

# hormigón

## *y ACERO*

*nº 142*

ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO.

DECLARADA DE UTILIDAD PUBLICA CON FECHA 4-3-77

INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO.

COSTILLARES (CHAMARTIN), MADRID-33.

dad en cada uno de los campos, conduzcan a la satisfacción de las necesidades y aspiraciones humanas.

## DESARROLLO DEL CONGRESO

Siguiendo el esquema tradicional, se dedicará el lunes a las reuniones de Comités y Secciones, el martes, miércoles y jueves a la exposición de las comunicaciones, mesas redondas, sesiones plenarias, etc. y el viernes se reserva para las visitas a Empresas.

## TEMARIO DE LAS CONFERENCIAS

De conformidad con lo indicado anteriormente, el contenido de las comunicaciones analizará la influencia y evolución de las técnicas de Gestión de Calidad en temas como:

- Servicios
- Optimización de proyectos
- Evolución de los mercados
- Evolución de los medios de producción
- Influencia de la automatización
- Nuevos conceptos de Mantenibilidad
- Roll de los trabajadores
- Formación y motivación
- Responsabilidad del producto
- Desarrollo de las técnicas de END

que agrupadas por actividades industriales, permitan la realización de Sesiones Especializadas.

Se estimarán también trabajos que, aun no estando encuadrados en los enunciados, puedan aportar temas de interés general.

## INFORMACION GENERAL

- Idiomas Oficiales:  
Existirá traducción simultanea en Inglés, Francés y Español.  
Bajo petición será estudiado cualquier otro idioma.
- Presentación de comunicaciones:  
Los extractos de las conferencias deberán estar en poder del Comité Seleccionador antes del 31 de diciembre de 1981.  
Deberán enviarse mecanografiados con una extensión máxima de dos páginas y en idiomas francés o inglés.
- Si desean información suplementaria diríjanse a la Secretaría del Congreso  
Asociación Española para el Control de la calidad.  
Almagro, 24  
MADRID - 4  
ESPAÑA

## MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de "Miembro Protector", a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de "Miembros Protectores" los que a continuación se indican, citados por orden alfabético.

AGRUPACION DE FABRICANTES DE CEMENTO DE ESPAÑA.— Velázquez, 23. Madrid-1.  
ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).— Orense, 10. Madrid-20.  
CAMARA, S.A.— Av. de Santander, s/n. Valladolid.  
CAMINOS, EDIFICIOS Y OBRAS, S.A.— J. Lázaro Galdiano, 4. Madrid-16.  
CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.A.— Grijalba, 9. Madrid-6.  
CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE O.P. CENTRO BIBLIOGRAFICO.—  
Alfonso XII, 3. Madrid-7.  
CENTRO DE TRABAJOS TECNICOS, S.A.— Aribau, 185. Barcelona-21.  
DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.— Avda. de América, 24. Madrid-2.  
ELABORADOS METALICOS, S.A.— Apartado 553, La Coruña.  
ENTRECANALES Y TAVORA, S.A.— Biblioteca. Juan de Mena, 8. Madrid-14.  
FOMENTO DE OBRAS Y CONSTRUCCIONES, S.A.— Balmes, 36. Barcelona-7.  
FORJADOS DOMO.— Hermosilla, 64. Madrid-1.  
FREYSSINET, S.A.— General Perón, 24. Madrid-20.  
HEREDIA Y MORENO, S.A.— Princesa, 3. Madrid-3.  
HIDROELECTRICA DE CATALUÑA, S.A.— Archs, 10. Barcelona-2.  
HIFORCEM.— Apartado 41. Sevilla.  
HORMIGONES GERONA, S.A.— Lorenzana, 45. Gerona.  
INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.— Portal de Gamarra, 46. Vitoria.  
INGENIERO JEFE DE LA SECCION DE PUENTES Y ESTRUCTURAS.— Ministerio de O.P. y  
Urbanismo. Dirección General de Carreteras. Madrid-3.  
INTECSA.— Orense, 70. Madrid-20.  
INTEMAC.— Monte Esquinza, 30. Madrid-4.  
JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA.— Príncipe de Vergara, 103. Madrid-6.  
LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES.— Alfonso XII, 3. Madrid-7.  
MEDITERRANEA DE PREFABRICADOS, S.A.— Apartado 34. BENICARLO (Castellón).  
NUEVA MONTAÑA QUIJANO, S.A.— Fábrica de Forjas de Buelna. LOS CORRALES DE BUEL-  
NA (Santander).  
PACADAR, S.A.— Hermosilla, 57. Madrid-1.  
PRELOAD SISTEMAS, S.A.— Paseo de la Castellana, 140. Madrid-16.  
PRENSOLAND, S.A.— Calle Industria, s/n. SAN MARTIN DE CENTELLAS (Barcelona).  
PRETENSADOS DEL LOURO, S.L.— Atios. PORRIÑO (Pontevedra).  
PROCEDIMIENTOS BARREDO.— Av. de América, 40. Madrid-2.  
S.A.E. BBR.— Polígono Industrial Barcelonés. Calle Carrero Blanco, s/n. ABRERA (Barcelona).  
S.A. ECHEVARRIA.— Apartado 46. Bilbao-8.  
TECNICAS DEL PRETENSADO, S.A. (TECPRESA).— Velázquez, 105. Madrid-6.  
TRENZAS Y CABLES DE ACERO, S.A.— Monturiol, 5. SANTA MARIA DE BARBARA (Barcelona).

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las empresas citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.

# *hormigón y acero*

*n. 142*

1<sup>er</sup> trimestre, 1982

## CUOTAS ANUALES

CATEGORIAS	ESPAÑA	EXTRANJERO
Miembros "Personales" (personas naturales) .....	2.000,- ptas.	40,- dólares
Miembros "Colectivos" (personas jurídicas) .....	5.000,- ptas.	100,- dólares
Miembros "Protectores" (personas naturales o jurídicas que deseen prestar una ayuda económica especial a la A.T.E.P.) .....	10.000,- ptas.	200,- dólares

Ni la Asociación ni el Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, se hacen responsables del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocinen su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

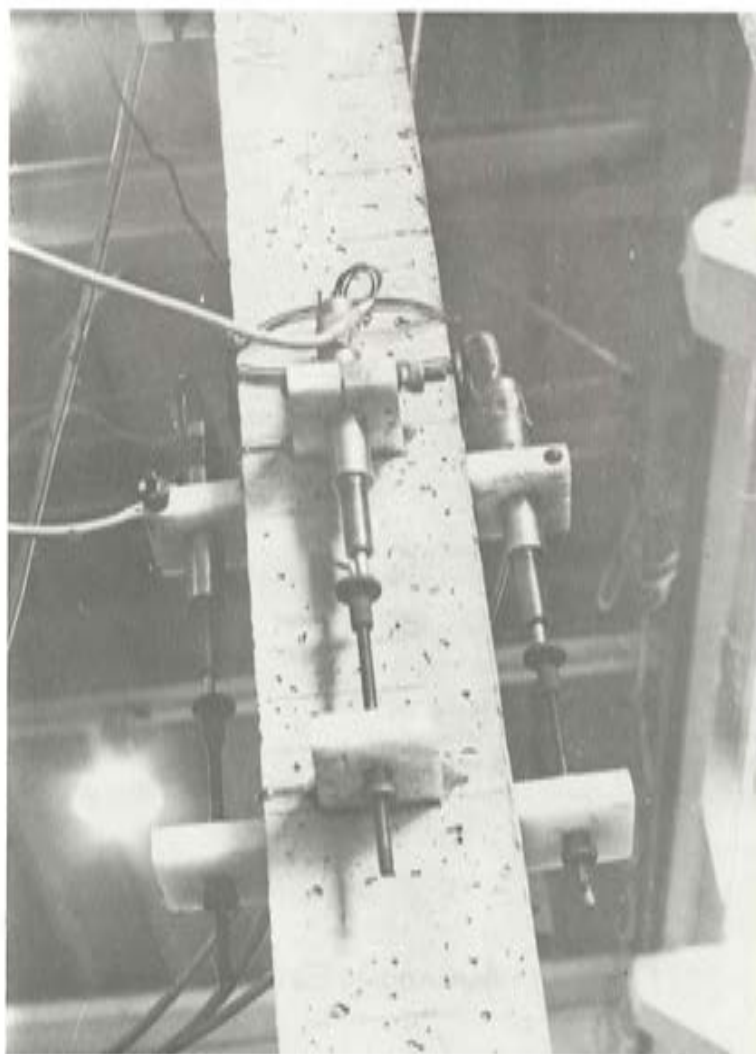
APARTADO 19.002 - COSTILLARES - CHAMARTIN - MADRID - 33



# INTEMAC



## INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES



Detalle de montaje de  
captadores inductivos de desplazamientos  
para un ensayo a compresión de  
pilar de hormigón armado.

### MADRID

**Oficinas:**  
Monte Esquinza, 30 - 4º D  
MADRID-4  
Tels. (91) 410 51 58/62/66

### Laboratorio:

Carretera de Loeches, 7  
TORREJON DE ARDOZ  
Tels. (91) 675 31 00/04/08

### BARCELONA

Pasaje Busquets, 37  
CORNELLA DE LLOBREGAT  
Tels. (93) 377 43 58/62

**Comité de Redacción  
de la Revista  
Hormigón y Acero**

ARENAS, Juan José  
AROCA, Ricardo  
BARREDO, Carlos  
CUVILLO, Ramón del  
CHUECA, Rafael  
ELICES, Manuel  
FERNANDEZ TROYANO, Leonardo  
FERNANDEZ VILLALTA, Manuel  
FISAC, Miguel  
JODAR, Juan  
JULIA, Manuel  
LLOMBART, José Antonio  
MANTEROLA, Francisco Javier  
MONEO, Mariano  
MORENO TORRES, Juan  
PIÑEIRO, Rafael  
ROMERO, Rafael  
SANCHEZ CASTRO, Carlos  
SANCHEZ GALVEZ, Vicente

# **hormigón y acero**

**n. 142**

## **índice**

	<u>Pág.</u>
Informe resumido de las actividades desarrolladas por la Asociación Técnica Española del Pretensado durante el año 1981. ....	9
Compte rendu de l'activité de l'Association Technique Espagnole de la Précontrainte au cours de 1981.	
Short report on the activity of the Spanish Technical Association of Prestressing during 1981.	
<i>R. Piñeiro</i>	
Xª Asamblea Técnica Nacional de la A.T.E.P. ....	21
Xª Assemblée Technique Nationale de la A.T.E.P.	
X A.T.E.P. National Technical Assembly.	
<i>R. Piñeiro</i>	
457-0-75 Teoría de la seguridad .....	25
La theorie de la sécurité,	
Safety theory,	
<i>Alfredo Páez.</i>	

457-5-8	Reglas prácticas para el análisis de los fenómenos de fatiga bajo solicitaciones repetitivas de amplitud no constante. .... Recommandations d'action pour l'analyse des phénomènes de fatigue sous des sollicitations répétitives d'amplitude non constante. Operation rules for the study of fatigue phenomena under inconstant amplitude. <i>Jesús Ortiz Herrera.</i>	87
591-1-37	Diseño óptimo de pórticos de edificación de hormigón armado ..... Conception optimale des portiques de bâtiment en béton armé. Optimal design of building frames of reinforced concrete. <i>Juan J. Moragues Terradas y J. Catalá Alis.</i>	105
685-0-11	El hormigón en masa en la Instrucción EH-80. .... Le béton de masse dans l'Instruction EH-80. Mass concrete in the Standard EH-80. <i>Javier Lahuerta.</i>	121
685-0-12	El contenido en finos de las arenas para hormigones. Propuesta de nuevos límites ..... La teneur en agrégats fins des sables pour les bétons. Une proposition de nouvelles limitations. Fine sand content in concrete. A new proposal. <i>Alberto Oroviogicoechea.</i>	139
837-8-3	Patología. Refuerzo de encepados sobre pilotes ..... Patologie. Renforcement au moyen d'un assemblage de pieux. Patology. Reinforcement by means of pile caps. <i>Antonio González Serrano.</i>	161

**RELACION DE EMPRESAS QUE EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO,  
FIGURAN INSCRITAS EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO,  
COMO "MIEMBROS COLECTIVOS"**

**ESPAÑA**

AGROMAN, S.A.— Madrid.  
ALBISA, S.A.— Algeciras (Cádiz).  
ARIDOS LIGEROS, S.A.— Madrid.  
AUTOPISTAS DEL ATLANTICO-CESA.— La Coruña.  
AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.— Barcelona.  
AUXINI, S.A.— Madrid.  
AZMA, S.A.— Madrid.  
BIGUETES, S.L.— Elche (Alicante).  
BUTSEMS, S.A.— Madrid.  
CAMARA OFICIAL DE COMERCIO, INDUSTRIA Y NAVEGACION.— Barcelona.  
CASTRO HERMANOS, S.L.— Mislata (Valencia).  
CASTRO MATELO, V., S.A.— Sigueiro (La Coruña).  
CATEDRA DE CONSTRUCCION II DE LA ESCUELA TECNICA DE INGENIEROS  
AGRONOMOS.— Córdoba.  
CEMENTOS MOLINS, S.A.— Sant Vicenc dels Horts (Barcelona).  
CENTRO DE ESTUDIOS CEAC.— Barcelona.  
CIMENTACIONES ESPECIALES, S.A.— Madrid.  
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS.— Madrid.  
COLEGIO DE INGENIEROS TECNICOS DE OBRAS PUBLICAS.— Madrid.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES.— La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.— Gerona.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE ARAGON. SECCION BIBLIOTECA.— Za-  
ragoza.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CANARIAS. DEPARTAMENTO LABORA-  
TORIOS. Sta. Cruz de Tenerife.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CATALUÑA.— Barcelona.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE MADRID. BIBLIOTECA.— Madrid.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.— Bilbao.  
COLEGIO OFICIAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.— Málaga.  
CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.— Madrid.  
CONTROLEX.— Alicante.  
COTESA, COLOCACIONES TECNICAS, S.A.— Barcelona.  
CUBIERTAS M.Z.O.V., S.A.— Barcelona.  
CUBIERTAS M.Z.O.V., S.A.— Madrid.  
CUMBRE MODULAR, S.A.— Barcelona.  
DIRECCION DE INFRAESTRUCTURA DEL MANDO SUPERIOR DE APOYO LOGIS-  
TICO DEL EJERCITO. MINISTERIO DEL EJERCITO.— Madrid.  
DITECO, S.L.— Valencia.  
ELABORADOS DE HORMIGON, S.A.— Burgos.



ELEMENTOS ESTRUCTURALES PREFABRICADOS (EEPSA).— Manresa (Barcelona).  
 EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA (AUXINI).— Madrid.  
 ENAGA, S.A.— Pozuelo de Alarcón (Madrid).  
 ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA INDUSTRIAL.— Córdoba.  
 ESTEBAN ORBEGOZO, S.A.— Zumárraga (Guipúzcoa).  
 ESTUDIO PREST.— Barcelona.  
 ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A.— Madrid.  
 E.T.S. DE ARQUITECTURA.— Barcelona;  
 E.T.S. DE ARQUITECTURA.— Sevilla.  
 EUROESTUDIOS, S.A.— Madrid.  
 FEDERACION NACIONAL DE ENTIDADES EMPRESARIALES DE DERIVADOS DEL  
 CEMENTO (ANDECE).— Madrid.  
 FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.— Madrid.  
 FORJADOS DOL.— Esquivias (Toledo).  
 FORJAS Y ALAMBRES DEL CADAGUA.— Erandio (Bilbao).  
 GIJON E HIJOS, S.A.— Motril (Granada).  
 GOMHERSA.— Talavera de la Reina (Toledo).  
 HIDAQUE, S.A.— Granada.  
 HORMIGONES GERONA, S.A.— Gerona.  
 HORMYCER, S.L.— Madrid.  
 HUARTE Y CIA, S.A.— Madrid.  
 IBERDUERO, S.A.— Bilbao.  
 IBERDUERO, S.A. (CENTRO DE DOCUMENTACION).— Bilbao.  
 IBERTECNICA, S.A.— Madrid.  
 IDASA, INGENIERIA DEL ATLANTICO, S.A.— La Coruña.  
 INBADELCA, S.A.— Baracaldo (Vizcaya).  
 INDUSTRIAS VEYGA, S.A.— Tarrasa (Barcelona).  
 INFORMES Y PROYECTOS, S.A. (INYSA).— Madrid.  
 INGENIERIA Y CONSTRUCCIONES SALA AMAT, S.A.— Barcelona.  
 INSTITUTO NACIONAL DE EMPLEO Y PROMOCION SOCIAL. SECCION ASUNTOS  
 GENERALES (SEAF-PPO).— Madrid.  
 INSTITUTO NACIONAL DE REFORMA Y DESARROLLO AGRARIO.— Madrid.  
 JULIAN ARUMI, S.L.— Vich (Barcelona).  
 LA AUXILIAR DE LA CONSTRUCCION.— Sta. Cruz de Tenerife.  
 LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.— Madrid.  
 LABORATORIO GEOCISA. BIBLIOTECA.— Coslada (Madrid).  
 LABORATORIO DE CARRETERAS Y GEOTECNIA JOSE LUIS ESCARIO.— Madrid.  
 LAING IBERICA, S.A.— Madrid.  
 LIBRERIA RUBIÑOS.— Madrid.  
 LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).— Castellón de la Plana.  
 MAHEMA, S.A.— Granollers (Barcelona).  
 MATERIALES Y TUBOS BONNA, S.A.— Madrid.  
 MECANOGUMBA, S.A.— Mollet del Vallés (Barcelona).  
 NUEVA CERAMICA CAMPO.— Lendo-Laracha (La Coruña).  
 OTEP INTERNACIONAL, S.A.— Madrid.  
 POSTELECTRICA, S.A.— Palencia.  
 POSTENSA, S.A.— Bilbao.  
 PRAINSA.— Zaragoza.

PREBETONG CANARIA, S.A.— Sta. Cruz de Tenerife.  
 PREFABRICADOS ALAVESES, S.A. (PREASA).— Vitoria.  
 PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).— León.  
 PREFABRICADOS DEL HORMIGÓN, S.A. (CUPRE-SAPRE).— Valladolid.  
 PREFABRICADOS NAVARROS, S.A.— Olazagutia (Navarra).  
 PREFABRICADOS POUSA, S.A.— Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).  
 PREFLEX. COMPAÑIA LABORAL, S.A. Gijón (Oviedo).  
 PRETENSADOS AEDIUM, S.L.— Multiva Baja (Navarra).  
 PREYPRESA.— Aranda de Duero (Burgos).  
 PRODUCTOS DERIVADOS DEL CEMENTO, S.A. HORTE.— Valladolid.  
 PROTEC, S.L.— Lugones (Oviedo).  
 REALIZACIONES Y ESTUDIOS DE INGENIERIA, S.A.— Pinto (Madrid).  
 RENFE (Madrid).  
 SAINCE.— Madrid.  
 S.E.A.T. (BIBLIOTECA).— Barcelona.  
 SENER, S.A.— Las Arenas (Vizcaya).  
 SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.— Barcelona.  
 SIKA, S.A.— Madrid.  
 SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.— Madrid.  
 SOCIEDAD ANONIMA FERROVIAL.— Madrid.  
 SOCIEDAD ANONIMA MATERIALES Y OBRAS.— Valencia.  
 SPANDECK CATALANA, S.A.— Barcelona.  
 SUBDIRECCION GENERAL DE EDIFICACION. SECCION DE NORMATIVA (MOPU).—  
 Madrid.  
 SUBDIRECCION GENERAL DE ESTUDIOS ECONOMICOS Y TECNOLOGIA (MOPU).—  
 Madrid.  
 TEJERIAS "LA COVADONGA".— Muriedas de Camargo (Santander).  
 TEPESA.— Tarrasa (Barcelona).  
 TOSAM, S.L.— Segovia.  
 TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPESA).— Madrid.  
 TUBOS BORONDO.— Madrid.  
 UNIVERSIDAD POLITECNICA. HEMEROTECA.— Valencia.  
 VALLEHERMOSO, S.A.— Madrid.  
 VALLEHERMOSO, S.A.— San Juan de Aznalfarache (Sevilla).  
 VIAS Y OBRAS PROVINCIALES.— San Sebastián.  
 VIGAS REMARRO.— Motril (Granada).  
 VIGUETAS ASTURIAS, S.A.— Oviedo.

## EXTRANJERO

ASOCIACION DE FABRICANTES DE CEMENTO PORTLAND DEL URUGUAY.—  
 Montevideo (Uruguay).  
 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND.— Sao Paulo (Brasil).  
 BIBLIOTECA DE LA FACULTAD DE INGENIERIA. UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
 Buenos Aires (Argentina).



BIBLIOTECA DE INGENIERIA, UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU.— Lima (Perú).  
 CEPIC, S.C.— Córdoba (Argentina).  
 CONSULAR. CONSULTORES ARGENTINOS ASOCIADOS.— Buenos Aires (Argentina).  
 CONSULBAIRES.— Buenos Aires (Argentina).  
 COPERCO.— Mendoza (Argentina).  
 FACULTAD DE ARQUITECTURA, UNIVERSIDAD DE VALPARAISO.— Valparaíso (Chile).  
 FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS E INGENIERIA.— Rosario (Argentina).  
 FACULTAD DE INGENIERIA, BIBLIOTECA.— Caracas (Venezuela).  
 INSTITUTO NACIONAL DE TECNOLOGIA, CENTRO DE INVESTIGACION DOCUMENTARIA.— Buenos Aires (Argentina).  
 INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLOGICAS, BIBLIOTECA CENTRAL, Sao Paulo (Brasil).  
 LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.— Luanda (Rep. P. de Angola).  
 MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS, DIRECCION DE VIALIDAD, DIVISION BIBLIOTECA Y PUBLICACIONES.— La Plata, Provincia de Buenos Aires (Argentina).  
 R.S.W. "PRASA-KSIAZKA-RUCH".— 00-958, Warszawa (Polonia).  
 SOCIEDAD HORMIGON ARMADO PRETENSADO (S.H.A.P., S.A.).— Pilar, Provincia de Buenos Aires (Argentina).  
 UNIVERSIDAD DE LOS ANDES, FACULTAD DE INGENIERIA.— Mérida (Venezuela).  
 UNIVERSIDAD CATOLICA MADRE Y MAESTRA.— Santiago de los Caballeros (República Dominicana).  
 UNIVERSIDAD CATOLICA VALPARAISO, BIBLIOTECA CENTRAL, DEPARTAMENTO ADMINISTRATIVO, Valparaíso (Chile).  
 UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO, BIBLIOTECA.— Mayaguez (Puerto Rico).  
 UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTAMARIA.— Valparaíso (Chile).

### **AVISO IMPORTANTE**

#### **DISCUSION DE LOS ARTICULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA "HORMIGON Y ACERO"**

Todos los artículos originales que se publican en "Hormigón y Acero", quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002, Madrid-33, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestando todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.

## **Informe resumido de las actividades desarrolladas por la Asociación Técnica Española del Pretensado durante el año 1981**

**Por: R. Piñeiro**  
**Vocal Secretario de la A.T.E.P.**

Cuando, al finalizar cada año, en cumplimiento de uno de los acuerdos adoptados por la Junta de Gobierno de la Asociación, nos ponemos a redactar el resumen de las actividades desarrolladas durante los últimos doce meses anteriores, nos surge siempre la misma duda. ¿Puede, realmente, interesar a alguien este resumen?

Estimamos que, a primera vista, podría pensarse que puesto que, como tantas veces se ha dicho, la A.T.E.P. no es otra cosa que una agrupación de personas con actividades, inquietudes, problemas y aspiraciones comunes, lo que la Asociación hace no puede ser más que lo que sus Miembros hacen y, por consiguiente, puesto que, como es lógico, cada uno es consciente del trabajo que ha realizado, estas líneas no tendrían otra utilidad que la de servir de recordatorio de la labor efectuada. Aunque quizás esto bastase para justificar la publicación de este resumen, la verdad es que el anterior razonamiento es cierto pero incompleto. Por una parte, es evidente que no todos los Miembros de la A.T.E.P. intervienen en todas las actividades y, por lo tanto, sólo tienen un conocimiento parcial de las mismas. Por otra parte, todos los años, afortunadamente, se producen nuevas Altas en la Asociación. Tanto en un caso como en otro, parece lógico pensar que es oportuno darles una sumaria información sobre las actividades últimamente desarrolladas o actualmente en curso, para que puedan tener una idea precisa de dónde estamos y a dónde vamos o intentamos llegar.

Y vistas así las cosas ya queda más claro que es conveniente redactar y publicar este resumen, para general conocimiento. Ahora bien; dado que actualmente tenemos en cartera, pendientes de publicación, un elevado número de trabajos originales de gran interés, y que el volumen de nuestra Revista, por imperativos económicos no puede aumentarse, hemos de procurar que esta reseña sea breve para entorpecer lo menos posible la inclusión de otros artículos que, seguramente, han de resultar mucho más interesantes y provechosos para nuestros lectores.

En consecuencia, si siempre en estos resúmenes se ha buscado la concisión, en estos momentos en que la cantidad de artículos pendientes es cada vez mayor se intentará extremar su brevedad.



De acuerdo con este criterio, y antes de iniciar la acostumbrada enumeración ordenada de las más importantes actividades desarrolladas por la A.T.E.P. a lo largo de 1981, empezaremos por comentar algunos sucesos, especialmente singulares por su influencia en el creciente prestigio de nuestra Asociación.

En primer lugar, queremos dejar constancia de la satisfacción con que hemos recibido la noticia del nombramiento de D. José Antonio Torroja, Vicepresidente de nuestra Asociación, como Director de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, de Madrid. Desde estas páginas, y en nombre de todos los Miembros de la A.T.E.P., le enviamos nuestra más sincera felicitación y le deseamos los mayores éxitos en el desempeño de su nuevo cargo.

Mención especial merece también la celebración del III Simposio Internacional de la F.I.P. sobre "Corrosión bajo tensión, de aceros de pretensado". Este Simposio, organizado por iniciativa del Sr. Elices, tuvo lugar, en El Escorial, durante los días 22 y 23 de setiembre de 1981. La convocatoria se hizo en nombre de la Comisión de la F.I.P. sobre "Aceros para pretensado", a la que pertenece el Sr. Elices en representación del Grupo nacional español y que está presidida por el Profesor A.S.G. Bruggeling, de Holanda. El Simposio estuvo patrocinado por la Asociación Técnica Española del Pretensado.

Como Miembro del Comité Organizador actuaron los Señores: A.S.G. Bruggeling (Presidente); F. Arredondo (Presidente de la A.T.E.P.); J. Calavera; M. Elices; R. Piñeiro y V. Sánchez Gálvez.

Asistieron más de cuarenta representantes de diferentes países y se presentaron numerosas Comunicaciones, de gran interés, sobre diversos trabajos de investigación relacionados con el tema del Simposio. La A.T.E.P. obsequió a los participantes con una cena en la Hospedería del Valle de los Caídos.

Al término del Simposio, en el curso del cual se visitó el Monasterio del Escorial y se celebraron también otros Actos sociales ofrecidos por entidades y empresas nacionales, los participantes expresaron su satisfacción por la organización de las reuniones y el elevado nivel técnico de las Comunicaciones y de los debates celebrados.

Se estima que este tipo de reuniones tiene gran importancia para nuestra Asociación ya que, indudablemente, contribuyen a acrecentar su prestigio en el campo internacional.

Y dentro de este capítulo de actividades extraordinarias, necesariamente hemos de incluir la celebración de la Xª Asamblea Técnica Nacional de la A.T.E.P. De todos es conocido que estas Asambleas, que nuestra Asociación viene celebrando regularmente cada tres años, constituyen una de sus más destacadas actividades y tienen una especial importancia y repercusión en el ámbito de la técnica del pretensado en nuestro país. En su organización y desarrollo intervienen numerosos Miembros de la A.T.E.P. y en ello se ocupan, durante varios meses, con una entrega total. Y gracias a esta inestimable y desinteresada colaboración, que nunca podremos agradecer suficientemente, cada nueva Asamblea supera en sus resultados a las anteriores.

Estas reuniones, en las cuales se presenta la oportunidad de intercambiar conocimientos y experiencias entre todos los que en ellas participan, procedentes de los más diversos campos de actividad relativos a la técnica del pretensado; en las cuales todos tienen algo que decir y algo que aprender; que constituyen una verdadera puesta al día de los conocimientos y de las realizaciones nacionales en hormigón pretensado, son siempre acogidas con el mayor interés. Y como, afortunadamente, los resultados nunca defraudan, cuantos en ellas participan, después de haber pasado unos días de agradable convivencia, reanudando antiguas amistades y creando otras nuevas, cuando se clausura la Asamblea todos se vuelven a sus lugares de origen satisfechos y con el convencimiento de haber obtenido un provechoso beneficio de la inversión de tiempo realizada.

La Xª Asamblea se celebró, en Murcia, durante los días 16 al 20 de noviembre último. Como quiera que en este mismo número de "Hormigón y Acero" se incluye una breve reseña de lo que han sido estas reuniones, no vamos a extendernos sobre el particular. Queremos, únicamente, hacer constar que nuestro deseo hubiese sido empezar ya a publicar los textos de las cincuenta y cuatro Comunicaciones que se presentaron y discutieron durante las siete Sesiones de Trabajo programadas. No obstante, debido a que algunos de los Autores, aún no nos han enviado los originales correspondientes, no nos ha sido posible cumplir este deseo, cosa que lamentamos. Sin embargo, esperamos que, en fecha inmediata, habremos de recibir las Comunicaciones que nos faltan y así, en el próximo número de "Hormigón y Acero", correspondiente al segundo trimestre del presente año, podremos ya iniciar su publicación, agrupándolas en los cinco Temas elegidos para esta Asamblea y que fueron:

- Tema I — Materiales componentes del hormigón pretensado. Trabajos de investigación relacionados con el estudio y aplicaciones de dichos materiales.
- Tema II — Forjados pretensados.
- Tema III — Conducciones y tuberías de hormigón pretensado.
- Tema IV — Normativa sobre hormigón pretensado. Métodos de cálculo.
- Tema V — Realizaciones.

Como ya es tradicional, con motivo de esta Asamblea se entregaron tres nuevas "Medallas de la A.T.E.P." a los tres Miembros de nuestra Asociación que, de acuerdo con la encuesta al efecto celebrada, se consideró que reunían los mayores méritos para ser premiados con esta distinción. Realmente, cada vez resulta más difícil y comprometida la adjudicación de estas Medallas porque, indudablemente, son muchos los que se la merecen y solamente tres (una por año) las que se pueden conceder. En esta ocasión, los galardonados fueron, citados por orden alfabético, los siguientes:

Ginés Aparicio  
Manuel Elices  
Javier Manterola

Conste nuestra más cordial felicitación a los tres.

Terminamos con ésto los comentarios previos y pasamos, rápidamente, a la ordenada enumeración de las principales actividades de la A.T.E.P. durante 1981.

## 1. REUNIONES PUBLICAS ORGANIZADAS POR LA ASOCIACION

Dejando aparte las reuniones extraordinarias, ya comentadas, durante 1981 se celebraron las siguientes:

### Mesa Redonda sobre la Instrucción E.P.— 80

En el "Resumen de Actividades" correspondiente a 1980 (véase "Hormigón y Acero" nº 138) se comentaba que, ante la entrada en vigor, con carácter obligatorio de la "Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado, E.P.— 80", y dada la importancia y trascendencia de la misma para la técnica del pretensado en nuestro país, con el objeto de hacer posible que todos los interesados en el tema pudiesen exponer sus sugerencias en relación con el texto aprobado, plantear consultas y solicitar aclaraciones, se tenía previsto organizar una Mesa Redonda, con el carácter de coloquios abiertos, sobre la Instrucción E.P.— 80.



De acuerdo con este criterio, durante tres lunes consecutivos, los días 23 de febrero y 2 y 9 de marzo, se celebraron las correspondientes reuniones en el Salón de Actos del Instituto Eduardo Torroja. Para su comentario y discusión, se dividió la Instrucción en tres partes a cada una de las cuales se dedicaría una de las Sesiones.

En la primera (23 de febrero) se tratarían los siguientes temas: Generalidades, Materiales, Ejecución, Características mecánicas de los materiales, Acciones y Bases de cálculo. En la segunda (2 de marzo): Estados límites de equilibrio, Estados límites de agotamiento por flexión y cortante, y Estado límite último de pandeo. Y, finalmente, en la tercera (9 de marzo): Estado límite de fisuración, Estado límite de deformación, Zonas de anclaje, Forjados y Control.

La Sesión del 23 de febrero, por circunstancias que están en la mente de todos, hubo de suspenderse a los pocos minutos de su comienzo. Como consecuencia, los temas que en



*Mesa Redonda, EP-80, 1ª Sesión, Sres. del Corro, Arredondo, Guitart, Aguirre y Calavera.*

ella iban a ser discutidos se trasladaron a las siguientes, prolongando el tiempo para éstas programado. Esta primera Sesión estaba presidida por el Sr. Guitart, Presidente de la Comisión Permanente del Hormigón, del M.O.P.U.; la segunda, la presidió el Sr. Aguirre, Director del Instituto Eduardo Torroja y la tercera, el Sr. Arredondo, Presidente de la A.T.E.P.

Para responder a las consultas formuladas por los participantes, estuvieron presentes varios Miembros de la Comisión Permanente del Hormigón y los de la Junta de Gobierno de la A.T.E.P. que han colaborado en la redacción de la E.P.— 80.

A lo largo de las Sesiones se hicieron numerosas observaciones al texto de la Instrucción, la mayoría muy acertadas, y se propusieron modificaciones para aclarar o mejorar el contenido de la E.P.— 80 de las cuales la Secretaría de la Comisión Permanente tomó la debida nota, para su posterior estudio.

Como resumen, puede decirse que las reuniones resultaron provechosas y que en ellas quedó patente la necesidad de proceder a una detenida y amplia revisión a fondo de varios de los Capítulos del actual texto de la E.P.— 80.

21 de mayo

En este día, D. Alfredo Páez pronunció una interesante conferencia con el título "Influencia de los riesgos humanos en los márgenes de seguridad". Con su habitual maestría, el Sr. Páez expuso sus teorías sobre el particular e hizo una puesta al día de la situación de este problema en los distintos países, y un comentario a las diversas soluciones que al mismo se han dado, señalando sus ventajas e inconvenientes. Al final de la intervención del Sr. Páez, se entabló un amplio y animado coloquio sobre este trascendental tema para el correcto cálculo de las estructuras.

El texto de esta conferencia se publica en el presente número de nuestra Revista "Hormigón y Acero".



*Mesa Redonda, EP-80. 2ª Sesión, Sres. del Pozo, Arredondo, Guitart, Aguirre y Calavera.*

4 de noviembre

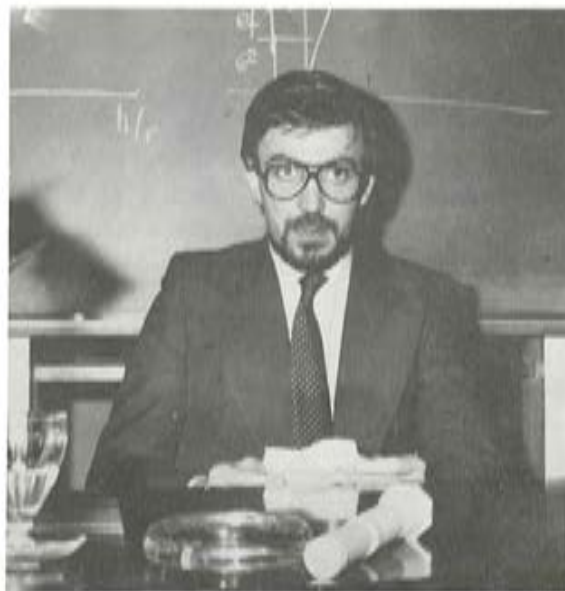
El Dr. Ingeniero de Caminos D. Hugo Corres, en un Acto público organizado por nuestra Asociación y celebrado el día 4 de noviembre, en los locales del Instituto Eduardo Torroja, desarrolló el tema: "Dimensionamiento de soportes esbeltos de hormigón". La clara exposición que de este problema hizo el Sr. Corres, fue seguida con gran interés por los asistentes. Al término de esta intervención, se abrió un amplio coloquio durante el cual fueron solicitadas al conferenciante algunas aclaraciones y se le formularon diversas preguntas que fueron cumplidamente contestadas.

Con estos Actos y los ya anteriormente comentados, se cubrió el programa previsto para el año 81, con el fin de mantener el contacto directo entre todos los Asociados y procurar su más amplia y mejor información posible sobre los distintos problemas relativos a la técnica del pretensado y sobre las novedades que, en este campo, se van presentando.





*Sr. Páez Balaca*



*Sr. Corres Peiretti*

## 2. PUBLICACIONES

Para general conocimiento, a continuación se reproducen los índices de los cuatro números de nuestra Revista "Hormigón y Acero", publicados durante el pasado año.

### Número 138. Primer trimestre de 1981

- "Informe resumido de las actividades desarrolladas por la Asociación Técnica Española del Pretensado durante el año 1980". Por: R. Piñeiro.
- "Cálculo del estado tensional inicial en las vigas de hormigón, pretensadas por adherencia". Por: J. J. Arenas de Pablo.
- "Estudio sobre tableros de puentes. Parte 1ª. Tableros de vigas". Por: F.J. Manterola.

### Número 139. Segundo trimestre de 1981

- "Estudio sobre tableros de puentes. Parte 2ª. La sección cajón". Por: F. J. Manterola.
- "Evolución de los métodos de cálculo de láminas plegadas. Una aportación al análisis de estructuras no prismáticas". Por: J.R. González de Cangas, A. Samartín y J. Martínez González.

#### Número 140. Tercer trimestre de 1981

- "Recomendaciones de la Asociación Internacional de Estructuras laminares y espaciales. Grupo de Trabajo n.º 5". Por: V. Jaria y A. Samartín.
- "Estudio sobre tableros de puentes. Parte 3ª. El puente curvo". Por: F. J. Manterola.
- "Cálculo de la matriz de rigidez de una estructura, referida a grados de libertad seleccionados". Por: A. Recuero.

#### Número 141. Cuarto trimestre de 1981

- "La segunda terminal del aeropuerto Charles de Gaulle, en Roissy-en-France". Por: R. Piñeiro.
- "Estudio sobre tableros de puentes. Parte 4ª. El tablero oblicuo". Por: F.J. Manterola.
- "Coste mínimo de muros de hormigón armado para sostenimiento. Caso particular para muros de sostenimiento de granos". Por: F. Pérez García y J. Ayuso Muñoz.
- "El ferrocemento: Una nueva posibilidad en los materiales de construcción". Por: L. M. Ortega Basagoiti.

Estimamos que es realmente alentador poder comprobar, mediante la simple lectura de los anteriores Índices, cómo nuestra insistencia en la demanda de colaboraciones para poder mantener el contenido de nuestra Revista al elevado nivel técnico en que se ha conseguido situarla y siempre a base de artículos originales, ha dado los frutos que cabía esperar y, en la actualidad, "Hormigón y Acero" ha consolidado un prestigio, tanto en España como en el extranjero, del que debemos sentirnos plenamente satisfechos. A cuantos en ella colaboran, nuestra más cordial y sincera felicitación.

De los comentarios que se nos hacen, se deduce que, dentro del campo técnico cubierto por esta publicación, en nuestro país no hay ninguna otra que pueda compararse con ella. Especiales elogios ha merecido la serie de los cuatro artículos monográficos sobre "Tableros de puentes" de F.J. Manterola y que, según la opinión general, constituyen un estudio exhaustivo y una puesta al día excepcional de tan interesante tema, que difícilmente podrá encontrarse en ninguna otra publicación. Y este es sólo un ejemplo que destacamos ahora por su actualidad. Pero otros muchos podrían ser citados.

No dudamos que, cuanto queda expuesto, habrá de servir de estímulo a todos para seguir prestando su inapreciable colaboración, con el objeto de poder continuar el camino emprendido por las elevadas cotas por las que ahora nos movemos.

Lo único que lamentamos es que no se nos envíen, para su inclusión en la Revista, más comentarios a los artículos publicados. El poder mantener, como es normal en otras publicaciones análogas extranjeras, una sección en la que se discutan los trabajos que van apareciendo, creemos que sería francamente positivo y daría a "Hormigón y Acero" un carácter más vivo y polémico que a todos agradecería. A pesar de las repetidas llamadas que sobre el particular se han hecho, por el momento los resultados son prácticamente nulos. Pero no nos desalentamos por ello. Seguiremos insistiendo y estamos seguros de que llegaremos a ser escuchados. Más difícil era conseguir poder completar la revista con artículos originales de interés, y a la vista está en qué medida lo hemos logrado. ¡Animo pues!

Dentro de este apartado de publicaciones hemos de comentar también que se sigue trabajando en la preparación del Manual H.P.— 6 relativo a "Conservación de obras pretensa-



das". Se ha concluido la redacción completa del primer borrador y, en estos momentos se trabaja en la redacción definitiva que se espera tener lista, para su entrega a imprenta, antes del verano.

Con ocasión de la Xª Asamblea de la Asociación, a la que ya se ha hecho referencia, el Sr. Cuvillo, que preside el Grupo de Trabajo al que se ha encomendado la preparación del Manual, presentó una comunicación en la que expuso el objetivo que se trata de alcanzar y los principales aspectos de su contenido. Destacó la importancia que tiene para todos los tipos de estructuras y, por consiguiente, también para las pretensadas, el prever, incluso a partir de la fase de proyecto, las oportunas medidas para hacer posible un fácil y eficaz mantenimiento de las obras en las condiciones adecuadas, con el fin de eliminar los problemas que se derivan de una mala conservación.

Dado el interés del tema y su actualidad, es indudable que la publicación de este Manual, fruto como siempre de una labor en equipo de los Miembros de la A.T.E.P., habrá de tener una acogida tanto o más favorable que todos los hasta ahora editados por la Asociación.

### 3. DISTRIBUCION DE LIBROS

Esta actividad, constituye una de las más laboriosas tareas encomendadas a la Asociación. No obstante, no se quiere abandonar por los indudables beneficios que reporta a todos los Miembros de la A.T.E.P. A pesar del coste cada día más elevado de estas publicaciones, agravado por el desfavorable cambio de nuestra moneda, la distribución de los libros que con carácter de exclusividad y sensibles descuentos nos ofrece la F.I.P. para su distribución entre nuestros Asociados, sigue teniendo una acogida francamente favorable.

A lo largo de 1981 se han distribuido:

- 14 ejemplares de: "Report on prestressing steel 5.- Stress corrosion cracking resistance test for prestressing tendons".
- 25 ejemplares de: "Concrete Society Technical Report nº 19. Counter-Cast segmental bridge construction".
- 15 ejemplares de: "Concrete Society Publication: Concrete on site. A checklist".
- 12 ejemplares de: "Man on the jobs leaflets. Set of 18 covering a build site".
- 39 ejemplares de: "FIP Recommendations for the design of the flat slabs in post-tensioned concrete (using unbonded and bonded tendons)".
- 20 ejemplares de: "The Concrete Society Code of Practice for sprayed concrete".
- 20 ejemplares de: "Visual concrete: design and production".
- 19 ejemplares de: "A guide to chemical admixtures for concrete".
- 17 ejemplares de "Strip foundations for houses".
- 18 ejemplares de: "Concreting in hot weather".
- 8 ejemplares de: "External rendering".
- 12 ejemplares de: "Report on prestressing steel 6. Influence of stray electrical currents on the durability of prestressed concrete structures", y
- 16 ejemplares de: "Prestressed concrete for the storage of liquefied gases", por el Prof. Bruggeling.

En definitiva, se han distribuido 235 ejemplares de libros editados por la F.I.P., a pesar de todas las dificultades y numerosos trámites que supone la obtención de las necesarias divisas y la realización de las importaciones. Además, se hace preciso invertir por adelantado una importante cantidad, de la cual la Asociación se va resarcido posteriormente, poco a poco, a medida que los interesados van retirando y abonando sus pedidos. A este respecto, es necesario llamar la atención sobre los perjuicios que sufre la A.T.E.P. cuando se demoran estos pagos. Y mucho más cuando, como en algunas ocasiones (aunque afortunadamente muy pocas) ha ocurrido, el interesado no se hace cargo del pedido formulado. Ello supone compensar a la Asociación por las molestias ocasionadas, los servicios prestados y las inversiones realizadas, infringiéndola una sensible pérdida económica. Evidentemente, esto no es justo; y esperamos que situaciones como ésta, francamente inadmisibles, no vuelvan a presentarse.

Ultimamente, la F.I.P. nos ha informado de que han sido editadas algunas nuevas publicaciones. En fecha próxima, se pasará la correspondiente oferta a todos los Asociados.

#### 4. OTRAS ACTIVIDADES

Aparte de cuanto queda reseñado, la A.T.E.P. ha continuado realizando otra serie de actividades que, de acuerdo con los Estatutos, tiene encomendadas.

Entre ellas, mencionaremos únicamente aquellas que pueden ofrecer mayor interés por su influencia en el desarrollo y perfeccionamiento de la técnica del pretensado. Citaremos, en primer lugar, la colaboración que viene prestando a otros Organismos y Entidades, nacionales y extranjeros, en los trabajos relacionados con el pretensado.

Continúa participando en los Organos Directivos de la Federación Internacional del Pretensado y en la mayor parte de sus Comisiones Técnicas. Ultimamente, se han producido las siguientes nuevas adscripciones, en las Comisiones que se indican, como representantes de la A.T.E.P.:

- D. Vicente Coello, en la Comisión de "Estructuras en zonas sísmicas";
- D. José Manuel Gállego, en la Comisión de "Aceros de pretensado", y
- D. Teófilo Serrano, en el Grupo de Trabajo sobre "Ferrocemento".

Estos tres Ingenieros, trabajan actualmente en el Laboratorio Central de Estructuras y Materiales.

En relación con los últimos acuerdos adoptados por el Consejo Administrativo de la F.I.P., deben destacarse los siguientes:

- Se ha aprobado un aumento del 10 por 100 en el importe de las cuotas anuales que deben abonar los diversos Grupos Nacionales Miembros de la Federación. En virtud de este acuerdo, España deberá pagar en 1982 la cantidad de 5.500 francos suizos.
- Quedaron aprobados, pendientes de ratificación por la Asamblea General que se celebrará durante el Congreso Internacional de Estocolmo, los nuevos Estatutos de la F.I.P., en los cuales se han introducido diversos cambios respecto a los Estatutos hasta ahora vigentes. Los principales son los siguientes:
  - Desaparece el Comité Ejecutivo y se mantiene el Consejo Administrativo, ampliándose sus competencias.
  - Se nombra un Presidium como Organo Directivo de carácter permanente.
  - Se incluyen nuevas normas sobre creación y funcionamiento de las Comisiones Técnicas.



- Se admite la posibilidad de celebrar Asambleas Generales de carácter extraordinario, cuando así lo solicite el 25 por 100, al menos, de los Grupos Nacionales.
- Se aprobó el programa de reuniones del Consejo Administrativo para los próximos años. La de otoño de 1983 se celebrará en España.
- En cuanto a las Comisiones Técnicas, se han acordado varios cambios. Se amplía el campo de actuación de la actual Comisión de "Hormigones ligeros", que pasará a denominarse "Hormigones ligeros y otros hormigones especiales". La de "Vasijas de presión y depósitos", se dividirá en dos, una que se limitará al estudio de las "Vasijas de presión" y otra que se ocupará del tema de los "Depósitos" con especial dedicación a los de G.N.L. Finalmente, la Comisión de "Estructuras marítimas" también se desdoblará en dos, una dedicada a las estructuras "off-shore" y otra a estructuras marítimas costeras (muelles, puertos, etc.).

Colabora también la A.T.E.P. en los trabajos de la Comisión Permanente del Hormigón, del M.O.P.U.; en los Grupos de Trabajo que tienen encomendada la revisión de las UNE correspondientes a los aceros de pretensado y sus métodos de ensayos; en la Dirección del Sello de Conformidad CIETAN para viguetas pretensadas; en diversos Grupos de Trabajo de la Asociación Española para el Control de la Calidad, etc. En relación con estos temas queremos destacar, únicamente, que por Orden del Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo de 20 de enero de 1981, publicada en el B.O.E. n.º 41, del 17 de febrero del mismo año, ha sido concedida la homologación del Sello de Conformidad CIETAN. Confiamos que ésto habrá de contribuir, de modo fundamental, a poner orden en este sector de la construcción, tan necesitado de medidas que permitan clarificar el mercado, haciendo desaparecer aquellos productos que por no poseer unas garantías mínimas de calidad, sólo sirven para desacreditar las viguetas de hormigón pretensado, con los consiguientes perjuicios.

Debemos comentar también los trabajos que se están realizando para organizar unas Jornadas sobre "Técnicas del Hormigón armado y pretensado en centrales nucleares". El tema ya ha sido citado en el resumen correspondiente a 1980, publicado en el n.º 138 de "Hormigón y Acero". Por consiguiente, solo añadiremos que, a lo largo del año, se han ido concretando diversos detalles y, en estos momentos, nos encontramos en la última fase de la organización.

Las Jornadas se celebrarán, en Madrid, en los locales del Instituto Eduardo Torroja, durante los días 18, 19, 20 y 21 de mayo del presente año. Habrá siete Sesiones Técnicas, una Sesión Informativa, una exposición de materiales, equipos, fotografías, catálogos, etc., relativos al tema de las Jornadas y el día 20 se dedicará a una visita de jornada completa, con almuerzo incluido, a las obras de la central nuclear de Trillo. Los temas fijados para las Sesiones Técnicas son:

- Normativa y requisitos básicos del proyecto.
- Proyecto.
- Materiales y sistemas de pretensado (se incluyen aquí también los estudios sobre blindajes, acabados superficiales y elementos desmontables).
- Control y garantía de calidad: a) del proyecto; b) de los materiales y equipos; c) de la ejecución.
- Realizaciones.
- Recepción de la obra, vigilancia y mantenimiento.

Todos los inscritos en las Jornadas recibirán un volumen con el texto completo de las Comunicaciones presentadas.

Se ha enviado ya una primera circular incluyendo una ficha de inscripción provisional. Las contestaciones recibidas permiten augurar un gran éxito para estas reuniones, cuyo objetivo fundamental es el de llegar a establecer las bases necesarias para la redacción de una normativa nacional relativa al proyecto, ejecución y control de las centrales nucleares que se construyan, en España, en hormigón armado o pretensado.

Y para terminar ya con esta enumeración de actividades, cabe añadir que la Junta de Gobierno de nuestra Asociación, que es la encargada de encauzar, dirigir y controlar todas las actuaciones de la A.T.E.P., ha celebrado seis reuniones a lo largo de 1981. De la eficacia de su labor dan fé los comentarios resumidos que quedan expuestos.

\*\*\*

Nos queda, únicamente, hacer algunos comentarios sobre las actividades y los trabajos más destacados que se tiene previsto realizar a lo largo del año que ahora se inicia.

Citándolos por orden cronológico, tenemos, en primer lugar, las Jornadas sobre centrales nucleares, de las que ya se ha hablado. Y dentro de este Grupo de "Actos extraordinarios", nos encontraremos enseguida con el IX Congreso Internacional de la F.I.P. que tendrá lugar, en Estocolmo, del 6 al 10 de junio. La importancia de estos Congresos que cada cuatro años organiza la Federación, no es necesario subrayarla. A todos se ha enviado ya una circular dándoles cumplida información sobre la organización de un viaje colectivo para los participantes españoles en el Congreso; organización de la cual se ha encargado la Agencia Wagons-Lits, que es la que ha ofrecido las condiciones más ventajosas. Somos conscientes de las actuales dificultades económicas, y de lo elevados que resultan los derechos de inscripción establecidos por la Comisión Organizadora del Congreso. No obstante, confiamos en que se logrará reunir el suficiente número de participantes para que nuestro país se encuentre dignamente representado en dicho Congreso.

Según la información dada en la última reunión del Consejo Administrativo de la F.I.P., se presentarán 229 Comunicaciones en las Sesiones Técnicas: 149 en inglés, 19 en francés, 31 en alemán y 30 en ruso. Los textos de estas Comunicaciones se recogerán en cuatro volúmenes de "Proceedings", de los cuales tres se entregarán con la documentación inicial y uno, posteriormente.

Realmente, estimamos que merece la pena hacer un esfuerzo, dentro de lo posible, para acudir a estos Congresos; sobre todo teniendo en cuenta que sólo se celebran cada cuatro años.

También en el año que ahora comienza se publicarán, según ya se ha anunciado los textos completos de todas las Comunicaciones presentadas en nuestra Xª Asamblea Técnica Nacional y, con toda probabilidad, el nuevo Manual H.P.— 6 de la A.T.E.P., del que ya se ha informado.

En otro orden de cosas, de acuerdo con los Estatutos, corresponde este año celebrar elecciones para la renovación de la mitad de los Vocales de nuestra Junta de Gobierno. Estas elecciones que se efectuarán de acuerdo con las mismas normas y por los mismos procedimientos que todas las anteriores, se tienen previstas para el mes de junio. Oportunamente, se distribuirá la información correspondiente. Pero ya se puede ir pensando en los candidatos que cada uno estime más idóneos. Habrá que designar cinco nuevos Vocales.

Y como último comentario queremos referirnos a un tema que siempre ha preocupado a la Asociación y que, en la actualidad, de acuerdo con las informaciones recibidas, parece que se ha agudizado.



Según los Estatutos, la A.T.E.P. procura contribuir, en la medida de sus posibilidades, al perfeccionamiento y desarrollo de la técnica del pretensado, colaborando en todas aquellas actividades que puedan ayudar a mejorar la calidad y evitar cualquier tipo de fallo en las obras pretensadas.

Pues bien; se tiene noticia de que, últimamente, se están dando algunos casos de incidentes, a causa de notorias negligencias y defectos en el proceso de ejecución. Se conocen casos concretos en la construcción de losas para forjados, con cables no adherentes, en los que al utilizar anclajes que no cumplen los mínimos requisitos de calidad, como luego quedan ocultos, pueden originar percances. Análogas circunstancias se presentan en los forjados con viguetas pretensadas, dadas las condiciones en que se desenvuelve este mercado y que anteriormente han sido comentadas. También ocurre que, siendo nuestro país uno de los pocos en los que no se exige homologación de los sistemas de pretensado, se están utilizando aquí los que en otras naciones se encuentran prohibidos, tales como los que emplean anclajes multifilares, con cuña central única, que resultan poco fiables sobre todo cuando se trata de elementos estructurales que hayan de estar sometidos a cargas dinámicas.

Con el objeto de evitar el desprestigio injustificado que estos y otros casos análogos podrían ocasionar a la técnica del pretensado, se hace cada día más necesario arbitrar las oportunas medidas que garanticen la calidad de las obras.

La A.T.E.P. ha prestado siempre su colaboración en todos los trabajos encaminados a evitar que se produzcan situaciones como las que quedan señaladas. Como ejemplo puede mencionarse la publicación de sus Manuales. Recordemos sus títulos: H.P.— 2 “Recomendaciones para la ejecución y el control del tesado de las armaduras postesas”; H.P.— 3 “Recomendaciones para la ejecución y control de la inyección”; H.P.—4 “Recomendaciones para la aceptación y utilización de los sistemas de pretensado para armaduras postesas”, y H.P.—5 “Recomendaciones para la disposición y colocación de armaduras”. Son una serie de normas de buena práctica, cuya observancia puede contribuir a eliminar muchos de los errores más frecuentes en los procesos de ejecución.

Bien conocida es también la colaboración de la A.T.E.P. en el Sello de Conformidad “CIETAN” para viguetas pretensadas, el cual, una vez ya homologado por el M.O.P.U., habrá de contribuir, fundamentalmente, a la mejora y garantía de la calidad de los forjados pretensados.

Es decir, que nuestra Asociación está siempre dispuesta a prestar su leal y más entusiasta colaboración en cuanto pueda contribuir a asegurar la calidad de las obras pretensadas; pero sus posibilidades son limitadas y por ello, desde estas páginas (y con ello terminamos) pedimos a todos que, cada uno dentro de su propio campo de actividad, haga lo posible por evitar que se produzcan estas situaciones que a todos afectan, y nos envíen sus sugerencias respecto a las actuaciones que, a su juicio, podría emprender la A.T.E.P. en beneficio de la garantía de calidad de las obras pretensadas, como corporación especialmente interesada en velar por el prestigio de la **TECNICA DEL PRETENSADO**.



## **Xª Asamblea Técnica Nacional de la A.T.E.P.**

De acuerdo con las normas establecidas, la Asociación Técnica Española del Pretensado (A.T.E.P.), ha celebrado su Xª Asamblea Técnica Nacional, durante los días 16 al 20 de noviembre de 1981. Estas Asambleas se vienen organizando, regularmente, cada tres años. La anterior tuvo lugar, en La Coruña, en octubre de 1978. Para sede de esta Xª Asamblea se eligió la ciudad de Murcia.

En ella han participado 160 técnicos españoles, de los cuales 50 asistieron acompañados de sus respectivas esposas.

Gracias a la generosidad de la Dirección de la Caja de Ahorros de Alicante y Murcia, tanto las Sesiones de Trabajo como las de Apertura y Clausura pudieron celebrarse en el espléndido y confortable Salón de Actos del nuevo edificio en el que están instaladas las Oficinas Centrales de la citada Caja, situado en el mismo centro de Murcia, enfrente de la Catedral. Las condiciones de dicho Salón de Actos, equipado con los más modernos servicios de megafonía, proyección, etc., y atendido por un personal idóneo y extremadamente amable, contribuyeron en gran medida a que todas las Sesiones se desarrollaran sin el más mínimo incidente.

La Sesión Inaugural tuvo lugar el lunes 16 de noviembre, a las doce de la mañana. La Mesa Presidencial estuvo constituida por: D. Andrés Hernández Ros, Presidente del Consejo Regional de Murcia; D. José María Aroca Ruiz-Funes, Alcalde-Presidente del Excmo. Ayuntamiento de Murcia; D. Pedro Andújar Naval, Director Provincial del Ministerio de Cultura; D. Juan Rosique-Jiménez, Consejero Regional de Industria; D. Francisco Arredondo Verdú, Presidente de la Asociación Técnica Española del Pretensado y D. José Antonio Torroja Cavanillas, Vicepresidente de dicha Asociación.

Abierta la Sesión por el Sr. Hernández Ros, el Vicepresidente de la A.T.E.P., Sr. Torroja, hizo uso de la palabra para exponer y justificar el programa que había sido preparado para el desarrollo de la Asamblea. Comentó también el estado actual de la técnica del preten-

sado, tanto en España como en el extranjero, e hizo un breve resumen de las actividades de la Asociación durante los últimos tres años. Finalmente, el Sr. Hernández Ros expresó, su satisfacción por haber sido elegida Murcia como sede de estas reuniones y su deseo de una feliz estancia a todos y de que la Asamblea alcanzase el mayor éxito.

A continuación, el Alcalde-Presidente del Excmo. Ayuntamiento de Murcia, ofreció una recepción a todos los participantes y acompañantes, obsequiándoles con un refrigerio en los Salones del Hotel Siete Coronas, en un acto que se desarrolló en un ambiente de lo más agradable y cordial.

El mismo día 16, a las 4 de la tarde, se iniciaron las Sesiones de Trabajo, que continuaron los días 17 y 18, en jornada de mañana y tarde.

Hubo siete Sesiones, durante las cuales se presentaron y discutieron 54 Comunicaciones Técnicas, agrupadas en los siguientes cinco Temas:

- 8 Comunicaciones, correspondientes al Tema I "Materiales componentes del hormigón pretensado. Trabajos de investigación relacionados con el estudio y aplicaciones de dichos materiales".
- 3 Comunicaciones, correspondientes al Tema II "Forjados pretensados".
- 3 Comunicaciones, correspondientes al Tema III "Conducciones y tuberías de hormigón pretensado".
- 16 Comunicaciones, correspondientes al Tema IV "Normativa sobre hormigón pretensado. Métodos de cálculo", y
- 24 Comunicaciones, correspondientes al Tema V "Realizaciones".

A continuación de las Sesiones de Trabajo de los días 16 y 17, se proyectaron las tres películas documentales siguientes:

- "Construcción de un depósito, de 80.000 m<sup>3</sup> de capacidad, para almacenamiento de G.N.L." presentada por: AUXINI, S.A.
- "Nuevas técnicas para la fabricación de viguetas pretensadas", presentada por PRENSOLAND, S.A. y
- "Cubierta del parque de carbones de ENDESA, en Puentes de García Rodríguez", presentada por ENTRECANALES Y TAVORA, S.A.

A las siete de la tarde del miércoles 18 de noviembre, y una vez concluida la séptima y última Sesión de Trabajo, se celebró el Acto de Clausura, presidido por el Excmo. Sr. Gobernador Civil de Murcia, D. Avelino Caballero Díaz y con asistencia de diversas Autoridades locales y Directivos de la A.T.E.P.

El Acto se inició con la lectura por el Secretario de la Asociación, Sr. Piñeiro, del Acta de la reunión celebrada por la Comisión encargada de asignar las "Medallas de la A.T.E.P.". Conforme al acuerdo adoptado en dicha reunión, las tres Medallas correspondientes se otorgaron a los Señores: D. Ginés Aparicio; D. Manuel Elices, y D. F. Javier Manterola.

A continuación, el Secretario dió lectura al Acta en la que se recoge la decisión del Jurado encargado de asignar los premios correspondientes al Concurso convocado para seleccionar el Cartel anunciador de la Asamblea. El primer premio se concedió al trabajo presentado con el lema "Homenaje a Barredo I", del que resultó ser autor D. Fernando de Retes Aparicio. Se otorgaron también dos Menciones Honoríficas. La primera a D. Vicente Martínez Gadea y D. Severo Almansa, por el cartel presentado bajo el lema "X"; y la segunda, a D. Vicente Conesa Ferrí, por el trabajo presentado con el lema "Piscis".



Seguidamente, el Presidente de la A.T.E.P., Sr. Arredondo, pronunció el discurso de Clausura. Destacó el interés y elevado nivel técnico de las Comunicaciones presentadas, más numerosas que en cualquiera de las Asambleas hasta ahora celebradas, y el éxito que, en todos los aspectos, ha constituido la celebración de estas reuniones. Terminó con unas palabras de agradecimiento a cuantos, de una u otra manera, han contribuido a hacer posible, agradable y técnicamente provechosa la Xª Asamblea de la A.T.E.P.

Cerró el Acto el Excmo. Sr. Gobernador Civil de Murcia quien, después de desear a todos, que hubiesen sacado el mayor provecho de estas Jornadas y que su estancia en Murcia les permitiese llegar a conocerla lo suficiente para encariñarse con ella y no olvidarla, declaró clausurada la Xª Asamblea de la Asociación Técnica Española del Pretensado.

Por la noche del mismo miércoles día 18, durante la Cena de Clausura ofrecida por el Gobierno Civil y el Consejo Regional, se hizo entrega a los galardonados, de las "Medallas la A.T.E.P." y de los premios correspondientes al Concurso de Carteles.

Los días 19 y 20 se dedicaron a excursiones técnico-turísticas, en el curso de las cuales se visitaron diversas obras de las márgenes derecha e izquierda del Segura y diferentes lugares interesantes de la Provincia. En estas visitas, de jornada completa, los participantes fueron agasajados con succulentos sendos almuerzos a base de productos típicos de la Región.

Debe citarse también que, ofrecida por los Colegios Profesionales de Murcia, la noche del lunes día 16 se celebró una animada cena de confraternización en el restaurante Karting. Para los acompañantes, se organizó el martes 17, una excursión, de todo el día, por los alrededores de la Capital, con visita a varios talleres de artesanía, y el miércoles 18, por la mañana, un recorrido en autobús por la Ciudad, durante el cual visitaron: la Catedral, el Museo de Salzillo y el Santuario de la Fuensanta.

La brevedad de esta reseña, impide enumerar uno por uno todos los Organismos Oficiales, Entidades, Colegios Profesionales, Empresas y particulares que, con sus aportaciones económicas, agasajos, ayuda personal y colaboración técnica, han hecho factible la celebración de esta Xª Asamblea. No obstante, la Asociación quiere en estas líneas, por estimarlo de estricta justicia, dejar pública y expresa constancia de su más sincero reconocimiento a todos ellos por su inapreciable y generosa colaboración.

En una publicación especial que aparecerá en los próximos meses, se comentará detalladamente el desarrollo de estas reuniones y todo lo con ellas relacionado, y se reproducirán los textos completos de las Comunicaciones presentadas en las siete Sesiones de Trabajo. Esta publicación se enviará, de acuerdo con lo anunciado, con carácter gratuito, a todos los participantes en la Asamblea.

## **Proceedings del VIII Congreso Internacional de Corrosión Metálica - 1981**

El VIII Congreso Internacional de Corrosión Metálica, tuvo lugar en Mainz (Alemania Federal), del 6 al 11 de setiembre de 1981. Las Comunicaciones presentadas a este Congreso han sido incluidas en tres volúmenes de Proceedings. En ellas se estudian los más importan-



tes problemas de corrosión en todas las áreas de investigación básica y aplicada, y se proponen las soluciones que a los mismos pueden darse en la vida diaria y en la industria.

El índice resumido del contenido de estos tres volúmenes es el siguiente:

Volúmen I — Trabajos referentes a investigación básica y aplicada; métodos de ensayo y prevención.

Volúmen II — Trabajos referentes a las técnicas de protección; solución a problemas específicos en los campos de las industrias, de la economía, de la educación y de la información.

