

# hormigón

## *y ACERO*

*nº 149*

ASOCIACION TÉCNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO.

DECLARADA DE UTILIDAD PÚBLICA CON FECHA 4-3-77

INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO.

COSTILLARES (CHAMARTIN), MADRID-33.

## MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de "Miembro Protector", a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de "Miembros Protectores" los que a continuación se indican, citados por orden alfabético.

AGRUPACION DE FABRICANTES DE CEMENTO DE ESPAÑA.— Velázquez, 23. Madrid-1.  
ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).— Orense, 10. Madrid-20.  
CAMARA, S.A.— Av. de Santander, s/n. Valladolid.  
CAMINOS, EDIFICIOS Y OBRAS, S.A.— J. Lázaro Galdiano, 4. Madrid-16.  
CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.A.— Grijalba, 9. Madrid-6.  
CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE O.P. CENTRO BIBLIOGRAFICO.— Alfonso XII, 3. Madrid-7.  
CENTRO DE TRABAJOS TECNICOS, S.A.— Aribau, 185. Barcelona-21.  
DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.— Avda. de América, 24. Madrid-2.  
ELABORADOS METALICOS, S.A.— Apartado 553, La Coruña.  
ENTRECANALES Y TAVORA, S.A.— Biblioteca, Juan de Mena, 8, Madrid-14.  
FOMENTO DE OBRAS Y CONSTRUCCIONES, S.A.— Balmes, 36. Barcelona-7.  
FORJADOS DOMO.— Hermosilla, 64. Madrid-1.  
FREYSSINET, S.A.— General Perón, 24. Madrid-20.  
HEREDIA Y MORENO, S.A.— Princesa, 3. Madrid-3.  
HIDROELECTRICA DE CATALUÑA, S.A.— Archs, 10. Barcelona-2.  
HORMIGONES GERONA, S.A.— Lorenzana, 45. Gerona.  
IBERINSA.— Príncipe de Vergara, 43. Madrid-1.  
INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.— Portal de Gamarra, 46. Vitoria.  
INGENIERO JEFE DE LA SECCION DE PUENTES Y ESTRUCTURAS.— Ministerio de O.P. y Urbanismo. Dirección General de Carreteras. Madrid-3.  
INTECSA.— Orense, 70. Madrid-20.  
INTEMAC.— Monte Esquinza, 30. Madrid-4.  
JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA.— Príncipe de Vergara, 103. Madrid-6.  
LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES.— Alfonso XII, 3. Madrid-7.  
NUEVA MONTAÑA QUIJANO, S.A.— Fábrica de Forjas de Buelna. LOS CORRALES DE BUELNA (Santander).  
PACADAR, S.A.— Hermosilla, 57. Madrid-1.  
PRELOAD SISTEMAS, S.A.— Paseo de la Castellana, 140. Madrid-16.  
PRENSOLAND, S.A.— Calle Industria, s/n. SAN MARTIN DE CENTELLAS (Barcelona).  
PRETENSADOS DEL LOURO, S.L.— Atios. PORRIÑO (Pontevedra).  
PROMONAL.— Poeta Artola, 12. Valencia-21.  
S.A.E. BBR.— Polígono Industrial Barcelonés. Calle Carrero Blanco, s/n. ABRERA (Barcelona).  
S.A. ECHEVARRIA.— Apartado 46. Bilbao-8.  
TECNICAS DEL PRETENSADO, S.A. (TECPRESA).— Velázquez, 105. Madrid-6.  
TRANSFORMADOS METALICOS DEL MEDITERRANEO.— Carretera Valencia-Barcelona. km. 64,1. CASTELLON DE LA PLANA.  
TRENZAS Y CABLES DE ACERO, S.A.— Monturiol, 5. SANTA MARIA DE BARBARA (Barcelona).

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las empresas citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.

## MIEMBRO CORRESPONDIENTE

ASOCIACION BOLIVIANA DEL PRETENSADO.—LA PAZ (Bolivia)





# **JORNADAS sobre TECNICAS DEL HORMIGON ARMADO Y PRETENSADO EN CENTRALES NUCLEARES**

**TECNICAS DEL HORMIGON  
ARMADO Y PRETENSADO EN  
CENTRALES NUCLEARES**

**EDITADO POR:**



**asociación técnica  
española del pretensado**

**Precio del ejemplar: 3.000 ptas.**

# *hormigón y acero*

*n. 149*

4º trimestre, 1983

## CUOTAS ANUALES

CATEGORIAS	ESPAÑA	EXTRANJERO
Miembros "Personales" (personas naturales) .....	2.000,— ptas.	40,— dólares
Miembros "Colectivos" (personas jurídicas) .....	5.000,— ptas.	100,— dólares
Miembros "Protectores" (personas naturales o jurídicas que deseen prestar una ayuda económica especial a la A.T.E.P.) .....	10.000,— ptas.	200,— dólares

Ni la Asociación ni el Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, se hacen responsables del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocinen su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

APARTADO 19.002 - COSTILLARES - CHAMARTIN - MADRID - 33





PREFABRICACION LIGERA Y PESADA/.

**ALVISA**

PREFABRICADOS ALBAJAR

**PUENTES - NAVES INDUSTRIALES - FORJADOS  
BOVEDILLAS - LADRILLOS - TEJAS - TUBOS DRENAJE**



**HUESCA:**

Oficina Comercial y Fábrica: P.<sup>o</sup> Lucas Mallada, s/n - Teléfono 22 39 00 - HUESCA

Oficina y Fábrica: Ctra. de Lérida, s/n - Teléfono 40 07 80 - MONZON

Oficina y Fábrica: Ctra. de Huesca - Teléfono 39 00 41 - GRAÑEN

**MADRID**

Oficina Comercial: Orense, 10, 1.<sup>o</sup> - Teléfonos 455 05 35 - 6 - 7 - MADRID-10

Oficina y Fábrica: Ctra. Torrejón a Loeches, Km 4,200 - Teléfonos 675 04 50 - 4- 8 -  
TORREJON DE ARDOZ

Oficinas y Fábrica: Ctra. de Toledo, Km 7,300 - Teléfono 688 27 72 - LEGANES

**ZARAGOZA**

Oficina Comercial: P.<sup>o</sup> de la Constitución, 31 - Teléfonos 23 75 02 - 3 - ZARAGOZA-1

**Comité de Redacción  
de la Revista  
Hormigón y Acero**

ARENAS, Juan José  
AROCA, Ricardo  
BARREDO, Carlos  
CUVILLO, Ramón del  
CHUECA, Rafael  
ELICES, Manuel  
FERNANDEZ TROYANO, Leonardo  
FERNANDEZ VILLALTA, Manuel  
FISAC, Miguel  
JODAR, Juan  
JULIA, Manuel  
LLOMBART, José Antonio  
MANTEROLA, Francisco Javier  
MONEO, Mariano  
MORENO TORRES, Juan  
PIÑEIRO, Rafael  
ROMERO, Rafael  
SANCHEZ CASTRO, Carlos  
SANCHEZ GALVEZ, Vicente

# hormigón y acero

**n. 149**

## índice

	<u>Pág.</u>
<b>457-0-83</b>	
<b>Dimensionamiento de soportes esbeltos de hormigón armado. 3ª Parte. Fórmulas de dimensionamiento. . . . .</b>	<b>9</b>
Dimensionnement des supports élancés en béton armé. 3ème Partie. Formules de dimensionnement.	
Design of slender supports of reinforced concrete. Part 3. Design formulae.	
<i>Hugo Corres y Francisco Morán.</i>	
<b>457-0-86</b>	
<b>Estudio de una pila esbelta en ménsula de hormigón armado, con sección y armadura variables a lo largo de su altura, solicitada por acciones contenidas en uno o en sus dos planos principales. . . . .</b>	<b>15</b>
Etude d'une pile élancée en console en béton armé à section et ferrailage variables dans leur hauteur, sollicitée par des actions renfermées dans un ou deux de leurs plans principaux.	
Study of a reinforced concrete slender overhanging pier, with variable section and reinforcement along its length, with loadings on one or its two main planes.	
<i>J.J. Arenas y L.M. Villegas.</i>	

