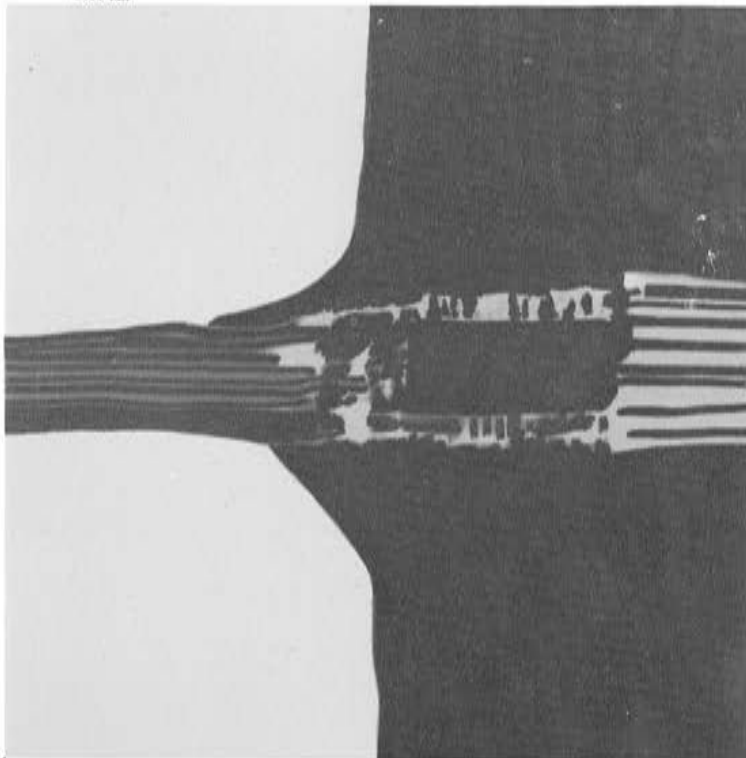


# hormigón

**y ACERO**

*nº 144*



Xª ASAMBLEA TÉCNICA NACIONAL DE  
LA ASOCIACIÓN TÉCNICA ESPAÑOLA  
DEL PRETENSADO 16 A 21 DE NOVIEMBRE  
1981 MURCIA

ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO.

DECLARADA DE UTILIDAD PUBLICA CON FECHA 4-3-77

INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO.

COSTILLARES (CHAMARTIN). MADRID-33.

## MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de "Miembro Protector", a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de "Miembros Protectores" los que a continuación se indican, citados por orden alfabético.

- AGRUPACION DE FABRICANTES DE CEMENTO DE ESPAÑA.— Velázquez, 23. Madrid-1.  
ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).— Orense, 10. Madrid-20.  
CAMARA, S.A.— Av. de Santander, s/n. Valladolid.  
CAMINOS, EDIFICIOS y OBRAS, S.A.— J. Lázaro Galdiano, 4. Madrid-16.  
CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.A.— Grijalba, 9. Madrid-6.  
CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE O.P. CENTRO BIBLIOGRAFICO.— Alfonso XII, 3. Madrid-7.  
CENTRO DE TRABAJOS TECNICOS, S.A.— Aribau, 185. Barcelona-21.  
COMEBA, S.L.— Apartado 408. Castellón de la Plana.  
DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.— Avda. de América, 24. Madrid-2.  
ELABORADOS METALICOS, S.A.— Apartado 553, La Coruña.  
ENTRECANALES Y TAVORA, S.A.— Biblioteca. Juan de Mena, 8. Madrid-14.  
FOMENTO DE OBRAS Y CONSTRUCCIONES, S.A.— Balmes, 36. Barcelona-7.  
FORJADOS DOMO.— Hermosilla, 64. Madrid-1.  
FREYSSINET, S.A.— General Perón, 24. Madrid-20.  
HEREDIA Y MORENO, S.A.— Princesa, 3. Madrid-3.  
HIDROELECTRICA DE CATALUÑA, S.A.— Archs, 10. Barcelona-2.  
HORMIGONES GERONA, S.A.— Lorenzana, 45. Gerona.  
IBERINSA.— Príncipe de Vergara, 43. Madrid-1.  
INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.— Portal de Gamarra, 46. Vitoria.  
INGENIERO JEFE DE LA SECCION DE PUENTES Y ESTRUCTURAS.— Ministerio de O.P. y Urbanismo. Dirección General de Carreteras. Madrid-3.  
INTECSA.— Orense, 70. Madrid-20.  
INTEMAC.— Monte Esquinza, 30. Madrid-4.  
JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA.— Príncipe de Vergara, 103. Madrid-6.  
LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES.— Alfonso XII, 3. Madrid-7.  
NUEVA MONTAÑA QUIJANO, S.A.— Fábrica de Forjas de Buelna. LOS CORRALES DE BUELNA (Santander).  
PACADAR, S.A.— Hermosilla, 57. Madrid-1.  
PRELOAD SISTEMAS, S.A.— Paseo de la Castellana, 140. Madrid-16  
PRENSOLAND, S.A.— Calle Industria, s/n. SAN MARTIN DE CENTELLAS (Barcelona).  
PRETENSADOS DEL LOURO, S.L.— Atios. PORRIÑO (Pontevedra).  
PROCEDIMIENTOS BARREDO.— Av. de América, 40. Madrid-2.  
PROMONAL.— Poeta Artola, 12. Valencia-21.  
S.A.E. BBR.— Polígono Industrial Barcelonés. Calle Carrero Blanco, s/n. ABRERA (Barcelona).  
S.A. ECHEVARRIA.— Apartado 46. Bilbao-8.  
TECNICAS DEL PRETENSADO, S.A. (TECPRESA).— Velázquez, 105. Madrid-6.  
TRENZAS Y CABLES DE ACERO, S.A.— Monturiol, 5. SANTA MARIA DE BARBARA (Barcelona).

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las empresas citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.

# *hormigón y acero*

*n.º 144*

3.º trimestre, 1982

## CUOTAS ANUALES

CATEGORIAS	ESPAÑA	EXTRANJERO
Miembros "Personales" (personas naturales) .....	2.000,— ptas.	40,— dólares
Miembros "Colectivos" (personas jurídicas) .....	5.000,— ptas.	100,— dólares
Miembros "Protectores" (personas naturales o jurídicas que deseen prestar una ayuda económica especial a la A.T.E.P.) .....	10.000,— ptas.	200,— dólares

Ni la Asociación ni el Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, se hacen responsables del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocinen su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

APARTADO 19.002 - COSTILLARES - CHAMARTIN - MADRID - 33

Depósito Legal: M-853-1958  
Imprime: ACOR, S.A.- M. Hernández, 50 - MADRID  
ISSN: 0439-5689

Comité de Redacción  
de la Revista  
Hormigón y Acero

ARENAS, Juan José  
AROCA, Ricardo  
BARREDO, Carlos  
CUVILLO, Ramón del  
CHUECA, Rafael  
ELICES, Manuel  
FERNANDEZ TROYANO, Leonardo  
FERNANDEZ VILLALTA, Manuel  
FISAC, Miguel  
JODAR, Juan  
JULIA, Manuel  
LLOMBART, José Antonio  
MANTEROLA, Francisco Javier  
MONEO, Mariano  
MORENO TORRES, Juan  
PIÑEIRO, Rafael  
ROMERO, Rafael  
SANCHEZ CASTRO, Carlos  
SANCHEZ GALVEZ, Vicente

# hormigón y acero

**n. 144**

*índice*

		<u>Pág.</u>
457-0-76	<b>Método aproximado para el cálculo de momentos torsores en los zunchos de borde de forjados reticulares .....</b> Une méthode approximative pour calculer les moments de torsion dans les frettes d'arête des planchers à nervures croisées. Tentative method for the computation of the torsional moment in the edge hoops for waffle-slab floors. <i>A. López, J. Marí, J. Navarro y A. Aguado.</i>	9
457-8-87	<b>La Instrucción EP-80 y su incidencia en las Memorias de Autorización de Uso y Fichas de Características Técnicas de los forjados de hormigón pretensado .....</b> L'Instruction EP-80 et leur incidence sur les mémoires d'autorisation d'usage et Fiches Techniques des planchers en béton précontraint. The EP-80 Standard and its influence on the Report on Utilisation Permit and Technical Characteristics Card for prestressed concrete floors. <i>H. Corres, R. Fernández y J. de Andrés Alvarez.</i>	19



591-5-24	<p><b>Evolución y problemática de los forjados de edificación en la región de Murcia.....</b></p> <p>Evolution et problèmes des hourdis de bâtiment dans la région murcienne.</p> <p>Development and problems of the building slabs floors in the Murcia región.</p> <p><i>M. Rodríguez Martín, J. Jódar, M. Soler y P. Navarro.</i></p>	25
591-2-163	<p><b>El pretensado en el canal de la margen derecha del postrasvase del Segura.....</b></p> <p>La précontrainte dans les travaux du canal de la rive droite dans le postrasvasement de la fleuve Segura.</p> <p>Prestressing work at the canal on the right bank of the Segura river water system.</p> <p><i>José Bautista.</i></p>	29
591-3-11	<p><b>Hormigón pretensado en tuberías: Normas, procedimientos de fabricación y realizaciones .....</b></p> <p>Le béton précontraint en tuyauterie: Normes, procédés de fabrication et réalisations.</p> <p>Prestressed concrete for pipes: Standards, manufacturing methods and practical applications.</p> <p><i>J. Naranjo.</i></p>	33
457-3-11	<p><b>Sobre la conveniencia de limitar, por consideraciones de ductilidad, la cuantía máxima de armaduras de flexión en vigas continuas de hormigón armado y pretensado .....</b></p> <p>A propos de la convenance de limiter, par des raisons de ductilité, le pourcentage maximal d'armatures à flexion dans les poutres continues en béton armé et précontraint.</p> <p>On the utility to restrict, for ductility reasons, the maximum bending reinforcement percentage for continuous beams in reinforced and prestressed concrete.</p> <p><i>Angel C. Aparicio.</i></p>	41
457-3-12	<p><b>Influencia de la fisuración oblicua debida a esfuerzo cortante en la determinación de la carga última de vigas continuas de hormigón armado .....</b></p> <p>L'influence de la fissuration oblique due à l'effort tranchant pour le calcul de la rupture des poutres continues en béton armé.</p> <p>The influence of skew cracking due to shear to determine the ultimate load in continuous beams of reinforced concrete.</p> <p><i>Angel C. Aparicio.</i></p>	83

		<u>Pág.</u>
457-2-21	<b>Influencia de los estados de autotensión en la seguridad frente a rotura por flexión de vigas continuas de hormigón armado y pretensado .....</b> L'influence des états d'autocontrainte, sur la sécurité face à la rupture par flexion des poutres continues en béton armé et précontraint. The influence of selfstress on security in relation to flexural failure in continuous beams of reinforced and prestressed concrete. <i>J.J. Arenas y Angel Aparicio.</i>	109
457-3-13	<b>Recientes avances en el análisis de estructuras de hormigón mediante las técnicas de elementos finitos .....</b> Avancements récents dans l'analyse des structures en béton au moyen des techniques d'éléments finis. Latest improvements in the analysis of concrete constructions by mean of finite elements techniques. <i>J. M<sup>o</sup> Sancho Aznal.</i>	125
628-0-49	<b>El tercer Simposio de la F.I.P. sobre corrosión bajo tensión en aceros para pretensado .....</b> Le troisième Symposium de la F.I.P. sur la corrosion sous contrainte dans les aciers de précontrainte. Third F.I.P. Simposium on stress corrosion of prestressing steels. <i>M. Ellices y V. Sánchez Gálvez.</i>	129
457-0-76	<b>Diagramas M - c, de secciones de hormigón pretensado, a partir de la fuerza de neutralización, Pn .....</b> Les Diagrammes M - c, pour les sections en béton précontraint, à partir de la force de neutralisation, Pn. M - c Diagrams for concrete sections based on neutralisation forces. <i>J. Murcia y A. Marí.</i>	139
457-8-88	<b>Expresiones analíticas para evaluar la fluencia y retracción, de acuerdo con la Instrucción EH-80 .....</b> Expressions analytiques pour évaluer le fluage et retrait conformément à l'Instruction EH - 80. Analytical expression to evaluate creep and shrinkage according to EH - 80 Standard. <i>F. del Pozo Vindel.</i>	149
Portada:	Reproducción del Cartel anunciador de la X <sup>a</sup> Asamblea, que obtuvo el primer premio en el Concurso al efecto celebrado. <i>Autor: D. Fernando de Retes Aparicio.</i>	

**RELACION DE EMPRESAS QUE EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO,  
FIGURAN INSCRITAS EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO,  
COMO "MIEMBROS COLECTIVOS"**

**ESPAÑA**

AGROMAN, S.A.— Madrid.  
ALBISA, S.A.— Algeciras (Cádiz).  
ARIDOS LIGEROS, S.A.— Madrid.  
AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.— Barcelona.  
AUXINI, S.A.— Madrid.  
AZMA, S.A.— Madrid.  
BIGUETES, S.L.— Elche (Alicante).  
BUTSEMS, S.A.— Madrid.  
CAMARA OFICIAL DE COMERCIO, INDUSTRIA Y NAVEGACION.— Barcelona.  
CASTRO HERMANOS, S.L.— Mislata (Valencia).  
CASTRO MATELO, V., S.A.— Sigüeiro (La Coruña).  
CATEDRA DE CONSTRUCCION II DE LA ESCUELA TECNICA DE INGENIEROS  
AGRONOMOS.— Córdoba.  
CEMENTOS MOLINS, S.A.— Sant Vicenc dels Horts (Barcelona).  
CENTRO DE ESTUDIOS CEAC.— Barcelona.  
CIMENTACIONES ESPECIALES, S.A.— Madrid.  
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS.— Madrid.  
COLEGIO DE INGENIEROS TECNICOS DE OBRAS PUBLICAS.— Madrid.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES.— La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.— Gerona.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE ARAGON. SECCION BIBLIOTECA.— Za-  
ragoza.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CANARIAS. DEPARTAMENTO LABORA-  
TORIOS. Sta. Cruz de Tenerife.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CATALUÑA.— Barcelona.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE MADRID, BIBLIOTECA.— Madrid.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.— Bilbao.  
COLEGIO OFICIAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.— Málaga.  
CONFEDERACION HIDROGRAFICA DEL GUADALQUIVIR. BIBLIOTECA.— Sevilla.  
CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.— Madrid.  
CONTROLEX.— Alicante.  
COTESA, COLOCACIONES TECNICAS, S.A.— Barcelona.  
CUBIERTAS M.Z.O.V., S.A.— Barcelona.  
CUBIERTAS M.Z.O.V., S.A.— Madrid.  
CUMBRE MODULAR, S.A.— Barcelona.  
DIRECCION DE INFRAESTRUCTURA DEL MANDO SUPERIOR DE APOYO LOGIS-  
TICO DEL EJERCITO. MINISTERIO DEL EJERCITO.— Madrid.  
DITECO, S.L.— Valencia.  
DIVISION DE PLANTEAMIENTO Y PROYECTOS. CENTRO DE ESTUDIO Y APOYO  
TECNICO.— Valladolid.  
ELABORADOS DE HORMIGON, S.A.— Burgos.

ELEMENTOS ESTRUCTURALES PREFABRICADOS (EEPSA).— Manresa (Barcelona).  
EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA (AUXINI).— Madrid.  
ENAGA, S.A.— Pozuelo de Alarcón (Madrid).  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA INDUSTRIAL.— Córdoba.  
ESTEBAN ORBEGOZO, S.A.— Zumárraga (Guipúzcoa).  
ESTUDIO PREST.— Barcelona.  
ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A.— Madrid.  
E.T.S. DE ARQUITECTURA.— Barcelona;  
E.T.S. DE ARQUITECTURA.— Sevilla.  
EUROESTUDIOS, S.A.— Madrid.  
FEDERACION NACIONAL DE ENTIDADES EMPRESARIALES DE DERIVADOS DEL  
CEMENTO (ANDECE).— Madrid.  
FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.— Madrid.  
FORJADOS DOL.— Esquivias (Toledo).  
FORJAS Y ALAMBRES DEL CADAGUA.— Erandio (Bilbao).  
GIJON E HIJOS, S.A.— Motril (Granada).  
GOMHERSA.— Talavera de la Reina (Toledo).  
HIDAQUE, S.A.— Granada.  
HORMIGONES GERONA, S.A.— Gerona.  
HORMYCER, S.L.— Madrid.  
HUARTE Y CIA, S.A.— Madrid.  
IBERDUERO, S.A.— Bilbao.  
IBERDUERO, S.A. (CENTRO DE DOCUMENTACION).— Bilbao.  
IBERTECNICA, S.A.— Madrid.  
IDASA, INGENIERIA DEL ATLANTICO, S.A.— La Coruña.  
INBADELCA, S.A.— Baracaldo (Vizcaya).  
INDUSTRIAS VEYGA, S.A.— Tarrasa (Barcelona).  
INFORMES Y PROYECTOS, S.A. (INYSA).— Madrid.  
INGENIERIA Y CONSTRUCCIONES SALA AMAT, S.A.— Barcelona.  
INSTITUTO NACIONAL DE EMPLEO Y PROMOCION SOCIAL. SECCION ASUNTOS  
GENERALES (SEAF-PPO).— Madrid.  
INSTITUTO NACIONAL DE REFORMA Y DESARROLLO AGRARIO.— Madrid.  
JULIAN ARUMI, S.L.— Vich (Barcelona).  
LA AUXILIAR DE LA CONSTRUCCION.— Sta. Cruz de Tenerife.  
LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.— Madrid.  
LABORATORIO GEOCISA. BIBLIOTECA.— Coslada (Madrid).  
LABORATORIO DE CARRETERAS Y GEOTECNIA JOSE LUIS ESCARIO.— Madrid.  
LAING IBERICA, S.A.— Madrid.  
LIBRERIA RUBIÑOS.— Madrid.  
LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).— Castellón de la Plana.  
MAHEMA, S.A.— Granollers (Barcelona).  
MATERIALES Y TUBOS BONNA, S.A.— Madrid.  
MECANOGUMBA, S.A.— Mollet del Vallés (Barcelona).  
NUEVA CERAMICA CAMPO.— Lendo-Laracha (La Coruña).  
OTEP INTERNACIONAL, S.A.— Madrid.  
POSTELECTRICA, S.A.— Palencia.  
POSTENSA, S.A.— Bilbao.  
PRAINSA.— Zaragoza.

PREBETONG CANARIA, S.A.— Sta. Cruz de Tenerife.  
 PREFABRICADOS ALAVESES, S.A. (PREASA).— Vitoria.  
 PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).— León.  
 PREFABRICADOS DEL HORMIGON, S.A. (CUPRE-SAPRE).— Valladolid.  
 PREFABRICADOS NAVARROS, S.A.— Olazagutia (Navarra).  
 PREFABRICADOS POUSA, S.A.— Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).  
 PREFLEX. COMPAÑIA LABORAL, S.A. Gijón (Oviedo).  
 PRETENSADOS AEDIUM, S.L.— Mutilva Baja (Navarra).  
 PREYPRESA.— Aranda de Duero (Burgos).  
 PRODUCTOS DERIVADOS DEL CEMENTO, S.A. HORTE.— Valladolid.  
 PROTEC, S.L.— Lugones (Oviedo).  
 REALIZACIONES Y ESTUDIOS DE INGENIERIA, S.A.— Pinto (Madrid).  
 RENFE (Madrid).  
 SAINCE.— Madrid.  
 S.E.A.T. (BIBLIOTECA).— Barcelona.  
 SENER, S.A.— Las Arenas (Vizcaya).  
 SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.— Barcelona.  
 SERVICIO TERRITORIAL DE CARRETERAS.— Gerona.  
 SIKA, S.A.— Madrid.  
 SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.— Madrid.  
 SOCIEDAD ANONIMA FERROVIAL.— Madrid.  
 SOCIEDAD ANONIMA MATERIALES Y OBRAS.— Valencia.  
 SPANDECK CATALANA, S.A.— Barcelona.  
 SUBDIRECCION GENERAL DE EDIFICACION. SECCION DE NORMATIVA (MOPU).—  
 Madrid.  
 SUBDIRECCION GENERAL DE ESTUDIOS ECONOMICOS Y TECNOLOGIA (MOPU).—  
 Madrid.  
 TEJERIAS "LA COVADONGA".— Muriedas de Camargo (Santander).  
 TEPESA.— Tarrasa (Barcelona).  
 TOSAM, S.L.— Segovia.  
 TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPSA).— Madrid.  
 TUBOS BORONDO.— Madrid.  
 UNIVERSIDAD POLITECNICA. HEMEROTECA.— Valencia.  
 VALLEHERMOSO, S.A.— Madrid.  
 VALLEHERMOSO, S.A.— San Juan de Aznalfarache (Sevilla).  
 VIAS Y OBRAS PROVINCIALES.— San Sebastián.  
 VIGAS REMARRO.— Motril (Granada).  
 VIGUETAS ASTURIAS, S.A.— Oviedo.

## EXTRANJERO

ASOCIACION DE FABRICANTES DE CEMENTO PORTLAND DEL URUGUAY.—  
 Montevideo (Uruguay).  
 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND.— Sao Paulo (Brasil).  
 BIBLIOTECA DE LA FACULTAD DE INGENIERIA. UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
 Buenos Aires (Argentina).

BIBLIOTECA DE INGENIERIA. UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU.— Lima (Perú).  
BIBLIOTECA UNIVERSIDAD CATOLICA.— Quito (Ecuador)  
CEPIC, S.C.— Córdoba (Argentina).  
CONSULAR. CONSULTORES ARGENTINOS ASOCIADOS.— Buenos Aires (Argentina).  
CONSULBAIRES.— Buenos Aires (Argentina).  
COPERCO.— Mendoza (Argentina).  
FACULTAD DE ARQUITECTURA. UNIVERSIDAD DE VALPARAISO.— Valparaíso (Chile).  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS E INGENIERIA.— Rosario (Argentina).  
FACULTAD DE INGENIERIA. BIBLIOTECA.— Caracas (Venezuela).  
INSTITUTO NACIONAL DE TECNOLOGIA. CENTRO DE INVESTIGACION DOCUMENTARIA.— Buenos Aires (Argentina).  
INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLOGICAS. BIBLIOTECA CENTRAL. Sao Paulo (Brasil).  
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.— Luanda (Rep. P. de Angola).  
MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS. DIRECCION DE VIALIDAD. DIVISION BIBLIOTECA Y PUBLICACIONES.— La Plata. Provincia de Buenos Aires (Argentina).  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE. DIRECCION DE BIBLIOTECAS.— Santiago (Chile).  
SOCIEDAD HORMIGON ARMADO PRETENSADO (S.H.A.P., S.A.).— Pilar. Provincia de Buenos Aires (Argentina).  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES. FACULTAD DE INGENIERIA.— Mérida (Venezuela).  
UNIVERSIDAD CATOLICA MADRE Y MAESTRA.— Santiago de los Caballeros (República Dominicana).  
UNIVERSIDAD CATOLICA VALPARAISO. BIBLIOTECA CENTRAL. DEPARTAMENTO ADMINISTRATIVO. Valparaíso (Chile).  
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO. BIBLIOTECA.— Mayaguez (Puerto Rico).  
UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTAMARIA.— Valparaíso (Chile).

#### AVISO IMPORTANTE

#### DISCUSION DE LOS ARTICULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA "HORMIGON Y ACERO"

Todos los artículos originales que se publican en "Hormigón y Acero", quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002, Madrid-33, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestando todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.



## Método aproximado para el cálculo de momentos torsores en los zunchos de borde de forjados reticulares

Por Angel López, Alumno 5<sup>o</sup> Curso  
Joaquín Martí, Alumno 5<sup>o</sup> Curso  
Joaquín Navarro, Alumno 5<sup>o</sup> Curso  
Antonio Aguado, Dr. Ingeniero de Caminos  
Cátedra de Hormigón Armado y Pretensado  
E.T.S. Ingenieros Caminos, Canales y Puertos  
Universidad Politécnica de Barcelona

### INTRODUCCION

Se recogen los primeros resultados obtenidos en la investigación que, sobre Momentos Torsores en los zunchos de borde de forjados reticulares, han realizado los autores de esta comunicación, bajo la dirección de D. Antonio Aguado. Para la realización de la misma se ha contado, durante el curso 1980-81, con una ayuda para trabajos en equipos, concedida por el Instituto Nacional de Asistencia y Promoción del Estudiante.

En esta etapa, se han analizado distintos parámetros que influyen en el valor del momento torsor en los zunchos, tratando de cuantificar esta influencia; una vez establecida, se propone, para forjado de espesor constante, un método aproximado de cálculo, cuyos resultados son de una gran precisión con respecto a los obtenidos por métodos exactos, a igualdad de hipótesis.

Asimismo, se presenta un ejemplo de aplicación numérica del método, que utilizaremos, al mismo tiempo, para comparar con los resultados obtenidos por otros métodos, entre ellos, el expuesto en la Norma Tecnológica NTE-EHR. La bondad de los resultados indica que el método propuesto puede emplearse satisfactoriamente en el proyecto. Ello nos animó a programar una segunda etapa de investigación, etapa que está ahora en curso.



## MODELO DE FORJADO UTILIZADO

Los forjados utilizados en el modelo, tienen forma asimilable a la rectangular, y en ellos existen pilares en los bordes y zunchos de borde que unen estos pilares. En la figura 1 se presenta un esquema del modelo de forjado utilizado.

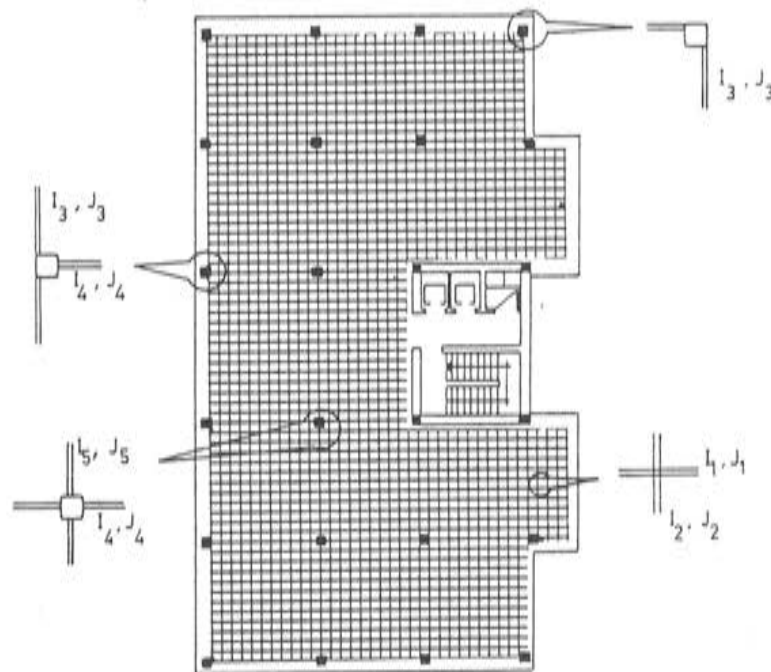


Fig. 1.

El estudio del forjado se ha hecho simulando el mismo por medio de un emparrillado plano, en el que se han considerado las hipótesis siguientes:

- Cada nervio del forjado ha sido representado por una barra del emparrillado.
- Los macizados se han discretizado por una retícula de barras, en prolongación de las que hasta él llegaban.
- Cada barra del emparrillado tiene, las rigideces a flexión y torsión, en función del elemento del forjado que representa. Así, las barras que simulan el macizado, tienen diferentes rigideces que las de los zunchos o las de los nervios.
- La unión entre el forjado y los pilares, se ha supuesto como un empotramiento, tanto a flexión como a torsión. Esta hipótesis da mayores esfuerzos aún cuando dé menores deformaciones; lo cual nos deja, para el caso de los esfuerzos torsores en los zunchos, del lado de la seguridad.
- No se ha considerado la influencia de la deformación debido a esfuerzo cortante.

El modelo resulta de aplicación válida para forjados compuestos de elementos rectangulares, p.e.: Geometría en planta en forma de L. Sin embargo, no se han tenido en cuenta, en esta fase de estudio, la existencia de huecos.

## PARAMETROS QUE INFLUYEN EN LA TORSION DE LOS ZUNCHOS

Diversos son los parámetros que pueden influir en el valor de los esfuerzos torsores que actúan sobre el zuncho de borde. Entre ellos se pueden citar: Tipo de acciones, distancia entre pilares en la dirección del zuncho y perpendicular a ella, número de pilares en ambas direcciones, longitud del macizado, espesor del forjado, distancia entre nervios, etc.

El análisis cuantitativo de los parámetros antes citados, se ha hecho a través de una casuística, obtenida con ordenador, por medio de un programa de emparrillado plano. De los resultados obtenidos se pueden hacer los siguientes comentarios:

- Para el cálculo del zuncho, se toma una carga repartida de igual valor en todo el forjado, la cual influye directamente proporcional en la torsión del zuncho. No se contemplan casos de alternancia de cargas.
- El valor del momento torsor es directamente proporcional a la distancia media entre pilares en la dirección del zuncho, así como al cuadrado de la separación máxima entre pilares en la dirección ortogonal. Esta separación máxima se elegirá entre los cinco vanos más cercanos al zuncho; ya que longitudes mayores pero más alejadas, tienen una influencia muy pequeña.
- En función de la razón entre el número de tramos en las direcciones perpendicular y paralela al nervio, se ha obtenido una ley doble exponencial de variación del momento torsor.

Para simplificar su empleo, se ha propuesto la utilización de un diagrama pentalinear, que se ajusta con gran precisión a la curva obtenida.

Hay que hacer resaltar que el momento torsor máximo en un determinado zuncho, depende de la razón entre el número de tramos y no del valor de éste. Así, un forjado con cuatro pilares en una dirección y seis en otra, tendrá el mismo valor máximo que uno de dos y tres, siempre que el resto de las características de ambos forjados sean idénticas.

- La influencia del valor de la separación entre nervios, para el cálculo del torsor en los zunchos de borde, es pequeña, pudiendo considerarse despreciable, dentro de los valores usuales que toma dicha separación. El canto del forjado influye en el valor del momento torsor en los zunchos; si bien en este estudio no lo hemos tenido en cuenta. Esto se ha debido a que el método de cálculo, que posteriormente se expone, da los momentos para un forjado de canto 0,35; mientras que para cantos menores, los momentos que se obtienen serán mayores que los reales y, por tanto, del lado de la seguridad.

## METODO DE CALCULO

Para calcular el valor del momento torsor en un punto cualquiera del zuncho de borde de un forjado reticular, calcularemos en primer lugar el torsor junto a los pilares.

El proceso de cálculo se rige por la siguiente secuencia:

En primer lugar, se calcula el momento torsor en un forjado equivalente. Este cálculo cumple las siguientes premisas:

- a) La separación entre pilares, en las direcciones del zuncho y su ortogonal, tiene el mismo valor.
- b) El punto en que se efectúa el cálculo dentro de este forjado equivalente, guarda la misma posición relativa, frente al conjunto, que en el forjado real.

- c) Los valores de cálculo de la carga son los reales.
- d) El valor de la separación entre pilares en el forjado equivalente es el correspondiente al de la distancia entre pilares, en la dirección perpendicular al zuncho en estudio, en el forjado real.

Una vez calculado el momento torsor en el forjado equivalente, se impone una corrección, si procede, según los valores reales de la separación entre pilares.

Finalmente, se ha de aplicar un factor corrector al valor del momento torsor, para tener en cuenta el número de pilares en cada dirección.

Veamos como llevar a la práctica cada una de estas etapas del cálculo.

### Cálculo del momento torsor en el forjado equivalente

Este forjado equivalente es de forma cuadrada. La expresión que se ha obtenido para el valor del momento torsor en el zuncho, para forjado cuadrados, es

$$M_c = \frac{K}{100} \cdot p l^3 \quad (1)$$

donde:

- $M_c$  = momento torsor en un determinado tramo del zuncho, junto a un pilar.
- $p$  = carga por unidad de superficie que actúa sobre el forjado.
- $l$  = separación entre pilares, en la dirección perpendicular al zuncho, en el forjado real.
- $k$  = parámetro adimensional función del punto en que se calcula el momento.

En esta fórmula se ha de entrar con unidades homogéneas.

Por convenio, tomaremos la siguiente nomenclatura para los torsos positivos y negativos:

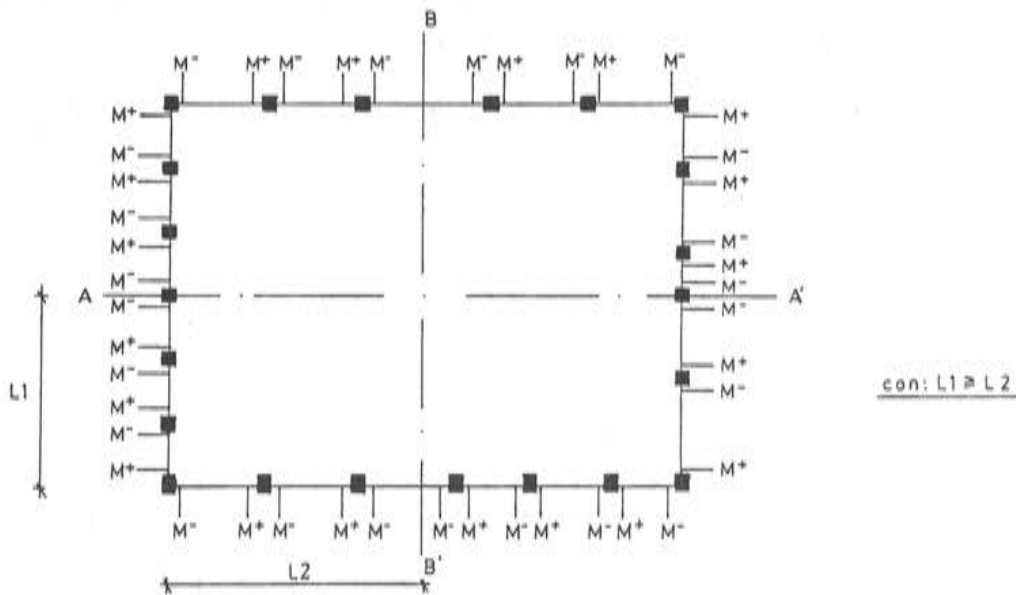


Fig. 2.

donde las rectas A A' y B B' cortan a los zunchos en su punto medio.

Con ello tendremos:

$$M_c^+ = \frac{K^+}{100} p l^3 \quad (2)$$

$$M_c^- = \frac{K^-}{100} p l^3 \quad (3)$$

Los valores que toma el parámetro K, son función de la posición, en el forjado, del pilar junto al que estamos realizando el cálculo. Estos valores de K, para los momentos torsores positivos y negativos, son, respectivamente:

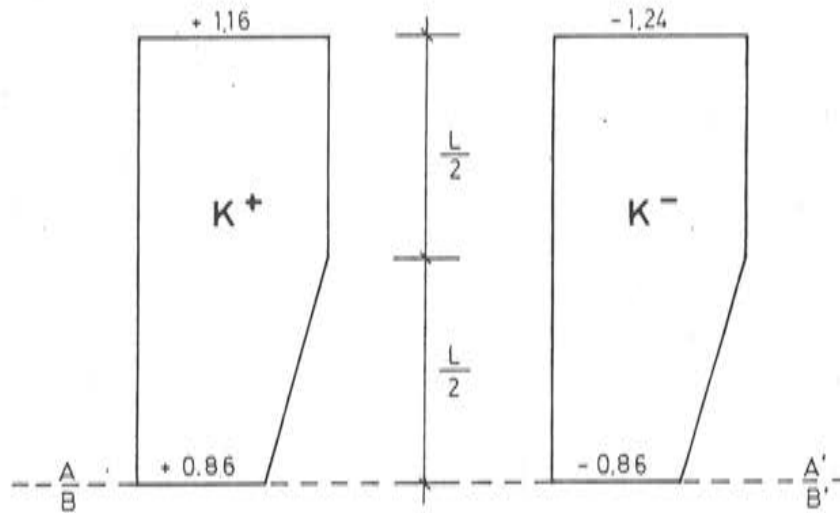


Fig. 3.

donde A A' es la línea que pasa por el punto medio del zuncho y L su semilongitud. Para las zonas próximas a las esquinas, el valor de K tiene una pequeña disminución, que por simplicidad no se considera.

#### Corrección en función de la separación real entre los pilares

El momento  $M_c$  es el que corresponde a un forjado que tenga igual separación entre pilares en ambas direcciones. De no verificarse esto en el forjado que se quiere calcular, se habrá de efectuar la corrección:

$$M_o = M_c \cdot \frac{b}{a} \cdot 1,45 \quad (4)$$

donde:

- $M_c$ : es el momento calculado en la etapa anterior;
- b: es la separación entre pilares, en la dirección del zuncho que se va a calcular;
- a: es la separación entre pilares, en la dirección ortogonal al zuncho.

Podemos poner:

$$M_o^+ = \frac{K^+}{100} p l^3 \cdot \frac{b}{a} \cdot 1,45 \quad (5)$$

$$M_o^- = \frac{K^-}{100} p l^3 \cdot \frac{b}{a} \cdot 1,45 \quad (6)$$

Esta corrección se hará para  $b/a \geq 1,20$ .

#### Corrección en función de los lados del forjado

Si el forjado tiene el mismo número de pilares en ambas direcciones, el valor del momento es el  $M_o$  calculado en el paso anterior, o el  $M_c$ , según el caso. Cuando esto no suceda, utilizaremos el gráfico 4 para hacer la consiguiente corrección.



Fig. 4.

En este gráfico:

- $M_t$  es el momento torsor que se va a calcular;
- $M_o^*$  es el momento  $M_c$  o  $M_o$ , según el caso;
- $n$  es un parámetro dependiente de la forma del forjado real, pudiéndose expresar como:

$$n = \frac{n_1}{n_2}$$

siendo  $n_1$  y  $n_2$  el número de pilares menos uno, en cada dirección.

Con estos tres pasos que aquí se detallan, se puede calcular el momento torsor en una sección del zuncho junto a un pilar.

#### Cálculo del momento torsor en una sección cualquiera

Para poder conocer el valor del momento torsor en una sección del zuncho entre dos pilares, se parte del momento torsor de las secciones junto a estos pilares y se utiliza la ley

de momentos torsores descrita en la fig. 5. Es decir, para calcular el momento en un punto P, necesitamos calcular previamente los momentos  $M_1$  y  $M_2$ , siguiendo la secuencia marcada por los tres pasos anteriores. Hay que tener presente el caso en que  $M_1$  y  $M_2$  tengan el mismo signo. (Fig. 6). En estas figuras, las pendientes de las rectas OB y OC son iguales.

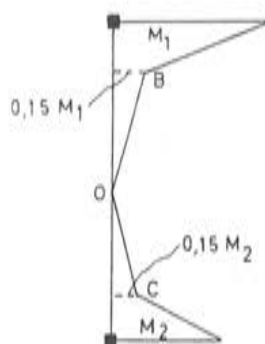


Fig. 6.

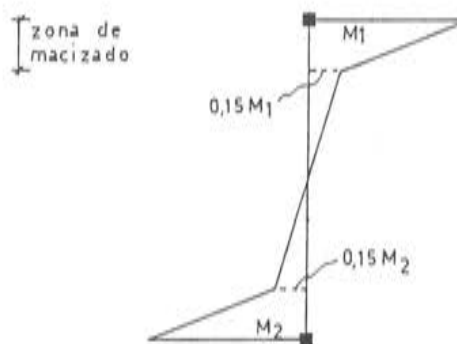


Fig. 5.

Usualmente, el caso expresado en la figura 6 coincide con el tramo medio del forjado, y  $M_1$  y  $M_2$  pueden llegar a ser iguales; con lo que el punto O coincidiría con el centro del tramo.

Para el dimensionamiento de la armadura necesaria para absorber los momentos torsores en los zunchos, se toma como momento de cálculo,  $0,15 Mt$ , siendo  $Mt$  el mayor de los torsores que actúa junto a los pilares que une el zuncho. Estos valores se deducen de las leyes de esfuerzos torsores expuestos en las figuras 5 y 6. Por otro lado, por equilibrio del nudo formado por el forjado y los pilares, el dimensionamiento de la armadura en los zunchos se podría referir al momento flector que actúa en la dirección perpendicular.

## EJEMPLO

Sea el forjado de la figura 7, en el que actúa una carga de  $950 \text{ kp/cm}^2$ , con un espesor de 35 cm., y una separación entre pilares de 4,8 m, según el eje x, y de 7,2, según el eje y.

A continuación, se calculan los momentos torsores que actúan en las secciones adyacentes a los pilares 2 y 8, (véase fig. 7). En primer lugar, se determinan los momentos torsores en el forjado equivalente, de acuerdo con las fórmulas 2 y 3, en el que se toman los valores de  $K$  ( $K = -1,05$  y  $K = 0,86$ ), respectivamente. Puesto que  $b/a \geq 1,2$ , hay que hacer la corrección en función de la separación real entre los pilares, empleando las fórmulas 5 y 6, para, finalmente, hacer la corrección en función de los lados del forjado, según la fig. 4. Los resultados que se obtienen en cada una de estas etapas, se presentan en el cuadro núm. 1.

Asímismo, en este cuadro se muestra el resultado obtenido por medio de un cálculo con un emparillado plano de las características descritas anteriormente. Estos resultados muestran la buena precisión del método propuesto que, para el ejemplo desarrollado, da unos errores del 2,8 por 100 y del 1 por 100, con respecto a la solución dada por el emparillado.

En el dimensionamiento, trabajaríamos con porcentajes del 15 por 100 del valor máximo de los torsores en cada vano; lo cual conduce a cuantías de armadura notablemente in-

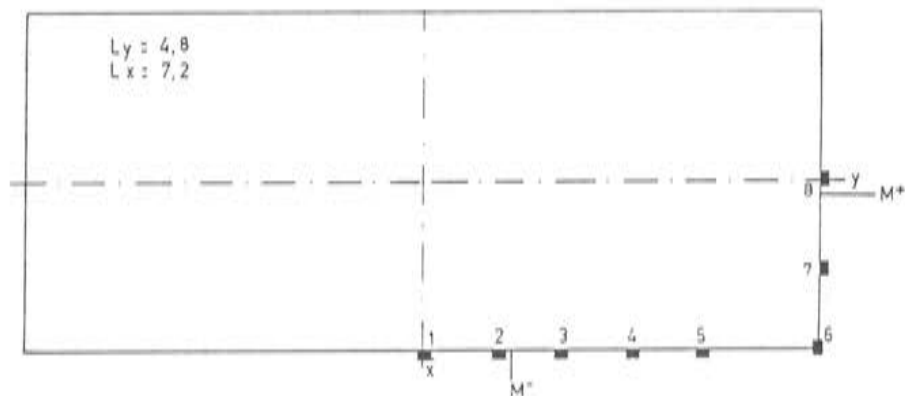


Fig. 7.

feriores a los valores descritos en la Norma Tecnológica NTE-EHR (3) (Porcentajes de hasta 50 por 100 menores). Ahora bien, hay que tener presente en estos resultados, el campo de aplicación de cada uno de éstos métodos.

No obstante, cabe señalar, a la luz de los resultados obtenidos durante la investigación citada en la introducción, que las cuantías dadas en la NTE-EHR para los zunchos de borde son superiores a las necesarias.

## CONCLUSIONES

En el estudio expuesto se han analizado diversos factores que influyen en el valor del momento torsor de los zunchos de borde de forjados reticulados. Se ha comprobado que, algunos de ellos, como la carga uniforme que actúa, la distancia entre pilares, y las dimensiones del forjado (geometría en planta del mismo), influyen en gran medida; mientras que para otros factores, tales como la distancia entre nervios y la longitud del macizado, puede considerarse despreciable su influencia, para los valores que de los mismos se toman usualmente en edificación.

El método aproximado que se presenta, tiene una buena precisión con respecto a "métodos exactos", al mismo tiempo que permite obtener, de manera sencilla, el momento torsor en todos los puntos del zuncho perimetral, sin necesitar de otros resultados obtenidos anteriormente en el cálculo de la estructura. Por otra parte, cabe destacar que los resultados obtenidos en esta etapa de la investigación, indican que la cuantía de armadura propuesta por la Norma Tecnológica NTE-EHR, resulta superior a la necesaria.

En la fase segunda, actualmente en curso, de esta investigación, se están considerando otra serie de parámetros que influyen en el valor del momento torsor (p. ej.; existencia de huecos, otras geometrías de los forjados en planta, etc.) con objeto de establecer, cara al proyectista, una herramienta simple, y al mismo tiempo precisa, de cálculo. En este sentido, los resultados se presentarán, según este método aproximado, de forma tabulada, para los cantos y cargas más usuales en estructuras de edificación.

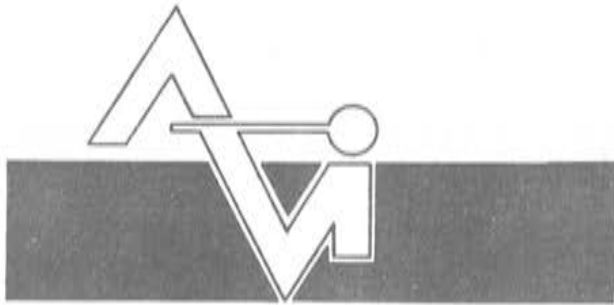


Cuadro 1

Determinación del Momento Torsor	Sec. Adyacente SOPORTE 2 (Kp x m)	Sec. Adyacente SOPORTE 8 (Kp x m)
Momento torsor en el forjado equivalente, $M_e$	- 1.103 K = 1,05	3.049 K = 0,86
Corrección por la geometría en planta ( $b/a \geq 1,2$ )	- 2.399	3.947
Corrección en función de los lados del forjado	- 1.999	2.456
Momento torsor según un cálculo mediante emparrillado plano	- 1.944	2.482

## BIBLIOGRAFIA

1. A.C.I. Reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado (A.C.I. 318-77) y Comentarios. Ed. Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, A.C. México 1979.
2. G. MONTOYA, P., G. MESEGUER, A. y MORAN, P. "Hormigón Armado". 8ª Edición. Ed. Gustavo Gili. Barcelona, 1978.
3. NORMA NTE-EHR/1973. "Estructuras de Hormigón Armado: Forjados Reticulares". (Conclusión). Orden Ministerial del 22 de noviembre de 1973.
4. SHTAERMAN, IVIANSKY. "Entrepisos sin vigas". Ed. Interciencia, Montevideo, 1960.



PREFABRICACION LIGERA Y PESADA

**ALVISA**

PREFABRICADOS ALBAJAR

**PUENTES - NAVES INDUSTRIALES - FORJADOS  
BOVEDILLAS - LADRILLOS - TEJAS - TUBOS DRENAJE**



**HUESCA:**

Oficina Comercial y Fábrica: P.º Lucas Mallada, s/n - Teléfono 22 39 00 - HUESCA

Oficina y Fábrica: Ctra. de Lérida, s/n - Teléfono 40 07 80 - MONZON

Oficina y Fábrica: Ctra. de Huesca - Teléfono 39 00 41 - GRAÑEN

**MADRID**

Oficina Comercial: Orense, 10, 1.º - Teléfonos 455 05 35 - 6 - 7 - MADRID-10

Oficina y Fábrica: Ctra. Torrejón a Loeches, Km 4,200 - Teléfonos 675 04 50 - 4- 8 -  
TORREJON DE ARDOZ

Oficinas y Fábrica: Ctra. de Toledo, Km 7,300 - Teléfono 688 27 72 - LEGANES

**ZARAGOZA**

Oficina Comercial: P.º de la Constitución, 31 - Teléfonos 23 75 02 - 3 - ZARAGOZA-1

# La Instrucción EP-80 y su incidencia en las memorias de autorización de uso de forjados de hormigón pretensado

Hugo Corres Peiretti  
Ingeniero de Caminos C. y Puertos  
Rafael Fernández Sánchez  
Ingeniero de Caminos C. y Puertos  
Julio de Andrés Álvarez  
Ingeniero Técnico de O. Públicas

## RESUMEN

En este trabajo se presentan, en forma sistemática, las diferencias entre las antiguas memorias de uso y las que se deberán realizar, en adelante, después de la entreda en vigor de la EP-80. Asimismo, se describen algunos de los problemas que conlleva la aplicación de la nueva Instrucción para la redacción de las nuevas memorias de uso.

## INTRODUCCION

La memoria de autorización de uso constituye un documento de información sobre las características resistentes de un forjado, y una herramienta para el proyecto. Es evidente que no resulta inmediato para el usuario la determinación de los valores necesarios para el proyecto de un forjado pretensado y, en general, utiliza los que se dan en la memoria correspondiente.

En las memorias de autorización de uso vigente se pueden observar disparidades de criterios en los valores resistentes que figuran y, algunas veces, importantes errores conceptuales y de cálculo,

Esta situación, puede ser justificable si se piensa que, hasta 1977, no existía una Instrucción para elementos de hormigón pretensado, y que los criterios aplicados antes de esta fecha estaban basados en otras Instrucciones extranjeras o en criterios experimentales. La nueva EP-80, con pocas diferencias respecto a la EP-77, y la obligatoriedad de su cumplimiento, ofrecen por primera vez un encuadramiento normativo que sin duda conducirá a una homogeneización de los criterios para la preparación de las memorias y servirá de referencia para arbitrar diferencias.

Sin embargo, es necesario tener en cuenta que la obtención de las nuevas memorias, cumpliendo con la EP-80, planteará importantes cambios.

En primer lugar, será necesario un replanteo de las memorias vigentes, tanto en lo relativo a la información que deban contener como en la forma de obtenerla, especialmente en lo referido a flexión. Próximamente, el MOPU publicará los modelos de las nuevas fichas técnicas que deben presentarse para describir los elementos resistentes de los forjados.

El usuario, por otra parte, deberá tener en cuenta las nuevas comprobaciones en estado límite de servicio previstas por la Instrucción y, por lo tanto, deberá cambiar también la forma de utilización de la información contenida en la memoria.

A los efectos de proceder ordenadamente al repaso de la incidencia de la nueva Instrucción, se han considerado tres apartados: uno para flexión, otro para cortante y, por último, otro relativo a deformaciones; abarcando de esta forma toda la información contenida en las memorias.

## FLEXION

En el cuadro 1 se muestra, en forma comparativa, la información contenida en las memorias de autorización de uso vigentes y la que deberán contener las nuevas memorias, en lo relativo a flexión.

En las memorias de autorización de uso hasta ahora vigentes, para cada tipo de forjado definido por una vigueta, canto e intereje, sólo se define un valor de momento:  $M_{servicio}$  o  $M_{útil}$ .

El concepto de  $M_{útil}$  podría estar relacionado a valores experimentales (Sello CIETAN).

$$M_{útil} \leq M_{rotura} / 1,8$$

$$M_{útil} \geq M_{servicio} \text{ (criterio de fisuración)}$$

Desde la aparición de la EP-77, prosperó la utilización del  $M_{servicio}$ , que se define como el momento resistente en el estado límite último obtenido con valores determinados de  $\gamma_c$ ,  $\gamma_s$  y  $\gamma_r$ .

En la EP-80 se definen claramente dos tipos de comprobaciones, correspondientes a estados límites de servicio y último, respectivamente.

En estado límite de servicio, se deben efectuar las siguientes comprobaciones:

### Clase I. ESTADO LIMITE DE DESCOMPRESION

$$M \leq M_I$$

$M$  es el valor característico del momento solicitante.

### Clase II. ESTADO LIMITE DE APARICION DE FISURAS

$$M \leq M_{II}$$

$$M_{cp} + \% M_{sc} \leq M_I$$

$M_{cp}$  es el valor característico del momento producido por las cargas permanentes.  
 $\% M_{sc}$  es el valor característico del momento producido por las sobrecargas más frecuentes.

### Clase III. ESTADO LIMITE DE FISURACION CONTROLADA

$$M \ll M_{III}$$

$$M_{ep} \ll M_I$$

Asimismo, siempre se debe comprobar el estado límite último:

$$M \ll M_D / \gamma_f$$

El fabricante, que en principio no conoce cómo será utilizado su forjado, debe dar todos los datos que figuran en el cuadro 1 para posibilitar el proyecto.

La determinación de estos valores presenta algunas particularidades, que se discuten a continuación.

A los efectos de hacer más comprensibles los problemas que se describen, haremos referencia al ejemplo de la tabla 1, que corresponde a una vigueta autorresistente.

Respecto a los estados límites de servicio, es necesario prestar atención a dos problemas, fundamentalmente.

En primer lugar, los momentos correspondientes a los distintos estados límite de servicio se obtienen a partir del valor característico de la fuerza de pretensado  $P_k$  (clase I y II) o a partir del estado de neutralización (clase III).

En ambos casos, se deben calcular las pérdidas instantáneas y diferidas. Respecto a las primeras, el fabricante conoce las condiciones de fabricación que determinan los parámetros necesarios para su cálculo. Respecto a las segundas, el fabricante puede evaluar, adecuadamente, la pérdida por relajación del acero; pero debe establecer las condiciones más frecuentes de uso, para definir las pérdidas debidas a fluencia y retracción.

Es necesario tener en cuenta, además, que las pérdidas diferidas se calculan a partir del estado tensional producido por el pretensado más las cargas permanentes; y el efecto producido por estas últimas dependerá de la longitud de las viguetas.

En el ejemplo de la tabla 1, puede observarse cómo a medida que aumenta la luz aumentan, asimismo, los valores de los momentos correspondientes a los estados de servicio. Puede observarse también que esta variación, para el ejemplo mostrado, no es demasiado importante; y que es máxima, y representa un 10% aproximadamente, para los momentos correspondientes al estado límite de descompresión.

Realmente, resulta en principio difícil establecer un criterio general que permita saber cuándo este fenómeno es realmente importante, de forma que justifique definir valores de momentos para distintas luces.

Parece lógico considerar, para los cálculos, un valor de luz frecuente comprobando que las variaciones que se produzcan se encuentran siempre dentro de unos límites aceptables.

El segundo problema que hay que considerar, se refiere a que la comprobación del estado límite último puede condicionar el proyecto en ciertas clases. En el ejemplo de la tabla 1, se puede observar cómo  $M_{III, 0,1}$  y  $M_{III, 0,2}$  son siempre mayores que  $M_D/1,6$ , o  $M_D/1,5$ ; y, por lo tanto, no se podría proyectar el forjado en clase III.

Este problema, que resulta frecuente para viguetas autorresistentes, puede no producirse para el caso de viguetas semirresistentes, ya que en éstas los estados de servicio y último corresponden a la sección del forjado y no de la vigueta.

De cualquier forma, en el caso de que esta condición se cumpla deberá ponerse como valor de momento del estado límite de servicio correspondiente el  $M_D / \gamma_f$ , especificando claramente el  $\gamma_f$  adoptado.

Respecto al momento correspondiente al estado límite último, pueden hacerse, fundamentalmente, dos puntualizaciones.

El valor  $M_D$  contenido en las memorias de autorización de uso deberá ser calculado con valores de  $\gamma_c$  y  $\gamma_s$  determinados, que deben figurar claramente en la memoria. Para la comprobación del estado límite último, el usuario, si considera aceptables los coeficientes de minoración de materiales de la memoria, podrá entonces utilizar el  $M_D$  con el  $\gamma_f$  que elija. En caso contrario, debe calcular un nuevo valor  $M_D$  con los  $\gamma_c$  y  $\gamma_s$  adecuados.

Igual que para el cálculo de  $M_{III}$ ,  $M_D$  se obtiene a partir del estado de neutralización y, por lo tanto, también dependerá de la luz.

Debido a que los forjados constituyen secciones con cuantías de armadura pequeñas, inferiores a la crítica,  $M_D$  resulta, en general, independiente de la luz tal como se muestra en la tabla 1. Para secciones con armadura próxima a la crítica, este efecto debe evaluarse para que pueda ser considerado si fuese necesario.

Quizá la principal diferencia que se presentará en las nuevas memorias, es la falta de protagonismo de  $M_D$ . Según los criterios establecidos en la EP-80, el proyecto se realiza en función de los estados límites de servicio, como resulta, en general, para piezas pretendidas; y  $M_D$  sólo sirve para tener una idea del  $\gamma_f$  existente en cada caso.

## CORTANTE

Respecto al cortante, las variaciones casi no existen y son más bien de matices (cuadro 2).

Tal como para la flexión, en las memorias de autorización de uso hasta ahora vigentes la información correspondiente al cortante es el  $Q_{\text{últ}}$ , que podría tener carácter experimental, o bien, luego de la aparición de la EP-77, el  $Q_{\text{servicio}}$ .

Las nuevas memorias deben presentar el valor del cortante correspondiente al estado límite último,  $Q_D$ , obtenido con los mismos valores de  $\gamma_c$  y  $\gamma_s$  utilizados para el cálculo de  $M_D$ .

En este caso, puede ser conveniente comentar dos puntos, referidos a la EP-80 más que a las memorias de autorización de uso.

El cortante máximo de los forjados se produce en apoyos, zona de transmisión para la vigueta de hormigón pretensado y, por lo tanto, susceptible de ser tratada como una sección de hormigón armado.

El cálculo de la capacidad resistente a cortante, sin armaduras transversales, para semi-viguetas puede dar valores diferentes según se siga la EP-80 o la EH-80.

EH-80	EP-80
$0,5 \cdot \xi \cdot (1 + 50 \rho_1) \cdot f_{cv} \cdot b_w \cdot d$	$2 \cdot \psi \cdot f_{cv} \cdot b_w \cdot d$
$\xi = (1,6 - d)$	$\psi = 0,5 + 33 \rho_0 \geq 1$

Otro tema de importancia que no se trata adecuadamente en la EP-80 es el rasante. En vez de fijar valores límites según condiciones de rugosidad, como hacen algunas normas

Cuadro 1

Memorias hasta ahora vigentes	$M_{servicio}$ o $M_{útil}$				
Nuevas memorias s/EP - 80	ESTADO LIMITE SERVICIO				ESTADO LIMITE ULTIMO
	I	II	III		$\gamma_c, \gamma_s, \gamma_f$ definidos $M_D$
	$M_I$	$M_{II}$	$W \leq 0,1$ $M_{III 0,1}$	$W \leq 0,2$ $M_{III 0,2}$	

Tabla 1  
Valores de momentos, correspondientes a una vigueta autorresistente

ESTADOS LIMITES DE SERVICIO					ESTADO LIMITE ULTIMO
L	$M_I$	$M_{II}$	$M_{III}$		$M_D$ $\gamma_c = 1,4, \gamma_s = 1,1$
			$W \leq 0,1$	$W < 0,2$	
3,0	0,80	0,96	1,37	1,52	2,85
4,0	0,82	0,98	1,38	1,53	2,85
5,0	0,86	1,02	1,41	1,56	2,85
6,0	0,89	1,05	1,41	1,56	2,85

Cuadro 2

Memorias hasta ahora vigentes	$Q_{útil}$
Nuevas memorias s/EP - 80	ESTADO LIMITE ULTIMO $Q_D$

Cuadro 3

Memorias hasta ahora vigentes	MODULO DE FLECHA $EI$	
Nuevas memorias s/EP - 80 (recomendable)	ZONA A NO FISURADA $\chi = M/EI$	ZONA B-C FISURADA DIAGRAMA $M - \chi$



extranjerías, se limita a decir que hay que justificar mediante ensayos del forjado dicha adherencia. Esta solución, al no especificarse el ensayo, puede conducir a situaciones peligrosas.

## DEFORMACIONES

El cálculo de deformaciones constituye un problema complicado de tratar exhaustivamente, pero constituye una de las principales causas en la patología de forjados (cuadro 3).

El módulo de flecha experimental representa, sin duda, un valor útil para obtener una referencia de la deformación del forjado para un modelo de viga simplemente apoyada. Efectivamente, el módulo de flecha experimental se obtiene para momentos positivos y utilizando un forjado simplemente apoyado y, puede dar una referencia sobre la deformabilidad debida a la carga instantánea.

Por la idea de que los forjados pretensados no se fisuran en servicio, se suelen encontrar, en las memorias hasta ahora vigentes, valores de módulos de flecha correspondientes a la inercia de la sección no fisurada multiplicada por un módulo de elasticidad del hormigón.

La EP-80 supone un comportamiento lineal en Zona A, no fisurada, y un comportamiento no lineal en Zona B y C, fisurada, que obliga a utilizar diagramas momentos curvaturas,  $M-\chi$ . Es necesario recordar que, según la EP-80, se pueden proyectar forjados que estarán fisurados en servicio (clase III).

Por lo tanto, para el estudio de deformaciones, las nuevas memorias deberían dar, por un lado, la rigidez a flexión  $EI$  para la zona A no fisurada, y los diagramas  $M-\chi$ , correspondientes a flexión positiva y negativa para las zonas B y C fisuradas. El Sello CIETAN propone la fórmula de Branson, para considerar esta situación.

De cualquier forma, y dada la importancia desde el punto de vista de patología que reviste este tema, es de esperar que se estudie exhaustivamente y que se obtengan conclusiones más concretas sobre este particular.

## CONCLUSIONES

1. Las nuevas memorias de autorización de uso, deberán contener más información, especialmente en lo referido a flexión y deformaciones.

2. El usuario de las nuevas memorias deberá tener presente que el proyecto del forjado, según la nueva Instrucción, se realiza por estados límites de servicio; y que el  $M_D$  correspondiente al estado límite último sólo da una referencia del  $\gamma_f$ , en cada caso.

3. RASANTE: ya que sólo se propone una vía experimental para la comprobación del rasante, las memorias deberán incluir esta información o, de lo contrario, una adecuada justificación.

4. DEFORMACIONES: Debido a la importancia de este tema, una de las principales causas de patología de forjados, y la generalidad de tratamiento en la EP-80, parece necesario un estudio profundo del tema que permitiese definir parámetros más adecuados para una apropiada evaluación de las deformaciones y que pudieran ser incluidos en las memorias de autorización de uso.

## Evolución y problemática de los forjados de edificación en la región de Murcia

Manuel Rodríguez Martín  
Juan Jódar Martínez  
Manuel Soler Aguado  
Pascual Navarro Martínez

El objeto de esta comunicación, es tratar de profundizar en una serie de causas que intervienen en la situación actual de los forjados prefabricados de hormigón pretensado, en la Región.

El tema se circunscribe a este ámbito por dos motivos fundamentales:

- a) En primer lugar, porque la celebración de esta Asamblea debe servir, a nuestro juicio, para que se discutan temas cuya problemática afecta de modo directo a los profesionales que trabajan en la Región. De hecho, así lo entienden quienes han propuesto que el tema "Forjados", figure específicamente dentro del Programa.
- b) En segundo lugar, porque la fabricación de viguetas de hormigón pretensado es, quizás, la causa más importante del rechazo con el que esta técnica se encuentra, o mejor, se ha encontrado, en la Región, tanto a nivel de edificación, como de obras públicas.

Este segundo aspecto, conviene aclararlo, en el sentido de que la falta de información técnica precisa sobre la causa de ciertos fracasos, ha dado lugar a un ambiente enrarecido sobre el hormigón pretensado, motivando una utilización del material y su técnica, inferior a la que, tanto por razones de disponibilidad de materiales, facilidad de transporte, ambientales y de durabilidad, económicas, etc., le hubiera correspondido.

Sin embargo, la importancia relativa del sector de prefabricados de hormigón en la Región, lo demuestra el hecho de que existen unas 35 fabricas de viguetas, solamente en la provincia de Murcia, sin entrar en las que, situadas en las poblaciones limítrofes de las provincias de Alicante y Almería, intervienen en el mercado de la Región Murciana.