Volúmen III— Conferencias plenarias.

Los tres volúmenes se venden conjuntamente. Los interesados pueden dirigir sus pedidos a:

DECHEMA DEUTSCHE GESELLSCHAFT FÜR CHEMISCHES APPARATEWESEN  
Postfach 970146  
D-6000 FRANKFURT am Main (D.F.R.)

El precio de los volúmenes (alrededor de 2.300 páginas, incluyendo figuras) es de 250 D.M. (gastos de envío aparte).

Todos los textos están en inglés.

## Fundación García Cabrerizo

### PROXIMA EXPOSICION NACIONAL DE INVENTOS ESPAÑOLES

Una Muestra de las más recientes creaciones tecnológicas españolas se celebrará en el Centro Cultural de la Villa de Madrid a finales de abril. En ella figurarán importantes y diversas invenciones, resultados de la investigación aplicada y una exhibición de las innovaciones de la Industria española como exponente del trabajo español frente a la masiva adquisición de tecnología extranjera, cuyo coste anual se estima en cuarenta y cinco mil millones de pesetas.

Varios Centros Oficiales presentarán algunas de sus más recientes patentes, que abarcan desde la tecnología nuclear a los electrodomésticos. Los inventores privados presentarán muchas de las invenciones que han sido premiadas en Ginebra o Bruselas, y que no son conocidas al público español.

La participación está exenta de gastos para los expositores, así como las visitas del público. Las personas interesadas deberán dirigirse a la entidad Organizadora, FUNDACION GARCIA CABRERIZO, calle de Vitruvio nº 23, Madrid-6, donde recibirán la documentación oportuna.

Coincidiendo con este Certamen, ha sido convocado el XI PREMIO GARCIA CABRERIZO A LA INVENCION ESPAÑOLA, que pretende ensalzar los méritos de nuestros investigadores e inventores y fomentar esta clase de trabajo científico y técnico. El plazo de admisión de solicitudes expirará el día 30 de marzo.

## Teoría de la seguridad\*

Alfredo Páez  
Profesor Dr. Ingeniero de Caminos

### SINOPSIS

El estudio que en este artículo se desarrolla, tiene como objetivo principal el establecimiento de una teoría que sirva como medio para alcanzar la finalidad de valorar, los coeficientes de seguridad que deban adoptarse para el cálculo de una estructura o elemento estructural, y las probabilidades de ruina inherentes, en un caso general, sin necesidad de conocer datos estadísticos particulares. Lógicamente, la precisión de los resultados depende del grado de aproximación de las leyes estadísticas adoptadas y de la concordancia de estos datos con las circunstancias propias del caso particular que se considera.

No obstante, y dado que esta teoría conduce a un objetivo planteamiento del problema de la seguridad, se considera admisible su aplicación, ya que sus resultados ponderan un conjunto de parámetros, hasta ahora sólo intuitivamente percibidos, pero cuya incidencia era imposible valorar.

El método que se propone permite operar con leyes directamente extraídas de una estadística adecuada, aún cuando tales leyes no tengan una expresión analítica; y está orientado a la resolución práctica de la valoración de los coeficientes de seguridad,  $\gamma_f$  que multiplica las sollicitaciones exteriores, y  $\gamma_c$  que divide la resistencia característica del hormigón. Se ha intentado simplificar al máximo la deducción de dichos coeficientes, de tal modo que el cálculo numérico sea fácilmente asequible en forma de rápida valoración del coste mínimo de la obra.

Al final de este estudio, y a título de ejemplo, se presentan algunos casos de aplicación, como prueba de la facilidad y flexibilidad del método que se propone.

---

\* Texto de la conferencia que, organizada por la A.T.E.P., pronunció el Autor, en el salón de Actos del Instituto Eduardo Torroja, el 21 de mayo de 1981.

## INDICE

- 1.—Conceptos básicos.
- 2.—Planteamiento general.
- 3.—Funciones de probabilidad.
- 4.—Relación entre coeficientes.
- 5.—Simultaneidad de sobrecargas.
- 6.—Resistencia característica.
- 7.—Probabilidad de hundimiento.
- 8.—Coste y coeficiente de seguridad.
- 9.—Valoración de los daños.
- 10.—Ejemplos de aplicación práctica.
- 11.—Notación utilizada.
- 12.—Bibliografía consultada.

## 1. CONCEPTOS BASICOS

En líneas generales puede decirse que el cálculo de una estructura puede desarrollarse a tres niveles conceptuales. El llamado nivel III consiste en plantear el problema resistente siguiendo una metodología probabilista rigurosa. Las cargas, los pesos propios con sus variaciones probables, las resistencias con sus defectos aleatorios de construcción, y el propio cálculo con la dudosa verosimilitud e imprecisión de sus hipótesis, entran como a través de unas fuentes de información cuyos datos se procesan para concluir en la determinación de una probabilidad de hundimiento  $P_h$ . Por supuesto que esta probabilidad está vinculada, mediante los datos introducidos, a la estructura cuyos parámetros y dimensiones geométricas se presuponen. En consecuencia, la probabilidad deducida es una particular expresión de lo que a esa estructura puede acontecer a modo de una valoración de su futura supervivencia. Las cargas están definidas por una ley de probabilidad, lo cual presupone la implícita estimación de un período de servicio de la estructura, ya que a más largos períodos corresponden unos mayores valores de las cargas para una misma probabilidad de ocurrencia. Tal vez uno de los aspectos más interesantes de esta propuesta es la formal correlación entre las cargas - punta y la duración de las mismas. La persistencia de un vendaval causa mayores daños que la acción aislada de una ráfaga. Una hora después de derrumbarse la primera torre de refrigeración de Ferrybridge, se desplomó la segunda, y una hora más tarde la tercera. Con independencia de los problemas de fatiga, cuyo planteamiento en forma de daños acumulados exige un tratamiento especial, la duración prolongada de una sobrecarga repercute en su posible simultaneidad con otra acción aleatoria. La propuesta formulada por diferentes especialistas de que este Nivel III no tenga otra vigencia que la de constituir una base general para su consideración por parte de las Comisiones Nacionales de Normas, parece un contrasentido ya que su aplicación presupone el planteamiento concreto de un caso particular.

El Nivel II parte del supuesto de que las distintas distribuciones de probabilidad de sobrecargas y resistencias se conocen, a modo de datos perfectamente definidos aunque sólo sea en forma de un valor medio y de una dispersión para, llegado el caso, admitir como hipótesis suficientemente aproximada que tales funciones son gaussianas como corresponde a una distribución normal. El Nivel II es así un cálculo semi-probabilista y, por consiguiente, semi-determinista, dedicado especialmente a los casos no especificados en el Nivel I, pudiéndose aplicar también a aquellos casos en los que la importancia de la obra requiera un planteamiento más preciso de las condiciones de seguridad propias del caso particular que se considera. La dificultad estriba en que, por tomarse las distribuciones de probabilidad de un formulario, su aplicación queda limitada a la extensión de estos datos. De generalizarse este



procedimiento, habría que realizar una intensiva labor estadística para completar los escasos datos hasta la fecha disponibles, mediante la aportación de otros nuevos como los relativos a los accidentes sufridos por las estructuras especiales (offshore, depósitos de gas natural licuado, centrales nucleares, etc.). De nuevo aparece el problema de la superposición de cargas de distinto origen, problema que sólo podrá resolverse de un modo satisfactorio cuando se posean datos suficientes sobre la duración o persistencia de las sobrecargas excepcionales que por ser relativamente elevadas son infrecuentes.

El Nivel I es el sistema actual, basado en la definición un tanto empírica de la resistencia característica en términos de un fractil y de unos coeficientes normativamente definidos como expresión de una probabilidad de hundimiento no enunciada de un modo cuantitativamente explícito.

Dentro de esta problemática general, el estudio que ahora se desarrolla corresponde, según las anteriores definiciones, al llamado Nivel II. A estos efectos conviene advertir que no se postula el principio de que los datos disponibles tienen una incuestionable validez. Al contrario, aún admitiendo la dudosa verosimilitud de las leyes de probabilidad que constituyen la información recopilada, se opera con ellas como punto de partida para demostrar la posibilidad de resolver el problema y llegar a unas conclusiones de orden práctico.

Dicho de otro modo, la tesis que a continuación se desarrolla tiene como objetivo principal el establecimiento de una teoría que sirva como medio para alcanzar la finalidad de valorar los coeficientes de seguridad y las probabilidades de ruina en un caso general, sin requerir el conocimiento de datos estadísticos particulares. Lógicamente, la precisión de los resultados depende del grado de aproximación de las leyes estadísticas adoptadas y de la concordancia de estos datos con las circunstancias propias del caso particular que se considera. Una amplia selección de datos estadísticos y una apropiada clasificación de los mismos en grupos representativos de las características propias de los diferentes procesos constructivos, contribuirá a consolidar la eficacia de este procedimiento dotándole de unas garantías de las que ahora carece por la falta de rigor de los parámetros adoptados como expresión de unos datos que se consideran incompletos.

No obstante, y dado que esta teoría conduce a un objetivo planteamiento del problema de la seguridad, se considera admisible su aplicación, ya que sus resultados ponderan un conjunto de parámetros, hasta ahora sólo intuitivamente percibidos, pero cuya incidencia era imposible valorar.

Como podrá observarse se recurre en algunas ocasiones a cálculos numéricos aproximados por estimarse ilusoria una precisión basada en unas leyes estadísticas que no tienen la consistencia adecuada a unos desarrollos más rigurosos. Esta licencia no excluye la posibilidad de replantear todo el problema con el rigor compatible con la verosimilitud de los datos, ya que todo el proceso numérico es susceptible de ser representado con toda su generalidad al disponerse de unos procedimientos que permiten operar con leyes directamente extraídas de una estadística adecuada aún cuando tales leyes no tengan una expresión analítica.

Con independencia de estas posibilidades, el método que se propone está orientado a la resolución práctica de la valoración de los coeficientes de seguridad,  $\gamma_f$  que multiplica las sollicitaciones exteriores, y  $\gamma_c$  que divide la resistencia del hormigón; una resistencia que también se determina de un modo objetivo mediante la apropiada definición de la llamada resistencia característica, hasta ahora establecida en términos de un fractil de notoria arbitrariedad.

Considerándose improcedentes, y además injustificado, todo proceso operatorio de excesiva laboriosidad, se ha intentado simplificar al máximo la deducción de dichos coeficientes, de tal modo que el cálculo numérico sea fácilmente asequible en forma de rápida valoración.

ción del coste mínimo de la obra supuesta asegurada con el importe de una prima compensadora de los perjuicios ocasionados por el improbable pero siempre posible accidente. Unas tablas o unas fórmulas suficientemente aproximadas, permiten la automática valoración de costes y riesgos. El sistema de tanteos numéricos para localizar el coste mínimo se ha preferido al de la anulación de su derivada por estimarse que no es lícita tal operación cuando se manejan expresiones simplificadas, representativas de la variación en un entorno, de funciones mucho más complejas y carentes de expresión analítica.

Al final de este estudio, y a título de ejemplo, se presentan algunos casos de aplicación, como prueba de la facilidad y flexibilidad del método que se propone.

## 2. PLANTEAMIENTO GENERAL DEL PROBLEMA

El problema de la seguridad, o si se quiere, la valoración anticipada de la probabilidad de ruina de una estructura no es un problema académico en el sentido de pura lucubración teórica; es un hecho real que desgraciadamente acontece con el carácter de un suceso insólito. Unas veces la causa originaria es la acción de un terremoto de inusitada violencia, otras la infortunada colisión de un navío contra la pila o el tablero de un puente.

No quiere decirse con estos dos ejemplos que la estructura sólo suele arruinarse ante la presencia anormal de una sobrecarga tan excepcional que no fue considerada en el cálculo, como el puente metálico de tablero inferior de Washougal que sucumbió por el incendio promovido por el choque de un camión-cisterna que transportaba gasolina contra otro cargado de paja. A veces el fracaso se debe a un defecto de ejecución, a unas soldaduras realizadas con poco esmero, a la escasa resistencia de unas masas de hormigón mal consolidadas o dañadas por los efectos de una helada, al descenso inadvertido de las armaduras de un voladizo que, en lugar de ocupar la posición debida, bajaron por falta de sujeción ante el peso del hormigón y de los operarios. Eventualmente la ruina es debida a fallos en la cimentación por descalce o socavación, y no faltan ocasiones en las cuales las causas del siniestro son más complejas por estar motivadas por fenómenos aparentemente secundarios, como la destrucción de tres de las ocho torres de refrigeración de Ferrybridge el mismo día bajo la acción de un vendaval inferior en intensidad o presión estática equivalente al previsto en el proyecto.

Pero todos estos casos, aún siendo reales, tienen el carácter de lo insólito. Dentro de la lista negra de los accidentes, lo más frecuente en su infrecuencia es la concatenación de un conjunto de efectos simultáneos. Un terremoto o un fuerte huracán, puede producir serias averías o incluso la destrucción parcial de algún edificio, no de todos, por rotura de aquellos elementos resistentes defectuosamente contruídos, deficientemente proyectados y en los que unos asientos de la cimentación provocaron esfuerzos hiperestáticos adicionales. Rara vez, al examinar las probables causas de un hundimiento, aparece una sola anomalía. Dispersos por la estructura, existen defectos latentes que no se exteriorizan hasta el instante en que, por una contingencia desfavorable, se simultanean esfuerzos y se acumulan daños.

El coeficiente de seguridad aparece así como el producto de un conjunto de factores aleatorios. Cada uno de ellos, representativo de un efecto distinto, puede mantener un valor estacionario o alcanzar un cierto nivel en un instante determinado del período de servicio de la estructura, cuya supervivencia se mantendrá mientras el valor del coeficiente de seguridad  $\gamma_0$  adoptado supere el producto de los factores  $x, y, z, t \dots$  representativos de cada uno de los efectos que se simultanean:

$$\gamma_0 > x y z t$$

[ 1 ]



Si agrupamos las posibles fuentes de error (o desconocimiento de las acciones), en cada uno de esos factores representativos de la relación entre la realidad y la previsión, podremos asignar a cada uno el efecto de una causa. Sea  $g_o$ ,  $p_o$ , y  $q_o$  el peso propio, la carga permanente y la sobrecarga estimadas en el proyecto como más desfavorables, y  $S_o$  la sollicitación teóricamente deducida en una cierta sección. Sean  $g_r$  y  $p_r$  las cargas permanentes reales y  $q_r$  la máxima sobrecarga real que en un cierto instante origina en la sección considerada la sollicitación máxima real  $S_R$ . Si hubiéramos conocido las cargas reales  $g_r$ ,  $p_r$ , y  $q_r$ , nuestro cálculo habría llegado a la conclusión de que la sollicitación real sería  $S_r$ , distinta de la verdadera  $S_R$  por el desconocimiento que tenemos del verdadero comportamiento de los materiales cuyas características mecánicas, módulos de elasticidad, fenómenos de cansancio o de fatiga, fluencia y retracción, no nos son conocidas por completo. Llamemos, por consiguiente,  $x$ , al cociente:

$$x = \frac{S_r}{S_o}$$

entre las sollicitaciones teóricamente deducidas en función de las desconocidas cargas reales y las supuestas en el cálculo, y:

$$y = \frac{S_R}{S_r}$$

la relación existente entre la sollicitación real y la que se obtendría de conocer las cargas verdaderas. El producto:

$$xy = \frac{S_R}{S_o}$$

representa el factor de corrección necesario para restablecer la verdad.

Un error en las dimensiones reales de las piezas y una defectuosa colocación de las armaduras incluída la separación entre cercos o estribos, hace que el brazo mecánico real y la verdadera sección resistente de la pieza para soportar los esfuerzos normales, tangenciales y de flexión, dependan de los errores cometidos durante la ejecución, de tal modo que estos esfuerzos crecen virtualmente cuando el brazo mecánico real es menor que el previsto, la sección más pequeña, o la separación entre estribos más grande. Resulta así que los esfuerzos que el hormigón y las armaduras tienen que absorber no son los que se derivan de la sollicitación  $S_R$ , sino de otra sollicitación virtual  $S_v$ , más grande o más pequeña, pero distinta.

Sea:

$$z = \frac{S_v}{S_R}$$

esta relación producida por los defectos que podríamos llamar geométricos y entre los que se incluyen, además de los anteriores, el deficiente funcionamiento de una rótula, articulación, rodillo o placa de apoyo, así como los errores de replanteo que originan cambios reales en las luces o excentricidades en las cargas.

Todo ello conduce al hecho de que el verdadero esfuerzo resistido por el material es:

$$x y z$$



veces el previsto, razón por la cual debemos multiplicar las solicitaciones  $S_0$  por un coeficiente de seguridad  $\gamma_f$  que intente cubrir todos estos errores. Cuanto mayor sea el valor del coeficiente elegido, menor será la probabilidad de que el producto sea:

$$x y z > \gamma_f \quad [2]$$

Todavía queda una incertidumbre: la de que el material, hormigón o acero, sea capaz de resistir el esfuerzo asignado, igual a  $x$  y  $z$  veces el teóricamente deducido. Podemos fabricar probetas con el hormigón colocado en la obra y obtener las resistencias de esas muestras representativas, tanto más representativas cuanto más intenso haya sido el muestreo, pero mientras no dispongamos de unos eficaces métodos de ensayos no destructivos, ignoramos cual puede ser la verdadera resistencia del hormigón en la cabeza de un pilar, en el arranque de un voladizo o en el entorno de una determinada sección crítica. Esta intranquilidad aumenta cuando consideramos el hecho experimental de que cuantas más probetas rompamos, menor será el valor de la mínima resistencia obtenida, circunstancia que pone de relieve la ausencia de un valor asintótico. Para fijar ideas imaginemos una estructura concreta, ya construida, y, en un alarde estadístico, supongamos que, sin causar daño alguno al material, la troceamos en cubos de 10 cm de arista obteniendo así  $N$  miles de probetas siendo  $N$  el número de metros cúbicos de hormigón vertido en esa estructura íntegramente ensayada. El resultado final sería que en un punto de la estructura referenciado por la probeta de mínima resistencia, la calidad del hormigón fue tan solo de  $f_{c1}$  MPa. En todo el resto la resistencia real fue mayor.

Pero antes de sacar conclusión alguna sobre este hecho, repitamos el ensayo con probetas de arista mitad sobre la estructura anterior. Ahora el número de probetas es ocho veces mayor, y lógicamente la resistencia mínima,  $f_{c2}$ , será inferior todavía a la  $f_{c1}$  anteriormente deducida.

Imaginemos descompuesta la estructura en probetas cúbicas de un centímetro de arista. Admitiendo la hipótesis ideal de no causar daños al material a pesar de seccionar los áridos, obtendríamos ahora un total de  $N$  millones de probetas. Muchas de ellas serían cubos de piedra sana, pero más de una acusarían una resistencia  $f_{c3} = 0$ , porque nula es la capacidad resistente de una coquera que bien puede tener un centímetro cúbico de volumen.

El concepto de mínima resistencia falla, y en su lugar hay que sustituirlo por el de una desafortunada concentración de coqueras o poros en una zona mal consolidada. Experimentalmente, se han llegado a ensayar cubos de pasta hidratada de cemento de un milímetro de arista, pero estos estudios estaban orientados a otros fines distintos al que ahora nos preocupa.

La definición de la resistencia del hormigón mediante un valor medio no tiene validez, porque, en términos generales, un trozo de alta resistencia no compensa otro de baja calidad. Entre dos hormigones de igual resistencia media, es evidente que el de más homogénea calidad nos ofrece más garantía que el que presenta una gran versatilidad en sus resultados. De poco sirve conseguir unas amasadas muy resistentes cuando otras, por defectos de dosificación o por falta de consolidación, acusan débiles resistencias.

Se impone la definición de la resistencia característica mediante la adopción de un frágil y la normalización de un tamaño tipificado de probetas. Una vez más no podemos eludir el concepto de la dispersión, establecida, a modo de primera aproximación, en términos de un error cuadrático medio, de un coeficiente de variación, o de una asimilación a la campana empírica de Gauss, no porque sea la distribución real, sino por suponer una afortunada representación de los fenómenos aleatorios.

Basándose en estos hechos experimentales, podremos deducir una ley representativa de la probabilidad de que un hormigón de resistencia media  $f_{cm}$  y dispersión  $s_c$ , tenga una resistencia superior a un valor  $f_{ck}$ , y puesto que esta probabilidad no es nula, admitiremos la necesidad de reducir aún más esa resistencia a efectos de nuestra previsión limitándola a un valor de cálculo:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

siendo ahora  $\gamma_c$  un nuevo coeficiente reductor de la resistencia esperada, encargado de reducir la probabilidad de que, en la sección que se considera, la resistencia del hormigón sea inferior al citado valor  $f_{cd}$ .

Sea  $f_{cr}$  la resistencia real del hormigón en la sección que se supone tiene una resistencia  $f_{cd}$ . Si hubiéramos acertado con la elección de  $f_{cd}$  de tal modo que el valor elegido fuese  $f_{cd} = f_{cr}$ , bastaría con multiplicar las solicitaciones  $S_0$  previstas por el producto xyz para asegurar el estricto equilibrio resistente en el más crítico instante del período de servicio de la estructura, pero si la capacidad del material para soportar el esfuerzo impuesto en las condiciones específicas de lugar, edad del hormigón, permanencia de las cargas, repetición de ciclos, historial precedente etc, fuera la mitad o el tercio de la resistencia prevista  $f_{cd}$ , tendríamos que multiplicar por dos o por tres el esfuerzo aplicado para restablecer la validez de la hipótesis consistente en suponer que la resistencia es  $f_{cd}$ . En consecuencia, si el esfuerzo realmente resistido por el hormigón es xyz veces el previsto, tendríamos que multiplicar ese producto por t:

$$t = \frac{f_{cd}}{f_{cr}}$$

para asegurarnos que el máximo esfuerzo real es resistido por un hormigón cuya resistencia es la supuesta a diferencia de la real. En estas condiciones, la supervivencia de la sección estará garantizada cuando el margen de seguridad total  $\gamma_0$  sea:

$$\gamma_0 \geq x y z t \quad [3]$$

siendo x, y, z, t, unos factores de corrección incógnitos de los cuales sólo conocemos las correspondientes leyes de probabilidad de que sus valores reales rebasen un valor genérico, leyes que podrán deducirse de unos datos estadísticos que se suponen conocidos al menos en una primera aproximación.

Sea dX:

$$dX_1 = X'_x(x_1) dx \quad [4]$$

la probabilidad elemental de que el valor del factor x esté comprendido entre  $x_1$  y  $x_1 + dx$ .

Sea dY:

$$dY_1 = Y'_y(y_1) dy \quad [5]$$

el valor de la probabilidad de que el factor y esté comprendido entre  $y_1$  y  $y_1 + dy$ . Sea dU:

$$dU_1 = U'_u(u_1) du \quad [6]$$



la probabilidad de que el producto:

$$u_1 = xy$$

esté comprendido entre  $u_1$  y  $u_1 + du$ .

El problema consiste en determinar  $U'_u$  en función de  $X'_x$  y de  $Y'_y$ , sean, estas últimas, funciones o no de Gauss con el fin de poder operar, sin limitación alguna, con las leyes directamente extraídas de la estadística recibida.

Con el fin de no alargar innecesariamente este tema, baste con enunciar que es posible demostrar que:

$$dU = du \int_0^{\infty} Y'_u \left( \frac{u}{x} \right) X'_x(x) dx \quad [7]$$

y que esta integral puede resolverse mediante procedimientos numéricos para distintos valores  $u_1$  de  $u$ . La integral, extendida de cero a infinito, limita entre estos dos valores extremos el campo de posible variación del factor  $x$ , así como el de:

$$y = \frac{u_1}{x}$$

que le corresponde para cada valor particular del producto  $u_1$ . La vinculación de estas dos variables  $x$  e  $y$ , no se toma como composición de valores extremos, sino que se extiende a todo el campo de variación ya que es muy posible que, frente a valores insólitos de la sobrecarga representada por  $x$ , coexistan valores de la variable  $y$ , muy próximas a la unidad e incluso inferiores a uno como es el caso de las hipótesis de cálculo conservadoras.

Una vez resuelto el procedimiento operatorio con toda generalidad, sin necesidad alguna de distorsionar las leyes estadísticas asimilándolas a distribuciones normales, se puede, mediante sucesivas repeticiones, hallar la probabilidad del producto:

$$v = u z = x y z \quad [8]$$

e incluso del producto:

$$w = v t = x y z t \quad [9]$$

para determinar la ley de probabilidad de los cuatro factores. En beneficio de la brevedad, se suprime el conjunto de estas operaciones así como la conveniente subdivisión de estos factores en otros, desdoblándolos para ajustarlos a las estadísticas disponibles o separar dos fenómenos combinados.

Aunque estos procedimientos no conducen a resultados susceptibles de representación analítica, la serie de valores numéricos obtenidos pueden expresarse, de un modo suficientemente aproximado, con funciones exponenciales que los representen, permitiendo una mayor flexibilidad en su manejo e incluso operar con las funciones aproximadas en un entorno relativamente restringido para obtener consecuencias marginales de interés práctico. Más adelante, podrá observarse esta modalidad y la utilidad de estas transformaciones cuya validez siempre puede ser controlada mediante los desarrollos numéricos basados en el teorema enunciado por la ecuación (7). Sirva esta advertencia como justificación de ciertas licencias efectuadas en base a la escasa precisión de las leyes estadísticas que constituyen los datos experimentales, con el fin de obtener un conjunto de fórmulas cuya aproximación sea compatible con la de los datos de partida.



Definida la dependencia entre el valor  $\gamma_0$  del coeficiente de seguridad, y la probabilidad de hundimiento, aparecen diferentes tendencias para determinar uno en función de la otra.

Una primera posición frente a este problema consiste en fijar, reglamentariamente, los valores de la probabilidad en función del tipo o misión de la estructura. A título de ejemplo puede citarse la propuesta de Wierzbicki según la cual el riesgo de hundimiento de un puente ferroviario debe equipararse a la probabilidad de un accidente en una cierta longitud de vía. Obsérvese que esta propuesta equivale a fijar el coeficiente de seguridad, y, aunque las leyes de vínculo entre probabilidad y coeficiente dependan de otras características secundarias o particulares, parece más lógico establecer directamente el cuadro de coeficientes en función de los parámetros que le acompañan, haciendo innecesaria la valoración de la probabilidad que le corresponde. Por otra parte, esta proposición, típica de los planteamientos a Nivel I, adolece del defecto que supone una subjetiva valoración de esa probabilidad.

Más lógica parece la propuesta hace años mantenida por M. Prot, R. Levi y E. Torroja, de valorar esta probabilidad en base a la magnitud de una potencial catástrofe originada como consecuencia del posible hundimiento de la estructura o fracción de la misma.

En una primera aproximación puede decirse que si esta valoración se limita a una mera clasificación de los posibles daños en pequeños medianos y grandes, el criterio enunciado equivale a ampliar el cuadro de coeficientes  $\gamma_f$  en los tres tipos de daños, ya que, de un modo implícito, se han establecido tres niveles de probabilidad. De nuevo estamos en el Nivel I con la mejora que supone matizar los valores de  $\gamma_f$  en virtud de esa clasificación, manteniéndose viva la subjetividad que entraña tan vaga ponderación.

En rigor, la idea de los mencionados autores no es esa, sino la de establecer un criterio más objetivo para definir la probabilidad de hundimiento en términos de mínimo coste de obra asegurada.

Admitamos, para aclarar las ideas, la existencia de una hipotética empresa aseguradora de los daños potenciales o previsibles que, mediante el importe de una prima única, cubra los improbables riesgos de semejante accidente. Si  $D$  es el valor de los daños previsibles y  $P_h$  la probabilidad del hundimiento, el importe de la prima aseguradora debería ser  $P_h D$  como expresión de la esperanza matemática de tal suceso. En tales condiciones, el coste total  $C_T$  de la obra asegurada sería:

$$C_T = C_0 + P_h D \quad [10]$$

o, si se quiere:

$$C_T = C_0 + P_h (D + C_0) \quad [11]$$

si entre los daños se incluye el coste  $C_0$  de la reconstrucción de la obra. Basta ahora con expresar tanto la probabilidad de hundimiento  $p_h$  como el coste de construcción  $C_0$  en función del coeficiente de seguridad  $\gamma_f$  para que al aumentar este coste:

$$C_0 = C(\gamma_f)$$

con el valor de  $\gamma_f$  para disminuir la probabilidad de hundimiento:

$$P_h = P(\gamma_f)$$

aparezca una ecuación:

$$C_{T\gamma} = C_0\gamma + P_h\gamma (D + C_0\gamma) \quad [12]$$

que necesariamente tiene un valor mínimo de  $C_T \gamma$  para un cierto valor de  $\gamma$ , valor que, a su vez, determina la probabilidad  $P_h$  de hundimiento.

No se pretende ahora entrar en la polémica discusión de tal planteamiento, ni detallar las posibles variantes o mejoras que pueden introducirse, tales como intervención de unos factores de capitalización y de depreciación de la moneda, ni tampoco modificarla con la intervención de un tercer sumando, el coste de los ensayos de control. Entendiendo que el factor más polémico de este planteamiento es el de la valoración de los daños, se reducen a este punto los comentarios pertinentes.

La primera objeción que puede oponerse es la de que los daños, por ser solo previsibles, envuelven a su vez un concepto de probabilidad. En virtud de un conjunto de circunstancias que pueden calificarse como aleatorias, la magnitud de esos daños puede variar en un amplio margen que, a diferencia con la probabilidad de hundimiento, no está en nuestra voluntad modificar. Una estadística apropiada podrá informarnos sobre el número de muertos y heridos causados por el derrumbamiento de un edificio como consecuencia de un terremoto, pero dentro de la misma ciudad y en idénticas circunstancias observaremos que otros edificios que se destruyeron arrojaron cifras diferentes.

Los daños previsibles pueden así expresarse como un valor medio por metro cuadrado de superficie utilizada o como valores absolutos, valores que, en uno y otro caso, podrán diferir según se trate de viviendas, locales públicos, tribunas, puentes, carreteras, puentes ferroviarios, instalaciones industriales, instalaciones portuarias o en alta mar, silos, almacenes, hangares, centrales hidroeléctricas o nucleares, presas etc.

Pero, y aún conscientes de las dificultades que supone la disposición de tales estadísticas, el punto más importante es el de la valoración de unidades tan distintas como las pérdidas de vidas humanas y los daños materiales.

No puede aceptarse el principio, por muy humano que parezca, de que la vida no tiene precio. Independientemente de que esta consideración nos llevaría al contrasentido de que no podemos construir ante la imposibilidad de hacerlo con coeficientes de seguridad infinitos, lo cierto es que nuestra propia vida la arriesgamos cada vez que viajamos para acompañar a un familiar o incluso para desarrollar una actividad que nos proporcione un beneficio económico. Bastaría, en este último caso, con conocer la estadística o frecuencia de los accidentes mortales en el medio de la locomoción elegido para que, al dividir el beneficio monetario esperado por esa probabilidad, tuviéramos un acifra, en la moneda del dividendo, del valor en que estimamos nuestra propia vida. Resulta curioso que el hecho rutinario de viajar diariamente a nuestros puestos de trabajo o perder un tiempo en tomar las debidas precauciones al cruzar una calle, no lo asociemos a una valoración de nuestra vida fácilmente convertible en la moneda que usualmente utilizamos. Valoramos nuestro tiempo, y tomamos un avión para ahorrar unas horas, sin que entre en nuestros cálculos la probabilidad de que no lleguemos a nuestro destino.

Aún conscientes de los estudios realizados por economistas y expertos en seguros, estimamos que estos problemas vitales exigen, en cada caso, un planteamiento distinto, porque diferente debe ser la valoración según nuestra libertad en aceptar ese riesgo, o en sufrirlo en contra de nuestros deseos.

Por otra parte sería inasequible que, en el estado actual de las normas oficiales, se aceptase un procedimiento que aún estando basado en datos objetivos, concluyese en unos valores del coeficiente de seguridad  $\gamma$ , notablemente diferentes a los reglamentariamente establecidos. Si aquellos fueran más altos que estos últimos, se consideraría el método como improcedente ya que, de aceptarse sus resultados, se incrementaría notablemente el coste de la construcción con grave quebranto de la economía nacional. Contrariamente, unos coeficien-



tes inferiores a los normativos, se verían fácilmente impugnados por la opinión pública que interpretaría tal propuesta como un atentado a la seguridad de los usuarios en el materialismo frío de unos planteamientos basados en la subestimación de la dignidad humana.

Para eludir tan graves escollos se propone el siguiente criterio: si hasta ahora no se han registrado estas impugnaciones tan radicalmente opuestas, es porque rutinariamente hemos aceptado como razonable una valoración desconocida aunque implícita. Si ahora, al salir a flote, nos sorprende, no nos queda otro remedio que valorar lo que no vacilamos en aceptar como justo. Bastará para ello con plantearnos objetivamente el más frecuente y sancionado de los casos, analizar la estadística de las víctimas causadas en los hundimientos censados, promediarlas, y asignar a esas pérdidas de vidas humanas el valor oportuno para que el coeficiente de seguridad que resulte de nuestro cálculo sea el que figura en nuestras normas. Nada se ha alterado, todo sigue igual. Lo único que hemos descubierto es el valor unitario de esas pérdidas inconscientemente asignado a estos efectos en las normas universalmente aceptadas.

En una primera impresión podrá creerse que, con esta solución un tanto salomónica, el procedimiento pierde todo su interés ya que, antes de empezar, anunciamos el artificio que nos conducirá a un desenlace feliz y sin complicaciones. Pero este prejuicio es apresurado. Establecido el nivel mediante un ajuste acorde con los resultados cotidianos, puede ahora valorarse, con toda objetividad, el resto ingente de los otros casos hasta el punto de que no va a ser sencillo ajustar unos sin que otros se vean descompensados. El método tendrá la virtud de ponderar, en un análisis comparativo, lo que no sabíamos que está desequilibrado.

Dentro de una misma estructura, podremos analizar ahora la diferente responsabilidad de sus distintos elementos resistentes, ya que no existe ninguna razón por la cual el margen de seguridad deba ser el mismo para una columna de planta baja que para la losa que cubre el cuarto de máquinas de los ascensores.

Mención especial merece el caso particular de los hospitales y centros asistenciales. La eventualidad de que un terremoto de excepcional intensidad asole una ciudad, obliga a considerar la conveniencia de que en tan dramáticas circunstancias los quirófanos y centros médicos funcionen con normalidad para mitigar la magnitud de la catástrofe. En virtud de las anteriores consideraciones, el planteamiento correcto de los coeficientes de seguridad apropiados, es ahora posible.

### 3. FUNCIONES DE PROBABILIDAD

Una de las dificultades que se presentan en la aplicación del método general es la estimación de los valores numéricos de las distintas constantes representativas de las leyes de probabilidad o fluctuación de cada una de las variables individuales, dato de partida necesario para la resolución de este problema, que sólo puede deducirse por medio de una adecuada y extensa experimentación.

Como esta laboriosa serie de mediciones exige una amplia campaña de observaciones sobre cada uno de los distintos fenómenos, parece prudente limitar el campo de aplicación del presente estudio a aquellos materiales y estructuras cuya experimentación permita el trazado de los oportunos diagramas de frecuencias.

No parece necesario referenciar ahora el origen de tales datos, ni detallar el desarrollo numérico que conduce al establecimiento de las citadas funciones. En el Capítulo VII del libro "La determinación del coeficiente de seguridad en las distintas obras" aparecen estos datos, si bien la ordenación y desarrollo operativo de las funciones representativas de los diferentes grupos se alteraron en aquella ocasión para eliminar las consecutivas interferencias que unas y otras variables introducen en los datos experimentales.



De un modo resumido puede decirse que si  $x$  es la variable representativa de las discrepancias entre las magnitudes de las cargas y sobrecargas realmente actuantes y las admitidas en el cálculo, será preciso, para ordenar el conjunto de datos, clasificar las estructuras en varios grupos tales como puentes, garajes y almacenes, edificios para viviendas, edificios públicos (espectáculos y oficinas), ya que cabe esperar que las leyes de variación de las sobrecargas de un grupo tengan unas características diferentes a las de otro. Los estudios de M.A. Freudenthal, J. Ferry-Borges y Arne I. Johnson, entre otros, sobre puentes, efectos dinámicos del viento, distribución y valoración de sobrecargas (personas y muebles) en edificios destinados a vivienda, edificios comerciales, grandes almacenes y salas de reunión o de exposiciones, han permitido establecer los tipos de sobrecarga que más adelante se relacionan.

Todos los métodos de cálculo (variable  $y$ ), incluso aquellos que se desarrollan con arreglo a las técnicas más depuradas, se basan en unas hipótesis aproximadas, origen de imprecisiones, que al transmitirse a lo largo del proceso operatorio se amplificarán o amortiguarán según los casos, conduciendo a unos resultados cuya precisión nos es desconocida y únicamente medible en términos de una probabilidad. Si el cálculo parte de unas hipótesis sobre el comportamiento mecánico del material, podríamos comprobar mediante una experimentación con un modelo construido con un material que se ajustase rigurosamente a las hipótesis enunciadas, los giros flechas y deformaciones sufridas por una determinada sección como consecuencia de la aplicación de unas ciertas cargas, pero esa medida del error de nuestros procedimientos, es sólo parcial ya que, con independencia de los errores aparejados a toda medida o lectura de elongómetros, flexímetros e inclinómetros, persistirá la duda de si el comportamiento real del material, hormigón y acero, colocado en la obra, responde a la acción de los esfuerzos interiores del mismo modo que el material del modelo o según la hipótesis admitida como base. Por si fuera poco, todo proceso numérico lleva implícita la posible comisión de equivocaciones (transcripción errónea de datos, equivaocación en la interpretación de dimensiones, etc) que inciden, de un modo aleatorio en la precisión del resultado final. No podemos olvidar tampoco que tanto la resistencia del hormigón como sus características mecánicas (módulos de elasticidad, diagrama momentos-curvatura etc) cambian con el tiempo y con el historial de cargas precedentes. En este sentido parece que la mejor expresión del error cometido es el de comparar el valor teórico de una flecha bajo la acción de una carga bien definida, con la flecha que se produce realmente en una prueba de carga realizada con el mayor esmero sobre la estructura construida. Estas pruebas, que generalmente se prescriben como una comprobación previa a la recepción oficial de la obra, tienen, a efectos del estudio que se desarrolla, el carácter de una valoración que si bien está restringida a un nivel de cargas muy distante del estado final de agotamiento resistente, supone la valoración de un contraste entre la previsión y la respuesta dada por la estructura a una manipulación sobre ella ejercida en unas determinadas coordenadas de fuerzas-espacio-tiempo.

Tal vez lo más interesante de los resultados experimentales recopilados es el hecho de que, clasificadas las observaciones en diversos grupos según que el cálculo realizado fuese riguroso o normal y que las estructuras estuvieran constituidas predominantemente por elementos rectilíneos o curvos, las constantes finales que determinan las leyes de probabilidad son tan similares en uno y otro caso que se considera conveniente refundirlas en una sola expresión representativa de lo que en términos genéricos podríamos denominar precisión del cálculo estructural. Los datos experimentales, con las correcciones necesarias para eliminar las dependencias causales de otros fenómenos ajenos, se han obtenido en base a los ensayos sobre modelos y estructuras realizados por la Engineering Experiment Station de la Universidad de Illinois, el Eidgenössische Materialprüfungs und Versuchsanstalt de Zurich, el Laboratorio Central de Ensayos de Materiales de Madrid, y las pruebas de recepción de diversos puentes españoles y extranjeros, algunos de los cuales se ensayaron hasta rotura por tratarse de obras que debían ser demolidas.

Una vez definidas estas dos primeras leyes de probabilidad mediante una sucesión de puntos representativos, se dibujaron los correspondientes gráficos  $X(x)$  e  $Y(y)$ , de frecuencias acumuladas.

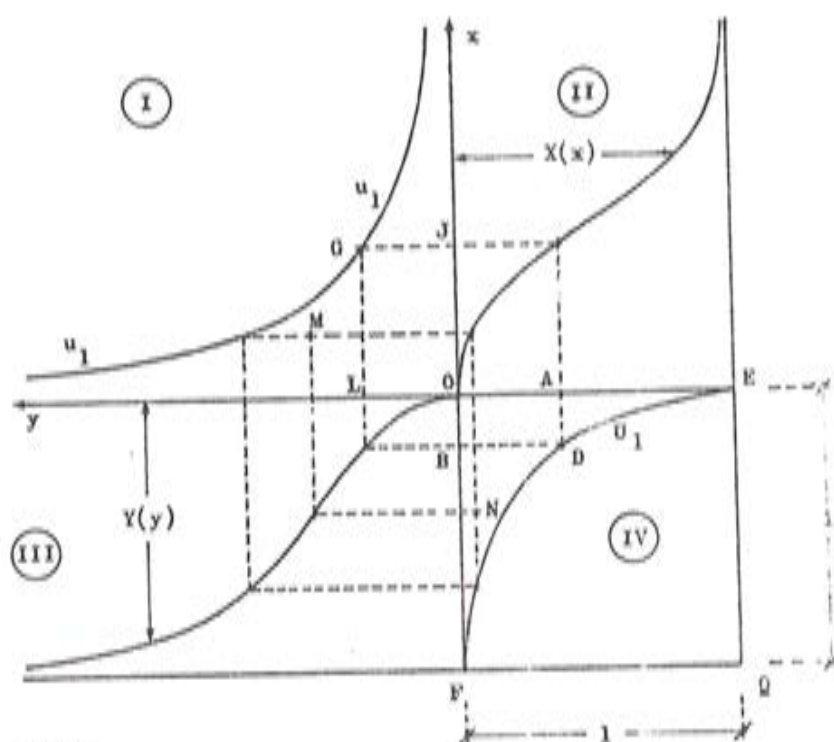


Fig. S1

Sea, figura S 1, OEQF un cuadrado de lado unidad y  $Ox$  y  $Oy$  los ejes sobre los cuales se llevan, respectivamente, los valores de las variables  $x$  e  $y$ . El cuadrante I expresa, mediante el trazado de la hipérbola  $u_1$  la condición de que  $u_1 = xy$ , siendo  $u_1$  una constante que puede tomar diversos valores, tantos como hipérbolas pueden dibujarse en ese cuadrante.

Partiendo de estos ejes,  $Ox$  y  $Oy$ , se dibuja en el cuadrante II la función  $X = X(x)$ , representativa de la probabilidad individual de que  $x$  alcance un valor positivo menor que  $x$ , y en el III la función  $Y = Y(y)$  que, de la misma manera, indica la ley de frecuencias acumuladas de la variable  $y$ . Siendo ambas funciones monótonas y continuas, a todo valor  $OJ$  arbitrario de  $x$  corresponderá siempre un solo valor  $OA$  de la función  $X(x)$ . Por otra parte, y como  $u_1$  es una constante, a dicho valor de  $x$  corresponderá también un solo valor de  $y$ :

$$y = \frac{u_1}{x} \quad (13)$$

y, por consiguiente, un valor  $OB$ :

$$OB = Y\left(\frac{u_1}{x}\right) \quad (14)$$

que, junto con el  $OA$ , definen el punto  $D$  en el cuadrante IV, estableciéndose así una correspondencia biunívoca entre cada uno de los puntos  $G$  de la curva  $u_1$  y cada uno de los puntos  $D$  de la curva  $U_1$ .



En virtud de la propiedad, común a las funciones  $X = X(x)$  e  $Y = Y(y)$ , de ser monótonas en todo el intervalo considerado, todo punto  $M$  del sistema I, situado entre la hipérbola  $u_1$  y los ejes coordenados, tendrá siempre un punto recíproco  $N$ , y sólo uno, en el sistema IV, comprendido entre la curva  $U_1$  y los ejes  $OE$  y  $OF$ . Puesto que el sistema IV se ha construido llevando a los ejes coordenados  $OE$  y  $OF$  las probabilidades de ocurrencia de unos ciertos fenómenos, dicho sistema corresponde a un dominio de igual probabilidad, y, por consiguiente, la probabilidad de que un punto genérico  $N$  esté situado en la zona comprendida entre la curva  $U_1$  y los ejes  $OE$  y  $OF$ , vendrá expresada por la relación de las áreas:

$$\frac{\text{Area } OEU_1FO}{\text{Area } OEQFO}$$

Siendo  $x$  e  $y$  unos números esencialmente positivos, la probabilidad de que:

$$\infty > x > 0$$

así como:

$$\infty > y > 0$$

es, indudablemente, la certeza, es decir:

$$X(\infty) = Y(\infty) = 1 = OE = OF$$

luego:

$$\text{Area } OEQFO = 1$$

o sea que la probabilidad de que el punto  $N$  esté dentro del recinto  $OEU_1FO$ , es el valor del área  $OEU_1FO$ , que, según la igualdad (14), es:

$$\text{Area } OEU_1FO = \int_0^{\infty} Y\left(\frac{u_1}{x}\right) X'_x(x) dx \quad (15)$$

Dada la correspondencia biunívoca entre los puntos  $N$  del sistema IV y los puntos  $M$  del sistema I, la probabilidad de que  $M$  esté en la zona comprendida entre  $u_1$  y los ejes coordenados, es decir, la probabilidad de que el producto:

$$u_1 > xy$$

es la misma que la de que el punto  $N$  esté situado entre  $U_1$  y los ejes  $OE$  y  $OF$ . Por consiguiente, la probabilidad de que el producto:

$$u_1 > xy$$

es:

$$U = U(u_1) = \int_0^{\infty} Y\left(\frac{u_1}{x}\right) X'_x(x) dx$$

y, para un valor arbitrario  $u$  de  $u_1$ :

$$U = U(u) = \int_0^{\infty} Y\left(\frac{u}{x}\right) X'(x) dx$$

Finalmente, diferenciando bajo el signo de la integral, la probabilidad de que el producto  $xy$  esté comprendido entre  $u$  y  $u + du$ :

$$u < xy < u + du$$

es:

$$dU = U'(u) du = du \int_0^{\infty} Y'_u\left(\frac{u}{x}\right) X'_x(x) dx \quad (16)$$

como se había enunciado en la ecuación (7), siendo:

$$Y'_u\left(\frac{u}{x}\right) = \frac{dY\left(\frac{u}{x}\right)}{du}, \quad X'_x(x) = \frac{dX(x)}{dx}$$

es decir:

$$dU = du \int_0^{\infty} \frac{dY\left(\frac{u}{x}\right)}{du} X'_x(x) dx \quad (17)$$

Obsérvese que, mediante este sistema, podremos deducir la ley de probabilidad del producto con toda la densidad de puntos que se desee, pero sin que la ley resultante tenga una expresión analítica.

Repitiendo ahora el proceso con una nueva variable, la representativa de la corrección necesaria para deducir los esfuerzos internos reales producidos por una determinada sollicitación, variable que incluye la eventualidad de errores en la posición de las armaduras y dimensiones reales de las piezas, se deducirá una nueva ley de distribución, la del producto:

$$v = uz = xyz$$

y, finalmente, la intervención de la variable representativa de las resistencias reales del hormigón, conduce a una distribución de probabilidad del producto:

$$w = vt = xyzt \quad [18]$$

Identificando el valor de este producto con el coeficiente de seguridad total  $\gamma_o$ , se deduce que la probabilidad  $P_w$  de que el producto  $w$  supere el valor de  $\gamma_o$ :

$$P(w)_w = \gamma_o = P_w(\gamma_o)$$

es, precisamente, la probabilidad  $P_h$  de hundimiento de la estructura:

$$P_w(\gamma_o) = P_h(\gamma_o) \quad [19]$$

La dificultad con que ahora nos encontramos es la de que siendo  $P_w = P_h$  una función carente de expresión analítica no puede quedar representada mas que por tablas o gráficos,



gráficos que son bastante numerosos porque numerosas son las combinaciones posibles de diferentes componentes estadísticas, como el grado de vigilancia o control de la obra, que alteran las distribuciones  $z$  y  $t$  así como los tipos de sobrecarga cuya variabilidad difiere según se trate de viviendas, locales públicos, puentes carreteros, puentes ferroviarios, depósitos etc.

Siendo la función  $P_h$  una expresión final de la probabilidad de hundimiento, se han intentado diferentes representaciones aproximadas de la misma, solución que ahora es posible al no repercutir los errores de ajuste en los procesos operatorios generadores de nuevas funciones. Las ventajas de esta representación analítica sobre la gráfica son numerosas, ya que no sólo se suprimen interpolaciones o lecturas en una colección de gráficos, sino que permite refundir, en una sola fórmula con diversos valores de las constantes, todo un paquete de datos de incómodo manejo. Por si fuera poco, y dentro de unos restringidos campos de variación compatibles con la precisión de las fórmulas aproximadas, estas últimas toleran el planteamiento y resolución de algunos problemas prácticos que, por su secundaria trascendencia, no precisan unos tratamientos más rigurosos.

Con esta finalidad estricta, la función representativa de la probabilidad de hundimiento es susceptible de quedar expresada por la fórmula aproximada:

$$P_h = 10^{1,6 K - \gamma_o^a (2K - c_\sigma Q^b)} \quad (20)$$

siendo:  $\gamma_o$  el coeficiente de seguridad global;

$$Q = \frac{q}{g + p + q} \text{ la sobrecarga relativa;}$$

$g$  = peso propio unitario;

$p$  = carga permanente unitaria;

$q$  = sobrecarga unitaria;

y  $K$ ,  $a$ ,  $c_\sigma$ ,  $b$ , unas constantes que deberán definirse mediante la experimentación estadística de las distribuciones que representan.

Como es lógico pensar, la deducción de un valor numérico del coeficiente de seguridad  $\gamma_o$  es improcedente mientras no se establezca un criterio que defina el concepto de resistencia característica del hormigón. En este apartado, y si bien de un modo provisional, se define esta resistencia como la media aritmética de la mitad más baja de los resultados obtenidos o, de un modo más preciso, como:

$$f_{ck} = f_{cm} - \delta = f_{cm} (1 - c_\sigma)$$

siendo  $c_\sigma$  el coeficiente de dispersión o error medio cuadrático relativo. Más adelante, al efectuar un detenido análisis de este tema, se deducirán las bases para una formulación objetiva de la definición de resistencia característica, y se introducirán, en base a la nueva definición, las correcciones necesarias sobre  $\gamma_o$  debidas al cambio de referencia operado.

### 3.1. Valoración de las constantes de sobrecarga

El término representativo de las sobrecargas queda establecido, según la fórmula (20), por el término exponencial:

$$c_g = Q^b$$

en donde  $Q$ , al expresar la sobrecarga en términos relativos a la carga total:

$$Q = \frac{\text{sobrecarga}}{\text{carga total}} = \frac{q}{g + p + q}$$

viene afectado por un coeficiente  $c_g$  directamente vinculado a la dispersión de la sobrecarga y por un exponente  $b$  que expresa la incidencia de la variabilidad de  $Q$ , nunca superior a la unidad, en la sensibilidad de la estructura para soportar la citada variabilidad. En cierto modo, el valor de  $b$  no es otra cosa que la expresión de la aleatoriedad en la distribución de la carga. Un elemento estructural puede resistir, mejor que otro, una fuerte concentración de carga en una zona muy localizada. La magnitud de la máxima sobrecarga que en un instante actuó sobre un edificio, dependerá, no sólo del plazo de observación durante el cual se midieron las cargas actuantes, sino también de la extensión de las áreas acotadas que se tomaron como unidad de observación. Cuando se afirma que la máxima sobrecarga registrada en un puente durante un período de 10 años es de  $10 \text{ KN} \cdot \text{m}^2$ , significa que esa carga unitaria es el promedio de la extendida por todo el tablero, sin perjuicio de reconocer que, bajo la presión de las ruedas de un vehículo durante ese período de observación, se rebasaron cargas puntuales de  $50 \text{ N} \cdot \text{cm}^2$ , carga que supone una presión 50 veces mayor que la anterior sin implicar daño alguno para la estructura.

3.1.1. La experimentación desarrollada por A.I. Johnson (11) sobre las cargas actuantes en edificios para vivienda, muestra que estas cargas pueden clasificarse en dos grupos: las ocasionadas por el peso de los muebles y por el de personas. Uno y otro tipo de sobrecarga tienen un valor medio y una dispersión. A efectos del cómputo de las cargas se supuso que el peso medio de un adulto es de  $0,7 \text{ KN}$  y el de un niño de  $0,35 \text{ KN}$ . Preguntadas a 335 familias sobre el número máximo de personas que un día ocuparon una habitación, los resultados muestran que la máxima carga por metro cuadrado es independiente del tamaño de la habitación y, por supuesto, del piso, así como del nivel social de las familias encuestadas. Los resultados obtenidos muestran que:

En el 50% de los casos, la carga máxima superó los $0,30 \text{ KN} \cdot \text{m}^2$					
30%	"	"	"	0,35	"
10%	"	"	"	0,50	"
5%	"	"	"	0,58	"
1%	"	"	"	0,75	"

El valor medio fue de  $0,30 \text{ KN} \cdot \text{m}^2$  y la dispersión de  $0,15 \text{ KN} \cdot \text{m}^2$ . Estos valores corresponden a unas cargas que se estimaron como máximas alcanzadas en un período de 10 años. De toda la información, el más alto valor obtenido fue de  $1,28 \text{ KN} \cdot \text{m}^2$  caso singular en el cual todos los muebles de la habitación hubieron de ser retirados y posiblemente arrinconados en el resto del piso cuya extensión total era de  $73 \text{ m}^2$ .

Admitiendo que el período de servicio de una estructura de ese tipo sea de 100 años, es decir, 10 veces mayor que el estimado, se deduce que el promedio de las cargas máximas  $q_m$



en un intervalo de 100 años (probabilidad 0,5), corresponde a una carga cuya probabilidad  $P_{10}$  de no ser rebasada en 10 años es:

$$1 - P_{10}^{100} = 0,5 \quad \text{''} \quad P_{10} = 0,933$$

indicativa de que la probabilidad de ser rebasada en un período de 10 años es:

$$1 - 0,933 = 0,067$$

Entrando con esta probabilidad en los gráficos de Johnson cuyos puntos característicos se han precisado más arriba se deduce, para esa probabilidad del 6,7 por 100 una carga de  $0,55 \text{ KN:m}^2$ . Si a esta carga de personas le sumamos el valor medio de la carga de muebles que, según Johnson es de  $0,24 \text{ KN:m}^2$ , se deduce un total de:

$$0,55 + 0,24 = 0,79 \text{ KN: m}^2$$

Una y otra carga corresponden a unas superficies de observación de  $30 \text{ m}^2$ . De acuerdo con los estudios efectuados por M.R. Horne (14) sobre la relación entre los valores medios de las cargas y el área tributaria, resulta que, tomando como base la carga  $q_{10}$  correspondiente a un área de ocupación de  $10 \text{ m}^2$ , la carga  $q_A$  estadísticamente equivalente en un área de  $A$  metros cuadrados es:

$$q_A = q_{10} \left( 0,12 + \frac{2,8}{\sqrt{A}} \right)$$

De acuerdo con esta corrección específicamente deducida para locales ocupados por personas, la carga  $q_{10}$  tipo, correspondiente a la anteriormente estimada de  $0,79 \text{ KN: m}^2$  sobre la base de un área de  $30 \text{ m}^2$  es:

$$q_{10} = \frac{0,79}{0,12 + \frac{2,8}{\sqrt{30}}} = 1,25 \text{ KN: m}^2$$

valor que, referido ya al período de 100 años, guarda una sorprendente coincidencia con la de  $1,28 \text{ KN:m}^2$  observada como máxima maximorum por Johnson.

Admitiendo estas cifras finales como resultado de una comprobación, y dando como verosímil la dispersión de los  $0,15 \text{ KN:m}^2$ , se deduce finalmente que el coeficiente de variación, o dispersión unitaria en viviendas es:

$$c_v = c_{viv} = \frac{0,15}{1,25} = 0,12$$

3.1.2. En los edificios que pueden considerarse como locales públicos (centros oficiales, centros de enseñanza o de administración pública, estaciones de pasajeros, edificios comerciales, salas de exposición, cines y teatros), las observaciones efectuadas por Dunham (12 y 13) y Horne (14) muestran que la probabilidad de que una carga  $q$ , expresada en kilogramos-fuerza por metro cuadrado, sea rebasada al menos una vez durante un período de tiempo que puede equipararse a 10 años, queda representada, con suficiente aproximación, mediante la fórmula empírica:

$$P = \frac{19}{q - 71} \quad (q \text{ en kgf: m}^2)$$

El valor medio de la sobrecarga máxima en este período de 10 años, referida a un área de observación del orden de los 10 metros cuadrados es, por consiguiente:

$$P = \frac{19}{q - 71} = 0,5$$

$$q_m = 109 \text{ kgf: m}^2 = 1,07 \text{ KN: m}^2$$

siendo la dispersión o error cuadrático medio:

$$\frac{19}{109 + \delta - 71} = 0,15866, \quad \delta = 82 \text{ kgf: m}^2 = 0,8 \text{ kN: m}^2$$

La probabilidad de que esa carga  $q_m$  sea superada en un período de 100 años será:

$$1 - 0,5^{10} = 0,933$$

y la sobrecarga  $q_{100}$  que, al cabo de los 100 años, tiene la misma probabilidad de ser excedida que la de no ser rebasada es la misma que la sobrecarga que, en 10 años, tenga una probabilidad de:

$$P = 1 - 0,933 = 0,067$$

de ser superada, es decir una sobrecarga de:

$$\frac{19}{q_{100} - 71} = 0,067$$

$$q_{100} = 355 \text{ kgf: m}^2 = 3,48 \text{ KN: m}^2$$

con la misma dispersión de  $0,8 \text{ KN: m}^2$ .

Como se ha indicado en 3.1.1., en el caso de que el área considerada difiera de los  $10 \text{ m}^2$ , la posible concentración de cargas en un área, más pequeña o más grande, de  $A$  metros cuadrados, obliga a corregir la sobrecarga unitaria precedente por otra:

$$q_A = q_{10} \left( 0,12 + \frac{2,8}{\sqrt{A}} \right)$$

siendo  $q_{10}$  la carga tipo correspondiente a una superficie de  $10 \text{ m}^2$ .

Dividiendo la dispersión por la carga media anteriormente hallada, se deduce que el coeficiente de dispersión es:

$$c_\sigma = \frac{\delta}{v_m} = \frac{0,8}{3,48} = 0,23$$

3.1.3. La sobrecarga en puentes carreteros tiene una amplia variación según la intensidad del tráfico, pero los valores máximos se encuentran limitados por el área ocupada por los vehículos. La posible organización de caravanas de autobuses o de camiones por razones de un transporte masivo, vulnera la aleatoriedad de una estadística sobre las proporciones entre camiones pesados, camiones ligeros, furgonetas y automóviles repartidos sobre el tablero. Por otra parte, los coeficientes de impacto, dependientes de la velocidad de los vehículos, no tiene mayor importancia porque su efecto multiplicador es más pequeño que la



acumulación de cargas que se genera al aproximarse unos vehículos a otros y detenerse como consecuencia de un atasco de tráfico.

La contingencia más desfavorable se produce cuando una caravana de camiones, ocupando una banda longitudinal del tablero, se encuentra detenida por el citado atasco, mezclándose, en el resto de la calzada, camiones y automóviles en profusión aleatoria, pero aún cuando aquellos sean muy pesados, la carga media correspondiente a la totalidad del tablero difícilmente rebasa los  $6 \text{ KN:m}^2$  en un período de servicio de 50 años. Este valor medio de la carga máxima en un área de gran extensión, no quiere decir que sea la única admisible en el cálculo ya que la presencia de importantes cargas concentradas en estrechas zonas obliga a dimensionar los elementos del tablero con cargas unitarias muy superiores. Considerando la dispersión media del orden de los  $0,8 \text{ KN:m}^2$  y un valor medio de  $10 \text{ KN:m}^2$  referido a un período de servicio de 50 años y a una superficie de  $10 \text{ m}^2$ , se deduce un coeficiente de dispersión de:

$$c_o = \frac{0,8}{10} = 0,08$$

En el caso de puentes ferroviarios, las cargas son mayores, pero su dispersión menor a causa de la tipificación de vagones y locomotoras. El calculista conoce, con gran aproximación, las cargas máximas por eje y sus distancias mínimas en función de los datos suministrados por las características del parque móvil. El coeficiente de dispersión se reduce a un valor mínimo, limitado por las variaciones de los coeficientes de impacto por descarrilamiento de un eje o de una unidad. Este valor mínimo se estima en un coeficiente de dispersión de

$$c_o = 0,06$$

3.1.4. Siendo relativamente frecuente el caso de estructuras en las cuales los efectos del viento originan solicitaciones especiales que afectan intrínsecamente a la estabilidad general en el sentido de requerir un cálculo de la seguridad frente a esas solicitaciones, conviene disponer de unos datos aproximados respecto a la variabilidad de sus acciones máximas.

Dejando a un lado los problemas dinámicos y de fatiga, objeto de consideración especial ajena al tipo de problemas que ahora se plantean, puede decirse que, a efectos de la carga estática equivalente producida por una ráfaga, la máxima presión instantánea registrada sobre la estructura en un período de retorno de 3 años, es de  $70 \text{ kgf:m}^2$ , presión que se eleva a  $95 \text{ kgf:m}^2$  si la estructura está situada en un lugar particularmente expuesto al viento. Una y otra carga se remontan a  $95 \text{ kgf:m}^2$  y  $140 \text{ kgf:m}^2$  cuando el período de retorno considerado es de un siglo.

Arriesgando la hipótesis de que la distribución de probabilidad sea normal, se deduce que si  $\delta$  es la dispersión, la probabilidad de que, en un período de 3 años, se rebase la presión:

$$q_v = q_s + a\delta$$

es  $P_v$ , función de  $\delta$ , y la de que no se rebase es  $1 - P_v$ .

La probabilidad de que en un siglo no se rebase la presión  $q_v$  es:

$$P_s = (1 - P_v)^{\frac{100}{3}}$$

y si se iguala esta probabilidad a 0,5 resulta:

$$1 - P_v = 0,5^{0,03} = 0,98$$

luego:

$$P_v = 0,02$$

En el caso de lugares expuestos cuyas presiones máximas son de 0,95 KN:m<sup>2</sup> y de 1,4 KN:m<sup>2</sup>, según que los períodos de retorno sean de 3 ó de 100 años, resulta que:

$$q_v = 0,95 + 2,05 \delta = 1,4$$

$$\delta = 0,22 \text{ KN:m}^2$$

y el coeficiente de dispersión resulta ser:

$$c_\sigma = \frac{0,22}{1,4} = 0,15$$

En el caso de lugares no expuestos:

$$\delta = \frac{0,95 - 0,70}{2,05} = 0,12 \text{ KN: m}^2$$

$$c_\sigma = \frac{0,12}{0,95} = 0,13$$

pudiéndose unificar ambos valores en un coeficiente común:

$$c_\sigma = 0,14$$

### 3.2. Valores de K y de a en los distintos casos

Una vez definidas las constantes representativas del tipo variacional de las sobrecargas, resulta relativamente sencillo determinar los valores de las constantes K y a mediante el ajuste numérico de la función:

$$P_h = 10^{1,6K - \gamma_o^a (2K - c_\sigma Q^b)} \quad (20)$$

con los gráficos (7) que definen la probabilidad de hundimiento en función del coeficiente de seguridad global  $\gamma_o$  para los diferentes casos de control de la obra y tipo de estructura. Como es lógico, este coeficiente  $\gamma_o$  está referido al mismo criterio de resistencia característica que el de los ábacos, ya que de otro modo la identificación no sería posible.

Igualando parejas de valores y comprobando que las diferencias en el intervalo acotado son mínimas y en todo caso compatibles con la precisión de los citados gráficos, se obtienen los siguientes resultados:



<i>Tipo de control</i>	<i>K</i>	<i>a</i>
Obras muy vigiladas	0,9867	1,43
Obras normalmente controladas	0,9767	1,00
Obras poco controladas	0,78	0,91

Aun cuando estos valores resuelven globalmente el problema, la conveniencia de poder desglosar el fenómeno total en aspectos parciales, contribuye, no sólo a un esclarecimiento de la influencia de cada efecto por separado, sino que además permite la obtención de relaciones entre coeficientes de seguridad parciales con gran ventaja para unos planteamientos objetivos del cálculo de la seguridad. En consecuencia, y basándose en las aportaciones de datos posteriores a los que sirvieron de base al estudio inicial (7) se acomete la tarea de profundizar en la composición de cada una de estas variables.

Con la finalidad de establecer una precisa terminología necesaria para este análisis, se conviene en designar por  $v_m$  el valor medio:

$$v_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i$$

de  $n$  observaciones o medidas  $v_i$ , definiéndose como dispersión  $\delta$  al error cuadrático medio:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (v_i - v_m)^2}$$

y coeficiente de dispersión al error cuadrático unitario:

$$c_\sigma = \frac{\delta}{v_m}$$

En base a estas definiciones, se denomina constante de precisión a:

$$h_\sigma = \frac{1}{c_\sigma \sqrt{\pi}} = \frac{0,5642}{c_\sigma}$$

constante que, dividida a su vez por  $\sqrt{\pi}$ , representa la ordenada máxima de una distribución normal de frecuencias (altura de la campana de Gauss).