		Pág.
457-0-87	<b>Elementos de contorno adaptables. . . . .</b> Eléments de contour adaptables. Adaptable boundary elements. <i>E. Alarcón,</i>	47
457-8-92	<b>Recomendaciones para hormigones es- tructurales de áridos ligeros. Comisión de Materiales del Comité Español del C.E.B. .</b> Recommandations pour les bétons structuraux à granulats légers. Commission des Matériaux du Comité Espagnol du C.E.B. Recommendations for structural lightweight- aggregate concretes. Materials commission of C.E.B. Spanish Committee. <i>Javier Alonso y A. Delibes,</i>	59
591-0-27	<b>Generación automática de malla triangu- lar de elementos finitos.</b> Génération automatique de maille triangulaire d'éléments finis. Automatic generation of triangular mesh in fi- nite elements. <i>A. Recuero y J.P. Gutiérrez,</i>	85
591-2-176	<b>El puente internacional sobre el río Iguazú. . . . .</b> Le pont international sur l'Iguazú. International bridge over the Iguazú river. <i>Oswaldo R. Caracciolo,</i> <i>Jorge Federico J. Solari,</i>	107
591-9-39	<b>El postesado y el arte. Monumento en Jeddah . . . . .</b> La postcontrainte et l'art. Monument à Jeddah. Post-tensioning and art. Jeddah monument. <i>Ramón Martí Aixelá y J. Ripoll,</i>	123
685-0-13	<b>Relación entre la temperatura ambiente y la temperatura del hormigón fresco: Hormigonado en tiempo frío y caluroso.</b> Rapport entre la température ambiente et celle du béton frais: Bétonnage en temps froid et chaud. Relations between ambient air and freshly mixed concrete temperatures: in cold and warm time concreting. <i>J. Fernández Gómez y A. Delibes,</i>	129



**RELACION DE EMPRESAS QUE EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO,  
FIGURAN INSCRITAS EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO,  
COMO "MIEMBROS COLECTIVOS"**

**ESPAÑA**

ACEROS Y TECNOLOGIA PARA LA CONSTRUCCION (ATECSA).— Madrid.  
AGROMAN, S.A.— Madrid.  
ALBISA, S.A.— Algeciras (Cádiz).  
ARIDOS LIGEROS, S.A.— Madrid.  
AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.— Barcelona.  
AUXINI, S.A.— Madrid.  
AZMA, S.A.— Madrid.  
BIGUETES, S.L.— Elche (Alicante).  
BUTSEMS, S.A.— Madrid.  
CAMARA OFICIAL DE COMERCIO, INDUSTRIA Y NAVEGACION.— Barcelona.  
CASTRO HERMANOS, S.L.— Mislata (Valencia).  
CASTRO MATELO, V., S.A.— Sigueiro (La Coruña).  
CATEDRA DE CONSTRUCCION II DE LA ESCUELA TECNICA DE INGENIEROS  
AGRONOMOS.— Córdoba.  
CEMENTOS MOLINS, S.A.— Sant Vicenc dels Horts (Barcelona).  
CIMENTACIONES ESPECIALES, S.A.— Madrid.  
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS CANALES Y PUERTOS.— Madrid.  
COLEGIO DE INGENIEROS TECNICOS DE OBRAS PUBLICAS.— Madrid.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES.— La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.— Gerona.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE ARAGON. SECCION BIBLIOTECA.— Za-  
ragoza.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CANARIAS. DEPARTAMENTO LABORA-  
TORIOS. Sta. Cruz de Tenerife.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CATALUÑA.— Barcelona.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE MADRID. BIBLIOTECA.— Madrid.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.— Bilbao.  
COLEGIO OFICIAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.— Málaga.  
CONFEDERACION HIDROGRAFICA DEL GUADALQUIVIR. BIBLIOTECA.— Sevilla.  
CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.— Madrid.  
CONTROLEX.— Alicante.  
COTESA, COLOCACIONES TECNICAS, S.A.— Barcelona.  
CUBIERTAS M.Z.O.V., S.A.— Barcelona.  
CUBIERTAS M.Z.O.V., S.A.— Madrid.  
CUMBRE MODULAR, S.A.— Barcelona.  
DEPARTAMENTO DE TEORIA DE ESTRUCTURAS. ESCUELA TECNICA SUPERIOR  
INGENIEROS INDUSTRIALES. UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA.— Zaragoza.  
DIRECCION DE INFRAESTRUCTURA DEL MANDO SUPERIOR DE APOYO LOGIS-  
TICO DEL EJERCITO. MINISTERIO DEL EJERCITO.— Madrid.  
DITECO, S.L.— Valencia.  
DIVISION DE PLANTEAMIENTO Y PROYECTOS. CENTRO DE ESTUDIO Y APOYO  
TECNICO.— Valladolid.  
ELABORADOS DE HORMIGON, S.A.— Burgos.

ELEMENTOS ESTRUCTURALES PREFABRICADOS (EEPSA).— Manresa (Barcelona).  
 EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA (AUXINI).— Madrid.  
 ENAGA, S.A.— Pozuelo de Alarcón (Madrid).  
 ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA INDUSTRIAL.— Córdoba.  
 ESTEBAN ORBEGOZO, S.A.— Zumárraga (Guipúzcoa).  
 ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A.— Madrid.  
 E.T.S. DE ARQUITECTURA.— Barcelona;  
 E.T.S. DE ARQUITECTURA.— Sevilla.  
 EUROESTUDIOS, S.A.— Madrid.  
 FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.— Madrid.  
 FERROVIAL, S.A.— Zamora.  
 FORJADOS DOL.— Esquivias (Toledo).  
 GIJON E HIJOS, S.A.— Motril (Granada).  
 GOMHERSA.— Talavera de la Reina (Toledo).  
 HIDAQUE, S.A.— Granada.  
 HISPANO FRANCESA DE VEHICULOS INDUSTRIALES, S.A. BIBLIOTECA.— Madrid.  
 HORMIGONES GERONA, S.A.— Gerona.  
 HORMYCER, S.L.— Madrid.  
 HUARTE Y CIA, S.A.— Madrid.  
 IBERDUERO, S.A.— Bilbao.  
 IBERDUERO, S.A. (CENTRO DE DOCUMENTACION).— Bilbao.  
 IBERTECNICA, S.A.— Madrid.  
 IDASA, INGENIERIA DEL ATLANTICO, S.A.— La Coruña.  
 INBADELCA, S.A.— Baracaldo (Vizcaya).  
 INDUSTRIAS VEYGA, S.A.— Tarrasa (Barcelona).  
 INFORMES Y PROYECTOS, S.A. (INYPISA).— Madrid.  
 INGENIERIA Y CONSTRUCCIONES SALA AMAT, S.A.— Barcelona.  
 INSTITUT CARTOGRAFIC DE CATALUNYA.— Barcelona.  
 INSTITUTO NACIONAL DE EMPLEO Y PROMOCION SOCIAL. SECCION ASUNTOS  
 GENERALES (SEAF-PPO).— Madrid.  
 INSTITUTO NACIONAL DE REFORMA Y DESARROLLO AGRARIO.— Madrid.  
 JULIAN ARUMI, S.L.— Vich (Barcelona).  
 LA AUXILIAR DE LA CONSTRUCCION.— Sta. Cruz de Tenerife.  
 LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.— Madrid.  
 LABORATORIO GEOCISA. BIBLIOTECA.— Coslada (Madrid).  
 LABORATORIO DE CARRETERAS Y GEOTECNIA JOSE LUIS ESCARIO.— Madrid.  
 LAING IBERICA, S.A.— Madrid.  
 LIBRERIA RUBIÑOS.— Madrid.  
 LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).— Castellón de la Plana.  
 MAHEMA, S.A.— Granollers (Barcelona).  
 MATERIALES Y TUBOS BONNA, S.A.— Madrid.  
 MECANOGUMBA, S.A.— Mollet del Vallés (Barcelona).  
 NEX TEN, S.A.— Vitoria.  
 NUEVA CERAMICA CAMPO.— Lendo-Laracha (La Coruña).  
 OTEP INTERNACIONAL, S.A.— Madrid.  
 POSTELECTRICA, S.A.— Palencia.  
 POSTENSA, S.A.— Bilbao.  
 PRAINSA — Barcelona.  
 PRAINSA — Zaragoza.



