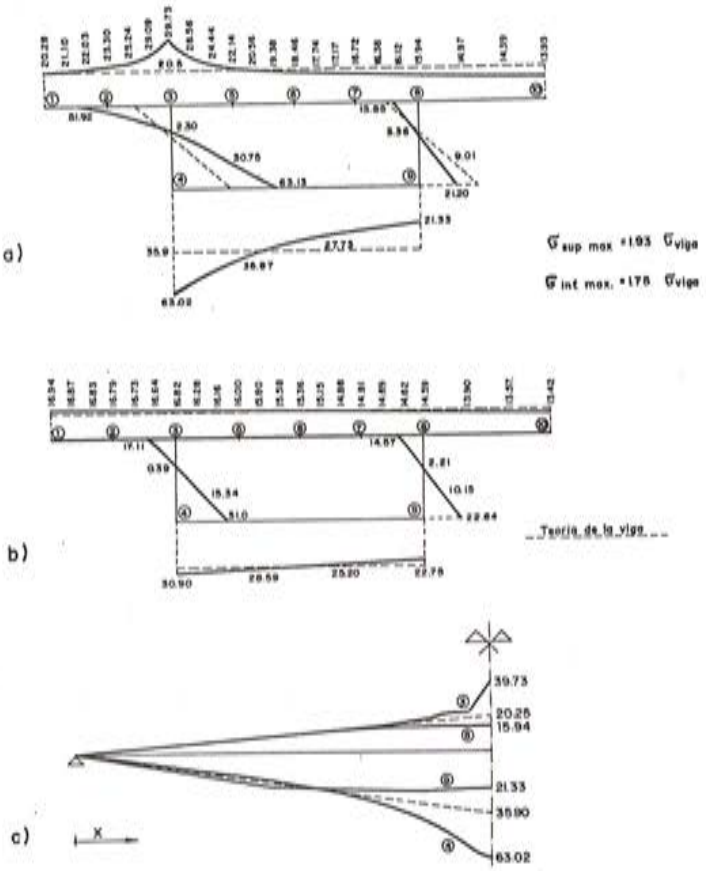


Fig. 2.2. Tensiones longitudinales σ_x. a) Distribución de σ_x en el centro de la luz (x = 20 m.); b) Distribución de σ_x para x = 15 m; c) Distribución a lo largo de la luz de las tensiones σ_x en los nudos 3, 4, 8 y 9.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

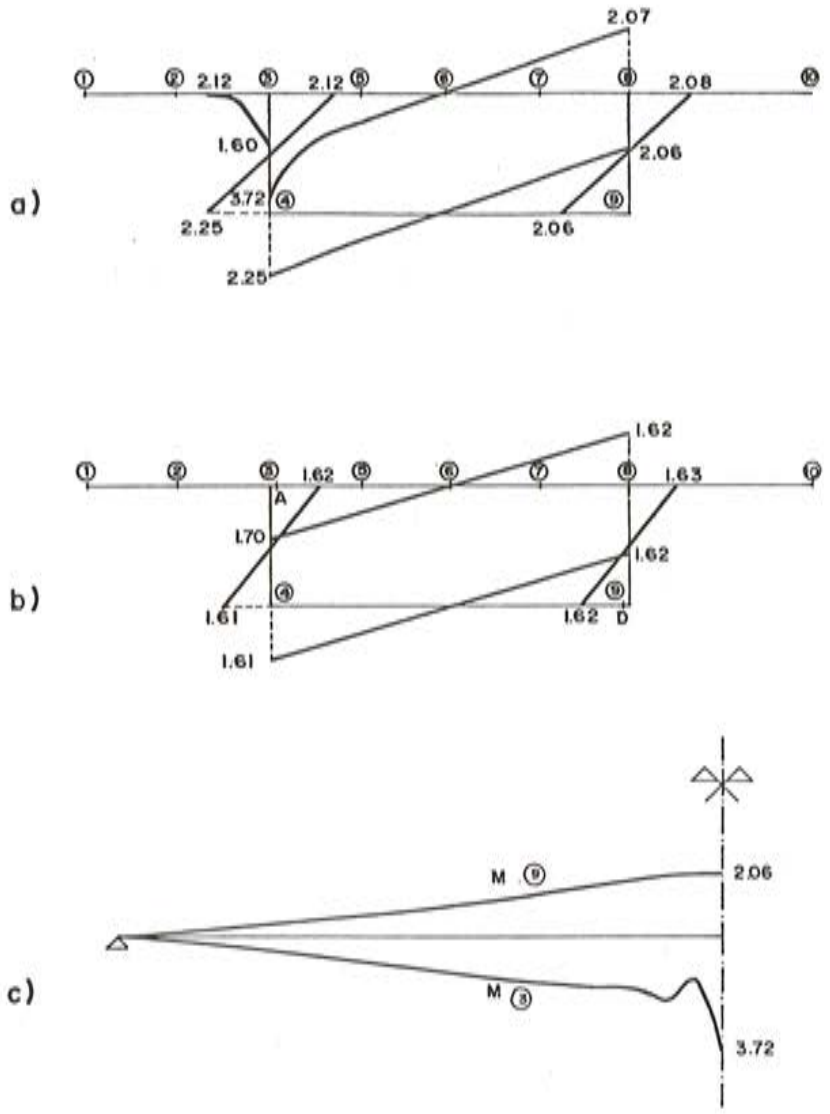


Fig. 2.3. Momentos flectores transversales, My. a) Momentos flectores en la sección central, x = 20 m; b) Momentos flectores para x = 15 m; c) Distribución a lo largo de la luz de los momentos M_y en los nudos 3 y 9.

La distribución de corrimientos se representa en la figura 2.1, la de tensiones longitudinales en la figura 2.2 y la de los momentos flectores transversales en la figura 2.3.

Lo primero que puede apreciarse en la distribución de las tensiones longitudinales es el fuerte efecto perturbador en la zona situada bajo la carga (figura 2.2.c). Como se ve, las tensiones reales se separan fuertemente de las teóricas dadas por la teoría de la viga en dicha zona, obteniéndose valores hasta un 93% superiores en la fibra 3. Sin embargo, a sólo 5 m de distancia de la carga, las diferencias entre ambas teorías es insignificante (figura 2.2.b).

De la misma manera, este incremento de tensiones tan importante se reduce mucho si en lugar de utilizar una carga absolutamente puntual, cargamos con la carga más real del tanque de 60 t de la Instrucción de cargas de los puentes de carreteras. En este caso, el incremento de tensiones longitudinales es del 34%, en el mismo punto 3. Esta reducción se debe al hecho de que la cuantía de las tensiones se reduce muy bruscamente en cuanto nos se-

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

paramos del punto exacto de la carga; lo que hace el vehículo de la Instrucción, que divide las 60 t en seis cargas de 10 t, separadas entre sí 1,5 y 2 m.

En la figura 2.3 representamos los momentos flectores transversales, en la sección transversal, debidos a la carga puntual de 100 t. Según la teoría de la distorsión que hemos visto en 1.3, la flexión transversal del cajón sigue una curva homotética a la de los corrimientos de distorsión. Esto se aprecia claramente en los momentos flectores, M_y, del punto 9 de la sección transversal. Sin embargo, los momentos flectores transversales en el punto 3, bajo la carga, se diferencian bastante de los obtenidos por la teoría de la distorsión. Esto se puede deber a dos hechos: 1º, a que el análisis con 99 armónicos no es capaz de producir más precisión; 2º, a que esta teoría, al tener en cuenta todo tipo de deformación en esta zona, cosa que no hace el método aproximado, determina con mucha más precisión el efecto local.

2.1.1 Distribución de las tensiones tangenciales, τ_{xy}

La distribución de las tensiones tangenciales, τ_{xy}, y de los esfuerzos cortantes, N_{xy}, la representamos en las figuras 2.4 y 2.5. La primera consecuencia que se puede sacar de estas figuras es la fuerte concentración de las tensiones tangenciales en las proximidades de la carga y sobre todo en la losa superior, que las separa radicalmente de las obtenidas en la teoría de la viga.

También en el alma de la viga situada bajo la carga, la distribución de tensiones tangenciales se separa mucho de la habitual en las vigas. Este hecho se debe a que la misión de las tensiones tangenciales, en esta zona, es repartir el efecto de la carga puntual en el cuerpo del alma. Esto se ve muy bien en la figura 2.6.b, donde se representa la distribución de los axiles, N_y, en el alma. La parte superior del alma está muy solicitada a cortante y las tensiones se reducen sensiblemente en la parte inferior. Esto mismo se refleja en la figura 2.4.c.

Esta enorme perturbación que introduce la carga puntual en las tensiones tangenciales, se disipa rápidamente cuando nos alejamos de dicha zona. A sólo dos metros de la carga, las tensiones tangenciales se parecen mucho a las normales correspondientes al cortante y la torsión de la viga, y a cinco metros, la distribución de tensiones tangenciales son prácticamente lineales e iguales a las que proporciona la teoría de la viga. En la figura 2.4.c se representa la distribución longitudinal de las τ_{xy} en las fibras de la sección transversal; y en ella se comprueba esta afirmación.

2.1.2 Distribución de tensiones σ_y, en la viga

Son varias las causas de aparición de tensiones axiles en la sección transversal, normales al eje del puente.

2.1.2.1. En primer lugar, tenemos las correspondientes a la actuación directa de la carga puntual. En la figura 2.6.b se representan los esfuerzos N_y a lo largo de tres fibras, en el alma directamente cargada, y bajo la carga. Como se ve, la tensión se reduce rápidamente en profundidad, extendiendo su efecto en el alma y transmitiéndose a lo largo de ella por el esfuerzo cortante.

2.1.2.2. En segundo lugar, tenemos las tensiones correspondientes a la deformación por distorsión de la sección transversal, la cual, como hemos visto, determina una flexión transversal de la misma, con la consiguiente aparición de esfuerzos cortantes y axiles para equilibrar los nudos. En la losa superior (figuras 2.6.a y 2.6.c), aparece claramente una concentración de estos esfuerzos en las proximidades de actuación de la carga.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

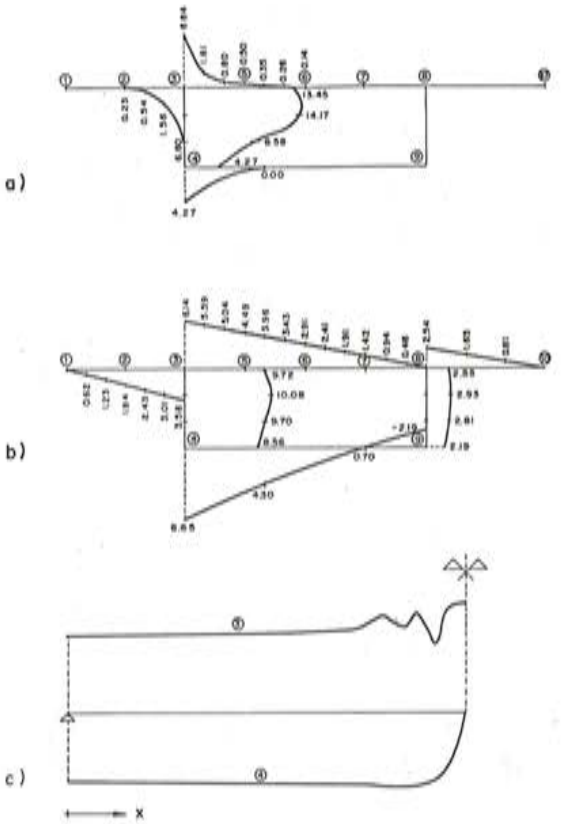


Fig. 2.4. Tensiones tangenciales τ_{xy}. a) Distribución de τ_{xy} en la sección de x = 19,5 m; b) Distribución de τ_{xy} en la sección transversal para x = 10 m; c) Distribución, a lo largo de la luz, de τ_{xy} en los nudos 3 y 4.

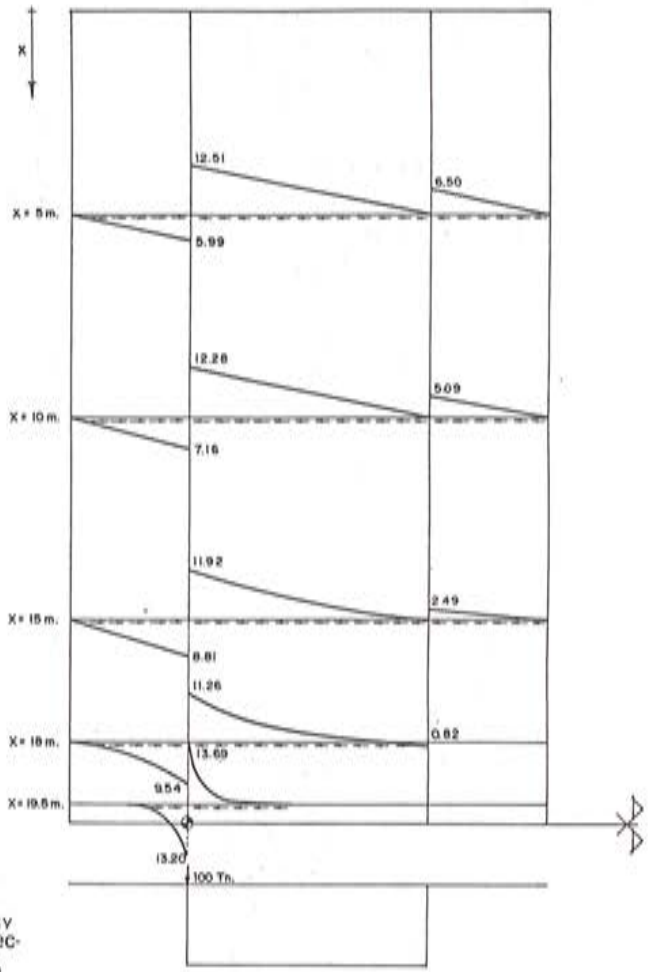


Fig. 2.5. Distribución de los esfuerzos cortantes, N_{xy}, en la losa superior.

2.1.2.3. Por último, tenemos las correspondientes a la variación de los esfuerzos cortantes a lo largo de las losas que constituyen el cajón. En el caso de actuación de una carga simétrica, la determinación de estos axiles transversales es muy simple. Supongamos un elemento diferencial de viga cajón, cortado por el eje longitudinal del puente (figura 2.7).

Si elegimos un elemento de la losa inferior, tenemos que el esfuerzo cortante T_1 en un punto es:

$$T_1 = \frac{Q \cdot S_y}{I} \; ; \; dT_1 = dQ \cdot \frac{S_y}{I} = P \cdot \frac{S_y}{I}$$

Es decir, por ejemplo, en cada elemento, dy, de la losa inferior existe un desequilibrio de fuerzas en dirección "y", cuyo valor es P. S_y/I; donde P es la solicitación por metro lineal, S_y es el momento estático en el punto considerado e I el momento de inercia de la sección. La integración de este valor a lo largo de "y", nos proporciona el valor de T, cuyo máximo se encuentra en el eje longitudinal del puente y su cuantía es:

$$T_{máx.} = \frac{P \cdot v' \cdot e \cdot b^2}{8 \cdot I}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

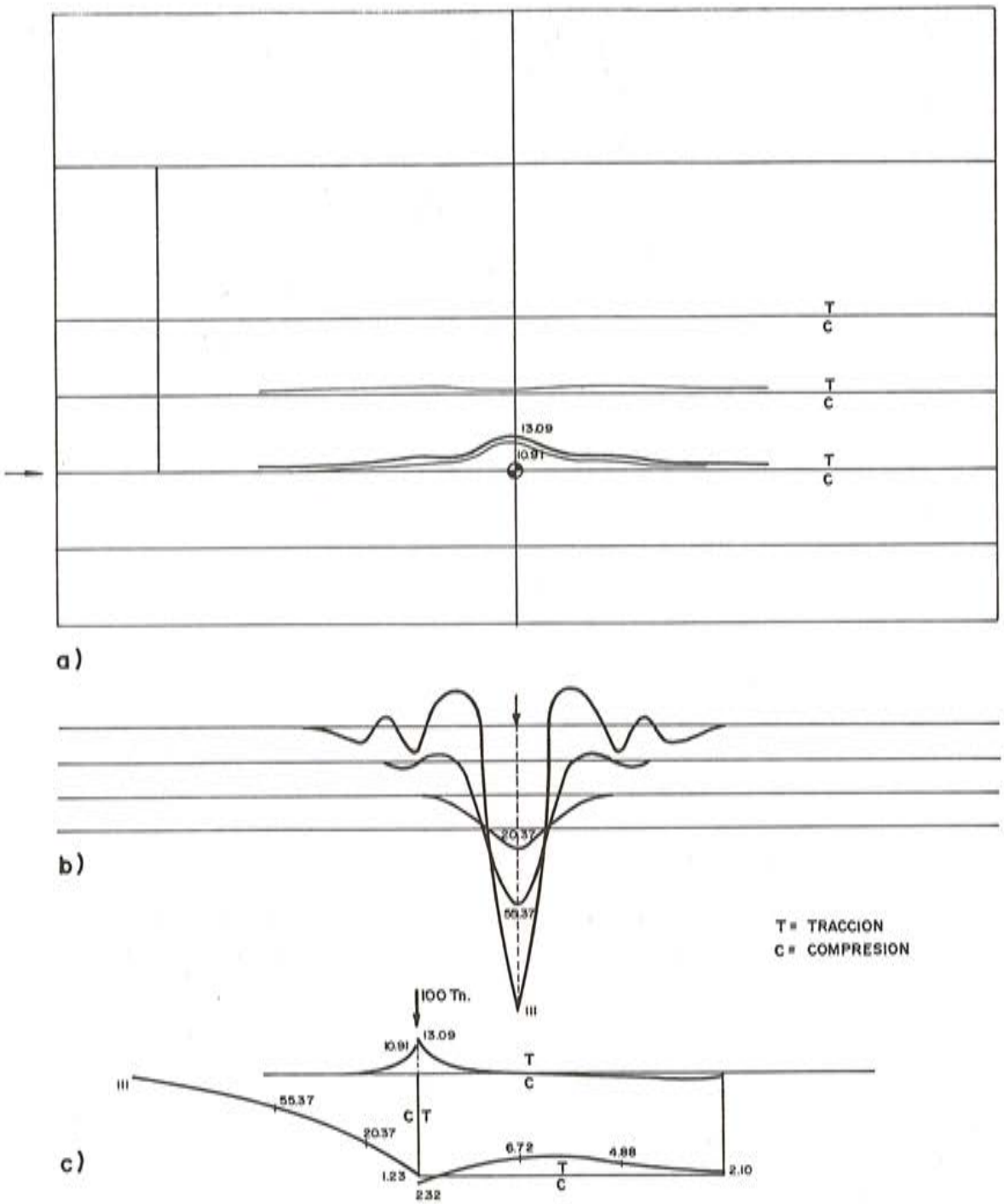


Fig. 2.6. Esfuerzos axiles transversales N_y. a) Distribución, en la losa superior, de N_y; b) Distribución de N_y en el alma cargada; c) Distribución de N_y en la sección cargada (x = 20 m.).

donde v' es la distancia del eje de la losa inferior al centro de gravedad de la sección; e es el espesor de dicha losa, y b es el ancho de la losa inferior.

La distribución de la tensión a lo largo del ancho de las losas es parabólica, como corresponde a un incremento de carga lineal. En el caso de acción simétrica sobre la sección, las tensiones en cara superior son de compresión, y de tracción en cara inferior.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

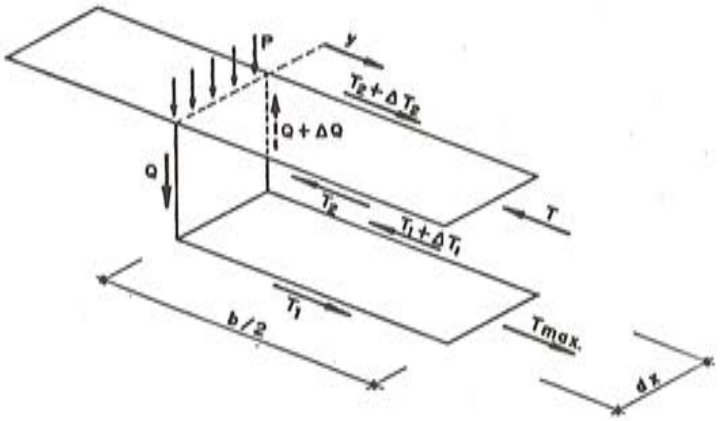


Fig. 2.7.

En nuestro caso de carga, la distribución de tensiones no es en absoluto parabólica, en las inmediaciones de la carga; y su cuantía hay que obtenerla en función del equilibrio transversal de las losas superior e inferior.

En la figura 2.6.c se observa la variación de la tensión, en cara superior e inferior, en la sección central del puente.

2.1.3 Influencia en los esfuerzos y deformaciones, de la variación de la situación de la carga en la losa superior

Cuando varía la situación de la carga en la sección transversal, la cuantía de las tensiones, esfuerzos y deformaciones experimenta cambios importantes.

2.1.3.1 Variación en las tensiones, σ_x

En la figura 2.8.b representamos las líneas de influencia de tensiones σ_x, en los puntos A y B, cuando la carga de 100 t se pasea por la losa superior. Como se puede observar, el valor máximo de σ_x se obtiene precisamente cuando la carga se sitúa sobre el alma, disminuyendo su valor cuando se aleja de ella. Este efecto se explica con claridad si observamos la figura 2.8.a, donde se presenta la distribución de Q_y a lo largo de la línea 3 en sentido longitudinal.

Cuando la carga está separada del alma, la carga puntual se reparte sobre la línea 3 como consecuencia del reparto que le proporciona la flexión de la losa superior y su concentración se reduce.

La distribución de la distorsión de la sección central, experimenta una reducción similar (figura 2.8.d) y lo mismo pasa, aunque en menor medida, con el resto de las secciones (figura 2.8.c).

Cuando la carga está centrada, la distorsión desaparece y, sin embargo, las tensiones longitudinales en A y B (figura 2.8.b) no se hacen iguales a las correspondientes a la teoría de la viga (22,81 kg/cm² contra 20,08 kg/cm², en A, y 39,58 kg/cm² contra 36,5 kg/cm², en B) debido a la deformación por esfuerzo cortante de la losa superior.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

2.1.3.2 *Variación de los momentos, M_y*

Cuando la carga se mueve en la sección transversal, los momentos flectores transversales provienen de dos causas: la distorsión de la sección, cuya variación hemos visto en la figura 2.8.d, y la flexión transversal propia del marco por la actuación directa de la carga.

Las líneas de influencia de estos momentos flectores, en diferentes puntos de la sección transversal, se observa en la figura 2.9. Estas líneas de influencia se parecen bastante a las correspondientes a suponer que el marco está apoyado en la parte inferior de las almas; y su diferencia se encuentra, precisamente, en los momentos introducidos por la distorsión.

En estas leyes de momentos se observa la diferencia de cuantías que existen en los puntos D y E del alma. Esto ha conducido a un dimensionamiento de las sección cajón, principalmente en la zona de influencia de la tecnología germana, tendente a realizar almas de espesor variable, decreciendo de arriba a abajo (figura 2.10).

A esta tendencia ayuda el hecho de que las tensiones tangenciales en la parte superior del alma son mayores que en la parte inferior, como se ha visto en las figuras 2.4.a y 2.5.

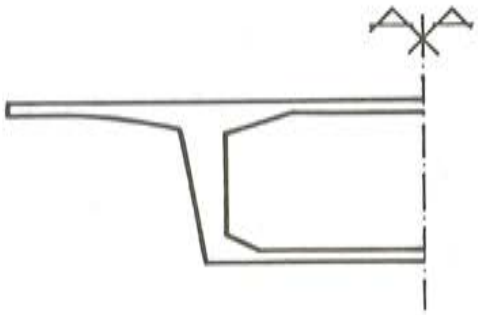


Fig. 2.10.

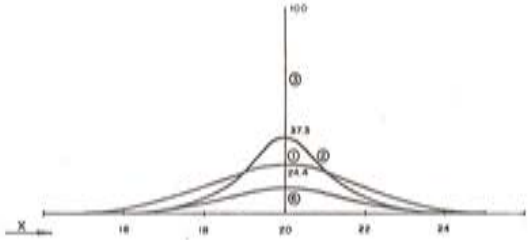


Fig. 2.8.a. Distribución de cortantes, Q_y, a lo largo de la línea 3, para carga situada en 1, 2, 3 y 6.

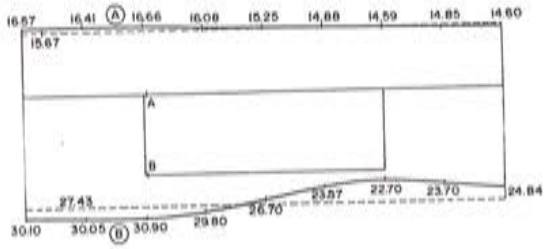


Fig. 2.8.c. Línea de influencia de tensiones longitudinales, en A y B, para x = 15 m, cuando una carga de 100 t se desplaza de un lado a otro de la sección central.

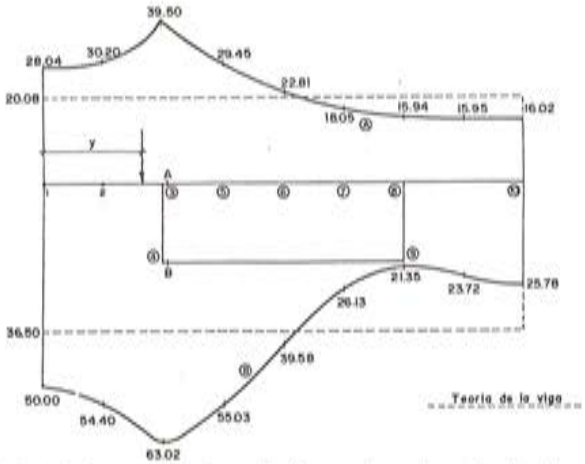


Fig. 2.8.b. Líneas de influencia de tensiones longitudinales, σ_x, en A y B, para x = 20 m, cuando se desplaza una carga puntual de 100 t de uno a otro lado de la sección central.

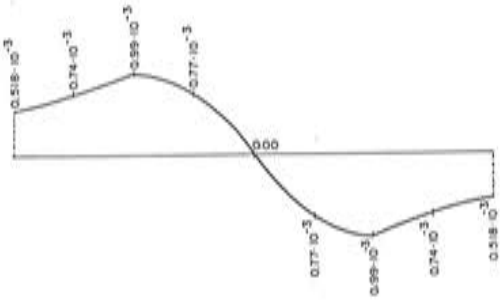


Fig. 2.8.d. Línea de influencia de la distorsión en la sección central, cuando la carga se desplaza transversalmente de un lado a otro de la sección.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

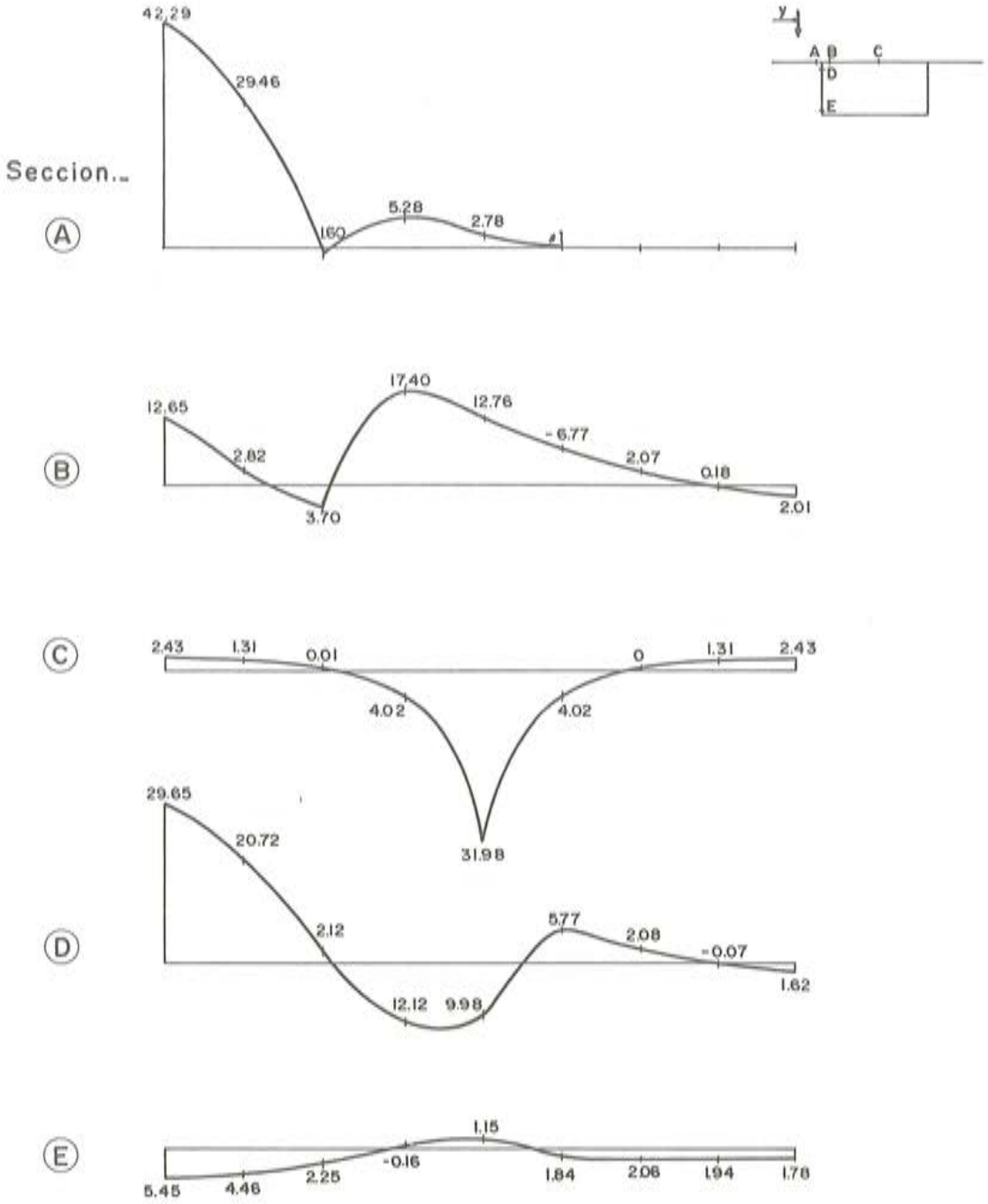


Fig. 2.9. Líneas de influencia de M_y, en x = 20 m, para carga de 100 Tn. moviéndose transversalmente.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

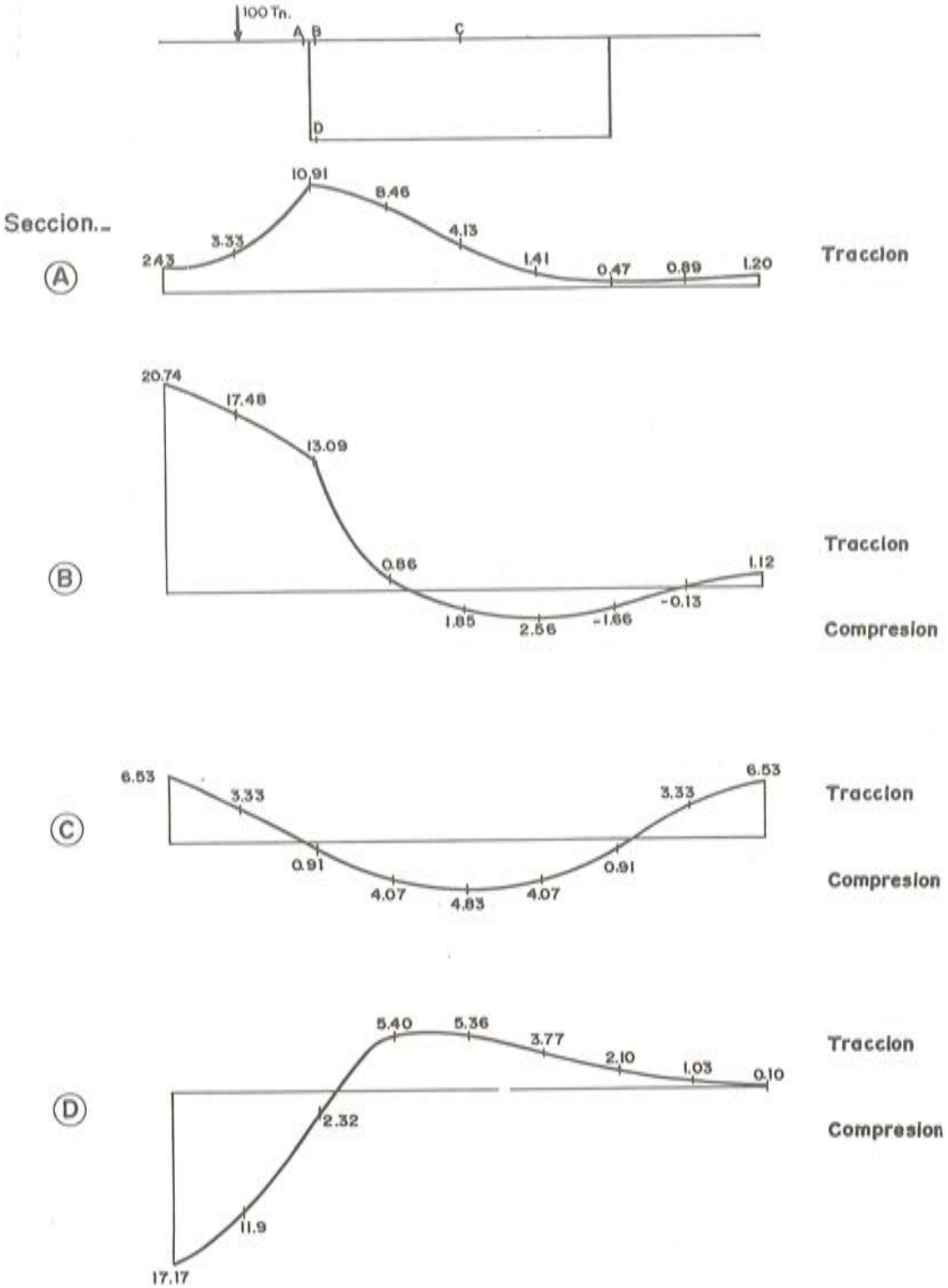


Fig. 2.11. Líneas de influencia de N_y, en la sección x = 20 m, para carga de 100t moviendose transversalmente en dicha sección.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

2.1.3.3 Variación de los esfuerzos, N_y

De la misma manera que para las acciones anteriores, en la figura 2.11se representan las líneas de influencia de los esfuerzos N_y, en distintas secciones del cajón.

2.2 Respuesta de la viga ante cargas repartidas

La viga cajón representada en la figura 1, se ha sometido a varios tipos de sobrecargas, uniformemente repartidas a lo largo de la viga, pero que cubren distintas zonas de la sección transversal. Su valor es 400 kg/m² (figura 2.12).

2.2.1 Corrimientos

En el único tipo de carga que presenta interés el comportamiento de este tipo de vigas es en el 1. Sus corrimientos los representamos en la figura 2.13.

Lo primero que se aprecia es que los corrimientos son similares a los que se producen, bajo una carga puntual, pero con una diferencia importante; la distorsión es del orden de la tercera parte y su ley de distribución a lo largo de la viga más uniforme.

2.2.2 Distribución de σ_x

La distribución de las tensiones longitudinales, σ_x, para esta misma carga y en el centro de la luz, se representa en la figura 2.14.b. En ella se pueden apreciar los dos efectos que separan la distribución de tensiones, de la proporcionada por la teoría de la viga: la distorsión de la sección y la deformación por esfuerzo cortante de las losas.

Sin embargo, debido a que la distorsión es muy pequeña y no existe una concentración de cortantes en ningún punto, las diferencias entre las tensiones longitudinales reales y las de la teoría de la viga son pequeñas (véase figura 2.14):

Punto 3: $\dfrac{\sigma_x \text{ real}}{\sigma_x \text{ viga}} = 1{,}08;$

Punto 4: $\dfrac{\sigma_x \text{ real}}{\sigma_x \text{ viga}} = 1{,}1$

Menor diferencia encontramos en el caso de carga centrada (tipo 2), cuyas tensiones longitudinales representamos en la figura 2.14.a. En este caso no existe distorsión y, por tanto, las únicas desviaciones de las tensiones de la teoría de la viga, se deben a la deformación, por esfuerzo cortante.

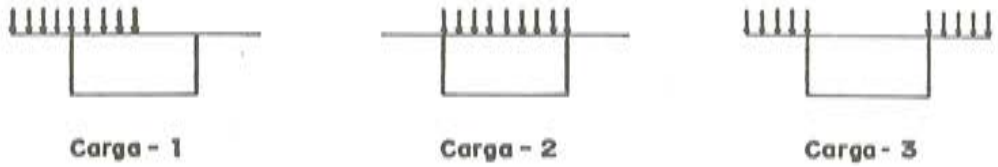


Fig. 2.12.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

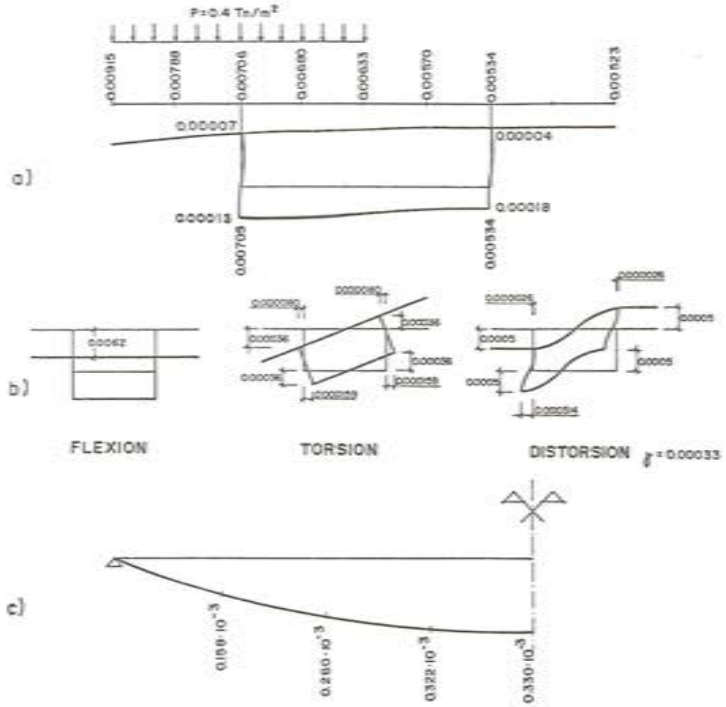


Fig. 2.13. Corrimientos: a) Distribución de los corrimientos en la sección x = 20 m; b) Descomposición de los corrimientos totales de a) en los correspondientes a la flexión, torsión y distorsión; c) Distribución de la distorsión a lo largo de la luz.

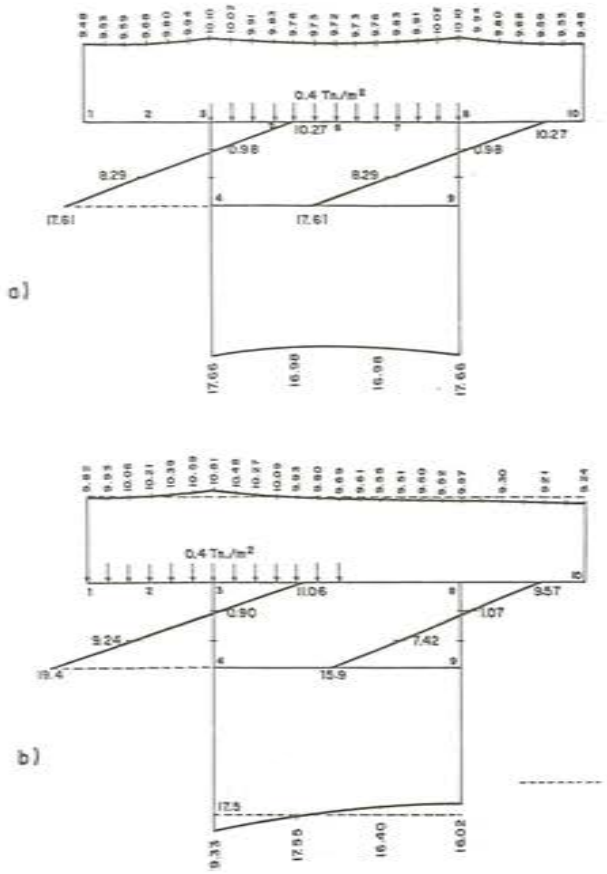


Fig. 2.14. Distribución de tensiones longitudinales para sobrecarga uniformemente repartida (x = 20 m).

2.2.3 Momentos flectores transversales, M_y

La distribución de momentos flectores transversales, M_y, la representamos en la figura 2.15 para el caso de carga 1.

Como se ve, la ley de momentos flectores reales, M_1, se reduce desde el apoyo de la viga hacia el centro del vano. Esta reducción se debe a los momentos flectores positivos que produce la distorsión, representados como M_2 en la figura y que completan, con los reales, la ley de momentos flectores constantes, M, que tendría la sección si estuviese apoyada a lo largo de toda su luz. Los momentos debidos a la distorsión se reducen del centro de la luz, hacia los apoyos.

2.2.4 Esfuerzos axiles transversales, N_y

En la figura 2.16 representamos los axiles transversales, N_y, para los tres tipos de carga. Al igual que hemos visto en 2.1.4, éstos se deben a la acción de la sección transversal como marco, y al equilibrio de las losas como consecuencia de la variación del esfuerzo cortante en las mismas.

En 2.1.4 decíamos que, para el caso de sobrecarga centrada, esta segunda fuente de N_y producía compresiones en la cara superior y tracciones en la inferior, con una distribución parabólica a lo largo de ellos. Esto se confirma plenamente en la figura 2.16.

Para el caso de carga centrada (figura 2.16.a), las compresiones de la losa superior parten del valor introducido por los axiles del marco y crecen hacia el centro; lo mismo les pasa a las tracciones de la losa inferior. Para el caso de carga 3 (figura 2.16.c), las tracciones del marco disminuyen por las compresiones del equilibrio de fuerzas transversales en la losa superior; y lo mismo, pero al revés, pasa en la losa inferior.

3. VIGA CAJON CON ALMAS INCLINADAS

Para analizar el comportamiento de una viga cajón con almas inclinadas, hemos elegido la viga de la figura 3.1, cuyas características geométricas son muy parecidas a las de la figura 1.

Comparando las características mecánicas de las vigas tenemos:

Viga cajón – almas verticales

Area =	4,4	m²
Inercia flexión =	3,48	m⁴
Inercia torsión =	7,2	m⁴
Centro de gravedad =	0,7272	m
Centro de esfuerzos cortantes =	0,9772	m

Viga cajón – almas inclinadas

Area =	4,6	m²
Inercia flexión =	3,6202	m⁴
Inercia torsión =	5,293	m⁴
Centro de gravedad =	0,7392	m
Centro de esfuerzos cortantes =	0,9418	m

La solicitación es la misma; carga de 100 t aplicada en el centro de la luz y con una excentricidad, respecto al eje de la viga, de 3 m.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

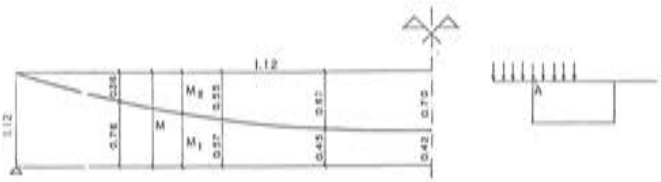


Fig. 2.15. Ley de momentos flectores, a lo largo de la viga en A.

M_1 = Momentos reales. M_2 = Momentos debidos a la distorsión.

M = Momento flector del marco si sus aristas están apoyadas.

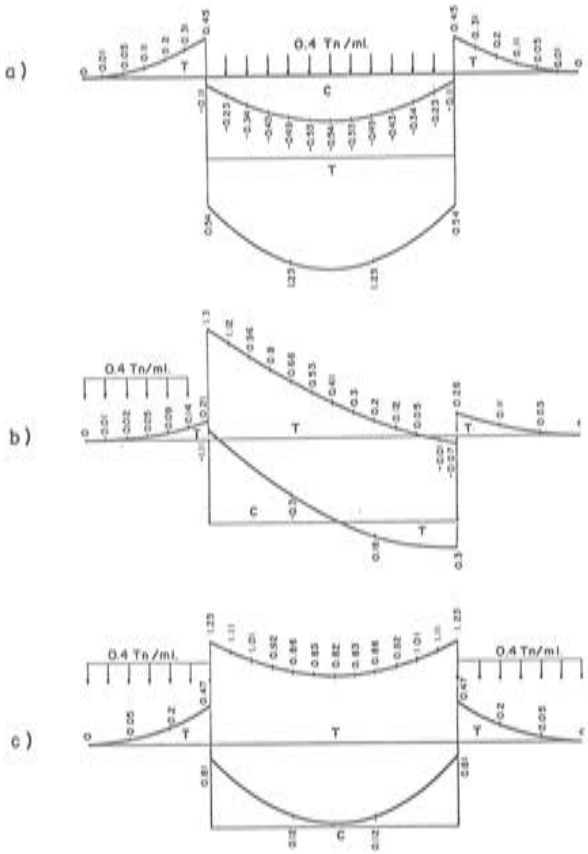


Fig. 2.16. Distribución de N_y en la sección transversal x =20, para carga uniformemente repartida.

3.1 Corrimientos

Si comparamos los corrimientos de las dos vigas (figuras 2.1 y 3.2) vemos que las flechas medias son muy parecidas, como corresponde a inercias longitudinales también parecidas; pero si comparamos la distribución transversal de las flechas en la sección central(x=20 m) vemos que aunque la viga cajón con almas inclinadas tiene mucha menos rigidez a torsión y por tanto el giro debido a la excentricidad de la carga es mayor, las flechas de los nudos 3 y 8 son incluso algo menores que en la viga con almas verticales.

Este hecho se entiende si comparamos las curvas de distorsión de la sección, en donde vemos que la correspondiente a la sección con almas inclinadas es mucho menor, del orden de la tercera parte.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

La mayor rigidez a la distorsión de la viga con almas inclinadas, reposa en la rigidez transversal del marco de la sección a deformarse en su plano, que en este caso particular, es 2,7 veces mayor. Así, en la analogía de la viga sobre fundación elástica, que refleja la deformación por distorsión, la sección cajón con almas inclinadas se apoya sobre una serie de muelles 2,7 veces más rígidos que la viga con almas verticales. Esta mayor rigidez se debe a la menor anchura de la losa inferior, a su mayor espesor y a la forma de la sección.

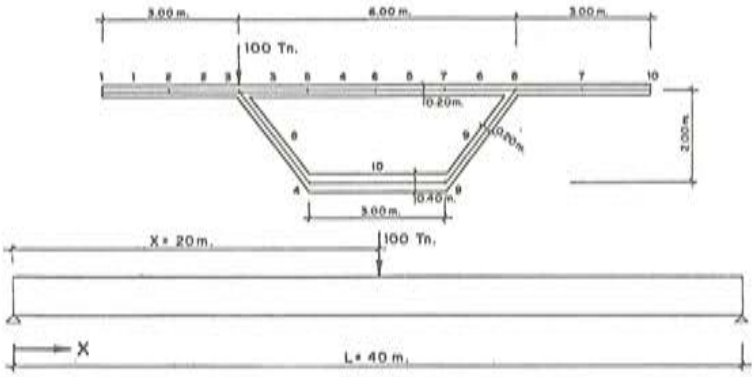


Fig. 3.1.

3.2 Tensiones longitudinales, σ_x

La distribución de tensiones longitudinales en la sección transversal del centro de la luz, experimenta los mismos cambios respecto al comportamiento del cajón con almas verticales. Sin embargo, debido a la menor distorsión de la sección, la separación de las tensiones reales respecto a las de la viga recta son menores (figura 3.3):

$$\text{punto 3: } \frac{\sigma_x \text{ real}}{\sigma_x \text{ viga}} = 1{,}98 \text{ ó } 1{,}62;$$

$$\text{punto 4: } \frac{\sigma_x \text{ real}}{\sigma_x \text{ viga}} = 1{,}25$$

Los dos valores que aparecen en el punto 3, corresponden a las tensiones obtenidas a uno y otro lado del alma. En realidad, estas tensiones debían ser iguales; pero el método de cálculo empleado, con 99 armónicos, no es suficiente para precisar la respuesta en este punto, donde existe un intercambio de tensiones muy intenso.

Si recorremos ahora la viga en toda su longitud (figura 3.3.b), se observa también que la diferencia entre las tensiones como viga y las reales son mucho menores que en el caso del cajón vertical.

3.3 Momentos flectores transversales, M_y

En la figura 3.4 representamos la distribución de los momentos flectores transversales, debidos a la distorsión del cajón, tanto en dirección transversal como longitudinal. Como se puede observar, la cuantía de los momentos flectores es similar a la del cajón con almas verticales (figura 2.3), aunque la distorsión es del orden de la tercera parte. Esto se debe a que, como esta sección es bastante más rígida (2,7 veces), para unos corrimientos del orden de la tercera parte, los momentos son similares.

En las inmediaciones de la carga se aprecia aquí el mismo efecto que veíamos en la figura 2.3.a. Las flexiones locales de la losa en las inmediaciones de la carga, perturban el com-

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

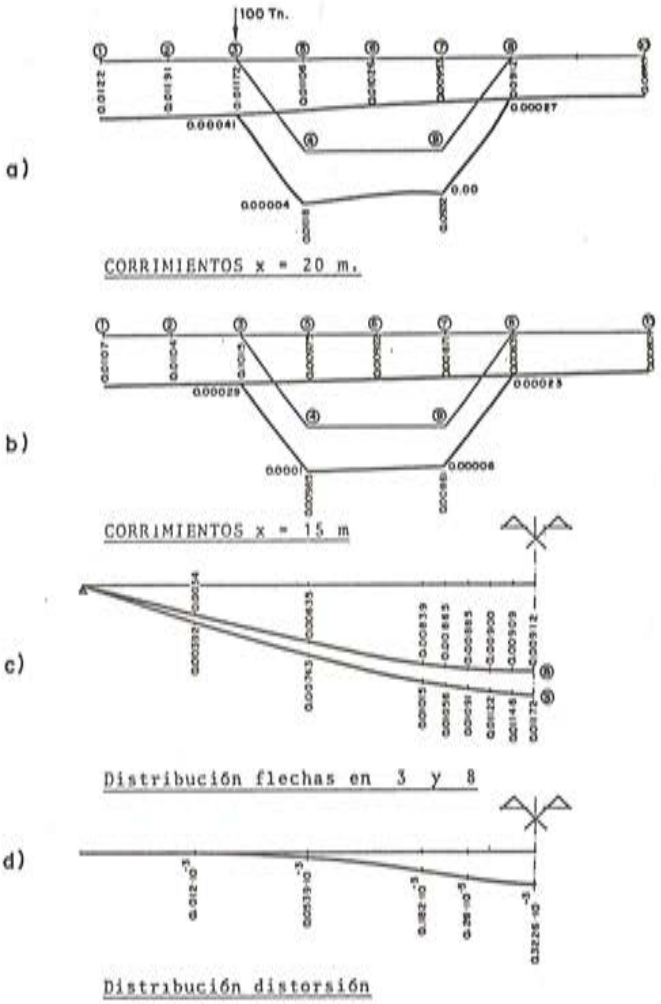
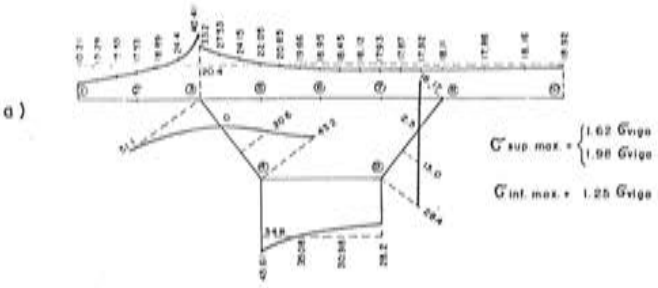
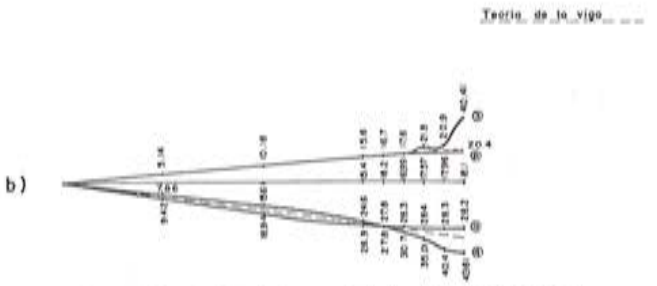


Fig. 3.2.

Tensiones longitudinales



Distribución de σ_x para x = 20 m.



Distribución de σ_x a lo largo de la luz. Puntos 3, 4, 8, 9.

Fig. 3.3.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

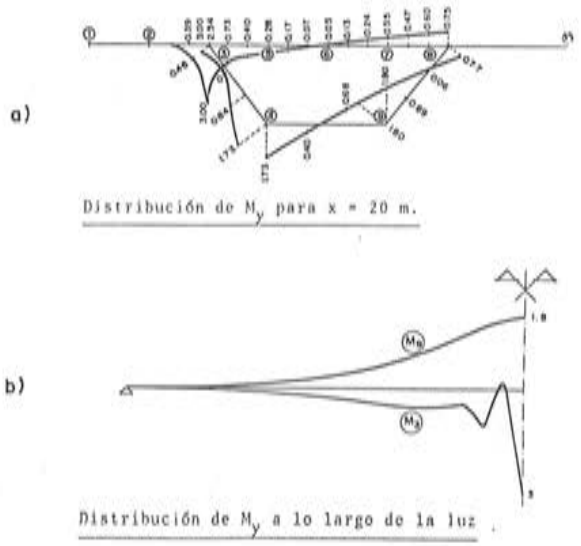


Fig. 3.4.

portamiento generalizado de la distorsión, produciendo picos muy notables en la ley de momentos en la sección 3, que se separan claramente de la ley que daría la distorsión, la cual es lineal en la losa superior. Este efecto local se amortigua rápidamente cuando nos separamos de la carga, tanto en dirección longitudinal (figura 3.4.b), como en dirección transversal, donde el punto 9 no se ve afectado por dicho fenómeno.

3.4 Distribución de cortantes, N_{xy}, τ_{xy}, y axiles transversales, N_y

Si la inclinación del alma, veíamos, proporcionaba una característica especial al comportamiento de los cajones al disminuir la distorsión, la segunda característica especial de su coportamiento la encontramos en la distribución de N_{xy} y N_y en las inmediaciones de la carga.

Veamos, en el caso de almas verticales e inclinadas, cuáles son los esfuerzos cortantes, que se producen en sus inmediaciones.

La carga de 100 t, en el caso de almas verticales, (figura 3.5), está contrarrestada por los esfuerzos cortantes, N_{xy}, en el alma de la viga y por los esfuerzos cortantes, Q_y, en las losas superior e inferior del cajón. La mayor cuantía de la carga, el 89% , se transmite al alma, que la transporta a lo largo de la viga. El resto es recogido por la losa superior, principalmente, en la que se produce la concentración de flexiones que hemos visto en 2.1.

En el caso de almas inclinadas, la carga de 100 t está contrarrestada, por un lado, por las componentes de cortante, Q_y, que aparecen en losa superior e inferior, y por otro, por una componente que se descompone según la dirección del alma inclinada y de la losa superior. Como en el caso anterior, estas componentes se llevan la mayor cantidad de carga exterior (figura 3.6).

Las componentes según el alma y la losa superior, se transmiten en el plano de cada una de ellas, hacia los apoyos, poniendo en marcha todo el mecanismo de trabajo del cajón.

La componente horizontal según la losa superior, produce una distribución de axiles, que son de tracción en la losa central y de compresión en la lateral, según se ve en la figura 3.7.a. Estos axiles son mucho mayores que los correspondientes al cajón con almas vertica -

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

les, dado que la carga directa produce una componente en esa dirección. Se concentran fuertemente en la zona de la carga y se dispersan rápidamente.

La distribución de cortantes, N_{xy}, en la losa superior (figura 3.8), experimenta también un incremento brusco de tensiones en la zona de carga, ya que son los encargados de repartir el valor concentrado de N_y en la losa, además de realizar el papel de transmitir tensiones σ_x al cuerpo de la losa superior.

Estos valores se van regularizando rápidamente a poca distancia del apoyo y vemos cómo a tan sólo 5 m ya tienen una distribución lineal, propia de las tensiones cortantes y de torsión de una viga normal.

En la figura 3.9 se complementa la información sobre la distribución de cortantes en el cajón.

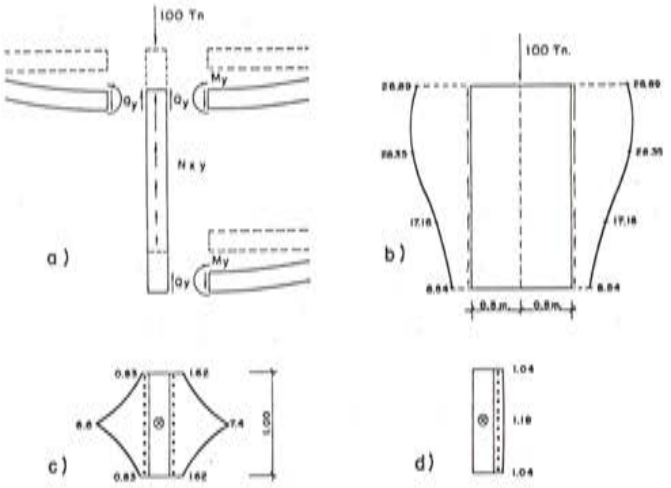


Fig. 3.5. a) Sección transversal de la sección en la zona del alma; b) Distribución de N_{xy} en el alma; c) Distribución, en planta, de Q_y en la losa superior; d) Distribución de Q_y en la losa inferior.