Su capacidad de producción total, oscila alrededor de unos 50.000 m.l. de vigueta/día, equivalente a unos 35.000 m<sup>2</sup> de forjado/día.

Esta capacidad de producción podría valorarse en unos 3.000 millones de pesetas/año.

En el año 1976, del total de viviendas construidas en el País, (319.825 uds.), le correspondieron a Murcia 9.059 uds, equivalente al 2,83%.

Si tenemos en cuenta que en la superficie total de forjados construidos en Murcia, que oscila alrededor de 1.300.000 m<sup>2</sup>/año, entran todos los tipos de forjados, prefabricados o no, puede observarse que hay una infrautilización importante de las instalaciones, ya que la capacidad de producción de éstas se acerca a los 9.000.000 de m<sup>2</sup>/año.

Este efecto es más acusado aun en estas fechas, ya que la construcción de viviendas en el año 1980 ha disminuido a 258.881 uds. en España; y si bien el porcentaje relativo de construcción de la Región ha aumentado, es claro que el desfase existente entre capacidad productiva de las fábricas y realizaciones, es muy importante.

Las características de una gran parte de estas industrias, ha contribuido de forma muy notable a la situación actual. Así, dejando aparte un número bastante limitado de honrosas excepciones, las condiciones típicas de fabricación han sido:

- Instalaciones de fabricación del hormigón y depósitos de áridos al aire libre.
- Almacenamiento del cemento en sacos, aunque en los últimos 5 años se ha producido un fuerte incremento en la utilización de silos, debido en gran parte a la diferencia de precio a favor del cemento a granel.
- Bancos de fabricación al aire libre, (debido en parte a la bondad del clima) que contribuye a la disminución de coste en las instalaciones.
- Ausencia de instalaciones de curado, y práctica habitual de riego en el stock, después del destesado y corte.
- Instalaciones de pretensado de dudosa eficacia.
- Y, en general, ausencia casi absoluta de control, tanto de los materiales, como de las operaciones de tesado y destesado, principalmente, así como del producto terminado.

En este punto hay que resaltar que, en parte, es debido a la escasa tecnificación de la zona, en la que existe un déficit muy apreciable de escuelas técnicas de casi todas las especialidades.

A estos defectos estructurales, se han unido los debidos a la utilización de materiales, que como el cemento aluminoso, o el cloruro cálcico, permitan aumentar el rendimiento en la fabricación, aunque sus efectos hayan sido, tiempo después, la causa más importante de los fracasos más sonoros.

Afortunadamente, este panorama ha ido cambiando con la utilización de elementos de fabricación, como las máquinas ponedoras continuas, que llevan consigo una importantísima mejora de las instalaciones, y una exigencia de control en la uniformidad y calidad del hormigón, para conseguir el adecuado funcionamiento de las mismas.

En el momento actual, un 30% aproximadamente de las fábricas de la provincia de Murcia, que pueden centrar la producción de un 70% de la totalidad de los forjados prefabricados, disponen de instalaciones de este tipo.

Sin embargo, no han sido únicamente los defectos señalados los que han producido en la Región este rechazo tan generalizado hacia las viguetas pretensadas; sino que, al mismo tiempo, se ha originado una evolución de los tipos de estructuras de edificación.

Hasta hace unos 20 años, la inmensa mayoría de las estructuras de edificación que se construían en hormigón armado, estaban formadas por un entramado de pilares y vigas, de un canto superior al forjado, formando pórticos que se unían entre sí por medio de los forjados.

Estos, se construían con viguetas autorresistentes, de hormigón armado o pretensado, y algunos in situ; pero lo que importa resaltar aquí es que, en las estructuras bien construídas

de esta época, los forjados se empotraban en las jácenas, entre otras razones, porque el canto de la viga lo permitía, y cumplían por tanto perfectamente las funciones estructurales al mismo encomendadas, de arriostramiento de los elementos verticales resistentes y de proporcionar estabilidad al conjunto, además de la específica de materializar y soportar los pisos.

Ni qué decir tiene, que no todos los forjados prefabricados colocados en estructuras de hormigón, se empotraban en las vigas. La provincia de Murcia es un verdadero muestrario de edificios en los que los forjados están simplemente dejados sobre las jácenas y, en buena parte de ellos, sin la longitud de apoyo mínima necesaria para garantizar su estabilidad. Este defecto se hace más notable en las estructuras con jácenas metálicas en las que, en muchos casos, no se cruzan sus cabezas; dando lugar a roturas por aplastamiento y cortadura de la vigueta, o por deslizamiento de éstas sobre sus apoyos. Estos defectos, no inherentes a la fabricación, también han sido, frecuentemente, causas de fracasos.

El cambio producido en los tipos de estructuras, ha ido orientado hacia las vigas planas y los forjados sin vigas.

La ventaja que desde el punto de vista funcional ofrecen, al conseguir techos sin resaltes, ha forzado aun más la evolución de los forjados hacia las viguetas semirresistentes, ya que las condiciones de apoyo y empotramiento de una vigueta en una viga de canto prácticamente igual al suyo, crea una serie de problemas de difícil solución.

En este punto, ha aparecido una asociación del término pretensado al de vigueta auto-resistente; y como consecuencia del rechazo existente por las razones anteriormente indicadas, cuando se ha intentado adaptar el forjado a las exigencias del cambio estructural citado, se ha ignorado casi por completo la vigueta semirresistente pretensada, en favor de la semirresistente armada, olvidando las ventajas que aquellas aportan, cuando están bien realizadas, y que en esta Región, especialmente la de su mayor durabilidad, al alejar el peligro de fisuración, de un lado por la precompresión a que está sometido el hormigón y de otro por la mayor calidad exigida a éste, son francamente importantes.

En consecuencia, se ha llegado a la situación paradójica actual en esta zona, de que la mayor parte de los forjados prefabricados que se construyen son de semivigueta de hormigón armado, llamados de celosía, que solo tienen de prefabricado, la armadura, y que requieren un importante apuntalamiento, que unido al riesgo de accidente durante la construcción, lleva, en muchas ocasiones, a un encofrado completo de los forjados.

Lo que sí es frecuente es vender, junto con el forjado, los planos de armaduras y cálculos de la estructura; con lo que se está llegando, en momentos de escasez de ventas como el actual, a un oscuro comercio de los coeficientes de seguridad, que se hace más acusado en zonas de sismicidad alta, como la que nos ocupa (grados 7 a 9), en la que las estructuras de pórticos planos, presentan una serie de problemas, teóricos y prácticos que, lamentablemente, no son tenidos en cuenta en la mayor parte de los casos, ya que contemplarlos encarece de forma notable la estructura.

Este último problema es extensivo a los forjados reticulares, sobre todo por la incidencia que las solicitaciones sísmicas tienen en las cuantías de armaduras, tanto de flexión como de punzonamiento, y con las que frecuentemente se juega a efectos comerciales.

En definitiva, nosotros consideramos que la situación de los forjados pretensados, debe cambiar en la Región por varias razones:

En primer lugar, porque la información técnica debe circular con mayor fluidez y abundancia (y a ello debe contribuir esta Asamblea) para que cualquiera pueda disponer de los medios necesarios que le permitan distinguir las viguetas bien fabricadas de las que no lo son, sin que todas, buenas y malas, sean rechazadas por prejuicios establecidos.

En segundo lugar, porque en la Región, se dan una serie de circunstancias que favorecen, en varios sentidos, la utilización del hormigón pretensado frente a otros materiales y soluciones.

Sin que el orden en que los damos, marque prioridad alguna, diremos que estas razones son, entre otras, las siguientes:

- Construcción de un gran número de viviendas unifamiliares, en las zonas de regadío, en las que la mejora de calidad solo puede conseguirse con la utilización de elementos prefabricados, dada la elementalidad de los medios de construcción que se utilizan.
- Construcción de un número muy importante de instalaciones agrícolas y ganaderas, en las que las condiciones ambientales agresivas, permiten aprovechar las características de durabilidad del hormigón pretensado, anulando prácticamente los costes de conservación de las soluciones metálicas, que son las más frecuentemente utilizadas.
- Dada la longitud de costas (220 km.), y las características geográficas, hay una gran superficie provincial expuesta a condiciones ambientales agresivas, en la que el hormigón pretensado puede tener una amplia aplicación.
- El gran número de fábricas existentes, y la mejora de las instalaciones llevada a cabo últimamente, favorece la disponibilidad de productos a precios muy competitivos, frente a otras soluciones, fundamentalmente en viguetas semirresistentes pretensadas, frente a sus equivalentes de hormigón armado.
- De forma indirecta, el cambio que debe operarse en las estructuras de edificación, para contemplar de una forma lógica el problema sísmico, debe repercutir a su vez en la utilización de forjados pretensados.

La homologación, ya realizada, del sello de conformidad C.I.E.T.A.N. por el Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, será un estímulo para los buenos fabricantes y mejorará de forma muy considerable las condiciones de control y calidad de las fábricas.

Por todo ello, con esta comunicación esperamos contribuir a que empiece a producirse un cambio en la mentalidad actual, en lo referente a la utilización del hormigón pretensado en nuestra Región, y con ello al éxito de esta Asamblea.



## El pretensado en el canal de la margen derecha del postravase del Segura

Por: José Bautista

Las aguas procedentes del Acueducto Tajo-Segura, se incorporan a la cuenta de este último río en el embalse de Talave, sobre el Mundo, el afluente más importante por la Margen Izquierda de aquél.

A partir de este punto, y mezcladas con las propias de la cuenca, circulan libremente hasta el Azud de Ojós, origen de los Canales principales de la Margen Izquierda y de la Margen Derecha.

Este último está destinado a los riegos de parte de la Vega Alta del Segura, Zona de Mula, Valle del Guadalentín y Almería.

Se subdivide en cuatro tramos perfectamente diferenciados:

Impulsión de Ojós (incluida la regulación del Mayés).

Tramo Ojós – Alhama.

Impulsión de Alhama, y

Tramo Alhama-Lorca, con su prolongación hasta el Valle del Almanzora.

De las dificultades topográficas que atraviesa el canal en sus casi 90 Km. de longitud, dan una idea cualitativa, aparte de las dos impulsiones citadas, de más de 100 m. cada una, la existencia de las siguientes obras singulares: Una presa de materiales sueltos de 32 m. de altura, siete túneles, alguno con más de 3 Km. de longitud, nueve sifones y diecisiete acueductos tanto de Hormigón armado como postensado.

En la circunstancia actual sólo vamos a fijarnos en aquellos elementos u obras que tengan relación con el pretensado.

En esencia nos centraremos sobre tuberías, pasos sobre el canal y acueductos.

El Canal de la Margen Derecha se inicia con la Impulsión de Ojós, de 150 m. de altura manométrica y está dotado de 4 grupos motobombas de 10.000 Kw. cada uno, que elevan entre ellos 24 m<sup>3</sup>/seg. a través de una tubería de 3 m. de D.I. Esta tubería es metálica, por lo que no haremos ningún comentario salvo el de su excelente comportamiento.

Entre dicha impulsión y el depósito regulador del Mayés, junto a otras obras, existen dos sifones, para la misma capacidad de transporte, ejecutados con tuberías de hormigón pretensado, con camisa de chapa de 3 m. de D.I.

El primero de ellos tiene una longitud de 341 m y cruza el valle de Ricote con una presión máxima de 3 atmósferas de trabajo y el segundo con una longitud de 695 m. salva la rambla del Carcelín y dos ramblizos adyacentes con tuberías de hasta 7 atmósferas de trabajo.

En los dos años que llevan funcionando, el resultado ha sido excelente, pues la camisa de chapa los dota de una impermeabilidad total y el pretensado soporta perfectamente la presión a que son sometidos.

Como había pasado cierto tiempo entre la construcción y la prueba de los sifones, la unión del tubo con las cabezas de entrada y salida dió un poco de rezume, que se subsanó inmediatamente con un "mastic", de los que venden las casas especializadas, no teniendo hasta la fecha mayor problema.

Desde la presa del Mayés a la impulsión de Alhama, el caudal de cálculo es de 10 m<sup>3</sup>/seg. y los distintos sifones proyectados están formados por doble tubería de hormigón armado o pretensado de 1,80 m de D.I. provistos de camisa de chapa.

En este tramo hay cuatro sifones cuya longitud y carga máxima es la siguiente:

Sifón del río Mula:

Longitud 2.914 m. Presión máxima de trabajo 9 atmósferas.

Sifón de Rambla Salada:

Longitud 2.567 m. Presión máxima de trabajo 8 atmósferas.

Sifón de Librilla:

Longitud 194 m. Presión máxima de trabajo 5 atmósferas.

Sifón de Rambla de Algeciras:

Longitud 401 m. Presión máxima de trabajo 4 atmósferas.

Hasta una presión de trabajo de 3 atmósferas la tubería es de hormigón armado y a partir de esta presión es pretensada, pero todas sin excepción van provistas de camisa de chapa.

Finalmente la última cita sobre tubería de  $\phi$  1.800 m/m. corresponde a la impulsión de Alhama.

Consta de 5 grupos de caudal unitario 1,75 m<sup>3</sup>/seg. para una altura manométrica de 116 m. Se prevé un sexto grupo, por lo que cada impulsión individualizada constará de 3 grupos, con un colector de  $\phi$  1.800 m/m.

Está funcionando, con absoluta satisfacción, más de dos años y la presión de trabajo máxima, cuando se produce el golpe de ariete en cada parada de los grupos, se eleva a 16 atmósferas.

Como resumen podemos afirmar que la tubería de hormigón pretensado, con camisa de chapa, ha dado un excelente resultado tanto en sifones como en la impulsión citada siendo, en el momento actual, la solución más económica para estos diámetros y presiones.

La reposición de distintos pasos de caminos o de accesos a fincas, se ha resuelto en el canal de la M.D. del Segura mediante losas postensadas de 12,25 m de longitud y sección transversal de 5,40 x 0,50 m.

Hemos elegido una solución "in situ" de losa postensada, frente a la clásica de viga



prefabricada, por dar una mayor esbeltez a la losa y en consecuencia una mayor calidad estética con el mismo costo.

Las losas van apoyadas sobre 5 placas de neopreno de 150 x 150 x 2 (8 + 2) que las independizan de los estribos, a su vez independientes del canal. En siete vainas, a 0,78 m. los ejes, se lojan los cables correspondientes, que se postensan después. La calzada resultante tiene 4,00 m. y las aceras laterales 0,70 m. cada una.

Diremos que no han presentado problema alguno y las hemos construido incluso con el agua circulando.

Por último debemos citar los acueductos construidos por ser las obras de mayor entidad.

Los hay de hormigón armado y postensado y tanto en unos como en otros los hay acueductos y acueductos-viaductos.

Todos sin excepción están sustentados sobre pilas idénticas, de hormigón armado, huecas, de sección hexagonal con dos ejes de simetría ortogonales y dotados de 4 orejas que le prestan mayor inercia, aumentando su estética.

Se han hecho con encofrado deslizante, de ahí que tengan sección uniforme en toda su longitud, y se llegó a alcanzar una longitud diaria de 3 m en 10 horas. La longitud de las mismas está comprendida entre 15 y 42 metros.

Los acueductos de hormigón armado se ordenaron por módulos de 15 m de luz, simplemente apoyados y con juntas sencillas sobre las pilas. El resultado es excelente, pero la técnica no aporta nada nuevo a lo conocido.

En cuanto a los acueductos postensados creemos interesante dar una referencia a su proceso constructivo.

La sección de la cuba es trapecial isósceles con la base inferior de 1,90 m y la superior de 3,01 m y altura total 3,40 m. El espesor de las paredes es de 0,35 m y teniendo en cuenta dos voladizos laterales en la base superior de 0,75 m nos da una anchura total de 4,51 m. que nos permite una calzada de 3,50 m y dos aceras laterales de 0,50 m.

Los pequeños se han hecho por un procedimiento convencional pero los de Lébor y El Zarcico se han construido mediante dovelas prefabricadas y los de Campos del Río, Belén, La Zarza y los Yesos, con cimbra deslizante.

No entro en detalle sobre los primeros, pues su construcción va a ser motivo de una conferencia posterior, baste con decir que las dovelas se cosían en un estribo y cada 6 eran empujadas con gatos hacia las pilas ya construidas donde se apoyaban, ayudadas por un pescante frontal metálico que deslizaba sobre los rodillos colocados en las cabezas de las pilas. Ambos son acueductos-viaductos con longitudes respectivas de 212,50 m y 98 m y sólo tienen juntas en los estribos, con un resultado hasta la fecha excelente.

Los acueductos ejecutados con cimbra deslizante o lanzada se ordenan por tramos de aproximadamente 200 m con objeto de reducir al mínimo el número de juntas (puntos débiles en todo acueducto), y dentro de cada tramo dos módulos de 30 m en los extremos y módulos de 35 m en el centro.

En las pilas se han dejado unos huecos de donde se cuelgan unas piezas con rodillos, por los que ha de deslizar la cimbra.

Esta de longitud aproximada 70 m (doble de los módulos centrales) se monta en un estribo y se lanza hasta alcanzar la 1ª pila situada a menos de la mitad de su longitud. Un

pescante triangular adosado en su extremo frontal facilita la operación. Un juego de gatos lleva a la cimbra a su sitio definitivo montando encima los encofrados metálicos abatibles.

Colocada la armadura y las vainas para el postensado, se hormigona simultáneamente el primer módulo de 30 m y 1/5 de la luz del módulo siguiente. En total 37 metros la primera vez. Una vez que el hormigón ha obtenido una resistencia adecuada (generalmente a los 7 días) se procedía a un primer tesado, se desencofraba y se deslizaba la cimbra empujada por los gatos correspondientes, apoyados en el estribo o las pilas, repitiendo la operación ya citada y hormigonando siempre el resto de la luz del módulo más 1/5 de la luz siguiente.

El equipo de construcción de este tipo de acueductos llegó a ejecutar la totalidad de las operaciones en quince días.

Pasados los 28 días se procedía al tesado final, colocando las juntas de dilatación pertinentes y se hacían las transiciones entre el canal y el acueducto en cuestión.

Tanto en un procedimiento como en otro el acabado ha sido excelente y los acueductos están dando servicio desde hace 2 años sin dificultad, con su doble función de viaducto y acueducto.

\* \* \*

## **Salón Internacional de la Construcción "CONSTRUMAT-83"**

En la Feria de Muestras de Barcelona se está preparando la próxima edición de CONSTRUMAT, (1 al 6 Marzo 1983) Salón Internacional de la Construcción dirigido exclusivamente a profesionales del sector. Constructores, aparejadores, arquitectos, decoradores y profesionales especializados encontrarán en el certamen el marco idóneo de contactos para sus transacciones. Unos veinte mil productos representarán los últimos adelantos en la ciencia aplicada al terreno de la construcción.

La próxima edición de CONSTRUMAT estará sectorizada a través de una división racional del espacio disponible, lo que hará que el visitante profesional, o sea el comprador, podrá establecer un contacto totalmente organizado con los diferentes materiales y servicios del mercado.

Los dieciséis sectores que compondrán el certamen son los siguientes: Maquinaria ligera y equipos; Elementos de elevación y transporte; Maquinaria para trabajar la carpintería; Elementos para estructuras, forjados y cubiertas; Prefabricación y construcción industrializados; Aparatos de medida y de precisión; Electricidad e iluminación; Carpintería de madera metálica y plástica; Cerrajería y metalistería en la edificación; Aislamiento, impermeabilización y pinturas; Pavimentos y revestimientos; Climatización en la vivienda; Energía solar y alternativas energéticas; Aparatos sanitarios, grifería y accesorios; Cocina integral y Rehabilitación de la vivienda.

**Barcelona, Agosto 1982**

# Hormigón pretensado en tuberías: Normas, Procedimientos de Fabricación y Realizaciones

Por J. Naranjo  
Dr. Ingeniero de Caminos

## 1. INTRODUCCION

En la IX Asamblea Técnica Nacional de la Asociación Técnica Española del Pretensado, celebrada los días 2 al 6 de octubre de 1978 en La Coruña, se presentó una comunicación relativa a las investigaciones que se estaban desarrollando sobre los tubos de hormigón pretensado, por la Comisión de Tubos de Hormigón que se creó en 1974, en el seno del Instituto Eduardo Torroja.

Los trabajos de esta Comisión han culminado con la publicación, en junio de 1980, de la Instrucción del Instituto Eduardo Torroja para Tubos de Hormigón Armado o Pretensado, dentro de la colección "Normas y Manuales" de dicho Instituto.

## 2. NORMAS

En la actualidad, las normas por las que se rigen la fabricación e instalación de los tubos de hormigón están contenidas en el "Pliego de Prescripciones Técnicas Generales para tuberías de Abastecimientos de Agua", de la Dirección General de Obras Hidráulicas, del M.O.P.U., en vigor desde el año 1973. Este Pliego es también el oficial para los tubos fabricados con otros tipos de materiales, distintos del hormigón, tales como: fundición, fibrocemento, acero, P.V.C., etc.

La Instrucción del Instituto Eduardo Torroja para tubos de hormigón armado o pretensado, complementa algunos temas que no están suficientemente desarrollados en el Pliego Oficial y propone un método de pruebas hidráulicas de los tubos, basado en el concepto de presión equivalente, en sustitución del actualmente en vigor que consiste en el simple incremento de la presión de servicio, que se considera inapropiado.

En los apartados siguientes nos vamos a referir, primeramente, a los aspectos más destacados que la Instrucción del Instituto Eduardo Torroja ha introducido en relación con el Pliego Oficial. A continuación, haremos una breve descripción de los procedimientos más usuales para la fabricación de los tubos de hormigón pretensado; y completaremos esta comunicación con una relación, no exhaustiva, de las obras más representativas ejecutadas, en los últimos años, por los distintos fabricantes nacionales.

### 3. CRITERIOS DE PROYECTO Y PRUEBAS DE TUBOS

#### 3.1. Criterios actuales

El Pliego Oficial actualmente en vigor, adolece de la falta de un procedimiento de cálculo, tanto para los tubos de hormigón armado como para los pretensados. Otro hecho destacable es el de que exige una prueba en fábrica al doble de la presión de trabajo, en cuyo margen se engloban, normalmente, tanto las sobrepresiones por golpe de ariete como las sollicitaciones producidas por cargas de tierra y demás acciones gravitatorias.

Este coeficiente de mayoración de la presión de trabajo no es un coeficiente de seguridad, sino un medio indirecto de considerar estos esfuerzos adicionales que no dependen de la presión interna.

Con este criterio, se pasa a considerar dimensionante la prueba en fábrica; lo cual produce sobredimensionamiento, en algunos casos, con el consiguiente perjuicio económico, y dimensionamientos muy precarios, en otros casos, con el consiguiente riesgo de accidentes. Además, no se dispone de una seguridad uniforme a lo largo de la conducción, que es el óptimo técnico-económico, ya que la tubería se comporta como una cadena, que cede por el eslabón más débil.

#### 3.2. Criterios de la Instrucción del Instituto Eduardo Torroja

Las deficiencias a que antes hemos aludido, han impulsado a proponer, en la Instrucción del I.E.T. para Tubos de Hormigón Armado o Pretensado, un nuevo sistema de dimensionamiento y pruebas, basado en el concepto de presión equivalente, definida como aquella presión interior que, por sí sola, ocasiona, en la fibra más solicitada de la sección a que se refiere, el mismo dimensionamiento que el correspondiente a la hipótesis pésima de carga.

La hipótesis pésima de carga, en una sección de la tubería, es la combinación de acciones (presión máxima de trabajo, peso propio, carga del fluido, cargas verticales del relleno, cargas concentradas y empuje lateral) que, durante el servicio de la tubería, produce la máxima sollicitación en esa sección, habida cuenta del tipo de apoyo.

De esta forma, al igual que ocurre en otros tipos de estructuras, el diseño básico es dimensionar el tubo para que soporte la hipótesis pésima de carga, con los coeficientes de seguridad que se fijen en el Proyecto, sin rebasar los estados límites últimos ni de servicio.

Los tubos se prueban en fábrica a la presión de timbre, que es aquella presión interior máxima que, en ausencia de ovalizaciones, debe soportar el tubo, de acuerdo con su geometría y cuantía de amaduras, con los coeficientes de seguridad fijados en Proyecto.

Los tubos de una determinada presión de timbre, se podrán colocar en todos aquellos puntos en que la presión equivalente sea menor que la presión de timbre.

En esta Instrucción se ha desarrollado un método de cálculo y, a efectos de sistematización, se han considerado los tres tipos de instalación más frecuente: zanja, zanja-terraplendada y terraplén, con ángulos de apoyo de 90° y 120° sobre hormigón, y de 90° sobre material granular, con reacciones de tipo radial.

Las cargas externas debidas al relleno de tierras se han estudiado según las teorías de Marston, aplicadas a un terreno idealizado, de las características más frecuentes. Las cargas concentradas (fijas o móviles), se suponen con un reparto de tensiones en profundidad, troncopiramidal, y se ha considerado un empuje lateral de tipo activo.



Para facilitar la obtención de los esfuerzos ovalizantes, se han elaborado unos cuadros que proporcionan dichos esfuerzos, para cada acción, en las secciones de clave, riñones y base, en función del tipo de apoyo. Estos cuadros se han particularizado para las relaciones espesor/diámetro más frecuentes en la práctica (1/7, 1/8/ ... 1/14).

En cuanto a la presión interna, es bien sabido que produce un esfuerzo axial de tracción. Para el cálculo de dicho esfuerzo, en los tubos de hormigón armado se admite, como simplificación, utilizar la expresión correspondiente a los tubos de pared delgada. Por el contrario, en los tubos de hormigón pretensado, se consideran las diferentes capas coaxiales y adherentes que constituyen el tubo, y para cada una de ellas se aplican las fórmulas de Lamé.

Finalmente, se procede al dimensionamiento de los tubos, tanto los de hormigón armado como pretensado, de forma que no se rebasen los estados límites de fisuración ni de rotura en los armados, ni de descompresión y rotura en los pretensados.

#### **4. OTROS ASPECTOS INTRODUCIDOS POR LA INSTRUCCION DEL INSTITUTO EDUARDO TORROJA PARA TUBOS DE HORMIGON ARMADO O PRETENSADO**

Los últimos resultados alcanzados por el correspondiente Grupo de Investigación, de la Comisión de Tubos de Presión, demostraron que no existe una correlación sencilla, entre la susceptibilidad a la corrosión bajo tensión y las otras propiedades mecánicas de los aceros de las armaduras activas. En particular, un número elevado de doblados alternativos, como exige el Pliego Oficial, no garantiza una resistencia elevada frente a la corrosión bajo tensión.

En la Instrucción del Instituto Eduardo Torroja, se incrementan las exigencias de ductilidad, incluyendo una tabla con los valores mínimos exigidos a la estricción, obtenida a partir de un ensayo de tracción, en función del diámetro del alambre y de la carga unitaria máxima a tracción del acero. El motivo de exigir una mayor ductilidad al acero empleado en las tuberías, se debe a razones de tipo constructivo, como pueden ser las incurvaciones que se producen en el zunchado.

La Instrucción del Instituto Eduardo Torroja introduce también, como novedad respecto al Pliego Oficial, los métodos de ensayo de permeabilidad y porosidad de los hormigones, en probetas y tubos. Se comprende fácilmente la importancia que tiene el control de estas dos propiedades en los hormigones usados en la fabricación de los tubos, particularmente en los revestimientos exteriores de los alambres de pretensar, para poder asegurar la protección adecuada de dichos aceros. A modo de orientación, se fijan unos límites de permeabilidad y porosidad, medidos sobre el tubo y sobre las probetas, a la espera de que los datos que se obtengan en la práctica diaria permitan, en un próximo futuro, establecer unos criterios definitivos con carácter de prescripción.

Finalmente, cabe señalar, como contribución importante, el anejo núm. 3 de la Instrucción del Instituto Eduardo Torroja, relativo a la agresividad de los terrenos y de las aguas. En efecto; en este anejo se fijan los factores o características que se toman para definir la agresividad de los terrenos exteriores al tubo y de las aguas tanto exteriores como interiores, estableciéndose tres niveles de agresividad potencial, según sea el valor de dichos factores, y definiéndose las medidas de protección que hay que adoptar en cada caso. Se concreta así la falta de precisión que el Pliego Oficial tiene al clasificar los medios en "muy", "medio" o "poco" agresivos, y se destacan aspectos ignorados en el mismo, tales como: la importancia que, el tipo y dosificación de cemento y la relación agua/cemento, tienen en la calidad del hormigón que debe emplearse en la fabricación de los tubos que han de colocarse en cada medio ambiente determinado; el que las aguas que conduce la tubería, cuando

son muy puras, presentan el riesgo de resultar agresivas al hormigón, indicándose el medio de prevenir este ataque, etc. Incluye también, al final de este anejo, el ensayo de la resistividad del suelo, llamado ensayo de "los cuatro electrodos".

## 5. PROCEDIMIENTOS DE FABRICACION

### 5.1. Fabricación del núcleo primario

Para la fabricación del núcleo primario, los dos procedimientos normalmente usados son: 1) centrifugación y 2) el vertido en moldes verticales y vibración.

Las modernas centrifugadoras usadas hoy en día, combinan los tres sistemas de puesta en obra del hormigón, siguientes:

- centrifugación a alta velocidad, proporcionando a los encofrados velocidades periféricas de hasta 20 m/seg; lo que equivale a aceleraciones entre 30 g y 80 g para los diámetros comerciales más usados.
- compactación por medio de un rodillo interior,
- vibración por medio de martillos externos que golpean al encofrado.

Por ello, se emplean hormigones con relaciones agua/cemento de hasta 0,32, imposibles de poner en obra por otros procedimientos y que alcanzan, con los cuidados sistemas de curado usados, resistencias a compresión de más de 500 kg/cm<sup>2</sup>.

En la fabricación por colado vertical, el hormigón se vierte sobre dos encofrados, (interior y exterior), colocados en posición vertical, concéntrica. La compactación se consigue por medio de vibradores de alta frecuencia (hasta 15.000 r.p.m.) adosados a los encofrados.

En los núcleos primarios de los tubos que la llevan, el revestimiento interior a la camisa de chapa se puede efectuar por centrifugación o por moldeo vertical; en tanto que el revestimiento exterior a la misma se ejecuta siempre por moldeo vertical.

Los núcleos primarios de los tubos de hormigón, pretensados transversalmente, que no tienen camisa de chapa, van normalmente provistos de un pretensado longitudinal. Antes del hormigonado del núcleo primario, se dejan los alambres tesos, con unos dispositivos adecuados de anclaje a los anillos extremos de los encofrados, que permiten realizar el destesado de un modo lento, gradual y uniforme, sin sacudidas bruscas, cuando el hormigón ha alcanzado las resistencias de proyecto fijadas para estas operaciones.

### 5.2. Postensado transversal

Las máquinas tensadoras que se emplean en la operación del postensado transversal, mediante el arrollamiento de un alambre bajo tensión sobre el núcleo primario, son fundamentalmente de dos tipos: de contrapesos o de electrofeno.

En esquema, en las de contrapesos la tensión en el alambre se consigue haciéndolo pasar por unas poleas de las que pende un peso. Las de electrofeno tienen un motor de arrastre que hace girar al tubo y otro motor que actúa de freno del anterior, a través precisamente del alambre; según la intensidad de corriente en este motor, así es la tensión que se transmite al hilo, disponiendo las máquinas de este tipo de un dispositivo electrónico de medida y registro gráfico de la tensión de zunchado, espira por espira.

Las variaciones en la tensión de zunchado con estas máquinas, se mantienen por debajo del límite de  $\pm 5\%$  que se fija en las Normas.



### 5.3. Revestimiento exterior

El revestimiento exterior es la capa, de espesor y naturaleza variables, cuya misión es la protección del alambre que pretensa transversalmente al núcleo.

La fabricación de este revestimiento exterior puede realizarse por cualquiera de los tres procedimientos siguientes: por vertido en molde vertical y vibración, por regla vibrante o por proyección, todos ellos suficientemente conocidos.

La ejecución de los revestimientos exteriores se realiza con los cuidados necesarios para que se consiga un alto grado de compacidad y, por tanto, un bajo índice de permeabilidad y porosidad.

Los ensayos realizados no permiten distinguir una calidad de la impermeabilidad según el tipo de fabricación. También se ha encontrado que las tuberías enterradas y en galerías, mejoran su impermeabilidad con el paso del tiempo.

### 5.4. Fabricación de camisas de chapa y armaduras

El procedimiento de fabricación normal de las camisas de chapa es por virolas de 1 a 1,5 metros de ancho, que se forman por soldadura longitudinal. La unión de varias virolas entre sí por soldaduras transversales, constituyen el cilindro de chapa.

Tanto las soldaduras longitudinales como las transversales, y más raramente cuando son helicoidales, se hacen a tope o por solapo; y, dados los, relativamente, delgados espesores de chapa que se usan, se emplea preferentemente soldadura por hilo continuo, en atmósfera gaseosa, que se ejecuta por algún sistema de soldadura automática.

Las boquillas extremas a la camisa de chapa son de forma troncocónica; para que pueda realizarse el posterior enchufe de los tubos; y se fabrican principalmente por expansión en prensa hidráulica.

A todas las camisas, una vez confeccionadas, se les prueban las soldaduras con líquidos penetrantes o mediante prueba hidráulica interior.

Las armaduras, que se disponen en una o más capas cilíndricas separadas convenientemente, están formadas por barras transversales, en arrollamiento helicoidal, que constituyen las espiras, soportadas por barras longitudinales, según las generatrices, soldadas en los puntos de cruce. Estas jaulas de armadura se fabrican en máquinas especiales devanadoras, que regulan automáticamente el paso de hélice y aseguran las dimensiones correctas.

Las soldaduras entre espiras y generatrices se suelen realizar con máquinas de pinzas especiales, que sueldan por puntos.

### 5.5. Curado de los hormigones

Los curados de los hormigones que constituyen los tubos se efectúan con especial cuidado en las Factorías.

Normalmente, el primer curado, una vez que se han llenado los encofrados, se realiza por medio de vapor de agua sobresaturada, a la presión atmosférica. El aumento de temperatura implica un aumento de la velocidad de reacción de los componentes del hormigón; es decir, la hidratación del cemento se acelera.

Un procedimiento incorrecto produce una caída de la resistencia, en un plazo medio y largo. Por eso, para obtener los resultados apetecidos hay que disponer:

- unos dispositivos tecnológicos que aseguren un reparto homogéneo, una saturación correcta de la atmósfera y un buen aislamiento térmico.
- la calidad y dosificación de los materiales, y el tipo de cemento, han de ser adecuados. La relación agua/cemento debe ser la mínima posible. La vibración o compactación debe ser correcta, para evitar el aire ocluido cuya dilatación es muy perjudicial.

Un ciclo de curado a vapor adecuado es:

- 1) *Fase inicial.* – Conservación en atmósfera húmeda, a una temperatura de 15 a 20°, de 1 a 3 horas de duración. Su finalidad es conseguir la resistencia suficiente para aguantar las tracciones originadas por la dilatación del aire ocluido. Esta fase es fundamental para la resistencia a largo plazo. No tiene influencia aparente a corto plazo. Su duración es inversamente proporcional a la de la fase 2.
- 2) *Fase de calentamiento.* – Su objetivo es alcanzar la temperatura máxima, con un gradiente de temperatura 10°C/h a 20°C/h. Cuanto más rápido, mayores resistencias iniciales; pero mayor la caída a largo plazo. Muchas opiniones sostienen que es más rentable alargar esta fase y disminuir la fase inicial.
- 3) *Fase isotérmica.* – Se mantiene constante la temperatura alcanzada en la fase de calentamiento, cuyo valor no se recomienda pase los 80°C. Su duración mejora las resistencias a largo plazo y oscila entre las 2 y las 16 horas. En hormigón pretensado se tiende a duraciones máximas.
- 4) *Fase de enfriamiento.* – La temperatura desciende hasta la temperatura ambiente. El gradiente debe ser inferior al de la fase de calentamiento, ya que en caso de gradientes elevados pueden producirse fisuras y pérdidas de pretensado, en su caso.

Este tipo de curado se realiza, en la práctica, colocando los tubos en cámaras, túneles u otros recintos, que protegen al hormigón de las corrientes de aire y tienen tamaño suficiente para permitir una perfecta circulación del vapor por los paramentos interior y exterior del tubo.

Después de terminado el curado a vapor y desmoldeado el tubo, se completa el proceso de curado por cualquier procedimiento que mantenga continuamente húmedas sus superficies interior y exterior, tales como son: la inmersión, el riego directo que no produzca deslavado, o el riego indirecto a través de un material adecuado, capaz de retener la humedad y que no contenga sustancias nocivas para el hormigón.

## 6. REALIZACIONES

TITULO DE LA OBRA	Administración	CARACTERISTICAS DE LA TUBERIA			
		Tipo SC sin camisa CC con camisa	Longitud Km	Diámetro mm.	Presión de Servicio. Atfs.
Abastecimiento de Aguas a Madrid Solución Oeste (A M S O )					
Impulsión de Picadas	Canal Isabel II	CC	33,9	1.600	8 a 18
Idem. Sifón de El Pardo	Canal Isabel II	CC	22,5	1.400	8 a 18
Idem. Arteria Sur de Retamares	Canal Isabel II	CC	14,0	1.600	5 a 13
Idem. Arteria Cintura Sur	Canal Isabel II	CC	14,0	1.600	5 a 13
Idem. Arteria Principal del Este 1ª	Canal Isabel II	CC	36,0	1.600	5 a 15
Arteria Carretera de Toledo	Canal Isabel II	CC	7,0	1.250	12 a 14
Arteria Cintura del Este	Canal Isabel II	CC	15,0	900	13 a 19
Arteria Ribas del Jarama	Canal Isabel II	CC	9,0	800 y 900	6 a 17
Canal del Hulencia	Canal Isabel II	CC	12,0	1.600	5 a 18
Nueva Arteria de Pozuelo	Canal Isabel II	CC	0,5	1.600	5
Zona Regable del Guadarranque	C.H. del Sur	SC	84,0	500a1.400	3 a 10
Zona Regable del Guadalhorce	C.H. del Sur	SC	24,0	1.000a1.700	2 a 7
Abastecimiento a la Costa del Sol	C.H. del Sur	SC	34,0	700a1.500	4 a 10
Sifón del Rogitán-Garcisobaco	C.H. Guadalq.	SC	7,0	1.400a1.600	2 a 10
Abastecimiento Pueblos N. Córdoba	C.H. Guadalq.	SC	15,0	600 a 700	5 a 15
Abastecimiento Marchena y pueblos de Sevilla	C.H. Guadalq.	SC	74,0	600a1.200	4 a 15
Urbanización Río San Pedro	C.H. Guadalq.	SC	4,0	500 a 800	10
Abastecimiento Aguas a Cádiz	C.H. Guadalq.	CC	41,0	1.800y1.900	3 a 14
Abastecimiento Aguas a Ecija	C.H. Guadalq.	SC	32,0	1.000	3 a 13
Zona regable Fuente Palm era	C.H. Guadalq.	CC	28,0	600a1.700	7 a 20
Elevación aguas río Ebro	C.H. Ebro	CC	5,0	1.500	2 a 9
Riegos Zona de Valdecañas	C.H. del Tajo IRYDA	CC	7,0	600a1.000	5 a 7,5
Abastecimiento a Guadalajara	C.H. del Tajo	SC	46,0	600a1.000	3 a 15
Riegos de Castrejón	C.H. del Tajo	SC	7,5	1.000a1.600	3
Riegos del Zujar	C.H. Guadiana	SC	9,0	700a 1.200	7 a 12
Riegos de Alange	C.H. Guadiana e IRYDA	SC	21,0	600a 1.300	5 a 10
Impulsión del Chanza	C.H. Guadiana	CC	2,0	1.800	10
Acueducto Ter-Llobregat	C.H. Pirineo Oriental	CC	4,6	2.500	7
Conducción El Pasteral a Gerona	C.H. Pirineo Oriental	SC	21,8	700	2 a 11
Elevación Zona Regable Río Almar	C.H. Duero	CC	2,8	1.600	5
Regadíos zona baja "Tera"	C.H. Duero	SC	8,4	600a 1.600	3 a 10

TITULO DE LA OBRA	Administración	CARACTERISTICAS DE LA TUBERIA			
		Tipo SC sin camisa CC con camisa	Longitud Km	Diámetro mm.	Presión de Servicio. Atfs.
Abastecimientos Aguas a Cuenca	C.H. del Júcar	SC	28,0	800y1.000	3 a 10
Riegos del Campo de Cartagena	C.H. Segura	SC	33,0	700a1.500	2 a 7
Sifones Ramblas Librilla y Algeciras	C.H. Segura	CC	2,3	1.800	5
Impulsión Ojos-Alhama	C.H. Segura	CC	0,6	1.800y3.000	8
Canal de Crevillente	C.H. Segura	SC	4,0	1.400a1.700	3 a 9
Conducción Abrera-Sabadell	Consorcio Aguas Llobregat	CC	6,6	1.100y1.250	2 a 12
Abastecimiento Palma de Mallorca	Serv. H. Baleares	SC	42,6	600a1.200	4 a 15
Abastecimiento Zona Central Asturias	C.A.D.A.S.A.	SC	58,0	800a1.500	5 a 20
Riegos del Cinca	IRYDA	SC	43,0	600a1.200	3 a 15
Impulsiones Salado Arjona y Mengibar	IRYDA	CC	12,0	1.400	3 a 15
Abastecimiento aguas a Pamplona	Ayuntamiento	CC	20,0	800	4 a 15
Abastecimiento aguas a Vitoria	Ayuntamiento	CC	21,8	800a1.250	5 a 10
Abastecimiento aguas a Valencia Arteria Picasent	Ayuntamiento Valencia Soc. Aguas y Mejoras	CC	6,00	1.600	9
Abastecimiento aguas Gijón	Ayuntamiento	SC	12,6	600a1.000	2 a 7
Circuito Refrigeración C.N. Ascó	Fecsa-Enher- Hecea-Segre	CC	2,6	2.800	3,5

Comunicaciones presentadas, correspondientes al Tema IV (1ª Parte): "Normativa sobre hormigón pretensado. Métodos de cálculo. Procedimientos prácticos de aplicación de la normativa vigente".

457-3-1

## **Sobre la conveniencia de limitar, por consideraciones de ductilidad, la cuantía máxima de armadura de flexión en vigas continuas de hormigón armado y pretensado**

Angel C. Aparicio  
Dr. Ingeniero de Caminos  
ETS. de Ingenieros de Caminos  
Universidad Politécnica de Barcelona

### **1.- INTRODUCCION**

La comunicación que vamos a presentar, va a ser un resumen apretado de algunos aspectos de la tesis doctoral, que, bajo el título de "Estudio de la evolución hasta la rotura, por solicitaciones normales, de tableros continuos de puentes de hormigón armado y pretensado", defendimos en el mes de junio de 1980, en la Escuela de Ingenieros de Caminos de Santander. Puesto que en esta misma Asamblea presentamos otras comunicaciones en las que se exponen conclusiones relativas a aspectos muy concretos del comportamiento a flexión de estructuras de hormigón en estados avanzados de carga, dividiremos el tiempo de la exposición en dos partes claramente diferenciadas: En la primera, expondremos, brevemente, cuáles han sido las bases teóricas en las que se ha fundado la elaboración del modelo matemático general para el análisis, mediante un método "exacto", de vigas continuas de hormigón. En la segunda, y tras hacer un pequeño estudio paramétrico sobre los diagramas momentos flectores-curvaturas, ( $M - X$ ), de las secciones de hormigón armado y pretensado, presentaremos algunos ejemplos donde se obtiene el coeficiente de seguridad "real" de diversas vigas continuas de H.A. y H.P., tratando de mostrar las diferencias cualitativas de comportamiento entre unas y otras. El análisis de los ejemplos obtenidos, permitirá deducir unas conclusiones provisionales, sobre el comportamiento a flexión de las estructuras de hormigón sometidas a estados avanzados de carga, así como indicar criterios de dimensionamiento, seguros.

El interés existente actualmente por los temas de análisis no lineal de estructuras de hormigón, queda puesto en evidencia con sólo consultar la literatura especializada reciente. Y ello es lógico si se recuerda cuál es el proceso de cálculo seguido, desde la introducción

del método de los estados límites, para garantizar la seguridad suficiente de una estructura:

- 1º) Obtención del efecto  $S_d$  de las acciones exteriores, relativo al estado límite en estudio, a partir de los valores ponderados de las acciones características,
- 2º) Obtención de la respuesta  $R_u$  de la estructura, relativa al estado límite en estudio, a partir de valores minorados de las resistencias características de los materiales.
- 3º) El criterio de aceptación, consiste en la comprobación:

$$R_u \geq S_d$$

En la actualidad, la respuesta  $R_u$  en el estado límite último, por solicitaciones normales, se conoce con una cierta precisión en las estructuras de hormigón. Sin embargo, para la obtención de las solicitaciones de diseño,  $S_d$ , se sigue recurriendo a ponderar, mediante coeficientes de seguridad, los esfuerzos obtenidos mediante un cálculo elástico. Esta manera de proceder, evidentemente, no es correcta, puesto que supone extrapolar hasta la rotura el comportamiento de los materiales al nivel de solicitaciones producidas por las cargas de servicio.

Rechazado casi universalmente —en España hace ya muchos años— el método de las tensiones admisibles para la verificación y el dimensionamiento de piezas de hormigón, puesto que no garantizaba la seguridad real de una estructura, resulta que en la actualidad tampoco se conoce, en general, con una cierta precisión, dicha seguridad, puesto que, aunque se ha avanzado en el conocimiento de la respuesta última, no ha ocurrido lo mismo con la puesta a punto de métodos de análisis que permitan la obtención precisa de la solicitación ponderada.

Es opinión universalmente extendida y comúnmente aceptada, que las estructuras hiperestáticas de cualquier material, presentan una mayor seguridad, debido a su reserva de resistencia en las secciones menos solicitadas. Todos los proyectistas, alguna vez hemos logrado conciliar el sueño haciendo nuestra la frase: “No importa, los esfuerzos se redistribuirán”.

El objetivo de nuestra tesis doctoral fue CUANTIFICAR esa reserva de resistencia y esa capacidad de redistribución. Su interés es evidente, si se piensa, tanto en la obtención de diseños más económicos como en la posibilidad de poder tomar decisiones acertadas, en los casos en los que, una disminución local de la resistencia del hormigón, un error de ejecución o un olvido, comprometen la seguridad de una obra ejecutada.

La elección del tipo estructural —la viga continua— responde a dos razones claras:

La primera es que la mayor parte de los puentes de fábrica actuales, responden a este esquema estático, por las ventajas que le son propias.

En segundo lugar, y dado que en este esquema estático no existen esfuerzos axiales exteriores —el único axil que existe es el pretensado y veremos cómo se trata— puede plantearse el análisis no lineal de estas estructuras, prescindiendo de los cambios de geometría durante su puesta en carga.

Por ello, se ha planteado un análisis no lineal de estructuras de hormigón pretensado —y como caso particular de hormigón armado— que incluye exclusivamente los efectos debidos a la no linealidad mecánica del material estructural.

Vamos a pasar revista, brevemente, al comportamiento de dos tipos de materiales estructurales ideales, a sus relaciones esfuerzos-deformación y a los criterios de “rotura” adoptados.



Si utilizamos un material estructural de comportamiento elástico y lineal, Fig. 1 (1) es fácil establecer, según las hipótesis de la Resistencia de Materiales, la relación existente entre el momento flector actuante y su curvatura asociada. Llegamos a la conclusión, si despreciamos la deformación debida a esfuerzo cortante, de que la curvatura de flexión,  $y''$ , es el cociente entre el momento flector actuante,  $M$ , y el producto del módulo de elasticidad del material estructural,  $E$ , por el segundo momento del área de la sección,  $\int z^2 dA$ , que es lo que denominamos inercia. Si reflejamos esta relación,  $y'' = M/EI$ , en un diagrama momento curvatura, obtenemos para él una línea recta, cuya pendiente,  $\text{tg } \beta$ , es la rigidez de la sección,  $EI$ , que es la que utilizamos en el análisis estructural. Como criterio de rotura, adoptamos la verificación de que existe una sección  $i$ , en la que, para un determinado nivel de sollicitación, se igualan los momentos actuantes,  $M_i$ , y de respuesta última,  $M_u$ , deducido éste como aquél para el cual, en la fibra más solicitada de esa sección, se ha alcanzado una tensión igual a la tensión de rotura del material.

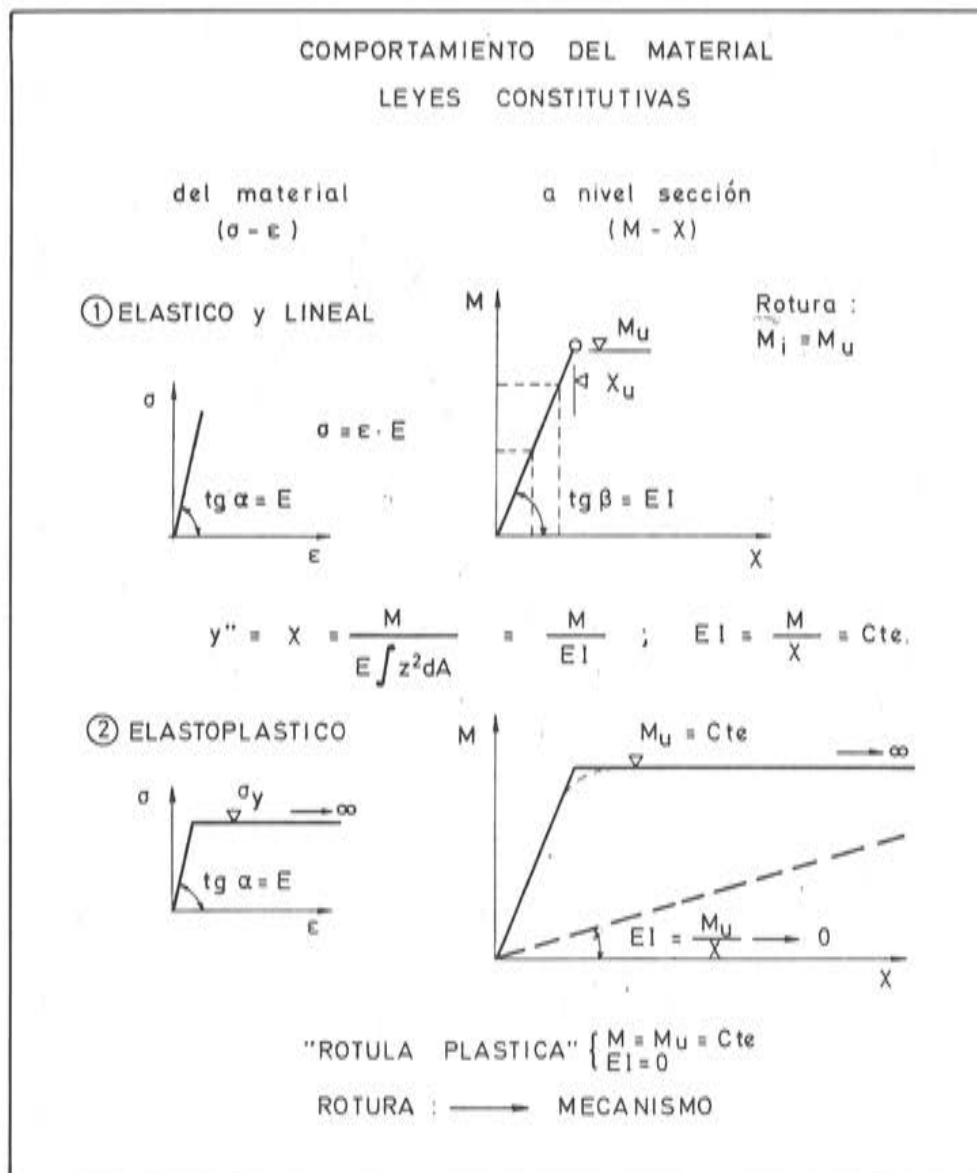


Fig. 1.

Por el contrario, si nuestro material estructural tiene un comportamiento elastoplástico perfecto, Fig. 1 (2), con deformación de rotura "infinita", podemos establecer el diagrama  $M - X$  que se dibuja en la parte derecha de la figura mencionada. En esta hipótesis, de admitir una deformación infinita —o, en la práctica, suficientemente grande— llegamos a la conclusión de que, para el momento último respuesta de la sección,  $M_u$ , ésta puede incurvarse "infinitamente", de modo que su rigidez  $EI$ , en el límite, tiende a cero. Este es el concepto de rótula plástica utilizado en el cálculo plástico convencional de construcciones, en el que, como criterio de rotura, se establece que ésta sucede cuando la estructura se convierte en un mecanismo.

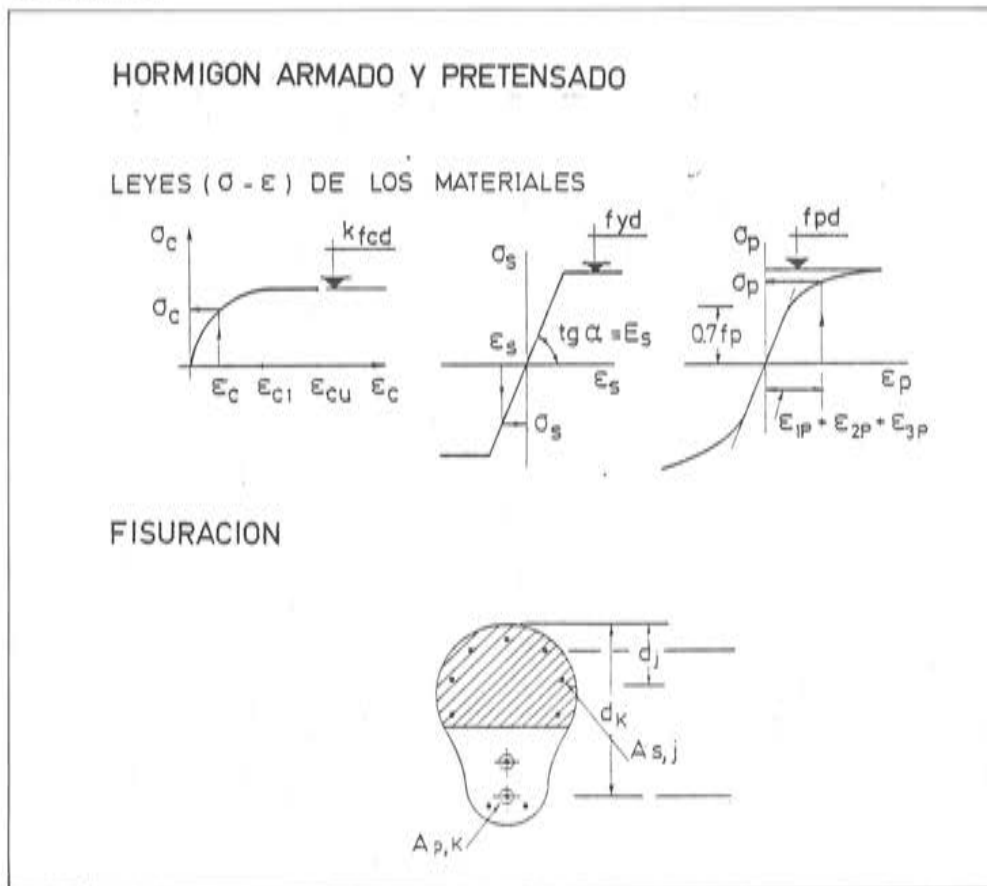


Fig. 2

En el caso del hormigón armado, o pretensado, sucede, que ninguno de sus materiales constituyentes, hormigón y acero, presentan un comportamiento lineal (Fig. 2), sobre todo en estados avanzados de sollicitación. Además, y en función del grado de pretensado, ocurre la fisuración de la sección, al no ser capaz el hormigón de resistir tracciones elevadas. De este modo, los conceptos de módulo de elasticidad del material y de inercia de la sección, pierden todo significado físico, al ser ambos variables con el nivel de sollicitación. Por ello, debemos recurrir a establecer la relación existente entre el momento flector actuante,  $M$ , y la curvatura de flexión asociada,  $X$ , imponiendo las condiciones de equilibrio y compatibilidad a nivel de sección, en cada nivel de sollicitación. Podemos obtener así, por puntos, una relación entre  $M$  y  $X$  que es lo que denominaremos diagrama momento flector-curvatura de la sección (Fig. 3). Dada la respuesta no lineal de los materiales, así como la existencia de fisuración, la rigidez  $EI$  de la sección, cociente entre el momento flector actuante y su curvatura asociada, es variable con el nivel de sollicitación, como puede verse en la figura mencionada.

③ HORMIGÓN ARMADO O PRETENSADO

FLEXIÓN PURA

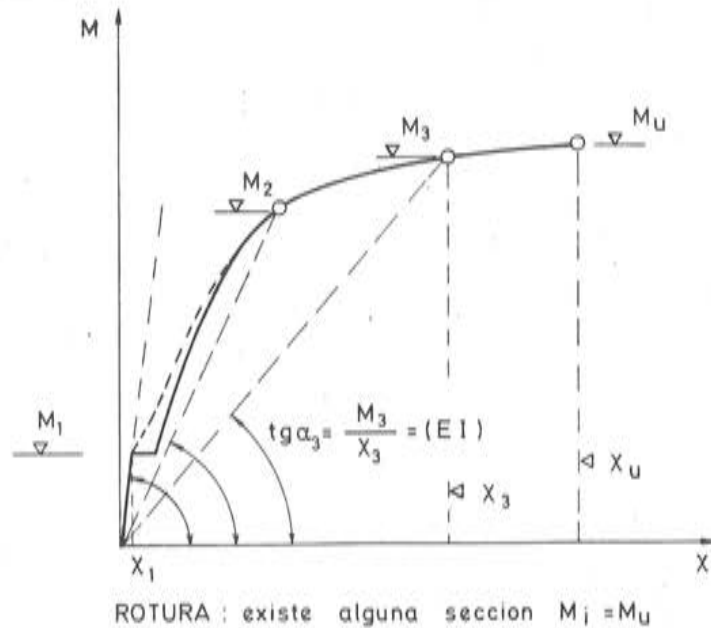
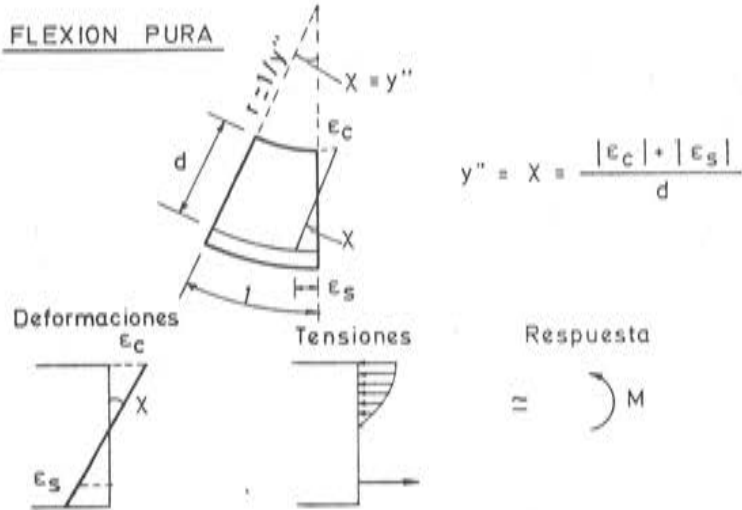


Fig. 3.

Además, ocurre que la deformabilidad última de los materiales reales, no es infinita, y en el caso del hormigón es pequeña; por lo que la posibilidad de incurvación de cada sección queda limitada a  $X_u$ , por las deformabilidades últimas del hormigón y del acero.

Esto quiere decir que no basta, para la verificación a rotura, la simple comprobación de las condiciones de equilibrio, tal como se hace en el cálculo plástico convencional, sino que es necesario verificar que, en este estado, existe compatibilidad de movimientos, deducidos a partir de las propiedades de deformabilidad última de las secciones. Para ello hay que plantear un método de análisis estructural que, considerando, como siempre, las condiciones de equilibrio y compatibilidad, tenga en cuenta cuáles son las propiedades de deformabilidad reales del material estructural.

## 2.- METODO "EXACTO" DE ANALISIS NO LINEAL DE VIGAS CONTINUAS DE HORMIGON ARMADO O PRETENSADO

### 2.1.- Hipótesis básicas

2.1.1.- Se desprecia la deformación debida a esfuerzo cortante, tanto en las almas, como en las alas de las vigas en "T" o en cajón. Esto significa que la fisuración oblicua del alma, si existe, está suficientemente controlada mediante estribos dispuestos próximamente. En cuanto al hecho de la posible distribución no uniforme de tensiones normales en alas anchas, se supone que puede tratarse, de un modo simplificado, acudiendo al concepto de "ancho eficaz".

2.1.2.- Se supone que la capacidad de respuesta última a cortante de las secciones, tanto en las almas, como en las alas de las vigas en "T", es suficientemente grande comparada con su resistencia última a flexión.

2.1.3.- La resistencia a tracción del hormigón, ha sido considerada para la evaluación del momento flector de fisuración. Sin embargo, el efecto de rigidización por resistencia a tracción del hormigón entre fisuras —tensión stiffening— no se ha tenido en cuenta, dado que el trabajo estaba fundamentalmente enfocado al estudio de estructuras postensadas, donde la adherencia se consigue por inyección de las vainas.

Con las hipótesis anteriores, puede establecerse que los diagramas momentos flectores-curvaturas de las secciones, representan las leyes constitutivas reales del material estructural, hormigón armado o pretensado.

### 2.2.- Diagrama momentos-curvaturas, de una sección cualquiera, de hormigón armado o pretensado.

Su determinación está basada en los siguientes puntos:

- I) Se considera que el diagrama ( $M - X$ ), representa el comportamiento de una sección de hormigón pretensado, una vez que es conocida la ley de tensiones de esa sección en el estado permanente, es decir, la ley de tensiones debida, a los momentos ocasionados por las cargas permanentes, y al pretensado que exista en esa sección después de las pérdidas acaecidas hasta el instante que se va a considerar el estudio de la evolución del comportamiento hasta rotura. En la hipótesis, muy próxima a la realidad, de comportamiento lineal de los materiales hasta el nivel de fisuración, un cálculo elástico nos determina el punto 1 de la figura 4, que tiene, como ordenada, el momento exterior resultante, suma de los originados por el peso propio, la carga permanente, y el efecto hiperestático del pretensado, ( $M = M_{g1} + M_{g2} + M_{HP}$ ); y como abscisa, su correspondiente curvatura, normalmente negativa,  $(1/r)_1$ , asociada a la ley de tensiones existente.
- II) Cualquier incremento o reducción del momento flector actuante sobre la sección, produce una respuesta lineal hasta que se alcanza la fisuración en dicha sección. Los puntos 2 y 2' de la figura 4 representan los momentos de fisuración a flexión, positiva y negativa.