Aun cuando las funciones que ahora se manejan están lejos de ser unas distribuciones normales, dentro de un entorno relativamente restringido puede relacionarse la constante de precisión  $h_\sigma$  con las constantes  $K$  y  $a$  mediante las equivalencias:

$$K = e^{-0,008 - \frac{0,014}{h_\sigma - 0,94}}$$

$$a = 0,867 + 0,045 h_\sigma^2$$

En el análisis experimental realizado sobre varios edificios situados en la ciudad de Estocolmo, se observaron, con toda atención, las discrepancias o errores cometidos durante la ejecución de la obra en la posición de las armaduras. Después de la realización de 1696 medidas se dedujo que la desviación unitaria o coeficiente de dispersión era de  $c_\sigma = 0,105$ . El valor medio del canto útil resultó ser el 89% del valor teórico definido en los planos. En una segunda confrontación el error cuadrático unitario se redujo a 0,086 sobre un total de 2.661 casos. Las variaciones del canto total respecto al especificado, supusieron un coeficiente de dispersión de 0,059 en 2.711 medidas.

Dadas las condiciones particulares de la primera serie se deduce que, para el caso de obras normalmente vigiladas, la dispersión unitaria del canto útil por defectuosa posición de las armaduras, especialmente de las negativas, es:

$$h_{\sigma 1} = \frac{1}{0,105 (\pi)^{0,5}} = 5,37$$

mientras que, en el caso de obras muy vigiladas (segunda serie), se estima en:

$$h_{\sigma 2} = \frac{0,5642}{0,086} = 6,56$$

A estos errores geométricos que inducen una variación en el esfuerzo realmente absorbido por la armadura, hay que añadir los debidos a la variabilidad del canto total, tanto por la variación real del peso propio como por la adicional modificación del brazo mecánico. Siendo 0,059 el coeficiente de dispersión:

$$h_3 = \frac{0,5642}{0,059} = 9,56$$

corresponde:

$$h_{3v} = 11,7$$

para las obras muy vigiladas y:

$$h_{3n} = 7,8$$

para las normales.

Componiendo una y otra fuente de errores, por ser ambas geométricas o relativas a la variabilidad de las dimensiones, se deduce, para el caso de obras muy vigiladas, una constante de precisión de:

$$h_v = \frac{6,56 \times 11,7}{(6,56^2 \times 1,19^2 + 11,7^2)^{0,5}} = 5,46$$

y para las obras normalmente controladas:

$$h_n = \frac{5,37 \times 7,8}{(5,37^2 \times 1,19^2 + 7,8^2)^{0,5}} = 4,15$$

El resto, hasta  $h_{\sigma v} = 5,29$  para las obras muy vigiladas y  $h_{\sigma n} = 3,35$  para las normales, supone unos errores adicionales por defectuoso funcionamiento o disposición de rótulas, apoyos y otras causas de:

$$h_{av} = \frac{5,46}{\left[ \left( \frac{5,46}{5,29} \right)^2 - 1 \right]^{0,5}} = 21,4$$

para las obras muy vigiladas y:

$$h_{an} = \frac{4,15}{\left[ \left( \frac{4,15}{3,35} \right)^2 - 1 \right]^{0,5}} = 5,67$$

para las normales.



Con independencia de esta discriminación, la constante  $h_{fv}$  de precisión relativa a las obras muy vigiladas es  $h_{fv} = 5,29$ , constante que define la dispersión de todos los errores que, por ser de índole geométrica, determinan una posible variabilidad en la magnitud del esfuerzo o sollicitación actuante en una sección genérica, siendo  $h_{fn} = 3,35$  el valor de esa constante en el caso de obras normalmente controladas. En uno y otro caso las constantes  $K$  y  $a$  son:

$$\begin{cases} K_{fv} = e^{-0,008 - \frac{0,014}{5,29 - 0,94}} = 0,9888 \\ a_{fv} = 0,867 + 0,045 \times 5,29^2 = 2,13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} K_{fn} = e^{-0,008 - \frac{0,014}{3,35 - 0,94}} = 0,986 \\ a_{fn} = 0,867 + 0,045 \times 3,35^2 = 1,37 \end{cases}$$

Ahora bien, las constantes totales de precisión  $h_t$  que definen las probabilidades de hundimiento:

$$P = 10^{1,6K - \gamma_o^a (2K - c_o Q^b)}$$

y que determinan los valores de  $K$  y de  $a$ , son  $h_{tv} = 3,54$  para las obras muy vigiladas y  $h_{tn} = 1,82$  para las normales. Las diferencias entre estas  $h_t$  y las  $h_f$  se deben a que existe una indeterminación no considerada en los errores geométricos, debida a las imperfecciones o variaciones de la resistencia real respecto a la supuesta. Esta dispersión, propia de los materiales, es:

$$h_{cv} = \frac{5,29}{\sqrt{\left(\frac{5,29}{3,54}\right)^2 - 1}} = 4,76$$

$$h_{cn} = \frac{3,35}{\sqrt{\left(\frac{3,35}{1,82}\right)^2 - 1}} = 2,17$$

que se corresponden con unas constantes:

$$\begin{cases} K_{cv} = e^{-0,008 - \frac{0,014}{4,76 - 0,94}} = 0,988 \\ a_{cv} = 0,867 + 0,045 \times 4,76^2 = 1,886 \\ K_{cn} = e^{-0,008 - \frac{0,014}{2,17 - 0,94}} = 0,98 \\ a_{cn} = 0,867 + 0,045 \times 2,17^2 = 1,079 \end{cases}$$

Todo este grupo de constantes  $K$  y  $a$ , representativas de grupos de fenómenos más o menos imbricados unos con los otros, permitirá el análisis de nuevos problemas. Las distinciones efectuadas están dedicadas, como ha podido observarse, a una precisa definición de cada grupo de parámetros en relación con los correspondientes fenómenos causales.

#### 4. RELACION ENTRE LOS COEFICIENTES $\gamma_f$ , $\gamma_c$ Y $\gamma_o$

Una vez definidas las constantes  $K$  y  $a$  en sus diferentes valores, puede desarrollarse el estudio que determina la relación que vincula los coeficientes parciales de seguridad.

A tal efecto, si se denomina  $\gamma_f$  al coeficiente parcial multiplicador de las solicitaciones,  $\gamma_c$  al coeficiente divisor de la resistencia del hormigón y  $\gamma_o$  al coeficiente de seguridad global asociado a una resistencia característica  $f_{ck}$  tal que:

$$f_{ck} = f_{cm} (1 - c_o)$$

resulta que:

$$\gamma_o = \gamma_f \gamma_c$$

Según se ha deducido en el apartado anterior, la probabilidad de que los errores de tipo geométrico superen un cierto valor numérico  $\gamma_f$  es:

$$P_f = 10^{1,6 K_f - \gamma_f^a (2 K_f - c_o Q^b)}$$

El fenómeno resistente queda ahora expresado con toda claridad. Mientras que la presencia aleatoria de los citados errores produce el efecto de una variabilidad en los esfuerzos que deben ser soportados por el hormigón y las armaduras, variabilidad que se pondera en términos de la probabilidad  $P_f$ , la probabilidad de que la resistencia real del hormigón, en una sección genérica y desconocida, sea inferior a  $\sigma_c$ :

$$\sigma_c = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

es:

$$P_c = 10^{1,6 K_c - 2 K_c \gamma_c^{a_c}}$$

Igualando ambas probabilidades se deduce que:

$$1,6 K_f - \gamma_f^a (2 K_f - c_o Q^b) = 1,6 K_c - 2 K_c \gamma_c^{a_c}$$

$$1,6 (K_f - K_c) = (2 K_f - c_o Q^b) \gamma_f^a - 2 K_c \gamma_c$$

Como puede observarse examinando los valores de los coeficientes  $K$ , el primer término es prácticamente igual a cero luego:

$$\gamma_f^a = \frac{2 K_c}{2 K_f - c_o Q^b} \gamma_c^{a_c}$$

y puesto que:

$$\gamma_o = \gamma_f \gamma_c$$

$$\gamma_f = \left( \frac{2 K_c}{2 K_f - c_o Q^b} \right)^{\frac{1}{a_f + a_c}} \gamma_o^{\frac{a_c}{a_f + a_c}} \quad (21)$$

El término entre paréntesis es muy próximo a la unidad, y más aún su raíz  $(a_f + a_c)$ . En consecuencia:

$$\gamma_f = \gamma_o^{\frac{a_c}{a_f + a_c}} \quad (22)$$

Sustituyendo  $a_f$  y  $a_o$  por los valores numéricos anteriormente deducidos, resulta que, en el caso de obras muy vigiladas:

$$\gamma_f = \gamma_o^{0,47} \quad , \quad \gamma_c = \gamma_o^{0,53} \quad (23)$$

y para las normalmente controladas:

$$\gamma_f = \gamma_o^{0,44} \quad , \quad \gamma_c = \gamma_o^{0,56}$$



pudiéndose unificar, ambas, en el valor medio:

$$\gamma_f = \gamma_o^{0,45} \quad , \quad \gamma_c = \gamma_o^{0,55} \quad (24)$$

## 5. SIMULTANEIDAD DE SOBRECARGAS

Dividido el coeficiente de seguridad  $\gamma_o$  en dos factores  $\gamma_o = \gamma_f \gamma_c$ , el primero de ellos se aplica como factor multiplicador de las solicitaciones creadas como consecuencia de la aplicación de las cargas  $g + p + q$ .

En una sección genérica, la solicitación resultante ( $S_g + S_p + S_q$ ) queda así multiplicada por  $\gamma_f$ :

$$S_d = \gamma_f (S_g + S_p + S_q) \quad (25)$$

como expresión de un margen de seguridad que se aplica para reducir la probabilidad de que la solicitación de diseño sea posiblemente rebasada durante el período de servicio de la estructura.

Si se denomina  $q$  a la sobrecarga de cálculo, definida como la carga cuya probabilidad de no ser rebasada a lo largo del período de servicio es 0,5, y  $S_q$  la solicitación creada por  $q$  en una determinada sección, se deduce que el producto  $\gamma_f S_q$  determina una probabilidad  $P_{dq}$ , mayor que 0,5 si  $\gamma_f$  es mayor que la unidad, de que la solicitación parcial  $S_{dq} = \gamma_f S_q$  no sea nunca rebasada en la realidad.

Esta probabilidad  $P_{dq}$  está implícitamente definida, ya que a todo coeficiente de seguridad global  $\gamma_o$  le corresponde una probabilidad de hundimiento  $P_h$  y, por tanto, una probabilidad de permanencia  $P_o = 1 - P_h$ . La dependencia entre  $\gamma_o$  y  $\gamma_f$  recientemente establecida, determina una vinculación implícita entre  $P_o$  y  $P_{dq}$ .

Si  $q$  es una sobrecarga de la cual conocemos su valor medio probable  $q_m$  así como su coeficiente de variación o dispersión unitaria  $c_q$ , resultará que cualquier valor genérico de  $q$ :

$$q_i = q_m (1 + \alpha_q c_q)$$

definido en forma de distribución normal, establece una relación paramétrica entre el coeficiente arbitrario  $\alpha_q$  y la probabilidad  $P_\alpha$  a ese parámetro asociada. Suponiendo un cálculo lineal:

$$\frac{S_{dq}}{S_q} = \gamma_f = 1 + \alpha_q c_q$$

Luego:

$$\alpha_q = \frac{\gamma_f - 1}{c_q}$$

Para este valor de  $\alpha_q$  la probabilidad de que la carga  $\gamma_f q_i$  sea rebasada es, con suficiente precisión:

$$P_{dq} = e^{-0,118 (\alpha_q + 2)^{2,5}}$$

Supongamos ahora que, en lugar de actuar una sobrecarga  $q$ , intervienen dos simultáneamente. Los coeficientes aplicables serían:

$$S_d = \gamma_f (S_g + S_p) + \gamma_{f1} S_{q1} + \gamma_{f2} S_{q2} \quad (26)$$

debiendo quedar enlazados los coeficientes  $\gamma_{f1}$  y  $\gamma_{f2}$  de tal modo que la probabilidad de que ambas cargas sean rebasadas:

$$P_{q1} \times P_{q2}$$

sea  $P_{dq}$  anteriormente establecida para una carga única. Por tanto:

$$P_{q2} = \frac{P_{dq}}{P_{q1}}$$

Tomando para una de las cargas  $q_1$  un coeficiente de seguridad  $\gamma_{f1}$  arbitrario:

$$\alpha_1 = \frac{\gamma_{f1} - 1}{c_1}$$

se deduce que la probabilidad de que esta carga se vea algún día rebasada es:

$$P_{q1} = e^{-0,118 (\alpha_1 + 2)^{2,5}}$$

Luego:

$$P_{q2} = \frac{e^{-0,118 (\alpha_q + 2)^{2,5}}}{e^{-0,118 (\alpha_1 + 2)^{2,5}}} = e^{-0,118 [(\alpha_q + 2)^{2,5} - (\alpha_1 + 2)^{2,5}]}$$

O bien:

$$P_{q2} = e^{-0,118 (\alpha_2 + 2)^{2,5}}$$

Siendo:

$$\alpha_2 = \frac{\gamma_{f2} - 1}{c_2}$$

Luego:

$$\begin{aligned} (\alpha_2 + 2)^{2,5} &= (\alpha_q + 2)^{2,5} - (\alpha_1 + 2)^{2,5} \\ \alpha_2 &= [(\alpha_q + 2)^{2,5} - (\alpha_1 + 2)^{2,5}]^{0,4} - 2 \end{aligned}$$

y, finalmente:

$$\gamma_{f2} = 1 + c_2 \left\{ \left[ \left( \frac{\gamma_{f1} - 1}{c_1} + 2 \right)^{2,5} - \left( \frac{\gamma_{f1} - 1}{c_1} + 2 \right)^{2,5} \right]^{0,4} \right\} - 2$$

Tomando como valor de  $\gamma_{f1}$ :

$$\gamma_{f1} = 1 + 0,76 \frac{c_1}{c_q} (\gamma_f - 1) - 0,48 c_1 \quad (27)$$

Entonces:

$$\gamma_{f2} = 1 + 0,76 \frac{c_2}{c_q} (\gamma_f - 1) - 0,48 c_2 \quad (28)$$

que resuelven el problema de un modo satisfactorio.

## 6. RESISTENCIA CARACTERISTICA

Sea  $\gamma_o$  el coeficiente global de seguridad, y  $\gamma_c$ :

$$\gamma_o = \gamma_f \gamma_c$$

el coeficiente de seguridad relativo a la variabilidad de la resistencia mecánica del hormigón, coeficiente que, como tal, se introduce en forma de divisor de la resistencia característica  $f_{ck}$ :

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

entendiéndose como tal aquello que, en una distribución supuesta normal, equivale al valor medio reducido en  $\alpha_c$  veces la dispersión:

$$f_{ck} = f_{cm} (1 - \alpha_c c_c) \quad (29)$$

Si se adopta para  $\alpha_c$  un valor arbitrario, el coeficiente de seguridad  $\gamma_c$  referido a esa resistencia será, en general, una función que, entre otras variables, dependerá del coeficiente de dispersión  $c_c$  del hormigón.

El concepto de resistencia característica que en este estudio se establece es el de una resistencia que goce de la inestimable cualidad de que el coeficiente de seguridad  $\gamma_{ck}$  a ella referido, sea independiente de la dispersión  $c_c$  del material por venir esta variable ponderadamente introducida en la propia definición de resistencia característica.

Sea  $\alpha_c = 1$  la constante que, implícitamente, se ha venido hasta ahora manejando para determinar las leyes de probabilidad anteriormente definidas, y sea  $\alpha_c$  el valor buscado:

$$\frac{f_{ck}}{f_{c1}} = \frac{\frac{f_{ck}}{f_{cm}}}{\frac{f_{c1}}{f_{cm}}} = \frac{1 - \alpha_c c_c}{1 - c_c}$$

La tensión límite de cálculo es:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_{ck}} = \frac{f_{c1}}{\gamma_{c1}}$$

Luego:

$$\frac{\gamma_{ck}}{\gamma_{c1}} = \frac{f_{ck}}{f_{c1}} = \frac{1 - \alpha_c c_c}{1 - c_c} \quad (30)$$

Según se ha visto anteriormente, el coeficiente  $\gamma_{c1}$  determina la probabilidad:

$$P_c = 10^{K(1,6 - 2\gamma_{c1}^{1/b})} \quad (31)$$

de que la tensión  $\sigma_c$  originada en el hormigón por las solicitaciones mayoradas:

$$S_d = \gamma_f (S_g + S_p + S_q) \quad (32)$$

sea superior a  $f_{cd}$ . Manteniendo igual probabilidad para la misma resistencia de cálculo  $f_{cd}$  pero con otra resistencia de referencia:

$$P_c = 10^{K[1,6 - 2(\frac{1 - c_c}{1 - \alpha_c c_c} \gamma_{ck})^{1/b}]}$$



en donde  $K$  y  $a_c$  son los valores expresados anteriormente. Dada la escasa variación de  $K$  con la dispersión, puede suponerse a estos efectos que  $K = 0,98$ . Expresando  $a_c$  en función de  $c_c$  en lugar de  $h$ , resulta:

$$a_c = 0,867 + 0,045 \frac{1}{\pi c_c^2}$$

Luego:

$$(P_c)^{0,5} = \frac{10^{0,8 \times 0,98}}{10^{\left(\frac{1 - c_c}{1 - \alpha_c c_c} \gamma_{ck}\right)^{a_c} 0,98}}$$

Y por tanto:

$$\left(\frac{1 - c_c}{1 - \alpha_c c_c} \gamma_{ck}\right)^{0,867 + \frac{0,045}{\pi c_c^2}} = 0,8 - \frac{\log P_c}{1,96} = B \quad (33)$$

En rigor, no hay ningún valor de  $\alpha_c$  que haga que el primer miembro de la ecuación (33) sea independiente de  $c_c$ . No obstante, ensayando diferentes valores numéricos de  $\alpha_c$  se obtienen los siguientes valores de  $B$ .

$\gamma_{ck} = 1,4$		Valores de B			
Valores de $c_c = 0,12$		0,16	0,20	0,24	0,28
Valores de $a_c = 1,8617$		1,426	1,225	1,115	1,05
$\alpha_c = 1,4$	2,08	1,81	1,71	1,69	1,70
$\alpha_c = 1,6$	2,19	1,92	1,84	1,84	1,88
$\alpha_c = 1,8$	2,32	2,04	1,98	2,01	2,10
$\alpha_c = 2,0$	2,45	2,18	2,14	2,22	2,39
$\gamma_{ck} = 1,5$					
$\alpha_c = 1,4$	2,36	1,99	1,86	1,82	1,83
$\alpha_c = 1,6$	2,49	2,12	2,00	1,98	2,02
$\alpha_c = 1,8$	2,64	2,25	2,15	2,17	2,25
$\alpha_c = 2,0$	2,79	2,40	2,33	2,37	2,56
$\gamma_{ck} = 1,6$					
$\alpha_c = 1,4$	2,66	2,19	2,01	1,96	1,95
$\alpha_c = 1,6$	2,81	2,32	2,17	2,13	2,16
$\alpha_c = 1,8$	2,97	2,47	2,33	2,33	2,42
$\alpha_c = 2,0$	3,15	2,64	2,52	2,57	2,74
$\alpha_c = 2,2$	3,34	2,83	2,75	2,87	3,17

El término más representativo de la indiferencia de B frente a la variación de  $c_c$  es la dispersión de los valores en cada línea horizontal del cuadro precedente. El valor ideal de  $\alpha_c$  sería aquél que gozara de la propiedad de que, cualquiera que fuera el valor de  $c_c$  se mantuviera B invariable. El error cuadrático de los diferentes valores de B que se deducen al variar  $c_c$  manteniéndose constantes tanto  $\alpha_c$  como  $\gamma_{ek}$ , expresa una variabilidad que conviene que sea mínima. Obteniendo los errores cuadráticos de cada renglón, más los intermedios, se observa que, cuando  $\gamma_{ek} = 1,4$  el valor de  $\alpha_c$  que proporciona una más homogénea expresión de B es el de  $\alpha_c = 1,9$ ; cuando  $\gamma_{ek} = 1,5$  el valor más apropiado es el de  $\alpha_c = 2$ , y cuando  $\gamma_{ek} = 1,6$  el valor de  $\alpha_c$  más conveniente es el de  $\alpha_c = 2,1$ . Dado que estos tres valores oscilan alrededor de 2, se deduce que teóricamente, la expresión ideal de la resistencia característica es:

$$f_{ek} = f_{cm} (1 - 2 c_c) \quad (34)$$

correspondiente al fractíl del 2,275% en vez de:

$$f_{ek} = f_{cm} (1 - 1,64 c_c) \quad (35)$$

propuesto por el Comité Europeo del Hormigón, y que corresponde al fractíl del 5%.

La relación entre ambas resistencias es del orden de 1,08 lo cual significa que si bien:

$$f_{cm} (1 - 2 c_c)$$

es un 8% inferior a:

$$f_{cm} (1 - 1,64 c_c)$$

también el coeficiente de seguridad  $\gamma_c$  referido a la resistencia característica (34) debe ser un 8% inferior al  $\gamma_c$  referido a la resistencia (35) para conducir a una misma resistencia de cálculo  $f_{ed}$ :

$$f_{ed} = \frac{f_{ek}}{\gamma_c} \quad (36)$$

Contando con esta lógica compensación, se admite como aceptable el criterio normativo consistente en definir la resistencia característica como la determinada por el fractíl del 5% criterio que se mantiene en páginas sucesivas para ajustar el cálculo del coeficiente de seguridad  $\gamma_f$  a los reglamentos vigentes.

Dada la relación expresada en la ecuación (24):

$$\gamma_o = \gamma_f^{\frac{1}{0,45}} \quad , \quad \gamma_c = \gamma_o^{0,55} = \gamma_f^{\frac{0,55}{0,45}} \quad (37)$$

y según la igualdad (30):

$$\gamma_{ek} = \frac{1 - \alpha_c c_c}{1 - c_c} \quad \gamma_c = \frac{1 - \alpha_c c_c}{1 - c_c} \quad \gamma_f^{1,222} \quad (38)$$

Sustituyendo  $\alpha_c$  por el valor normativo  $\alpha_c = 1,64$  y admitiendo como valor medio de  $c_c$  el mediano de la tabla anterior,  $c_c = 0,2$ , se obtiene finalmente:

$$\gamma_{ek} = 0,84 \gamma_f^{1,222} \quad (39)$$

valores que se expresan en el adjunto cuadro.

*Relación entre los coeficientes de seguridad  $\gamma_c$  y  $\gamma_f$*

$\gamma_f$	$\gamma_{ck}$	$\gamma_f$	$\gamma_{ck}$	$\gamma_f$	$\gamma_{ck}$
1,15	1,00	1,45	1,32	1,75	1,66
1,20	1,05	1,50	1,38	1,80	1,72
1,25	1,10	1,55	1,44	1,85	1,78
1,30	1,15	1,60	1,49	1,90	1,84
1,35	1,21	1,65	1,55	1,95	1,90
1,40	1,27	1,70	1,60	2,00	1,96

Con esta definición del coeficiente de seguridad parcial  $\gamma_{ck}$ , el efecto de la variabilidad de la resistencia del material queda referido a la deducción de la resistencia característica, que ahora es independiente del grado de vigilancia por estar implícitamente reflejado en el coeficiente de variación  $c_c$ . El cálculo de  $\gamma_o$ , en cierto modo es innecesario, debiendo calcularse directamente el coeficiente de seguridad parcial  $\gamma_f$ .

## 7. PROBABILIDAD DE HUNDIMIENTO

Hasta ahora, la probabilidad de hundimiento venía expresada en función del coeficiente de seguridad global, igual al producto:

$$\gamma_o = \gamma_f \gamma_c$$

de dos coeficientes, el último de los cuales referido a una resistencia base:

$$f_{cb} = f_{cm} (1 - c_c) \quad (40)$$

que, al cambiarla por una resistencia característica:

$$f_{ck} = f_{cm} (1 - 1,64 c_c) \quad (41)$$

transforma el coeficiente  $\gamma_c$  en otro  $\gamma_{ck}$ :

$$\gamma_{ck} = \frac{1 - 1,64 c_c}{1 - c_c} \gamma_c \quad (42)$$

coeficiente  $\gamma_{ck}$  que tiene la ventaja sobre el  $\gamma_c$  de que por ser independiente de la dispersión del material, puede expresarse, con suficiente aproximación, en función únicamente del coeficiente de seguridad parcial  $\gamma_f$  mediante la expresión (39).

Como, salvo este cambio de referencia, el resto sigue igual, se mantiene la validez de la conclusión anteriormente obtenida respecto a la relación:

$$\gamma_f = \gamma_o^{0,45}$$

y ya que el valor de  $\gamma_o = \gamma_f \gamma_c$  ha dejado de ser el producto  $\gamma_f \gamma_{ck}$  resulta que su valor sólo es un parámetro necesario para calcular  $\gamma_f$ . Existe, por consiguiente, la posibilidad de expresar las probabilidades de hundimiento en términos de  $\gamma_f$  y omitir así el escalón del cálculo de  $\gamma_o$  mediante la simple sustitución, en las fórmulas establecidas, de  $\gamma_o$  por:

$$\gamma_o = \gamma_f^{2,1}$$

en obras muy vigiladas y:

$$\gamma_o = \gamma_f^{2,3}$$

en las normales.



Llamando  $Q$  a la sobrecarga relativa:

$$Q = \frac{q}{g + p + q}$$

la probabilidad de hundimiento (20) viene definida por:

$$P_h = 10^{1,6K - \gamma_0^a (2K - c_\sigma Q^b)}$$

Introduciendo los valores de  $K = 0,9867$  y  $a = 1,43$  para las obras muy vigiladas y  $K = 0,9767$ ,  $a = 1$  en las normales, resulta finalmente:

$$\text{Obras muy vigiladas: } P_h = 10^{1,58 - \gamma_f^3 (1,97 - c_\sigma Q^b)}$$

$$\text{Obras normales: } P_h = 10^{1,56 - \gamma_f^{2,3} (1,95 - c_\sigma Q^b)} \quad (43)$$

en donde las constantes  $c_\sigma$  y  $b$  tienen los siguientes valores:

	$c_\sigma$	$b$
Edificios para vivienda	0,12	2
Locales públicos	0,23	1
Puentes carreteros	0,08	2
Puentes ferroviarios	0,06	2
Depósitos	0,06	2
Viento y nieve	0,14	1

Finalmente, a cada valor del coeficiente de seguridad parcial  $\gamma_f$  le corresponde un valor del coeficiente de minoración de la resistencia característica del hormigón:

$$\gamma_{ck} = 0,84 \gamma_f^{1,222} \quad (39)$$

## 8. VARIACION DEL COSTE CON EL COEFICIENTE DE SEGURIDAD

La expresión (12), representa lo que se ha convenido en llamar el coste total  $C_T$  de la estructura asegurada. El primer sumando  $C_0$ , expresa el coste de primer establecimiento, y el segundo el importe de una prima ficticia destinada a la cobertura de los posibles daños ocasionados por el improbable hundimiento.

Ambos sumandos dependen, entre otras variables, del valor asignado al coeficiente de seguridad  $\gamma_f$ , y puesto que deseamos encontrar el valor de  $\gamma_f$  que hace mínimo el coste  $C_T$ , será preciso tantear los costes relativos a diversos valores de  $\gamma_f$ .

En rigor este sistema implica repetir el cálculo de la estructura tantas veces como coeficientes  $\gamma_f$  se ensayen, circunstancia que supone la realización de un laborioso proceso de reiteradas operaciones. Para simplificar este penoso cálculo, resulta más práctico analizar, de una vez para siempre, la incidencia del coeficiente de seguridad en el coste. A tal efecto, y admitido el supuesto de que el coste de un elemento resistente, calculado con un coeficiente de seguridad  $\gamma_{f0}$ , es  $C_0$ , se intenta deducir el coste  $C$  del mismo elemento calculado con un coeficiente de seguridad  $\gamma_f$ . En definitiva, expresando los costes en valores relativos, se pretende deducir la relación de costes:

$$\xi = \frac{C}{C_0} \quad (44)$$

cuando la relación entre coeficientes es:

$$\beta_o = \frac{\gamma_f}{\gamma_{fo}} \quad (45)$$

Dada la circunstancia de que esta variación del coste con  $\gamma_f$  sólo afecta a los elementos resistentes, el coste  $C_o$  de la estructura queda limitado al propio de los elementos resistentes que la componen. Los muros de cerramiento, los tabiques de separación, las instalaciones en general, los solados, pretilas, etc., por no depender del citado coeficiente, son partidas que no deben figurar en la valoración del coste  $C_o$ .

### 8.1 Vigas y losas

En este caso particular, una variación del margen de seguridad supone una modificación del momento flector que solicita a la sección. Una pieza, en un principio calculada con un determinado coeficiente  $\gamma_{fo}$  para un momento de servicio  $M$ , pasa a tener unas dimensiones distintas cuando el momento de agotamiento es  $\gamma_f M$  en vez de  $\gamma_{fo} M$ .

Sea  $M_g$  el momento debido al peso propio,  $M_p$  el ocasionado por las cargas permanentes, y  $M_q$  el de las accidentales:

$$M = M_g + M_p + M_q$$

Admitamos como base económica de diseño estructural, que el calculista mantiene constante la cuantía de armaduras como criterio de un prudente equilibrio económico entre los costes del hormigón y del acero. En esta hipótesis:

$$\mu = \frac{\gamma_f M}{0,85 f_{cd} b d^2} = k_o$$

Sea:

$$\mu = \frac{\gamma_{fo} M}{0,85 f_{cd} b_o d_o^2} = k_o$$

el momento y dimensiones geométricas de la viga que ha servido de base para una valoración de la misma admitiendo para ello un coeficiente de seguridad inicial  $\gamma_{fo}$ , y sea  $C_o$  el coste de ese elemento estructural para el citado coeficiente.

Al cambiar el coeficiente inicial  $\gamma_{fo}$  por otro  $\gamma_f$ , será necesario modificar el canto útil  $d$  para mantener la misma cuantía. Si se conserva la misma anchura:

$$\frac{\gamma_f M}{d^2} = \frac{\gamma_{fo} M}{d_o^2}$$

Siendo la cuantía constante, la cantidad de armadura variará con la relación  $d$ :  $d_o$ , así como el área de la sección, el volumen de hormigón y, en definitiva, su costo. En consecuencia, la relación entre los respectivos costos es:

$$\xi = \frac{C}{C_o} = \frac{d}{d_o} = \frac{M_g}{M_{go}}$$

Luego:

$$\xi^2 = \frac{d^2}{d_o^2} = \frac{\gamma_f M}{\gamma_{fo} M} = \frac{\gamma_f (\xi M_{go} + M_p + M_q)}{\gamma_{fo} (M_{go} + M_p + M_q)}$$

Llamando  $\chi$  a la relación entre el peso propio y la carga total:

$$\chi = \frac{M_{go}}{M_{go} + M_p + M_q} \quad (46)$$

$$M_{go} = \frac{\chi}{1 - \chi} (M_p + M_q) \quad \xi^2 = \frac{\gamma_f}{\gamma_{fo}} \chi \xi + (1 - \chi) \frac{\gamma_f}{\gamma_{fo}}$$

y si se denomina:

$$\beta_o = \frac{\gamma_f}{\gamma_{fo}}$$

resulta:

$$\xi = 0,5 \beta_o \chi + \sqrt{0,25 \beta_o^2 \chi^2 + \beta_o (1 - \chi)} \quad (47)$$

función que varía entre dos límites extremos, uno en el que por ser  $\chi = 0$ :

$$\xi = \sqrt{\beta_o} \quad (48)$$

y otro en el que por alcanzar  $\chi$  su valor máximo igual a uno:

$$\xi = \beta_o \quad (49)$$

## 8.2 Columnas

Las columnas son piezas en las que se combinan esfuerzos de compresión y de flexión. En el primer caso, cuando la compresión es axial, la sección  $A_c$  de hormigón requerida con una misma cuantía para soportar un esfuerzo  $\beta_o$  veces el de referencia es  $\beta_o$  veces la sección inicial:

$$\frac{A_c}{A_{co}} = \frac{A_s}{A_{so}} = \frac{\gamma_f}{\gamma_{fo}} = \beta_o = \xi \quad (50)$$

relación que coincide con la expresión (49).

Si la flexión predomina, el planteamiento del apartado anterior resulta válido, y siendo la sollicitación poco sensible a las modificaciones del canto ( $\chi = 0$ ), se deduce que la fórmula (48) es la aplicable:

$$\xi = \beta_o^{0,5} \quad (51)$$

## 8.3 Tracción (depósitos y tuberías)

Se admite, como criterio de proyecto, mantener constante la cuantía, con lo cual el espesor mínimo de hormigón debe ser proporcional a las armaduras, conservándose la proporcionalidad entre costes y secciones como en el caso anterior de la compresión centrada:

$$\xi = \beta_o = \frac{\gamma_f}{\gamma_{fo}} \quad (52)$$



## 8.4 Láminas, Cúpulas

En la fase final de agotamiento resistente, la pieza falla por flexión como consecuencia de la acción de una carga excepcional.

La función vinculante entre costes relativos y coeficientes de seguridad es, así, la fórmula (47).

## 8.5 Cimentación

Tanto las cimentaciones indirectas como las directas tienen un comportamiento muy similar al de las columnas. En el supuesto de que las dimensiones de una zapata se ajusten a una condición de máxima carga unitaria transmitida al terreno, si sólo existe una fuerza vertical  $N_o$ , toda variación del coeficiente de seguridad, deberá ser proporcional al área  $A_z$  de la zapata (fig. S-2):

$$\frac{\gamma_o N_o}{A_{zo}} = \frac{\gamma N_o}{A_z}$$

luego:

$$\beta_o = \frac{\gamma}{\gamma_o} = \frac{A_z}{A_{zo}}$$

relación que, al ser proporcional a los volúmenes y por consiguiente a los costes, permite escribir:

$$\xi = \frac{C}{C_o} = \frac{A_z}{A_{zo}} = \beta_o \quad (53)$$

Si, por la acción de las fuerzas horizontales aplicadas a la estructura, la carga vertical se mantiene constante y lo que varía es el momento o la excentricidad de la carga, la distribución de tensiones OAB extendida en toda la anchura  $a_o$  de la zapata inicial de dimensiones  $a_o$ ,  $b_o$ , producida por la carga vertical  $N_o$  con la excentricidad  $\gamma_o e_o$  pasa a ser la ECD, de igual área que la anterior por ser  $N = N_o$ , de igual altura  $EC = OA = \sigma_t$ , de igual extensión  $ED = OB$ , pero cuyo baricentro se desplaza hacia la izquierda en una distancia  $EO = \gamma e_o - \gamma_o e_o$  cuando la anchura de la zapata pasa a ser  $a$ .

En estas condiciones, y en el supuesto de que la excentricidad  $\gamma e_o$  sea mayor que la primitiva  $\gamma_o e_o$ , se puede escribir que:

$$\begin{aligned} \gamma e_o - \gamma_o e_o &= \frac{a - a_o}{2} \\ \gamma_o e_o &= \frac{a_o}{6} \quad , \quad e_o = \frac{a_o}{6 \gamma_o} \end{aligned}$$

Luego:

$$\frac{\gamma a_o}{6 \gamma_o} - \frac{a_o}{6} = 0,5 a_o \left( \frac{a}{a_o} - 1 \right)$$

Llamando, como antes,  $\beta_o$  a:

$$\beta_o = \frac{\gamma}{\gamma_o} \quad (54)$$

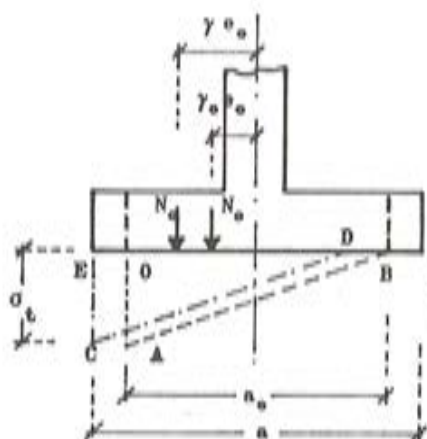


Fig. S-2

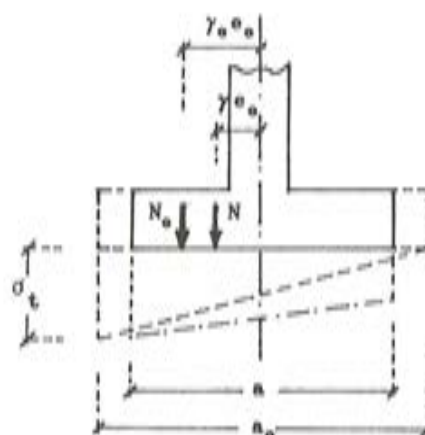


Fig. S-3

y siendo la relación de costes proporcional a los volúmenes de hormigón y de excavación:

$$\xi = \frac{C}{C_o} = \frac{a}{a_o} \quad (55)$$

se deduce que:

$$\begin{aligned} \frac{\beta_o a_o}{6} - \frac{a_o}{6} &= 0,5 a_o (\xi - 1) \\ \xi &= \frac{\beta + 2}{3} \end{aligned} \quad (56)$$

En el caso contrario de que  $\gamma$  sea menor que  $\gamma_o$  (fig. S-3) el planteamiento es análogo. En la zapata de lado  $a_o$ :

$$\begin{aligned} \frac{N_o}{a_o b_o} &= \frac{6 N_o \gamma_o e_o}{a^2 b_o} = \frac{\sigma_t}{2} \\ a_o &= 6 \gamma_o e_o \end{aligned} \quad (57)$$

y en la de lado  $a$ :

$$\begin{aligned} \frac{N_o}{a b_o} + \frac{6 N_o \gamma e_o}{a^2 b_o} &= \sigma_t = \frac{2 N_o}{a_o b_o} \\ 1 + \frac{\gamma}{\gamma_o} \frac{6 \gamma_o e_o}{a} &= 2 \frac{a}{a_o} \end{aligned}$$

y según (54), (55) y (57):

$$1 + \frac{\beta_o}{\xi} = 2 \xi$$

y finalmente:

$$\xi = 0,25 (1 + \sqrt{1 + 8 \beta}) \quad (58)$$

En el adjunto cuadro de costes relativos  $\xi$  se resumen los resultados numéricos que se obtienen en los diferentes casos. Debido a que, en general, el coste  $C_o$  se establece en base a un coeficiente de seguridad inicial  $\gamma_{fo} = 1,6$ , el coeficiente  $\beta_o$  que aparece en las anteriores fórmulas:

$$\beta_o = \frac{\gamma_f}{\gamma_{fo}} \quad (54')$$

aparece en forma de:

$$\beta_o = \frac{\gamma_f}{1,6} \quad (59)$$

para vincular directamente  $\gamma_f$  con  $\beta_o$ . El coste relativo:

$$\xi = \frac{C}{C_o} \quad (60)$$

se expresa, en algunos casos, en función del parámetro:

$$X = \frac{M_{go}}{M_{go} + M_p + M_q} \quad (61)$$

representativo de la relación entre el peso propio y la carga total.

TABLA 8.6

Valores del coste relativo $\xi = \frac{C}{C_o}$											
$\gamma_f$	Relación peso propio a carga total $X = \frac{M_{go}}{M_{go} + M_p + M_q}$										
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
1,20	0,866	0,859	0,853	0,845	0,837	0,827	0,817	0,804	0,789	0,772	0,750
1,25	0,883	0,878	0,872	0,865	0,858	0,850	0,840	0,829	0,816	0,800	0,781
1,30	0,901	0,896	0,891	0,885	0,879	0,872	0,863	0,854	0,842	0,829	0,812
1,35	0,918	0,914	0,910	0,905	0,900	0,893	0,886	0,878	0,869	0,857	0,843
1,40	0,935	0,932	0,928	0,924	0,920	0,915	0,909	0,903	0,895	0,886	0,875
1,45	0,951	0,949	0,946	0,943	0,940	0,936	0,932	0,927	0,921	0,914	0,906
1,50	0,968	0,966	0,964	0,962	0,960	0,958	0,955	0,951	0,947	0,943	0,937
1,55	0,984	0,983	0,982	0,981	0,980	0,979	0,977	0,975	0,973	0,971	0,968
1,60	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1,65	1,015	1,016	1,017	1,018	1,019	1,020	1,022	1,023	1,026	1,028	1,031
1,70	1,030	1,032	1,034	1,036	1,038	1,041	1,044	1,047	1,051	1,056	1,062
1,75	1,045	1,048	1,051	1,054	1,057	1,061	1,066	1,071	1,077	1,085	1,093
1,80	1,060	1,064	1,068	1,072	1,076	1,082	1,088	1,095	1,103	1,113	1,125
1,85	1,075	1,079	1,084	1,089	1,095	1,102	1,110	1,119	1,129	1,141	1,156
1,90	1,089	1,094	1,100	1,107	1,114	1,122	1,132	1,142	1,155	1,170	1,187
1,95	1,103	1,110	1,116	1,124	1,132	1,142	1,153	1,166	1,181	1,198	1,218
2,00	1,118	1,125	1,132	1,141	1,151	1,162	1,175	1,190	1,207	1,226	1,250



El cuadro precedente no es mas que la tabulación numérica de la fórmula (47), correspondiente al caso particular de vigas, placas y láminas. En la aplicación práctica de este método, interesa valorar las variaciones del coste total  $C$  de la estructura en función del coeficiente de seguridad  $\gamma_f$  que se tantea. En rigor, si una estructura está formada por  $n$  tipos de elementos resistentes caracterizados por  $n$  relaciones distintas de  $\xi$ ; el coste  $C$  total será, evidentemente:

$$C = \sum_{i=1}^n C_i \quad (62)$$

y, por consiguiente, habrá un valor medio ponderado de  $\xi$  tal que:

$$\xi_{med} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i C_{i0}}{C_0} \quad (63)$$

La imprecisión en la valoración de los daños, permite la simplificación de calcular el coeficiente de seguridad  $\gamma_f$  admitiendo como expresión de  $\xi$  los valores que se deducen de los elementos resistentes más significativos (en general las vigas). Una vez deducido un primer valor del coeficiente de seguridad, podrá repetirse el cálculo de  $\gamma_f$  manteniendo el mismo coste  $C_0$  del conjunto de la obra, pero asignando a  $\xi$  los valores representativos de la variación del coste en columnas sometidas a compresión compuesta (fórmula 50), o a flexión compuesta (fórmula 51). Los nuevos coeficientes que se obtengan  $\gamma'_f$  y  $\gamma''_f$  serán los aplicables a las fuerzas verticales y horizontales respectivamente, actuantes sobre las columnas, circunstancia que, en algunos casos, presta una lógica generalidad al método que se propone, y que, en general, termina con la primera deducción. La discriminación de los coeficientes en los valores de  $\gamma_f$ ,  $\gamma'_f$  y  $\gamma''_f$ , propios de esta segunda fase, representa una precisión del cálculo sólo compatible con un conocimiento de las leyes de probabilidad mucho más ajustado a la realidad que los escasos datos estadísticos hasta la fecha disponibles.

Cuando los elementos resistentes principales no fueran vigas, placas o láminas, el cuadro anterior permite la deducción de  $\xi$ , valores que, con arreglo a las fórmulas deducidas, se corresponden con el de las vigas si bien adoptando los siguientes valores de  $\chi$ :

- Columnas preferentemente sometidas a compresión compuesta,  $\chi = 1$ .
- Columnas preferentemente sometidas a flexión compuesta,  $\chi = 0$ .
- Columnas sometidas a tipos intermedios de carga,  $\chi = 0,5$ .
- Tuberías, depósitos y piezas a tracción,  $\chi = 1$ .
- Cimentaciones. Esfuerzos verticales,  $\chi = 1$ .
- Cimentaciones. Esfuerzos horizontales, (fórmula 58).

## 9. CONSIDERACIONES SOBRE LA VALORACION DE LOS DAÑOS

La evaluación de los daños  $D$  causados por el posible hundimiento de la estructura cuyo cálculo se analiza, envuelve la suma global de dos partidas de muy distinta significación: la primera supone la valoración de los daños causados a las personas de los usuarios o damnificados por el accidente; la segunda engloba el conjunto de pérdidas materiales.

Esta última comprende al coste  $C$  de reconstrucción de la obra, coste que, por depender del coeficiente de seguridad adoptado, se expresa de un modo explícito en la suma indicativa del riesgo total ( $C + D$ ). En la mayor parte de los casos, este coste  $C$  es tan pequeño comparado con  $D$  que parece acertado suprimirlo. No obstante, se deja así expresado ya que existen casos en los cuales  $D = 0$ . La esperanza matemática del riesgo  $P_h C$  supone, en estos casos un medio para determinar los márgenes de seguridad relativos a ciertos tipos de operaciones o fases de construcción. El pretensado de una viga prefabricada en taller, induce a la introducción de fuertes tensiones de compresión en el hormigón que, por estar recién fabricado, aún no ha desarrollado toda su resistencia potencial. En tales condiciones, la posible rotura, bien sea del hormigón por falta de resistencia, o bien de las armaduras por excesiva, tensión dada a los alambres que la componen, no suele involucrar otro daño que el de la inutilización del elemento precipitadamente construido.

Salvo en estos casos, objeto de un cálculo especial de seguridad, la ruina de una estructura suele acarrear el riesgo de importantes pérdidas materiales cuya valoración puede efectuarse, si bien de un modo somero, en función de las características propias de la obra. El hecho de que, salvo en casos muy particulares, esta partida sólo represente una pequeña fracción de la suma representativa de las pérdidas humanas, resta interés a esta evaluación.

La magnitud de los daños causados por la ruina de una estructura en servicio o a punto de terminarse, está compuesta, principalmente, por la valoración de vidas humanas puestas en peligro como consecuencia del accidente. Admitida la posibilidad de la catástrofe, la mayor dificultad consiste tanto en la estimación del número de personas a las cuales puede afectar como en la valoración individual representativa de la indemnización.

Esta última consideración ha sido analizada por numerosos especialistas en tan delicada materia. Recientemente Michel Le Net ha publicado un interesante trabajo titulado "Le prix de la vie humaine" en el que se plantea la cuestión en forma de cantidad que "el poder ejecutivo está dispuesto a invertir en un país para salvar la vida de un ciudadano medio; individuo más representativo, en media estadística, del conjunto de sus congéneres".

Las compañías de seguros constituyen la fuente más precisa para el conocimiento estadístico de este planteamiento. El trágico balance de los accidentes de tráfico constituye una primera base de partida para este análisis, ya que se poseen datos precisos sobre el número de víctimas y la evaluación de los perjuicios en términos de indemnizaciones abonadas a los beneficiarios de pólizas de este tipo. En números redondos, y con poder adquisitivo de la moneda y cambios referido al año 1975 al cual corresponde el citado trabajo, puede decirse que, en base a estas indemnizaciones, el valor de la vida humana en los países objeto del citado análisis, es el siguiente:

Estados Unidos:	20 millones de pesetas del año 1975	
Alemania Federal:	13    "    "    "    "	(64)
Suecia:	12    "    "    "    "	

Una estadística más reciente, del año 1977, muestra que por cada 100 personas que perecen "dentro de las cuatro paredes del hogar", 162 mueren como consecuencia de accidentes de tráfico. Dentro del primer grupo, los accidentes se reparten de un modo desigual, correspondiendo en un 53% a lo que podría definirse como actividades recreativas. En nin-



gún caso aparecen registrados los daños a personas producidos por fallo de la estructura que los cobija, lo cual indica la baja incidencia de tales circunstancias.

En relación con los accidentes estructurales ocurridos antes de 1975, la única estadística que se ha logrado recopilar es la referente a los 12 meses del año 1967, en Holanda, sobre un total de 3 millones de casas. Según los datos obtenidos por el Instituut TNO de Delft, se registraron, en ese período, 1.500 incendios con daños superiores a 1.000 dólares, 200 averías en edificios causadas por el viento, 200 casos de explosiones, 100 colisiones de móviles pesados (barcos, camiones, grúas desplomadas, aviones, etc.) contra puentes y estructuras en general, 50 hundimientos parciales o totales por causas que pueden calificarse de normales y 20 por sobrecargas excepcionales. Las pérdidas materiales, directas e indirectas, producidas por la totalidad de estos accidentes, se estimaron en 100 millones de dólares de aquella época, la mitad de los cuales fueron imputables a los incendios. En total, se estima perecieron unas 100 personas, sin que haya datos relativos al porcentaje debido a fallos estructurales.

En el campo de las obras hidráulicas, y según datos recogidos del XI Congreso Internacional de grandes Presas, existen en la actualidad un total de 10.000 grandes presas en servicio. El promedio de accidentes a escala mundial por año es de 3 a 4. El porcentaje de presas de altura superior a los 15 m que se rompen durante su período de servicio es el 2% pero solamente la séptima parte de estos accidentes es imputable a causas dependientes del coeficiente de seguridad estructural. La mayor parte de estos accidentes están ocasionados por grandes avenidas en regiones cuya hidrografía se desconoce. Esta falta de información es la causa más frecuente del hundimiento de puentes sobre ríos. Las catástrofes de Frejus y Ribadelago son puntos singulares de esta estadística.

Mientras que la mortandad debida tanto a los accidentes de tráfico como a los laborales o a los deportes se estima del orden de  $10^{-3}$ , los debidos a la construcción se sitúan entre  $10^{-4}$  y  $10^{-5}$ , siendo difícil distinguir entre ellos, por su débil proporción, los porcentajes relativos a los accidentes laborales, los ocasionados por incendios o explosiones y los debidos a fallos propios de la estructura. En Francia, por 1.000 puentes en construcción, se registran de 2 a 3 hundimientos de cimbras por año, más otros tantos accidentes debidos al desprendimiento de grandes vigas prefabricadas a dovelas, durante la ejecución de las obras.

Con posterioridad al año 1975 se han intensificado los estudios relativos a las causas que han motivado accidentes. En el libro "Pathologie des constructions en béton armé", su autor, J. Blevot clasifica el reparto de 2.979 siniestros de relativa importancia en la forma siguiente:

Errores de concepto . . . . .	3,5%
Errores de omisión en el cálculo . . . . .	8,5%
Disposiciones constructivas defectuosas . . . . .	2,5%
Averías por deformaciones excesivas . . . . .	19,5%
Variaciones dimensionales (terrazas) . . . . .	43,7%
Errores de ejecución . . . . .	15,5%
Corrosión, heladas, etc. . . . .	6,5%

En las publicaciones del Congreso de la A.I.P.C. en Lieja (1975), Markov (Bulgaria) y Seeles y Reus (Rumanía) resumen las causas de accidentes en 10 años en los siguientes porcentajes:



	<i>Markov</i>	<i>Seeles y Reus</i>
Errores de proyecto .....	21%	10%
Errores de ejecución .....	57%	54%
Errores de utilización .....	8%	11%
Causas externas (asientos, etc.) .....	8%	18%
Errores diversos .....	6%	7%

Una de las pocas alusiones a las pérdidas de orden personal es la que figura en un trabajo presentado por M. Matousek en 1978 al Comité de Seguridad Estructural (JCSS), según el cual de 692 accidentes registrados en Suiza sólo en la cuarta parte se produjeron heridos, correspondiendo un 19% a edificios y un 5% a túneles y puentes.

Con frecuencia, los diarios publican noticias relativas a los accidentes sufridos en inmuebles y estructuras en general por efecto de causas que no están relacionadas con los criterios de seguridad que ahora se comentan. Sólo en raros casos se precisa que la ruina o las averías se debieron a la acción de sobrecargas excepcionales o anormales (terremotos de singular violencia, explosiones, incendios, etc.). La circunstancia de que, en la mayor parte de estos hechos insólitos, se inicie un proceso judicial contra los presuntos responsables, hace que la noticia quede mutilada y sin posibilidades de formular unos criterios medianamente cuantitativos. Por otra parte, el hecho de que manejemos probabilidades de hundimiento del orden de las decenas de millonésimas, hace que las escasas referencias que nos llegan estén teñidas con el sorprendente colorido de lo insólito. Un puente se hunde porque cae sobre el tablero un peñasco desprendido de una ladera vecina, con más de 10 toneladas de peso; otro, por el incendio promovido por un camión cisterna; varios, por la socavación de las zapatas de una pila durante una avenida. Tres de las ocho torres de Ferrybridge, se hunden bajo un vendaval, y en esta lista, por fortuna, no se registran pérdidas de vidas humanas.

Frente a esta perspectiva optimista aparece la lista negra de las víctimas causadas por los terremotos. Agadir (Febrero de 1960), Santiago de Chile (Mayo de 1960), Skopie (Julio de 1963), Anchorage (Marzo de 1964), Nigata (Junio de 1964), Caracas (Agosto de 1967) y Al Asnam (Octubre de 1980), por citar sólo los más recientes, arrojan un trágico balance.

Y sin embargo resulta muy aventurado deducir de todos estos datos, muchos de ellos incongruentes, una estimación, siquiera aproximada, del promedio de víctimas. Las circunstancias propias de cada suceso, influyen de tal modo que resulta incluso dudoso admitir un principio de aleatoriedad. Un planteamiento, un tanto elemental, nos induce a creer que el número de víctimas debe estar vinculado al tamaño del edificio, dando como resultado que tal número debe poder expresarse como un decimal por metro cuadrado de superficie útil. Igual criterio podría establecerse en relación con otras estructuras, como los puentes, si bien en este caso debe depender tanto de la posible aglomeración de personas en un instante dado (puentes ferroviarios o puentes carreteros), como de la altura del tablero sobre el cauce o desnivel que salva. Este último parámetro parece relacionar el número de víctimas ocasionadas por un accidente de tráfico con la velocidad relativa de los vehículos que colisionan.

Frente a esta heterogeneidad, propia de los efectos debidos a causas excepcionales, no cabe otro criterio que el de estimar los daños de tal modo que justifiquen los valores de los coeficientes de seguridad sancionados por la práctica. Admitiendo este modo de proceder, ya enunciado anteriormente, se llega a la conclusión de que puede valorarse el producto del número de víctimas por el valor asignado a cada una de ellas. Sólo queda definir un factor para que el otro quede determinado.

Orientado así el problema, queda notablemente restringido el campo de fluctuación de todos estos valores hasta el punto de permitir un análisis comparativo de los coeficientes de seguridad implícitamente admitidos hasta la fecha por los códigos, normas o reglamentos nacionales. De acuerdo con los datos anteriormente citados, puede admitirse como punto de

partida, el coste de 20 millones de pesetas del año 1975 como precio estimativo de la vida humana, valor máximo asignado por los tres países (Estados Unidos, Alemania Federal y Suecia) situados a la cabeza de esta estimación, estimación que, de ser errónea, vendrá compensada por la del número medio de víctimas por metro cuadrado del edificio destruido.

Antes de seguir adelante con este planteamiento, y en beneficio de la claridad, conviene generalizar el concepto de unidad monetaria para dotarla de la necesaria universalidad e independencia con el tiempo y la devaluación. Una posibilidad que se ofrece es la de vincular el citado coste con el patrón oro o con la a.u. (account unit), pero tanto una como otra referencia tienen el inconveniente de situarse fuera de los precios comunes de la construcción. Durante muchos años los ingenieros soviéticos tomaron como unidad monetaria para definir los costes, la unidad patrón del metro cúbico de hormigón tipo. De un modo semejante se propone ahora definir como unidad monetaria el coste de 100 kg de acero para armar, de 400 MPa de límite elástico garantizado, incluido el transporte, doblado y colocación dentro de los encofrados, como mejor manera de representar una unidad bien conocida por todos los constructores y comprensiva de los aumentos salariales, de los gastos generales y de los beneficios industriales, como mejor expresión de un poder adquisitivo independiente del tiempo y del lugar. La circunstancia de que estos 100 kg tengan el peso aproximado de 1 KN, hace que esta unidad pueda representarse por las siglas CKN como representante del coste de un kilonewton de acero para armar colocado.

El valor asignado a la vida humana de 20 millones de pesetas en el año 1975 tiene ahora una expresión genérica. El coste de 1 CKN en pesetas, ha sido, en estos últimos años:

1 CKN en 1971 equivale a	2.020 pts.	o a	27 dólares U.S.A.
" 1973 "	2.300 "	31 "	
" 1975 "	3.230 "	44 "	
" 1977 "	4.550 "	62 "	
" 1979 "	6.450 "	87 "	
" 1980 "	7.680 "	104 "	

de donde se deduce que dicho valor puede expresarse como:

$$\frac{20.000.000}{3.230} = 6.000 \text{ CKN} \quad (65)$$

Admitamos el caso de una estructura de edificación, cuyas unidades principales arrojan las siguientes mediciones unitarias, es decir por metro cuadrado de superficie habitable:

	<i>Encofrados</i> <i>m<sup>2</sup></i>	<i>Hormigón</i> <i>m<sup>3</sup></i>	<i>Acero en barras</i> <i>kg</i>
Losas y forjados	1,16	0,11	13
Vigas	0,38	0,07	9
Muros y columnas	0,46	0,05	6
	<hr/> 2,00 m <sup>2</sup>	<hr/> 0,23 m <sup>3</sup>	<hr/> 28 kg

Cimentación 13%.

El coste del metro cuadrado de esta estructura, excluidos los cerramientos, solados, impermeabilizaciones, enlucidos y, en general, todas las partidas independientes del coeficiente de seguridad, es:

$$C_u = 1,13 (2 c_e + 0,23 c_c + 28 c_s) : m^2 \quad (66)$$



Siendo  $c_e$  el coste del metro cuadrado de encofrado, cuyo valor se estima en 0,14 CKN;  $c_c$  el coste del metro cúbico de hormigón,  $c_c = 0,65$  CKN; y  $c_s$  el precio del kg de acero que, por supuesto, es  $c_s = 0,01$  CKN, resulta:

$$C_u = 1,13 (2 \times 0,14 + 0,23 \times 0,65 + 28 \times 0,01) = 0,8 \text{ CKN: m}^2 \quad (67)$$

En estas condiciones, y suponiendo un nivel normal de vigilancia en la ejecución, los daños  $D$  que conducen a unos coeficientes de seguridad normativos de  $\gamma_f = 1,6$ ,  $\gamma_c = 1,5$  son, según puede comprobarse en el Ejemplo nº 1 que más adelante se desarrolla:

$$D = 230 \text{ CKN m}^{-2} \quad (68)$$

lo cual supone, en la hipótesis de un precio unitario de 6.000 CKN para la vida humana, una incidencia de:

$$\frac{230}{6.000} = 0,038 \text{ pérdidas de vidas humanas por m}^2 \quad (69)$$

es decir un promedio de una víctima por cada 26 m<sup>2</sup>, más unas pérdidas materiales de 4 CKN m<sup>-2</sup>, en el caso de un improbable hundimiento de la estructura; cifra en consonancia con el promedio de las registradas en los edificios de los hoteles Gautier y Saada de Agadir (Febrero de 1960) y de los edificios de San José y Macuto-Sheraton, de Caracas (Agosto de 1967), y cerca del doble de otros edificios que se derrumbaron en condiciones menos trágicas.

En consecuencia, puede afirmarse que la citada valoración de la vida humana en un coste equivalente a 6.000 CKN, implica la adopción, por parte del proyectista, de una postura pesimista respecto a la estimación del número de personas presuntamente afectadas por el hundimiento de la estructura.

Si ahora aplicamos estos criterios a un tipo de estructura distinto, como son los puentes, nos encontramos con un resultado que nos causa cierta sorpresa.

En el caso concreto de un puente urbano sobre un río, compuesto por un solo tramo de hormigón pretensado de 45 m de luz, 870 m<sup>2</sup> de tablero incluidas las aceras peatonales, construido al precio unitario de 3,6 CKN m<sup>-2</sup> (Ejemplo núm. 4 del apartado 10), resulta que la magnitud de los daños, teóricamente necesarios para que en el cálculo se deduzcan los coeficientes de seguridad normativos de  $\gamma_f = 1,6$  y  $\gamma_c = 1,5$ , es de  $D = 1.088 \text{ CKN m}^{-2}$ , lo cual equivale a suponer que, si el puente se hundiese, perecerían 145 personas en el supuesto accidente (una por cada 6 m<sup>2</sup> de tablero).

Este resultado, basado en los mismos principios que en el caso precedente, se estima desajustado. Las estadísticas de los puentes destruidos, registran promedios de daños inferiores a los 100 CKN m<sup>-2</sup>. A título de orientación, y en este caso particular, la incidencia de los daños en el coeficiente de seguridad es la siguiente:

Para $D = 1.088 \text{ CKN m}^{-2}$	$\gamma_f = 1,6$	$\gamma_c = 1,5$	(70)
Para $D = 350$ "	" = 1,55	" = 1,44	
Para $D = 175$ "	" = 1,50	" = 1,38	
Para $D = 100$ "	" = 1,45	" = 1,32	
Para $D = 50$ "	" = 1,40	" = 1,27	

Cabría pensar que tal desequilibrio obedece a la circunstancia de que en las normas se han identificado inapropiadamente los márgenes de seguridad de los puentes ferroviarios con los de carretera, pero aún así resulta difícil imaginar la coyuntura capaz de ocasionar tal catástrofe. Según las estadísticas más numerosas de los accidentes de tráfico, el choque de



un tren de viajeros circulando a 80 km/hora contra otro detenido en una estación, difícilmente alcanza el trágico balance de 120 a 160 muertos. Dado que la citada velocidad es equivalente a una caída libre desde 25 m de altura, se deduce que sólo entonces sería posible que 145 personas perecieran si el puente cuyo hundimiento consideramos fuese un viaducto para el ferrocarril dotado de pilas muy altas.

Desde esta perspectiva parece que el intento de normalizar los coeficientes de seguridad reduciéndolos a unos valores muy genéricos, equivale a fijar el espesor en clave de un arco en el 2% de la luz con independencia del rebajamiento, de las cargas, de la cuantía de armaduras y de la calidad del hormigón. Entendemos que cada caso involucra un conjunto de condiciones que el autor del proyecto debe valorar. El período de servicio de la estructura, la intensidad del tráfico, la frecuencia con que los usuarios pueden aglomerarse en corredores, escaleras o habitaciones, la necesidad de que la estructura permanezca incólume en el caso de sismos o de vendavales (caso de los hospitales), las disposiciones adoptadas para limitar la magnitud de los posibles daños, son parámetros que determinan la importancia del accidente y, por consiguiente, inciden en la valoración del coeficiente de seguridad adecuado. A lo sumo podrán sugerirse órdenes de magnitud orientativos, pero la formulación casuística de unos rígidos valores numéricos implica el principio de que el autor del proyecto es un calculista carente del criterio y sentido común necesarios para enjuiciar responsablemente los riesgos que supone la posible ruina de la obra y las causas que puedan motivarla.

Recientemente se han comenzado a construir grandes depósitos destinados al almacenamiento de gases licuados generalmente a temperaturas muy bajas. Los primeros recipientes fueron simples tanques cilíndricos de eje vertical techados por una cúpula esférica. La catástrofe de Cleveland (Ohio), en 1944, causada por una avería en un recipiente de gas natural licuado, ocasionó la pérdida de 100 vidas humanas, 300 heridos graves y la destrucción de 80 casas, 10 fábricas y 200 vehículos. La valoración de los daños causados se estimó en 8 millones de dólares de aquella época. La causa inmediata del desastre fue la explosión lenta producida cuando los 4.500 m<sup>3</sup> del líquido derramado alcanzaron los sumideros del alcantarillado y se mezclaron con las aguas residuales.

A partir de entonces se sigue el criterio de rodear los recipientes de estos combustibles mediante diques de tierra o de fábrica para estancar el posible derrame en una zona localizada. Los incendios registrados en Arabia los años 1962 y 1977, en Fayzin (Francia) el año 1966, la destrucción del depósito de etileno en North Tees, así como los incendios registrados en diferentes refinerías de petróleo por accidentes de servicio o por bombardeos militares, no han alcanzado la magnitud de los daños de Cleveland. El accidente de Staten Island en 1973, producido por causas ajenas a la estabilidad estructural, parece registrar la máxima mortandad al perder la vida 40 hombres.

La estadística es elocuente. Si en el primer caso los 4.500 m<sup>3</sup> de líquido produjeron unos daños equivalentes a 200 millones de dólares del año 1980, el resto de los accidentes, en recipientes notablemente mayores, se quedan muy por debajo de la mitad. Dividiendo por los respectivos volúmenes, se deduce que el daño potencial de un metro cúbico de gas natural licuado es, en el primer caso, de:

$$\frac{200 \times 10^6}{4.500} = 44.400 \text{ dólares m}^{-3} = 427 \text{ CKN m}^{-3} \quad (71)$$

mientras que, de protegerse el recinto con un muro o terraplén perimetral de cerramiento y disponerse detectores de fugas entre la doble barrera del muro de contención y el muro exterior de apoyo de la cubierta, es decir en la zona donde habitualmente se dispone el aislamiento térmico, el daño potencial por metro cúbico almacenado puede estimarse en un valor medio de:

$$\frac{100 \times 10^6}{40.000} = 2.500 \text{ dólares m}^{-3} = 25 \text{ CKN m}^{-3} \quad (72)$$



Como ya se ha indicado, la unidad monetaria CKN representa el coste de 100 kg de acero 40 corrugado, colocado en una estructura de hormigón, coste que se evalúa en 104 dólares o su contravalor de 7.680 pesetas del año 1980.

Conviene hacer la distinción entre el muro exterior que circunda al muro de contención y que sirve de apoyo a la cubierta, y el muro de cerca o terraplén que, siendo más bajo que los anteriores, rodea al recipiente. Un terremoto o un amplio asiento de la cimentación, pueden arruinar la estructura compuesta por un muro interior y otro exterior de cerramiento situado a poca distancia del primero para confinar entre ambos el aislamiento de perlita. En este sentido los diques de tierra o terraplenes, con su escasa altura y ancha base, parecen mucho más eficaces. Inversamente, el muro de hormigón, adosado exteriormente, protege mejor al recipiente interior en caso de un incendio declarado en las proximidades del recinto.