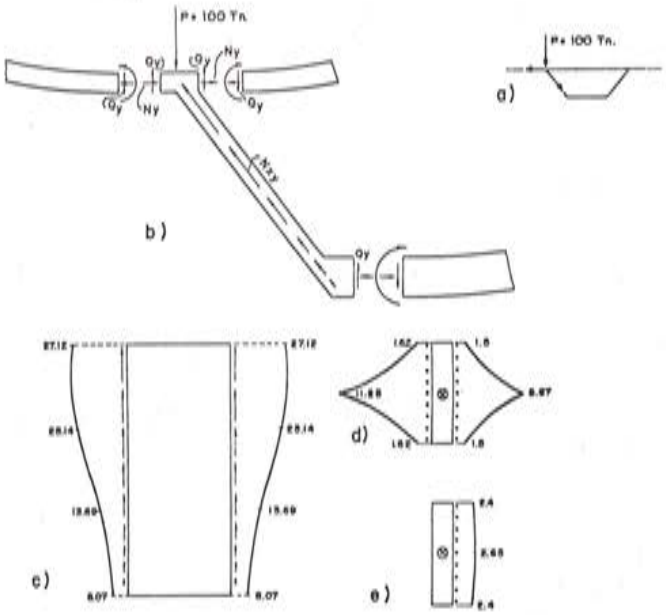


Fig. 3.6. Equilibrio de cortantes en la zona de carga. a) Descomposición de la fuerza exterior en dos componentes; b) Estado de cargas en el nudo; c) Distribución de N_{xy} en el alma; d) Distribución, en planta, de Q_y en losa superior. e) Distribución de Q_y en losa inferior.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

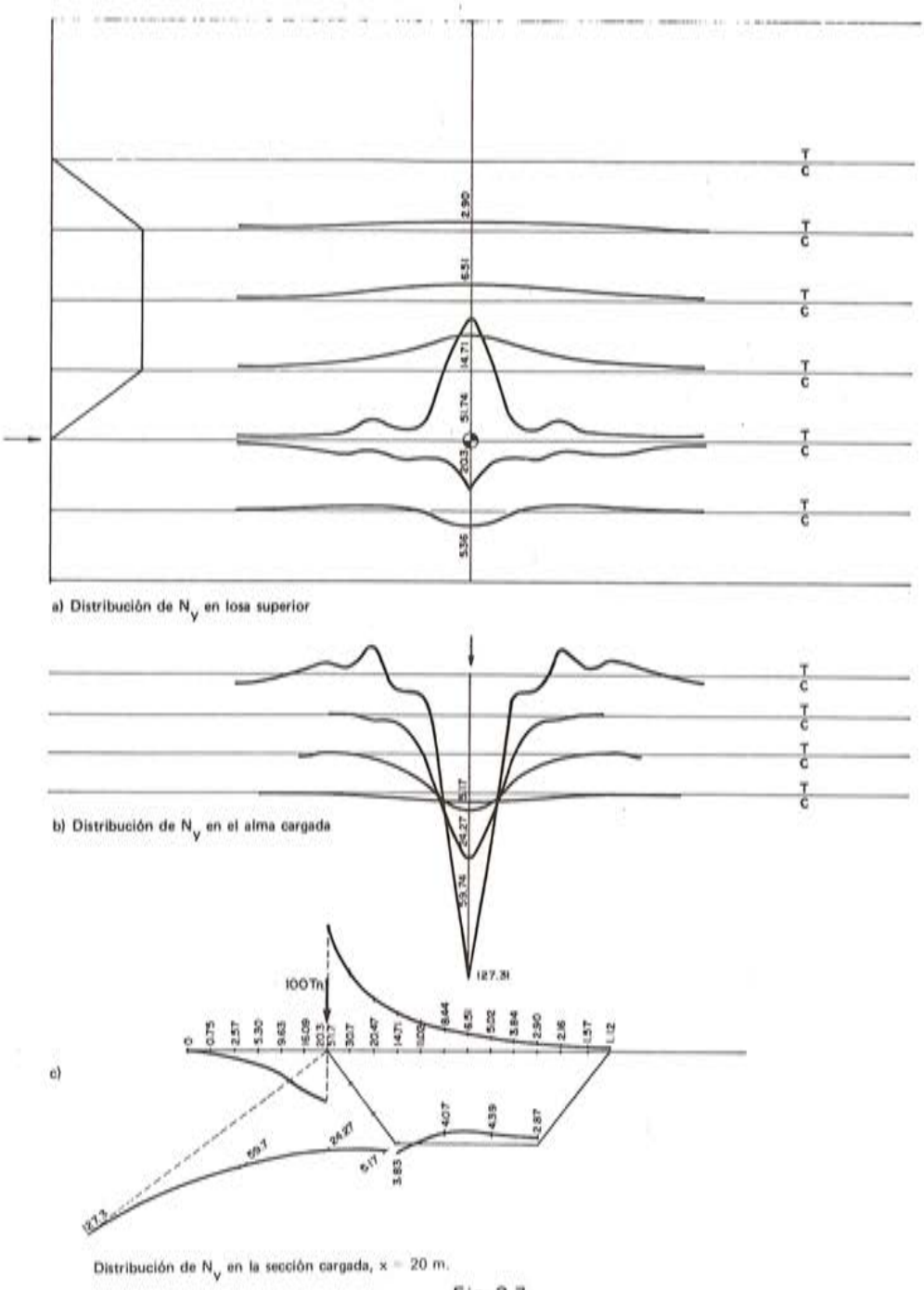


Fig. 3.7.

3.5 Influencia,en los esfuerzos y deformaciones, de las variaciones de la situación de la carga en la losa superior

Cuando paseamos la carga de 100 t en la dirección transversal de la sección central de la viga, los efectos sobre la distribución de tensiones, esfuerzos y deformaciones, son similares a los que veíamos para el caso de almas verticales, con las diferencias correspondientes a las particularidades del comportamiento de este tipo de cajones, y que ya hemos analizado.

Así, por ejemplo, en la figura 3.10 vemos la variación de las tensiones σ_x en un punto de la losa superior e inferior. La única diferencia que se aprecia con respecto al cajón de al-

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

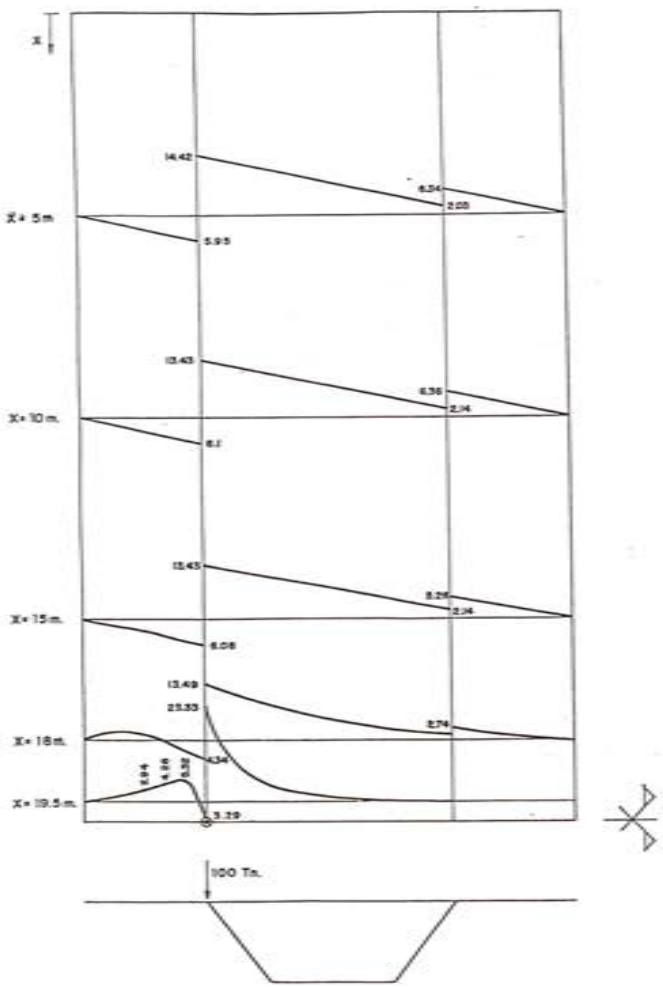


Fig. 3.8. Distribución de esfuerzos cortantes, N_{xy}, en losa superior.

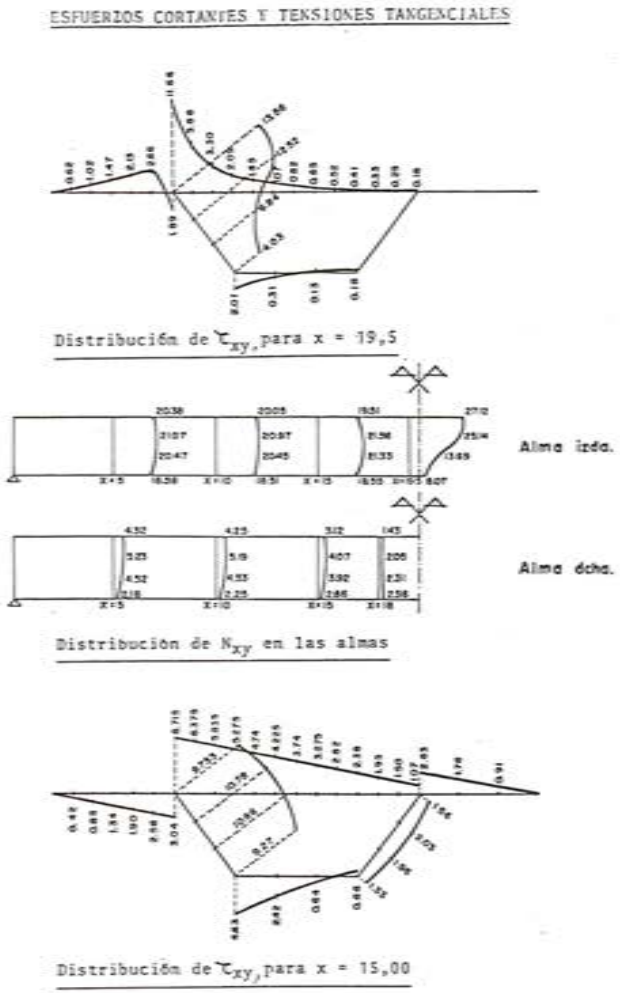
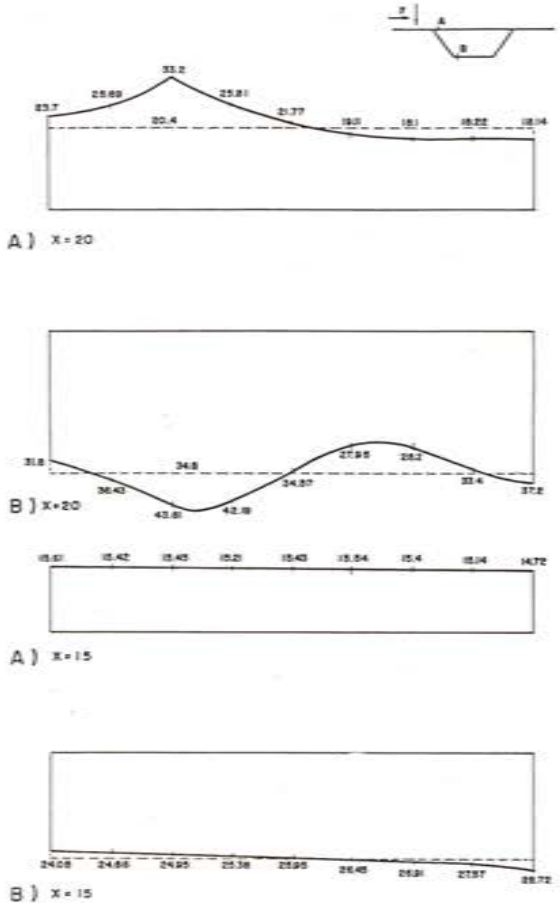


Fig. 3.9.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025



ig. 3.10. Líneas de influencia de σ_x, en A y B, para x = 20 m y x = 15 m y una carga de 100 t moviéndose en dirección transversal sobre la sección central.

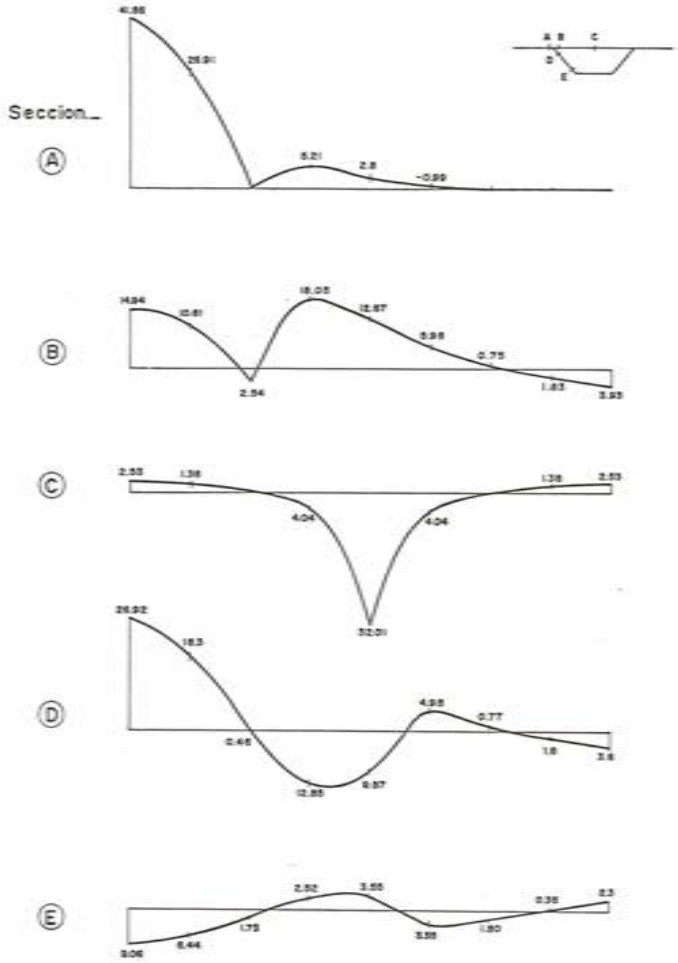


Fig. 3.11. Línea de influencia de M_y, para x = 20 m y una carga de 100 t moviéndose transversalmente.

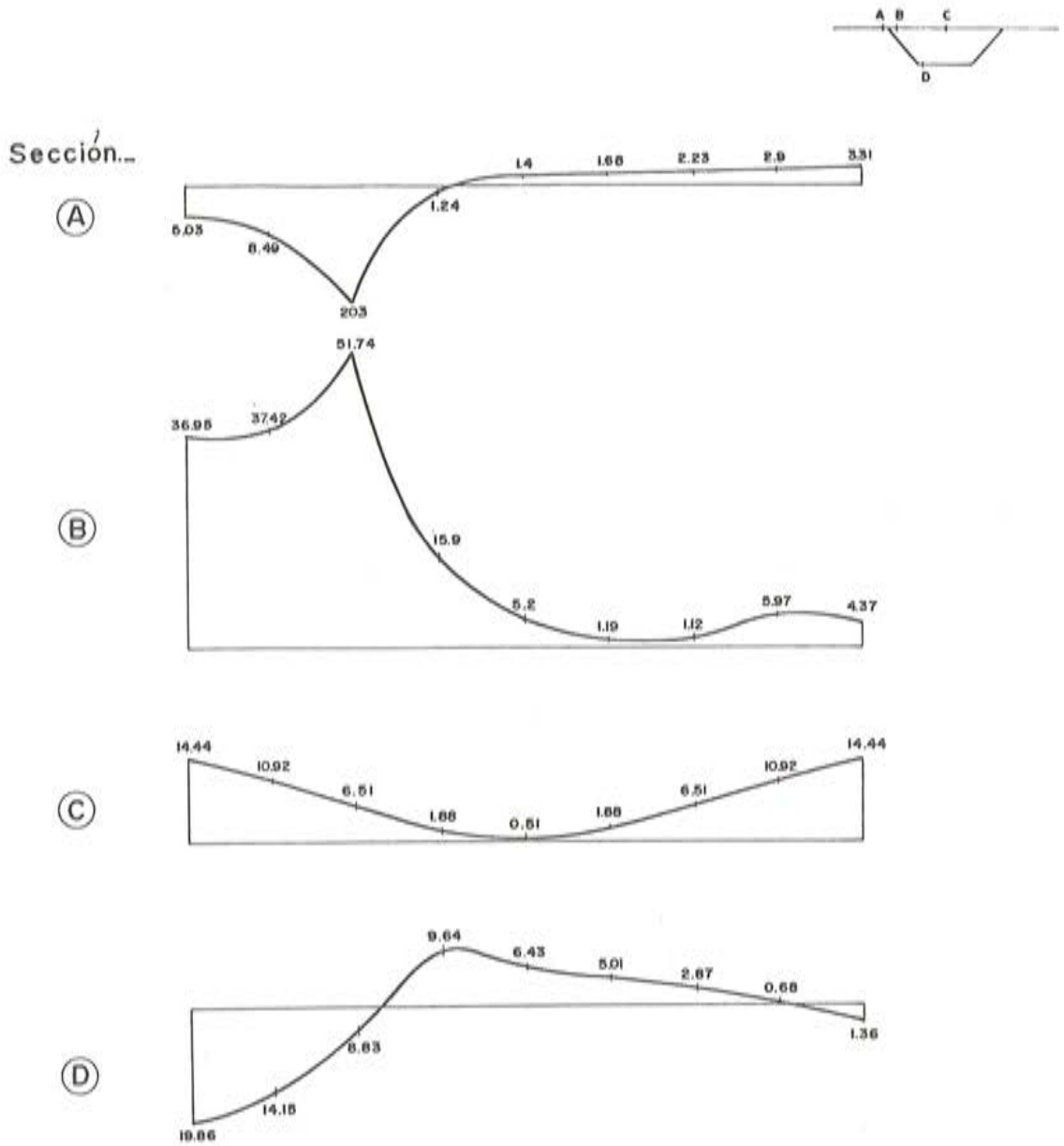


Fig. 3.12. Línea de influencia de N_y, de la sección x = 20 m, para carga de 100t moviéndose transversalmente en dicha sección.

mas verticales es la menor cuantía de la separación de la carga respecto a la de la teoría de la viga, por la menor distorsión de la sección.

En la figura 3.12, que representa las líneas de influencia de N_y en cuatro puntos de la sección central, se observa, en primer lugar, cómo en las secciones A y B las compresiones o tracciones toman sus valores máximos cuando la carga está sobre el alma. Este hecho es lógico y nos ha aparecido en varios de los fenómenos estudiados, como consecuencia del reparto de carga que produce la flexión de las losas sobre las aristas de intersección de almas y losa superior cuando la carga no está situada encima del alma.

En segundo lugar, los tipos de leyes, aunque similares en forma, difieren de los correspondientes a las almas verticales, debido a la tracción local que introduce la descomposición de la carga vertical entre el alma y la losa.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

4. CONCLUSIONES RESPECTO AL COMPORTAMIENTO RESISTENTE DE LA VIGA CAJON

4.1 Corrimientos

a) Los corrimientos totales de una viga cajón monocelular, pueden descomponerse, en otros tres: un descenso vertical, que representa el comportamiento general a flexión de la viga; un giro torsional, que recoge el efecto de la excentricidad de la carga, convirtiéndola en tensiones tangenciales en el dintel; y la distorsión, que recoge la deformación de la sección transversal, con sus correspondientes efectos en tensiones longitudinales, que corrigen los obtenidos en el comportamiento general a flexión, y en flexiones transversales a añadir a las correspondientes a la carga directa.

b) La cuantía de la distorsión depende: de la relación entre el ancho del cajón y la luz de la viga; de las condiciones de vinculación de ésta con los estribos y otras vigas; de la rigidez de la sección transversal y del tipo de carga.

c) Un mismo cajón, con almas inclinadas, tiene menos distorsión que si tiene almas verticales. Un caso extremo lo tenemos en la viga cajón de sección triangular, que carece de distorsión. Se puede anular la distorsión en un cajón rectangular o trapecial, introduciendo vigas riostras en su interior.

4.2 Tensiones

d) El incremento de tensiones longitudinales en una viga cajón, respecto a los que se obtienen en la teoría de la viga, dependen de la cuantía de la distorsión y de la deformación por esfuerzo cortante de las losas que constituyen la sección.

e) El tipo de carga influye predominantemente en dicho incremento. La cuantía de la distorsión y su efecto en tensiones longitudinales es mucho mayor si se trata de cargas puntuales que si éstas están uniformemente repartidas.

f) La cuantía de la distorsión depende de la posición de la carga en la sección transversal, siendo máxima cuando la carga se sitúa sobre el alma.

g) Tanto las tensiones longitudinales, como las tangenciales, así como los momentos flectores transversales debidos a la distorsión, tienen una distribución muy apuntada en las inmediaciones de la carga puntual. Esta situación, que da lugar a incrementos importantes en las tensiones, se disipa rápidamente, pudiendo decirse que, a distancias próximas a un canto, el fenómeno está normalizado.

h) Las tensiones axiles transversales en cajones rectangulares, se deben al efecto pórtico de la sección transversal, que engloba las correspondientes a la actuación directa de la carga (pórtico de nudos intraslacionales) y la distorsión (traslación de los nudos). Se deben, también, al equilibrio de tensiones tangenciales en las losas, en dirección transversal. Este último efecto produce compresiones en la losa superior y tracciones en la inferior y en las almas.

i) En el caso de cajones trapeciales, las tensiones axiles transversales en losa superior, se incrementan mucho con la descomposición de la carga exterior según el alma y la losa superior. Las tensiones tangenciales experimentan un incremento importante en la zona de actuación de cargas puntuales.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

En estas conclusiones hemos establecido cualitativamente la influencia de un conjunto de parámetros que no vamos a intentar acotar, pues su estudio es muy largo y ya realizamos una aproximación al mismo en otra publicación*. Vamos a estudiar, a continuación, el comportamiento resistente de una sección transversal formada por dos cajones y el efecto que produce sobre la respuesta resistente, la continuidad longitudinal de cajones monocelulares.

5. TABLERO FORMADO POR DOS VIGAS CAJON

Para estudiar la respuesta resistente de dos vigas cajón unidas por la losa superior, hemos elegido el tablero bi-apoyado representado en la figura 5.1. Este tablero está formado por dos vigas exactamente iguales a la que hemos estudiado en el apartado 2, para así poder comparar las respuestas resistentes en ambos casos.

Supongamos, en primer lugar, que disponemos la carga de 100 t en el nudo 2. Para conocer el comportamiento resistente, damos un corte longitudinal por el eje del tablero. La respuesta del cajón de la izquierda podría considerarse como suma de otras dos. La primera, en la que a la viga cajón la solicita la carga de 100 t, es la que ya conocemos por haber sido expuesta en el apartado 2. La segunda está propiciada por los esfuerzos que aparecen en la línea de unión entre los dos cajones. Estos esfuerzos son los que proporcionan la particularidad de la respuesta de este tipo de estructuras.

A lo largo de la línea de unión, aparecen cuatro tipos de esfuerzos que podemos agruparlos de dos en dos (figura 5.3). En primer lugar, tenemos los esfuerzos Q_y y M_y, que proporcionan el efecto tipo losa del intercambio de esfuerzos entre los dos cajones. Los otros dos esfuerzos, N_y y N_{xy}, representan el efecto tipo membrana de la losa superior.

En el caso particular de carga que estamos considerando, el momento M_y es cero a lo largo del eje del puente; lo que supone una línea de inflexión de la deformada transversal del tablero. El efecto losa está representado entonces únicamente por los cortantes, Q_y, representados en la figura 5.3.a. Su cuantía depende de la relación entre la rigidez de la losa que une los dos cajones y la rigidez de éstos. Con las dimensiones de estructura que estamos considerando, la cuantía de Q_y es muy pequeña. La descarga del cajón directamente cargado, en el otro, es el 13,6% de la carga que le solicita y, además, con una distribución curva, como se ve en la figura 5.3.a, y descentrada respecto al eje del cajón; por lo que le proporciona una torsión del mismo signo que la originada por la solicitación exterior.

Del efecto membrana, el único esfuerzo que realmente nos interesa es el cortante, N_{xy}, que aparece en la unión (figura 5.3.c). Este cortante tiene como misión compatibilizar los corrimientos longitudinales de las losas superiores entre los dos cajones. Su efecto sobre el cajón directamente cargado es: Aparición de una tracción axil, variable a lo largo del dintel; una flexión de eje horizontal que introduce tracciones en la losa superior y compresiones en la losa inferior del cajón y, por último, una flexión de eje vertical que proporciona el marcado carácter lineal de la distribución de las tensiones σ_x en las cabezas del cajón.

Si unimos el resultado de la acción de estos dos efectos y el de la carga directa, tendremos el estado tensional longitudinal del tablero formado por los dos cajones y que representamos en la figura 5.4.

---

* "La sección abierta y cerrada bajo solicitación excéntrica". Javier Manterola. Monografía nº 15 de la Agrupación de Fabricantes de Cemento de España.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Si comparamos este estado tensional con el de la figura 2.2 que representa el de un cajón aislado, tendremos: la distribución de tensiones longitudinales, σ_x, presenta el mismo tipo de concentración en la zona directamente cargada, incluso más acentuada. Esto, como ya vimos, se debe: a la distorsión del cajón (figura 5.2.a); a la deformación por esfuerzo cortante de la losa superior, y al fenómeno general de la flexión.

CUADRO 1

Dos cajones unidos		Un solo cajón	
Nudo		Nudo	
2	$\sigma_x = 45{,}92$ kg/cm²	3	$\sigma_x = 39{,}73$ kg/cm²
3	$\sigma_x = 58{,}44$ kg/cm²	4	$\sigma_x = 63{,}02$ kg/cm²
5	$\sigma_x = 10{,}8$ kg/cm²	8	$\sigma_x = 15{,}94$ kg/cm²
6	$\sigma_x = 18{,}86$ kg/cm²	9	$\sigma_x = 21{,}33$ kg/cm²

En el cuadro 1 comparamos las tensiones longitudinales que se producen en las cuatro esquinas del cajón cargado. Como se puede ver, en el nudo 2 de la estructura de dos cajones, las tensiones son mayores que en el correspondiente del cajón único. Esto se debe a las siguientes causas. El efecto losa, si bien supone una descarga del cajón directamente cargado, produce una torsión del mismo signo de la que produce la carga exterior. Esta torsión determina un incremento de la distorsión del cajón y, por tanto, una mayor carga en el alma directamente cargada. Este hecho se comprueba también si comparamos los esfuerzos cortantes en el alma directamente cargada en las dos estructuras (figuras 5.5.a y 2.4.a). Vemos cómo las tensiones tangenciales son mayores en la estructura formada por dos cajones que en la de un solo cajón; lo que determinará, a su vez, un incremento de la deformación por esfuerzo cortante en esa zona.

El efecto membrana tiende a producir, como hemos visto, tracciones en la cara superior del cajón; pero el momento flector de eje vertical que se origina por estar la solicitación aplicada a un borde, contrarresta este efecto.

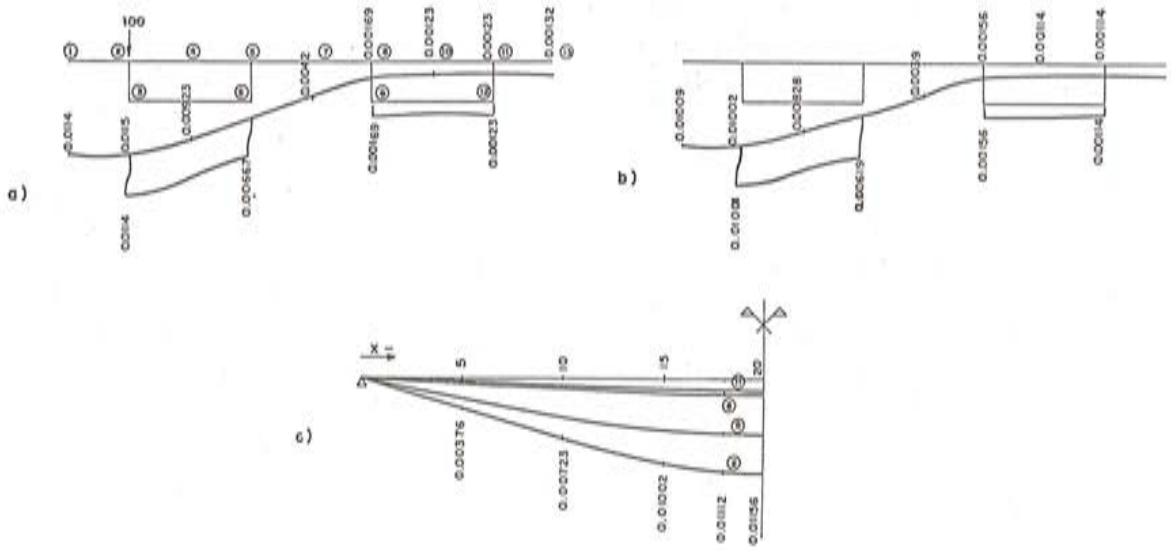


Fig. 5.2. Corrimientos. a) Corrimientos para x = 20 m; b) Corrimientos para x = 15 m; c) Distribución de corrimientos verticales, a lo largo de la luz, de los nudos 2, 5, 8 y 11.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

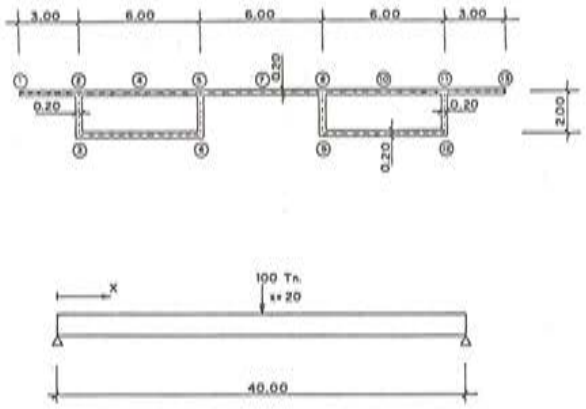


Fig. 5.1.

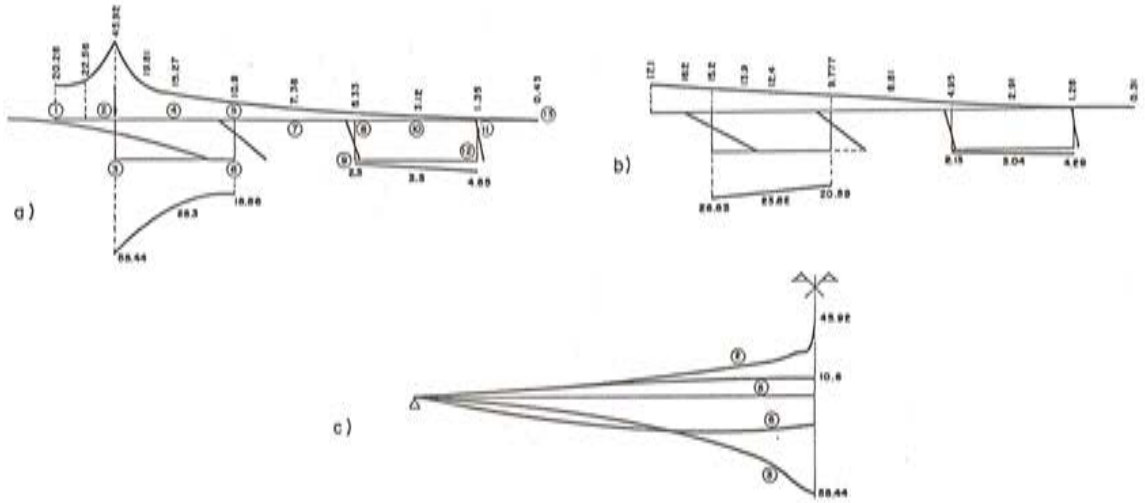


Fig. 5.4. Tensiones longitudinales σ_x. a) Distribución de σ_x en el centro de la luz (x = 20 m.); b) Distribución de σ_x para x = 15 m; c) Distribución, a lo largo de la luz, de las tensiones σ_x en los nudos 2, 3, 5 y 6.

En el nudo 3 de la estructura formada por dos vigas cajón, la tensión es algo más reducida que en su correspondiente nudo del tablero de un solo cajón. En este punto, los efectos anteriores se conjugan favorablemente y reducen un poco la tensión.

Donde sí se reducen claramente las tensiones es en el alma no cargada. Aquí, el efecto membrana y el efecto losa tienden a reducir los esfuerzos que se producen en el cajón único.

Hasta ahora hemos comparado las tensiones longitudinales que se producen en la tensión central del puente, que es la directamente cargada. Si analizamos ahora el estado tensional a lo largo del cajón vemos:

1. Las tensiones longitudinales, σ_x, en la zona del alma cargada son muy parecidas en los dos tipos de tableros. Lo mismo les pasa a las tensiones tangenciales, τ_{xy}.

2. Las tensiones longitudinales, σ_x, y las tangenciales, τ_{xy}, son más pequeñas, en la zona del alma no cargada, para el caso de las dos vigas cajón.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

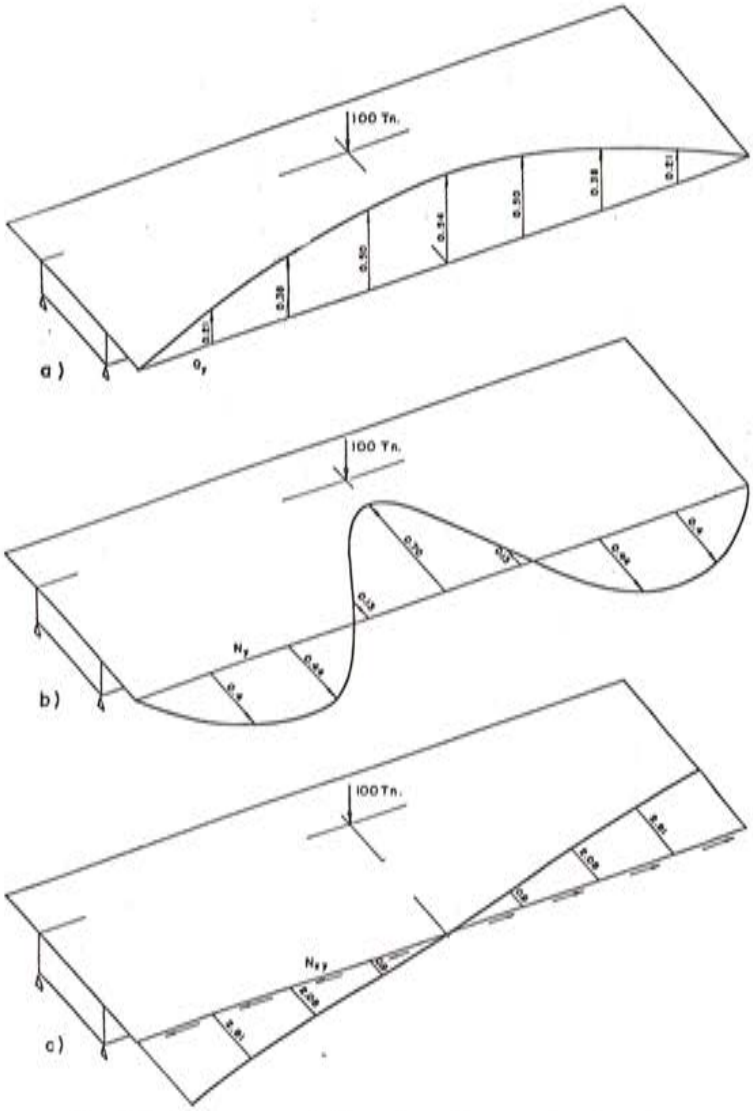


Fig. 5.3. Esfuerzos en la línea de unión entre los dos cajones.
a) Q_y; b) N_y; c) N_{xy}.

5.1 Carga en cualquier punto de la sección transversal

Si paseamos ahora la carga a lo ancho de la sección transversal, manteniéndola en la sección central del puente, (x = 20 m), podemos obtener las líneas de influencia de las tensiones longitudinales, σ_x, en las cuatro esquinas de un cajón (figura 5.7).

De esta curva podemos sacar las siguientes conclusiones:

1. Un cajón ayuda muy poco al otro cajón a resistir la carga. En efecto; si observamos la línea de influencia correspondiente al punto 2, vemos que cuando la carga se sitúa en el cajón derecho las tensiones longitudinales en 2 son muy pequeñas.

En el caso del nudo 5, más centrado en el tablero, la influencia del otro cajón es mayor, aunque cuando la carga está situada encima, la tensión longitudinal es algo mayor que la que se produciría en el cajón único (Véase figura 2.8.b).

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

2. Si examinamos ahora las líneas de influencia de los momentos flectores transversales M_y, (figura 5.8), vemos lo mismo. Cuando la carga está situada en el cajón derecho, toda la zona izquierda del cajón izquierdo, prácticamente queda sin solicitación (Véanse líneas de influencia en nudos 1, 2, 3 y 7).

Las líneas de influencia en la zona derecha del cajón izquierdo (puntos 4, 5, 6 y 8), se extienden con más amplitud en el tablero, aunque de forma muy reducida cuando se separan de las zonas próximas al punto en cuestión.

Una conclusión complementaria que podemos sacar de estas líneas de influencia y que la podemos aplicar tanto a los tableros de un solo cajón como a los de dos cajones, la obtenemos si comparamos su trazado con el que tendrían las de una viga continua apoyada en los puntos donde existen almas en la viga cajón. Se observa que:

a) Cuando la carga pasa por un alma, el momento flector no se anula en dicho punto, (efecto de la distorsión del cajón).

b) Las líneas de influencia, prácticamente, se anulan fuera del vano en que se encuentra el punto donde se obtienen. Esto es debido al efecto de empotramiento "casi perfecto" que produce la pequeña longitud y gran rigidez de las almas verticales.

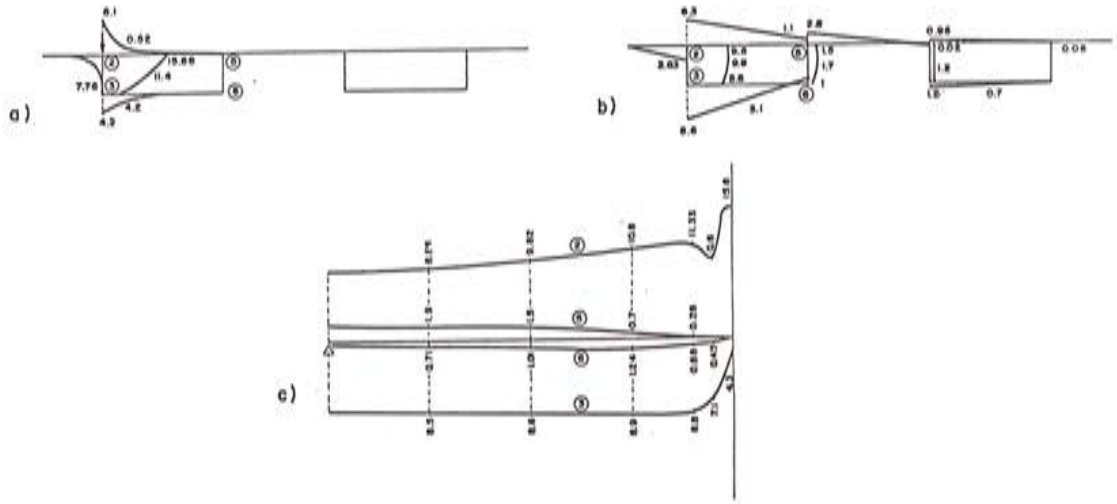


Fig. 5.5. Tensiones tangenciales τ_{xy}. a) Distribución de τ_{xy} en la sección x = 19,5; b) Distribución de τ_{xy} en la sección x = 10 m; c) Distribución, a lo largo de la luz, de τ_{xy} en los nudos 2, 3, 5 y 6.

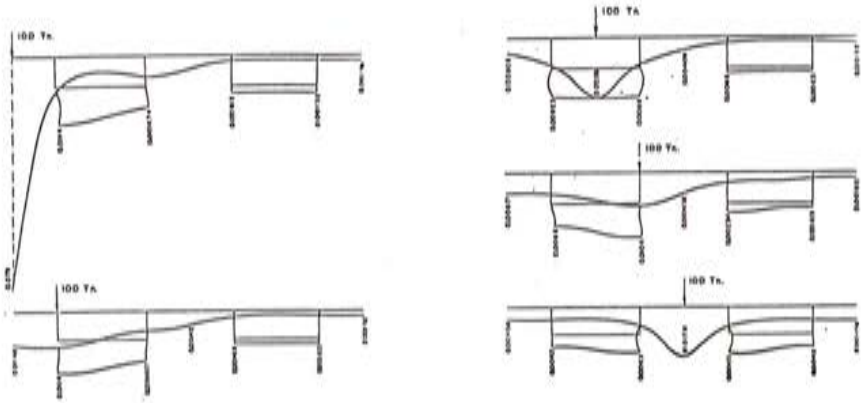


Fig. 5.6. Evolución de los corrimientos de la sección transversal x = 20 m, cuando la carga se mueve transversalmente en el dintel.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

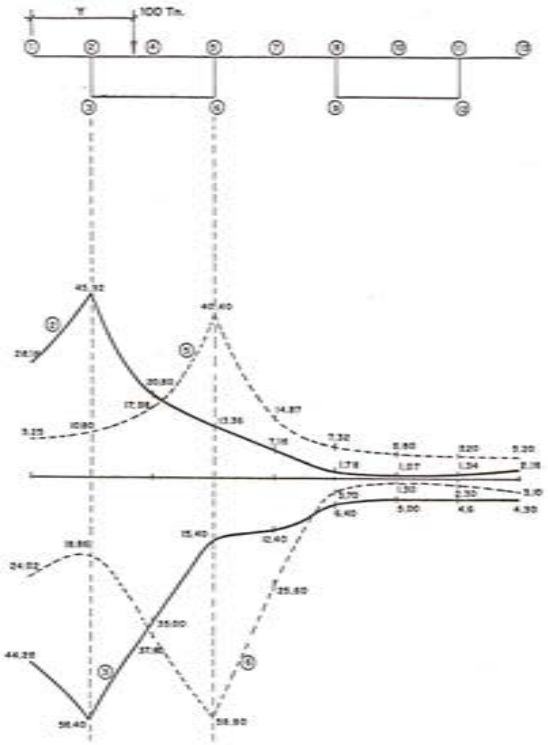


Fig. 5.7. Líneas de influencia de tensiones longitudinales, σ_x, para x = 20 m. y la carga en x = 20 m, y = variable.

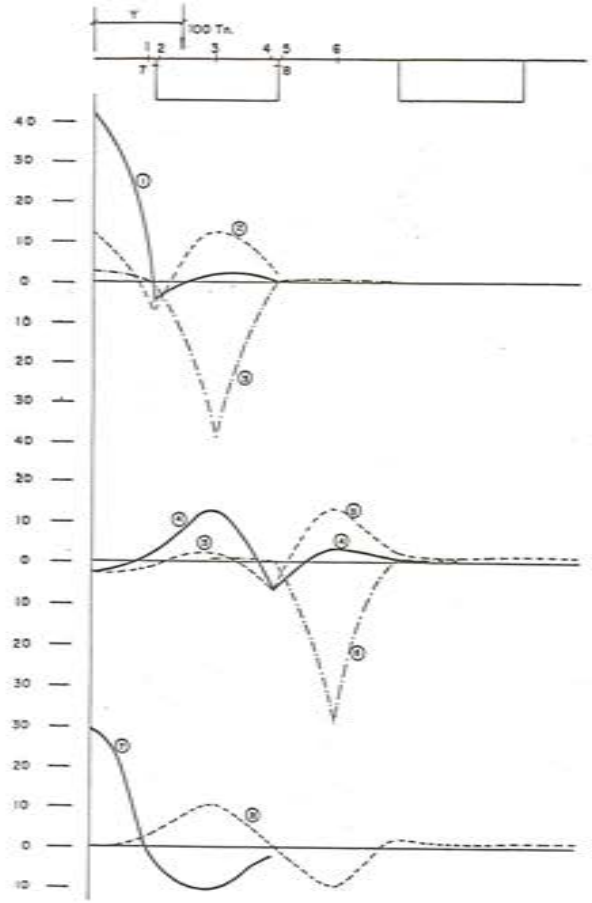


Fig. 5.8. Líneas de influencia de momentos flectores, M_y, transversales. Sección x = 20 cm. Carga en x = 20 m, y = = variable.

5.2 Conclusiones respecto al comportamiento de dos vigas cajón

Con el estudio tan limitado que hemos hecho respecto al comportamiento de dos cajones unidos, es difícil sacar conclusiones claras respecto a la respuesta resistente de este tipo de tableros. Sin embargo, las pautas de comportamiento que han ido apareciendo, nos permiten extrapolar un conjunto de conclusiones cualitativas.

1. La relación ancho-luz de este tipo de estructuras es normalmente muy grande y se enfrentan mecanismos de reparto de carga muy desequilibrados. Las vigas cajón son muy rígidas a la flexión longitudinal, y la losa transversal que une los dos cajones es normalmente muy elástica. Esto produce un reparto transversal de carga, entre las dos vigas cajón, muy pobre y que, a efectos de diseño, no permite contar con él para aliviar el dimensionamiento de cada uno de ellos.

2. Este efecto se acentúa cuando la relación ancho-luz crece, y disminuye en caso contrario.

3. La presencia de vigas riostras transversales, mejoraría claramente el reparto transversal entre las dos vigas cajón. Esto se ha comprobado bastantes veces cuando, por razones funcionales, las dos vigas cajón se han separado mucho y, por tanto, la flexibilidad de la losa de unión aumentaba claramente.

Por estas razones, y analizando exclusivamente el comportamiento resistente, es indiferente unir o dejar separados los dos cajones. Tienen que existir problemas funcionales (caso de rodadura continua a lo ancho del tablero) o ventajas en el apoyo de las vigas cajón en las pilas, para que la opción de unir los dos cajones sea favorable.

6. TABLEROS CONTINUOS

La condición de continuidad la expresamos aquí en su situación más simple, como es la de tablero de dos vanos continuos y carga simétrica (figura 6.1).

En esta situación, a causa de la simetría de la carga exterior, cada vano se comporta como apoyado-empotrado respecto al apoyo central. Si bien éste no es un caso general de continuidad, la respuesta nos va a dar una pauta de cómo se comporta un puente continuo.

6.1 Solicitación puntual excéntrica

Solicitamos el tablero por dos cargas puntuales, de 100 toneladas, situadas en el centro de cada luz y con una excentricidad de 3 m respecto al eje del tablero(figura 6.1). La distribución de tensiones longitudinales, σ_x, en los cuatro nudos significativos de la sección transversal, la representamos en la figura 6.3.

En esa misma figura representamos las tensiones que se producirían según la teoría elemental de flexión de la viga, que no tiene en cuenta las deformaciones de alabeo ni de distorsión.

De esta representación, junto con la figura 6.4, se pueden sacar las siguientes conclusiones:

1. La separación de las tensiones reales respecto a las que produce la teoría de la viga es muy grande en las proximidades de la carga.

2. La separación de las tensiones reales respecto a las que produce la teoría de la viga,se atenúa mucho en la sección de empotramiento.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

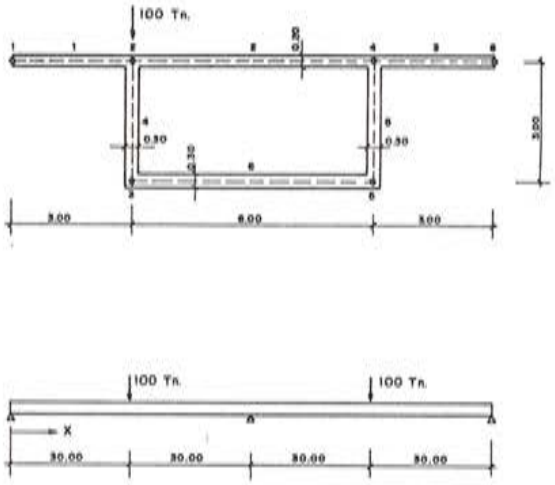


Fig. 6.1.

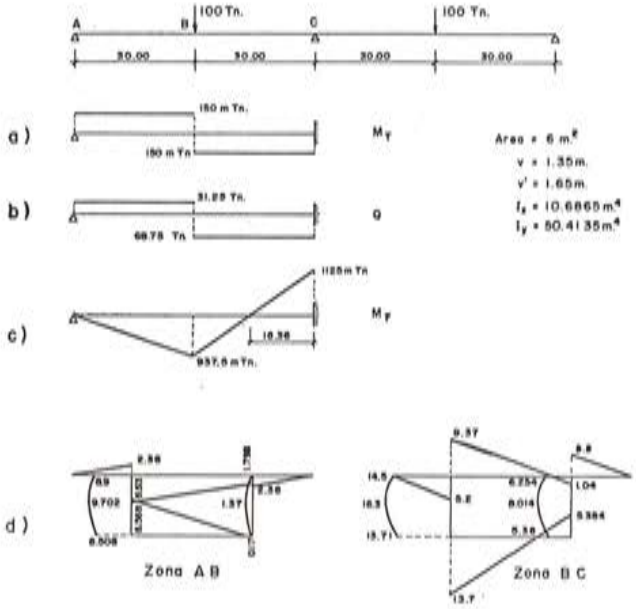


Fig. 6.2. Respuesta de la viga cajón según la teoría de la viga. a) Ley de momentos torsores; b) Ley de esfuerzos cortantes; c) Ley de momentos flectores; d) Distribución de esfuerzos cortantes, N_{xy}, en la sección transversal.

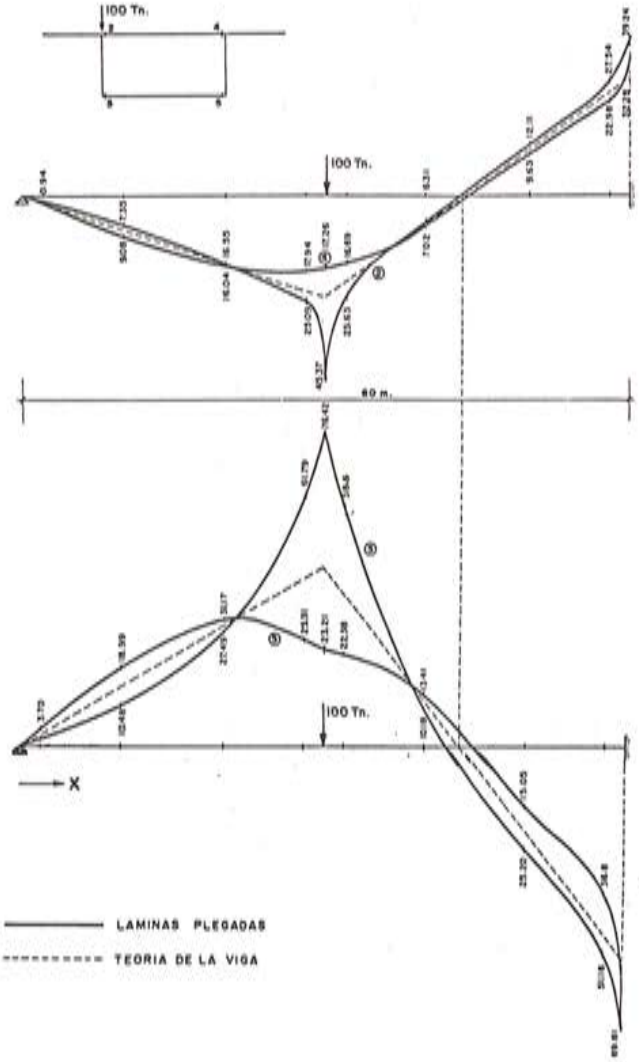


Fig. 6.3. Distribución de tensiones σ_x a lo largo de la luz.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

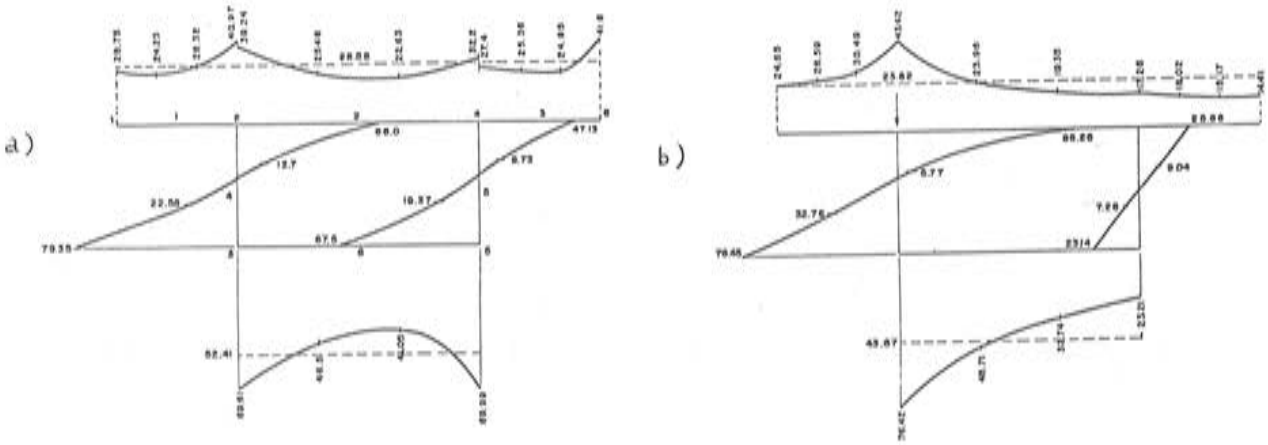


Fig. 6.4. Distribución de tensiones longitudinales, en la sección transversal.
a) Sección de empotramiento: x = 60 m.
b) Sección centro de vano: x = 30 m.

3. La línea de momento nulo, en la teoría elemental de las vigas, se conserva bastante bien en la respuesta real del tablero.

En el cuadro nº 2 representamos la comparación numérica de estas tensiones.

CUADRO 2

NUDO	Sección x = 30 m.			Sección x = 60 m.		
	T.V.	L.P.	L.P./T.V.	T.V.	L.P.	L.P./T.V.
2	23,82	45,62	1,915	28,58	40,105	1.403
4	23,82	17,62	0,724	28,58	29,8	1.042
3	43,67	76,42	1,75	52,41	69,61	1.328
5	43,67	23,21	0,531	52,41	69,99	1.329

T.V. = Teoría elemental de la viga.
L.P. = Teoría láminas plegadas (99 armónicos).

Como se ve por el cuadro y la figura 6.4, en la sección cargada la distribución de tensiones está muy polarizada del lado de la carga; mientras que en la sección de empotramiento la distribución de tensiones es prácticamente simétrica. Esto se debe a que, aunque ambas secciones están solicitadas por cargas puntuales, su cuantía y la rigidización de la sección, son muy diferentes.

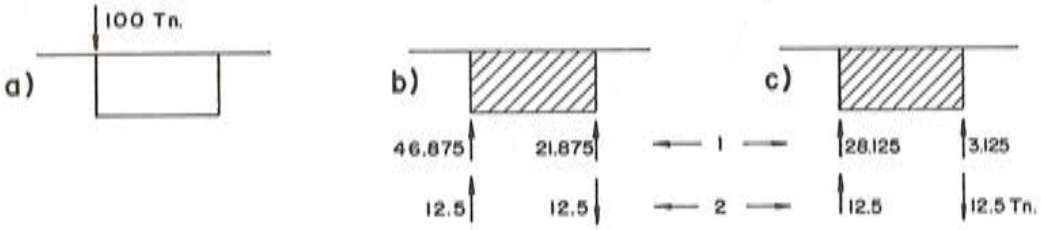


Fig. 6.5. a) Cargas en sección central (x = 30 m.). b) Cargas en sección apoyo central (x = 60 m.). c) Cargas en sección apoyo lateral (x = 0 m.).

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

En la figura 6.5 se representan estas cargas. La sección central tiene una carga concentrada de 100 t en el alma izquierda y no tiene riostra transversal alguna. Las secciones de apoyo están solicitadas por dos tipos de cargas puntuales. Las tipo 1 que actúan directamente en las almas y son del mismo tipo que la de 100 t de la sección central, y las tipo 2 que no son sino la traslación de las fuerzas N_{xy} que actúan en cabeza superior e inferior, en los apoyos, y cuyo itinerario es a través de la viga riostra. Por tanto, la distorsión y alabeo de la sección central es mucho mayor que la de la sección de apoyo, en la cual es nula por la inmovilización que produce la viga riostra. En el caso de que ésta no existiese, las cargas N_{xy}, que actúan en cabeza superior e inferior, provinientes de la torsión del cajón, deberían trasladarse a los apoyos deformando el marco de la sección transversal, es decir, distorsionándolo. Este hecho aumentaría el desequilibrio entre las tensiones longitudinales de la zona izquierda del cajón y de la zona derecha, en la sección de apoyo.

Si examinamos la figura 6.6, donde representamos la distribución de esfuerzos tangenciales, N_{xy}, vemos como su distribución a 10 m de la situación de la carga es muy parecida a la que produce la teoría elemental de la viga (figura 6.2.d); mientras que cerca de la posición de la solicitación exterior está muy perturbada y es del tipo que ya conocemos por el estudio de los cajones apoyados (puntos 2 y 3). En la sección de apoyo central, la distribución de N_{xy} está un poco distorsionada; lo que repercute en la distribución de σ_x a través de la deformación por esfuerzo cortante.