Es preciso recalcar, una vez más, que en el eje Y se representa el momento total exterior, es decir, el debido a las cargas exteriores y a las reacciones de apoyo, incluyendo, por tanto, el momento hiperestático de pretensado y cualquier otro momento introducido

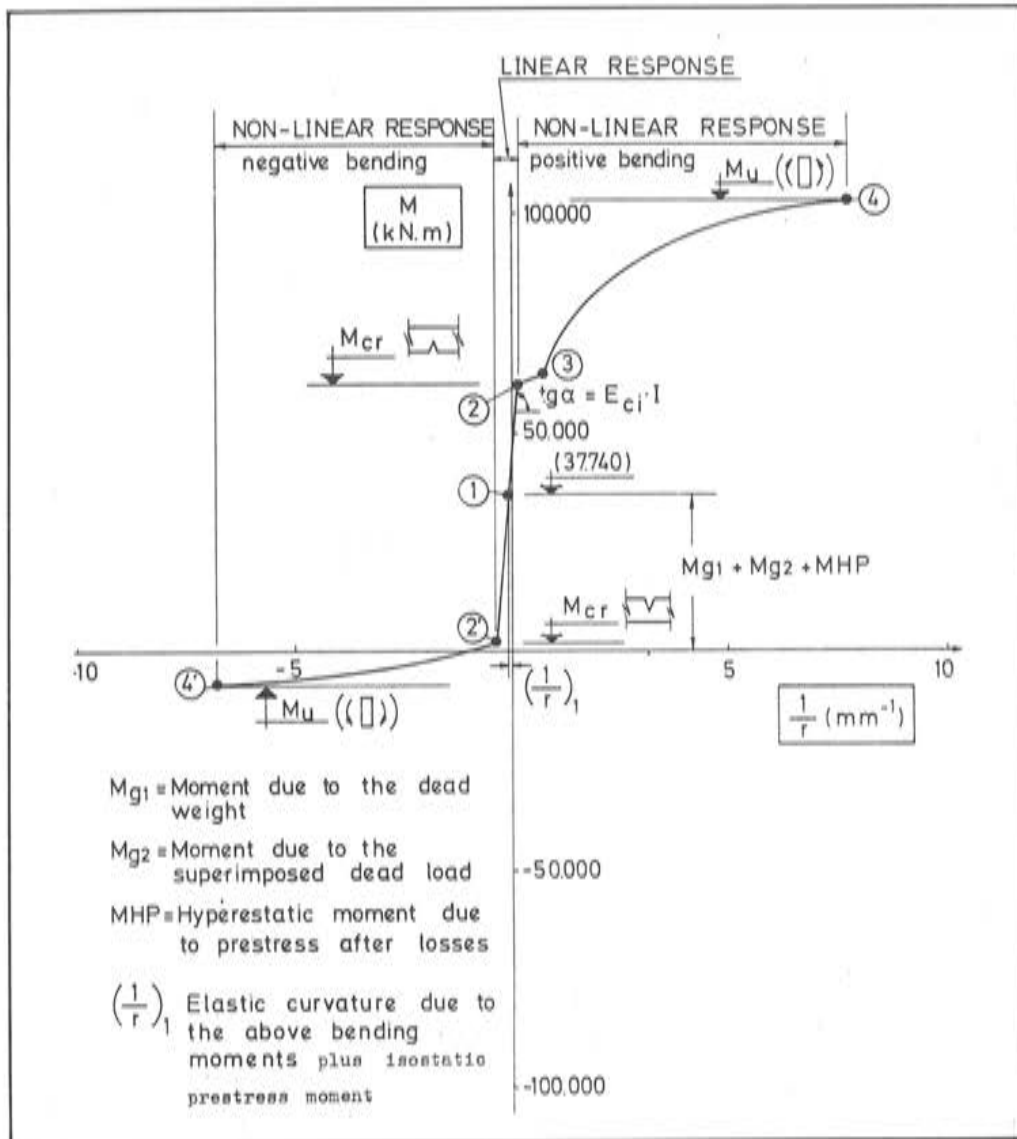


Fig. 4. Relación momento-curvatura de una sección transversal pretensada (correspondiente a la sección transversal [2-6] del ejemplo de la figura 6).

por cualquier otra deformación impuesta. Sobre el eje X, se representa la curvatura asociada a la ley de tensiones existente en la sección, incluyendo, por tanto, la parte debida a los efectos anteriormente mencionados, más el efecto del momento isostático del pretensado. En estas condiciones, se observa el hecho de que, generalmente, el diagrama no pasa por el origen de coordenadas.

Así pues, el resumen del proceso de obtención del diagrama momento-curvatura de una sección pretensada es el siguiente:

- I.- Obtención, mediante un cálculo elástico, del estado tensional a partir del cual se va a estudiar la evolución a la rotura (Punto 1 de la figura 4).

Datos: - Momento exterior actuante:

$$M = M_{g1} + M_{g2} + M_{HP} + M_{Def. imp.}$$

- Curvatura deducida de la ley de tensiones debida a los momentos exteriores, más el momento isostático del pretensado.

II.- Suponiendo que se estudia la evolución hasta la rotura para cargas instantáneas, el segundo paso consiste en trazar, por el punto anterior (1), una recta de pendiente  $E_c I_h$ , donde  $E_c$  es el módulo de deformación longitudinal del hormigón, e  $I_h$  es la inercia homogeneizada de la sección.

III.- Determinación de los puntos 2 y 2', correspondientes a los momentos flectores, positivos y negativos, que producen la fisuración del hormigón. Con esto tenemos determinada la rama del diagrama ( $M - X$ ) de respuesta lineal.

Para la obtención de la rama no lineal del diagrama ( $M - X$ ) procedemos como sigue:

Flexión positiva:

IV.- Determinación del momento último respuesta de la sección,  $M_u$ , así como de su curvatura última,  $X_u$ .

V.- Dividimos el intervalo ( $X_{cr}, X_u$ ) en un elevado número de trozos, por ejemplo 50 ( $X_{cr}$  es la curvatura correspondiente al momento de fisuración).

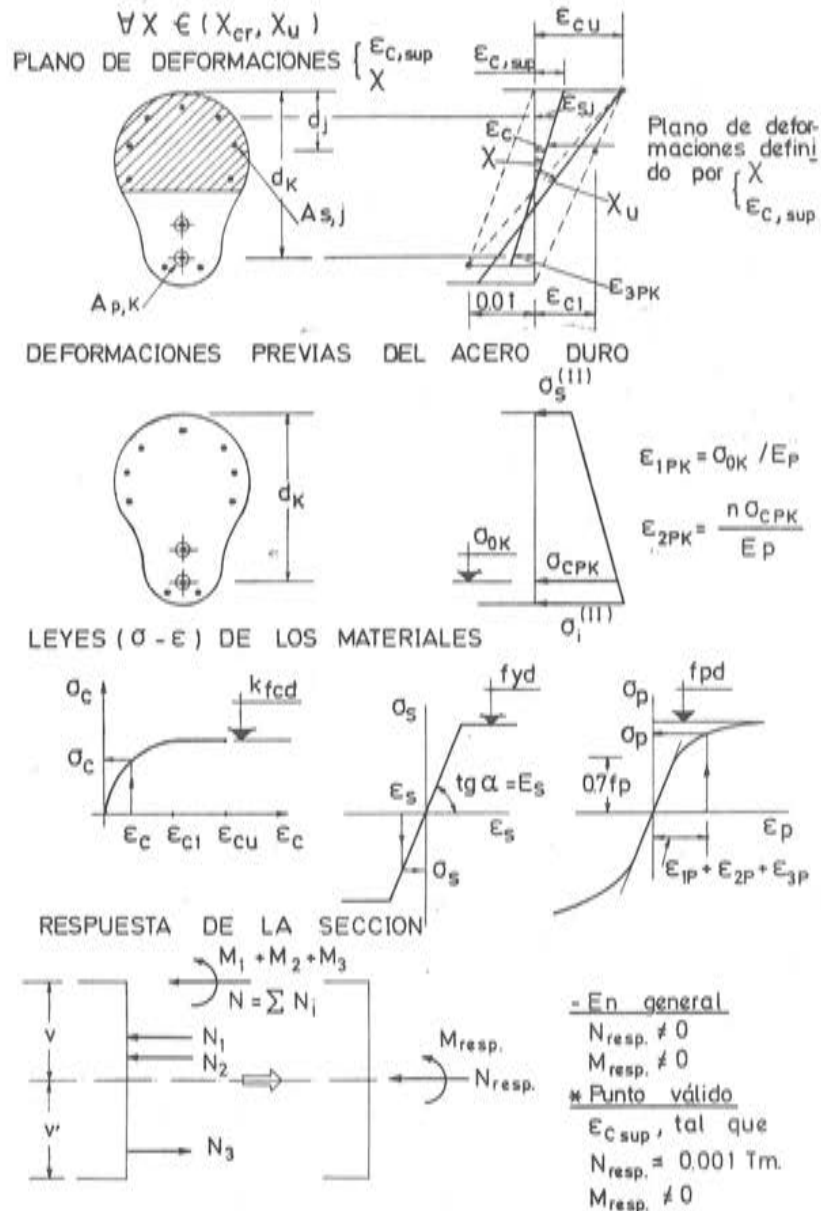


Fig. 5. Obtención por puntos de la rama no lineal del diagrama momentos - curvaturas de una sección



- VI.— (Véase figura 5)  
 Para cada curvatura  $X_1$ , perteneciente al intervalo anterior, podemos definir infinitas posiciones del plano de deformaciones, determinado por la pareja de valores  $(\epsilon_{c, \text{sup}}, X_1)$ . Fijada una posición del plano de deformaciones por  $\epsilon_{c, \text{sup}}$ , procedemos a calcular la respuesta de la sección.
- VII.— Esta se obtiene, fácilmente, a partir de las deformaciones unitarias, si conocemos las leyes constitutivas de los materiales. (Figura 5). A la deformación  $\epsilon_{3PK}$  del acero duro, situado con canto útil  $d_k$ , hay que sumar su deformación previa en el estado permanente,  $(\epsilon_{1PK})$ , más la deformación que sufre el tendón, desde ese estado, hasta que ocurre la descompresión de la fibra de hormigón en la que está situado,  $\epsilon_{2PK}$ . A la tensión del acero asociada a la deformación  $(\epsilon_{1PK} + \epsilon_{2PK})$  es a la que se denomina tensión de neutralización, y al producto de ésta por el área del acero del cable existente en ese nivel, fuerza de neutralización del tendón. Evidentemente, la tensión a la que trabaja el acero duro se deduce de su diagrama  $\sigma - \epsilon$ , entrando con el alargamiento total:  $\epsilon_{1PK} + \epsilon_{2PK} + \epsilon_{3PK}$  (Figura 5).
- VIII.— La integración de las tensiones y la posterior reducción de esfuerzos a la fibra baricéntrica, nos da la respuesta de la sección, que será un momento flector y un axil, éste, en general, distinto de cero.
- IX.— Como estamos en flexión simple, el axil respuesta ha de ser nulo. Luego debemos proceder, por iteraciones, a fijar una posición del plano de deformaciones de curvatura dada,  $X_i$ , de modo que proporcione una respuesta tal que  $N_{\text{resp}} = 0$ . Esto lo conseguimos variando el valor  $\epsilon_{c, \text{sup}}$ .
- X.— Conseguida una respuesta de axil nulo, ya conocemos una pareja de puntos  $(X_i, M_{\text{resp}})$  que constituye un punto del diagrama  $(M - X)$ . Incrementamos la curvatura  $X_i$ , y repetimos el proceso desde el punto VI.
- XI.— Para obtener la respuesta en flexión negativa, se repiten los pasos IV y siguientes.

En cuanto a las técnicas seguidas para obtener una convergencia rápida en el proceso anterior, así como otros aspectos operativos de cálculo, pueden verse en la referencia (1).

La obtención del diagrama  $(M - X)$  de una sección de hormigón armado resulta, con este planteamiento, un caso particular. Si prescindimos de los efectos de la fluencia y retracción, podemos considerar que el diagrama  $(M - X)$  de una sección de hormigón armado, pasa por el origen del sistema de coordenadas aquí definido, puesto que no existe presolicitación alguna; y la obtención de los puntos 2 y 2' es similar a la expuesta. Para la determinación de la rama curva del diagrama, se procede análogamente, teniendo en cuenta que, en este caso, la armadura no está solicitada previamente, y que, por tanto,  $\epsilon_{1SK}$  y  $\epsilon_{2SK}$  son iguales a cero.

### 2.3. — Cálculo de esfuerzos

El método de análisis puesto a punto, sigue un procedimiento de flexibilidad, escogiendo como incógnitas hiperestáticas los momentos flectores de continuidad sobre apoyos intermedios, para cuya determinación se ha empleado, evidentemente, una técnica iterativa.

En la figura 6, se presenta, esquemáticamente, la secuencia del método, particularizado para una viga de dos vanos; y vamos a proceder a continuación a resumirlo brevemente.

Definida la viga geométrica y mecánicamente, se va a estudiar, para una cierta hipótesis de carga, su evolución hasta la rotura, a medida que crece la intensidad de la carga exterior.

Para un cierto nivel de cargas,  $(G + \gamma Q)$ , conocemos, por equilibrio, la ley de momentos flectores en la estructura isostática asociada (sucesión de tramos simplemente apoyados). Si suponemos un valor aproximado para el momento flector de continuidad, podemos calcular la ley de flectores existente en cada vano, bajo tal nivel de cargas, y los valores supuestos de las incógnitas hiperestáticas. Calculados previamente los diagramas  $(M - X)$  de todas las secciones en las que se ha discretizado el dintel, podemos obtener la curvatura existente en cada sección,  $J$ , bajo el momento flector en ella actuante,  $M_J$ .

De este modo, se determinan las leyes de curvaturas, correspondientes a este nivel de cargas, en cada uno de los vanos. Utilizando los teoremas de Mohr, es fácil calcular las rotaciones en los extremos de cada vano de la estructura isostática asociada.

La condición de compatibilidad requiere que las rotaciones de extremos contiguos de vanos adyacentes sean iguales. Si esto sucede, el valor supuesto para el momento de continuidad en la aproximación  $i$ ,  $M_i$ , es el correcto. Si no ocurre así, lo que será normal para las primeras aproximaciones dado el comportamiento no lineal del material, el anterior momento,  $M_i$ , se modifica por otro valor,  $M_{i+1}$ , en el siguiente ciclo de iteración.

Cuando las curvaturas asociadas a la ley de momentos flectores den lugar a idénticas rotaciones sobre el soporte común de ambos vanos, la condición de compatibilidad se verifica, y, por tanto, la ley de momentos flectores supuesta es la correcta para ese nivel de cargas estudiado.

Incrementando gradualmente el valor del coeficiente de amplificación de la sobrecarga,  $\gamma$ , obtenemos, para cada nivel, la correspondiente ley de momentos flectores.

La rotura ocurrirá cuando la intensidad de la carga  $G + \gamma Q$ , sea tal que, al menos en una sección, el momento flector actuante iguale a su momento último respuesta.

En los párrafos anteriores, se ha mostrado el tratamiento de las acciones gravitatorias. El pretensado, expresado como predeformación de las secciones, está directamente reflejado en los diagramas  $(M - X)$ , como ya hemos visto antes.

La acción de un gradiente térmico entre caras superior e inferior, produce un incremento de la curvatura de cada sección, que debe ser añadido a la curvatura deducida de los momentos flectores actuantes.

La acción de un asiento diferencial, implica una rotación en la estructura isostática asociada. La condición de compatibilidad se expresa igualando rotaciones totales a un lado y otro del soporte común, rotaciones que son suma de las integrales de las curvaturas, más la propia rotación deducida del asiento diferencial.

En la figura 7, se muestra la técnica iterativa seguida para obtener los momentos flectores de continuidad correspondientes a un cierto nivel de cargas. Dirigiendo nuestra atención al apoyo 2, figura 7a, podemos observar, (Fig. 7b), cómo para un valor  $M_2 = M_{2, i-1}$ , los giros calculados a partir de las curvaturas de cada vano son  $\theta_{1, i-1}$ , y  $\theta_{2, i-1}$ , los cuales son distintos. Una nueva iteración, con un valor  $M_2 = M_{2, i}$ , conduce a rotaciones  $\theta_{1, i}$ , y  $\theta_{2, i}$ , las cuales tampoco son iguales. Interpolando linealmente obtenemos un nuevo valor para  $M_2$ ,  $M_2 = M_{2, i+1}$ , continuando de este modo hasta que se consigue una aproximación adecuada.

La rapidez de convergencia de este método es variable, dependiendo mucho del trazado del pretensado, de la hipótesis de carga y de su intensidad; pero, generalmente, ha sido suficiente un número de iteraciones comprendido entre 3 y 11.

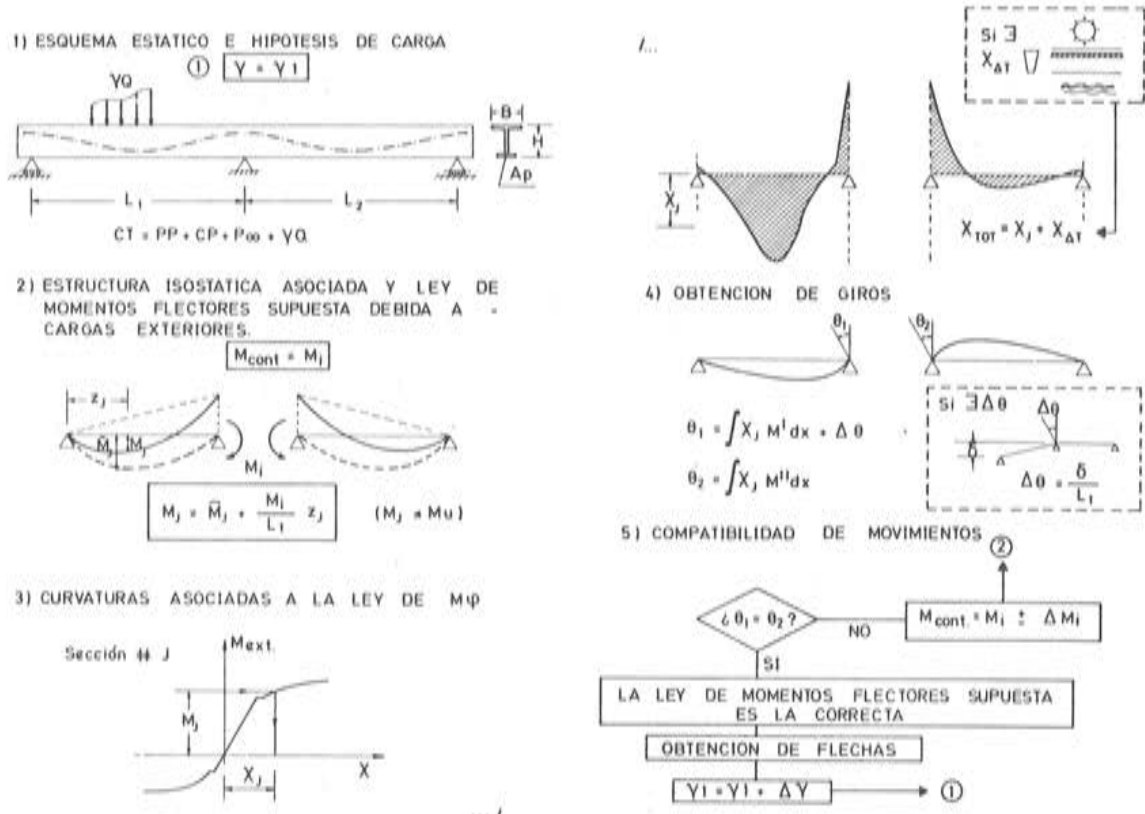


Fig. 6. Esquema general de análisis no lineal de vigas continuas de Hormigón Armado o pretensado

En base a los fundamentos expuestos anteriormente, se escribió un programa en FORTRAN IV, que ha hecho posible el estudio de muchos casos concretos, obteniendo así información abundante de la que sacar conclusiones.

#### 2.4.- Verificación experimental

El modelo de análisis estructural descrito, ha sido contrastado con varios ensayos experimentales de vigas de hormigón armado y hormigón pretensado, realizados por otros autores, pudiendo ver una comparación detallada entre resultados analíticos y de laboratorio en (1), y también en (2). Como resumen, indicaremos que los resultados analíticos producen una aproximación de cargas de rotura, con un error, como media, de un -3,8% en vigas de hormigón armado, siendo este error de un +1% en la única viga de hormigón pretensado que se ha podido comparar, dado el vacío existente de publicaciones que describan ensayos significativos de vigas continuas de hormigón pretensado.

### 3.- ESTUDIO PARAMETRICO DE LOS DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA DE SECCIONES RECTANGULARES DE HORMIGON ARMADO

#### 3.1.- Diagramas momento-curvatura, para diversas cuantías de armadura

Con una subrutina del programa anteriormente descrito, se han obtenido diversos dia-

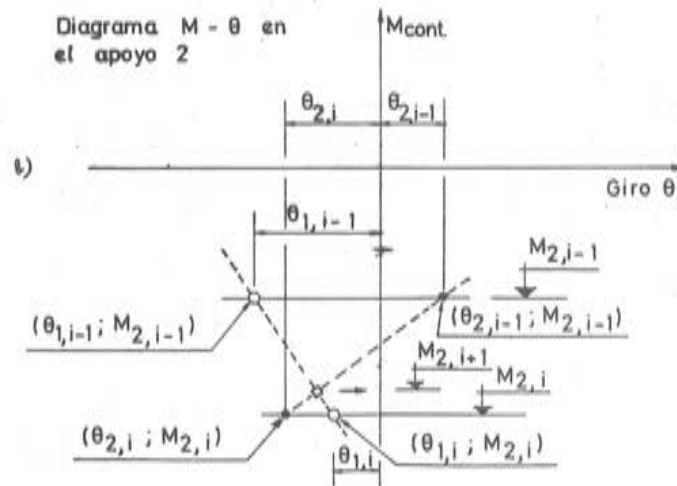
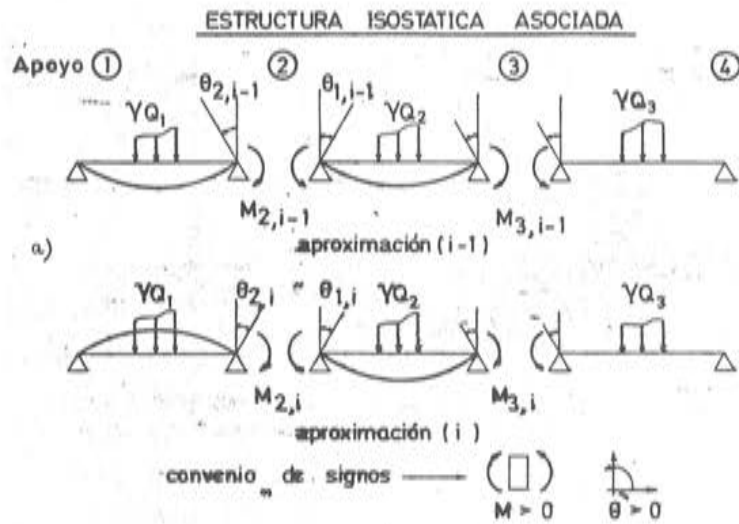


Fig. 7. Obtención del momento flector de continuidad, por aproximaciones sucesivas

gramas momentos-curvaturas específicos, para sección rectangular de H.A., con armadura en tracción, exclusivamente.

Las bases adoptadas de cálculo han sido las siguientes:

- Sección rectangular, de ancho  $b$  y canto total  $h$ .
- Resistencia del hormigón a compresión,  $f_c$ .
- Armadura en tracción, de área  $A_1$ , variable.
- Acero de dureza natural, AE - 42,  $f_y = 4.200 \text{ kg/cm}^2$ .
- Coeficiente de seguridad del acero incluido en el cálculo:  $\gamma_s = 1,1$ .
- Canto útil:  $d = 0,90 h$

Se definen los siguientes valores específicos:

$$\text{Momento específico: } \mu = \frac{M}{f_c b h^2}$$

Curvatura específica:  $\frac{h}{r}$

Cuantía mecánica referida al canto total:

$$\omega = A_1 f_{yd} / f_c b h$$

En estas hipótesis, y para valores variables de la cuantía mecánica  $\omega$ , desde 0,05 a 0,50, con incrementos de 0,05, se han obtenido los diagramas momento-curvatura específicos, dibujados en la figura 8.

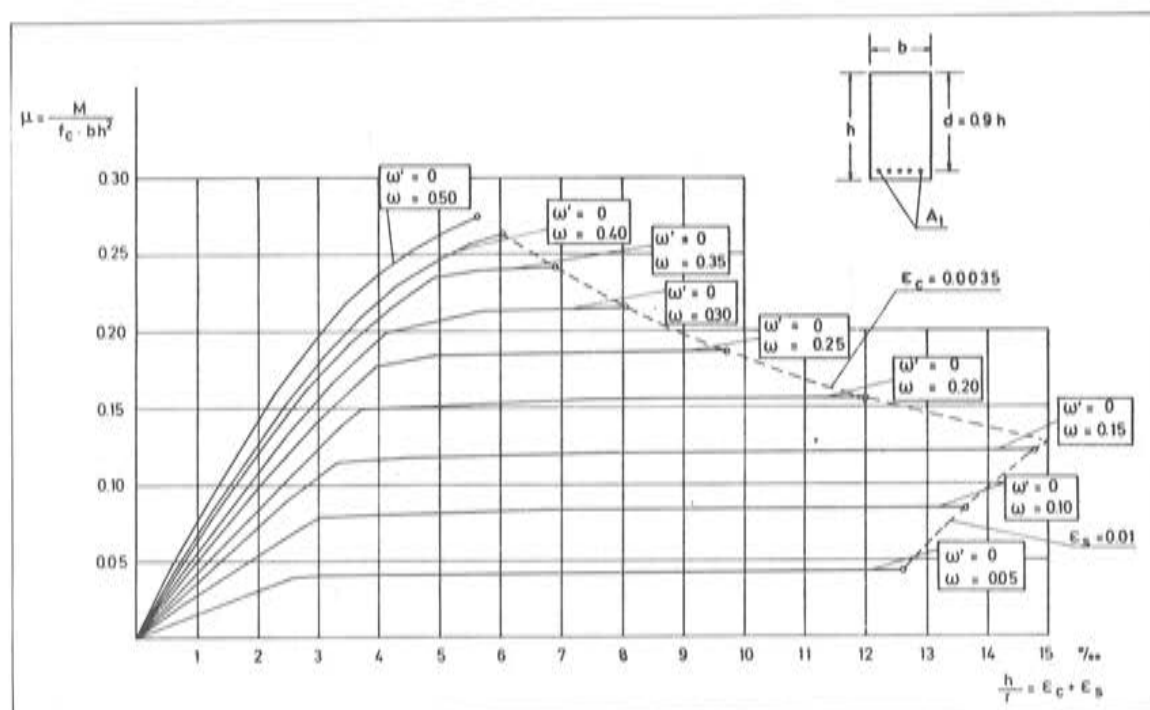


Fig. 8. Diagramas momentos-curvaturas. Sección rectangular  $d = 0,9 h$ .

$$\text{Armadura sólo en tracción } \omega = \frac{A_1 f_{yd}}{f_c b h}$$

$$AE - 42 (N) \quad \gamma_s = 1.1$$

Del examen de la mencionada figura, podemos deducir los siguientes comentarios:

– Rigidez en el estado II fisurado

Puede demostrarse, sencillamente, que la rigidez en el estado II fisurado es:

$$EI = \frac{\mu}{(h/r)} b h^3 f_c$$

Es decir, que la rigidez ( $EI$ ) es el producto de una constante, referente a la geometría de la sección y la resistencia del hormigón, multiplicada por la tangente del diagrama (momento-curvatura) específico. Se nota cómo la cuantía de la armadura en tracción incrementa la rigidez, al aumentar la pendiente de los diagramas.

#### – Curvatura máxima

Con las limitaciones de las deformaciones máximas de los materiales a los valores:  $\epsilon_{cu} = 0,0035$  y  $\epsilon_s = 0,01$ , y con un valor del canto útil  $d = 0,9 h$ , resulta, evidentemente, una curvatura específica máxima, de valor:

$$h/r = 0,015$$

y es fácil deducir que corresponde a una cuantía mecánica,  $\omega = A_s f_{yd}/A_c f_c$ , de valor:  $\omega = 0,153$ .

#### – Dominios de rotura

Obsérvese, cómo para cuantías, desde  $\omega = 0,05$  a  $0,153$ , la rotura sucede en el dominio (2), es decir, por alcanzar el acero el límite máximo de deformación unitaria establecido. En este dominio, la curvatura máxima oscila entre  $h/r = 12,66 ‰$ , para  $\omega = 0,05$ , y  $h/r = 15 ‰$ , para  $\omega = 0,153$ .

El límite superior del dominio (3), para acero AE-42, se da para  $\omega \cong 0,38$ . Dentro del dominio (3), las curvaturas máximas oscilan entre  $h/r = 15 ‰$ , para  $\omega = 0,153$ , y  $h/r = 6,5 ‰$ , para  $\omega = 0,38$ .

#### – Aproximación bilineal

Despreciando la resistencia del hormigón a tracción, que es como están hechos los mencionados diagramas, se deduce, a simple vista, que puede resultar aceptable una aproximación bilineal, para cuantías iguales o inferiores a  $0,20$  ( $\omega \leq 0,20$ ). Para cuantías mecánicas superiores, los diagramas se presentan claramente curvos, y a priori nada puede decirse sobre la verosimilitud que en cálculo de deformaciones puede obtenerse empleando diagramas bilineales.

#### – Capacidad de aviso de la rotura

La forma de los diagramas sugiere, rápidamente, la evolución de las deformaciones y la fisuración de las piezas en el período de prerrotura de la sección. Alguna norma, como ACI-318-77 (4) limita la cuantía máxima de armadura en flexión al 75% de la cuantía crítica (aquella cuantía para la cual se alcanza en la rotura la deformación máxima del hormigón y la correspondiente al límite elástico del acero), lo que, para la hipótesis utilizada, sucede para  $\omega = 0,26$ . Con ello se garantiza que la sección AVISA cuando está próxima a la rotura, alcanzando una curvatura máxima específica ( $h/r \cong 9,5 ‰$ ), y siendo la curvatura plástica el 62% de la curvatura última y 1,62 veces, aproximadamente, la curvatura elástica de la sección.

Obsérvese, cómo a medida que la cuantía mecánica aumenta, el incremento de deformación en fase plástica crece más despacio.

La antigua norma DIN 1045, exigía coeficientes de seguridad diferentes, según la rotura se produjera por fallo del acero ( $\gamma_f = 1,75$ ) o del hormigón ( $\gamma_f = 2,00$ ), criterio quizás excesivamente conservador para cuantías inferiores a  $\omega = 0,30$ , pero posiblemente acertado para cuantías superiores.



### 3.2. — Curvatura total y curvatura plástica

En la figura 9 se presentan los valores obtenidos para la curvatura total y la curvatura plástica, en función de las diversas cuantías, deducidos de los diagramas anteriores.

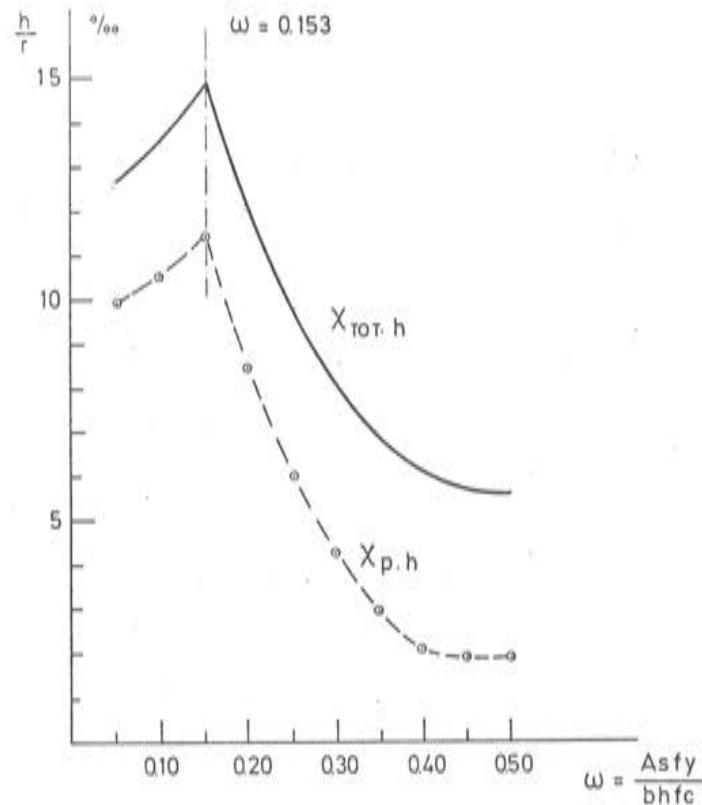


Fig. 9. Valores de la curvatura específica ( $h/r$ ), total y plástica, en función de la cuantía mecánica. Sección rectangular AE-42N  $\gamma_s = 1.1$

La magnitud de la curvatura plástica es importante para los fenómenos de redistribución de esfuerzos, ya que nos da una primera idea de la DUCTILIDAD de las secciones, es decir, de su capacidad de deformarse (de incurvarse) antes de la rotura.

Algún autor, ha definido la DUCTILIDAD de una sección como la relación entre la curvatura última de la sección y la curvatura de ésta en el instante en que se produce la plastificación del acero.

A continuación, y en base a la anterior definición, se da una tabla que expresa la ductilidad de la sección, en función de la cuantía de armadura en tracción:

$\omega$	ductilidad
0.05	4.58
0.10	4.39
0.15	4.39
0.20	3.43
0.25	2.62
0.30	2.12
0.35	1.77
0.40	1.53
0.45	1.51
0.50	1.54

Acero AE = 42 (N)  
 $E_s = 2.100.000 \text{ Kp/cm}^2$   
 $\gamma_s = 1.1$   
 Sección rectangular, con armadura en tracción.

Es preciso hacer notar aquí, que existen dos maneras de incrementar la curvatura última (y por tanto la plástica) de una sección, y son:

- 1º) Aumentando la deformación última del hormigón a flexión, lo que puede lograrse zunchando la zona comprimida, con armadura transversal.
- 2º) Disminuyendo la profundidad de la fibra neutra, disponiendo armadura en compresión, como veremos en el punto 3.3.

### 3.3. Influencia de la armadura en compresión y de la resistencia del hormigón

En la figura 10 se representa, como referencia, el diagrama momento-curvatura específico, para una sección rectangular, armada con una cuantía mecánica en tracción,  $\omega = 0.30$ . En estas condiciones, el momento específico último es  $\mu = 0,214$ ; alcanzándose una curvatura última específica,  $h/r = 8 \text{ ‰}$ .

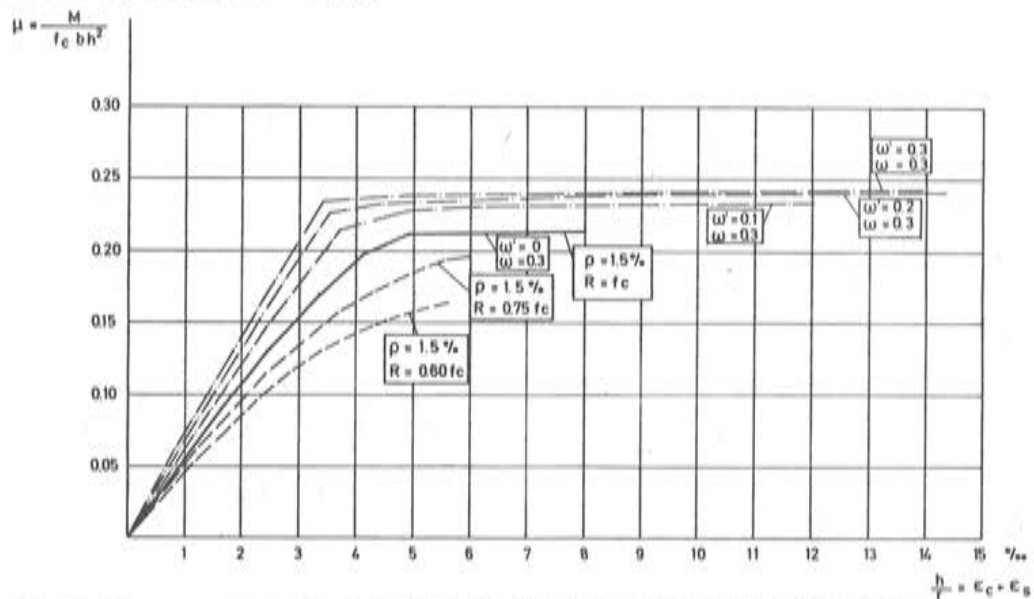


Fig. 10. Diagramas momentos-curvaturas. Sección rectangular de H. A. Influencia de la armadura en compresión. Influencia de la resistencia del hormigón

Para estudiar la influencia de la armadura en compresión, se ha procesado una sección, con cuantía idéntica de armadura en tracción,  $\omega = 0,30$ , y cuantía en compresión variable,  $\omega' = 0.10; 0.20; 0.30$ .

Los momentos últimos obtenidos, así como las curvaturas, en valores específicos, han sido los siguientes:

$\omega$	$\omega'$	$\mu$	$h/r (\text{‰})$
0.30	0.10	0.233	12
0.30	0.20	0.240	14,3
0.30	0.30	0.243	13,9

Puede observarse que, en estas cuantías de armadura en tracción, para las que la rotura se produce en dominio (3), el añadir una armadura de compresión provoca una disminución de la profundidad de la fibra neutra; lo que se traduce, aparte de en un incremento del brazo mecánico, por lo que el momento último respuesta aumenta, en un incremento de la curva-

tura total. Además de ésta, crece la curvatura plástica, aumenta la rigidez de la sección en el estado II, y se incrementa la capacidad de aviso de la rotura, por la posibilidad de sufrir mayores deformaciones en el estado plástico.

El disponer 1/3 de armadura de compresión en esta cuantía, produce un incremento del momento último de tan sólo un 9%; mientras que la curvatura plástica se duplica, incrementando considerablemente la capacidad de incurvación de la sección.

Para estudiar la influencia de la resistencia del hormigón, se supone que la sección presentada como referencia,  $\omega = 0.30$ , tiene una resistencia del hormigón,  $R = f_c$ , tal que, a esta cuantía mecánica, le corresponde una geométrica,  $\rho = 1,5\%$ . El área de armaduras se mantiene, y se estudian los diagramas momento-curvatura específicos, correspondientes a hormigones de resistencia:  $R = 0.75 f_c$ , y  $R = 0.60 f_c$ .

Puede observarse en la figura que, aparte de la disminución del correspondiente momento último, y de la rigidez en el estado II, los diagramas se presentan marcadamente curvos y prácticamente sin rama plástica alguna; lo que supondrá una notable influencia en la capacidad de redistribución de esfuerzos.

#### 4.— EJEMPLOS DE ANALISIS NO LINEAL DE VIGAS CONTINUAS DE HORMIGON ARMADO

Presentamos, a continuación, los resultados del análisis realizado para dos vigas continuas de hormigón armado, de dos tramos de 12 metros de luz cada uno, que presentan las siguientes características:

Parámetros	VIGA 1	VIGA 2
ancho b (m)	0.30	0.30
canto h (m)	1.20	0.85
hormigón, $f_{cd}$ (t/m <sup>2</sup> )	2000	2000
acero, $f_{yd}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	4200	4200
cm <sup>2</sup> armadura apoyo, $A_{s1}$	26	43.7
cuantía mecánica, $\omega_1$	0.152	0.36
cm <sup>2</sup> armadura vano, $A_{s2}$	16.51	25.71
cuantía mecánica, $\omega_2$	0.096	0.2117

El anterior dimensionamiento a flexión, fue realizado a partir de las envolventes de momentos, obtenidos mediante cálculo elástico, originados por una carga permanente de 2.00 t/ml y una sobrecarga uniforme de la misma intensidad, con un coeficiente de seguridad para ambas,  $\gamma_f = 1.50$ . Las secciones de apoyo, dimensionadas según el método simplificado del diagrama rectangular, garantizaban un momento último respuesta de  $-108$  m t.

La hipótesis de carga verificada, en ambas vigas, mediante A.N.L. ha sido la siguiente:

CP = 2.00 t/ml, extendida en toda la viga, de valor constante.

SC = 2.00 t/ml, id, id, cuyo valor se amplifica por un factor  $\gamma$ , creciente desde 1 hasta rotura.

Las secciones con armadura positiva, se representan por un diagrama (M - X), definido por 9 puntos; y las sometidas a momentos negativos, por 13 puntos.

Los resultados del análisis de estos ejemplos, figuran a continuación y vamos a hacer algunos comentarios sobre ellos. La representación de la evolución de los momentos flectores

a medida que aumenta la sobrecarga, se realiza sobre unos ejes coordenados, en los que en abscisas se representan los momentos y en ordenadas el factor de incremento de la sobrecarga (Figs. 11 y 12).

Observando los resultados de la viga (1), (caso de débil cuantía), pueden hacerse los siguientes comentarios:

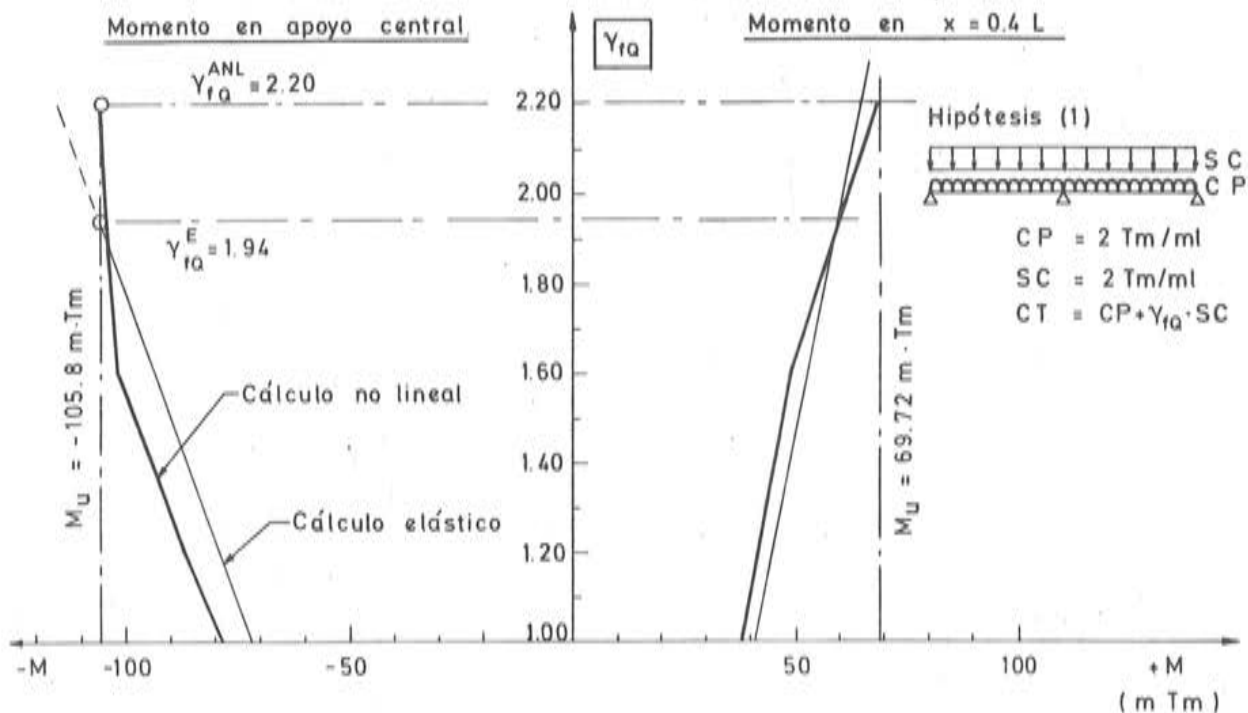


Fig. 11. Viga # 1 30x120 - Hipótesis (1) - Evolución de  $M_{AP}$  y  $M_{0.4L}$  con  $\gamma_{fQ}$

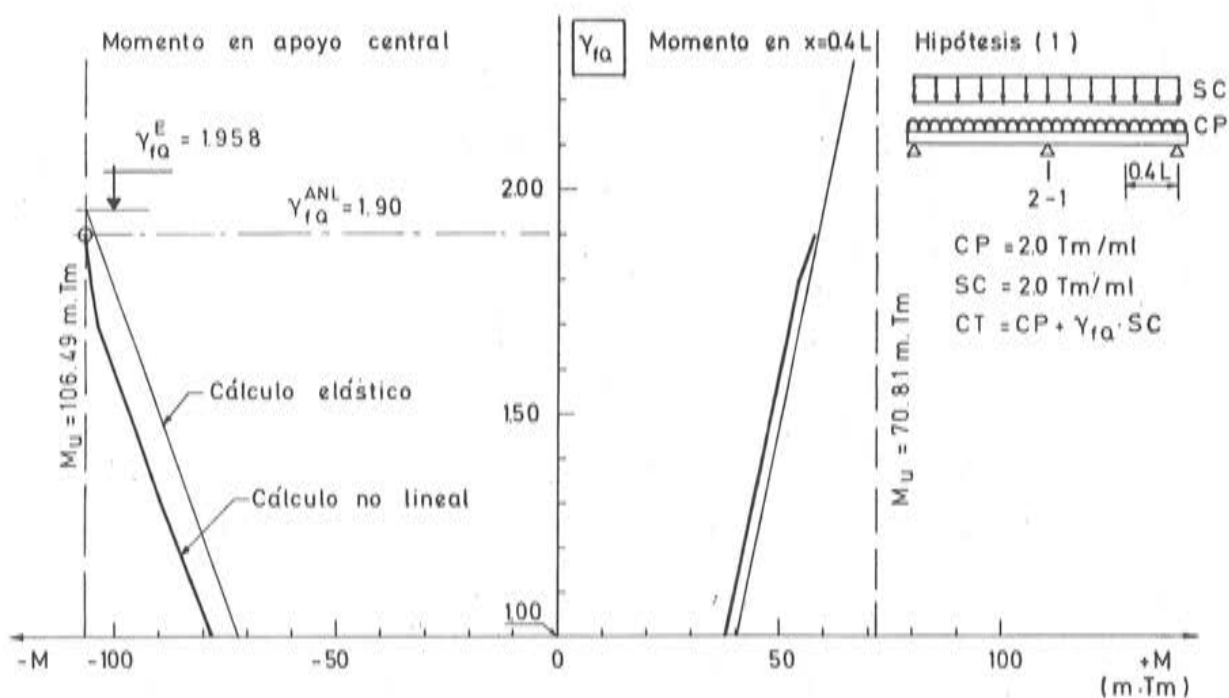


Fig. 12. Viga # 2 30x85 - Hipótesis (1) - Evolución de  $M_{AP}$  y  $M_{x=0.4L}$  con  $\gamma_{fQ}$

- I) La distinta rigidez de las secciones de apoyo y vano (recuérdense los diagramas  $M - X$  dibujados en la figura 8), influye, ya desde el comienzo, en la redistribución de momentos flectores. Nótese cómo el momento sobre el apoyo central es mayor, en valor absoluto, que el momento elástico, calculado éste con la rigidez de la sección de hormigón sin fisurar, constante para toda la viga.
- II) Para el factor de incremento de la sobrecarga  $\gamma = 1,60$ , la sección de apoyo central entra ya en la rama plástica y el incremento del momento flector deja de ser lineal. Nótese cómo, por equilibrio, cambia la pendiente de crecimiento del momento en vano.
- III) Para esta hipótesis de carga, y debido a la existencia de suficiente armadura positiva, el coeficiente de seguridad real relativo a la sobrecarga, alcanza el valor de  $\gamma = 1,94$ . Existe, pues, un coeficiente de seguridad adicional, sobre el "elástico", que vale  $2,20/1,94 = 1,134$ .

Con referencia a los resultados de la viga (2), pueden hacerse los siguientes comentarios:

- I) Se observa, al igual que en el ejemplo anterior, cómo la distinta rigidez de las secciones sobre apoyo y vano, hace que el momento flector sobre apoyo sea superior al correspondiente valor elástico, obtenido éste con la sección bruta de hormigón para toda la viga.
- II) Debido al menor canto de la viga y a haberse dimensionado ésta para resistir aproximadamente igual momento último, la sección de apoyo tiene una gran cuantía mecánica ( $\omega = 0,36$ ); por lo que, al ser su ductilidad menor, su capacidad de incurvación se agota para un factor  $\gamma = 1,90$ , inferior en un 3% al valor de  $\gamma = 1,96$  que se obtendría mediante un análisis elástico.

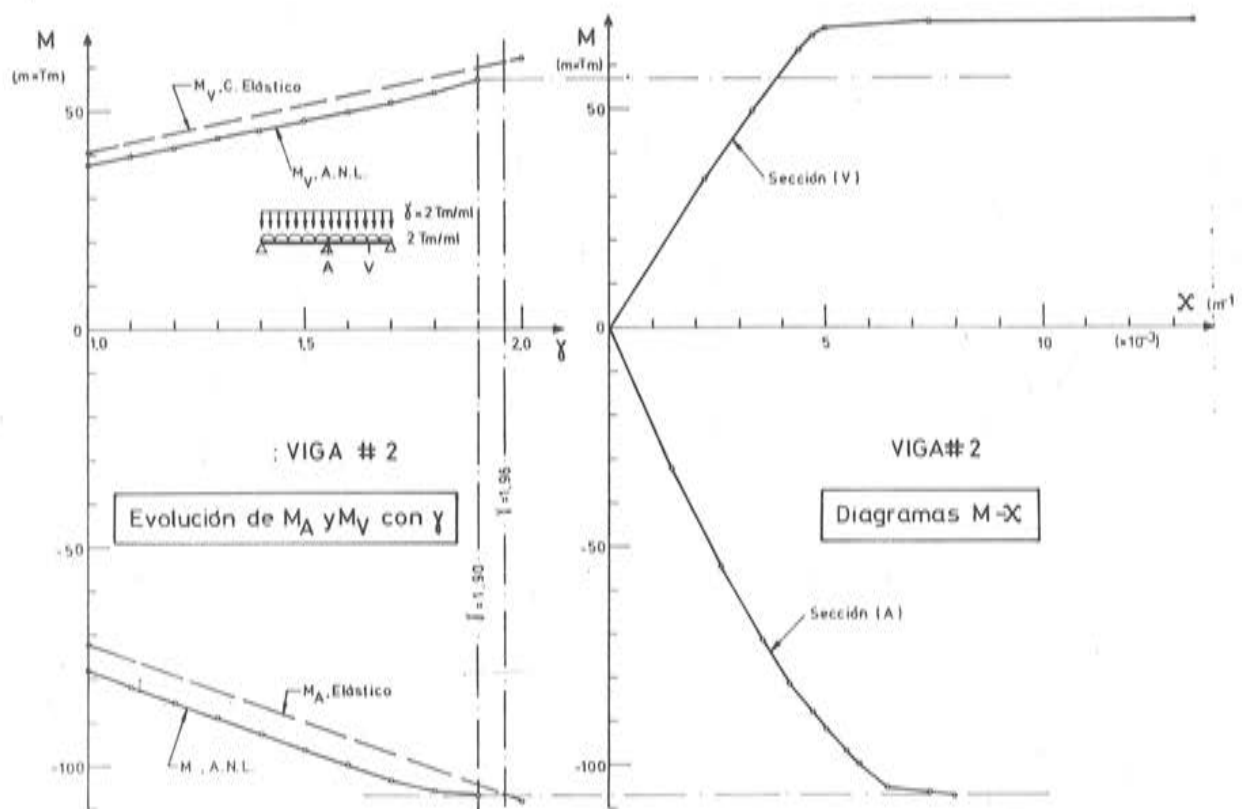


Fig. 13.

La figura 13 nos puede ayudar a comprender este resultado sorprendente. En ella se representa, a la izquierda, la evolución de los momentos flectores en vano y apoyo, para distintos valores de  $\gamma$ ; y, a la derecha, los diagramas  $M - X$  de ambas secciones. Aunque en el análisis se han utilizado 11 secciones por vano, la representación de sólo las críticas será, en este caso, suficiente para interpretar el fenómeno.

El resultado que comentábamos en el punto I) anterior es evidente sin más que comprobar cómo, efectivamente, la rigidez de la sección de apoyo (pendiente de su diagrama  $M - X$ ) es superior a la de la sección de vano. Por ello se produce una llamada de momentos hacia la sección sobre el soporte central, que es superior a la definida por una relación de rigideces 1/1.

Igualmente, podemos comprender por qué se agota antes de lo que determinaría un cálculo elástico. Sucede que el momento flector sobre apoyo, crece por encima del valor elástico, por lo comentado anteriormente, y al llegar a las proximidades del valor de su momento último respuesta, el diagrama ( $M - X$ ) tiene un trozo horizontal muy corto, alcanzándose prematuramente la rotura por deformación última del hormigón a flexión.

Hemos visto, en estos dos ejemplos, cómo el cálculo elástico da lugar a dimensionamientos, unas veces, más seguros de lo que se presumía, y otras, menos seguros, dependiendo de la cuantía de armadura. Y como veremos, es lógico que así suceda, puesto que el modo de proceder habitual, en el dimensionamiento de secciones, mediante la ponderación de los valores de los momentos obtenidos de un cálculo elástico, garantiza que se verifican las condiciones de equilibrio, pero no las de compatibilidad de movimientos; ya que supone extrapolar el modelo de deformabilidad en estados de servicio, a estados avanzados de carga.

Vamos a suponer que queremos dimensionar la armadura de flexión de la viga biempotrada de la figura 14, para resistir una carga uniforme de diseño, de  $q_d$  t/ml. Un cálculo elástico, nos dice que los valores de los momentos en apoyo y vano son  $-2/3 M_0$  y  $1/3 M_0$ , respectivamente, donde  $M_0$  es el valor del momento isostático:  $M_0 = q_d l^2/8$ .

El dimensionamiento estricto de la armadura, nos conduce a proporcionar momentos respuesta, de valor  $M_u = 1/3 M_0$  en vano, y  $2 M_u = 2/3 M_0$  en apoyo. Con el fin de visualizar el fenómeno, admitimos como aproximación (en la figura 8 puede apreciarse en qué grado resulta válida esta aproximación) unos diagramas ( $M - X$ ) bilineales, con rama superior horizontal. Como vimos anteriormente, la rigidez de las secciones de apoyo y de vano, dependerá de la cuantía de armadura dispuesta; y suponemos que en el estado II—esto es con existencia de fisuración— son, respectivamente,  $(EI)_A$  y  $(EI)_V$  (figura 14c). Vamos a proceder, a continuación, a verificar la compatibilidad de deformaciones en el empotramiento. Procedemos, para ello, a dibujar la ley de curvaturas que se representa en la figura 14d. (Suponemos que las secciones próximas al punto de momento nulo, también están fisuradas).

Por Resistencia de Materiales, el giro en un arranque se puede calcular mediante la expresión:

$$\theta = \frac{2 M_u}{(EI)_A} \frac{L}{2} - \frac{2}{3} \frac{(M_u + 2 M_u)}{(EI)_V} \frac{L}{2} + \chi_p \ell_p$$

donde  $\chi_p$  es el valor de la curvatura plástica de la sección de apoyo que, según los casos, debe desarrollarse en una cierta longitud,  $\ell_p$ , ( $\chi_p \ell_p =$  rotación plástica) para que exista compatibilidad de movimientos.



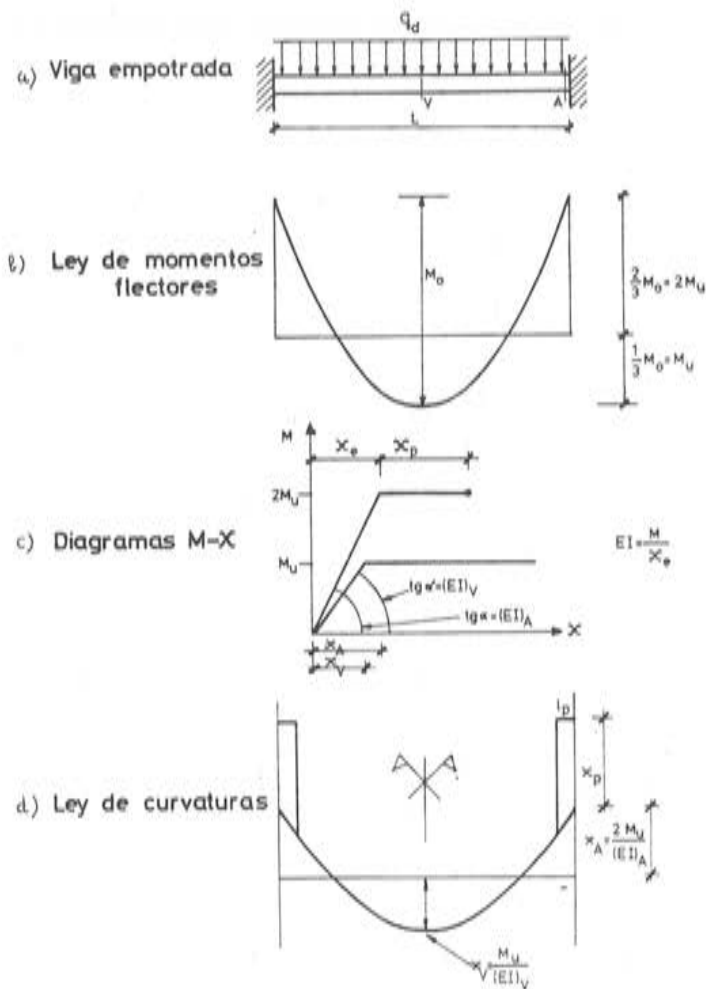


Fig. 14.

En el caso que nos ocupa, ésta expresión se escribe:

$$\theta \equiv \frac{M_u L}{(EI)_A} - \frac{M_u L}{(EI)_V} + X_p \ell_p = 0$$

como corresponde al caso de empotramiento perfecto, o de tramo central de una viga continua, de vanos iguales, y con carga uniforme.

Despejando de la ecuación anterior la curvatura plástica, y operando, tenemos:

$$X_p = \frac{M_u}{(EI)_V} \frac{L}{\ell_p} \left\{ 1 - \frac{(EI)_V}{(EI)_A} \right\}$$

En esta ecuación, observamos que, si coinciden los valores de las rigideces en las secciones de apoyo y vano, —caso del cálculo elástico, efectuado con inercias calculadas a partir de la sección de hormigón considerada íntegra— la curvatura plástica requerida para que exista compatibilidad de deformaciones es nula. Por el contrario, en el caso real que nos ocupa

del hormigón armado, la relación  $(EI)_V / (EI)_A$  es menor que la unidad; por lo que SIEMPRE SE REQUERIRA QUE SE DESARROLLE EN LA SECCION DE APOYO UNA CURVATURA PLASTICA.

El razonamiento que hemos utilizado, sigue de cerca el efectuado por MACCHI en (3), donde este autor desarrolla, de una manera simplificada, la fórmula anterior. Es posible poner el momento último de la sección de vano,  $M_u$ , en función de  $\omega$ ,  $b$ ,  $d$ , y  $f_c$ , así como estimar los valores de  $(EI)_V$  y de  $(EI)_V / (EI)_A$ , en función de la cuantía, llegando, de este modo, a establecer una relación entre la curvatura plástica requerida,  $\chi_p$ , y los restantes parámetros independientes, que resultan ser  $f_c$ ,  $L/h$  y  $\omega$ ; o, de un modo más general, la profundidad relativa de la fibra neutra,  $x/d$ , en la rotura.

Suponiendo un valor seguro para la longitud de la zona plastificada,  $l_p$ , el producto  $\chi_p l_p$  determina la magnitud de la rotación plástica requerida en las secciones de apoyo, para que exista compatibilidad de movimientos. Comparando esta capacidad de rotación necesaria, con la que realmente puede desarrollarse —esta última deducida experimentalmente— MACCHI llega a la conclusión de que, en este esquema estático, que es el más desfavorable, las secciones de apoyo cuya cuantía de armadura en tracción y compresión sea tal que de lugar, en la rotura, a profundidades relativas de la fibra neutra,  $x/d$ , superiores a 0.45, no tienen suficiente ductilidad; esto es, carecen de la posibilidad de desarrollar curvaturas plásticas de intensidad suficiente para que se verifiquen las condiciones de compatibilidad de movimientos (figura 15).

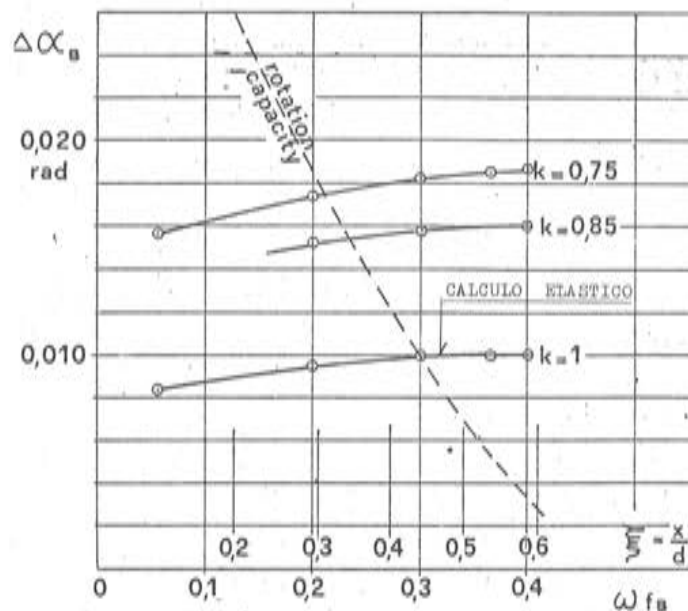


Fig. 15. Comparación entre la rotación plástica necesaria y la capacidad de rotación. MACCHI (3)

Los resultados del anterior estudio, en el que se han efectuado varias simplificaciones a fin de poder llegar a una formulación compacta, se ven confirmados con el segundo de los ejemplos presentados, en donde con un valor de  $x/d = 0.58$ , se ha obtenido, para un esquema estático algo más favorable, valores de la carga última inferiores a los deducidos mediante un cálculo elástico.

## 5.— DIAGRAMAS MOMENTOS-CURVATURAS DE SECCIONES RECTANGULARES DE HORMIGÓN PRETENSADO

### 5.1.- Ejemplos

Mediante la aplicación de una subrutina del programa descrito en el punto 2, se han obtenido los diagramas momentos-curvaturas, específicos, de secciones rectangulares de hormigón pretensado. El estudio se ha realizado con los siguientes valores de los parámetros.

- I) Canto útil de la sección:

$$d = 0.90 h,$$

siendo  $h$  el canto total.

- II) Acero de pretensado:

Se supone un hipotético acero, de dureza natural, de límite elástico  $17000 \text{ Kp/cm}^2$ :

$$f_y = 17000 \text{ Kp/cm}^2$$

Esta hipótesis se hace con el fin de minimizar el tiempo de máquina, pues para aceros estirados en frío, se triplican los tiempos de cálculo.

Para el coeficiente de seguridad del acero, se adopta un valor de:  $\gamma_s = 1.1$ .

Se supone que la armadura ha sido tesada a una tensión tal que, después de pérdidas, la tensión de neutralización del acero es un sesenta por ciento del valor del límite elástico. Un valor próximo a éste es el máximo nivel de tensión del acero admitido en el estado permanente por muchas reglamentaciones, entre ellas la instrucción EP-80.

Se adopta pues:

$$\sigma_0 = 0.60 f_{py}$$

Módulo de elasticidad del acero:

$$E_p = 2.1 \times 10^6 \text{ Kp/cm}^2$$

- III) Para el cálculo del tramo correspondiente al estado (I), se toma una resistencia del hormigón:

$$f_{ck} = 300 \text{ Kp/cm}^2$$

a fin de poder cuantificar el valor del módulo de elasticidad del hormigón para cargas instantáneas:

$$E_c = 19000 \sqrt{f_{ck}}$$

Se recuerda que no se tiene en cuenta el efecto "tensión Stiffening", ni la cuantía de la armadura, para el cálculo exacto de la inercia homogeneizada de la sección y el valor de la fuerza de neutralización.