Los valores reseñados en (71) y (72), se entienden referidos al caso de recipientes para gas natural licuado. En el caso de otros productos será necesario considerar el grado de toxicidad del gas a fin de estimar, siquiera de un modo aproximado, la magnitud de los daños ocasionados por el improbable hundimiento del recinto. Como puede observarse, la ruina de un depósito de agua potable raramente origina otros perjuicios que los relativos a la posible interrupción del servicio, partida difícil de valorar pero de necesaria consideración.

Como resumen de cuanto antecede puede decirse que los daños, los riesgos y, en consecuencia, el coeficiente de seguridad, dependen indefectiblemente de las condiciones específicas del entorno. Una presa situada unos kilómetros agua arriba de una ciudad asentada en las márgenes del río, no puede tener el mismo margen de seguridad que otra situada en un paraje desierto y a poca distancia del mar. El proyectista, en cada caso particular, deberá analizar el grado de peligrosidad que entraña la posible ruina de la obra, incluyendo, en los casos en que así proceda, la posibilidad de que el fallo estructural pueda causalmente derivarse de un acto deliberado de tipo demencial o terrorista.

La magnitud de los daños estimados en (68), (70), (71) y (72), son simples deducciones de una estadística relativa a unos casos que, por referirse a unas circunstancias concretas, tienen una dudosa generalización, motivo por el cual se presentan a modo de ejemplos orientativos para discernir las bases de unos criterios cuantitativos.

La principal virtud del método que se propone no es otra que la de destacar la decisiva influencia en el diseño de un conjunto de factores que hasta ahora, y a pesar de su importancia, se mantenían relegados por desconocerse su vinculación con el problema resistente. El cálculo de la estructura se encuentra enriquecido con la intervención de estas nuevas variables, y el hecho de que su valoración sea de imprecisa estimación cuantitativa, no hace más que destacar la ilusoria fiabilidad de todo cálculo indiferente a la influencia de estos factores. Una vez más se justifica el principio de que el problema radical del cálculo de una estructura, consiste en intuir la verdadera magnitud de unos datos inciertos por pertenecer al futuro.

## 10. EJEMPLOS DE APLICACION PRACTICA

Con el fin de sistematizar el proceso operatorio conducente a la valoración de los coeficientes de seguridad  $\gamma_f$  y  $\gamma_c$  en un caso concreto, parece conveniente resumir unos cuantos conceptos de interés práctico.

Se entiende por coste de la obra  $C_0$ , el coste de la estructura resistente. Quedan excluidas, a estos efectos, todas las partidas como pavimentos, cerramientos, impermeabilización, etc. independientes del valor asignado al coeficiente de seguridad. Puesto que el coste  $C$  de la

citada estructura resistente depende de  $\gamma_f$  y  $\gamma_c$ , se entiende por  $C_0$  el coste de la estructura dimensionada con los valores específicos de  $\gamma_f = 1,6$ ;  $\gamma_c = 1,5$ .

Reconociéndose que el coste  $C_0$  es un tanto impreciso por desarrollarse el proyecto con anterioridad a la licitación de la obra, y dado que el citado costo interviene como valor relativo respecto a unos previsibles daños futuros ocasionados por el improbable hundimiento, basta con que su estimación tenga el orden de aproximación de estos últimos. A estos efectos se sugiere descomponer el coste  $C_0$  en tres o cuatro sumandos; coste del hormigón, coste de los encofrados, y coste de las armaduras activas y pasivas. El carácter relativo de estas partidas aconseja valorarlas tomando como unidad monetaria el CKN, equivalente al coste de 100 kg de acero, 40 en armaduras pasivas (1 KN de peso) incluido material, transporte, doblado y colocación. Por este procedimiento basta con conocer las cubicaciones aproximadas de la estructura para, en función de unas relaciones medias entre el coste del metro cúbico de hormigón colocado, coste del metro cuadrado de encofrado, coste de 100 kg de acero en armaduras pretensadas, y el coste-tipo de 100 kg de acero en armaduras pasivas, poder establecer el coste total en la unidad monetaria CKN con las ventajas que supone su carácter universal y permanente. Como podrá observarse en los ejemplos que a continuación se desarrollan, estas relaciones de precios varían muy poco, resultando práctico operar con el coste unitario del metro cuadrado de estructura en vez de con el coste total.

A estos efectos, se comenzará por formar un cuadro, en cuya primera fila se anotarán los números 1,4 - 1,5 - 1,6 - 1,7 - 1,8 que abarcan los posibles valores del coeficiente de seguridad incógnito  $\gamma_f$ . Si se desea una máxima precisión, podrán tantearse los valores de 1,4 - 1,45 - 1,5 - 1,55 - 1,6 - 1,65 (fila 1 del adjunto cuadro).

CUADRO 73

Cálculo del coeficiente $\gamma_f$				
1.-Valores posibles de $\gamma_f$ :	1,45	1,50	1,55	1,60
2.-Valores de $\xi \frac{C}{C_0}$ :				1
3.-Valores de $C = \xi C_0$ :				$C_0$
4.-Pérdidas totales $C + D$ :				
5.-Probabilidad de hundimiento $P_h$ :				
6.-Coste total $C_T = C + P_h (C + D)$ :				

Utilizando la tabla 8.6 (de la página 61)



se escriben en la fila 2 los valores de  $\xi$  que corresponden a los diferentes  $\gamma_f$  para la misma relación  $\chi$ . Esta relación, distinta en vigas que en columnas, se refiere a la propia del elemento resistente cuyo coeficiente se desea calcular. Si se trata del forjado o de las vigas de un edificio,  $\chi$  es la relación citada en términos del momento flector máximo. Si dentro de la misma estructura se desea conocer el  $\gamma_f$  relativo a otro grupo de elementos similares, deberán adoptarse, a efectos de la utilización de la tabla 8.6, los siguientes valores de  $\chi$ :

Columnas preferentemente sometidas a compresión compuesta,	$\chi = 1$ .	
Columnas preferentemente sometidas a flexión compuesta,	$\chi = 0$ .	
Columnas sometidas a tipos intermedios de carga,	$\chi = 0,5$ .	(73)
Tuberías, depósitos y piezas a tracción,	$\chi = 1$	
Cimentaciones. Esfuerzos verticales,	$\chi = 1$	
Cimentaciones. Esfuerzos horizontales,	$\xi = 0,667 + 0,208 \gamma_f$	

La fila 3 es el producto de  $\xi$  por el costo  $C_0$  de la estructura. Este valor de  $C = \xi C_0$  expresa la variación del coste para los diferentes coeficientes  $\gamma_f$  que se tantean.

La fila 4, representativa del valor de las pérdidas totales, es la suma del coste  $C$  más la partida correspondiente a la estimación de los daños producidos por el eventual hundimiento de la estructura, uno y otro sumando expresados bien en valores absolutos o bien referidos a un metro cuadrado de construcción. En el apartado 9, se han comentado los criterios que deben seguirse para la estimación de estos daños, siendo conveniente realzar la estrecha dependencia de esta estimación con el tipo de sobrecarga o hipótesis de cálculo que se considera. Las cargas militares sobre un vano representan la posibilidad de unos daños distintos que los previsiblemente producidos por un hacinamiento de vehículos y camiones. Siendo distintos los daños en una y otra hipótesis, distintos serán los coeficientes de seguridad relativos a uno y otro conjunto de cargas. Como norma general, la gravedad de una acción (incendio, colisión, vendaval o terremoto), induce a la formulación de unas solicitudes y de unos daños que, por ser diferentes, suponen la necesidad de repetir el cálculo de la seguridad deduciéndose unos coeficientes que podrán diferir en cada caso. En los ejemplos que a continuación se desarrollan pueden observarse las citadas diferencias.

En la columna 5 se escriben los valores de la probabilidad de hundimiento  $P_h$  en función del coeficiente  $\gamma_f$  de la columna correspondiente. En el caso usual de obras normalmente controladas el valor de  $P_h$  es:

$$P_h = 10^{1,56 - \gamma_f^{2,3} (1,95 - c_\sigma Q^b)} \quad (74)$$

expresión en la cual las constantes  $c_\sigma$  y  $b$  tienen los siguientes valores:

	$c_\sigma$	$b$	
Edificios para vivienda	0,12	2	
Locales públicos	0,23	1	
Puentes carreteros	0,08	2	(75)
Puentes ferroviarios	0,06	2	
Depósitos y silos	0,06	2	
Viento y sismo	0,14	1	

y en donde  $Q$  representa el valor medio relativo de la sobrecarga respecto a la carga total:

$$Q = \frac{q}{g + p + q} \quad (76)$$

o, si se prefiere, la relación:

$$Q = \frac{M_q}{M_g + M_p + M_q} \quad (77)$$

pudiendo, por consiguiente, variar entre 0 y 1. Una y otra modalidad se emplean según se desee determinar el coeficiente de seguridad  $\gamma_f$  medio y unificado para toda la estructura o contrariamente, el coeficiente multiplicador de las solicitaciones que actúan en la sección crítica de un cierto elemento resistente. El exponente de la función (74) resulta negativo y, en general, del orden de  $-4$  a  $-6$ .

En el caso particular de obras muy vigiladas, el valor de la probabilidad de hundimiento es:

$$P_h = 10^{1,58 - \gamma_f^3 (1,97 - c_\sigma Q^b)} \quad (78)$$

en donde  $c_\sigma$ ,  $Q$  y  $b$  tienen los mismos valores que en el caso anterior.

A estos efectos, se considera como obra muy vigilada aquella en la cual el control de la ejecución está confiado a un Inspector a pie de obra, cuya experiencia en esta función, conocimientos técnicos, categoría profesional y alto grado de responsabilidad estén sobradamente comprobados, auxiliado por un conjunto de colaboradores atentos a los más nimios detalles que puedan ocasionar imperfecciones cuya importancia sea prudentemente analizada. Este equipo o Inspección, debe tener amplias facultades para detener y corregir un proceso, si así lo estima necesario, sin coacciones de perentoriedad en los plazos u otros factores que redunden en perjuicio de la calidad, ejerciendo de un modo sistemático un control fuera de lo normal, tanto de los materiales como de las instalaciones, mediante numerosos ensayos de probetas, comprobando la correcta colocación de las armaduras, de los encofrados, y del hormigón, la adecuada ejecución de los empalmes, las condiciones de almacenamiento del cemento, áridos, aditivos y armaduras, y comprobando que todas las dimensiones, dosificaciones y calidades cumplen con las tolerancias admitidas.

La fila 6 se deduce, en cada columna, por simple adición de la fila 3 al producto de las filas 4 y 5. El coeficiente de seguridad  $\gamma_f$  adecuado se corresponde con el de la columna que conduzca a un mínimo valor de esta suma. El coeficiente de seguridad  $\gamma_c$ , reductor de la resistencia característica, se deduce mediante la fórmula (39):

$$\gamma_c = 0,84 \gamma_f^{1,222} \quad (79)$$

#### *Ejemplo n° 1*

Edificio para viviendas. Vigas.

Sea el caso de un edificio de doce pisos, cuya cubicación, dividida por el número de metros cuadrados de superficie útil del inmueble, arroja el siguiente resultado:

	<i>Encofrado</i> $m^2 : m^2$	<i>Hormigón</i> $m^3 : m^2$	<i>Acero 40</i> $kg : m^2$
Losas y forjado	1,16	0,11	13
Vigas	0,38	0,07	9
Muros y columnas	0,46	0,05	6
Totales	2,00	0,23	28

Admitiendo que la cimentación representa un coste equivalente al 13%, resulta que el coste de la estructura por metro cuadrado de superficie cubierta, excluidos los cerramientos, solados y todas las partidas que son independientes del coeficiente de seguridad, es:

$$C_0 = 1,13 (2 C_e + 0,23 C_h + 28 C_s) : m^2$$

siendo  $C_e$ ,  $C_h$  y  $C_s$ , los respectivos costos del  $m^2$  de encofrado, del  $m^3$  de hormigón y del kg de acero para armar. Expresando estos costes en unidades CKN (coste de 100 kg de acero colocado), tendremos, de un modo suficientemente aproximado:

$$\begin{aligned} \text{coste de } 1 m^2 \text{ de encofrado} &= 0,14 \text{ CKN} \\ \text{coste de } 1 m^3 \text{ de hormigón} &= 0,65 \text{ CKN} \\ \text{coste de } 1 \text{ kg de acero} &= 0,01 \text{ CKN} \end{aligned}$$

con lo que el coste  $C_0$  unitario es:

$$C_0 = 1,13 (2 \times 0,14 + 0,23 \times 0,65 + 28 \times 0,01) = 0,8 \text{ CKN}$$

En el caso particular de vigas, cuyo coeficiente de seguridad  $\gamma_f$  ahora analizamos, el peso por metro lineal actuante se descompone en los siguientes sumandos:

peso propio	6 KN : m.l.
piezas cerámicas	2 KN : m.l.
forjado y tabiques	3 KN : m.l.
sobrecarga	4 KN : m.l.
total	15 KN : m.l.

lo cual supone un valor de:

$$X = \frac{g}{g + p + q} = \frac{6}{6 + 5 + 4} = 0,4$$

Siguiendo las directrices marcadas anteriormente, se comienza por escribir en la primera fila los coeficientes que se tantean:

1.— Valores posibles de  $\gamma_f$ : 1,50 1,55 1,6 1,65 1,70

Entrando en la tabla 8.6 con  $X = 0,4$  se deducen, para estos valores de  $\gamma_f$ , los siguientes valores de  $\xi$ :



2.- Valores de  $\xi = 0,960 \quad 0,980 \quad 1,000 \quad 1,019 \quad 1,038$

y puesto que el coste unitario  $C_0$  se ha estimado en 0,8 CKN, multiplicando este coste por  $\xi$  se deduce:

3.- Coste  $C = 0,768 \quad 0,784 \quad 0,800 \quad 0,815 \quad 0,830$

Sumando a esta partida los daños de  $230 \text{ CKN m}^{-2}$  estimados como medios en la fórmula (68) y dado que se trata de un caso abstracto:

4.- Riesgo  $C + D = 230,768 \quad 230,784 \quad 230,800 \quad 230,815 \quad 230,830$

Aplicando la fórmula (74):

$$P_h = 10^{1,56 - \gamma_f^{2,3} (1,95 - c_\sigma Q^b)}$$

en la cual:

$$c_\sigma = 0,12 \quad \text{,,} \quad b = 2 \quad \text{,,} \quad Q = \frac{4}{6 + 5 + 4} = 0,267$$

se deduce que:

$$P_h = 10^{1,56 - 1,9414 \gamma_f^{2,3}}$$

expresión que determina los valores de la fila 5:

5.- Probabilidad  $P_h : 423 \times 10^{-6} \quad 174 \times 10^{-6} \quad 69 \times 10^{-6} \quad 26 \times 10^{-6} \quad 9,6 \times 10^{-6}$

Sumando al coste  $C$  de la fila 3 el producto de las filas 4 y 5, se obtienen los siguientes costes  $C_T$  de obra asegurada:

6.- Costes compensados  $C_T = 0,8657 \quad 0,8241 \quad \underline{0,8158} \quad 0,8212 \quad 0,8326$

de donde se deduce que el coeficiente de seguridad parcial multiplicador de las solicitudes es el tercero de los tanteados (mínimo  $C_T$ ), es decir,  $\gamma_f = 1,6$ .

Finalmente, el coeficiente  $\gamma_c$  divisor de la resistencia característica es:

$$\gamma_c = \gamma_{ek} = 0,84 \gamma_f^{1,222} = 1,49$$

### Ejemplo n° 2

Edificio de viviendas. Columnas,

Sea el mismo caso del edificio calculado anteriormente. Según se ha indicado en las páginas 63 y 61, cuando se trata de columnas sometidas a compresión compuesta, la deducción de los valores de  $\xi$  se hará en base a  $X = 1$ . Por consiguiente, con esta ligera modificación de la fila 2, el coeficiente  $\gamma_f$  de las columnas centrales es:

1.- Coeficientes $\gamma_f$	=	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70
2.- Valores de $\xi$	=	0,937	0,968	1,000	1,031	1,062
3.- Coste $C = \xi C_0$	=	0,7496	0,7744	0,8000	0,8248	0,8496
4.- Suma $C + D$	=	230,7496	230,7744	230,8000	230,8248	230,8496
5.- Probabilidad $P_h$	=	$423 \times 10^{-6}$	$174 \times 10^{-6}$	$69 \times 10^{-6}$	$26 \times 10^{-6}$	$9,6 \times 10^{-6}$
6.- Suma $C + P_h(C + D)$	=	0,8473	<u>0,8145</u>	0,8158	0,8308	0,8515

Siendo la suma mínima la correspondiente a  $\gamma_f = 1,55$ , éste deberá ser el coeficiente multiplicador de las solicitaciones para las columnas centrales, con un  $\gamma_c$ , divisor de la resistencia característica de:

$$\gamma_f = 1,55 \quad \gamma_c = 0,84 \times 1,55^{1,222} = 1,44$$

En las columnas de esquina, sometidas a unos estados de carga intermedios entre compresión y flexión compuesta ( $X = 0,5$ ), prevalecen los anteriores coeficientes de seguridad  $\gamma_f = 1,6$  y  $\gamma_c = 1,49$  por la analogía de los valores de  $X$  con el de las vigas.

Los valores de  $\gamma_f = 1,55$   $\gamma_c = 1,44$  propios de todas las columnas centrales, no son aplicables a la hipótesis de un terremoto ya que en ese caso las columnas dejarán, probablemente, de estar sometidas a compresión compuesta.

### Ejemplo n° 3

Edificio para viviendas. Cimentación. Sismo.

Imaginemos que el edificio esté situado en una zona sísmica. La cimentación deberá calcularse para una sobrecarga media en el edificio, más los efectos creados por la acción del terremoto. La solicitación deducida para esta hipótesis de cálculo, deberá multiplicarse por un coeficiente de seguridad distinto al correspondiente en una hipótesis de sobrecarga de servicio. El cálculo de la seguridad de la cimentación deberá hacerse ahora sustituyendo los anteriores valores de  $\xi$  por los que resultan de la aplicación de la fórmula:

$$\xi = 0,667 + 0,208 \gamma_f$$

Al propio tiempo, en la fórmula (74) se produce otro cambio al ser  $c_a = 0,14$  ,,  $b = 1$  ,,  $Q = 1$ . Por consiguiente, el valor de  $P_h$  será ahora:

$$P_h = 10^{1,56 - 1,81 \gamma_f^{2,3}}$$

ordenándose el cálculo numérico en la siguiente forma:

1.- Coeficientes $\gamma_f$	=	1,60	1,65	1,70	1,75
2.- Valores de $\xi$	=	1,0000	1,0104	1,0208	1,0312
3.- Coste $C = \xi C_0$	=	0,8000	0,8083	0,8166	0,8250
4.- Suma $C + D$	=	230,8000	230,8083	230,8166	230,8250
5.- Probabilidad $P_h$	=	$168 \times 10^{-6}$	$68 \times 10^{-6}$	$27 \times 10^{-6}$	$10 \times 10^{-6}$
6.- $C_T = C + P_h(C + D)$	=	0,8387	0,8240	<u>0,8228</u>	0,8273

y resultando un coeficiente multiplicador de  $\gamma_f = 1,7$  y un coeficiente  $\gamma_c$  divisor de la resistencia de:

$$\gamma_c = 0,84 \times 1,7^{1,222} = 1,6$$

valores sensiblemente distintos a los anteriores.

#### Ejemplo nº 4

Puente de hormigón pretensado en Gerona.

Puente urbano sobre el río Oñar, de 45 m de luz en tramo único, con 870 m<sup>2</sup> de tablero. Las relaciones X y Q, en términos de momentos expresados en KNm son:

$$X = \frac{76.940}{76.940 + 9.880 + 39.510} = 0,6 \quad \text{..} \quad Q = \frac{39.510}{126.330} = 0,31$$

El coste de construcción en el año 1971, fue el siguiente:

708 m <sup>3</sup> de hormigón C25 a 994 pts:m <sup>3</sup>	=	703.752 pts
520 m <sup>3</sup> de hormigón C35 a 1.217 pts:m <sup>3</sup>	=	632.840 pts
68.400 kg de armaduras pasivas a 20,20 pts:kg	=	1.381.680 pts
38 700 kg de armaduras de pretensado a 49 pts:kg	=	1.896.300 pts
1.700 m <sup>2</sup> de encofrado no visto a 218 pts:m <sup>2</sup>	=	370.600 pts
910 m <sup>2</sup> de encofrado visto a 280 pts:m <sup>2</sup>	=	254.800 pts
Total		5.539.972 pts
190 m.l. de pilote de 0,85 m a 4.750 pts:m.l.	=	902.500 pts
		6.142.472 pts
Excavación, accesos y resto de obra		3.099.128 pts
Total de ejecución material		9.241.600 pts
Gastos generales y beneficio industrial		2.402.816 pts
Presupuesto total de ejecución por contrata		11.644.416 pts

En unidades CKN, el coste del metro cuadrado de tablero es:

0,8 m <sup>3</sup> de hormigón C25	a 0,49 CKN:m <sup>3</sup>	=	0,39 CKN m <sup>-2</sup>
0,6 m <sup>3</sup> de hormigón C35	a 0,60 CKN:m <sup>3</sup>	=	0,36 CKN m <sup>-2</sup>
79 kg de armadura pasiva	a 0,01 CKN:kg	=	0,79 CKN m <sup>-2</sup>
44 kg de acero de pretensado	a 0,024 CKN:kg	=	1,06 CKN m <sup>-2</sup>
2 m <sup>2</sup> de encofrado	a 0,1 CKN:m <sup>2</sup>	=	0,20 CKN m <sup>-2</sup>
1 m <sup>2</sup> de encofrado visto	a 0,14 CKN:m <sup>2</sup>	=	0,14 CKN m <sup>-2</sup>
0,2 m.l. de pilote de 0,85 m	a 2,35 CKN:m.l.	=	0,65 CKN m <sup>-2</sup>
Total			3,59 CKN m <sup>-2</sup>

En este caso particular de puente a escasa altura sobre el río, cimentado sobre pilotes con lo cual el riesgo de una socavación es muy improbable y en todo caso lenta, con signos advertidores del peligro, pegado al nivel de las calles que bordean las márgenes de modo que un huracán no puede azotarlo, con su intradós mas alto que el nivel de las riberas que se inundarán antes de que el nivel de avenidas llegue a rozar el intradós, separado de la alineación de fachadas no pudiendo afectarle el desplome de una casa, sometido a unas cargas de prueba con todo el tablero cargado de camiones pesados, parece que solo es posible su hundimiento, bien sea por la acción de una sobrecarga excepcional sobre el tablero, o bien por el progresivo deterioro o corrosión de las armaduras de pretensado por corrientes eléctricas parásitas o por defectuoso relleno de la papilla de inyección.



Dejando para otros ejemplos la primera de estas hipótesis, consideremos ahora esta última. Por tratarse de un puente urbano, forzoso es admitir la circunstancia de que la rotura pueda originarse como consecuencia de una vibración producida por el paso de uno o varios camiones al tiempo que circulan otros vehículos, estando las aceras parcialmente ocupadas por peatones. Aún en semejantes condiciones, parece dudoso que la rotura del tablero implique la pérdida de numerosas vidas humanas, aunque sí la de heridos. La cifra de un centenar de damnificados, 25 muertos y 75 heridos, parece ya un tanto pesimista. Sobre esta base, los daños unitarios se estiman en:

$$\frac{25 \times 6.000 + 75 \times 2.000}{870} = 350 \text{ CKN m}^{-2}$$

Desarrollando el cálculo sobre estas bases se deduce:

1.- Coeficientes $\gamma_f$	=	1,45	1,50	1,55	1,60
2.- Valores de $\xi$	=	0,932	0,955	0,977	1,000
3.- Coste $C = \xi C_0$	=	3,3459	3,4284	3,5074	3,5900
4.- Suma $C + D$	=	353,3459	353,4284	353,5074	353,5900
5.- Probabilidad $P_h$	=	$1.107 \times 10^{-6}$	$477 \times 10^{-6}$	$198 \times 10^{-6}$	$789 \times 10^{-7}$
6.- $C_T = C + P_h(C + D)$	=	3,7372	3,5968	<u>3,5772</u>	3,6179

resultando un coste mínimo  $C_T$  para un coeficiente multiplicador de las solicitaciones de  $\gamma_f = 1,55$ . El coeficiente  $\gamma_c$  resulta ser:

$$\gamma_c = 0,84 (1,55)^{1,222} = 1,44$$

En el cuadro precedente, la probabilidad  $P_h$  ha sido calculada en base a la fórmula:

$$P_h = 10^{1,56 - \gamma_f^{2,3} (\sqrt{0,95} - 0,08 \times 0,6^2)}$$

#### Ejemplo n° 5

Viaducto en autopista. Viento y sismo.

Viaducto de vigas pretensadas. Tramos de 36 m de luz. Altura de la pila más alta 27 m. Superficie del tablero  $2 \times 13,25 \times 257 = 6.810 \text{ m}^2$ .

El coste del metro cuadrado de tablero, sin incluir juntas de dilatación, placas de neopreno, vallas de seguridad, capa de rodadura, excavación, accesos etc. es:

0,13 m <sup>3</sup> de hormigón en cimientos	a 0,6	CKN:m <sup>3</sup>	= 0,078 CKN m <sup>-2</sup>
0,25 m <sup>3</sup> de hormigón pilas y estribos	a 0,7	CKN:m <sup>3</sup>	= 0,175 CKN m <sup>-2</sup>
0,29 m <sup>3</sup> de hormigón tablero	a 0,8	CKN:m <sup>3</sup>	= 0,232 CKN m <sup>-2</sup>
0,24 m <sup>3</sup> de hormigón vigas con encofrado	a 2,5	CKN:m <sup>3</sup>	= 0,600 CKN m <sup>-2</sup>
0,10 m <sup>2</sup> de encofrado en cimientos	a 0,1	CKN:m <sup>3</sup>	= 0,010 CKN m <sup>-2</sup>
0,50 m <sup>2</sup> de encofrado en pilas y estr.	a 0,2	CKN:m <sup>3</sup>	= 0,100 CKN m <sup>-2</sup>
0,64 m <sup>2</sup> de encofrado en tablero	a 0,2	CKN:m <sup>3</sup>	= 0,128 CKN m <sup>-2</sup>
4,7 kg de acero pasivo en cimientos	a 0,01	CKN:m <sup>3</sup>	= 0,047 CKN m <sup>-2</sup>
14 kg de acero pasivo pilas y estr.	a 0,01	CKN:m <sup>3</sup>	= 0,140 CKN m <sup>-2</sup>
43 kg de acero pasivo vigas y tablero	a 0,01	CKN:m <sup>3</sup>	= 0,430 CKN m <sup>-2</sup>
21 kg cables de pretensado de 36 m	a 0,03	CKN:m <sup>3</sup>	= 0,630 CKN m <sup>-2</sup>
0,8 kg cables de pretensado de 11 m	a 0,045	CKN:m <sup>3</sup>	= 0,037 CKN m <sup>-2</sup>
1,14 kg cables de pretensado de 3 m	a 0,06	CKN:m <sup>3</sup>	= 0,068 CKN m <sup>-2</sup>
0,07 m.l. de pilote (diámetro 0,625 m)	a 1,00	CKN:m <sup>3</sup>	= 0,070 CKN m <sup>-2</sup>
Total			<u>2,746 CKN m<sup>-2</sup></u>

obsérvese que el coste del kg de acero de pretensado, incluido colocación, tesado e inyección, en cables de L metros de longitud es:

$$C_p = \frac{2}{L + 30} \text{ CKN}$$

No se incluyen las partidas de:

0,044 m.l. de junta CIPEC,	a 5,0 CKN:m	= 0,220 CKN m <sup>-2</sup>
0,15 m.l. de valla de seguridad,	a 0,5 CKN:m	= 0,075 CKN m <sup>-2</sup>
Resto de obra		= 0,327 CKN m <sup>-2</sup>

por ser independientes del coeficiente de seguridad.

Las pilas, ordinariamente sometidas a compresión centrada, trabajan en un régimen de compresión compuesta ( $X = 1$ ) en el caso de sollicitaciones por fuerzas horizontales.

Dado que la hipótesis considerada es verdaderamente excepcional, no cabe considerar la circunstancia de que, bajo la acción de un huracán o de un sismo de cierta consideración, el tablero esté muy ocupado por vehículos. Lo más probable es que durante los 20 segundos que puede durar un terremoto, cruce el puente un vehículo, del mismo modo que, bajo los efectos de un huracán, es improbable que circulen vehículos como no sea muy esporádicamente. En consecuencia, la hipótesis de daños previsibles, dada la altura de pilas, corresponde al accidente mortal de todos los pasajeros de dos vehículos, es decir de unas seis personas. Si el puente tuviera poca visibilidad, podría darse el caso de que uno o varios vehículos se precipitaran en el vacío al no detenerse a tiempo. No siendo este el caso particular que ahora se analiza, se supone que son 10 las personas que pueden perecer, como hipótesis pesimista. Los daños, incluidas las pérdidas materiales, se estiman así en:

$$D = \frac{10 \times 6.000}{6.810} = 9 \text{ CKN m}^{-2}$$

Por tratarse de fuerzas horizontales, las constantes que determinan la función de probabilidad son:

$$c_\sigma = 0,14 \quad , \quad Q = 1 \quad , \quad b = 1 \quad , \quad P_h = 10^{1,56 - 1,81 \gamma_f^{2,3}}$$

El cálculo del coeficiente de seguridad se desarrolla en la siguiente forma:

1.- Coeficientes $\gamma_f$	=	1,30	1,35	1,40	1,45
2.- Valores de $\xi$	=	0,812	0,843	0,875	0,906
3.- Coste $C = \xi C_0$	=	2,230	2,315	2,403	2,488
4.- Suma $C + D$	=	11,230	11,315	11,403	11,488
5.- Probabilidad $P_h$	=	$178 \times 10^{-4}$	$8,923 \times 10^{-6}$	$4,321 \times 10^{-6}$	$2,022 \times 10^{-6}$
6.- $C_T = C + P_h(C + D)$	=	2,4300	<u>2,4160</u>	2,4522	2,5112

De donde resulta:  $\gamma_f = 1,35$  ..  $\gamma_c = 0,84 \times 1,35^{1,222} = 1,21$

#### Ejemplo n° 6

##### Maniobra de pretensado

Consideremos ahora el caso de unas vigas de 36 m, para puentes, que se prefabrican en obra para ser colocadas en los tramos. Dado que el peso del tablero que después incidirá sobre las vigas así como las sobrecargas, no hacen más que reducir la compresión en el hormigón creada por el pretensado, se desea conocer cual es la máxima compresión admisible y, en definitiva, los coeficientes de seguridad relativos a ese proceso de pretensado, habida cuenta de que por hormigonarse y tesar en una explanada o nave de prefabricación, la posible rotura de la viga no genera otro perjuicio que el coste C de la misma, aumentado en las multas por su incidencia en un posible retraso en el plazo de entrega.

De acuerdo con los datos establecidos en el ejemplo anterior, el coste de estas vigas referido a un metro cuadrado de tablero es:

0,24 m <sup>3</sup> de hormigón incluso encofrado	a 2,50 CKN:m <sup>3</sup>	= 0,60 CKN m <sup>-2</sup>
12 kg de acero 40	a 0,01 CKN:m <sup>3</sup>	= 0,12 CKN m <sup>-2</sup>
21 kg de acero de pretensado	a 0,03 CKN:m <sup>3</sup>	= 0,63 CKN m <sup>-2</sup>
Total		1,35 CKN m <sup>-2</sup>

Considerado el pretensado como una fuerza exterior, el momento por él creado en la sección central es un 50% mayor que el del peso propio. Por tanto:

$$x = \frac{1}{1 + 1,5} = 0,4 \quad \text{..} \quad Q = \frac{1,5}{1 + 1,5} = 0,6$$

Los daños estimados se cifran, con arreglo al criterio establecido, en un 60% del coste de la viga, es decir en 0,8 CKN m<sup>-2</sup>.

Siendo la probabilidad de hundimiento:

$$P_h = 10^{1,56 - 1,9212 \gamma_f^{2,3}}$$

se deducen los siguientes valores:

1.- Coeficientes $\gamma_f$	=	1,15	1,20	1,25	1,30
2.- Valores de $\xi$	=	0,816	0,837	0,858	0,879
3.- Coste C = $\xi C_0$	=	1,1016	1,1300	1,1583	1,1866
4.- Suma C + D	=	1,9016	1,9300	1,9583	1,9866
5.- Probabilidad $P_h$	=	0,08136	0,04344	0,0224	0,01115
6.- $C_T = C + P_h (C + D)$	=	1,2563	1,2138	<u>1,2022</u>	1,2088

El coeficiente multiplicador de las cargas es  $\gamma_f = 1,25$  y el divisor de las resistencias:



$$\gamma_c = 0,84 \times 1,25^{1,222} = 1,10$$

Dado que, en general, esta operación del pretensado suele ir acompañada de una comprobación previa de los gatos mediante su contraste con células dinamométricas, de la presencia del Inspector y del Director de la obra, así como de un minucioso control de contraflechas instantáneas y diferidas durante el período de almacenamiento, podría calificarse esta maniobra como una operación muy vigilada. Sustituyendo en el cuadro anterior el renglón 5 por la probabilidad:

$$P_h = 10^{1,58 - (1,97 - 0,08 \times 0,6^2) \gamma_f^3}$$

se obtienen los siguientes resultados:

1.— Coeficientes $\gamma_f$	=	1,15	1,20	1,25	1,30
2.— Valores de $\xi$	=	0,816	0,837	0,858	0,879
3.— Coste C	=	1,1016	1,1300	1,1583	1,1866
4.— Suma C + D	=	1,9016	1,9300	1,9583	1,9866
5.— Probabilidad $P_h$	=	0,04243	0,01681	0,006146	0,002066
6.— $C_T = C + P_h (C + D)$	=	1,1822	<u>1,1624</u>	1,17033	1,1907

indicativo de un coeficiente multiplicador de las solicitaciones de  $\gamma_f = 1,2$  con un coeficiente divisor de resistencias de  $\gamma_c = 1,05$ .

Uno y otro resultado debe interpretarse en el sentido de que la pieza debe resistir, en condiciones de estricto agotamiento resistente, la sollicitación debida al peso propio más  $\gamma_f$  veces la sollicitación prevista de pretensado, todo ello suponiendo que la resistencia del hormigón es:

$$f_{ed} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

siendo  $f_{ck}$  la resistencia característica del hormigón a la edad en que se efectúe el pretensado. El hecho de que algunas veces se interpreten estos resultados sobre la base de que bajo los esfuerzos previstos de pretensado el hormigón debe estar sometido, en esta fase, a una tensión máxima admisible de:

$$\sigma_e = \frac{f_{ck}}{\gamma_f \gamma_c}$$

no deja de ser una versión excesivamente simplificada de los conceptos reales de los márgenes de seguridad disponibles. Como dato curioso obsérvese que, en ambos planteamientos de este problema, es decir tanto cuando la obra se la considera como muy vigilada como cuando se la supone normalmente controlada, la probabilidad de rotura de la pieza oscila alrededor del 2% (el 2,2% en un caso y el 1,7% en el otro).

*Ejemplo n° 7.*— Depósito de hormigón pretensado para el almacenamiento de 80.000 m<sup>3</sup> de gas natural licuado.

Definición: Cuba cilíndrica interior de 0,40 m de espesor, 32 m de altura, 28,60 m de radio interior, 28,80 m de radio medio, 31,13 m de altura de líquido.

Muro exterior de cerramiento de 0,40 m de espesor, 33 m de altura, 30 m de radio medio, soportando en su coronación el borde de una cúpula de 0,20 m de espesor, constituida por un casquete de 50 m de radio de la esfera. Inferiormente el muro se apoya en una sofera en forma de disco, de 62 m de diámetro y 0,50 m de espesor.

Ambos muros están pretensados horizontal y verticalmente, así como el anillo perimetral de la cúpula de hormigón. Aunque el depósito está provisto de las necesarias membranas metálicas de impermeabilización, estas partidas están excluidas del presupuesto por no depender del coeficiente de seguridad.

Valoración de la estructura:

5.900 KN de acero 40	a 1	CKN: KN	= 5.900 CKN
3.680 KN de acero de pretensado	a 3	"	= 11.040 "
7.050 m <sup>3</sup> de hormigón	a 0,75	CKN: m <sup>3</sup>	= 5.288 "
35.300 m <sup>2</sup> de encofrado	a 0,12	CKN: m <sup>2</sup>	= 4.236 "
Total			26.464 CKN

$$\text{Coste unitario: } C_o = \frac{26.464}{80.000} = 0,33 \text{ CKN m}^{-3} \text{ de líquido almacenado.}$$

La partida correspondiente a los daños previsibles depende, entre otras variables de menor incidencia, de la densidad de población en el entorno del recipiente. Efectuándose el transporte preferentemente por barco desde los puertos de origen, los almacenamientos en los lugares de destino así como las instalaciones de regasificación adjuntas a los depósitos, suelen estar ubicados en los núcleos industriales de las grandes urbes costeras y a poca distancia de los muelles de atraque de los barcos metaneros. La catástrofe de Cleveland (página 68), no constituye así un hecho verdaderamente excepcional, si bien puede interpretarse que la magnitud de los daños no tiene por qué guardar proporción directa con la capacidad del almacenamiento. Siendo la causa promotora de la violenta explosión la mezcla del líquido derramado con el agua de la red de saneamiento urbano, parece que la magnitud del desastre puede quedar mitigada si se cercan los recipientes con diques o terraplenes periféricos indiferentes a las acciones sísmicas y a los asentamientos del terreno.

En este orden de ideas supongamos que el recipiente está ubicado en una zona industrial de densidad relativamente baja y sin dique de tierra que lo circunde. Admitiendo una relación exponencial del 0,8 en vez de una proporción directa entre capacidades, se deduce que las pérdidas de los 200 millones de dólares del año 1980 que supuso la catástrofe de Cleveland (4.500 m<sup>3</sup>), equivalentes a  $2 \times 10^6$  CKN, supone ahora una valoración total de daños de:

$$2 \times 10^6 \left( \frac{80.000}{4.500} \right)^{0,8} = 20 \times 10^6 \text{ CKN}$$

lo cual supone unos daños unitarios de:

$$\frac{20 \times 10^6}{80.000} = 250 \text{ CKN m}^{-3}$$

Siendo de  $C_o = 0,33 \text{ CKN m}^{-3}$  el coste del recipiente, tomando como variación de  $\xi$  la correspondiente a depósitos ( $\chi = 1$ ), y puesto que la probabilidad de hundimiento es la correspondiente a  $c_o = 0,06$ , ,  $Q = 1$ , se deduce que:

$$P_h = 10^{1,56 - \gamma^{2,3} (1,95 - 0,06)}$$

obteniéndose los siguientes resultados:



1. Coeficientes $\gamma_f$ =	1,55	1,60	1,65	1,70
2. Valores de $\xi$ =	0,968	1,000	1,031	1,062
3. Coste $C = \xi C_o$ =	0,31944	0,33000	0,34023	0,35046
4. Suma $C + D$ =	250,31944	250,33000	250,34023	250,35046
5. Probabilidad $P_h$ =	$2,406 \times 10^{-7}$	$9,748 \times 10^{-8}$	$3,805 \times 10^{-8}$	$1,430 \times 10^{-8}$
6. $C_T = C + P_h(C+D)$ =	0,3797	0,3544	<u>0,3497</u>	0,3540

indicativos de que el coeficiente  $\gamma_f$  apropiado es:  $\gamma_f = 1,65$  y

$$\gamma_c = 0,84 \times 1,65^{1,222} = 1,55$$

En el caso de que se dispusieran unos eficaces diques de tierra que delimitaran la posible extensión del líquido derramado a una zona confinada, el coste de estos diques parece que debe compensar el ahorro que supone la disminución del coeficiente de seguridad con que ahora hay que calcular la estructura. Según se ha visto anteriormente, el promedio de daños en este caso se reduce a  $25 \text{ CKN m}^{-3}$ , dando como resultado los siguientes valores:

1. Coeficientes $\gamma_f$ =	1,45	1,50	1,55	1,60
2. Valores de $\xi$ =	0,906	0,937	0,968	1,000
3. Coste $C$ =	0,2990	0,3092	0,3194	0,3300
4. Suma $C + D$ =	25,299	25,309	25,319	25,330
5. Probabilidad $P_h$ =	$1,311 \times 10^{-6}$	$572 \times 10^{-6}$	$2,406 \times 10^{-7}$	$9,748 \times 10^{-8}$
6. $C_T = C + P_h(C+D)$ =	0,33215	<u>0,32368</u>	0,32553	0,33246

Como puede observarse, la disminución del coeficiente de seguridad del recinto es importante ya que, con estos diques de protección, el coeficiente multiplicador de las cargas, terremoto y asientos de la cimentación incluidos, es de  $\gamma_f = 1,5$ , al cual corresponde un coeficiente divisor de las resistencias del hormigón de:

$$\gamma_c = 0,84 \gamma_f^{1,222} = 1,38$$

La economía que supone esta reducción, del orden del  $103,1 - 93,7 = 9,4\%$  del coste de la estructura resistente, puede compensar la construcción de estos elementos de protección cuyo coste principal radica en el precio del terreno ocupado. En todo caso, estos cambios de coeficientes, así como las economías valoradas, bien en términos de porcentaje (coeficientes  $\xi$ ), bien en términos de valores unitarios (valores de  $C$ ), permiten establecer unos criterios objetivos que, por su carácter numérico, determinan decisiones tan radicales como ésta de confiar la seguridad a un refuerzo de la estructura o a la creación de una tercera barrera de diques periféricos.

## NOTACION UTILIZADA

### A. - MAYUSCULAS.

- A = Area (véanse subíndices).
- B = Función.
- C = Coste de la obra.
- $C_o$  = Coste inicial de la obra. Coste asociado a un coeficiente  $\gamma_o$ .
- $C_T$  = Coste de la obra asegurada.
- D = Valor de los daños ocasionados por el hundimiento de la obra.
- E = Módulo de elasticidad.
- F = Función genérica.
- H = Altura (generalmente expresada en m.).
- K = Constante.
- L = Longitud. Luz.
- M = Momento flector (véanse subíndices).



N = Esfuerzo normal.  
 P = Probabilidad.  
 P<sub>h</sub> = Probabilidad de hundimiento de la estructura.  
 Q = Relación  $\frac{q}{g + p + q}$  entre la sobrecarga y la carga total.  
 S = Solicitación.  
 S<sub>o</sub> = Solicitación teórica.  
 S<sub>R</sub> = Solicitación real.  
 U = Ley de probabilidad de la variable u.  
 V = Ley de probabilidad de la variable v.  
 X = Ley de probabilidad de la variable x.  
 Y = Ley de probabilidad de la variable y.  
 Z = Ley de probabilidad de la variable z.

## B.— MINUSCULAS

a = Constante. Anchura de una pieza.  
 b = Constante. Dimensión transversal de la sección.  
 c = Constante.  
 c<sub>σ</sub> = Dispersión unitaria. Error cuadrático medio unitario.  
 d = Canto o espesor útil.  
 d<sub>o</sub> = Canto útil asociado a un coeficiente de seguridad γ<sub>σ</sub>.  
 e = Base de los logaritmos neperianos. Excentricidad.  
 f = Resistencia del material (véanse subíndices).  
 g = Peso propio unitario.  
 g<sub>o</sub> = Peso propio unitario asociado a un coeficiente de seguridad γ<sub>σ</sub>.  
 h = Canto o espesor total.  
 h<sub>σ</sub> = Constante de precisión =  $\frac{1}{c_{\sigma} \sqrt{\pi}}$   
 k = Constante.  
 n = Número genérico.  
 p = Carga permanente unitaria.  
 q = Sobrecarga unitaria.  
 r = Radio.  
 t = Factor incógnito de corrección.  
 u = " " "  
 v = " " "  
 v<sub>l</sub> = Valor genérico.  
 v<sub>m</sub> = Valor medio.  
 x = Factor incógnito de corrección.  
 y = Factor incógnito de corrección.  
 z = Factor incógnito de corrección.

### C.- MINUSCULAS GRIEGAS

$\alpha$  = Constante adimensional.

$\beta_o$  = Relación entre coeficientes de seguridad,  $\beta_o = \frac{\gamma}{\gamma_o}$ .

$\gamma$  = Coeficiente genérico de seguridad.

$\gamma_c$  = Coeficiente divisor aplicado a la resistencia del hormigón.

$\gamma_{ek}$  = Coeficiente referido a la resistencia característica del hormigón.

$\gamma_f$  = Coeficiente multiplicador de las solicitaciones.

$\delta$  = Dispersión, Error cuadrático medio.

$X = \frac{M_g}{M_g + M_p + M_q}$  = Relación entre momento de peso propio y momento total.

$\xi$  = Relación entre costes con coeficientes  $\gamma$  y  $\gamma_o$ .  $\xi = \frac{C}{C_o}$

### D.-SUBINDICES

c = Relativo al hormigón.

d = Indicativo de un valor de cálculo o de diseño.

f = Relativo a las fuerzas o solicitaciones.

g = Relativo al peso propio.

h = Relativo al hundimiento de la estructura.

i = Indicativo de un valor genérico.

k = Relativo a un valor característico.

m = Relativo a un valor medio.

n = Relativo al valor enésimo.

o = Relativo a un valor inicial, teórico, o absoluto.

p = Relativo a la carga permanente.

q = Relativo a la sobrecarga.

R = Indicativo de un valor real.

s = Relativo a las armaduras, o indicativo del acero.

T = Indicativo de un valor total.

### BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

1. Prot, M. Note sur la notion de coefficient de sécurité. Annales des Ponts et Chaussées. N° 27, París 1936.

2. Prot, M. La sécurité des constructions. III Congreso de la A.I.P.C. Lieja, 1948.

3. Prot, M, Lévi, R. Conceptions modernes relatives à la sécurité des constructions. Revue des Chemins de Fer. París, 1951.

4. Wierzbicki, M.W. La sécurité des constructions comme un problème de probabilité. Annales de l'Académie Polonaise de Sciences Techniques. (Trad.), Informes de la Construcción n° 7. Madrid. Enero, 1949.

5. Freudenthal, A.M. The safety of structures. Proceedings of the A.S.C.E. Vol. 71. n° 8. Octubre, 1945.

6. Freudenthal, A.M. Safety and the probability of structural failure. Proceedings ASCE. Vol. 80. Agosto, 1954.

7. Páez, A. y Torroja E. La determinación del coeficiente de seguridad en las distintas obras. Instituto Técnico de la Construcción. Madrid, 1949.
8. Torroja E. y Páez A. Calcul du coefficient de sécurité. IV Congreso de la A. I. P. C., Cambridge y Londres, 1952.
9. Ferry Borges, J. Dimensionamiento de estructuras. Laboratorio Nac. de Engenharia Civil. Publ. n° 54. Lisboa, 1954.
10. Fery Borges J. y Castanheta M. Structural safety. Laboratorio Nac. de Engenharia Civil. Publ. n° 101. Lisboa, 1968.
11. Johnson A.I. Strength, safety and economical dimensions of structures. Kungl. Tekniska Högskola. N° 12. Stockholm, 1953.
12. Dunham, J.W. Design live loads in buildings. Proceedings Am. Soc. Civil Engineers. Vol. 72. N° 4, 1946.
13. Dunham, J.W. Brekke, G.N. y Thompson, G.N. Live loads on floors in buildings. Nat. Bureau of Standards. Building Materials. Report 133. Washington 1952.
14. Horne, M.R. The variation of mean floor load with area. Engineering. Vol. 171. N° 4.448. Febrero 1951.
15. Páez, A. Distribución de coeficientes de seguridad en el hormigón armado. Informes de la Construcción n° 43. Madrid. Septiembre, 1952.
16. Páez, A. Resistencia característica del hormigón. Informes de la Construcción n° 47. Madrid. Enero, 1953.
17. Páez, A. El coeficiente de seguridad. Revista de Obras Públicas. Madrid. Junio-Julio, 1951.
18. Ligtenberg, F.K. Structural safety and catastrophic events. Instituut TNO. Delft.
19. Comité Européen du Béton. Sécurité dans les structures hyperstatiques, Bull. n° 55. Oct. 1965.
- Structural safety. Bull. n° 78. Mayo 1971.
- Manuel "Sécurité des structures". Bulletin n° 102. Agosto 1974.
- Manuel "Sécurité des structures". Bulletin n° 106. Enero 1975.
- Manuel "Sécurité des structures". Bulletin n° 107. Febrero 1975.
- Joint - Committee on structural safety. Bull. n° 108. Marzo, 1975.
- Manuel "Sécurité des structures". Bulletin n° 127. Diciembre, 1979.
- Manuel "Sécurité des structures". Bulletin n° 128. Enero, 1980.
20. Crandall, S.H. Failure under random vibration. The Norwegian Institute of Technology. Trondheim. Junio 1977.
21. Ditlevsen, O. Fundamentals on "Second Moment" reliability Theory. The Norwegian Institute of Technology. Trondheim. Junio, 1977.
22. Lind, N.C. Reliability-Based Structural Codes. Safety Level Decisions. The Norwegian Inst. of Technology. Trondheim. Junio, 1977.
23. Davenport, A.G. Wind structure and Wind Climate. Norwegian Inst. of Technology. Trondheim. Junio, 1977.
24. Davenport, A.G. The prediction of the response of structures to gusty wind. Norwegian Inst. of Technology. Trondheim. Junio, 1977.
25. Van Koten, H. Safety of structures under wind loading. Norwegian Inst. of Technology. Trondheim. Junio, 1977.
26. Moses, F. Safety and reliability of offshore structures. Norwegian Inst. of Technology. Trondheim. Junio, 1977.





PREFABRICACION LIGERA Y PESADA

ALVISA

PREFABRICADOS ALBAJAR

**PUENTES - NAVES INDUSTRIALES - FORJADOS  
BOVEDILLAS - LADRILLOS - TEJAS - TUBOS DRENAJE**



**HUESCA:**

Oficina Comercial y Fábrica: P.<sup>o</sup> Lucas Mallada, s/n - Teléfono 22 39 00 - HUESCA

Oficina y Fábrica: Ctra. de Lérida, s/n - Teléfono 40 07 80 - MONZON

Oficina y Fábrica: Ctra. de Huesca - Teléfono 39 00 41 - GRAÑEN

**MADRID**

Oficina Comercial: Orense, 10, 1.<sup>o</sup> - Teléfonos 455 05 35 - 6 - 7 - MADRID-10

Oficina y Fábrica: Ctra. Torrejón a Loeches, Km 4,200 - Teléfonos 675 04 50 - 4 - 8 -  
TORREJON DE ARDOZ

Oficinas y Fábrica: Ctra. de Toledo, Km 7,300 - Teléfono 688 27 72 - LEGANES

**ZARAGOZA**

Oficina Comercial: P.<sup>o</sup> de la Constitución, 31 - Teléfonos 23 75 02 - 3 - ZARAGOZA-1

# **Reglas prácticas para el análisis de los fenómenos de fatiga bajo solicitaciones repetitivas de amplitud no constante**

**Jesús Ortiz Herrera**  
**Dr. Ingeniero de Caminos**

## **RESUMEN**

Se establecen en este trabajo criterios para el tratamiento simple y suficientemente aproximado de los fenómenos de fatiga bajo solicitaciones repetitivas de amplitud variable, tales como las debidas a las sobrecargas de tráfico en los puentes de carretera y ferrocarril. La aplicación de las reglas propuestas es perfectamente compatible con un planteamiento "semiprobabilístico" del análisis estructural, pero la fundamentación de las mismas es probabilista. Sólo las propiedades del acero estructural son consideradas, aunque el método se considera aplicable tanto a piezas metálicas como a piezas mixtas con acero estructural predominante.

## **1. Introducción**

Las especificaciones relativas al estado límite de fatiga en las reglamentaciones españolas pueden calificarse de vagas, incompletas o inexistentes, según los casos, quedando ampliamente al criterio del proyectista los niveles de seguridad exigibles. Así, en estructuras tales como los puentes de carretera y ferrocarril, donde la importancia de los fenómenos de fatiga es bien evidente, la consideración práctica de éstos oscila con frecuencia entre los siguientes extremos:

- I — Omisión de la introducción explícita de los fenómenos de fatiga en el análisis estructural, si bien generalmente paliada por un correcto diseño de los detalles y sistemas constructivos y la elección adecuada de las calidades de materiales (caso frecuente en los proyectos de puentes de carretera de nuestro país).

- II — Drásticas reducciones de las resistencias estáticas de los materiales, derivadas de la hipótesis de aplicación de dos o más millones de veces de las sobrecargas mayores (o, lo que es equivalente, de los valores característicos o nominales, si se calcula "en tensiones admisibles"), aproximación usualmente adoptada en los proyectos de puentes de ferrocarril metálicos y mixtos.

Como principal (aunque no exclusivo) campo de aplicación del presente trabajo, se considera el de los puentes metálicos y mixtos de carretera y ferrocarril, y en ellos el criterio I no resiste la crítica, por lo cual dicho criterio no será objeto de consideración en este artículo. Por el contrario, se estima de gran interés el formular reglas alternativas del criterio II, basándose en espectros de sobrecargas más ajustados a la realidad, y no en la extraordinariamente conservadora hipótesis de que tan elevado número de repeticiones de las sobrecargas móviles se producen todas con el valor máximo (ponderado) de las mismas.

Por otra parte, se pretende plantear dichos criterios "alternativos" de forma fácilmente operativa, aun cuando ello implique aceptar modelos relativamente simplificados del fenómeno que se analiza o suplir razonablemente la carencia de diversos datos estadísticos. Es decir, se prefiere un planteamiento cuyas conclusiones sean sencillas y operativas, aunque aproximadas, a formulaciones más rigurosas pero incompletas o difíciles de aplicar en la práctica. En el apartado núm. 9 de este artículo ("conclusiones") se resumen las reglas propuestas, que se observará son efectivamente de aplicación inmediata: las tablas y ábacos usuales de los cálculos de fatiga son directamente utilizables, viéndose afectados sólo los datos de entrada en los mismos.

Estas reglas constituyen una aportación a los muy numerosos estudios sobre el fenómeno de la fatiga, entendiéndose que alcanzan un compromiso satisfactorio del rigor y generalidad con la sencillez de aplicación.

## 2. Fatiga bajo ciclos de amplitud constante

El fenómeno de la fatiga de los metales y otros materiales bajo ciclos de carga periódicos es conocido desde antiguo y se encuentra descrito en numerosas publicaciones, a nivel empírico y teórico (referencias 1, 2, 6, 7, 8, 12, 13, etc.). En todo el presente trabajo se supone que la estructura mantiene un comportamiento sensiblemente lineal hasta la rotura por fatiga, quedando excluidos los fenómenos de fatiga de "ciclo bajo", como los que ocurren, por ejemplo, en un entramado plastificado alternativamente bajo una acción sísmica de gran magnitud (referencia 2).

En tales condiciones, teórica y experimentalmente pueden ligarse las variables que definen el ciclo de tensión aplicado (dos como mínimo), con el número de ciclos aplicados hasta la rotura del material,  $N_F$ . Las dispersiones observadas de esta magnitud son muy considerables, por lo cual la descripción del fenómeno ha de ser esencialmente estadística; sin embargo, para facilitar el análisis, puede fijarse un cierto fractil o conjunto de valores con una elevada probabilidad de ser sobrepasados (usualmente, el 95%), definiendo así una ley "característica inferior" que permita un tratamiento posterior formalmente determinístico. Generalmente dicha ley admite una expresión del tipo:

$$N_F(s) = \frac{k}{(s - s_0)^p} \quad (s > s_0) \quad (2.1)$$



siendo:

$s = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$ , amplitud tensional (constante en cada ciclo)

$s_0, k, \rho$ : Características del material, dependientes de  $\sigma_{\min}$  o del cociente  $\sigma_{\min}/\sigma_{\max}$

$N_F$ : Número de ciclos hasta la rotura por fatiga.

En caso de disponerse de tres puntos de la curva,  $(s_i, N_{Fi})$ ,  $1 \leq i \leq 3$ , cumpliendo  $N_{F2} = \sqrt{N_{F1} N_{F3}}$ , puede estimarse el exponente  $\rho$  en la forma:

$$\rho \simeq \frac{\left( \frac{1}{2} \ln \frac{N_{F3}}{N_{F1}} \right)}{\ln \left( \frac{s_1 - s_2}{s_2 - s_3} \right)} \quad (2.2)$$

$s_0$  y  $k$  se obtienen a partir de  $\rho$  mediante las expresiones siguientes:

$$s_0 = s_1 - \frac{(s_1 - s_3)}{1 - (N_{F1}/N_{F3})^{1/\rho}}; \quad k = (s_1 - s_3)^\rho \left( \frac{1}{N_{F1}^{1/\rho}} - \frac{1}{N_{F3}^{1/\rho}} \right)^{-\rho} \quad (2.3)$$

Si  $N_{F1}, N_{F2}, N_{F3}$  no cumplen la condición antedicha, estimando a priori un cierto valor del exponente  $\rho$ , las expresiones 2.3 son aplicables para la determinación de  $s_0$  y  $k$ ; el valor de  $s_2$  debe ser próximo a  $s_0 + (k/N_{F2})^{1/\rho}$ , debiendo procederse en caso contrario a un nuevo tanteo.

En caso de ser  $s_0 = 0$ , este proceso se simplifica considerablemente, ya que entonces se tiene  $\ln N_F = \ln k - \rho \ln s$  y basta ajustar una recta al conjunto de puntos  $(\ln s_i, \ln N_{Fi})$ .

Según las referencias 5, 7, 11, cabe suponer, aproximadamente, una ley 2.1 independiente de  $\sigma_{\min}$ , e incluso fijar  $s_0 = 0$  y  $\rho = 3$ , lo cual permite notables simplificaciones en los análisis siguientes.

### 3. Ley de Palmgren - Miner

Si se producen  $n$  grupos de ciclos de tensión de diferentes amplitudes  $s_i$  y número de repeticiones  $N_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ), la ley de Palmgren-Miner establece como condición de no rotura:

$$D = \sum_{i=1}^n D_i < 1, \quad \text{con } D_i = \frac{N_i}{N_F(s_i)} \quad (3.1)$$

siendo  $N_F(s_i)$  el número de ciclos hasta rotura bajo  $s = s_i = \text{cte.}$  (2.1). El parámetro  $D$  recibe el nombre de "daño" de fatiga acumulado, y se postula que el material resiste mientras  $D < 1$ , produciéndose la rotura para  $D = 1$ . La ley 3.1, establecida por A. Palmgren en 1924 y M.A. Miner en 1945, es generalmente aceptada como regla de diseño en las construcciones metálicas (referencias 2, 5, 7, 11, 12, 13, 14, 15) y puede establecerse por meras consideraciones teóricas (referencia 8), admitiendo las siguientes hipótesis:

- Carácter lineal de la función de daño elemental; otras formulaciones suponen un comportamiento no lineal, por ejemplo con  $D_i = [N_i/N_F(s_i)]^{\alpha_i}$  y  $\alpha_i = \alpha(s_i) > 1$ .

- b) Independencia de los "daños"  $D_i$  para diferentes amplitudes; como consecuencia de a) y b), el daño total producido es independiente de la secuencia de aplicación de las sollicitaciones; y por ello dicha secuencia no se especifica en 3.1.

El contraste experimental de la ley de Palmgren - Miner muestra importantes desviaciones, que se atribuyen principalmente a la hipótesis b); en efecto, existen interacciones importantes entre la sollicitación producida en un ciclo dado y las ocurridas en ciclos previos, siendo especialmente desfavorables las amplitudes previas de valor superior a la producida en el ciclo en cuestión. De modo aproximado, la ley 3.1 puede mejorarse introduciendo un factor corrector  $\omega_i$  de cada daño elemental (referencia 8):

$$D = \sum_i D_i ; D_i = \frac{\omega_i N_i}{N_F(s_i)} \quad (3.2)$$

expresión en la cual debe respetarse la secuencia real de aparición de las sollicitaciones, y  $\omega_i$  depende de  $s_i$  y de las amplitudes previas  $s_{i-k} > s_i$ , reduciéndose a la unidad en caso de amplitudes iguales. Aparte de la ausencia de datos empíricos suficientes para la definición práctica estos "coeficientes de interacción"  $\omega_i$ , su consideración complica notablemente el análisis, por lo cual se recurre a la ley simplificada 3.1, la cual es generalmente aceptada como criterio aproximado de diseño, según ha quedado indicado anteriormente.

Otra posible mejora de 3.1 consiste en introducir el carácter claramente disperso de los valores de  $D$  en el instante de rotura; identificando dichos valores  $D_R$  como una variable aleatoria (y también  $D$ ), 3.1 se sustituye por el criterio probabilístico siguiente:

$$P(D > D_R) = P_F \quad (3.3)$$

siendo  $P_F$  la probabilidad de rotura. La media  $m_R$ , desviación típica  $\sigma_R$  y el coeficiente de variación  $V_R = \sigma_R/m_R$  de la magnitud  $D_R$  oscilan ampliamente, y dependen lógicamente de la forma en que se defina la ley pseudo-determinística  $N_F(s_i)$ ; algunos valores recogidos en la referencia 14 para un acero estructural análogo al A42 español, oscilan en los intervalos  $1,27 \leq m_R \leq 2,06$ ,  $0,341 \leq \sigma_R \leq 0,519$ ,  $0,269 \leq V_R \leq 0,353$ ; si la ley  $N_F(s)$  ha sido establecida en forma de "curva de mínimos" (ley característica inferior definida en el ap. 2), como valores típicos, aunque en modo absoluto fijos, cabe señalar  $m_R = 1,8$ ,  $V_R = 0,3$ .

Según se ha expuesto, la aplicación de la ley de Palmgren - Miner permite la consideración del conjunto de amplitudes tensionales de un modo no secuencial, adoptando por ejemplo un histograma de frecuencias relativas, o, en el límite, una función de densidad de probabilidad  $p(s)$ :

$$dD = \frac{N p(s) ds}{N_F(s)} ; D = N \int_{s_0}^{\infty} \frac{p(s) ds}{N_F(s)} \quad (3.4)$$

siendo  $N$  el número total de ciclos. Como extremo inferior de integración se adopta el límite de endurance ( $s_0$ ) ya que para  $s < s_0$  puede suponerse  $N_F \rightarrow \infty$ .

#### 4. Estadística de las solicitaciones

La distribución de probabilidad de las amplitudes tensionales está relacionada con la de las sobrecargas de tráfico, a través de la respuesta de la estructura. En relación con las sobrecargas móviles, intervienen la distribución de probabilidad de los pesos de los vehículos ( $p_v$ ) y de las separaciones entre los mismos (esta última, generalmente bien modelada mediante una distribución de Poisson), velocidades, etc. Estadísticas efectuadas en USA (1972; referencia 13) han determinado, para las carreteras de dicho país, distribuciones  $p_v$  netamente irregulares (valores significativos, hasta 40 t.; al menos tres máximos en dicho intervalo), no ajustables con distribuciones de probabilidad clásicas. Por el contrario, mediciones efectuadas en el mismo país de oscilaciones tensionales en puentes de carretera (referencia 10) muestran histogramas claramente asimilables a una distribución logarítmico-normal o similar; la aparente contradicción entre el carácter irregular de  $p_v$  y "clásico" de  $p(s)$  es atribuible por un lado a la actuación simultánea de cargas de varios vehículos y, por otra parte, al carácter "integrador" de la respuesta dinámica de la estructura. En investigaciones de carácter teórico se emplean asimismo para  $p(s)$  otros tipos de distribuciones: Rayleigh (referencias 5, 7), normal, etc.

Así pues, las distribuciones alternativas siguientes pueden ser consideradas:

$$p(s) = \frac{1}{\sigma_s} \varphi(u); \quad u = \frac{s - m_s}{\sigma_s}; \quad \varphi(u) = \frac{e^{-u^2/2}}{\sqrt{2\pi}} \quad (4.1)$$

$$V_s = \sigma_s/m_s; \quad V'_s = 0 \quad (\text{distribución normal})$$

$$p(s) = \varphi(v)/s \cdot b \cdot \sigma; \quad v = (\ln(s/a) - m \cdot b)/b \cdot \sigma; \quad 0 \leq s < \infty \quad (4.2)$$

$$m_s = a \exp\left(m \cdot b + \frac{\sigma^2 b^2}{2}\right); \quad V_s = \frac{\sigma_s}{m_s} = (e^{\sigma^2 b^2} - 1)^{1/2}; \quad V'_s = (V_s^6 + 3 V_s^4)^{1/3}$$

(distribución logarítmico-normal)

$$p(s) = \frac{w}{b} e^{-w^2/2}; \quad w = \frac{s-c}{b} \leq 0; \quad c \leq s < \infty \quad (4.3)$$

$$m_s = c + 1,253 \cdot b; \quad V_s = \frac{\sigma_s}{m_s} = \frac{0,523}{1 + 0,8 \cdot c/b}; \quad V'_s = 0,856 V_s$$

(distribución de Rayleigh)

En estas expresiones,  $m_s$ ,  $\sigma_s$  y  $V_s$  son respectivamente la media, la desviación típica y el coeficiente de variación de  $s$  ( $V_s = \sigma_s/m_s$ ) y  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $m$  y  $\sigma$  son diversos parámetros. En cuanto a  $V'_s$ , se define a partir del momento central de tercer orden, en la forma  $V'_s = \frac{1}{m_s} \{E[(s - m_s)^3]\}^{1/3}$ .