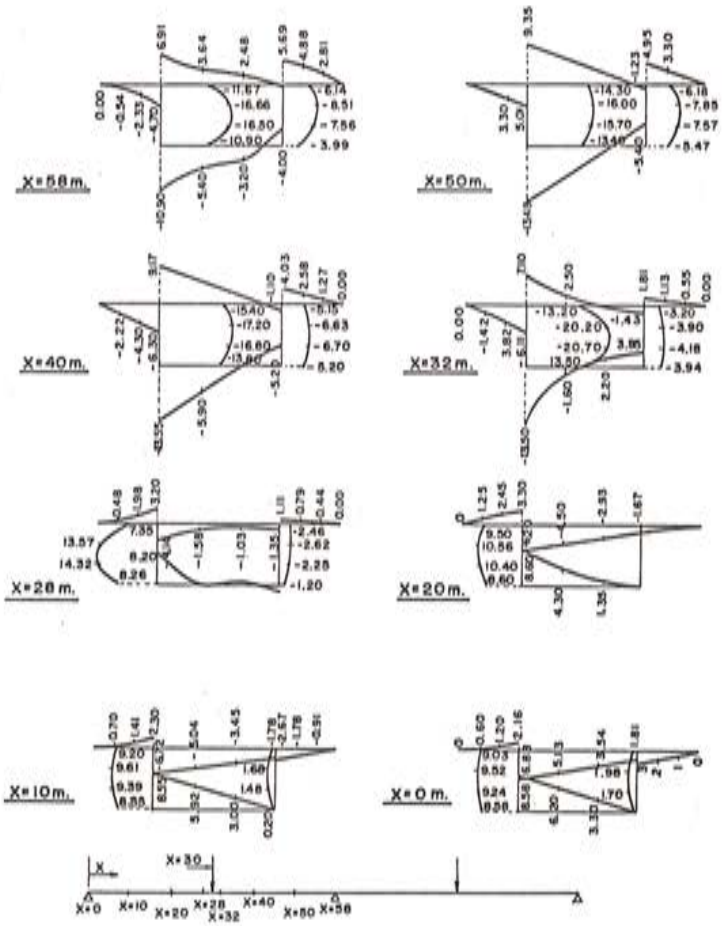


Fig. 6.6. Distribución de esfuerzos tangenciales, N_{xy}, en distintas secciones transversales a lo largo de la luz.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

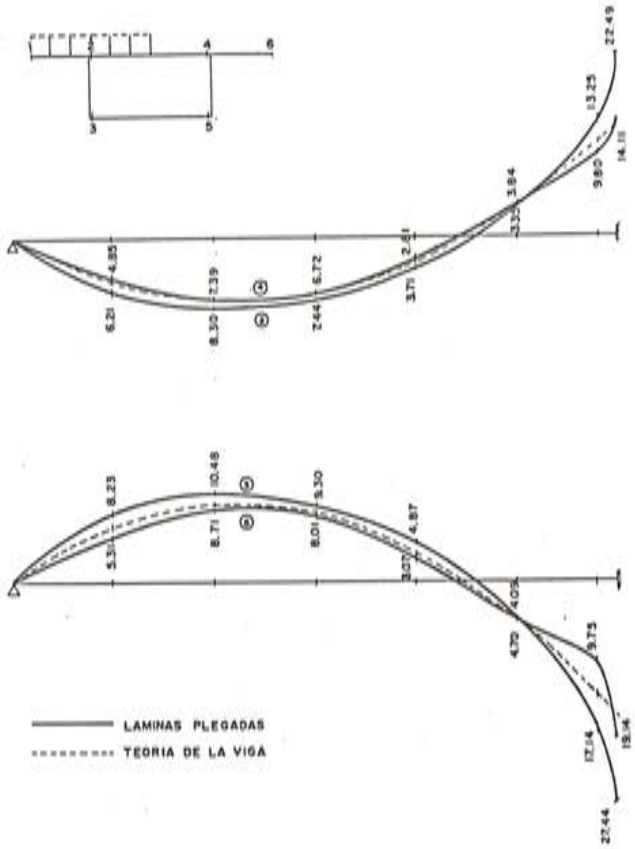


Fig. 6.7. Distribución de tensiones longitudinales, σ_x, a lo largo de la luz.

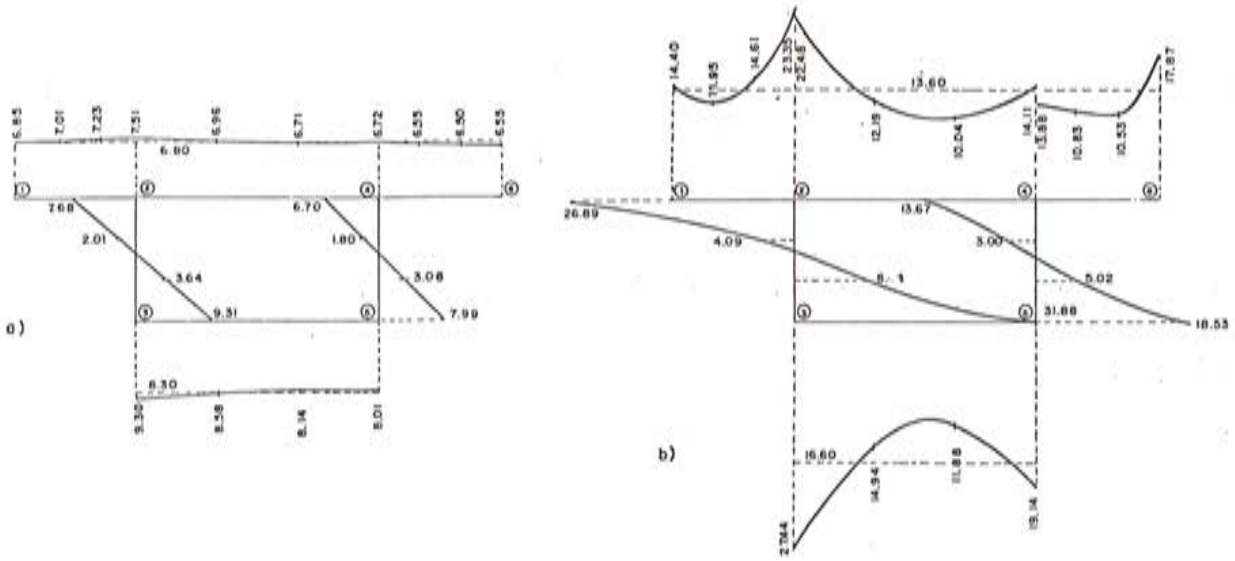


Fig. 6.8. Distribución de tensiones σ_x, en la sección transversal. a) Sección centro de luz: x = 30 m; b) Sección empotramiento.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

6.2 Solicitación uniforme excéntrica

En las figuras 6.7 y 6.8 representamos la distribución de tensiones longitudinales en la viga cajón, cuando la solicitación es una carga uniformemente repartida de 400 kg/m², pero colocada con un descentramiento, respecto al eje, de 3 m.

Como se puede apreciar en estas figuras, la diferencia entre las tensiones entre el lado izquierdo y el derecho de la viga es muy pequeño; lo que indica un pequeño alabeo y distorsión de la sección. La teoría elemental de la viga aproxima bien la respuesta.

Esto ocurre a lo largo de toda la viga cajón, salvo en las inmediaciones del apoyo central donde la perturbación es muy elevada. Este hecho, que queda perfectamente reflejado en la figura 6.8.b, puede que no responda a la realidad sino que sea consecuencia del modo en que se ha materializado la viga riostra en el programa de láminas plegadas que hemos utilizado para este estudio.

La viga riostra se ha materializado, en el programa de cálculo, por medio de barras inextensibles, que son las de la sección transversal, más una nueva barra que va del nudo 3 al 4 y que evita la distorsión de la sección. Además, se han inmovilizado al giro los seis nudos. Esta representación de la riostra no es muy precisa; pues aunque inmoviliza perfectamente los nudos, introduce una asimetría clara de comportamiento, que creemos es la causa de la perturbación local del estado de tensiones. En la figura 6.4.a también se observa esta anomalía.

6.3 Conclusiones

Respecto a la influencia de la continuidad, podemos sacar las siguientes conclusiones:

1. Como en el caso de las vigas cajón bi-apoyadas, las cargas puntuales son las que producen una perturbación mayor en la distribución de tensiones longitudinales, σ_x. Estas se separan mucho de las que proporciona la teoría elemental de la viga, en las inmediaciones de la carga.

2. Esta perturbación es más intensa que en los tableros bi-apoyados; pues el empotramiento supone una reducción en la relación ancho-luz.

3. En la sección de apoyo, la perturbación de las tensiones longitudinales es mucho menor que bajo la carga puntual y esto es debido a la presencia de vigas riostras y la menor concentración de la solicitación puntual en dicha sección.

4. La sobrecarga uniforme produce un incremento de tensiones muy pequeño respecto a la teoría de la viga.

5. En general, las conclusiones obtenidas en tableros bi-apoyados son aplicables a los continuos, con las limitaciones que acabamos de hacer.

7. DIMENSIONAMIENTO DE LOS TABLEROS FORMADOS POR VIGAS CAJON

Establecer el dimensionamiento de un tablero de puente supone contestar a tres preguntas:

¿Cómo es la distribución longitudinal de inercias?

¿Cómo es la sección transversal?

¿Qué tipo de vinculaciones existen entre las pilas y el tablero y entre los distintos tableros entre sí?

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Para poder contestar a todos estos problemas es necesario tener en cuenta, por un lado, el conjunto de problemas resistentes que ya hemos visto; por otro, el comportamiento del puente ante las acciones del medio ambiente, como son fluencia, retracción, variaciones de temperatura, asientos, etc., que no hemos visto y, por último, las condiciones que impone el proceso constructivo, que tampoco hemos visto hasta ahora. Resulta, por consiguiente, un tanto aventurado establecer una serie de reglas de diseño, cuando dejamos fuera un conjunto de variables significativas.

Sin embargo, creemos que el dimensionamiento del dintel es posible a partir de los conocimientos sobre la respuesta resistente que conocemos. No podremos establecer las vinculaciones del dintel con su contorno, que van a depender principalmente de las acciones indirectas y del proceso constructivo. Tampoco podremos justificar adecuadamente determinadas disposiciones que dependen del proceso constructivo elegido, aunque estas últimas las tendremos en cuenta conforme vayan apareciendo.

Para establecer la magnitud de cantos, espesor de paredes del cajón, longitud de voladizos transversales, etc. vamos a utilizar un estudio estadístico realizado por R.A. Swann* sobre 178 puentes construidos durante los años 1957 a 1972. Sin embargo, este estudio deja fuera los puentes más recientes, que son precisamente aquéllos que más nos interesan; por lo cual llenaremos ese vacío conforme vayan apareciendo.

7.1 Dimensionamiento longitudinal

Como ya hemos indicado en la introducción, los puentes cajón son puentes continuos, y las variaciones longitudinales de canto son de tres tipos (figura 7.1):

Tipo I. El canto y la inercia son constantes a lo largo de todo el puente. Se utilizan para las luces más pequeñas. Raramente sobrepasan los 50 metros de luz. El tipo de construcción es, normalmente, la cimbra apoyada en el suelo, o autoportante cuando el número de vanos del puente es muy grande (longitud del puente $\geqslant$ 500 m). También se suele emplear el procedimiento que caracteriza a los "puentes empujados".

Tipo II. El canto es constante pero la inercia varía al acercarnos al apoyo. Este incremento de inercia se realiza a base de aumentar el espesor de la losa inferior, desde una posición situada a 1/4 ó 1/5 de la luz, contando desde la sección de apoyo, hasta el apoyo. Este incremento de resistencia es necesario para controlar el estado tensional producido por los grandes momentos negativos que se presentan en esta zona.

En algunos puentes franceses se ha utilizado el regruesamiento de la losa inferior hacia fuera, en lugar de hacia dentro, con lo que sale un canto ligeramente variable. Fig. 7.1.c.

Aunque su utilización ha alcanzado los 120 m de luz, es más corriente utilizarlo con luces que varían entre los 50 y 90 m y en puentes de muchos vanos. Ultimamente se observa una tendencia a incrementar la luz de esta morfología.

Su construcción participa, por el lado de las luces pequeñas (50 ó 55 m), de la construcción con cimbra, pero a partir de ellas la cimbra es muy cara y se utiliza el avance en voladizo.

* "A feature survey of concrete box-spine-beam bridge". R.A. Swann. Technical Report 42.469. Junio, 1972. C.A.C.A.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

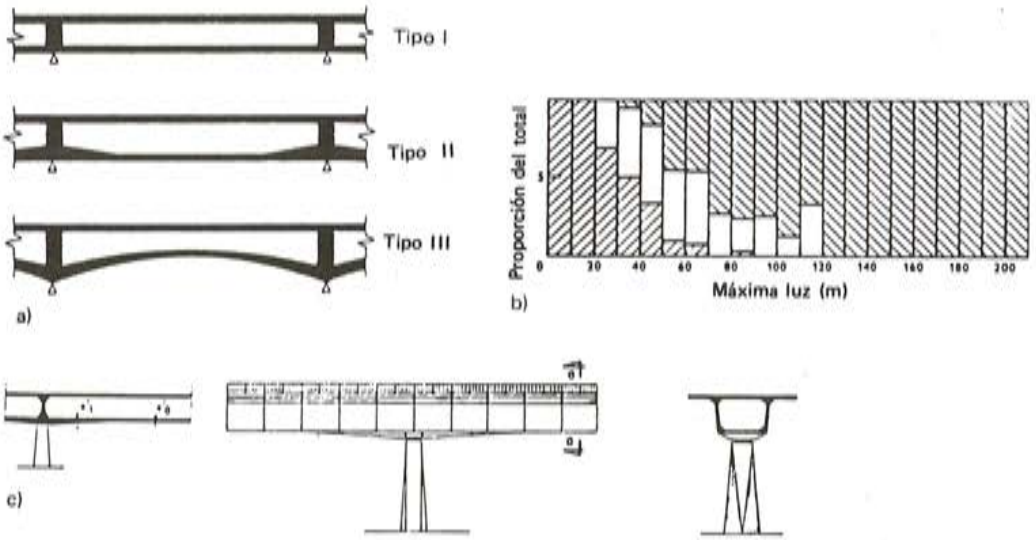


Fig. 7.1.

Tipo III. En esta morfología varía el canto a todo lo largo del puente, creciendo desde el centro de la luz hacia los apoyos. Las curvas de variación del canto suelen ser parábolas de 2º, 3º ó 4º grado, siendo las más utilizadas las de 2º grado que dan una variación bastante suave. Las curvas de 3º y 4º dan una variación de canto muy brusca en la zona de apoyos, por lo que, si bien se acoplan mejor que las de 2º a la cuantía de la solicitación, ofrecen una imagen de puente demasiado abrupta.

Esta morfología es la que distribuye el material de manera más adecuada a la cuantía de la solicitación, por lo que la convierte en la morfología exclusiva de los tableros de mayor luz. En cualquier tablero de canto constante, sobra canto en el centro del vano.

La variación del canto introduce una ventaja complementaria. Como parte del esfuerzo cortante es transportado por la componente inclinada de la compresión de la losa inferior, se alivia a las almas de una parte importante de esfuerzo cortante, permitiendo un dimensionamiento más delgado de las mismas.

Como regla general, se puede decir que en todos estos tipos de tableros se debe perfilar al máximo la distribución del hormigón, de manera que en cada zona exista el estrictamente necesario para soportar los esfuerzos. Losas superiores, almas, losas inferiores, cartelas, etc., deben conjugar las necesidades constructivas con los espesores mínimos necesarios. De otra manera, el peso propio del puente, que es con mucho la solicitación más importante, crecerá extraordinariamente, encareciéndolo. En la figura 7.2 representamos el volumen equivalente de hormigón en el tablero, por metro cuadrado de estructura. En ella se observa claramente cómo crece el peso propio con la luz del puente.

7.1.1 Longitud de los vanos laterales

En la figura 7.3 se recoge la relación que existe entre la luz del último vano y la del penúltimo. Los resultados son totalmente aleatorios y no puede establecerse una ley estadística óptima; y esto por varias razones.

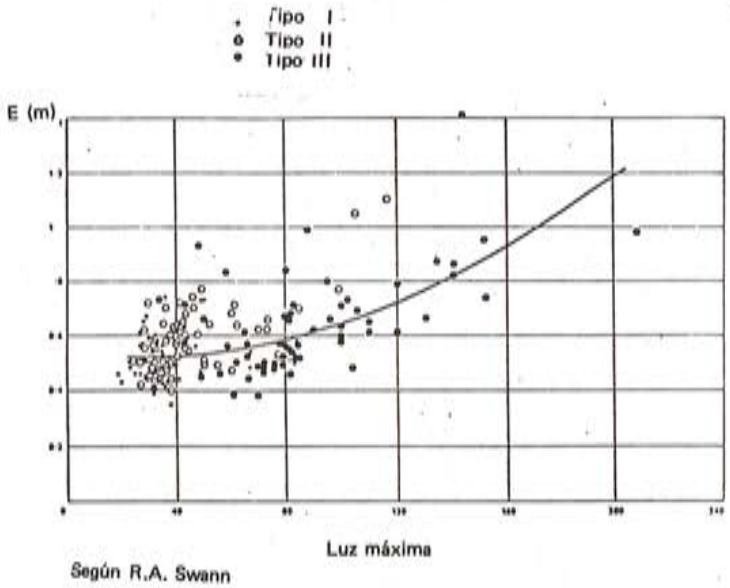
Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Sabemos que las luces extremas óptimas, de cara a equilibrar adecuadamente los momentos flectores del tramo principal, se encuentran en los puntos de inflexión de la deformada de la ley de momentos flectores, que se sitúan aproximadamente a 0,25 ó 0,75 de la luz principal (figura 7.4). Cualquiera de estos cortes podría ser válido.

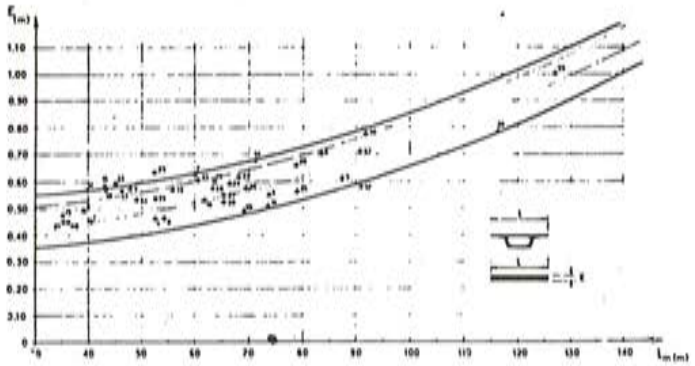
Utilizar 0,75 L para la luz final, suele ser corriente cuando el puente es continuo de muchos vanos; pero si la luz del vano principal viene impuesta por la existencia de un accidente natural importante, como es un río, resulta excesivo el 0,75 L para el vano de compensación, si sus dimensiones no son exigidas por capacidad de desagüe en caso de avenidas.

En este caso, se podría utilizar 0,25 L; pero en muchos casos esta descompensación de luces produce tales tracciones en el estribo, que se recurre a aumentar algo el valor del vano de compensación para reducir el tamaño del contrapeso necesario.

Pero, además, existe otro factor; y éste es de índole constructiva. Como veremos, es normal utilizar, como proceso de construcción, el avance en voladizo sucesivo a partir de pilas empotradas. Para equilibrar las flexiones sobre la pila durante la construcción, suelen utilizarse valores próximos a 0,5 L y, naturalmente, toda la gama intermedia. Por esta razón resulta tan poblada la luz del último vano comprendida entre 0,25 y 0,75 L de la figura 7.3 .



Según R.A. Swann



Según J. Mathivat

Fig. 7.2. Espesor equivalente de hormigón en el dintel.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Es mucho más raro adoptar la luz última del mismo valor que la del vano principal; y esto sólo ocurre cuando, por condiciones topográficas, es imposible situar la pila en otro lado.

7.1.2 Relación canto-luz

En la figura 7.5 se representan los valores utilizados en los 178 puentes examinados por R.A. Swann, tanto en la sección de pila como en la del centro del vano.

Los valores medios y que corresponden a los más usuales en los tableros tipo III son:

$$\text{Sección pila: } c = \frac{L}{20}$$

$$\text{Sección centro vano: } c = \frac{L}{50}$$

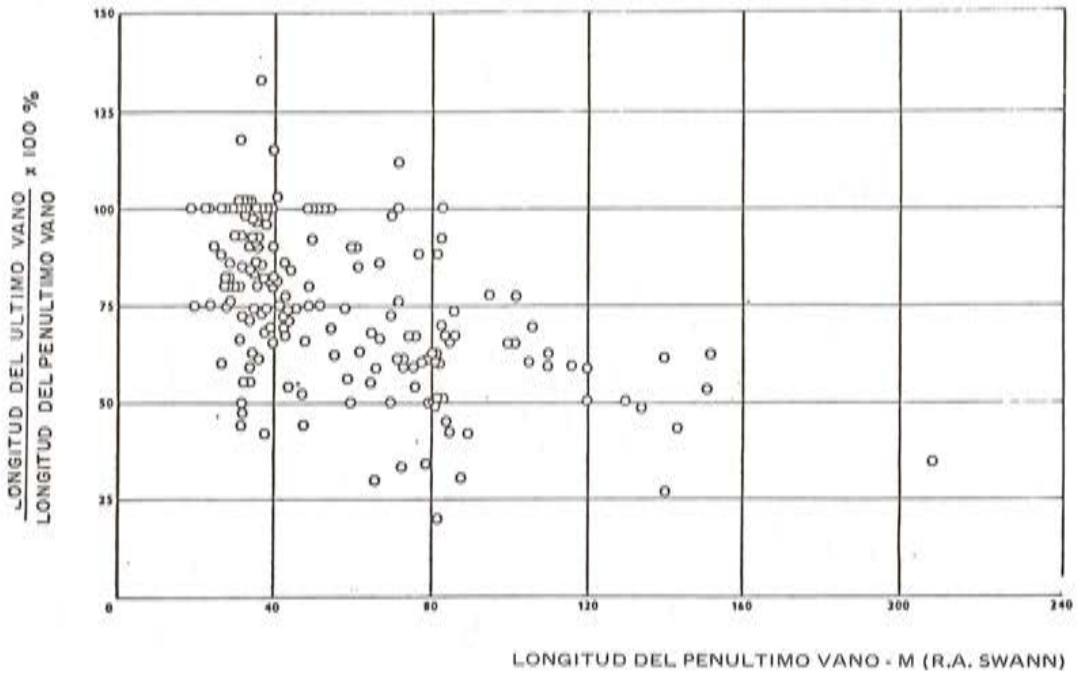


Fig. 7.3. Longitud de los vanos laterales.

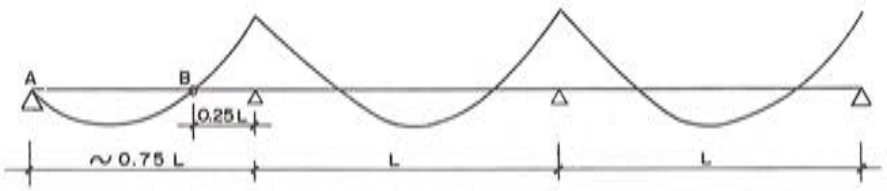


Fig. 7.4.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

A partir de estos valores medios, la tendencia en la distribución de cantos, dentro de los ciertos límites, es: Si se adopta un canto grande en la sección de pila, > L/20, se puede reducir el canto en el centro del vano; y viceversa. Esto se debe a que cuando cargamos una viga de inercia variable, cuanto mayor sea la variación de cantos mayor atracción de momentos negativos se produce en el apoyo y, por tanto, menores momentos positivos se producen en el centro.

En los tableros de canto constante, tipos I y II, también los cantos oscilan alrededor de L/20, aunque se pueden realizar tableros con cantos menores, como vemos en la figura 7.5.a, que llegan a alcanzar cantos de hasta L/30 y menores. Sin embargo esto da lugar a diseños caros.

La capacidad resistente del puente no viene, como es lógico, determinada únicamente por su canto. Influyen, y muy determinantemente, los espesores de las losas superior e inferior, y los de las almas. Cuando realicemos un puente de poco canto será a costa, siempre, de aumentar las losas; y viceversa. Es decir, un puente esbelto no tiene por qué ser más ligero sino que a veces es más pesado. Cuando se pase al dimensionamiento de las losas superior e inferior habrá que tener en cuenta esta condición resistente.

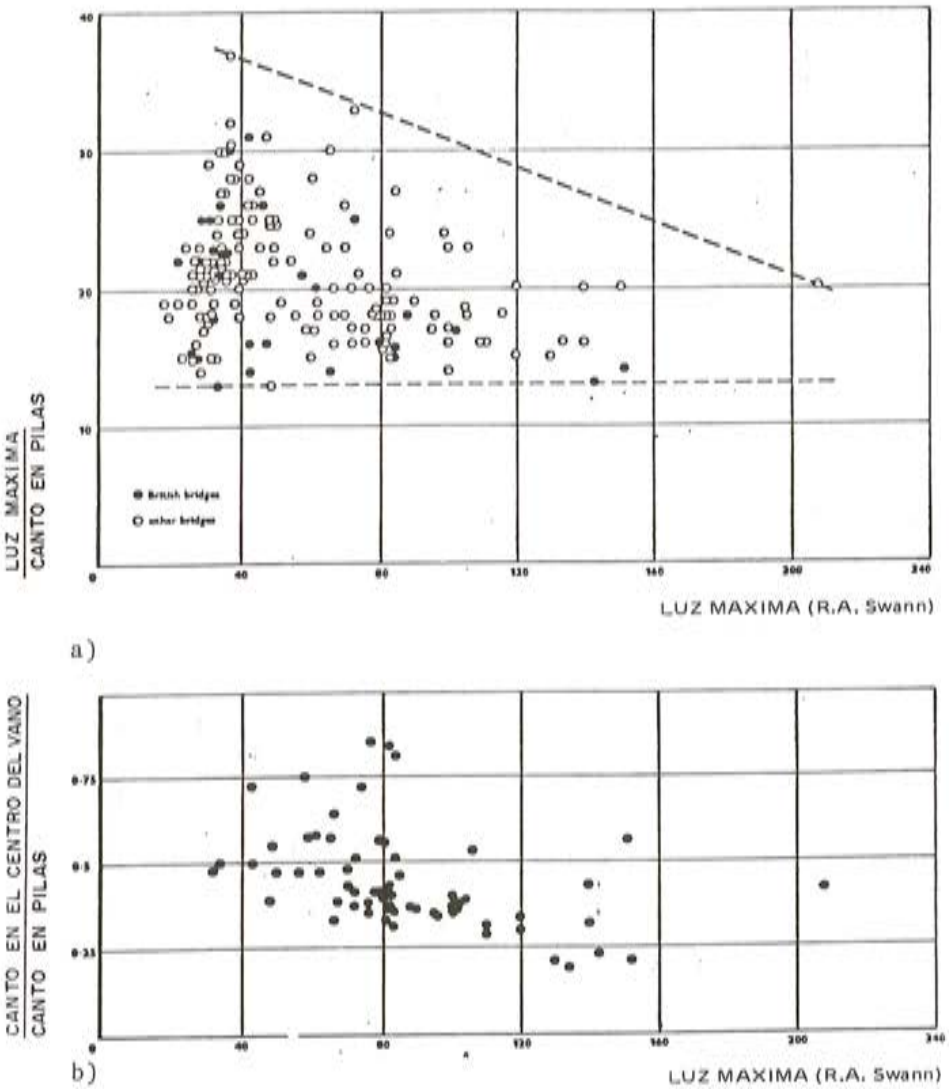


Fig. 7.5. Relación luz/canto.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

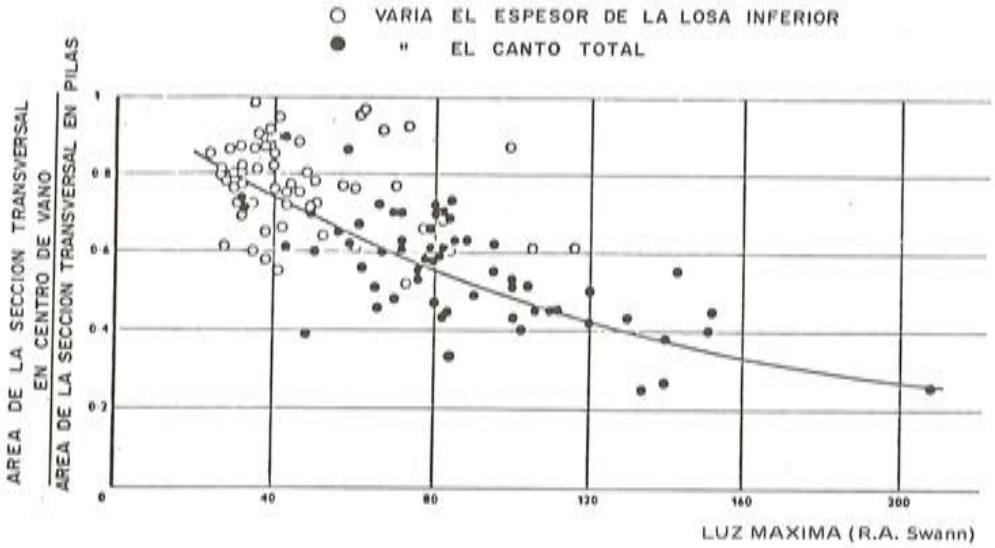


Fig. 7.6. Distribución del hormigón en el dintel.

En general, se puede afirmar que la utilización de tableros esbeltos, $c < L/20$, da lugar a diseños caros y muy agradables por su esbeltez. Lo contrario pasa en tableros poco esbeltos.

En la figura 7.6 representamos la relación que existe entre el área de hormigón de la sección del centro del vano y la de los apoyos.

7.2 Sección transversal

En el diseño de la sección transversal influyen los dos tipos de condicionantes que hemos visto que hablábamos de diseño:

– Condiciones resistentes
– Condiciones constructivas

De entre las primeras podemos destacar los siguientes efectos:

1. Capacidad de resistencia a flexión.
2. Capacidad de resistencia a torsión.
3. Flexibilidad de la sección transversal.
4. Deformabilidad, por esfuerzo cortante, de las losas que constituyen el cajón.
5. Capacidad de resistencia de la losa del tablero a la actuación de la carga directa.

Las condiciones constructivas son mucho más difíciles de objetivar y su variabilidad depende de factores tan aleatorios como las condiciones económico-sociales del país en que se construye y que, por tanto, son variables con el tiempo. Son estas condiciones las que más influyen en la evolución de la sección transversal.

Estos dos tipos de condiciones deben articularse de manera que se consigan tableros muy resistentes, ligeros y fácilmente construibles.

La capacidad de resistencia a flexión depende del canto y de las áreas de las losas superior e inferior. Así, podemos obtener un cajón más rígido aumentando el área de la losa inferior, ya sea variando su anchura y manteniendo el espesor, o viceversa. La losa superior suele ser casi siempre superabundante, y su anchura está fijada por las condiciones funcionales, del puente.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

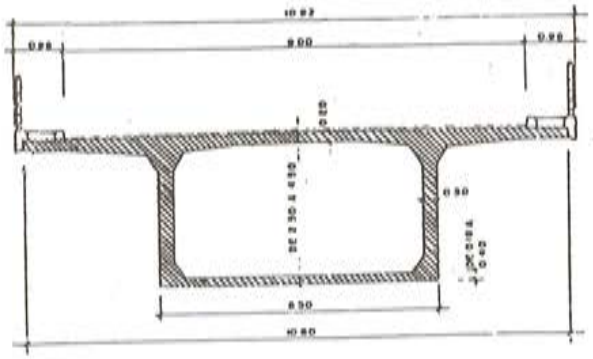
La capacidad de resistencia a torsión depende del espesor de las paredes y del área encerrada por las mismas. Su rigidez, del cuadrado de la misma área.

Sin embargo, hablar de rigidez y resistencia a torsión como lo estamos haciendo, supone la indeformabilidad de la sección transversal, lo cual, como hemos visto, deja de ser cierto por la flexibilidad de la sección transversal, que provoca la distorsión del cajón, bastante pronunciado cuando se trata de solicitaciones puntuales. Este hecho determina una desigualdad en el reparto de las tensiones longitudinales de flexión.

Junto con la distorsión, la deformación por esfuerzo cortante de las losas superiores suponen una nueva concentración de tensiones longitudinales en las zonas próximas a las almas.

Distorsión y deformación por esfuerzo cortante, pueden considerarse como efectos perturbadores de la distribución tensional correspondiente a la flexión simple, que es la conveniente pues solicita por igual todo el ancho de la sección. A reducir su importancia va dirigida la manera en que distribuyamos el material en la sección.

Por ejemplo, cuando la relación ancho-luz es pequeña, estos dos efectos quedan automáticamente reducidos. La distorsión la podemos reducir a voluntad, introduciendo más o menos vigas riostras en su interior; aunque raro es el tablero que las tiene (salvo en los apoyos), a no ser que sea de gran relación ancho-luz.



— Puente de Oleron. Tramos continuos. Canto variable. Luz, 79 m.

$$\frac{1}{31{,}6} \leq \frac{h}{L} \leq \frac{1}{17{,}5}$$

(prefabricados por dovelas)

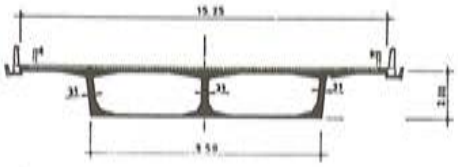
Fig. 7.7.

Por último, tenemos el efecto de las flexiones directas de la carga exterior, sobre el dimensionamiento de las losas, principalmente la superior. Esto va a depender de las luces trasversales entre almas del cajón y la longitud de los voladizos exteriores.

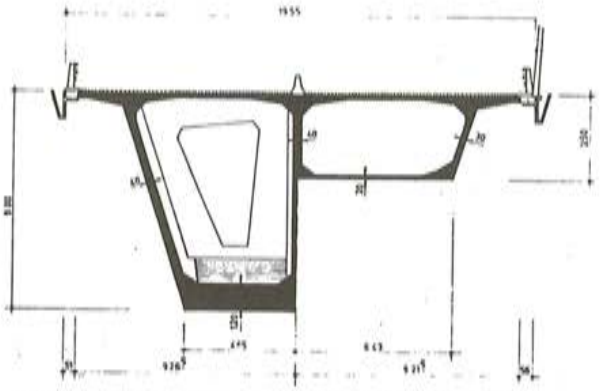
A la luz de estas variables, vamos a examinar la forma de la sección transversal que se debe adoptar en el diseño.

En primer lugar, tenemos el cajón único monocelular (figura 7.7). Se trata del puente de Olerón (Francia). Tiene una relación ancho-luz bastante pequeña, del orden de 1/8, con lo que no son de esperar fuertes deformaciones por distorsión ni pérdida de eficacia de las losas superiores por deformación por esfuerzo cortante. Las luces transversales de la losa superior están bien equilibradas y no son grandes; con lo que los espesores necesarios para la resistencia a la flexión de la carga directa están dentro del orden de magnitud de lo que se necesita para la flexión longitudinal.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025



Sección transversal de los viaductos de la autopista B.3 Sur



Sección transversal del puente Gennevilliers sobre el Sena

Fig. 7.8.

Si se aumentase mucho la anchura del puente manteniendo un solo cajón monocelular, aumentaría mucho la distorsión del cajón y la deformación por esfuerzo cortante de las losas. Además, las dimensiones de la losa superior y de las almas, deberían aumentar,para resistir la flexión de la carga directa, la primera, y las tensiones tangenciales de cortante, torsión y distorsión, las segundas.

Para salir al paso de estos efectos se pueden adoptar varias soluciones:

a) Hacer un cajón bi-celular (figura 7.8).
Al ser el cajón bi-celular, se reduce la deformación por esfuerzo cortante de las losas, ya que la separación entre las almas es más pequeña; se aumenta la rigidez a la distorsión,pues un marco de tres almas es más rígido que uno de dos, y se reduce la flexión de carga directa sobre la losa superior por disminuir la luz transversal de la misma.

Esta solución, sin embargo, tiene más problemas constructivos que la monocelular, ya que se necesita doble encofrado interior y resulta hiperestática para su manejo, cuando se utilizan para la construcción dovelas prefabricadas.

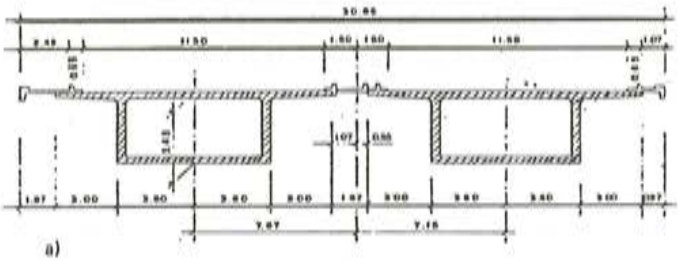
b) Duplicar la sección cajón (figura 7.9).
Se pueden hacer dos versiones: dejando los dos cajones separados (figura 7.9.a),o disponiéndolos unidos por la losa superior (figura 7.9.b). Ya hemos visto en el punto 5 que una u otra versión son prácticamente equivalentes a efectos resistentes. En cualquiera de los casos, se reduce la relación ancho-luz en cada cajón y automáticamente se reducen los tres efectos perturbadores de la distribución tensional.

Desde el punto de vista constructivo, esta solución tiene la ventaja de poder utilizar equipos de montaje o ejecución menos pesados y, por tanto, más baratos. Esto,naturalmente, ocasiona mayor tiempo de ejecución. Con esta solución se pueden cubrir anchuras mayores que con el cajón bi-celular.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

c) Rigidizar el cajón monocelular (figuras 7.10 y 7.11).

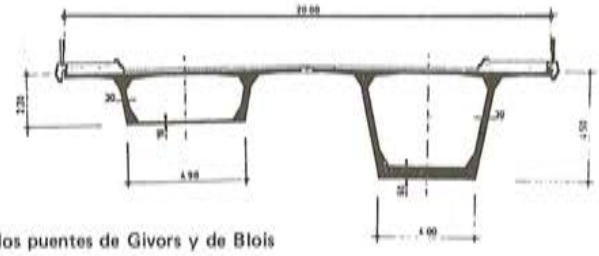
Este tipo de solución es muy reciente y se está imponiendo sobre las anteriores en los últimos tiempos. En la solución de la figura 7.10, correspondiente al puente de Eschachtal, se adopta un cajón monocelular, bastante reducido en anchura, de manera que destaque tres vanos aproximadamente iguales en la losa superior. Esta dis-



a)

Puente de Bendorf. Tramos de acceso. Viga continua. Canto constante. Luz, 44,15 m.

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{12,8}$$



b) Sección transversal de los puentes de Givors y de Blois

Fig. 7.9.

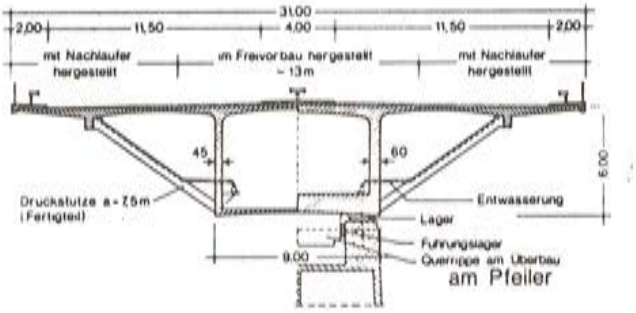


Fig. 7.10.

posición, que no sería lógica en un caso normal de viga cajón, pues las flexiones debidas a la carga directa serían enormes en los voladizos laterales, resulta aquí válida, ya que las flexiones se reducen por la presencia de los puntales inclinados que apoyan el extremo del voladizo, sobre el alma del cajón y la losa inferior.

Aunque el cajón no es demasiado ancho, para reducir la flexibilidad transversal, en algún puente de este tipo se han dispuesto dos o tres vigas riostras intermedias. Así, la distorsión queda muy reducida, habida cuenta de que la torsión es muy grande en este tipo de cajones.

Con respecto a la deformación por esfuerzo cortante de la losa superior, ésta es bastante grande, ya que el tablero sigue teniendo dos almas; pero puede mantenerse, ya que la losa superior suele ser superabundante.

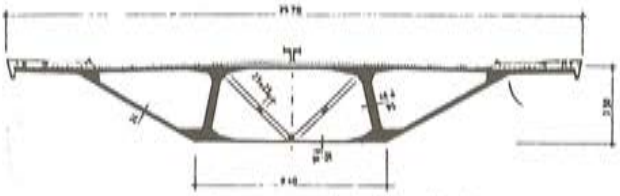
Desde el punto de vista constructivo, tiene la ventaja de que se realiza una sola viga en lugar de dos; lo que supone un abaratamiento notable. Sin embargo, los equipos, necesarios para construirla suelen ser caros, pues la viga es muy pesada; lo que se evi-

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

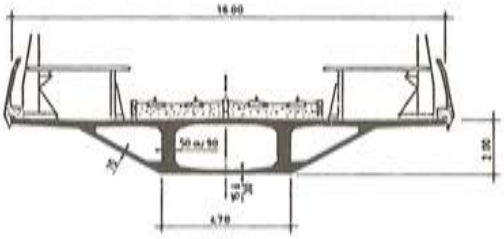
Sección transversal del puente de Sallingsund.

Sección transversal del puente de Vejle-Ford.

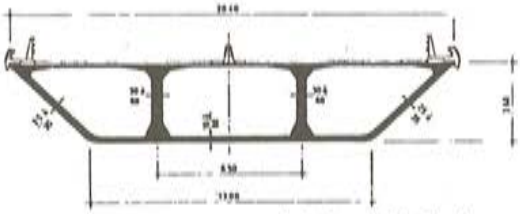
Fig. 7.11.



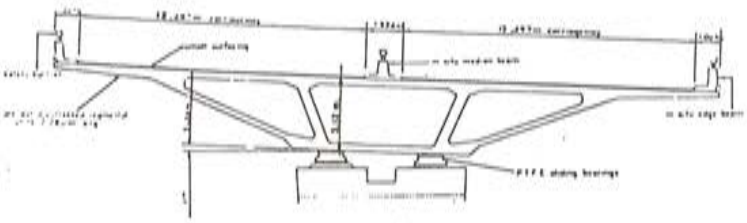
— *Section transversale du Viaduc de la Viosne.*



— *Section transversale des viaducs R.A.T.P. de Marne-la-Vallée.*



— *Section transversale du Pont de Saint-Cloud.*

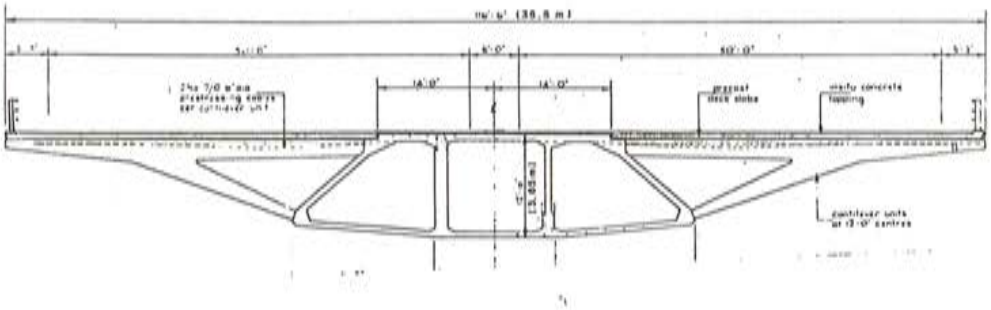


WESTERN AVENUE – LONDRES (L = 62 m)

Fig. 7.12.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Fig. 7.13. Sección transversal del puente Saint-Jean en Bordeaux.



VIADUCTO DE APROXIMACION AL PUENTE DE WESTGATE—AUSTRALIA (L = 67 m.)

Fig. 7.14.

ta construyéndola en dos etapas. En una primera, se realiza exclusivamente el cajón, sin voladizos laterales. Después, y una vez que esta viga está pretensada y se apoya en las pilas, se construye el voladizo lateral por medio de un carro transversal que discurre apoyándose en la viga cajón.

En la figura 7.11 se plantea otro tipo de rigidización de la losa superior, consistente en establecer vigas transversales que recogen el efecto de la flexión de carga directa del voladizo lateral y del vano central de la sección transversal. La flexión principal de la losa superior cambia de sentido, y en lugar de flectar transversalmente lo hace longitudinalmente entre las vigas riostras.

La distorsión del cajón queda también muy reducida, pues las vigas riostras, aunque no sean completas, aumentan claramente la rigidez de la sección transversal. La deformación por esfuerzo cortante de la losa superior no varía.

La construcción de esta solución suele realizarse, principalmente, por dovelas prefabricadas, ya que en este caso la presencia de la viga riostra no estorba la salida de los encofrados interiores. La solución de la figura 7.10, suele realizarse para puentes hormigonados in situ.

Para aquellos casos de puente extraordinariamente anchos, las soluciones anteriores se pueden extrapolar de la forma siguiente:

La solución a), correspondiente al cajón bi-celular, puede llevarse a ser tricelular (figura 7.12), con o sin voladizos transversales, y llegar por último a convertirse, por adición celular, en una losa aligerada.

La disposición de dos cajones unidos, puede ampliarse a tres o más cajones unidos(figura 7.13); y la solución de rigidizar la sección transversal, puede, uniendo varias células, convertirse en la de la figura 7.14.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

En el estudio estadístico realizado por R.A. Swann, se recogen todos los puentes estudiados hasta 1972; y su sección transversal se refleja en la figura 7.15, donde se especifica el tipo de sección transversal utilizado, en función de la relación ancho-luz del tablero. En esta estadística no se recogen los puentes en que se rigidiza la sección transversal, pues esta morfología es posterior a la fecha de confección de la misma.

En ella se comprueban las acotaciones que acabamos de hacer. Conforme la relación ancho-luz aumenta, el tablero pasa de monocelular a bi-o-pluricelular, de un solo cajón o varios cajones unidos, etc.

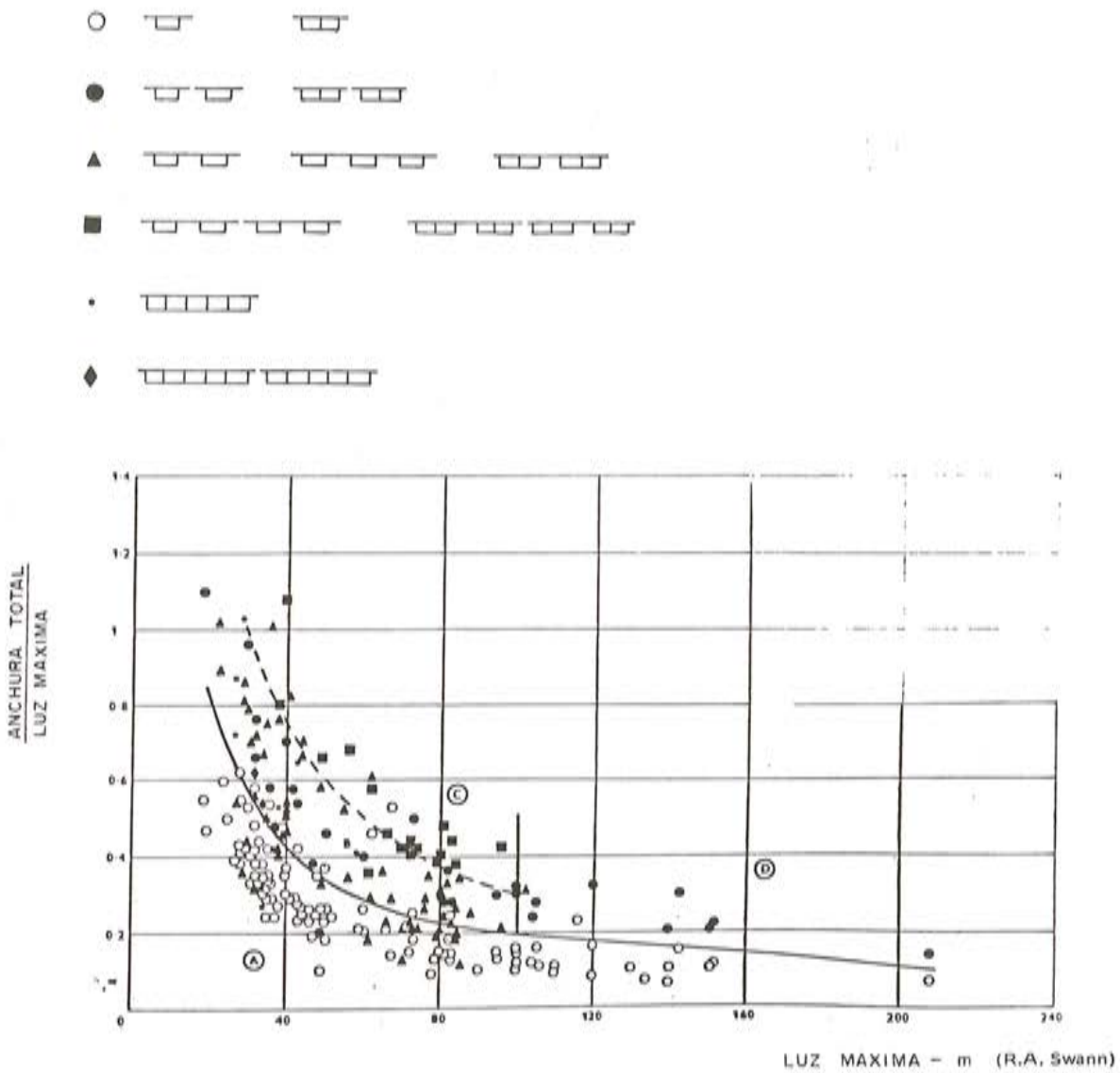


Fig. 7.15. Uso de los diferentes tipos de secciones.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

7.2.1 Losa superior

La losa superior cumple un papel diverso en las vigas cajón. En primer lugar, materializa el tablero y, por tanto, estará sometida a las flexiones transversales locales y uniformes producidas, por la acción directa de la sobrecarga puntual, la uniforme, y la carga permanente. En segundo lugar, contribuye, con el resto de las losas que forman la viga cajón, a evitar la distorsión de la sección y, además, contribuye a la rigidez a torsión de la viga en su conjunto. Finalmente, constituye la cabeza de tracción o compresión de la flexión longitudinal del tablero. Su dimensionamiento vendrá gobernado por todas estas misiones, aunque predomina el primer efecto.

Desde el punto de vista de la flexión transversal, la losa superior actúa con empotramiento elástico sobre las almas; empotramiento que suele ser muy rígido debido a la gran rigidez transversal del marco. La distribución de espesores de la losa superior a lo ancho del puente, suele ser variable, con valor máximo en las proximidades de las almas, reduciéndose conforme se acerca al centro de su luz.

Esta distribución del material, tiene bastantes ventajas. En primer lugar, se acopla bien a la distribución de los momentos flectores transversales. En segundo lugar, crea un gran espacio para el alojamiento de los cables y anclajes de pretensado en las proximidades de las almas. En tercer lugar, reduce la deformación por cortante de las losas superior e inferior, por concentrar el área cerca de las almas.

Si examinamos su dimensionamiento en la figura 7.16, vemos que éste varía según utilicemos o no pretensado transversal. Existe un espesor mínimo, que suele oscilar alrededor de 18 o 20 cm, necesario para alojar adecuadamente los cables de pretensado longitudinal.

A partir de aquí el espesor aumenta, siendo mayor, como es lógico, cuando no existe pretensado transversal que cuando existe.

Desde el punto de vista de la existencia del pretensado transversal, no es excesivamente frecuente su uso ya que resulta caro por su pequeña longitud y el gran número de anclajes necesarios (figura 7.17).

Según J. Mathivat, el espesor de la losa en el centro, e_o, viene dado por el siguiente cuadro:

L	m	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5
e_o	cm	16	18	20			22	

L = Separación entre almas.

Longitudinalmente, el dimensionamiento de la cabeza superior suele ser constante ya que por su gran envergadura, necesaria para materializar el tablero, es superabundante para recoger las tensiones debidas a la flexión longitudinal del puente. En algunos puentes, se dispone un mayor espesor de la losa superior en la zona de pilas; pero esto no es debido sino a la necesidad de alojar en su interior la gran cantidad de cables de pretensado longitudinal que se acumulan en dicha zona.

Como se ve por su dimensionamiento, la losa superior está muy perfilada, disponiéndose el espesor estrictamente necesario para resistir los esfuerzos a que está sometida, ya que constituye uno de los mayores componentes del peso propio del puente.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

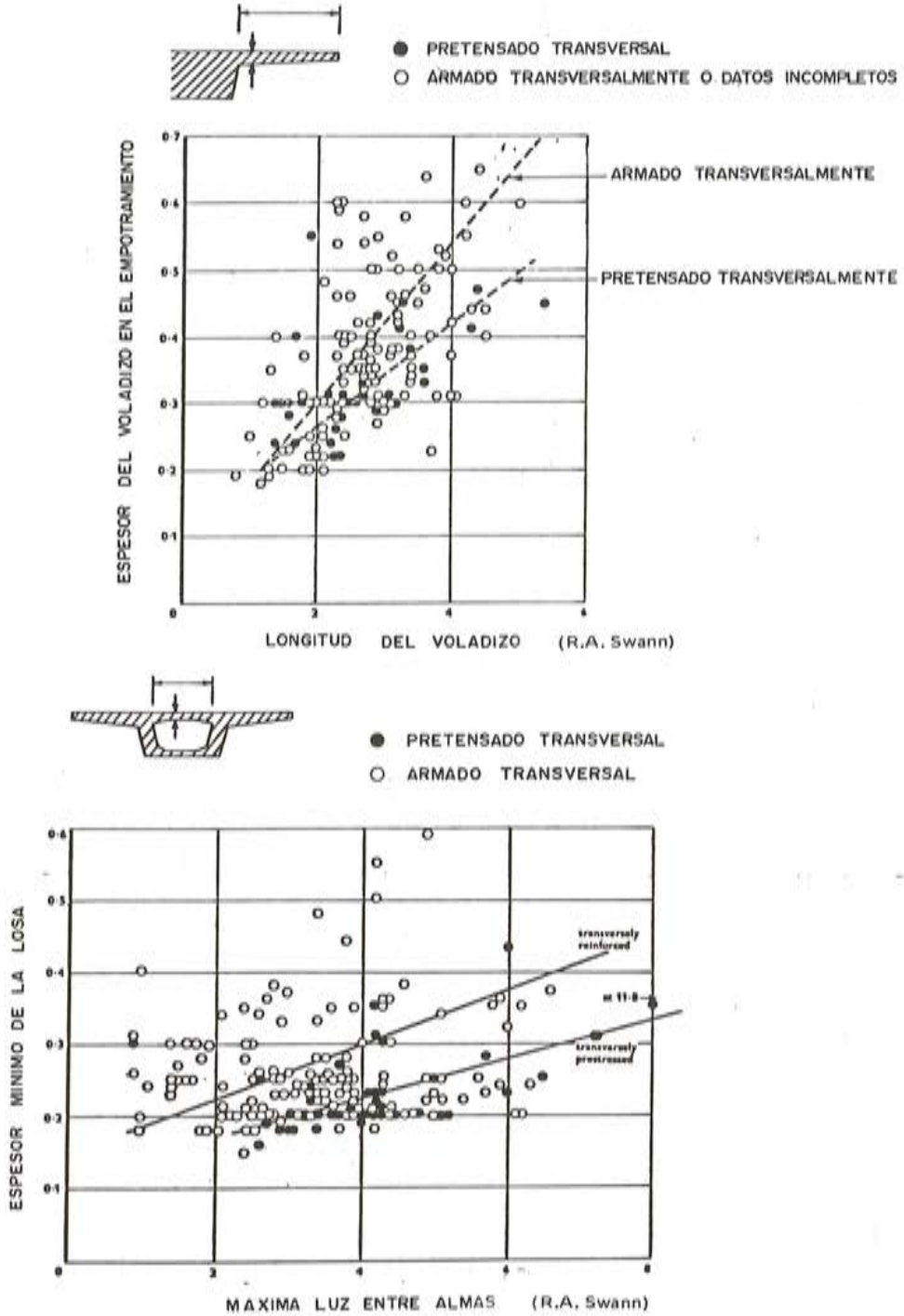


Fig. 7.16. Espesores de la losa superior.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Fig. 7.17. Uso de pretensado transversal.

Cuando se disponen vigas riostras transversales suficientemente próximas para que recojan toda la flexión transversal de la losa superior (figura 7.11), el espesor de ésta tiende a ser constante; y es con las almas con lo que se consigue el regruesamiento necesario para alojar los cables de pretensado longitudinal del puente, en la zona de apoyos.

7.2.2 Almas

En las figuras 7.18 recogemos los gráficos confeccionados por Swann sobre los 157 puentes examinados, en los que se representa el valor del espesor del alma con respecto a la luz del puente. Sin embargo, esta representación no se realiza directamente sino a través de los parámetros:

$(t_{wp} \cdot h_p/b \cdot l_{máx}) \times 10^3$, para la zona sobre pilas;

$(t_{wm} \cdot h_m/b \cdot l_{máx}) \times 10^3$, para el centro del vano.

Donde:

t_{wp} y t_{wm} — suma de los espesores de las almas, en pilas y centro de vano;

h_p y h_m — canto total del dintel, en pilas y centro de vano;

b — anchura total del dintel;

$l_{máx}$ — luz máxima del vano.

La elección de los parámetros anteriores expresa, de alguna manera, el comportamiento a cortante del tablero, pues $h_p \cdot t_{wp}$ es el área de las almas y $b \cdot l_{máx}$ tiende a ser proporcional al cortante.

Como se ve en la figura 7.18.a, la representación de estos valores es muy heterogénea, pudiendo establecerse un valor medio en la curva representada. La gran dispersión de los valores correspondientes a luces pequeñas, $L < 50$ m, corresponde sin duda a que sus espesores han sido determinados por razones constructivas, o porque se trata de puentes muy oblicuos, con grandes curvaturas, etc. Los valores mínimos corresponden, como era de esperar, a aquellos puentes (tipo 3) en los que varía el canto del dintel con la luz; pues entonces una gran parte del esfuerzo cortante es recogido por la componente inclinada de las compresiones en la losa inferior. Por último, el bajísimo valor correspondiente al puente de 208 m de luz (el puente de Bendorf) se debe a la utilización del pretensado transversal del alma. Así como ocurría con la losa superior, este pretensado es muy poco usado por resultar muy caro.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

El espesor del alma se conserva constante, a lo largo de la luz, en muchos puentes; y la reducción que la curva 7.18.b representa respecto a la curva 7.18.a, corresponde más bien a la disminución del canto conforme nos acercamos al centro del vano, que a una disminución del espesor del alma. Este hecho viene condicionado, principalmente, por razones constructivas más que resistentes.

Donde se suele observar un aumento del alma en la zona de pilas es en los puentes del tipo II de gran luz (puentes de canto constante).

J. Mathivat establece las siguientes reglas para determinar el espesor del alma:

$$e \geqslant \frac{h}{36} + 5 + \phi \text{ (cm)}, \quad \text{si } h \leqslant 6 \text{ m};$$

$$e \geqslant \frac{h}{22} + 8 + \phi \qquad , \quad \text{si } h \geqslant 7 \text{ m};$$

donde h es la altura del alma y ϕ el diámetro de la armadura de pretensado que la atraviesa.