En la figura 16 se dibujan los diagramas momentos-curvaturas, específicos, obtenidos para cada cuantía mecánica  $\omega$ , variable de 0.05 a 0.40, referida a la totalidad de la sección. La notación empleada es:

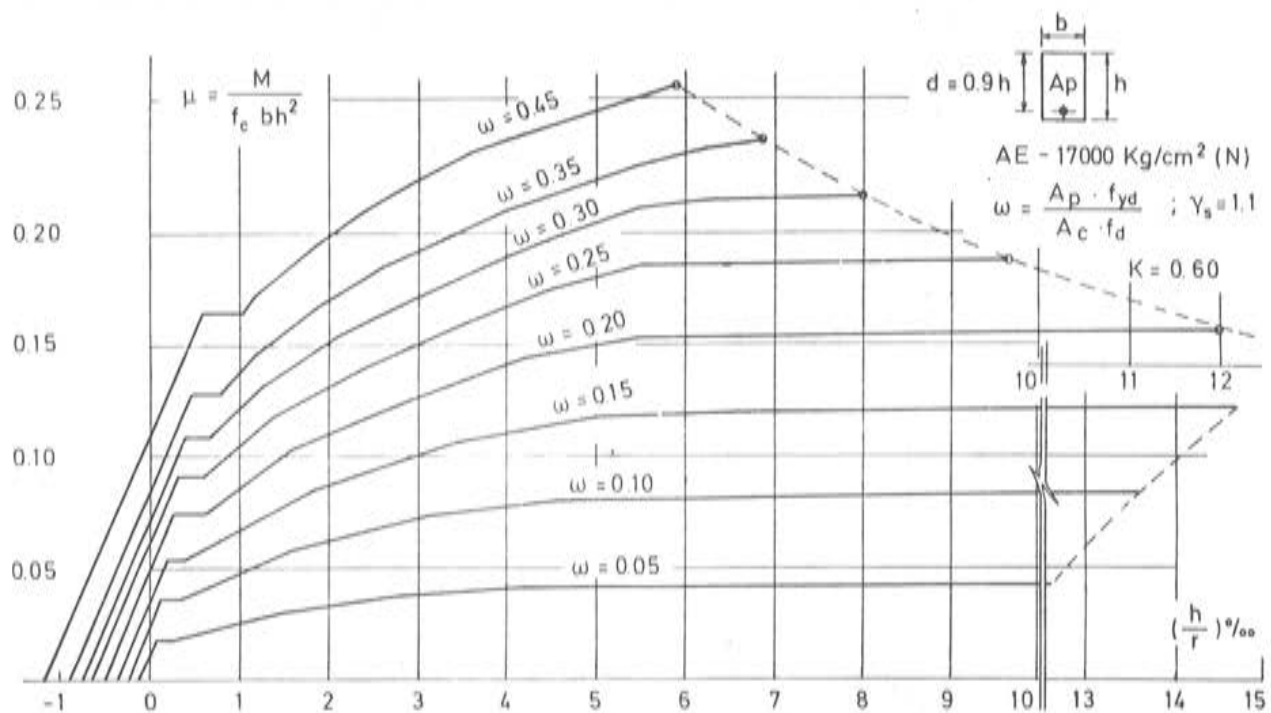


FIGURA 16 . - Diagramas momentos - curvaturas en valores específicos para sección rectangular pretensada

$$\text{Momento específico: } \mu = \frac{M}{f_c b h^2}$$

$$\text{Curvatura específica: } \frac{h}{r} = \frac{|\epsilon_c| + |\epsilon_{p3}|}{0.9}$$

$$\text{Cuantía mecánica: } \omega = \frac{A_p f_{py} d}{A_c f_c}$$

$$\text{Grado de presolicitación: } K = \frac{\sigma_{pn}}{f_{py}} = 0.60$$

Del examen de la mencionada figura se pueden sacar las mismas conclusiones, o análogas, a las reflejadas en el apartado 3 de este trabajo, en lo relativo a:

- Curvatura máxima;
- Dominios de rotura;
- Aproximación bilineal, y
- Capacidad de aviso frente a rotura,

por lo que no se repiten aquí.

En este apartado destacaremos, sólomente, el hecho de apreciarse claramente el cambio de rigidez tangente y secante, al alcanzar la fisuración de la sección el nivel de la armadura tesa adherente. Se ha supuesto que, hasta esta situación, el hormigón de recubrimiento resiste a tracción.

## 5.2.- Comparación de resultados en el estado límite último, entre hormigón armado y hormigón pretensado, con diferente grado de presolicitación de la armadura

Además del caso estudiado en el apartado anterior, en el que se suponía una presolicitación de la armadura  $K = 0.60$ , es decir:

$$\sigma_0 = 0.60 f_{py},$$

se ha realizado un estudio análogo para diversas cuantías de armadura dura, presolicitada a niveles:

$$K = 0$$

$$K = 0.20$$

$$K = 0.40$$

$$K = 0.60$$

Al acero duro de pretensado considerado, se le han supuesto las siguientes características:

$$f_{py} = 17000 \text{ Kp/cm}^2$$

$$E_p = 2.1 \times 10^6 \text{ Kp/cm}^2$$

dureza natural AP (N)

$$\gamma_p = 1.1$$

En la tabla 17 figuran, en valores específicos, los resultados de momentos y curvaturas últimos alcanzados para diversos valores de la cuantía mecánica y grado de presolicitación de la armadura dura, comparando estos resultados con los obtenidos para secciones de hormigón armado de igual cuantía, utilizando acero de calidad AE = 42 (N), con análogo coeficiente de seguridad,  $\gamma_s = 1.1$ .

Del examen de la tabla 17, se extraen las siguientes conclusiones:

- I) Para cuantías  $\omega \leq 0.20$ , el momento y la curvatura última son idénticos, independientes del grado de presolicitación de la armadura.
- II) Para cuantías  $\omega \geq 0.25$ , puede observarse cómo, a medida que aumenta el grado de presolicitación de la armadura dura, crece el momento flector último y disminuye la curvatura. Este resultado es totalmente lógico y esperado, puesto que con la presolicitación de la armadura se posibilita que ésta alcance el límite elástico.
- III) El grado de presolicitación necesario para que la armadura alcance el límite elástico, puede deducirse directamente de la tabla. Así se obtiene:

Cuantía mecánica $\omega$	Grado de presolicitación K
$\leq 0.20$	0
0.25	$K \geq 0.40$
0.30	$K > 0.40$
0.35	$K = 0.60$

**TABLA 17**

Variación de los momentos y curvaturas específicos últimos, para secciones rectangulares de H.P., en función del grado de presolicitación de la armadura

K = grado de presolicitación

$K = \sigma_0 / f_{py}$

$\omega$  = cuantía mecánica

$\omega = A_p f_{pyd} / A_c f_c$

$$\mu = \frac{M}{f_c b h^2}; \quad d = 0,90 h$$

Hormigón pretensado: $f_{py} = 17.000 \text{ Kp/cm}^2 \text{ (N)}$						H.A. AE - 42 (N)				
K	0		0.20		0.40		0.60		0	
$\omega$	$\mu$	$\frac{h}{r} \text{‰}$	$\mu$	$\frac{h}{r} \text{‰}$	$\mu$	$\frac{h}{r} \text{‰}$	$\mu$	$\frac{h}{r} \text{‰}$	$\mu$	$\frac{h}{r} \text{‰}$
0.05	0.043	12.66	0.043	12.65	0.043	12.65	0.043	12.65	0.043	12.66
0.10	0.084	13.6	0.084	13.60	0.084	13.6	0.084	13.60	0.084	13.6
0.15	0.121	14.75	0.121	14.74	0.121	14.74	0.121	14.74	0.121	14.75
0.20	0.155	12.1	0.155	12.1	0.155	12.1	0.155	12.1	0.155	12.1
0.25	0.167	11.04	0.181	9.98	0.187	9.63	0.187	9.63	0.187	9.63
0.30	0.178	10.3	0.19	9.20	0.211	8.2	0.215	8.03	0.215	8.05
0.35	0.186	9.70	0.204	8.64	0.222	7.67	0.241	6.88	0.241	6.89
0.40	0.194	9.20	0.212	8.17	0.239	7.20	0.25	6.3	0.263	6.03
0.45	0.20	8.84	0.220	7.78	0.242	6.82	0.264	5.96	0.270	5.76

Para una cuantía  $\omega = 0.40$ , el acero no alcanzará el límite elástico ni en H.P. ni en H.A. (para aceros de las calidades supuestas), y el momento último, en el caso de H.P., es inferior al alcanzado en H.A.

- IV) Asimismo, pueden sacarse conclusiones relativas al H.A. Para cuantías  $\omega \leq 0.20$ , los momentos y curvaturas últimos son independientes del límite elástico del acero. Para cuantías superiores, la disminución del momento último, en secciones armadas con acero de muy alto límite elástico, alcanza los siguientes valores: (valor 1 el correspondiente al acero de límite elástico 42)

$\omega$	$\frac{\mu_u \text{ AE - 170}}{\mu_u \text{ AE - 42}}$
0.25	0.893
0.30	0.828
0.35	0.772
0.40	0.738
0.45	0.741



## 6.- EJEMPLOS DE ANALISIS NO LINEAL DE VIGAS CONTINUAS DE HORMIGON PRETENSADO

### 6.1.- Puente del Eje Cuzco-Barajas, del enlace de Santamarca, en la Autopista M-30 de Madrid

Una descripción detallada de este puente puede encontrarse en la referencia (5). Basta aquí recordar que se trata de un tablero continuo, de hormigón pretensado, de luces 43 + 48 + 43 metros, cuya sección transversal está formada por dos cajones tricolulares, de 1,70 metros de canto, enlazados por un forjado. (Figuras 18 y 19). Su pretensado longitudinal, dimensionado en Clase I, consiste en 20 tendones, cinco por alma principal, compuestos por 36 torones de 0.6", que discurren de un extremo a otro del tablero, donde se anclan mediante anclajes activos. La hipótesis de carga considerada en el análisis que aquí se presenta es la siguiente:

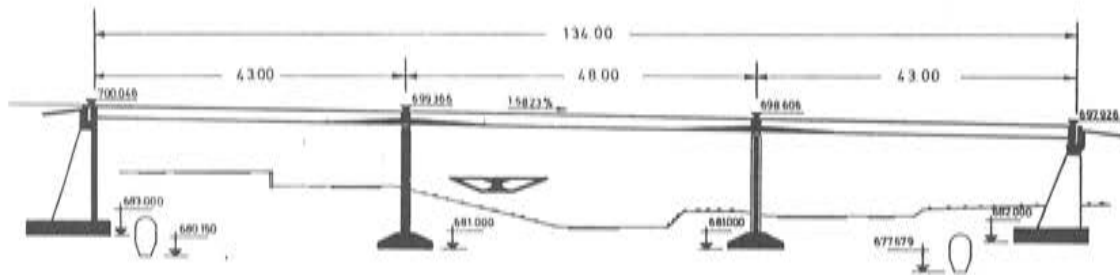


Fig. 18. Puente Cuzco-Barajas sobre la autopista M-30 en Madrid. Sección longitudinal.

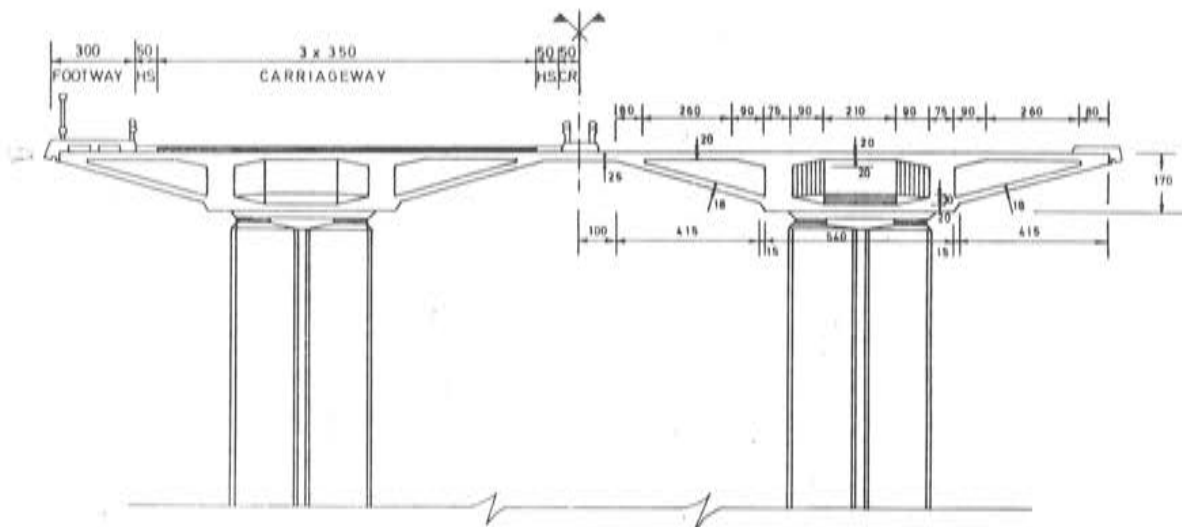


Fig. 19. Puente "Cuzco-Barajas". Sección transversal general.

- Valores característicos del peso propio, carga permanente de superestructura y pretensado después de pérdidas.
- Sobrecarga característica de puentes de carretera, 400 Kg/m<sup>2</sup> y vehículo de 60 t, situada de modo que no produzca ningún efecto de excentricidad.

El estudio de la evolución hasta la rotura, se hace incrementando la sobrecarga característica mediante un factor  $\gamma$ , creciente desde  $\gamma = 0$  (puente vacío), hasta que se alcanza la rotura en una sección.

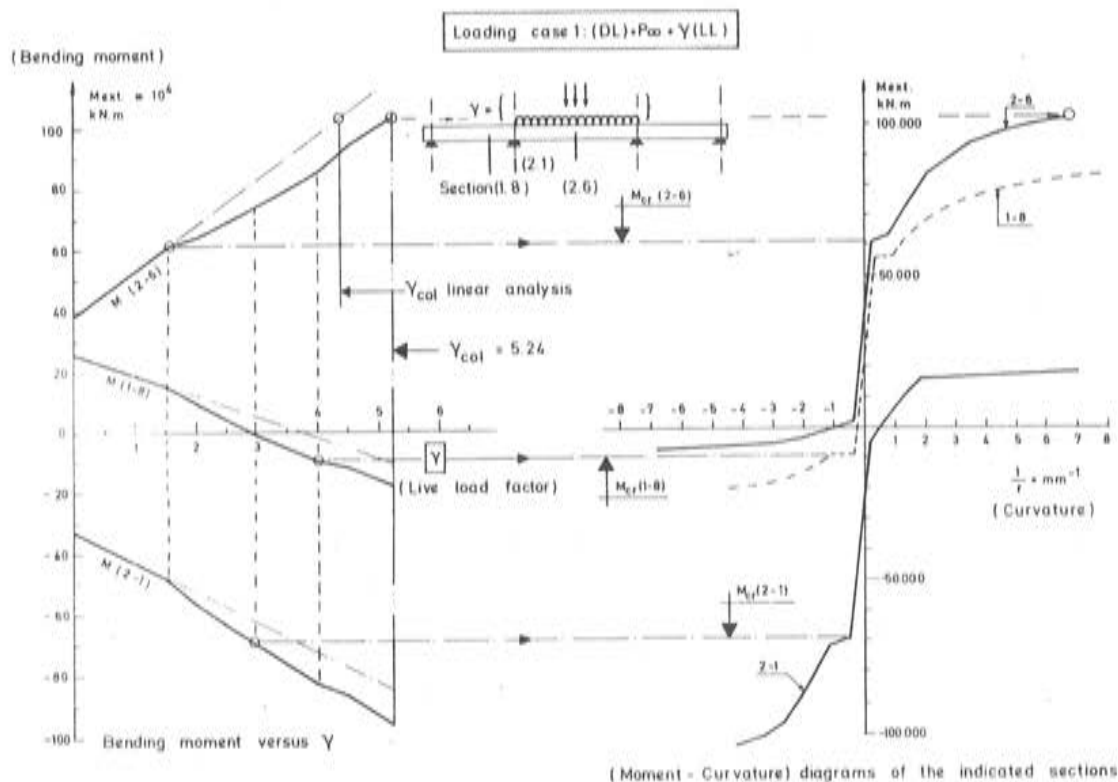


Fig. 20. Hipótesis de cargas 1. Evolución de los momentos flectores en las secciones (1.8), (2.1) y (2.6) con incremento del coeficiente de carga útil.

En la parte izquierda de la figura 20, se muestra la evolución de los momentos flectores totales, en tres secciones críticas del tablero, a medida que se incrementa la sobrecarga (factor  $\gamma$ ). En la parte derecha, se representan los diagramas (M - X) de las tres secciones implicadas. En relación a esta figura, cabe comentar:

- Desde  $\gamma = 0$ , hasta  $\gamma = 1.5$ , la respuesta de la estructura es lineal.
- Para  $\gamma = 1.5$ , se alcanza en la sección (2.6) su momento de fisuración, como puede verse en su correspondiente diagrama momento - curvatura.
- A consecuencia de ello, la rigidez relativa del vano central disminuye y, para valores crecientes de  $\gamma$ , el momento flector en la sección de apoyo,  $M_{(2.1)}$ , crece con más pendiente que su correspondiente valor lineal, mientras que, lógicamente, el momento flector en la sección (2 - 6) lo hace con pendiente menos acusada.
- Para  $\gamma$  aproximadamente igual a tres, ocurre la fisuración de la sección de apoyo (2.1), y la tendencia anterior se modifica ligeramente.

- e) Cuando  $\gamma = 4$ , la sección (1.8) del vano lateral se fisura; lo que vuelve a producir un cambio en las pendientes de crecimiento de las líneas que representan la evolución de los momentos flectores.
- f) Finalmente, para un valor de  $\gamma = 5.24$ , el momento flector actuante en la sección (2.6) iguala su momento último respuesta, y aceptamos, por hipótesis, que para este nivel de carga se produce el colapso del dintel.

Observamos que el incremento de la capacidad de carga deducido de un análisis no lineal, alcanza un 16%, puesto que, según un cálculo elástico convencional, la rotura se habría producido para un valor de  $\gamma = 4.54$ .

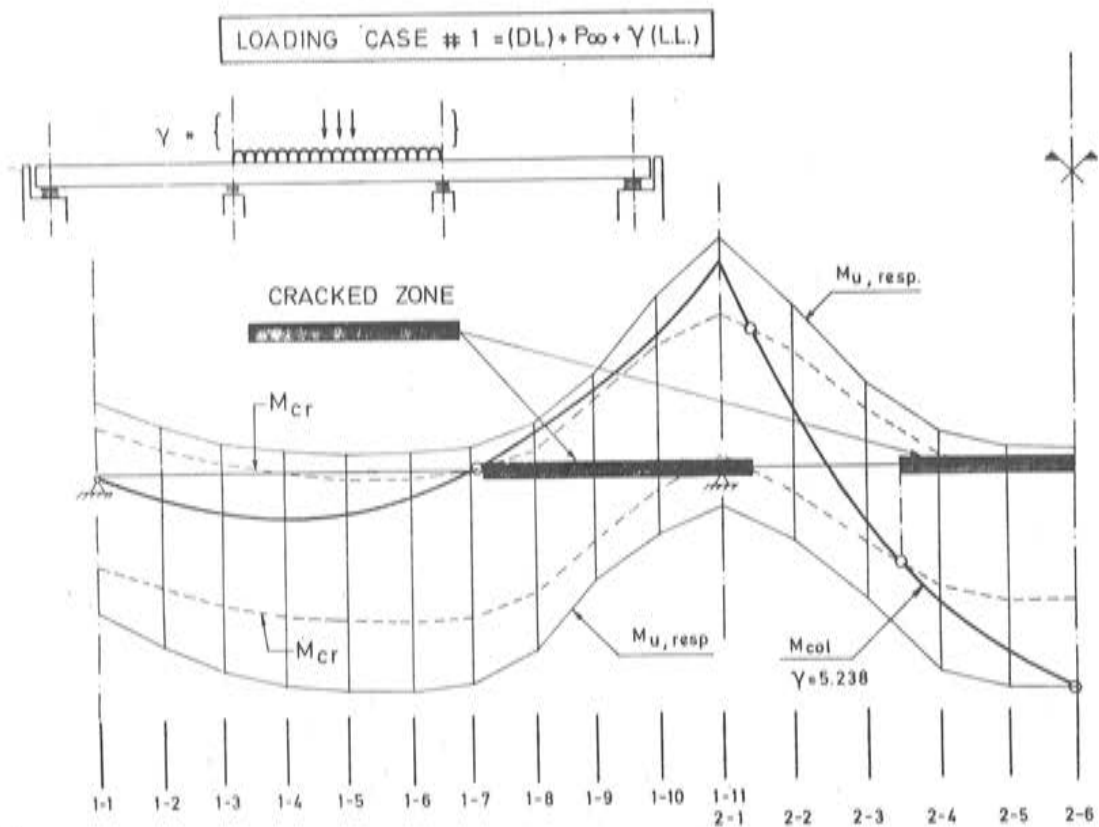


Fig. 21. Estado final del tablero continuo al colapsar, para la hipótesis de carga 1.

El estado final se define en la figura 21, donde pueden verse las zonas del tablero que se han fisurado y la ley de momentos flectores en el instante del colapso. Se observa, cómo ésta entra en contacto con la ley de momentos últimos respuesta, en la sección (2-6), existiendo un cierto margen en la sección de apoyo y bastante menor en la sección (1-8). Podemos observar también, que una mayor ductilidad en la sección (2-6) hubiera permitido una adaptación plástica completa del tablero, al producirse simultáneamente la rotura en la mencionada sección y, probablemente, en la sección (1-8); con lo que se hubiera obtenido una mayor carga última.

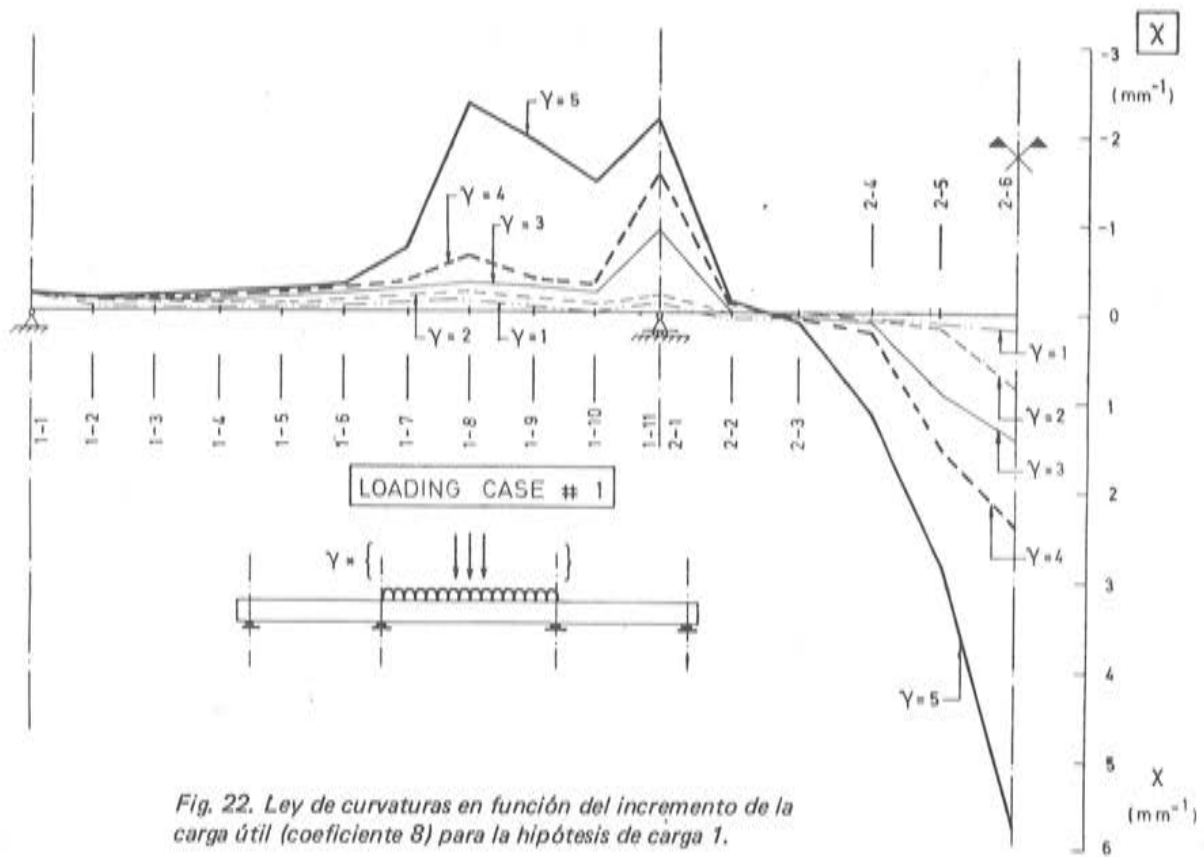


Fig. 22. Ley de curvaturas en función del incremento de la carga útil (coeficiente 8) para la hipótesis de carga 1.

En la figura 22, representamos la ley de curvaturas existentes a lo largo del tablero, conforme se van incrementando los valores de la sobrecarga. Puede observarse la fisuración existente en la zona central del puente, para  $\gamma = 2$ , y la progresiva extensión de las zonas fisuradas: al apoyo, para  $\gamma = 3$ ; sección (1-8), para  $\gamma = 4$ ; y el estado de fisuración generalizada para  $\gamma = 5$ , próximo ya al colapso del dintel. Para cualquier valor de  $\gamma$ , puede estimarse a simple vista, a partir de la distribución de curvaturas, la igualdad de rotaciones de los extremos de vano adyacentes al apoyo en pila. Es importante destacar la distribución zonal de curvaturas anelásticas en el 40% del vano lateral; lo que posibilita el hecho de que llegue a alcanzarse este coeficiente de seguridad,  $\gamma = 5.24$ , a pesar de la poca ductilidad de la sección de apoyo, motivada por el alto valor de la profundidad relativa de la fibra neutra en rotura,  $x/d = 0.43$ , debido a la pequeña área de hormigón que presenta un fondo de cajón tan estrecho (Fig. 19). Igualmente, la figura 22 nos muestra cómo los procedimientos de análisis plástico, que emplean rótulas concentradas en una sección, están lejos de la realidad en el caso de vigas continuas de hormigón pretensado.

Las figuras 23 y 24 representan los resultados obtenidos, para el mismo puente, analizado para la hipótesis de carga que allí se representa. Con el fin de no extendernos, vamos a hacer simplemente dos comentarios. El primero, es relativo al marcado carácter ascendente de la redistribución de momentos a partir de la fisuración de la sección (3.7) del vano lateral; redistribución que conserva su carácter ascendente, incluso en la situación de rotura. El segundo aspecto que se debe comentar, es el relativo a la situación de rotura. Esta sucede cuando la ley de momentos actuantes,  $M_{col}$ , entra en tangencia con la de momentos últimos respuesta (figura 24); y es de destacar el hecho de que, gracias a la extensión zonal de las curvaturas anelásticas al vano central, se consigue un coeficiente de seguridad tan alto y casi una adaptación plástica perfecta. [Obsérvese, en la figura mencionada, el pequeño margen existente entre los momentos  $M_{col}$  y  $M_u$  en la sección (2.8) del vano central].

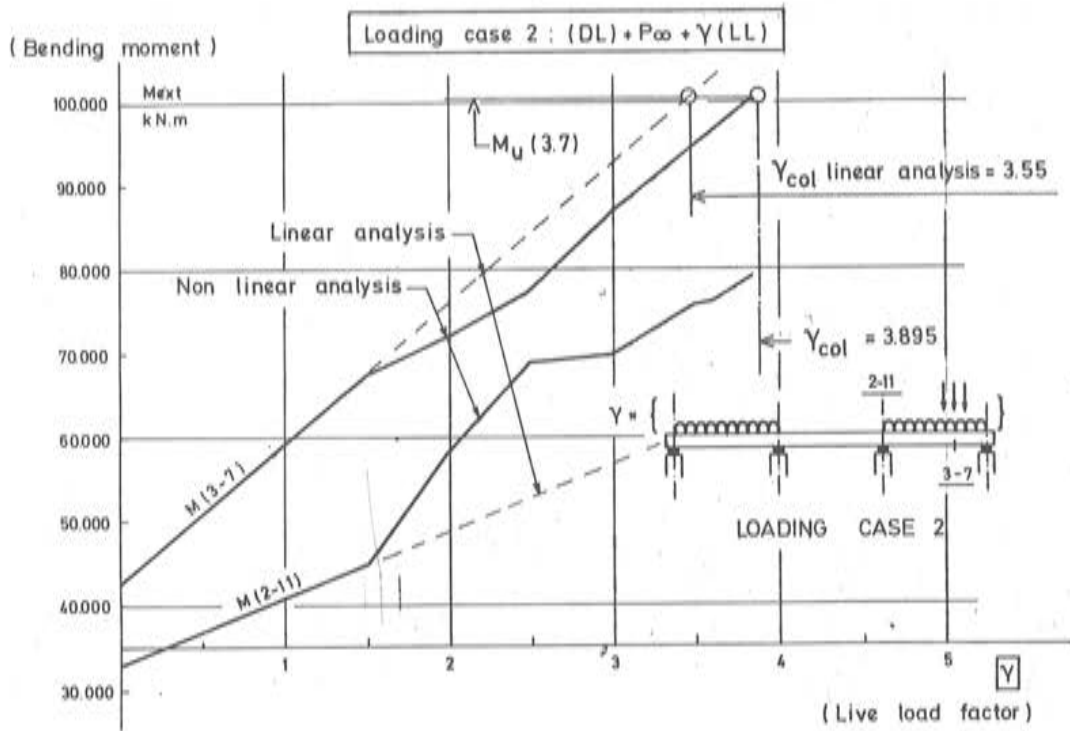


Fig. 23. Hipótesis de carga 2. Evolución de los momentos flectores en las secciones críticas, con incremento del coeficiente de sobrecarga.

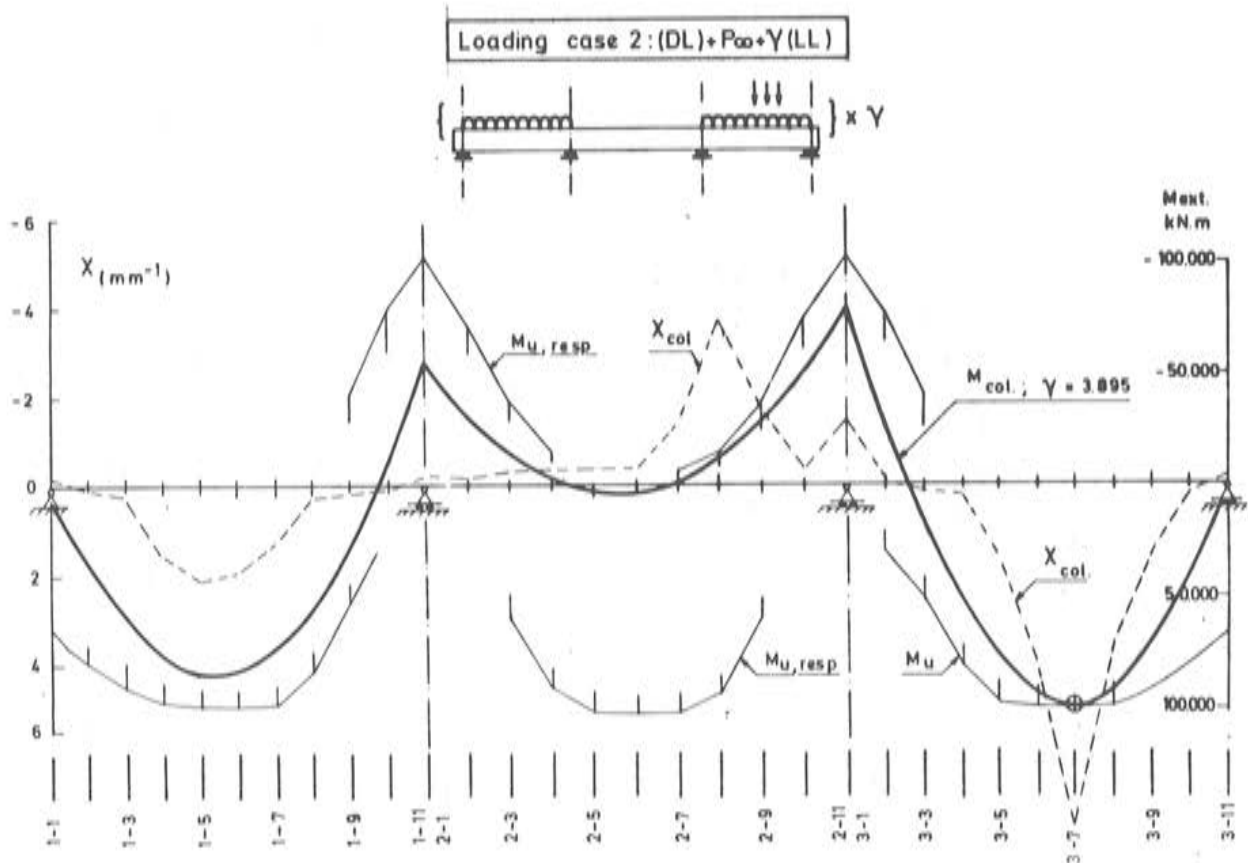


Fig. 24. Hipótesis de carga 2. Situación final de rotura del tablero.

La limitación, en tiempo y espacio, de esta comunicación, nos obliga a ser parciales mostrando aquí sólo los aspectos positivos que pueden presentar las estructuras pretensadas. Hemos mostrado sólo dos ejemplos; pero en el trabajo (1) se estudiaron los suficientes para poder deducir tendencias, que trataremos de explicar en el apartado siguiente. De momento, hemos visto dos casos posibles: en uno de ellos, se obtiene un coeficiente de seguridad, relativo a la sobrecarga, superior al deducido de la comparación entre los momentos elásticos, ponderados, con los momentos últimos respuesta de las secciones; mientras que para el otro, se ha obtenido, prácticamente, una adaptación plástica perfecta. Pero no siempre sucede lo uno o lo otro, como lo demuestra el ejemplo que presentamos en la comunicación (6).

## 7.- DIFERENCIAS DE COMPORTAMIENTO ENTRE ESTRUCTURAS PRETENSADAS Y ARMADAS

Históricamente, la idea del pretensado surge para evitar la fisuración del hormigón armado ante cargas de servicio. En este sentido, las ideas de Freyssinet y Guyon de que el pretensado supone "la introducción de una carga voluntaria y regulable que desplaza el origen tensional", son muy bien comprendidas dentro de solicitaciones para las que el material estructural responde linealmente. Debemos señalar que la idea de desplazamiento del origen que supone el pretensado, está también reflejada en los diagramas momentos-curvaturas de las secciones, que ya mostramos anteriormente. Pero como se puede observar en las figuras 25 y 26, el pretensado modifica radicalmente las propiedades de deformabilidad de las secciones, no sólo a nivel de cargas de servicio, evitando la fisuración, sino también en estados más avanzados de carga.

En las figuras mencionadas anteriormente, presentamos una comparación entre los diagramas  $(M - X)$  de una sección de hormigón pretensado, de geometría la allí definida, según el grado,  $K$ , de presolicitación de la armadura ( $K = \sigma_0 / f_{py}$ ;  $\sigma_0$  = tensión de neutralización) y el digrama  $(M - X)$  de una sección de hormigón armado de igual cuantía.

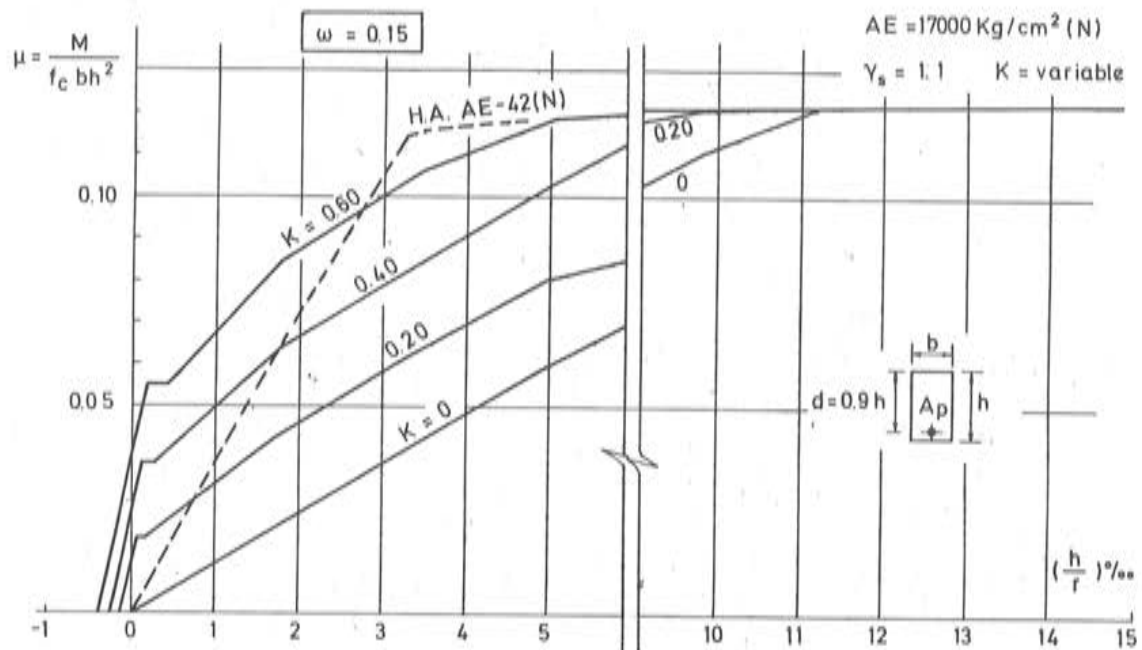


Fig. 25. Diagramas momentos-curvaturas en valores específicos y reducidos. Sección rectangular de hormigón pretensado.  $\omega = 0,15$ . Diferente grado de sollicitación.



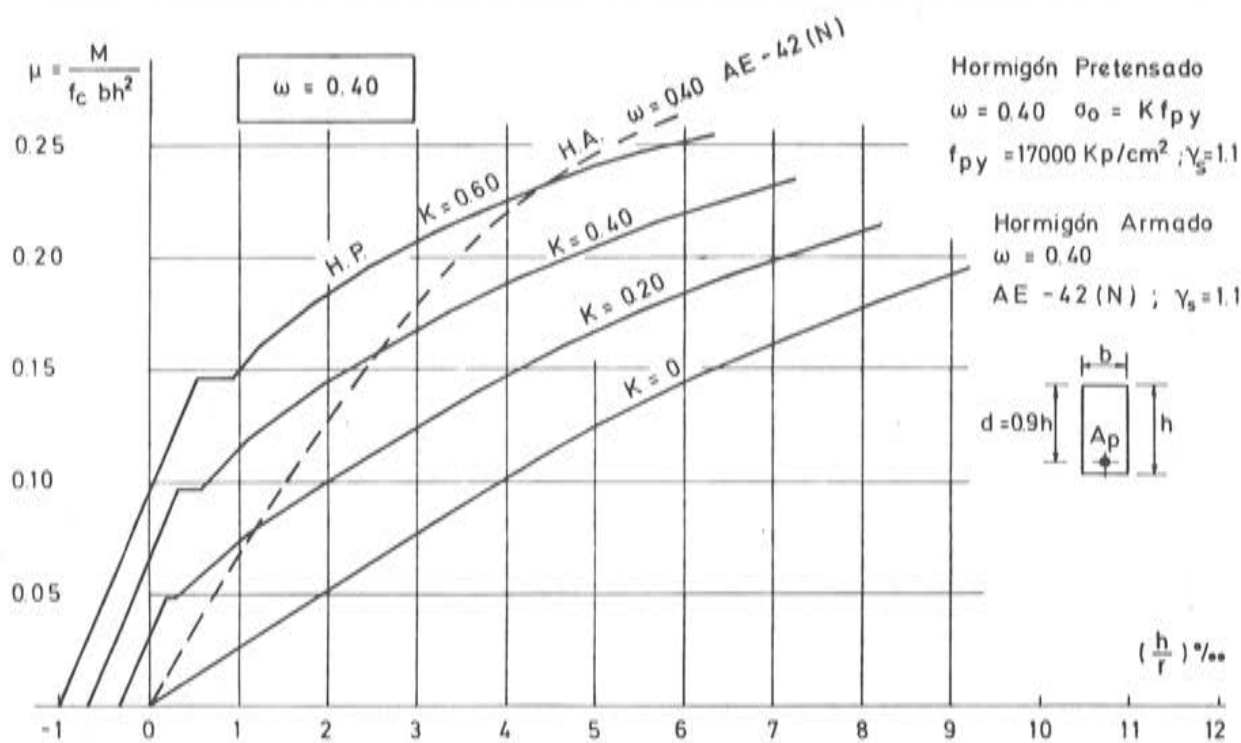


Fig. 26. Diagramas momentos-curvaturas en valores específicos y reducidos. Sección rectangular de hormigón pretensado.  $\omega = 0,40$ . Diferente grado de presolicitación.

En el caso de débil cuantía (figura 25), como ya vimos anteriormente, queda garantizado que la respuesta de la sección, en el estado límite último, es la misma, independientemente del grado de presolicitación de la armadura y del límite elástico del acero.

Sin embargo, el comportamiento en los estados (I) y (II) difiere bastante. Así, en la figura 25 se representan los diagramas momentos-curvaturas, específicos y reducidos, obtenidos para una sección rectangular,  $b \times h$ , con canto útil  $d = 0.9 h$ , con cuantía de armaduras  $\omega = 0.15$ , y con diferentes aceros y niveles de presolicitación de la armadura.

Así, en hormigón pretensado utilizamos, para este estudio:

$$f_y = 17000 \text{ Kp/cm}^2, \quad \gamma_s = 1.1 \text{ (N)};$$

y como grados de presolicitación,  $K = 0.20; 0.40$  y  $0.60$ .

En hormigón armado:

$$f_y = 4200 \text{ Kp/cm}^2, \quad \gamma_s = 1.1 \text{ (N)}$$

Ante la observación de los mencionados diagramas, cabe comentar:

- I) Los momentos y curvaturas últimos son los mismos para ambos aceros y cualquier nivel de presolicitación.
- II) Referente a deformaciones, hay que hacer notar:
  - La mayor rigidez de las secciones pretensadas frente a las armadas, para momentos inferiores a los de fisuración.

- La mayor rigidez, y por tanto menores deformaciones, de la sección de hormigón armado AE-42 (N), frente a la "pretensada" no presolicitada; o, lo que es más claro, frente a la sección armada AE-170 (N).
- Puede observarse, cómo para niveles de carga superiores a los que producen fisuración de la sección, la rigidez de la sección aumenta con el grado de presolicitación.
- A nivel de cargas máximas de servicio  $\mu_{ser} = \mu_u / 1.5 \cong 0.083$ , es menor la curvatura de la sección pretensada ( $K = 0.60$ ) que la de la armada; por lo que las deformaciones serán también menores.
- Es mayor el tramo "plástico" en la sección de hormigón armado que en la de pretensado ( $K = 0.60$ ). La longitud del tramo plástico, disminuye a medida que decrece el grado de presolicitación.

Para el caso de cuantías altas, se representan en la figura 26 los diagramas momentos-curvaturas, específicos y reducidos, para el caso  $\omega = 0.40$ , en las mismas hipótesis anteriores.

Del examen de la mencionada figura, puede deducirse que:

- I) Para cuantías altas, los momentos y curvaturas últimos dependen del límite elástico y el grado de presolicitación, como ya sabemos.
- II) Cabe repetir análogas conclusiones, respecto a las deformaciones previsibles, a las expuestas para el caso anterior.

Tanto en los casos de cuantía débil como de cuantía fuerte, puede constatarse lo siguiente:

- I) En cuanto a la redistribución de esfuerzos, debe suceder, en hormigón pretensado, que el fenómeno comience antes que en hormigón armado; ya que a partir de la fisuración en aquél, la variación de la rigidez secante es mucho más fuerte en H.P. que en H.A.
- II) Se observa cómo, para momentos constantes, las curvaturas aumentan inversamente al grado de presolicitación. Asimismo, ocurre que, para curvatura constante, el momento flector respuesta aumenta con la presolicitación de la armadura y con la posibilidad de que alcance su límite elástico.

En la figura 27 se representa la situación de una sección, con tres diferentes clases de armaduras:

AE - 42 (N)	
AE - 170 (N)	$K = 0$
AE - 170 (k)	$K = 0.6$

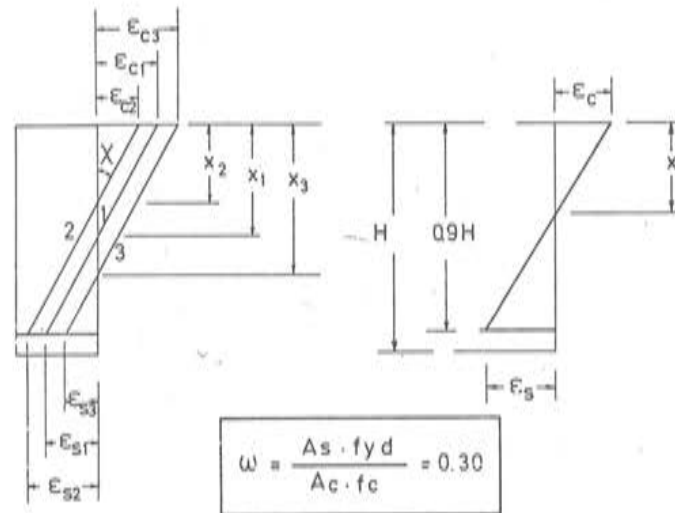
y la misma cuantía mecánica, deformada con idéntica curvatura. En esta figura se ilustra cómo, en función de la posición de la fibra neutra y el alargamiento del acero, la respuesta de la sección, en las distintas hipótesis, no es idéntica.

En hormigón pretensado, lógicamente, la profundidad de la fibra neutra es mayor, al estar presolicitada la armadura; pero esto mismo hace, para esta curvatura, que el acero alcance una tensión mucho más alta; por lo que el momento-respuesta es superior.

- III) Aunque para pequeñas cuantías pudiera aprovecharse en H.A. la armadura de alto límite elástico en la situación de rotura, de los resultados obtenidos puede concluirse que su empleo no es nada aconsejable, dado el fuerte incremento previsible

en las deformaciones ante cargas de servicio, así como su pequeña capacidad de redistribución de esfuerzos.

Ha quedado claro, por lo anterior, que el pretensado, actuando en una sección, modifica las propiedades de deformabilidad de la misma, tanto en estados de servicio, como en estados avanzados de carga.



	1 H.A. AE = 42 (N) $i_{11}$	2 H.A. AE = 170 (N) $\frac{4.2}{17} A_{11}$	3 H.P. AE = 170 (N) K = 0.60 $\frac{4.2}{17} A_{11}$
$X/X_{11}$	0.204	0.204	0.204
$\epsilon_c$	0.00074	0.000545	0.001002
X	0.4474	0.2598	0.612
$\epsilon_{11}$	0.000743	0.001342	0.005329
$\sigma_{11}$	1560.3 kg/cm <sup>2</sup>	2010.2 kg/cm <sup>2</sup>	(10200 + 991 kg/cm <sup>2</sup> )
$U = A_{11} \cdot \sigma_{11}$	1560.3 An	696.26 An	2765 An
$\mu/\mu_u$	0.42	0.25	0.69

Fig. 27. Ejemplo de la respuesta de una sección, para igual curvatura, según el límite elástico y la presolicitación del acero

Si evaluamos las propiedades de deformabilidad de una estructura a partir de las que tienen sus secciones, es evidente que, en una hipotética estructura sin peso, resistente a tracciones y de comportamiento elástico y lineal perfecto, el efecto del pretensado implica unos movimientos, que serán las integrales correspondientes de las curvaturas que existen, en cada sección, para un momento respuesta de valor cero. Estos movimientos serán distintos de cero al serlo en general las curvaturas para  $M = 0$ ; ya que un pretensado excéntrico hace que el diagrama ( $M - X$ ) no pase por el origen. Si la estructura es hiperestática, aparecerán unos esfuerzos tales que produzcan las variaciones de curvatura necesarias en cada sección, de modo que se logre compatibilidad de desplazamientos en los apoyos. Surgen así los momentos hiperestáticos del pretensado.

En una estructura real de hormigón, los efectos del pretensado inicial y del peso propio se producen simultáneamente, en último término, al descimbrar. Realizada la inyección y conocidas, en un instante de tiempo determinado, las tensiones actuantes sobre la sección de

hormigón, así como la tensión del acero de pretensado, podemos determinar, unívocamente, la respuesta de la sección para cargas instantáneas, que no es otra cosa que su diagrama ( $M - X$ ), el cual caracteriza, totalmente, las propiedades de deformabilidad de la sección, a partir del estado permanente de la estructura, o del instante, en tiempo, a partir del cual se va a estudiar su evolución hasta la rotura por cargas instantáneas. Este estado no es otro que el representado como punto (1), en la figura (4). Este punto (1), determinado de un modo más o menos sofisticado, es el origen del sistema de ejes con el que podemos definir el concepto de rigidez para cualquier incremento de sollicitación que se produzca sobre el estado permanente.

Supongamos dos secciones geométrica y mecánicamente idénticas, A y B, sometidas a momentos exteriores de carga permanente iguales, y pretensadas de idéntico modo, tanto en magnitud de la fuerza de pretensado como en posición de ésta.

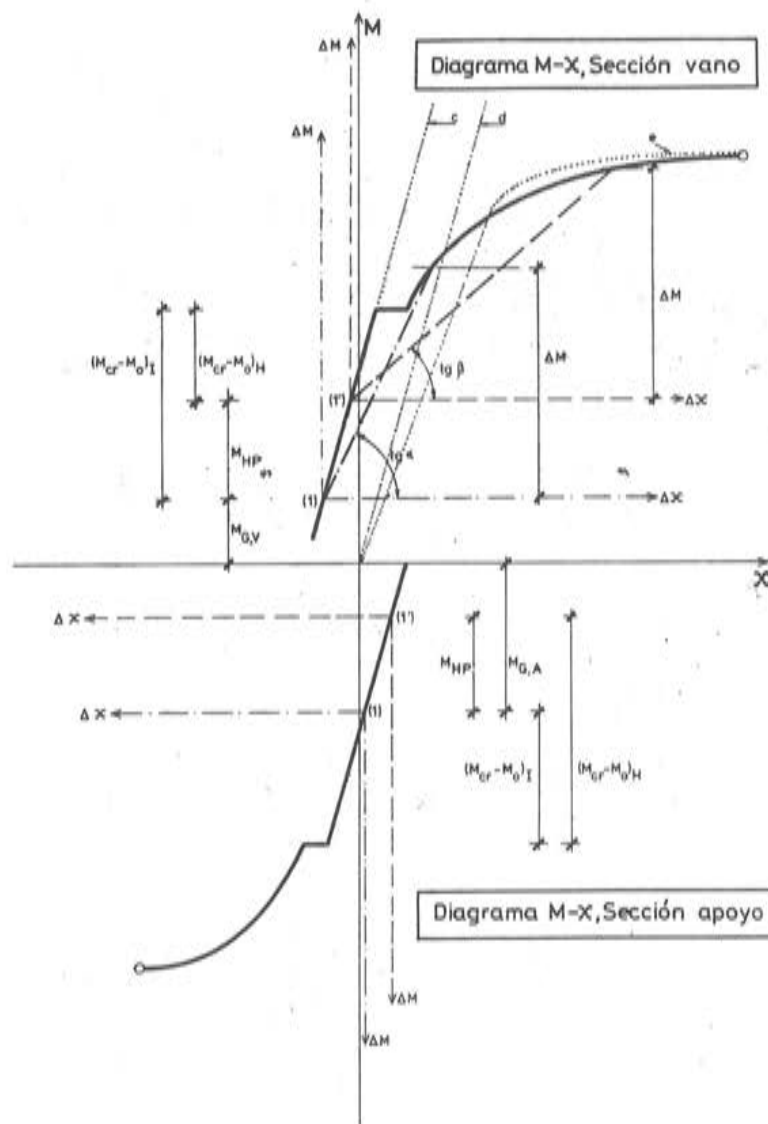


Fig. 28.

Si la sección A pertenece a una estructura isostática pretensada, la posición del punto I será tal como la dibujada en la parte superior de la figura 28. Por el contrario, si la sección pertenece a una estructura hiperestática, este punto (I) habrá sufrido una traslación [que en principio puede suponerse que, de un modo aproximado, se realiza sobre su propio diagrama ( $M - X$ )], cuya componente vertical será, precisamente, el valor del momento hiperestático de pretensado. Esto supone, con los trazados habituales empleados en vigas continuas realizadas sobre cimbra que dan lugar a momentos hiperestáticos positivos, un desplazamiento de este nuevo origen, desde el que se refieren las rigideces, que es ascendente en las secciones de vano [Fig. 28, diagrama ( $M - X$ ) sección vano, traslación de (I) a (I')] y descendente en las secciones de apoyo, [traslación de (I) a (I')].

Fijándonos en esta figura, observamos los efectos del momento hiperestático de pretensado:

- I) Disminuye el margen de momento flector, existente antes de fisuración, en las secciones de vano, con respecto a una sección idéntica perteneciente a una estructura isostática; y aumenta dicho margen en las secciones de apoyo.
- II) La rigidez, secante y tangente, de una sección perteneciente a una estructura isostática o hiperestática, para incrementos de momentos sobre el estado permanente, es la misma, siempre y cuando no ocurra la fisuración.
- III) Sin embargo, a partir de ésta, la rigidez cambia, siendo distinta según se trate de un caso u otro. Para un incremento de momento de valor  $\Delta M$  sobre el estado permanente, pueden verse, en la figura 28, las distintas rigideces resultantes en ambos casos.
- IV) En definitiva, lo que hace el efecto total del pretensado, isostático más hiperestático, es modificar totalmente las propiedades de deformabilidad de las secciones, para los incrementos de cargas que actúen sobre la estructura a partir de un cierto estado, determinado por el punto (I).
- V) Por ello, carece de sentido hablar de la evolución de los momentos hiperestáticos debidos al pretensado, a medida que crecen las cargas. Lo que evoluciona con las cargas es la respuesta de la deformabilidad de las secciones; y en función de esta variación de rigideces, las condiciones de equilibrio y compatibilidad, escritas a nivel de estructura, determinarán la ley de momentos exteriores correspondiente. En cálculo elástico y lineal, podemos separar efectos; pero en estados avanzados de carga, sólo conocemos los momentos flectores totales, suma de todos los efectos.
- VI) Hecha la aclaración anterior, resulta evidente que la evolución de los esfuerzos hiperestáticos de pretensado, no puede evaluarse como se procede en el caso de otras deformaciones impuestas. Así, en el caso de la actuación de un gradiente térmico, el estudio de la disipación de los esfuerzos que ocasiona según se incrementan las cargas, puede efectuarse realizando dos análisis: uno, incluyendo los efectos del gradiente térmico, y otro, sin incluirle. Por diferencia de las leyes de evolución de los momentos en una determinada sección, puede conocerse, relacionando causa y efecto, la evolución del efecto "puro" del gradiente, con el incremento de la sobrecarga. Esto es correcto, puesto que estamos empleando el mismo modelo de deformabilidad; pero no es posible hacerlo para el propio efecto del pretensado. Puesto que su actuación modifica las propiedades de deformabilidad de la sección, no lo podemos comparar con estructuras de comportamiento lineal, pretensadas [figuras 28, diagrama ( $M - X$ ) c], o no, (id, id, d), ni con estructuras de hormigón armado, (id, id, e). Todas éstas tienen propiedades de deformabilidad distintas (Véanse figuras 25 y 26).



- VII) Por lo anterior, la introducción de la seguridad en los efectos hiperestáticos del pretensado, no debe hacerse, en nuestra opinión, ponderando arbitrariamente, en más o en menos, sus efectos, sino estudiando el coeficiente parcial  $\gamma f_3$  que afecta a las incertidumbres sobre la respuesta del modelo estructural. Por ello, el considerar en la verificación de los estados límites últimos un coeficiente de seguridad de valor  $\gamma_p = 1$  para los efectos hiperestáticos, como hace EP-80, nos parece más lógico que el propuesto por el Código Modelo.

Hasta aquí, algunas consideraciones que pueden deducirse de los diagramas  $M - X$  de las secciones pretensadas. Vamos a interpretar ahora, alguno de los resultados obtenidos en los ejemplos anteriores, a nivel de análisis estructural.

- I) La existencia del momento hiperestático de pretensado, ocasiona, como hemos visto, una disminución del margen frente a fisuración, en las secciones de vano, y un incremento del mismo, en las de apoyo. A consecuencia de ello, se producen redistribuciones de momentos flectores, de carácter ascendente, muchas más veces y en mayor grado que en las estructuras de hormigón armado.
- II) Estas redistribuciones de momentos flectores, de carácter ascendente, que se presentan, fundamentalmente, en hipótesis críticas para las secciones de vano, tienen dos aspectos: uno positivo y otro negativo.
- III) El aspecto positivo, es que producen una extensión de las curvaturas anelásticas en los vanos no cargados, hecho además favorecido por un aspecto exclusivamente tecnológico: el trazado de los tendones, que da lugar, incluso en puentes de espesor constante, a un canto útil variable. Este hecho se pretende reflejar cualitativamente en la figura 29, donde se compara la diferencia de comportamiento entre una viga continua de H.A. y otra pretensada. En ésta, la mayor extensión de las curvaturas anelásticas en los vanos descargados, proporciona capacidad de rotación suficiente al vano cargado, para lograr una configuración de movimientos compatible, no siendo necesario que las secciones de apoyo dispongan de gran ductilidad, pues, como hemos visto en el apartado 4, la rotación necesaria en los arranques para verificar las condiciones de compatibilidad, se la proporciona aquí la capacidad de giro del vano lateral que es, normalmente, mucho mayor en hormigón pretensado que en hormigón armado, debido al trazado de los tendones.
- IV) El aspecto negativo de estas redistribuciones tan marcadamente ascendentes es que producen incrementos de momentos flectores proporcionalmente muy importantes, e incluso cambio de signos –véanse (1) y (6)– en secciones próximas al punto de momento nulo bajo carga permanente, donde el trazado de los tendones va muy centrado y proporciona momentos últimos respuesta no demasiado elevados. Como recomendación práctica para el proyecto, se aconseja acudir a un trazado de los tendones, en estas zonas, de modo que estén uniformemente distribuidos en el canto; o bien, añadir algo de armadura pasiva. De ambos modos se aumenta la capacidad de respuesta.
- V) En hipótesis de carga, críticas para secciones de apoyo, la forma de la ley de momentos no ayuda a la extensión zonal de las curvaturas anelásticas en las secciones adyacentes al apoyo. En todos los ejemplos estudiados en el trabajo (1) se refleja esto, por otra parte previsible; lo que además da lugar a redistribuciones de esfuerzos, bastante menos espectaculares, que conducen a coeficientes de seguridad muy poco superiores a los deducidos del cálculo elástico, y algunas veces, incluso inferiores. Y esto, con vigas continuas de tres vanos, que no son el esquema estático



más desfavorable. Es probable, que un estudio riguroso del tema en tramos centrales de vigas continuas pretensadas, de lugar a resultados análogos a los deducidos por MACCHI en (3) y expuestos aquí resumidamente. No obstante, extender la limitación de la profundidad relativa de la fibra neutra en rotura a un valor  $x/d = 0.45$ , al caso de secciones pertenecientes a estructuras pretensadas, parece que supondría penalizarlas en exceso, en muchos casos injustificadamente, como aquí se ha visto; ya que, a pesar de los altos valores de  $x/d$  que tienen las secciones de apoyo, llegan a darse casos de adaptación plástica perfecta, en hipótesis de carga favorables.

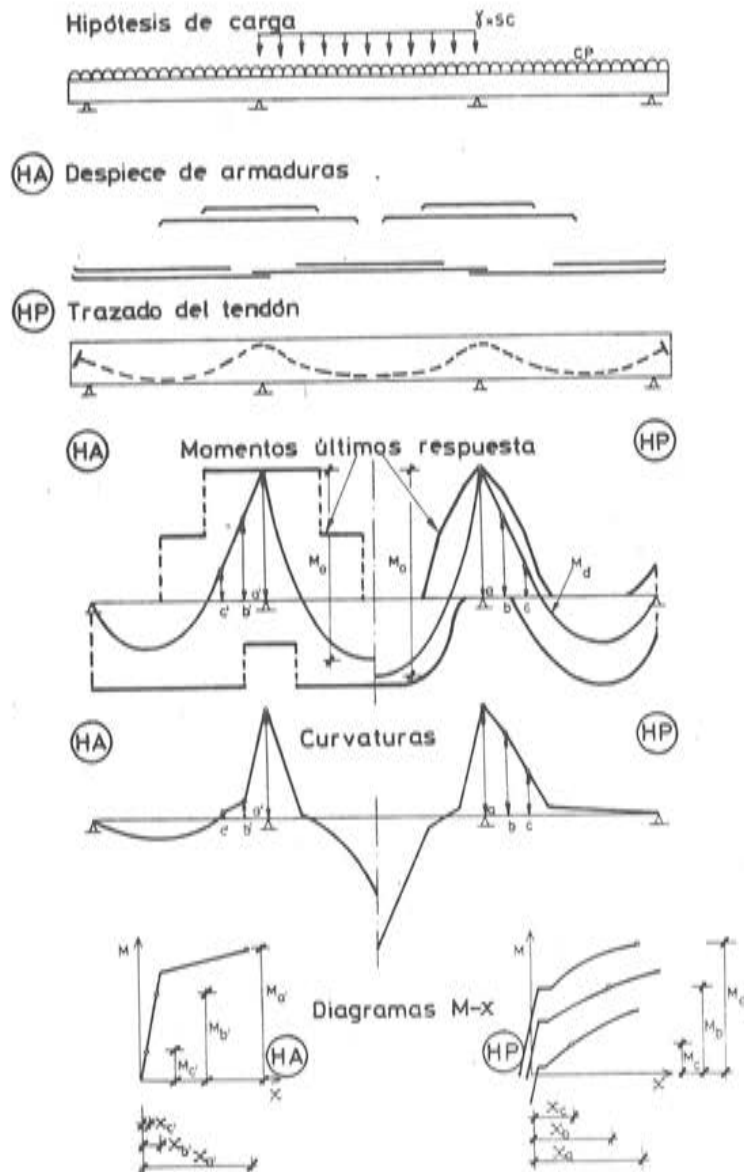


Fig. 29.

Existen además otras razones para no extender esta limitación a las estructuras pretensadas.

- I) Normalmente, y con los coeficientes de seguridad actuales, no resulta crítico el estado límite último de seguridad a rotura, por flexión, en el dimensionamiento del pretensado, sino que éste suele efectuarse por condiciones de servicio. Sólo en secciones de espesores débiles y con un gran rendimiento, pueden acercarse los coeficientes de seguridad frente a rotura por flexión, obtenidos en vigas pretensadas, a los que se utilizan en el dimensionamiento de estructuras de hormigón armado.
- II) En cambio, estimamos que sí debe llamarse la atención sobre la conveniencia de realizar un A.N.L., en aquellas estructuras pretensadas en las que, teniendo las secciones de apoyo una gran cuantía, el coeficiente de seguridad frente a rotura por flexión, deducido de la comparación entre los momentos elásticos y el momento último respuesta, sea muy estricto. Esto, en la medida en que el citado coeficiente de seguridad, abarque o no los efectos de la incertidumbre del modelo estructural.