PREBETONG CANARIA, S.A.— Sta. Cruz de Tenerife.  
 PREFABRICADOS ALAVESES, S.A. (PREASA).— Vitoria.  
 PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).— León.  
 PREFABRICADOS DEL HORMIGON, S.A. (CUPRE-SAPRE).— Valladolid.  
 PREFABRICADOS NAVARROS, S.A.— Olazagutia (Navarra).  
 PREFABRICADOS POUSA, S.A.— Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).  
 PREFLEX. COMPAÑIA LABORAL, S.A. Gijón (Oviedo).  
 PRETENSADOS AEDIUM, S.L.— Mutilva Baja (Navarra).  
 PREYPRESA.— Aranda de Duero (Burgos).  
 PRODUCTOS DERIVADOS DEL CEMENTO, S.A. HORTE.— Valladolid.  
 PROTEC, S.L.— Lugones (Oviedo).  
 REALIZACIONES Y ESTUDIOS DE INGENIERIA, S.A.— Pinto (Madrid).  
 RENFE (Madrid).  
 SAINCE.— Madrid.  
 S.E.A.T. (BIBLIOTECA).— Barcelona.  
 SENER, S.A.— Las Arenas (Vizcaya).  
 SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.— Barcelona.  
 SERVICIO TERRITORIAL DE CARRETERAS.— Gerona.  
 SIKA, S.A.— Madrid.  
 SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.— Madrid.  
 SOCIEDAD ANONIMA FERROVIAL.— Madrid.  
 SOCIEDAD ANONIMA MATERIALES Y OBRAS.— Valencia.  
 SPANDECK CATALANA, S.A.— Barcelona.  
 SUBDIRECCION GENERAL DE EDIFICACION. SECCION DE NORMATIVA (MOPU).—  
 Madrid.  
 SUBDIRECCION GENERAL DE ESTUDIOS ECONOMICOS Y TECNOLOGIA (MOPU).—  
 Madrid.  
 TEJERIAS “LA COVADONGA”.— Muriedas de Camargo (Santander).  
 TEPESA.— Tarrasa (Barcelona).  
 TOSAM, S.L.— Segovia.  
 TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPESA).— Madrid.  
 UNIVERSIDAD POLITECNICA. HEMEROTECA.— Valencia.  
 VALLEHERMOSO, S.A.— Madrid.  
 VIAS Y OBRAS PROVINCIALES.— San Sebastián.  
 VIGAS REMARRO.— Motril (Granada).

## EXTRANJERO

ASOCIACION DE FABRICANTES DE CEMENTO PORTLAND DEL URUGUAY.—  
 Montevideo (Uruguay).  
 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND.— Sao Paulo (Brasil).  
 BIBLIOTECA DE LA FACULTAD DE INGENIERIA. UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
 Buenos Aires (Argentina).



BIBLIOTECA DE INGENIERIA. UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU.— Lima (Perú).  
BIBLIOTECA UNIVERSIDAD CATOLICA.— Quito (Ecuador)  
CEPIC, S.C.— Córdoba (Argentina).  
CONSULAR. CONSULTORES ARGENTINOS ASOCIADOS.— Buenos Aires (Argentina).  
CONSULBAIRES.— Buenos Aires (Argentina).  
FACULTAD DE ARQUITECTURA. UNIVERSIDAD DE VALPARAISO.—Valparaíso (Chile).  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS E INGENIERIA.—Rosario (Argentina).  
FACULTAD DE INGENIERIA. BIBLIOTECA.—Caracas (Venezuela).  
INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLOGICAS. BIBLIOTECA CENTRAL. Sao Paulo (Brasil).  
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.—Luanda (Rep. P. de Angola).  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE. DIRECCION DE BIBLIOTECAS. —  
Santiago (Chile).  
SCIENCE REFERENCE LIBRARY.—Londres (Inglaterra).  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES. FACULTAD DE INGENIERIA. Mérida (Venezuela).  
UNIVERSIDAD CATOLICA VALPARAISO. BIBLIOTECA CENTRAL. DEPARTAMENTO  
ADMINISTRATIVO. Valparaíso (Chile).  
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO. BIBLIOTECA.— Mayaguez (Puerto Rico).

---

### **AVISO IMPORTANTE**

#### **DISCUSION DE LOS ARTICULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA "HORMIGON Y ACERO"**

Todos los artículos originales que se publican en "Hormigón y Acero", quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002, Madrid-33, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestando todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.

# Dimensionamiento de soportes esbeltos de hormigón armado

## 3ª Parte. Fórmulas de dimensionamiento

Hugo Corres Peiretti  
Dr. Ingeniero de Caminos  
ATEP.

Francisco Morán Cabre  
Dr. Ingeniero de Caminos  
Instituto Eduardo Torroja

### 1. FORMULAS DE DIMENSIONAMIENTO

A continuación se presentan unas Fórmulas de Dimensionamiento (1) deducidas del Método de las Curvaturas de Referencia.

Para obtener estas Fórmulas de Dimensionamiento se ha partido de las siguientes hipótesis:

- I - Se considera como directriz geométrica la definida por el MCM, es decir, la que se deduce de adoptar una distribución senoidal de curvaturas en el soporte.

Tal como se ha explicado, si bien esta directriz geométrica no representa estrictamente el caso de soportes equivalentes con excentricidades desiguales en las articulaciones, tiene la ventaja de una expresión sencilla y precisión adecuada.

- II - Se sustituyen las Curvas de Curvaturas de Referencia de inestabilidad y agotamiento y las curvas  $\omega - e/h$  por rectas ajustadas por mínimos cuadrados.

Tal como puede observarse en los Abacos de Dimensionamiento de la segunda parte, en general, las curvas de curvaturas de referencia tienen aspecto de tramos de parábolas. En la referencia (1) se han desarrollado Fórmulas de Dimensionamiento utilizando para el ajuste de las curvas de curvaturas de referencia parábolas y rectas; sin embargo, se ha observado que los resultados obtenidos con el ajuste por rectas no introducía grandes errores, a la vez que permitía una fórmula bastante más simple.

De esta manera, para cada tipo de sección, las curvas de curvaturas de referencia y la curva  $\omega - e/h$  pueden expresarse

$$h/r = \beta_1 + \beta_2 e/h \quad \text{ec. 1}$$

$$\omega = \alpha_1 + \alpha_2 e/h \quad \text{ec. 2}$$

Nota: La primera y segunda parte de este trabajo se han publicado en los números 147 y 148 de la Revista Hormigón y Acero. Completándose aquí el desarrollo de este interesante tema.