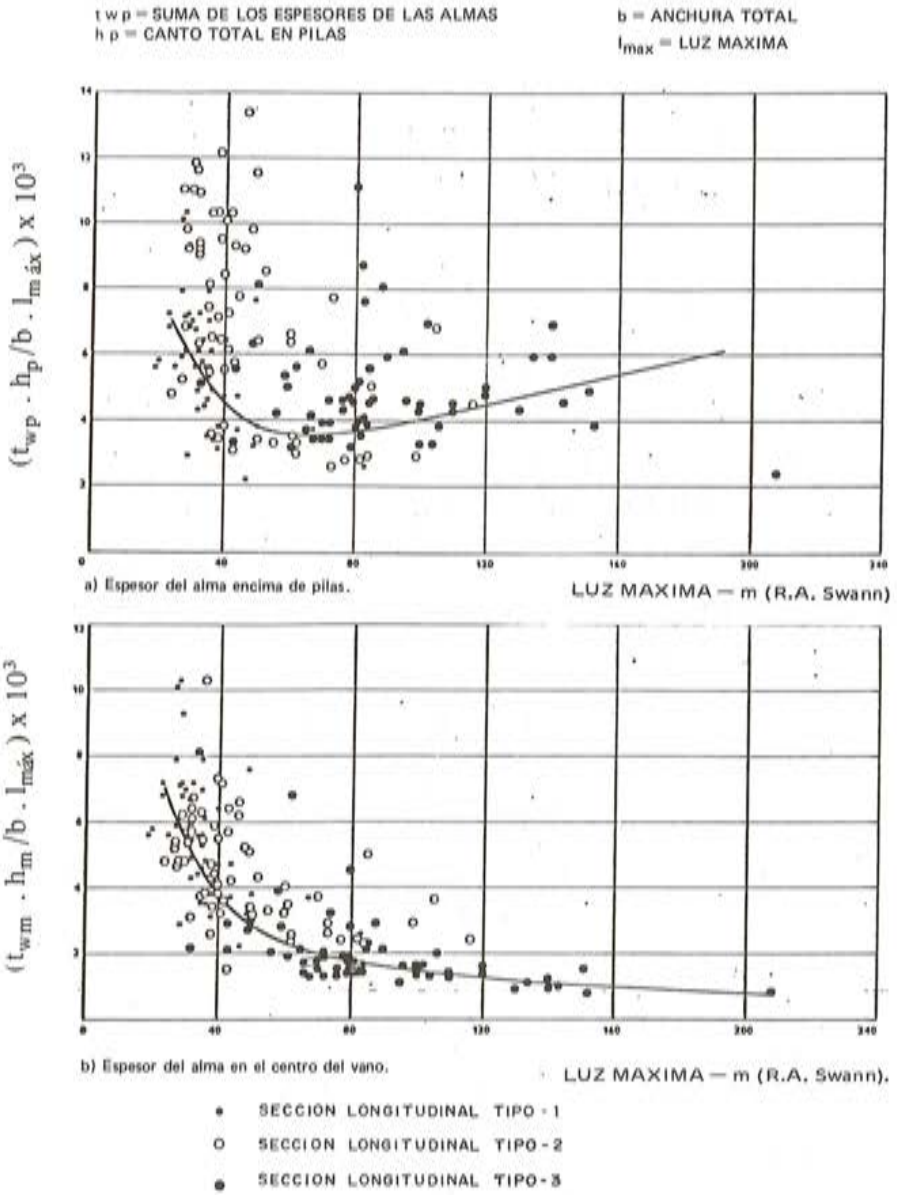


Fig. 7.18.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

7.2.3 Losa inferior

En la figura 7.19 se representa el espesor de la losa inferior en la sección situada encima de pilas, en comparación con la luz del puente. De la misma manera que en las almas, este espesor no se representa directamente sino que se realiza a través de un parámetro:

$$(h_p \cdot A_f / b \cdot l^2_{máx}) \times 10^4 \text{; donde:}$$

h_p es el canto del dintel encima de pilas;

A_f es el área de la losa inferior;

b es el ancho del tablero, y

$l_{máx}$ es la luz del puente.

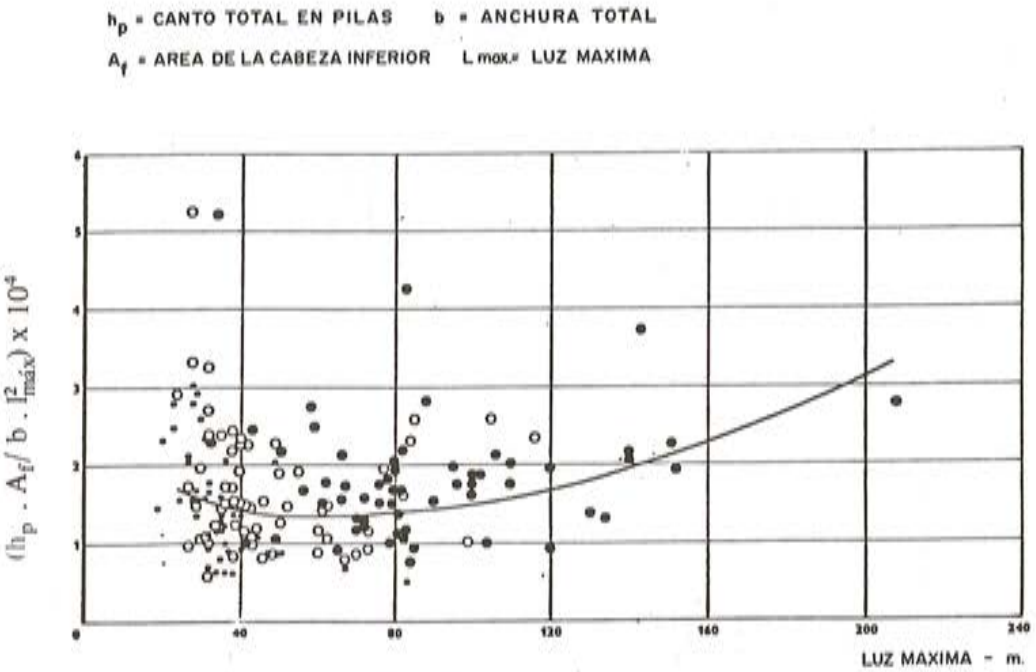


Fig. 7.19. Area de la losa inferior en pilas.

En esta figura se observa un claro crecimiento del parámetro con la luz del puente, siendo esta curva más clara que la que corresponde a las almas. En la parte de luces pequeñas, se observa un crecimiento de la curva que, como siempre, viene determinada por valores constructivos más que resistentes.

El espesor de la losa inferior varía mucho del centro del puente a los apoyos; y esta variación viene determinada por el valor creciente de los momentos flectores negativos conforme nos vamos acercando a las pilas. Además, la anchura del cajón, en su parte inferior, no es superabundante como ocurre con la losa superior.

En el centro del vano el espesor es tan pequeño como posible ya que en dicha zona los momentos flectores son muy pequeños y su valor depende más de razones constructivas, (como puede ser, por ejemplo, dejar espacio para disponer el pretensado inferior), que de razones resistentes. Según J. Mathivat, el espesor de la losa inferior debe ser, como mínimo, 2,5 veces el espesor de la vaina del pretensado que contenga.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

7.2.4 Cuantías de pretensado y armadura complementaria

La curva de la figura 7.20, representa la cuantía, por metro cuadrado de tablero, del pretensado (incluye pretensado longitudinal y transversal, en el caso de que este último exista). La figura 7.21, representa la cuantía de armadura pasiva; y la figura 7.22 representa la cuantía total de armadura, activa y pasiva, reduciendo esta última a armadura activa. Esta reducción se efectúa multiplicando la armadura pasiva por la relación entre su límite elástico y la tensión última del acero de pretensado.

Como se ve en la figura 7.20, la cuantía de pretensado crece rápidamente con la luz del puente; mientras que la armadura complementaria se mantiene prácticamente constante o incluso disminuye con la luz.

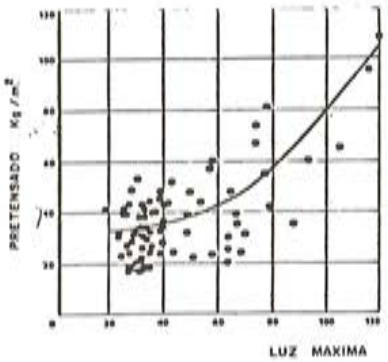


Fig. 7.20. Cuantia de pretensado.

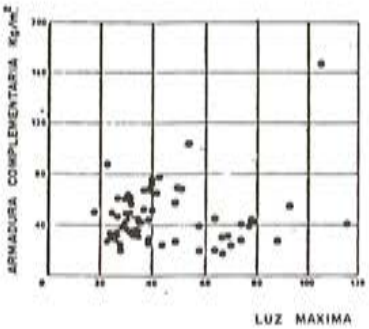


Fig. 7.21. Cuantia de armadura.

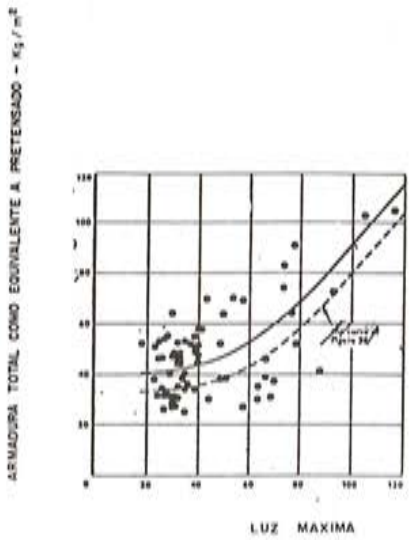


Fig. 7.22. Armadura total.

8. EJEMPLOS DE PUENTE CAJON

8.1 Cajón monocelular

El puente con cajón mono-celular es el más frecuente entre todas las morfologías puente cajón. Aquí exponemos (figura 8.1), una serie de puentes que participan de todos los procedimientos constructivos, y demuestran la enorme versatilidad de esta morfología.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Empezando con los puentes de luces pequeñas, tenemos el viaducto de Val Restel, construido por el procedimiento de empujado; lo que determina una esbeltez muy pequeña; el viaducto de S. Sixto, construido por medio de cimbra autoportante-autolanzable y, por último, el puente (no representado) de Sarno-San Severino, de 2.900 m de longitud, que se hizo prefabricando el vano entero de 32 m y colocándolo por medio de viga de lanzamiento entre las pilas, y con funcionamiento de bi-apoyado.

En los puentes de luces medias, representamos el puente sobre el Po, en Moncalieri, y el viaducto de Cerrano, ambos construidos por avance en voladizo, in situ.

Ya dentro de los puentes de grandes luces, representamos cuatro ejemplos, incluido el Puente de Bendorf que ha constituido, para muchos, un ejemplo a seguir.

En cuanto a los materiales, conviene hacer notar que en el puente de Ottmarsheim, actualmente en construcción, los 99,55 m centrales del vano principal, de 171,87 m, y los 71,65 m centrales del segundo vano principal, de 143,97 m, se están realizando en hormigón ligero.

8.2 Puentes de cajón único muy anchos

En la figura 8.2.1 representamos cuatro puentes extraordinariamente anchos, con un solo cajón monocelular. Esta solución es excesiva, dado que la losa superior tiene que ser muy gruesa para resistir los momentos transversales debidos a la actuación directa de la carga. Esto encarece extraordinariamente el puente, tanto por el peso del hormigón de la losa, como por el pretensado transversal necesario y situado en la losa superior.

Desde estos presupuestos, la distribución del material está bien organizada, pues sabemos que la flexión del voladizo se recoge principalmente en las almas. Esto da lugar a la distribución variable del espesor en las almas, con un máximo en la parte superior, donde se concentran los esfuerzos más desfavorables que actúan sobre la viga cajón, (allí actúa la máxima flexión transversal, el cortante y la torsión general de la sección) y un mínimo en la losa inferior. Esta distribución se ve muy clara en el puente de Latten y en el de Felsenau.

No poseemos más información sobre los tres puentes suizos y, por tanto, no sabemos si disponen de riostras transversales intermedias para disminuir la distorsión que se producirá, en puentes con tan gran relación ancho-luz. Lo que sí sabemos es que el puente de Saane se construyó con cimbra autoportante fabricada para otro puente, que no tenía la misma envergadura transversal y que hubo que aprovecharla; lo cual, a lo mejor, dió lugar a un tipo sección tan poco ortodoxa. Los voladizos transversales se realizaron, una vez construido el cajón principal, por medio de una cimbra que rodaba sobre ella.

El puente italiano es de una luz mayor que los anteriores y presenta la curiosidad de plantear una sección transversal que llega a ser triangular en la sección de apoyo. Esto hace necesario sacar por fuera la losa inferior, lo que le proporciona ese aspecto tan característico. En esta zona, la distorsión no existe como consecuencia de la forma triangular de la viga.

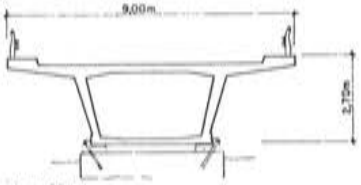
Existe un antecedente claro de puente cajón con sección triangular, en el puente de Corella, de D. Eduardo Torroja (figura 8.2.2).

8.3 Puentes de cajón mono-celular con la losa superior rigidizada por nervios

La realización de cajones monocelulares de gran anchura, con rigidización por nervios de la losa superior, se está prodigando mucho cuando se utiliza prefabricación de dovelas; ya que entonces los nervios pueden ser hormigonados con facilidad (véase figura 8.3.1).

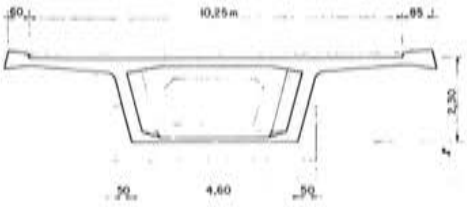
Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

VIADUCTO VAL RESTEL



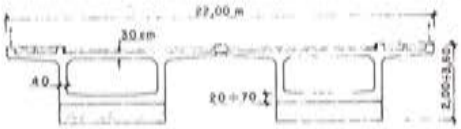
L = 32 m.
C/L = 1/12,96

VIADUCTO DE S. SIXTO



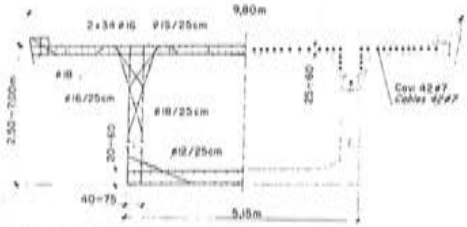
L = 42 m.
C/L = 1/18,2

PUENTE SOBRE EL PO EN MONCALIERI



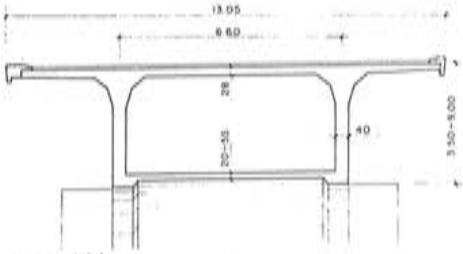
L = 78 m.
C/L = varia entre 1/21,6 y 1/39

VIADUCTO CERRANO



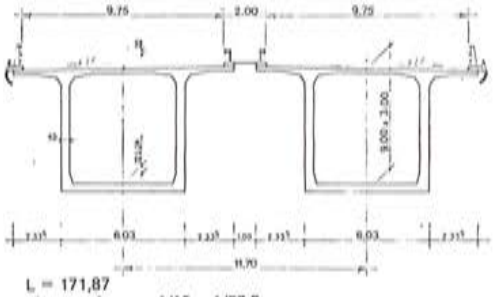
L = 112,5
C/L = varia entre 1/16 y 1/45

VIADUCTO SOBRE EL TORRENTE GORZEXIO (Italia)



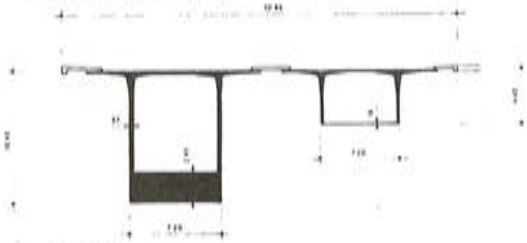
L = 144 m.
c/L = varía entre 1/16 y 1/41,1

PUENTE DE OTTMARSHEIM



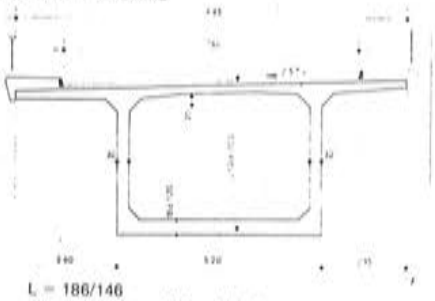
L = 171,87
c/L = varía entre 1/19 y 1/57,3

PUENTE DE BENDORF



L = 208
c/L = varía entre 1/20 y 1/47,2

PUENTE DE BONHOMME

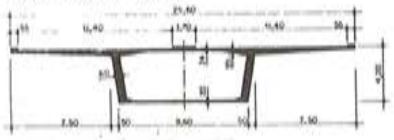


L = 186/146
c/L = varía entre 1/20 y 1/58,6

Fig. 8.1.

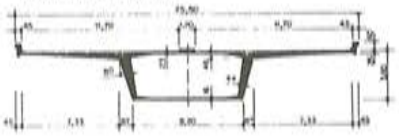
Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

VIADUCTO DE SAANE

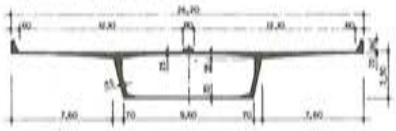


L = 60 m. c/L = 1/15

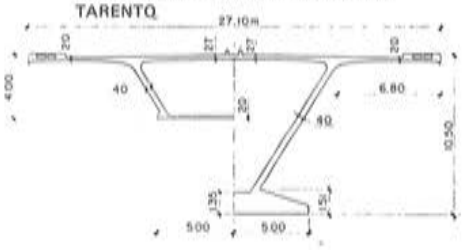
PUENTE DE LATTEN



PUENTE DE FELSENAU



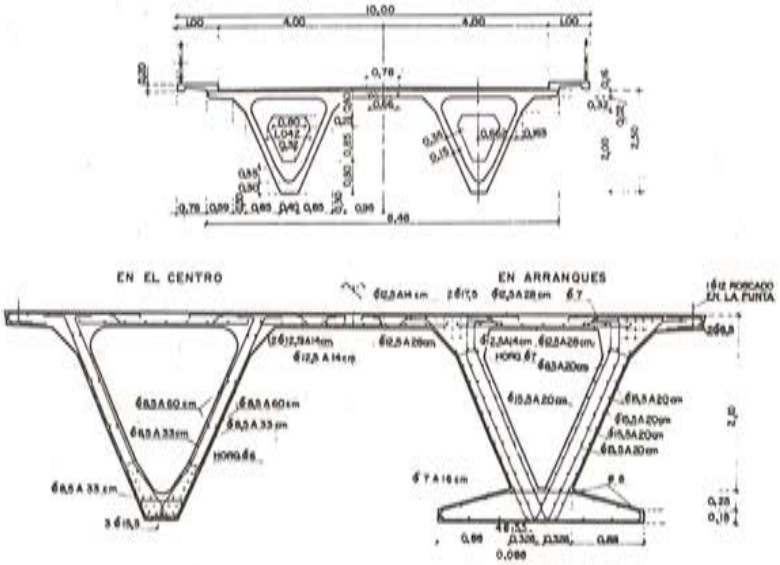
PUENTE SOBRE EL PEQUEÑO MAR EN TARENTO



L = 152 m.

$\frac{C}{L}$ = varía entre $\frac{1}{14,4}$ y $\frac{1}{34,5}$

Fig. 8.2.1.



PUENTE DE CORELLA

L = 50 m.

$\frac{C}{L} = \frac{1}{20}$

Fig. 8.2.2.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Sin embargo, el Viaducto sobre el lago de la Gruyère se realiza sobre cimbra in situ,hormigonando en dos etapas: en primer lugar el cajón central y en segundo lugar los voladizos laterales.

Todos estos puentes plantean dos características: son muy largos, lo que permite la inversión en el utillaje necesario para movilizar pesos tan grandes, y son en general poco esbeltos.

La disposición de los nervios puede ser, en los bordes de la dovela prefabricada o a 1/3 de los bordes (figura 8.3.2). La razón para esta disposición es que cuando el dintel, en su trabajo longitudinal, tiene momentos máximos negativos, el estado tensional longitudinal es muy pequeño en cabeza superior. Si la junta entre dovelas estuviese en el centro entre nervios, en esa posición se producen los momentos máximos positivos de las flexiones locales de la losa superior; y como en dovelas prefabricadas no existe armadura pasante pasiva, la compresión longitudinal del dintel no sería suficiente para soportar el momento local.

Como caso particular de esta tipología, ponemos la sección transversal del puente de Chillon. En este caso no existen las nervaduras transversales que caracterizan a esta tipología sino que existe una doble losa en el voladizo lateral. Su misión es, por un lado, reducir la flexión debido a la carga directa actuando sobre el voladizo y, por otro, establecer una similitud entre las inercias térmicas del voladizo y de la zona central del cajón (figura 8.3.3).

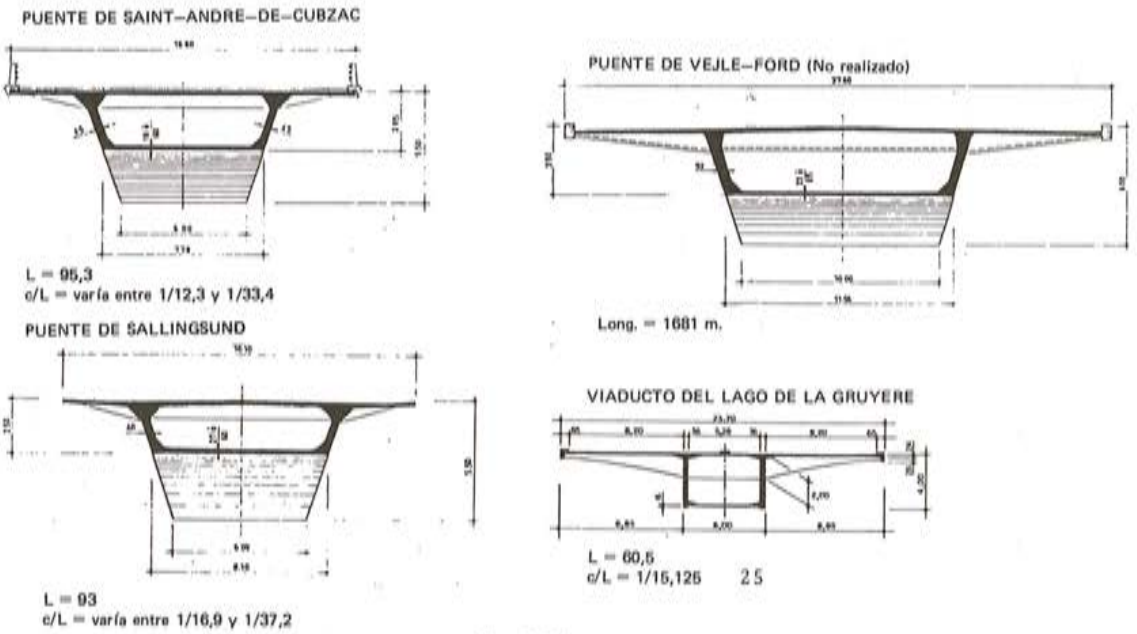


Fig. 8.3.1.

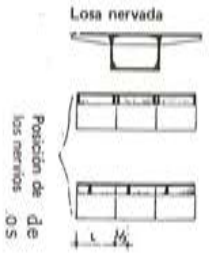
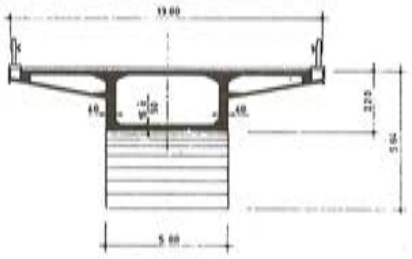


Fig. 8.3.2.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

VIADUCTO DE CHILLON



L = 104 m.

$\frac{c}{L}$ = varía entre $\frac{1}{18,4}$ y $\frac{1}{47,2}$

Fig. 8.3.3.

8.4 Puentes cajón con apuntalamientos laterales

Este tipo de puentes se está generalizando en la actualidad para el caso de anchuras muy grandes y tableros hormigonados in situ.

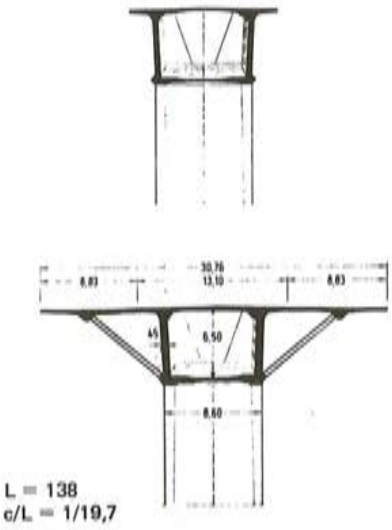
Las características resistentes de esta morfología de puente ya las hemos citado en el punto 7: construcción en primer lugar de la viga cajón central, y posterior ejecución de los voladizos laterales y el puntal inclinado.

Esta morfología había aparecido en la tecnología alemana para el caso de puentes metálicos. Se consigue la rigidización de los voladizos transversales de una manera automática, por el puntal, sin perjudicar la ejecución del interior del cajón.

La distorsión crece mucho en estos casos; y esta es la razón por la cual en el puente de Eschachtal se disponen tres vigas riostras intermedias. Sin embargo, en el caso del Kochertal no parece que existan, salvo en los apoyos.

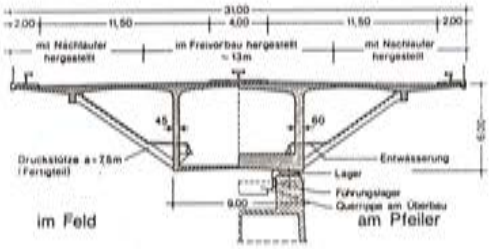
En el puente de Westgate, en Australia, la construcción es prefabricada, tanto en lo que se refiere al cajón tricelular como a las costillas transversales, las cuales se unen al cajón prefabricado por pretensado transversal.

PUENTE DE KOCHERTAL



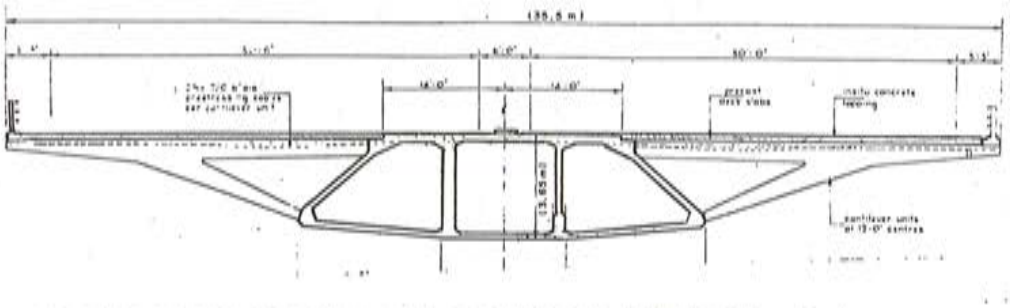
L = 138
c/L = 1/19,7

PUENTE DE ESCHACHTAL



L = 124 m.
c/L = 1/20,6

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025



VIADUCTO DE APROXIMACION AL PUENTE DE WESTGATE–AUSTRALIA (L = 67 m.)

Fig. 8.4.

8.5 Puentes con cajón bi-celular

En la figura 8.5 representamos un conjunto de puentes bi-celulares, cuyas características de comportamiento ya las hemos examinado en el punto 7.

Casi todos los puentes aquí representados están realizados por avance en voladizo hormigonado in situ. Unicamente el viaducto sobre la autopista B 3 Sur está hecho con dovelas prefabricadas.

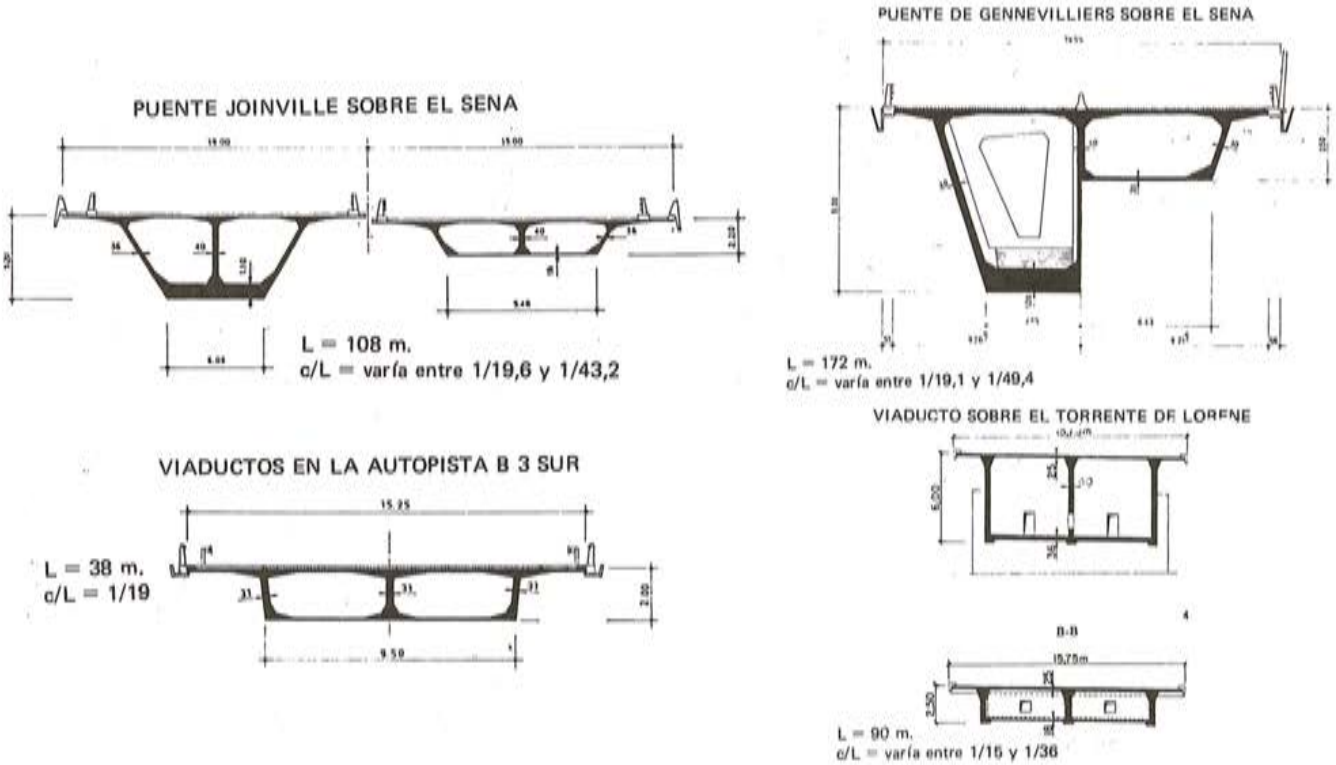


Fig. 8.5.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

8.6 Cajones tri-celulares

Este tipo de solución de cajón tri-celular para puentes bastante anchos es relativamente reciente. El primer puente de este tipo fue el Western Avenue, seguido por el de Saint-Cloud y los demás (figura 8.6.1).

Todos estos puentes son de altura constante y de esbelteces menores a 1/20; lo que redunda en una clara economía.

Unicamente el puente de Saint-Cloud supera con creces esta esbeltez y esto es debido a que la luz normal de este puente, de 1.100 m de longitud, es de 66,9 m y únicamente la luz del vano que cruza el Sena es de 102 m.

También, salvo este mismo puente, las almas inclinadas se cierran en células triangulares, para coincidir con las centrales en la parte inferior.

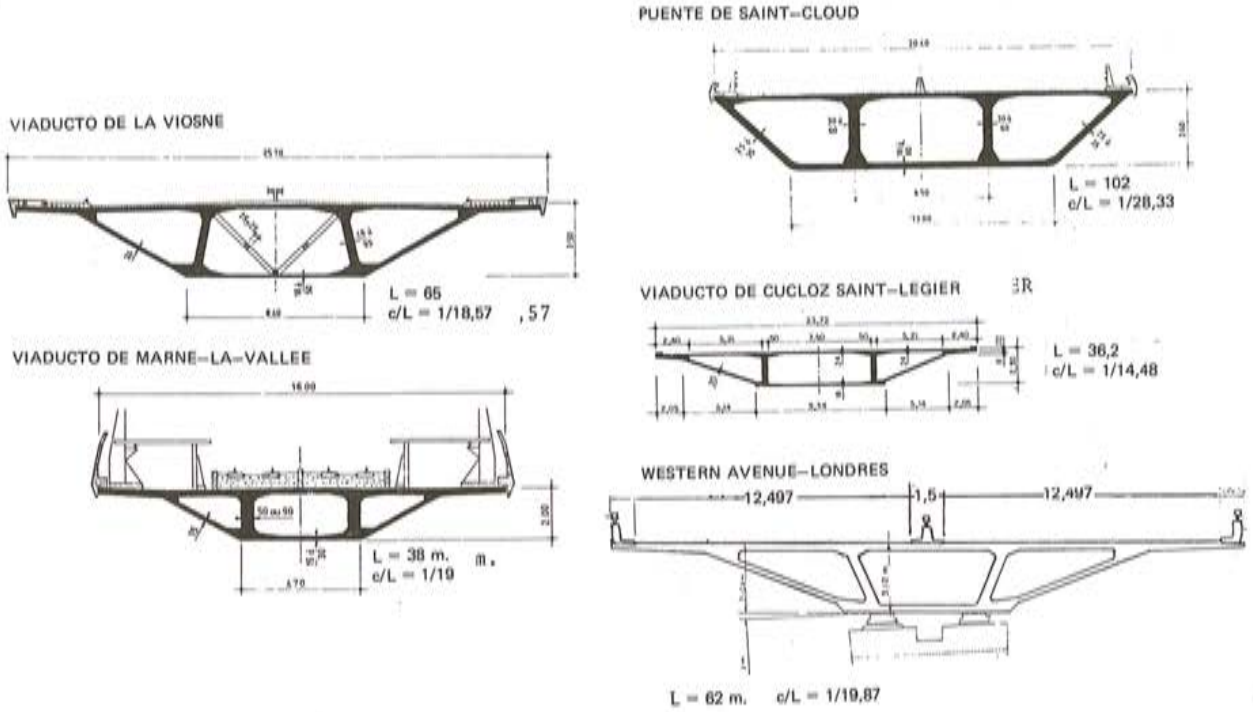


Fig. 8.6.1.

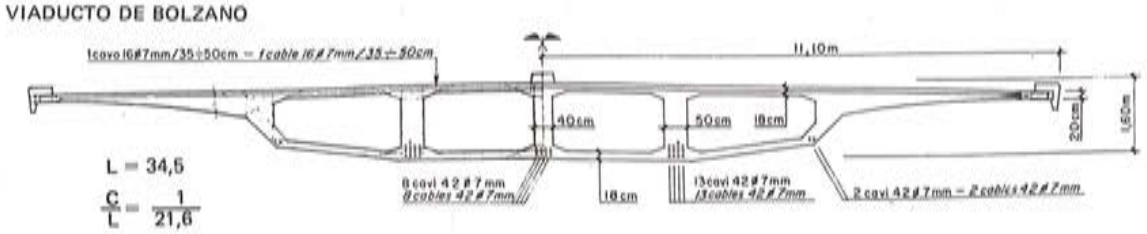


Fig. 8.6.2.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Esto tiene sus ventajas si las pilas son estrechas y sólo recogen las almas centrales; pues así se evitan las grandes vigas riostras necesarias para recoger la carga que transportan las almas laterales.

La distorsión que se produce en el cajón, corresponde a la célula central rectangular; y en el caso del viaducto de la Viosne, se ha dispuesto una triangulación, por puntales de hormigón, para reducirla.

Por último, representamos el viaducto que atraviesa la ciudad de Bolzano, constituido por un cajón de cuatro células interiores, que supone el vínculo de unión entre los puentes cajón y las losas aligeradas (figura 8.2.6).

8.7 Tableros formados por varios cajones solidarios

En la figura 8.7.1 representamos una serie de puentes formados por dos o más cajones, unidos entre sí por medio de la losa superior.

Además de las ventajas resistentes que hemos visto en el capítulo 7, estos puentes presentan la ventaja de necesitar equipos menos potentes para su realización. La tendencia actual parece que tiende a reducir el número de vigas cajón.

En el viaducto de acceso al puente sobre el río Tajo en Lisboa, la losa de unión entre las dos vigas cajón está nervada, como consecuencia de la gran separación entre las vigas. Esta morfología, tan extraña, se debe a que los cajones del puente se han separado para establecer un acuerdo correcto con el puente principal, que es el puente colgante de Lisboa. La misma morfología utilizó Leonhardt para el viaducto de acceso al puente atirantado Theodor Heus, en Dusseldorf.

En el caso de puentes de anchura variable, el ensanchamiento puede hacerse de dos formas: separando los cajones y regruesando la losa central, o añadiendo almas complementarias, como aparece en el ensanchamiento del viaducto de la Banquiere. En el primer caso, las vigas cajón quedan sobrecargadas a flexión, torsión y distorsión; mientras que en el segundo resulta mucho más complicada la ejecución (figura 8.7.2).

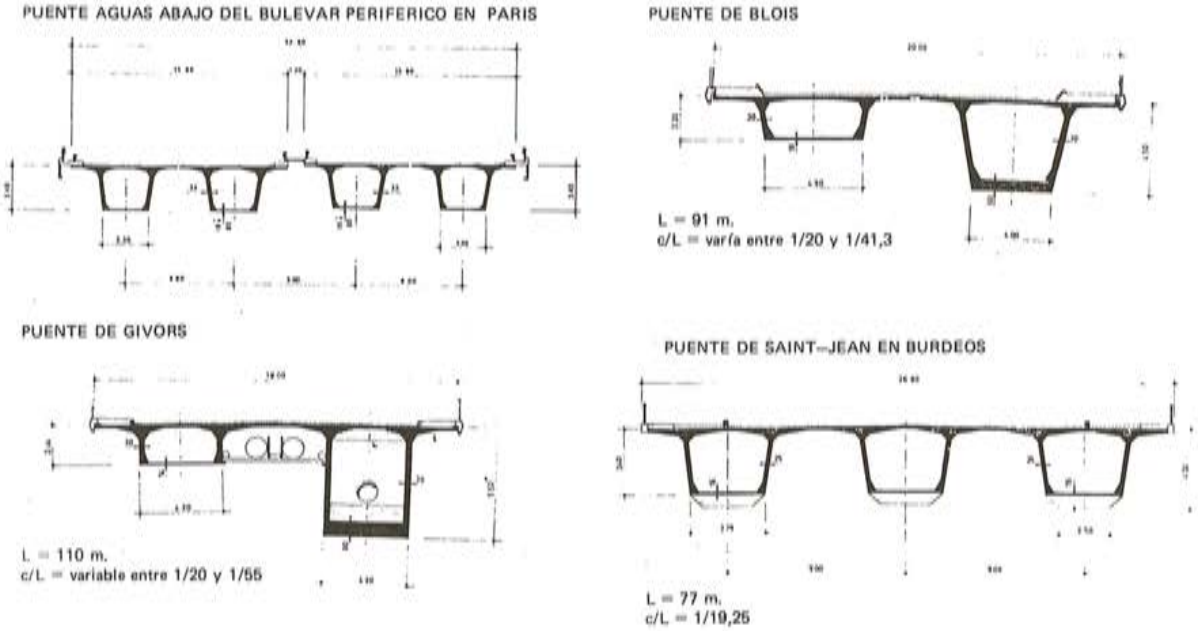
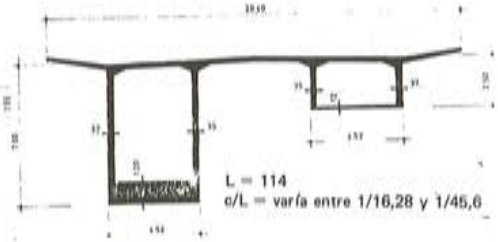


Fig. 8.7.1.

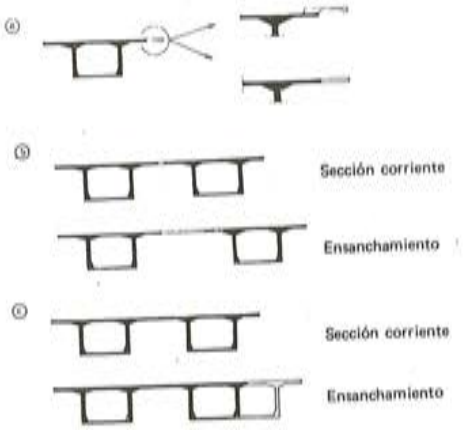
Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

VIADUCTO ACCESO AL PUENTE DEL TAJO

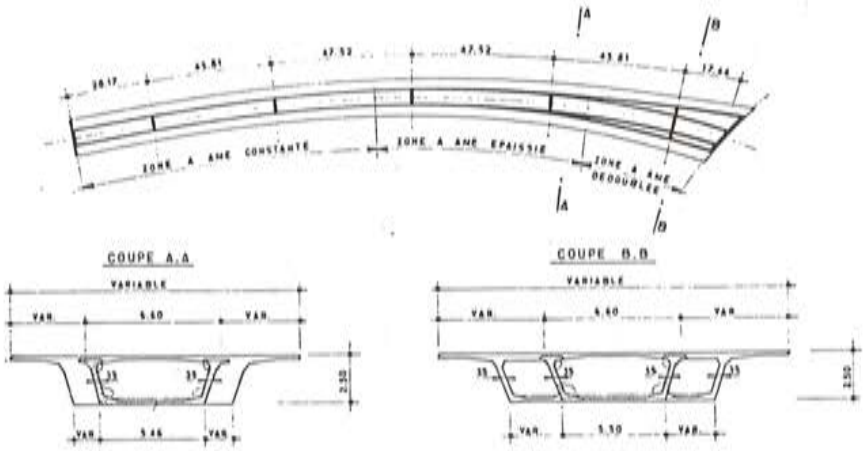
PUENTE DE COBLENZA



ENSANCHAMIENTO DE TABLEROS



ESQUEMA DE ENSANCHAMIENTO DEL VIADUCTO DE LA BANQUIERE. (MATHIVAT).



Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

PREFABRICACION LIGERA Y PESADA

ALVISA

PREFABRICADOS ALBAJAR

PUENTES - NAVES INDUSTRIALES - FORJADOS
BOVEDILLAS - LADRILLOS - TEJAS - TUBOS DRENAJE

FABRICAS:

HUESCA: Paseo Lucas Mallada, s/n. - Teléfono 22 39 00 (cinco líneas). (Casa central.)

MONZON: Carretera de Lérida - Teléfono 40 07 80.

GRAÑEN: Carretera de Huesca - Teléfono 27.

MADRID: Carretera de Toledo, Km. 7,300 - Teléfono 695 25 68.

ZARAGOZA: Avda. de Marina Moreno, 31 - Teléfono 23 75 02 3. (Comercial zona norte.)

MADRID: Carretera de Torrejón a Loeches, Km. 4,200 - Teléfono 675 04 50. TORREJON DE ARDOZ.

Fábricas: Carretera de Toledo, Km. 7,300 - Teléfono 695 25 68. GETAFE.

Oficinas: Orense, 10 - Teléfono: 455 05 35/6/7. MADRID-20.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

"Evolución de los métodos de cálculo de láminas plegadas. Una aportación al análisis de estructuras no prismáticas"

José R. González de Cangas
Avelino Samartín Quiroga
Jesús Martínez González
Drs. Ingenieros de Caminos,
Canales y Puertos

RESUMEN

Se describen someramente las más importantes técnicas de cálculo de estructuras láminas plegadas, y se realiza una comparación entre los métodos analíticos —en particular los procedimientos armónicos— y los numéricos.

Entre estos últimos, que hacen posible el tratamiento de situaciones reales que se encuentran en la práctica profesional, se expone uno original que permite englobar dentro de un mismo análisis matricial —y, por tanto, dentro de un mismo programa de computador— estructuras muy diversas: no prismáticas, con sección transversal múltiple, con apoyos intermedios y con diversos tipos de continuidad transversal.

En los ejemplos estudiados se comprueba la bondad de los resultados obtenidos y la excelente eficiencia computacional, en comparación con otros métodos numéricos más universales, que se muestran inadecuados para estos tipos particulares de estructuras.

1. INTRODUCCION

Las estructuras láminas plegadas han constituido y siguen constituyendo actualmente uno de los modelos estructurales más poderosos, al permitir simular, con gran aproximación, numerosos casos de construcciones reales, tales como cubiertas de tipo muy diferente, grandes depósitos, silos, etc...

Por otra parte, el hecho de que las láminas plegadas estén formadas por planos, como se verá más adelante, comporta, en cualquier caso, una serie de ventajas de índole constructiva que hacen recomendable su utilización práctica en la Ingeniería Civil. En particular, cuando el material estructural es el hormigón, la posibilidad de emplear encofrados sencillos repercute favorablemente en el coste final de la obra.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

En los últimos años, el interés de este tipo de estructuras se ha debido, principalmente, a su aplicación al análisis de los tableros de puentes, preferentemente de sección cajón, ya que la utilización de métodos de cálculo que consideren las peculiaridades estructurales de las láminas plegadas permite un tratamiento más adecuado de las mismas, sin exigir los recursos computacionales, a veces excesivos, de otros métodos más generales de análisis de estructuras.

2. DEFINICIONES BASICAS Y CLASIFICACION DE LAS LAMINAS PLEGADAS

2.1 Concepto de lámina plegada

Una estructura lámina plegada puede ser definida como un caso particular de un tipo más general de estructuras laminares, que son las láminas poliédricas.

Se define por lámina poliédrica (figura 1) una lámina cuya superficie media está formada por polígonos. Cabe, por lo tanto, distinguir en ella tres elementos fundamentales: el plano, la arista y el nudo.

Si la superficie media es desarrollable, la estructura recibe entonces el nombre de lámina plegada (figura 2). Aunque las láminas plegadas con nudos intermedios, como la representada en la figura anterior, y conocidas también como "estructuras diamante", tienen un enorme interés práctico –han sido utilizadas en el estudio de los modos de pandeo de estructuras laminares–, aquí solamente será tratado un caso particular de las mismas: las láminas plegadas canónicas (figura 3), entendiendo por tales aquellas que no presentan nudos intermedios, es decir, solamente tienen nudos a lo largo de los soportes de apoyo. En el caso de que el número de dichos soportes sea igual a dos, la lámina se denomina simple, y continua en caso contrario.

En lo que sigue, y cuando se haga referencia a las láminas plegadas, se sobreentiende que se considera únicamente el caso de estructuras canónicas.

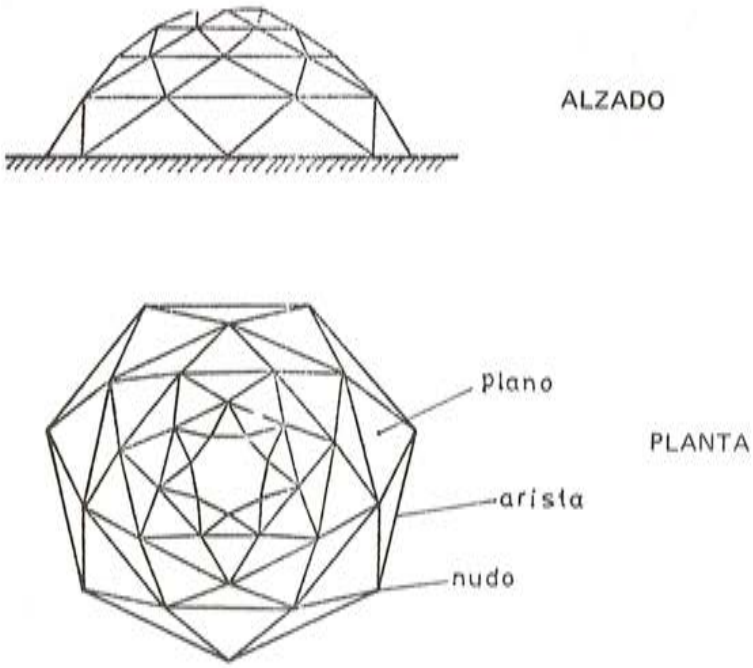


Fig. 1. Lámina poliédrica

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

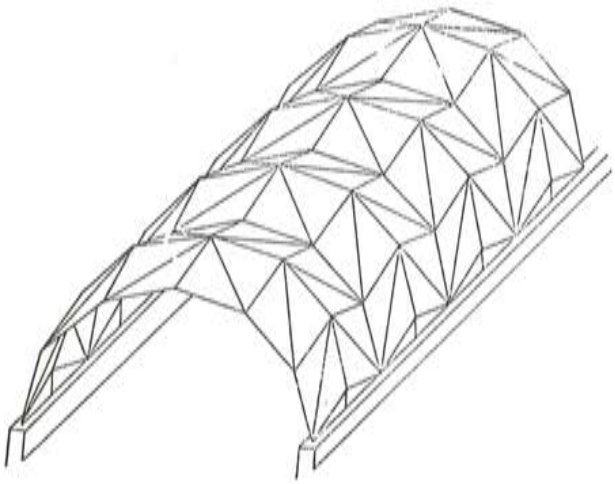


Fig. 2. Lámina plegada

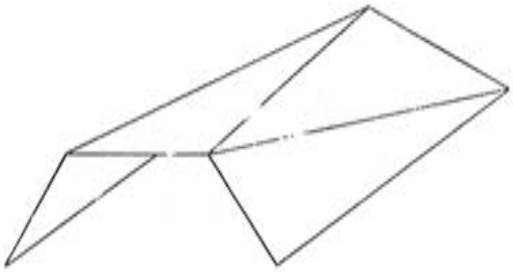


Fig. 3. Lámina plegada canónica.

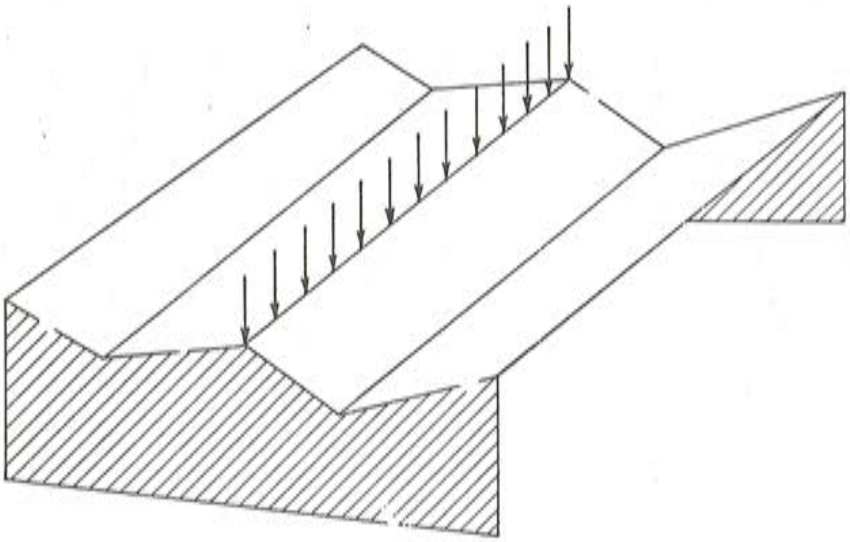


Fig. 4. Cargas actuantes sobre la estructura.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

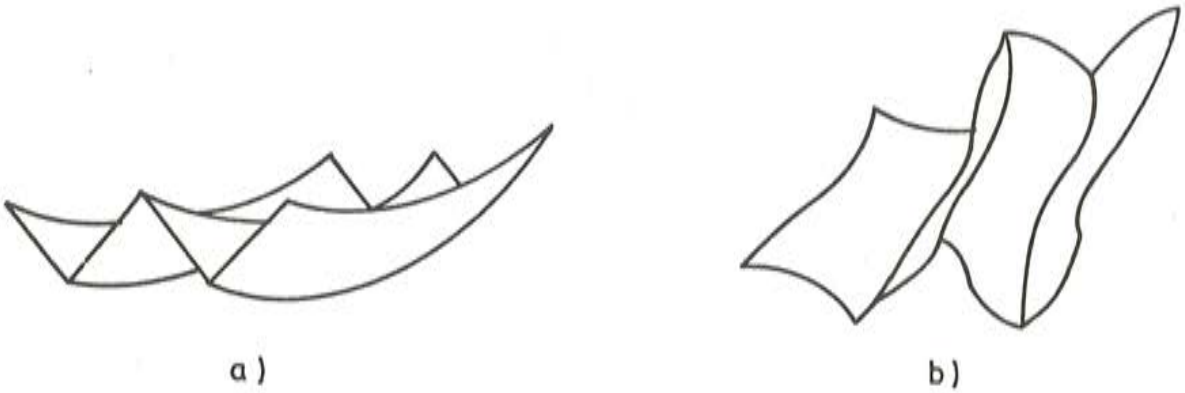


Fig. 5. Esquema resistente: doble mecanismo de trabajo

2.2 Comportamiento estructural de la lámina plegada

En el esquema resistente de una lámina plegada se puede considerar un doble mecanismo de trabajo: acción de laja o membrana y acción de flexión o placa. Según dicho esquema, se supone que las cargas actuantes sobre la estructura (figura 4) se transmiten a los apoyos extremos, mediante una flexión longitudinal de la lámina como una viga de sección transversal indeformable, dando lugar a los esfuerzos de membrana (figura 5-a), es decir, esfuerzos axiles y cortantes en el plano de cada una de las losas que conforman la estructura.

Al considerar la deformación de la sección transversal, manteniendo el monolitismo a lo largo de las aristas, surgen, de un modo natural, los esfuerzos de flexión (figura 5-b).

2.3 Clasificación de las láminas plegadas

Las láminas plegadas se pueden clasificar atendiendo a diferentes conceptos.

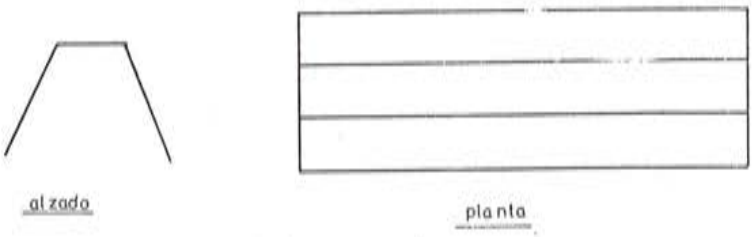
Según su geometría en planta, cabe distinguir entre láminas rectas o curvas (figura 6).

Por su perfil longitudinal, se pueden dividir en láminas de perfil recto o curvo (figura 7).En rigor, estas últimas no pueden ser tratadas como láminas plegadas propiamente dichas, al existir elementos estructurales no planos. Sin embargo, si la variación del perfil longitudinal es suave, puede generalizarse el tratamiento, de modo análogo al caso de elementos monodimensionales de directriz curva, en los que se desprecia el efecto arco, asimilándolos a vigas rectas (figura 8). Sobre este aspecto se insistirá más adelante.

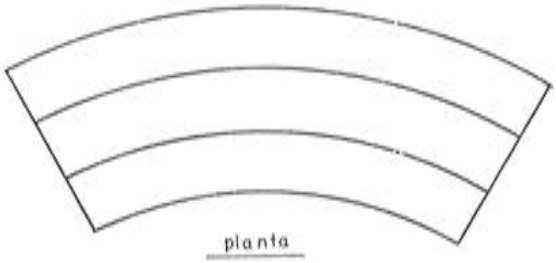
En lo que respecta a la sección transversal, se distingue entre láminas de sección abierta (figura 9), cerrada (figura 10), múltiple (figura 11) o simple (figura 12). La sección es simple cuando en una arista concurren a lo sumo dos losas y múltiple en caso contrario.

Esta última clasificación adquiere una significativa importancia, ya que la evolución histórica de los procedimientos de análisis de láminas plegadas ha seguido un orden creciente de complejidad de la sección transversal, desde los casos más sencillos (sección abierta y simple) hasta los más complicados (sección cerrada y múltiple). Actualmente, y en lo que se refiere a láminas plegadas prismáticas, cuya definición se verá más adelante, no existe ningún tipo de limitación en el análisis, cualquiera que sea la sección transversal de la estructura. Sin embargo, los métodos numéricos específicos de cálculo de láminas plegadas no prismáticas existentes hoy en día ven restringido su rango de aplicación a los casos más sencillos de sección transversal, es decir, cuando ésta es abierta y simple. Aquí se desarrolla un nuevo procedi-

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

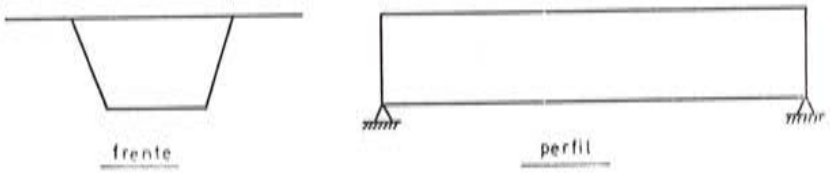


a) Lámina plegada recta

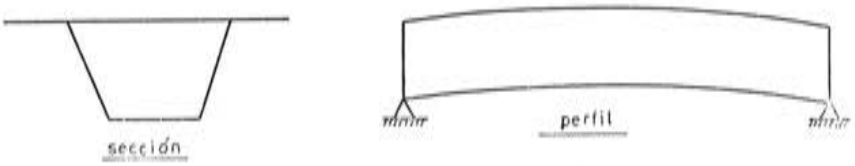


b) Lámina plegada curva

Fig. 6. Clasificación por la geometría en planta.



a) Lámina plegada de alzado recto



b) Lámina plegada de alzado curvo

Fig. 7. Clasificación por el perfil longitudinal.