En el caso de la distribución normal, se supone  $\sigma_s$  suficientemente pequeña respecto a  $m_s$  (al menos,  $V_s < 0,5$ ) de tal forma que en la expresión de la esperanza matemática pueda adoptarse, aproximadamente, cero como límite inferior de integración (en lugar de  $-\infty$ ):

$$E[f(s)] = \int_0^\infty f(s) p(s) ds \quad (4.4)$$



Para la distribución logarítmico-normal la expresión 4.4 es siempre correcta, ya que la variable  $s$  varía de 0 a  $\infty$ . Para la distribución de Rayleigh, se tiene  $c \leq s < \infty$ , luego la aplicación de 4.4 exige adoptar  $p(s) = 0$  en el intervalo  $0 \leq s \leq c$ .

El valor característico  $s_k$ , definido por la condición  $\int_0^{s_k} p(s) ds = 0,95$ , se expresa en la forma:

$$s_k = m_s + \mu \sigma_s = m_s (1 + \mu V_s) \quad (4.5)$$

siendo:  $\mu = 1,64$  (distribución normal) (4.6)

$$\mu = \frac{1}{V_s} \left[ \frac{\exp 1,64 \sqrt{\ln (1 + V_s^2)}}{\sqrt{1 + V_s^2}} - 1 \right] \quad (4.7)$$

(distribución logarítmico-normal)

$$\mu = 1,83 \text{ (Rayleigh)} \quad (4.8)$$

**TABLA 1**  
Distribución logarítmico-normal: coeficientes  $\mu$  y  $\mu'$   
Valor característico superior =  $m_s (1 + \mu V_s)$ ; ídem inferior =  $m_s (1 - \mu' V_s)$

$V_s$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$\mu$	1,64	1,72	1,78	1,83	1,87	1,88
$\mu'$	1,64	1,55	1,46	1,36	1,27	1,18

En el caso de sobrecargas de tráfico, la elección del tipo de distribución de probabilidad tiene en principio bastante relación con el número de ciclos de tensión a adoptar ( $N$ ). Si los diferentes valores de las sobrecargas móviles reales son relativamente comparables, como ocurre en los puentes de ferrocarril, todas ellas pueden ser tenidas en cuenta, y entonces el número de repeticiones de las sobrecargas ( $N'$ ) es simplemente el número de circulaciones esperadas durante la vida útil de la estructura (la relación entre  $N'$  y  $N$  se discute más abajo).

En cambio, en los puentes de carretera, con gran número de vehículos individuales de pesos ampliamente variables, el número de ocurrencias  $N'$  puede ser elevadísimo, y la consideración de todas ellas, aunque viable, parece inadecuada. Observando que, de acuerdo con la ley 2.1, la influencia de las solicitaciones de pequeño valor es nula o muy reducida en un cierto intervalo  $0 < s < c$  (\*), puede efectuarse un "filtrado" preliminar, eliminando todas las sobrecargas que determinen solicitaciones por debajo del umbral  $c$ , es decir, limitando la estadística a un conjunto de sobrecargas "significativas" superiores a una cierta fracción de los valores nominales. Conocidos o estimados los períodos medios de retorno de estas sobrecargas "significativas", y, en particular, el de la sobrecarga "umbral",  $T_c$ , se puede determinar el número de ocurrencias  $N'$  de dichas sobrecargas en la vida útil de  $\tau$  de la estructura ( $N' \sim \tau/T_c$ ). Procediendo de la forma antedicha: 1) el valor de  $N'$  resulta de órdenes

(\*) Incluso si  $s_0 = 0$ , con  $\rho = 3$ , es evidente que los valores pequeños de  $s$  prácticamente no influyen. Con  $s_0 \neq 0$  y  $\rho = 3$ , el "umbral"  $c$  puede alcanzar valores relativamente altos.

"razonables" ( $N' \leq 2 \cdot 10^6$ ); 2) pueden considerarse coeficientes de variación relativamente reducidos ( $V_s \sim 0,30$ ); 3) resultan muy adecuadas, en principio, distribuciones como la de Rayleigh anteriormente definida, la cual presenta un umbral ( $c$ ) y es un caso particular de una ley de valores extremos (Weibull).

Considerando la respuesta dinámica de la estructura, el número de ciclos de tensión ( $N$ ) es siempre mayor que el número de repeticiones de las sobrecargas significativas ( $N'$ ); pero, en las piezas principales, sólo unos pocos (dos, referencia 7; uno, referencia 10) de los ciclos producidos por cada tren de cargas presenta amplitudes significativas a efectos de fatiga. Por otra parte, las amplitudes observadas suelen presentar reducciones importantes (30% en piezas de más de 30 m de luz, referencia 7) respecto a las tensiones estáticas incrementadas por coeficientes de impacto teóricos y calculadas omitiendo posibles colaboraciones de elementos secundarios y no estructurales. Ambos efectos, incremento del número de ciclos y reducción de amplitudes tensionales, se compensan sobradamente si, por ejemplo, se aplica la ley 2.1 con  $s_0 = 0$  y  $\rho = 3$  ( $2 \cdot 0,7^3 = 0,69 < 1$ ).

Por ello se acepta, salvo estudios más precisos, identificar el número de ciclos de tensión,  $N$ , con el de sobrecargas "significativas",  $N'$ ; y, a la vez, la amplitud tensional,  $s$ , con la tensión estática afectada del coeficiente de impacto teórico, debida dichas sobrecargas. Mayor atención, no obstante, requieren los elementos secundarios de piso, pues en dichos elementos el número de ciclos de tensión por cada circulación del tren de cargas puede llegar a ser muy elevado, dependiendo del número de unidades componentes del mismo; para el análisis de dichos elementos, el número de ciclos  $N$  debe ser elegido en consecuencia.

## 5. Número equivalente de ciclos de carga

Se pretende transformar la expresión 3.4 del "daño" de fatiga  $D$ , escribiéndolo en la forma siguiente:

$$D = \frac{N_{eq}}{N_F(s_k)} = \frac{\phi N}{N_F(s_k)} \quad (5.1)$$

siendo  $s_k$  la amplitud característica definida en 4.5 y  $N_{eq} = \phi N$  un número "equivalente" de ciclos, en base al cual el daño esperado 3.4 pueda evaluarse como si los ciclos de sollicitación fueran de amplitud constante e igual a la amplitud característica o "nominal"  $s_k$ .

Identificando 5.1 con 3.4, teniendo en cuenta 2.1 y suponiendo  $s_k > s_0$ , se encuentra de manera inmediata:

$$\phi = \frac{1}{(s_k - s_0)^\rho} \int_{s_0}^{\infty} (s - s_0)^\rho p(s) ds \quad (5.2)$$

En el caso  $s_0 = 0$ , esta expresión se reduce a:

$$\phi = \frac{E(s^\rho)}{s_k^\rho} = \frac{E(s^\rho)}{(1 + \mu V_s)^\rho m_s^\rho} \quad (5.3)$$

Si  $\rho$  es entero, 5.3 admite un desarrollo más explícito. Así:

$$\text{Para } \rho = 2, \quad \phi = \frac{1 + V_s^2}{(1 + \mu V_s)^2} \quad (5.4)$$

$$\text{Para } \rho = 3, \quad \phi = \frac{1 + 3 V_s^2 + V_s^3}{(1 + \mu V_s)^3} \quad (5.5)$$

En la Tabla 2 se encuentran tabulados diversos valores de  $\phi$  calculados mediante 5.4 y 5.5. Según puede apreciarse, el tipo de distribución de probabilidad afecta muy escasamente a los valores de dicho coeficiente, dentro del intervalo que cabe esperar para el coeficiente de variación  $V_s$ . Aceptando  $\rho = 3$  (referencias 7, 11), puede adoptarse de modo aproximado  $\phi \cong 0,4$  e incluso inferior, de manera que el número "equivalente" de ciclos,  $N_{eq}$ , resulta típicamente inferior a la mitad del número real de ciclos,  $N$ .

En el caso general ( $s_0 > 0$ ;  $\rho$  entero o fraccionario),  $\phi$  puede expresarse de la forma siguiente:

$$\phi = \frac{1}{(\mu - u_0)^\rho} \int_{u_0}^{\infty} (u - u_0)^\rho \varphi(u) du \quad (5.6)$$

(distribución normal;  $\mu = 1,64$ )

$$\phi = \frac{1}{(\mu - u_0)^\rho} \int_{w_0}^{\infty} \left( \frac{w - 1,253}{0,655} - u_0 \right)^\rho w e^{-w^2/2} dw \quad (5.7)$$

(distribución de Rayleigh;  $\mu = 1,83$ )

siendo:

$$u_0 = \frac{s_0 - m_s}{\sigma_s} = \frac{1}{V_s} \left[ (1 + \mu V_s) \frac{s_0}{s_k} - 1 \right] \quad (5.8)$$

$$w_0 = 1,253 + 0,655 u_0 \leq 0 \quad (5.9)$$

La determinación práctica de  $u_0$  debe efectuarse siempre en función de  $s_0/s_d$ , es decir, reemplazando  $s_k$  por su valor mayorado  $s_d$ , incluso en los métodos de "tensiones admisibles" (v. ap. 9).

Así pues,  $\phi$  queda en general como función de  $\rho$  y  $u_0$ . En la Tabla 3 se indican los valores de  $\phi$  obtenidos mediante una rutina de integración numérica aplicada a 5.6 (la utilización de 5.7 resulta ligeramente más favorable).

## 6. Solicitación equivalente

Un procedimiento alternativo para transformar el problema analizado a otro equivalente de amplitud constante, consiste en escribir 3.4 en la forma:

$$D = \frac{N}{N_F(s_{eq})} = \frac{N}{N_F(\psi s_k)} \quad (6.1)$$



TABLA 2

Valores del coeficiente  $\phi = N_{eq}/N$  para  $s_0 = 0$  y diversas distribuciones (N: normal; L: logaritmico-normal; R: Rayleigh), en función del coeficiente de variación de la amplitud tensional ( $V_s$ ) y del exponente  $\rho$  de la ley de Wöhler.

$V_s =$		0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40
$\rho = 2$	N	0,66	0,59	0,53	0,49	0,45	0,42
	L	0,64	0,56	0,50	0,45	0,41	0,38
	R	0,63	0,56	0,50	0,45	0,42	0,39
$\rho = 3$ (valor recomendado)	N	0,55	0,48	0,42	0,38	0,35	0,33
	L	0,53	0,45	0,39	0,35	0,32	0,29
	R	0,52	0,44	0,38	0,34	0,31	0,28

TABLA 3

Valores del coeficiente  $\phi = N_{eq}/N$  para diversos valores de  $\rho$  y  $u_0$ , suponiendo distribución normal:

$$u_0 = \frac{1}{V_s} \left[ (1 + 1,64 V_s) \frac{s_0}{s_d} - 1 \right]; V_s \leq 0,40$$

$\rho \backslash u_0$	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
2	0,63	0,59	0,53	0,46	0,38	0,28	0,19
2,5	0,57	0,53	0,47	0,41	0,33	0,24	0,18
3	0,52	0,48	0,42	0,36	0,29	0,22	0,18
3,5	0,48	0,44	0,38	0,33	0,26	0,21	0,19
4	0,44	0,40	0,35	0,30	0,24	0,20	0,21
4,5	0,41	0,37	0,32	0,28	0,23	0,20	0,23
5	0,39	0,34	0,30	0,26	0,22	0,20	0,27

siendo  $s_k$  la amplitud característica definida en 4.5 y  $s_{eq} = \psi s_k$  una tensión "equivalente". Identificando 6.1 y 3.4, y aplicando 2.1, se obtiene:

$$(s_{eq} - s_0)^\rho = \int_{s_0}^{\infty} (s - s_0)^\rho p(s) ds \quad (6.2)$$

Si  $s_0 = 0$ , de la expresión anterior se deduce:

$$s_{eq} = [E(s^\rho)]^{1/\rho} \quad (6.3)$$

$$\psi = s_{eq}/s_k = \phi^{1/\rho} \quad (6.4)$$

siendo  $\phi$  el coeficiente determinado en el ap. 5 para el mismo caso  $s_0 = 0$  (expresiones 5.3, 5.4, 5.5 y Tabla 2). De modo aproximado puede fijarse  $\psi = 0,75$  e incluso inferior, para los valores esperables del coeficiente  $V_s$ . Con  $\rho = 3$ , la expresión 6.3 coincide formalmente con el criterio de obtención de cargas equivalentes de fatiga recomendado en las referencias 7 y 13.

En el caso general, identificando 6.2 y  $(s_k - s_0)^\rho \phi$  (de acuerdo con 5.2), se obtiene la siguiente equivalencia entre  $\psi$  y  $\phi$ :

$$\psi = \frac{s_0}{s_k} + \left(1 - \frac{s_0}{s_k}\right) \phi^{1/\rho} \quad (*) \quad (6.5)$$

Por lo tanto, a través de la Tabla 3 pueden obtenerse los valores de  $\psi$  en el caso general ( $s_0 \neq 0$ ,  $\rho$  arbitrario).

## 7. Coeficientes de ponderación

Con los criterios de los apartados precedentes se consigue formular de manera simple el daño de fatiga esperado,  $D = \phi(s_k) N/N_F(s_k) = N/N_F[\psi(s_k) s_k] = m_D$ . De acuerdo con lo indicado en el apartado 3, la rotura por fatiga se producirá cuando  $D > D_R$ , debiendo considerarse tanto  $D$  como  $D_R$  como variables aleatorias, y la probabilidad de rotura viene definida por 3.3. Con un planteamiento "semiprobabilístico", la seguridad se introduce mediante coeficientes de ponderación  $\gamma_f$  y  $\gamma_m$ , respectivamente aplicados a las solicitaciones y a las resistencias características, es decir:

$$\frac{\phi(s_d) N}{N_F(s_d)} = \frac{N}{N_F[\psi(s_d) s_d]} = D_{Rd}, \text{ siendo } s_d = \gamma_f s_k \text{ y } D_{Rd} = \frac{D_{Rk}}{\gamma_m} \quad (7.1)$$

$\gamma_f$  y  $\gamma_m$  deben elegirse de modo que 7.1 garantice un cierto valor aceptable de la probabilidad de rotura  $P_F$ , generalmente establecido en  $10^{-5}$  para la estructura definitiva y  $4 \cdot 10^{-4}$  para las fases constructivas. Tanto para  $D$  como para  $D_R$  se postulan distribuciones de pro-

(\*) La aplicación práctica de 6.5 debe efectuarse siempre en función de  $s_0/s_d$ , es decir, reemplazando  $s_k$  por su valor mayorado  $s_d$ , incluso en los métodos de "tensiones admisibles" (v. ap. 9).

babilidad logarítmico-normales (referencia 14). La resistencia "característica"  $D_{Rk} = (1 - \mu' V_R) m_R$ , con  $m_R \sim 1,8$ ,  $V_R \sim 0,3$  (valores orientativos indicados en el ap. 3) y  $\mu' = 1,36$  (Tabla 1) es del orden de 1,07, con lo cual, adoptando precisamente  $\gamma_m = 1,07^{(**)}$  7,1 se reduce a:

$$N_F(s_d) = \phi(s_d) N \quad \text{ó} \quad N_F[\psi(s_d) s_d] = N \quad (7.2)$$

Es decir, el cálculo resistente queda reducido al de un problema determinístico de fatiga bajo amplitud constante  $s_d$  y un número de ciclos reducido,  $\phi N$ , o bien de amplitud reducida  $\psi s_d$  y número de ciclos  $N$ , determinando tanto  $\phi$  como  $\psi$  en función de  $s_d$ , o sea, reemplazando  $s_0/s_k$  por  $s_0/s_d$  en 5.8 y 6.5 (naturalmente, en el caso  $s_0 = 0$  esta sustitución no afecta al valor de dichos coeficientes).

Resta el problema de fijar el coeficiente de ponderación  $\gamma_f = s_d/s_k$ ; naturalmente, dada la imprecisión en el dato de partida  $D_{Rk}$ , no cabe esperar a este respecto más que resultados orientativos.

Definiendo las siguientes variables aleatorias:

$$G = D_R/D \quad \text{y} \quad L = \ln G = \ln D_R - \ln D \quad (7.3)$$

al ser  $D_R$  y  $D$  logarítmico normales, también lo será  $G$  ( $L$  normal), y la probabilidad de rotura vendrá dada por:

$$P_F = P(0 \leq G \leq 1) = P(L \leq 0) = \Phi\left(\frac{0 - m_L}{\sigma_L}\right) = \Phi(-\beta) \quad (7.4)$$

siendo  $\Phi$  la función de distribución normal  $N(0, 1)$ , y habiéndose introducido el coeficiente de Cornell  $\beta = 1/V_L = m_L/\sigma_L$  (referencia 3) que, de acuerdo con la condición anterior  $\Phi(-\beta) = P_F$ , adopta el valor siguiente:

$$\beta = 4,29, \quad \text{para} \quad P_F = 10^{-5} \quad (7.5)$$

Conocido el valor de  $\beta$ ,  $m_L$  y  $\sigma_L$  deben verificar:

$$m_L = \beta \sigma_L \quad (7.6)$$

Ahora bien, suponiendo  $D_R$  y  $D$  independientes, se tiene:

$$m_L = E(\ln D_R) - E(\ln D); \quad \sigma_L^2 = \text{Var}(\ln D_R) + \text{Var}(\ln D) \quad (7.7)$$

Teniendo en cuenta la relación de  $E(\ln D_R)$  y  $\text{Var}(\ln D_R)$  con  $m_R$  y  $V_R$  ( $D_R$  logarítmico-normal):

$$E(\ln D_R) = \ln m_R - \frac{1}{2} \ln(1 + V_R^2); \quad \text{Var}(\ln D_R) = \ln(1 + V_R^2) \quad (7.8)$$

y análogamente de  $E(\ln D)$  y  $\text{Var}(\ln D)$  con  $m_D$  y  $V_D$ , entrando en 7.6 y 7.7 es posible relacionar  $m_R$ ,  $V_R$ ,  $m_D$ ,  $V_D$  y  $\beta$ :

(\*\*) Obsérvese que se dispone de dos variables,  $\gamma_f$  y  $\gamma_m$ , para ajustar  $P_F$ , pudiendo elegirse arbitrariamente una de ambas.



$$\frac{m_R}{m_D} = \sqrt{\frac{1 + V_R^2}{1 + V_D^2}} \exp \{ \beta \sqrt{\ln [(1 + V_R^2) (1 + V_D^2)]} \} = F(\beta, V_R, V_D) \quad (7.9)$$

Por otra parte, el primer miembro de 7.9 es:

$$\frac{m_R}{m_D} = \frac{m_R}{\phi(s_k) N} N_F(s_k) = \frac{m_R}{N} N_F[\psi(s_k) s_k] \quad (7.10)$$

Igualando 7.9 y 7.10 se deduce:

$$\frac{m_R}{F} N_F(s_k) = \phi(s_k) N \quad \text{ó} \quad \frac{m_R}{F} N_F[\psi(s_k) s_k] = N \quad (7.11)$$

Finalmente, comparando 7.11 con 7.2, es claro que debe verificarse:

$$\frac{N_F(s_d)}{\phi(s_d)} = \frac{m_R}{F} \cdot \frac{N_F(s_k)}{\phi(s_k)} \quad \text{ó} \quad N_F[\psi(s_d) s_d] = \frac{m_R}{F} N_F[\psi(s_k) s_k] \quad (7.12)$$

Es decir, se obtiene la siguiente ecuación en  $\gamma_f$ :

$$\psi(\gamma_f s_k) \gamma_f = \frac{s_0}{s_k} + \left( \frac{F}{m_R} \right)^{1/\rho} \left[ \psi(s_k) - \frac{s_0}{s_k} \right] \quad (7.13)$$

Solamente en caso de que  $s_0 = 0$  se determina un coeficiente de ponderación  $\gamma_f$  independiente de la sollicitación aplicada ( $s_k$ ). En ese caso, y suponiendo de nuevo  $\rho = 3$ , se tiene:

$$\gamma_f = (F/m_R)^{1/3} \quad (7.14)$$

Para  $P_f = 10^{-5}$ , y adoptando los valores orientativos  $m_R = 1,8$ ,  $V_R = 0,3$ ,  $\gamma_f$  se reduce a una función de  $V_D$ , cuyos valores numéricos se indican en la Tabla 4.

Dada la carencia de datos estadísticos suficientes (parámetros  $m_R$ ,  $V_R$ ,  $V_D$ ), no es posible concluir más que los valores de  $\gamma_f$  resultan análogos a los habitualmente adoptados para el análisis de los restantes estados límites últimos de la estructura, siendo recomendable mantener los mismos valores también para el cálculo a fatiga. La determinación precisa de coeficientes  $\gamma_f$  específicos para el estado límite de fatiga, según el modelo expuesto, requeriría:

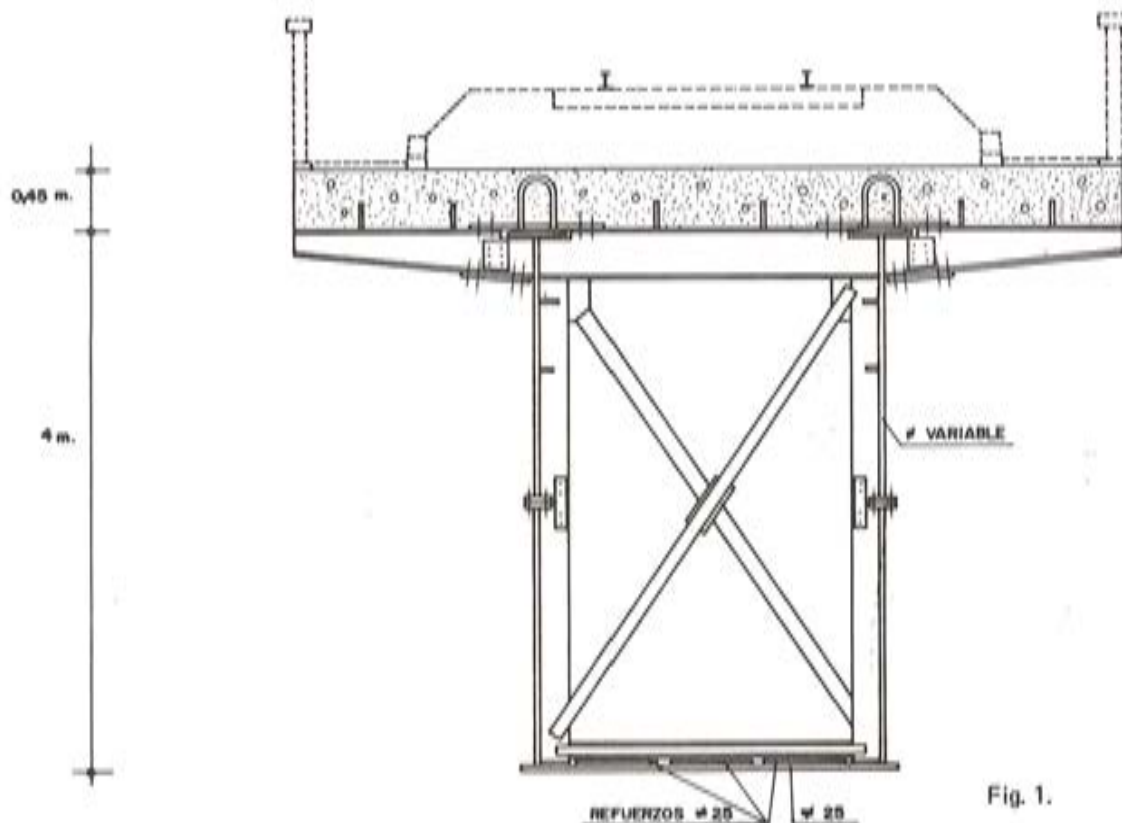
- Información experimental más completa relativa a los parámetros  $m_R$  y  $V_R$  de los aceros estructurales.
- Evaluación del coeficiente de variación  $V_D$ ; cuando  $N$ ,  $s$  y  $N_F$  se consideran como variables estocásticas, la determinación teórica de  $V_D$  resulta prácticamente inabordable, pero es acometible por métodos de simulación (referencia 4). Dicho estudio se deja para investigaciones futuras.

TABLA 4  
Valores de  $\gamma_f$  para  $P_F = 10^{-5}$ ,  $m_R = 1,8$ ,  $V_R = 0,3$

$V_D$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$\gamma_f$	1,30	1,37	1,49	1,63	1,78

## 8. Ejemplo

Se considera un puente de ferrocarril de vía única, de directriz rectilínea, sin peralte ni pendientes apreciables, constituido por una pieza biapoyada de 61,40 m de luz, de sección en cajón representada en la fig. 1 (\*). La pieza trabaja como mixta frente a las cargas muertas y sobrecargas, pero en las fases constructivas actúa la pieza metálica sola o una sección mixta incompleta; el proceso constructivo viene condicionado por la sustitución de un puente de celosía existente, sin interrupciones prolongadas del tráfico de la línea. La solución mixta autoportante, sin perder sustancialmente las ventajas de la solución metálica (mínimos plazos de montaje, facilidad de transporte, alto grado de prefabricación, control de calidad riguroso, etc), presenta una considerable reserva anelástica frente a solicitaciones excepcionales no repetitivas, consigue una mayor rigidez frente a las sobrecargas de uso, y permite en estas luces una reducción apreciable del peso de acero. La sección en cajón



(\*) Este ejemplo está tomado de un anteproyecto realizado por el autor y los Ingenieros de Caminos Juan A. Domínguez Montero y María Jesús Izquierdo Martínez.

dota a la pieza de una considerable resistencia torsional, adecuada para hacer frente a torsiones excepcionales bajo diversas hipótesis de descarrilamiento previstas. Las vigas y voladizos transversales, los elementos de conexión entre losa y cajón, los rigidizadores de éste, los arriostramientos del mismo en su cara horizontal superior, así como los diafragmas intermedios y los mamparos de apoyo, completan el conjunto de elementos secundarios necesarios para hacer frente a los distintos fenómenos de flexión transversal, inestabilidad, distorsión, etc. El acero estructural es del tipo "Cortén" CT-36B, resistente a la corrosión atmosférica, de límite elástico de cálculo  $f_{yd} = 3.600 \text{ Kp/cm}^2$  (3.500 en chapas de espesor superior a 15 mm). Los coeficientes de ponderación de acciones adoptados son  $\gamma_{fG} = 1,35$  para las acciones permanentes y  $\gamma_{fQ} = 1,50$  para las sobrecargas, de acuerdo con las recientes recomendaciones europeas sobre construcción metálica y mixta.

Se procede a continuación al análisis del estado límite de fatiga, siguiendo los criterios de cálculo establecidos en el presente artículo. El número de repeticiones de las sobrecargas móviles se cifra en  $N = 1,825 \cdot 10^6$  (50 circulaciones diarias en cien años). Sólo el diseño de las piezas principales es considerado (V. párrafo final del ap. 4).

En el punto más solicitado de la sección metálica, la máxima amplitud tensional característica, efectos de impacto incluidos, es  $s_k = 1119 \text{ Kp/cm}^2 = 0,32 f_{yd}$ , y el nivel permanente de tensión es  $\sigma_{\min, k} = 1332 \text{ Kp/cm}^2$ . Por lo tanto,  $s_d = \gamma_{fQ} s_k = 1678 \text{ Kp/cm}^2 = 0,48 f_{yd}$ ,  $\sigma_{\min, d} = \gamma_{fG} \sigma_{\min, k} = 1798 \text{ Kp/cm}^2$ ,  $\sigma_{\max, d} = 1678 + 1798 = 3476 \text{ Kp/cm}^2 (< 3500 \text{ Kp/cm}^2)$ . En función del cociente  $\sigma_{\min, d} / \sigma_{\max, d} = 0,517$ , se suponen conocidos los siguientes valores "característicos" (v. ap. 2):

$$\begin{aligned} N_{F1} &= 10^5 & ; & \quad s_1 / f_{yd} = 0,61 \\ N_{F2} &= 6 \cdot 10^5 & ; & \quad s_2 / f_{yd} = 0,43 \\ N_{F3} &= 2 \cdot 10^6 & ; & \quad s_3 / f_{yd} = 0,39 \end{aligned} \quad (8.1)$$

Adoptando  $\rho = 3$ , la aplicación de (2.3) proporciona  $s_0 / f_{yd} = 0,26$ ,  $k / f_{yd}^3 = 4225$ ; calculando  $s_2 = s_0 + (k / N_{F2})^{1/\rho}$  con estos valores, se obtiene  $s_2 / f_{yd} = 0,45$ , valor suficientemente próximo a 0,43, por lo cual se dan como válidos aquellos parámetros. La ley  $s = N_F$  característica se aproxima pues mediante la ecuación:

$$s / f_{yd} = 0,26 + (4225 / N_F)^{1/3} \quad (8.2)$$

Adoptando  $V_s = 0,30$ , se tiene  $u_0 = (1,49 \cdot 0,26 / 0,48 - 1) / 0,30 = -0,64$  y por lo tanto  $\phi = 0,21$  (Tabla 3); entrando con  $N_{eq} = 0,21 \cdot 1,825 \cdot 10^6$  en 8.2, se obtiene como límite de  $s_d$ :  $0,483 f_{yd} = 1689 \text{ Kp/cm}^2$ , no superado por el valor de  $s_d$  indicado más arriba.

Alternativamente, con  $\psi = \frac{0,26}{0,48} + \left(1 - \frac{0,26}{0,48}\right) \phi^{1/3} = 0,81$ , el valor reducido de  $s_d$

es  $\psi s_d = 0,389 f_{yd} = 1360 \text{ Kp/cm}^2$ , no superior al determinado entrando en 8.2 con  $N = 1,825 \cdot 10^6$  (...  $1373 \text{ Kp/cm}^2$ ).

La comprobación a fatiga de la sección parcial de hormigón y de los conectadores puede efectuarse siguiendo un proceso análogo.



## 9. Conclusiones

Las siguientes reglas prácticas se derivan de la exposición precedente:

- a) El análisis de los fenómenos de fatiga de una pieza sometida a  $N$  ciclos de sollicitación de amplitud no constante, tales como las sollicitaciones debidas al tráfico en los puentes de carretera y ferrocarril, puede reducirse al estudio de la fatiga bajo un número "equivalente"  $N_{eq}$  de ciclos de amplitud constante,  $N_{eq} = \phi N$ , siendo  $\phi$  un coeficiente reductor, generalmente próximo a 0,40 para las sobrecargas del tipo antedicho. Con mayor precisión, dicho coeficiente puede determinarse en la tabla 3 de este artículo, en base a los datos siguientes: exponente de la ley de Wöhler,  $\rho$  (valor recomendado = 3); coeficiente de variación de las amplitudes tensionales "significativas",  $V_s$  (valor recomendado = 0,30, para el caso anteriormente citado); límite de endurancia,  $s_0$  (v. ap. 2), en función del nivel permanente de tensión,  $\sigma_{min}$ , o de la relación  $\sigma_{min}/\sigma_{máx}$ . Si se adopta  $s_0 = 0$ , el factor  $\phi$  puede tomarse directamente de la tabla 2.
- b) Alternativamente, el análisis puede efectuarse manteniendo el número de ciclos  $N$ , y sustituyendo la tensión característica o "nominal" debida a las sobrecargas repetitivas,  $s_k$ , por una tensión "equivalente",  $s_{eq} = \psi s_k$ . El coeficiente  $\psi$ , generalmente próximo a 0,75, puede determinarse con precisión si se conocen los datos enumerados en el párrafo anterior, hallándose ligado con el factor  $\phi$  a través de la expresión 6.5, ó  $\psi = \phi^{1/\rho}$  en el caso  $s_0 = 0$ . La utilización de estos coeficientes ( $\phi$  ó  $\psi$ ) es alternativa, nunca simultánea.
- c) En cualquiera de ambas opciones, los coeficientes de ponderación  $\gamma_f$  a aplicar son análogos a los habitualmente adoptados para los restantes estados límites últimos. El problema probabilístico de la determinación de  $\gamma_f$  se traduce en formulas de aplicación directa (ap. 7), pero se carece de los datos estadísticos necesarios para la apreciación de si existen o no diferencias significativas respecto a los valores de  $\gamma_f$  usuales para el resto de los estados límites últimos.
- d) En los puentes de ferrocarril, el valor de  $N$  se determina como número de circulaciones esperadas durante la vida útil de la estructura. En los puentes de carretera, deben considerarse sólo las cargas o trenes de cargas "significativos", estableciendo un umbral de tensión en función de las características del material y, en su caso, de la relación  $\sigma_{min}/\sigma_{máx}$  en cada caso particular; la frecuencia media esperada de aparición de trenes de carga superiores al significativo, efectos de impacto incluidos, permite deducir el valor de  $N$  (en caso de carencia de datos estadísticos suficientes, el proyectista deberá recurrir a estimaciones o hipótesis "razonables").
- e) La validez del análisis exige la inexistencia de fenómenos de fatiga "de ciclo bajo" (v. ap. 2). En el caso de estructuras sometidas a sobrecargas de tráfico, dicha hipótesis se traduce en la necesidad de evitar deformaciones anelásticas bajo, al menos, las cargas características totales ("estado límite de plastificación"), sin perjuicio, por un lado, de que los estados límites de agotamiento sean convenientemente analizados (bien por métodos elásticos o anelásticos), y de que la limitación de las tensiones oscilantes se efectúe conforme a lo expresado en el párrafo siguiente.
- f) Si las tensiones repetitivas se limitan mediante diagramas  $s - N_F$  "característicos", la comprobación debe efectuarse con la pareja de valores ( $\gamma_f s_k, \phi \cdot N$ ) o bien con ( $\gamma_f \psi s_k, N$ ) según se ha expresado anteriormente. En caso de operar con diagramas  $s - N_F$  "admisibles", la comprobación se efectúa con ( $s_k, \phi \cdot N$ ) o ( $\psi s_k, N$ ). Naturalmente otros diagramas o tablas análogos son utilizables (de Goodman modifi-

cados, etc.). La tensión debida al resto de las acciones ( $\sigma_{min}$ ), en caso de influir en la limitación de las oscilaciones  $s$ , debe considerarse con su valor nominal o mayorado, correlativamente a la tensión variable  $s$ , según se opere en tensiones "admisibles" o en valores últimos.

- g) El presente estudio está basado en las propiedades del acero, pero cabe suponer que los criterios anteriores son aplicables indistintamente a los puentes metálicos y mixtos, siempre que en estos últimos la sección parcial de hormigón no sea dominante, y pueda suponerse poco probable la rotura por fatiga de este material en relación a la de la sección parcial metálica. En cualquier caso, los diagramas  $s - N_F$  "característicos" del hormigón deberán minorarse (coeficiente  $\gamma_c$  ordinario) antes de la comprobación de los valores ( $\gamma_f s_k, \phi \cdot N$ ) o ( $\gamma_f \psi s_k, N$ ) relativos a dicho material.

## 10. Bibliografía

1. A.I.S.C.: "Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings" AISC, 1978.
2. Beedle, L.S. y otros: "Structural Design of Tall Steel Buildings", ASCE, 1979.
3. Beedle, L.S. y otros: "Tall Buildings, Criteria and Loading", ASCE, 1980.
4. Bernaldo de Quirós, F. y otros: "Estadística y simulación aplicadas a la Ingeniería Civil", Colegio de ICCP, Madrid, 1974.
5. Chang, D.J.: "Guide Criteria to Bridge and Permit Loads", Methods of Structural Analysis, Vol. I, ASCE, 1976.
6. Ensidesa: "Prontuario", Vol. II\*, 1975.
7. Fisher, J.W.: "Bridge Fatigue Guide", AISC, 1977.
8. Freudenthal, A.M.: "Fatigue". Encyclopedia of Physics, Vol. VI, Springer, 1958.
9. Harman, D.J. y Davenport, A.G.: "A Statistical Approach to Traffic Loads on Bridges", Probabilistic Mechanics and Structural Reliability, ASCE, 1979.
10. Heins, C.P.: "Field Measurements and Load Spectra of Highway Bridges", Methods of Structural Analysis, Vol. I, ASCE, 1976.
11. Rockey, K.C. y otros: "The Design of Steel Bridges", Granada, 1981.
12. Tall, L.: "Structural Steel Design", Ronald Press, 2<sup>nd</sup> edition, 1974.
13. United States Steel: "Highway Structures Design Handbook", Vol. I, U.S.S., 1965 - 1981.
14. Wirsching, P.H. y Yao, J.T.P.: "A Probabilistic Design Approach using the Palmgren-Miner Hypothesis", Methods of Structural Analysis, Vol. I, ASCE, 1976.
15. "Inquiry into the basis of design and method of erection of steel box girder bridges", App. 1, London, H.M.S.O., 1973.
16. Páez Balaca, A.: "La determinación del coeficiente de seguridad en las distintas obras", Inst. Técnico de la Construcción y del Cemento, Madrid, 1950 y 1951.

## 11. Notación

- a, b, c : Parámetros de las funciones densidad de probabilidad.  
D : "Daño" de fatiga.  
D<sub>i</sub> : Término de D.



$D_R$	: Valor de $D$ "resistido" por el material.
$E()$	: Esperanza matemática.
$F$	: Coeficiente central de seguridad.
$G$	: Cociente $D_R/D$ .
$k$	: Factor de la ley de Wöhler.
$L$	: Logaritmo neperiano de $G$ .
$m_D, m_L, m_R, m_s$	: Medias de $D, L, D_R, s$ .
$N$	: Número de ciclos de tensión
$N'$	: Número de repeticiones de las sobrecargas "significativas".
$N_{eq}$	: Valor "equivalente" del número de ciclos.
$N_l$	: Número de ciclos de un grupo de amplitud constante.
$N_F$	: Número de ciclos hasta la rotura por fatiga.
$N_{Fi}$	: Valor particular de $N_F$ .
$P()$	: Probabilidad.
$p(s)$	: Función densidad de probabilidad de $s$ .
$P_F$	: Probabilidad de rotura por fatiga.
$s$	: Amplitud o "rango" ( $\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n}$ ) de un ciclo de tensión.
$s_d$	: Valor ponderado de $s$ .
$s_{eq}$	: Valor "equivalente" de $s$ .
$s_k$	: Valor característico superior de $s$ .
$s_0$	: Límite de endurancia.
$T$	: Periodo medio de retorno.
$u, v, w$	: Variables adimensionales definidas a partir de $s$ .
$u_0, w_0$	: Límites inferiores de $u$ y $w$ .
$Var()$	: Varianza.
$V_D, V_L, V_R, V_s$	: Coeficientes de variación o dispersiones unitarias (desv. típica/media) de $D, L, D_R, s$ .
$V_s^*$	: Coeficiente de asimetría.
$\alpha$	: Exponente de la expresión no lineal del "daño" de fatiga.
$\beta$	: Coeficiente de Cornell ( $1/V_L$ )
$\gamma_f$	: Coeficiente de mayoración de $s$ .
$\gamma_m$	: Coeficiente de minoración de $D_R$ .
$\mu, \mu'$	: Coeficientes relativos a los valores característicos superior e inferior de una variable aleatoria.
$\rho$	: Exponente de la ley de Wöhler.
$\sigma_D, \sigma_L, \sigma_R, \sigma_s$	: Desviaciones típicas de $D, L, D_R, s$ .
$\sigma_{m\acute{a}x}, \sigma_{m\acute{i}n}$	: Valores extremos de un ciclo tensional.
$\tau$	: Vida útil de la estructura.
$\varphi$	: Función de densidad normal $N(0, 1)$ .
$\psi$	: Coeficiente $s_{eq}/s_k$ .
$\omega$	: Coeficiente de interacción en la ley de Palmgren - Miner modificada.
$\Phi$	: Función de distribución normal $N(0, 1)$ .
$\phi$	: Coeficiente $N_{eq}/N$ .



## Nuevas Publicaciones

La Cátedra de Puentes de la ETS de Ingenieros de Caminos de la Universidad de Santander ha iniciado la publicación de una colección de monografías de carácter docente y de divulgación con los siguientes títulos:

### APARATOS DE APOYO PARA PUENTES Y ESTRUCTURAS.

Autores: Juan J. Arenas y Angel C. Aparicio.

ISBN 84-600-2243-9, 120 páginas, 59 figuras.

Índice:

1. Concepto de apoyo y de aparato de apoyo.
2. Distintos tipos de aparatos de apoyo.
  - 2.1. Rótulas de hormigón.
  - 2.2. Aparatos de apoyo metálicos.
  - 2.3. Aparatos de apoyo de neopreno zunchado.
  - 2.4. Aparatos de apoyo de neopreno embutido.
  - 2.5. Aparatos de apoyo de neopreno-teflón.
3. Detalles de colocación.
4. Bibliografía.

Apéndices:

- I. Hojas de datos para el proyecto.
- II. Ejemplos de dimensionamiento.
- III. Ejemplos de aparatos de apoyo en puentes reales.

### ANÁLISIS DE TABLEROS RECTOS DE PUENTE MEDIANTE EL MODELO DE LOSA ORTOTROPA.

Autor: Juan J. Arenas.

ISBN 84-600-2242-0, 146 páginas, 49 figuras, 33 ábacos.

Índice:

1. Introducción.
2. Planteamiento de la ecuación diferencial.
3. Resolución de la ecuación diferencial.
4. Métodos prácticos de aplicación.
5. Organización y sentido de los ábacos de CUSENS y PAMA.
6. Determinación de los parámetros de flexión y torsión.
7. Ejemplos de aplicación.
  - 7.1. Tablero de puente de vigas con diafragmas.
  - 7.2. Tablero de puente de vigas sin diafragmas.
8. Bibliografía.

Apéndice I: Abacos de CUSENS y PAMA.

Pedidos a Cátedra de Puentes, ETS Ing. de Caminos, Avda Castros s/n, Santander. Teléfono: 942-27 56 00.

## **Diseño óptimo de pórticos de edificación de hormigón armado**

Juan J. Moragues Terrades. Dr. Ing. de Caminos

Joaquín Catalá Alis. Ing. de Caminos

### **SINOPSIS**

En el presente artículo se intenta abordar el complejo problema de conseguir la estructura aporticada de hormigón armado que, con unas características geométricas dadas consiga transmitir unas cargas predeterminadas a la cimentación, de la forma más económica posible.

Se plantea pues un amplio proceso de optimización, definido por una función-objetivo que represente, con mayor o menor exactitud, el coste de la construcción.

Tal proceso, con ligaduras de tipo geométrico y resistente, conlleva a la aplicación de métodos potentes de optimización matemática para obtener las dimensiones adecuadas de las piezas del pórtico.

Diversos ejemplos ilustran la utilidad del método y sus posibilidades de aplicación.

### **1. INTRODUCCION**

En los últimos años, el avance espectacular de los ordenadores ha permitido a los investigadores el diseñar las estructuras introduciendo en el proceso de diseño la selección automática de las secciones de los distintos elementos que forman la estructura. Sin embargo, este ideal proceso de diseño estructural, se ve muy coartado por el número máximo de variables independientes que se pueden adoptar en el proceso, para que éste sea de rapidez y exactitud adecuadas.

Centrándonos en los pórticos de edificación de hormigón armado con piezas de sección transversal rectangular, los primeros intentos en este campo fueron dados por D. Bond en 1969 (1), que consideraba como única variable independiente el canto útil de las piezas, igual para todas ellas.

Posteriormente en 1975, J.S. Arora, I.J. Hang y K. Rim (2) diseñan pórticos definiendo como variables independientes los momentos de inercia de algunas piezas, obteniendo, a posteriori, las dimensiones de la sección transversal mediante las expresiones de Nakamura, (1966) (2) o de K.I. Majid (1974) (3).

Más recientemente, en 1979, S.W. Zagajeski y V.V. Bertero (4) definen los elementos del pórtico por su brazo mecánico, aduciendo que es la variable fundamental en la elección de las secciones transversales de las piezas.

En este estudio se pretende aproximar el diseño a la realidad actual de cálculo, por lo que cada sección rectangular de cada elemento se define por su ancho y canto total, manteniendo valores enteros para las vigas y dimensiones constructivas (múltiplos de 5) para los soportes.

## II. DEFINICION DE LA ESTRUCTURA. ANALISIS DE ESFUERZOS

### II.1. Modelo de definición del pórtico

Evidentemente, el considerar como independientes las dimensiones de la sección transversal de todas las piezas, llevaría a un gran número de variables, lo que necesitaría de complicados procesos matemáticos de optimización, hoy todavía inexistentes.

Por ello, se han supuesto las simplificaciones que se indican a continuación.

Primero, todas las vigas del pórtico se han definido con el mismo canto útil, ya que, en general, es normal en edificación el considerar el canto constante en todas las vigas e ir variando la armadura en función de los diferentes esfuerzos a que esté sometida. Por otro lado, se ha demostrado que las piezas rectangulares flectadas de hormigón armado óptimas, tienen el ancho de la sección transversal mínimo que se puede admitir (5), por lo que dicho ancho, no lo consideraremos como variable del proceso.

De esta forma, todas las vigas del pórtico quedan definidas con una sola variable independiente, el canto útil.

Sin embargo, los soportes no pueden simplificarse tanto. Pero, para reducir el número de variables, se han definido las dimensiones de la sección transversal en función de las dimensiones de cada soporte en la planta superior y admitiendo una variación de dichas dimensiones lineal con respecto al número de plantas que nos alejemos de la superior. De esta forma, un pilar cualquiera tendrá de dimensiones

$$d = d_o + K_1 \cdot Z$$

$$b = b_o + K_2 \cdot Z$$

Donde:

d, b: Canto y ancho de la sección transversal.

$d_o$ ,  $b_o$ : Canto y ancho de la sección transversal del pilar de la planta más alta al estudiado.

$K_1$ ,  $K_2$ : Coeficiente de variación del ancho y canto.

Z: Número índice de la altura del pilar que se está definiendo, y que toma valores enteros desde cero (planta superior) y el número alturas menos uno (planta baja).



Las variables independientes de cada soporte serían, en principio, las dimensiones de la sección transversal de la planta superior y los coeficientes de variación de las mismas. Sin embargo, se ha demostrado que los pilares aislados sometidos a esfuerzos axiales pequeños con cualquier excentricidad tienen un ancho de la sección transversal óptima igual al mínimo admisible (6). Por lo tanto, las únicas variables independientes serán el canto de la sección transversal de la última planta del soporte y los coeficientes de variación de ancho y canto, es decir, tres variables de diseño.

Sin embargo, todavía son muchas las variables independientes, puesto que un pórtico de, por ejemplo, cinco vanos, tiene seis soportes, que quedarían definidos con dieciocho variables, tres por cada uno de ellos. Es por ello por lo que se han supuesto sólo dos tipos de soportes: los extremos y los interiores. Se ha admitido que los soportes exteriores tienen las mismas dimensiones y todos los interiores también. Con ello, el número de variables independientes para la definición del pórtico serán tres o seis según el pórtico tenga uno o más vanos, además de la variable de diseño correspondiente al canto útil de las vigas.

Tendremos pues el pórtico definido con cuatro o siete variables independientes.

## **II.2. Análisis de esfuerzos**

Aún a sabiendas de que el comportamiento estructural del hormigón dista mucho de ser perfectamente elástico, por diversos motivos se acostumbra a calcular las estructuras de hormigón bajo este régimen.

De esta forma, se ha preparado un programa de cálculo matricial de estructuras, como elemento auxiliar del proceso de diseño que desarrollaremos posteriormente (11).

Como grados de libertad para el cálculo del pórtico se han supuesto los giros de los nudos y los desplazamientos horizontales de cada planta, como resultado de desprestigiar la deformación a axil de las barras.

## **III. DEFINICION DE LA FUNCION OBJETIVO. LIGADURAS**

### **III.1. Función objetivo**

En todo proceso de optimización se pretende encontrar el valor de unas variables que, dentro de su campo de existencia, extremen el valor de una función que depende de ellas. A las variables se les denomina variables de diseño y la función de la que se busca un extremo, función objetivo.

En los procesos de optimización de estructuras la función objetivo representa, de una forma más o menos exacta, la dificultad de construir la estructura.

Diversos investigadores han utilizado formas distintas de evaluar la función objetivo. Así, D. Bond, en 1974 (7) minimiza el peso total de la estructura, admitiendo que en las secciones más solicitadas la armadura no puede ser superior a la mínima admisible.

Posteriormente, en 1976, Anand, Rhomberg y Miranda (8) definieron como función objetivo el peso de la estructura, pero admitiendo armaduras superiores al mínimo admisible directamente proporcionales a la inversa del canto útil.

Recientemente, D. Bond (1979) (9), ha considerado la función objetivo como suma del peso de hormigón y acero, obtenido éste mediante métodos elásticos.

En nuestro caso, vamos a intentar que la función objetivo represente, de una forma lo más aproximada posible, el coste del pórtico. Suponiendo tal coste como suma de los costes del hormigón, encofrado y armaduras de cada elemento, la función objetivo será

$$Z = \sum_{i=1}^p (C_h + C_e + C_a)_i \quad (1)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, p$$

Donde:

$C_h, C_e, C_a$  son los costos del hormigón, encofrado y acero de cada barra del pórtico.

$p$  es el número total de barras del pórtico.

El coste del hormigón de cada elemento depende del área de la sección transversal del mismo, por lo tanto está perfectamente definido.

En el del encofrado hemos de distinguir si se trata de vigas o pilares, pues mientras que en aquellas consideraremos que se encofra el fondo y los costeros, en los pilares supondremos que se encofran en todo su perímetro. Además, el coste unitario del encofrado es diferente según se trate de vigas o de pilares. Pero, en cualquier caso, es un sumando del coste que también está perfectamente definido.

En cuanto al coste del acero distinguiremos si se trata de vigas o de soportes. En éstos, reflejando la práctica usual en edificación, los armaremos en toda su longitud con la armadura simétrica correspondiente a la sección más desfavorable, con lo que el coste del acero queda claramente definido. Para con las vigas, supondremos que existe una relación lineal entre las cuantías de armadura necesarias a tracción y compresión de las secciones extremas y de momento máximo de la pieza, con el peso de acero por metro lineal (5). Esta relación, para piezas rectangulares de inercia constante sometidas a carga uniformemente repartida, que es el caso más corriente de pórticos de edificios, se ha comprobado que da resultados con suficiente exactitud (5), por lo que la usaremos para obtener la cantidad de armadura necesaria en las vigas del pórtico.

Las secciones las armaremos utilizando el método conocido como del momento Tope (10).

### III.2. Ligaduras entre las variables de diseño

El intentar encontrar las variables independientes que minimizan la función objetivo (I), puede llevarnos a valores de éstas que, o bien no sean constructivos, o bien no le corresponden valores admisibles de armadura. Por lo tanto, tendremos que introducir unas ciertas restricciones entre las variables de diseño que nos eviten llegar a estos casos. De este modo, estas ligaduras o restricciones serán de tipo geométrico o estructural.

Los del primer tipo serán los siguientes:

- El canto óptimo de las vigas,  $d_v^*$ , deberá estar comprendido entre valores máximos y mínimos admisibles.

$$d_{v,m\acute{a}x} \geq d_v^* \geq d_{v,m\acute{i}n}$$

- El canto óptimo de los soportes, tanto interiores,  $d_{s,i}^*$ , como exteriores  $d_{s,e}^*$ , estará comprendido entre máximos y mínimos admisibles.

$$d_{s,m\acute{a}x} \geq d_{s,i}^* \geq d_{s,m\acute{i}n}$$

$$d_{s,m\acute{a}x} \geq d_{s,e}^* \geq d_{s,m\acute{i}n}$$

$$d_{s,m\acute{a}x} \geq d_{s,e}^* + K_1 (P-1)$$

$$d_{s,m\acute{a}x} \geq d_{s,i}^* + K_3 (P-1)$$



Donde:

$K_1$  y  $K_3$  Coeficientes de variación lineal del canto útil del pilar exterior e interior respectivamente.

$P$  Número de plantas del pórtico.

— El ancho de los pilares óptimo deberá ser inferior a un máximo establecido, tanto los interiores,  $b_{s,i}^*$ , como los exteriores,  $b_{s,e}^*$

$$b_{s,m\acute{a}x} \geq b_{s,min} + K_2 (P-1)$$

$$b_{x,m\acute{a}x} \geq b_{s,min} + K_4 (P-1)$$

Donde:

$K_2$ ,  $K_4$  Coeficientes de variación lineal del ancho del pilar exterior e interior respectivamente.

— Las dimensiones inferiores de un soporte deben ser iguales o superiores a las de la planta superior

$$K_1, K_2, K_3, K_4 \geq 0$$

Las ligaduras referentes a limitaciones máximas y mínimas de armaduras son las siguientes:

— La armadura debe ser inferior a un máximo preestablecido.

$$U_{sj} \leq 0,5 U_{ej} \quad j = 1, 2, \dots, h$$

Donde:

$U_{sj}$  Capacidad mecánica de la armadura más o menos traccionada del pilar  $j$ .

$U_{ej}$  Capacidad mecánica del hormigón en compresión del pilar  $j$ .

$h$  Número de pilares del pórtico.

— La armadura debe ser superior a un mínimo admisible

$$U_{sj} \geq 0,04 U_{ej} \quad j = 1, 2, \dots, p$$

Con todas estas ligaduras que afectan a la función objetivo (I), el problema de optimización queda planteado como:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=1}^p (C_h + C_e + C_a)_i = f(\bar{x})$$

$$\text{Sometido a } g_j(\bar{x}) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, m$$

siendo  $\bar{x}$  un vector que recoge todas las variables de diseño y  $m$  el número total de ligaduras.

Nos encontramos pues, ante un problema de optimización no lineal, con derivadas de la función objetivo no continuas y ligaduras no lineales.

#### IV. METODOS DE FUNCIONES DE PENALIZACION PARA LA OPTIMIZACION DE ESTRUCTURAS

Dadas las características de la función objetivo interesa el poder utilizar métodos de optimización directos, que no recurran a las derivadas de la función para optimizarla. Para ello, es conveniente eliminar, de alguna forma, las ligaduras del proceso.



Con esta idea, se desarrollaron las llamadas funciones de penalización. El concepto consiste en añadir a la función objetivo una cierta función que dependa de las ligaduras y que, optimizando ambas conjuntamente se obtenga el mínimo de la función objetivo real. Así, si sumamos a la función objetivo  $f(\bar{x})$ , una función dependiendo de un parámetro  $r_K$ ,  $\phi(\bar{x}, r_K)$  obtenemos

$$F(x, r_K) = f(\bar{x}) + \phi(\bar{x}, r_K) \quad (II)$$

de tal forma que, al aplicarle un algoritmo de optimización directa para una secuencia de valores de  $r_K$ , su mínimo coincida con el de la función objetivo (12).

La función  $\phi(\bar{x}, r_K)$  se denomina de penalización, al coeficiente  $r_K$  se le denomina factor de respuesta y a  $F(\bar{x}, r_K)$  superficie de respuesta (13).

El primero en sugerir el uso de estas funciones fue Courant en 1943 (14). Frisch en 1955 continuó con la idea hasta que Carroll en 1961 la introdujo definitivamente entre los métodos de optimización. Por último Fiacco y McCormick (15) propusieron un gran número de ellas, para diferentes aplicaciones.

Entre las funciones de penalización existentes, la más conocida es de la forma

$$\phi(\bar{x}, r_K) = r_K \sum_{i=1}^m \frac{1}{\max[0, g_i(\bar{x})]} \quad (III)$$

que introducida en la expresión (II) nos define una superficie de respuesta a la que, si le aplicamos un proceso de optimización partiendo de unos valores de las variables de diseño posibles, asegurando que dicho proceso nunca incremente el valor de la función, y lo hacemos para una secuencia de valores del factor de respuesta tendiendo a cero, el mínimo de tal superficie de respuesta coincidirá con el de la función objetivo real.

De esta forma, llegamos a un proceso de optimización sin ligaduras, pero que habrá de aplicar muchas veces, por lo que deberá ser suficientemente potente.

## V. OPTIMIZACION MEDIANTE METODOS DE DIRECCIONES CONJUGADAS. METODO DE POWELL

### V.1. Métodos de direcciones conjugadas para optimización directa

Estos métodos se basan en la aplicación de un proceso de optimización secuencial entre un conjunto de direcciones conjugadas con respecto al Hessiano de la función, que, en caso de que dicha función sea un polinomio de segundo grado, llevará a la obtención del mínimo de la misma.

Si la función objetivo no es un polinomio de segundo grado, la aplicación sucesiva de conjuntos de optimizaciones lineales en direcciones conjugadas nos llevará a la obtención del mínimo (15-16).

### V.2. Método de Powell

El método más potente entre los de direcciones conjugadas es debido a Powell (1964), (17) que, al igual que otros basados en los mismos conceptos, está pensado para encontrar el mínimo de un polinomio de segundo grado y aplicarse, por iteración del proceso base, en la optimización de funciones objetivo cualesquiera.

Se supone que partimos de una primera aproximación al óptimo, en el punto  $\bar{x}_0$ , y de un conjunto de direcciones linealmente independientes,  $\bar{p}_1, \bar{p}_2 \dots \bar{p}_n$ , siendo  $n$  el número de variables de diseño.

El proceso básico propuesto por Powell consta de las siguientes cuatro partes:

1ª) Para  $i = 1, 2, \dots, n$ , obtiene el coeficiente  $\alpha_i$ , tal que minimice la función en la dirección  $(i-1)$  llegando al punto  $\bar{x}_i$  dado por

$$\bar{x}_i = \bar{x}_{i-1} + \alpha_i \bar{p}_i$$

2ª) Para  $i = 1, 2, \dots, n-1$ , cambia la dirección  $p_i$  por la  $p_{i+1}$  y define la  $n$ -ésima dirección por la diferencia entre el valor inicial y final con que se desarrolló el apartado anterior. Así

$$\bar{p}_n = \bar{x}_n - \bar{x}_0$$

3ª) Se realiza un proceso de optimización partiendo de  $\bar{x}_n$  en dirección de  $\bar{p}_n$ , obteniendo un valor  $\alpha$  tal que  $f(\bar{x}_n + \alpha \bar{p}_n)$  sea mínimo en esa dirección.

4ª) Se considera como punto inicial de la siguiente iteración a

$$\bar{x}_0 = \bar{x}_n + \alpha \bar{p}_n$$

volviendo al apartado 1º para repetir el proceso.

Puede demostrarse (17) que, aplicado el método  $n$  veces, se obtiene el mínimo de un polinomio de segundo grado de  $n$  variables, y en total, se habrán realizado  $n^2 + n$  procesos de optimización unidireccionales. Aplicado sucesivas veces a funciones objetivo cualesquiera, permite la obtención del óptimo con un error predeterminado.

## VI. APLICACION A LA OPTIMIZACION DE PORTICOS DE EDIFICACION

El tiempo necesario para la realización de un proceso de optimización por la técnica de las funciones de penalización viene dada por (14).

$$T = \beta \cdot n(n+1)K \cdot n_d \cdot t_e$$

Donde:

$n$  Número de variables de diseño.

$K$  Número de superficies de respuesta.

$n_d$  Número de veces que evaluamos la función en cada búsqueda direccional.

$t_e$  Tiempo necesario para realizar una evaluación de la función objetivo.

$\beta$  Coeficiente mayor que la unidad y que depende del criterio de convergencia adoptado.

Por lo tanto, debemos ajustar cada uno de los factores de la expresión anterior para que el proceso de optimización sea práctico.

### VI.1. Proceso de optimización direccional

Vimos que el método de Powell era una sucesiva aplicación de optimizaciones unidireccionales. Estos procesos están resueltos por las técnicas de Fibonacci o de la "sección de oro"



(18). Sin embargo estas técnicas necesitan bastantes evaluaciones de la función, por lo que, dado que la precisión exigida en cada búsqueda direccional es pequeña, se recurre a ajustar una parábola de segundo grado a la función objetivo, con lo que, con sólo tres evaluaciones, son suficientes.

Sin embargo, la función objetivo (II), tendrá variaciones importantes en las proximidades del contorno.

Esto llevó a Lund (1969) (14) a ajustar una parábola de segundo grado, no sólo a la función objetivo, sino también a todas las ligaduras. De esta forma, cada superficie de respuesta del tipo

$$F(\bar{x}, r_K) = f(\bar{x}) + r_K \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(\bar{x})} \quad (IV)$$

quedará como

$$F(\bar{x}, r_K) = a + b \cdot \alpha + c \cdot \alpha^2 + r_K \sum_{i=1}^m \frac{1}{d_i + e_i \alpha + f_i \alpha^2} \quad (V)$$

siendo  $\alpha$  la variable que define la amplitud del movimiento en la dirección que se optimiza.

Encontrar el valor de  $\alpha$  óptimo se consigue sin más que anular la derivada de la expresión anterior (V)

$$F'(\bar{x}, r_K) = b + 2c\alpha - r_K \sum_{i=1}^m \frac{e_i + 2f_i\alpha}{(d_i + e_i\alpha + f_i\alpha^2)^2} \quad (VI)$$

mediante sucesivos tanteos y con criterios adecuados. Evidentemente, es mucho más sencillo evaluar la expresión (VI) que no la (IV).

## VI.2. Factor de respuesta inicial y número de superficies de respuesta

La elección del primer factor de respuesta,  $r_1$ , es de gran importancia en el desarrollo posterior del proceso. Si elegimos un factor de respuesta inicial demasiado pequeño, la superficie de respuesta así formada tendrá demasiados valles en los alrededores de algunas ligaduras, lo que lentificará la obtención del mínimo en esta primera etapa. Si al contrario, el factor de respuesta es demasiado grande, el mínimo obtenido para la primera superficie estará muy lejos del real, con lo que debemos utilizar muchas superficies de respuesta.

A tal efecto, la mayoría de los investigadores opinan que el factor de respuesta inicial se obtenga considerando que la función de penalización sea un cierto porcentaje del valor de la función objetivo en el punto inicial,  $\bar{x}_0$ . Así,  $r_1$  se obtendrá de

$$r_1 \left( \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(\bar{x})} \right)_{\bar{x}_0} = \frac{a}{100} f(\bar{x})$$

donde el porcentaje depende mucho del tipo de problema de que se trate.

Tras un gran número de pruebas se ha considerado que para problemas de optimización de pórticos de hormigón armado de edificación, se puede obtener el factor de respuesta inicial en base a un cinco por ciento de penalización por la función objetivo.

Una vez definido este primer factor de respuesta, los sucesivos se suelen obtener dividiendo el anterior por un factor constante, que depende mucho del tipo de problema en concreto, así como el número total de superficies de respuesta.

Tras un sinnúmero de pruebas, los mejores resultados se han obtenido dividiendo el factor de respuesta por cincuenta cada vez, y realizando un total de tres superficies de respuesta.



### VI.3. Criterios de finalización del proceso

Cada vez que realizamos una búsqueda direccional, conseguimos el mínimo a base de anular la derivada de la superficie de respuesta (VI). Supondremos que la exactitud es suficiente cuando el valor de la derivada sea inferior a una centésima.

Además, cada vez que buscamos el mínimo de una superficie de respuesta debemos fijar la variación máxima de tal superficie para continuar el proceso. Para ello, se define la relación

$$\frac{F(\bar{x}_{i+1}, r_K) - F(\bar{x}_i, r_K)}{F(\bar{x}_i, r_K)}$$

y cuando es inferior a  $10^{-7}$  se considera el proceso de optimización de la superficie de respuesta finalizado.

## VII. PROCESO DE DISEÑO. EJEMPLOS

Con todas las consideraciones anteriores, se ha preparado un completo programa de diseño de pórticos de edificación de hormigón armado. El ordenador utilizado ha sido un NOVA-SYSTEM, con 64 kbytes, de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos de Valencia.

En esencia, el programa es muy simple. Primero se calcula la estructura con unas dimensiones de las barras iniciales. Con los esfuerzos obtenidos se desarrolla un proceso de optimización que, lógicamente, conlleva a otras dimensiones de las piezas. Con un nuevo cálculo se entra en un proceso iterativo que, cuando tras las iteraciones las dimensiones de todos los elementos no varían, se da por finalizado.

De los numerosos ejemplos desarrollados se aportan los dos siguientes. Para todos ellos se han considerado las siguientes características económicas y resistentes de los materiales.

#### Hormigón:

Resistencia característica	175 kg/cm <sup>2</sup>
Coefficiente de seguridad	1,5
Precio unitario	3.500 pts/m <sup>3</sup>

#### Acero:

Resistencia característica	4.100 kg/cm <sup>2</sup>
Coefficiente de seguridad	1,15
Precio unitario	55 pts/kg.

#### Encofrados:

De vigas	300 pts/m <sup>2</sup>
De soportes	300 pts/m <sup>2</sup>

#### Características de la sección:

Recubrimiento de las armaduras	3 cm.
Anchos mínimos admisibles	20 cm.
Anchos máximos admisibles	70 cm.

Cantos mínimos admisibles	20 cm.
Canto máximo en vigas	50 cm.
Canto máximo en soportes	70 cm.

### VII.1. Ejemplo nº 1

En este ejemplo se ha analizado un pórtico de seis alturas y un solo vano. La luz del pórtico es de 4 metros, la altura de las plantas de 3 metros para cada una de ellas y la carga a que está sometida es de 3 toneladas por metro lineal en cada viga.

Las variables independientes son el canto de las vigas,  $x_1$ , el canto de la planta superior del soporte,  $x_2$ , y los coeficientes de variación lineal del canto y ancho del soporte  $x_3$  y  $x_4$ , respectivamente.