## 8. - CONCLUSIONES PROVISIONALES

### 8.1. Estructuras de hormigón armado

En estas estructuras, en las que, normalmente, el dimensionamiento de la armadura de flexión viene condicionada por los requerimientos de seguridad suficiente frente al estado límite último de rotura por flexión, parece conveniente introducir en la normativa, una condición sobre la limitación de la profundidad relativa de la fibra neutra en rotura, a un valor  $x/d = 0.45$ , en la sección más solicitada.

Esto puede hacerse de varias maneras:

- I) De un modo general, en el articulado correspondiente al dimensionamiento en flexión. De este modo se conseguiría que, en cualquier estructura, incluso en las isostáticas, el fallo ocurriera siempre por rotura del acero; lo que supondría una gran capacidad de aviso, a consecuencia de la fisuración generalizada y el incremento de las flechas (véase figura 8). La prescripción de este tipo indicada por el código A.C.I equivale, con un acero 5000, a limitar el valor  $x/d$  a 0.47, aproximadamente.

Además, en estructuras lineales hiperestáticas, se garantizaría que, para cualquier esquema estático, el dimensionamiento de las secciones, deducido de un cálculo elástico y lineal, dejaría siempre del lado de la seguridad.

- II) Esta limitación de la profundidad relativa de la fibra neutra en rotura, a un valor  $x/d = 0.45$ , podría hacerse también sólo en el articulado correspondiente a estructuras lineales hiperestáticas (vigas continuas y pórticos), adoptando una de estas dos formas:

- a) Podría limitarse la aplicabilidad del cálculo elástico y lineal, a aquellos casos que den lugar a un dimensionamiento de armadura de flexión que suponga, en la sección más solicitada, una profundidad  $x/d = 0.45$ . Con ello se garantizaría que, en cualquier esquema estático y para cualquier hipótesis de carga, el coeficiente de seguridad real fuera siempre igual o superior al estimado.

- b) O bien, podría introducirse la fórmula preconizada por el Código Modelo CEB-FIP para estructuras de hormigón, relativa al porcentaje máximo de redistribución de esfuerzos que puede efectuarse tras un cálculo elástico y lineal.

Esta fórmula es, como se sabe:

$$\delta = 0.44 + 1.25 \frac{x}{d}$$

para hormigones de calidad hasta H-350 y esbelteces limitadas al veinteavo de la luz. El coeficiente  $\delta$  es el valor por el que se puede multiplicar el momento flector obtenido tras un cálculo elástico, en la sección más solicitada, redistribuyendo los esfuerzos hacia otras secciones, garantizando siempre, evidentemente, las condiciones de equilibrio.

Hay que hacer notar, cómo en la fórmula anterior,  $\delta$  toma un valor cero, (es decir, no se puede redistribuir) para  $x/d = 0.45$ ; siendo el valor máximo que puede alcanzar, en la sección más solicitada, igual a 0.33 (véase también figura 15) para poder redistribuir un 15% lo que está en contradicción con la Instrucción española EH-80 en su artículo 52. La existencia, en la práctica, de armadura positiva, más o menos anclada, bajo las secciones de apoyo, puede disminuir la profundidad de la fibra neutra en la realidad, si esta armadura no se ha tenido en cuenta en el dimensionamiento de la armadura superior y está suficientemente arriostrada contra el pandeo por los cercos de cortante.

## 8.2. Estructuras de hormigón pretensado

En estas estructuras, el dimensionamiento viene condicionado, normalmente, por condiciones de servicio; por lo que los coeficientes de seguridad frente a la rotura por flexión, suelen resultar más holgados. Por ello, una limitación de la profundidad relativa  $x/d$  en rotura, en la sección más solicitada, no sería, en general, operante.

Además, y normalmente, cada estructura tiene la entidad suficiente para, llegado el caso, poder exigir que se profundice en su comportamiento; al mismo tiempo que no parece correcto penalizarla sistemáticamente como si se tratara del esquema estático más desfavorable.

Por otra parte, no parece fácil llegar a una fórmula tan compacta como la deducida por MACCHI para estructuras de hormigón armado; puesto que en las estructuras pretensadas aparece otro parámetro importante y es el trazado de los tendones, que tiene una importancia decisiva.

Hemos visto cómo en hipótesis de cargas críticas para secciones de vano, se produce un hecho positivo, y es la extensión zonal de las curvaturas anelásticas, que dan capacidad de giro a los vanos no cargados, disminuyendo así la importancia de la ductilidad de la sola sección de apoyo.

En nuestra opinión, la atención que requiere el comportamiento a flexión de las estructuras pretensadas sometidas a estados avanzados de carga, se centra en dos aspectos:

- Debe prestarse atención a los efectos de las redistribuciones de momentos flectores de carácter ascendente, que pueden provocar roturas anticipadas en secciones no esperadas [véase referencia (6)].

- Sólo en casos de haber obtenido coeficientes de seguridad a rotura por flexión muy estrictos (deducidos de un cálculo elástico en el que se haya incluido el momento hiperestático de pretensado) para las hipótesis de carga que resulten críticas para las secciones de apoyo, en las que la ley de momentos flectores no favorece la extensión zonal de las curvaturas anelásticas, y que tengan además una gran cuantía de acero, puede temerse, fundadamente, que el coeficiente de seguridad "real" deducido de un A.N.L., puede resultar inferior al deducido del habitual cálculo elástico y lineal.

## REFERENCIAS

- (1) - APARICIO, A.C.— "Estudio de la evolución hasta la rotura, por sollicitaciones normales, de tableros continuos de puente de hormigón armado o pretensado". Tesis doctoral. Universidad de Santander, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, 1980.
- (2) APARICIO, A.C.— "Influencia de la fisuración oblicua debida a esfuerzo cortante, en la determinación de la carga última de vigas continuas de hormigón armado". Comunicación presentada dentro del tema "NORMATIVA" en la X Asamblea de la ATEP. Murcia, 1981.
- (3) - MACCHI, G.— "Ductility condition for simplified design without check of compatibility". C.E.B. Bulletin n° 105, 1976.
- (4) - A.C.I. 318-77 "Building code Requirements for Reinforced Concrete". American Concrete Institute, Chicago, 1977.
- (5) - ARENAS, J.J.; APARICIO, A.C.— "El puente del Eje Cuzco Barajas, del enlace de Santamarca, en la autopista de la Paz, en Madrid". Hormigón y Acero n° 130, 131, 132. Madrid, 1979.
- (6) - APARICIO, A.C.; ARENAS, J.J.— "Algunas conclusiones sobre el comportamiento teórico, en estados avanzados de carga, del Paso Superior sobre la Autovía de los Pirineos, en Zaragoza. "Comunicación presentada dentro del tema "REALIZACIONES" en la X Asamblea de la ATEP. Murcia, 1981.
- (7) - CEB-FIP. "Code Modèle CEB-FIP pour les structures en béton". CEB, Bulletin 124/125 F. - Abril, 1978.
- (8) - COMISION PERMANENTE DEL HORMIGON. "Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado, EH-80: MOPU, Madrid 1981.

NOTA: Algunas figuras utilizadas en la publicación, corresponden a nuestro artículo:

APARICIO, A.C.; ARENAS, J.J.— "Evolution up to Failure of Continuous Prestressed Concrete Bridge Decks", IABSE Proceedings P-44/81, Agosto 1981.

# Influencia de la fisuración oblícua debida a esfuerzo cortante en la determinación de la carga última de vigas continuas de hormigón armado

Angel C. Aparicio Bengoechea  
Dr. Ingeniero de Caminos  
E.T.S. Ingenieros de Caminos  
Universidad Politécnica de Barcelona

## 1. INTRODUCCION

En mi tesis doctoral "Estudio de la evolución hasta la rotura por solicitaciones normales de tableros continuos de puente de hormigón armado o pretensado" (1) planteé un modelo matemático de análisis no lineal (A.N.L.), de vigas continuas de hormigón pretensado, y como caso particular de hormigón armado, enfocando entonces su aplicabilidad y conclusiones prácticas a los puentes, estructuras en las que, por su importancia, puede justificarse un detallado estudio del comportamiento real del material estructural.

El modelo desarrollado partía, al igual que todos los trabajos mundiales realizados hasta la fecha, 1980, de una hipótesis fundamental, que engloba a otras varias, y ésta es que el comportamiento real del hormigón armado o pretensado puede idealizarse por medio de los diagramas momentos flectores-curvaturas ( $M-\chi$ ) de las secciones de las piezas, ignorando las deformaciones producidas por el esfuerzo cortante. Esta es una hipótesis habitual en el campo del análisis estructural del hormigón, que no había sido puesta en duda por ningún autor que yo conozca, debido, quizás, a la buena concordancia existente, dentro de un cierto margen de error, entre los resultados analíticos y experimentales, estos últimos realizados muchas veces sobre vigas de anchas almas en las que el estado de sollicitación tangente es muy bajo.

El progresivo conocimiento de la respuesta de los materiales hace que los proyectistas afinen cada vez más los espesores de las piezas, con el fin de disminuir el coste del hormigón, así como ahorrar peso propio, y por ende, acero. La consecuencia lógica en los puentes es afinar al máximo en los espesores de las almas, dando lugar a que éstas estén fuertemente sollicitadas a cortante, existiendo entonces la duda razonable de la influencia que un elevado nivel de sollicitación tangente puede tener en la respuesta de la estructura en las proximidades del estado límite último.

Por ello, el presente trabajo de investigación, que no debe tomarse como definitivo, pretende cuantificar de una manera racional la influencia que la deformación debida al esfuerzo cortante tiene en la redistribución de esfuerzos en piezas de hormigón, sentando un criterio científico que permita introducir, o no, hipótesis simplificadoras en el tratamiento según un análisis no lineal de piezas de hormigón.

Este trabajo se divide en varios apartados. En el primero de ellos, se estudia un método para la determinación de la rigidez a esfuerzo cortante de las secciones de hormigón armado, tanto en el estado íntegro, como en el fisurado, cuando ocurre el agrietamiento diagonal. A continuación, se estudia, según la teoría del análisis elástico y lineal de estructuras, la influencia de la deformabilidad debida a cortante, en la magnitud de las incógnitas hiperestáticas.

En el tercer apartado se plantea un modelo matemático de análisis no lineal de vigas continuas de hormigón que incluye los efectos de la fisuración diagonal; acotando su influencia y contrastando los resultados analíticos así obtenidos, con los valores experimentales disponibles, para pasar a continuación a emitir unas conclusiones.

## 2. RIGIDEZ A ESFUERZO CORTANTE EN PIEZAS DE HORMIGÓN ARMADO

### 2.1. Secciones íntegras

(Hormigón sin fisurar).

Como módulo de rigidez transversal puede tomarse el deducido de la teoría elástica:

$$G = \frac{E_c}{2(1 + \mu)} \quad (1)$$

con un valor del coeficiente de Poisson:

$$\mu \simeq 0,20$$

Si  $A_v$  es el área equivalente, a efectos de esfuerzo cortante, de la sección, la rigidez a esfuerzo cortante, en el estado I, (hormigón no fisurado), vale:

$$K^I = \frac{1}{G A_v} \quad (2)$$

La deformación transversal unitaria,  $\gamma$ , vale:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{V}{G A_v} = \frac{V}{K^I} \quad (3)$$

y el cálculo de flechas se reduce a aplicar la ecuación del trabajo virtual:

$$f_v = \int_0^L \frac{V}{A_v G} V^I dx \quad (4)$$

### 2.2. Secciones fisuradas

(Estado II).

Si el grado de sollicitación tangencial es tal que se produce fisuración diagonal, el mecanismo resistente que se desarrolla en la viga es el de una celosía plana. Para el caso de una



viga biapoyada sometida a momento flector positivo, el cordón superior comprimido lo constituye la cabeza de hormigón en compresión; el traccionado la armadura de refuerzo; las diagonales comprimidas son las bielas de hormigón, y los montantes o diagonales traccionadas están constituidos por la armadura transversal.

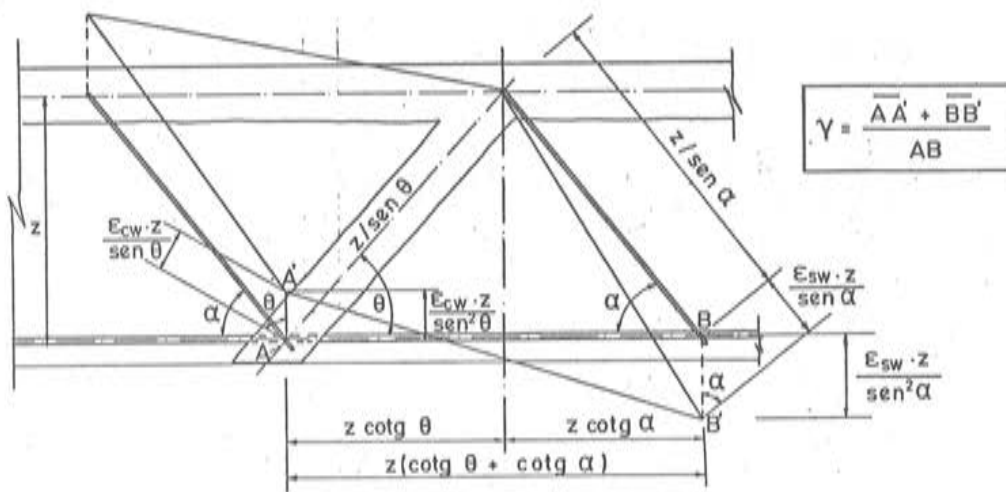


Fig. 1. Distorsión de una pieza de hormigón armado al producirse la fisuración diagonal

Con referencia a la figura (1), en la que se representa el mecanismo mencionado, vamos a calcular la deformación angular o distorsión de la celosía  $\gamma$ :

$$\operatorname{tg} \gamma \simeq \gamma = \frac{\frac{\epsilon_{cw} \cdot z}{\operatorname{sen}^2 \theta} + \frac{\epsilon_{sw} \cdot z}{\operatorname{sen}^2 \alpha}}{z (\operatorname{cotg} \theta + \operatorname{cotg} \alpha)}$$

y simplificando queda:

$$\gamma = \frac{\frac{\epsilon_{cw}}{\operatorname{sen}^2 \theta} + \frac{\epsilon_{sw}}{\operatorname{sen}^2 \alpha}}{\operatorname{cotg} \theta + \operatorname{cotg} \alpha} \quad (5)$$

Donde:

$z$  = Brazo mecánico de las fuerzas internas.

$\epsilon_{cw}$  = Deformación unitaria del hormigón comprimido de las bielas.

$\epsilon_{sw}$  = Deformación unitaria del acero de la armadura transversal.

$\alpha$  = Angulo con la horizontal de la armadura transversal.

$\theta$  = Angulo con la horizontal de las fisuras oblicuas de cortante.

Pasemos a calcular las deformaciones unitarias de cada uno de los materiales.

a) Deformación de las bielas de hormigón comprimido.

Con referencia a la figura (2), designando por  $\sigma_c$  la tensión de compresión del hormigón de las bielas, podemos escribir:

Equilibrio de esfuerzos en el plano vertical:

$$\sigma_c \cdot b_w \cdot \overline{AB} \cdot \text{sen } \theta = V_d \quad (i)$$

Por geometría:

$$\overline{AB} = \frac{z}{\text{sen } \alpha} \cos \beta \quad (ii)$$

$$\theta + (\alpha - \beta) + \frac{\pi}{2} = \pi$$

$$\beta = \theta - \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

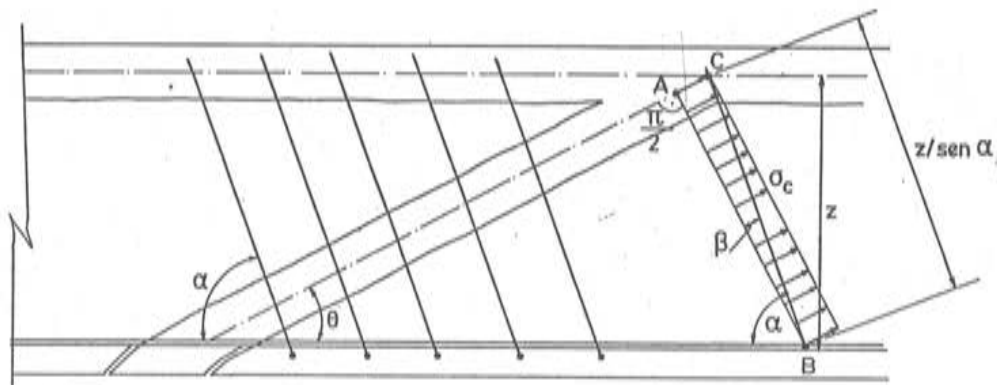
$$\cos \beta = \cos \theta \text{ sen } \alpha + \text{sen } \theta \cos \alpha \quad (iii)$$

Luego:

$$\overline{AB} = \frac{z}{\text{sen } \alpha} (\cos \theta \text{ sen } \alpha + \text{sen } \theta \cos \alpha)$$

y simplificando:

$$\overline{AB} = z \text{ sen } \theta (\cotg \theta + \cotg \alpha) \quad (iiii)$$



$$\overline{BC} = z / \text{sen } \alpha ; \overline{AB} = \overline{BC} \cos \beta ; \theta + (\alpha - \beta) + \frac{\pi}{2} = \pi$$

Fig. 2. Tensiones sobre una biela de hormigón comprimido

Utilizando las ecuaciones (i) e (iiii):

$$\sigma_c = V_d / z \text{ sen}^2 \theta (\cotg \theta + \cotg \alpha) b_w \quad (6)$$

donde las nuevas letras significan:

$V_d$  = Esfuerzo cortante correspondiente al nivel de sollicitación  $\gamma$ :

$$V_d = \gamma V_k$$

Con:

$V_k$  = Esfuerzo cortante característico.

$\gamma$  = Coeficiente de ponderación  $0 \leq \gamma \leq \gamma_f$ .

$z$  = Brazo mecánico de las fuerzas internas existentes en el nivel  $\gamma$  de solicitación.

Para armadura vertical, la más utilizada en la práctica, queda:

$$\sigma_c = \frac{V_d}{z b_w \operatorname{sen} \theta \cos \theta} \quad (7)$$

y la deformación unitaria:

$$\epsilon_{cw} = \frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{V_d}{z b_w \operatorname{sen} \theta \cos \theta E_c} \quad (8)$$

b) Deformación de la armadura transversal.

Denominando  $V_s$  al cortante absorbido por los cercos, la ecuación de equilibrio de fuerzas verticales proporciona la relación (véase figura (3)):

$$V_s = \frac{z}{s} (\operatorname{cotg} \theta \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha) A_{\alpha} \sigma_{s\alpha}$$

Para  $\alpha = 90^\circ$ :

$$V_s = \frac{z}{s} \operatorname{cotg} \theta \cdot A_{sw} \cdot \sigma_s$$

Luego:

$$\epsilon_{sw} = \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{V_s \cdot s}{A_{sw} \cdot \operatorname{cotg} \theta \cdot z E_s} \quad (9)$$

Introduciendo el concepto de cuantía geométrica de armadura transversal,  $\rho_w$ :

$$\rho_w = \frac{A_{sw}/s}{b_w} \quad (10)$$

$$\epsilon_{sw} = V_s / \rho_w \cdot b_w \cdot z \cdot \operatorname{cotg} \theta \cdot E_s \quad (11)$$

Si admitimos que parte del cortante exterior,  $V_d$ , es soportado por el hormigón,  $V_{cu}$ :

$$V_s = V_d - V_{cu}$$

$$\epsilon_{sw} = (V_d - V_{cu}) / \rho_w \cdot b_w \cdot z \cdot \operatorname{cotg} \theta \cdot E_s \quad (12)$$

La ecuación (5), para el caso habitual  $\alpha = 90^\circ$ , queda:

$$\gamma = \frac{1}{\operatorname{cotg} \theta} \left\{ \frac{\epsilon_{cw}}{\operatorname{sen}^2 \theta} + \epsilon_{sw} \right\} \quad (13)$$

Sustituyendo en (13) los valores hallados para  $\epsilon_{cw}$ , y  $\epsilon_{sw}$ :

$$\gamma = \frac{1}{\operatorname{cotg} \theta} \left\{ \frac{V_d}{\operatorname{sen}^2 \theta z b_w \operatorname{sen} \theta \cos \theta E_c} + \frac{V_d - V_{cu}}{\rho_w \cdot b_w \cdot z \cdot \operatorname{cotg} \theta \cdot E_s} \right\}$$

y siguiendo a DILGER en (3), introduciendo:

$$k_v = \frac{V_d - V_{cu}}{V_d} \quad (14)$$

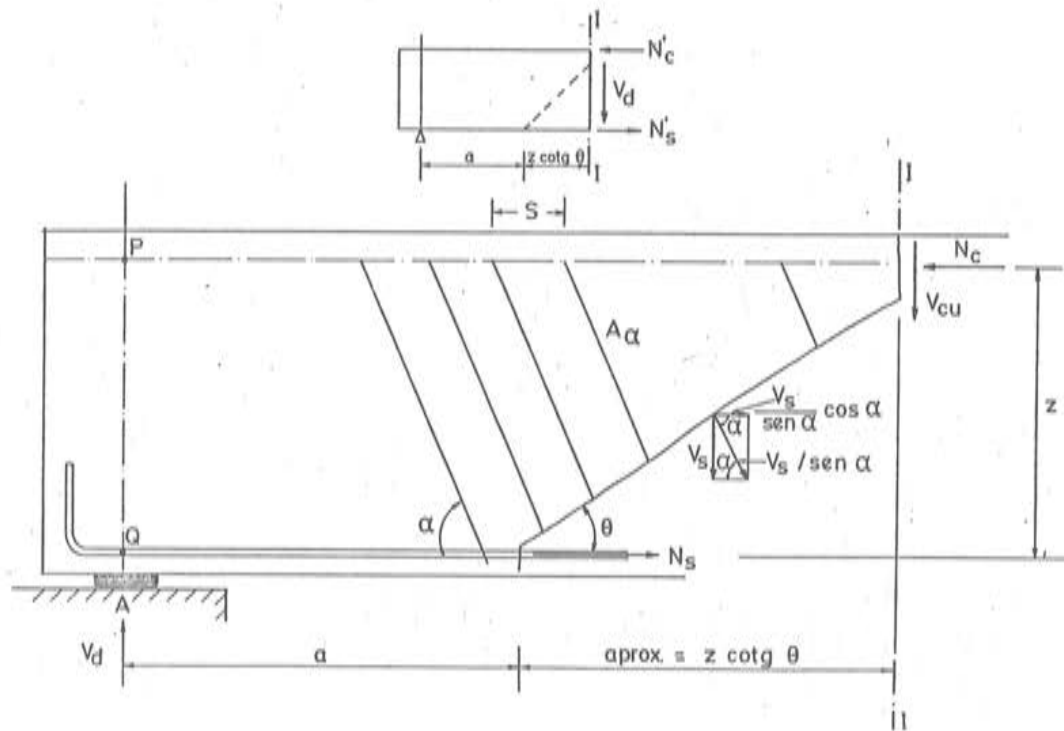


Fig. 3. Esfuerzos internos en una pieza diagonal de hormigón que presente fisuración

queda:

$$\gamma = \frac{1}{\cotg \theta} \frac{V_d}{b_w \cdot z} \left\{ \frac{1}{\sen^3 \theta \cos \theta E_c} + \frac{k_v}{\rho_w \cotg \theta E_s} \right\} \quad (15)$$

Comparando esta relación con la expresión elástica para la deformación unitaria transversal:

$$\gamma = \tau/G = \frac{V_d}{b_w \cdot z \cdot G}$$

nos queda:

$$\frac{1}{G} = \frac{1}{\cotg \theta} \left\{ \frac{1}{\sen^3 \theta \cos \theta E_c} + \frac{k_v}{\rho_w \cotg \theta E_s} \right\} \quad (16)$$

o bien:

$$\frac{1}{G \cdot A_v} = \frac{1}{b_w \cdot z \cdot \cotg \theta} \left\{ \frac{1}{\sen^3 \theta \cos \theta E_c} + \frac{k_v}{\rho_w \cotg \theta E_s} \right\} \quad (17)$$

que es lo que denominamos rigidez a cortante en el estado fisurado:

$$K_{\text{II}}^{\text{II}} = \frac{1}{G \cdot A_v}$$

Para comprobar la validez de la expresión, particularizamos para  $\theta = 45^\circ$ :

$$\frac{1}{G \cdot A_v} = \frac{1}{b_w \cdot z} \left\{ \frac{1}{(\sqrt{2}/2)^3 \cdot \sqrt{2}/2 E_c} + \frac{k_v}{\rho_w E_s} \right\}$$

Simplificando:

$$\frac{1}{G \cdot A_v} = \frac{1}{b_w \cdot z E_s} \left\{ \frac{4E_s}{E_c} + \frac{k_v}{\rho_v} \right\}$$

y con  $n = E_s/E_c$ :

$$G \cdot A_v = \frac{b_w \cdot z \cdot E_s}{4n + \frac{k_v}{\rho_w}}, \quad (18)$$

que coincide con la expresión dada por DILGER, en (3), cuando plantea la distorsión de la celosía típica para  $\theta = 45^\circ$  y  $\alpha = 90^\circ$ .

### 3. INFLUENCIA DE LA DEFORMACION DEBIDA A ESFUERZO CORTANTE EN LA MAGNITUD DE LAS INCOGNITAS HIPERESTATICAS DEDUCIDAS SEGUN LA TEORIA DEL ANALISIS LINEAL DE ESTRUCTURAS

Dado el enfoque de este trabajo, se va a efectuar un planteamiento relativo al caso de la viga continua de dos vanos, que va a resolverse primeramente por un método de flexibilidad, para proceder luego, y como comprobación, a resolverlo por un método de rigidez.

#### 3.1. Método de flexibilidad

Sea la viga continua de dos vanos que se dibuja en la figura (4). Elegimos como incógnita hiperestática la reacción en el apoyo intermedio, por lo que la estructura isostática asociada es la viga biapoyada de luz igual a la longitud total de la viga continua.

Ante cualquier carga exterior, la flecha en el punto B, la podemos calcular, por el teorema de Castigliano, a partir de la expresión:

$$\delta^0 = \int_0^L \frac{M^0 M^1}{EI} dx + \int_0^L \frac{V^0 V^1}{GA'} dx \quad (19)$$

donde las letras tienen el siguiente significado:

$M^0$  = Momento flector en una sección genérica de abscisa  $x$  debido a las cargas actuantes.

$M^1$  = Idem, idem, debido a la actuación de una carga puntual unidad en la sección B.

$V^0$  = Esfuerzo cortante, en una sección genérica de abscisa  $x$ , debido a las cargas actuantes.

$V^1$  = Idem, idem, debido a la actuación de una carga puntual unidad, en la sección B.

$E$  = Módulo de elasticidad longitudinal.

$G$  = Módulo de elasticidad transversal.

$$G = E/2 (1 + \nu)$$

$\nu$  = Coeficiente de Poisson.

$I$  = Inercia de la sección de abscisa  $x$ .

$A'$  = Area de cortante de la sección de abscisa  $x$ .

La actuación de una carga unidad en la sección B, produce una flecha, en dicha sección, de valor:

$$\delta^1 = \int_0^L \frac{M^1{}^2}{EI} dx + \int_0^L \frac{V^1{}^2}{GA'} dx \quad (20)$$

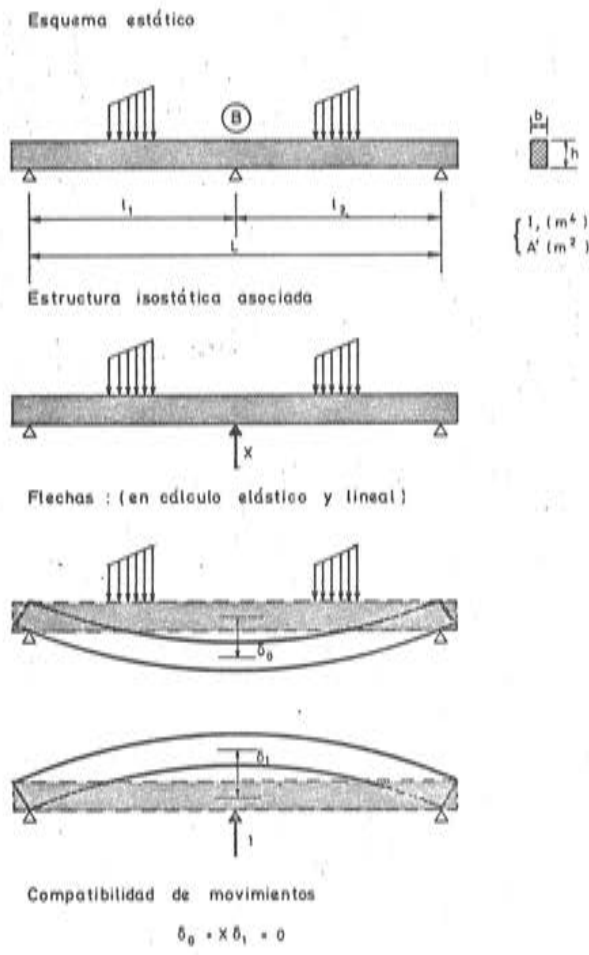


Fig. 4. Esquema de cálculo elástico por un método de flexibilidad

La compatibilidad de movimientos en el punto B se escribe:

$$\delta^0 + X \delta^1 = 0$$

de donde despejando X, reacción vertical en el apoyo intermedio, y sustituyendo  $\delta^0$  y  $\delta^1$  queda:

$$X = - \frac{\int_0^L \frac{M^0 M^1}{EI} dx + \int_0^L \frac{V^0 V^1}{GA'} dx}{\int \frac{(M^1)^2}{EI} dx + \int_0^L \frac{(V^1)^2}{GA'} dx} \tag{21}$$

Con el fin de acotar la importancia que, a efectos prácticos, puede tener el fenómeno, vamos a particularizar la expresión deducida, para el caso de una viga continua de dos vanos de luces iguales, de longitud total L y sección constante (I, A'), sometida a una carga uniforme, q.



El valor que resulta para cada una de las integrales es:

$$\int_0^L \frac{M^0 M^1}{EI} dx = \frac{5q L^4}{384EI}$$

$$\int_0^L \frac{V^0 V^1}{GA'} dx = \frac{qL^2}{8GA'}$$

$$\int_0^L \frac{(M^1)^2}{EI} dx = \frac{L^3}{48EI}$$

$$\int_0^L \frac{(V^1)^2}{GA'} dx = \frac{L}{4GA'}$$

Sustituyendo en (21), resulta:

$$X = -q \left( \frac{\frac{5L^4}{384EI} + \frac{L^2}{8GA'}}{\frac{L^3}{48EI} + \frac{L}{4GA'}} \right) \quad (22)$$

y simplificando y ordenando queda:

$$X = -q \left( \frac{\frac{5}{384} L^3 \left( \frac{GA'}{EI} \right) + \frac{L}{8}}{\frac{L^2}{48} \left( \frac{GA'}{EI} \right) + \frac{1}{4}} \right) \quad (23)$$

expresión que nos dice cómo la reacción hiperestática X, depende de la relación existente entre la rigidez a cortante GA' de la sección y su rigidez a flexión EI.

En la hipótesis, habitual de la Resistencia de Materiales, de despreciar en vigas esbeltas la deformación debida a esfuerzo cortante, tenemos:

$$GA' \rightarrow \infty, \text{ luego: } \frac{GA'}{EI} \rightarrow \infty$$

Sustituyendo, y tomando límites:

$$X = -q \frac{\frac{5}{384} L^3}{\frac{L^2}{48}} = -0,625 qL,$$

valor que coincide con un cálculo convencional:

$$X = -2 * \left( \frac{1}{2} q * \frac{L}{2} + \frac{q (L/2)^2}{8} \frac{1}{L/2} \right)$$

$$X = -0,50 qL - \frac{1}{8} qL = -0,625 qL$$

Por el contrario, en un hipotético material en el que su rigidez a cortante fuera muy pequeña, sucedería:

$$\frac{GA'}{EI} \rightarrow 0$$

y el valor de la reacción en el apoyo intermedio resultaría:

$$X = -q \frac{L/8}{1/4} = -0,50 qL,$$

es decir, sería exclusivamente suma de los cortantes isostáticos a la derecha e izquierda del apoyo.

El valor del momento flector en la sección B, vale, en cualquier caso:

$$M_B = \frac{q L^2}{8} - X \frac{L}{4}$$

Así, si  $\frac{GA'}{EI} \rightarrow \infty$  (hipótesis de despreciar la deformación debida a esfuerzo cortante):

$$M_B = \frac{q L^2}{8} - 0,625 q L \frac{1}{4} = \frac{q L^2}{32} = \frac{q}{8} (L/2)^2$$

Si  $\frac{GA'}{EI} \rightarrow 0$ , resulta:

$$M_B = \frac{q L^2}{8} - 0,50 q L \frac{L}{4} = 0.$$

Quiere esto decir, que los vanos funcionan como si estuviesen simplemente apoyados.

Acotados los valores extremos, se va a estudiar qué ocurre para valores intermedios.

Supongamos que la pieza es de sección rectangular,  $b \times h$ . El valor del cociente  $\frac{GA'}{EI}$  resulta, aproximadamente:

$$\frac{GA'}{EI} \simeq \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{bh}{\frac{1}{12} bh^3} = \frac{6}{(1+\nu) h^2} \quad (24)$$

Introduciendo el factor K, inverso de la esbeltez:

$$K = \frac{\ell}{h}, \quad (2 \ell = L) \quad (25)$$

en nuestro caso resulta:

$$K = \frac{L/2}{h} = \frac{L}{2h} \quad (26)$$

de donde:

$$h = \frac{L}{2K}$$

Sustituyendo en (24), tenemos:

$$\frac{GA'}{EI} = \frac{24K^2}{(1+\nu) L^2} = \frac{24}{(1+\nu) L^2} \left( \frac{\ell}{h} \right)^2$$

e introduciendo este valor en (23), se obtiene, con  $\nu = 0$ :

$$X = -q L \left\{ \frac{0,3125 \left(\frac{\ell}{h}\right)^2 + 0,125}{0,50 \left(\frac{\ell}{h}\right)^2 + 0,250} \right\} \quad (27)$$

En estas hipótesis, los valores de la reacción sobre el apoyo central y el momento de continuidad en función de la esbeltez, resultan los siguientes:

$\frac{\ell}{h}$	Reacción en B X	Momento flector en B $M_B$
0 ( $h \rightarrow \infty$ )	0,50 qL	0
0,5	0,54 qL	-0,04 qℓ <sup>2</sup>
1	0,58 qL	-0,08 qℓ <sup>2</sup>
2	0,611 qL	-0,107 qℓ <sup>2</sup>
2,5	0,616 qL	-0,1157 qℓ <sup>2</sup>
5	0,623 qL	-0,123 qℓ <sup>2</sup>
10	0,624 qL	-0,1244 qℓ <sup>2</sup>
∞	0,625 qL	-0,125 qℓ <sup>2</sup>

Siendo  $L = 2 \ell$ .

### 3.2. Método de rigidez

Consideremos el mismo caso estudiado anteriormente: Viga continua de dos vanos, de luces iguales ( $luz = \ell$ ), de longitud total  $L = 2\ell$  de sección constante ( $I, A'$ ) y sometida a una carga uniforme en toda la longitud.

Considerando como único grado de libertad el giro en cada nudo, la ecuación matricial que relaciona esfuerzos y movimientos, teniendo en cuenta la deformación debida a esfuerzo cortante es:

$$\begin{pmatrix} M'_1 \\ M'_2 \\ M'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4EI}{\ell} \frac{1 + \lambda/4}{1 + \lambda} & \frac{2EI}{\ell} \frac{1 - \lambda/2}{1 + \lambda} & 0 \\ \frac{2EI}{\ell} \frac{1 - \lambda/2}{1 + \lambda} & \frac{8EI}{\ell} \frac{(1 + \lambda/4)}{1 + \lambda} & \frac{2EI}{\ell} \frac{1 - \lambda/2}{1 + \lambda} \\ \frac{2EI}{\ell} \frac{1 - \lambda/2}{1 + \lambda} & \frac{2EI}{\ell} \frac{1 - \lambda/2}{1 + \lambda} & \frac{4EI}{\ell} \frac{1 + \lambda/4}{1 + \lambda} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix}$$

donde el valor del parámetro  $\lambda$  es:

$$\lambda = 12 \frac{EI}{GA'} \frac{1}{\ell^2}$$

teniendo las letras  $E, I, A', G, \ell$ , el mismo significado que el expuesto anteriormente, e indicando con  $M'_i$  los momentos actuantes sobre cada nudo, y siendo  $\theta_i$  el valor de los giros de éstos.

Para el mismo caso de carga estudiado anteriormente, es decir, una carga uniforme de intensidad  $q$  actuando en toda la longitud, por simetría se tiene:

$$\begin{aligned} \theta_2 &= 0 \\ \theta_1 &= -\theta_3 \end{aligned}$$

Así pues:

$$\theta_1 = \frac{M_1'}{\frac{4EI}{\ell} \frac{1 + \lambda/4}{1 + \lambda}}$$

donde  $M_1'$  es el momento de empotramiento perfecto debido a la carga  $q$  actuando en el vano izquierdo.

Las acciones de nudos sobre barra son; en este vano:

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{M}_1 \\ M_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{4EI}{\ell} \frac{1 + \lambda/4}{1 + \lambda} & \frac{2EI}{\ell} \frac{1 - \lambda/2}{1 + \lambda} \\ \frac{2EI}{\ell} \frac{1 - \lambda/2}{1 + \lambda} & \frac{4EI}{\ell} \frac{1 + \lambda/4}{1 + \lambda} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

y sustituyendo, resulta:

$M_1 = 0$ , evidentemente;

$$M_2 = \hat{M}_2 + \frac{2EI}{\ell} \frac{1 - \lambda/2}{1 + \lambda} \theta_1 + 0$$

Sustituyendo  $\theta_1$ , y teniendo en cuenta que  $\hat{M}_2 = M_1'$

$$M_2 = M_1' \left\{ 1 + \frac{2EI}{\ell} \frac{1 - \lambda/2}{1 + \lambda} \frac{1}{\frac{4EI}{\ell} \frac{1 + \lambda/4}{1 + \lambda}} \right\}$$

y simplificando:

$$M_2 = M_1' \left\{ 1 + \frac{2 - \lambda}{4 + \lambda} \right\}$$

o bien:

$$M_2 = M_1' \left\{ 1 + \frac{\frac{2}{\lambda} - 1}{\frac{4}{\lambda} + 1} \right\}$$

siendo  $M_2$  el momento sobre el apoyo central.

Recordando que  $\lambda = 12 \frac{EI}{GA'} \frac{1}{\ell^2}$

tenemos:

Si  $GA' \rightarrow \infty$  (hipótesis de la Resistencia de Materiales)

$$\lambda \rightarrow 0$$

Tomando límites:

$$M_2 = \lim_{\lambda \rightarrow 0} M_1' \left\{ 1 + \frac{2 - \lambda}{4 + \lambda} \right\} = 1,50 M_1'$$

Si  $GA' \rightarrow 0$ ,  $\lambda \rightarrow \infty$

Entonces:

$$M_2 = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} M_1 \left\{ 1 + \frac{\frac{2}{\lambda} - 1}{\frac{4}{\lambda} + 1} \right\} = 0$$

Vemos pues, cómo en este segundo caso, en el que  $GA' = 0$ , el momento flector de continuidad es igual a cero, como habíamos visto en el método de flexibilidad.

Puede demostrarse fácilmente, a través del teorema de Castigliano, o integrando la ecuación diferencial, que  $M_1'$ , valor del momento de empotramiento perfecto en el extremo dorsal de una barra prismática de luz  $\ell$ , y de sección  $I$ ,  $A'$ , vale exactamente lo mismo en el caso que se considere la deformación debida a esfuerzo cortante que en la hipótesis de no ser tenida en cuenta.

Su valor es, con el convenio de signos antihorario que estamos utilizando:

$$M_1' = -\frac{q\ell^2}{12}$$

Habíamos obtenido, para el caso en que  $GA'$  tendiese a infinito, que el valor del momento sobre el apoyo intermedio vale:

$$M_B = 1,50 M_1'$$

y sustituyendo, resulta:

$$M_B = 1,5 \left( \frac{q\ell^2}{12} \right) = -\frac{q\ell^2}{8}$$

valor sobradamente conocido por Resistencia de Materiales.

Acotados los casos extremos, pasemos a comprobar la igualdad de la expresión para la reacción sobre el apoyo intermedio, con la deducida por el método de flexibilidad.

La reacción vale:

$$X = 2 * \left\{ q \frac{\ell}{2} + \frac{M_B}{\ell} \right\}$$

Sustituyendo:

$$X = 2 \left[ 0,50 q\ell + \frac{q\ell}{12} \left\{ 1 + \frac{2 - \ell}{4 + \ell} \right\} \right]$$

Como  $\lambda = 12 \frac{EI}{GA'} \frac{1}{\ell^2}$ , sustituyendo y operando queda:

$$X = q \left\{ \frac{5\ell^3 \frac{GA'}{EI} + 12L}{4\ell^2 \frac{GA'}{EI} + 12} \right\}$$

como  $\ell = L/2$ :

$$X = q \left\{ \frac{\frac{5}{8} L^3 \frac{GA'}{EI} + 6L}{L^2 \frac{GA'}{EI} + 12} \right\}$$

multiplicando numerador y denominador por 1/48, y simplificando queda:

$$X = q \frac{\left\{ \frac{5}{384} L^3 \frac{GA'}{EI} + \frac{L}{8} \right\}}{\frac{L^2}{48} \frac{GA'}{EI} + \frac{1}{4}}$$

que como vemos es totalmente coincidente con la expresión (23) deducida en el subapartado anterior.

De todo lo anteriormente expuesto podemos concluir que, en régimen de comportamiento elástico, el valor de las incógnitas hiperestáticas, y por tanto de los esfuerzos, en vigas con tinuas, depende de la relación  $\frac{GA'}{EI}$ , y hemos visto cómo a medida que este cociente aumenta los resultados tienden hacia el valor determinado por la Resistencia de Materiales en la hipótesis habitual de despreciar la deformación debida a esfuerzo cortante.

#### 4. INFLUENCIA DE LA DEFORMACION DEBIDA A ESFUERZO CORTANTE EN LA MAGNITUD DE LAS INCOGNITAS HIPERESTATICAS EN VIGAS CONTINUAS DE HORMIGON ARMADO DEDUCIDA SEGUN UN ANALISIS NO LINEAL DE ESTRUCTURAS

##### 4.1. Acotación de la importancia del fenómeno

Como se ha visto en el apartado anterior, la magnitud de las incógnitas hiperestáticas se ve afectada por la relación  $\frac{GA'}{EI}$ . Antes de proceder a la formulación de un modelo matemático que tenga en cuenta el fenómeno, vamos a intentar acotar su importancia pasando a un caso concreto.

Considerando la viga H-4 del ensayo de Dilger efectuado en 1966, (2), vamos a pasar a calcular los valores de la rigidez a flexión y cortante de la sección de apoyo intermedio, en los estados I (sin fisurar) y (II), fisurado.

Estado (I). (Sin fisurar).

$$E_c = 303.000 \text{ Kp/cm}^2 = 3,03 \times 10^6 \text{ t/m}^2.$$

$$G = 126.200 \text{ Kp/cm}^2 = 1.262 \times 10^6 \text{ t/m}^2.$$

$$A' \simeq A_c, \text{ alma} = 0,0280 \text{ m}^2.$$

$$GA' = 35.349 \text{ t.}$$

$$EI = 1.628,7 \text{ t. m}^2.$$

Estado (II). (Fisurado).

Consideremos el nivel de cargas correspondiente al estado límite último de agotamiento por flexión: (realmente estado III).

Del diagrama (M -  $\chi$ ) deducimos:

$$M = M_u = -62.611 \text{ m. t}$$

$$\chi = \chi_u = -38.523 \times 10^{-3} \text{ m.}$$

$$EI = \frac{M}{\chi} = 162,5 \text{ t. m}^2$$



Rigidez a cortante:

$$\begin{aligned}
 b_w &= 0,10 \text{ m.} & f_{ck} &= 255 \text{ Kp/cm}^2. \\
 h &= 0,35 \text{ m.} & f_{cv} &= 7,98 \text{ Kp/cm}^2. \\
 E_s &= 2,1 \times 10^6 \text{ Kp/cm}^2. \\
 V_{m\acute{a}x} &= 14,49 \text{ t.} \\
 V_{cu} &= 0,10 (0,8 \times 3,5) 79,84 = 2,2355 \text{ t.} \\
 A_{s,t} &= 11,8045 \text{ cm}^2/\text{ml} \simeq 11.8045 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{m}}
 \end{aligned}$$

Utilizando la expresi3n (18):

$$GA = \frac{0,10 (0,8 \times 0,35) 2,1 \times 10^7}{4 \times 6,92 + \frac{14,49 - 2,2355}{14,49}} = 5.920 \text{ t.}$$

$$\frac{11.804 \times 10^{-4}}{0,10}$$

Resumiendo vemos pues:

Secci3n	EI	GA'
Integra	1.628,7 t . m <sup>2</sup>	35.349 t.
Fisurada	162,5 t . m <sup>2</sup>	5.920 t.
Relaci3n $\frac{\text{Int.}}{\text{fisura.}}$	10,02	6

es decir, que la rigidez a flexi3n en el E.L.U. es la d3cima parte de la rigidez de la secci3n en el estado I, mientras que la rigidez a cortante en el E.L.U. desciende a un valor que es la sexta parte de la deducida en secci3n sin fisurar. Baja pues, m3s r3pido la rigidez a flexi3n que la rigidez a cortante.

Si calculamos el valor de la relaci3n GA'/EI en el estado 3ntegro y en el fisurado, obtenemos:

$$\text{Estado (I): } \frac{GA'}{EI} = \frac{35.349}{1.628,7} = 21,70$$

$$\text{Estado (II): } \frac{GA'}{EI} = \frac{5.920}{162,5} = 36,43$$

Resulta pues m3s alta la relaci3n  $\frac{GA'}{EI}$  en el E.L.U. que en fase de servicio, por lo que, previsiblemente, la influencia de la deformaci3n debida a esfuerzo cortante en la magnitud de las inc3gnitas hiperest3ticas ser3 m3s peque1a que el E.L.U. que en bajos niveles de solici3n. Si para el c3lculo de esfuerzos en estos niveles de solici3n, utilizamos habitualmente la teor3a de la Resistencia de Materiales despreciando la influencia de la deformaci3n debida a esfuerzo cortante, por su peque1a significaci3n en piezas esbeltas, parece, a primera vista, que, con mayor raz3n, puede prescindirse de la deformabilidad por cortante en el c3lculo de esfuerzos mediante un an3lisis no lineal en estados de carga avanzado s.

## 4.2. Modelo matemático

El modelo matemático elaborado para el presente estudio está directamente deducido del expuesto en el capítulo 5 de mi tesis doctoral (1), y cuyas bases teóricas más significativas se han resumido en el apartado 2 de este trabajo. De acuerdo con estas bases, se ha escrito un programa para ordenador que sigue los siguientes pasos:

- 1) Definición geométrica y mecánica de la viga de hormigón, incluyendo sus armaduras.
- 2) Cálculo de los diagramas momentos flectores-curvaturas para cada una de las secciones base en las que se divide la viga.
- 3) El procedimiento de cálculo empleado es un método de flexibilidad análogo al expuesto en el apartado (3-1), sólo que planteado iterativamente, ya que, dado el comportamiento no lineal del material estructural, no puede emplearse el principio de superposición. (\*) La secuencia del análisis es como sigue:
  - a) Fijado un escalón de carga exterior  $q = \gamma \cdot q_0$ , se supone una determinada ley de esfuerzos (momentos flectores, esfuerzos cortantes y reacciones) actuando sobre la viga isostática asociada.
  - b) A partir de la ley de momentos flectores supuesta y a través de los diagramas  $M-\chi$  de cada sección se obtienen las correspondientes curvaturas asociadas con ese nivel de sollicitación.
  - c) A partir de la ley de esfuerzos cortantes supuesta, se deduce para cada sección, utilizando la expresión (18), su correspondiente rigidez a esfuerzo cortante,  $GA'$ .
  - d) Utilizando las expresiones (19) escritas para un comportamiento no lineal, se calculan las flechas en cada uno de los apoyos intermedios de la viga isostática asociada.

De una manera explícita, la flecha en cada apoyo se escribe:

$$\delta_i = \int_0^L \chi M_i^I dx + \int_0^L \frac{V^o}{GA'} V_i^I dx \quad (28)$$

donde las letras tienen el siguiente significado:

$\chi$  = Curvatura de una sección genérica,  $x$ , asociada al momento flector suma del debido a la carga exterior,  $\gamma q_0$ , más el originado por las reacciones de apoyo supuestas.

$M_i^I$  = Momento flector en una sección genérica,  $x$ , cuando una carga unidad actúa en el apoyo  $i$  en sentido contrario al de la carga exterior.

$V^o$  = Esfuerzo cortante en una sección genérica,  $x$ , debido a la carga exterior y a las reacciones de apoyo supuestas.

$GA'$  = Rigidez a cortante de una sección genérica,  $x$ , sometida a un cortante  $V^o$ .

$V_i^I$  = Esfuerzo cortante en una sección genérica,  $x$ , debido a la actuación de una carga unidad en el apoyo  $i$ , en sentido contrario al de la carga exterior.

- e) La compatibilidad de movimientos, implica que en cada apoyo intermedio  $i$ , se verifique:

$$\delta_i = 0$$

(\*) **NOTA:** Como estructura isostática asociada, se elige la viga simplemente apoyada en los extremos, siendo por tanto las incógnitas hiperestáticas las reacciones sobre apoyos intermedios.

Puesto que las curvaturas de flexión  $\chi$  y las rigideces de cortante  $GA'$  de cada sección, dependen de los esfuerzos y éstos son función de la carga exterior,  $\gamma q_0$ , y de las reacciones de apoyo,  $R_i$ , éstos no pueden despejarse del sistema de ecuaciones (28), por lo que debe resolverse iterativamente.

Así pues, en la primera aproximación se verificará que, con la ley de esfuerzos supuesta, las flechas en las secciones de apoyo intermedios serán distintas de cero:

$$\delta_i^{(1^a)} \neq 0,$$

por lo que habrá que modificar la intensidad de las reacciones de apoyo y volver a la etapa a) en la que se introducen los nuevos valores de los esfuerzos calculados a partir de  $\gamma q_0$  y de las reacciones modificadas.

Los esfuerzos definitivos se obtendrán, tras varias iteraciones, cuando se verifique que en todos los apoyos las flechas calculadas difieren de cero en un valor inferior a uno prefijado.

#### 4.3. Verificación experimental

Con el fin de contrastar los resultados del modelo matemático con la realidad, se han utilizado los ensayos publicados por W. Dilger en 1966 (2). De las cinco vigas ensayadas por el mencionado autor, aquí se comparan tres de ellas: las denominadas H-3, H-4 y H-5, en las que el dimensionamiento de la armadura de flexión en la sección de apoyo se efectuó a partir de valores de los momentos flectores inferiores a los determinados por el cálculo elástico, estando dimensionada la armadura de vano de modo que se verifiquen las condiciones de equilibrio de esfuerzos.

En esta exposición, analizaremos más detalladamente la viga H-4 por dos razones fundamentales:

- 1ª) Por ser la viga cuya armadura de apoyo era la más reducida con respecto a la que le correspondería por un dimensionamiento elástico.

Así, la armadura de apoyo estaba dimensionada para cubrir un 50% del correspondiente momento elástico ponderado.

- 2ª) Se ha elegido ésta, en vez de la H-5, por presentar menor ancho de alma y poder estudiar así la posible influencia del esfuerzo cortante en las deformaciones y esfuerzos. Para un nivel de carga  $2P = 48$  t (véase figura 5), la tensión cortante convencional en el alma  $\tau_{bw}$  alcanza valores próximos a  $52$  Kp/cm<sup>2</sup>; lo que representa una relación  $V_d/V_{cu} \simeq 6,45$ .

En la figura (5) se representan todos los datos referentes a la viga H-4 mencionada.

Esta viga fue analizada en mi tesis doctoral (1), mediante un modelo matemático de análisis no lineal de vigas continuas de H.A. ú H.P., en el que se tenía en cuenta, exclusivamente, la deformación debida a la flexión.

Los resultados correspondientes a la evolución de los momentos flectores de apoyo y vano obtenidos según este modelo matemático, se representan en la figura (6), junto con los valores obtenidos experimentalmente y los deducidos a través de un cálculo lineal convencional. Como puede verse en la mencionada figura, la aproximación analítica obtenida, en lo que a evolución de esfuerzos se refiere, es muy aceptable. No incluyo aquí más comentarios a este respecto pues es un tema que traté ampliamente con anterioridad (1).

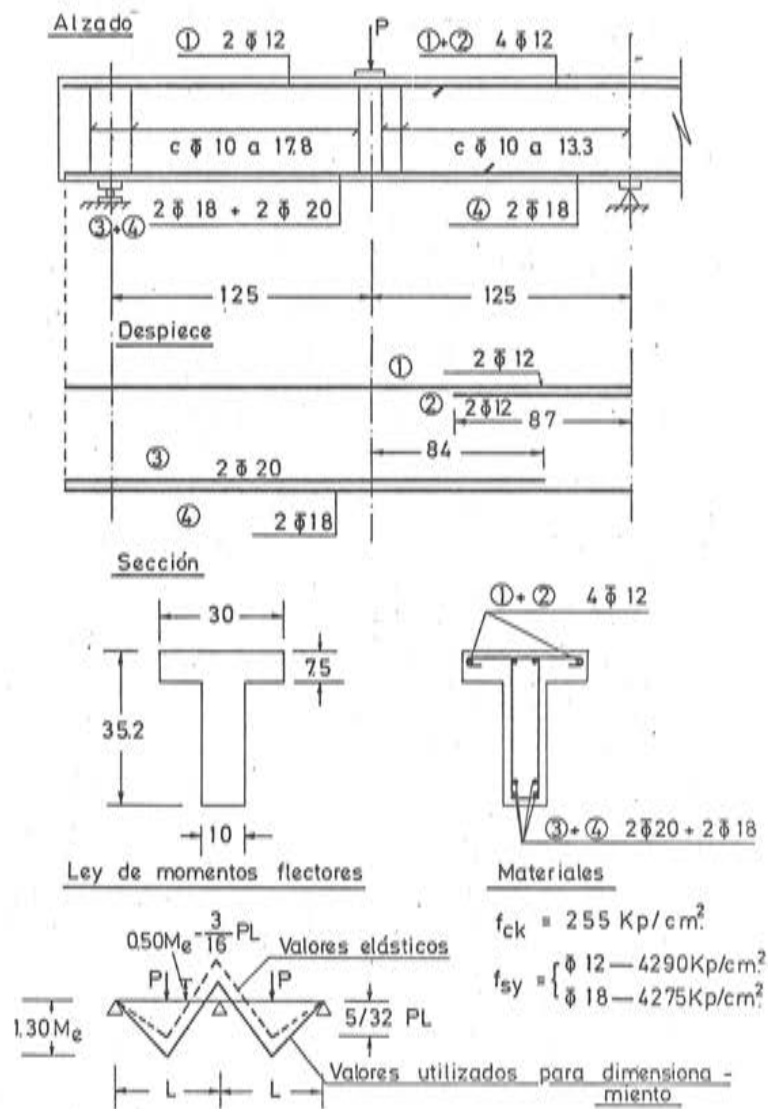


Fig. 5. Ensayos de W. DILGER (1966). Definición de la viga H - 4.

En lo que respecta a la evolución de las flechas con el incremento de la carga exterior, se recogen en la tabla (1), los resultados analíticos y experimentales, dibujando su evolución con el incremento de la carga en la figura (7). Como allí puede verse, en niveles de carga posterior a la fisuración, las flechas obtenidas por el modelo matemático entonces elaborado, son muy inferiores a las obtenidas experimentalmente.

Se han querido contrastar ahora los resultados experimentales obtenidos en esta viga, con los deducidos analíticamente mediante el modelo matemático aquí presentado, que incluye la deformación debida a esfuerzo cortante.

Para ello se ha utilizado un programa de cálculo electrónico elaborado para esta investigación, utilizando como datos los siguientes:

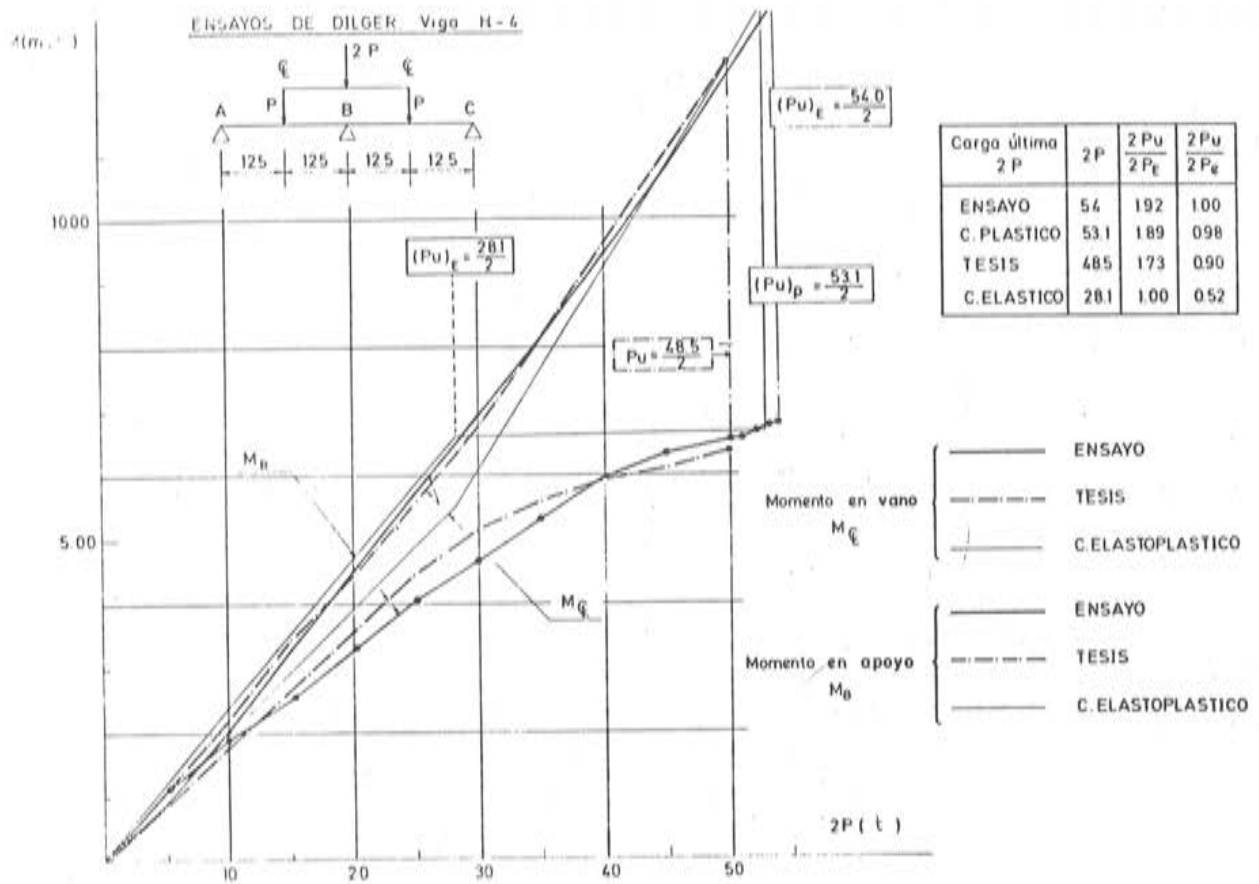


Fig. 6. Ensayo de DILGER (1966). Viga H-4. Evolución de los momentos flectores con la carga

**TABLA 1**  
Ensayo de Dilger  
Viga H-4  
Flechas

Nivel de carga 2P (t)	Resultado análisis $\delta$ cal (mm)	Ensayo $\delta$ (5 $\ell$ )		Media $\delta$ Exp. (mm)	$\frac{\delta \text{ cal}}{\delta \text{ exp}}$
		Vano izqdo.	Vano dcho.		
5	0,41	0,23	0,25	0,24	(1,71)
10	0,83	0,71	0,71	0,71	(1,17)
15	1,24	1,34	1,32	1,33	0,93
20	1,66	2,02	1,98	2,00	0,83
25	2,08	2,74	2,68	2,71	0,77
30	2,59	3,71	3,67	3,69	0,70
35	3,24	4,44	4,40	4,42	0,73
40	3,97	5,79	5,69	5,74	0,69
45	4,83	6,69	6,63	6,66	0,73
50	6,30	8,27	8,13	8,20	0,77

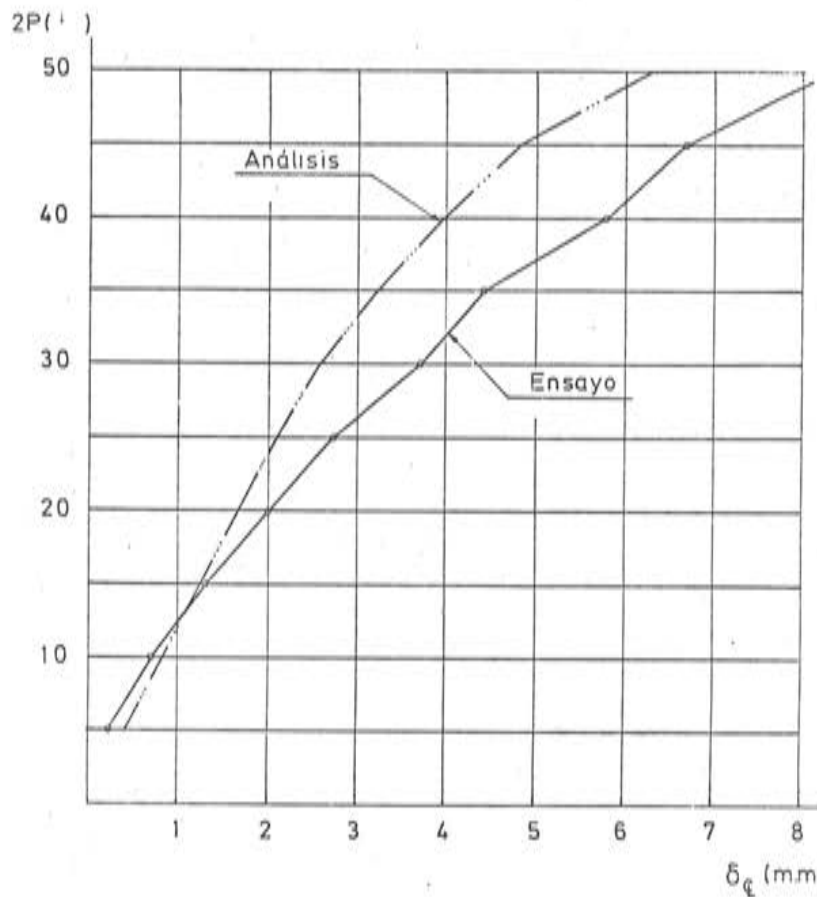


Fig. 7. Ensayo de Dilger. Viga H-4. Evolución de la flecha en centro luz en función del nivel de carga. Valores analíticos y experimentales.