Los coeficientes  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son los coeficientes de ajuste y se presentan tabulados en la Tabla I en función de axil  $\nu$ .

En la referencia (1) se han desarrollado asimismo tablas para distintos valores de  $h'/h$ .

Para cada axil  $\nu$  se presentan dos juegos de valores de  $\alpha$  y  $\beta$  que corresponden respectivamente a las curvas de curvaturas de referencia de agotamiento e inestabilidad.

Para la deducción de las fórmulas, es necesario recordar que se trata de obtener el valor de la cuantía correspondiente al punto de intersección entre la directriz geométrica y las curvas de curvaturas de referencias.

Si la directriz geométrica puede expresarse:

$$e/h = e_0/h + h/r * \lambda^2 / 10 \quad \text{ec. 3}$$

sustituyendo la ec. 1 en 3 se obtiene:

$$e/h = \frac{e_0/h + \beta_1 \beta}{1 - \beta_2 \beta}$$

siendo:

$$\beta = \lambda^2 10^{-4}.$$

Es decir, se obtiene la excentricidad de la sección más solicitada. Finalmente el valor de la cuantía correspondiente a esta excentricidad viene dado por:

$$\omega = \alpha_1 + \alpha_2 e/h \quad \text{ec. 4}$$

## 2. FORMA DE UTILIZACION

El procedimiento a seguir para la utilización de las Fórmulas Simplificadas puede describirse como sigue:

I - El proyectista debe calcular los parámetros adimensionales siguientes:

$$\nu = N_d / b_h f_{cd} \quad \text{Axil reducido;}$$

$$e_1/h \quad \text{Excentricidad relativa máxima;}$$

$$e_2/h \quad \text{Excentricidad relativa mínima;}$$

$$e_0/h \quad \text{Excentricidad relativa equivalente;}$$

$$\lambda = l/h \quad \text{Esbeltez geométrica;}$$

$$\beta = \lambda^2 10^{-4} \quad \text{Parámetro auxiliar.}$$

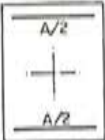
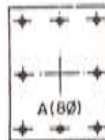
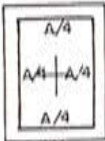
II - De acuerdo con el tipo de sección elegida y el valor del axil ( $\nu$ ), debe buscar en la tabla correspondiente:

$$\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \quad \text{de inestabilidad.}$$

$$\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \quad \text{de agotamiento.}$$



**TABLA I**  
**Coefficientes numéricos para la Fórmula**  
**de Dimensionamiento propuesto**

SECCION TRANSVERSAL	$\nu$	INESTABILIDAD				AGOTAMIENTO			
		$\alpha$	$\alpha$	$\beta$	$\beta$	$\alpha$	$\alpha$	$\beta$	$\beta$
	-0.1	-0.10	0.26	3.11	0.22	-0.11	0.25	13.89	0.19
	-0.2	-0.18	0.51	3.73	0.25	-0.19	0.50	12.04	0.00
	-0.3	-0.23	0.75	4.54	0.00	-0.24	0.75	8.03	0.00
	-0.4	-0.23	1.08	3.14	1.03	-0.26	1.00	6.02	0.00
	-0.5	-0.22	1.43	2.27	2.01	-0.24	1.32	4.84	0.93
	-0.6	-0.17	1.77	1.76	2.81	-0.21	1.65	4.01	1.99
	-0.7	-0.10	2.08	1.42	3.53	-0.14	1.96	3.43	3.01
	-0.8	-0.02	2.37	1.06	4.58	-0.05	2.22	2.72	4.90
	-0.9	0.08	2.63	0.88	5.28	0.04	2.46	2.33	6.34
	-1.0	0.17	2.90	0.72	6.11	0.15	2.68	1.96	8.14
	-0.1	-0.14	0.33	3.08	0.28	-0.15	0.29	15.77	-1.83
	-0.2	-0.24	0.68	3.70	0.32	-0.26	0.63	11.65	-1.94
	-0.3	-0.31	1.00	4.54	0.00	-0.32	0.99	8.08	-0.58
	-0.4	-0.32	1.44	3.06	1.37	-0.35	1.34	5.91	0.67
	-0.5	-0.30	1.90	2.15	2.67	-0.31	1.75	4.90	1.50
	-0.6	-0.24	2.30	1.64	3.67	-0.27	2.04	3.93	2.90
	-0.7	-0.14	2.63	1.33	4.48	-0.19	2.37	3.35	4.19
	-0.8	-0.04	2.93	1.00	5.69	-0.08	2.61	2.67	6.36
	-0.9	0.06	3.22	0.85	6.48	0.02	2.85	2.35	7.81
	-1.0	0.16	3.52	0.70	7.45	0.12	3.06	2.05	9.56
	-0.1	-0.15	0.37	3.06	0.32	-0.16	0.31	15.54	-1.81
	-0.2	-0.27	0.76	3.69	0.36	-0.26	0.66	11.81	-2.15
	-0.3	-0.35	1.13	4.54	0.00	-0.33	1.03	8.08	-0.65
	-0.4	-0.37	1.63	3.01	1.55	-0.36	1.42	5.93	0.78
	-0.5	-0.35	2.13	2.09	3.00	-0.33	1.75	4.75	1.85
	-0.6	-0.28	2.56	1.59	4.09	-0.28	2.15	3.89	3.31
	-0.7	-0.17	2.89	1.30	4.93	-0.20	2.48	3.31	4.69
	-0.8	-0.05	3.17	0.98	6.19	-0.09	2.72	2.64	6.93
	-0.9	0.06	3.48	0.83	7.02	0.02	2.96	2.33	8.40
	-1.0	0.16	3.80	0.69	8.05	0.12	3.17	2.05	10.16

$$h'/h = 0.10$$

$$f_{yk} = 420 \text{ MPA}$$

$$\gamma_s = 1.1$$

- III - Seguidamente se deben calcular los valores de  $e/h$  y  $\omega$  de inestabilidad y agotamiento, utilizando las ecuaciones 3 y 4 con los valores de los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  respectivos.
- IV - El menor de los dos valores de  $\omega$  obtenidos, será la cuantía estricta de dimensionamiento e indicará el tipo de estado límite último (inestabilidad o agotamiento) correspondiente al soporte dimensionado.

Tal como se ha explicado para los Abacos de Dimensionamiento, el efecto de las cargas permanente puede ser tenido en cuenta utilizando el procedimiento no lineal, es decir, introduciendo la excentricidad debida a fluencia ( $e_c$ ) como parte de la excentricidad de primer orden.

A continuación se describe el proceso de dimensionamiento, utilizando las Fórmulas Simplificadas, del mismo soporte dimensionado con los Abacos de Dimensionamiento propuestos.

Además de los parámetros adimensionales ya calculados, debe calcularse:

$$\beta = 0,06$$

De la tabla I para una sección con armadura simétrica en caras opuestas y  $\nu = -0,6$  se obtiene:

Inestabilidad	Agotamiento
$\alpha_1 = -0,17$	$\alpha_1 = -0,21$
$\alpha_2 = 1,77$	$\alpha_2 = 1,65$
$\beta_1 = 1,76$	$\beta_1 = 4,01$
$\beta_2 = 2,81$	$\beta_2 = 1,99$

y se calcula:

$$e/h = \frac{0,4 + 1,76 \cdot 0,06}{1 - 2,81 \cdot 0,06} = 0,61$$

$$e/h = \frac{0,4 + 4,01 \cdot 0,06}{1 - 1,29 \cdot 0,06} = 0,73$$

$$\omega = -0,17 + 1,77 \cdot 0,61 = 0,91$$

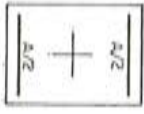
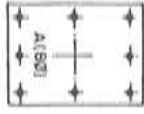
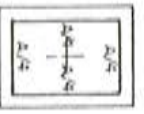
$$\omega = -0,21 + 1,65 \cdot 0,73 = 0,99$$

La cuantía estricta de dimensionamiento resulta entonces  $\omega = 0,91$  e indica que el soporte alcanzará el estado límite último de inestabilidad.