El esquema de variación de estas variables a lo largo del proceso es el siguiente:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
Iniciales	40	35	5	5
1ª iteración	32,48	33,11	0,22	1,00
2ª iteración	32,36	29,29	2,30	0,22
Óptimo	32,37	29,29	2,30	0,22

Coste 47.030 ptas.

Con estos valores de las variables de diseño, las dimensiones iniciales y óptimas del pórtico se indican en la figura 1.

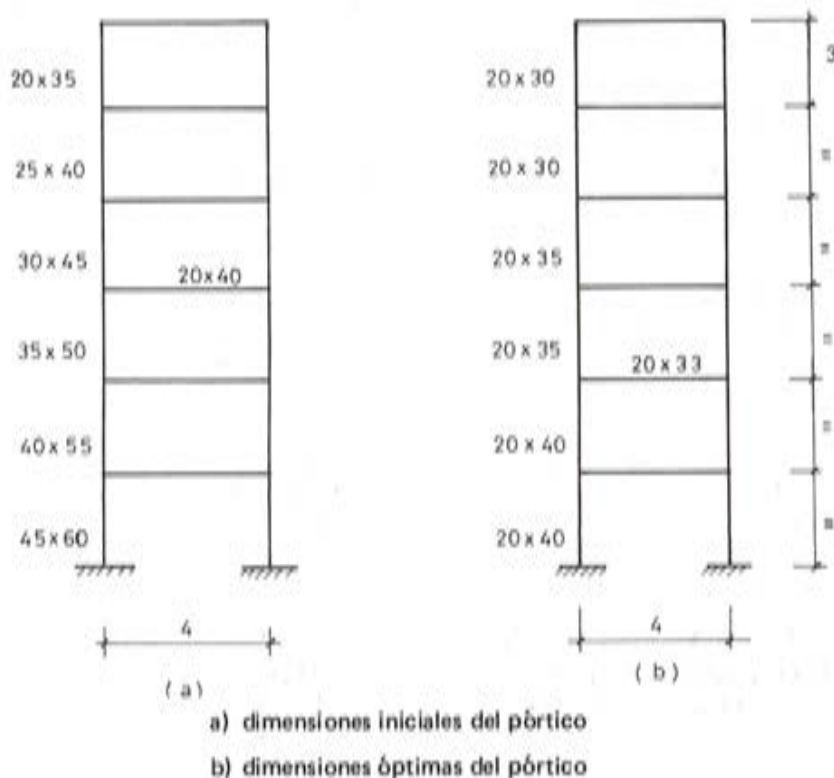
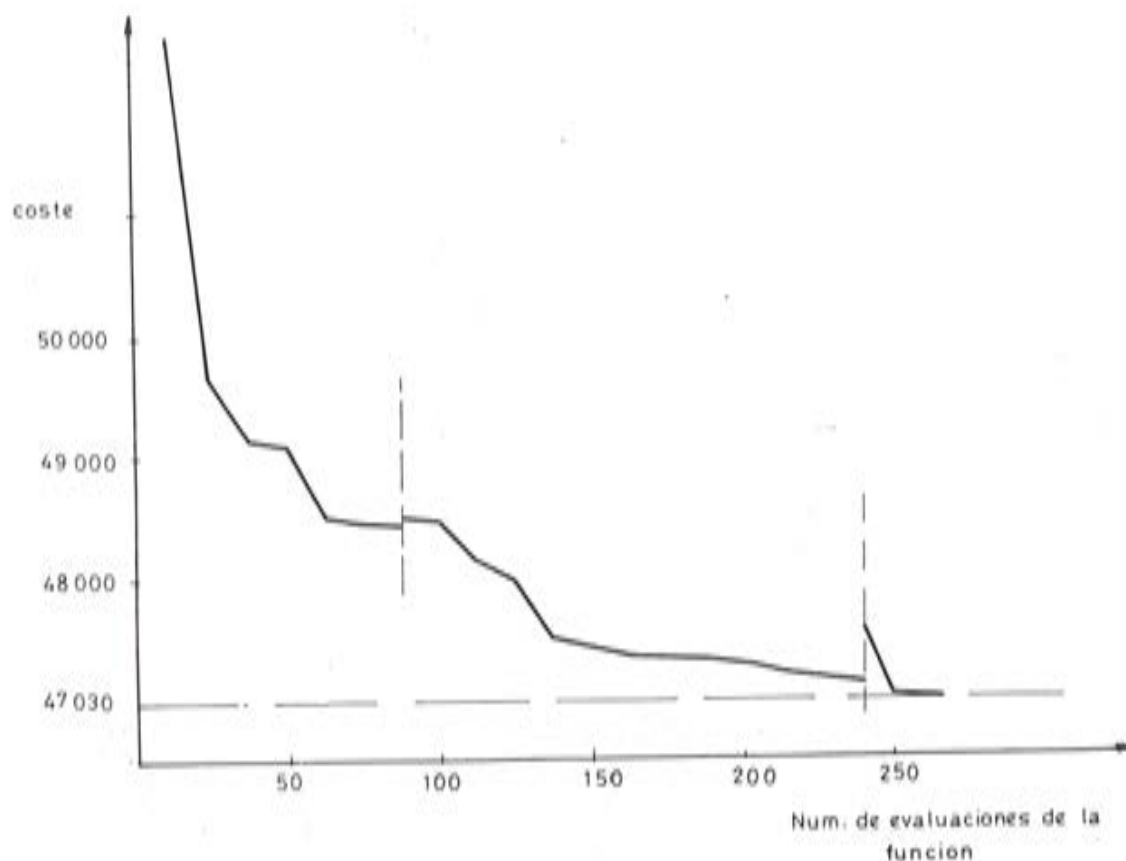


Fig. 1

El proceso de evolución hacia el óptimo, indicando el número de evaluaciones de la función se indica en la figura 2, donde las discontinuidades indican puntos en los que se ha alcanzado el óptimo, pero que ha sido necesario volver a calcular el pórtico ya que las dimensiones obtenidas no coinciden con las que se calcularon.



*Fig. 2.- Evolución del proceso de optimización del ejemplo núm. 1*

Los tramos continuos de la gráfica son, en realidad, discontinuos, debido a la progresiva disminución del factor de respuesta en el proceso, pero lo representamos de una forma continua para aclarar la figura.

Los diferentes conceptos del coste en el óptimo son:

	Hormigón	Encofrado	Acero	Total
Soportes	8,820	11,880	5,072	25,772
Vigas	5,544	7,632	8,082	21,258



## VII.2. Ejemplo n<sup>o</sup> 2

Se ha diseñado en este ejemplo un pórtico de dos vanos y seis alturas, con luces de seis y tres metros y cargado con tres toneladas por metro lineal en todas las plantas. La altura de los pisos es de 3 metros para todos ellos.

Las variables independientes son el canto de las vigas,  $x_1$ , el de los soportes exteriores  $x_2$ , los coeficientes de variación de canto y ancho del soporte exterior  $x_3$  y  $x_4$ , el canto del soporte interior,  $x_5$  y los coeficientes de variación lineal de canto y ancho del soporte interior,  $x_6$  y  $x_7$ .

La variación de las variables independientes desde los valores iniciales hasta sus óptimos es el siguiente:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$
Inicial	40	35	2	2	30	2	2
1 <sup>a</sup> iteración	40,5	32,7	2,02	0,1	41,0	0,52	2
2 <sup>a</sup> iteración	40,5	34,73	2,02	0,07	40,4	0,52	2,04
Óptimos	40,5	34,73	2,02	0,06	40,4	0,52	2,0

Con estos valores de las variables de diseño, se consiguieron unas dimensiones del pórtico representadas en la figura 3, partiendo de las indicadas en la misma figura.

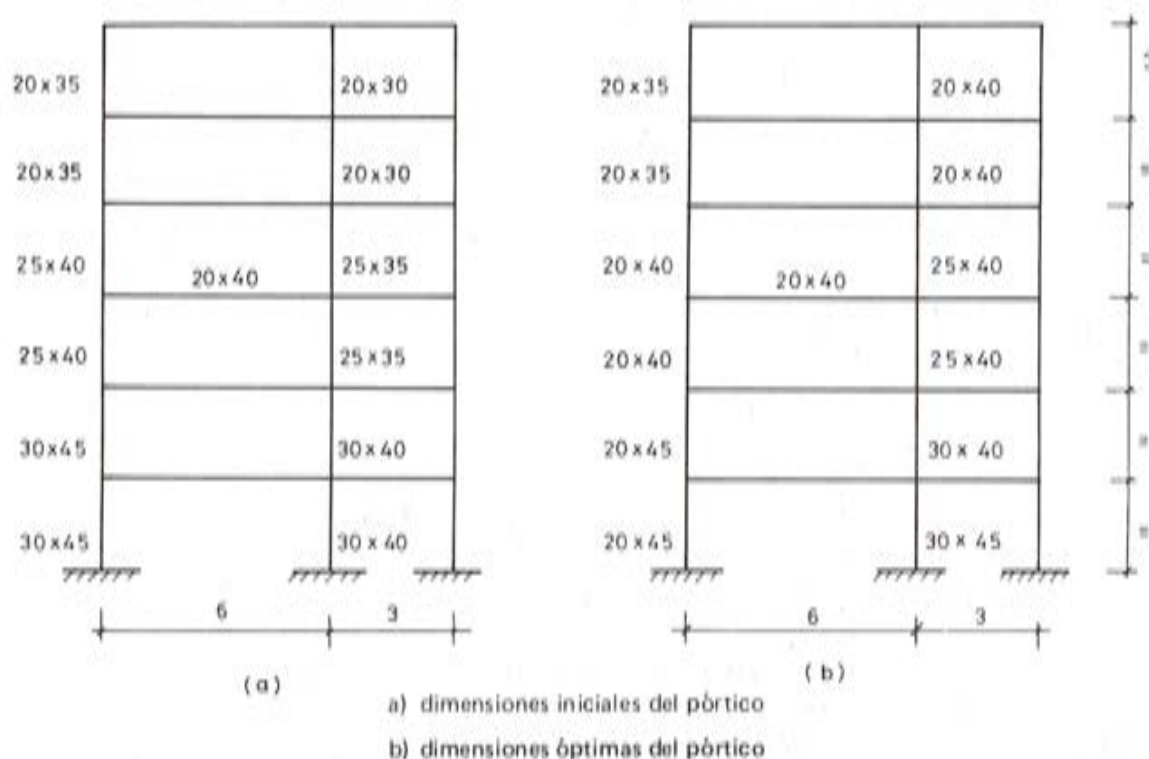


Fig. 3

La evolución del proceso hacia el óptimo, de una manera análoga al ejemplo anterior, se indica en la figura 4.

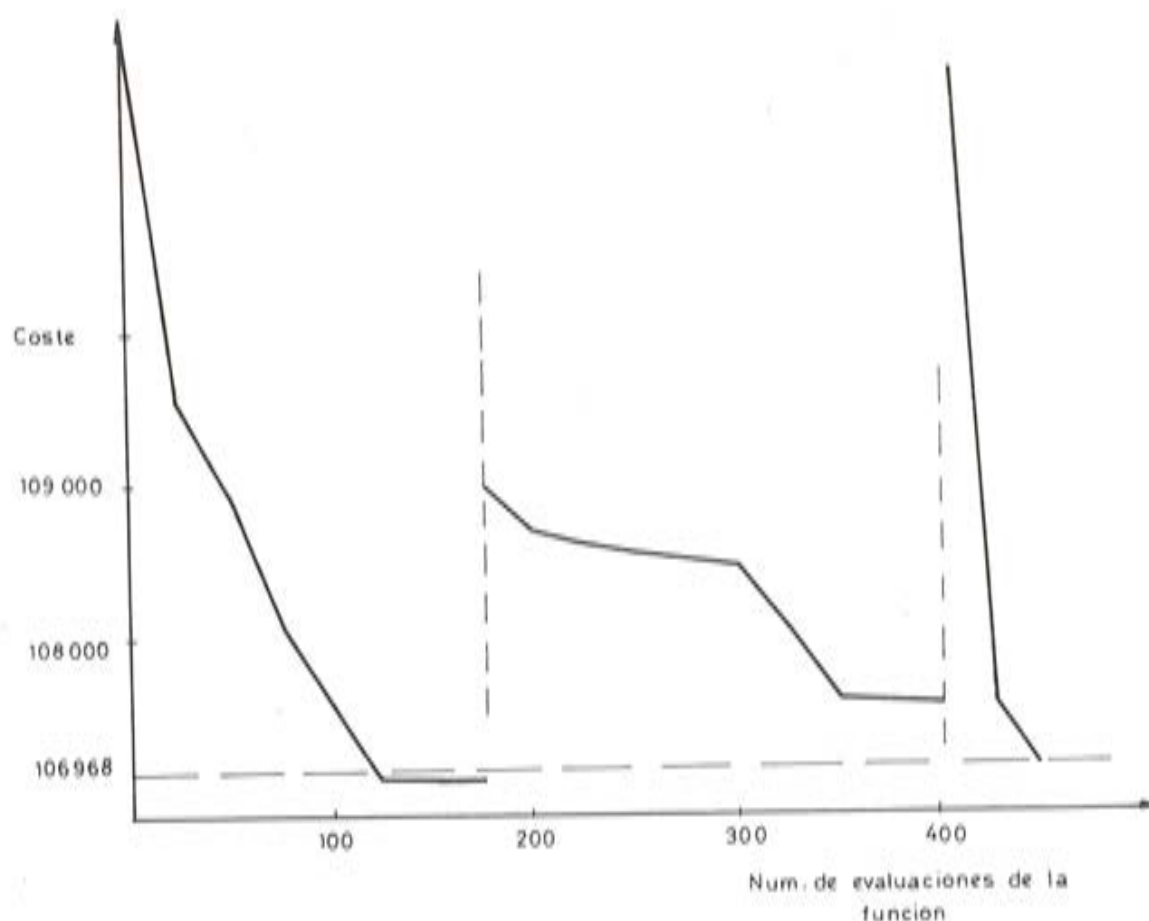


Fig. 4.— Evolución del proceso de optimización del ejemplo núm. 2

La distribución de los diferentes conceptos del costo para las dimensiones óptimas son:

	Hormigón	Encofrado	Acero	Total
Soportes	16.538	20.070	10.324	46.932
Vigas	15.120	19.440	25.476	60.036

Siendo el coste total de 106.968 ptas.

## VIII. CONCLUSIONES

A nivel muy general se observa que, la función objetivo definida como suma del coste del hormigón, acero y encofrado, presenta una variación muy suave en las proximidades al mínimo, lo que lentifica mucho el proceso de optimización.

Con todo, tras la realización de numerosos ejemplos, se pueden conseguir algunas conclusiones con respecto a las dimensiones óptimas de las piezas. Así, se ha observado una relación casi lineal entre el canto de las vigas y la luz y carga que sobre ellos inciden. Para una carga de 3 toneladas por metro lineal, tal relación se indica en la figura 5.

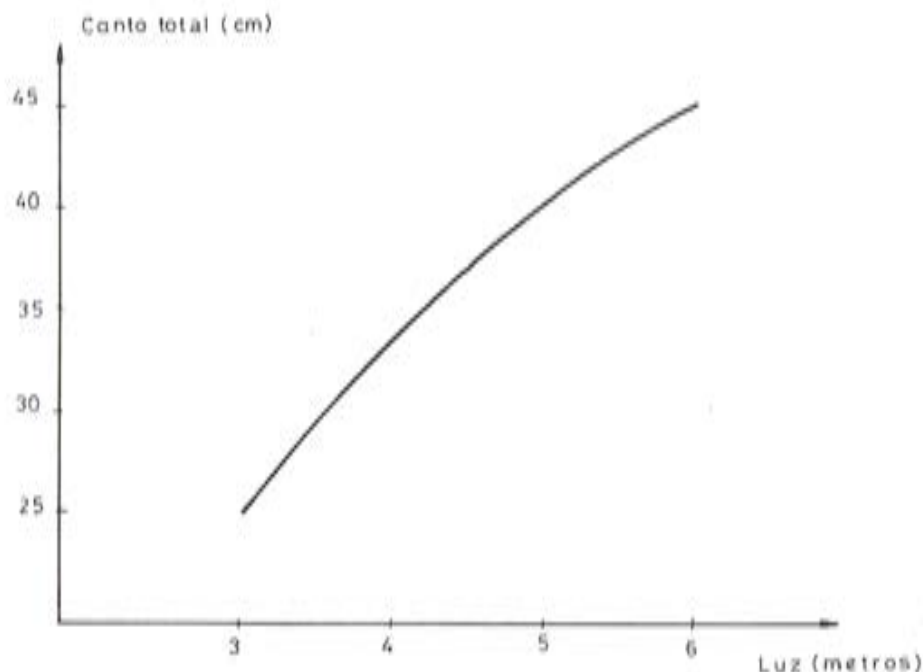


Fig. 5.— Relación luz/canto óptimo para vigas de pórticos con cargas máximas de 3 Ton/ml.

Los pilares de la planta superior de los pórticos de dimensiones óptimas tendrán secciones con anchos mínimos, manteniéndose éstos de arriba a abajo cada cuatro plantas si el pilar es centrado y cada dos si es central. Esta variación se acusa algo más cuanto más altura tiene el pórtico,

De otro modo los cantos de los pilares extremos de la última planta del pórtico aumentan con la flexión que les transmiten las vigas, con una dependencia casi lineal entre ellos. En la figura 6 se indica esta relación para una carga de 3 toneladas por metro lineal. Además, los cantos de estos pilares excéntricos tienden a mantenerse constantes si el pórtico no tiene más de 5 ó 6 alturas y sus variaciones son pequeñas en los demás casos.

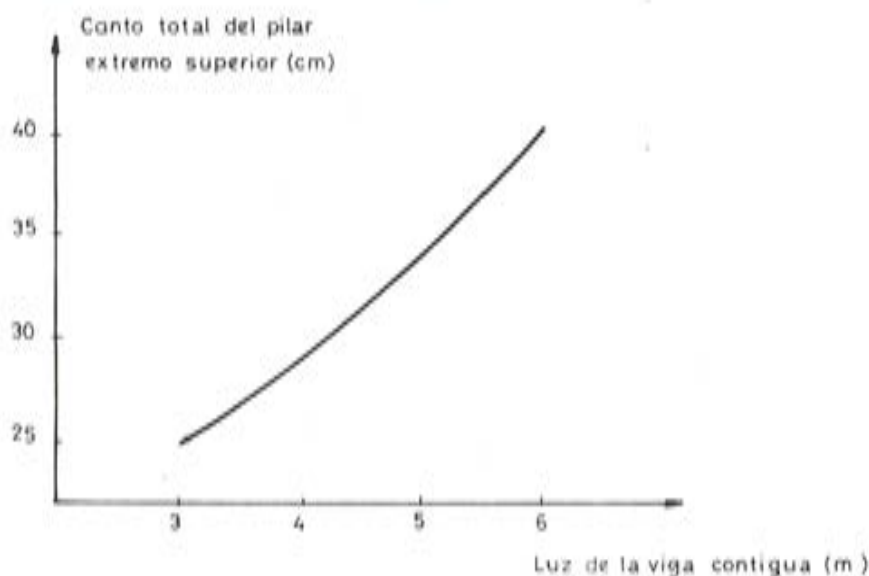


Fig. 6.— Relación entre el canto óptimo del pilar extremo superior y la luz de la viga contigua, para una carga máxima en esta de 3 Ton/ml.



Por otro lado, los cantos de los pilares interiores de las plantas superiores suelen ser mayores que las de los extremos, sin casi variación con la altura para pórticos de tres o cuatro alturas, pero llegando a ser diferente en cada planta para pórticos de nueve o más alturas.

Vistos pues estos criterios de predimensionado, el desarrollo futuro se debe centrar en el desarrollo de ábacos de dimensionamiento óptimo de piezas aisladas ya que, por la aplicación conjunta de ellas se puede llegar a valores muy cercanos al mínimo, sin necesidad de aplicar todo el proceso de optimización.

## IX. NOMENCLATURA

- $d$  Canto útil de la sección transversal.
- $b$  Ancho de la sección transversal.
- $d_o$  Canto útil de la sección transversal del pilar de la planta superior.
- $b_o$  Ancho de la sección transversal del pilar de la planta superior.
- $C_h$  Coste del hormigón del pórtico.
- $C_e$  Coste del encofrado del pórtico.
- $C_a$  Coste del acero del pórtico.
- $p$  Número total de barras del pórtico.
- $d_{v,máx}$  Canto útil máximo admisible en vigas.
- $d_{v,mín}$  Canto útil mínimo admisible en vigas.
- $d_v^*$  Canto útil óptimo en vigas.
- $d_{s,máx}$  Canto útil máximo admisible en soportes.
- $d_{s,mín}$  Canto útil mínimo admisible en soportes.
- $d_{s,i}^*$  Canto útil óptimo del pilar superior de un soporte interior.
- $d_{s,e}^*$  Canto útil óptimo del pilar superior de un soporte extremo.
- $K_1$  Coeficiente de variación lineal del canto útil de un soporte extremo.
- $K_3$  Coeficiente de variación lineal del canto útil de un soporte interior.
- $b_{s,máx}$  Ancho máximo admisible en soportes.
- $b_{s,mín}$  Ancho mínimo admisible en soportes.
- $K_2$  Coeficiente de variación lineal del ancho de un soporte extremo.
- $K_4$  Coeficiente de variación lineal del ancho de un soporte interior.
- $P$  Número de plantas del pórtico.
- $U_{sj}$  Capacidad mecánica de la armadura simétrica del pilar  $j$ .
- $U_{cj}$  Capacidad mecánica del hormigón en compresión del soporte  $j$ .
- $\bar{x}$  Vector de las variables de diseño.
- $n$  Número de variables de diseño.
- $f(\bar{x})$  Función objetivo.
- $g_i(\bar{x})$  Ligadura  $i$  entre las variables de diseño.
- $r_K$  Factor de respuesta.
- $\phi(\bar{x}, r_K)$  Función de penalización.
- $F(\bar{x}, r_K)$  Superficie de respuesta.

## X. BIBLIOGRAFIA

1. BOND, D. "A computer program for Studing the Design of Reinforced Structures Supported on Columns", Proc. I.C.E. 1969, pp. 195-216.
2. ARORA, J., HANG, E., RIM, K. "Optimal Design of Plane Frames", J. Structural Division, A.S.C.E., Oct. 1975, pp. 2,063-2,078.
3. MAJID, K.I. "Optimum Design of Structures", Newnes-Butter, Worths, 1974.
4. ZAGAJESKI, S.W., BERTERO, V.V. "Optimum Seismic-Resistant Design of R/C Frames", J. Structural Division, May 1979, pp. 829-845.
5. MORAGUES, J.J. "Diseño Optimo de Piezas Prismáticas Flectadas de Hormigón Armado", Boletín de Estructuras, nº 3, E.T.S.I.C.C.P. Valencia 1981.
6. MORAGUES, J.J. "Diseño Optimo de Soportes Rectangulares de Hormigón Armado", Boletín de Estructuras, nº 4, E.T.S.I.C.C.P. Valencia 1981.
7. BOND, D. "The Optimum Design of Concrete Structures", J. Engineering Optimization, 1974, Vol. 1, pp. 17-28.
8. ANAND, Y.N., RHOMBERG, E.I., MIRANDA, C.F. "Toward on Optimal Design of Concrete Structures", Methods of Structural Analysis, A.S.C.E. 1976, pp. 1,060-1,072.
9. BOND, D. "Computes Aided Design of Concrete Structures Using Insoparametric Finite Elements and Non-linear Optimization", Proc. I.C.E., Pets., Sep. 1979, pp. 785-800.
10. COMISION PERMANENTE DEL HORMIGON, "Instrucción para el Proyecto y Ejecución de Estructuras de Hormigón en Masa y Armado", EH-80.
11. COIN, ALBIGES, JOURNET, "Estudio de la Estructura por Métodos Matriciales", E.T.A., ed., 1971.
12. POWELL, M.J.D. "Problems Related to Uncostrained Optimization", Numerical Methods for Uncostrained Optimization, ed. Murray, W.C. Academic Press, 1972, pp. 29-56.
13. GALLAGHER, R.H., ZIENKIEWICZ, O.C., "Optimum Structural Design, Theory and Applications", John Wiley and Sons, 1973.
14. MOE, I. "Penalty-function Methods", Optimum Structural Design, Theory and Applications, ed. Galloper, Zienkiewicz. (John Wiley, 1973), pp. 143-177.
15. FLETCHER, R. "Mathematical Programming Methods - A Critical Review", Optimum Structural Design, Theory and Applications, ed. Galloper y Zienkiewicz (John Wiley, 1973), pp. 51-77.
16. FLETCHER, R. "Conjugate Direction Methods", Numerical Methods for Uncostrained Optimization, ed. Murray, W. (Academic Press, 1972), pp. 73-86.
17. POWELL, M.J.D. "An efficient Method for Finding the Minimum of a Function of Several Variables without Calculating Derivatives", J. Computer, 1964, 7, No. 3, pp. 155-162.
18. ZAHRADNIK, R.L. "Theory and Techniques of Optimización for Practining Engineers", Barnes-Noble (1971).
19. BOND, D. "The Optimization of Civil Engineering Structures". The Queen's University, Belfast, 1972.
20. BOND, D. "A Computer Program for Studing the Design of Reinforced Structures Supported on Columns", Proc. I.C.E. 1969, pp. 195-216.
21. MORAGUES, J.J. "Diseño Optimo de Estructuras Aporticadas de Hormigón Armado". Tesis Doctoral dirigida por D. José Soler Sanz, E.T.S.I.C.C.P., Valencia, 1980.

# El hormigón en masa en la Instrucción EH-80\*

Javier Lahuerta, Dr. Arquitecto

## 1. Introducción

La Comisión Permanente del Hormigón en una reunión de mayo de 1977, es decir hace cuatro años, estableció como método de trabajo para la revisión de la Instrucción EH 73 (2) la creación de cinco grupos de trabajo, de ellos el nº 4 con el tema del hormigón en masa.

Me designaron ponente de dicho grupo por tres razones:

Primera: Por haber mencionado en una reunión anterior que la Instrucción EH 73 tenía el título: **Proyecto y ejecución de las obras de hormigón en masa o armado**, pero que el hormigón en masa se citaba sólo en su título, y en su artículo 1º, y que valdría la pena tratarlo.

Segunda: Por haber estado ausente en la reunión en que se realizaron los nombramientos de ponentes de los Grupos de trabajo.

Tercera: Por haber trabajado con anterioridad algo sobre zapatas y muros de hormigón en masa, y bastante sobre muros de fábrica, habiendo sido ponente de algún capítulo de la Norma MV 201-1972, Muros resistentes de fábrica de ladrillo (3).

Como no pude ya eludir el compromiso, tuve que ponerme a trabajar en serio sobre el tema del hormigón en masa, que sabía estaba lleno de dificultades. La Comisión Permanente del Hormigón requirió se le enviase a vuelta de correo un temario y un calendario, y así lo hice a principio de junio.

La primera labor fue la reunión información reciente sobre el tema. Como fuentes estaban: El Comité Euro-Internacional del hormigón CEB, las normas de distintos países, y la bibliografía disponible.

## 2. El hormigón en masa en el CEB

El CEB, en colaboración con la Federación Internacional del pretensado, FIP, intentó tratar el tema del hormigón en masa al revisar las Recomendaciones Internacionales para el

(\*) 11ª Conferencia del Curso sobre la Instrucción EH 80 (1), mayo de 1981, Colegio de Ingenieros C.C.P. y Comisión Permanente del hormigón.



cálculo y ejecución de las obras de hormigón. Sin embargo no apareció en la segunda edición, 1970 (4).

El Prof. C. Avram, Timisoara, Rumanía, recibió el encargo de preparar una ponencia sobre el tema (5), que presentó a fin de 1970, y que fue seguida de un documento justificativo y explicativo de la ponencia (6) en marzo 1971. Este trabajo fue presentado en la 14ª Sesión Plenaria CEB de Copenhague, mayo 1971, y a pesar de su calidad se decidió no incluirlo como anejo a las Recomendaciones.

La tercera edición, 1978, de las Recomendaciones Internacionales CEB-FIP consta de dos volúmenes:

**Volumen I.** Reglas unificadas, comunes a los distintos tipos de obras y de materiales (7), que se redactó en noviembre 1976 como trabajo conjunto del Comité Mixto Inter-asociaciones sobre la seguridad de las estructuras, JCSS, bajo la coordinación del CEB.

**Volumen II.** Código modelo CEB-FIP para las estructuras de hormigón (8).

En el Volumen I no se citan individualizados los materiales y por tanto no aparece el hormigón en masa. En el Volumen II el artículo 1.2 dice que el Código es aplicable a las estructuras de hormigón armado y/o pretensado, y que quedan fuera del dominio de aplicación los elementos de hormigón en masa.

Anteriormente a esto, los paneles prefabricados de hormigón en masa fueron objeto de unas Recomendaciones internacionales que redactó en 1956 la Comisión 13ª del CEB (9).

### 3. El hormigón en masa en las normas y la bibliografía

Hacen referencia más o menos directa al hormigón en masa las normas de los siguientes países:

Austria:	ÖNORM B4200 (10)
Bélgica:	NBN 15 (11)
Brasil:	NB 1 (12)
Dinamarca:	DS 400, DS 411 (13)
Francia:	CCBA 68 (14)
Gran Bretaña:	CP 110 (15), CP 114 (16)
Portugal:	REBA (17)
R.F.A.:	DIN 1045, (18)
Rumanía:	STAS 8000 (19)
Suecia:	B 7 (20)
Suiza:	SIA 162 (21)
U.R.S.S.:	SNiP II (22)
U.S.A.:	ACI 318 (23), ACI 322 (24).

Se analizaron y se compararon los resultados de algunas de ellas, encontrándose divergencias importantes en cuestiones fundamentales: Definición del hormigón en masa. Elementos considerados. Método de cálculo. Resistencia a tracción. Esfuerzo cortante. Pandeo. Etc.

La bibliografía consultada (25 a 35) puso de manifiesto asimismo las variaciones de criterio existentes en el comportamiento del hormigón en masa. Debo agradecer parte de ella al Prof. Constantin Avram que contestó amablemente a la carta que le envié consultándole.

Después de este trabajo preliminar, redacté una ponencia que fue sometida a estudio al Grupo de trabajo constituido por: D. Teófilo Serrano, D. Salvador Meca y D. Angel Arteaga. La labor de crítica y revisión de la ponencia fue muy interesante y efectiva, quedando definitiva la redacción del grupo de trabajo a fin de 1979. En marzo de 1980, fue sometida a la Comisión, que perfeccionó y simplificó el texto que ha aparecido como artículo 46 de la Instrucción EH 80.

#### 4. Elementos de hormigón en masa

De hormigón en masa pueden proyectarse aquellos elementos que trabajan fundamentalmente a compresión con excentricidades moderadas, entre los que se encuentran (Fig. 1):

**Muros** de edificios, en fachada o en su interior.

**Paneles** para muros, en la prefabricación pesada.

**Mamparos**, o muros de sótano en contacto con el terreno.

**Contenciones** del terreno en los cambios de nivel.

Pueden también realizarse de hormigón en masa pilares, arcos y bóvedas, pero generalmente se prefiere para estos elementos el hormigón armado.

Estos elementos, sometidos a compresión compuesta, además de esfuerzo normal  $N$  suelen recibir esfuerzo cortante  $V$ , produciéndose estados tensionales con una componente principal de tracción, pequeña frente a la de compresión, ésta decisiva para el agotamiento.

En general no se deben proyectar de hormigón en masa elementos que trabajan a flexión simple, como vigas o forjados. Se exceptúan algunos tipos de cimientos:

**Zapatas**, cimientos para pilares, de forma en general prismática o cilíndrica.

**Suelas**, cimientos para muros o mamparos, de forma prismática alargada horizontalmente.

**Carreras**, cimientos que soportan varios pilares, que se realizan generalmente de hormigón armado, excepto en el caso de un mamparo con su suela que se hace trabajar además como carrera.

En estos cimientos suele ser decisiva para el agotamiento la máxima tensión de tracción.

#### 5. Resistencia de cálculo del hormigón

Para realizar elementos estructurales de hormigón en masa, la resistencia a compresión de proyecto  $f_{ck}$  del hormigón tiene que ser igual o superior a  $125 \text{ kp/cm}^2$ . Como los elementos de hormigón en masa suelen tener espesores mayores que los correspondientes de hormigón armado, la resistencia de proyecto no suele ser superior a  $200 \text{ kp/cm}^2$ .

La **resistencia de cálculo a compresión** del hormigón tiene el valor:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,2 \gamma_c}$$

siendo  $\gamma_c$  el coeficiente de minoración del hormigón cuyo valor básico es  $\gamma_c = 1,5$ , y  $\gamma_n = 1,2$  un coeficiente de corrección para tener en cuenta que los elementos de hormigón en masa tienen en general rotura frágil, es decir que se produce sin previos síntomas de aviso.

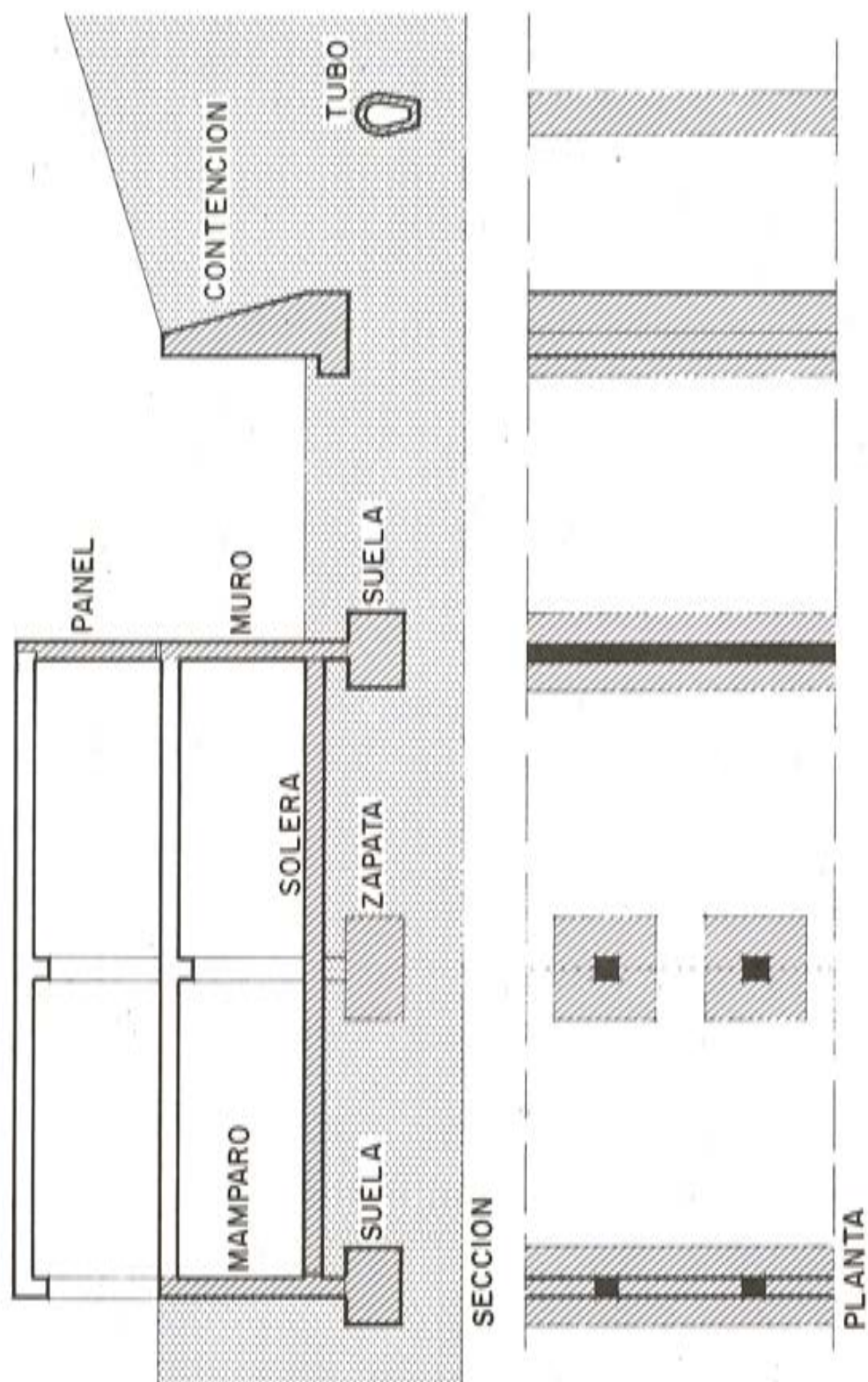


Fig. 1. Elementos de hormigón en masa.



La resistencia de cálculo a tracción del hormigón tiene el valor:

$$f_{ct,d} = \frac{f_{ct,k}}{1,2 \gamma_c}$$

siendo  $f_{ct,k}$  la resistencia característica del hormigón a tracción, que puede establecerse en el proyecto, y controlarse mediante ensayos por el método brasileño.

Ordinariamente no suele establecerse en el proyecto, y se toma para ella el valor:

$$f_{ct,k} = 0,45 \sqrt{f_{ck}^2}$$

cuyos valores para los hormigones que suelen emplearse son los de la Tabla 1.

**TABLA 1**  
Resistencias del hormigón en masa, en  $\text{kp/cm}^2$

<b>Resistencia a compresión</b>				
De proyecto $f_{ck}$	125	150	175	200
De cálculo $f_{cd}$	69	83	97	111
<b>Resistencia a tracción</b>				
Característica, según fórmula $f_{ct,k}$	11,3	12,7	14,1	15,4
de cálculo $f_{ct,d}$	6,3	7,1	7,8	8,5

En la Instrucción EH 80 se ha suprimido el concepto de resistencia a tracción por flexión  $f_{cf,k}$ , y su ensayo. Además de la confusión que producía, se ha obtenido experimentalmente (26) que esta resistencia es función del canto  $h$  del elemento ensayado, además de la resistencia a compresión  $f_{ck}$  del hormigón, siendo en valores medios:

$$h = 10 \text{ cm} \quad f_{cf,k} = 1,6 \text{ a } 1,5 f_{ct,k} \quad h = 50 \text{ cm} \quad f_{cf,k} = 1,2 \text{ a } 1,1 f_{ct,k}$$

Por tanto emplear siempre  $f_{ct,k}$  es conveniente por comodidad y en favor de la seguridad

## 6. Diagramas tensión-deformación

Los elementos de hormigón en masa sometidos a compresión excéntrica suelen calcularse en los estados límites últimos sin considerar la resistencia a tracción del hormigón, admitiendo la hipótesis de que se produce una fisuración virtual o real en el hormigón, y que la sollicitación se equilibra con fuerzas internas de compresión solamente.

El diagrama tensión-deformación de cálculo que se adopta para esta hipótesis es rectangular, con tensión uniforme de valor  $-0,85 f_{cd}$  (Fig. 2).

En función de la altura unitaria de compresión:

$$\eta = \frac{y}{h}$$

la distancia unitaria de la línea neutra al borde más comprimido:

$$\xi = \frac{x}{h}$$

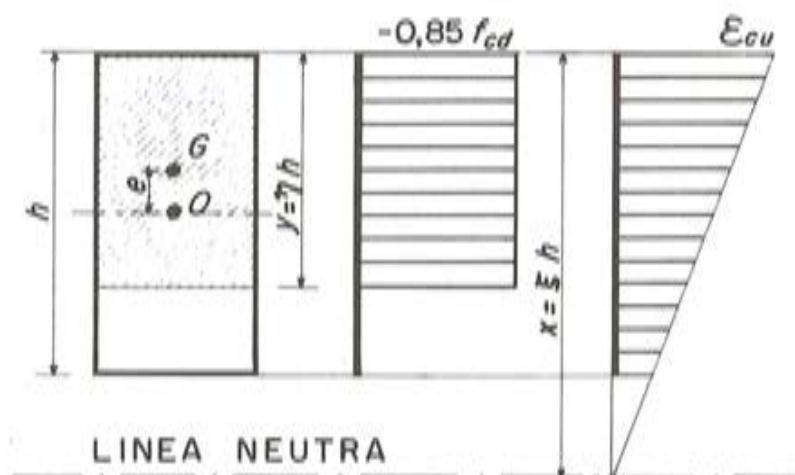


Fig. 2. Diagrama tensión-deformación del hormigón sin consideración de tracciones

y la deformación unitaria de agotamiento  $\epsilon_{cu}$  valen:

$$\text{Si } \eta \leq 0,8 \quad \xi = 1,25 \eta \quad \epsilon_{cu} = -0,0035$$

$$\text{Si } 0,8 < \eta < 1 \quad \xi = \frac{0,25}{1-\eta} \quad \epsilon_{cu} = -0,002 - 0,0075 (1 - \eta)$$

En los elementos sometidos a flexión simple, o flexión compuesta de excentricidad mayor que la mitad del canto, se necesita considerar tracciones, y se adopta como diagrama tensión-deformación de cálculo el de la parábola-rectángulo con prolongación recta en tracción, (Fig. 3).

La zona que se aplica de este diagrama con estas solicitaciones comprende solamente el arranque de la rama de compresión, por lo que es lícito emplear como simplificación el diagrama rectilíneo de comportamiento elástico,

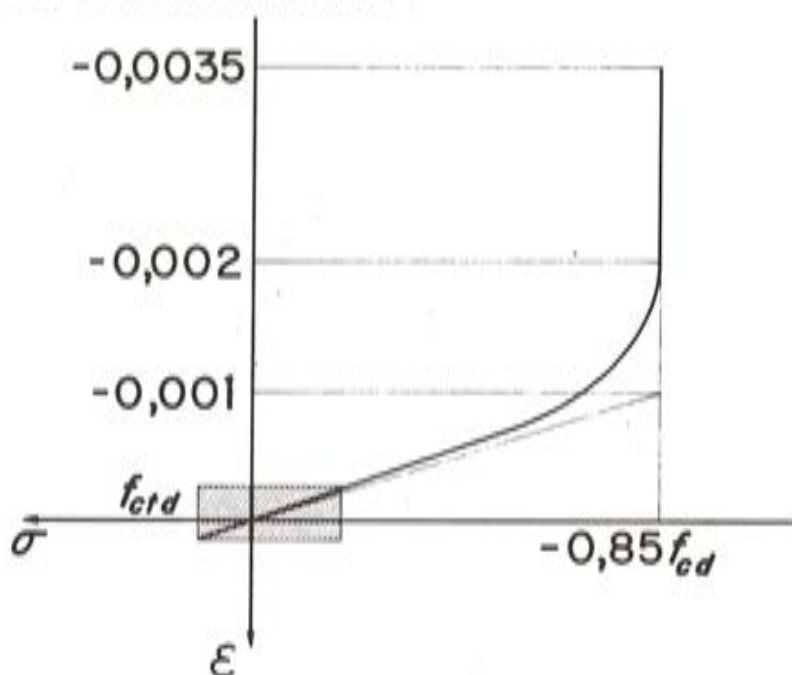


Fig. 3. Diagrama tensión-deformación del hormigón con consideración de tracciones. Punteada la zona aplicable,

## 7. Cálculo de secciones a compresión

Un elemento lineal de hormigón en masa, de sección recta cualquiera, constante o lentamente variable a lo largo de su directriz, que puede ser recta o curva, tiene una sección (Fig. 4) sometida a un esfuerzo normal de compresión, de valor de cálculo  $N_d$ , que consideramos positivo, aplicado en un punto  $G$  cuyas coordenadas  $(e_x, e_y)$  respecto a un sistema de ejes cobaricéntricos, son las componentes de la excentricidad.

Para considerar la imperfección de ejecución del elemento se considerará  $N_d$  aplicado en un punto virtual  $G_1$  de coordenadas  $(e_{x1}, e_{y1})$ , que será el que resulte más desfavorable de los dos siguientes:

$$G_{1x}(e_x + e_{xa}, e_y)$$

$$G_{1y}(e_x, e_y + e_{ya})$$

siendo:

$$e_{xa} = 0,05 h_x \leq 2 \text{ cm.}$$

$$e_{ya} = 0,05 h_y \leq 2 \text{ cm.}$$

en donde  $h_x, h_y$  son las máximas dimensiones de la sección en dichas direcciones.

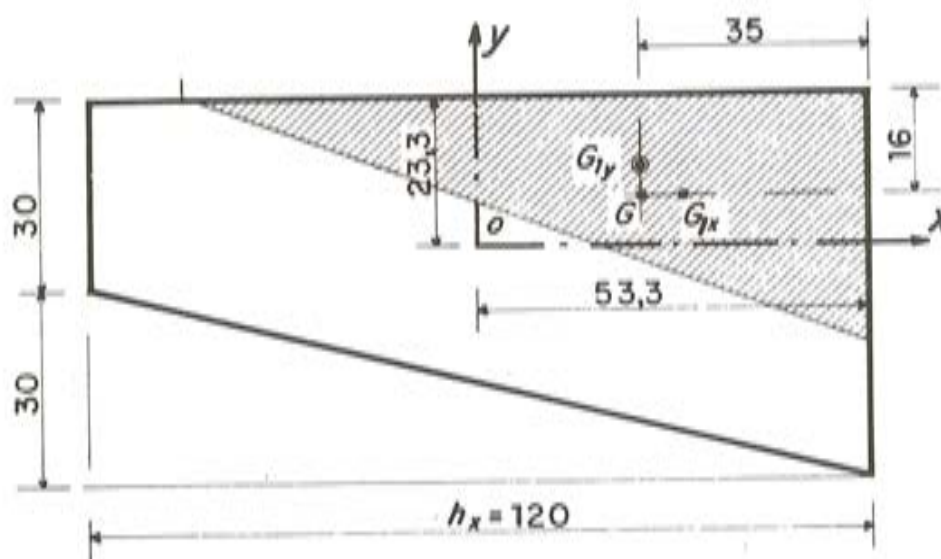


Fig. 4. Sección eficaz en compresión excéntrica.

La tensión resultante en el hormigón  $\sigma_d$  se calcula admitiendo distribución uniforme de tensiones en una parte de la sección, denominada *sección eficaz*, de área  $A_e$ , delimitada por una recta secante y cuyo baricentro coincide con el punto de aplicación virtual  $G_1$  del esfuerzo normal y considerando inactiva el resto de la sección, y debe cumplirse:

$$\sigma_d = \frac{N_d}{A_e} \leq 0,85 f_{cd}$$



Cuando además de  $N_d$  actúe un esfuerzo cortante con valor de cálculo  $V_d$ , debe además cumplirse:

$$\tau_d = \frac{V_d}{A_e} \leq f_{ct,d}$$

En el ejemplo de la figura 5, sección de un elemento realizado con hormigón H 125, en el que  $f_{cd} = 69 \text{ kp/cm}^2$  y  $f_{ct,d} = 6,3 \text{ kp/cm}^2$ , cuya sollicitación es, en valor de cálculo:  $N_d = 120 \text{ Mp}$ ,  $V_d = 10 \text{ Mp}$ , el punto de aplicación  $G$ , referido a los  $x$  y que pasan por el baricentro  $O$  de la sección tiene excentricidad de componentes:

$$e_x = 53,3 - 35 = 18,3 \text{ cm}$$

$$e_y = 23,3 - 16 = 7,3 \text{ cm}$$

El incremento por imperfección puede ser:

$$e_{xa} = 0,05 \times 120 = 6 \text{ cm}$$

$$\text{ó } e_{xa} = 0,05 \times 60 = 3 \text{ cm}$$

Pudiendo tomar dos puntos virtuales de aplicación:

$G_{lx}$ :

$$e_{lx} = 18,3 + 6 = 24,3 \text{ cm}$$

$$e_{ly} = 7,3 \text{ cm}$$

Con

$$A_{ex} = \frac{9}{2} \times (35 - 6) \times 16 = 2.088 \text{ cm}^2$$

$G_{ly}$ :

$$e_{lx} = 18,3 \text{ cm}$$

$$e_{ly} = 7,3 + 3 = 10,3 \text{ cm}$$

Con

$$A_{ey} = \frac{9}{2} \times 35 \times (16 - 3) = 2.048 \text{ cm}^2$$

siendo más desfavorable  $G_{ly}$ , por ser  $A_{ey} < A_{ex}$ , y por tanto es el que se adopta.

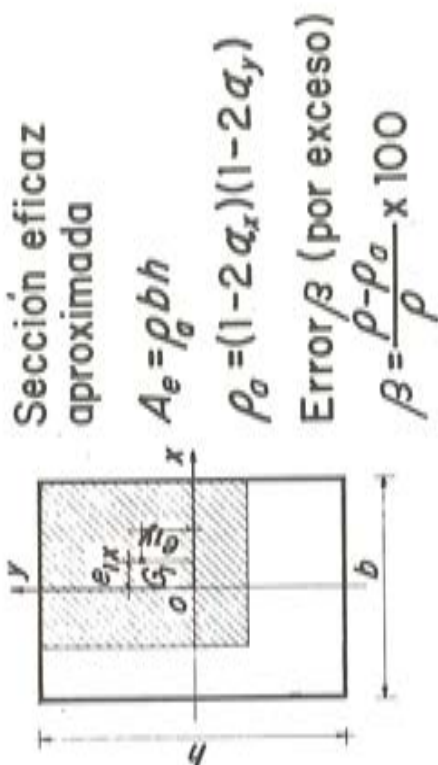
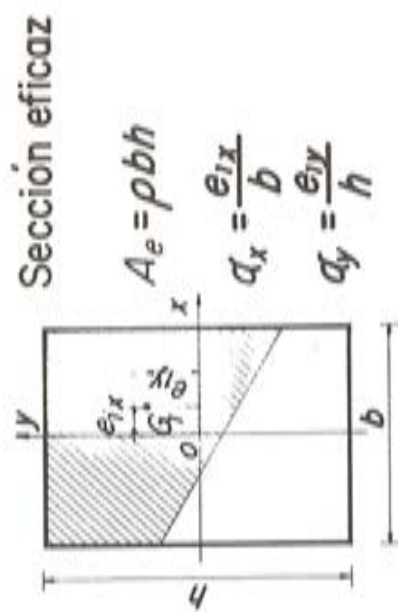
Las tensiones resultantes en el hormigón:

$$\sigma_d = \frac{120.000}{2.048} = 58,6 \text{ kp/cm}^2 < 0,85 f_{cd} = 59 \text{ kp/cm}^2$$

$$\tau_d = \frac{10.000}{2.048} = 4,9 \text{ kp/cm}^2 < f_{ct,d} = 6,3 \text{ kp/cm}^2$$

por lo que la sección es capaz de resistir la sollicitación.

La determinación de la sección eficaz no es siempre tan sencilla como la del ejemplo anterior. Cuando sea de difícil determinación geométrica puede sustituirse por una **sección eficaz aproximada**, comprendida en la sección total y cuyo baricentro coincida con  $G_1$ . El error que se comete va siempre a favor de la seguridad, pues la sección eficaz tiene área máxima (Fig. 5).



$\alpha_y$	Coeficiente $\rho$ siendo $\alpha_x$					
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0	1	0,800	0,600	0,400	0,200	0
0,1	0,800	0,712	0,553	0,368	0,184	0
0,2	0,600	0,553	0,405	0,270	0,135	0
0,3	0,400	0,368	0,270	0,180	0,090	0
0,4	0,200	0,184	0,135	0,090	0,045	0
0,5	0	0	0	0	0	0

$\alpha_y$	Error/ $\beta$ siendo $\alpha_x$					
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0	0	0	0	0	0	—
0,1	0	10,1	13,2	13,0	13,0	—
0,2	0	13,2	11,1	11,1	11,1	—
0,3	0	13,0	11,1	11,1	11,1	—
0,4	0	13,0	11,1	11,1	11,1	—
0,5	—	—	—	—	—	—

Fig. 5. Sección eficaz y sección eficaz aproximada de la sección rectangular.

## 8. Influencia de la esbeltez

En los elementos de hormigón en masa sometidos a compresión: muros, mamparos, paneles, pilares, etc., el esfuerzo normal  $N_d$  que actúa en el punto  $G_1$  con excentricidad de componentes ( $e_{x1}$ ,  $e_{y1}$ ) produce los denominados **efectos de primer orden**: las tensiones  $\sigma_d$  antes calculadas, y las correspondientes deformaciones longitudinales y transversales.

A causa de la esbeltez del elemento, a los efectos de primer orden se superponen **efectos de segundo orden**, o de pandeo, tensiones y deformaciones debidas al incremento en la excentricidad de  $N_d$  causada por la deformación transversal.

La esbeltez de un elemento de hormigón en masa hay que determinarla teniendo en cuenta que bajo una compresión excéntrica se admite fisuración virtual o real, y por consiguiente es dominante la distancia del baricentro al punto más comprimido.

Como anchura virtual de la sección (Fig. 6) se toma así:

$$b_v = 2c$$

siendo  $c$  la mínima distancia del baricentro de la sección a una recta rasante a su perímetro.

Como longitud de pandeo se toma:

$$l_o = \beta_o \xi l$$

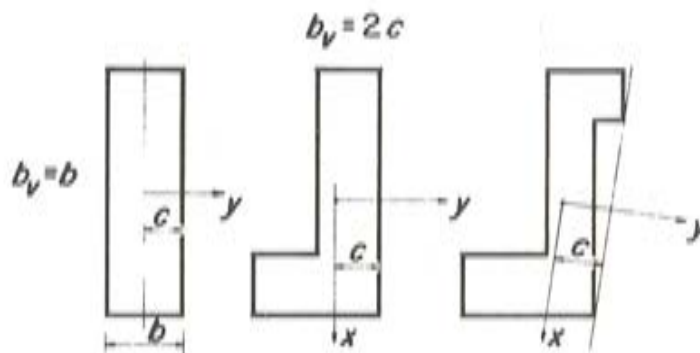


Fig. 6. Anchura virtual de una sección

siendo:

$l$  = Altura del elemento entre su base y su coronación.

$\beta_o$  = Factor de esbeltez, que se considera sólo con dos valores:

$\beta_o = 1$  en elementos con coronación arriostrada horizontalmente,

$\beta_o = 2$  en elementos con coronación sin arriostrar.

$\xi$  = Factor de arriostramiento vertical. En los elementos planos: muro, mamparo o panel, arriostrado por elementos verticales a separación  $s$ :

$$\xi = \sqrt{\frac{s}{4l}} \leq 1$$

en pilares, u otros elementos no arriostrados verticalmente, es:

$$\xi = 1$$



La esbeltez del elemento es:

$$\lambda = \frac{l_0}{b_v}$$

El efecto de pandeo se considera equivalente a la adición de una excentricidad ficticia  $e_a$  en dirección del eje y paralelo a la anchura virtual  $b_v$  de la sección, de valor:

$$e_a = \frac{150}{E_c} (b_v + e_1) \lambda^2$$

siendo:

$E_c$  = Módulo instantáneo de deformación secante del hormigón a la edad de 28 días,

$$E_c = 19000 \sqrt{f_{ck}} \quad (E_c \text{ y } f_{ck} \text{ en kp/cm}^2)$$

$e_1$  = Excentricidad determinante que vale:

Elementos con coronación arriostrada horizontalmente (Fig. 7):

Máximo  $e_{1y}$  de la línea de presiones, en el tercio central de  $l$ , en la abscisa  $z_0$ .

Elementos con coronación no arriostrada:

Valor  $e_{1y}$  en la base,  $z_0 = 0$ .

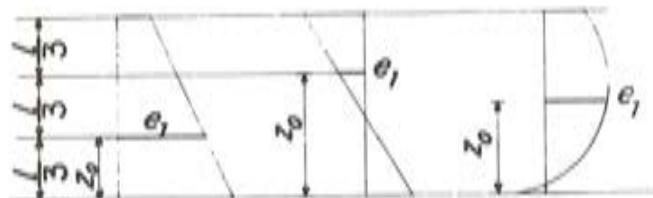


Fig. 7. Excentricidad determinante de un elemento con coronación arriostrada horizontalmente en tres casos de línea de presiones.

El elemento se calcula en la abscisa  $z_0$  con excentricidad de componentes ( $e_{1x}$ ,  $e_{1y}$  +  $e_a$ ) y en cada extremo con su correspondiente excentricidad ( $e_{1x}$ ,  $e_{1y}$ ).

## 9. Ejemplo del cálculo de un elemento

Se ha elegido como elemento para el ejemplo un mamparo de hormigón H 125 que soporta un forjado y un muro de fábrica de ladrillo con otros forjados (Fig. 8).

Se definen como acciones características en su coronación los esfuerzos normales unitarios:

Permanente:  $n_g = 36,2$  Mp/m

Variable:  $n_q = 19,8$  Mp/m

La esbeltez del elemento, con  $b_v = 0,30$  m,  $l = 3,10$  m y siendo  $\beta_0 = 1$  y  $\xi = 1$ , es:

$$\lambda = \frac{3,10}{0,30} = 10,3$$

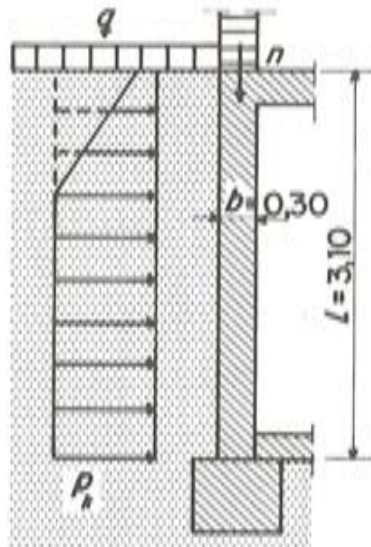


Fig. 8. Ejemplo de elemento, con consideración de la esbeltez.

El mamparo resiste el empuje de un terreno, cuyas características son:

Peso específico aparente:  $\gamma = 1,7 \text{ Mp/m}^3$

Angulo de rozamiento interno:  $\phi = 30^\circ$

y que tiene superficie horizontal, sobre la que actúa:

Sobrecarga:  $q = 0,5 \text{ Mp/m}^2$

El coeficiente de empuje en reposo es:

$$\rho = 1 - \tan \phi = 0,50$$

y se considera sobre el mamparo una presión máxima abajo de valor:

$$p_k = 0,8 \rho (\gamma l + q) = 0,8 \times 0,50 (1,7 \times 3,10 + 0,5) = 2,31 \text{ Mp/m}^2$$

uniforme hasta la profundidad:

$$z = \frac{p_k - q}{\gamma} = \frac{2,31 - 0,50}{1,7} = 1,06 \text{ m}$$

y que por simplificación se admite uniforme en toda su altura.

La sollicitación del mamparo se calcula considerando que la fisuración virtual o real permite considerar redistribución, igualando en valor absoluto los momentos flectores unitarios de extremos y centro, que son:

$$m = \frac{p_k l^2}{16} = \frac{2,31 \times 3,10^2}{16} = 1,39 \text{ Mpm/m}$$

y el esfuerzo cortante unitario es:

$$V = \frac{p_k l}{2} = \frac{2,31 \times 3,10}{2} = 3,58 \text{ Mp/m}$$

En  $z_0 = \frac{l}{2} = 1,55 \text{ m}$ , el esfuerzo normal unitario se incrementa en el peso propio:

$$n_g = 36,2 + 1,55 \times 0,3 \times 2,3 = 37,3 \text{ Mp/m}$$

La sollicitación ponderada se calcula en los dos casos extremos de combinación:

Caso 1. Pesos y empuje con ponderación máxima:

$$n_{d1} = 0,9 \times 1,6 \times (37,3 + 19,8) = 82,2 \text{ Mp/m}$$

$$m_{d1} = 0,9 \times 1,6 \times 139 = 2,00 \text{ Mpm/m}$$

$$e_{11} = \frac{m_{d1}}{n_{d1}} + e_{ya} = \frac{2,00 \times 100}{82,2} + 2 = 4,4 \text{ cm}$$

$$V_{d1} = 0,9 \times 1,6 \times 3,58 = 5,16 \text{ Mp/m}$$

Caso 2. Pesos con ponderación mínima, empujes máxima:

$$n_{d2} = 0,9 \times 0,9 \times 37,3 = 30,2 \text{ Mp/m}$$

$$m_{d2} = 2,00 \text{ Mpm/m}$$

$$e_{12} = \frac{200 \times 100}{30,2} + 2 = 8,8 \text{ cm}$$

$$V_{d2} = 5,16 \text{ Mp/m}$$

La excentricidad ficticia adicional de pandeo vale:

$$e_a = \frac{150}{E_c} (b_v + e_1) \lambda^2 \quad \text{con } E_c = 19000 \sqrt{f_{ct}} = 212000 \text{ kp/cm}^2$$

Caso 1:

$$e_{a1} = \frac{150}{212000} (30 + 4,4) 10,3^2 = 2,6 \text{ cm}$$

$$e_{f1} = 4,4 + 2,6 = 7,0 \text{ cm}$$

Caso 2:

$$e_{a2} = \frac{150}{212000} (30 + 8,8) 10,3^2 = 2,9 \text{ cm}$$

$$e_{f2} = 8,8 + 2,9 = 11,7 \text{ cm}$$

Y las tensiones resultantes en valor de cálculo:

Caso 1:

$$\sigma_{d1} = \frac{82,2 \times 1000}{(30 - 2 \times 7,0) \times 100} = 51,4 \text{ kp/cm}^2$$

$$\tau_{d1} = \frac{3,16 \times 1000}{(30 - 2 \times 7,0) \times 100} = 2,4 \text{ kp/cm}^2$$

Caso 2:

$$\sigma_{d2} = \frac{30,2 \times 1000}{(30 - 2 \times 11,7) \times 100} = 45,8 \text{ kp/cm}^2$$

$$\tau_{d2} = \frac{5,16 \times 1000}{(30 - 2 \times 7,0) \times 100} = 4,2 \text{ kp/cm}^2$$

Condiciones de seguridad:

$$\sigma_d \leq 0,85 f_{cd} = 0,85 \times 69 = 59 \text{ kp/cm}^2$$

$$\tau_d \leq f_{ct,d} = 6,3 \text{ kp/cm}^2$$



Ambas condiciones se cumplen en los dos casos.

En la figura 9 se representan las líneas ficticias de presión, trazadas con la excentricidad  $e_1$  en los extremos, y  $e_{f1}$  en el centro, en ambos casos, que permiten visualizar el comportamiento del mamparo.

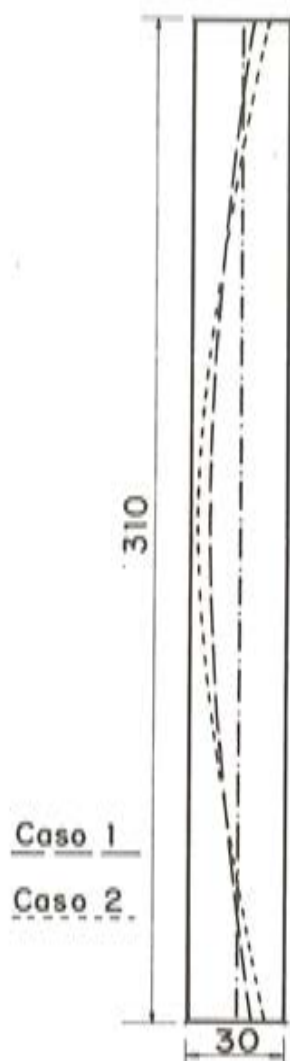


Fig. 9. Líneas ficticias de presión del elemento de la figura 8, con consideración del pandeo.

## 10. Cimientos de hormigón en masa

Los cimientos: zapatas, suelas o carreras de hormigón en masa, tienen que cumplir las condiciones antes indicadas. Se mencionan en el apartado 58.7 de la Instrucción EH 80, completando con algún detalle específico la condición de que no se sobrepone la resistencia de cálculo a tracción.

Como ejemplo se presenta el cálculo de la suela que cimenta el mamparo que se ha calculado antes, (Fig. 10) el cual transmite a la coronación de la suela las siguientes acciones unitarias en valor característico:

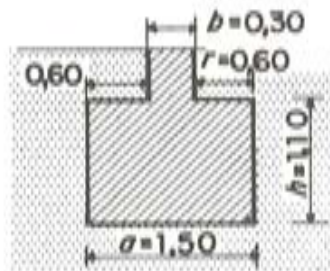


Fig. 10. Cimiento del elemento de la figura 8.