- i) Diagramas  $M-\chi$ : Los deducidos analíticamente con ocasión del trabajo (1).
- ii) Parámetros para la determinación de la rigidez a esfuerzo cortante de las secciones:

– Cuantía de armadura transversal:

Secciones 1 a 6:  $\phi$  10 a 17,8 cm  $\langle \rangle$  8,82 cm<sup>2</sup>/ml.

Secciones 1 a 15:  $\phi$  10 a 13,3 cm  $\langle \rangle$  11,80 cm<sup>2</sup>/ml.

Secciones 16 a 21:  $\phi$  10 a 17,8 cm  $\langle \rangle$  8,82 cm<sup>2</sup>/ml.

– Coeficiente de equivalencia acero-hormigón:

$$n = \frac{2.100.000}{303.405} = 6,92$$

– Resistencia virtual del hormigón a cortante:

$$f_{cv} = 7,98 \text{ Kp/cm}^2$$

– Límite elástico del acero de los cercos:

$$f_{yw} = 4.200 \text{ Kp/cm}^2$$



iii) Geometría de la sección:

La definida en la figura (5).

Resultados:

En la figura (8) se representan los resultados obtenidos para el nivel de sollicitación  $2P = 48 \text{ Tm.}$ , muy próximo al colapso de la estructura, según los diferentes métodos de análisis:

- 1.1. Elástico y lineal, sin deformación de cortante.
  - 1.2. Elástico y lineal, con deformación de cortante.
  - 2.1. No lineal, sin deformación de cortante.
  - 2.2. No lineal, con deformación de cortante,
- junto con el resultado experimental.

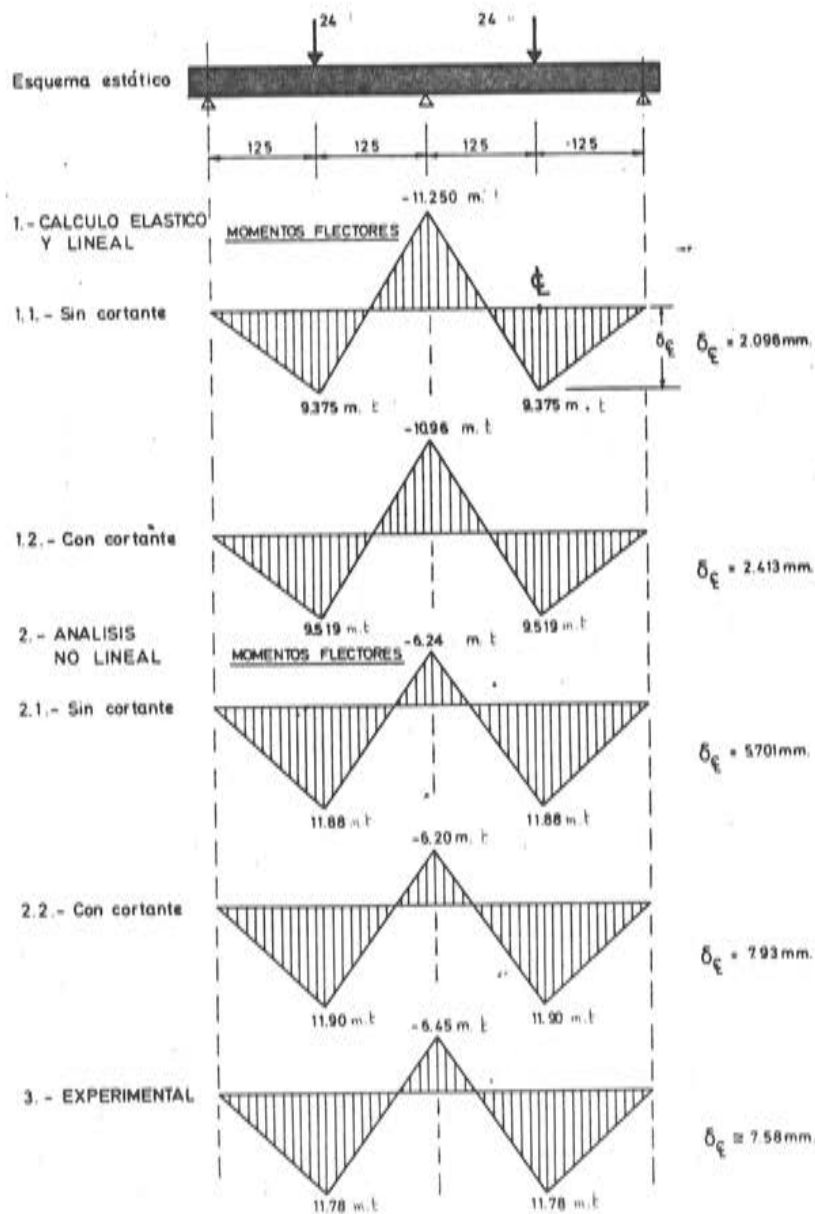


Fig. 8. Viga H-4. W. Dilger. Comparación de resultados.

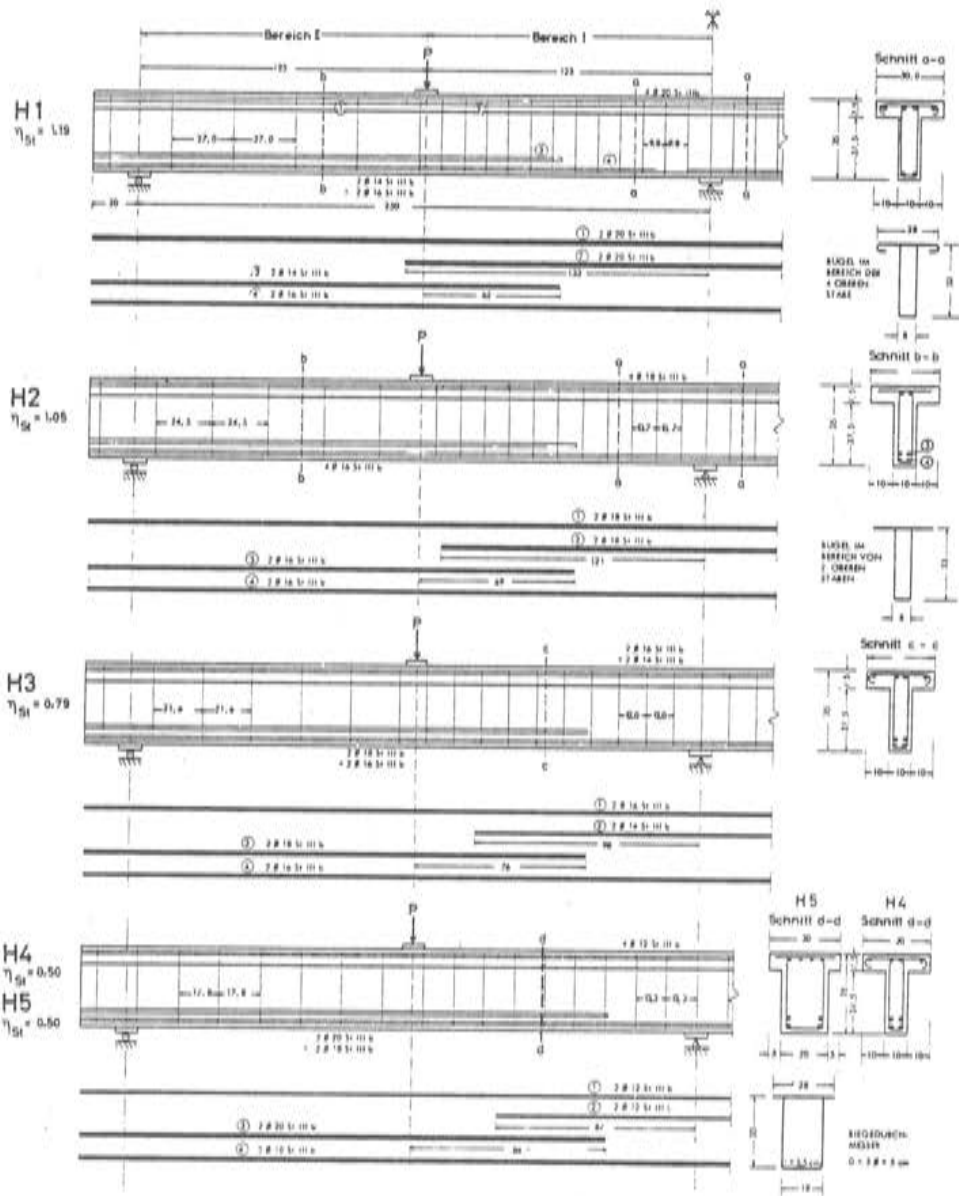


Fig. 9. Definición de las vigas ensayadas por W. Dilger.

Observando la mencionada figura, pueden sacarse las siguientes conclusiones:

- 1ª) Dado el dimensionamiento arbitrario de las armaduras de flexión, cubriendo en el apoyo solamente el cincuenta por ciento del momento obtenido en un cálculo elástico, la experimentación y ambos modelos matemáticos de A.N.L., confirman la invalidez de la utilización del cálculo elástico y lineal en estos casos.



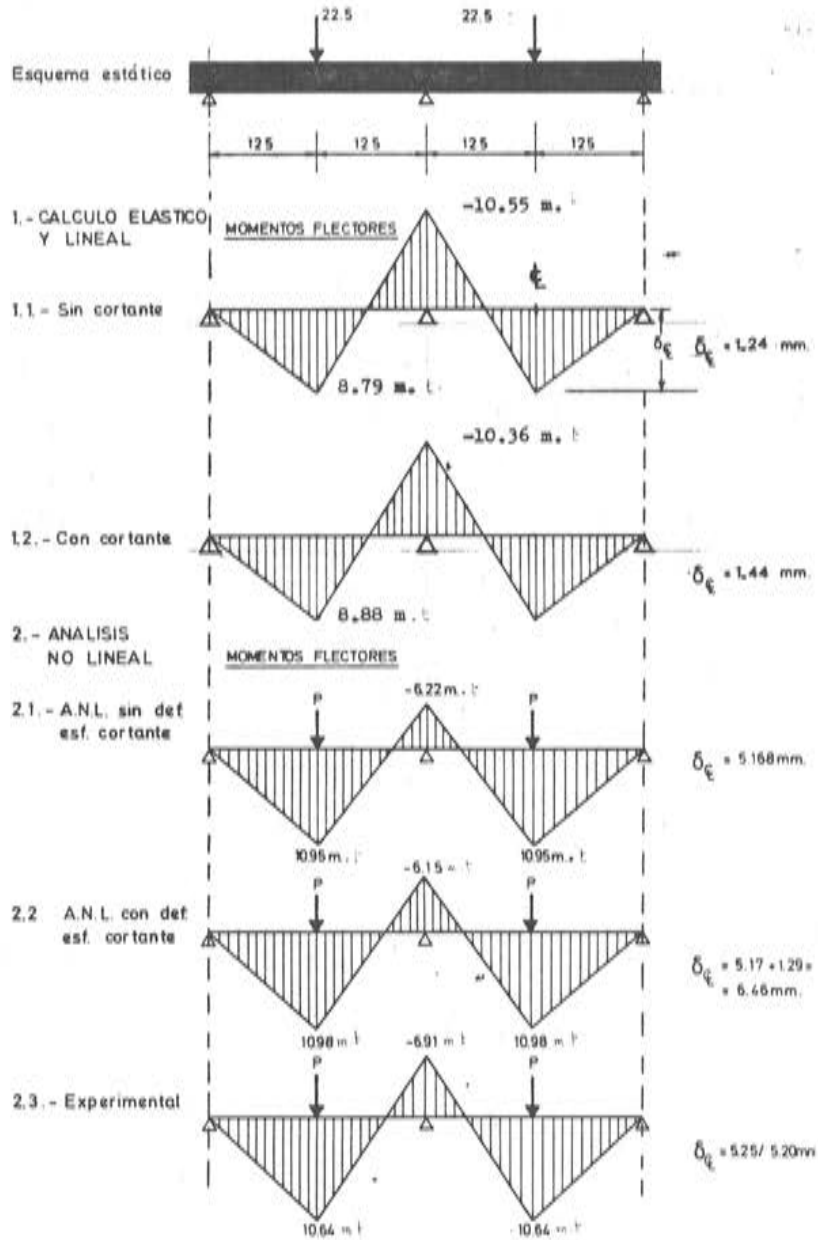


Fig. 11. Viga H - 5. W. Dilger. Comparación de resultados

cortante, superan a los calculados despreciando este fenómeno. Las flechas medidas experimentalmente están comprendidas entre los valores obtenidos por uno y otro. Esto quiere decir, que la rigidez real a esfuerzo cortante es algo superior a la aquí evaluada teóricamente; lo que es lógico, ya que la tensión real a la que trabajan los estribos no será uniforme a lo largo de una fisura diagonal.

- 4ª) Se ha efectuado un análisis, análogo al anterior, para un nivel de cargas  $2P = 30 Tm.$ , lo que corresponde, aproximadamente, a un nivel de cargas de servicio. Para esta intensidad de la sollicitación, la diferencia de reacciones en el apoyo intermedio, según ambos modelos de A.N.L., es despreciable, siendo un 3,7 por mil superior la reacción obtenida considerando la deformabilidad de cortante.

Se han llevado a cabo sendos estudios, análogos al anterior, con las vigas denominadas H-3 y H-5, cuya definición se recoge en la figura (9). Los resultados obtenidos para estas vigas, según los distintos modelos utilizados en el análisis, se resumen en las figuras (10) y (11), junto con los valores experimentales. Como allí puede verse, se deducen las mismas conclusiones que las expuestas para la viga H-4. Es de notar, sin embargo, cómo en la viga H-5, de 20 cm de alma, el modelo de deformabilidad de cortante aquí presentado, sobrevalora excesivamente el valor de la flecha en el vano; lo que confirma el hecho, ya apuntado anteriormente, de que la rigidez real a esfuerzo cortante es superior a la aquí evaluada.

## 5. CONCLUSIONES

Se ha puesto a punto un modelo matemático de análisis no lineal de vigas continuas de hormigón armado que considera, conjuntamente, las propiedades de deformabilidad de las secciones, tanto a flexión, a través de los diagramas momentos-curvaturas, como a cortante, a través del mecanismo de distorsión de la celosía.

Provisionalmente, puede afirmarse que, aún en el caso de vigas con almas estrechas sometidas a fuertes sollicitaciones tangentes, y siempre que la armadura transversal no alcance su límite elástico, la influencia de la deformabilidad debida a esfuerzo cortante es despreciable en la determinación de las incógnitas hiperestáticas; por lo que puede, en principio, realizarse un análisis no lineal para estructuras de hormigón, considerando exclusivamente, diagramas  $M-\chi$  como únicas leyes constitutivas del material estructural hormigón armado. La única consecuencia de esta simplificación es que las flechas de las piezas pueden infravalorarse, si el nivel de sollicitación tangente es tal, que ocurre la fisuración diagonal.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- (1) APARICIO, A.C. "Estudio de la evolución hasta la rotura, por sollicitaciones normales, de tableros continuos de puente de hormigón armado o pretensado". Tesis doctoral. Servicio de Publicaciones de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos. Universidad de Santander, 1980.
- (2) DILGER, W. "Veranderlichkeit der Biege und Schubsteifigkeit bei Stahlbeton tragwerken und ihr Einfluss auf Schnittkraftverteilung und Traglast bei Statisch unbestimmter Lagerung". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 179. Berlín, 1966.
- (3) DILGER, W. + ABELE, G. "Initial and time dependent Shear Deflection of Reinforced Concrete T Beams". A.C.I. publication SP-43. Detroit, 1974.

# cómprese la carretilla



# más barata del mercado

Encontrar una carretilla con un precio inferior al de CATERPILLAR, es fácil. Que tenga más calidad, eso ya es más difícil.

Sin embargo, no debe preocuparse mucho por el precio. Hay cosas más importantes a tener en cuenta.

¿Ha pensado usted que el precio inicial es el 21 por ciento del costo total de una carretilla al cabo de cinco años de vida útil? Debe pararse a pensar en este dato. Hay otros factores que son los que, de verdad, determinan la rentabilidad de una carretilla.

Estos factores de rentabilidad son los costos. Si son reducidos usted habrá comprado bien. Su carretilla será un buen negocio. Si son altos o se disparan el negocio será ruinoso para usted.

Y seguro que usted prefiere lo rentable a lo barato.

Tenga en cuenta que en una carretilla térmica el 8 por ciento del costo total es el mantenimiento y los repuestos. El 22 combustible. Y el 49 por ciento operador. Eche la cuenta. Es cuestión de números. El resultado es decidirse a comprar una carretilla con costos reducidos, sin que el precio inicial le preocupe demasiado.

Y, ¿qué hacer para lograrlo? Confiar en CATERPILLAR.

Las carretillas CATERPILLAR tienen calidad. Y usted lo sabe. Finanzauto se lo garantiza y dispone de medios para mantenerla siempre en el tajo sin problemas produciendo de forma rentable. Medios muy completos que aseguran el mejor servicio. Repuestos. Talleres. Mecánicos. Servicio de prevención de averías. Personal especializado. Que saben mucho de carretillas y de rentabilidades.

Por eso, no se fije en el precio inicial, esté convencido de que compra con los costos más reducidos. Pague la calidad a su justo precio y adquiera el mejor servicio.

Al final, saldrá ganando. Seguro. Y nos dará la razón.

## CARRETILLAS ELEVADORAS CATERPILLAR DE 1.000 a 27.300 Kg.

- Variedad de modelos adecuados a sus necesidades de trabajo.
- Diversas opciones de mástil, transmisión, horquilla, tipo de combustible, etc.
- Neumáticos o bandajes.
- Amplia gama de implementos.

compromiso de continuidad



Central: condesa de venadito, 1  
tel. (91) 404 24 01 - madrid-27

**SOLICITENOS INFORMACION GRATUITA.**

Caterpillar, Cat y  son marcas de Caterpillar Tractor Co.



# Influencia de los estados de autotensión, en la seguridad frente a rotura por flexión de vigas continuas de hormigón armado y pretensado

Juan J. Arenas  
Cátedra de Puentes  
ETS de Ing. de Caminos  
Univ. de Santander  
Angel C. A paricio  
Cátedra de Puentes  
ETS de Ing. de Caminos  
Univ. Politécnica de Barcelona

## 1. INTRODUCCION

Solemos definir los estados de autotensión en una estructura, como aquellas sollicitaciones que, por ser debidas a deformaciones impuestas, carecen de resultante exterior. Equivale esto último a decir que, en un estado de autotensión, el sistema de fuerzas formado por las reacciones sobre la estructura es idénticamente nulo. Sólo pueden aparecer estados de autotensión en estructuras con grados de hiperestatismo suficientes para que las vinculaciones de apoyo se opongan a la deformación impuesta en cuestión; y será precisamente ese sistema de reacciones, nulo en su conjunto, el que produzca los esfuerzos correspondientes en cada sección.

En estructuras de hormigón los estados de autotensión pueden deberse a:

- La retracción del hormigón.
- Una variación térmica uniforme en toda la estructura o en parte de ella.
- Gradientes térmicos entre fibras extremas de las diversas secciones de la estructura.
- Asientos diferenciales de sus soportes.
- Efectos de la fluencia del hormigón cuando, después de haber tomado la estructura la deformada instantánea debida a peso propio o a carga permanente, se ha producido una modificación del esquema estático.

Es claro que la acción del pretensado (sistema total de fuerzas actuando sobre el hormigón idénticamente nulo) puede ser contemplado como estado de autotensión. Sin embargo, y a causa de las consideraciones expuestas en (2), no será incluido en este trabajo.

Hasta ahora nos hemos referido, y a ellos se ciñe esta comunicación, a estados de autotensión generales de la estructura. Existen también estados de autotensión a nivel de sección estructural, con resultante de tensiones normales y tangenciales nula. Es, por ejemplo, el caso de los efectos de la retracción, parcialmente coartada por las barras de acero de armadura, o las tensiones normales derivadas de la dispersión no uniforme en todas las fibras de la sección de su calor de fraguado, o las derivadas de gradientes térmicos no lineales.

Centrándonos en el primer grupo, y contemplando en concreto las vigas continuas, resulta claro que los esfuerzos son engendrados por un sistema de reacciones verticales autoequilibradas. Si ese estado se superpone a cualquier otro engendrado por carga exterior, tal sistema de reacciones puede contemplarse como una redistribución de las debidas a la carga externa, y sus esfuerzos adquieren entonces el carácter de redistribución de momentos.

El interés del estudio de los estados de autotensión en vigas continuas de hormigón radica en lo que sigue:

- a) En piezas de hormigón armado se tienen, ya a nivel de cargas de servicio, fenómenos de fisuración en ciertas zonas de las mismas. La deformabilidad real de la estructura es así superior a la deducida a partir de las secciones íntegras y, en consecuencia, los esfuerzos reales debidos, por ejemplo, a un gradiente térmico pueden ser muy inferiores a los que resultan de un cálculo lineal.

En niveles avanzados de carga, con extensas zonas de la estructura fisuradas y secciones con armadura en fluencia y respuesta no lineal de las fibras de hormigón comprimido, la deformabilidad de la viga continua ha crecido mucho sobre la existente a nivel de servicio. En consecuencia, los esfuerzos internos necesarios para hacer compatible la deformación impuesta con las vinculaciones de apoyo pueden llegar a ser una fracción mínima de los calculados elásticamente.

Entendiendo que la ductilidad de una sección es su capacidad de incurvación desde el valor correspondiente a la entrada en fluencia de su armadura hasta su agotamiento, es fácil intuir que los esfuerzos suplementarios engendrados por una deformación impuesta, en una viga continua de hormigón armado, se reducirán, en el estado límite último de agotamiento por flexión, tanto más cuanto más alta sea la ductilidad mínima entre sus secciones críticas.

- b) En vigas continuas de hormigón pretensado tenemos, a nivel de servicio, secciones íntegras (Clase I y Clase II). Es claro que, aquí, sí que los esfuerzos derivados de un cálculo elástico tienen pleno sentido, aunque habría que hablar de la importante reducción que en ellos produce la fluencia del hormigón, entendida ahora como relajación tensional frente a deformaciones impuestas.

Sin embargo, a niveles avanzados de carga volvemos prácticamente a la situación del hormigón armado: Amplias zonas de la viga profundamente fisuradas y respuesta no lineal de los materiales constitutivos. Todavía con un añadido: La continua variación del canto útil referido a la armadura tesa, en una viga con tendones continuos desde uno hasta el otro extremo, supone una mayor deformabilidad de las secciones de apoyo y vano que en las correspondientes de una viga armada con barras rectas. En el estado límite último de rotura por flexión, los esfuerzos supletorios necesarios para acomodar una deformación impuesta serán, seguramente, muy inferiores a los existentes en las condiciones de servicio.

La aplicación del método de análisis no lineal puesto a punto en (1) a estructuras concretas permite, como vamos a ver, una estimación teórica de los valores de tales esfuerzos.

Tal método de cálculo, basado en la obtención de los diagramas momento-curvatura de todo un conjunto de secciones, como representativos del comportamiento real del material estructural (hormigón armado u hormigón pretensado), ha quedado resumido en la comunicación (2) a esta misma Asamblea.

## 2. VIGAS CONTINUAS DE HORMIGON PRETENSADO

Nos vamos a referir a dos tableros de puente proyectados por nosotros, y en servicio en estos momentos: El del Eje Cuzco-Barajas, paso superior sobre la autopista M-30 en Madrid, descrito en la ref. (3), y el paso superior sobre la Autovía de los Pirineos de Zaragoza, sobre el cual se presentan a esta Asamblea las comunicaciones (4) y (5).

El primero es un dintel de 3 vanos, con luces (43 + 48 + 43) m y un canto constante igual a 1,70 m. En la figura 1 se muestran los resultados encontrados para la evolución del momento, en el vano central, producido por un gradiente térmico lineal,  $\Delta T = 10^{\circ}\text{C}$ , entre las fibras superior (más caliente) e inferior del dintel cuando, además de la actuación de las acciones permanentes (peso propio, pretensado después de pérdidas y carga de superestructura), una cierta hipótesis de sobrecarga característica se ve amplificada, de modo creciente, por un coeficiente  $\gamma$ .

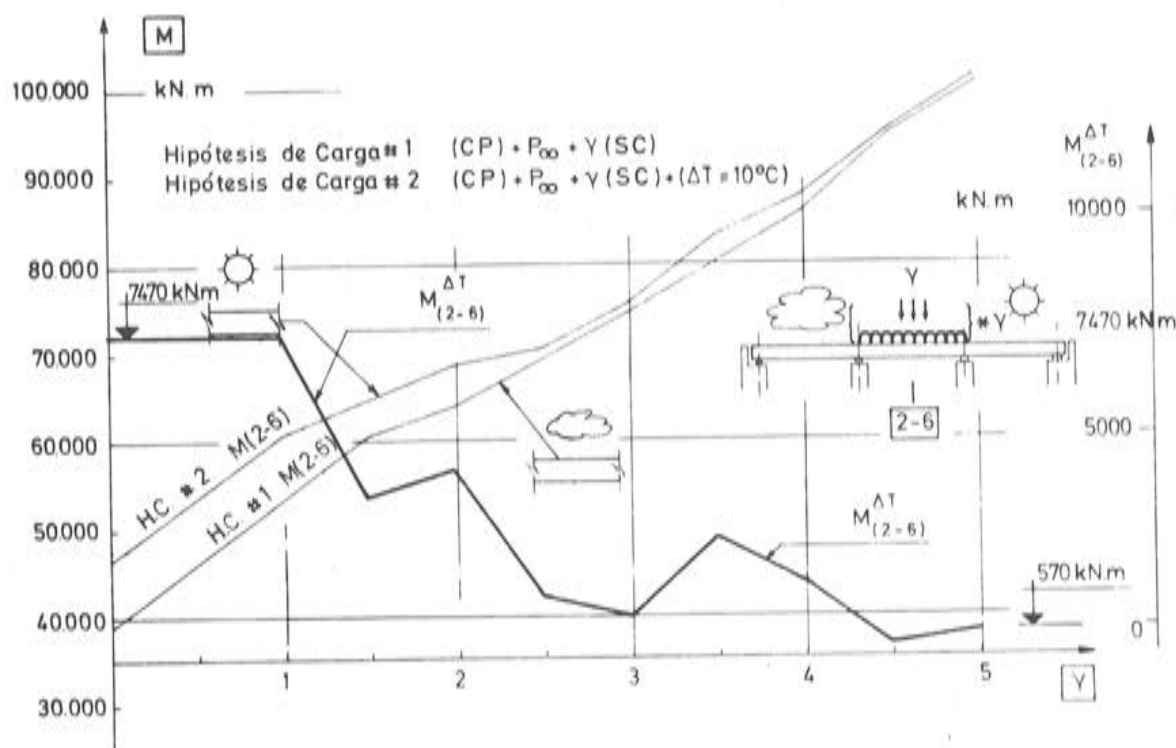


Fig. 1. Evolución del momento en el vano central producido por un gradiente térmico lineal  $\Delta T = 10^{\circ}\text{C}$  al aumentar la sobrecarga aplicada (factor  $\gamma$ ). (Paso superior M-30)

El proceso de obtención de la curva buscada es el de llevar a cabo sucesivos análisis no lineales para hipótesis de carga:

a)  $(P. \text{ Propio} + P_{\infty} + C. \text{ Pmte}) + \gamma (SC)$ .

b)  $(P. \text{ Propio} + P_{\infty} + C. \text{ Pmte}) + \gamma (SC) + (\Delta T = 10^{\circ}C)$

con  $\gamma$  variando de 0,5 en 0,5.

Obsérvese que, en análisis no lineal, el principio de superposición deja de ser válido y, por ello, los efectos "puros" debidos a una acción o deformación impuesta dejan de tener sentido físico, en tanto en cuanto ellos dependen del conjunto de otras acciones con las que aquélla actúe simultáneamente.

Puesto que nosotros estamos interesados en conocer los esfuerzos derivados del gradiente térmico en estados avanzados de carga, definiremos convencionalmente los esfuerzos por él engendrados, como diferencia entre los momentos en vano central producidos por la hipótesis (b) anterior y los momentos debidos a la hipótesis (a), para el mismo nivel de  $\gamma$ .

De la observación de la figura 1 se deduce:

Para  $\gamma = 0$  la obra se encuentra en su estado permanente. Todas las secciones permanecen íntegras y el valor del flector producido por el gradiente asciende a  $7.470 \text{ kN} \cdot \text{m}$  (valor derivado del cálculo lineal).

Hasta el valor  $\gamma = 1$  (condiciones de servicio con sobrecarga característica pésima para sección central del puente) dicho momento permanece invariable.

Pero obsérvese cómo a partir de  $\gamma = 1$  la fisuración de las secciones más solicitadas empieza a reducir el valor del momento "debido" a  $\Delta T$ . La línea representativa muestra cómo, al crecer  $\gamma$ , se producen una serie de reajustes (debidos a discontinuidades en el proceso de compatibilización de rotaciones de vanos adyacentes, al fisurarse nuevas secciones del dintel), pero se mantiene una clara tendencia hacia el desvanecimiento de los esfuerzos engendrados por el gradiente. Así, para  $\gamma = 5$ , el valor del momento en el vano central resulta de  $570 \text{ Kn} \cdot \text{m}$ , o sea sólo el 7,6% del existente en condiciones de servicio.

El agotamiento del dintel se produce teóricamente con esta hipótesis de SC para un valor:  $\gamma = 5,22$ , frente a  $\gamma = 5,24$  que hemos encontrado cuando no actuaba el gradiente. Su influencia, pues, en el estado límite último de agotamiento, parece casi despreciable.

En la figura 2 representamos, para el mismo puente, la evolución del momento flector negativo en un apoyo intermedio, como consecuencia de un asiento diferencial,  $\delta = 10 \text{ cm}$ , en el apoyo extremo a él contiguo.

Procediendo del mismo modo que antes, se han llevado a cabo sucesivos cálculos no lineales para  $\gamma$  creciente, con las dos hipótesis de carga:

a)  $(P. \text{ Propio} + P_{\infty} + C. \text{ Pmte}) + \gamma (SC)$ .

b)  $(P. \text{ Propio} + P_{\infty} + C. \text{ Pmte}) + \gamma (SC) + (\delta = 0,10 \text{ ms.})$ , siendo la diferencia entre los resultados de (b) y (a), considerada convencionalmente como "efecto puro del asiento diferencial".

Puede verse, en la figura 2, cómo de un valor:  $M(2,11) = -8.920 \text{ KN} \cdot \text{m}$ , en las condiciones de servicio, se llega a  $-965 \text{ kN} \cdot \text{m}$  (11% del anterior) en el instante del colapso.

Los coeficientes de amplificación últimos encontrados han sido 4,12 y 4,05, cuando no se contempla el asiento diferencial y cuando, respectivamente, se incluye.

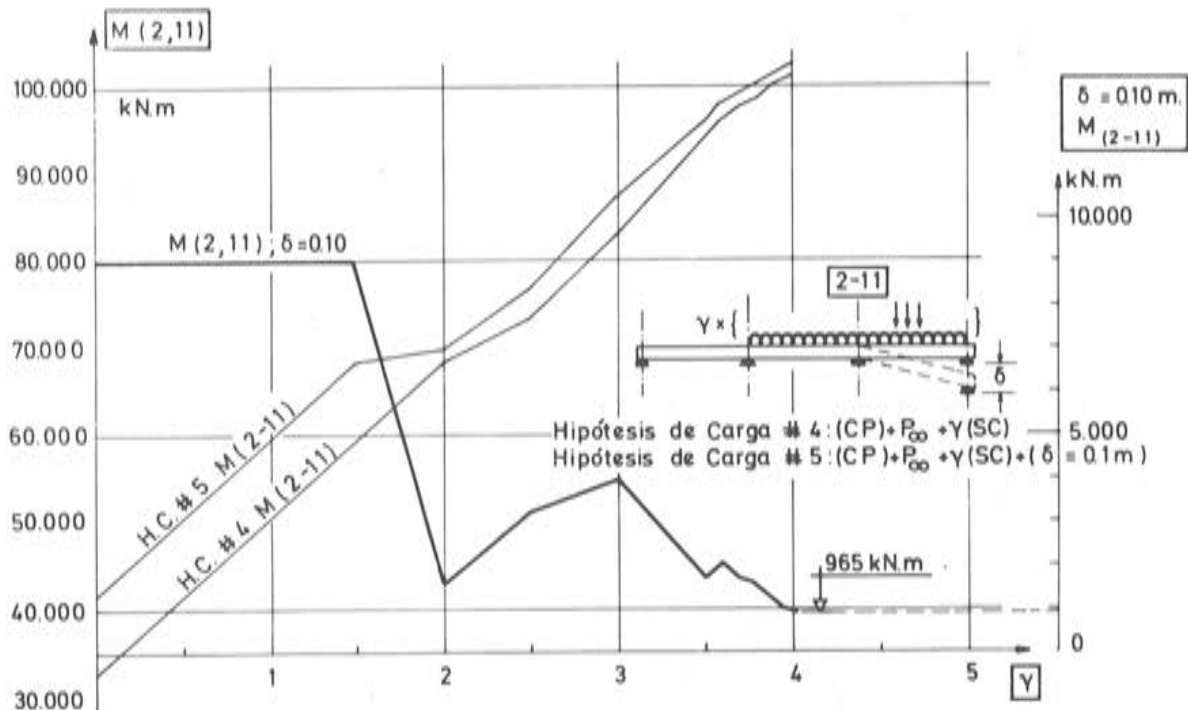


Fig. 2. Evolución del momento producido en la sección de apoyo (2-11) por un asiento diferencial  $\delta = 10 \text{ cm}$  en el apoyo extremo contiguo, al aumentar la sobrecarga aplicada (factor  $\gamma$ ). (Paso superior M-30)

La figura 3 representa la variación del flector debido a un gradiente,  $\Delta T = 10^\circ \text{C}$ , en el segundo puente antes indicado, cuando la sobrecarga característica pésima para el vano central se amplifica por el factor  $\gamma$ .

Se observa idéntica tendencia a la disipación del esfuerzo debido al gradiente, cuando la sobrecarga aumenta. De  $5.960 \text{ kN}\cdot\text{m}$  en el estado de servicio, se pasa a  $710 \text{ kN}\cdot\text{m}$  (12% del anterior) en el instante del colapso.

El estudio, llevado a cabo en (1), de la evolución del flector en pila debido a un asiento  $\delta = 10 \text{ cm}$  en el apoyo extremo a ella contiguo, muestra idéntica tendencia. El momento en el instante del colapso es el 14% del existente en las condiciones de servicio.

### 3. VIGAS CONTINUAS DE HORMIGON ARMADO

Exponemos aquí un ejemplo teórico, tomado de (6), consistente, como puede verse en la figura 4, en una viga continua de 3 vanos, con luces iguales a  $15 \text{ m}$  que constituye el techo de una planta industrial, supuestamente sometida a una cierta temperatura, mientras la planta superior se halla al aire libre y soporta pesadas sobrecargas de almacenamiento.

Al plantear un gradiente térmico invertido, conseguimos superponer algebraicamente los flectores en sección de apoyo intermedio, debidos tanto a la carga externa como al gradiente. Si se observa que la sección resistente de la viga es una T, resulta que, con este planteamiento, castigamos al máximo la sección de apoyo que, frente a flectores negativos, se halla en las peores condiciones resistentes que se presentan en toda la longitud de la pieza.

Hipót. de Carga # 1:  $(CP) + P_{\infty} + \gamma(SC) + (\Delta T = 0^{\circ}C)$   
 Hipót. de Carga # 2:  $(CP) + P_{\infty} + \gamma(SC) + (\Delta T = 10^{\circ}C)$

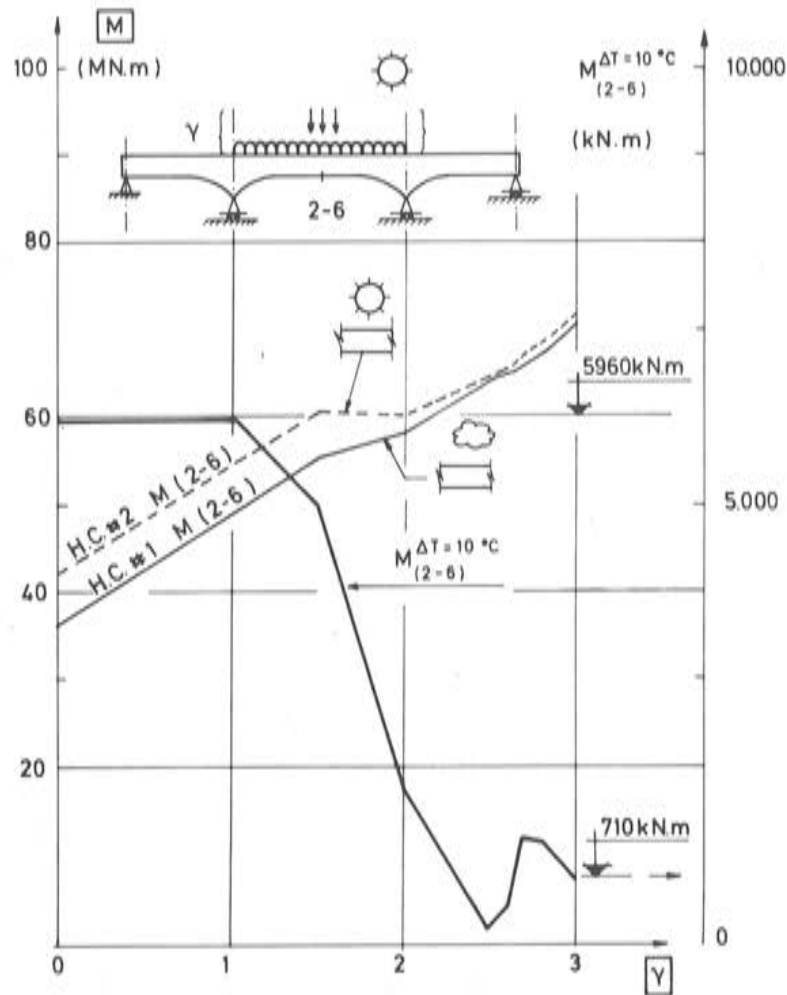


Fig. 3. Evolución del momento producido en el vano central por un gradiente térmico,  $\Delta T = 10^{\circ}C$ , al aumentar la sobrecarga aplicada (Factor  $\gamma$ ). (Paso Superior de Zaragoza)

Para observar con claridad la influencia de la ductilidad de la sección crítica que, con el planteamiento anterior, es lógicamente la sección de apoyo intermedio, hemos llevado a cabo el análisis no lineal sobre dos vigas de igual ancho de alma y distintos cantos, eligiendo éstos de modo que representen las condiciones extremas de ductilidad (máxima y mínima) en dicha sección.



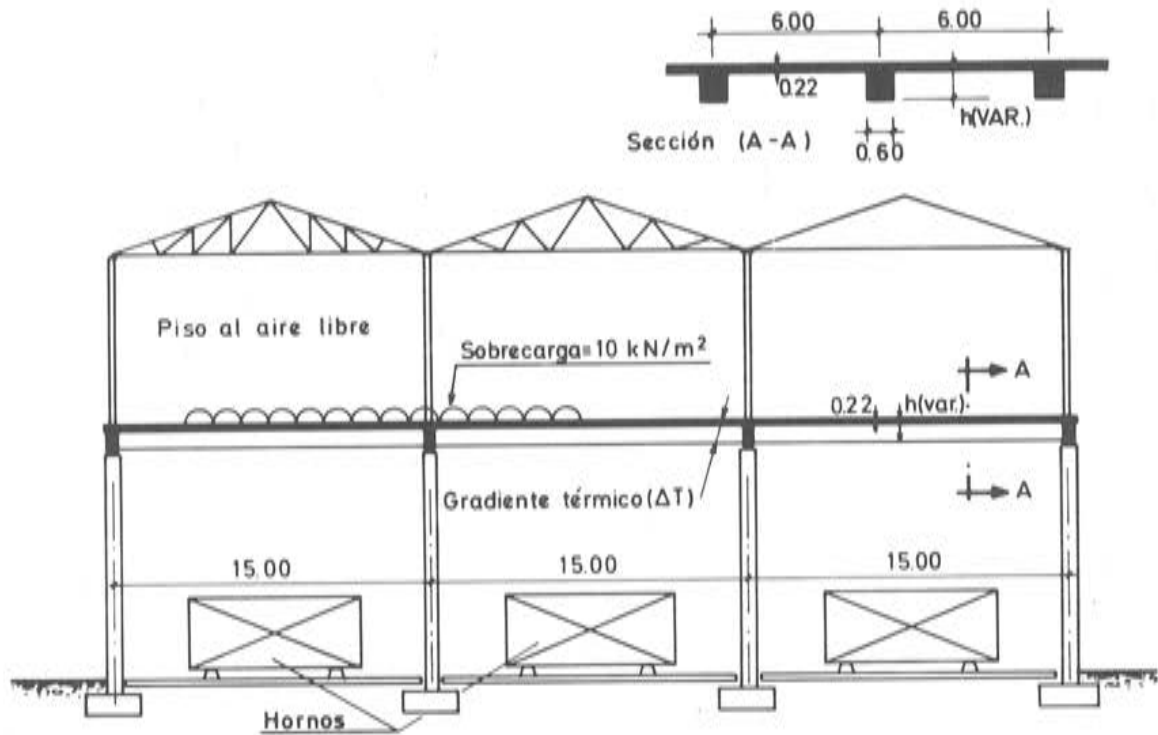


Fig. 4. Esquema de viga continua de edificio industrial, sometida a sobrecarga de uso y gradiente térmico invertido (fibra inferior más caliente que la superior)

Como acciones hemos incluido:

- Carga permanente (g).
- Sobrecarga (q) de 6 Mp/m lineal de viga actuante en vano lateral y central (véase figura 8).
- Gradiente térmico lineal:  $\Delta T = - 20^{\circ}\text{C}$ .

El dimensionamiento se ha llevado a cabo siguiendo el Código Modelo del CEB, con:

$$\begin{aligned}\gamma_g &= 1,35 \\ \gamma_q &= 1,50\end{aligned}$$

Intencionadamente, hemos omitido los esfuerzos engendrados por el gradiente térmico. Entonces, la hipótesis de cálculo resulta:

$$(1,35 G + 1,50 Q)$$

Con el valor del momento en apoyo (2-1) derivado de los resultados del cálculo lineal amplificados con los  $\gamma$ , y superpuestos, estamos en condiciones de elegir los cantos de viga, que nos conduzcan a condiciones extremas de ductilidad.

Así, hemos adjudicado a la Viga 1 un canto total de 1,70 m. Con un canto útil de aprox. 1,62 m, y el valor de  $M (2.1)_d$ , tenemos el plano de deformaciones indicado en la figura (5.1), cuya ductilidad asociada es:

$$\frac{C_u}{C_y} = 4,08$$

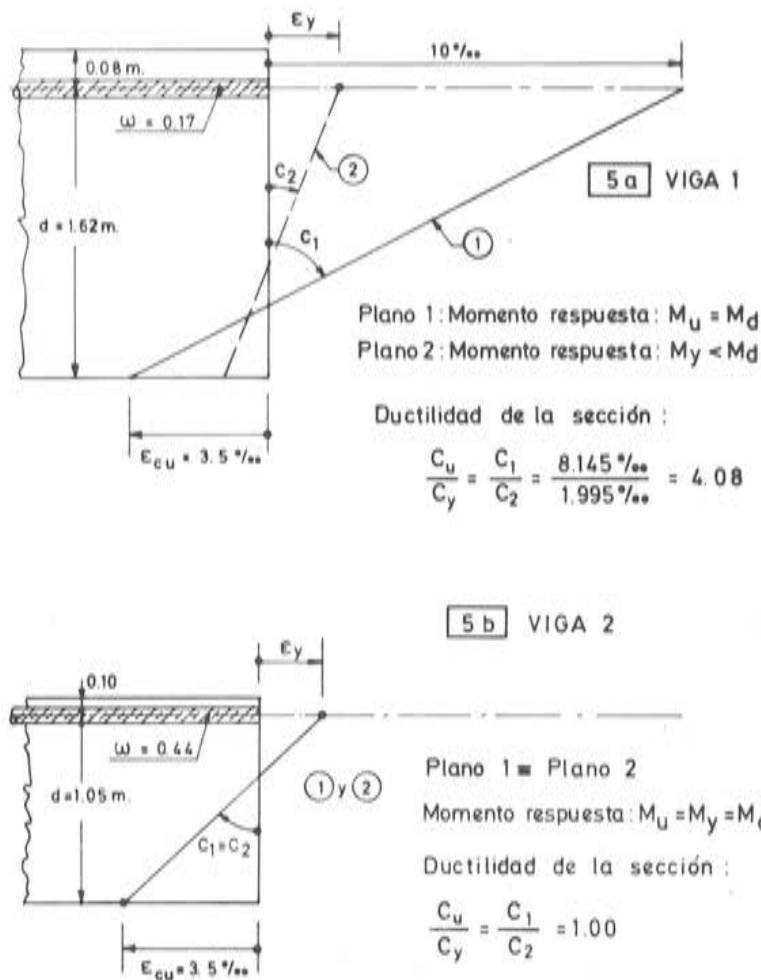


Fig. 5. Planos últimos de deformaciones y ductilidades de las secciones de apoyo intermedia de las vigas 1 y 2.

La cuantía mecánica de la armadura en tracción resulta en este caso:

$$\omega (2.1) = 0,17$$

Por el contrario, la viga 2 dispone de un canto total de 1,15 m, un canto útil de aprox. 1,05 m, y, como puede verse en la fig. (5.b), adopta bajo  $M_d$  un plano de deformaciones tal que:

$$\frac{C_u}{C_y} = 1,00$$

Una sección así dimensionada carece de tramo plástico (o de grandes deformaciones) en su diagrama momento-curvatura. En efecto, tal sección alcanza su agotamiento en el instante en que el acero llega a trabajar a una tensión igual a su límite elástico.

La figura 6 representa los dos diagramas momento-curvatura correspondientes a las secciones de apoyo (2.1) de ambas vigas 1 y 2. Pueden apreciarse las muy distintas condiciones de ductilidad en ambas, observándose claramente cómo el incremento de curvatura entre  $C_y$  y  $C_u$  se consigue, en la primera, con un muy pequeño valor de momento adicional aplicado sobre  $M_y$ . Físicamente, significa ello que estamos ahí próximos a condiciones de plasticidad perfecta.

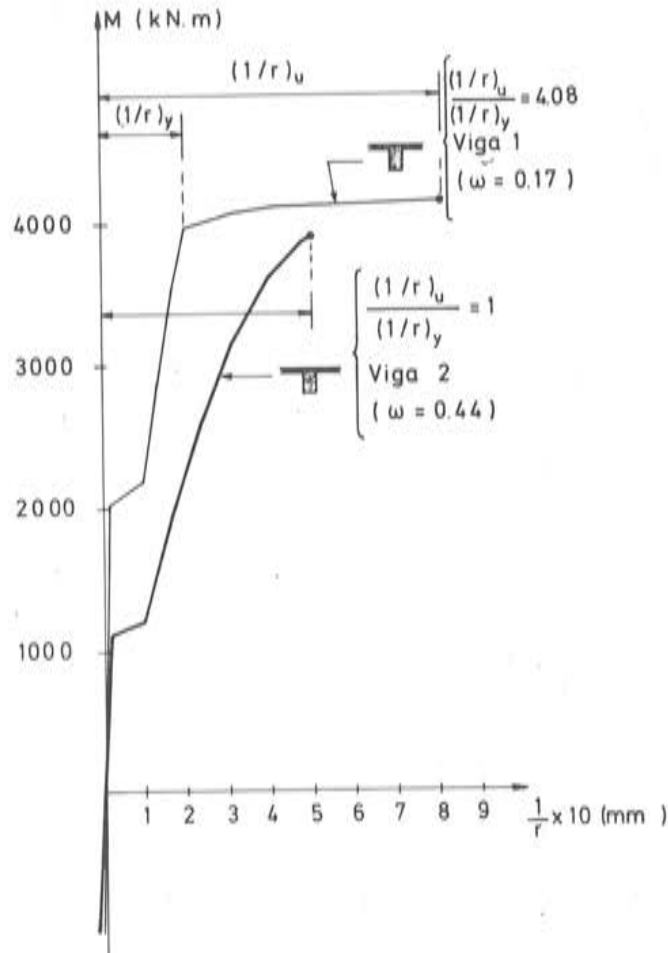


Fig. 6. Diagramas (M-C) de las secciones de apoyo intermedio de ambas vigas 1 y 2.

En la figura 7 se representan los despieces de armaduras correspondientes a ambas vigas, planteados tratando de aproximarnos a la práctica habitual de discretización de barras rectas.

La figura 8 representa la evolución de los flectores en las secciones de apoyo, (2.1), y de vano lateral, (1.5), de la Viga 1, cuando, sometida a  $(G + \gamma \cdot Q)$  más un gradiente térmico lineal,  $\Delta T = -20^\circ\text{C}$ , el factor  $\gamma$ , amplificador de la sobrecarga, crece. Llamando H.C. - 1 (hipótesis de carga) a la correspondiente a gradiente nulo, y H.C. - 2 a la de  $\Delta T = -20^\circ\text{C}$ , cabe observar:

- a) En la H.C.1 el análisis no lineal conduce a un valor último de  $\gamma$ :  $\gamma_{ANL_u} = 2,26$ , mientras que un cálculo lineal lleva a  $\gamma_{L_u} = 1,83$ . Encontramos, así, un 23% de aumento de capacidad de carga, obtenido a través de la capacidad de redistribución (o sea, capacidad de deformación sin agotamiento) de la viga.

Puede observarse en la figura cómo la viga alcanza un estado de adaptación total. En efecto, para  $\gamma = 2,26$ , ambas secciones (2.1) y (1.5) alcanzan sus momentos últimos respuesta simultáneamente, con lo que el dintel se convierte en un mecanismo.

- b) En la H.C.2, con  $\Delta T = -20^\circ\text{C}$ , la respuesta de la estructura es mucho menos lineal que antes, alcanzándose el agotamiento en la sección de apoyo para  $\gamma_{ANL_u} = 2,20$ .

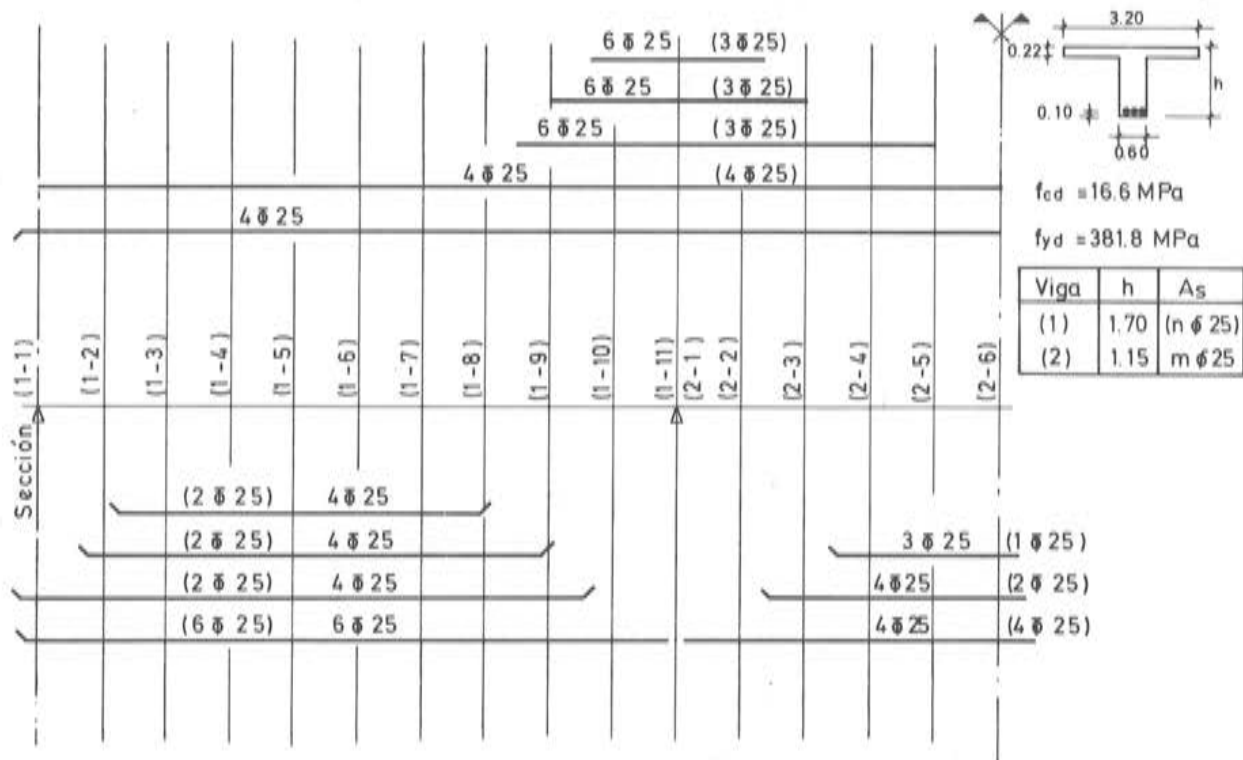


Fig. 7. Despiece de armadura longitudinal en vigas 1 y 2

La sección de vano no ha llegado a su momento último, aunque se halla muy próxima a alcanzarlo.

Si comparamos los valores de  $\gamma$  último con y sin gradiente (2,20 y 2,26), vemos la casi nula influencia de éste en la seguridad frente a rotura en una viga tan dúctil. Recuérdese, además, que en su dimensionamiento no incluimos esfuerzos teóricos derivados de gradiente térmico.

Un análisis lineal, al incluir el valor teórico de la flexión engendrada por el gradiente, conduce a:  $\gamma_{L_u} = 0,61$ , absolutamente alejado de la realidad.

- c) La figura 8 muestra también la evolución del “efecto puro” del gradiente térmico, entendido como diferencia entre los valores de  $M$  (2.1) de las hipótesis de carga 2 y 1 anteriores. Además de su clara tendencia a anularse cuando crece  $\gamma$ , merece subrayarse el hecho de que para  $\gamma = 0$  (sólo carga permanente actuando) la flexión engendrada por el gradiente resulta igual al 49% de su valor elástico; mientras que para  $\gamma = 1$  (CP + SC características, o sea estado de servicio) dicho valor desciende hasta el 30% del momento obtenido en hipótesis lineal.
- d) Obsérvese, finalmente, cómo en la H.C.1, sin gradiente, la evolución del momento en apoyo,  $M$  (2.1), resulta prácticamente lineal hasta niveles avanzados de carga. Por el contrario, en la H.C.2, y a causa de las redistribuciones que son necesarias para aceptar la deformación impuesta por el gradiente, la evolución de  $M$  (2.1) es mucho menos lineal.

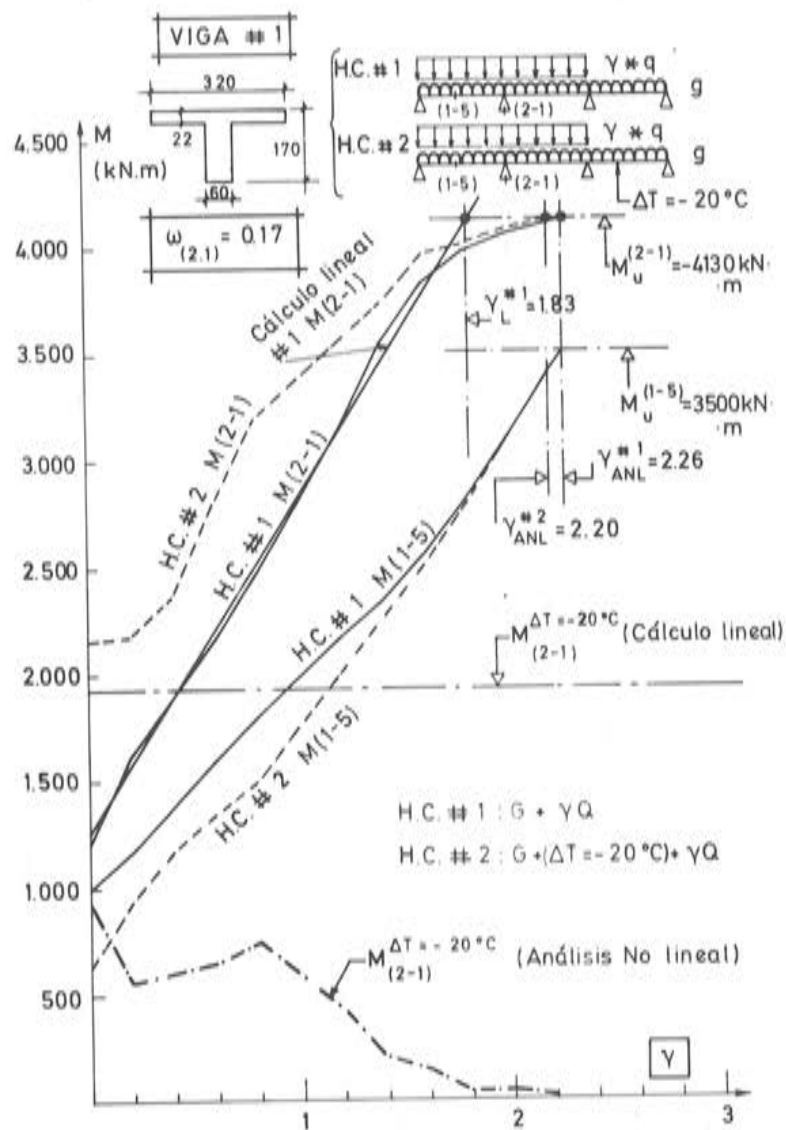


Fig. 8. Evolución del momento flector en las secciones (1,5) y (2,1) con el factor  $\gamma$  de sobrecarga, en Hipótesis de Carga 1 (sin gradiente) y 2 (con  $\Delta T = -20^\circ\text{C}$ ).

La figura 9 representa la evolución de los momentos en la Viga 2 (mínima ductilidad) cuando crece  $\gamma$ .

De su observación, y de modo paralelo a lo anterior, destacaremos:

a) En la H.C.1 ( $\Delta T = 0$ ), el análisis no lineal conduce a  $\gamma_{ANL_u} = 2,02$ , cuando un cálculo lineal lleva a  $\gamma_{L_u} = 1,78$ . El incremento de capacidad de carga por redistribución de momentos es, así, de un 13%. Si se recuerda que en la Viga 1 tal incremento fue del 23%, tenemos ya a la vista una consecuencia de la reducida ductilidad de la Viga-2. Obsérvese cómo cuando se llega al agotamiento de la sección de apoyo, la de vano está sólo al 88% de su momento último respuesta. O sea: la falta de ductilidad no ha posibilitado una redistribución total, como antes ocurrió.

b) En la H.C.2 ( $\Delta T = 20^\circ\text{C}$ ) encontramos:

$$\gamma_{ANL_u} = 1,85 \quad \text{y} \quad \gamma_{L_u} = 1,08$$

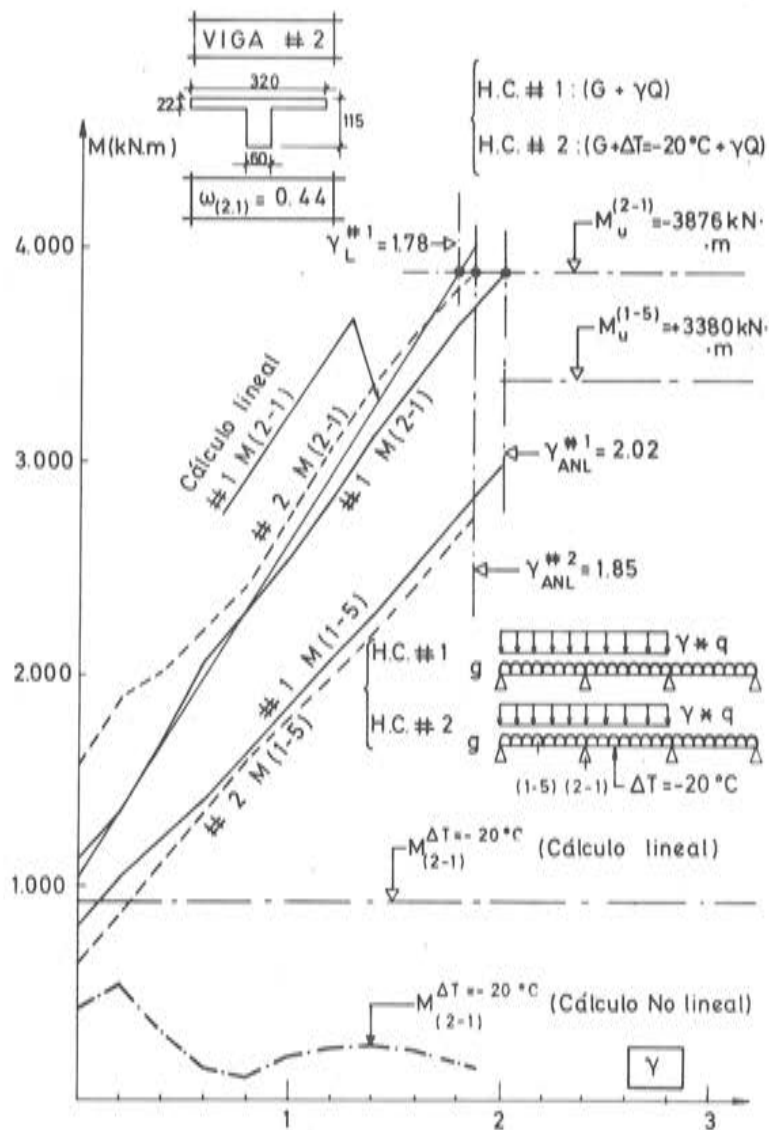


Fig. 9. Evolución de los flectores en las secciones (1,5) y (2,1) cuando el factor de sobrecarga,  $\gamma$ , aumenta.

La presencia del gradiente reduce un 8,5% la capacidad de carga de la viga, algo más que en la Viga 1; pero, con todo, aún poco significativa.

- c) El “efecto puro” del gradiente térmico muestra que para  $\gamma = 0$  (sólo carga permanente) el esfuerzo inducido por aquél es el 46% del valor elástico. Para  $\gamma = 1$  (estado de servicio) el flector debido al gradiente baja al 22% del momento obtenido de un cálculo elástico.

Veamos ahora los resultados de un segundo estudio, planteado para conocer cuál es la capacidad de las Vigas 1 y 2 para soportar carga térmica,  $\Delta T$ , cuando se hallan sometidas a la hipótesis de cálculo pésima para la que la sección de apoyo ha sido dimensionada, con acciones:

$$S_d = 1,35 G + 1,50 Q$$



La figura 10 incluye las leyes de crecimiento de los momentos en ambas secciones de apoyo intermedio de las dos vigas, al aumentar el gradiente.

Se aprecia en ella cómo la Viga 1, gracias a su buena ductilidad, acepta un gradiente térmico de hasta  $100^{\circ}\text{C}$  sin alcanzar teóricamente su agotamiento. Se observa también el muy lento crecimiento de  $M(2.1)$ , ya castigado por la carga exterior, y el rápido crecimiento de  $M(3.1)$  (sección mucho menos solicitada) al aumentar  $\Delta T$ . Si se tiene en cuenta que en estado íntegro el flector debido al gradiente en todo el vano central resulta constante, esta figura permite apreciar, a través de la diferencia de pendientes de  $M(2.1)$  y  $M(3.1)$ , la importancia de las redistribuciones que tienen lugar desde el primer instante.