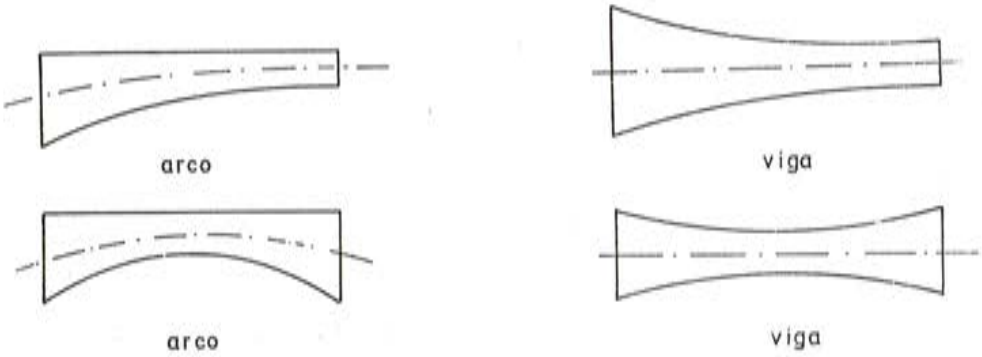


Fig. 8. Asimilación a viga recta de elementos monodimensionales curvos.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

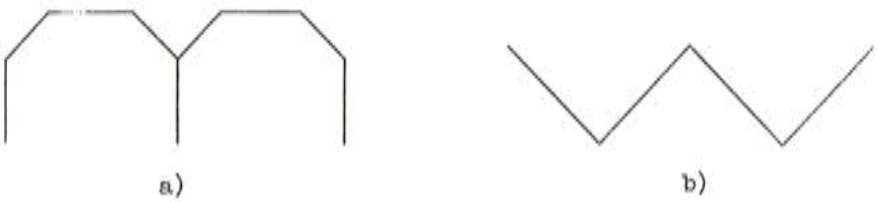


Fig. 9. Lámina plegada de sección abierta

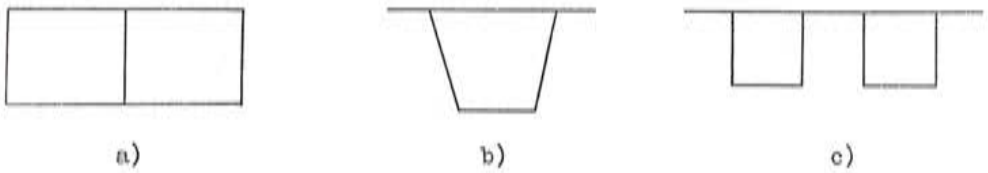


Fig. 10. Lámina plegada de sección cerrada

Fig. 11. Lámina plegada de sección múltiple

Fig. 12. Lámina plegada de sección simple

miento de análisis de láminas plegadas no prismáticas, uno de cuyos objetivos consiste en eliminar las actuales limitaciones referentes a la geometría de la sección transversal, de modo que permite el estudio de estructuras no prismáticas de sección arbitraria.

Una última clasificación consiste en dividir a las láminas plegadas en prismáticas (figura 13), cuando las secciones de apoyo son iguales entre sí; cónicas (figura 14), si son homotéticas y no prismáticas (figura 15), en el caso de que no guarden ninguna relación de semejanza.

Existen otras posibles divisiones, atendiendo a tipologías especiales (prismoidales, piramidales,...) o a la relación luz/ancho de las losas que constituyen la estructura (largas, intermedias o cortas).

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

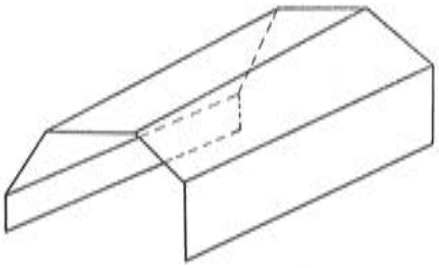


Fig. 13. Lámina plegada prismática

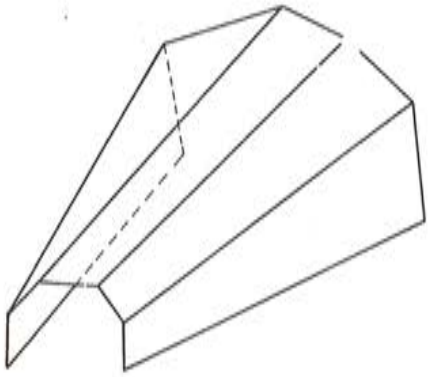


Fig. 14. Lámina plegada cónica

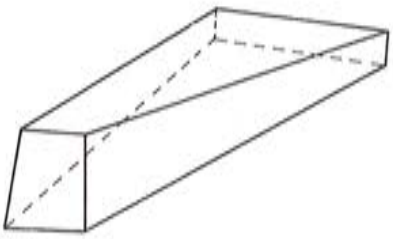


Fig. 15. Lámina plegada no prismática

3. METODOS DE CALCULO Y SU CLASIFICACION

3.1 Conceptos generales

Los procedimientos de análisis de láminas plegadas se pueden clasificar, de un modo muy general, en específicos y no específicos.

Los primeros consideran las peculiaridades geométricas de la estructura, teniendo en cuenta el esquema resistente de la misma: acciones de laja y placa.

Los segundos constituyen técnicas generales de cálculo de estructuras que, en particular, pueden ser aplicadas al estudio de las láminas plegadas.

Dentro de los procedimientos específicos, cabe realizar una subclasificación en métodos manuales y por computador. Ambos, a su vez, se pueden dividir en analíticos y numéricos.

Los procedimientos manuales tuvieron su importancia en una época pre-computador y actualmente su utilización se restringe al estudio de casos muy sencillos o a comprobaciones relativamente rápidas.

Los métodos analíticos consideran que las magnitudes de interés en el cálculo son desarrollables en serie, bien mediante desarrollos de Fourier, con lo cual las condiciones de apoyo han de corresponder al tipo tímpano, bien a través de funciones de Rayleigh, que permiten el tratamiento de situaciones más generales de sustentación.

Los procedimientos numéricos utilizan, tanto en el desarrollo teórico, como en la obtención de resultados, técnicas numéricas de análisis.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Sin embargo, la subdivisión anterior no es tajante, pues, de hecho, existen numerosos métodos semianalíticos, es decir, que consideran desarrollos teóricos analíticos, aplicando posteriormente técnicas numéricas para la obtención de los resultados.

Por último, y entre los métodos no específicos, cabe destacar los de diferencias finitas, bandas finitas, segmentos finitos y, sobre todo, el método de los elementos finitos.

3.2 Criterios de elección de los procedimientos de cálculo

En la elección de un método adecuado al estudio de las láminas plegadas, existe una serie de ventajas a favor de los específicos, que hace su utilización más recomendable. Entre dichas ventajas se pueden citar las siguientes:

a) La entrada de datos en el computador es, generalmente, más simple.

b) Debido al carácter de estructuras alargadas, que normalmente presentan las láminas plegadas, son posibles simplificaciones en el cálculo longitudinal, pudiendo ser tratadas las losas como vigas apoyadas en sus extremos.

c) Por la misma razón, el cálculo transversal puede ser reducido al estudio, como entramados planos, de secciones transversales características de la estructura.

d) La interpretación de los resultados que proporciona el computador es más directa. A este respecto, y en lo que se refiere al método de los elementos finitos, por ejemplo, hay que señalar que se dispone de una superabundancia de información en dichos resultados, información que es preciso seleccionar y reducir a unos niveles de comprensión estructural.

e) Se puede deducir de lo anteriormente expuesto que, en general, existe una mayor economía en tiempos de hombre y computador en los métodos específicos.

f) El comportamiento estructural de las láminas es más directo y fácil de seguir en los métodos específicos, aspecto que adquiere especial relevancia en estructuras complejas.

Sin embargo, los métodos no específicos presentan unas ventajas indudables, que estriban en su mayor generalidad, en su aplicación a situaciones arbitrarias de tipología y geometría estructurales, con condiciones de sustentación cualesquiera y actuación de cargas totalmente genéricas.

Además, la realización del programa de computador basado en métodos no específicos es menos compleja, aunque no así su utilización posterior.

3.3 Evolución histórica de los métodos de cálculo

Las láminas plegadas fueron utilizadas por vez primera en Alemania, en 1924, siendo empleadas por Ehlers en la construcción de grandes depósitos de carbón. Ehlers publicó su primer trabajo sobre láminas plegadas {1} en el año 1930. Sin embargo, este tipo de estructuras alcanzó su mayor importancia y desarrollo a partir de 1947, cuando los ingenieros americanos se interesaron en el tema y aplicaron posteriormente los ordenadores electrónicos a los métodos de análisis, tanto a los ya existentes, como a los que posteriormente fueron apareciendo.

Desde entonces, hasta la actualidad, las contribuciones referentes a láminas plegadas han sido muy numerosas, de tal modo que la bibliografía de que se dispone hoy en día es extensísima. A este respecto, cabe señalar que la Sociedad Americana de Ingenieros Civiles

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

(ASCE) ha creado un Comité para el estudio exclusivo de estas estructuras. Entre las numerosas publicaciones de dicho Comité es preciso destacar la llevada a cabo en el "Journal of Structural Division (ASCE)" en el año 1963 {2}.

Asimismo, la Asociación Internacional de Estructuras Laminares y Espaciales (IASS) ha dedicado un congreso monográfico {3} al estudio de los diferentes aspectos (Diseño, Cálculo y Construcción) referentes a las láminas plegadas.

Entre las numerosas contribuciones dedicadas al análisis de láminas plegadas prismáticas, es preciso citar el método de rigidez de Scordelis y De-Fries Skene {4}, que permite el estudio de estructuras apoyadas en diafragmas en los soportes extremos, así como la tesis doctoral de M. Pultar {5}.

En España, A. Samartín {6} llevó a cabo un procedimiento matricial que generaliza las condiciones de apoyo en los soportes extremos, a la vez que permite el tratamiento de láminas que incluyen elementos viga, los cuales son tratados como nudos de dimensión finita, mediante técnicas convencionales de cálculo matricial de estructuras.

J. Manterola {7} ha realizado una exposición detallada sobre los diferentes procedimientos armónicos de análisis de tableros de puentes, en donde se incluyen los métodos específicos de cálculo de láminas plegadas prismáticas.

En lo que se refiere a las láminas plegadas no prismáticas, las contribuciones son menos numerosas, debido a las propias características geométricas de este tipo de estructuras, que exigen recurrir a métodos numéricos de análisis.

Se han hecho estudios aproximados, considerando las láminas como vigas {8}, así como análisis experimentales {9}. Los procedimientos numéricos más importantes son debidos a Raue {10} y Johnson y Ti-ta Lee {11}. Sin embargo, estos métodos presentan severas limitaciones, tanto en lo que se refiere a la tipología y geometría estructurales, cuanto a las condiciones de sustentación y cargas actuantes.

Una reciente y bastante completa recopilación de las diferentes técnicas específicas de análisis de láminas plegadas ha sido llevada a cabo por J. Iffland y publicada en la revista ASCE {12}.

4. METODOS ANALITICOS DE CALCULO DE LAMINAS PLEGADAS PRISMATICAS

4.1 Estructuras de un solo vano

Los procedimientos analíticos, en general armónicos, aplicables únicamente a estructuras prismáticas, están basados preferentemente en técnicas matriciales de cálculo de estructuras, mediante las cuales la matriz de rigidez elemental de la lámina plegada ($\underline{K}_e^{LP}$) se obtiene a través de las matrices elementales de cada losa, en su doble trabajo como placa ($\underline{K}_e^{p}$) y como membrana o laja ($\underline{K}_e^{m}$):

$$\underline{K}_e^{LP} = \begin{bmatrix} \underline{K}_e^{p} & \underline{O} \\ \underline{O} & \underline{K}_e^{m} \end{bmatrix}$$

En estos métodos se supone que las magnitudes del cálculo son desarrollables en serie (Fourier o Fourier generalizada) en una dirección (figura 16), es decir:

$$W = \Sigma\, W_0^n \,.\, \text{sen}\, \frac{n\,\pi\,x}{L}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

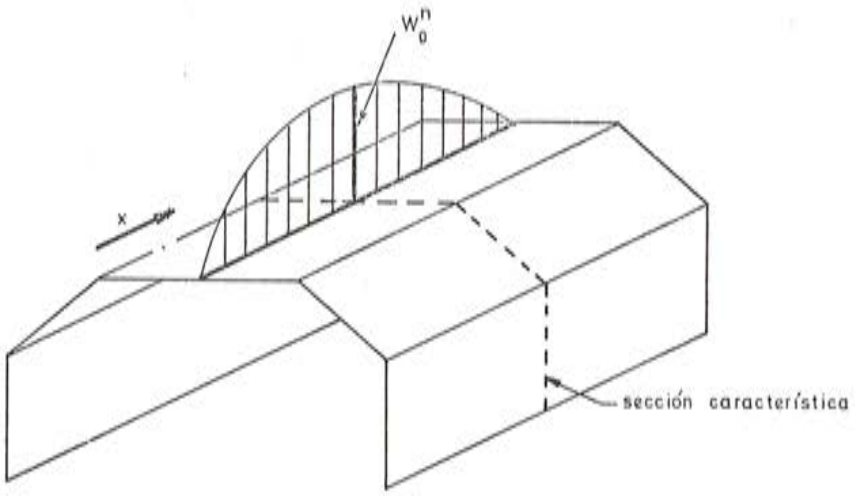


Fig. 16. Métodos armónicos de cálculo: Sección característica.

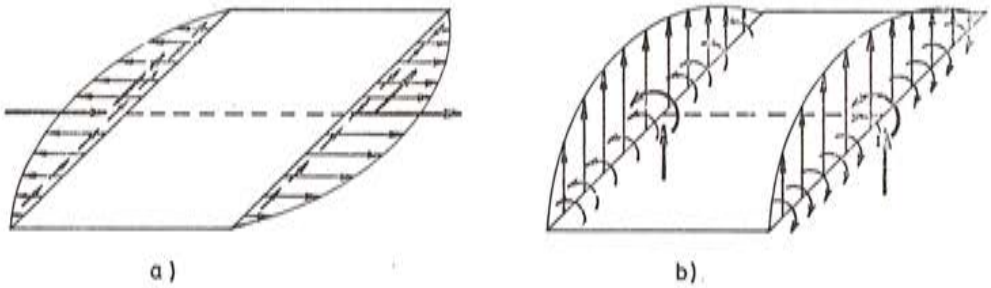


Fig. 17. Métodos armónicos: Grados de libertad en la sección característica.

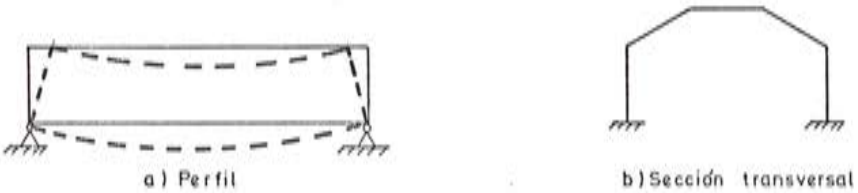


Fig. 18. Métodos armónicos: Teoría ordinaria.

Fig. 19. Métodos armónicos: Teoría de la elasticidad.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

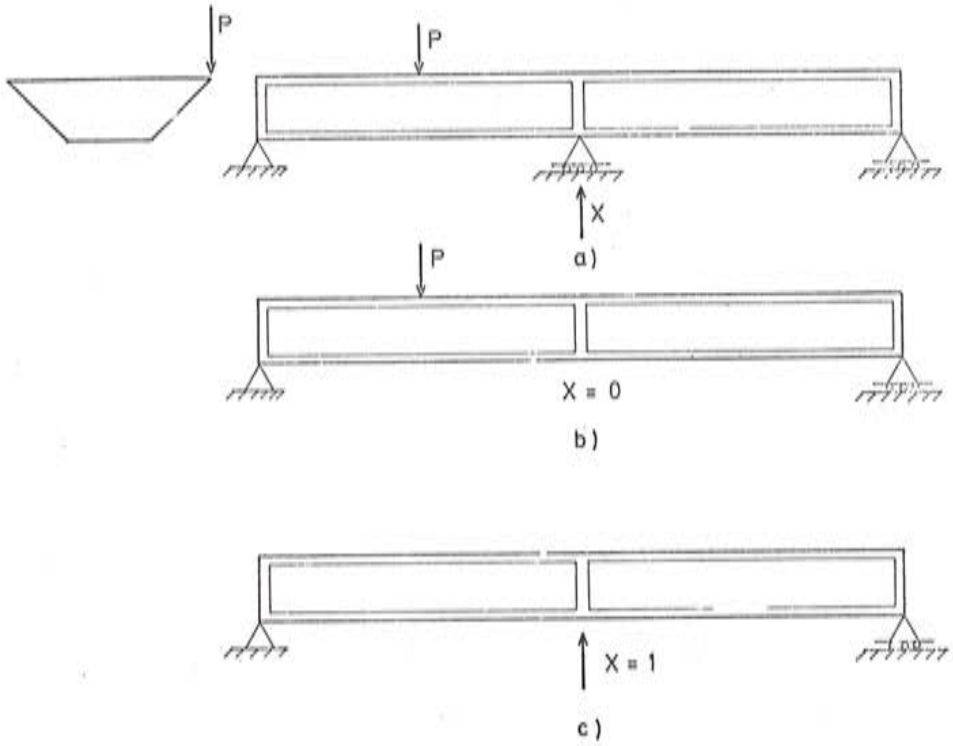


Fig. 20. Lámina plegada prismática de varios vanos. Método de las hiperestáticas

de forma que dichas magnitudes pueden ser representadas por un valor característico, correspondiente a su amplitud: W_0^n. Esto permite el tratamiento de las aristas como si fuesen puntos nodales, reduciendo el problema bidimensional a un problema plano.

Así, al hallar la matriz de rigidez del estado laja, los únicos grados de libertad a considerar corresponden a los desplazamientos horizontal y longitudinal en los puntos nodales de la sección característica (figura 17-a), y en el estado placa, los grados de libertad corresponden al desplazamiento vertical y giro en los mismos puntos (figura 17-b).

Para la obtención de los términos de la matriz de rigidez, se pueden seguir dos caminos:

a) La teoría elemental u ordinaria, mediante la cual el análisis del sistema laja puede ser reducido al estudio, como vigas apoyadas en sus extremos, de las losas que forman la estructura (figura 18-a). Por su parte, el cálculo del sistema placa se asimila al tratamiento de la lámina plegada como un entramado plano ("one-way slab action"), correspondiente a la sección característica de la misma (figura 18-b).

b) La teoría de la elasticidad deduce los términos de las matrices de rigidez elementales a través de las ecuaciones diferenciales de la laja ($\nabla^4 \phi = 0$) y de la placa a flexión ($\nabla^4 w = \frac{Z}{D}$) (figura 19), siendo ϕ y w la función de tensión de Airy y la flecha normal de cada losa, respectivamente.

4.2 Estructuras de varios vanos

Los procedimientos descritos someramente en el apartado anterior permiten el tratamiento, mediante una sencilla extensión, de láminas plegadas de varios vanos, siguiendo un método de flexibilidad (método de las hiperestáticas), análogo al utilizado en el cálculo de vigas continuas (figura 20). Una exposición detallada de este procedimiento puede verse en {13}.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

5. LAMINAS PLEGADAS NO PRISMATICAS: PROCEDIMIENTOS NUMERICOS

5.1 Método de Johnson y Ti–ta Lee

El método desarrollado por Johnson y Ti–ta Lee {11} es válido únicamente para estructuras de un solo vano, de sección transversal abierta y simple, y se puede resumir esquemáticamente como sigue:

1) La lámina plegada se divide en un cierto número de secciones transversales (secciones nodales), igualmente separadas entre sí (figura 21).

2) El tramo de lámina correspondiente a cada sección nodal se analiza como un entramado plano, sometido a las cargas que actúan directamente sobre él, para lo cual se introduce una serie de apoyos ficticios en los nudos interiores de dicho entramado (figura 22-a). Efectuado el cálculo transversal de cada entramado (análisis primario), se deducen los esfuerzos transversales (figura 22-b) y las reacciones (R_i) en los apoyos ficticios.

3) Dado que los apoyos anteriores no existen en la realidad, se hace necesario anular las reacciones R_i obtenidas. Para ello, se cambian de signo y se descomponen estáticamente en fuerzas (P_i) en el plano de cada una de las losas (acciones de laja) adyacentes al apoyo en el que se pretende anular la citada reacción (figura 23). Esta descomposición es posible, al ser simple la sección transversal de la lámina.

4) El proceso anterior se repite para todas las secciones nodales, deduciéndose, de este modo, en cada losa, unas acciones, P_i (acciones de laja), en el plano de la misma, actuando concentradas en cada sección nodal y en los diafragmas de apoyo (figura 24-a). Dichas fuerzas se sustituyen por una acción repartida (figura 24-b), mediante interpolación parabólica.

5) A continuación, se procede al cálculo longitudinal de cada losa aislada, considerada como una viga simplemente apoyada en sus extremos, y sometida a la distribución parabólica de cargas en su plano deducida en el paso anterior. Se calculan, así, las leyes de esfuerzos longitudinales (momentos flectores, esfuerzos cortantes y esfuerzos axiles), y, por lo tanto, las tensiones normales longitudinales, paralelas a los bordes de cada losa.

6) Como la estructura es monolítica, los desplazamientos longitudinales a lo largo de una arista común a dos losas han de ser iguales en los bordes de ambas o, lo que es igual, ha de verificarse la igualdad de tensiones normales longitudinales, ya que el material es linealmente elástico. Sin embargo, dicha igualdad no se cumple, en general, para las tensiones calculadas en el paso 5). Se hace necesario, por tanto, introducir unas tensiones cortantes (fuerzas rasantes unitarias) en los bordes de cada losa (figura 25), a fin de conseguir el monolitismo estructural.

   Las anteriores tensiones, q_j, se pueden sustituir por unas fuerzas concentradas equivalentes, $T_{a,j}$, actuando en cada sección nodal (figura 25), estando ambas relacionadas mediante la ecuación $q = \frac{dT}{dx}$, o lo que es igual, $q = \frac{\Delta T}{\Delta L}$, dado el carácter discreto del procedimiento utilizado.

   Las fuerzas $T_{a,j}$ modifican las leyes de esfuerzos longitudinales obtenidas en 5), de modo que: a) el esfuerzo axil se incrementa en la componente de dichas fuerzas

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

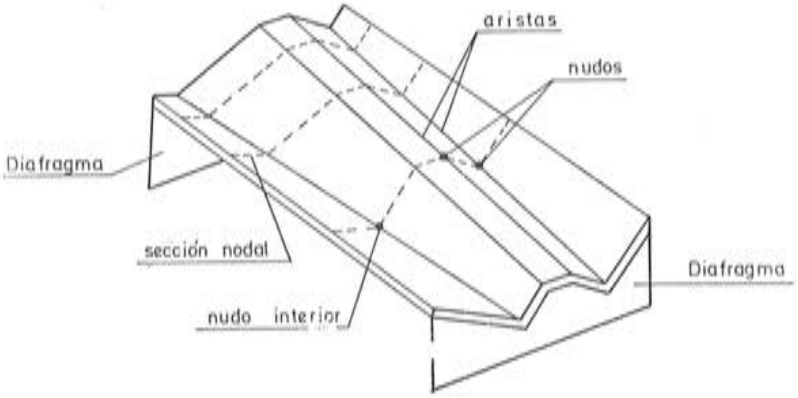


Fig. 21. Lámina plegada no prismática: Secciones nodales.

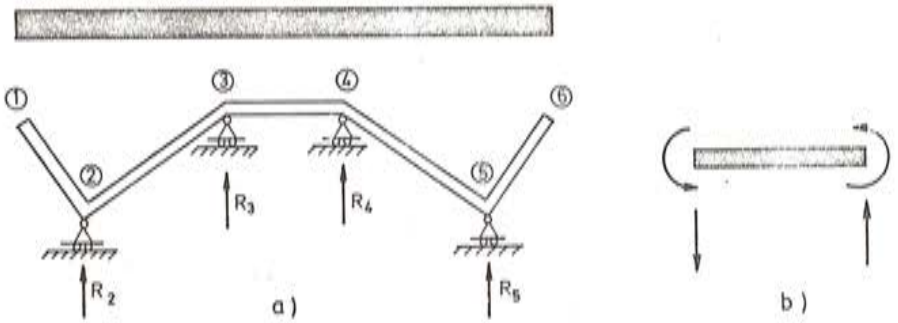


Fig. 22. Análisis primario.

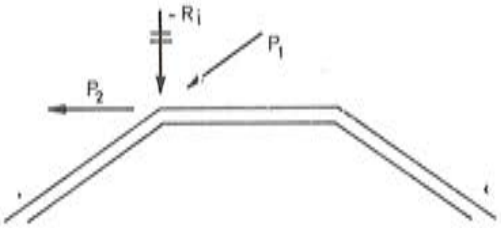


Fig. 23. Acciones de laja.

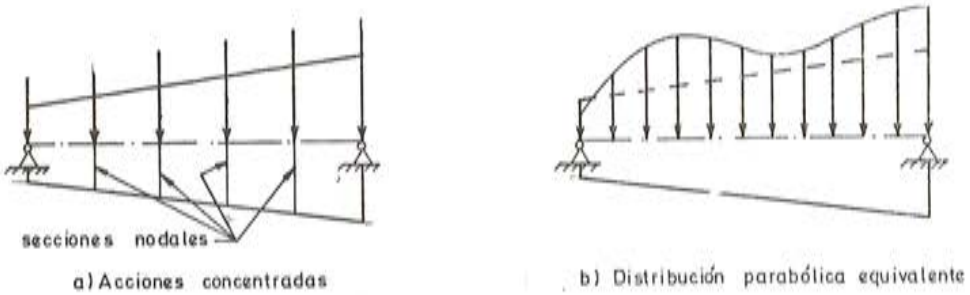


Fig. 24. Acciones consideradas en el cálculo longitudinal.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

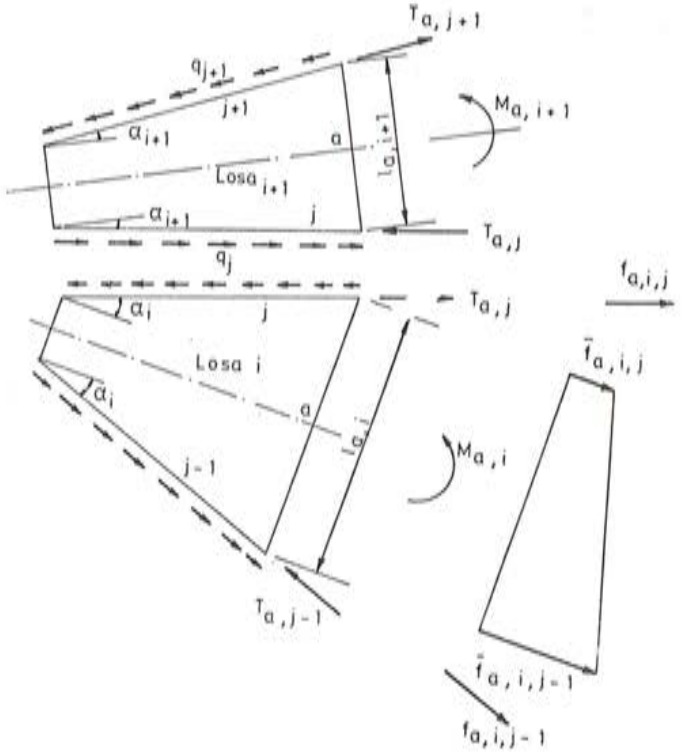


Fig. 25. Monolitismo estructural: Fuerzas rasantes unitarias.

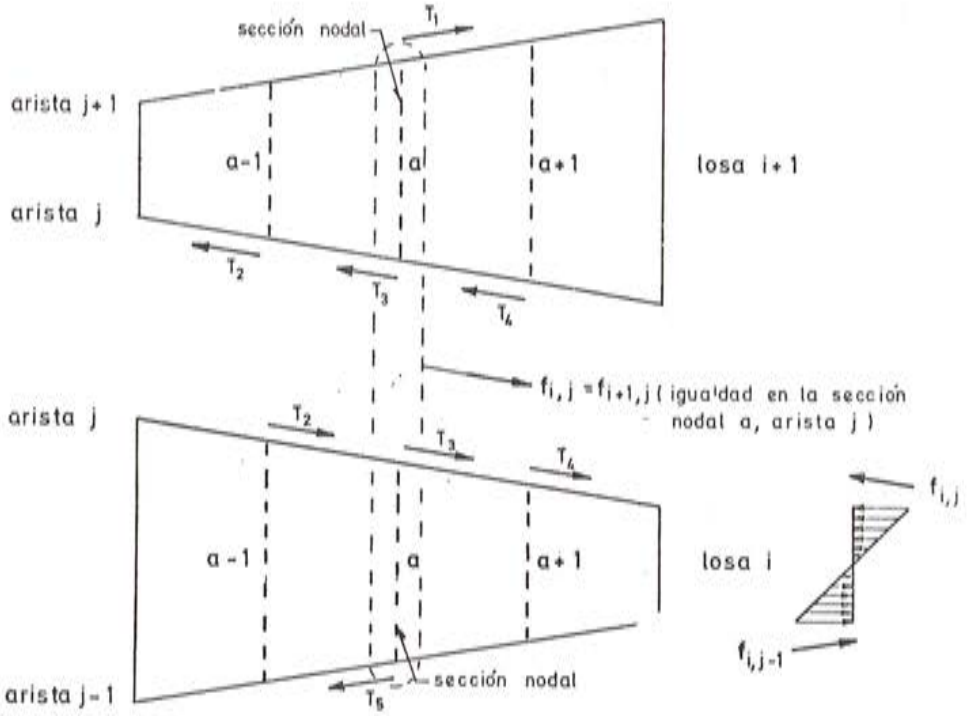


Fig. 26. Monolitismo estructural: Ecuación de los cinco cortantes.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

paralela a la directriz de la losa; b) el esfuerzo cortante aumenta en la componente normal a dicha directriz, y, c) el momento flector se modifica al considerar el incremento debido al producto de esas fuerzas por el brazo correspondiente (figura 25). Se hace, por lo tanto, necesario, deducir el valor de cada una de las $T_{a,j}$, a fin de calcular las leyes de esfuerzos longitudinales reales de cada losa.

7) Se plantea, en cada arista y cada sección nodal, la igualdad de tensiones normales longitudinales, $f_{i,j} = f_{i+1,j}$ (figura 26). Se llega así a una ecuación que relaciona las cinco fuerzas $T_{a,j}$, como se indica en la figura 26, y que se conoce como ecuación de los cinco cortantes.

Repetido el proceso en todas las secciones nodales y todas las aristas, es posible plantear una relación matricial del tipo

$$\underline{AA} \times \underline{T} = \underline{B}$$

en la cual $\underline{T}$ representa un vector que incluye todas las fuerzas $T_{a,j}$ de la lámina plegada; $\underline{AA}$ es una matriz cuadrada regular, que depende de las características geométricas de la estructura y $\underline{B}$ es un vector dependiente de las acciones exteriores.

La ecuación matricial anterior permite la obtención de las incógnitas $T_{a,j}$ y, por tanto, las leyes de esfuerzos longitudinales reales definidas en 6).

8) A partir de los esfuerzos anteriores, se conoce, en cada losa, el diagrama de curvaturas y, por integración del mismo, la ley de flechas en el plano de aquélla (figura 27).

9) Dichas flechas no definen, en cada sección nodal, un único punto para una arista común a dos losas. La compatibilidad geométrica transversal se lleva a cabo mediante un sencillo diagrama de Williot (figura 28), apareciendo unos asientos diferenciales entre las aristas, que obligan a un nuevo cálculo transversal (análisis secundario) de la sección nodal, en el que los esfuerzos de empotramiento rígido se deben a los anteriores asientos diferenciales.

Se obtienen, de este modo, unas nuevas reacciones (R_i^s) en los apoyos ficticios –que se mantienen en los nodos interiores–, que es preciso anular a fin de conservar el equilibrio estructural.

10) La técnica seguida por Johnson y Ti-ta Lee para la anulación de las reacciones secundarias (R_i^s) ya fue utilizada por Yitzhaki, en sus trabajos pioneros {14} sobre láminas prismáticas, y se conoce con el nombre de "Método de las cargas particulares". Este procedimiento se describe a continuación (figura 29):

a) Se aplica en cada uno de los nodos interiores de la lámina plegada una fuerza nodal conocida K^r, y, bajo esta carga, se analiza la estructura, siguiendo los pasos descritos hasta ahora, es decir:

b) Análisis primario de cada sección nodal; obtención de las reacciones primarias, R_i, en los apoyos ficticios; descomposición de las mismas en acciones de laja, P_i; cálculo longitudinal de cada losa y deducción de las leyes de flechas; compatibilización de los desplazamientos transversales en las aristas y obtención de los asientos diferenciales y, por último, análisis secundario y cálculo de las reacciones nodales correspondientes, FC_i^r, en equilibrio con la fuerza nodal, K^r.

c) La combinación de la fuerza nodal, K^r, y las reacciones nodales, FC_i^r, constituye un sistema de fuerzas en autoequilibrio que se conoce con el nombre de "sistema de cargas particulares".

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

El proceso anterior se repite, mediante la aplicación de sucesivas fuerzas nodales, hasta obtener N sistemas de cargas particulares, linealmente independientes, siendo N el número de nodos interiores de toda la estructura.

11) Las reacciones R_i^s, deducidas en el paso 9), pueden ser anuladas ahora, combinando adecuadamente los N sistemas de cargas particulares, previamente multiplicados por unos parámetros, β_i –que es preciso determinar–, tal como se indica en la expresión matricial siguiente:

$$\{FC\}.\ \{\beta\} + \{R^s\} = 0$$

La resolución de la ecuación matricial anterior permite deducir el valor de los parámetros β_i, que son las incógnitas básicas del método.

12) Los resultados finales de interés en el cálculo se obtienen por suma de los hallados en el análisis primario (paso 2), más los deducidos en el análisis secundario (paso 9) y más los debidos a cada uno de los N sistemas de cargas particulares, previamente multiplicados por los parámetros β_i correspondientes.

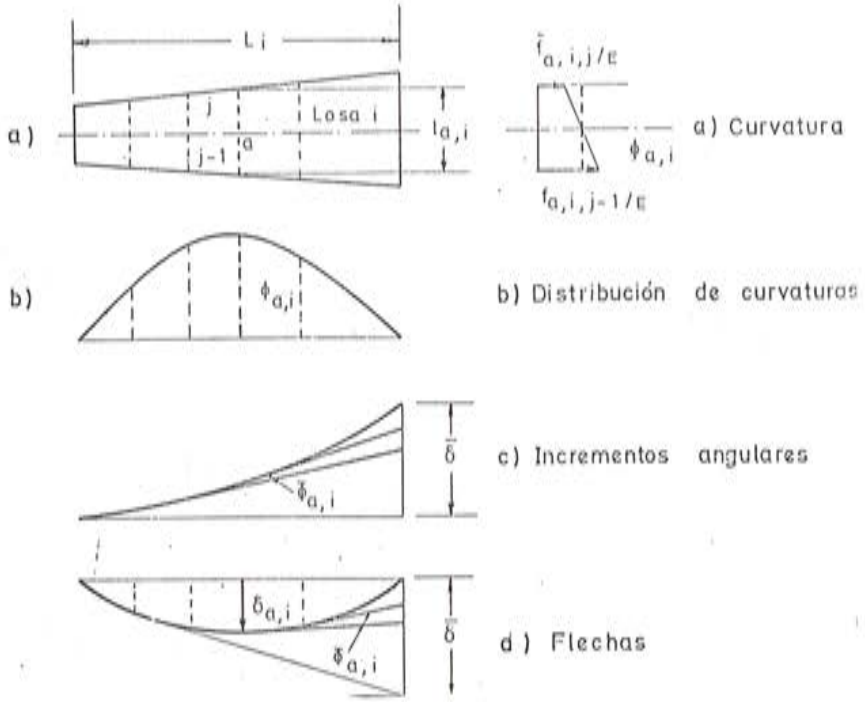


Fig. 27. Flexión longitudinal: Movimientos

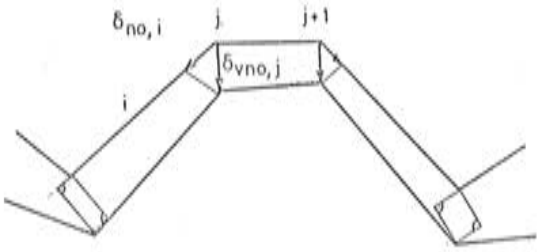


Fig. 28. Desplazamientos relativos entre las aristas

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

5.2 Limitaciones del método de Johnson y Ti–ta Lee

El procedimiento de análisis de láminas plegadas no prismáticas descrito en el apartado anterior presenta una serie de limitaciones que a continuación se indican:

1) Es válido únicamente para el análisis de láminas de un solo vano, con condiciones de sustentación tipo tímpano en los extremos.

2) No están incluidas condiciones arbitrarias de apoyo.

3) Solamente permite el tratamiento de estructuras de sección abierta y simple.

4) Implícitamente sólo admite la consideración de cargas verticales.

5) La lámina plegada ha de estar formada por losas rectangulares, triángulos isósceles o trapecios isósceles, de espesor constante.

Evidentemente, las anteriores limitaciones restringen, de modo considerable, las posibilidades de aplicación del método de Johnson y Ti–ta Lee a diversas situaciones prácticas reales, como, por citar un ejemplo, los tableros de puentes de sección cajón.

Dichas limitaciones han sido eliminadas en el procedimiento numérico que a continuación se describe.

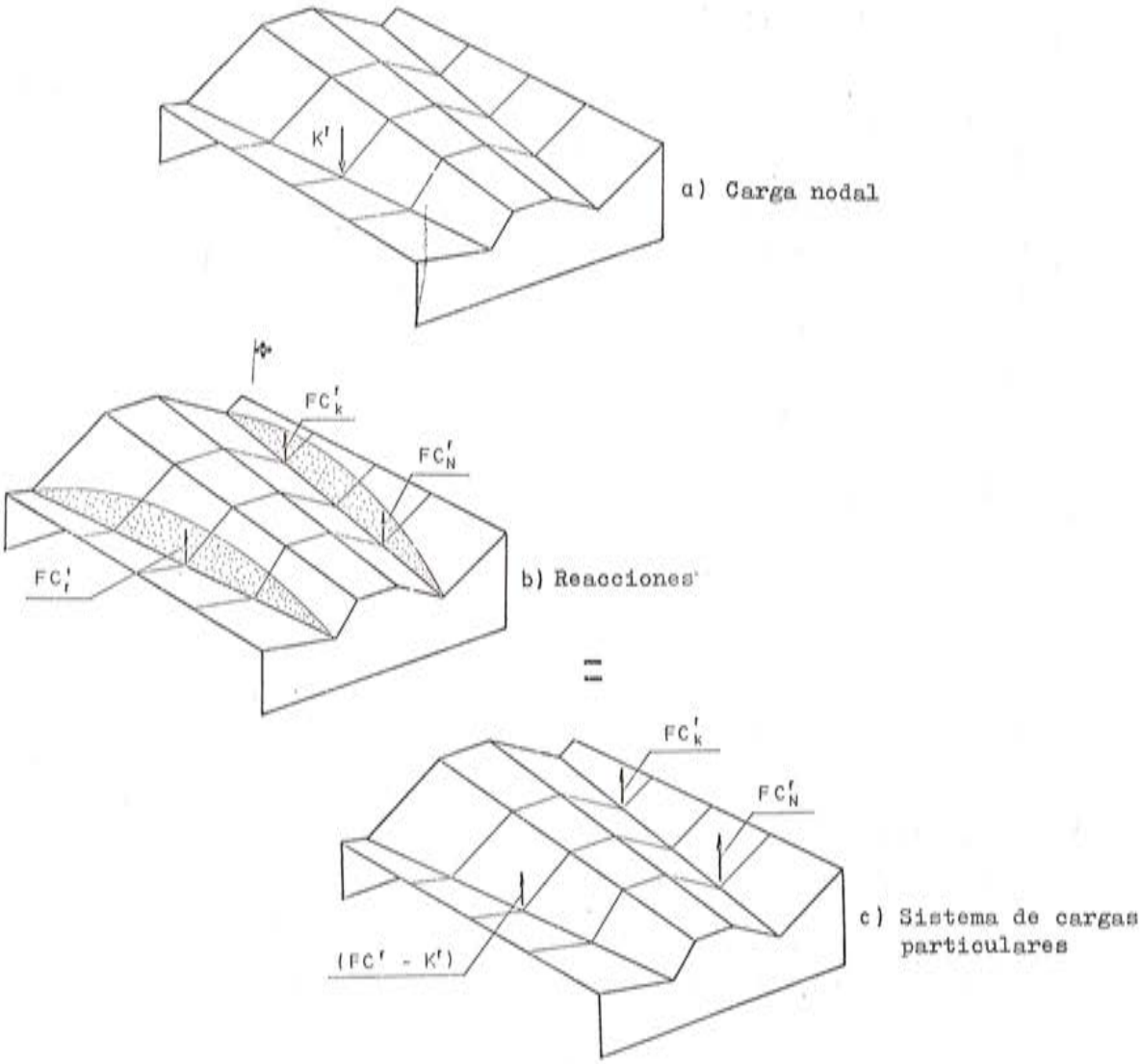


Fig. 29. Formulación de un sistema de cargas particulares

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

6. CALCULO MATRICIAL DE LAMINAS PLEGADAS CONTINUAS, NO PRISMATICAS, DE SECCION TRANSVERSAL ARBITRARIA

6.1 Introducción e hipótesis

Los fundamentos teóricos del presente método, así como su desarrollo matemático, han sido expuestos, de forma resumida, en la publicación {15}. La descripción detallada del procedimiento y su aplicación a diferentes casos prácticos puede verse en {16}.

Aquí únicamente se indican los principales aspectos del análisis, sin entrar en los detalles del mismo.

Las hipótesis fundamentales del método corresponden a las usuales del cálculo lineal de estructuras, es decir, se supone:

1) Material linealmente elástico, homogéneo e isótropo.

2) Pequeñas deformaciones, o, equivalentemente, se desprecian los desplazamientos al cuadrado frente a la unidad: $|u|^2 << 1$.

3) Pequeños movimientos, de modo que las ecuaciones de equilibrio se plantean sobre la geometría no deformada de la estructura.

Se tienen en cuenta, además, las siguientes hipótesis adicionales:

4) Monolitismo estructural, que equivale a que exista continuidad de movimientos a lo largo de las aristas.

5) La estructura es alargada, lo cual permite introducir las simplificaciones que, en teoría de láminas, se conocen con el nombre de "segunda aproximación" o de Schörer {17}.

6.2 Esquema del método de cálculo

Se puede exponer, esquemáticamente, el proceso de cálculo de acuerdo con los siguientes apartados fundamentales:

1) Se divide la lámina plegada, mediante secciones transversales, en un cierto número de dovelas de igual longitud (esta restricción, no necesaria en la realidad, se hace con el objeto de facilitar la realización del programa de computador). Se entiende aquí por dovela el tramo de lámina comprendido entre dos secciones transversales (figura 30).

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

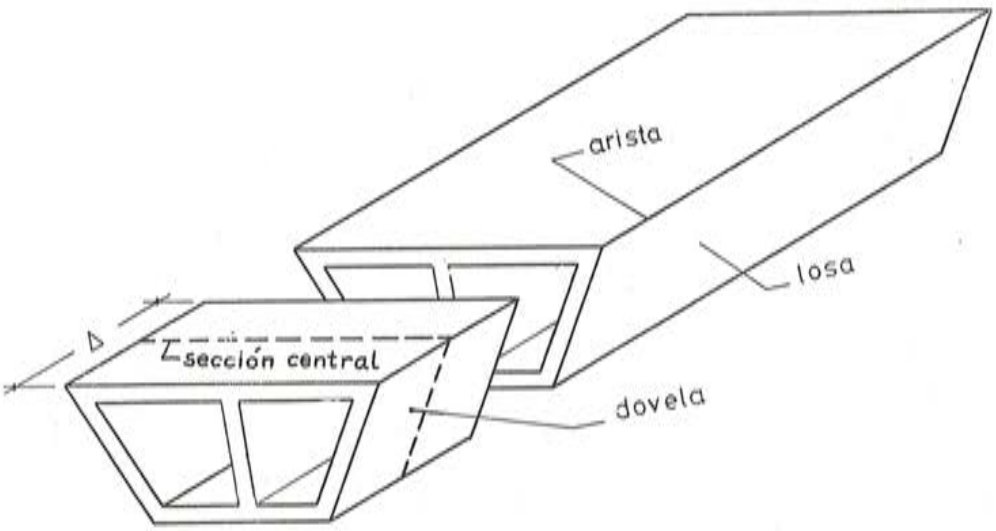


Fig. 30. Partición en dovelas de la estructura lámina plegada

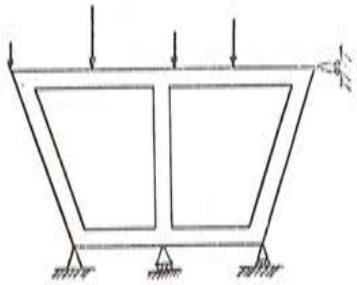


Fig. 31. Cálculo transversal primario de una dovela: Entramado equivalente.

2) Se realiza el cálculo transversal de cada dovela, sometida únicamente a las acciones que directamente gravitan sobre ella (cálculo transversal primario), considerada dicha dovela como un entramado plano, correspondiente a la sección central de la misma, es decir, la sección transversal que pasa por su centro de gravedad (figura 31). A tal fin, se introduce en los nudos de la citada sección central el número de apoyos ficticios estrictamente necesario, de modo que el entramado constituya una estructura intraslacional. Dichos apoyos pueden ser incluidos, de un modo automático, en el computador, mediante consideraciones matemáticas elementales de rango de matrices {16}.

Los resultados del cálculo anterior se denominan primarios; por ejemplo, momentos transversales primarios en los bordes de cada losa, en una dovela genérica, μ^p. En particular, se deducen en los apoyos ficticios las reacciones primarias correspondientes, R_f^p.

3) Si la sección transversal de la estructura fuese simple, sería posible la descomposición estática de las reacciones, $-R_f^p$, anteriores en fuerzas actuando en el plano de cada una de las losas concurrentes en la arista coaccionada (acciones de laja, p_a^i), tal como hacen Johnson y Ti–ta Lee (figura 32).

Sin embargo, en el caso general de sección múltiple (figura 33), no es posible la descomposición estática anteriormente citada, con lo cual se desconoce el valor de las acciones de laja, p_a^i.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

El método aquí seguido consiste en tomar dichas fuerzas, p_a^i, como incógnitas básicas, que se mantienen a lo largo de todo el proceso de cálculo, y que son determinadas al final del mismo. Teóricamente, el valor de una acción genérica, p_a^i, correspondiente a una losa, i, y dovela, a, arbitrarias, se obtiene como suma de las acciones de laja, p_a^{i1} y p_a^{i2}, que actúan en los bordes de la losa (figura 33):

$$p_a^i = p_a^{i1} + p_a^{i2}$$

4) Se lleva a cabo el cálculo longitudinal de cada losa, independientemente de las demás, considerada como una viga simplemente apoyada en sus extremos y cargada en su plano con las fuerzas p_a^i ya citadas (figura 34), supuestas distribuidas parabólicamente. Es preciso tener en cuenta, además, dos acciones suplementarias, G_1^i y G_2^i, consideradas también como incógnitas básicas, y que corresponden a los momentos de continuidad en los extremos de la losa, en el caso de estructuras de varios vanos.

Mediante la teoría elemental de vigas a flexión, se deducen las leyes de esfuerzos longitudinales (momentos flectores, esfuerzos cortantes y esfuerzos axiles) en cada una de las losas. Dichas leyes, dado el carácter discreto del tratamiento seguido, tienen la estructura que a continuación se indica, en función de las incógnitas básicas de la losa:

$$\underline{E}^i = \underline{E}_0^i + \underline{E}_p^i \cdot \underline{p}^i + \underline{E}_G^i \cdot \underline{G}^i \qquad (1)$$

La matriz $\underline{E}^i$ representa la ley de esfuerzos longitudinales (flectores, cortantes o axiles, según el caso) de la losa i, en forma discreta. Su dimensión es (A x 1), siendo A el número de dovelas en que se ha dividido la lámina plegada.

El vector $\underline{p}^i$, de dimensión (A x 1), incluye las incógnitas básicas p_a^i de la losa i, y el vector $\underline{G}^i$, de dimensión (2x1), comprende los momentos de continuidad, G_1^i y G_2^i.

La matriz de términos independientes, $\underline{E}_0^i$, corresponde a posibles esfuerzos iniciales en la losa, debidos por ejemplo, al pretensado, efectos de temperatura, etc., que pueden ser considerados mediante este método de análisis.

5) Si a partir de las leyes de esfuerzos anteriores se calculan los desplazamientos longitudinales a lo largo de una arista común a varias losas, se observa que dichos desplazamientos son diferentes en los bordes de cada una de las losas que concurren en dicha arista.

Sin embargo, el monolitismo estructural obliga a que los anteriores desplazamientos sean iguales o, lo que es equivalente, dado el carácter lineal y elástico del material, se ha de verificar la igualdad de tensiones normales longitudinales en la arista común. Ello obliga a considerar en los bordes de las losas unas tensiones tangenciales longitudinales (fuerzas rasantes unitarias), q^i (figura 35). En una sección determinada, estas tensiones tangenciales producen una resultate, T^i, en principio desconocida (figura 36), cuya expresión es:

$$q^i = \frac{dT^i}{dx}$$

o lo que es igual

$$q^i = \frac{\Delta T^i}{D}$$

siendo D la longitud de la dovela según el borde correspondiente (figura 36-a).

Las fuerzas T^i anteriores modifican las leyes de esfuerzos longitudinales de la losa (figu-

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

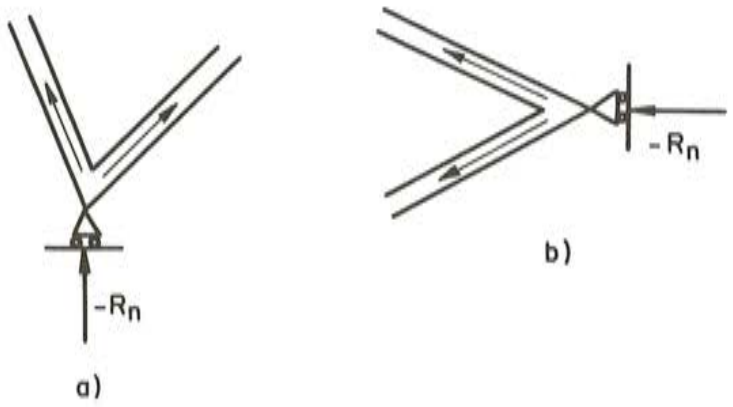


Fig. 32. Reacciones en las coacciones debidas al cálculo transversal primario

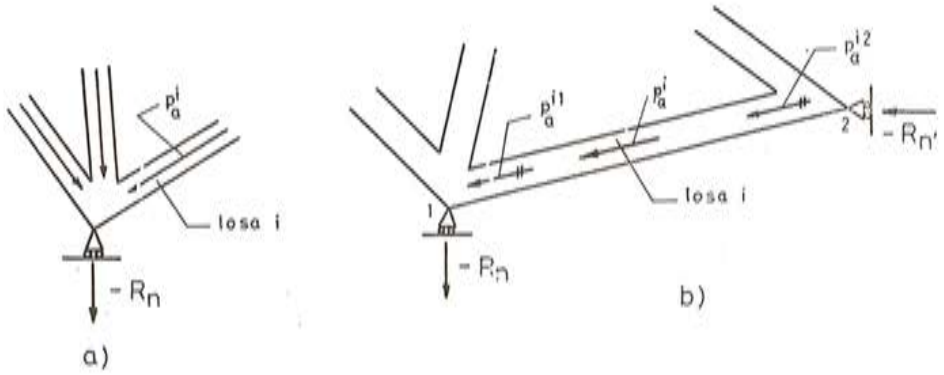


Fig. 33. Descomposición de las reacciones, cambiadas de signo, correspondientes solamente a las coacciones impuestas

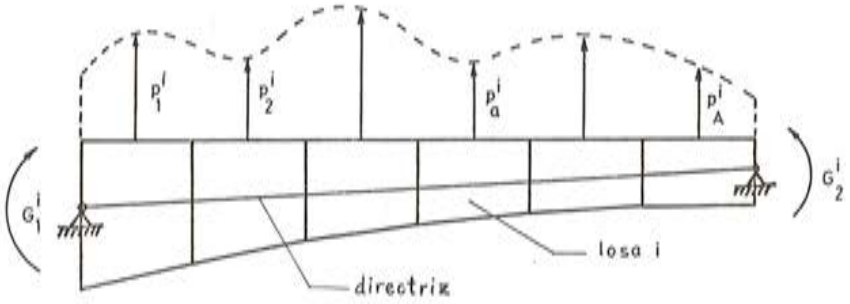


Fig. 34. Acciones consideradas en el cálculo longitudinal de una losa genérica

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

ra 36-b), tal como se explicó en el método de Johnson y Ti–ta Lee, de modo que la fórmula (1) se transforma en:

$$\underline{E}^i = \underline{E}^i_0 + \underline{E}^i_p \cdot \underline{p}^i + \underline{E}^i_G \cdot \underline{G}^i + \underline{E}^i_T \cdot \underline{T}^i \qquad (2)$$

en donde el vector $\underline{T}^i$, de dimensión(2Ax1),incluye todas las fuerzas concentradas, T^i, de la losa.(*)

6) Para calcular las fuerzas T^i, desconocidas, se plantea, por una parte, el equilibrio de las fuerzas q^i y, por otra, la igualdad de tensiones normales longitudinales en cada arista y cada dovela. Es preciso señalar que, en este caso, no es válida la ecuación de los cinco cortantes, ya que la sección transversal no es abierta y simple.

Sin embargo, la ecuación final a la que se llega tiene la estructura ya reseñada, es decir:

$$\underline{AA} \cdot \underline{T} = \underline{B} \qquad (3)$$

en donde el vector $\underline{T}$ incluye las fuerzas T^i de toda la lámina y es de dimensión(2AI x 1), siendo I el número de losas y A el número de dovelas, como ya se ha explicado.

La matriz $\underline{AA}$, no singular, depende de las características geométricas de la estructura, y su dimensión es (2AI x 2AI).

La matriz $\underline{B}$ depende de las cargas exteriores que actúan sobre la lámina plegada. Su expresión es del tipo

$$\underline{B} = \underline{B}_0 + \underline{B}_p \cdot \underline{p} + \underline{B}_G \cdot \underline{G} \qquad (4)$$

en la cual $\underline{p}$ es un vector de dimensión (AIx1), que incluye todas las fuerzas p^i_q de la estructura y $\underline{G}$, vector de dimensión (2Ix1), comprende todos los momentos G^i_1 y G^i_2 debidos a la continuidad.

La resolución de la ecuación matricial (3) permite calcular el valor de las fuerzas T^i:

$$\underline{T} = \underline{AA}^{-1} \cdot \underline{B}$$

que, sustituidas en la expresión (2), la modifican como se indica a continuación, si se considera la relación (4):

$$\underline{E}^i = \underline{\tilde{E}}^i = \underline{\tilde{E}}^i_0 + \underline{\tilde{E}}^i_p \cdot \underline{p} + \underline{\tilde{E}}^i_G \cdot \underline{G} \qquad (5)$$

en donde $\underline{p}$ y $\underline{G}$ ya han sido definidos.

La ecuación (5) representa cualquier ley de esfuerzos longitudinales reales de la losa i. Obsérvese la diferencia de la ecuación (2) con la (5). En ésta, todas las incógnitas $\underline{p}$ y $\underline{G}$ de la lámina intervienen, en lugar de las incluidas en la losa i: $\underline{p}^i$ y $\underline{G}^i$.

7) A través de la teoría de la viga conjugada, y mediante un algoritmo de cálculo semejante al utilizado para hallar la ley de momentos flectores representada por (1), se calcula la ley de flechas en el plano de cada losa (figura 37), cuya expresión es del tipo:

$$\underline{u}^i = \underline{u}^i_0 + \underline{u}^i_p \cdot \underline{p} + \underline{u}^i_G \cdot \underline{G} \qquad (6)$$

(*) Las fuerzas T^i_{10} y T^i_{20} (figura 36-a) son conocidas, y su valor depende del tipo de sustentación en el apoyo. En el caso de tímpanos,

$$T^i_{10} = T^i_{20} = 0$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

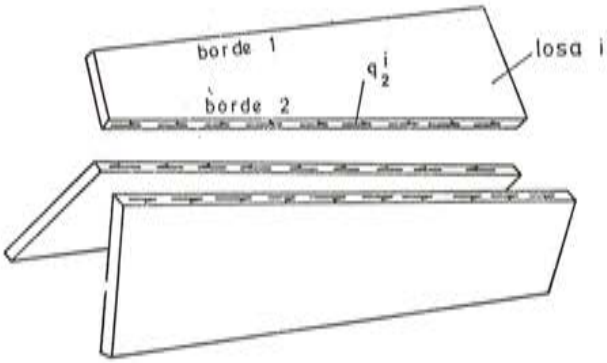


Fig. 35. Fuerzas rasantes unitarias.

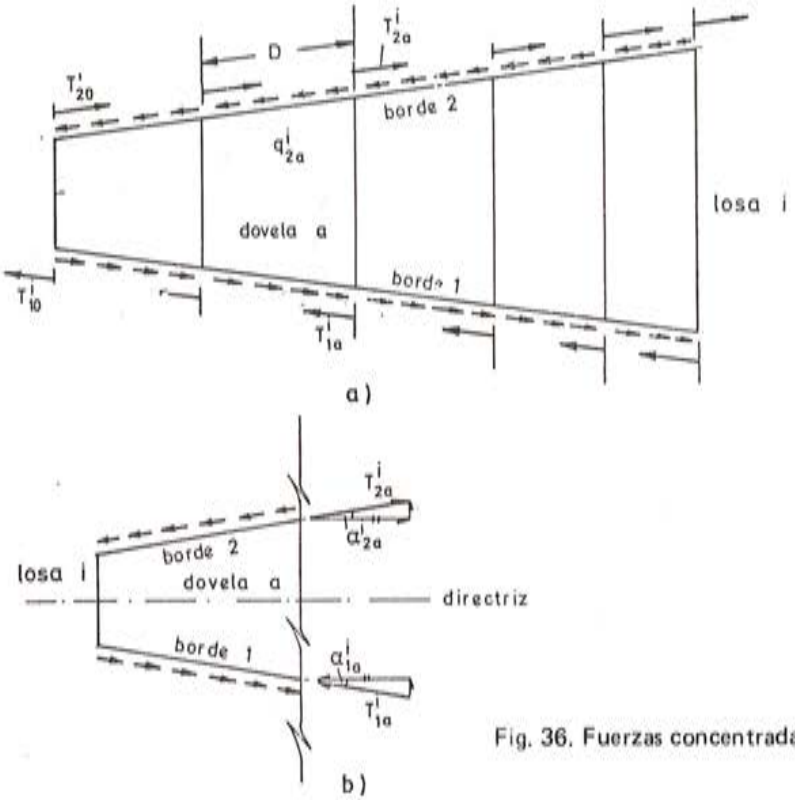


Fig. 36. Fuerzas concentradas equivalentes.