### 3. PRECISION Y COMPARACION CON OTRAS FORMULAS SIMPLIFICADAS

Con objeto de estudiar la precisión de las Fórmulas de Dimensionamiento propuestas se ha realizado el mismo chequeo que para los Abacos de Dimensionamiento. En la tabla II se muestra, en la última fila de cada tipo de sección, un resumen de los resultados obtenidos utilizando el MCM como Método de Base.

**TABLA II**  
**Estudio precisión Abacos de Dimensionamiento**

$e_1/e_2$	1				0				-1				FORMULA DIMENSIONAMIENTO
SECCION TRANSVERSAL	ERROR MAXIMO POSITIVO %	ERROR MAXIMO NEGATIVO %	ERROR MEDIO %	DESVIACION STANDARD	ERROR MAXIMO POSITIVO %	ERROR MAXIMO NEGATIVO %	ERROR MEDIO %	DESVIACION STANDARD	ERROR MAXIMO POSITIVO %	ERROR MAXIMO NEGATIVO %	ERROR MEDIO %	DESVIACION STANDARD	
	5,9	-30	-5,0	7,4	18,2	-29	-2,8	7,2	6,9	-32	-4,6	8,5	CP110-72
	12,3	-34	-10,0	6,9	2,1	-38	-8,2	8,8	6,9	-22	-2,6	5,4	DIN1045-72
	48,9	-33	-2,0	14,4	35,3	-36	-2,6	10,1	30,7	-35	-1,7	7,3	AC1318-78
	1,4	-40	-11,0	8,6	2,6	-40	-7,9	10,1	2,9	-38	-5,9	9,5	EH-80
	3,6	-18	-0,0	1,8	3,6	-18	-0,5	2,0	3,4	-15	-0,5	1,9	FORMULA MCR
	16,0	-34	-3,6	8,0	19,1	-29	-2,1	7,2	7,5	-36	-4,4	8,2	CP110-72
	13,5	-28	-9,2	6,7	4,5	-31	-8,2	8,3	12,2	-19	-2,1	4,7	DIN1045-72
	61,1	-28	2,3	16,7	43,4	-30	-0,5	10,6	32,0	-31	-0,5	7,5	AC1318-78
	4,1	-42	-9,8	8,8	3,9	-42	-7,9	9,9	3,4	-40	-5,8	9,4	EH-80
	2,9	-22	-0,4	2,1	2,9	-22	-0,6	2,6	2,9	-20	-0,5	2,6	FORMULA MCR
	13,3	-34	-2,5	7,9	19,8	-30	-1,7	7,5	6,3	-34	-4,2	7,9	CP110-72
	12,1	-26	-8,3	6,3	3,4	-31	-7,9	7,9	12,2	-17	-1,8	4,4	DIN1045-72
	69,1	-26	4,2	17,3	47,0	-28	0,4	11,0	36,8	-30	-0,3	7,9	AC1318-78
	5,9	-43	-8,9	8,4	5,8	-43	-7,7	9,5	6,3	-41	-5,6	9,1	EH-80
	3,5	-24	-0,8	2,4	3,5	-24	-1,1	3,1	2,6	-22	-1,0	2,9	FORMULA MCR



Del análisis de estos resultados se pueden sacar las siguientes conclusiones:

- I - Las fórmulas simplificadas propuestas pueden dar resultados positivos, es decir, del lado de la inseguridad, pero siempre muy pequeños. El valor máximo obtenido es de 3,6 por 100, con valores medios siempre negativos.

Estos errores positivos son debidos al ajuste polinómico de las curvas de curvaturas de referencia. Sin embargo, una buena muestra de la validez de la simplificación adoptada la constituye el hecho de que estos errores son siempre muy pequeños.

- II - Al igual que en el caso de los Abacos de Dimensionamiento, tanto el valor medio del error como la desviación típica son siempre pequeños. Los valores máximos encontrados son 11 y 3,5 por 100 respectivamente.
- III - La misma situación presentada con los Abacos de Dimensionamiento se repite para las fórmulas simplificadas. Los errores máximos negativos son puntuales, ya que tanto la media como la desviación típica son siempre valores pequeños y sólo se producen para pequeñas cuantías.

Finalmente, también en la tabla II se muestran los resultados de la misma comparación correspondiente a otras fórmulas simplificadas existentes, que presentan los códigos CP 110 - 72 inglés, DIN 1045 - 72 alemán, ACI 318 - 78 americano y EH - 80 español.

En primer lugar resulta interesante recordar que las Fórmulas de Dimensionamiento propuestas son las únicas que permiten obtener directamente la cuantía estricta, mientras que todas las otras sólo permiten obtener un momento transformado para tener en cuenta los efectos debidos a la esbeltez, y obligan a la utilización de diagramas de interacción, ábacos, etc., para el cálculo de la armadura en flexión compuesta.

Otra diferencia importante es que las fórmulas de dimensionamiento propuestas permiten el dimensionamiento directo de soportes cortos, presentando de esta manera la misma ventaja de continuidad, en cuanto a dimensionamiento de soportes cortos y esbeltos, que los Abacos de Dimensionamiento.

Del análisis de los resultados de la tabla II correspondientes a las fórmulas simplificadas propuestas por los códigos se puede ver:

- I - En todos los casos, los errores positivos, del lado de la inseguridad, son altos. En particular, en el caso de la fórmula del ACI 318 - 78 el valor medio puede ser incluso positivo.
- II - Los valores medios y desviaciones típicas son siempre mucho mayores que para la Fórmula de Dimensionamiento propuesta. Además, los resultados son difíciles de sistematizar, ya que tanto los errores positivos como los negativos se producen aleatoriamente y en principio no están vinculados a ciertas combinaciones de los parámetros que intervienen ( $\lambda$ ,  $\omega$ , etc.).

## BIBLIOGRAFIA

- 1 Corres H. DIMENSIONAMIENTO DE SOPORTES ESBELTOS DE SECCION CONSTANTE DE HORMIGON ARMADO EN ESTADO LIMITE ULTIMO DE AGOTAMIENTO O INESTABILIDAD. METODO DE LAS CURVATURAS DE REFERENCIA. Tesis doctoral. Escuela T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Madrid 1980.

## **Estudio de una pila esbelta en mensula de hormigón armado, con sección y armadura variables a lo largo de su altura, solicitada por acciones contenidas en uno o en sus dos planos principales (\*)**

Juan J. Arenas de Pablo y Luis M. Villegas Cabredo  
Departamento de Tecnología de las Estructuras.  
E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.  
Universidad de Santander

### **RESUMEN**

Se expone un método de análisis que, en la línea de la Normativa actual sobre el tema, permite abordar la verificación de una pila esbelta frente a los estados límites últimos de inestabilidad global del elemento estructural o de rotura de alguna de sus secciones.

Para el caso de pilas solicitadas por cargas contenidas en un plano principal se describe, detalladamente, el proceso operativo que realiza el programa de cálculo electrónico, DPIR, que desarrolla los cálculos del método propuesto.