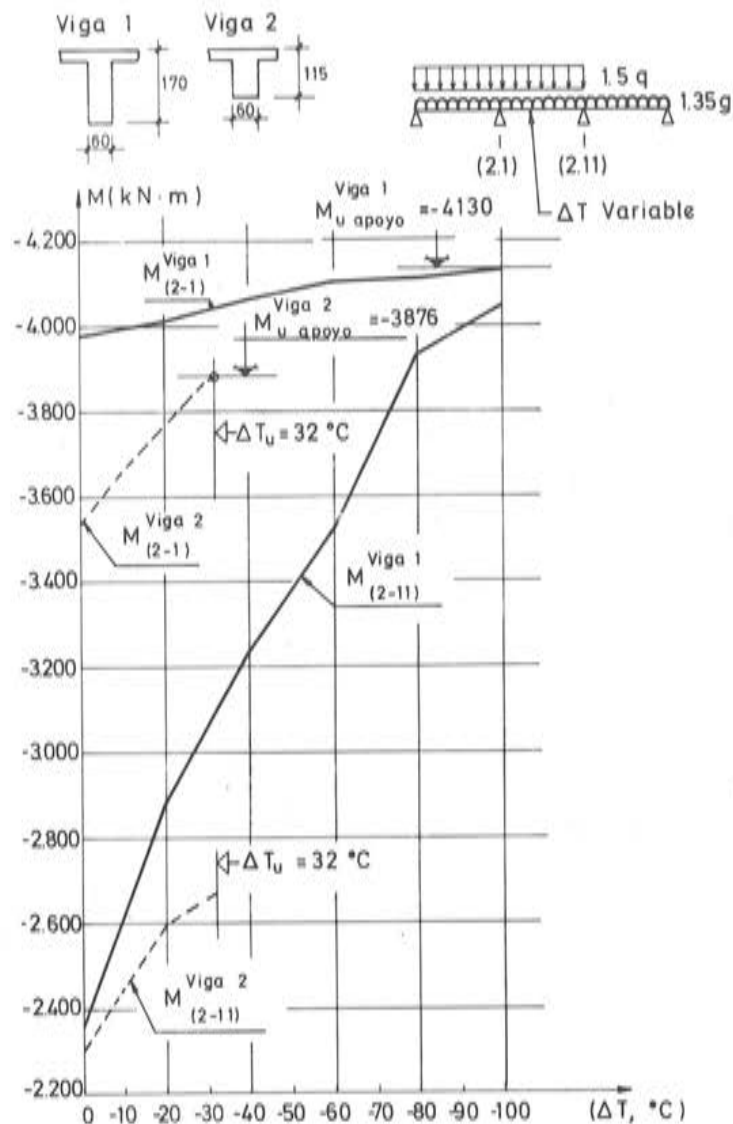


Fig. 10. Evolución de los momentos flectores en ambas secciones de apoyo intermedio, cuando la viga se ve sometida a  $(1,35 G + 1,50 Q)$  con gradiente  $\Delta T$  creciente.

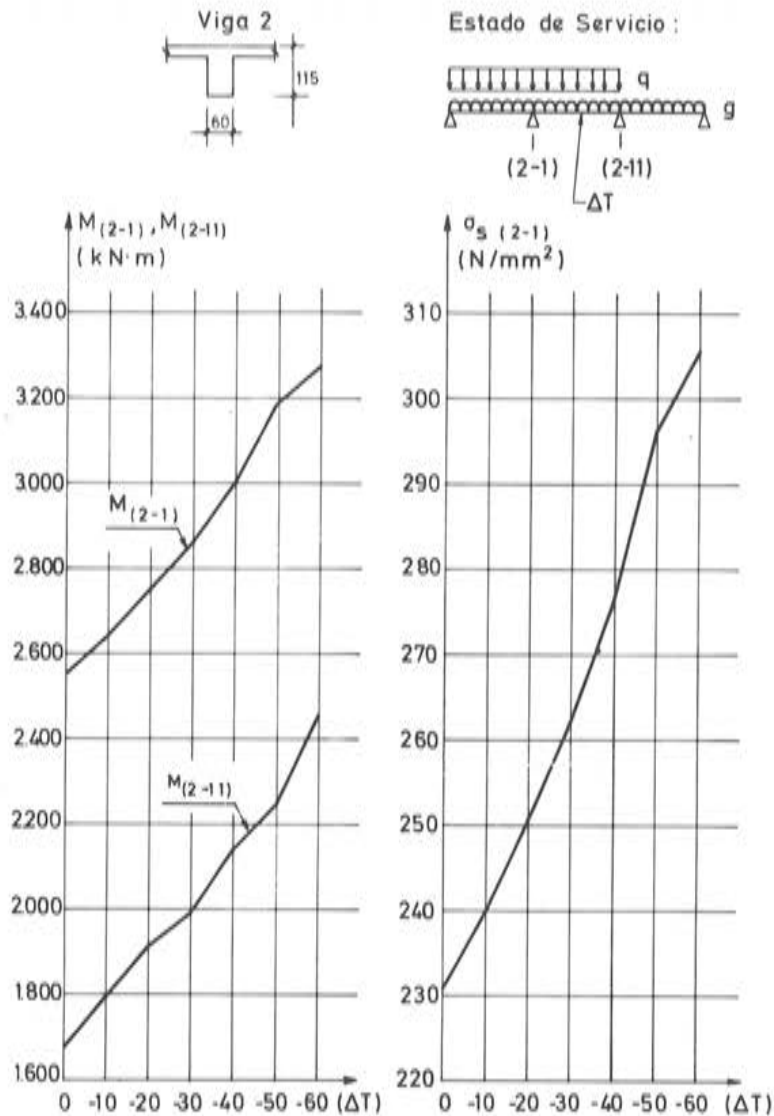


Fig. 11. Evolución de los flectores en secciones de apoyo de la viga 2, sometida a cargas de servicio, al aumentar  $\Delta T$ . Tensión en la armadura de la sección (2,1) en tales condiciones.

Por el contrario, la Viga 2 ofrece una respuesta frente al gradiente, casi lineal. Los momentos en ambas secciones de apoyo crecen en paralelo; y para  $\Delta T = 32^\circ\text{C}$  se alcanza teóricamente el agotamiento de la sección (2.1). Habrá, con todo, que recordar otra vez que en el dimensionamiento de tales secciones no se incluyó efecto alguno de gradiente. Esto supone que, de haber incluido algún esfuerzo (por ejemplo, el 30% del esfuerzo lineal correspondiente a  $\Delta T = -20^\circ\text{C}$ ), la capacidad de soportar carga térmica de esta segunda viga sería muy superior a la aquí encontrada.

#### 4. CONCLUSIONES PROVISIONALES

##### a) Vigas continuas de hormigón pretensado.

Está claro que, en niveles de servicio, debe contarse con los esfuerzos de cálculo lineal correspondientes al estado de autotensión de que se trate; aunque recordando que la fluencia del hormigón conduce a muy importantes reducciones, a largo plazo, en los mismos.

En niveles avanzados de carga, el estado de autotensión, superpuesto a las cargas exteriores, es una deformación supletoria que la viga debe absorber; y su mayor o menor influencia en la capacidad final de carga de la estructura dependerá, otra vez, de sus posibilidades de redistribución de momentos sin que se alcance el agotamiento de ninguna sección. En los ejemplos analizados y mostrados aquí, la reducción de capacidad portante resulta despreciable.

b) Vigas continuas de hormigón armado.

A nivel de cargas de servicio, se ha visto cómo los esfuerzos hallados, atribuibles al gradiente térmico, no superan el 30% de los derivados de un cálculo lineal.

En estado límite último de agotamiento, hemos visto cómo el gradiente llega a reducir la capacidad de carga hasta en un 10%, en el caso de mínima ductilidad de secciones críticas.

Parece claro que, al igual que sucedía en las vigas pretensadas, son las condiciones de servicio las que deben preocupar a la hora de tener en cuenta los efectos de una deformación impuesta. Tratando de completar la utilidad del estudio realizado, hemos preparado la figura 11, correspondiente a la respuesta de la Viga 2 en condiciones de servicio.

Allí se representa la evolución de los flectores en las secciones de apoyo, al crecer  $\Delta T$ ; así como la tensión unitaria resultante en la armadura de la sección (2.1). Un cuadro como éste permite hacerse una idea del aumento de tensión en el acero (y de fisuración de flexión consiguiente), en las condiciones de servicio, bajo un gradiente térmico añadido.

Este nos parece el camino correcto para abordar, puede verse que con economía considerable, estructuras de gran responsabilidad, de hormigón armado, para las cuales el cálculo lineal no hace más que garantizarnos un, probablemente más que amplio, margen de seguridad, sin dar a cambio ninguna información, ni sobre sus condiciones de servicio, ni sobre su evolución hasta el agotamiento.

## REFERENCIAS

- (1) A.C. Aparicio.  
"Estudio de la evolución hasta rotura, por solicitaciones normales, de tableros continuos de puente de hormigón armado o pretensado".  
Tesis Doctoral. Universidad de Santander, 1980.
- (2) A.C. Aparicio.  
"Sobre la conveniencia de limitar, por consideraciones de ductilidad, la cuantía máxima de armadura de flexión en vigas continuas de hormigón armado y hormigón pretensado".  
Comunicación a la Xª Asamblea Técnica Nacional de la ATEP, Murcia, Novbre. 1981.
- (3) J.J. Arenas, A.C. Aparicio.  
"El puente del Eje Cuzco-Barajas, del enlace de Santamarca, en la Autopista de La Paz, en Madrid".  
Hormigón y Acero, núm. 130-131-132, 1979.
- (4) J.J. Arenas y A.C. Aparicio.  
"Concepción y diseño del paso superior sobre la Autovía de los Pirineos, en Zaragoza".  
Comunicación a la Xª Asamblea Técnica Nacional de la ATEP, Murcia, Novbre, 1981.
- (5) A.C. Aparicio y J.J. Arenas.  
"Algunas conclusiones sobre el comportamiento teórico, en estados avanzados de carga, del paso superior sobre la autovía de los Pirineos, en Zaragoza".  
Comunicación a la Xª Asamblea Técnica Nacional de la ATEP, Murcia, Noviembre de 1981.
- (6) A.C. Aparicio y J.J. Arenas.  
"The behaviour of continuous reinforced and prestressed beams subjected to a thermal gradient under loads increasing up to failure".  
Comunicación al Enlarged Meeting de la Comisión II del C.E.B. (Structural Analysis).  
Pavía, Octubre 1981.

# **CALCULO DE ESTRUCTURAS DE CIMENTACION**

**Por J. Calavera, Dr. Ingeniero de Caminos**

**Madrid 1982. INTEMAC 350 páginas**

El libro abarca de forma completa todo el campo de los cimientos considerados como estructuras y es de destacar que viene a llenar una laguna importante en dicho tema, ya que si bien la bibliografía sobre los aspectos geotécnicos es abundante, la referente a los cimientos considerados como estructuras no lo es.

En este sentido, algunos capítulos, tales como los dedicados a zapatas de medianería y zapatas de esquina, constituyen una importante novedad. También debe señalarse la discusión en el caso de vigas flotantes de su método de cálculo según la rigidez de la superestructura, tema con frecuencia olvidado en la práctica habitual.

El libro sigue las especificaciones de la instrucción EH-80, pero en muchos casos indica métodos complementarios basados en general en la Norma Norteamericana ACI-318 y en el Model-Code CEB-FIP, así como en la experiencia personal del autor.

Se incluyen 37 tablas y ábacos que facilitan el cálculo de cimientos y 40 tablas que proporcionan directamente las zapatas para carga centrada, proyectadas y calculadas e incluida su medición para las calidades de acero, hormigón y suelos habituales en la práctica. El libro contiene 21 ejemplos resueltos.

La extensión del libro, considerable para un tema monográfico, ha permitido a su autor tratar el tema en profundidad aunando el rigor teórico con una constante preocupación por los criterios prácticos, detalles constructivos y tablas de aplicación.

## **INDICE**

CAPITULO	1. GENERALIDADES.
CAPITULO	2. ZAPATAS CORRIDAS
CAPITULO	3. ZAPATAS AISLADAS
CAPITULO	4. ZAPATAS DE MEDIANERIA
CAPITULO	5. ZAPATAS DE ESQUINA
CAPITULO	6. ZAPATAS COMBINADAS
CAPITULO	7. VIGAS DE CIMENTACION
CAPITULO	8. EMPARRILLADOS DE CIMENTACION
CAPITULO	9. PLACAS DE CIMENTACION
CAPITULO	10. MUROS CORRIDOS
CAPITULO	11. POZOS DE CIMENTACION
CAPITULO	12. PILOTES, ENCEPADOS Y VIGAS DE CENTRADO
ANEJO Nº	1. TABLAS PARA EL DIMENSIONAMIENTO INMEDIATO DE ZAPATAS CORRIDAS
ANEJO Nº	2. TABLAS PARA EL DIMENSIONAMIENTO INMEDIATO DE ZAPATAS AISLADAS
	GRAFICOS Y TABLAS GENERALES (GT-1 A GT-37)

El libro es distribuido directamente por INTEMAC, Monte Esquinza, 30 - 5º D - Madrid-4 - Teléfono 410 51 58. Su precio es de 2.800 ptas. más gastos de envío.

# Recientes avances en el análisis de estructuras de hormigón mediante las técnicas de elementos finitos

José María Sancho Aznal

Profesor de de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid

Departamento de Aplicaciones Científicas de CONTROL DATA

La gran complejidad de los métodos analíticos aplicados al hormigón armado ha hecho que las investigaciones sobre estos temas se hayan basado fundamentalmente en métodos empíricos o semiempíricos, haciendo uso de grandes cantidades de datos experimentales que permitan establecer, a partir de ellos, procedimientos de análisis y diseño.

Actualmente, teniendo en cuenta la disminución del coste de los ordenadores y el aumento de su velocidad de cálculo, es posible desarrollar modelos numéricos de comportamiento que hasta ahora no eran rentables.

Esta comunicación tiene por objeto presentar, dentro de los límites del escaso tiempo con el que se cuenta, algunos aspectos de los programas de cálculo de estructuras de hormigón armado, mediante el método de los elementos finitos.

Por razones de tiempo, debemos remitirnos a los completos estudios teóricos que han sido publicados, entre otros por el Profesor Alex Scordelis, de la Universidad de Berkeley, el Profesor Schnobrich, de la Universidad de Illinois y, más recientemente, a los estudios sobre la teoría endocrónica aplicada al hormigón, del Profesor Dereck Bazant de la Universidad de Evanston.

El método de los elementos finitos, parece un instrumento ideal para abordar el problema básico del hormigón armado, como es el de constituir un material no homogéneo.

Un programa de elementos finitos de tal naturaleza debe tener en cuenta, en mayor o menor medida, las siguientes características del material:

- 1.—No linealidad de las leyes constitutivas del hormigón y del acero.
- 2.—Fisuración, retracción y fluencia.

Por último, debería tratar, de alguna manera, el fenómeno de la adherencia entre el hormigón y el refuerzo.

En la actualidad, es posible desarrollar modelos basados en el método de elementos finitos, que solucionan estos problemas de manera eficiente, obteniéndose resultados fiables, a costes razonables, dependiendo siempre del mayor o menor acierto en la elección de la discretización.

## DISCRETIZACION

La forma en la que se lleva a cabo la discretización de la estructura y la modelización del hormigón y del acero, puede hacerse bajo dos planteamientos diferentes:

- a) El primero de ellos, utiliza elementos de hormigón, planos o sólidos, unidos en los nodos a elementos lineales de acero, que simulan las armaduras de refuerzo.



- b) La segunda opción, consiste en considerar elementos de hormigón que contienen una cierta cantidad de acero en su interior, considerándose uniformemente distribuida en el interior del elemento y orientada en una cierta dirección.

En cualquier caso, la formulación de estos elementos suele ser de tipo isoparamétrico.

Las matrices de carga y de rigidez de estos elementos, se obtienen mediante integración numérica, por el método de GAUSS, a partir de la información necesaria particularizada para estos puntos.

El uso de elementos isoparamétricos, presenta algunas inconsistencias en cuanto al modelado de la fisuración.

La fisuración es, quizás, el problema de mayor importancia en un análisis de esta naturaleza.

Los programas de cálculo que usan formulación isoparamétrica, comprueban, en cada punto de integración, el valor de las tensiones y deformaciones correspondientes a cada incremento de carga. Si en algún punto se obtiene una tensión principal superior a la tensión de fisuración establecida de antemano, se forma un plano de fractura, perpendicular a la dirección principal correspondiente.

Esto se representa en la formulación general del método de elementos finitos, considerando, en los puntos fisurados, una matriz de propiedades elásticas del hormigón, correspondiente a un material ortótropo, con módulo de elasticidad de valor próximo a cero en la dirección ortogonal a la fisura. Este valor no puede hacerse nulo, por razones de estabilidad numérica de la solución; pudiéndose provocar, caso de valer cero, la singularidad de la matriz de rigidez.

Adicionalmente, se reduce el valor del módulo de rigidez transversal, a un valor entre cero y la mitad de su valor inicial, dependiendo de la mayor o menor abertura de la fisura, para tener en cuenta el rozamiento entre las caras de la fisura.

Mientras que la formulación isoparamétrica intenta hacer pasar una función suave y continua a través de los puntos de integración, la fisura supone un cambio brusco en las propiedades del hormigón, en el entorno del punto fisurado. Hacer pasar una función suave y continua a través de puntos fisurados y no fisurados, implica que existirán zonas del elemento que presenten una matriz de propiedades elásticas tensión-deformación, de valores negativos.

Esto supondría que, a deformaciones de tracción, corresponderían tensiones de compresión; sin ningún significado físico racional.

En la práctica, esto no representa ningún problema; ya que el procedimiento de integración de GAUSS actúa, realmente, como mecanismo de ponderación entre los diversos puntos de integración del elemento.

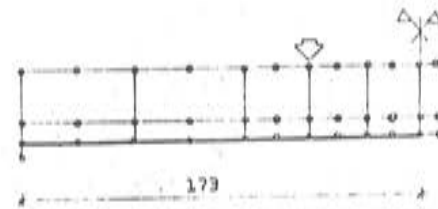
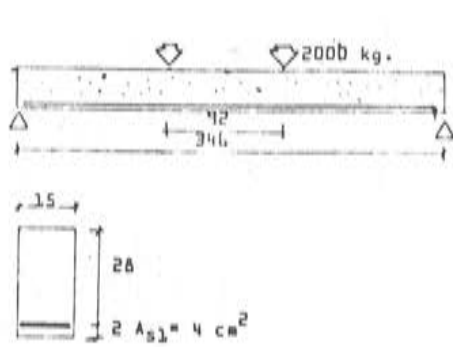
Es posible demostrar que las matrices de rigidez obtenidas con este procedimiento, son siempre definidas positivas; dando además una mayor convergencia en las soluciones, frente a las obtenidas con elementos triangulares o tetraédricos, de tensión constante, para un mismo número de grados de libertad del modelo.

Estos programas permiten, en general, definir con gran flexibilidad el procedimiento de resolución del sistema de ecuaciones no lineales.

Los dos procedimientos básicos son: el método de rigidez constante, o transferencia de tensiones, y el método de rigidez variable.

Es posible, también, establecer un modo de aplicación de las cargas de manera incremental, de acuerdo a una cierta ley de crecimiento.

Entre cada incremento de carga es posible reformar la matriz de rigidez de la estructura, mediante el método de rigidez variable, siguiéndose perfectamente el comportamiento de la estructura durante el proceso de carga.



MODELO M.E.F.

PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

HORMIGÓN

$E_c = 436000 \text{ Kg/cm}^2$

$\nu = 0.2$

$F_{c_t} = 32 \text{ Kg/cm}^2$

Diagrama tensión-def. lineal

ACERO

$E_s = 2100000 \text{ Kg/cm}^2$

$F_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$

$E_{sy} = 2100 \text{ Kg/cm}^2$

Diagrama tensión-def. bilineal

Fig. 1.

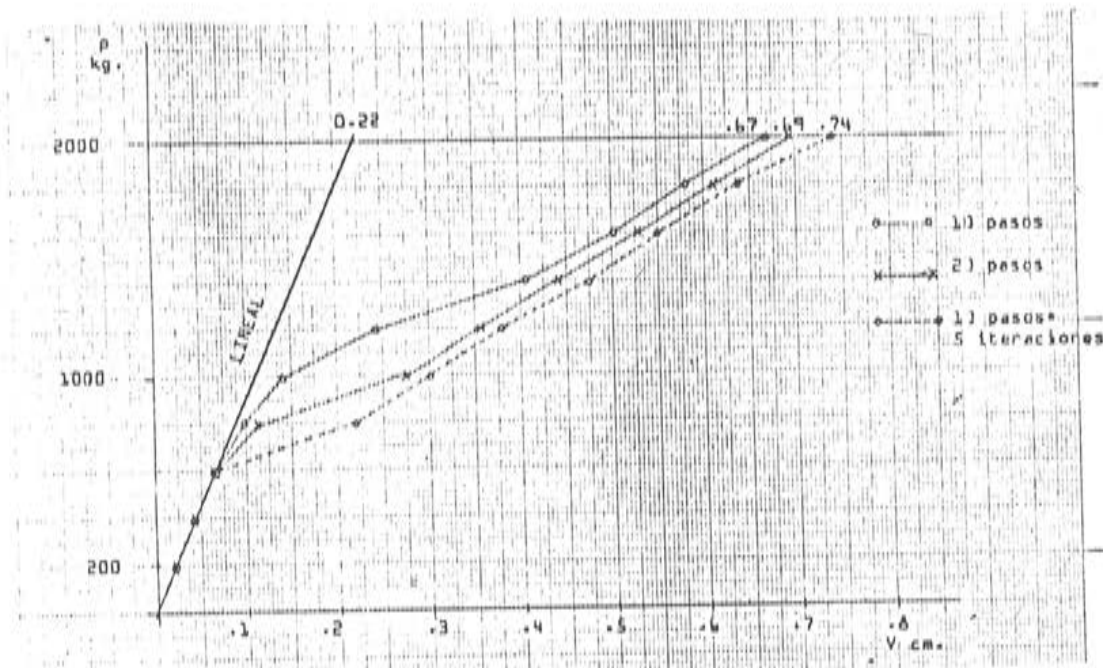


Fig. 2.

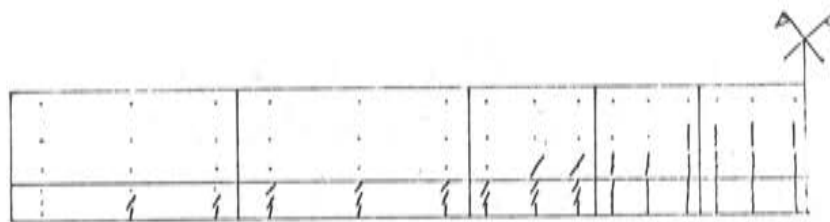


Fig. 3. Estado de fisuración del modelo para  $P = 2000 \text{ Kg}$ .



Aunque estos programas permiten, en su mayoría, efectuar cálculos dinámicos, el coste que resulta de utilizar procedimientos de integración en el tiempo, hace que tales estudios no se justifiquen más que en estructuras de alto nivel de riesgo como, por ejemplo, las vasijas de contención de centrales nucleares.

Aún así, y en particular para problemas de impacto no lineales, se están usando programas de diferencias finitas; obteniéndose resultados más económicos que con programas de elementos finitos.

Es posible, también, tratar los fenómenos de retracción y fluencia, mediante un estudio en el tiempo.

El tratamiento de estos problemas, aunque se resuelven con más o menos dificultad en el método de elementos finitos, y están implementados en bastantes programas comerciales, no resulta rentable.

Aunque el fenómeno de la adherencia entre las armaduras y el hormigón está resuelto a nivel de investigación por algunos autores, no es posible por ahora encontrarlo resuelto en programas de uso comercial.

Se va a presentar, por último, un resumen de los resultados obtenidos con un programa desarrollado en la Escuela Superior de Arquitectura de Madrid, con fines docentes y de investigación.

Se trata del análisis estático de una viga, simplemente apoyada, con armadura longitudinal constante y sin armadura de cortante.

El modelo discretizado, se analiza bajo carga estática aplicada proporcionalmente.

Debido a la simetría de estructura y carga, es posible analizar media viga, considerando que los puntos de la sección media están coaccionados en movimientos horizontales.

El hormigón se modela mediante elementos isoparamétricos, de tensión plana, de seis nodos. Estos elementos permiten una ley de desplazamientos verticales de segundo grado, es decir, parabólica; y sólo permiten variaciones lineales de los desplazamientos horizontales.

El acero se simula mediante elementos lineales que sólo soportan esfuerzos axiales. Estos elementos tienen un área equivalente al total de la armadura longitudinal de la pieza.

Las características de los materiales, se muestran en la figura 1, y entre ellas cabe destacar el módulo de elasticidad del acero, una vez alcanzada la tensión de fluencia, al que se da un valor mil veces menor que en estado elástico.

En el gráfico siguiente (figura 2), se muestran los valores del desplazamiento vertical del punto medio de la viga (en abscisas) y su relación con la fuerza aplicada, en función del procedimiento de resolución seguido.

Además, se muestran los valores que se obtendrían con hipótesis de comportamiento lineal.

Habida cuenta de que los modelos de elementos finitos que siguen el método de los desplazamientos, son siempre más rígidos que la estructura real, en virtud de los teoremas de la energía potencial, se puede decir que los resultados obtenidos, comparados con ensayos reales, se encuentran dentro de un error del 10 por 100; error que, en gran medida, se debe a la no consideración del comportamiento plástico del hormigón.

El programa permite obtener el estado de fisuración, para los incrementos de carga que se deseen, mostrándose en la figura 3 el correspondiente a una carga de 2.000 kg.

Para terminar, quisiera recordar las palabras de D. Carlos Fernández Casado cuando, refiriéndose a los métodos de cálculo con ordenador, decía que, con ellos, el Ingeniero ha perdido su pedantería de calculista y ha tomado posesión definitiva de su básica misión de proyectar.

# El Tercer Simposio de la F.I.P. sobre Corrosión bajo tensión en aceros para pretensado

Manuel Elices y Vicente Sánchez-Gálvez  
Departamento de Física y Física de Materiales  
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Universidad Politécnica de Madrid

## 1. INTRODUCCION

En este trabajo se pretende resumir las principales actividades desarrolladas durante el 3<sup>er</sup> simposio internacional sobre *Corrosión bajo Tensión en aceros para hormigón pretensado* que tuvo lugar, en el Escorial, durante los días 22 y 23 de Septiembre de 1981. Los dos simposios anteriores tuvieron lugar en Oosterbeek, Holanda, en 1971 y 1973.

Desde que acabó el segundo simposio, en las reuniones anuales del grupo de aceros de la F.I.P., se ha sentido la necesidad de seguir discutiendo el problema de la corrosión bajo tensión, porque es polémico y porque afecta tanto a los fabricantes de acero como a los proyectistas y constructores. Estos últimos, de vez en cuando, adoptan posturas extremas; o bien evitando en la edificación la utilización del hormigón pretensado, con el pretexto de que no quieren correr riesgos, o bien ignorando este fenómeno porque creen que la corrosión bajo tensión es un problema académico. Ambas posturas, pretendidamente realistas, están de espaldas al progreso. Los fabricantes de acero, al no disponer de una normativa oficial que respalde el buen comportamiento del acero frente a la corrosión bajo tensión, están a merced de los distintos pliegos de condiciones que, a veces, solicitan propiedades contrapuestas.

Con este tercer simposio se ha pretendido dar un paso más para esclarecer este fenómeno complejo que integra diversas áreas; metalurgia, físico-química de superficies, corrosión, mecánica de la fractura, etc. Para ello se ha invitado a expertos, procedentes de diversos campos. Quizás, esta haya sido una de las contribuciones originales, al ampliar el grupo de personas que cada año discutían los mismos problemas. Las comunicaciones presentadas al simposio se han agrupado en cuatro áreas:

- a) Descripción y análisis de los accidentes que pueden atribuirse a la corrosión bajo tensión.
- b) Estudio del fenómeno de la corrosión bajo tensión y posibles mecanismos causantes del mismo.
- c) Ensayos para determinar la susceptibilidad a la corrosión bajo tensión de los aceros de pretensado.
- d) Durabilidad y medidas de protección; protección temporal y aceros galvanizados.

## 2. ACCIDENTES ATRIBUIDOS A LA CORROSION BAJO TENSION

A esta primera parte del simposio se presentaron seis comunicaciones. A grandes rasgos, puede decirse que se describieron accidentes en todo el mundo – América del Norte, América del Sur, Australia y Europa –, y en todo tipo de aceros – aceros trefilados, templados y revenidos, barras y cordones–. Los trabajos presentados completan y ponen al día las referencias sobre accidentes por corrosión bajo tensión, publicadas previamente. 1<sup>er</sup> Simposio FIP (1971), CUR Report (1971), 2<sup>o</sup> Simposio FIP (1973), E. Phillips (1975), M. Schupack (1978), U. Nurnberger (1980).

El carácter universal, y afortunadamente escaso, de estos accidentes, no garantiza que todos ellos sean debidos a la corrosión bajo tensión. La coincidencia de corrosión y tensión no implica que la rotura sea frágil, ya que podría haberse producido por un estado de sollicitaciones complejo. Lo que sí aparece claro es que casi todos los accidentes se podrían haber evitado si los detalles constructivos se hubieran proyectado bien y se hubiera construido correctamente.

M. Schupack y M. Suarez presentaron un resumen de los accidentes acaecidos en USA durante los últimos cinco años. Parte de la información se obtuvo de las 100 respuestas a un cuestionario que agruparon analizando: el comportamiento de tuberías y depósitos, poniendo de manifiesto la debilidad de algunos recubrimientos del pretensado circunferencial; edificios de contención de reactores nucleares, donde no detectaron defectos en ninguna de las 30 inspecciones; y estructuras de aparcamientos, donde se detectaron síntomas de corrosión debida a la presencia de cloruros procedentes de sales para evitar la formación de hielo. También analizaron, con más detenimiento, cuatro roturas frágiles (dos casos de tendones no inyectados, alambres del pretensado circunferencial de un depósito y un anclaje), todas ellas atribuidas a la corrosión bajo tensión.

B. Isecke, describió la rotura de la cubierta del Palacio de Congresos de Berlín, acaecida en Mayo de 1980, después de 23 años de servicio. La inspección de la rotura puso de manifiesto defectos de construcción, defectos de diseño en los detalles y la utilización de materiales no adecuados. U. Nurnberger comentó la rotura de varios tendones de un puente, atribuida a la fragilización por hidrógeno. Parece ser que la causa fué la utilización de un fluidificante que no está permitido para el hormigón pretensado, junto a que las vainas de los tendones no eran estancas. El análisis del agua de las vainas, detectó la presencia de cloruros, sulfatos y cianuros. Se cree que estos últimos causaron las roturas (algunas a la media hora del tesado final), mientras que los cloruros y los sulfatos fueron los responsables de la corrosión por picaduras que, a su vez, pueden favorecer la corrosión bajo tensión.

P. García describió varias roturas en Argentina, cuya relación con la corrosión bajo tensión no está clara, y que se hubieran evitado de haber tomado las precauciones necesarias. K. McGuinn analizó de nuevo las roturas de las tuberías pretensadas de Snowy Mountains (W.E. Phillips, 1975) y concluyó, basándose en datos de laboratorio, que no hay evidencias que atestigüen que fueron debidas a la corrosión bajo tensión, dejando otra vez en el aire la duda de si la corrosión bajo tensión se da en la práctica. V. Sánchez-Gálvez y M. Elices presentaron un ejemplo en el que no se detectaron síntomas de corrosión bajo tensión después de haber tesado los tendones y permanecido más de dos años sin inyectar, a pesar de estar en un ambiente ligeramente marino.

Finalmente U. Nurnberger, que presidió esta sesión, hizo un resumen de la situación, poniendo una vez más de manifiesto el carácter general de estas roturas (242 en los últimos 30 años), en cuanto a localización, tipo de estructura y de acero y a la concurrencia de múltiples causas, siendo las más frecuentes: la falta de protección de los tendones (alrededor

del 90 por 100 en las estructuras postesas y del 60 por 100 en depósitos y tuberías) y la utilización de materiales no adecuados (alrededor del 80 por 100 en edificación). En conclusión, se han detectado algunas roturas frágiles, aunque en un número insignificante en comparación con el acero que se consume; y no es evidente, en todos los casos, que sean debidas a la corrosión bajo tensión. No obstante, en el laboratorio se han provocado roturas por corrosión bajo tensión en condiciones *realistas* y ésto es suficiente para probar que este fenómeno puede suceder en la práctica.

### 3. ESTUDIOS SOBRE LA CORROSION BAJO TENSION

En esta segunda sesión, presidida por el Prof. I. M. Bernstein, se agruparon aquellas contribuciones relacionadas con los mecanismos causantes de la corrosión bajo tensión. No hay una separación clara entre algunos trabajos presentados en esta sesión y los de la siguiente, dedicada a ensayos, porque existe una íntima relación entre las dos. En algunos casos la razón por qué unos están en una y otros en otra fué, simplemente, para conseguir un equilibrio entre la duración de las mismas. A lo largo de esta sesión se habló de corrosión bajo tensión y de rotura frágil, conceptos sinónimos para algunos autores. Es posible que así sea, en la práctica, para el ingeniero. Pero la falta de acuerdo en lo que se entiende por corrosión bajo tensión originó y seguirá originando confusión. En relación con los mecanismos causantes de la corrosión bajo tensión, para algunos participantes la fragilización por hidrógeno es el único responsable de dicho fenómeno; mientras que para otros, la disolución anódica puede ser también importante, dependiendo del medio agresivo, del pH y del potencial eléctrico.

S Wu y J. Clifton, presentaron un modelo para estimar cuantitativamente la velocidad de corrosión, y dos formas de abordar la corrosión bajo tensión: una, basada en la aplicación de los principios de la mecánica de fractura, y otra, en la variación de la energía superficial de los bordes de grano. J. Climent, J. Gállego y E. Pugh analizaron los ensayos con  $\text{NH}_4\text{SCN}$  y agua destilada, resaltando aquellas características que son comunes a ambos ensayos. Presentaron un magnífico estudio fractográfico; y basándose en él propusieron un modelo de rotura para los aceros trefilados. Como es sabido, el ensayo con  $\text{NH}_4\text{SCN}$  es un ensayo de fragilización por hidrógeno, mientras que las roturas producidas con el ensayo con agua destilada, según los autores, tienen características del anterior pero no excluyen la presencia de un mecanismo de disolución anódica. M. Brachet y A. Raharinaivo, expusieron un resumen de los trabajos que están realizando desde hace varios años, en particular, del mecanismo que proponen para explicar la corrosión bajo tensión, basado en la fragilización por hidrógeno.

En otra dirección, se presentaron las comunicaciones de fabricantes de acero, resaltando las ventajas frente a la corrosión de nuevos productos. I. Austen, J. Whiteley y M. Wright expusieron las ventajas de las barras Macalloy, un acero aleado con Cr y deformado en frío. Como consecuencia de los ensayos realizados, se deduce que resiste bien un ambiente marino y la presencia de  $\text{SH}_2$ , y es susceptible a la corrosión bajo tensión en presencia de una solución de nitratos. K. Mizuma, K. Suchiro, T. Yamazaki y E. Yamashita, presentaron un nuevo acero, rico en Si y Cr, tratado térmicamente, que tiene mejor comportamiento que el acero eutectoide trefilado frente a ensayos de corrosión bajo tensión, en los siguientes medios agresivos:  $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ ,  $\text{NH}_4\text{NO}_3$  y  $\text{NH}_4\text{SCN}$ .

Finalmente, en tres trabajos, se resaltaron varios aspectos comunes al fenómeno de la corrosión bajo tensión. En presencia del mismo medio agresivo, aceros distintos pueden exhibir un comportamiento distinto, y un acero puede ser inmune, o no, a la corrosión bajo tensión, dependiendo del medio en cuestión. Y. Tanaka, Y. Yamaoka y M. Kurauchi compa-



raron el comportamiento de los aceros trefilados y templados y revenidos (de límites elásticos 1600 MPa y 1000 MPa, respectivamente), frente a la agresión del  $\text{NH}_4\text{SCN}$  y  $\text{NH}_4\text{NO}_3$ . En presencia del tiocianato amónico, el trefilado se comporta peor; pero los papeles se invierten cuando el medio agresivo es el nitrato amónico. Los autores dan algunos argumentos para explicar este comportamiento y resaltan el papel del cobre en la mejora de la resistencia a la fragilización por hidrógeno en los aceros perlíticos. B. Isecke también compara aceros templados y revenidos con aceros trefilados, pero en medios más realistas, para simular el comportamiento de los tendones en vainas no inyectadas. Después de someter los tendones a un proceso de precorrosión, expone las armaduras tesas, a un medio rico en hidróxido cálcico, contaminado, en cada caso, con  $\text{NO}_3^-$ ,  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{SO}_4^{2-}$  y  $\text{S}^{2-}$ . Los experimentos los repite utilizando solamente agua en vez de una solución saturada de  $\text{Ca(OH)}_2$ . Los resultados obtenidos indican que el acero templado y revenido es más susceptible que los otros en presencia de  $\text{Ca(OH)}_2$  y  $\text{SO}_4^{2-}$ , o  $\text{S}^{2-}$ ; y que si solo el agua corriente permanece en las vainas es menos peligroso que las soluciones acuosas que normalmente se infiltran en ellas. Por último R. Parkins, M. Elices y V. Sánchez-Gálvez, pusieron de relieve que en ensayos de corrosión bajo tensión, realizados con acero trefilado en presencia de una solución saturada de  $\text{Ca(OH)}_2$  y cantidades variables de cloruros, se habían detectado dos regímenes que podían provocar la corrosión bajo tensión, según el potencial a que estuviera el acero. Por debajo de  $-0,94$  (s.c.e.) aproximadamente, la fragilización por hidrógeno era la responsable de la fractura frágil, mientras que en una región alrededor de  $-0,64$  (s. c. e.), la disolución anódica tenía un papel preponderante.

En resumen, los trabajos presentados han puesto de manifiesto que el desarrollo de un acero resistente a la corrosión bajo tensión en un ambiente particular, no garantiza que sea inmune en otro ambiente; y que roturas frágiles, en un mismo acero, pueden ser debidas a distintos mecanismos de corrosión bajo tensión. Los mecanismos que originan la corrosión bajo tensión en aceros de pretensado, no están establecidos todavía, se sospecha que la fragilización por hidrógeno desempeña un importante papel; pero no se descarta la posibilidad de que la disolución anódica sea la responsable de algunas roturas.

#### 4. ENSAYOS PARA DETECTAR LA SUSCEPTIBILIDAD A LA CORROSION BAJO TENSION

Durante el congreso de la FIP, en Londres en 1978, la comisión presentó un ensayo para conocer la susceptibilidad de los aceros de pretensado a la fragilización por hidrógeno. (véase FIP, Technical Report 5.7). Este ensayo, que utiliza como medio agresivo el tiocianato amónico ( $\text{NH}_4\text{SCN}$ ) era el fruto de casi diez años de cooperación entre más de 20 laboratorios de América, Japón y Europa. A pesar de los esfuerzos y del tiempo transcurrido, este ensayo no tiene, todavía, una aceptación general. En la tercera sesión del simposio se presentaron comunicaciones con distintas opiniones; desde las que admiten plenamente el ensayo, hasta las que no lo consideran apropiado, pasando por otras que creen conveniente introducir algunas modificaciones. La causa de estas discrepancias es debida, posiblemente, a que un solo ensayo (y en particular un solo parámetro —el tiempo de rotura—) no basta para caracterizar este complejo fenómeno por lo que será preciso, en el futuro, completarlo, con otras pruebas.

D. Binnekamp y C. Etienne presentaron un análisis estadístico de 1066 ensayos realizados, casi todos de acuerdo con la propuesta FIP-78. Las conclusiones principales fueron: El ensayo es selectivo, en el sentido de que el valor medio del tiempo de rotura,  $t_R$ , permite clasificar distintos lotes. Es reproducible cuando se siguen estrictamente las normas, ya que los valores medios de  $t_R$  obtenidos en distintos laboratorios son similares y, también es repe-

titivo, puesto que la desviación típica de  $t_R$  es admisible. También comprobaron que la distribución de la probabilidad de rotura, en función del logaritmo de  $t_R$  es, prácticamente, normal. J. Erdmann, J. Neisecke y F. Rostasy realizaron un estudio comparativo entre el método propuesto por la FIP y el del IfBt (Institut für Bautechnik, Berlin). Ambos ensayos son similares y se concluyó que este último método no ofrecía ventajas claras respecto al de la FIP, que es más sencillo. En consecuencia, han propuesto su normalización en Alemania Federal.

En otra serie de trabajos, se propusieron pequeñas modificaciones al ensayo FIP 78. G. Rehm, U. Nurnberger y R. Frey presentaron dos comunicaciones en las que destacaron las ventajas de realizar ensayos con soluciones más diluidas de  $\text{NH}_4\text{SCN}$ . También presentaron numerosos resultados de ensayos de corrosión bajo tensión, utilizando agua como medio agresivo y simulando la formación de células de aireación diferencial, para estudiar la iniciación de las fisuras en el fondo de las picaduras. B. Halleux y R. Scimar también propusieron varias mejoras al ensayo FIP 78, introduciendo un control del potencial, mediante polarización, y circulando la solución agresiva. También propusieron disminuir la tensión del ensayo a  $0.70 \sigma_R$ , y la temperatura, a  $20^\circ\text{C}$ . Todas estas medidas, según los autores, disminuyen la dispersión de  $t_R$ .

Otras comunicaciones expresaron su discrepancia con el ensayo FIP 78. G. Uhlig, E. Stolte y W. Heller opinan que el ensayo no es representativo para comparar distintos aceros; e incluso que la actividad del hidrógeno puede exhibir considerables variaciones en un mismo acero, según sea el estado superficial. En consecuencia, proponen la realización de ensayos con probetas entalladas circularmente y con polarización catódica. También proponen la utilización de medios más realistas. En esta última línea se desarrolla la comunicación de C. Andrade y J.A. González, insistiendo en que el ensayo con  $\text{NH}_4\text{SCN}$  se aparta mucho de las condiciones reales. Utilizando varios tipos de mortero de cemento con distintas adiciones de cloruros, no logran obtener roturas frágiles y especifican, al final del trabajo, las condiciones que deben concurrir para que se pueda presentar la corrosión bajo tensión.

Finalmente, en otro grupo de comunicaciones se propusieron ensayos complementarios, o modificaciones importantes, al ensayo FIP 78. Así C. Etienne y B. Wijngaard observaron que la realización del ensayo a velocidad de deformación constante (propuesto por el Prof. Parkins) proporciona menor dispersión que a carga constante. J. Gilchrist y D. Bailey sugirieron la utilización de  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  más  $\text{H}_2\text{S}$ , como medio agresivo, en vez de  $\text{NH}_4\text{SCN}$ , por considerarlo más realista, en aquellos casos en que el  $\text{H}_2\text{S}$  producido por la descomposición de los sulfuros superficiales pueda ser la causa, o el catalizador, de la fragilización por hidrógeno. Por último, M. Elices, V. Sánchez-Gálvez y A. Entrena, propusieron la aplicación de los conceptos de la Mecánica de la Fractura a este tipo de ensayos, como complemento del ensayo FIP 78, que es muy sensible al estado superficial de las probetas. Medidas de  $K_{\text{ISCC}}$  en tiocianato amónico, dan valores muy parecidos para todos los aceros trefilados ensayados. El conocimiento de los umbrales de la tenacidad a la fractura en medios más reales, podría ser una valiosa ayuda para el proyectista.

En resumen, el ensayo FIP 78 no es admitido unánimemente como ensayo único para garantizar el buen comportamiento de un acero frente a la corrosión bajo tensión. Se está de acuerdo en que representa de forma selectiva, reproducible y repetitiva, una medida de la susceptibilidad a la fragilización por el hidrógeno; aunque algunos participantes sugirieron que era demasiado conservadora.

La mayoría de los asistentes estuvieron de acuerdo sobre la necesidad de complementar el ensayo FIP 78 con otros ensayos que pusieran de manifiesto la posibilidad de corrosión bajo tensión por disolución anódica, o en medios más realistas.



También se comentó la conveniencia de disponer de dos tipos de ensayos. Uno para aceptación de un nuevo tipo de acero, o la introducción de nuevas variables en el medio que lo rodea. Estos ensayos serían, probablemente, delicados y complejos. El otro tipo de ensayos, más sencillo, sería para controlar una calidad, previamente homologada.

## 5. PROTECCION CONTRA LA CORROSION BAJO TENSION

A lo largo de este simposio se ha puesto de manifiesto que, tanto la corrosión como la corrosión bajo tensión, no deben presentar problemas cuando los tendones están protegidos por hormigón sano, o por una lechada aplicada inmediatamente después del tesado. No obstante, en la práctica, no siempre es posible inyectar los tendones inmediatamente y se plantea el problema de saber valorar el daño que se ha podido producir en el tendón, después de varias semanas, o meses, sin la protección adecuada. En ocasiones, se recurre a la protección temporal de las armaduras mediante un recubrimiento orgánico, que se elimina antes de la inyección. En otras ocasiones, se ha recurrido a la utilización de un recubrimiento con cinc (galvanizado) que ha originado, desde sus comienzos, controversias, porque existe la opinión de que si se daña la protección se puede acelerar el proceso corrosivo.

La comunicación de F. O'Neil fue una introducción, de carácter general, sobre las medidas que se deben adoptar, en la elección y mejora de los aceros, en el cuidado de los anclajes, en la fabricación y puesta en obra del hormigón y en la inyección de la lechada. Todas estas medidas contribuyen grandemente a disminuir los riesgos de la corrosión bajo tensión.

P. Baeck, B. Halleux y B. Meester presentaron un estudio de la eficacia de un aceite utilizado para la protección de los tendones de un edificio de contención de un reactor nuclear. A la vez que se tesaron los tendones en la obra, se dejaron seis tendones protegidos con el aceite, tesados dentro de una vaina de una viga de hormigón. Estos cables estuvieron durante un año sin inyectar y sometidos al mismo ambiente que la obra. En unos casos, las vainas se cerraron; en otros se llenaron con agua, y se les añadió en otros un inhibidor de la corrosión. Al cabo del año, se desmontaron y se hicieron ensayos mecánicos y pruebas de corrosión. El resultado fue satisfactorio en todos ellos, no pudiendo discriminar cuál había sido protegido más eficazmente. V. Sánchez-Gálvez, M. Elices y J. Royuela comentaron los resultados con cinco productos para la protección temporal de los tendones. En los ensayos se midió la capacidad de protección, la facilidad de eliminación y su influencia en la adherencia con el hormigón. También se dieron criterios para su utilización en función del tiempo que iban a permanecer los tendones sin inyectar y de la agresividad del medio.

J. González y C. Andrade resumieron, en su contribución, el trabajo realizado durante los últimos cinco años sobre la durabilidad y la cinética de la corrosión en aceros galvanizados embebidos en hormigón y en  $\text{Ca(OH)}_2$ , justificando el comportamiento errático en los primeros momentos; y propusieron el control de determinadas variables (pH, la humedad y la estructura del galvanizado) para disminuir la dispersión. M. Brachet y A. Raharinaivo, también presentaron un resumen de la labor realizada en los últimos diez años, ensayando probetas y elementos estructurales. Aunque en alguna ocasión detectaran roturas en probetas de alambre galvanizado, que se atribuyeron a la fragilización por hidrógeno, todas las vigas construidas con acero galvanizado se han comportado satisfactoriamente hasta la fecha. Por último, G. Rehm, U. Nurnberger y R. Frey comentaron algunos ensayos de corrosión bajo tensión con agua, que se condensaba periódicamente sobre la superficie del alambre, y compararon el comportamiento de aceros sin proteger y protegidos con cinc o aluminio. A lo largo de los alambres provocaron zonas de oclusión, que resultaron ser las más peligrosas. Los alambres galvanizados dieron el peor resultado.

En los dos primeros trabajos se mostró que el potencial de los tendones galvanizados, al comienzo por debajo de  $-1000$  mV (s.c.e.) y por tanto capaz de provocar la descarga del hidrógeno, pronto fué subiendo por encima de  $-800$  mV, o  $-900$  mV, donde la descarga del hidrógeno sólo es posible en medios ácidos. Por consiguiente, no es sorprendente que no se observaran roturas por corrosión bajo tensión, ya que el potencial no permitía la descarga del hidrógeno en un medio básico, ni era tan alto que pudiera iniciar picaduras. En otras circunstancias, puede presentarse la corrosión bajo tensión, cuando el potencial está alrededor de  $-1,1$  V (s.c.e.), durante las primeras horas o días y la tensión es suficientemente alta para favorecer la entrada del hidrógeno en pequeños defectos o en fisuras producidas en zonas ocluidas. No obstante, en general, y sobre la base de los resultados presentados y la experiencia de algunos constructores que intervinieron en las discusiones, parece ser que el galvanizado del acero ofrece una protección adecuada durante períodos largos.

## 6. CONCLUSIONES

### a) Comportamiento del acero de pretensar:

El análisis de los accidentes presentados, demuestra que si una estructura está bien proyectada y bien construida, no se dan las condiciones necesarias para que se produzcan roturas por corrosión bajo tensión.

En la mayoría de los accidentes el elemento estructural tenía defectos de proyecto y/o de ejecución; y no está claro que la corrosión bajo tensión haya sido la única causa de la rotura.

En el laboratorio, se han provocado roturas por corrosión bajo tensión en condiciones que pueden aparecer cuando el tendón no está protegido. En estas condiciones, todos los aceros utilizados son susceptibles de romper por corrosión bajo tensión.

### b) Métodos de ensayo.

El mecanismo, o los mecanismos, causantes de la corrosión bajo tensión no se conocen, todavía, de una forma definitiva. Se cree que, el fenómeno dominante, en algunos casos, puede ser la fragilización por hidrógeno y, en otras circunstancias, la disolución anódica.

El ensayo FIP 78 con  $\text{NH}_4\text{SCN}$ , sirve para detectar la susceptibilidad a la fragilización por hidrógeno y está indicado para seleccionar el comportamiento de los aceros frente a este fenómeno.

Es conveniente encontrar un ensayo que permita investigar el comportamiento del acero en condiciones más realistas.

Es deseable disponer de dos tipos de ensayos: ensayos de control y ensayos de aceptación. Estos últimos se llevarían a cabo siempre que se introduzcan nuevos productos, nuevos tipos de acero, aditivos al hormigón, etc.

### c) Durabilidad y protección.

La protección del acero frente a la corrosión bajo tensión está asegurada cuando está protegido por una lechada de cemento, o bien hormigón, compacto y sano.

Existen circunstancias en las que deben tomarse precauciones especiales:

- La protección temporal con grasas ha dado resultados satisfactorios, en la práctica. Deben controlarse determinados contaminantes que pueden aparecer en las grasas.
- El galvanizado puede ser eficaz, como lo demuestra el buen comportamiento de algunas estructuras pretensadas con acero galvanizado, siempre que se controle el potencial del acero.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a la Asociación Técnica Española del Pretensado (ATEP) y, en particular a su presidente Prof. D. Francisco Arredondo y Verdú y a su secretario D. Rafael Piñeiro Abril y al Instituto Técnico de Materiales y Construcción (INTEMAC), especialmente a su Director, Prof. José Calavera Ruiz, por su interés y eficaz ayuda prestada durante la organización de este simposio.

## REFERENCIAS

- CUR (1971).  
Cases of damage due to corrosion of prestressing steel. Netherlands Committee for concrete research. Report n° 49.
- Phillips, E. (1975).  
Survey of corrosion of prestressing steel in concrete water-retaining structures, Australian Water Resources Council. Paper n° 9.
- Schupack M. (1978).  
A survey of the durability performance of post-tensioning tendons J. ACI 75 (501-510).
- Nurnberger U. (1980).  
Forschung, Strassenbau und strassenverkehrstechnik H. 308 (1-195).
- FIP (1978).  
Stress corrosion cracking resistance test for prestressing tendons Technical report n° 5.

## APENDICE: TITULOS Y AUTORES DE LOS TRABAJOS PRESENTADOS

\* Trabajos recibidos después del Simposio.

### Corrosión bajo tensión: Accidentes

- *Corrosión embrittlement failures of prestressing systems in the United States.*  
M. Schupack, M.G. Suarez (Schupack-Suares Inc. U.S.A.).
- *Failure analysis of the collapse of the Berlin Congress Hall.*  
B. Isecke (BAM, Alemania, R.F.).
- *An actual damage of prestressing steel because of stress corrosion.*  
G. Rehm, U. Nurnberger and R. Frey (FMPA-Otto Graf. Inst. Alemania R.F.).
- *Snowy mountains revisited\**  
K. F. McGuinn (Preston Institute of Technology. Australia).
- *Corrosion in prestressed steel\**  
P. García Gausi (Argentina).
- *Analysis and evaluation of failures in prestressed steel\**  
U. Nurnberger (FMPA-Otto Graf Inst. Alemania, R.F.).
- *An example of delayed grouting*  
V. Sánchez Gálvez y M. Elices. Universidad Politécnica de Madrid.

### Corrosión bajo tensión: Mecanismos

- *Computational models developed for the corrosion of prestressing steel.*  
S. J. Wu and J.R. Clifton (NBS, Washington USA).

- *Cracking in  $NH_4SCN$  and distilled water FIP's tests.*  
J. Climent, J.M. Gálligo, E.N. Pugh (Laboratorio Central, España y NBS USA).
- *Cracking stress corrosion process of concrete prestressing steel.*  
M. Brachet, A. Raharinaivo (LCPC, Francia).
- *Stress corrosion testing and the environmental fracture resistance of Macalloy prestressing bars.*  
I.M. Austen, J.D. Whiteley and M.S. Wright (B.S.C., U.K.).
- *Comparative behaviour of induction heat treated SiCr prestressing steel and commercially available stress relieved steels under accelerated corrosion testing.*  
T. Yamazaki and E. Yamashita (Neturen Co. Tokyo, Japan).
- *Effects of tensile strength and Cu addition on the stress corrosion behavior of steel wires in  $NH_4SCN$  and  $NH_4NO_3$  aqueous solutions.*  
Y. Yamaoka and Y. Tanaka (Shinko Wire, Amagasaki, Japan).
- *The influence of constructional and manufacturing conditions on the corrosion behaviour of prestressing wires before mortar injection.*  
B. Isecke (BAM, Berlin, Alemania, R.P.).
- *Some comments on the standardization of test methods for prestressing steel*  
R.N. Parkins, M. Elices y V. Sánchez Galvez. University New Castel, England y Universidad Politécnica, Madrid, España.

#### Corrosión bajo tensión: Ensayos

- *Statistical evaluation of a large number of stress corrosion tests according to the FIP procedure.*  
D.C. Binnekamp and C.F. Etienne (TNO, Rotterdam, Holanda).
- *Comparison between  $NH_4SCN$  tests for prestressing steels according to FIP and IFBT standards.*  
J. Erdmann, J. Neisecke, F.S. Rostasy (Univ. Braunschweig, Alemania R.F.).
- *Transferability of results of SCC-laboratory tests in view of the SCC behaviour under practical conditions.*  
G. Rehm, U. Nurnberger and R. Frey (FMPA-Otto Graf. Inst. Alemania R.F.).
- *Study of different types of stress corrosion tests.*  
G. Rehm, U. Nurnberger, y R. Frey (FMPA-Otto Graf. Inst. Alemania, R.F.).
- *Contribution to the testing of the susceptibility to hydrogen embrittlement of prestressing steels.*  
B. de Halleux and R. Scimar (Institut Stevin, Louvain, Bélgica).
- *SCC due to hydrogen adsorption in various grades of prestressing steel.*  
G. Uhlig, E. Stolte, W. Heller (Krupp, Alemania, R.F.).
- *Potentiodynamic polarization curves and potentiostatic tests at constant stress of steel wires embedded in hardened mortar.*  
C. Andrade and J.A. González (C.S.I.C. Madrid, Spain).
- *Comparison of stress corrosion testing of prestressing steel under constant load and constant strain rate.*  
C. F. Etienne and B.H. Wijngaard (TNO, Rotterdam, Holanda).
- *Laboratory simulation of failures in prestressing steels.*  
J.D. Gilchrist and D. Bailey (University of Newcastle, U.K.).
- *Stress corrosion testing of cold-drawn steel wires in  $NH_4SCN$  solution.  $K_{ISCC}$  measurements.*  
M. Elices, V. Sánchez-Gálvez and A. Entrena (ETSICCP Madrid, Spain).
- *Influence of corrosion of the properties of prestressing steels.*  
C. D. de Waal and J. A. Peschar (Venlo, Holanda).

### Corrosión bajo tensión: Protección

- *Preventive measures to limit SCC in prestressed concrete.*  
E. F. O'Neil (U.S. Army Eng., USA).
- *Effects of an additional delay between introducing in ducts and tensioning soluble oil coated strands.*  
P. Baeck, B. de Halleux (Electrobel-Univ. Lovaina, Bélgica).
- *Temporary protection of prestressing tendons.*  
V. Sánchez-Gálvez, M. Elices, J. Royuela (ETS Caminos-CENIM, España).
- *Kinetic variables determining the corrosion of galvanized reinforcement embedded in concrete.*  
J. A Gonzalez y C. Andrade (CENIM-I.E. Torroja, España).
- *Use of high-strength hot-dip galvanized steels as prestressing tendons.*  
M. Brachet and A. Raharinaivo (LCPC, Francia).
- *SCC-behaviour of galvanized cold drawn wires under practical conditions.*  
G. Rehm, U. Nurnberger and R. Frey (FMFA-Otto Graf. Inst. Alemania R.F.).

## Diagramas M-c, de secciones de hormigón pretensado, a partir de la fuerza de neutralización, $P_n$ .

Juan MURCIA. Dr. Ingeniero de Caminos  
Antonio MARI, Dr. Ingeniero de Caminos

El estudio del comportamiento de una sección simple de hormigón pretensado con armaduras adherentes, puede realizarse, dentro de ciertos límites, tomando como situación de partida el llamado *estado de neutralización*, de manera que el efecto del pretensado quede introducido mediante la actuación de la *fuerza de neutralización*,  $P_n$ , como compresión exterior a la sección, a nivel del baricentro de las armaduras activas.

Esto es válido para cualquier situación de la sección (esto es, fisurada o no, con o sin zonas plastificadas en el hormigón o en el acero) siempre que el pretensado sea tal que exista una zona de comportamiento lineal en la sección; puesto que este tratamiento del pretensado, mediante la mencionada  $P_n$ , es debido a una superposición de estados de tensiones y sollicitaciones, implicando, por tanto, al menos una etapa de comportamiento lineal.

En las citadas condiciones, en consecuencia, para analizar una sección de hormigón pretensado en una situación cualquiera, habrá de tomarse el siguiente estado de sollicitación, donde  $M$  es el momento flector que incluye tanto los efectos de las acciones distintas del pretensado como los hiperestáticos de pretensado, en su caso.

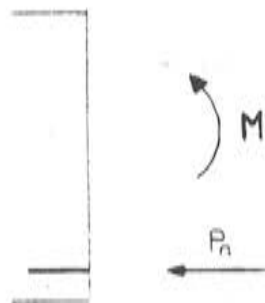


Fig. 1



Partiendo de la hipótesis de deformación plana de la sección y aplicando las propiedades tenso-deformacionales de los materiales (diagramas tensión-deformación del hormigón y del acero), la condición de compatibilidad de deformaciones entre ambos materiales en la fibra baricéntrica de la armadura y las condiciones de equilibrio entre tensiones y sollicitación (flexocompresión  $M-P_n$ ), puede analizarse el comportamiento de la sección.

Es muy importante recordar que los resultados que se obtienen de este análisis, al tomar como base el estado de neutralización, son los siguientes:

- En el hormigón, tensiones y deformaciones totales:

$$\sigma_c \text{ y } \epsilon_c.$$

- En el acero, incrementos de tensiones y deformaciones sobre las correspondientes a la fuerza de neutralización:

$$\Delta \sigma_p = \sigma_p - \frac{P_n}{A_p}$$

$$\Delta \epsilon_p = \epsilon_p - \frac{P_n}{E_p A_p}$$

- En la sección, curvatura total  $c = \frac{\epsilon_c + \Delta \epsilon_p}{d}$ , puesto que en neutralización es nula.

En particular, uno de los resultados que de este análisis puede derivarse es el *diagrama momento-curvatura* ( $M-c$ ) de la sección. La forma de este diagrama será, en general, del tipo de la que en esquema figura a continuación.

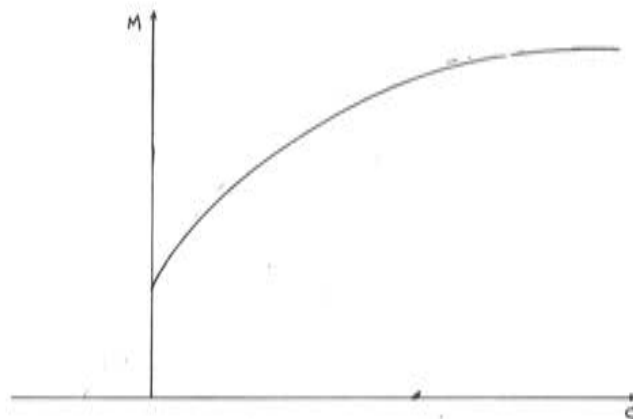


Fig. 2

En efecto, para  $M = 0$  la curvatura es negativa, correspondiendo a la producida por el pretensado solamente; para  $c=0$  es necesario un momento  $M$  que haga que la sollicitación de la sección sea, precisamente, la compresión  $P_n$  centrada sobre el baricentro de la sección homogeneizada (con lo que la deformación  $\epsilon = \epsilon_c = \Delta \epsilon_p$  es constante en toda la sección, encontrándose el hormigón comprimido uniformemente).

Con este procedimiento, en definitiva, la construcción del diagrama M-c de una sección de hormigón pretensado es idéntica a la del diagrama correspondiente de una sección de hormigón armado, sometida a flexocompresión (salvo el cambio de origen que hay que considerar en el diagrama  $\sigma-\epsilon$  del acero, para tener en cuenta que se parte de neutralización), siendo utilizables, por ello, los programas de cálculo de este último tipo para obtener los diagramas M-c de las secciones de hormigón pretensado.

Sólo hay que tener en cuenta que, por el tipo de secciones que se utilizan normalmente en una y otra técnica, pueden existir diferencias en la deformación última del hormigón en compresión,  $\epsilon_{cu}$ , en el cálculo (según la normativa española, del orden de 0,0035 para hormigón armado y de 0,0030 para hormigón pretensado).

### PROGRAMA DE CALCULO

El proceso para obtener el diagrama Momento-Curvatura para un axil determinado es el siguiente:

Se fija el plano de deformaciones mediante dos parámetros (que en nuestro caso son  $\epsilon_3$  y  $c$ ).