8) En la sección central de una dovela genérica, a, las flechas anteriores no definen un único movimiento para cada arista (figura 38-a). La compatibilidad de los desplazamientos transversales se lleva a cabo mediante un diagrama de Williot, lo que da lugar a unos asientos diferenciales entre los nudos de la sección central (figura 39), que obligan a realizar un nuevo cálculo transversal en cada dovela (análisis secundario). Además, si en una arista concurren n losas, se dispone en ella de n−2 ecuaciones de compatibilidad transversal (figura 38-b).

En el análisis secundario se supone que se siguen manteniendo las coacciones ficticias introducidas. Los resultados de dicho cálculo se denominan secundarios (momentos transversales secundarios, μ^s, por ejemplo). En particular, las reacciones ficticias secundarias dependen, obviamente, de las incógnitas básicas $\underline{p}$ y $\underline{G}$:

$$\underline{R}_f^s = \underline{R}_{f0}^s + \underline{R}_{fp}^s \cdot \underline{p} + \underline{R}_{fG}^s \cdot \underline{G}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

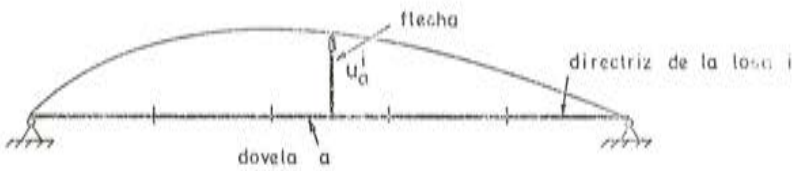


Fig. 37. Movimientos longitudinales: Flechas.

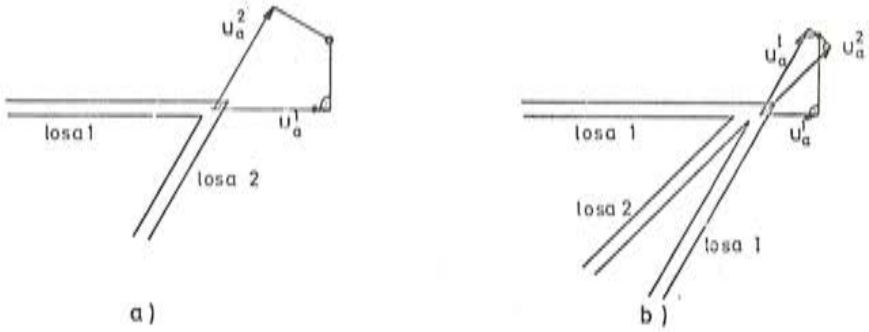


Fig. 38. Monolitismo estructural: Compatibilidad de desplazamientos transversales.

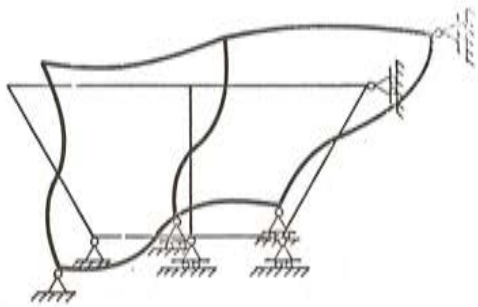


Fig. 39. Monolitismo estructural: Asientos diferenciales transversales.

Fig. 40. Lámina plegada continua.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

9) Por último, se plantea el sistema final de ecuaciones, que permite obtener las incógnitas básicas $\underline{p}$ y $\underline{G}$ del cálculo. El problema así planteado está totalmente determinado; en efecto, para una lámina plegada continua, por ejemplo, de tres vanos (figura 40), el número total de incógnitas es el siguiente:

– Fuerzas $\underline{p}$: 3A . I

Total: (3A + 2) I

– Momentos $\underline{G}$: 2I

Por otra parte, las ecuaciones disponibles son: a) las de compatibilidad de giros longitudinales (continuidad estructural, en el caso de varios vanos), en número de 2I; b) las de equilibrio transversal, en cada dovela, que implican la anulación de las reacciones en los apoyos ficticios (suma de las primarias, obtenidas en 2), más las secundarias), es decir, $R_f^p + R_f^s = 0$; y, por último, c) las ecuaciones de compatibilidad transversal, en cada dovela, citadas en 8).

El número total de ecuaciones es también (3A + 2) I, igual al de incógnitas del problema.

10) Conocidas las incógnitas básicas, su sustitución en las fórmulas pertinentes –(5), por ejemplo– permite deducir los resultados finales que se deseen.

7. EJEMPLOS DE APLICACION

7.1 Introducción

Basado en el modelo teórico descrito sucintamente en el párrafo 6, se ha desarrollado un programa de computador, en lenguaje FORTRAN IV, cuyas características, listado, descripción de entrada de datos, etc., se pueden ver detalladamente en la publicación {16} ya citada. El diagrama de flujo se muestra en las páginas siguientes.

Dicho programa se ha aplicado al estudio de diferentes casos prácticos que a continuación se comentan.

7.2 Análisis de la exactitud de los resultados

Se ha procedido, en primer lugar, a un análisis de la exactitud de los resultados que se obtienen mediante la aplicación del programa de computador anteriormente citado.

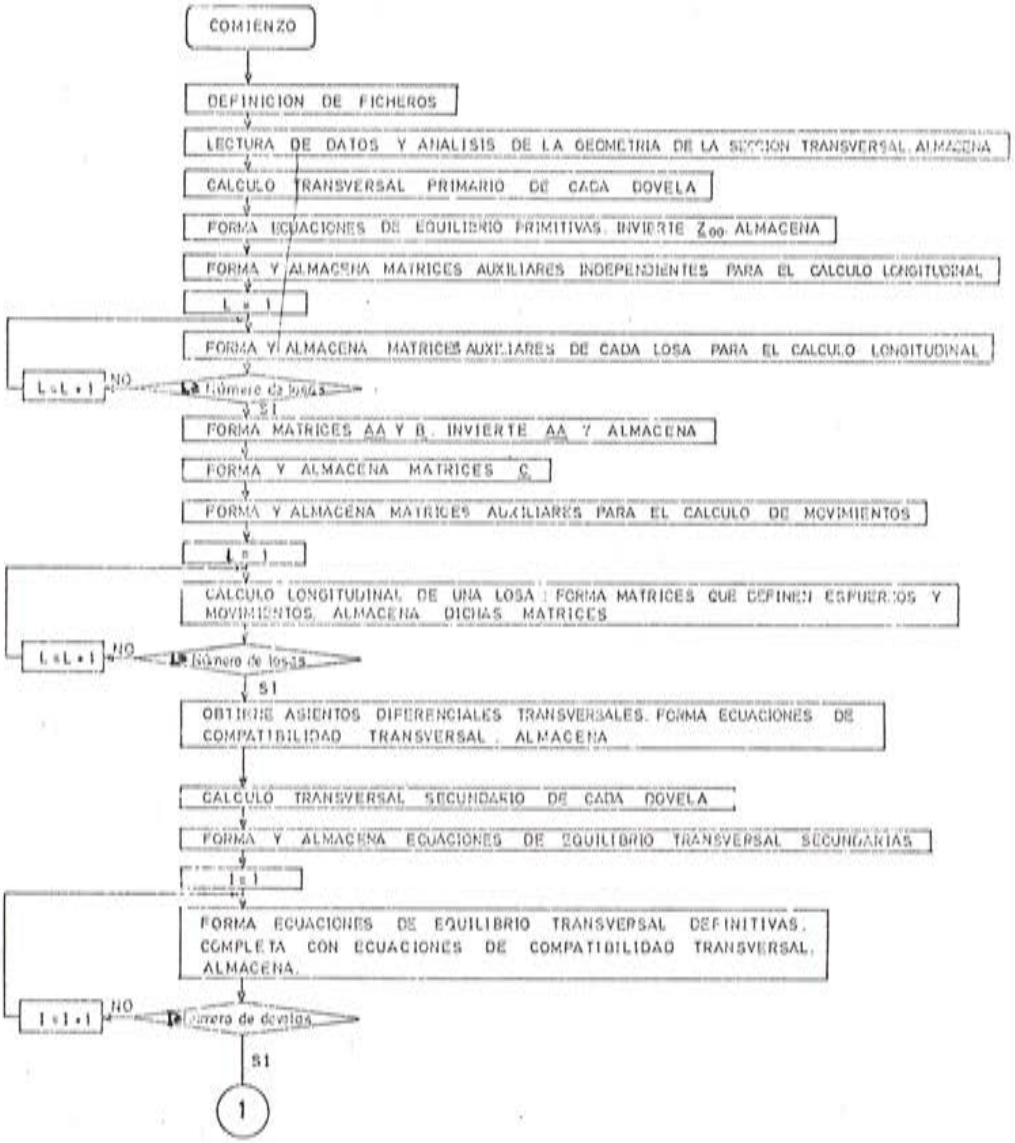
Para ello, se ha calculado la lámina plegada prismática, simplemente apoyada en sus extremos, cuya geometría se indica en la figura 41, y que corresponde a un tablero de puente de sección cajón, sometida a una carga de 1 t/m extendida a toda luz y repartida transversalmente según se representa en la figura 42.

La estructura se ha dividido en 10 dovelas de 3.00 m de longitud y los resultados obtenidos se han comparado con los deducidos mediante un cálculo armónico, basado en la teoría ordinaria, en el que se han tomado 5 armónicos significativos (*). Los resultados del análisis armónico se han dado en secciones correspondientes a cuartos de la semiluz (0.000L, 0.125L, 0.250L, 0.375L y 0.500L). En particular, la sección 0.250L del cálculo analítico coincide con la sección central de la dovela 3 del cálculo numérico, y en ella pueden ser comparados directamente los valores de los resultados deducidos por ambos métodos, sin necesidad de interpolaciones.

(*) NOTA: Véase la publicación (18), donde se describe el programa de láminas plegadas prismáticas utilizado en este análisis comparativo.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

DIAGRAMA DE FLUJO



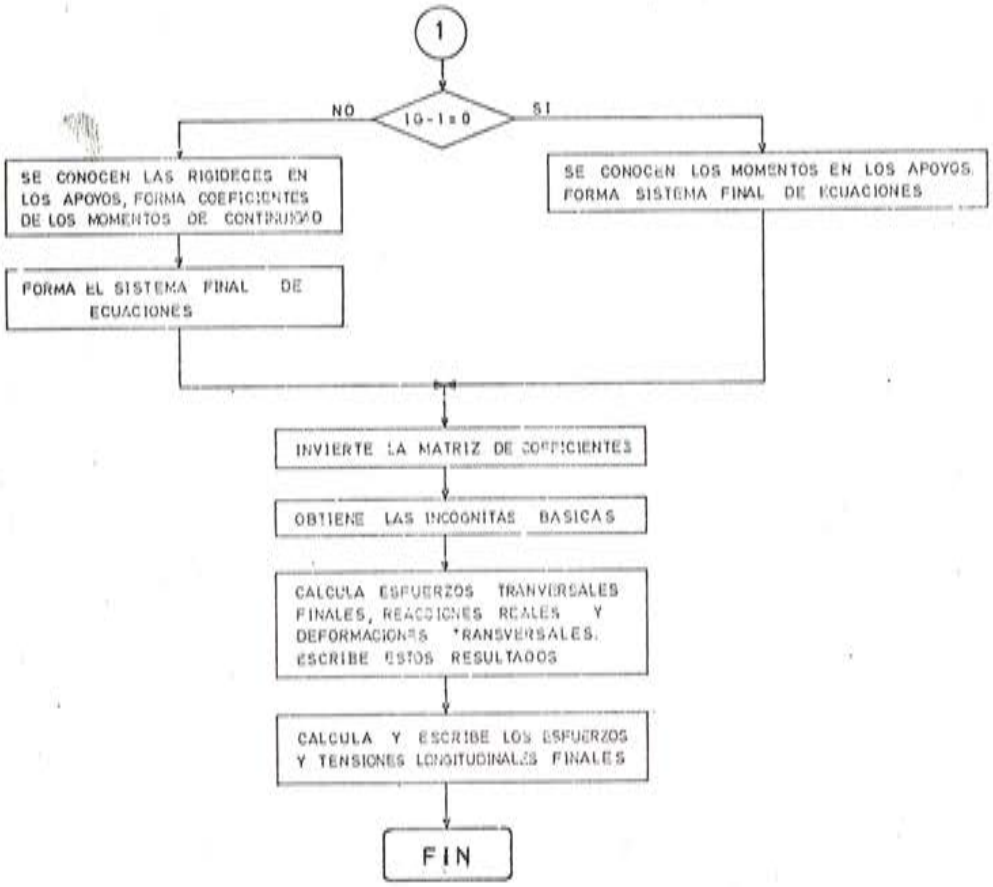
En las figuras 43 a 47, ambas inclusive, se representan las leyes de variación longitudinal de diferentes resultados del cálculo, hallados tanto por el método armónico como por el numérico, y puede observarse la gran correlación entre ambos, lo cual da una idea de la validez del modelo teórico descrito en el párrafo 6.

Sin embargo, la comparación directa se puede llevar a cabo en la sección central de la dovela 3, tal como se muestra en la figura 48 y, de un modo más detallado, en la tabla 1. En ella se observa que las dispersiones, para los esfuerzos transversales, son del orden del 2 por 100, a excepción de una diferencia aislada del 8,7 por 100 para el axil transversal en el extremo 2 de la losa 2, que no es representativa, al tratarse de valores absolutos muy pequeños.

La comparación de las tensiones rasantes y tensiones normales longitudinales proporciona mayores porcentajes de diferencia. Sin embargo, a este respecto, es preciso hacer algunas precisiones:

En la figura 49 se comparan las tensiones normales longitudinales en la sección central de la estructura. Por una parte, se observa que la igualdad de tensiones en una arista común a

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025



varias losas se verifica más satisfactoriamente en el cálculo numérico. Por otro lado, se puede comprobar el equilibrio global; para ello se calcula el momento externo en la sección central de la lámina plegada, considerada como una viga cargada en su plano; dicho momento es:

$$\frac{pL^2}{8} = 652{,}5 \text{ m.t}$$

y ha de ser igual al momento interno obtenido por integración de los diagramas de tensiones representados en la figura 49.

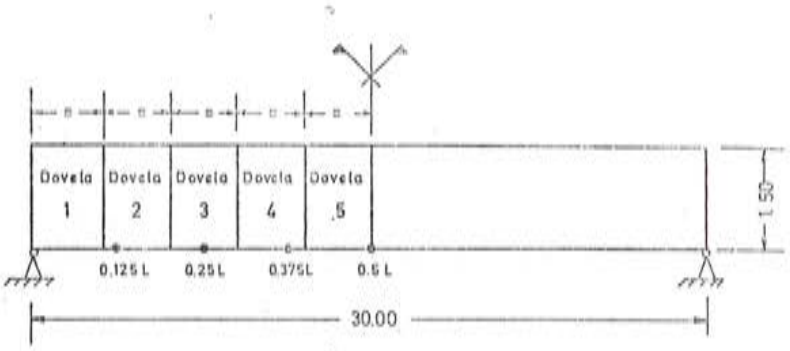
Para el análisis armónico, se deduce:

- Volumen de tracciones = 449,82 t. } (no se cumple la
- Volumen de compresiones = 458,91 t. } igualdad)
- Momento interno = 667 m.t (diferencia del 2 por 100 respecto a $\frac{pL^2}{8}$).

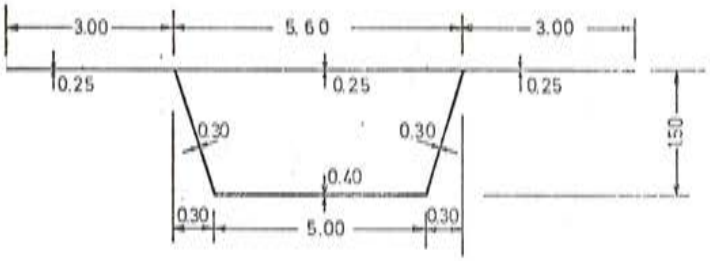
En el cálculo numérico, se tiene:

- Volumen de tracciones = 444,5 t.
- Volumen de compresiones = 444,5 t.
- Momento interno = 647 m.t. (diferencia: 0,8 por 100).

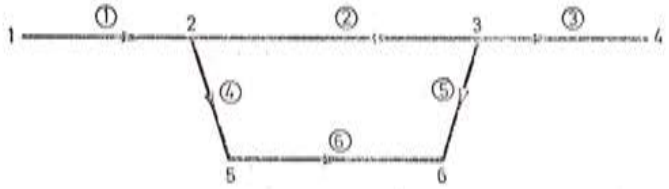
Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025



a) Sección longitudinal



b) Sección transversal



c) Numeración de aristas y losas y ejes locales de cada losa

Fig. 41. Lámina plegada prismática. Geometría

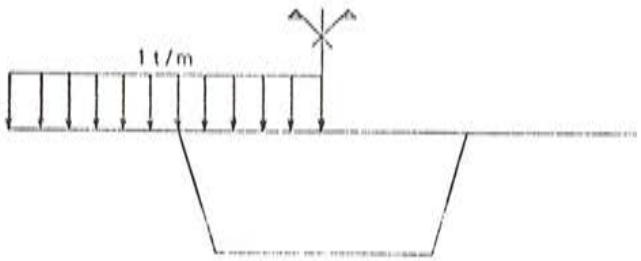


Fig. 42. Lámina plegada prismática. Acciones exteriores

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

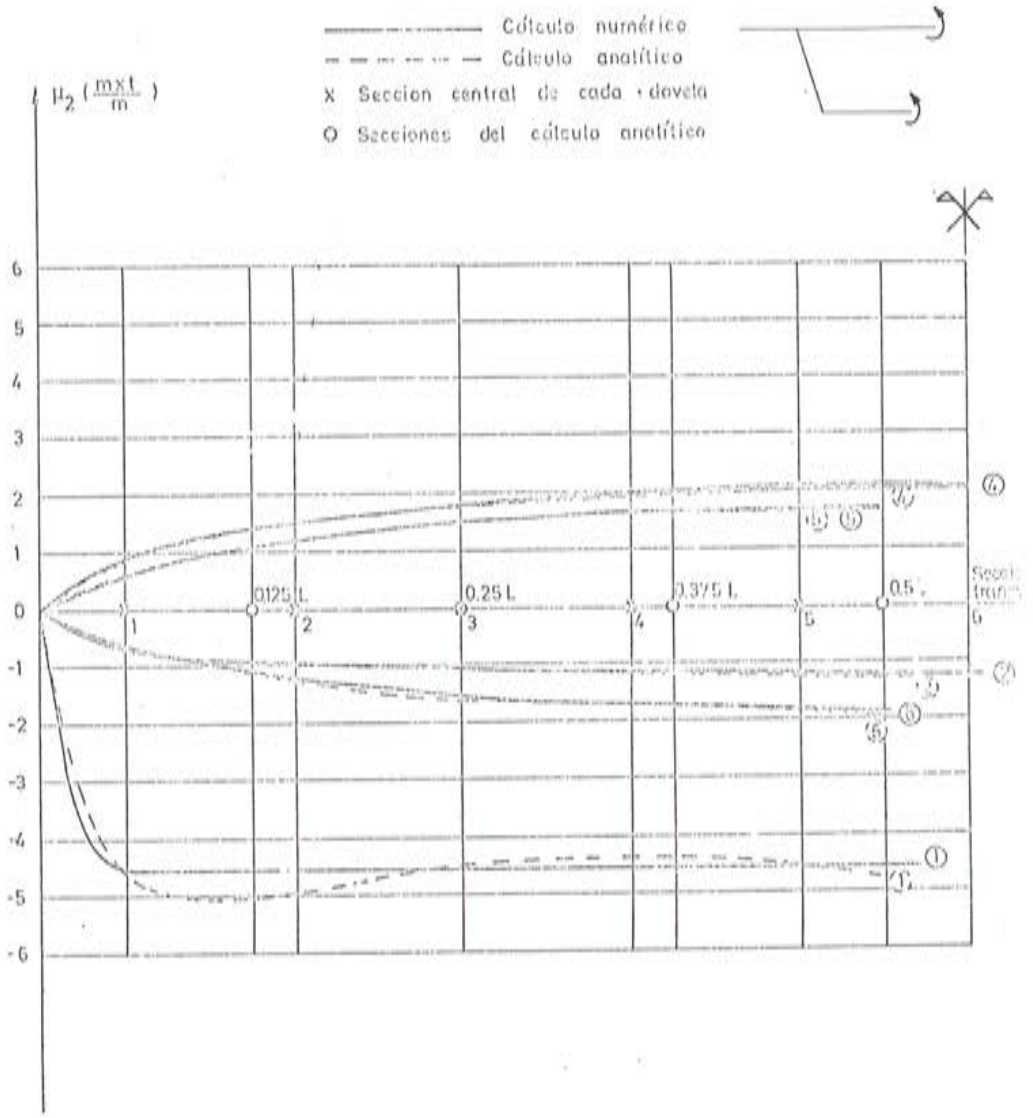


Fig. 43. Ley de variación longitudinal de los momentos transversales, en m.t/m, en el extremo dos de las distintas losas.

Es decir, la aproximación, en el equilibrio global, es mejor en el método numérico. Obviamente, la consideración de un mayor número de armónicos conduciría a diferencias menores entre ambos procedimientos.

Por último, cabe señalar que la mayor disparidad entre los valores de las tensiones normales longitudinales en el extremo del voladizo de la izquierda (figura 49) es debida a que en el análisis armónico se ha considerado la deformación por cortante (*).

(*) NOTA: En el cálculo numérico, la extensión del método, de modo que incluya la deformación por cortante, exigiría la introducción de los esfuerzos de torsión entre dovelas, en virtud de la consistencia propuesta por Goldenveizer {19}, es decir, debido a la analogía estático-cinemática.
La observancia de esta analogía es necesaria si se desea conservar la simetría de la formulación, o teorema de reciprocidad.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

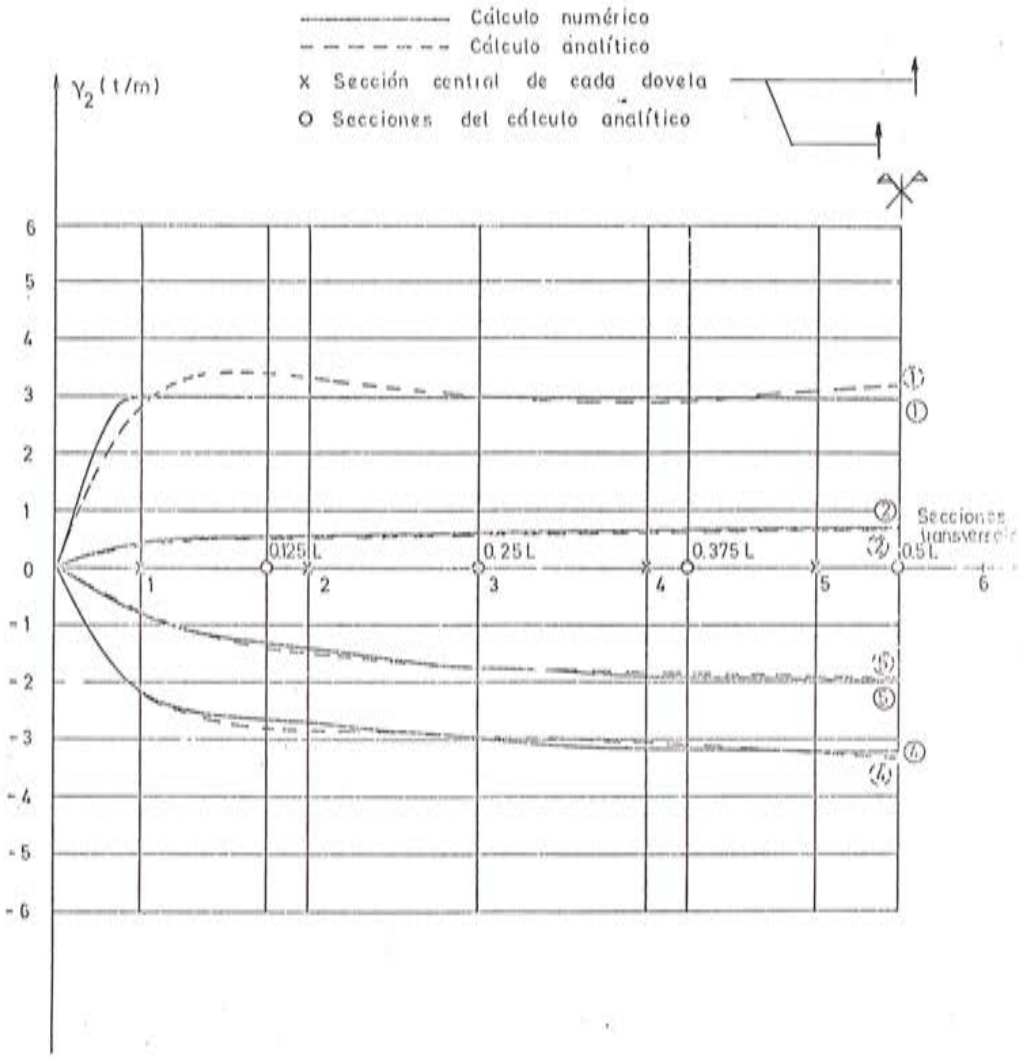


Fig. 44. Ley de variación longitudinal de los cortantes transversales, en t/m, en el extremo 2 de las distintas losas

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

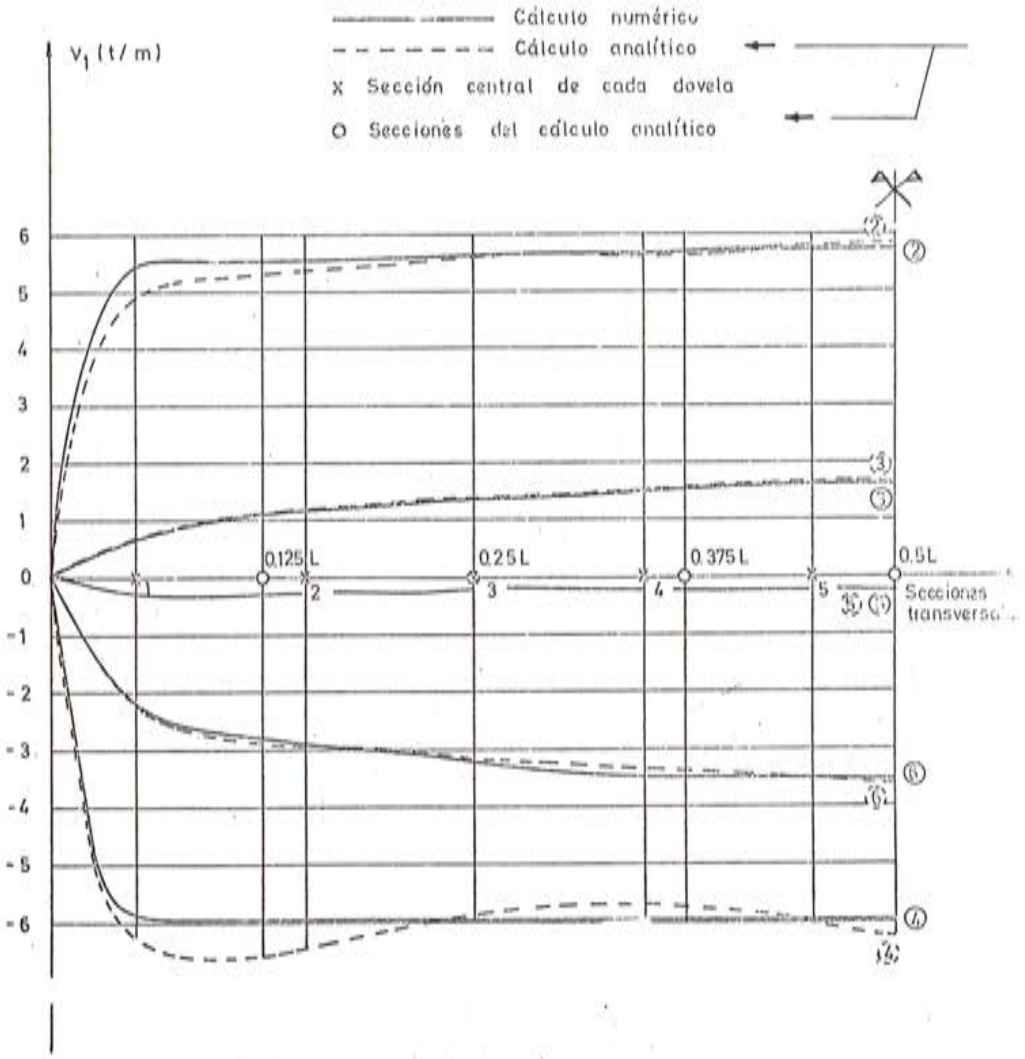


Fig. 45. Ley de variación longitudinal de los axiles transversales, en t/m, en el extremo 1 de las distintas losas

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

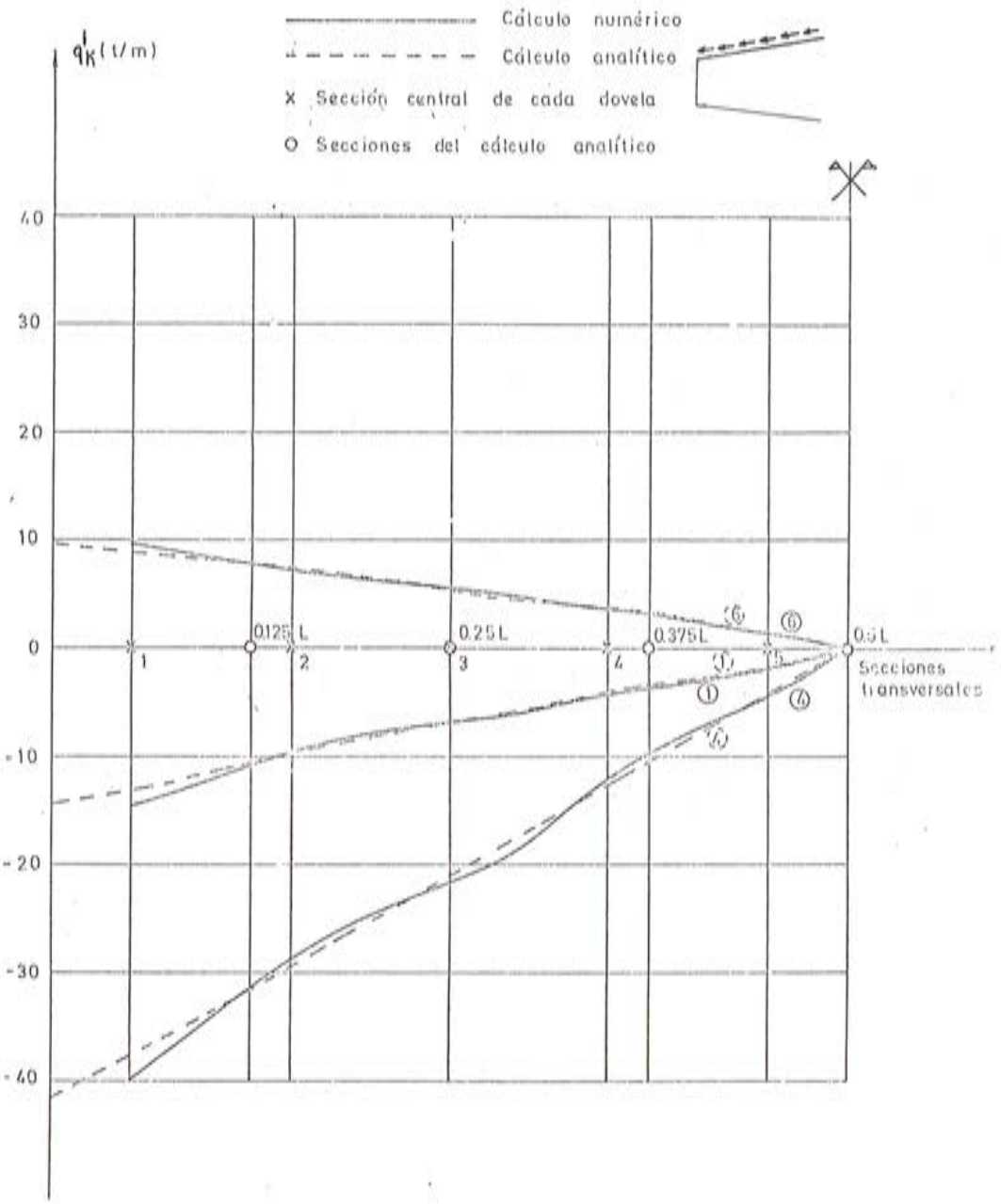


Fig. 46. Ley de variación longitudinal de las fuerzas rasantes unitarias, en t/m, en el extremo 2 de las distintas losas

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

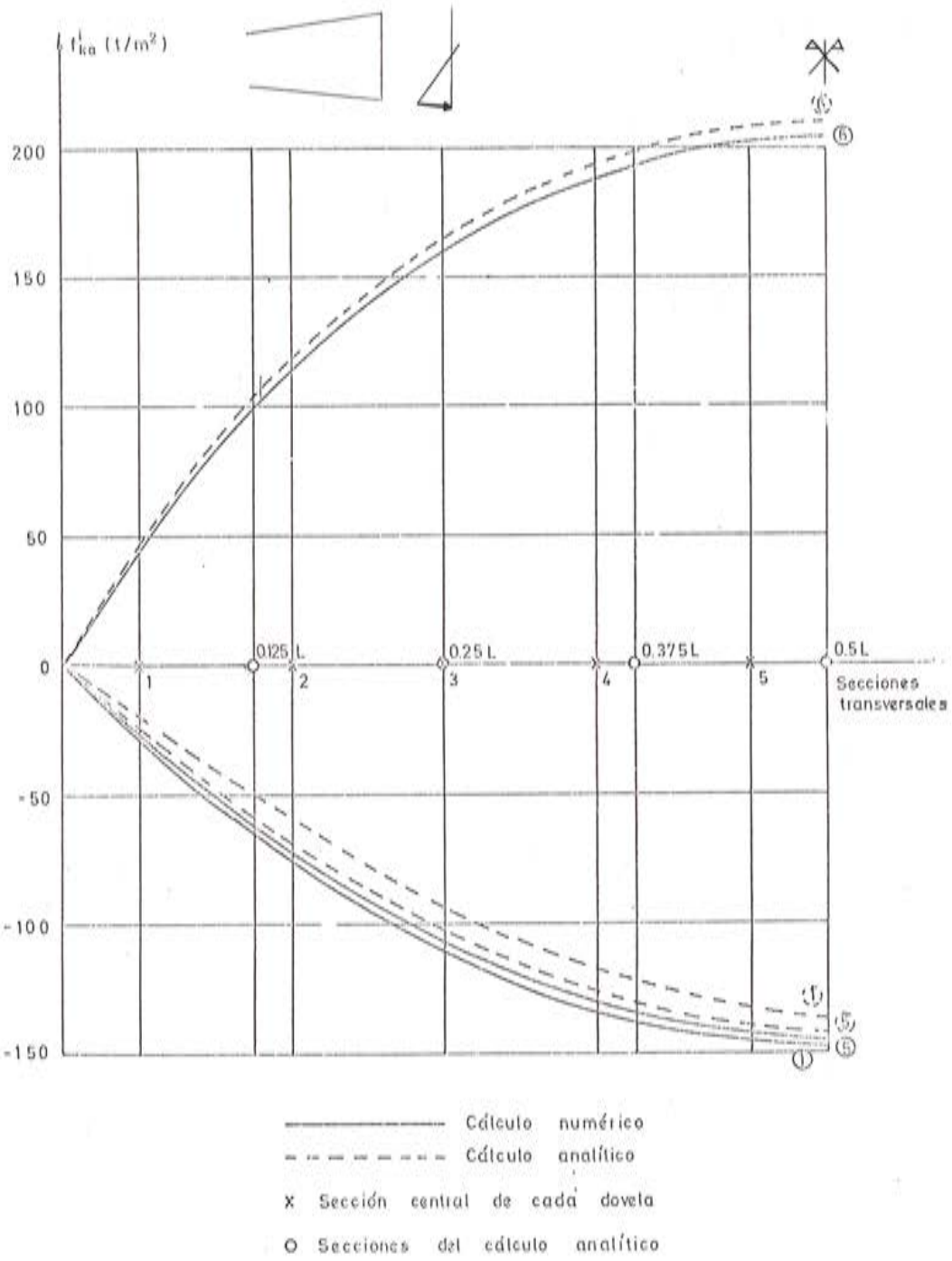


Fig. 47. Ley de variación longitudinal de las tensiones normales longitudinales, en $t.m^{-2}$, en el extremo 1 de las diferentes losas

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

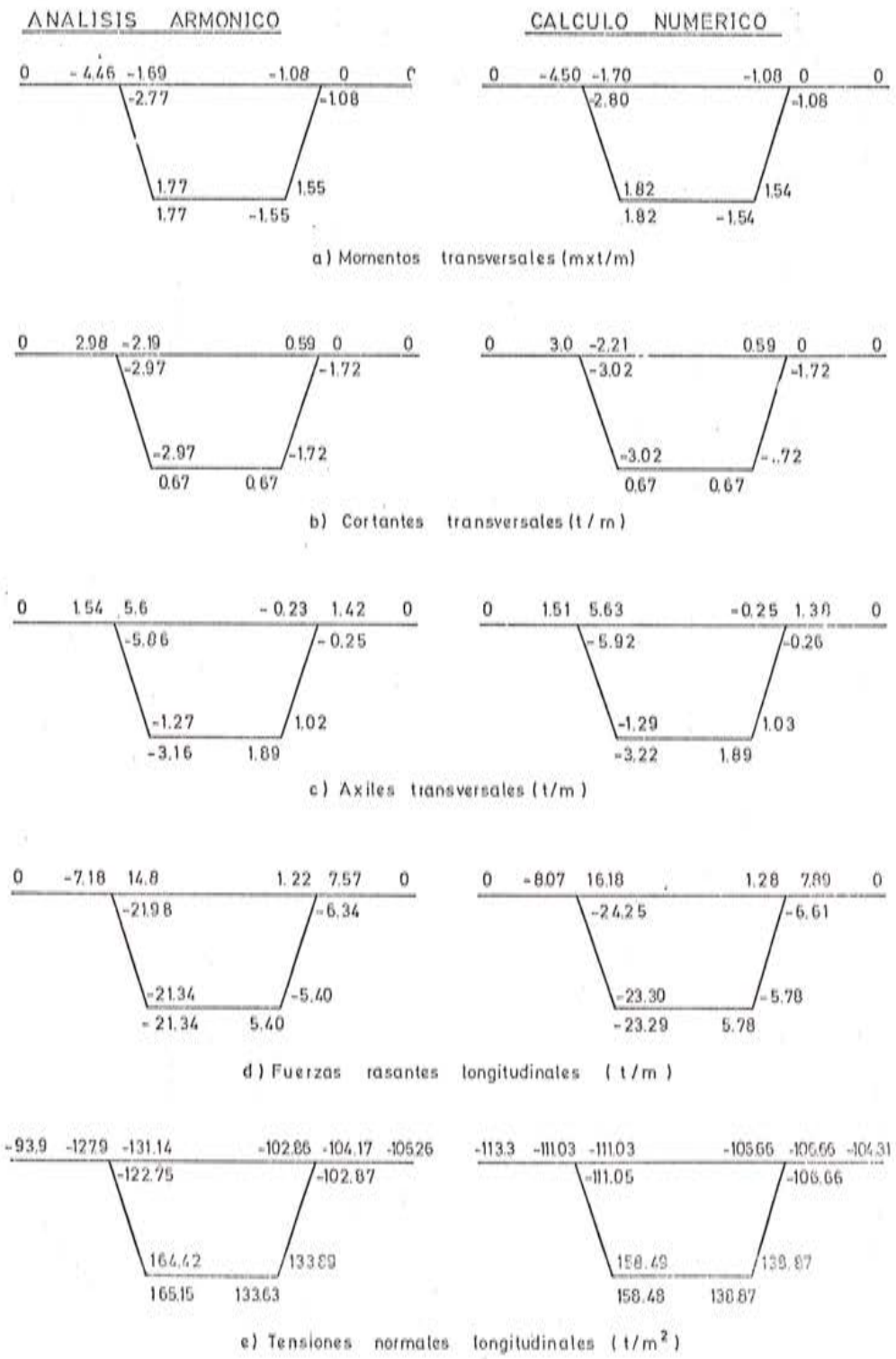


Fig. 48. Comparación de resultados en la sección 0.250L

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

TABLA 1

Estudio comparativo entre los resultados obtenidos por los métodos analítico y numérico

EXTREMO 1				EXTREMO 2			
Losa	$\mu_{armónico}$	$\mu_{numérico}$	% diferencia	Losa	$\mu_{armónico}$	$\mu_{numérico}$	% diferencia
1	0	0	0	1	− 4,46	− 4,50	+ 0,90
2	− 1,69	− 1,70	+ 0,59	2	− 1,08	− 1,08	0
3	0	0	0	3	0	0	0
4	− 2,77	− 2,80	+ 1,08	4	· 1,77	1,82	+ 2,82
5	− 1,08	− 1,08	0	5	1,55	1,54	− 0,65
6	1,77	1,82	+ 2,82	6	− 1,55	− 1,54	− 0,65

Resultados de los momentos transversales, en mxt/m, correspondientes a la sección central de la dovela 3 (0,25 L), para cada losa.

EXTREMO 1				EXTREMO 2			
Losa	$\gamma_{armónico}$	$\gamma_{numérico}$	% diferencia	Losa	$\gamma_{armónico}$	$\gamma_{numérico}$	% diferencia
1	0,0	0,0	0	1	2,98	3,00	+ 0,67
2	− 2,19	− 2,21	+ 0,91	2	0,59	0,59	0
3	0,0	0,0	0	3	0,0	0,0	0
4	− 2,97	− 3,02	+ 1,68	4	− 2,97	− 3,02	+ 1,68
5	− 1,72	− 1,72	0	5	− 1,72	− 1,72	0
6	0,67	0,67	0	6	0,67	0,67	0

Resultados de los cortantes transversales, en t/m, correspondientes a la sección central de la dovela 3 (0,25 L), para cada losa

EXTREMO 1				EXTREMO 2			
Losa	$\nu_{armónico}$	$\nu_{numérico}$	% diferencia	Losa	$\nu_{armónico}$	$\nu_{numérico}$	% diferencia
1	0,0	0,0	0	1	1,54	1,51	− 1,95
2	5,60	5,63	+ 0,54	2	− 0,23	− 0,25	+ 8,7
3	1,42	1,38	− 2,82	3	0,0	0,0	0
4	− 5,86	− 5,92	+ 1,02	4	− 1,27	− 1,29	+ 1,57
5	− 0,25	− 0,26	+ 4	5	1,02	1,03	+ 0,98
6	− 3,16	− 3,22	+ 1,9	6	1,89	1,89	0

Resultados de los axiles transversales, en t/m, correspondientes a la sección central de la dovela 3 (0,25 L), para cada losa.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

TABLA 1 (Continuación)

EXTREMO 1				EXTREMO 2			
Losa	$q_{armónico}$	$q_{numérico}$	% diferencia	Losa	$q_{armónico}$	$q_{numérico}$	% diferencia
1	0,0	0,0	0	1	− 7,18	− 8,07	+ 12,40
2	14,80	16,18	+ 9,32	2	1,22	1,28	+ 4,92
3	7,57	7,89	+ 4,23	3	0,0	0,0	0
4	−21,98	−24,25	+10,33	4	−21,34	−23,30	+ 9,18
5	− 6,34	− 6,61	+ 4,26	5	− 5,40	− 5,78	+ 7,04
6	−21,34	−23,29	+ 9,14	6	5,40	5,78	+ 7,04

Resultados de las fuerzas rasantes longitudinales, en t/m correspondientes a la sección central de la dovela 3 (0,25 L), para cada losa

EXTREMO 1				EXTREMO 2			
Losa	$f_{armónico}$	$f_{numérico}$	% diferencia	Losa	$f_{armónico}$	$f_{numérico}$	% diferencia
1	− 93,90	− 113,33	+ 20	1	− 127,89	− 111,03	− 12,6
2	− 131,14	− 111,03	− 15,3	2	− 102,86	− 106,66	+ 3,7
3	− 104,17	− 106,66	+ 2,39	3	− 106,26	− 104,31	− 1,84
4	− 122,75	− 111,05	− 9	4	+ 164,42	+ 158,49	− 3,4
5	− 102,87	− 106,66	+ 3,68	5	+ 133,89	+ 138,87	+ 3,72
6	+ 165,15	+ 158,48	− 3,96	6	+ 133,63	+ 138,87	+ 3,92

Resultados de las tensiones normales longitudinales, en t/m^2, correspondientes a la sección central de la dovela 3 (0,25 L), para cada losa

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

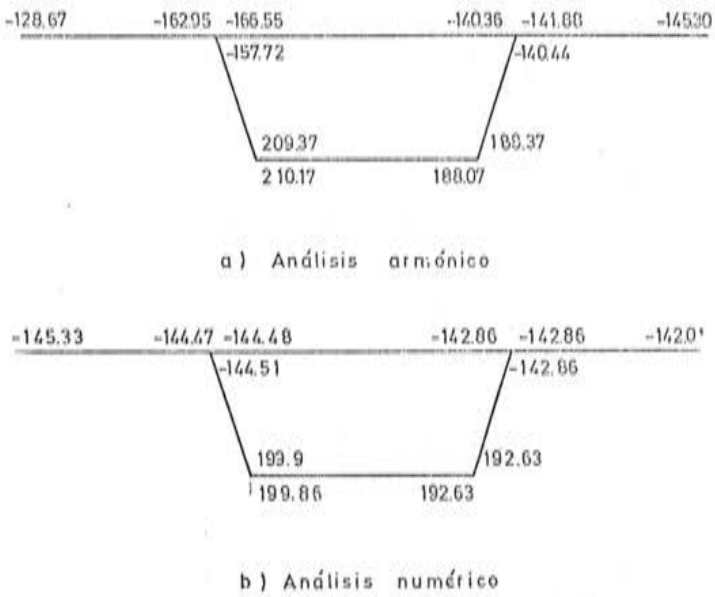


Fig. 49. Resultados correspondientes a las tensiones normales longitudinales en la sección central de la estructura

7.3 Sensibilidad al número de dovelas

El siguiente ejemplo ha consistido en estudiar la sensibilidad del método al número de dovelas en que se divide la lámina plegada.

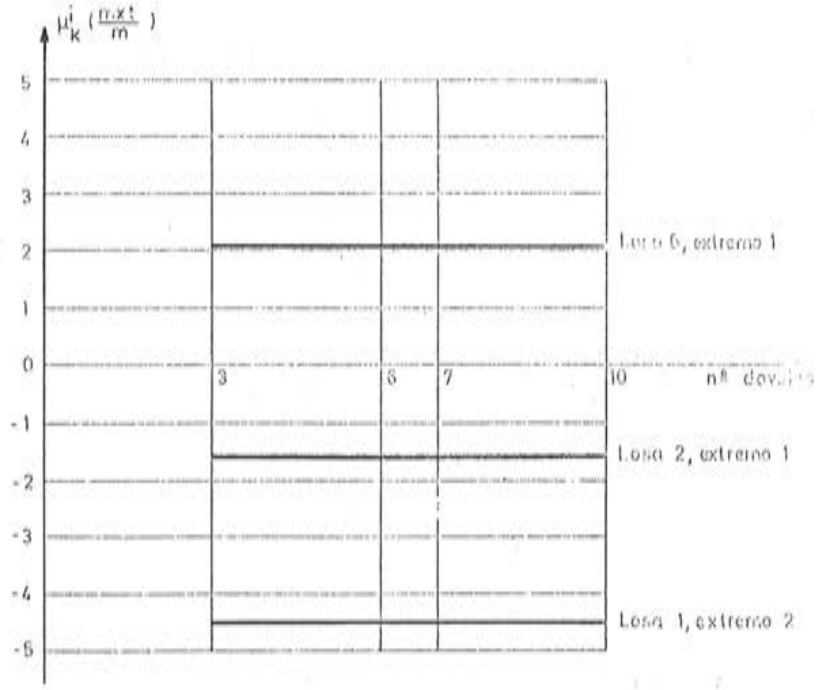
Para ello se ha analizado idéntica estructura a la del ejemplo anterior (figura 41), bajo las mismas cargas (figura 42), considerando un número creciente de dovelas (tres, seis, siete, diez, etc.).

En la figura 50 se muestra la variación, según el número de dovelas, de los distintos resultados del cálculo, en la sección central y secciones de apoyo de la lámina plegada. La variación de cualquiera de los resultados es tan pequeña que no puede ser captada gráficamente con la escala elegida. Es decir, con tres dovelas se obtienen prácticamente los mismos resultados que con diez, en la sección central de la estructura. En cuanto a la mayor diferencia que se produce en las tensiones cortantes en apoyos (figura 50-d), hay que señalar que se están asimilando dichas secciones a la central de la primera y última dovelas. Si se consideran tres dovelas, la distancia del apoyo a la sección central de la primera es de cinco metros, mientras que con diez dovelas es únicamente 1,5 metros. Para que los resultados pudieran ser comparados adecuadamente, se haría necesaria una extrapolación de los mismos, lo cual conduciría a una modificación de las curvas de la figura 50-d. Sin embargo, en dicha figura, se puede intuir que los resultados con tres dovelas son sensiblemente iguales a los deducidos con diez.

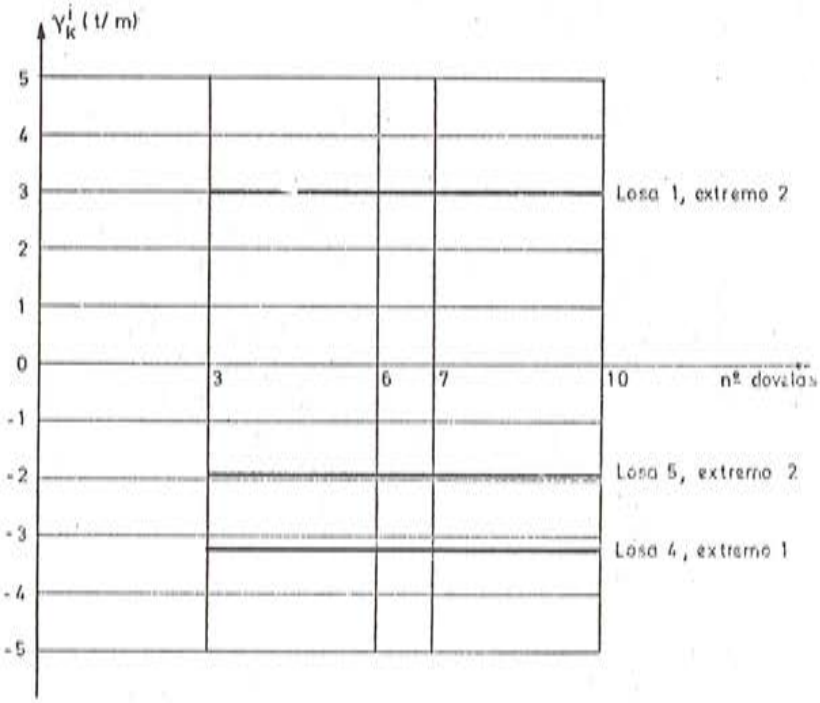
Este hecho es de una gran importancia, pues permite analizar estructuras reales, mediante un número mínimo de dovelas, con el ahorro consiguiente de tiempo de computación, dentro de unos límites de error aceptables en los resultados.

A este respecto, es preciso señalar que, utilizando el método de Johnson y Ti-ta Lee, son necesarias del orden de diez secciones nodales para obtener resultados adecuados, según se ha comprobado calculando diferentes estructuras mediante dicho método, y comparando los resultados deducidos con estudios experimentales {9}. Esta circunstancia puede ser expli-

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025



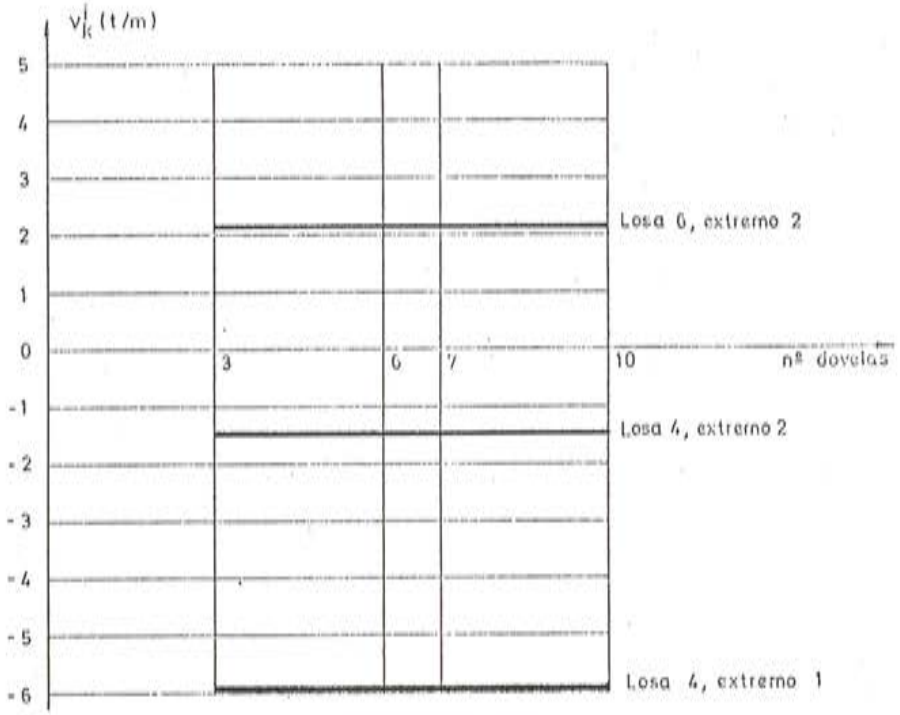
a) Variación, según el nº de dovelas, de los momentos transversales en la sección central de la lámina plegada.



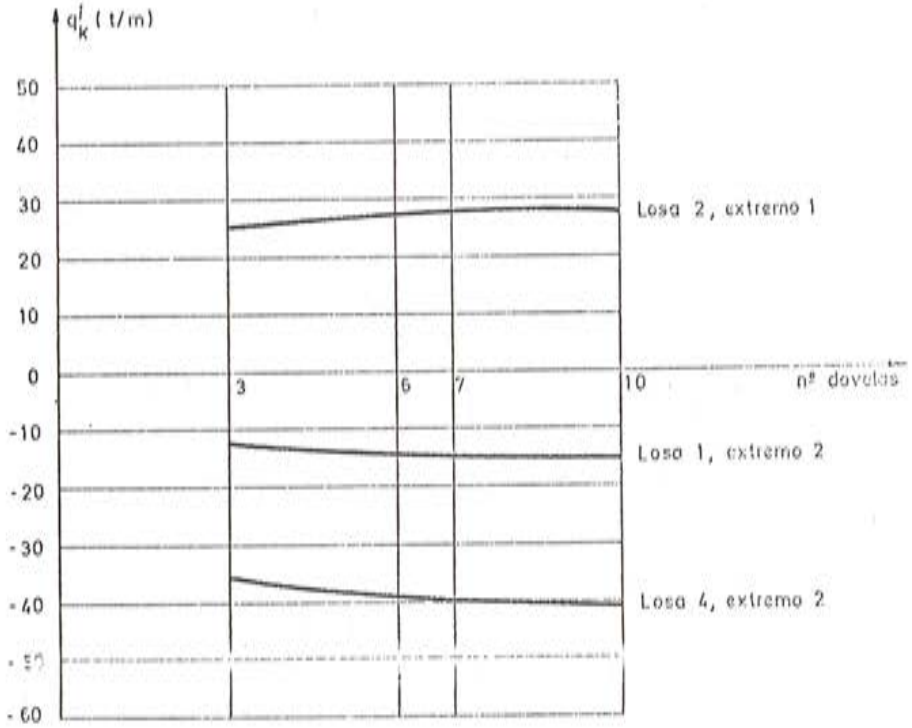
b) Variación, según el n.º de dovelas, de los cortantes transversales, en la sección central de la lámina plegada

Fig. 50.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025



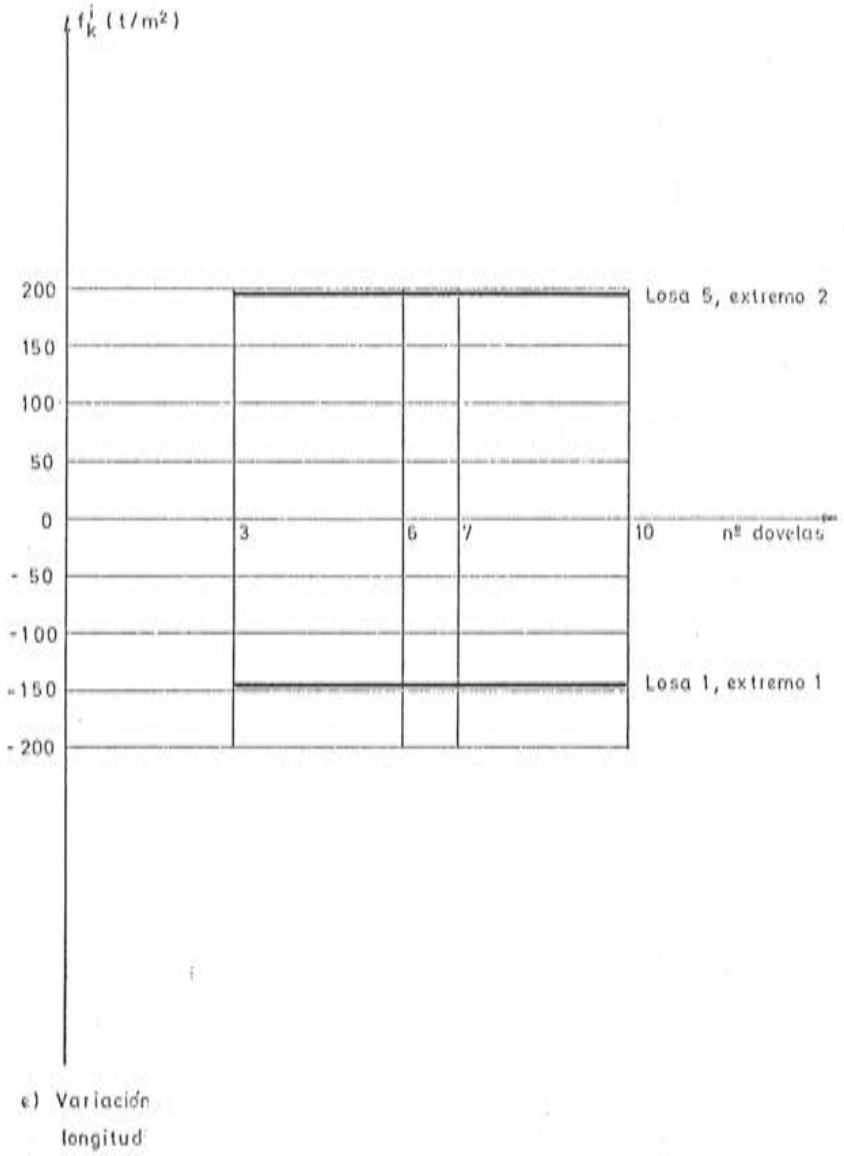
c) Variación, según el nº de dovelas, de los axiles transversales, en la sección central de la lámina plegada.



d) Variación, según el nº de dovelas, de las fuerzas rasantes unitarias en apoyos.