Los resultados que proporcionan éste se contrastan, primero, con los que suministran cuatro programas de investigación con un total de 39 ensayos de soportes esbeltos bajo cargas de aplicación rápida y de larga duración, obteniendo valores que indican una buena aproximación del método a la realidad del laboratorio.

Posteriormente, se comparan con los que proporcionan otros métodos de análisis. En primer lugar, se comprueba cómo el análisis de la pila en teoría de segundo orden y en la hipótesis de comportamiento elástico de los materiales no es aceptable. En segundo lugar, se contrasta con los resultados que proporciona el método de la deformada senoidal, en un soporte al que es aplicable este procedimiento, obteniéndose valores muy similares.

Por último, se generaliza el método al caso de pilas solicitadas por cargas contenidas en un plano cualquiera, concretando el estudio en un programa de cálculo electrónico, DPES, aplicable a pilas con sección en cajón rectangular (muy utilizadas en el caso de puentes contruídos por avance en voladizo y que serán objeto del cuarto Artículo que publicaremos).

---

(\*) Este Artículo es continuación del aparecido en el Núm. 148 de nuestra Revista y firmado por los mismos Autores.



Como se pone de manifiesto, el proceso operativo que realiza este programa de análisis espacial de la pila, requiere gran capacidad de almacenamiento de resultados en disco y los tiempos de cálculo numérico llegan a ser importantes.

## 1. IDEAS BASICAS

En un artículo nuestro aparecido en el número 148 de esta Revista, se puso de manifiesto la importancia y necesidad de llevar a cabo un estudio de las pilas altas de viaductos que contemplara el comportamiento real de los materiales constituyentes de la pila, hormigón y acero, y tuviera presente el "efecto de 2° orden" o influencia de las deformaciones del elemento estructural en los esfuerzos que le solicitan.

El método que proponemos aquí, partiendo de un número reducido de hipótesis básicas (ver H. y A. n° 148), permite simular con una buena aproximación el comportamiento de la pila esbelta.

Tal método está en la línea del denominado "método general" de análisis que preconiza el Manual de Pandeo CEB-FIP (8), y que, según el mismo, da la solución óptima al problema de la inestabilidad de la pila.

En esencia, y de acuerdo con la filosofía de los estados límites últimos, se trata de demostrar que una pila esbelta en ménsula, de hormigón armado, con sección genérica y armaduras variables a lo largo de su altura, y con resistencias minoradas de sus materiales constituyentes, alcanza una posición de equilibrio estable bajo un conjunto de cargas mayoradas que la solicitan, y que en ninguna de sus secciones se alcanza el estado límite último de agotamiento resistente de sus materiales.

La dificultad del análisis de estructuras esbeltas de hormigón armado reside en su comportamiento no lineal. Por un lado, tenemos una "no linealidad geométrica", consistente en que las deformaciones del elemento influyen en los esfuerzos que solicitan a éste. Por otro, existe una "no linealidad de respuesta del material" que se traduce en unas relaciones momento-curvatura no lineales dependientes del axil y del factor tiempo, a causa de las deformaciones diferidas por fluencia del hormigón.

Para realizar este análisis no lineal, se discretizará la pila en una serie de trozos, que quedan limitados por las "secciones base" del estudio, el cual se aborda en dos fases de cálculo:

- a) A nivel de sección, se deben obtener las relaciones que ligán los esfuerzos internos axil y flector con las deformaciones (curvaturas) de la misma. Estas relaciones quedaron definidas en el n° 148 de esta Revista.
- b) A nivel de pila, debemos obtener su deformada, para ello, partiendo de las cargas externas, se obtiene la sollicitación de primer orden en cada sección base.

A través de las relaciones deducidas en la fase anterior, determinamos sus curvaturas, y por doble integración de éstas, las flechas de primer orden.

Teniendo presentes éstas, podemos obtener el incremento de momento flector que suponen en cada sección, que añadido al de primer orden, constituyen los nuevos momentos para comenzar otro ciclo iterativo.

En la fase de determinación de la curvatura de cada sección base, se verifica, además, la seguridad de la misma frente al estado límite último de agotamiento resistente.



## **Estudio de una pila esbelta en mensula de hormigón armado, con sección y armadura variables a lo largo de su altura, solicitada por acciones contenidas en uno o en sus dos planos principales (\*)**

Juan J. Arenas de Pablo y Luis M. Villegas Cabredo  
Departamento de Tecnología de las Estructuras.  
E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.  
Universidad de Santander

### **RESUMEN**

Se expone un método de análisis que, en la línea de la Normativa actual sobre el tema, permite abordar la verificación de una pila esbelta frente a los estados límites últimos de inestabilidad global del elemento estructural o de rotura de alguna de sus secciones.

Para el caso de pilas solicitadas por cargas contenidas en un plano principal se describe, detalladamente, el proceso operativo que realiza el programa de cálculo electrónico, DPIR, que desarrolla los cálculos del método propuesto.

Los resultados que proporcionan éste se contrastan, primero, con los que suministran cuatro programas de investigación con un total de 39 ensayos de soportes esbeltos bajo cargas de aplicación rápida y de larga duración, obteniendo valores que indican una buena aproximación del método a la realidad del laboratorio.

Posteriormente, se comparan con los que proporcionan otros métodos de análisis. En primer lugar, se comprueba cómo el análisis de la pila en teoría de segundo orden y en la hipótesis de comportamiento elástico de los materiales no es aceptable. En segundo lugar, se contrasta con los resultados que proporciona el método de la deformada senoidal, en un soporte al que es aplicable este procedimiento, obteniéndose valores muy similares.

Por último, se generaliza el método al caso de pilas solicitadas por cargas contenidas en un plano cualquiera, concretando el estudio en un programa de cálculo electrónico, DPES, aplicable a pilas con sección en cajón rectangular (muy utilizadas en el caso de puentes contruídos por avance en voladizo y que serán objeto del cuarto Artículo que publicaremos).

---

(\*) Este Artículo es continuación del aparecido en el Núm. 148 de nuestra Revista y firmado por los mismos Autores.

Como se pone de manifiesto, el proceso operativo que realiza este programa de análisis espacial de la pila, requiere gran capacidad de almacenamiento de resultados en disco y los tiempos de cálculo numérico llegan a ser importantes.

## 1. IDEAS BASICAS

En un artículo nuestro aparecido en el número 148 de esta Revista, se puso de manifiesto la importancia y necesidad de llevar a cabo un estudio de las pilas altas de viaductos que contemplara el comportamiento real de los materiales constituyentes de la pila, hormigón y acero, y tuviera presente el "efecto de 2° orden" o influencia de las deformaciones del elemento estructural en los esfuerzos que le solicitan.

El método que proponemos aquí, partiendo de un número reducido de hipótesis básicas (ver H. y A. n° 148), permite simular con una buena aproximación el comportamiento de la pila esbelta.

Tal método está en la línea del denominado "método general" de análisis que preconiza el Manual de Pandeo CEB-FIP (8), y que, según el mismo, da la solución óptima al problema de la inestabilidad de la pila.

En esencia, y de acuerdo con la filosofía de los estados límites últimos, se trata de demostrar que una pila esbelta en ménsula, de hormigón armado, con sección genérica y armaduras variables a lo largo de su altura, y con resistencias minoradas de sus materiales constituyentes, alcanza una posición de equilibrio estable bajo un conjunto de cargas mayoradas que la solicitan, y que en ninguna de sus secciones se alcanza el estado límite último de agotamiento resistente de sus materiales.