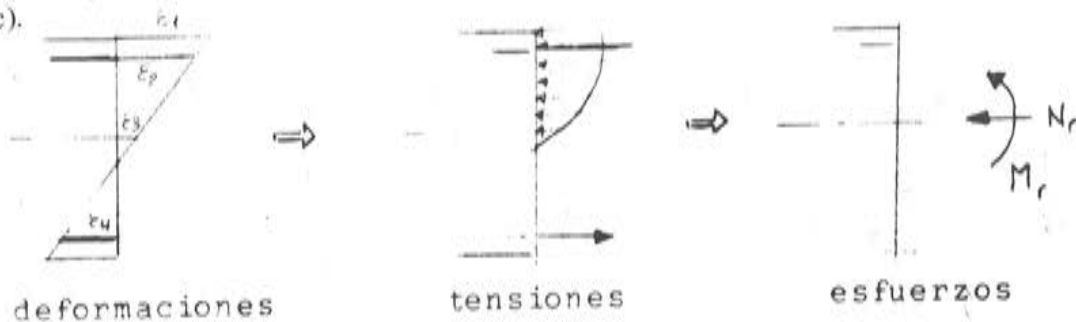
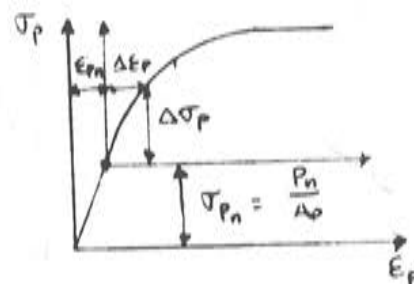


Fig. 3

Para este plano se conocen las deformaciones de todas las fibras de la sección y, por lo tanto, a través de los diagramas  $\sigma-\epsilon$  de los materiales pasamos a tensiones y de ellas, a través de las ecuaciones de equilibrio, a esfuerzos. Con el acero hay que considerar que la deformación será:



$$\begin{aligned} \epsilon_p &= \epsilon_{p_n} + \Delta \epsilon_p \\ \sigma_p &= \sigma_{p_n} + \Delta \sigma_p \end{aligned}$$

Fig. 4

Siendo  $\epsilon_{pn}$  la deformación producida, por el pretensado únicamente, en la armadura activa ( $\epsilon_{pn} = p_n/Ep Ap$ ), y  $\Delta\epsilon_\rho$  la deformación medida a partir del estado de neutralización.

Una vez obtenidos los esfuerzos respuesta de la sección  $M_r$ ,  $N_r$  se trata de comprobar si hemos obtenido un punto del diagrama M-curvatura o no.

Para ello hay que comparar el axil respuesta  $N_r$  con el axil exterior conocido  $N_{ext}$ .

Si  $N_r = N_{ext} \rightarrow$  Se ha obtenido un punto de M-c.

Si  $N_r \neq N_{ext} \rightarrow$  Se ha de buscar otro plano de deformación.

Para ello, manteniendo constante la curvatura  $c$  se incrementa  $\epsilon_3$  (se busca un plano paralelo) y se repite el proceso con una nueva comparación (equilibrio de axiles).

Para encontrar el valor de  $\epsilon_3$  que produce el axil  $N_r = N_{ext}$  se puede proceder por extrapolación lineal a partir de los dos intentos anteriores.

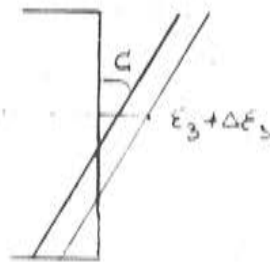
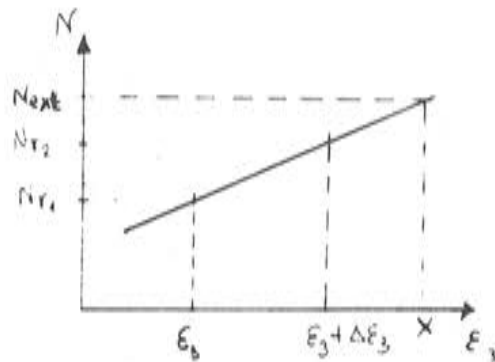


Fig. 5



$$x = \epsilon_3 + \frac{\Delta\epsilon_3}{N_{r2} - N_{r1}} (N_{ext} - N_{r1})$$

Fig. 6

Se repite todo el proceso anterior con  $\epsilon_3 = X$  hasta que se produzca la convergencia:  $|N_r - N_{ext}| < (\alpha \cong 0,0001)$ .

Una vez conocidos  $M_r$  y  $N_r = N_{ext}$  se ha obtenido un punto que podemos representar  $P_1 (c, M)$ .

Se incrementa la curvatura  $c + \Delta c$  y se repite todo el proceso anterior.

En cada escalón de curvatura se controlan las deformaciones de los materiales, comparandolas con las de rotura. El agotamiento se produce cuando alguno de los materiales alcanza la deformación última  $\epsilon_u$ .

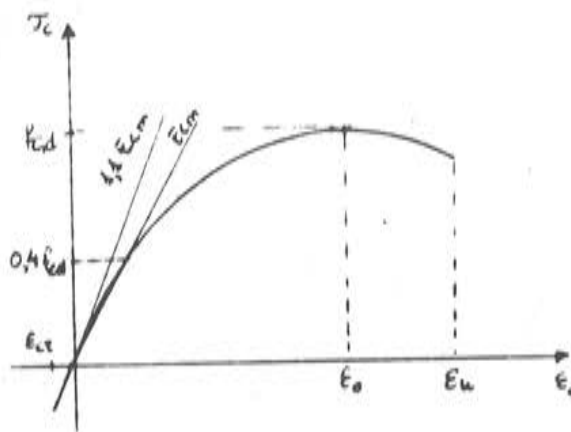
## EJEMPLOS

Se presentan tres ejemplos correspondientes a distintos tipos de sección de hormigón pretensado.

Los diagramas  $\sigma-\epsilon$  utilizados para los materiales han sido los siguientes:

Acero: Diagrama bilineal o lineal – parabólico, según los casos. En las figuras correspondientes, viene dibujado el diagrama adoptado en cada ejemplo.

Hormigón: En todos los casos se ha adoptado el diagrama hiperbólico propuesto en la EH-80 en su artículo 43, cuyas expresiones analítica y gráfica mostramos a continuación. Se ha tenido en cuenta la resistencia a tracción, mediante una recta hasta la deformación  $\epsilon_{ct} = 0,0002$ .



$$\frac{\sigma_c}{f_{cd}} = \frac{K \eta - \eta^2}{1 + (K - 2) \eta}$$

$$K = 1,1 \frac{E_{cm}}{f_{cd}} \epsilon_o$$

$$\epsilon_o = -0,0022$$

$$\epsilon_u = -0,0030$$

$$\eta = \frac{\epsilon}{\epsilon_o}$$

Fig. 7

Dado que se ha trabajado en algún caso con magnitudes adimensionales (axiles y momentos reducidos, cuantías mecánicas de armadura, etc.) se ha optado por trabajar con rotaciones, consideradas éstas como el producto de la curvatura por el canto total de la sección. Así pues se han representado diagramas momento-rotación, en lugar de momento-curvatura.

El primer ejemplo consiste en una sección rectangular, pretensada mediante un solo tendón. Si bien corresponde a un caso teórico, este ejemplo permite comparar los resultados procedentes de un cálculo manual (puntos correspondientes a la fisuración y al estado límite último de agotamiento) con los procedentes del cálculo automático. Las características de la sección se encuentran en la figura 8, pudiendo observarse allí que se toman unas dimensiones genéricas  $b$  y  $h$  (fijándose únicamente el canto útil como el 90% del canto total), puesto que se trabaja con magnitudes adimensionales, tales como el momento reducido  $\mu$  y la cuantía mecánica de la armadura activa  $\omega$ . También se trabaja con el grado de pretensado  $K$  de la armadura activa (que, para simplificar, se refiere a la fuerza de neutralización  $p_n$  en lugar de a la fuerza de pretensado  $P$ , definiéndose como  $K = P_n / A_p f_{yd}$ ).

Para este ejemplo, se han realizado dos estudios paramétricos:

- 1.1. Influencia de la cuantía de armadura activa,  $\omega$ , manteniendo constante el grado de pretensado de la misma ( $K = 0,6$ ).

Se han obtenido las curvas de la figura 8.

En ella se observa que, conforme se aumenta la cuantía de armadura  $\omega$ , aumenta el momento de fisuración (y con éste la curvatura de fisuración ligeramente) y el momento último. Por el contrario, disminuye la curvatura última de la sección y, en mayor medida, la ductilidad de la misma (entendida, como la relación entre curvatura o rotación última,  $\phi_u$ , y curvatura o rotación máxima,  $\phi_y$ , para la que la sección tiene un comportamiento prácticamente lineal), obteniéndose roturas cada vez menos dúctiles.

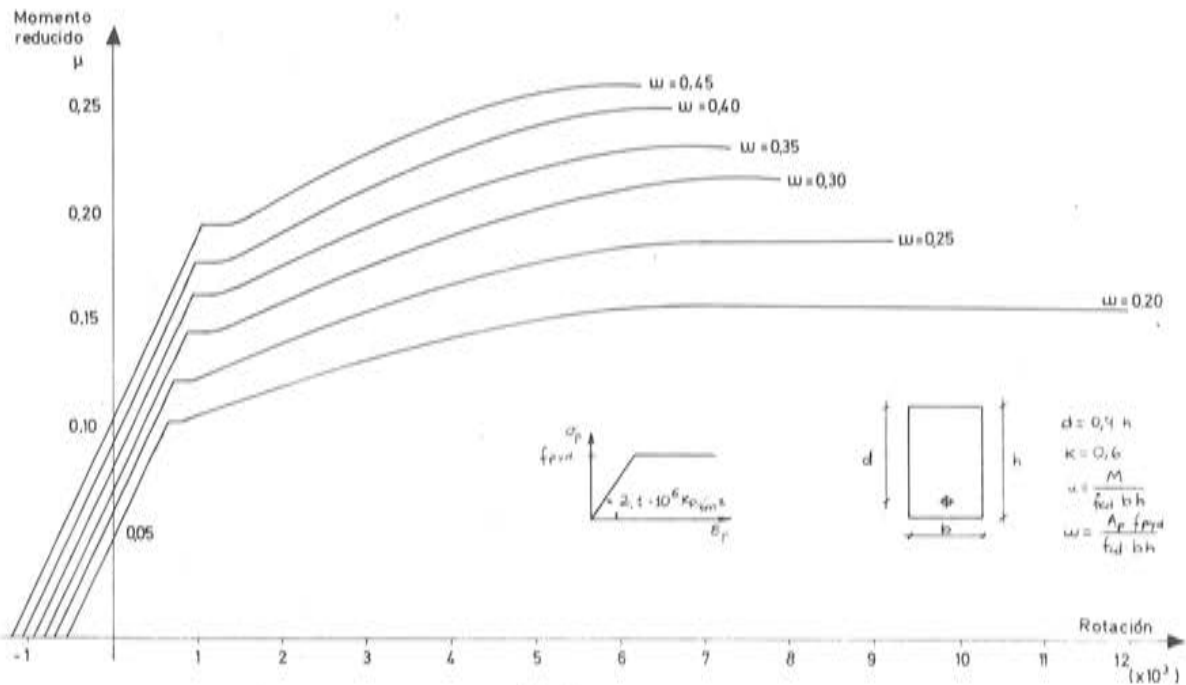


Fig. 8

### 1.2. Influencia del grado de pretensado de la armadura activa, $K$ , manteniendo constante la cuantía mecánica $\omega$ de la misma.

Este estudio se ha realizado para dos cuantías distintas:  $\omega = 0,2$  y  $\omega = 0,3$ . (figuras 9 y 10, respectivamente).

En el primer caso se observa la coincidencia de valores para cualquier  $K$  ( $K \geq 0,1$ ), en el momento último. Efectivamente, debe ser así pues para todos los casos aquí estudiados, en la situación de agotamiento la armadura activa ha alcanzado el límite elástico, haciendo independiente el momento último del valor de la fuerza de pretensado y, por tanto, de  $K$ ; por otra parte, se supone que el diagrama  $\sigma-\epsilon$  del acero es bilineal, presentando un escalón de cedencia perfecto. Lógicamente, para los valores más altos de  $K$  ( $K = 0,5$  y  $0,6$ ) se alcanza antes la plastificación del acero. Las curvaturas últimas decrecen algo al crecer  $K$ .

El momento y la curvatura de fisuración, aumentan también con  $K$  (o, lo que es igual, con  $P_n$ ).

En el caso  $\omega = 0,3$ , la situación es bien distinta, de forma que sólo para  $K = 0,6$  se llega a alcanzar la deformación de límite elástico,  $\epsilon_y$ , en la armadura activa. Por ello, el momento último depende del grado de pretensado, creciendo con éste.

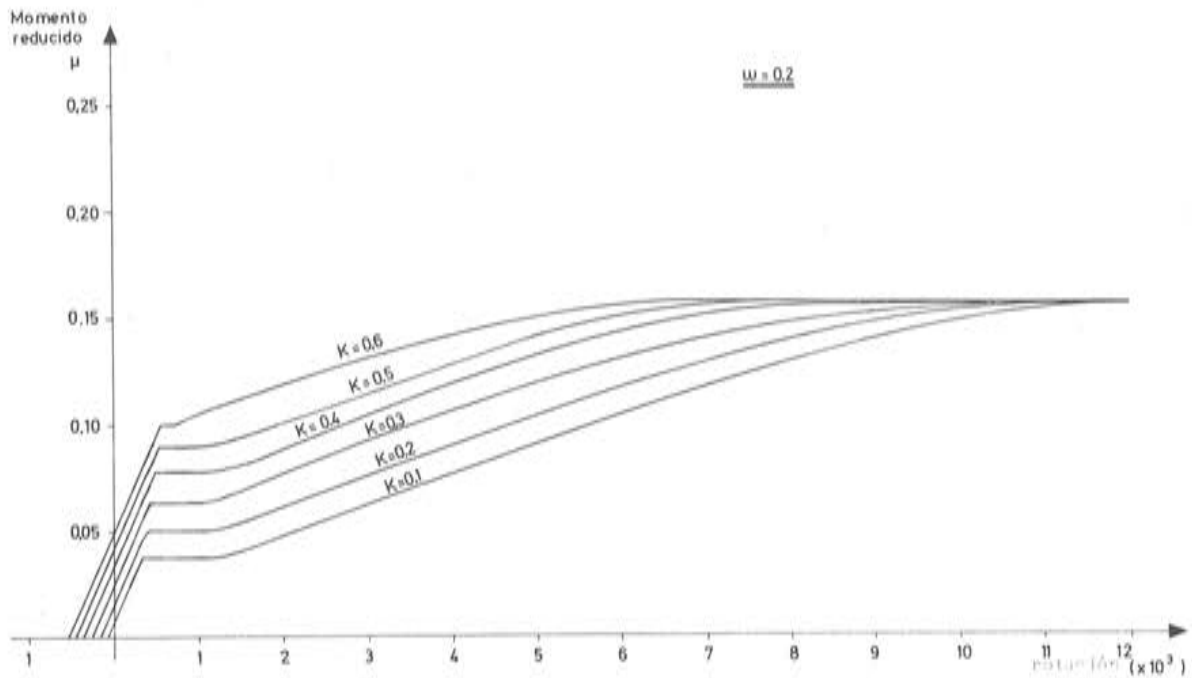


Fig. 9.

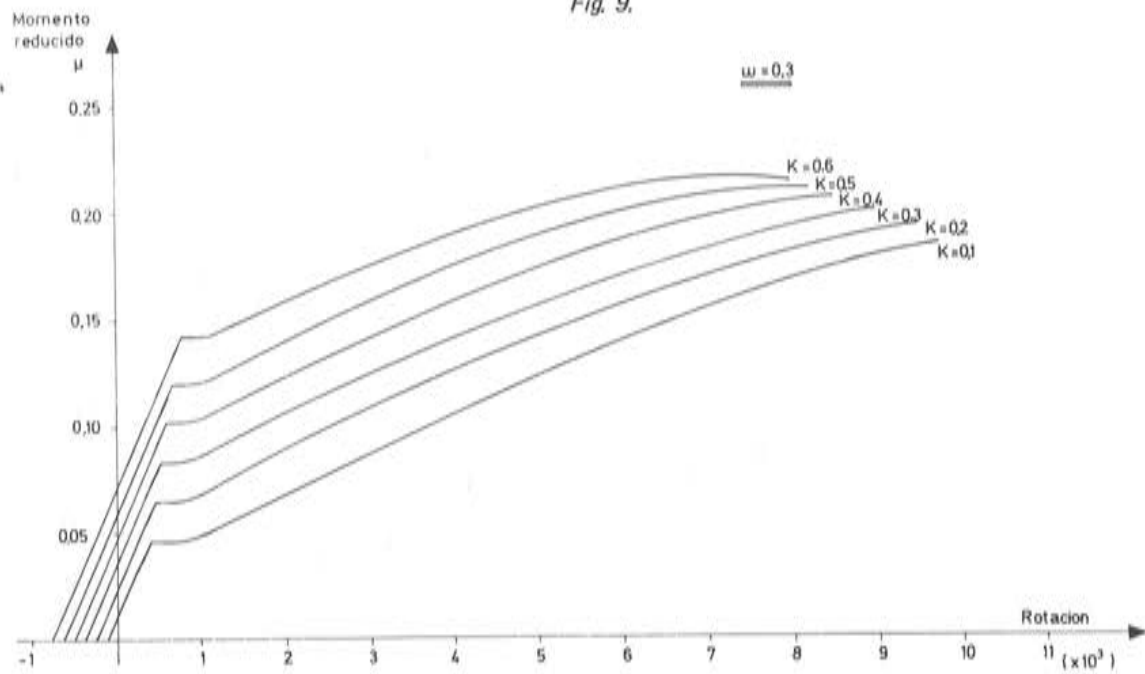


Fig. 10

En relación con la forma de los diagramas M-c obtenidos en los diferentes casos estudiados en este ejemplo, es claramente visible que, en todos ellos, la llamada fase I (sección sin fisurar) es prácticamente una línea recta. A partir de la fisuración y a diferencia de lo que suele ocurrir en secciones de hormigón armado, donde con más o menos claridad se marcan otras dos zonas (las llamadas fase II, hasta plastificación de una o ambos materiales, y fase III, hasta rotura), se obtiene una línea curva continua, hasta el agotamiento, quedando en general bastante difuminada la separación de estas dos últimas fases.



El *segundo ejemplo* consiste en una sección en doble T, simétrica, pretensada mediante un solo tendón. Las características geométricas y mecánicas de la misma, vienen expresadas en la figura 11. En ella viene también representado el diagrama M-c, el cual presenta un cariz muy similar a los obtenidos anteriormente, siendo prácticamente una línea recta la fase correspondiente a sección sin fisurar.

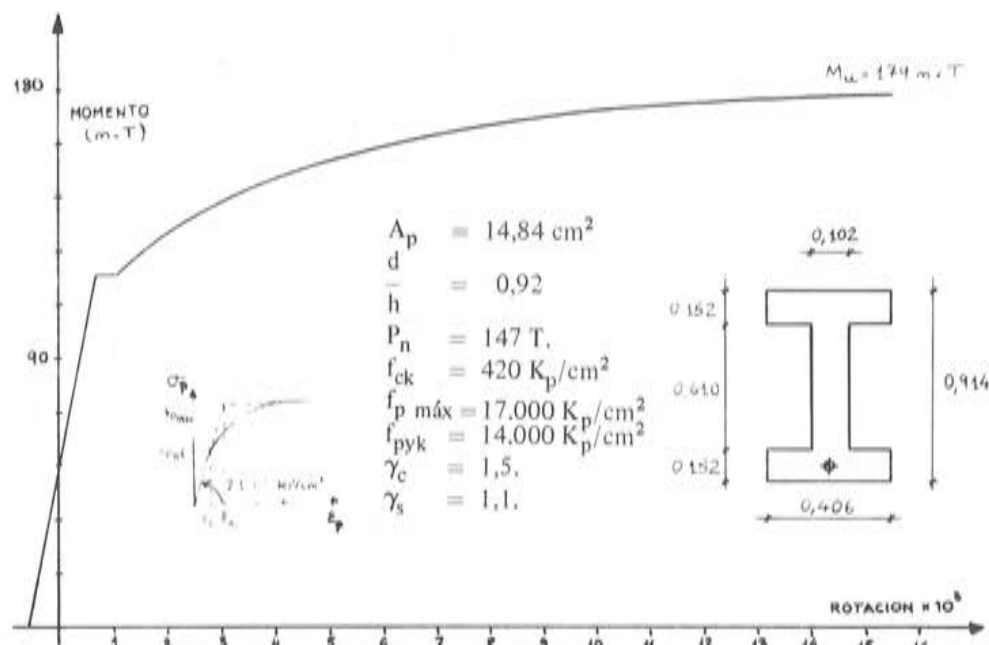


Fig. 11

Dadas las características de la sección, la fibra neutra en el estado límite de agotamiento queda dentro de la cabeza de compresión, obligando a la armadura a deformarse considerablemente; de manera que la situación corresponde a la de armadura infracrítica. Puede observarse que la rotación última alcanza un valor del orden de  $16 \times 10^{-3}$  radianes; el coeficiente de ductilidad, refiriendo las rotaciones al origen del diagrama en que  $M=0$ , es  $\phi_u/\phi_y \approx 10$ .

El *tercer ejemplo* es una sección en cajón, con un pretensado de 15 cordones  $12 \phi 7$ , cuyas características pueden verse en la figura 12. Se trata de un ejemplo un tanto extremo, con una cuantía de armadura activa considerable ( $\omega = 0,43$ ) y un grado de pretensado de la misma, excesivamente fuerte ( $K = 0,84$ ).

Todo ello hace que el momento de fisuración sea muy alto (830 m.T.) en relación al momento último que es de 923 m.T. El acero de pretensado alcanza el límite elástico para un momento de 870 m.T., bastante próximo al de fisuración. Por otra parte, se observa que incluso en la zona que corresponde a sección sin fisurar, cercana al punto de fisuración, se produce una clara incurvación del diagrama, que se debe a la plastificación del hormigón en compresión, puesto que la sección se encuentra fuertemente comprimida por el pretensado (el valor de  $P_n$  es altísimo para esta sección); por lo mismo, para valores pequeños del momento  $M$ , se produce también una incurvación en sentido contrario, del diagrama, llegándose a fisuración en cabeza superior, por efecto del pretensado, incluso para un momento  $M$  positivo; zonas que no han sido recogidas en la figura.

Es evidente que esta sección presenta un bajo nivel de seguridad, debido a la alta relación mencionada entre momentos de fisuración y último, así como a una baja ductilidad.

Finalmente, cabe mencionar aquí que si bien un aumento del grado de pretensado de la armadura activa (combinado con el de la cuantía de la misma) produce una mayor compresión en la sección, también incide en que se alcance antes el límite elástico del acero; lo cual puede compensar, en cierta forma, a lo primero (en función también de la forma del diagrama  $\sigma-\epsilon$  del acero) de cara al tipo real de rotura más o menos dúctil de la sección.

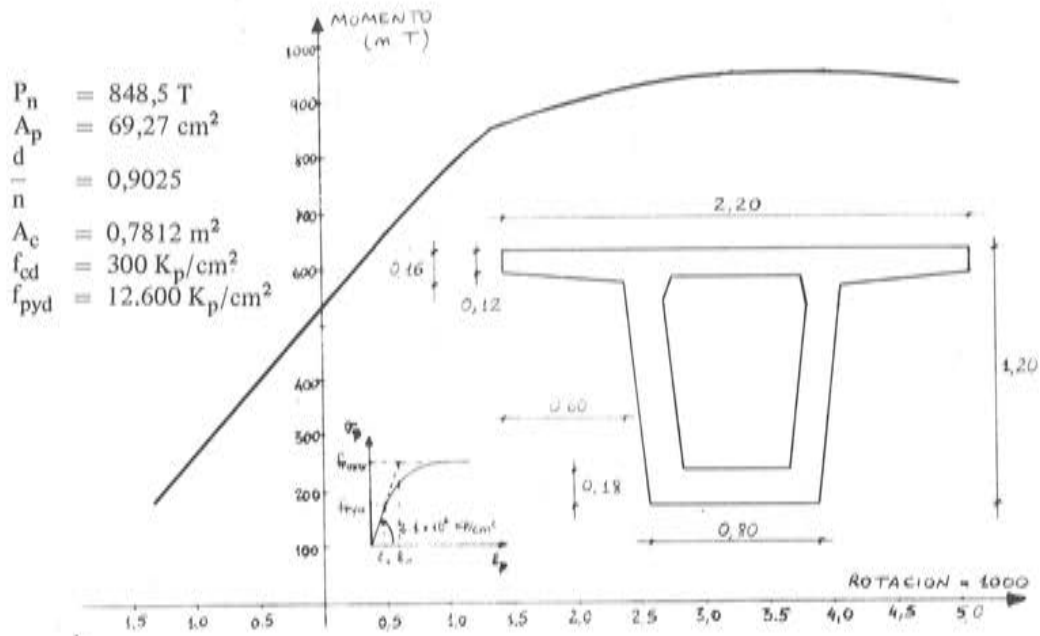


Fig. 12

## CONCLUSIONES

El procedimiento, estudiado más arriba, de obtener el diagrama momento-curvatura (M-c) de una sección de hormigón pretensado a partir del estado de neutralización, es interesante en la medida en que se pueden aplicar para ello (sin más que realizar un cambio de origen en el diagrama  $\sigma-\epsilon$  del acero y modificar algo, en su caso, la deformación última máxima  $\epsilon_{cu}$  del hormigón en compresión) los programas de cálculo de secciones de hormigón armado a flexocompresión, que obtienen diagramas momento-axil-curvatura (M-N-c) o momento curvatura (M-c), para un esfuerzo axil N determinado.

No obstante, lo anterior es algo en cierta medida coyuntural puesto que, de tener que utilizar un programa de cálculo, es prácticamente lo mismo emplear el procedimiento anterior (partiendo de la neutralización, de manera que la resultante de tensiones normales sea precisamente  $p_n$ ) u otro que no tenga nada que ver con la neutralización (obligando, por ejemplo, a que la resultante de tensiones normales en la sección sea nula, ya que el pretensado no supone ninguna sollicitación exterior a la sección conjunta hormigón-acero).

A este respecto, no debe olvidarse que el propio concepto de neutralización apareció para el hormigón pretensado en función de una determinada forma de calcular, propia del hormigón armado.

Así, es ciertamente interesante, por lo cómodo y conocido, utilizar este procedimiento para cálculos manuales, particularmente cuando se supone que la sección en servicio se encuentra fisurada (clase III) y se aplica el modelo de análisis de sección de la "teoría clásica" en hormigón armado. Pero, de todas formas, esto puede llevarse a cabo sin necesidad de introducir el concepto de neutralización. Por otra parte, en hormigón pretensado, a diferencia del armado, es generalmente incorrecta la hipótesis de linealidad de tensiones de compresión en el hormigón en las antedichas condiciones de servicio, ya que se alcanzan valores de las mismas que ya suponen una mayor o menor plastificación, debiendo utilizarse mejor una ley curva, lo que ciertamente complica los cálculos. En relación con lo anterior, recuérdese simplemente que ya para la situación en que la curvatura de la sección es nula ( $c = 0$ ), el hormigón se encuentra sometido a una compresión,  $\sigma_c = p_n / A$ , que puede ser más o menos importante en función del grado de pretensado y de la cuantía de la armadura activa (en el ejemplo 3, esta plastificación se produce incluso antes de la fisuración de la sección, haciéndose patente a través de la incurvación que presenta el diagrama M-c en dicha zona).

Siguiendo con la argumentación anterior, y dentro de una concepción unitaria o conjunta hormigón armado-hormigón pretensado, ocurre que, al contrario de lo acontecido hasta ahora en la línea de tratar de extrapolar al hormigón pretensado las formas de cálculo de hormigón armado, en un futuro, si esta concepción unitaria se impone, el hormigón armado podrá ser tratado como un caso particular del pretensado (con  $P = 0$ ) o, si se quiere del hormigón con armaduras de acero. Y, entre otros, los programas que se desarrollen para obtener diagramas M-c en una situación general de hormigón pretensado, podrán ser directamente aplicables al hormigón armado, como situación particular.

Las conclusiones que se derivan de los resultados de los ejemplos, pueden resumirse de la siguiente manera:

Para un grado de pretensado de la armadura activa determinado, el aumento de la cuantía de la misma conlleva un aumento, tanto del momento de fisuración de la sección como del momento último; pero disminuye la curvatura última y aún más la ductilidad  $\phi_u / \phi_y$ , haciendo más frágil el tipo de rotura de la sección (fig. 8).

Para cuantías pequeñas o normales de armadura activa, que determinen situaciones de armadura infracrítica, el aumento del grado de pretensado supone asimismo un aumento del momento de fisuración; pero el momento último permanece prácticamente constante (dependiendo del tipo de acero, de manera que esto es tanto más cierto cuanto más marcado sea el escalón de cedencia en su diagrama  $\sigma - \epsilon$ ). La curvatura última decrece algo al aumentar K. (Fig. 9).

Para cuantías más altas de armadura activa, que determinen en principio situaciones de armadura supracrítica, el aumento del grado de pretensado, K, conduce asimismo a un crecimiento del momento de fisuración, pero también al del momento último, reduciéndose al mismo tiempo la curvatura última; de forma que se van produciendo roturas de tipo cada vez más frágil. Sin embargo, cuando el grado de pretensado es tal que la situación de armadura supracrítica cambia a infracrítica, se reproducen las tendencias del párrafo anterior (fig 10).

Los resultados de los ejemplos con secciones doble T y en cajón (figuras 11 y 12, respectivamente) avalan también las anteriores conclusiones, mostrando la incidencia del pretensado (fuerzas P o  $P_n$ ) en la mayor o menor plastificación del hormigón en compresión, para situaciones consideradas incluso como de servicio.

## Expresiones analíticas para evaluar la fluencia y retracción de acuerdo con la Instrucción EH-80

F. del Pozo Vindel  
Dr. Ing. de Caminos

La Instrucción EH-80, recientemente publicada, proporciona, en sus artículos 26.8 y 26.9, expresiones que permiten evaluar la variación en el tiempo de las deformaciones en un elemento de hormigón, debidas a los fenómenos de retracción y fluencia, respectivamente.

Aunque las expresiones propuestas varían sustancialmente de las contenidas en la versión precedente de la Instrucción (EH-73), sin embargo presentan el mismo inconveniente que éstas al estar, como aquéllas, basadas en la obtención de los coeficientes de evolución temporal, a partir de los gráficos que aparecen en los comentarios al articulado. El empleo, ampliamente extendido, de pequeños ordenadores con memorias centrales reducidas, para la mecanización de este tipo de cálculos, hacen poco práctico el empleo de este tipo de gráficos por el método tradicional de su almacenamiento en memoria en forma de tablas de valores. La necesidad, por otra parte, de realizar interpolaciones complejas para valores intermedios de las variables contenidas en la tabulación, disminuye drásticamente la precisión de los resultados, a la vez que aumenta los tiempos de proceso. Es por esto que resulta de gran utilidad la confección de expresiones analíticas que permitan la obtención de los coeficientes mencionados, con la mayor precisión posible.

La determinación de expresiones que cumplan esta función, adaptadas a la nueva Instrucción EH-80 y que sustituyan a las propuestas en la Asamblea de la ATEP de 1978 es el objeto del presente trabajo.

Con el fin de evaluar la bondad de las aproximaciones analíticas a los valores de los gráficos, se han determinado, en cada caso, en cincuenta puntos uniformemente distribuidos en el rango de variación de cada variable, los valores obtenidos directamente del gráfico de la Instrucción y los obtenidos de la expresión analítica propuesta. Con estas cincuenta parejas de valores se ha evaluado, por una parte, el coeficiente de correlación,  $r^2$ , y, por otra parte, el porcentaje medio de error cometido respecto a los valores finales, y el error máximo.

Tanto en el caso de la retracción como en el de la fluencia, el método propuesto por la Instrucción parte de los parámetros  $\epsilon_{01}$ ,  $\varphi_{01}$  y  $\alpha$ , definidos en las tablas 26.8.1 y 26.8.2 en función de la humedad relativa aproximada en que se encuentre la pieza, de la siguiente forma:

<i>Ambiente</i>	<i>Humedad Relativa %</i>	$\epsilon_{01}$	$\varphi_{01}$	$\alpha$
En el agua	100	$10 \cdot 10^{-5}$	0,8	30
En atmósfera muy húmeda	90	$-13 \cdot 10^{-5}$	1,0	5
En ambiente medio	70	$-32 \cdot 10^{-5}$	2,0	1,5
En atmósfera seca	40	$-52 \cdot 10^{-5}$	3,0	1,0

El parámetro  $\alpha$  permite la evaluación del espesor ficticio de pieza  $e$  mediante la siguiente expresión:

$$e = \alpha \frac{2A}{u} \text{ (cm)}$$

donde:

$A$  = Área de la sección transversal del elemento ( $\text{cm}^2$ ).

$u$  = Perímetro de la sección transversal en contacto con la atmósfera. (cm).

Por otra parte, el tiempo  $t$  para el que se evalúa cualquiera de los fenómenos, viene dado por la siguiente expresión:

$$t = \Sigma K \cdot \frac{T + 10}{30} \text{ (días)}$$

donde:

$K$  = Número de días durante los cuales el endurecimiento se efectúa a una temperatura media diaria de  $T$  grados centígrados.

En función de los anteriores parámetros, el valor de la deformación, a la edad de  $t$  días, debida a retracción, en una pieza de hormigón armado viene dada por:

$$\epsilon_t = \epsilon_{01} \epsilon_{02} (\beta_t - \beta_j) \frac{1}{1 + n\rho}$$

donde:

$n$  = Coeficiente de equivalencia =  $\frac{E_s}{E_c}$

$\rho$  = Cuantía geométrica de armadura =  $\frac{A_s}{A_c}$

$j$  = Edad de la pieza cuando empieza a ser efectiva la influencia de la retracción.

El valor del coeficiente  $\epsilon_{02}$ , se obtiene del gráfico 26.8.1, en función del espesor ficticio. Para dicho valor se propone la siguiente expresión analítica:

$$\epsilon_{02} = \left( \frac{2,0}{e^{0,7}} + 0,65 \right) \left( 1 - \frac{250}{e^5} \right)$$

En la figura 1 se han representado conjuntamente, para su comparación, la curva de la Instrucción y la obtenida mediante la expresión analítica. Los parámetros del ajuste son:

$$\begin{aligned} r^2 &= 0,9979 \\ \text{error máximo} &= 1,1\% \\ \text{error medio} &= 0,5\% \end{aligned}$$

El valor de los coeficientes  $\beta_t$  y  $\beta_j$ , que reflejan la evolución de la retracción en el tiempo, se obtienen del gráfico 26.8.2, para el que se propone la siguiente expresión analítica:

$$\beta_t = \frac{t^{0,875}}{t^{0,875} + R_1}$$

donde:

$$R_1 = 1,50 e^{R_2}$$

y:

$$R_2 = 1,34 \left( 1 - \frac{t}{60.000} \right) \left( 1 - \frac{0,9}{t^2} \right)$$

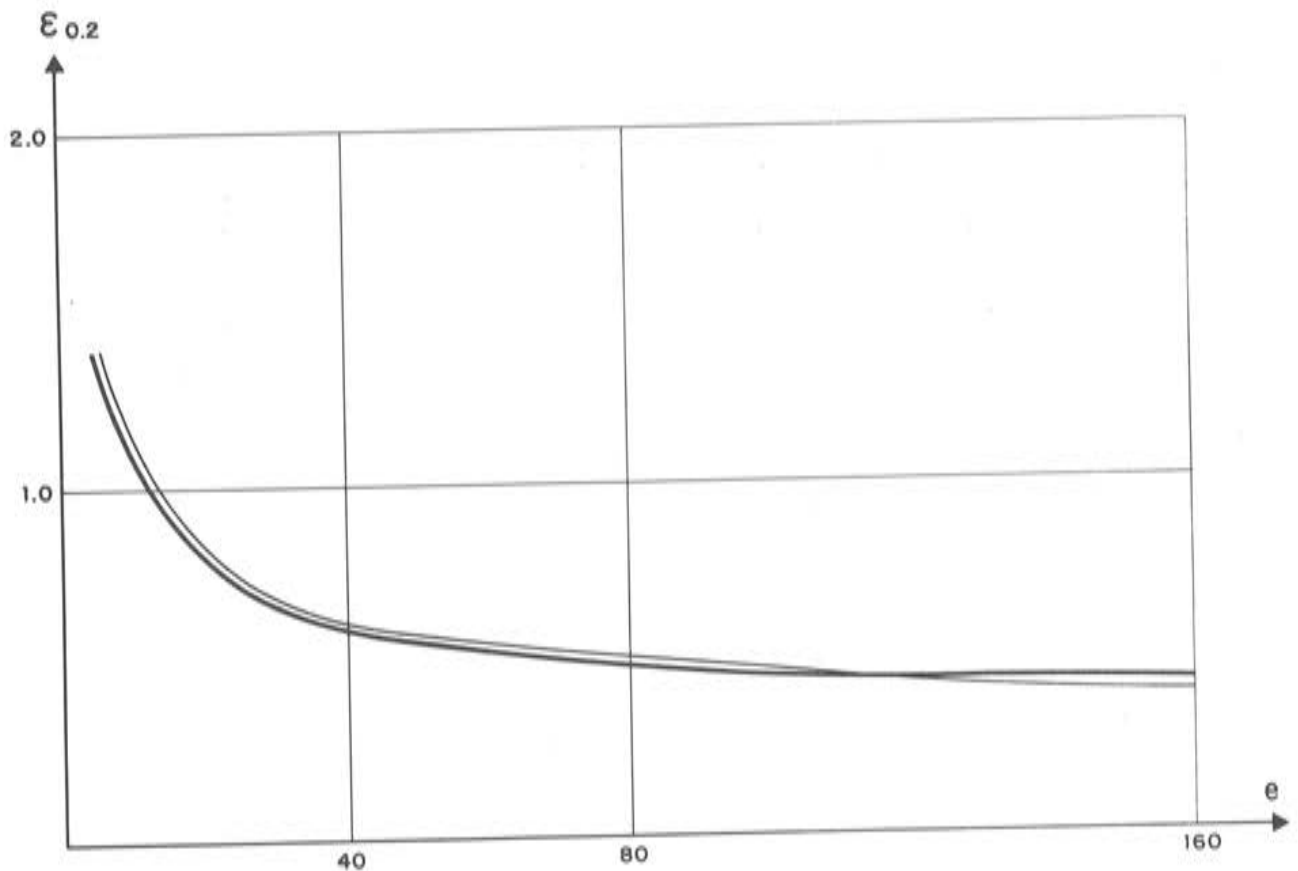


Fig. 1



En la figura 2 se ha representado la comparación de ambas familias de curvas, cuyos parámetros de ajuste son los siguientes:

$$r^2 = 0,9947$$

$$\text{error máximo} = 5,2\%$$

$$\text{erro medio} = 1,8\%$$

Por otra parte, el valor de la deformación diferida por la fluencia, en el instante  $t$ , de un elemento de hormigón, viene dado, de acuerdo con la Instrucción EH-80, por la siguiente expresión:

$$e_t = \varphi_{t,j} \frac{\sigma}{E_c}$$

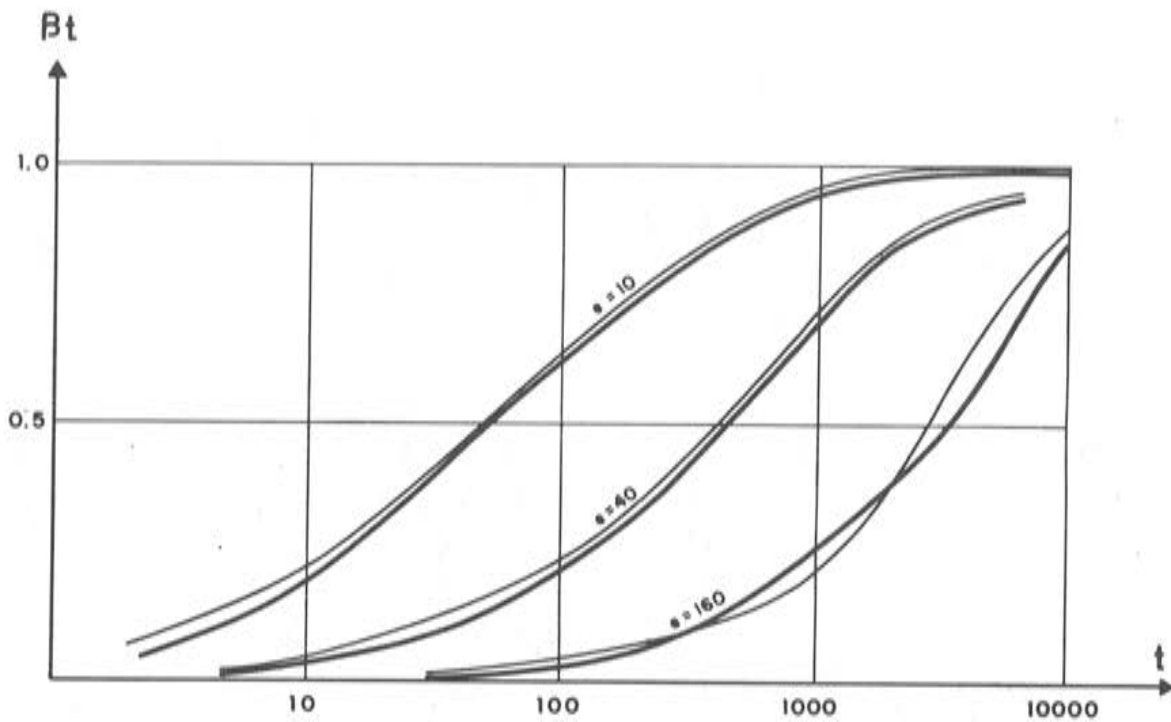


Fig. 2

donde:

$\sigma$  = Tensión constantemente aplicada.

$E_c$  = Módulo de deformación del hormigón, a 28 días de edad.

$t$  = Instante en el que se evalúa la fluencia.

$j$  = Edad de la puesta en carga del hormigón.

El coeficiente  $\varphi_{t,j}$  se evalúa mediante la siguiente expresión:

$$\varphi_{t,j} = 0,8 \left( 1 - \frac{f_j}{f_{\infty}} \right) + \varphi_{01} \varphi_{02} (\beta_t - \beta_j) + 0,4 \beta_{t-j}^2$$

El valor del coeficiente  $\frac{f_j}{f_{\infty}}$ , se obtiene del gráfico 26.9.1; y para su evaluación analítica se propone la siguiente expresión:

$$\frac{f_j}{f_{\infty}} = \frac{j^{0,75}}{j^{0,75} + 5,5}$$

En la figura 3 se representan, conjuntamente, los valores dados por la Instrucción y los obtenidos mediante la expresión anterior, cuyos parámetros de ajuste son los siguientes:

$$\begin{aligned} r^2 &= 0,9983 \\ \text{error máximo} &= 0,9\% \\ \text{error medio} &= 0,4\% \end{aligned}$$

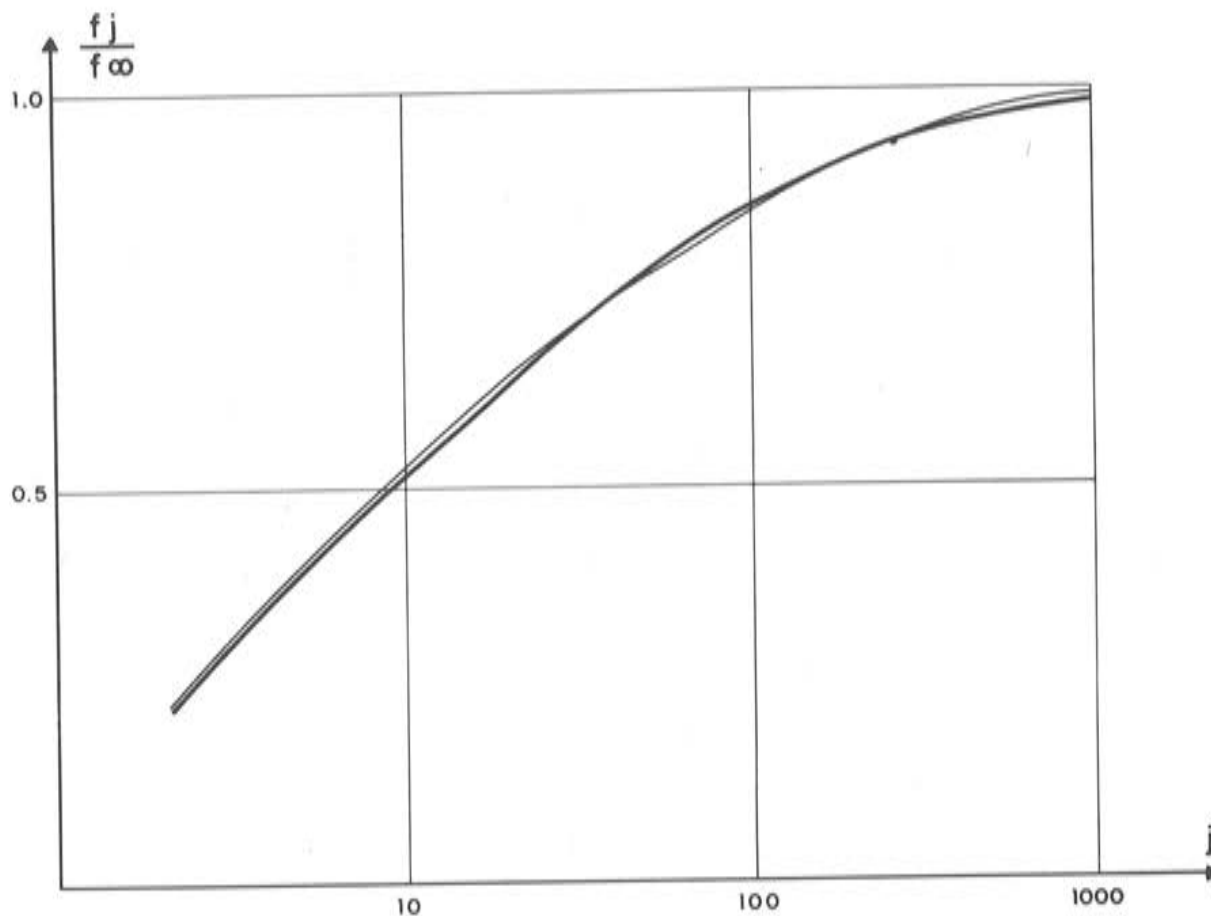


Fig. 3

El valor del coeficiente  $\varphi_{02}$ , en función del espesor ficticio de la pieza, se obtiene del gráfico 26.9.2 de la Instrucción. Para su evaluación analítica se propone la siguiente expresión:

$$\varphi_{02} = \left( \frac{1,35}{e^{0,3}} + 1 \right) \left( 1 - 0,13 \frac{e^3}{e^3 + 200.000} \right)$$

cuyos parámetros de ajuste son:

$$\begin{aligned} r^2 &= 0,9973 \\ \text{error máximo} &= 1,3\% \\ \text{error medio} &= 0,6\% \end{aligned}$$

y que ha sido representada, para su comparación, junto con los valores de la EH-80, en la figura 4.

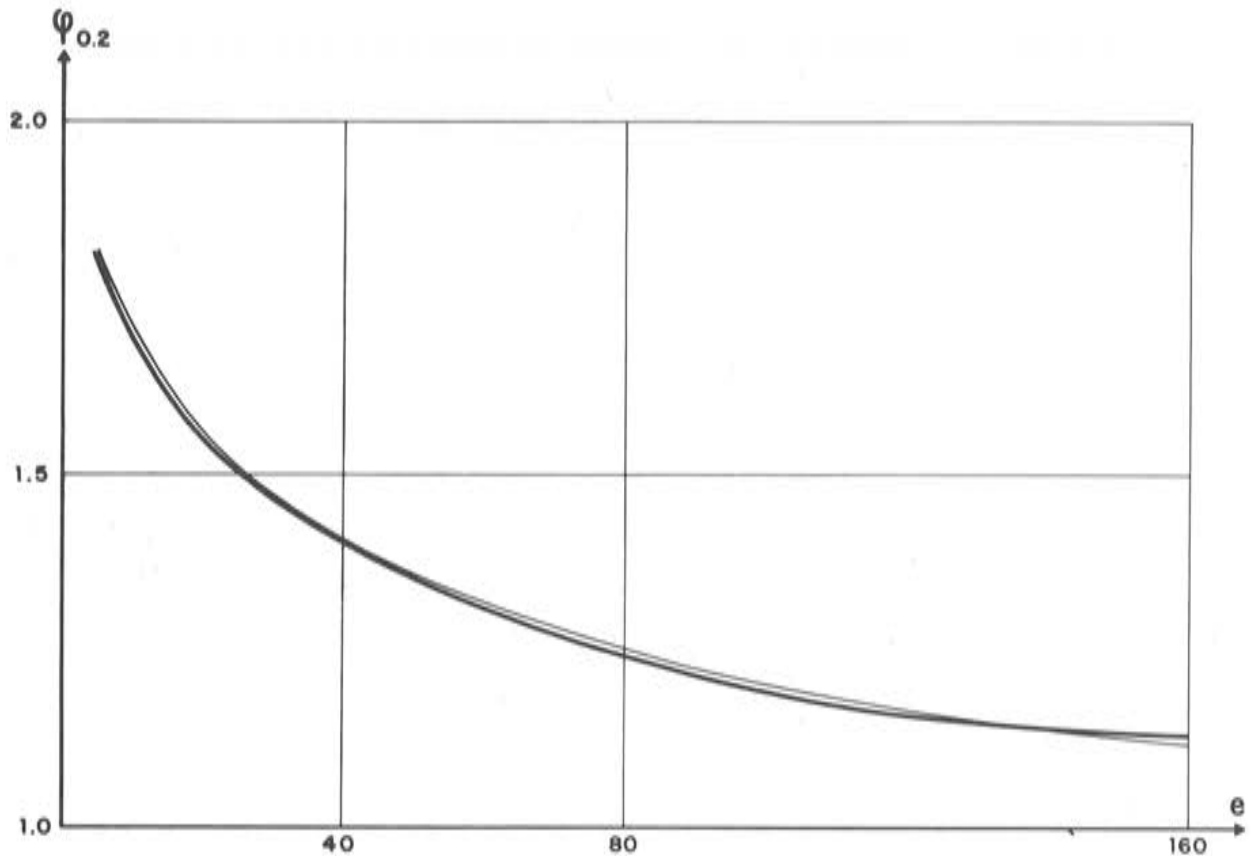


Fig. 4

Los coeficientes  $\beta_t$  y  $\beta_j$  reflejan la evolución temporal de la deformación plástica diferida y se pueden obtener del gráfico 26.9.3 de la Instrucción. Las expresiones propuestas, en este caso, para la evaluación analítica de dichos coeficientes son las siguientes:

$$\beta_t = \left[ \frac{t^{F_1}}{t^{F_1} + 21,5} \left( 1 + \frac{e^{1,7}}{26.600} \right) + \frac{4 t^3}{t^5 + 2.430} \right]^{F_2}$$

donde:

$$F_1 = 1 - 0,12 e^{0,3}$$

$$F_2 = \frac{10^{11}}{t^3 + 10^{11}}$$

Los parámetros representativos del ajuste de esta familia de curvas, cuya representación comparativa se realiza en la figura 5, son los siguientes:

$$\begin{aligned} r^2 &= 0,9953 \\ \text{error máximo} &= 4,2\% \\ \text{error medio} &= 1,7\% \end{aligned}$$

Finalmente, el coeficiente  $\beta_{t-j}^*$ , que refleja la variación de la deformación elástica diferida en función de la duración  $(t-j)$  del efecto de la fluencia, puede obtenerse del gráfico 26.9.4 de la Instrucción. En este caso, la expresión analítica propuesta es la siguiente:

$$\beta_{t-j}^* = \frac{(t-j) + 10}{(t-j) + 40} - \frac{9 \cdot 10^5 (t-j)^3}{(t-j)^6 + (t-j)^3 \cdot 10^7 + 10^{11}}$$

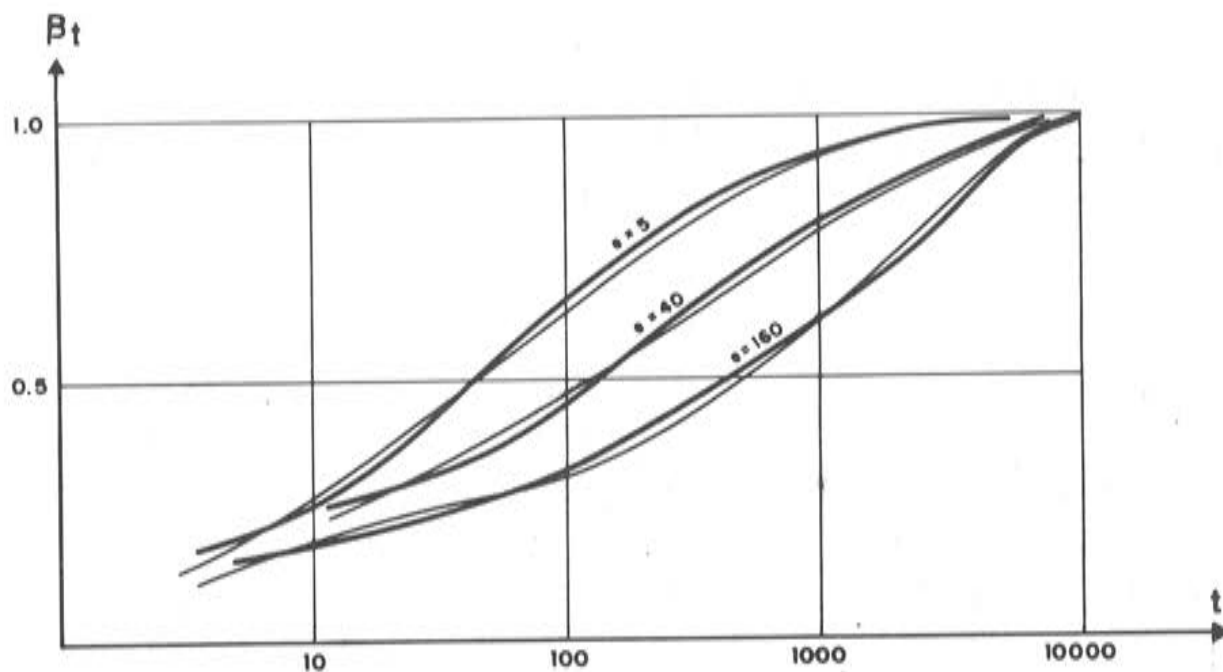


Fig. 5

En la figura 6 se han representado conjuntamente, para su comparación, la curva de la Instrucción y la obtenida mediante la expresión analítica propuesta, cuyos parámetros de ajuste son los siguientes:

$$r^2 = 0,9990$$

$$\text{error máximo} = 1,8\%$$

$$\text{error medio} = 0,9\%$$

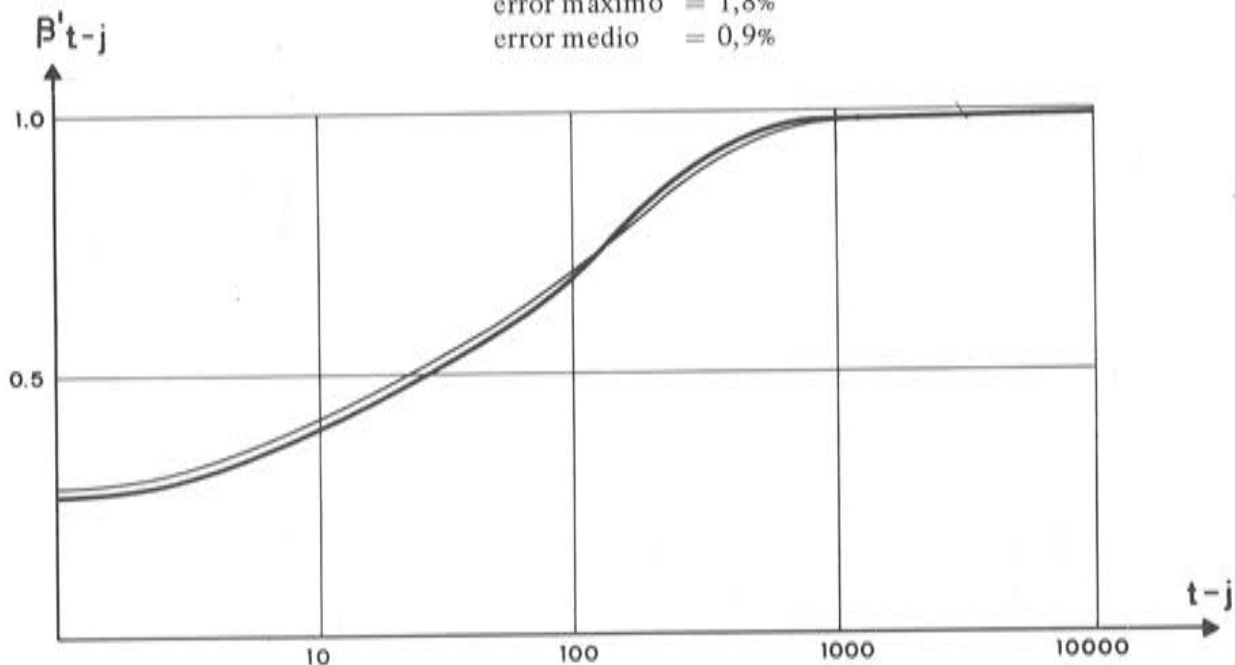


Fig. 6.

La aproximación que se obtiene mediante el empleo de las expresiones analíticas anteriormente expuestas, se considera satisfactoria; pues ha de tenerse en cuenta que la precisión que se obtiene en este tipo de cálculos depende, en mucha mayor medida, de las hipótesis básicas en cuanto a características de los materiales y ambientales, que de las expresiones empleadas en el cálculo.

## PUBLICACION ESPECIAL DE LA A. T. E. P.

### **Manual H.P. 5-79 "Recomendaciones para la disposición y colocación de Armaduras"**

Como continuación de la serie de Manuales que, desde hace años, viene editando la Asociación Técnica Española del Pretensado, y en los que se recogen las recomendaciones relativas a las diferentes etapas del proceso general de ejecución de las construcciones pretensadas, se publica ahora el Manual H.P. 5-79 en el que, bajo el título "Recomendaciones para la disposición y colocación de armaduras", se han recopilado todas aquellas normas que la práctica ha demostrado deben tenerse en cuenta para obtener una adecuada disposición de las armaduras en los elementos pretensados, tanto si se trata de armaduras pretensas como postesas, incluyéndose así mismo las armaduras pasivas que suelen acompañar a las activas.

Por la íntima relación existente entre tales armaduras y otra serie de dispositivos y piezas tales como los anclajes, empalmes, vainas, separadores, etc., se recogen también en este Manual las recomendaciones correspondientes a su colocación.

En todos los casos, se tratan por separado las fases de proyecto, ejecución y control.

El interés del tema elegido resulta evidente si se tiene en cuenta que el estado tensional creado por las armaduras activas en todo elemento pretensado, debe ser tal que permita a éste cumplir, con las necesarias garantías de seguridad y durabilidad, la función a que va destinado. Y como dicho estado tensional depende, no sólo de la magnitud sino también del punto de aplicación de la resultante de las fuerzas de pretensado introducidas, se comprende que la disposición de las armaduras en este tipo de piezas adquiere una importancia primordial; por lo que su colocación debe ser cuidadosamente realizada en obra.

A la consecución de este objetivo se estima que habrán de contribuir, de modo importante, las recomendaciones del Manual que ahora se ofrece y que se espera tendrá la misma favorable acogida que los anteriores de la serie, no sólo entre los Miembros de nuestra Asociación, sino también entre cuantos profesionales desarrollan sus actividades en el campo de la técnica del pretensado.

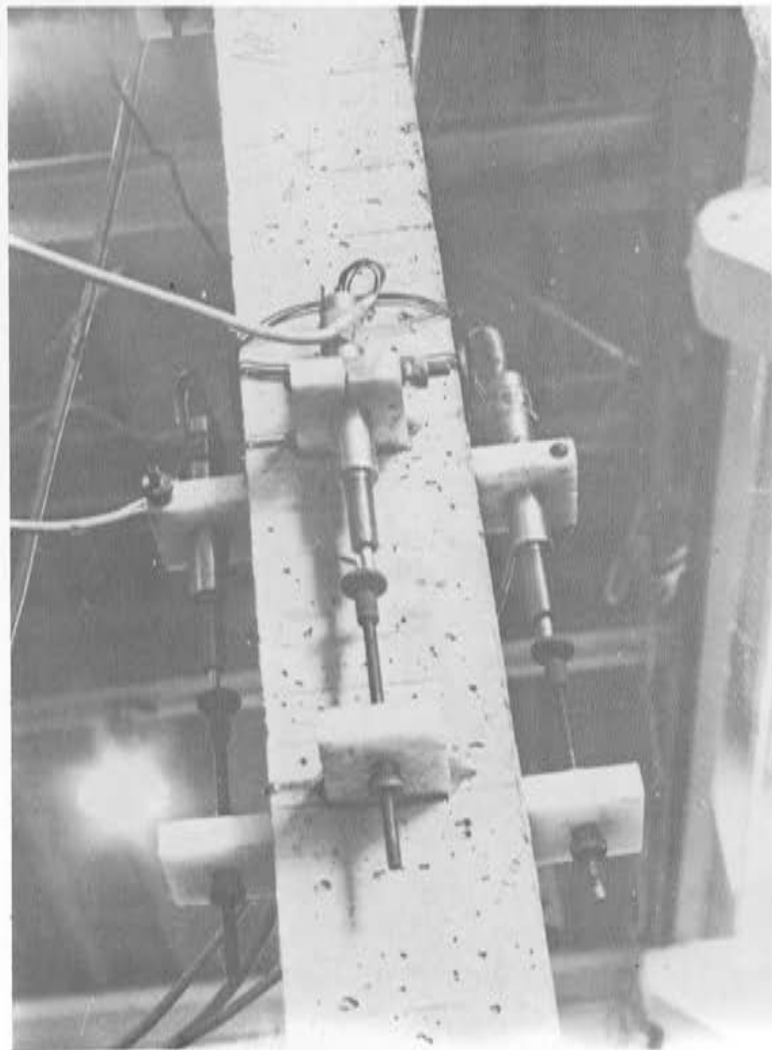
Este Manual H.P. 5-79, con 87 páginas y varias figuras, se ha puesto a la venta al precio de 300,- ptas. el ejemplar (6,- dólares USA para el extranjero). Para los Miembros de la A.T.E.P. se ha establecido el precio especial de 200,- pesetas (4,- dólares USA para el extranjero).

Los interesados en su adquisición deberán dirigir sus pedidos a la Secretaría de la Asociación Técnica Española del Pretensado, Apartado 19.002, Madrid-33, Tfno: 202 04 40.

# INTEMAC



INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES



Detalle de montaje de  
captadores inductivos de desplazamientos  
para un ensayo a compresión de  
pilar de hormigón armado.

## MADRID

**Oficinas:**  
Monte Esquinza, 30 · 4º D  
MADRID-4  
Tels. (91) 410 51 58/62/66

**Laboratorio:**  
Carretera de Loeches, 7  
TORREJON DE ARDOZ  
Tels. (91) 675 31 00/04/08

## BARCELONA

Pasaje Busquets, 37  
CORNELLA DE LLOBREGAT  
Tels. (93) 377 43 58/62





**asociación técnica  
española del pretensado**