Fig. 50.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025



e) Variación, según el n.º de dovelas, de las tensiones normales longitudinales en la sección central de la lámina plegada

Fig. 50. Influencia del número de dovelas en los resultados del cálculo numérico

cada por una elección más adecuada de las incógnitas básicas en el procedimiento aquí desarrollado (como ya se ha dicho, fuerzas p_a^i y momentos G_1^i y G_2^i).

Por otra parte, si se pretendiese analizar la lámina plegada prismática indicada en la figura 51 (tablero de puente de sección cajón), utilizando el método de los elementos finitos, las propias características del método, junto con el hecho de que no se disponga de una gran variedad de elementos adecuados, y la necesidad de que exista una cierta relación entre los lados de cada elemento, obligarían a una división del continuo aproximadamente igual a la indicada en la figura 51. En ese caso, el número de nudos sería del orden de 24 x 15 = 360. El ancho de banda real sería 2 x (24 + 1) x 6 − 1 = 299 y el número total de grados de libertad 360 x 6 = 2.160. Estas cantidades dan una idea de la magnitud del problema a resolver.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

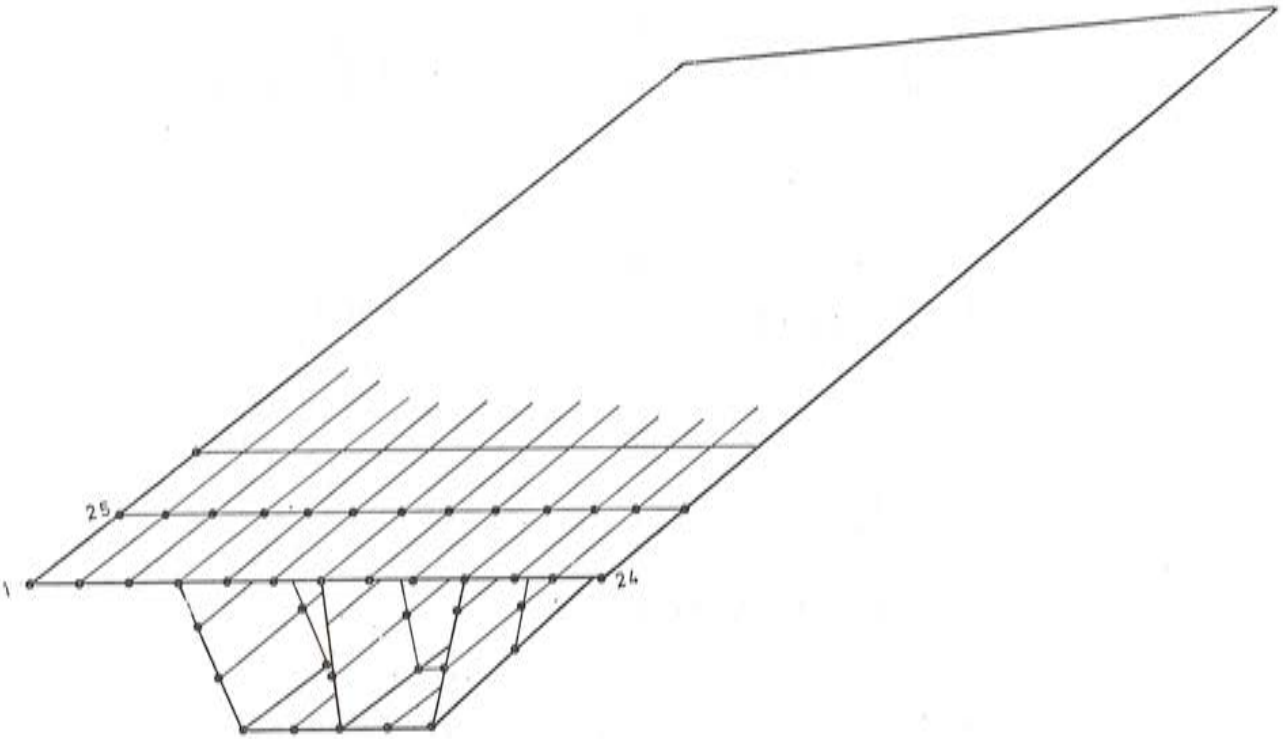


Fig. 51. Discretización en elementos finitos.

Si se utiliza el procedimiento específico aquí desarrollado, y con una división en tres dovelas, el número total de incógnitas básicas es 9 x 3= 27.

Las repercusiones en tiempos de computador en ambos métodos se intuyen fácilmente, y no es difícil imaginar las ventajas que supone la utilización del método específico.

Sin embargo, es obvio que el método de los elementos finitos permite una mayor generalidad en el tratamiento de cualquier problema, tal como se comentó en el apartado 3.2.

7.4 Efecto de la continuidad

El modelo teórico descrito en el párrafo 6 posibilita el análisis exacto (dentro de las hipótesis consideradas) de cualquier lámina plegada continua (figura 52-a) de varios vanos.

Sin embargo, una posible solución aproximada del problema estriba en considerar cada vano de la estructura aisladamente, por ejemplo el vano central de la figura anterior, y sustituir, en cada losa, el efecto de los vanos adyacentes por unos momentos (figura 52-b), que se determinan mediante una sencilla generalización del teorema de los tres momentos de vigas continuas.

Otra posibilidad consiste en sustituir el efecto de los vanos adyacentes por unos muelles (figura 52-c) cuya rigidez a flexión es un valor conocido "a priori" y que equivale a la parte proporcional, que se lleva cada losa, de la rigidez total del vano adyacente. En la figura 52-a dicha rigidez total sería el conocido valor $\frac{3EI}{L}$, correspondiente a la viga empotrada-articulada. En el caso de viga biempotrada, el valor de esta rigidez sería $\frac{4EI}{L}$, lo que implica

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

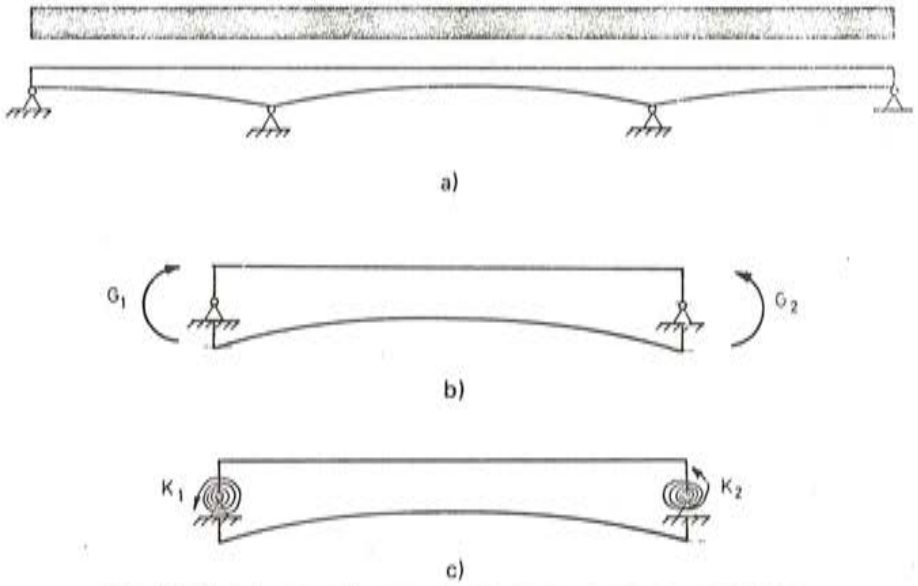


Fig. 52. Modelos posibles para el cálculo de estructuras continuas.

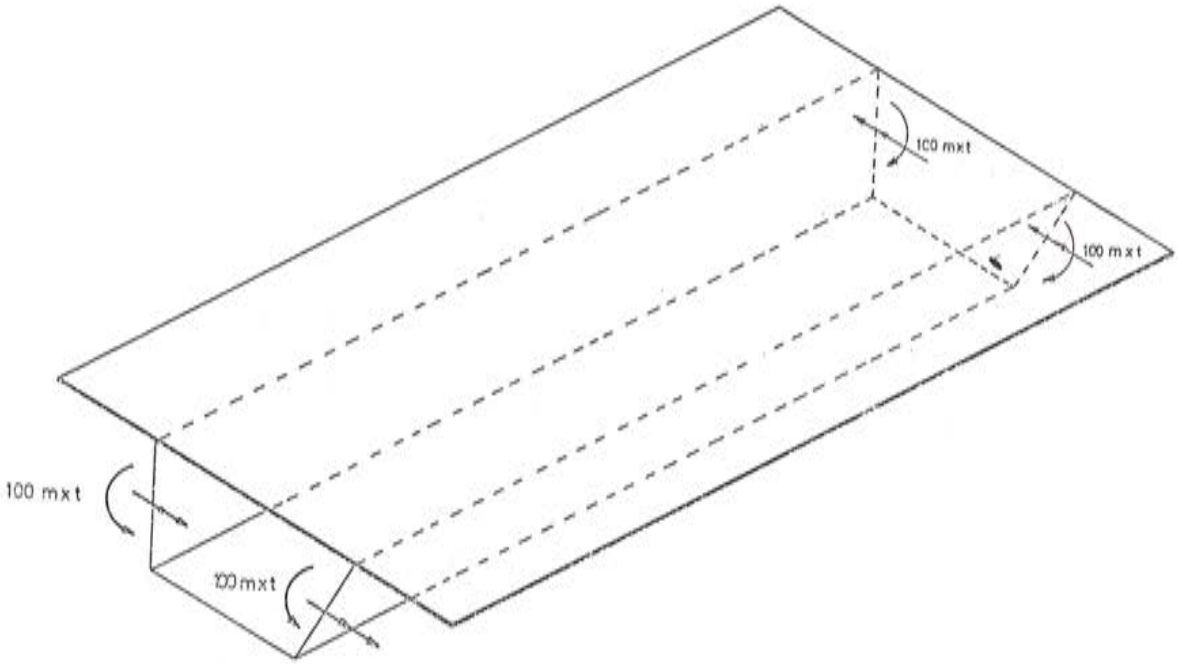


Fig. 53. Efecto de la continuidad. Acciones exteriores

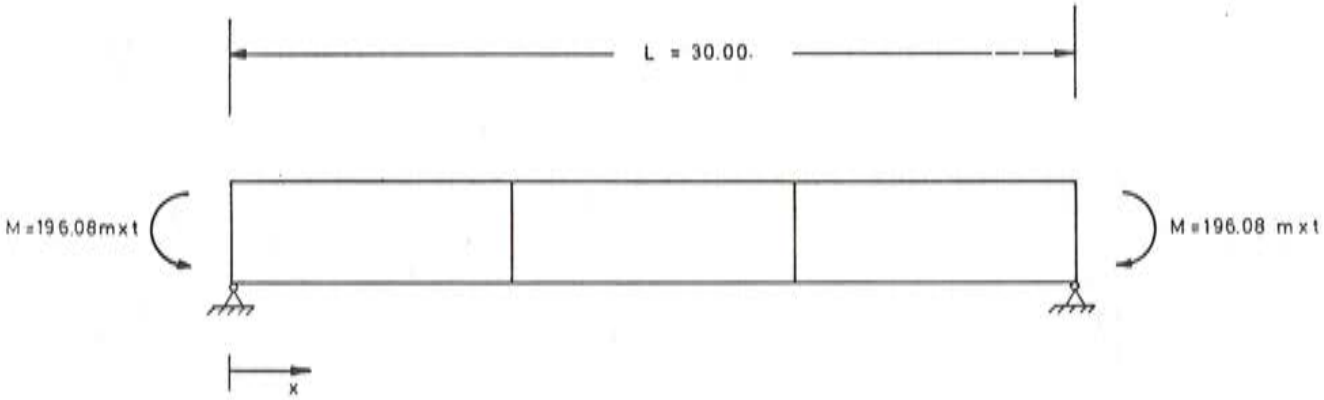


Fig. 54. Efecto de la continuidad: Viga equivalente para comprobación de flechas.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

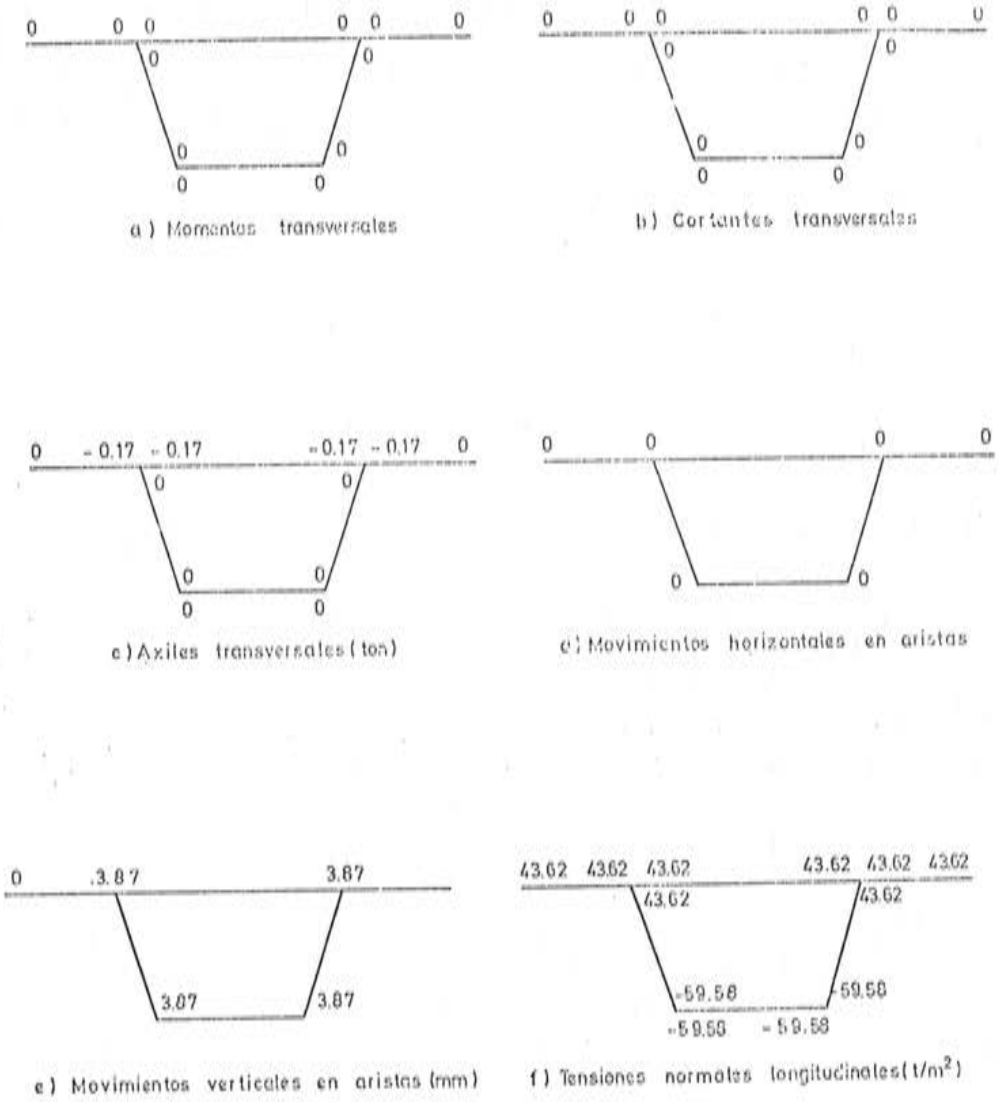


Fig. 55. Momentos externos actuantes. Resultados en la sección central de la lámina plegada

que en una viga de un vano intermedio se podría introducir el valor k EI/L, con k comprendida entre 3 y 4. (*)

El programa de computador basado en el modelo aquí desarrollado considera ambas alternativas y permite, en cualquier caso, el análisis de láminas plegadas continuas.

Con fines puramente ilustrativos de las posibilidades del método, se incluye aquí únicamente el caso de actuación de momentos en los extremos.

Para ello, se ha calculado la lámina plegada del apartado 7.1, sometida en las almas a la actuación de momentos iguales, de valor 100 m.t, tal como se indica en la figura 53. Se ha considerado una división en tres dovelas solamente.

(*) NOTA: Con esto se estudia directamente el efecto de las cargas actuantes sobre el vano en estudio y el efecto de las cargas en los restantes vanos se considera por medio de las reacciones correspondientes a los vanos adyacentes al de estudio.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

La bondad de los resultados obtenidos en el computador no puede ser valorada, en este caso, por comparación con un método armónico, pues éste no es capaz de captar el tipo de carga actuante, al tratarse de una estructura continua (momentos en sus extremos).

Sin embargo, la lámina puede ser analizada como una viga a flexión simple (figura 54). La ley de flechas se deduce aplicando la conocida fórmula:

$$f = M \frac{x\,(L - x)}{EI}$$

Los valores en la sección central de la primera (y última) dovelas, y en la sección central de la estructura son:

$$x = 5: \quad f = 2.15 \text{ mm}$$
$$x = 15: \quad f = 3.87 \text{ mm}$$

Dichos valores coinciden exactamente con los obtenidos en el computador (figura 55-e).

Por otra parte, de los resultados de las tensiones normales longitudinales, hallados mediante el computador, en la sección central de la estructura (figura 55-f), se observa, en primer lugar, que se satisface totalmente la igualdad de tensiones en una arista común a varias losas.

Además, por integración de dichas tensiones, se deduce:

- Volumen de tracciones = 134,96 t.
- Volumen de compresiones = 134,94 t.
- Momento interno = 196, 10 m.t.

Es decir, se cumple la igualdad de ambos volúmenes y el momento interno es prácticamente igual al momento externo, 196,08 m.t.

De las comprobaciones anteriores, se puede concluir, por lo tanto, que el método aquí desarrollado permite el tratamiento de láminas plegadas continuas con resultados totalmente aceptables.

Resulta, por otra parte, sorprendente el elevado grado de aproximación alcanzado, con un mínimo número de dovelas, aunque este hecho puede ser debido a la suavidad del tipo de carga considerado: momentos iguales en los extremos.

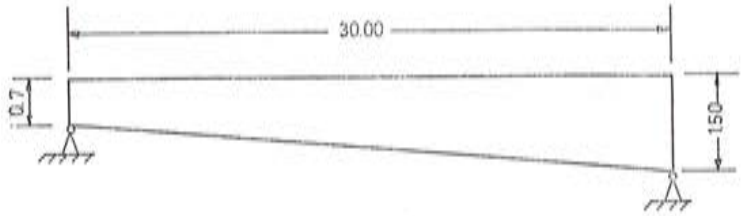
7.5 Ejemplo de aplicación: Lámina plegada no prismática

Como ejemplo de aplicación práctica del método al estudio de una lámina plegada no prismática, se analiza la estructura cuya geometría y acciones exteriores, así como la división en cinco dovelas, se muestran en la figura 56.

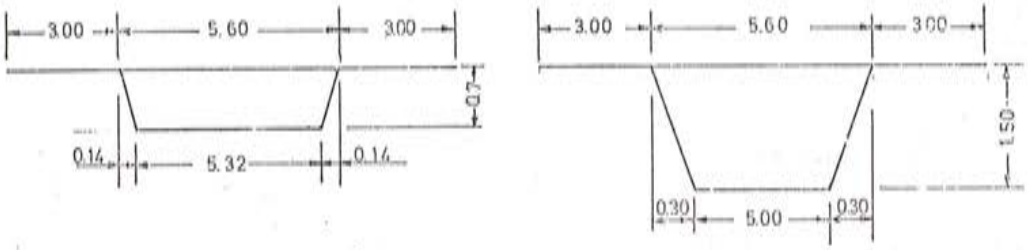
En las figuras 57, 58 y 59, se representan las leyes de variación longitudinal de los esfuerzos transversales, dibujadas a partir de los resultados obtenidos mediante el computador. En ellas se observa cómo dichos esfuerzos son mayores en la zona cercana al apoyo de menor canto, circunstancia lógica, dado que, en dicho apoyo, la rigidez es mayor, al ser menores las longitudes de las almas.

Por último, las figuras 60 y 61 corresponden, respectivamente, a la ley de movimientos verticales (flechas) en las aristas y a la ley de variación longitudinal de las tensiones normales longitudinales. En ambas, los valores máximos no se producen en la sección central de la

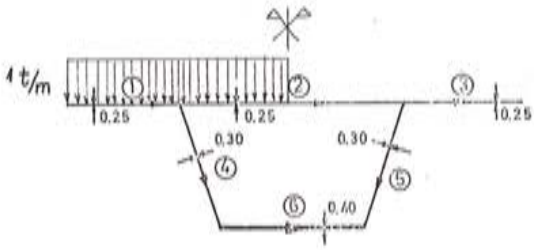
Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025



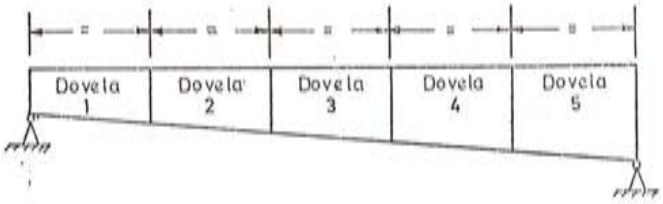
a) Perfil longitudinal



b) Secciones de apoyo



c) Espesores y ejes locales en cualquier sección transversal



d) División en dovelas

Fig. 56. Lámina plegada no prismática. Geometría

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

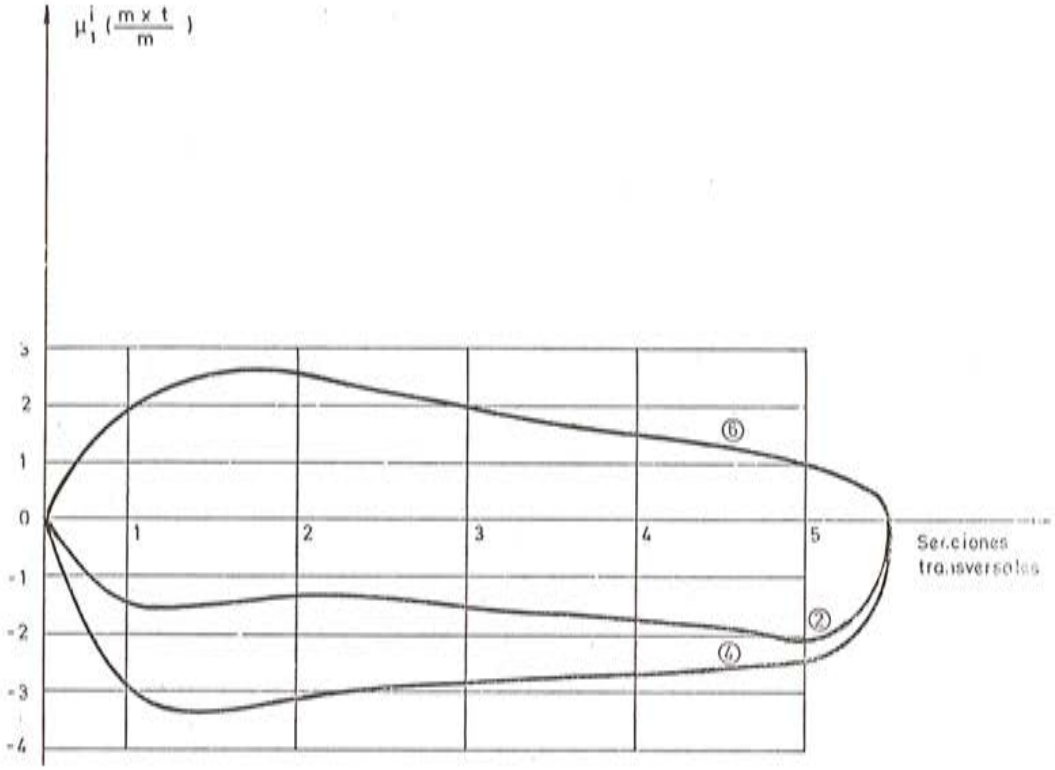


Fig. 57. Lámina plegada no prismática. Variación longitudinal de los momentos transversales en el extremo 1 de las distintas losas

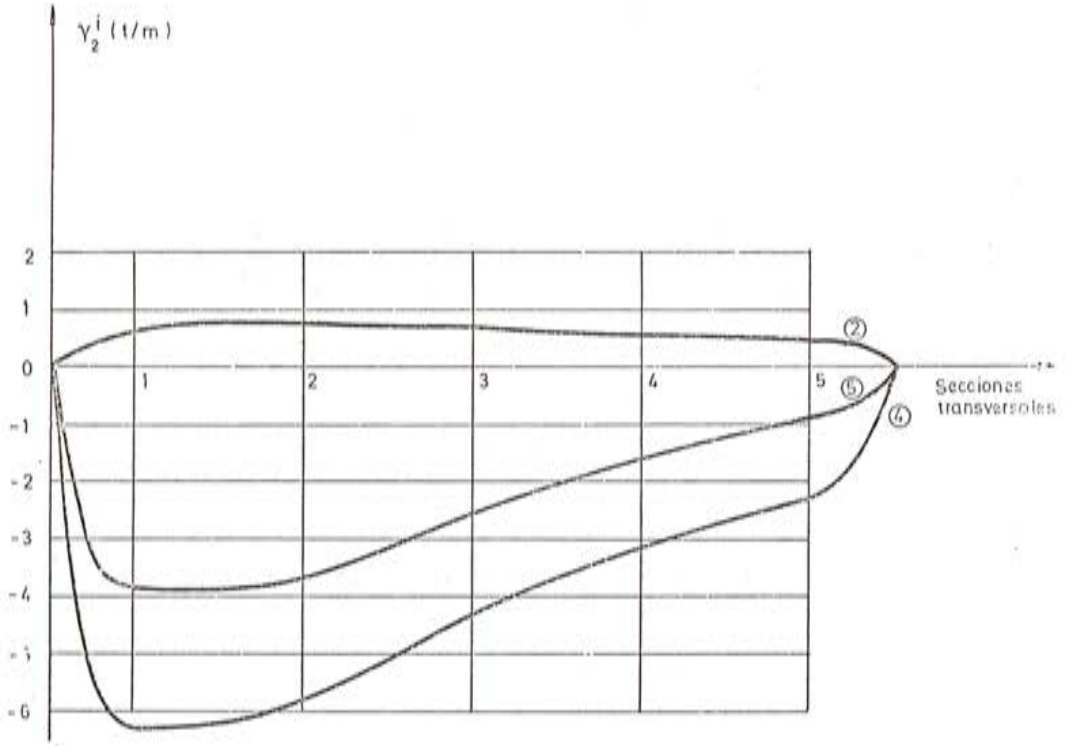


Fig. 58. Lámina plegada no prismática. Variación longitudinal de los cortantes transversales en el extremo 2 de las distintas losas

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

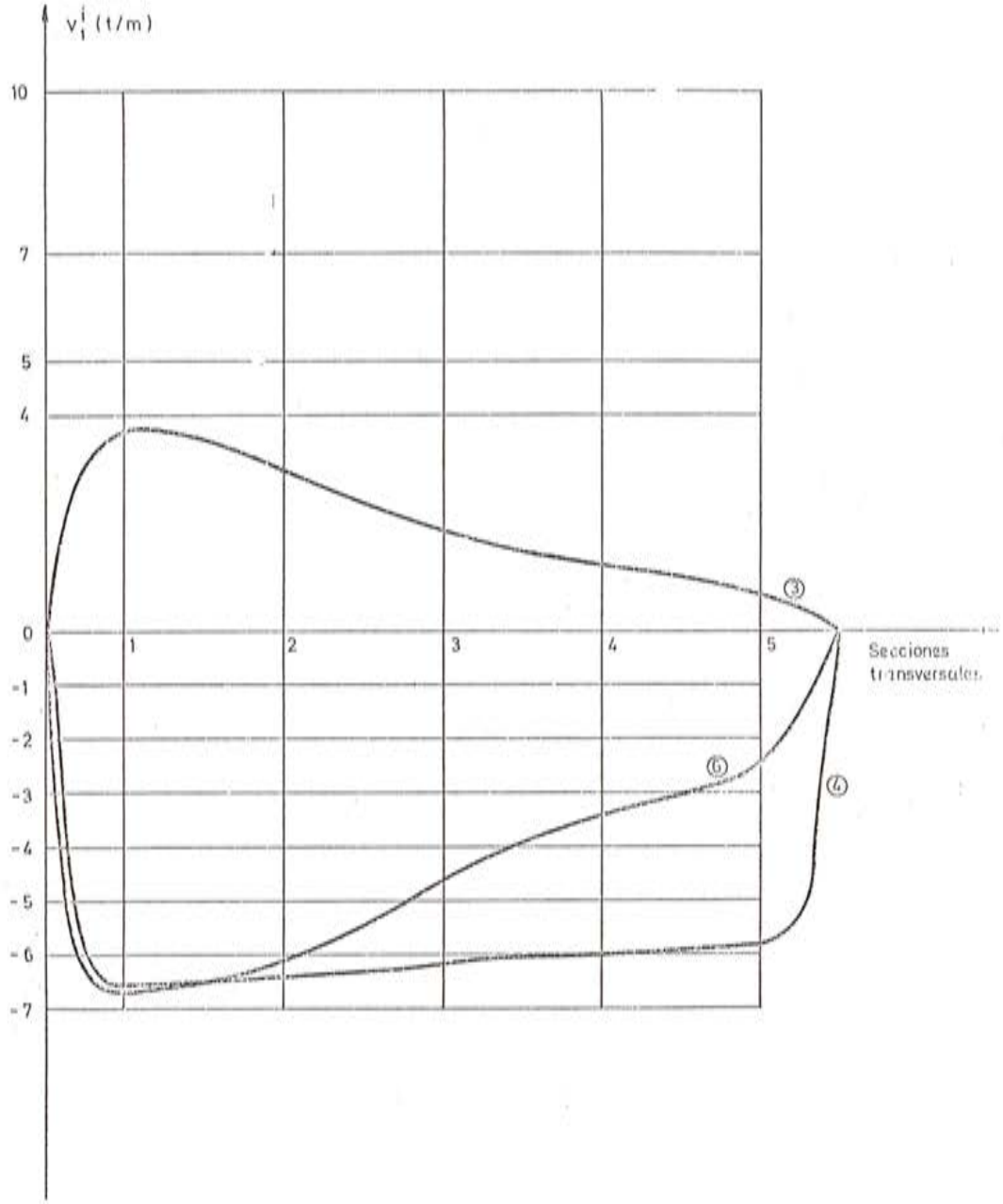


Fig. 59. Lámina plegada no prismática. Variación longitudinal de los axiles transversales en el extremo 1 de las diferentes losas

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

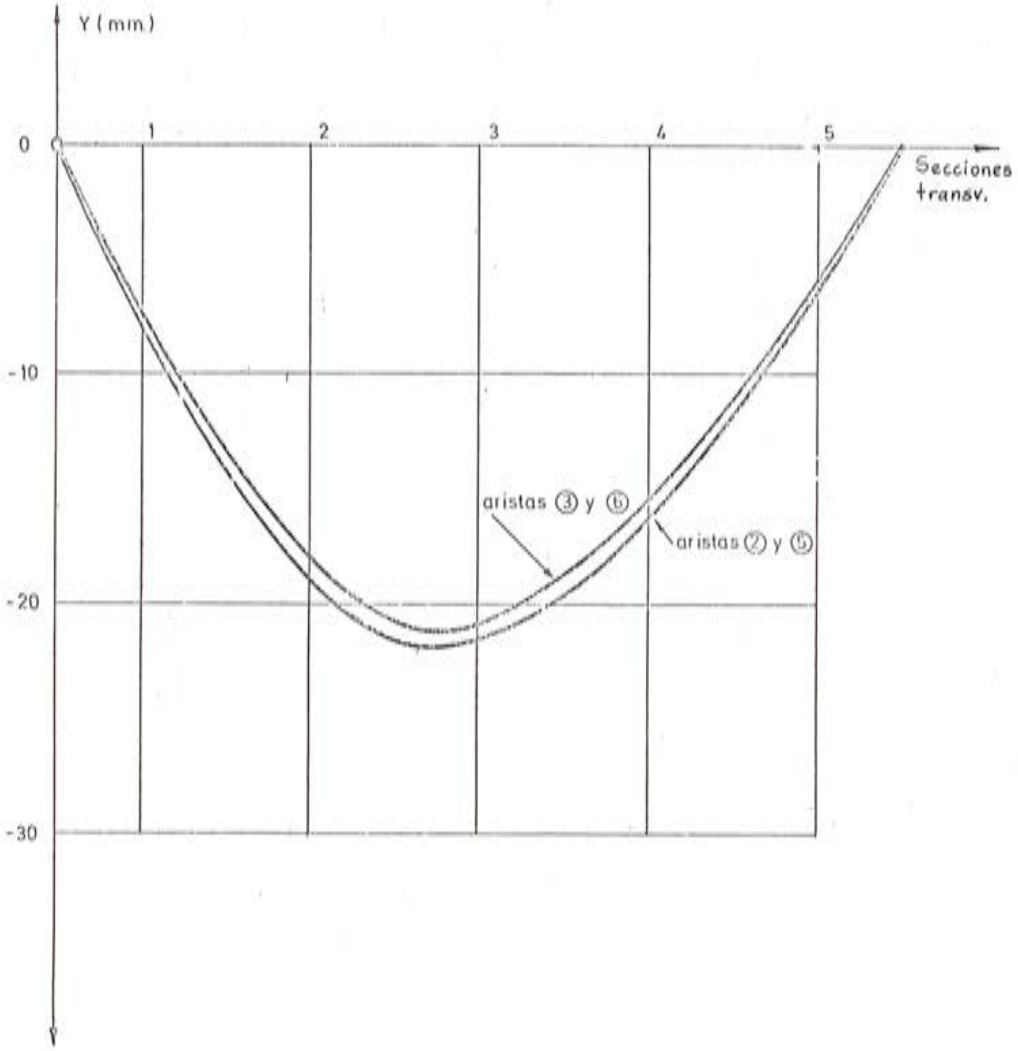


Fig. 60. Lámina plegada no prismática. Variación longitudinal de los movimientos verticales de las aristas

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

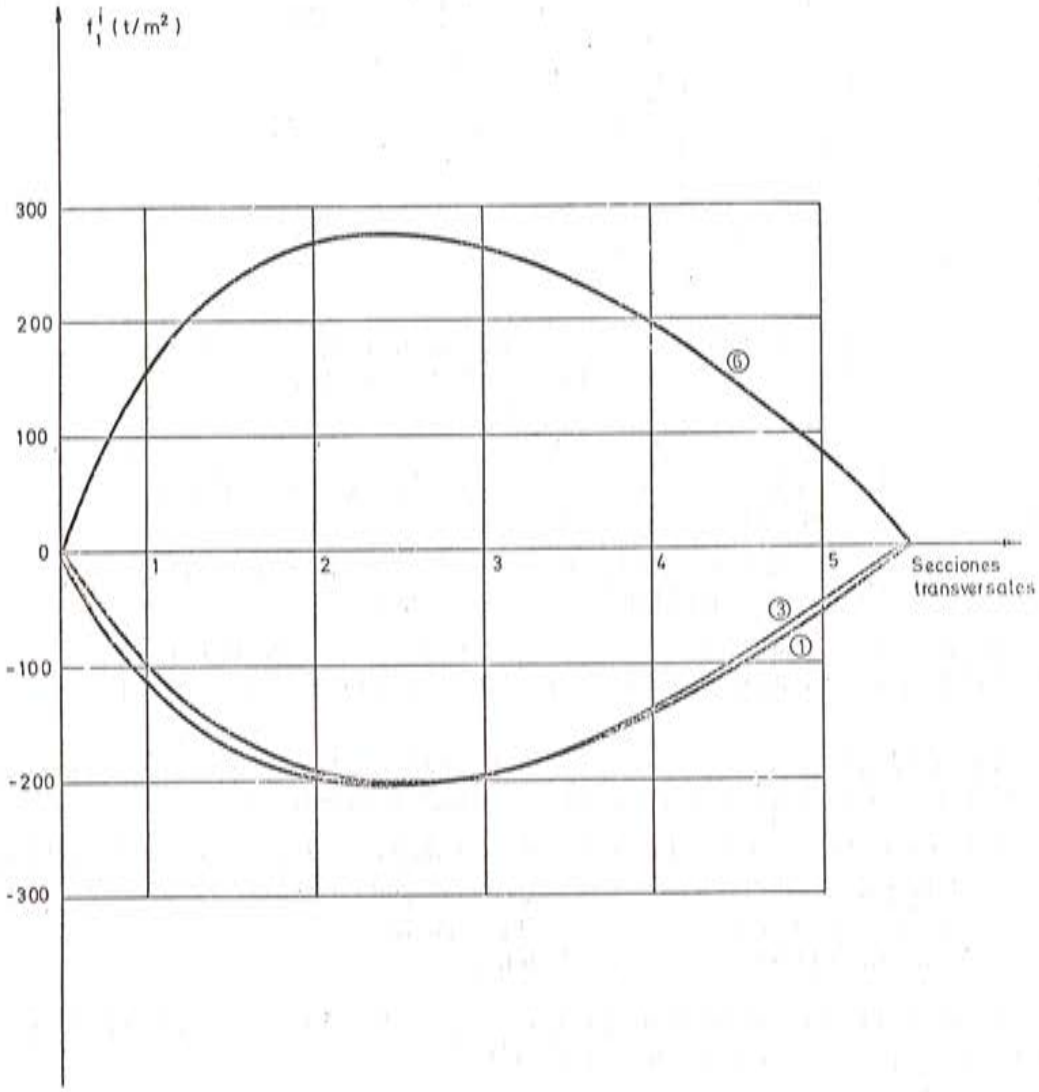


Fig. 61. Lámina plegada no prismática. Variación longitudinal de las tensiones normales longitudinales en el extremo 1 de las distintas losas

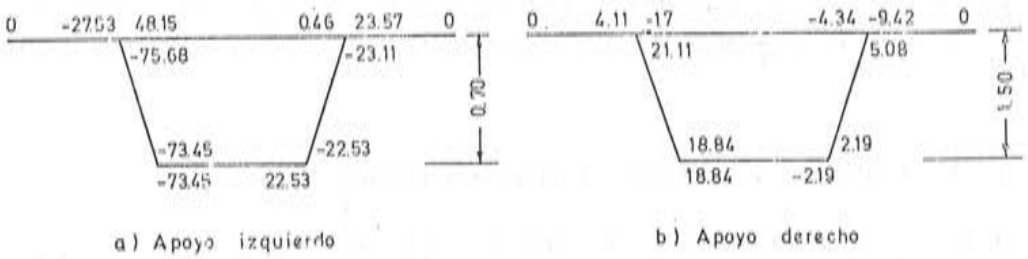


Fig. 62. Lámina plegada no prismática. Fuerzas rasantes unitarias (t/m) en las secciones de apoyos

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

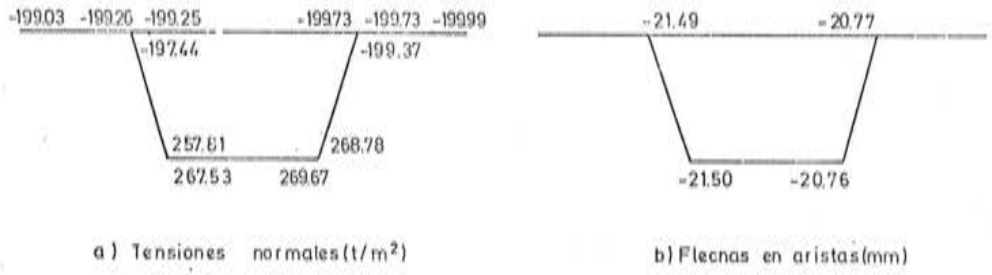


Fig. 63. Lámina plegada no prismática. Valores de las tensiones normales y movimientos verticales en la sección central de la estructura

estructura, sino sensiblemente a la izquierda de la misma (aproximadamente 0,4L), de modo análogo al caso de vigas de canto variable.

A fin de analizar la validez de los resultados anteriores, se ha procedido a comprobaciones de equilibrios locales y equilibrio global de la lámina.

En la figura 62, se puede observar que el equilibrio de tensiones tangenciales en aristas —en dicha figura se representan únicamente las secciones de apoyos— se satisface plenamente.

La igualdad de tensiones normales longitudinales en las aristas en que concurren dos o más losas también se verifica de forma muy aceptable (figura 63-a).

Por integración de dichas tensiones, se deduce, para la sección central de la estructura:

- Volumen de tracciones = 600,2 t. } (sensiblemente
- Volumen de compresiones = 605,9 t. } iguales)
- Momento interno = 651,6 m.t

El momento externo en dicha sección es $\frac{pL^2}{8}$ = 652.5 m.t. lo que da un porcentaje de diferencia, respecto al interno, del 0.14 por 100.

Con el objeto de comprobar las flechas en las aristas (figura 63-b), se han calculado éstas de forma aproximada, considerando la lámina plegada como una viga de sección variable cargada en su plano, hallándose, en la sección central de la misma, un desplazamiento vertical del orden de 2 cm, valor que concuerda perfectamente con los obtenidos en el computador (figura 63-b).

De todo lo anterior, se concluye que las láminas plegadas no prismáticas pueden ser analizadas con un número relativamente bajo de dovelas —cinco han sido utilizadas en este caso— mediante el presente método numérico, alcanzándose resultados plenamente satisfactorios.

7.6 Extensión del método: Aplicación a un tablero de puente

Por último, cabe decir que este procedimiento resulta adecuado para el tratamiento de situaciones reales, tales como tableros de puente de sección cajón, de perfil longitudinal variable (figura 64).

Como ya se ha explicado en el apartado 2.3, las anteriores estructuras no pueden ser consideradas, en rigor, como láminas plegadas, pues existen elementos no planos en las mismas (en este caso las soleras). Para tener en cuenta esta circunstancia, sería necesario realizar

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

el cálculo longitudinal de los elementos no planos tratándolos como vigas balcón y no como vigas rectas cargadas en su plano.

Sin embargo, si la variación del perfil longitudinal es suave –que es la situación frecuente en las estructuras reales–, es posible despreciar las torsiones que aparecen en la viga balcón, y tratar la estructura como una lámina plegada no prismática.

A efectos ilustrativos, se ha procedido a calcular el tablero de puente representado en la figura 65, simplemente apoyado en sus extremos, y sometido a la carga longitudinal de 1 t/m que, en sección transversal, se muestra en la figura 67. Se ha realizado una división en 10 dovelas iguales.

Es obvio que, en la práctica, perfiles como el anterior son utilizados en estructuras continuas. Sin embargo, y dado que el efecto de la continuidad ya ha sido estudiado en el ejemplo 7.4, se ha considerado aquí el caso de simple apoyo, con el fin de poder realizar las comprobaciones pertinentes, sobre los resultados deducidos, de la forma más simple posible.

Con objeto de mostrar las posibilidades reales del programa de computador, se ha introducido una variación longitudinal de los espesores en almas y forjado inferior, según leyes que se indican en la figura 66.

En las figuras 68, 69 y 70 se han representado las leyes de variación longitudinal de los esfuerzos transversales, en las diferentes losas de la lámina plegada.

Las tensiones tangenciales y tensiones normales longitudinales se muestran en las figuras 71 y 72, respectivamente.

Se ha obtenido, en todos los casos, una simetría casi total –respecto a la sección central del tablero– en los resultados deducidos mediante el programa de computador, como era de esperar, dadas las simetrías, geométrica y de cargas, existentes respecto a la anterior sección.

En la figura 72 se observa, por comparación con la lámina prismática del ejemplo 7.2, la inflexión en las curvas, motivada por la variación del perfil longitudinal y los espesores en almas y forjado inferior.

La verificación de la validez de los resultados que ha proporcionado el computador se ha llevado a cabo, también en este caso, mediante comprobaciones de equilibrios locales y global de la estructura.

En la figura 73-a se indican las tensiones normales longitudinales en la sección central del tablero. La igualdad de dichas tensiones en una arista común a varias losas se cumple de forma muy aceptable.

Por otra parte, y por integración de las tensiones anteriores, se deduce:

– Volumen de tracciones	= 817,15 ton.	(Prácticamente iguales)
– Volumen de compresiones	= 817,67 ton.	
– Momento interno	= 643,10 m.t.	

El momento externo es, en la sección central, $\frac{pL^2}{8}$ = 652,5 m.t, que representa una diferencia del 1,4 por 100.

Finalmente, los movimientos verticales en las aristas (figura 73-b) obtenidos en el computador han sido comparados con las flechas que, de forma aproximada, se han calculado considerando la lámina como una viga de sección variable cargada en su plano.

La flecha aproximada, en la sección central, es del orden de 3,4 cm, valor que concuerda con los resultados del computador.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

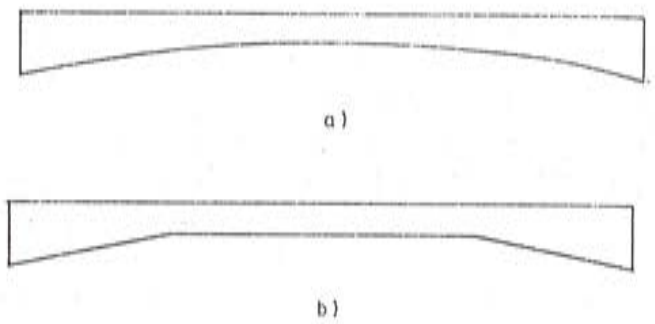
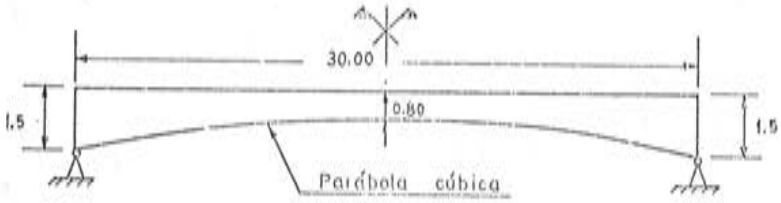
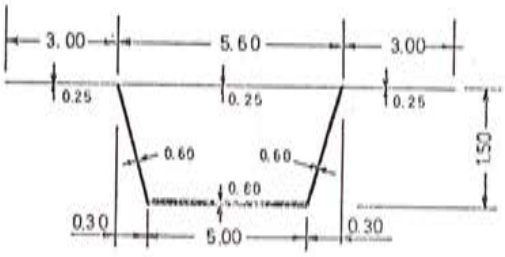


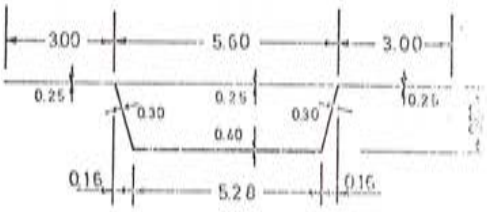
Fig. 64. Casos reales de perfiles longitudinales de tableros de puente de sección cajón



a) Perfil longitudinal

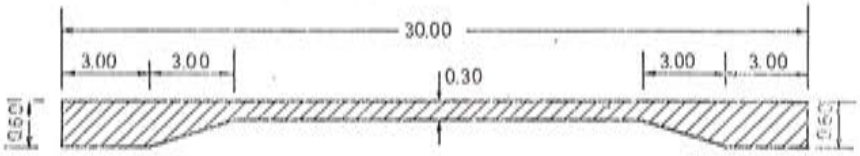


b) Sección apoyos

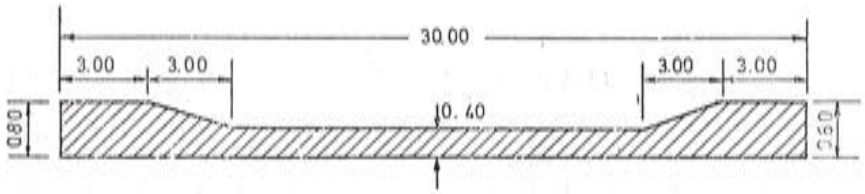


b) Sección centro vano

Fig. 65. Caso práctico de tablero de puente. Geometría



a) Almas



b) Forjado inferior

Fig. 66. Caso práctico de tablero de puente. Leyes de variación longitudinal de los espesores en almas y forjado inferior

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

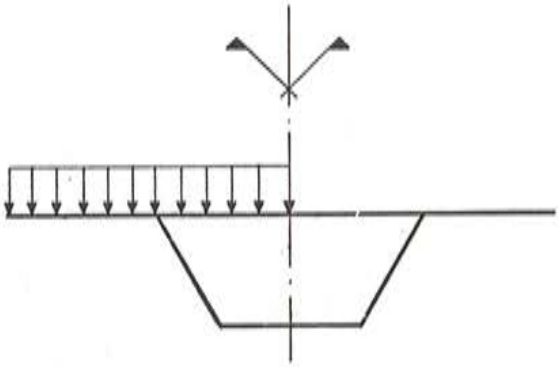


Fig. 67. Caso práctico de tablero de puente: Acciones consideradas

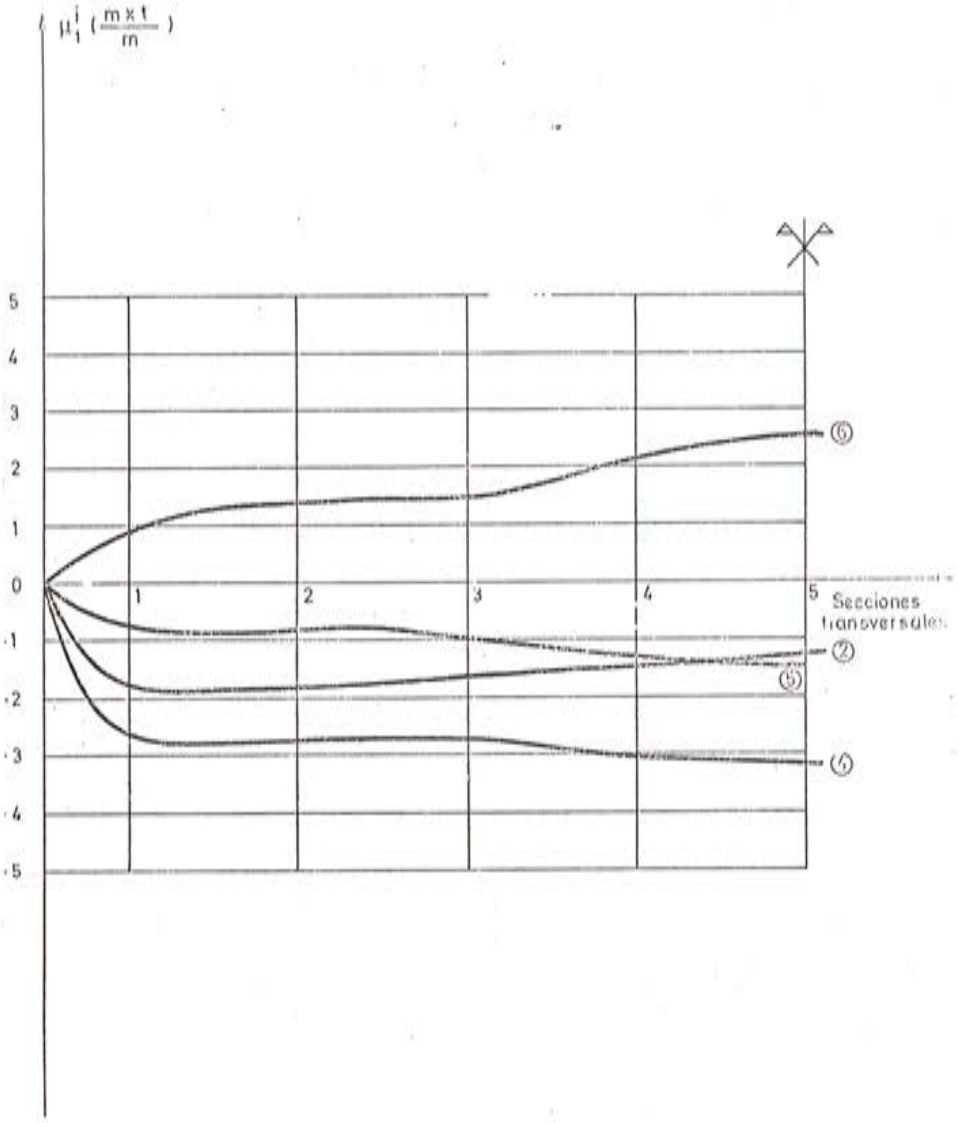


Fig. 68. Caso práctico de tablero de puente. Variación longitudinal de los momentos transversales en el extremo 1 de las distintas losas

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

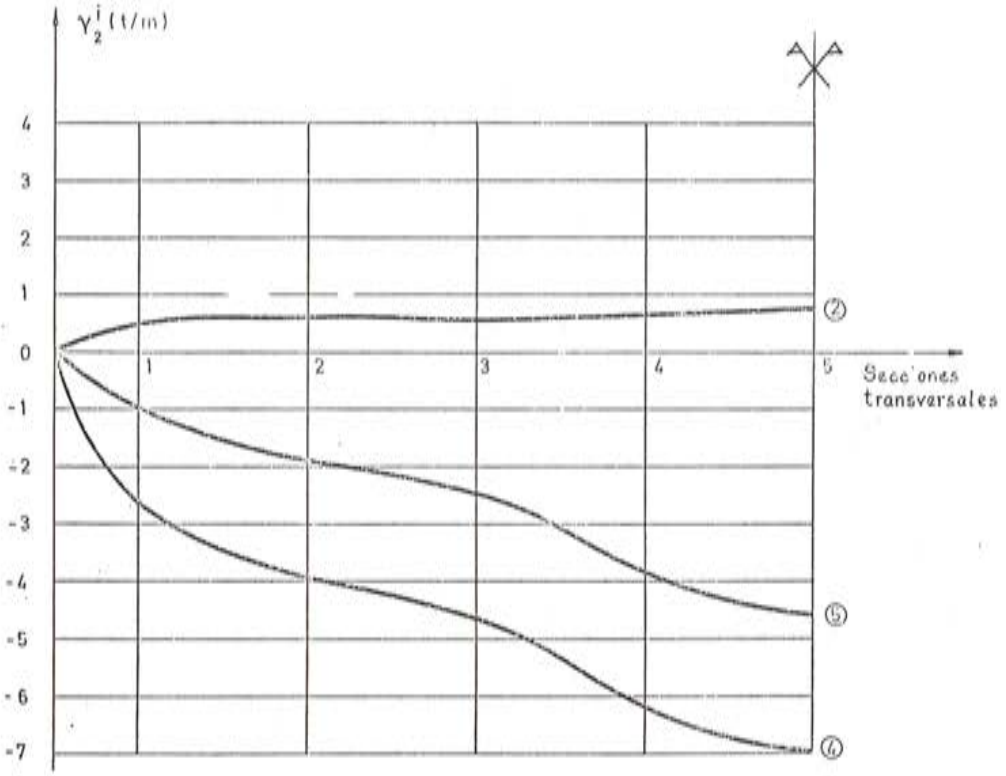


Fig. 69. Caso práctico de tablero de puente. Variación longitudinal de los cortantes transversales en el extremo 2 de las diferentes losas

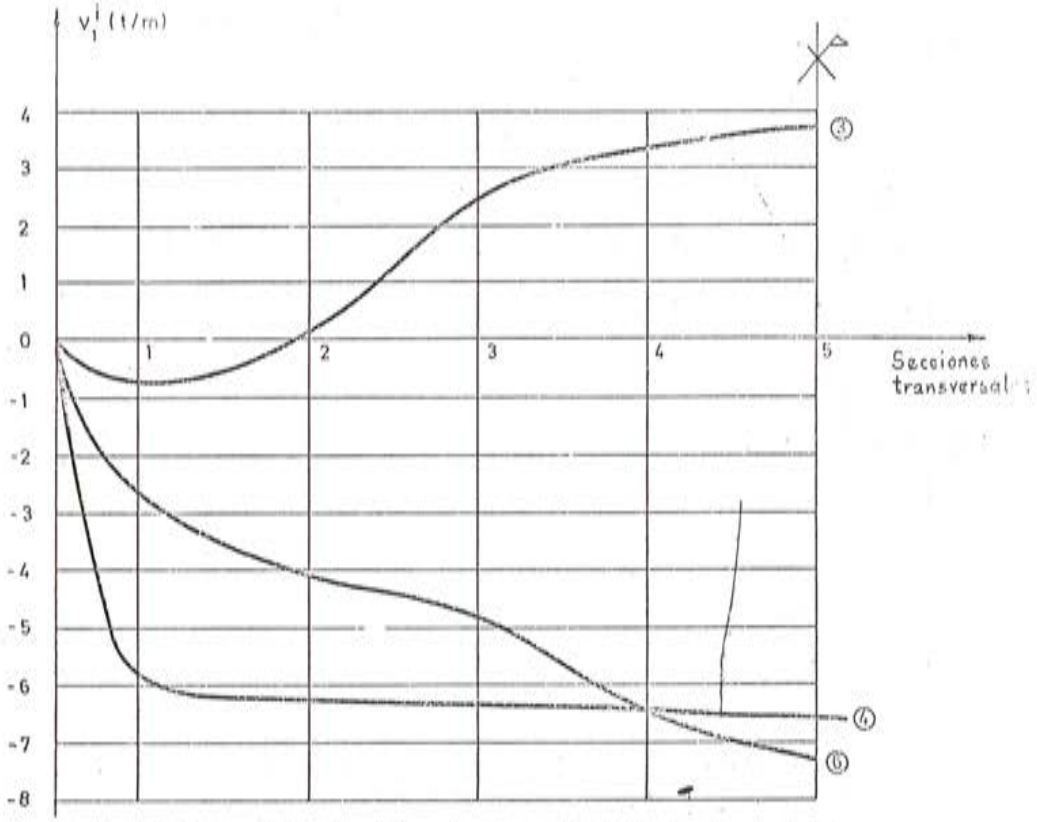


Fig. 70. Caso práctico de tablero de puente. Variación longitudinal de los axiles transversales en el extremo 1 de las distintas losas