La dificultad del análisis de estructuras esbeltas de hormigón armado reside en su comportamiento no lineal. Por un lado, tenemos una "no linealidad geométrica", consistente en que las deformaciones del elemento influyen en los esfuerzos que solicitan a éste. Por otro, existe una "no linealidad de respuesta del material" que se traduce en unas relaciones momento-curvatura no lineales dependientes del axil y del factor tiempo, a causa de las deformaciones diferidas por fluencia del hormigón.

Para realizar este análisis no lineal, se discretizará la pila en una serie de trozos, que quedan limitados por las "secciones base" del estudio, el cual se aborda en dos fases de cálculo:

- a) A nivel de sección, se deben obtener las relaciones que ligán los esfuerzos internos axil y flector con las deformaciones (curvaturas) de la misma. Estas relaciones quedaron definidas en el n° 148 de esta Revista.
- b) A nivel de pila, debemos obtener su deformada, para ello, partiendo de las cargas externas, se obtiene la sollicitación de primer orden en cada sección base.

A través de las relaciones deducidas en la fase anterior, determinamos sus curvaturas, y por doble integración de éstas, las flechas de primer orden.

Teniendo presentes éstas, podemos obtener el incremento de momento flector que suponen en cada sección, que añadido al de primer orden, constituyen los nuevos momentos para comenzar otro ciclo iterativo.

En la fase de determinación de la curvatura de cada sección base, se verifica, además, la seguridad de la misma frente al estado límite último de agotamiento resistente.



Por medio de un proceso de aproximaciones sucesivas, podemos alcanzar, o no, una convergencia de flechas, con lo cual ha quedado verificada la estabilidad o inestabilidad de la pila en estudio.

La inclusión de los efectos que producen las deformaciones diferidas por fluencia del hormigón se lleva a cabo, de acuerdo con la hipótesis del coeficiente de fluencia reducido, que quedó justificada en el ya mencionado núm. 148 de esta Revista.

Como en tal número comentamos, las deformaciones por esfuerzos transversales son despreciables frente a las deformaciones de flexión y por lo tanto, no se tendrán en cuenta en los cálculos.

## 2. ANALISIS DE PILAS ESBELTAS SOLICITADAS POR CARGAS CONTENIDAS EN UN PLANO PRINCIPAL. PROGRAMA "DPIR"

Recogemos aquí parte del punto 3.4.2 de la tesis doctoral de L.M. villegas (17) en el cual se explica detalladamente el proceso de cálculos que desarrolla el programa DPIR en el análisis de pilas esbeltas de hormigón armado solicitadas por cargas contenidas en un plano principal de las mismas.

Describiremos el proceso operativo que realiza el mencionado programa a través de un ejemplo sencillo que aparece en el Manual de Pandeo del Comité Europeo del Hormigón (8), en su página 29, analizado por un método general de diferencias finitas.

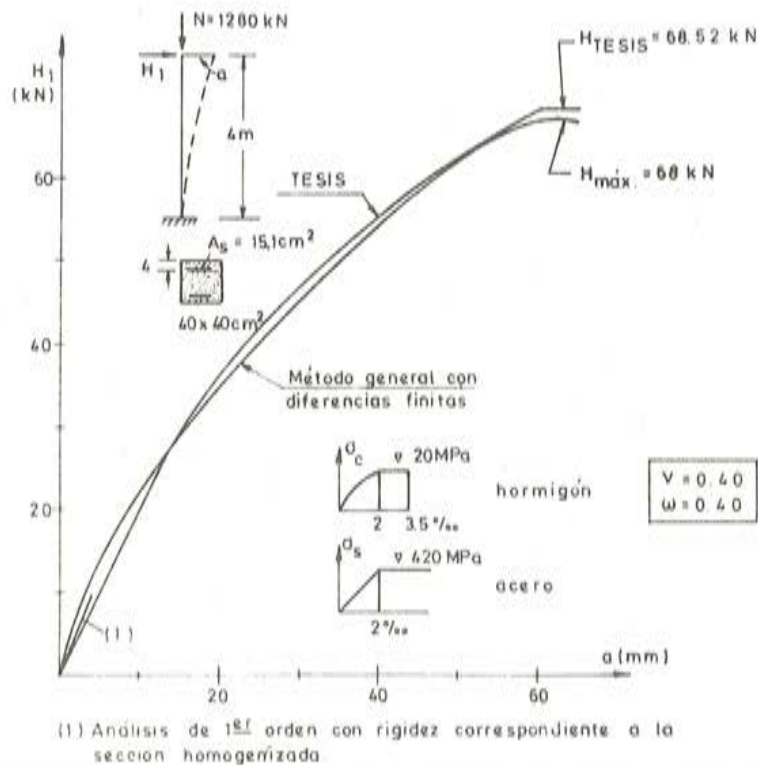


Fig. 1. Confrontación entre los resultados que proporciona el Manual de Inestabilidad CEB-FIP (8) y el programa DPIR.



Se trata de estudiar la carga horizontal última que produce la inestabilidad de un soporte en ménsula de 4 metros de altura y sección constante de  $0,40 \times 0,40 \text{ m}^2$ , con la armadura y materiales que aparecen en la figura 1. El soporte está sometido en su cabeza a una carga vertical fija de 1.280 kN, y a una carga horizontal  $H_1$  creciente.

El esquema operativo del programa DPIR, aparece en la figura 2 y en esencia consiste en:

### 1) Discretización del elemento estructural

La pila en estudio se divide en una serie de  $n$  trozos elementales que están limitados por  $(n + 1)$  secciones base.

En este ejemplo hemos considerado 10 trozos de pila. Posteriormente se ha procesado algún caso de carga con  $n = 20$ , y la diferencia de flechas con respecto al caso inicial ha sido mínima.

¿En cuántos trozos se debe discretizar una pila? Está claro que cuantas más secciones base consideremos con relaciones axil-momento-curvatura conocidas, mayor precisión se conseguirá en la deformada deseada. Pero, como contrapartida, el tiempo de cálculo aumentará algo más que proporcionalmente al número de secciones elegido.

#### ESTADO LIMITE ULTIMO DE INESTABILIDAD DE UNA PILA EN MÉNSULA DE HORMIGÓN ARMADO O DE ROTURA DE ALGUNA DE SUS SECCIONES

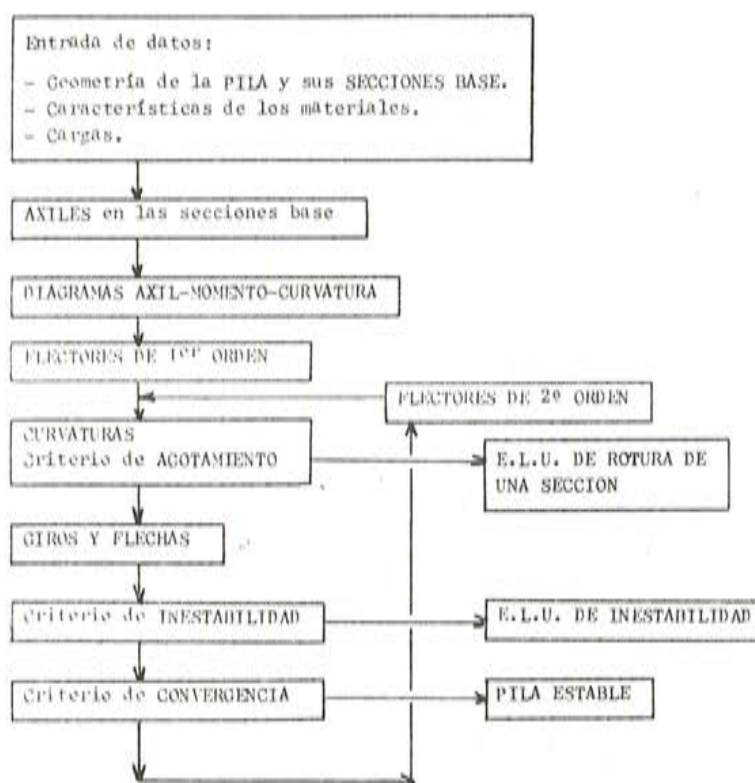


Fig. 2. Esquema del proceso operativo que realiza el programa DPIR de este estudio.