Debidas a las cargas, esfuerzo normal:

Permanente:  $n_g = 36,2 + 3,1 \times 0,3 \times 2,3 = 38,3 \text{ Mp/m}$

Variable:  $n_g = 19,8 \text{ Mp/m}$

Debidas al empuje del terreno:

Esfuerzo cortante:  $V = 3,58 \text{ Mp/m}$

Momento flector:  $m = 1,39 \text{ Mpm/m}$

La suela apoya en un terreno cuya resistencia se ha estimado en términos deterministas, hoy los más frecuentes:

Presión admisible:  $\bar{\sigma}_t = 50 \text{ Mp/m}^2 \text{ (} = 5 \text{ kp/cm}^2 \text{)}$

o en términos semiprobabilistas, a los que se tiende hoy, y teniendo en cuenta el ángulo  $\delta$  de la presión ejercida con la normal a la superficie, de modo aproximado:

Resistencia de cálculo ( $\delta = 0$ ):  $f_t = 80 \text{ Mp/m}^2$

Resistencia de cálculo ( $\delta \neq 0$ ):  $f_{\delta} = f_t (1 - 0,8 \text{ tg} \delta)^3$

Se ha realizado un tanteo previo de las dimensiones de la suela, adoptando:

Canto:  $h = 1,1 \text{ m}$       Ancho:  $a = 1,5 \text{ m}$

Peso propio:  $g = 1,1 \times 1,5 \times 2,3 = 3,8 \text{ Mp/m}$

Las acciones ponderadas en la base de la suela se determinan en tres casos:

Caso 1. Sin empuje de terreno:  $\gamma_f = 1,6$

$n_{d1} = 1,6 (38,3 + 19,8 + 3,8) = 99,0 \text{ Mp/m}$

$V_{d1} = m_{d1} = 0 \quad e_1 = \frac{m_{d1}}{n_{d1}} = 0 \quad \text{tg} \delta_1 = \frac{v_{d1}}{n_{d1}} = 0$

$\sigma_{d1} = \frac{n_{d1}}{a - 2e_1} = \frac{99,0}{1,5} = 66,0 \text{ Mp/m}^2 < f_t = 80 \text{ Mp/m}^2$

Caso 2. Con empuje de terreno, carga estabilizante máxima:

$n_{d2} = 0,9 \times 99,0 = 89,1 \text{ Mp/m}$

$V_{d2} = 0,9 \times 1,6 \times 3,58 = 5,16 \text{ Mp/m}$

$m_{d2} = 0,9 \times 1,6 \times 1,39 + 5,16 \times 1,1 = 7,7 \text{ Mpm/m}$

$e_2 = \frac{7,7}{89,1} = 0,086 \text{ m}$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{5,16}{89,1} = 0,058 \quad f_{\delta 2} = 80 (1 - 0,8 \times 0,058)^3 = 69,4 \text{ Mp/m}^2$$

$$\sigma_{d2} = \frac{89,1}{1,5 - 2 \times 0,086} = 67,1 \text{ Mp/m}^2 < f_{\delta 2}$$

Caso 3. Con empuje de terreno, carga estabilizante mínima:

$$n_{d3} = 0,9 \times 0,9 \times (38,3 + 3,8) = 34,1 \text{ Mp/m}$$

$$V_{d3} = 5,16 \text{ Mp/m} \quad m_{d3} = 7,7 \text{ Mpm/m}$$

$$e_3 = \frac{7,7}{34,1} = 0,226 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg} \delta_3 = \frac{5,16}{34,1} = 0,151 \quad f_{\delta 3} = 80 (1 - 0,8 \times 0,151)^3 = 54,4 \text{ Mp/m}^2$$

$$\sigma_{d3} = \frac{34,1}{1,5 - 2 \times 0,226} = 32,5 \text{ Mp/m}^2 < f_{\delta 3}$$

La comprobación del hormigón de la suela se verifica considerando la máxima presión de cálculo obtenida:

$$\sigma_d = 67,1 \text{ Mp/m}^2$$

Como el elemento sustentado, el mamparo, es de hormigón, la sección de referencia puede ser el borde de éste, siendo el resalto:

$$r = \frac{a - b}{2} = \frac{1,5 - 0,3}{2} = 0,6 \text{ m}$$

Momento flector unitario:

$$m_{cd} = \frac{\sigma_d r^2}{2} = \frac{67,1 \times 0,6^2}{2} = 12,1 \text{ Mpm/m}$$

Esfuerzo cortante unitario:

$$V_{cd} = \sigma_d r = 67,1 \times 0,6 = 40,3 \text{ Mp/m}$$

Tensiones de cálculo resultantes:

Normal:

$$\sigma_{cd} = \frac{6m_{cd}}{h^2} = \frac{6 \times 12,1}{1,1^2 \times 10} = 6,0 \text{ kp/cm}^2$$

Tangencial:

$$\tau_{cd} = \frac{3V_{cd}}{2h} = \frac{3 \times 40,3}{2 \times 1,1 \times 10} = 6,1 \text{ kp/cm}^2$$

ambas son menores que:  $f_{ct,d} = 6,3 \text{ kp/cm}^2$  por lo que las dimensiones elegidas para la suela son admisibles,



## 11. Conclusión

En el cálculo de los elementos de hormigón en masa, según la Instrucción EH 80, se han mantenido los criterios generales del método semiprobabilista empleados para el hormigón armado, habiendo simplificado su aplicación lo más posible sin desvirtuar su esencia.

En el cálculo de secciones y en la consideración del pandeo se ha procurado que los métodos empleados fuesen afines a los utilizados en el hormigón armado, por lo que tienen presentación diferente de los que emplean muchas normas extranjeras, y sin embargo la comparación de resultados con algunas de ellas, que realizó el grupo de trabajo, ha mostrado que los resultados son suficientemente semejantes.

Con hormigón en masa, sin armadura o con armadura sólo para reducir los defectos de la fisuración, es decir cuando la cuantía geométrica no llega a los límites que la Instrucción EH 80 exige para que pueda considerarse hormigón armado (Tabla 38.3) pueden realizarse económicamente bastantes elementos resistentes, especialmente superficiales: muros, paneles, mamparos y contenciones, que trabajan fundamentalmente a compresión. El ejemplo presentado, con cargas deliberadamente altas, ha puesto de manifiesto sus posibilidades.

También tiene interés emplear hormigón en masa para cimientos: zapatas, suelas o carreras, siempre que la profundidad del firme exija cantos de cierta magnitud, incluso en casos de que el firme esté somero cuando el coste de excavación y hormigón sea menor que el de la armadura de un cimiento de menos canto.

## BIBLIOGRAFIA

- (1) Instrucción EH 80, Proyecto y ejecución de las obras de hormigón en masa o armado. Real Decreto 2868/1980 (BOE 10/14.1.88).
- (2) Instrucción EH 73, Proyecto y ejecución de las obras de hormigón en masa o armado. Decreto 3062/1973 (BOE 7/14.12.73).
- (3) Norma MV 201-1972, Muros resistentes de fábrica de ladrillo. Decreto 1324/1972 (BOE 31.5.72).
- (4) Recommandations internationales unifiées CEB-FIP 2ème édition 1970. Bull. CEB n° 72, París 1970.
- (5) Avram C., Aditif relatif au béton faiblement armé et au béton non armé. CEB, 1970.
- (6) Avram C., Béton non armé et béton faiblement armé. Rapport justificatif et explicatif. CEB 1971.
- (7) Règles unifiées communes aux différents types d'ouvrages et de matériaux. Bull. CEB n° 116, París 1976. Bull. CEB n° 124, París 1978.
- (8) Code-modèle CEB-FIP pour les structures en béton. Bull. CEB n° 117, París 1976. Bull. CEB n° 125, París 1978.
- (9) Recommandations internationales unifiées pour le calcul et l'exécution des constructions en panneaux assemblés de grand format. Bull. CEB n° 60, París 1967.
- (10) ÖNORM B4200 3. Betonbauwerke, 4. Stahlbetontragwerke. Viena 1962.
- (11) NBN 15 Ouvrages en béton armé. Institute Belge de Normalisation Bruselas.
- (12) NB-1 Projeto e execução de obras de concreto armado A.B.C.P. São Paulo 1977.
- (13) DS 411 Obras de hormigón y hormigón armado (en danés) Dansk Standardiseringsråd. Copenhagen 1970.
- (14) CCBA 68, Calcul et exécution des constructions de béton armé. D.T.B.T.P. París 1969.
- (15) CP 110 Code of practice for the structural use of concrete. British Standard Institution. Londres 1972.

- (16) CP 111-1964 Structural recommendations for loadbearing walls, British Standard Institution, Londres 1964,
- (17) REBA Regulamento de Estruturas de betão armado, Lisboa 1964,
- (18) DIN 1045, Beton und Stahlbeton. Bemessung und Ausführung. Ed. Ernst und Sohn. Berlín 1978.
- (19) STAS 8000-67, Calculul elementelor de beton, beton armat si beton precomprimat, Editura Tehnica, Bucarest 1969.
- (20) B7 Reglamento para las obras de hormigón (en sueco) Statens Betong Komite, Estocolmo 1969,
- (21) SIA 162, Normes pour le calcul, le construction et l'exécution des ouvrages en béton armé et béton précontraint. S.S.I.A. Zurich 1969.
- (22) SNIP II, Estructuras de hormigón y hormigón armado (en ruso) Gosstroil, Moscú 1969,
- (23) ACI 318-77, Building code requirements for reinforced concrete A.C.I. Detroit, 1977.
- (24) ACI 322-72 Building code requirements for structural plain concrete, A.C.I. Detroit, 1972.
- (25) Aoyama H., Noguchi H., Mechanical properties of concrete under load cycles idealizing seismic actions. CEB Bull. n° 131 Vol. 1, París, abril 1979.
- (26) Avram C. La résistance du béton a la traction par flexion, Construzioni in cemento armato, Studi e Redinconti, V.8, Milán 1971.
- (27) Avram C. Enquête internationale sur le béton non armé, Rapport a la Commission 1 CEB, 1976.
- (28) Bay H., Gleit und Trennriss beim ebenen Spannungs-zustand, Beton u. Stahlbetonbau, Berlín J. 59 n° 6 junio 1964.
- (29) Bay H., Versagenursache der Biegedruckzone und die Mohrsche Bruchhypothese, 100 Jahre Wayss u. Freitag, Frankfurt 1975.
- (30) Boutin J.P. et al. Etude comparative du calcul des murs en béton armé ou non armé suivant divers règlements. Annales I.T.B.T.P. n° 270, 1970.
- (31) Darwin D. et al. Non linear biaxial stress-strain law for concrete Journ. Struct. Div. ASCE n° 102, 1976.
- (32) Kupfer H.B. et al. Behaviour of concrete under biaxial stresses A.C.I. Journal vol. 66 n° 8 agosto 1969.
- (33) Lin T.C.Y. Stress-strain response and fracture on concrete in biaxial compresion, Thesis n° 335, Cornell Univ., 1971.
- (34) Ostlund P.O., Elfgreen L. Influence of multiaxial loading and temperature in concrete, Swedish building research, 1979.
- (35) Tasuji M.E. et al. Stress-strain response and fracture of concrete in biaxial loading, A.C.I. Journal, Vol. 75 n° 7 julio 1978.

## El contenido en finos de las arenas para hormigones. Propuesta de nuevos límites

Por: Alberto Oroviogicoechea  
Dr. Ingeniero Industrial

### 1. PLANTEAMIENTO

La EH-80 en su artículo 7º "Aridos", admite que puedan emplearse arenas y gravas de rocas machacadas "...cuyo empleo se encuentre sancionado por la práctica o resulte aconsejable como consecuencia de estudios realizados en Laboratorio. Cuando no se tengan antecedentes o en caso de duda, deberá comprobarse que cumplen las condiciones del 7.3."

En el artículo 7.3 limita los terrones de arcilla, según UNE 7.133, pero aquí no entra la arcilla en polvo que puedan llevar los finos.

Finalmente —para el tema que nos ocupa— limita los finos que pasan por el tamiz 0,080 UNE 7.050 (Tamiz 200 ASTM) al 5% en peso para el árido fino.

— Quiere esto decir que en cualquier momento, pero especialmente en caso de siniestro que será donde la "duda" estará generalizada a la hora de buscar las causas del mismo, la arena será revisada a tenor de lo que dispone el referido artículo 7.3 de la Instrucción.

Abundando en esta idea, la EH-80, en el artículo 63.3 referente a Control de Aridos para el hormigón, que indica es de carácter preceptivo, especifica que el no cumplimiento del artículo 7.3 es condición suficiente para calificar el árido como no apto para fabricar hormigón.

En las zonas donde las arenas se obtienen por machaqueo de piedra caliza sucede que el % de finos siempre excede de dicho 5% aunque la piedra machacada se encuentre completamente limpia.

Para reducir el % de finos sería preciso recurrir a instalaciones de eliminación de polvo, bien por medio de aspiración en seco bien por lavado de dichas arenas.



Las primeras, además de su costo importante, raras veces consiguen reducir los finos por debajo del 5% prescrito.

Las segundas lo consiguen pero a base de unas inversiones muy elevadas, importantes costos de mantenimiento y problemas de evacuación de los lodos residuales, contaminación de aguas, etc.

Por otro lado está la realidad de que se están utilizando en numerosas zonas, tanto en hormigoneras a pie de obra como en centrales de hormigón, arenas con un porcentaje de finos mucho mayor del 5% (son normales cifras del orden del 10 ... 12% y no raras las de 15 ... 17% y aún otras más altas).

Sin embargo, los hormigones fabricados con ellas llegan a la resistencia característica indicada, y las construcciones no acusan defectos achacables a aquellas arenas.

Esto ha venido ocurriendo antes de la aparición de la EH-73 (cuando regía la EH-68) y después de su entrada en vigor, y no se ha actuado con ella, puesto que ello equivaldría a parar la mayoría de las obras que trabajan con áridos calizos (arenas). La EH-80 recientemente aparecida no modifica nada a este respecto.

Por otra parte, en nuestra experiencia profesional, nos hemos encontrado con resistencias de hormigón muy bajas, y al analizar los distintos parámetros y compararlos con los límites de las Normas en vigor, no han sido raras las veces en que solamente quedaba fuera de dichos límites el contenido en finos de las arenas empleadas.

Profundizando en estos casos, casi siempre, por no decir siempre, se producía una coincidencia de existencia de materiales arcillosos en los finos de la arena.

Efectivamente, si hay arcilla —no en terrones como especifica la EH-80 sino en polvo mezclado con la caliza fina— surge el efecto de película arcillosa que envuelve los áridos, falta de adherencia de éstos al mortero y caída de la resistencia.

Por ello nos parece oportuno modificar las exigencias a las arenas de la EH-80 en materia de finos, limitando su uso por el contenido de arcilla y siendo más tolerantes en el % de finos menores de 0,08 si estos no son arcillosos.

Proponemos por tanto una condición que englobe ambos conceptos, cantidad de finos y contenido en arcilla de los mismos.

Una manera de medirlos sería por análisis químico de dicha fracción fina, pero es un ensayo largo, no realizable a pie de obra fácilmente, y de resultados afectados a veces por la composición química de la roca original que puede no afectar a la adherencia árido-mortero y consiguientemente a la resistencia del hormigón.

En el Pliego de Prescripciones Técnicas Generales para Obras de Carreteras y Puentes de la Dirección General de Carreteras y Caminos Vecinales, última versión de 1975 (PG-3/75) se admite que el Director de la obra autorice hasta un 7%. Sin embargo en su versión de 1965, no se fijaba límite al % de finos, pero sí se limitaba su "Plasticidad", exigiendo un equivalente de arena mayor de 80.

Sin duda la PG-3/75 se ha unificado a la EH-73 para no chocar con ella, pero parece oportuno fijarnos en el mayor peligro de los finos, la plasticidad (por contenido en arcilla), y su medida por el ensayo del equivalente de arena, ya que puede aportar soluciones al problema que estamos presentando.

## 2. PLAN DE ENSAYOS

Como no parece se disponía de datos firmes de correlación entre resistencia de hormigón, contenido en finos de arena y proporción en arcilla de dichos finos, se diseñó un plan de ensayos de Laboratorio para estudiarlo.

Por simplificar estos ensayos, y al mismo tiempo hacerlos más representativos eliminando al máximo otras variables, se decidió estudiar la correlación en morteros, utilizando los ensayos normalizados de cementos, con lo cual el amasado, compactación, curado, etc. eran más homogéneos que si se iba a hormigones, y al mismo tiempo se tenían datos de compresión y tracción (por flexión), ya que esta última característica podía venir más afectada por la arcilla que la propia compresión.

### a) Tipo de arena

Se eligió una totalmente caliza, obtenida por machaqueo de roca caliza, tomándola de los acopios de una cantera en explotación, determinando sus características principales relacionadas con este estudio: Granulometría, Finos, Equivalente de Arena y Contenido en  $\text{CO}_3\text{Ca}$ .

### b) Contenido en $\text{CO}_3\text{Ca}$ de la roca base

Se ensayaron 4 trozos de roca limpia de la cantera, para ver la diferencia en contenido en carbonato cálcico con la arena resultante de su explotación (en el momento de la toma de muestra).

### c) Preparación de arena base

- Se pasó toda la arena en seco por el tamiz de 5 mm quedándose con lo menor de dicho tamiz.
- A continuación se lavó toda ella sobre el tamiz de 0,08 mm, para eliminar todos los finos y la posible contaminación por arcilla y polvo que pudiera quedar adherida a los tamaños mayores de 0,08 mm.
- Esta arena, secada en estufa, se tomó como material-base para estudiar sobre él la influencia de los finos.

### d) Recomposición de arenas

Como el estudio se dirigía a estudiar la influencia del contenido en finos por un lado y por otro de la arcilla de esos finos, se prepararon por recomposición las arenas que figuran en el cuadro de la Figura 1.

Los finos de  $\text{CO}_3\text{Ca}$  que se añadieron, se prepararon moliendo arena lavada en molino de bolas de Laboratorio, y los de arcilla, moliendo arcilla seca en el mismo molino.

### e) Ensayos

Con estas arenas preparadas se efectuaron los ensayos mecánicos normalizados de mortero de cemento según la RC-75, utilizando en todos los casos un PA-350, cuyo ensayo se realizó igualmente.

De las mismas arenas se determinó el equivalente de arena según UNE 7.324.

Finos < 0,08 mm. (%)			Denominación de la arena recompuesta
CO <sub>3</sub> Ca puro	Arcilla	TOTAL	
5 2,5 0	0 2,5 5	5	5/0 5/2,5 5/5
10 5 0	0 5 10	10	10/0 10/5 10/10
15 10 5 0	0 5 10 15	15	15/0 15/5 15/10 15/15
20 15 10 5 0	0 5 10 15 20	20	20/0 20/5 20/10 20/15 20/20

Fig. 1.— Arenas recompuestas estudiadas

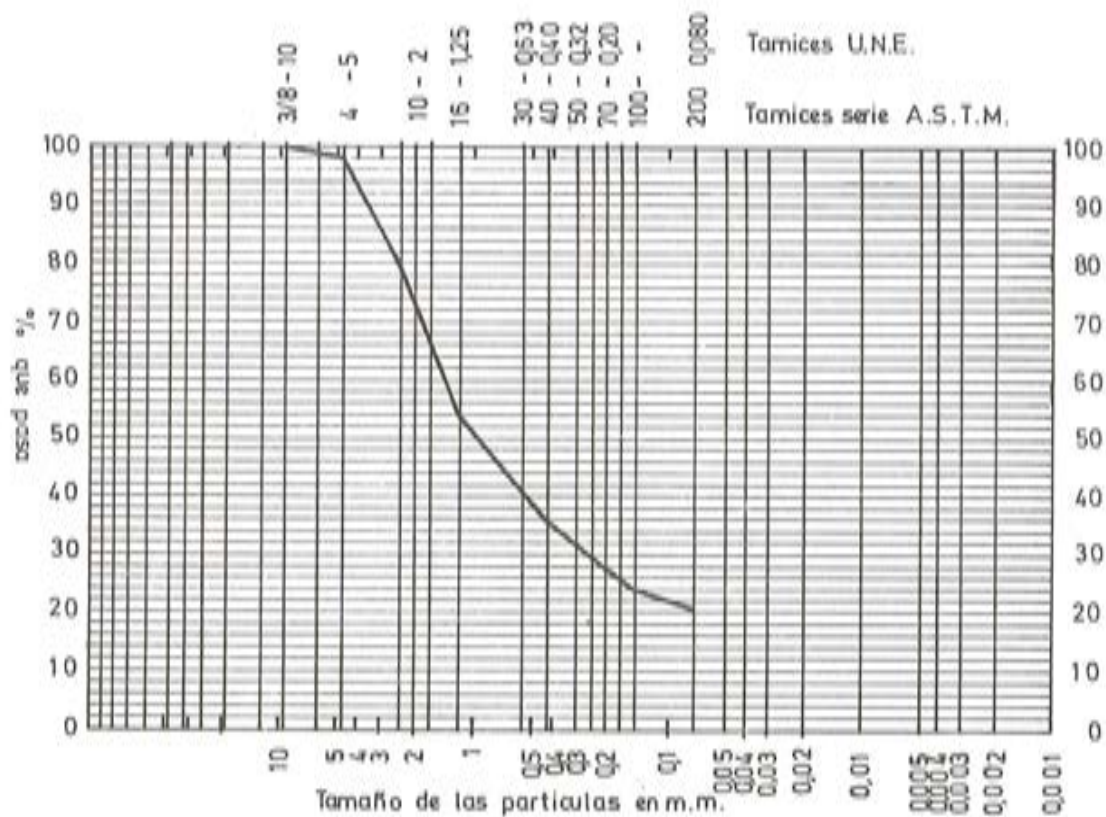


Fig. 2.— Arena original



### 3. RESULTADOS DE LOS ENSAYOS

#### 3.1 Arena de cantera

En la Figura 2 se recoge la curva granulométrica de la arena original de la cantera elegida, tal como estaba almacenada para su distribución en el mercado.

Las restantes características fueron:

Finos: 18,8%

Equivalente de Arena: 71

Carbonatos ( $\text{CO}_3\text{C}_a$ ): 97,2%

#### 3.2 Poca base de cantera

Su contenido en Carbonatos ( $\text{CO}_3\text{C}_a$ ) fue de 98,9%, que como se ve es mayor que el de la arena.

#### 3.3 Arena-base

La granulometría de la arena-base, es decir, la de cantera lavada por el tamiz 0,080 UNE y menor del tamiz 5 UNE se recoge en la Figura 3.

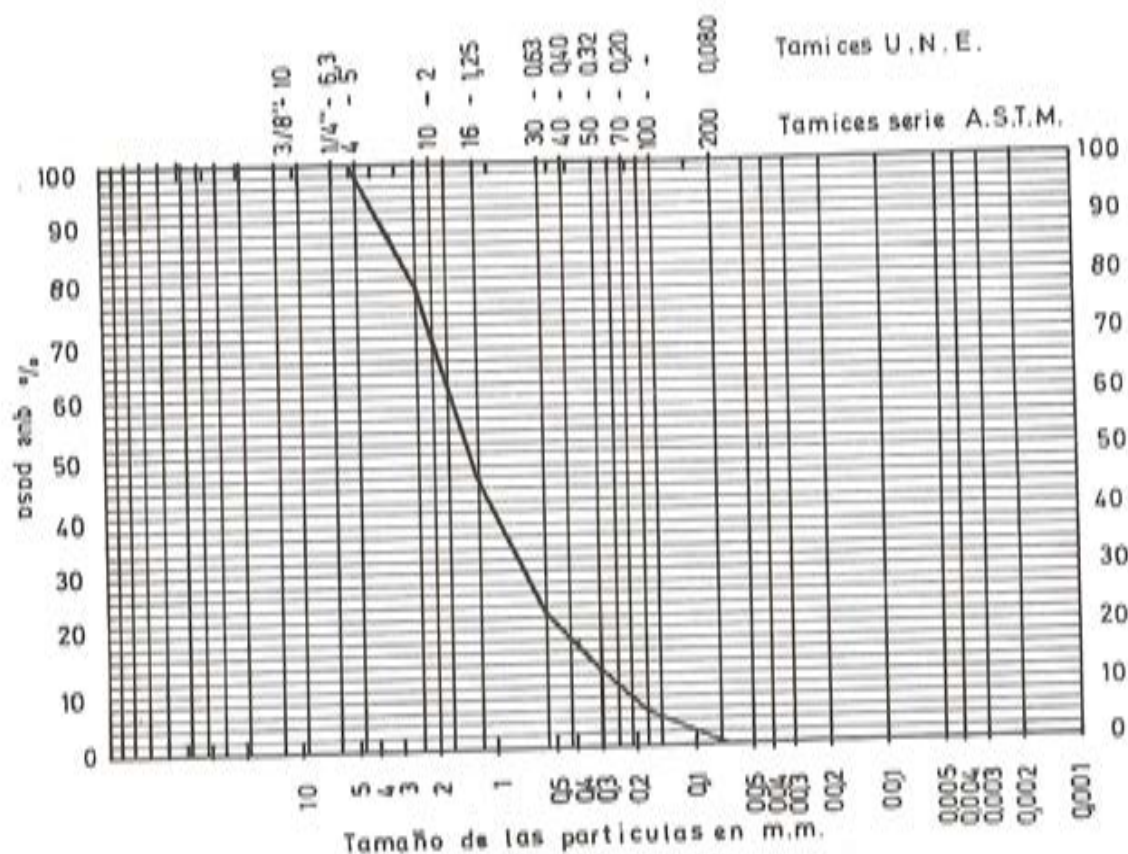


Fig. 3.— Arena original lavada y menor de 5 mm

Las restantes características fueron:

Finos: 0 %

Equivalente de Arena: 100

Carbonatos ( $\text{CO}_3\text{C}_a$ ): 97,4%

Se ve que a pesar de estar lavada, su contenido en Carbonatos es menor que el de la roca de cantera, lo que indica que tiene alguna pequeña parte de roca menos caliza (margosa), ya que la arcilla posible ha sido eliminada. De aquí que por análisis químico sencillo sea difícil deducir la proporción de arcilla en los finos.

### 3.4 Finos de carbonato cálcico

En la Figura 4 se indica la curva granulométrica de los finos calizos (menores de 0,08 mm) añadidos para recomponer arenas, curva obtenida mediante ensayo de sedimentación.

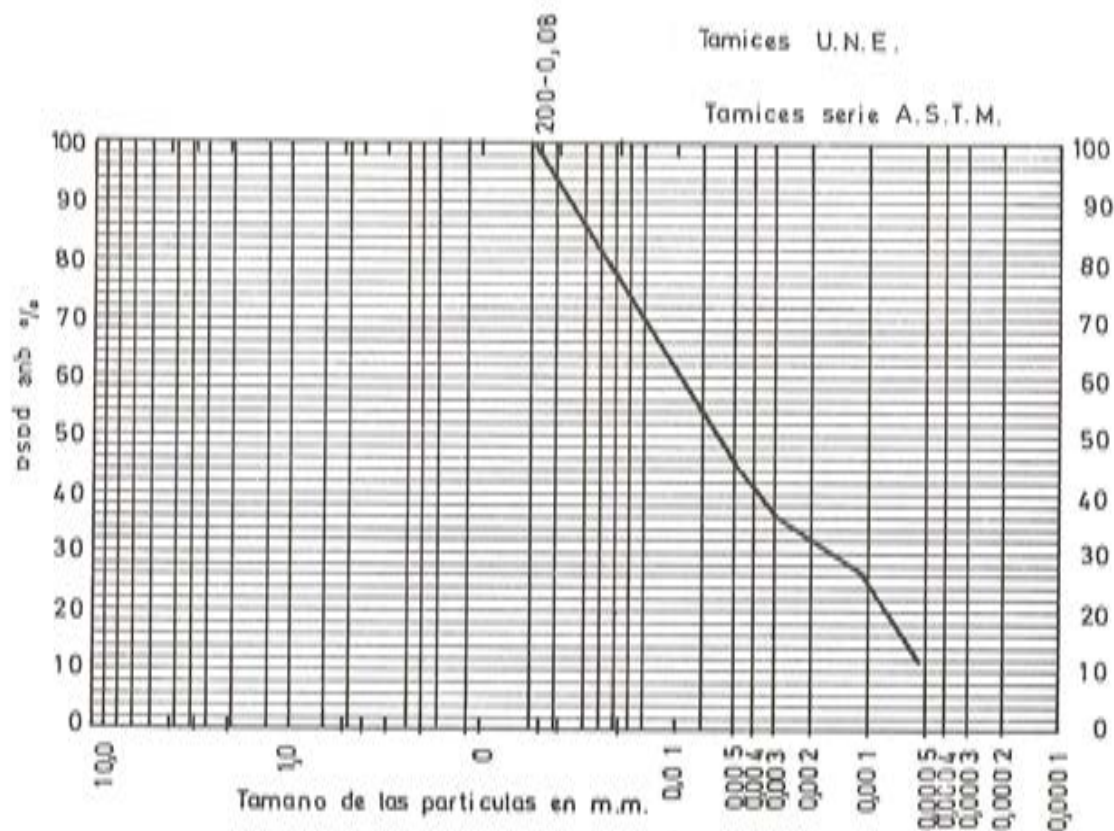


Fig. 4.— Finos calizos añadidos

### 3.5 Arcilla molida

En la Figura 5 se indica la curva granulométrica de la arcilla molida, menor de 0,08 mm, curva obtenida por sedimentación.

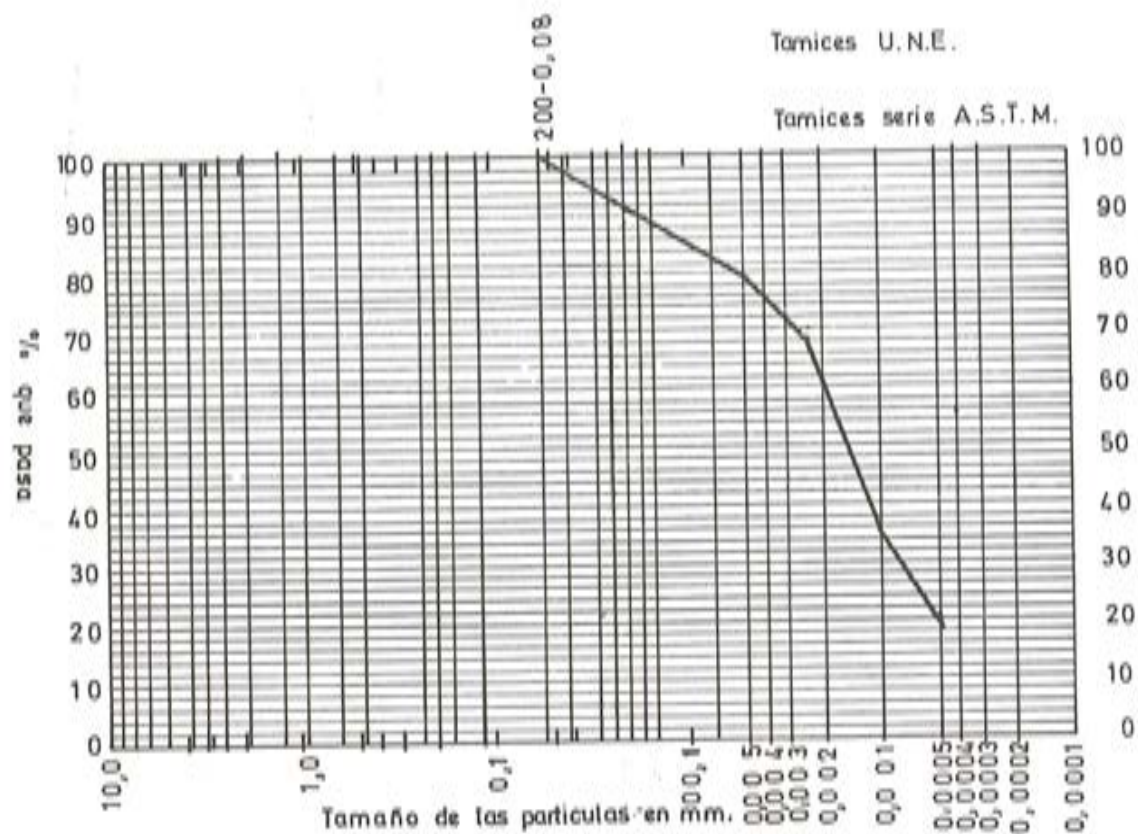


Fig. 5.- Arcilla afilada

### 3.6 Cemento

Para todos los ensayos se utilizó el siguiente cemento:

Denominación: PA-350

Adiciones hidráulicamente activas: Escoria alto horno  $\leq 16\%$

Finura molido:

900 mallas: 0,20%

4.900 mallas: 3,72%

Polvo fino: 96,09%

Fraguado

En agua      Principio: 1 hora 45 minutos  
Final: 3 horas 10 minutos

En aire      Principio: 2 horas 22 minutos  
Final: 3 horas 38 minutos

Resistencias mecánicas ( $\text{Kp/cm}^2$ )

Días	3	7	28
Flexotracción	35,7	61,3	92,3
Compresión	132,8	285,4	439,1



### 3.7 Morteros

#### 3.7.1 Dosificación y docilidad

Para ir a condiciones reales de trabajo, todos los morteros se hicieron de la misma docilidad, tomando como base la del mortero normal de la RC-75 y variando la cantidad de agua en la medida necesaria para lograr dicha docilidad.

Las cantidades de cemento y arena fueron de 500 y 1.500 gr, respectivamente, en todos los casos.

Para medir dicha docilidad se utilizó un molde troncocónico de altura 7 cm y diámetros de las bases 4 y 9 cm, respectivamente. Se llenaba de mortero en tres capas que se compactaban, con 25 golpes por capa, con una varilla de 6 mm de diámetro. A continuación se enrasaba y, extraído el molde, se daban dos golpes en la compactadora de probetas de mortero de la RC-75, midiéndose los descensos en cada golpe. (Se empleó este procedimiento por no disponer de la mesa de sacudidas que se describe en la RC-75).

Como se observa en el cuadro de la Figura 6 "Dosificación, docilidad y equivalente de arena de morteros", los ajustes de docilidad fueron bastante precisos, y las relaciones agua/cemento (A/C) variables, aumentando el agua con la proporción de finos y dentro de ellos con el mayor contenido en arcilla.

#### 3.7.2, Equivalentes de Arena

Los resultados obtenidos para cada mortero se indican en la última columna del cuadro de la Figura 6.

Utilizando estos resultados se han analizado las correlaciones entre el EA, los finos y la proporción de arcilla en éstos.

En la Figura 7 se ve como varía el equivalente de arena con la cantidad total de finos de dicha arena, para distintos contenidos de arcilla en éstos.

Se ve cómo este ensayo acusa la proporción de finos que hacen caer su valor. Pero más significativo es ver cómo esa caída es mayor a medida que aumenta el contenido en arcilla de dichos finos.

En la Figura 8 se ve más claramente cómo la proporción de arcilla en los finos hace caer al EA, especialmente para contenidos de finos mayor.

De estas Figuras se deduce que el ensayo del Equivalente de Arena acusa de manera especial la proporción de arcilla en los finos, y por ello puede emplearse de forma eficaz para valorar este contenido.

#### 3.7.3 Resistencias

De cada mortero se realizaron los mismos ensayos que en el normal de la RC-75, es decir, 3 prismas a cada una de las edades de 3, 7 y 28 días.

Los resultados de estos ensayos se recogen en la Figura 9 donde únicamente llaman la atención las altas resistencias obtenidas con la arena 20/0.

Mortero	Agua cm <sup>3</sup>	Relación A/C	Asientos cono (cm)			EA
			1 <sup>er</sup> golpe	2 <sup>o</sup> golpe	TOTAL	
Normal	250	0,50	0,9	1,0	1,9	—
5/0	230	0,46	1,2	1,2	2,4	91
5/2,5	245	0,49	0,9	0,9	1,8	75
5/5	265	0,53	1,0	1,0	2,0	65
10/0	235	0,47	1,1	1,1	2,2	85
10/5	272	0,54	1,0	1,0	2,0	49
10/10	305	0,61	0,9	1,0	1,9	32
15/0	238	0,47	1,0	1,0	2,0	77
15/5	280	0,56	1,0	1,0	2,0	43
15/10	315	0,63	1,0	1,0	2,0	32
15/15	355	0,71	0,9	0,9	1,8	29
20/0	248	0,50	0,9	0,9	1,8	72
20/5	290	0,58	1,0	1,0	2,0	38
20/10	325	0,65	1,0	1,0	2,0	30
20/15	360	0,72	1,0	1,0	2,0	27
20/20	410	0,82	0,9	1,0	1,9	26

Fig. 6.— Dosificación, docilidad y equivalente de arena de morteros.

En las Figuras 10 a 17 se han agrupado dichas resistencias, en función de las tres variables estudiadas: Finos, Equivalente de Arena y Contenido en arcilla de los finos.

En las Figuras 10, 11, 12 y 13 se indican las variaciones de la resistencia a las distintas edades, en función del contenido en arcilla de los finos de la arena. Cada figura corresponde a un contenido total en finos diferente (5-10-15-20%). Se ve cómo la arcilla hace caer rápidamente la resistencia de los morteros, y que esta caída se acentúa a medida que el contenido total de finos de la arena es mayor.

Por tanto, parece razonable afirmar que si bien un mayor contenido en finos de las arenas hace bajar la resistencia de morteros preparados con ellos, es la arcilla que llevan éstos la verdaderamente perjudicial y la que lleva a los morteros a las resistencias más bajas.

También se observa que la pérdida de resistencia es mayor en compresión que en flexotracción, y ésto se manifiesta para todos los contenidos en finos y de la arcilla en ellos.

En las Figuras 14 a 17 se reflejan los resultados de resistencias a distintas edades respecto al valor del equivalente de arena de las mezclas.

Cada figura se refiere a un contenido en finos diferente (5-10-15-20%).

Se aprecia claramente la caída de las resistencias al bajar el Equivalente de Arena, y más espectacularmente al ser mayor el porcentaje de finos total en la arena.

Estas rápidas caídas indican que el Equivalente de Arena puede tomarse como indicador de la peligrosidad de las arenas en cuanto a resistencia, y mejor aún, combinándolo con el porcentaje de finos.

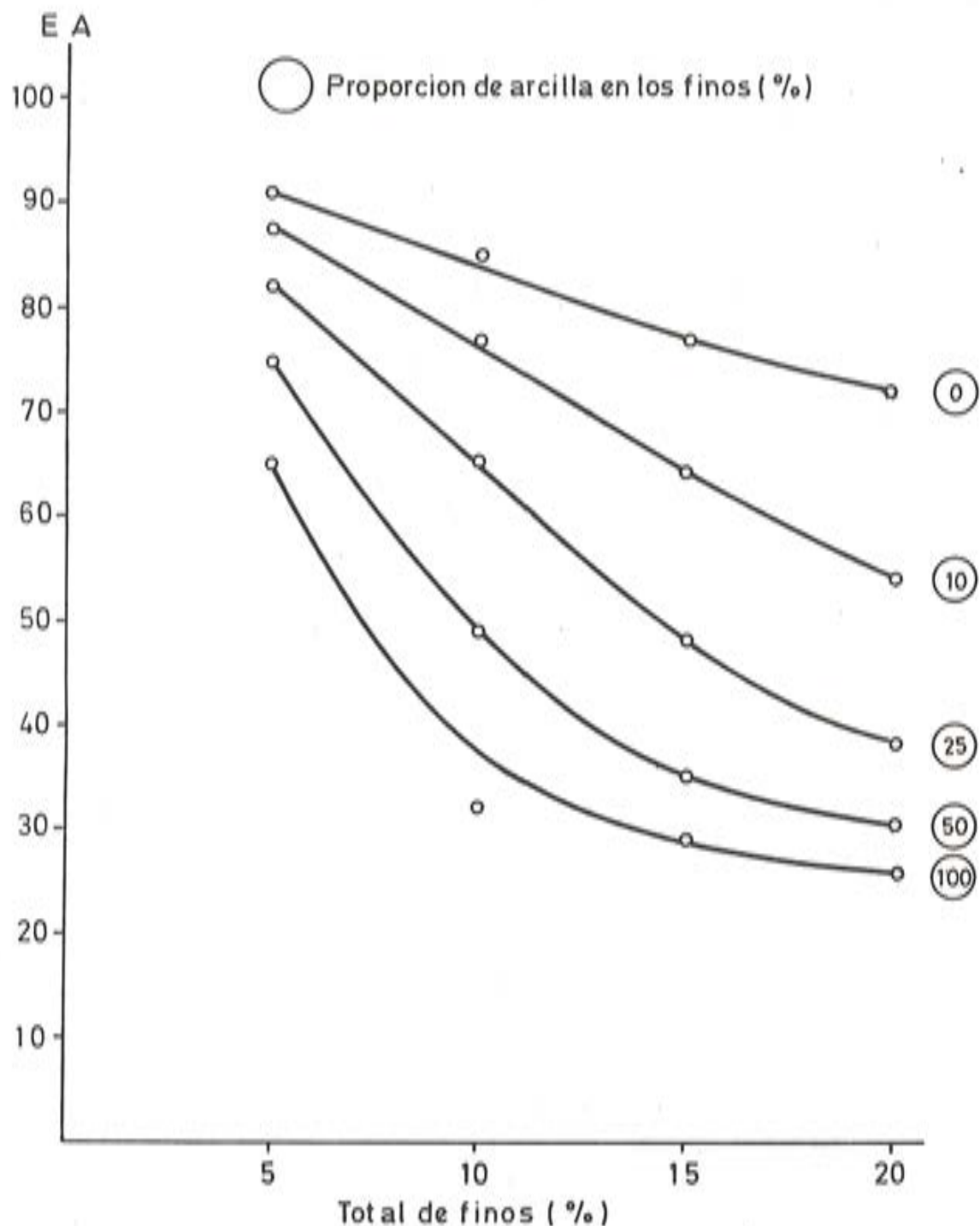


Fig. 7.— Variación del EA con la proporción de finos

### 3.8. Resumen de ensayos

Entre otras, cabe destacar las siguientes conclusiones deducidas de los ensayos realizados.

- 1ª) La resistencia de los morteros no disminuye necesariamente al pasar del 5% los finos en las arenas.
- 2ª) Lo que verdaderamente hace caer las resistencias es la proporción de arcilla dentro de dichos finos.



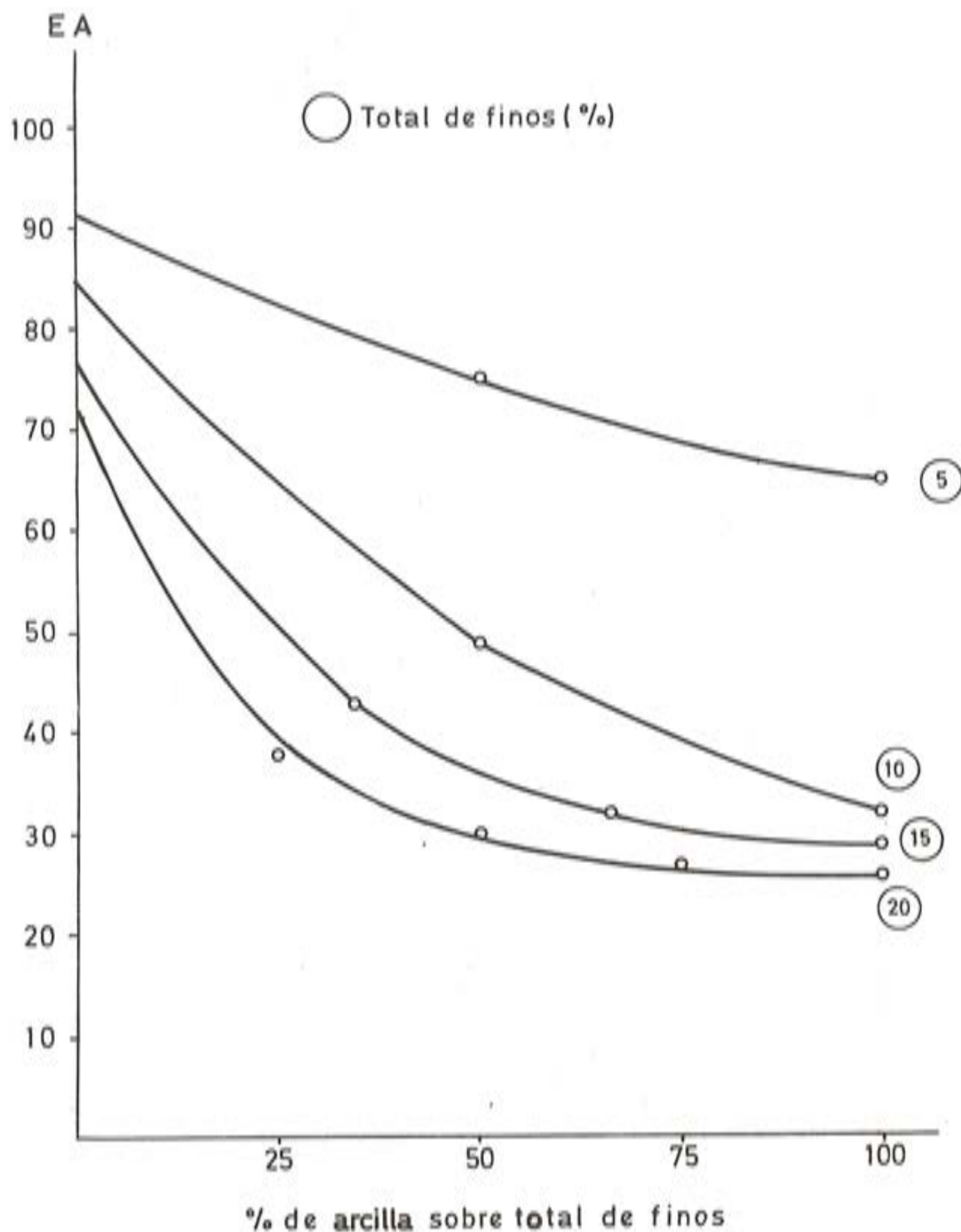


Fig. 8.— Variación del EA con la proporción de arcilla en los finos.

- 3ª) El efecto de la arcilla es tanto más acusado cuanto mayor es el contenido total en finos.
- 4ª) La pérdida de resistencia es mayor en compresión que en flexotracción.
- 5ª) El ensayo de Equivalente de Arena puede emplearse de forma eficaz para valorar el contenido en arcilla de los finos ya que:
  - a) Acusa claramente la presencia de arcilla en los finos.
  - b) Su sensibilidad aumenta a medida que aumenta la cantidad total de finos.

Arena	3 días		7 días		28 días	
	Flexo.	Compr.	Flexo.	Compr.	Flexo.	Compr.
5/0	60,0	272,1	78,7	392,2	102,0	456,2
5/2,5	55,0	264,6	71,0	372,1	97,5	435,0
5/5	53,3	229,9	72,7	336,7	86,7	377,7
10/0	66,7	317,4	90,0	446,9	117,0	504,2
10/5	51,0	228,9	66,7	307,3	82,7	359,4
10/10	43,0	175,0	52,7	228,6	70,0	281,0
15/0	67,0	325,0	79,7	406,8	109,0	475,0
15/5	49,0	234,0	62,7	286,7	81,0	344,0
15/10	39,3	173,7	51,3	218,2	69,7	272,9
15/15	31,7	129,7	44,0	161,7	57,3	209,6
20/0	64,7	320,8	82,0	428,0	105,7	540,1
20/5	50,7	206,5	62,0	280,0	86,3	378,6
20/10	33,0	129,7	43,3	201,0	72,0	302,0
20/15	26,7	90,1	36,7	144,3	50,0	215,9
20/20	20,7	59,9	31,3	165,2	43,0	170,1

Fig. 9.— Resistencias medias obtenidas (Kp/cm<sup>2</sup>)

#### 4. PROPUESTA DE NUEVOS LIMITES

Por todo lo indicado en apartados anteriores, se trataba con este estudio de llegar a plasmar de un modo simple los límites que se deben fijar al contenido en finos menores de 0,08 mm de las arenas, de forma que no caigan las resistencias por debajo de un cierto valor tomado como base.

Parecía lógico tomar como referencia la resistencia que se obtiene para el 5% de finos contemplado en las Normas nacionales e internacionales.

Por otra parte, y puesto que el ensayo del Equivalente de Arena se demostraba eficaz para caracterizar los finos de las arenas, se consideró tomarlo también como referencia, máxime cuando —como ya se ha indicado en el apartado 1—, algunos Pliegos de Condiciones hacían referencia a él.

Se trataba pues de buscar una fórmula que ligase el porcentaje total de finos (F) y el Equivalente de Arena (EA) de forma que las resistencias se mantuvieran por encima de las obtenidas para el porcentaje de finos del 5%.

Analizando los resultados de todos los ensayos se vio que una fórmula simple que cumpla con lo indicado en el párrafo anterior era:

$$F + EA \geq EA_5$$

es decir, que la suma de los finos (%) más el Equivalente de Arena (%) de la arena estudiada, sea igual o mayor que el Equivalente de Arena de la arena con 5% de finos que se tome como

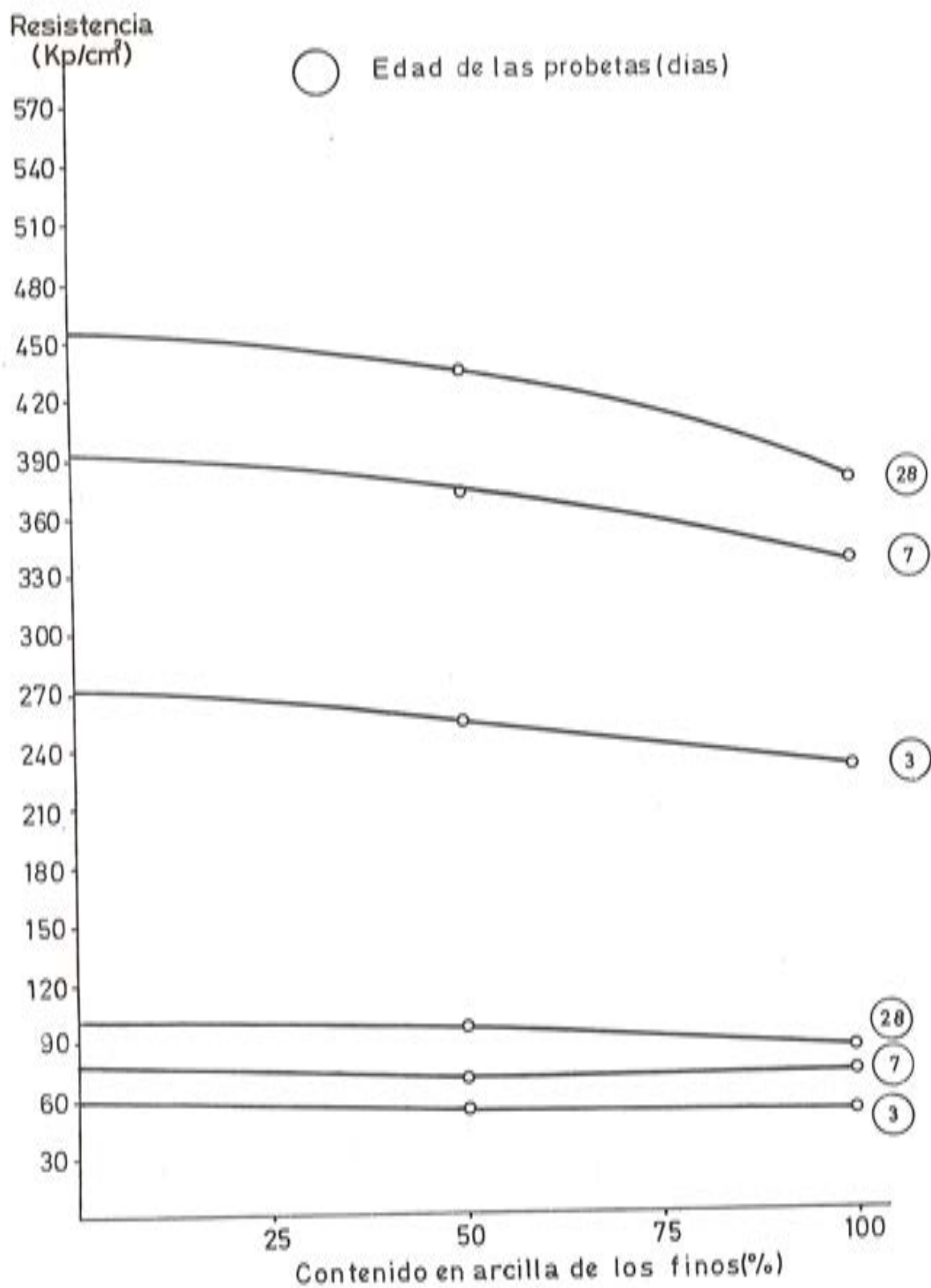


Fig. 10.— Curvas resistencia - Contenido en arcilla de finos (5% finos total)



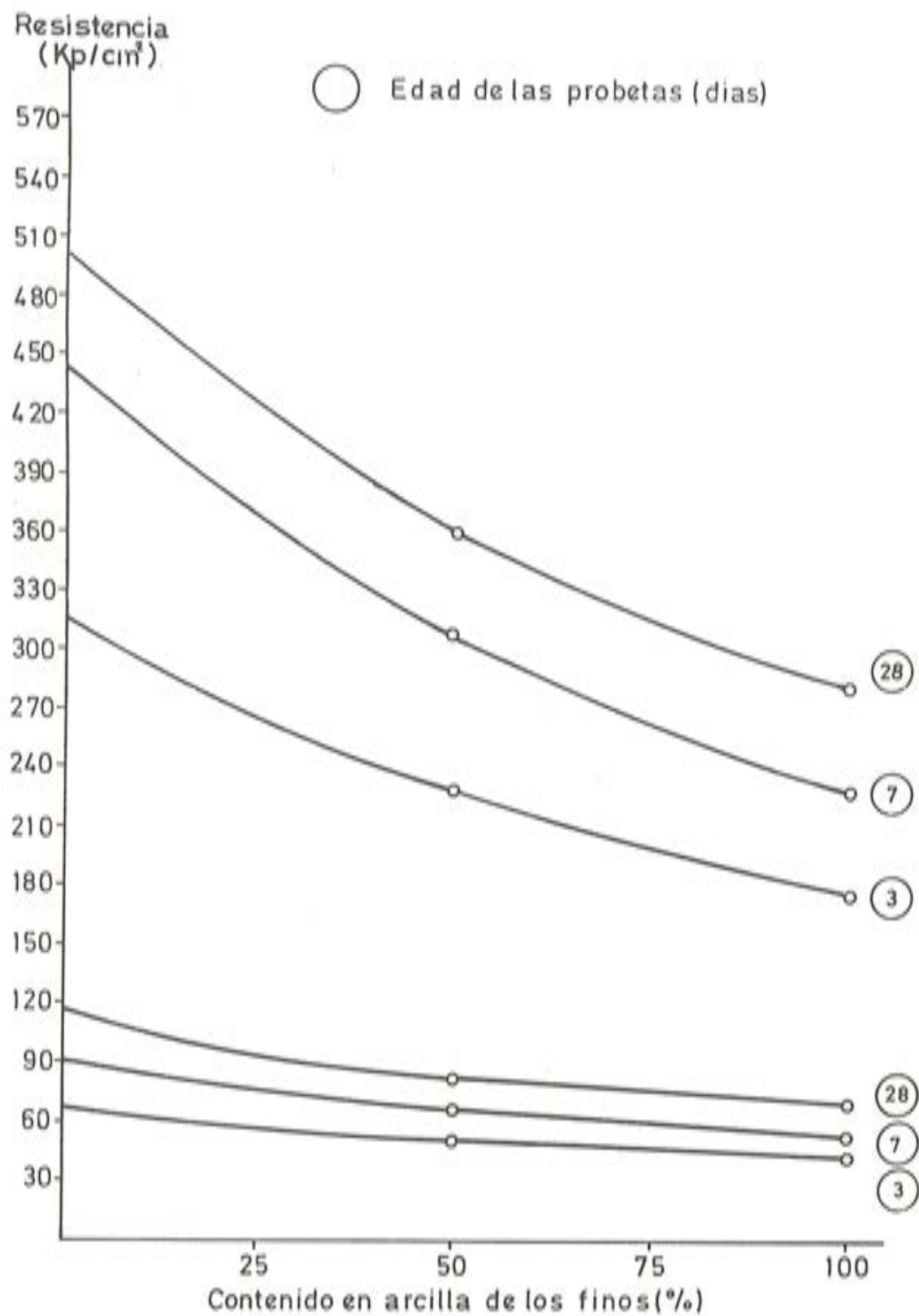


Fig. 11.— Curvas resistencia - Contenido en arcilla de finos (10% finos total)

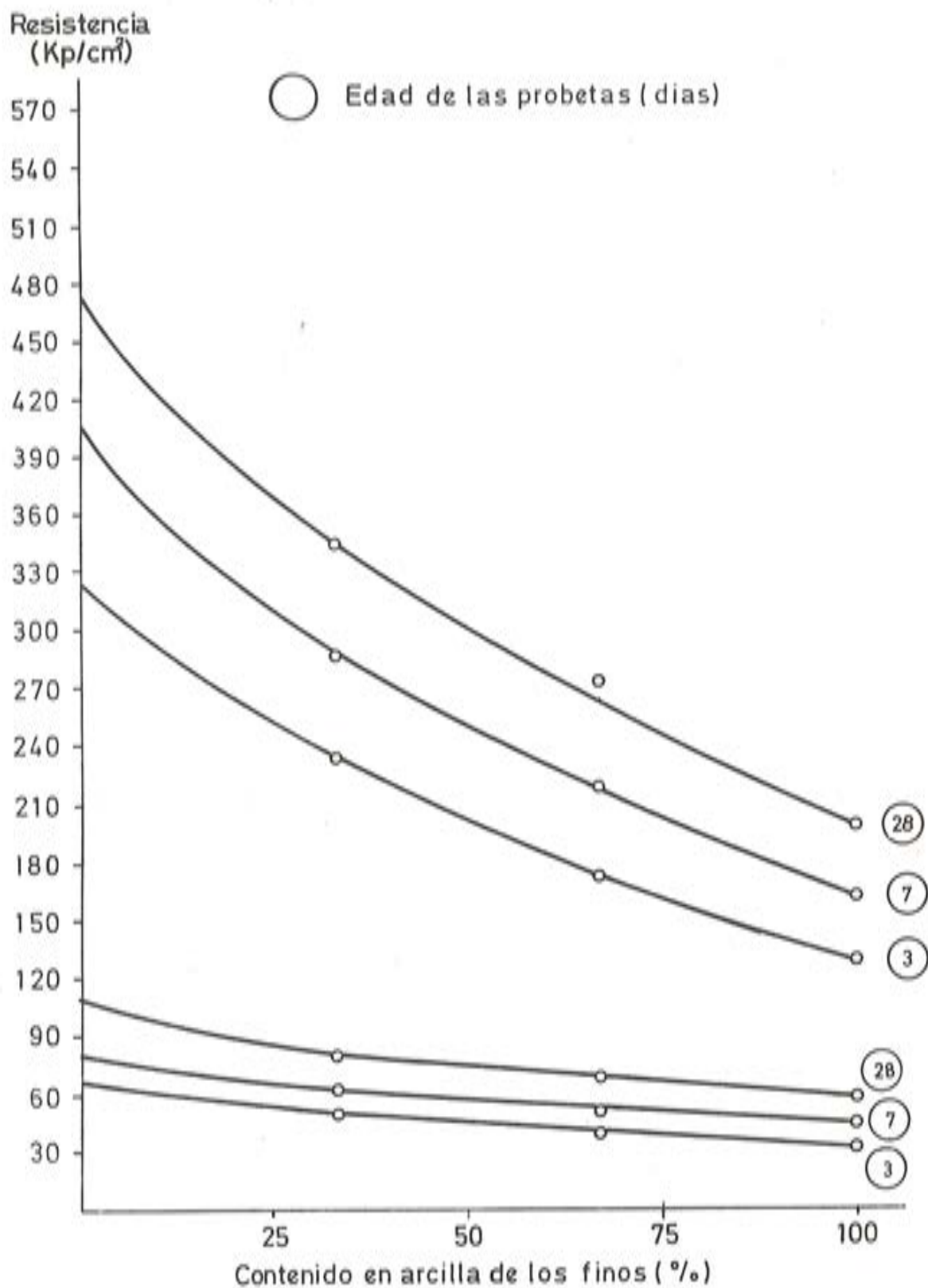


Fig. 12.- Curvas resistencia - Contenido en arcilla de finos (15% finos total)

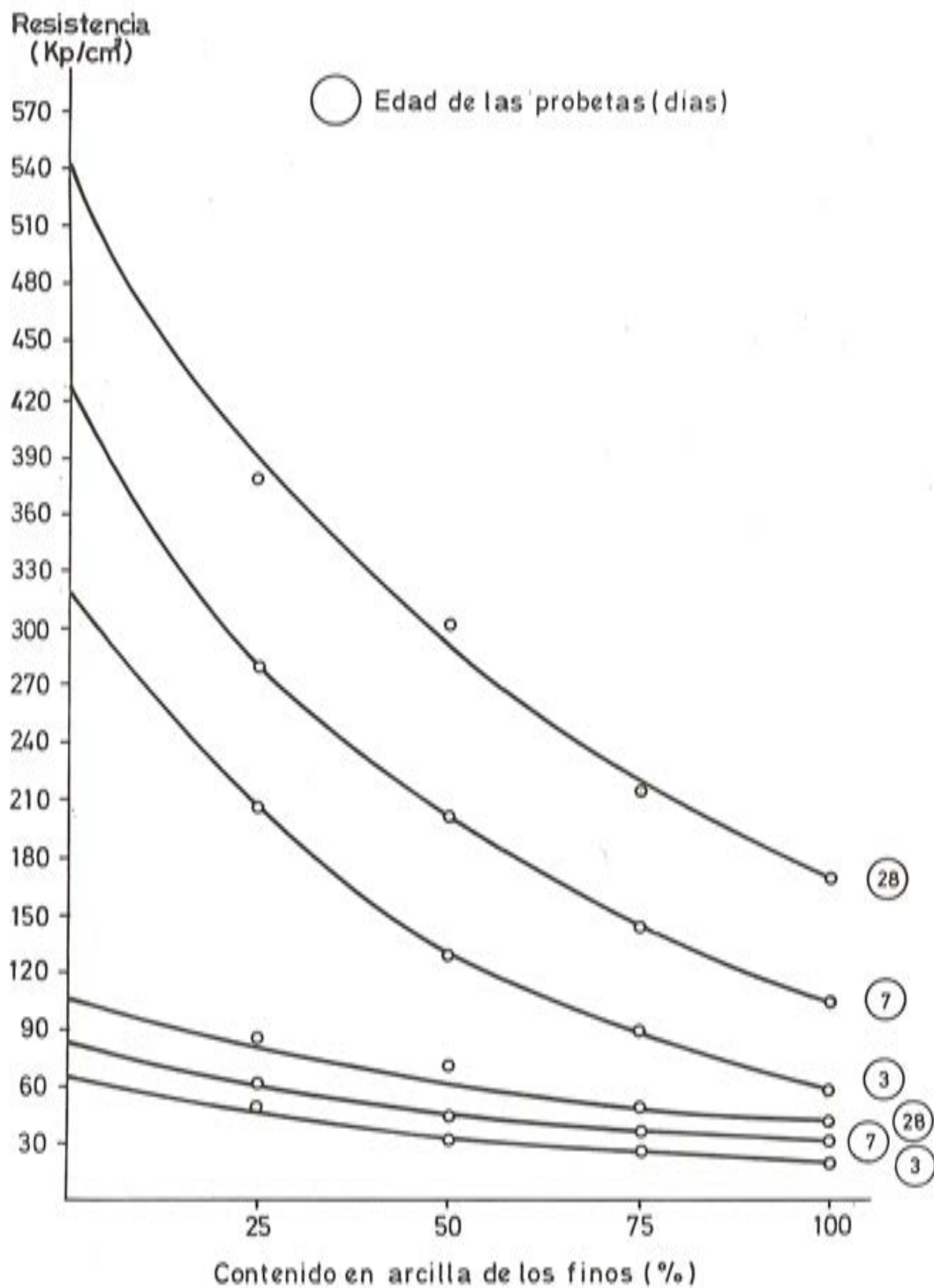


Fig. 13.— Curvas resistencia - Contenido en arcilla de finos (20% finos total)



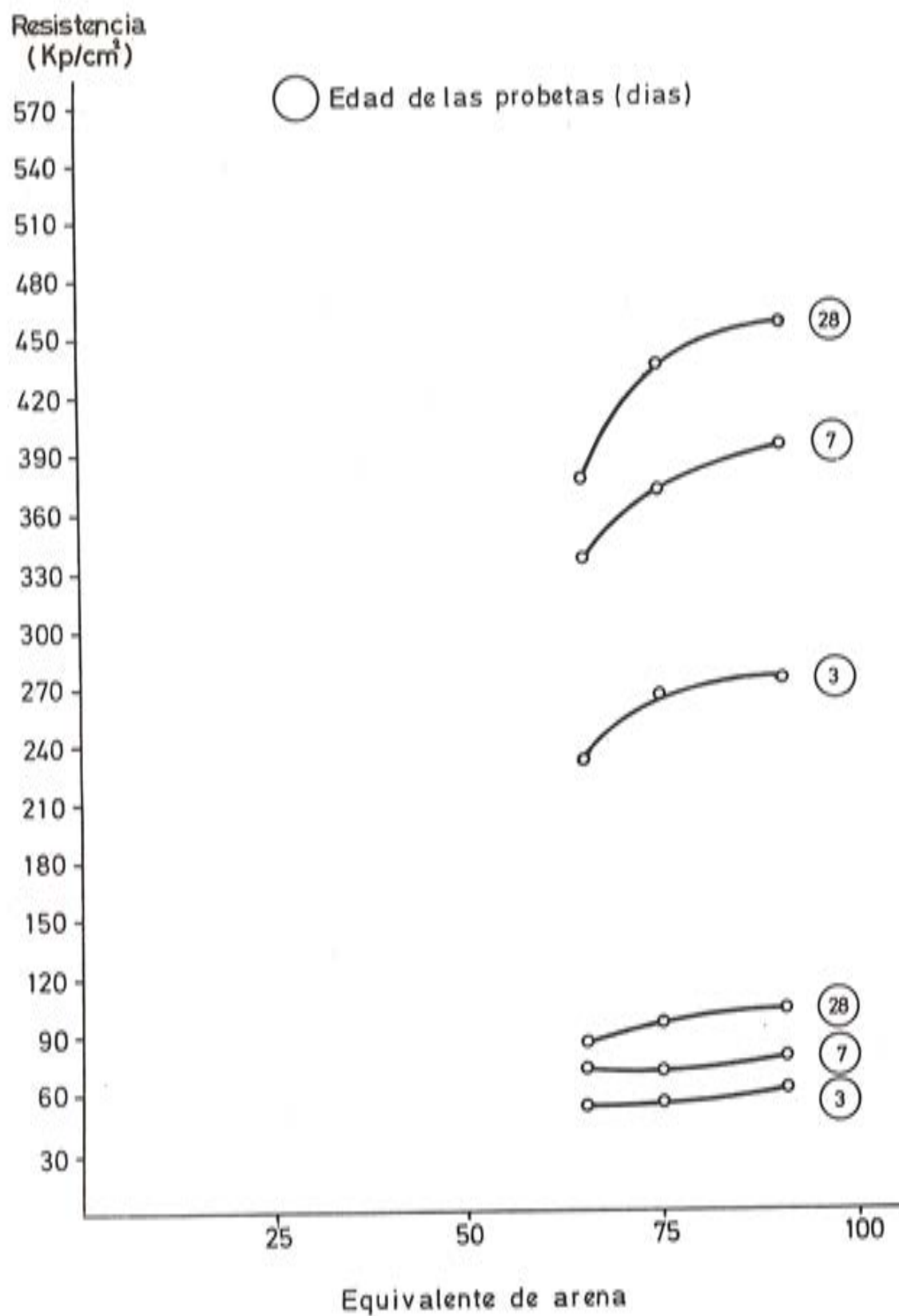


Fig. 14.— Curvas resistencia - Equivalente de arena (5% finos)