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

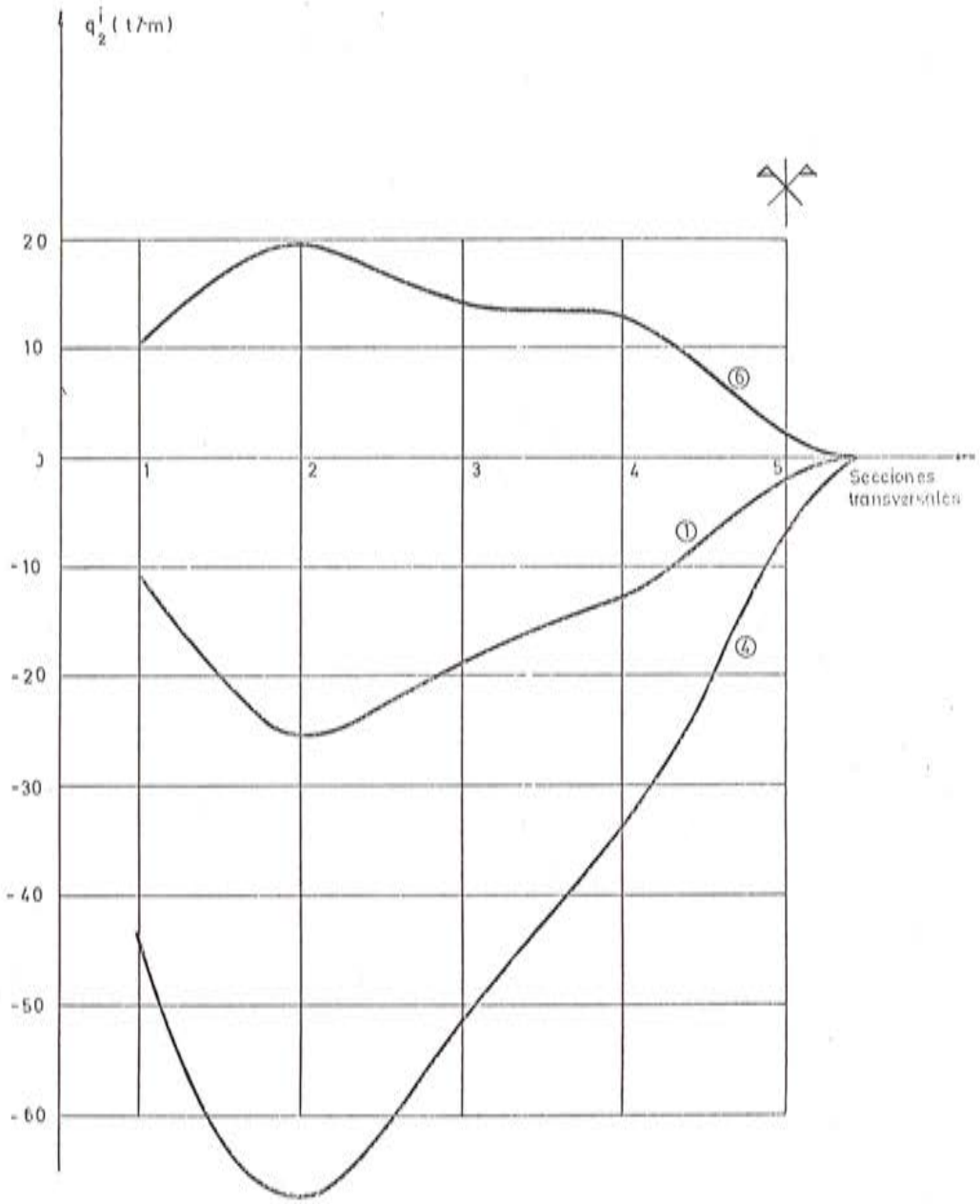


Fig. 71. Caso práctico de tablero de puente. Variación longitudinal de las fuerzas rasantes unitarias en el extremo 2 de las distintas losas

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

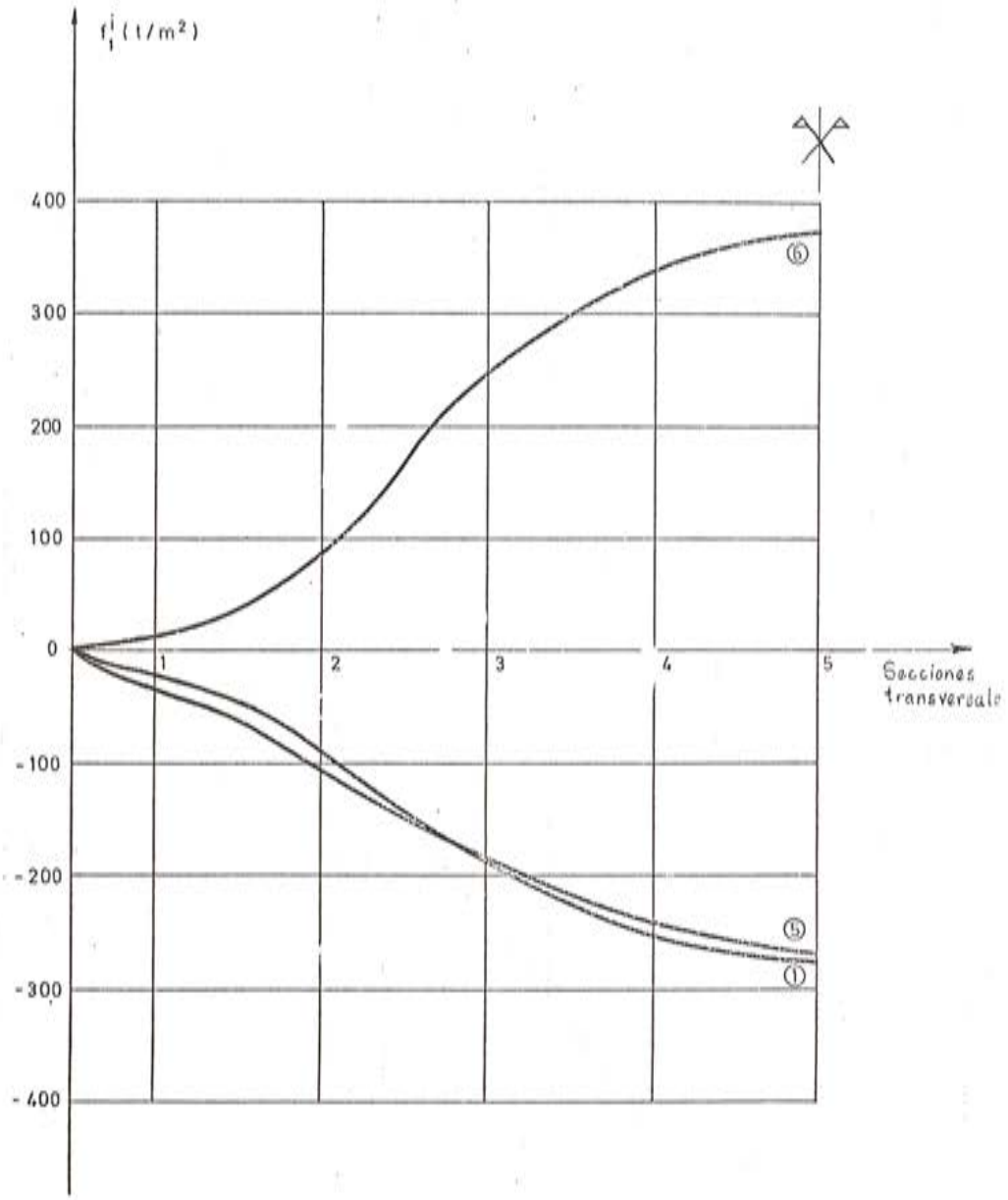


Fig. 72. Caso práctico de tablero de puente. Variación longitudinal de las tensiones normales en el extremo 1 de las diferentes losas

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

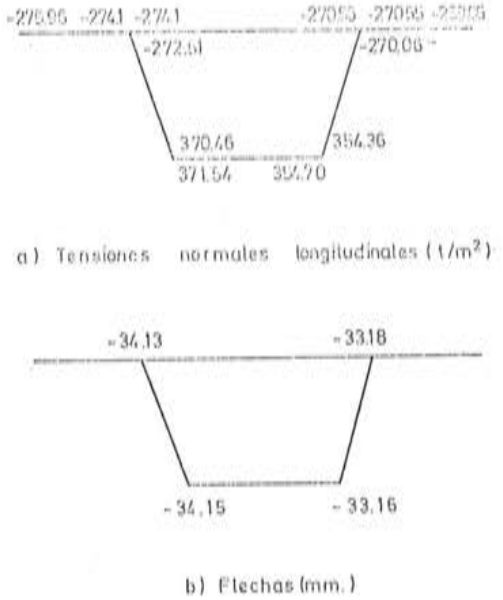


Fig. 73. Caso práctico de tablero de puente. Tensiones normales y movimientos verticales en la sección central de la estructura

Así pues, se puede concluir provisionalmente que la extensión del presente procedimiento al tratamiento de situaciones reales, como la aquí analizada, conduce a resultados plenamente válidos, y resulta, en general, más adecuada que las técnicas seguidas actualmente —por ejemplo, en el caso concreto de tableros de puentes de sección cajón—, que sustituyen la lámina plegada no prismática por una prismática equivalente.

8. CONSIDERACIONES FINALES

De los estudios anteriores, se pueden extraer las conclusiones siguientes:

1) Las láminas plegadas constituyen un tipo estructural de amplio rango de aplicación. Actualmente no existe una clasificación sistemática de las mismas, ya que los métodos generales de cálculo no consideran específicamente ninguna de las características de este tipo de estructuras.

2) De acuerdo con las características de cálculo de láminas plegadas, se ha procedido a un intento de clasificación de las mismas.

3) Se han revisado los métodos específicos de cálculo actuales y se ha comprobado su limitado rango de aplicación a casos reales.

4) Frente a la abundancia de métodos analíticos, se ha constatado el escaso número de procedimientos numéricos existentes, aplicables únicamente a casos muy sencillos.

5) Se ha desarrollado un nuevo procedimiento numérico que elimina las limitaciones de los métodos específicos actuales.

6) Mediante el citado método se ha obtenido una excelente aproximación, incluso con un mínimo número de dovelas, en los ejemplos analizados, lo cual se debe, probablemente, a una adecuada elección de las incógnitas básicas.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

7) Los resultados obtenidos han revelado, en comparación con un análisis armónico, una mayor aproximación expresada en menores errores en el equilibrio de tensiones alrededor de una arista y en el equilibrio global.

8) Con carácter provisional y tentativo parece deducirse que la técnica utilizada actualmente, por ejemplo en el caso de tableros de puentes, de sustituir las láminas plegadas no prismáticas por una prismática equivalente, no conduce a diferencias excesivas en los resultados. Sin embargo este punto debería ser objeto de una posterior investigación.

El método de cálculo de láminas plegadas no prismáticas de sección transversal arbitraria aquí estudiado puede ser ampliado en diferentes direcciones, algunas de ellas de evidente interés práctico, entre las que se pueden citar las que siguen:

1) Extensión del procedimiento teórico, considerando los efectos de la torsión en el caso de láminas plegadas constituidas por losas alabeadas.

2) Estudio sistemático de la influencia de la variación de cantos, espesores, luces, etc., en la distribución transversal de resultados. De este modo podrían ser dadas normativas de proyecto, por ejemplo, en el caso de tableros de puentes.

3) Análogo estudio al anterior, teniendo en cuenta el efecto de la continuidad, calculando diferentes casos de rigideces en los apoyos extremos.

4) Ampliación del método, mediante un proceso de iteración, al estudio de situaciones de no linealidad estructural: pandeo elástico o inelástico, fluencia, relación tensión – deformación no lineal, etc.

APENDICE: DESARROLLO DE ALGUNAS FORMULAS FUNDAMENTALES

A.1. Introducción

En este apéndice se desarrollan algunas de las fórmulas incluidas en el párrafo 6, correspondientes al método aquí propuesto sobre el cálculo de láminas plegadas no prismáticas. Con ello se intenta presentar una idea de la formulación utilizada, y no se entra en los detalles de la obtención de dichas fórmulas, que pueden verse en la referencia {16}.

A.2. Leyes de esfuerzos longitudinales

En lo que sigue se deducen las fórmulas (1), (2) y (5) incluidas en el apartado 6.2., que representan las leyes de esfuerzos longitudinales de cada losa, a saber: considerada aislada de las restantes –fórmula (1)– y teniendo en cuenta el monolitismo estructural (esfuerzos reales) –fórmulas (2) y (5)–.

Dado que la estructura de dichas fórmulas es análoga para los tres tipos de esfuerzos –momentos flectores, esfuerzos cortantes y esfuerzos axiles–, únicamente se calculan las leyes de momentos flectores en una losa genérica, i.

Tal como se expuso en el apartado 6.2., en el cálculo longitudinal de cada losa aislada se trata ésta como una viga apoyada en sus extremos, y sometida a las acciones p_a^i, G_1^i y G_2^i (incógnitas básicas), como se muestra en la figura 34.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

En el cálculo se supone una distribución parabólica de cargas equivalente a las fuerzas concentradas p_a^i, es decir, en cada dovela (figura 74) se considera una ley de cargas del tipo:

$$P(u) = a_1 u^2 + b_1 u + c_1$$

determinándose los parámetros a_1, b_1 y c_1 al establecer las condiciones siguientes:

$$\int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} P(u)\,du = p_a^i ; \int_{-\frac{3\Delta}{2}}^{-\Delta/2} P(u)\,du = p_{a-1}^i ; \int_{\Delta/2}^{3\Delta/2} P(u)\,du = p_{a+1}^i$$

habiendo representado por los índices (i) y (a) una losa y una dovela genéricas, respectivamente.

Los esfuerzos (momentos y cortantes) dorsales y frontales en la sección central de una dovela, debidos a las cargas que actúan sobre ésta (figura 75), se deducen como sigue:

– Momento frontal: $M_a^{i+} = \int_0^{\Delta/2} P(u)\,u\,du$

– Momento dorsal: $M_a^{i-} = \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{0} P(u)\,u\,du$

– Cortante frontal: $P_a^{i+} = \int_0^{\Delta/2} P(u)\,du$

– Cortante dorsal: $P_a^{i-} = \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{0} P(u)\,du$

Si se repiten las operaciones anteriores para todas las dovelas de la losa i (a = 1, 2, ..., A), se deducen fácilmente las siguientes expresiones matriciales:

$$\begin{aligned} \underline{P}^{i+} &= \underline{S}_1 \cdot \underline{p}^i \\ \underline{P}^{i-} &= \underline{S}_2 \cdot \underline{p}^i \\ \underline{M}^{i+} &= \underline{S}_3 \cdot \underline{p}^i \\ \underline{M}^{i-} &= \underline{S}_4 \cdot \underline{p}^i \end{aligned} \qquad (7)$$

En donde:

$$P^i = \{p_1^i, p_2^i, \ldots p_a^i, \ldots p_A^i\} \text{ (dimensión A x 1)}$$

siendo A el número de dovelas

$$\underline{P}^{i+} = \{P_1^{i+}, P_2^{i+}, \ldots, P_a^{i+}, \ldots, P_A^{i+}\}^T \text{ (dimensión A x 1)}$$

y análogamente para los demás ($\underline{P}^{i-}$, $\underline{M}^{i+}$ y $\underline{M}^{i-}$).

Las matrices $\underline{S}_i$ (i = 1, 2, 3, 4) son cuadradas, de dimensión AxA, y poseen todas una estructura similar.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

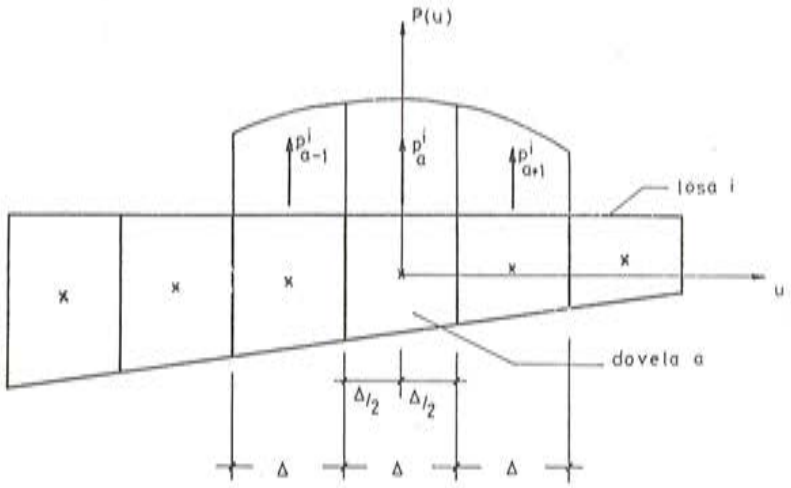


Fig. 74. Distribución parabólica de las cargas consideradas en el cálculo longitudinal de una losa genérica

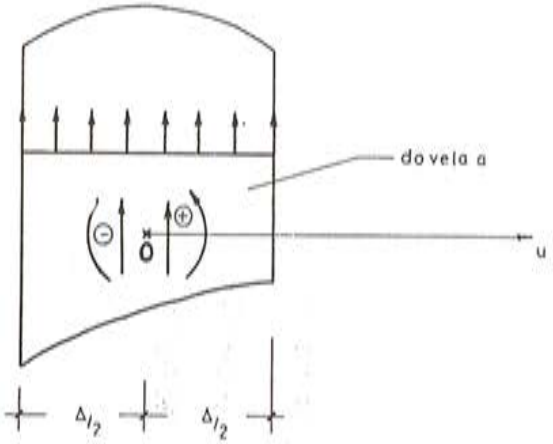


Fig. 75. Esfuerzos frontales y dorsales en una dovela genérica, debidos solamente a las cargas actuantes sobre dicha dovela

Así, por ejemplo, la matriz $\underline{S}_1$ es la siguiente:

$$\underline{S}_1 = \frac{1}{16} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 4 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 8 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 8 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 8 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 8 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 4 & -11 \end{bmatrix}$$

Las reacciones en los apoyos extremos de la losa, R^i_1 y R^i_2, (figura 76), debidas a las acciones anteriores, se obtienen mediante las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} R^i_1 &= -(\underline{e}^T - \underline{x}^T)(\underline{P}^{i+} + \underline{P}^{i-}) + \frac{1}{L}\,\underline{e}^T(\underline{M}^{i+} + \underline{M}^{i-}) \\ R^i_2 &= -\underline{x}^T(\underline{P}^{i+} + P^{i-}) - \frac{1}{L}\,\underline{e}^T(\underline{M}^{i+} + \underline{M}^{i-}) \end{aligned} \qquad (8)$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

En donde:

$$\underline{x} = \left(\frac{\Delta}{2L}, \frac{3\Delta}{2L}, \ldots, \frac{(2a-1)\Delta}{2L}, \ldots, \frac{(2A-1)\Delta}{2L} \right)^T \text{ (dimensión A x 1)}$$

$$\underline{e} = (1, 1, \ldots, 1, \ldots, 1)^T \text{ (dimensión A x 1)}$$

y L es la longitud de la directriz de la losa considerada como viga.

Si se sustiuyen las ecuaciones (7) en las fórmulas (8), se deducen las expresiones:

$$\begin{aligned} R_2^i &= \underline{S}_5 \cdot \underline{p}^i \\ R_1^i &= \underline{S}_6 \cdot \underline{p}^i \end{aligned} \tag{9}$$

Siendo:

$$\underline{S}_5 = -\{\underline{x}^T (\underline{S}_1 + \underline{S}_2) + \frac{1}{L} \underline{e}^T (\underline{S}_3 + \underline{S}_4)\}$$

$$\underline{S}_6 = -\{\underline{e}^T (\underline{S}_1 + \underline{S}_2) + \underline{S}_5\}$$

ambas de dimensión 1 x A.

Conocidas las reacciones dadas por (9), es inmediato el cálculo de los esfuerzos longitudinales a partir del esquema discretizado que se representa en la figura 77. En particular, para los momentos flectores se llega a la fórmula que se indica a continuación:

$$\underline{ML}^i = \underline{S}_9 \cdot \underline{p}^i \tag{10}$$

Siendo:

$$\underline{ML}^i = \{ML_1^i, ML_2^i, \ldots, ML_a^i, \ldots, ML_A^i\}^T \text{ (dimensión A x 1)}$$

y representando por ML_a^i el momento flector longitudinal en la sección central de la dovela a, debido a las acciones p_a^i.

La matriz $\underline{S}_9$ es de dimensión A x A y su expresión es:

$$\underline{S}_9 = L(\underline{e} - \underline{x})\underline{S}_5 + \underline{S}_7(\underline{S}_1 + \underline{S}_2) + \underline{S}_8(\underline{S}_3 + \underline{S}_4) + \underline{S}_3$$

En donde:

$$\underline{S}_7 = \begin{bmatrix} 0 & \Delta & 2\Delta & 3\Delta & \ldots & (A-1)\Delta \\ 0 & 0 & \Delta & 2\Delta & \ldots & (A-2)\Delta \\ 0 & 0 & 0 & \Delta & \ldots & (A-3)\Delta \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 2\Delta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & \Delta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix} \text{ (dimensión A x A)}$$

$$\underline{S}_8 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & \ldots & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 1 & 1 & 1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ (dimensión A x A)}$$

La ecuación (10) representa, en forma discreta, la ley de momentos flectores longitudinales en una losa genérica, i, debidos a las incógnitas básicas, p_a^i.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

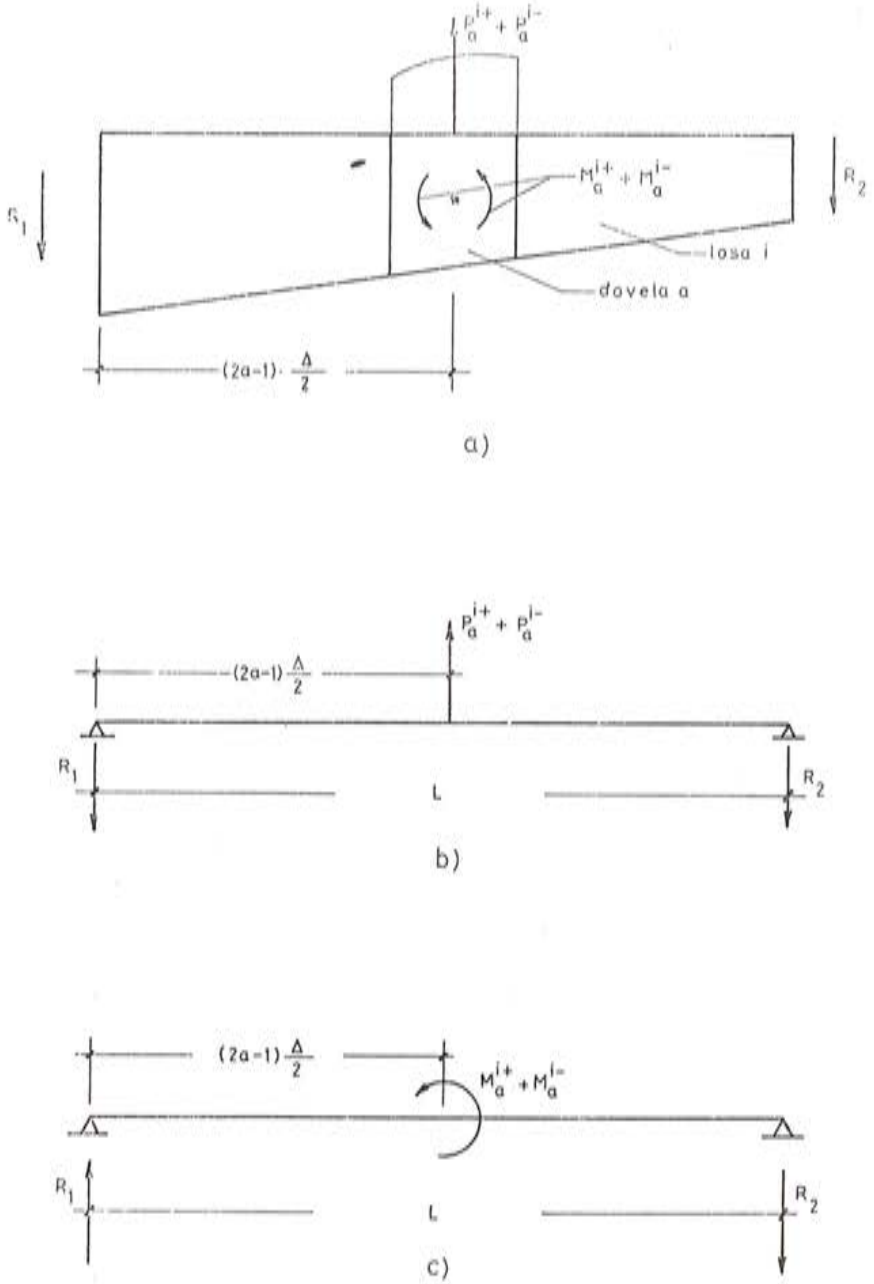


Fig. 76. Reacciones en los extremos longitudinales de una losa arbitraria, debidas a las cargas actuantes en una dovela genérica

La consideración de los momentos de continuidad, G_1^i y G_2^i (figura 78), es inmediata, y, de modo análogo, se llega a la expresión:

$$\underline{ML}^i = G_1^i\ (\underline{e} - \underline{x}) + G_2^i\ \underline{x} \tag{11}$$

Sumando las ecuaciones (10) y (11), e indicando por $\underline{ML}_0^i$ la ley de momentos flectores debidos al pretensado, resulta la fórmula final:

$$\underline{ML}_E^i = \underline{ML}_0^i + \underline{S}_9 \cdot \underline{p}^i + \{(\underline{e} - \underline{x}), \underline{x}\}\underline{G}^i \tag{12}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

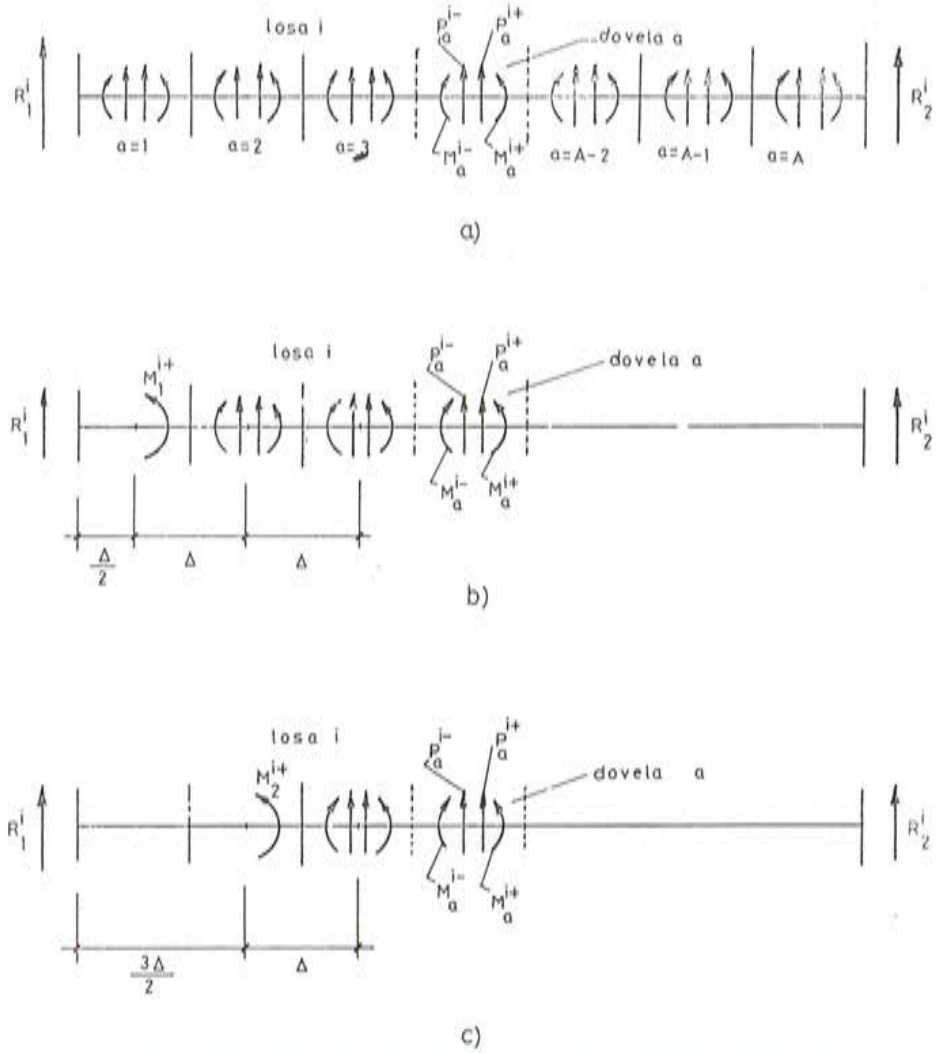


Fig. 77. Discretización de una losa genérica, para el cálculo longitudinal de los esfuerzos debidos únicamente a las cargas de la losa

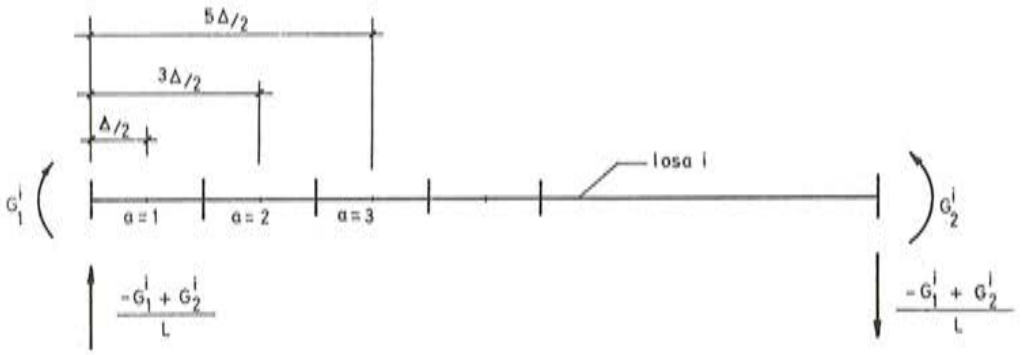


Fig. 78. Discretización de una losa genérica, para el cálculo de los esfuerzos longitudinales debidos a los momentos de continuidad.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

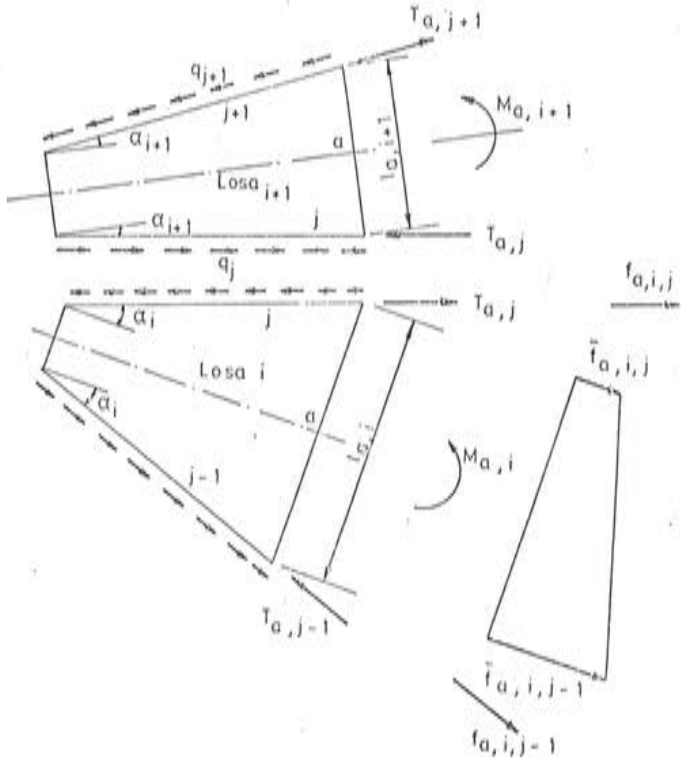


Fig. 79. Cálculo longitudinal de una losa genérica: Acciones totales.

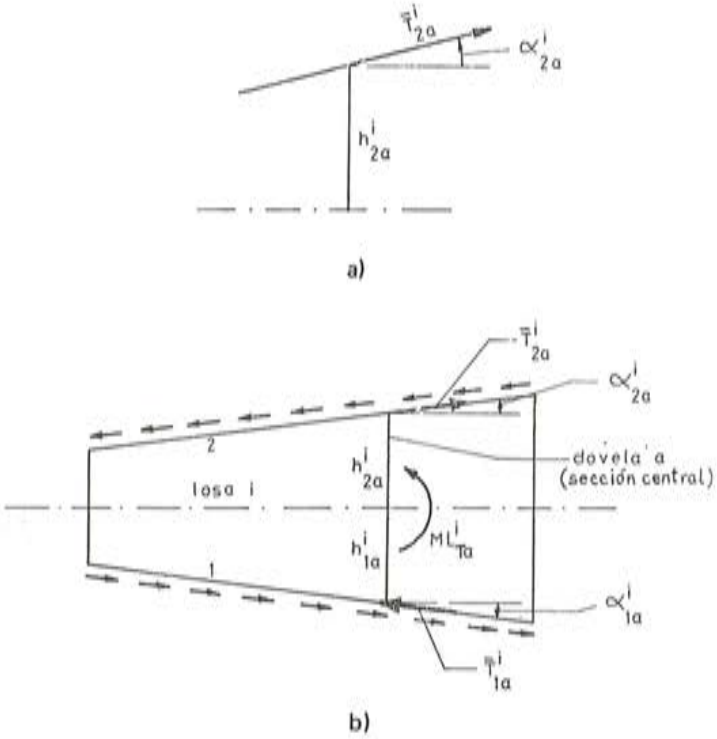


Fig. 80. Sentidos positivos de las fuerzas rasantes y de los ángulos de forma de una losa

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Con:

$$\underline{G}^i = \begin{bmatrix} G_1^i \\ G_2^i \end{bmatrix}$$

La expresión anterior es la ley de momentos longitudinales de una losa genérica considerada aislada de las demás, y se identifica fácilmente con la ecuación (1) del apartado 6.2, es decir:

$$\underline{E}^i = \underline{E}_0^i + \underline{E}_p^i \cdot \underline{p}^i + \underline{E}_G^i \cdot \underline{G}^i \qquad (1)$$

Los esfuerzos axiles y cortantes se obtendrían a partir de análogas consideraciones, deduciéndose fórmulas que pueden ser incluidas dentro del esquema dado por la expresión (1).

Tal como se ha explicado en el apartado 6.2, el monolitismo estructural obliga a que los desplazamientos longitudinales a lo largo de una arista común a varias losas sean iguales en los bordes de éstas, y, dada la hipótesis de material linealmente elástico que se ha considerado, la anterior condición equivale a que se verifique la igualdad de tensiones normales longitudinales en la citada arista común.

Si dichas tensiones se calculan a partir de las leyes de esfuerzos definidas por (1) (figura 79), no se satisface la igualdad requerida, siendo preciso introducir, por lo tanto, las tensiones rasantes q_{ka}^i (k = 1,2) mencionadas en el párrafo 6, o bien, equivalentemente, las fuerzas concentradas T_{ka}^i (figuras 35 y 36).

Así pues, las fuerzas anteriores (figura 80) incrementan los esfuerzos longitudinales, es decir: el incremento del momento flector de una dovela genérica es:

$$ML_{Ta}^i = -\overline{T}_{1a}^i \cdot h_{1a}^i \cdot \cos\alpha_{1a}^i - \overline{T}_{2a}^i \cdot h_{2a}^i \cdot \cos\alpha_{2a}^i \qquad (13)$$

y análogamente para los demás esfuerzos.

Se ha supuesto la relación:

$$\overline{T}_{ka}^i = \frac{T_{ka}^i + T_{ka-1}^i}{2} \qquad (k = 1,2)$$

El significado de α_{ka}^i y h_{ka}^i se deduce de la figura 80.

La generalización de la ecuación (13) para todas las dovelas conduce a la siguiente expresión matricial:

$$\underline{ML}_T^i = \underline{ML}_{T0}^i + \underline{D}_1^i \cdot \underline{T}_1^i + \underline{D}_2^i \, \underline{T}_2^i \qquad (14)$$

Siendo:

$$\underline{ML}_{T0}^i = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\left(h_{11}^i \cos\alpha_{11}^i \cdot T_{10}^i + h_{21}^i \cos\alpha_{21}^i \cdot T_{20}\right) \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(dimensión A x 1)}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

$$\underline{D}^i_m = -\frac{1}{2} \quad (m = 1, 2) \quad \begin{bmatrix} h^i_{m1} \cos\alpha^i_{m1} & 0 & 0 \ldots 0 & 0 & 0 \\ h^i_{m2} \cos\alpha^i_{m2} & h^i_{m2} \cos\alpha^i_{m2} & 0 \ldots 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 \ldots 0 & h^i_{mA} \cos\alpha^i_{mA} & h^i_{mA} \cos\alpha^i_{mA} \end{bmatrix}$$

de dimensión A x A.

y $\underline{ML}^i_T = \{ML^i_{T1}, ML^i_{T2}, \ldots, ML^i_{Ta}, \ldots, ML^i_{TA}\}^T$ (dimensión A x 1)

$\underline{T}^i_k = \{T^i_{k1}, T^i_{k2}, \ldots, T^i_{ka}, \ldots, T^i_{kA}\}^T$ (k = 1,2) (dimensión A x 1)

Para los incrementos de los esfuerzos axiles y cortantes, se deducen fórmulas análogas a (14).

Si se suman las relaciones (12) y (14) se alcanza la siguiente expresión:

$$\underline{ML}^i = (\underline{ML}^i_0 + \underline{ML}^i_{T0}) + \underline{S}_9 \cdot \underline{p}^i + \{(\underline{e} - \underline{x}), \underline{x}\}\underline{G}^i + \underline{D}^i_{12}\ \underline{T}^i \qquad (15)$$

Con:

$$\underline{D}^i_{12} = (\underline{D}^i_1, \underline{D}^i_2) \text{ y } \underline{T}^i = \begin{bmatrix} \underline{T}^i_1 \\ \underline{T}^i_2 \end{bmatrix}$$

La ecuación (15) se identifica fácilmente con la (2) del texto, es decir:

$$\underline{E}^i = \underline{E}^i_0 + \underline{E}^i_p \cdot \underline{p}^i + \underline{E}_G \cdot \underline{G}^i + \underline{E}^i_T \cdot \underline{T}^i \qquad (2)$$

que representa la ley de esfuerzos reales de la losa i, en función de las incógnitas básicas de la losa y de las nuevas incógnitas T^i_{ka}.

Para determinar estas últimas se plantean, en cada arista, las pertinentes ecuaciones de equilibrio y compatibilidad que se indican a continuación:

a) Equilibrio longitudinal

$$\sum_{i \in N_1} q^i_{1a} - \sum_{i \in N_2} q^i_{2a} = L_{na} \qquad (16)$$
$$(a = 1, 2, \ldots, A)$$

en donde L_{na} representa la fuerza unitaria longitudinal, en la dirección de la arista en estu - dio, actuando en la dovela a.

q^i_{ka} son las tensiones rasantes ya definidas.

N_k (k = 1,2) representa el conjunto de losas que tienen su borde k coincidente con la arista en estudio.

b) Compatibilidad de desplazamientos longitudinales.

Si i y j son dos losas con bordes k y k' concurrentes en una arista, se ha de verificar la igualdad de tensiones normales longitudinales

$$f^i_{ka} = f^j_{k'a} \qquad (17)$$
$$(a = 1, 2, \ldots, A)$$

estando definida la tensión normal a través de la fórmula siguiente:

$$f^i_{ka} = \frac{(-1)^{k+1}}{Z^i_{ka}} ML^i_a \frac{1}{\cos^2 \alpha^i_{ka}} + \frac{1}{A^i_a} NL^i_a \frac{1}{\cos^2 \alpha^i_{ka}} + (-1)^{k+1} \frac{2q^i_{ka}}{t^i_{ka}} \operatorname{tg} \alpha^i_{ka} \quad (k = 1,2)$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

en donde ML_a^i y NL_a^i son el momento flector y esfuerzo axil reales en la sección central de la dovela a, correspondientes a la losa i, definidos por (2).

Z_{ka}^i es el módulo resistente de la anterior sección central, en el borde correspondiente.

A_a^i es el área de la sección.

t_{ka}^i el espesor del borde k.

Si se plantean las ecuaciones (16) y (17) para todas las dovelas y en todas las aristas, se llega a la siguiente relación matricial:

$$\underline{AA} \cdot \underline{T} = \underline{B} \tag{18}$$

que es una generalización de la ecuación de los cinco cortantes definida en el párrafo 5.

El significado de las matrices que intervienen en la fórmula anterior se ha comentado en el apartado 6.2. Cabe añadir que el vector $\underline{T}$ tiene la siguiente estructura:

$$\underline{T} = (\underline{T}_1^1, \underline{T}_2^1, \underline{T}_1^2, \underline{T}_2^2, \ldots, \underline{T}_1^i, \underline{T}_2^i, \ldots, \underline{T}_1^I, \underline{T}_2^I)^T$$

y su dimensión es (2AIx1), siendo I el número de losas de la sección transversal de la lámina.

Si se resuelve la ecuación (18):

$$\underline{T} = \underline{AA}^{-1} \cdot \underline{B}$$

se deducen las incógnitas T_{ka}^i, mediante una expresión del tipo:

$$\underline{T}^i = \begin{bmatrix} \underline{T}_1^i \\ \underline{T}_2^i \end{bmatrix} = \underline{C}_0^i + \underline{C}_p^i \cdot \underline{p} + \underline{C}_G^i \cdot \underline{G} \tag{19}$$

Siendo:

$$\underline{p} = \{p_1^1 \ldots p_A^1, p_1^2 \ldots p_A^2, \ldots, p_1^i \ldots p_A^i, \ldots, p_1^I \ldots p_A^I\}^T$$

de dimensión (AI x 1).

y $$\underline{G} = (G_1^1, G_1^2 \ldots G_1^i \ldots G_1^I, G_2^1, G_2^2 \ldots G_2^i, \ldots G_2^I)^T$$

de dimensión (2I x 1).

Por sustitución de la relación (19) en (2), se obtiene la ecuación (5) del texto, o sea:

$$\underline{\tilde{E}}^i = \underline{\tilde{E}}_0^i + \underline{\tilde{E}}_p^i \cdot \underline{p} + \underline{\tilde{E}}_G^i \cdot \underline{G} \tag{5}$$

que representa la ley de esfuerzos longitudinales reales de una losa genérica, en función únicamente de las incógnitas básicas del problema: $\underline{p}$ y $\underline{G}$.

A.3 Ley de flechas en el plano de cada losa

Para la obtención de las flechas en el plano de una losa genérica (figura 37), se aplica la teoría de la viga conjugada, siguiendo un algoritmo de cálculo análogo al utilizado para la deducción de (10).

Las cargas a considerar en este caso son:

$$p_{ca}^i = \frac{ML_a^i}{E.I_a^i} \tag{20}$$

en donde E es el módulo de elasticidad del material, I_a^i la inercia de la sección central de la dovela, a, y ML_a^i el momento flector longitudinal real.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

La ley de flechas, que coincide con la ley de momentos flectores de la viga conjugada,es del tipo

$$\underline{u}^i = \underline{S}_{c9} \cdot \underline{p}_c^i \tag{21}$$

en donde la matriz $\underline{S}_{c9}$, de dimensión(AxA), tiene una estructura análoga a la de $\underline{S}_9$ (ya comentada).

$$\underline{p}_c^i = \{p_{c1}^i, p_{c2}^i, \ldots p_{ca}^i, \ldots p_{cA}^i\}^T \quad \text{(dimensión Ax1)}$$

$$\underline{u}^i = \{u_1^i, u_2^i \ldots u_a^i \ldots u_A^i\}^T \quad \text{(dimensión Ax1)}$$

y u_a^i representa la flecha en la sección central de la dovela a, en la losa i.

Por sustitución de (5) en (20) y de (20) en (21), se llega a la fórmula (6) del apartado 6.2:

$$\underline{u}^i = \underline{u}_0^i + \underline{u}_p^i \cdot \underline{p} + \underline{u}_G^i \cdot \underline{G} \tag{6}$$

que constituye la ley de flechas en función de las incógnitas básicas.

Por último, cabe añadir aquí que los giros en los extremos longitudinales (cortantes de la viga conjugada) se deducen según fórmulas análogas a (9) y su estructura formal es semejante a la de (6):

$$\theta_k^i = \theta_{k0}^i + \theta_{kp}^i \cdot \underline{p} + \theta_{kG}^i \cdot \underline{G} \tag{22}$$
$$(k = 1,2)$$

El conocimiento de dichos giros es necesario en el planteamiento de las ecuaciones de compatibilidad longitudinal, como ya ha sido explicado en el apartado 6.2.

REFERENCIAS

1. EHLERS, G. "Ein neues konstruktions prinzip". Bauingenieur, Vol. II, n° 8. Berlín, 1930.
2. PHASE I REPORT ON FOLDED PLATE CONSTRUCTION, REPORT OF THE TASK COMMITTEE ON FOLDED PLATE CONSTRUCTION. Journ. of the Struct. Div. ASCE. Vols. 60 y 89 ST6. Diciembre 1963.
3. I.A.S.S. SYMPOSIUM, Vols. 1 y 2. Viena, 1970.
4. DE FRIES–SKENE, A. y A.C. SCORDELIS. "Direct Stiffness Solution of Folded Plates", Journ. of the Struct. Div. ASCE. Vol 90, ST4. Agosto, 1964.
5. PULTAR, M. "Analysis of Continuous Folded Plate Structures". Tesis doctoral presentada al Departamento de Ingeniería Civil. Princeton University, N. Jersey. Octubre, 1964.
6. SAMARTIN, A. "Una aplicación de los métodos matriciales al cálculo de puentes". Laboratorio Central de Ensayos de Materiales de Construcción, publicación n° 197. Madrid, 1968.
7. MANTEROLA, J. "Análisis de tableros de puentes por métodos armónicos". Instituto Eduardo Torroja. Monografía n° 343. Julio, 1977.
8. DEL POZO, F., J.A. TORROJA y R. LOPEZ PALANCO. "Tribune for the Dog Racing Stadium of Madrid". Proceedings, Octubre, 1962. World Conference on Shell Structures. San Francisco, National Academy of Science Publication, 1964.
9. DEL POZO, F. y A. SAMARTIN. "Nonprismatic Folded Roof Structure". IASS Symposium. Udine (Italia), 1974.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

10. RAUE, E. "The Calculation of Prismatic and Nonprismatic Folded Structures". IASS Symposium, Viena, 1970.

11. JOHNSON, C.D. y TI–TA LEE. "Long Nonprismatic Folded Plate Structures". Journ. of the Struct. Div. ASCE, n° ST6. Junio, 1968.

12. IFFLAND, J. "Folded Plate Structures". Journ. of the Structur. Div. ASCE, Vol. 105, n° ST1. Enero 1979.

13. SCORDELIS, A.C. "Analysis of Continuous Box Girder Bridges". College of Engineering. Office of Research Services. University of California, Berkeley. Noviembre, 1967.

14. YITZHAKI, D. "Prismatic and Cylindrical Shell Roofs". Haifa Science Publishers. Haifa, Israel, 1958.

15. SAMARTIN, A., J.R. GONZALEZ DE CANGAS y J. MARTINEZ. "A Computer Formulation for the Analysis on Continuous Nonprismatic Folded Plate Structures of Arbitrary Cross-Section". Vol. 2. I.A.S.S. World Congress on Shell and Spatial Structures. Madrid, Setiembre 1979.

16. GONZALEZ DE CANGAS, J.R. y A. SAMARTIN "Cálculo matricial de láminas plegadas continuas, no prismáticas, de sección transversal arbitraria". Publicación n° AE80-7. Dep. de Anál. de las Estruct. Escuela de Ingenieros de Caminos, Santander. Septiembre de 1980.

17. SCHÖRER, H. "Line Load Action on Thin Cylindrical Shells". Proceedings of the American Society of Civil Engineers. Vol. 61, 1935.

18. SAMARTIN, A. y J. MARTINEZ. "Reparto transversal de la sobrecarga en tableros de puentes". Hormigón y Acero, n° 113. 4° trimestre, 1974.

19. GOLDENVEIZER, A.L. "Theory of Elastic Thin Shells". Pergamon Press, New York, 1961.

* * *

Jornadas sobre "Técnica del hormigón armado y pretensado en centrales nucleares"

A la vista de la importante experiencia que existe ya en España en la realización de centrales nucleares, y teniendo en cuenta los desacuerdos que, en diferentes casos, han surgido ante la aplicación de las normas americanas, las vigentes en Europa y las propias de nuestro país, varios de los Miembros de esta Asociación Técnica Española del Pretensado (A. T. E.P.) han propuesto que se organicen unas Jornadas para contrastar y divulgar las experiencias nacionales, realizar un estudio comparativo de las distintas normas y estudiar y discutir la aplicación de las técnicas del hormigón armado y pretensado en la construcción de centrales nucleares.

La Junta de Gobierno de la A.T.E.P. ha considerado de gran interés dicha propuesta y, de acuerdo con ella, ha decidido celebrar unas Jornadas Nacionales en abril del próximo año 1982.

Para dichas Jornadas han sido seleccionados, en principio, los siguientes temas:

- Requisitos básicos del proyecto.
- Proyecto.
- Materiales y sistemas de pretensado.
- Control de calidad respecto a:
  - Proyecto.
  - Materiales.
  - Ejecución.
- Recepción de la obra.
- Vigilancia y mantenimiento.
- Garantía de calidad.

En futuras comunicaciones se continuará informando de cuantos acuerdos se vayan adoptando en relación con estas Jornadas.

Los interesados en el tema, que estimen necesaria alguna aclaración, pueden dirigirse a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002, Madrid-33, teléfono 202 04 40.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Los alambres de acero de pretensar sustituidos por varillas de plástico reforzado con fibra de vidrio

NOTA INFORMATIVA

Un pequeño puente de hormigón pretensado, construido en Düsseldorf, es la primera obra puesta a disposición del público en general, que ha sido realizada aplicando una nueva técnica de pretensado. Los alambres de acero, normalmente utilizados, han sido sustituidos aquí por perfiles de plástico reforzado con fibras de vidrio, los llamados elementos HLV (elementos sandwich de alta potencia), que Bayer ofrece bajo la marca registrada Polystal. Estos se componen de fibras de vidrio finas, fijadas con resina sintética por un procedimiento especial de Bayer, obteniendo de esta forma perfiles de máxima resistencia.

Para el puente de Düsseldorf se emplearon alrededor de 100 varillas Polystal de 7,5 mm de diámetro para obtener 12 elementos tensores. Cada uno de ellos soporta una carga de ro-

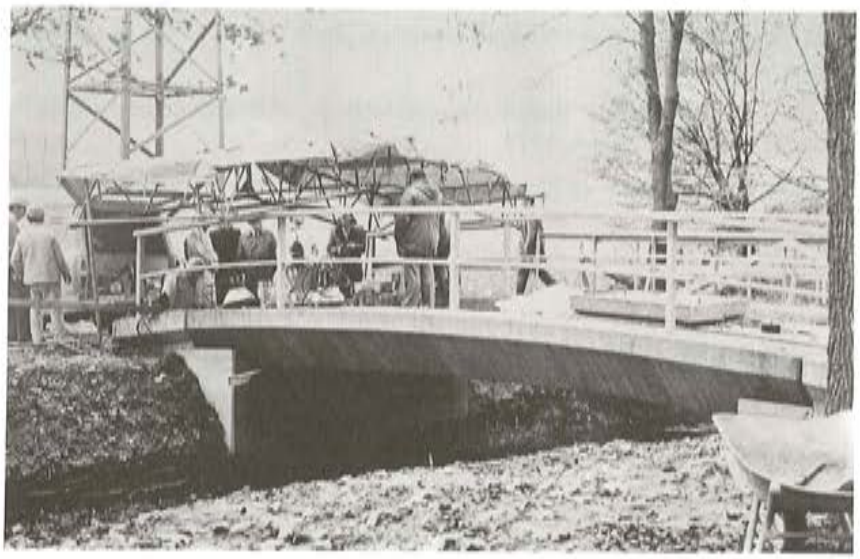


Fig. 1. Vista del puente durante la terminación de las obras.

Fig. 2. Diversos aspectos de las operaciones de tesado durante la construcción del puente de Düsseldorf.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

tura de 7 toneladas, lo que corresponde a la resistencia de los aceros de tesar de alta calidad.

La construcción del puente forma parte de un proyecto de investigación que es realizado por la empresa Strabag Bau-AG, Colonia, y por Bayer AG, Leverkusen, y fomentado por el Ministerio Federal de Investigación y Tecnología. Se trata de estudiar alternativas frente al clásico hormigón armado, con objeto de evitar posibles daños de corrosión en tales obras.

El puente construido por orden del "Brücken- und Tunnelbauamt" (Oficina de construcción de puentes y túneles) de Düsseldorf, capital del Land Norte de Renania-Westfalia,ha sido realizado, en el marco del proyecto de investigación, para ensayar los elementos tensores a largo plazo en las condiciones de la práctica.

Para más informaciones dirigirse a:
Bayer Hispania Comercial, S.A. Prensa. c/Pau Claris, 196. Barcelona-37.

Fallado el X Premio García Cabrerizo a la invención española se ha adjudicado a dos patentes españolas de gran importancia social

"Un proceso de tratamiento de residuos sólidos por reciclado" y un "Sistema de filtros con resonadores helicoidales", desarrollados por la Empresa Nacional Adaro y por el Centro de Investigaciones y Estudios de la Compañía Telefónica Nacional de España han recibido "ex aequo" el X Premio García Cabrerizo a la Invención Española.

El Jurado integrado por más de treinta especialistas expertos en la Investigación aplicada decidió, vistos los méritos de ambas invenciones, otorgar el galardón conjuntamente a ambos aspirantes, entre los casi treinta trabajos presentados, todos ellos originales y recientes.

El primero de los procesos premiados significa una respuesta a la escasez de materias primas unida a la degradación del medio ambiental por descargas incontroladas en el entorno de los nucleos urbanos. Se ha conseguido una concentración selectiva de los diferentes componentes que constituyen los residuos para que puedan ser reincorporados al ciclo de consumo. Entre estos componentes se encuentran plásticos, papel, fracción magnética, vidrio y fracción orgánica. El proceso concentra y depura de forma sistemática cada uno de los citados componentes llegando a alcanzar las calidades exigidas por el mercado.

El segundo proyecto ha sido ideado como un avance en los equipos de radio móviles que permite minimizar el volumen de los filtros y reducir el tiempo de ajuste. El trabajo consiste en el procedimiento de diseño y fabricación de filtros de alta selectividad mediante la utilización de resonadores helicoidales. Este tipo de resonadores eléctricos utilizan la línea de transmisión helicoidal que consiste en reemplazar el conductor interior de una línea coaxial por un conductor bobinado en hélice. Esta estructura consigue una reducción importante en la longitud de onda efectiva, lo que permite la realización de resonadores en cuarto de longitud de onda de dimensiones menores a las realizadas con técnicas convencionales sin necesidad de recurrir a los procedimientos de carga capacitiva que aumentan considerablemente el coste del resonador.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

Beton Technik Iberica, S.A.

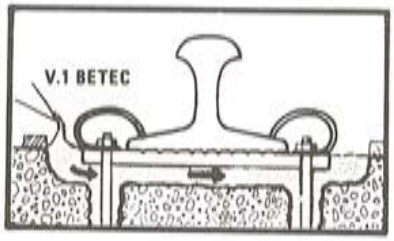
DOCTOR FLEMING, 35 — 2º — F — MADRID — 16 — TELS. 250 10 00/259 01 07/250 82 16

BETEC V·I

EL MORTERO SIN RETRACCION DIFERENTE SIN AGREGADOS METALICOS SIN CLORUROS

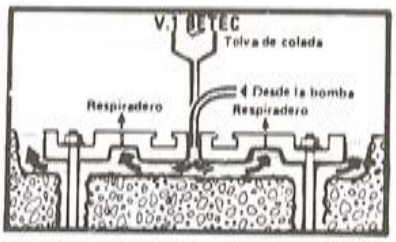
- ANCLAJES
- BANCADAS
- FISURAS
- RAILES
- UNION DE HORMIGONES

- Densidad = 1,8 Kgr./litro
- No se oxida
- No hay que protegerlo
- Muy fluído (22 cms. Cono de Abrams)
- IMPERMEABLE



Ensayos Realizados en el Instituto Eduardo Torroja y Nordrhein —Westfalen

	24 Hs.	2 días	7 días	28 días
Compresión Kp/cm²	528	687	795	938
Flexión Kgr./cm²	79	92	120	125



FERRODUR - SUELOS INDUSTRIALES

FERRODUR - MONOLITICO

BETEC

Suelos monolíticos de pavimento continuo Ferrodur

FERRODUR - AUTOADHERENTE

BETEC

Mezcla acabada de hierro Ferrodur con adherente incorporado, para la reparación de superficies sometidas a grandes esfuerzos.

FERRODUR - ARMADO «A»

BETEC

Suelos Ferrodur y mortero de reparación con adherente incorporado para cargas intermedias.

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025

asociación técnica
española del pretensado

hormigón y acero n.º 139

Documento descargado de www.e-ache.com el 05/12/2025