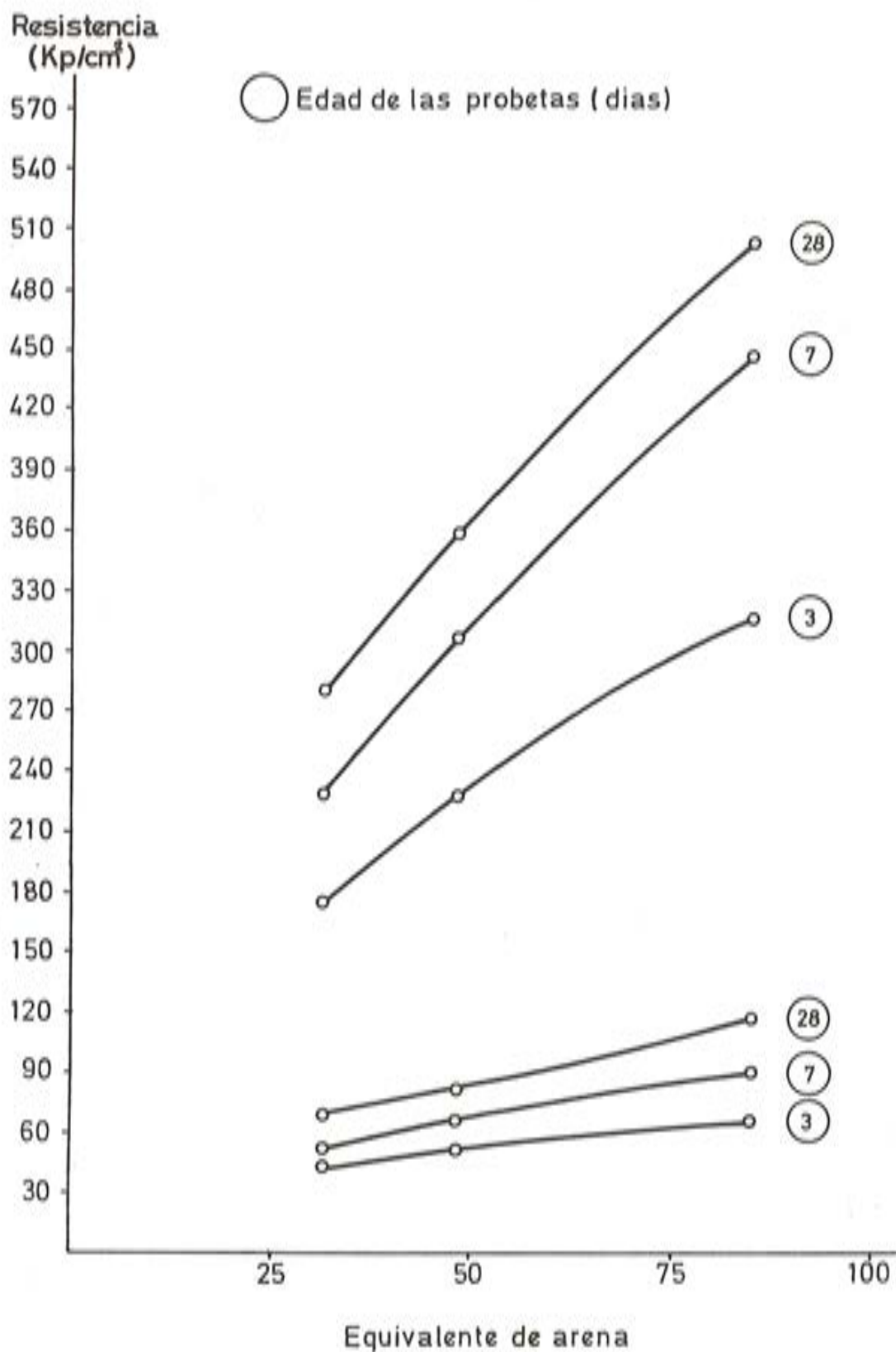


Fig. 15.— Curvas resistencia - Equivalente de arena (10% finos)

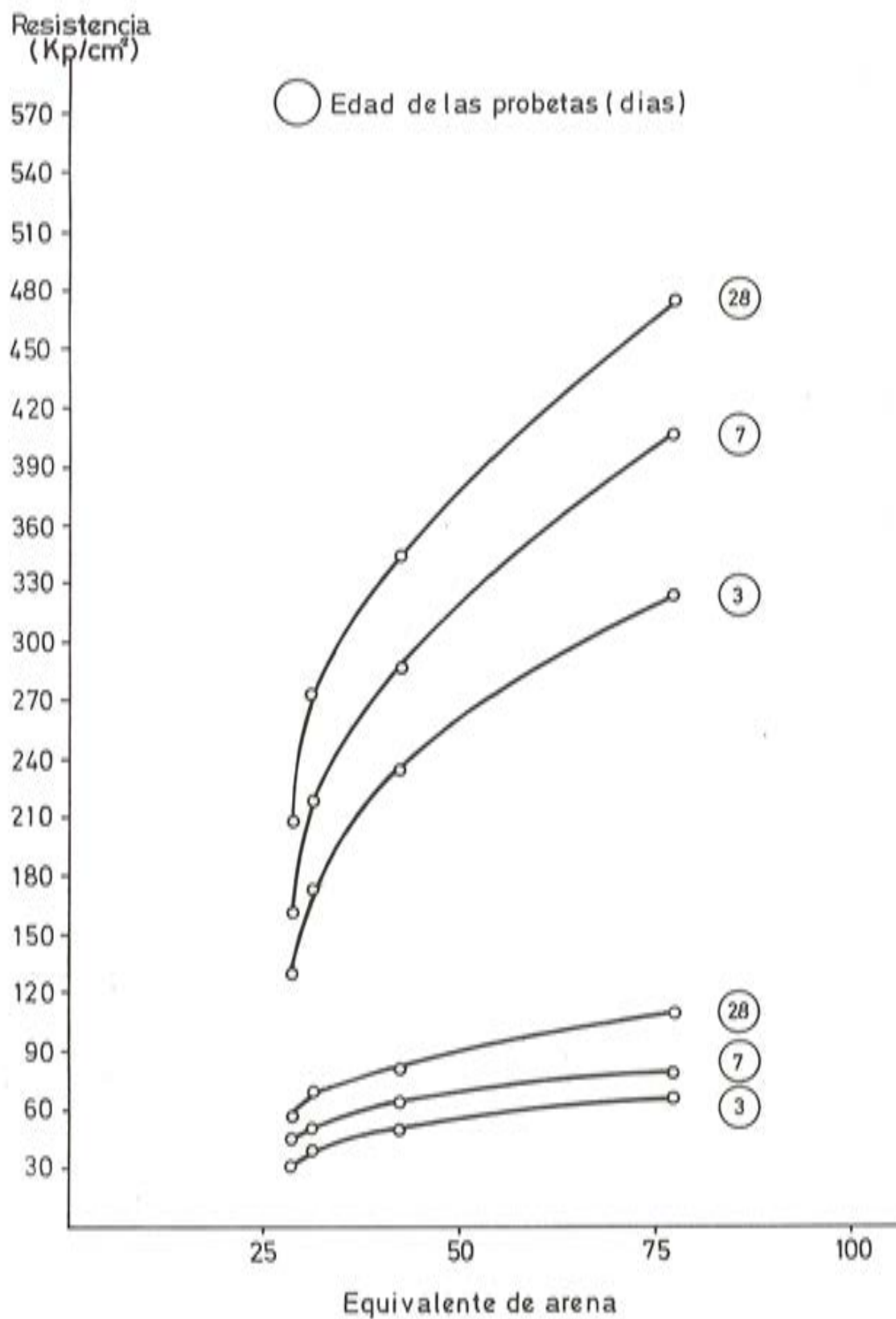


Fig. 16.— Curvas resistencia - Equivalente de arena (15% finos)



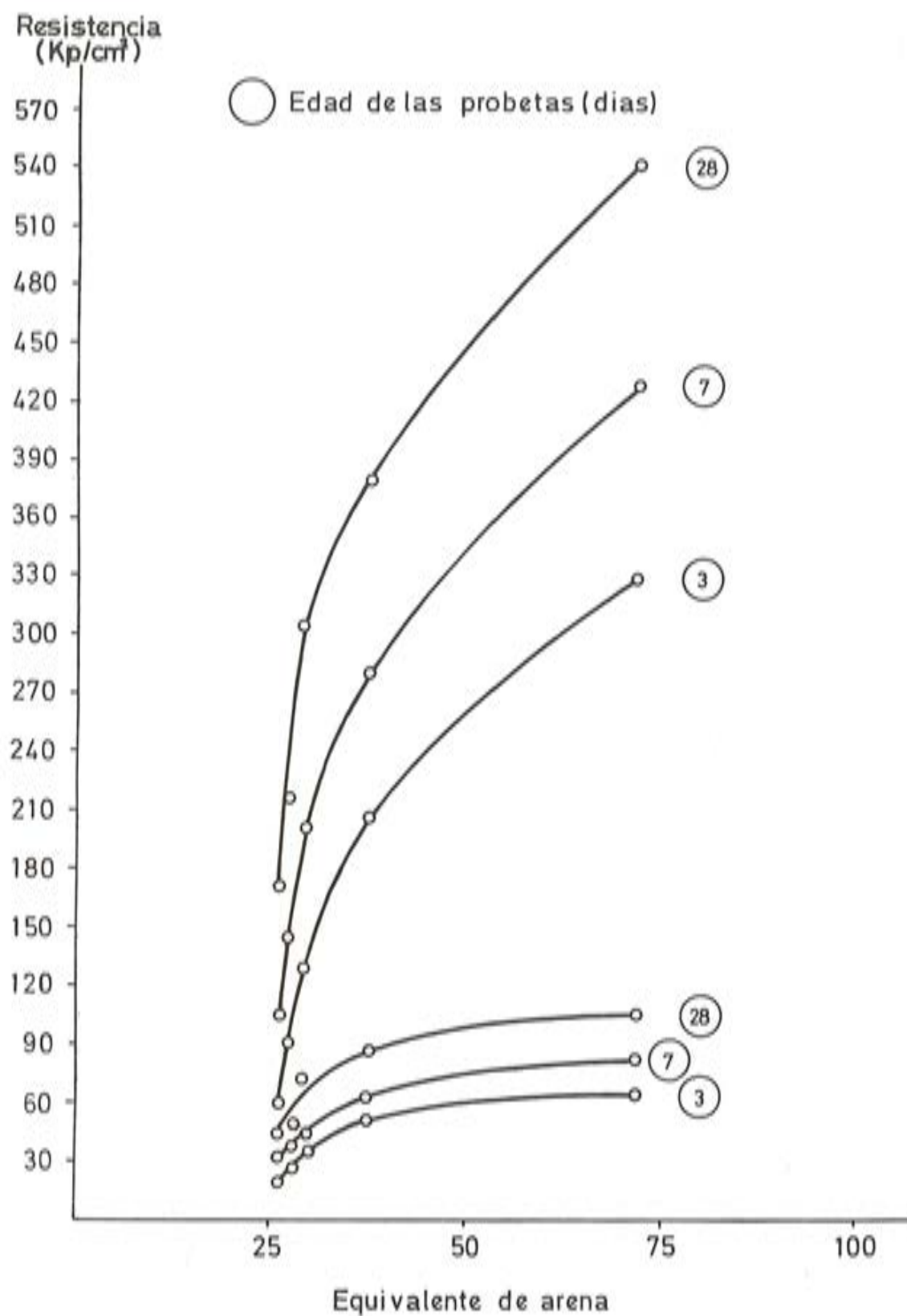


Fig. 17.— Curvas resistencia - Equivalente de arena (20% finos)

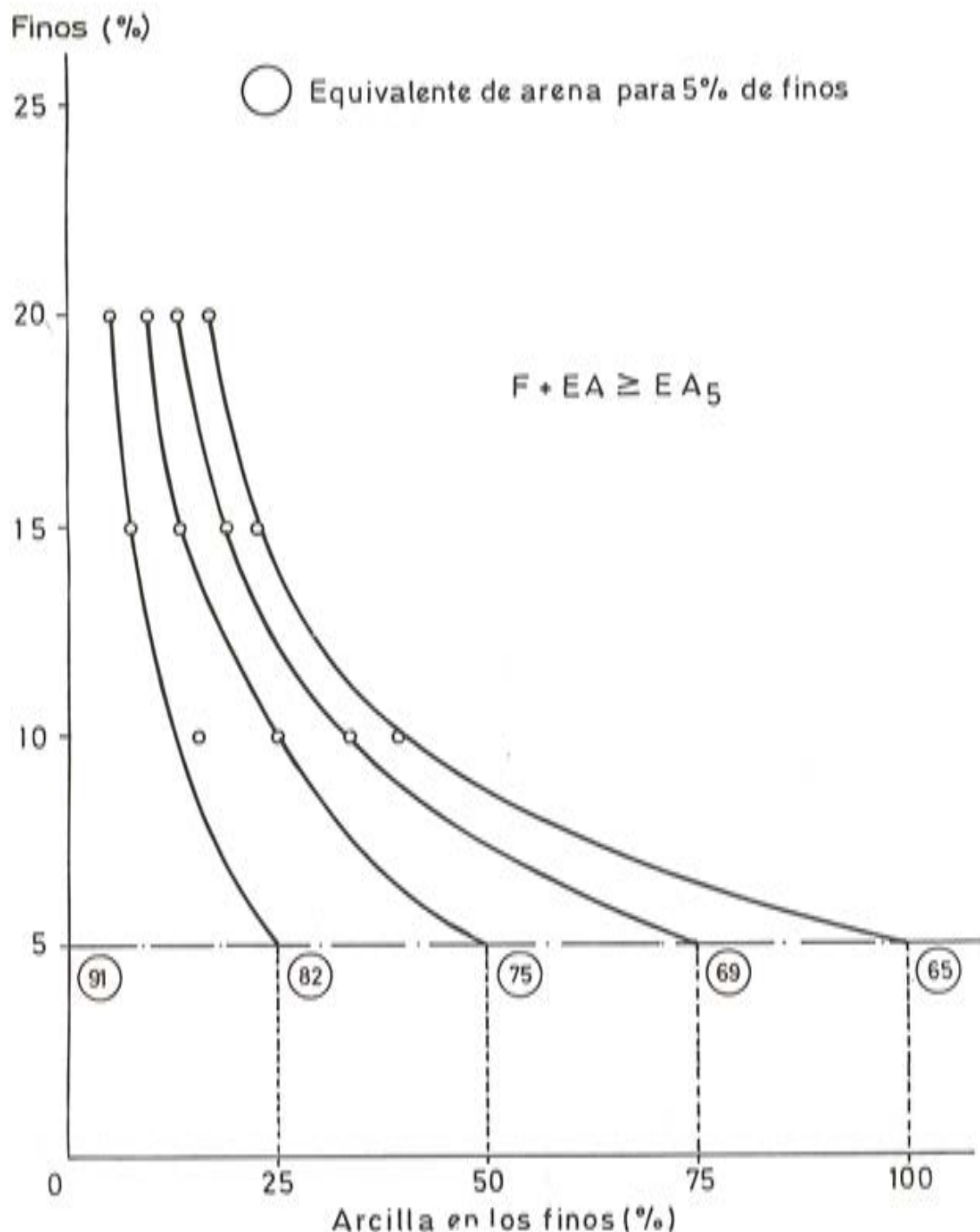


Fig. 18.— Curvas equirresistentes - Finos - Contenido en arcilla de finos

patrón, ya que según su contenido en arcilla, su EA puede variar de 91 (para 0 % de arcilla) hasta 65 (para 100% de arcilla).

Representando en la Figura 18 las curvas equirresistentes (en compresión), para distintos valores del contenido en finos de una arena en ordenadas, y en abscisas el porcentaje de arcilla de dichos finos, se obtienen las que figuran en ella para distinto porcentaje de contenido en arcilla de la arena de 5% de finos.

En dicha figura se indican con números dentro de círculos, los valores del Equivalente de arena para el 5% de finos: limitando éste como referencia a 70 ... 75 (utilizados en algunos Pliegos), se ve que las zonas de posible utilización de arenas con finos mayores del 5% es aún bastante amplia, permitiendo contenidos de arcilla verdaderamente notables, además de pasar en todo caso del 5% que anularía su posible utilización según la EH-80 y otras.

Si nos fijamos en las curvas de la Figura 9, vemos que las pérdidas de resistencia para la arena de 5% de finos, referidas a la que no tiene arcilla serían las siguientes:

Arcilla ‰	EA	R 28 kp/cm <sup>2</sup>	Pérdida R 28 (‰)
0	91	456	—
25	82	446	2,2
50	75	435	4,6
75	69	405	11,2
100	65	378	17,1

A estos resultados cabría añadir que el mortero de arena normal ha dado una resistencia a compresión a 28 días de 439 Kp/cm<sup>2</sup>, que para una pérdida del 5% quedaría en 417 Kp/cm<sup>2</sup>.

Parece por tanto que —aunque según la EH-80 serían válidas— deberían rechazarse arenas con 5% de finos si su Equivalente de Arena (EA) fuera menor que 70 ... 75 y entonces la fórmula propuesta para limitación de arenas para uso en hormigones quedaría:

$$F + EA \geq 70 \dots 75$$

Un mayor número de datos permitiría ajustar la cifra exacta y adoptarla por los Organismos competentes.

## 5. AMPLIACIONES DE ENSAYOS

El autor opina que, con los ensayos efectuados y los resultados obtenidos, hay datos suficientes para hacer aconsejable una profundización en el problema, y estima que los pasos que se debían dar podrían ser los siguientes:

- 1.— Realizar nuevas series con morteros, llegando en contenido total de finos hasta el 25% , por lo menos.
- 2.— Aumentar la gama de ensayos para diferentes proporciones de arcilla en los finos, especialmente para valores menores del 50% .
- 3.— Ensayar, por el mismo procedimiento, distintas arenas.
- 4.— Una vez ensayadas las arenas, seleccionar las más características en finos y contenidos de arcilla y realizar ensayos comparativos con hormigones.
- 5.— Extender los ensayos de hormigones a otras características distintas de la resistencia a compresión, como por ejemplo: flexión, adherencia, permeabilidad, heladicidad, etc.

Nota.— El autor agradecerá cualquier intercambio de ideas o información sobre el tema. Dirigirse a:

IDOM — Avda. del Ejército, 3 - 4<sup>o</sup>  
BILBAO - ESPAÑA  
Tfno.: 447 96 00 Télex: 31598



## Patología. Refuerzo de encepados sobre pilotes

Por Antonio González Serrano  
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Jefe del Departamento de Patología y  
Estructuras de Hormigón

IBERICA DE ESTUDIOS E INGENIERA, S.A. (IBERINSA)

*Tecín soia a miña tea,  
Sembréi soia o meu nabal,  
Soia vou por leña o monte,  
Soia a vexo arder no lar.*

*A mi madre  
"In memoriam"*

*Rosalía de Castro*

### SINOPSIS

En el presente artículo se expone el sistema utilizado para reforzar unos encepados sobre pilotes de grandes dimensiones que estaban infradimensionados para las cargas de servicio de la estructura.

Se diseñó un refuerzo activo, empleando el pretensado con armaduras postesas como un sistema de fuerzas compensador de las cargas externas. De esta forma se reforzaron los encepados, simultáneamente, a flexión, cortante y punzonamiento.

### Introducción

Los encepados sobre pilotes, cuyo refuerzo es el objeto de esta publicación, eran de grandes dimensiones y recibían cargas muy importantes. En efecto el canto de estos encepados era de 2,5 m a 3,5 m; se apoyaban en 4, 8, 12 o hasta en 24 pilotes, de 1,50 m a 2,00 m de diámetro, y las compresiones transmitidas por los soportes eran del orden de las 4.500 tn.

En una determinada fase de la construcción de la estructura, que fué cuando se solicitó el asesoramiento de Iberinsa, la armadura pasiva de los encepados, de acero A.E.- 50N, estaba trabajando a una tensión de tracción de 3.700 a 4.500 Kg/cm<sup>2</sup> calculada ésta última mediante el cálculo clásico de secciones solicitadas a flexión simple. Análogamente, en el cálculo hecho con solicitaciones tangentes se encontró que, las tensiones medias de cortante, medidas en las secciones críticas, variaban de 4 a 4,8 Kg/cm<sup>2</sup> y las tensiones tangenciales debidas al punzonamiento, medidas también en las correspondientes secciones críticas, llegaban hasta valores de 12 Kg/cm<sup>2</sup>. En esta fase, las cargas transmitidas por la estructura eran tan sólo del 50 al 60 por 100 del valor definitivo y era preciso diseñar un refuerzo eficaz que permitiera la terminación de la obra.

### Elección de la solución a adoptar

Se pensaron diversas soluciones de refuerzo que se fueron desechando por las razones que se exponen a continuación:

No fue posible proyectar un recrecido superior de los encepados, porque el elevado espesor de estos recrecidos se oponía al objetivo final del proyecto. Por otro lado, como la armadura estaba prácticamente agotada a flexión, o trabajando a tensiones muy elevadas, el recrecido útil hubiese sido de 8 a 12 metros de espesor y entonces se ponía en duda la eficacia de la solución por la baja cuantía de la armadura dispuesta que hacía temer roturas frágiles. Además, para hacer trabajar a un recrecido de tales dimensiones conjuntamente con el encepado, en el que las cargas van desde la base de los soportes a la cara inferior de los pilotes, era preciso disponer elevadas cuantías de acero de conexión entre el encepado y el recrecido, lo cual resultaba prohibitivo.

Análogas razones se pueden dar en el caso de proyectar un recrecido inferior, además de las dificultades que se presentaban para hacer las excavaciones, donde el nivel freático era un factor que lo hacía prácticamente prohibitivo.

Tampoco fue posible bicomprimir horizontalmente los encepados, por las enormes cantidades en tn x m de acero activo que hubiesen sido necesarias. Además, todo el pretensado, con armaduras postesas, no se podía colocar íntegramente a lo largo de los cuatro bordes, ya que, debido a las grandes dimensiones de los encepados, la distribución de las tensiones transmitidas distaba mucho de ser uniforme y se requería, entonces, colocar elementos de rigidización muy importantes o disponer el acero activo uniformemente a lo largo de todo el encepado, lo que hacía prácticamente inviable la solución.

La solución adoptada, que fue la que empleó la menor cantidad de acero activo de todas las que se estudiaron, al utilizar el pretensado como un sistema de fuerzas compensador de las cargas externas, permitió disminuir las tensiones tangenciales debidas al cortante y al punzonamiento, y al mismo tiempo disminuir las tensiones de tracción en la armadura pasiva inicial, lo que permitió, a su vez, la continuación de las obras. De esta forma, los encepados se calcularon en clase III, que es como realmente trabajan bajo las cargas definitivas.

La solución consistió en proyectar un pretensado adherente, con armaduras postesas en forma de V, como se ve en la figura 1 (que se refiere al caso más simple de un encepado de dos pilotes), que disminuyó el estado tensional del encepado frente a solicitaciones normales y frente a solicitaciones tangentes.

En la figura 2, se dibujan las elipses de tensiones, es decir el plexo-tensional, de un encepado de 2 soportes y 8 pilotes, que por simplificación de cálculo se redujo a un problema plano en dos dimensiones. El cálculo se hizo con un programa de elementos finitos rectangulares isoparamétricos IPQQ, mediante el programa STRUDL del MIT, en un ordenador IBM 4331 y se dividió el encepado en 5 x 22 elementos rectangulares, con 385 nudos. Como se



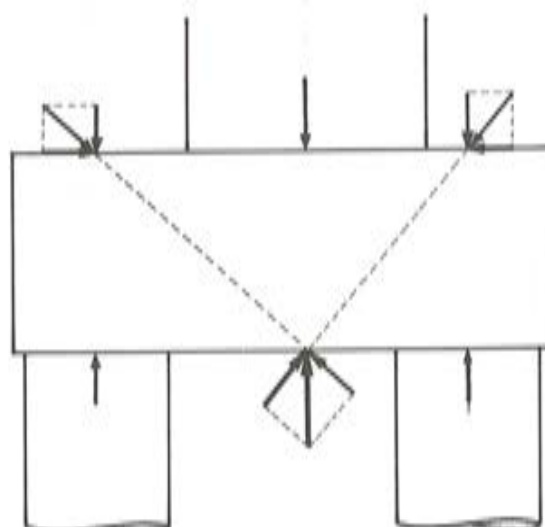


Fig. 1.—Sistema nulo de fuerzas externas aplicado sobre una zapata tipo

aprecia claramente en la figura, las isostáticas de compresión van desde los soportes hasta los pilotes según líneas que se asemejan a las bielas comprimidas del antiguo método de las bielas, que tratan las publicaciones (1) a (8) que se recogen en la bibliografía. En sentido ortogonal, se intuyen fácilmente las isostáticas de tracción que toman una forma cóncava hacia arriba. Estas tracciones principales son las que, al quererlas coser mediante un pretensado con armaduras postesas, nos llevaron a la solución propuesta para el refuerzo.

#### Descripción del proceso de ejecución de la solución adoptada

Las diferentes fases del proceso de ejecución de la solución adoptada se esquematizan en las figuras 3 a 10. En estas figuras se dibuja, por simplificación, el caso de un encepado de dos pilotes; aunque la descripción que se hace del refuerzo es más general y se refiere a un encepado cualquiera con varios pilares y apoyado en varios pilotes.

En la figura 3, que se denomina "Estado Inicial", se representa el encepado antes de ser reparado.

En la figura 4, que se denomina "Galerías y Pozos", se representan las galerías que fue necesario realizar por debajo de los encepados, que sirvieron para alojar los anclajes ciegos o pasivos del sistema de pretensado elegido que fue el B.B.R.V. Normalmente se hicieron dos pozos por cada soporte, comunicados entre sí por una galería situada por debajo del encepado.

En la figura 5, que se denomina "Taladros", se representa la proyección de los taladros que fue preciso hacer por cada soporte. Estos taladros inclinados se definen, en proyección, por la intersección del plano superior del encepado con el eje del pilote y por la intersección del eje del soporte con el plano inferior del encepado. El número de taladros necesario se definió en el proceso de cálculo, como más adelante se verá.

En esta fase se quiere resaltar que, como la tensión en el acero pasivo del encepado era muy elevada y estaba próxima al valor de su límite elástico, no se podía cortar ningún redondo en la cara inferior de los encepados, al hacer los taladros. Con este fin, se hacían unas rozas en la cara inferior del encepado y en el eje de los soportes; esto permitía replantear la posición de los redondos que se tuvieron así en cuenta al diseñar el plano con la posición del pretensado. Además, se hacían unos cajetines en la cara inferior del encepado donde tenían que aflorar los taladros; y si algún taladro sufría alguna desviación superior a la admisible, se cambiaba de sitio; y si esto no era posible, entonces, se le daba continuidad al redondo que interceptaba el taladro, puenteándolo con dos redondos y dos chapas.



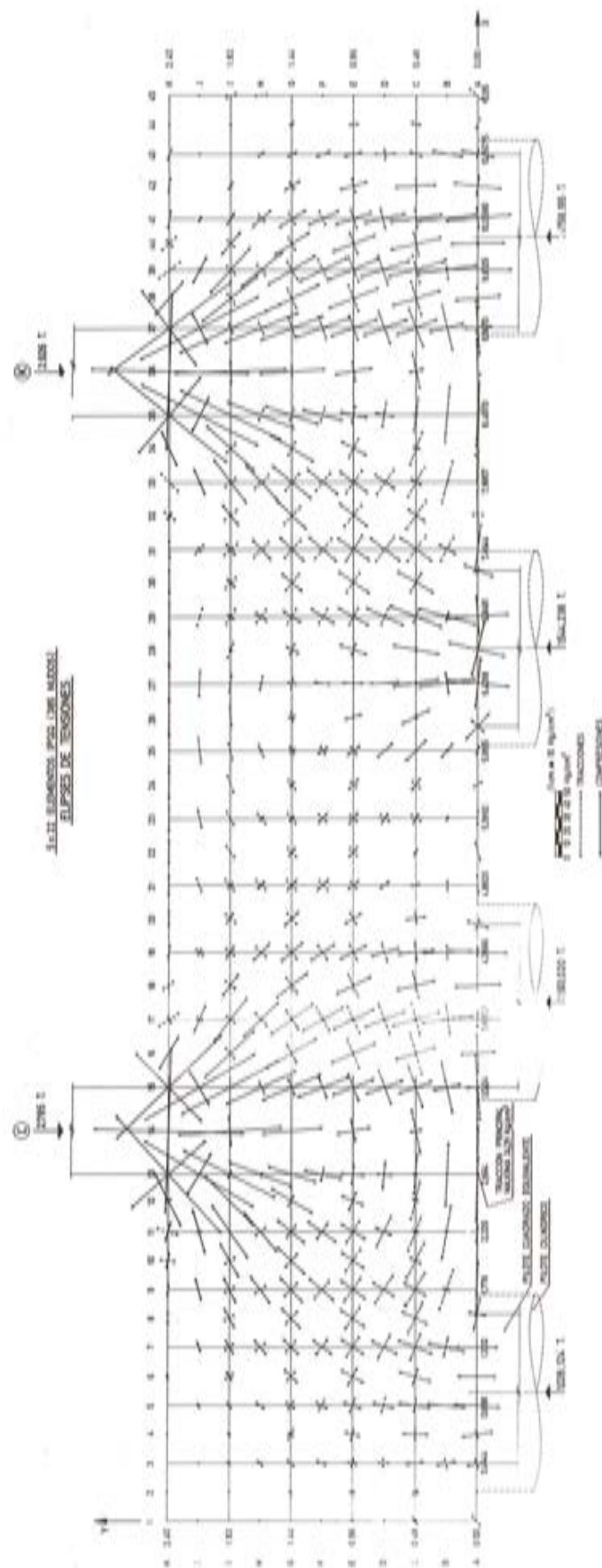


Fig. 2.—Elipses de tensiones de un encajado de dos soportes y ocho pilotes.

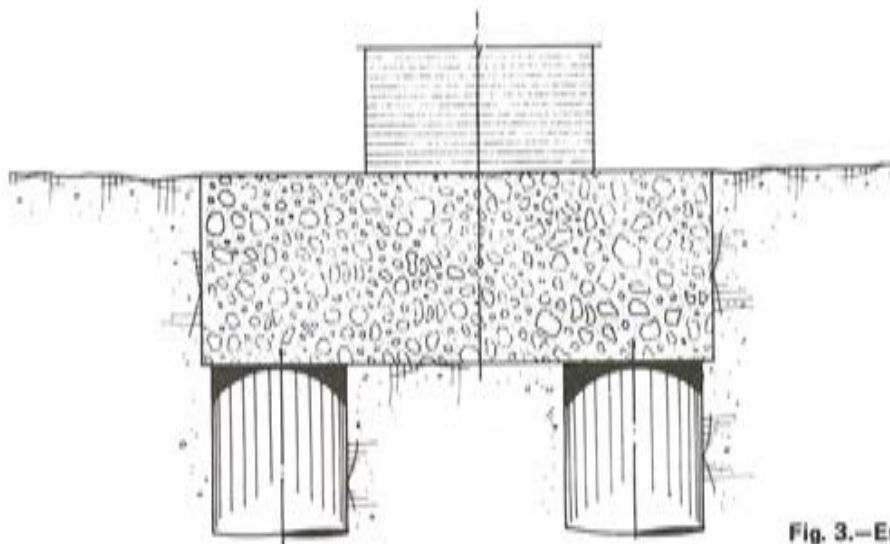


Fig. 3.—Estado inicial.

En la figura 6, que se denomina "Enfilado de Tendones", se esquematiza la posición de los tendones, con los anclajes activos en la cara superior del encepado y los anclajes ciegos en la cara inferior del encepado. Los anclajes, tanto activos como pasivos, se diseñaron especiales para este refuerzo, aumentando las dimensiones de las placas de reparto con objeto de que las presiones transmitidas al hormigón no superasen los  $150 \text{ Kg/cm}^2$ . Esto se hizo así, para disminuir el valor de las tensiones transversales de tracción que se originan en el interior de un macizo por la aplicación de cargas concentradas (véase la referencia 9 de la bibliografía), ya que alguna de estas tracciones se producían en el hormigón del encepado, que era de resistencia H-175; y por ello convenía bajar las tensiones de tracción a valores admisibles.

Los tendones estaban compuestos por alambres de 7 mm de diámetro, que se combinaban llegando a constituir tendones de 300 tn de potencia; y en algunos casos, se emplearon tendones de hasta 500 tn de potencia.

Como estos tendones eran muy cortos, ya que su longitud no superaba nunca los cinco metros, se eligió un sistema de pretensado, como fue el B.B.R.V., que no tuviese penetración de cuñas, ya que los alargamientos al tesar eran muy pequeños. Por esta misma causa, se diseñaron los tendones rectos; ya que si el tendón se curvaba, la diferencia de longitud, en un

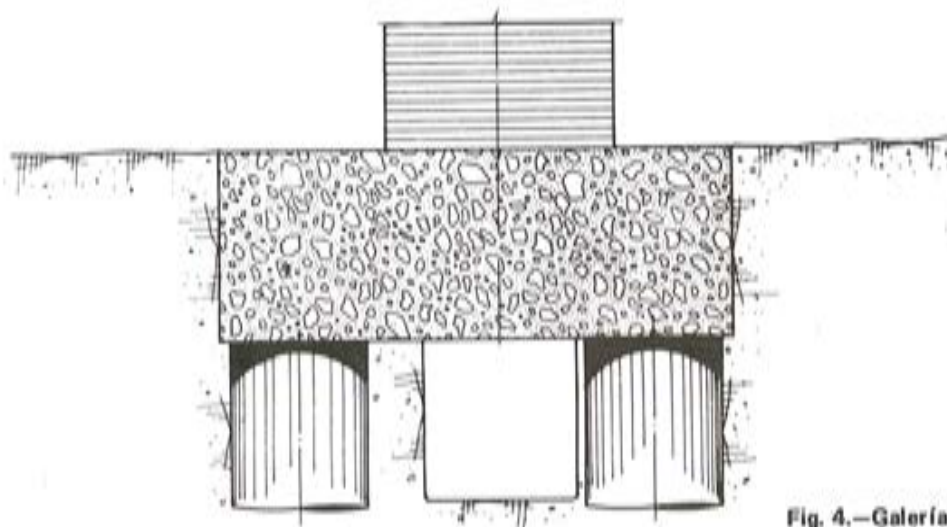


Fig. 4.—Galerías y pozos.

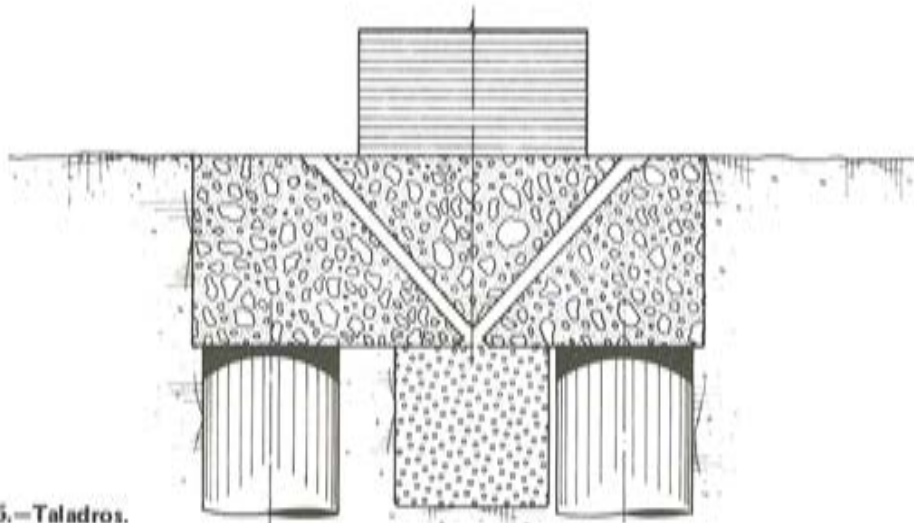


Fig. 5.—Taladros.

mismo mazo, entre el alambre de mayor radio de curvatura con respecto al de menor radio de curvatura, era superior al alargamiento que tomaban al tesar.

Los tendones se enfilaban desde abajo hacia arriba, usando un calcetín de tracción. Todos sus alambres estaban cortados con la misma longitud. El anclaje ciego venía totalmente terminado y el anclaje activo se remachaba en obra haciendo en cada alambre la clásica cabeza recalcadas del sistema.

En esta fase, se colocaban también las vainas en las zonas del tendón que quedaban fuera del encepado. Estas vainas se sellaban contra el encepado y también se disponían los tubos de purga para la futura inyección.

En la figura 7, que se denomina "Colocación de Armaduras", se representan:

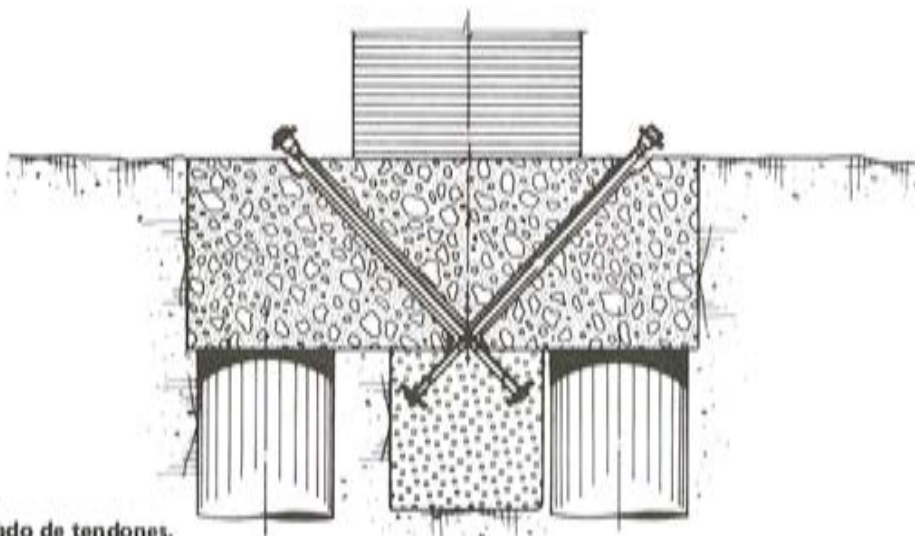


Fig. 6.—Enfilado de tendones.



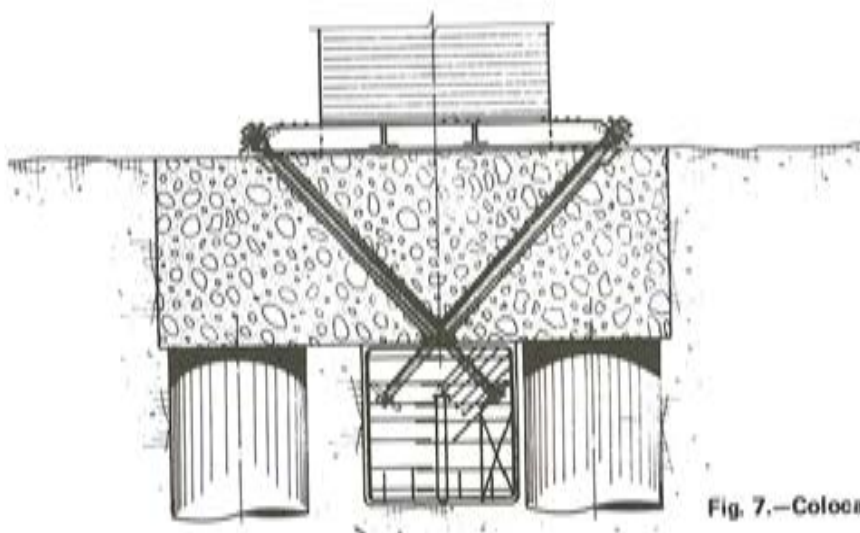


Fig. 7.—Colocación de armaduras.

Las armaduras de la losa superior del encepado que sirve para alojar a los anclajes activos.

Las armaduras de la galería inferior, que sirve para alojar a los anclajes ciegos. Esta galería se armaba longitudinalmente como una viga flotante, apoyada en el hormigón del encepado y sometida a las acciones del pretensado. También se esquematizan en la misma figura las armaduras dispuestas para absorber las tensiones transversales de tracción, tanto primarias como secundarias, que se originan por la aplicación del pretensado (véase bibliografía, 9). También se pueden ver en la misma figura los caballetes que se dejaban perdidos, y que servían para apoyar los anclajes pasivos.

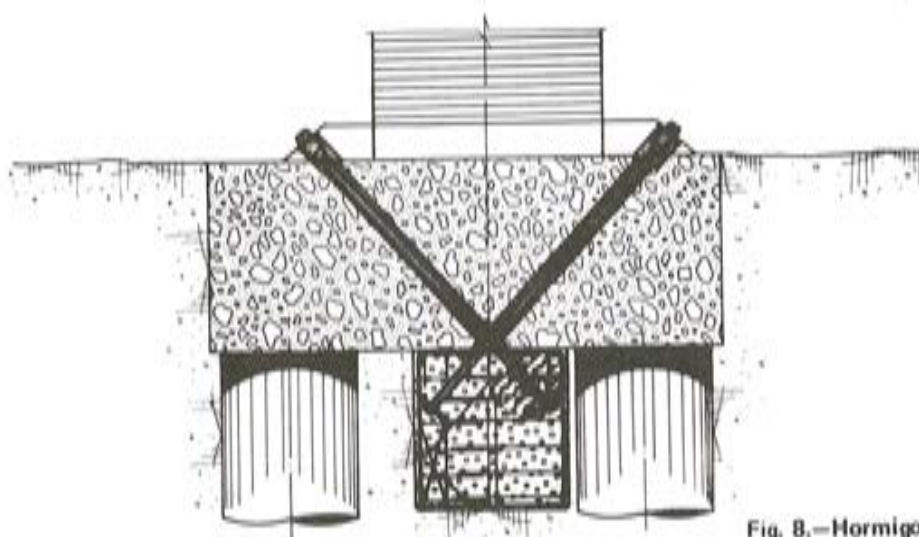


Fig. 8.—Hormigonado losa superior.

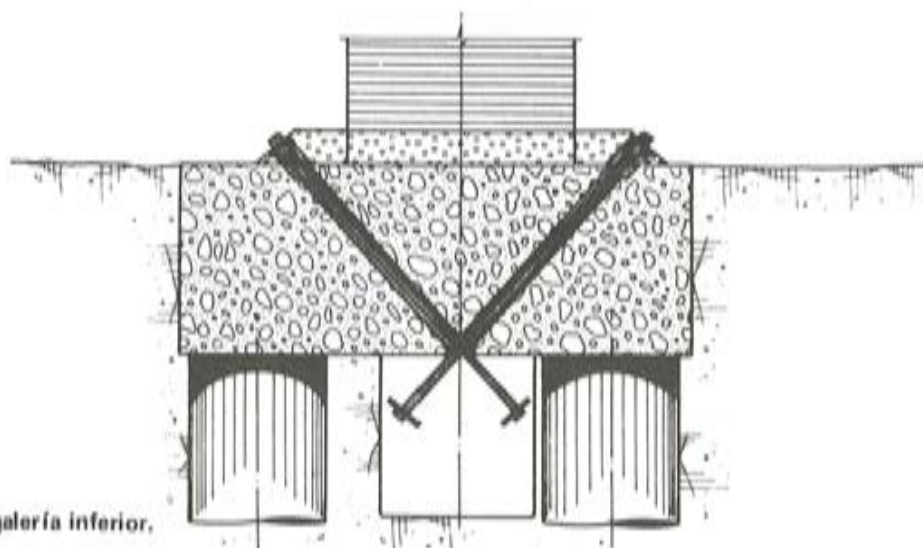


Fig. 9.—Hormigonado galería inferior.

Por último, también se ve la tubería vertical que se dejaba alojada en la galería para hormigonar y que será objeto de un comentario posterior.

En la figura 8, que se denomina "Hormigonado Losa Superior", se esquematiza esta fase que consiste en hormigonar la losa superior del encepado que, como se ha dicho antes, servía para alojar a los anclajes activos. El hormigón era un H-300, con tamaño máximo de árido 15 mm; y la puesta en obra se hizo mediante bombeo.

En la figura 9, que se denomina "Hormigonado Galería Inferior", se esquematiza esta fase de la ejecución del refuerzo. En las figuras 7 y 8 se ve una tubería que se dejaba en distintos puntos de la galería inferior y que sirvió para hormigonar esta zona. El hormigonado se hizo desde el centro de la galería hacia los dos pozos extremos, a fin de poder comprobar y asegurar que no quedaban zonas sin hormigonar entre la galería y el encepado.

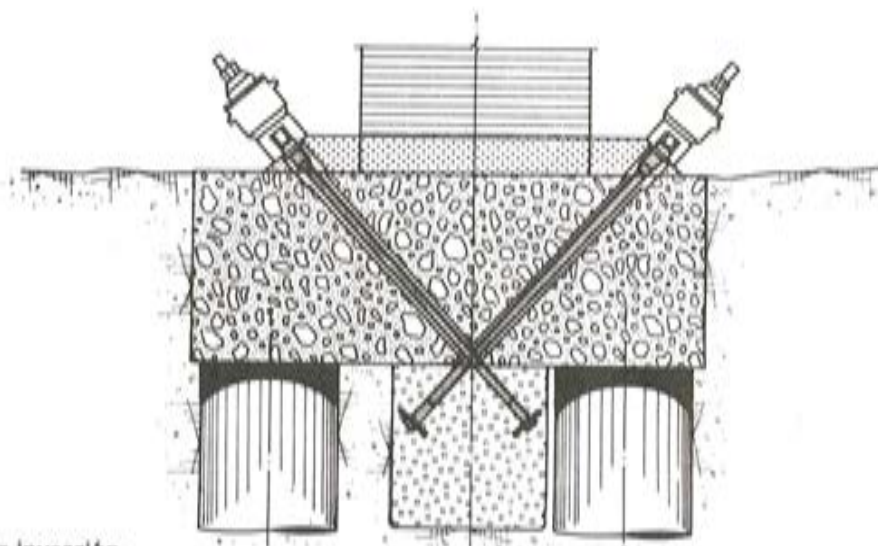


Fig. 10.—Tasado e inyección.

El transporte del hormigón se realizó por bombeo y la compactación del mismo se hizo por vibración mediante vibradores acoplados a unos dispositivos, que funcionando al modo de alargaderas, permitían vibrar toda la masa del hormigón fresco.

En la figura 10, que se denomina "Tesado e Inyección", se esquematizan estas fases de la ejecución del refuerzo. Nada nuevo hay que decir al respecto ya que en estas fases del refuerzo se siguieron las normas de buena práctica de la ejecución del pretensado.

Como resumen de todo este proceso diremos que el pretensado introducido actúa como un sistema de fuerzas nulo e isostático, respecto a cada encepado, considerado éste como pieza rígida (véase figura 1), que reduce el plexo-tensional producido por las cargas externas. El objeto del refuerzo (véase figura 11) es crear una especie de celosía en el interior del encepado, que lo descarga de las fuertes compresiones que recibe de los soportes. Efecto que es mejorado al establecer el pretensado adherente.

La fotografía núm. 1 muestra una galería inferior típica, con pilotes de 2 m de diámetro; y se puede ver la roza que se hacía en la cara inferior del encepado para replantear la armadura principal del mismo, como ya se ha descrito.

Las fotografías 2 y 2 bis se corresponden con otra galería inferior, donde se pueden ver los anclajes ciegos o pasivos con sus vainas y los tubos de inyección. También se vé el montaje de la armadura pasiva longitudinal y transversal de las galerías y el montaje de un tubo de hormigonado.

En la fotografía núm. 3, se ven 4 mazos de alambres de  $\phi$  7, una vez enfilados y antes de colocar los anclajes activos.

En la fotografía núm. 4 se ve la colocación de 5 anclajes activos, de 250 tn, en la cara superior de un encepado.

En la fotografía núm. 5 se ve el tesado de uno de los tendones de 250 tn de potencia.

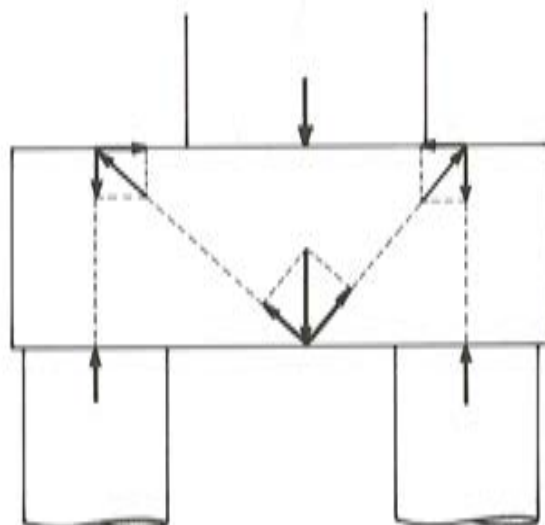


Fig. 11.—Forma de trabajo de una zapata tipo.



## Descripción del método de cálculo de la solución adoptada

El organigrama del proceso de cálculo se recoge en la figura 12; y los diferentes apartados del mismo es lo que se comenta a continuación.

- Con (1) se denominan los "Datos". Estos datos de partida son las características geométricas de cada encepado y las solicitaciones que le transmite la estructura.
- Con (2) se denomina la "Deducción de las reacciones en los pilotes y cálculo de las solicitaciones en el encepado".

Para la deducción de las reacciones en los pilotes, se supone el encepado infinitamente rígido y se admite que los pilotes son piezas elásticas que toman cargas proporcionalmente a sus acortamientos, sin que sea preciso cuantificar su rigidez, la cual sólo influye en los movimientos del encepado, pero no influye en el valor de las reacciones de los pilotes, ni en el estado tensional del encepado. Dicho de otro modo; como todos los pilotes son verticales y de longitudes sensiblemente iguales, la distribución de las reacciones sobre los distintos pilotes se calcula por las fórmulas clásicas de la flexión compuesta.

Se quiere hacer patente que el pretensado que va actuar sobre los encepados es un sistema de fuerzas nulo e isostático con respecto al encepado, considerado este último como pieza infinitamente rígida, y no modifica los valores de las reacciones de los pilotes.

- Con (3) se denomina el "Diseño en rotura del pretensado en estado definitivo".

En esta fase se calcula, a uno y otro lado de cada soporte, el pretensado necesario para tener un coeficiente de seguridad determinado. En este cálculo se determina el pretensado necesario, tanto a flexión como a esfuerzo cortante y/o a punzonamiento, y se elige el valor mayor. De esta forma se hallan dos pretensados diferentes a cada lado del pilar, con valores distintos de sus componentes horizontales. A continuación se igualan las componentes horizontales de ambos pretensados, mayorando en la proporción necesaria el pretensado con proyección horizontal menor. Esto se ha decidido así para no modificar el plexo-tensional en la zona rayada del encepado comprendida entre soportes, como se indica en la figura 13. En efecto, si las reacciones exteriores del pretensado en A y B, considerado este último como un sistema nulo de fuerzas externas al encepado, no fuesen verticales (cosa que ocurre cuando las componentes horizontales de los pretensados a cada lado del soporte no son iguales) la cara A B podría quedar traccionada y el encepado no tenía armadura suficiente para soportar esas tracciones, que además llegaban a ser muy importantes.

El pretensado se diseñó en clase III, en estado definitivo, como pretensado adherente.

El cálculo del encepado a flexión, a cortante y a punzonamiento, sobre todo en lo relativo a la definición de las secciones de referencia y a las tensiones de comparación a cortante y a punzamiento, se ha hecho según las directrices de la E.H.- 80, ya que el artículo de la misma que trata de zapatas, encepados y losas de cimentación, lo ha redactado la Comisión Permanente del Hormigón en base a una propuesta de revisión del Grupo IV, "Elementos estructurales", de la que fue ponente el autor de este artículo.

En las bibliografías (10) a (18) se reseñan una serie de artículos y libros que se consultaron y que sirvieron de base para resolver este problema.



**FOTO 1.—Galería inferior típica, con pilotes de 2 m de diámetro.**



**FOTO 2.—Galería inferior, donde se pueden ver los anclajes ciegos.**



**FOTO 2 bis.**—Galería inferior, donde se pueden ver los anclajes ciegos.



**FOTO 3.**—Cuatro mazos de alambres de  $\phi$  7, una vez enfilados y antes de colocar los anclajes activos.



**FOTO 4.**—Colocación de cinco anclajes activos de 250 tn, en la cara superior de un encepado.





FOTO 5.—Tzado de uno de los tendones de 250 tn de potencia.

- Con (4) se denomina la “Comprobación del Pretensado en rotura y con cargas definitivas, sin considerar la adherencia de la losa superior con el encepado”.

Como en la cara superior del encepado no se tomaron medidas especiales para asegurar la transmisión de los esfuerzos rasantes que se producen entre la cara superior del encepado y la losa superior, no se ha contado con el espesor de la losa superior al considerar el canto del encepado en los cálculos hechos en el apartado (3), aunque si se ha tenido en cuenta la componente horizontal de dicho pretensado. En este apartado (4), se rehace el cálculo prescindiendo de la componente horizontal del pretensado en la cara superior del encepado, que se supone que se puede transmitir totalmente como una compresión a través de la losa superior.

En esta fase se comprueba que el pretensado diseñado en el apartado (3) es suficiente con los mismos coeficientes de seguridad allí adoptados, ya que en caso contrario se incrementa el pretensado calculado en el apartado 3 en la magnitud necesaria para que se verifiquen las hipótesis del apartado (4).

- Con (5) se denomina la “Deducción de tensiones en cálculo clásico en las diferentes etapas”.

En este apartado se calculan, en régimen elástico, es decir mediante el cálculo clásico, las tensiones normales y tangenciales en el denominado estado actual (véase figura 3). También se calculan las tensiones en el llamado estado actual, con cargas máximas y mínimas, más el pretensado inicial no adherente (sin pérdidas diferidas). Posteriormente, se establece la adherencia y se calculan diversos estados sucesivos hasta llegar al estado definido por las cargas finales de la estructura (máximas y mínimas) con el pretensado final adherente, es decir una vez experimentadas todas las pérdidas.

En este apartado, se comprueba que las tensiones que se consideraron admisibles para los diversos materiales no se sobrepasaron en ninguna de las diferentes etapas del cálculo estudiadas.

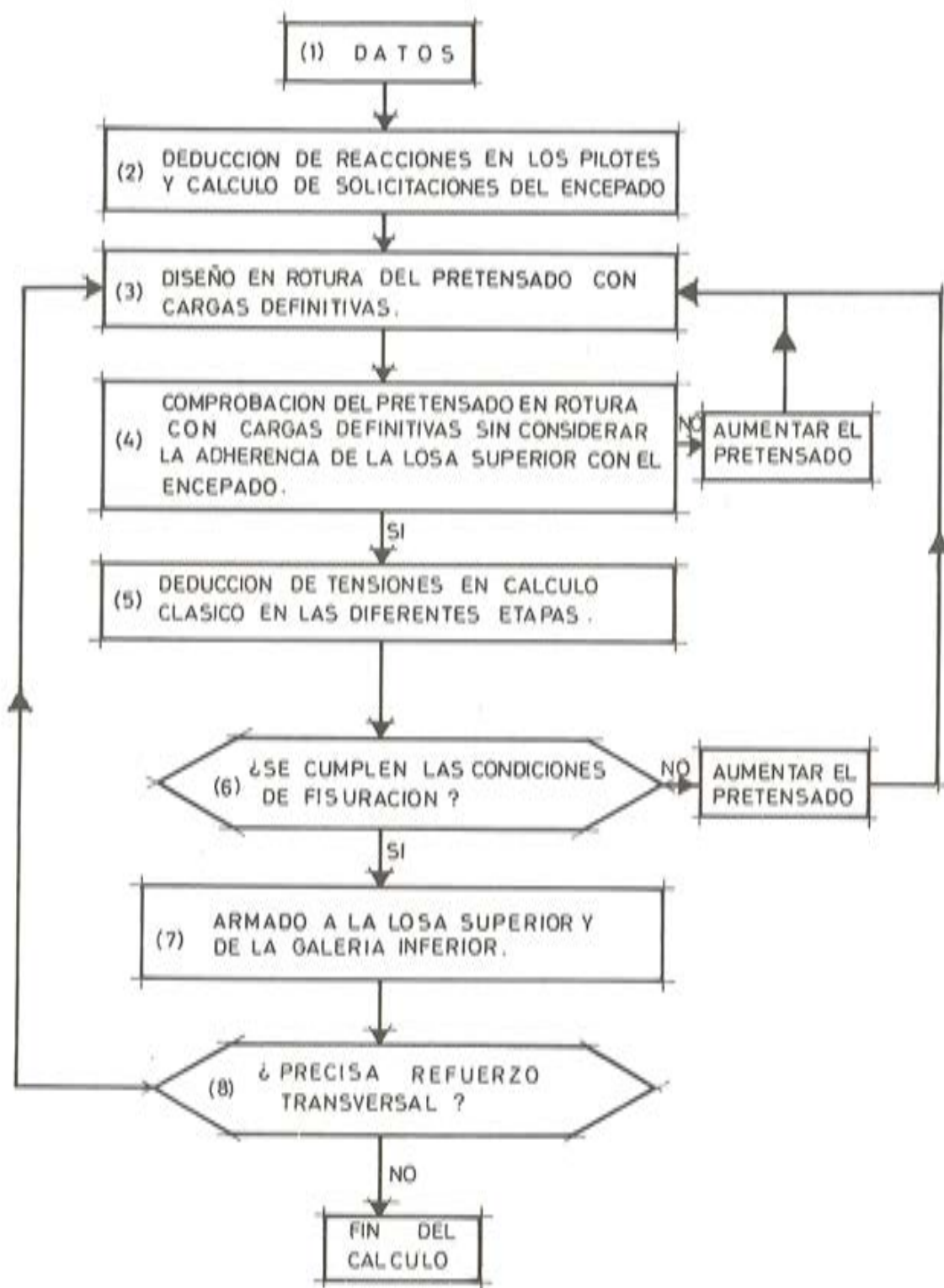


Fig. 12.—Organigrama del proceso de cálculo.

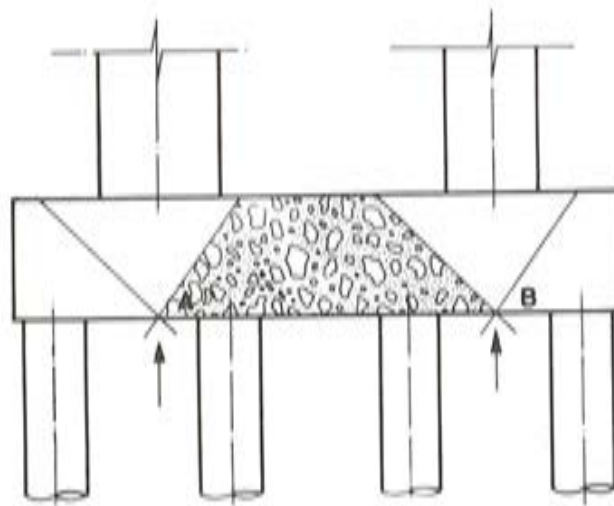


Fig. 13

- Con (6) se denomina “¿Se cumplen las condiciones de fisuración?”, y en este apartado se calcula la máxima abertura de fisuras, lo cual es ya inmediato, una vez conocidas las tensiones en el acero en las distintas etapas de cálculo. Si la abertura máxima de fisura es inferior a la admisible, se da por finalizado el cálculo del pretensado y si no fuera así se incrementa el pretensado en la magnitud necesaria hasta cumplir esta condición.
- Con (7) se denomina “Armado de la losa superior y de la galería inferior”, que no presenta ningún problema nuevo que sea preciso resaltar.
- Con (8) se denomina “¿Precisa refuerzo transversal?”

Como los soportes eran muy alargados, el refuerzo bastó, normalmente, proyectarlo en sentido perpendicular al lado mayor de los soportes. No obstante, en este apartado se comprobaba si era preciso proyectar un refuerzo transversal u ortogonal al que se consideró usual, y si así ocurría, se diseñaba el refuerzo siguiendo el esquema de cálculo que se ha indicado.

Este cálculo se mecanizó en un microordinador; lo que nos permitió hacer varios tanteos, con la flexibilidad y rapidez que es usual en estos casos, a fin de elegir siempre la solución óptima más económica en cada caso concreto.

### Bibliografía

- (1) Semelles sur pieux. Méthodes de calculs. Compte rendu d'essais. Dispositions constructives. J. Blevoit y R. Fremy. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. Feb. 67. núm. 230.
- (2) Behaviour and design of pile caps with four piles. Clarke J.L. MA. PhD, C. Eng. MICE.
- (3) An investigation into the stress distribution in pile caps with some notes on desing. Hobbs N.B. and Stein P. Proceedings of the Institution of Civil Engineer. Vol 7. Jul. 57 págs. 599-628.
- (4) Notes on the desing of pile caps. Banerjee S.P. Civil Engineering and Public Works Review. Vol 51. núm. 602. Ago. 56 págs. 872 á 874.
- (5) Standard Pile Caps, I and II. Whittle R.T. and Beattie D. Concrete Vol 6, núm. 1. Ene. 72. págs. 34 a 36. núm. 2. Feb. 72. págs. 29 á 31.
- (6) Commissie All “Deep Beams and Short Brackets”. Commissie Voer Vitvoering Van Research, Beton verengining, Zoetermeer, Netherlands. Feb. 71. pág. 152 y sigts.



- (7) Méthode des bielles, M. Lebel, Fascicule de décembre 1934 des comptes rendus de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, et dans le quatrième volume (1935) des Mémoires de l'Association Internationale de Ponts et Charpentes.
- (8) Design criteria for overhanging ends of bent caps-bond and shear, Ferguson P.M, Highway Research Record, núm. 147, Págs. 116 - 139, 1966.
- (9) Leonhardt, Hormigón pretensado, Proyecto y Construcción, Capítulo 9, La introducción de las fuerzas de pretensado.
- (10) DIN 1045, Construcciones de hormigón y hormigón armado, Cálculo y ejecución.
- (11) C.E.B.- F.I.P. Model Code for Concrete Structures.
- (12) C.P. 110, The Structural use of concrete, British Standards Institution.
- (13) Comité Européen du Béton and Fédération Internationale de la Précontrainte. Special recommendations for the design and construction of foundation slabs, International recommendations for the design and construction of concrete structures, Apéndice 4, Junio 1970.
- (14) Suggested Design Procedures for Combined Footings and Mats, Reported by ACI Committee 436.
- (15) Eléments Constructifs Speciaux du Béton Armé, par Jacques Ramsay Robinson.
- (16) Remarque Rédactionnelle: Proposition établie par le Rapporteur Général sur le base des annexes aux Recommandations Internationales 1970.
- (17) Building code requirements for reinforced concrete (ACI-318-77).
- (18) Beton Kalender, Tomo II, págs. 849-852, Sección E, Armado de estructuras de hormigón, Encepados sobre pilotes, Por Fritz Leonhardt, Stuttgart 1973.
- (19) Capítulo 5 "Footings" por Fritz Kramrisch, del libro "Handbook of Concrete Engineering" editado por Mark Fintel, Van Nostrand Reinhold Company (1974).

---

## La calidad en un Mundo de Recursos Limitados

- 27º Congreso Anual de la EOQC.
- Organizado por la Asociación Española para el Control de la Calidad.
- Madrid, Junio 1983.

La evolución tecnológica, la escasez de materias primas, el aumento del coste de la energía, la explosión demográfica, la aspiración a un mejor nivel de vida en todos los países, especialmente en los países en vías de desarrollo, supone un reto para la humanidad. Este debe ser seriamente afrontado y su solución supondrá, sin duda, un cambio sustancial de los conceptos que hasta el momento presente han sido la base de las actividades sociales, económicas y tecnológicas del mundo.

Estas soluciones deberán tener en cuenta mejores diseños, procesos más eficaces y una utilización más racional de las materias primas que, unido a una adecuada Gestión de Cali-



**asociación técnica  
española del prefensado**