Como referencia, se puede indicar, que en verificaciones de estabilidad de las pilas de los viaductos de Magnan, Roquebrune-Menton y Brotonne, con alturas de pila del orden de 100 metros, MORISSET considera en (15) 10 trozos de pila.

Dicho número es el que hemos utilizado en este trabajo. En los primeros soportes analizados, que aparecerán en el desarrollo que sigue, en que se comparan resultados de DPIR con otros resultados analíticos y con ensayos experimentales se observa la buena aproximación conseguida.

## 2) Definición de datos

Son los siguientes:

- Altura de la pila.
- Características geométricas y de armaduras de las secciones base, dadas en la forma comentada en nuestro anterior Artículo aparecido en el n° 148 de esta Revista.

En este caso del ejemplo, de sección y armadura constante a lo largo de la altura del soporte, sólo habrá que definir la sección tipo, pero, en general, tendremos que definir  $(n + 1)$  secciones.

- Características mecánicas de los materiales y coeficientes de seguridad adoptados para los mismos.
- Coeficiente  $\varphi$  de fluencia.
- Errores de verticalidad en la ejecución de la pila.
- Cargas que la solicitan.

## 3) Axiles en las secciones base

A partir de las cargas definidas y del peso propio de la pila, se obtiene el esfuerzo axil que solicita cada sección.

## 4) Diagrama axil-momento-curvatura de cada sección base

Con los axiles obtenidos en el paso anterior, y en función de las características de cada sección base, el programa MCPR, expuesto en nuestro primer Artículo, obtiene las  $(n + 1)$  curvas que relacionan el momento flector con la curvatura, en función del axil actuante en cada sección.

En este caso concreto del ejemplo, y dada la pequeña influencia del peso propio de la pila, que sólo supone un 1,25 por 100 de la carga actuante, se ha prescindido de los efectos del mismo. Tendremos iguales axiles para todas las secciones base, y dado que la pila es de sección y armado constante, el diagrama axil-momento-curvatura es único para todas ellas, quedando representado en la figura 3.

En ésta, aparece también representada la relación momento-curvatura para un material ideal elástico lineal, en que el momento actuante en la sección es proporcional a la curvatura que ésta adopta, siendo el factor de proporcionalidad la rigidez de la sección, producto del módulo de deformación longitudinal por la inercia de la misma:  $M = (EI) \cdot C$ .



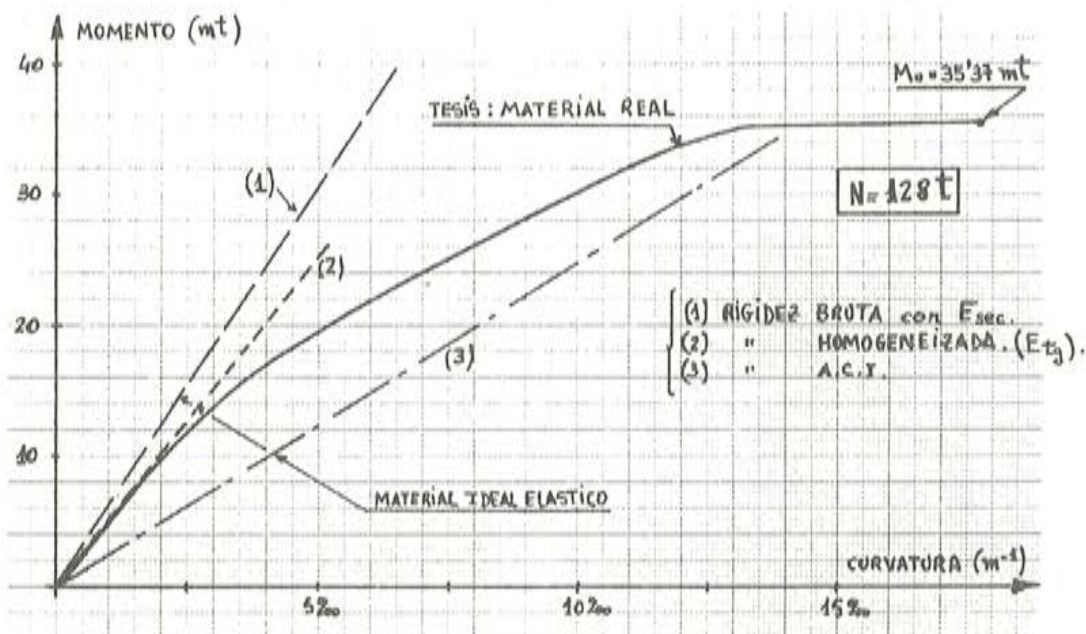


Fig. 3. Relación que liga el momento actuante de la sección de hormigón armado con la curvatura que ésta adopta.

En dicha figura se han considerado tres valores para el producto (E.I):

- La rigidez bruta, en la cual al evaluar la inercia sólo se considera la sección íntegra de hormigón, sin contar con las armaduras.

Para el valor de E se ha considerado el módulo instantáneo de deformación longitudinal secante, que de acuerdo con el Artículo 26.7 de la Instrucción EH-80 toma el valor  $E_c = 19000 \cdot \sqrt{f'_c}$ .

- La rigidez de la sección homogeneizada, que tiene en cuenta la presencia de las armaduras al evaluar la inercia de la sección.

Para el valor de E, hemos obtenido el módulo de deformación longitudinal tangente  $E_{co}$ , a la curva  $(\sigma - \epsilon)_c$  del hormigón, correspondiente al nivel de tensiones  $\sigma_0$  que soporta la sección genérica de la pila, función de la carga que actúa en su cabeza y del área de la sección homogeneizada, que depende a su vez del módulo  $E_{co}$ , a través del coeficiente de equivalencia  $n = E_s/E_{co}$ .

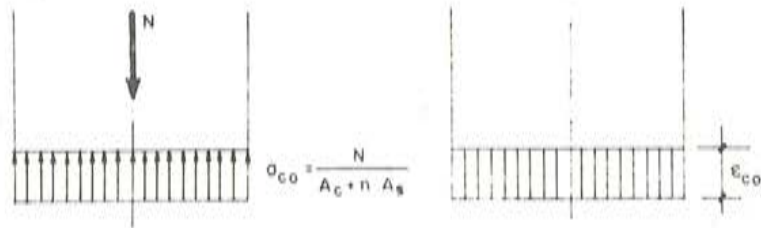
Por iteraciones sucesivas, se ha deducido dicho módulo  $E_{co}$  y, a partir del mismo, la inercia de la sección homogeneizada,  $I_0$ .

La rigidez ( $E_{co} \cdot I_0$ ) de la sección homogeneizada debe coincidir precisamente con la pendiente en el origen de nuestro diagrama (M - C) y, efectivamente, tal coincidencia absoluta se ha comprobado. En efecto, dicha pendiente no es mas que la derivada del momento resistido respecto a la curvatura producida para valor nulo de ésta, o sea, para un estado de compresión uniforme en toda la sección homogeneizada, definido por el valor  $\sigma_{c0}$  de la tensión unitaria en las fibras de hormigón.

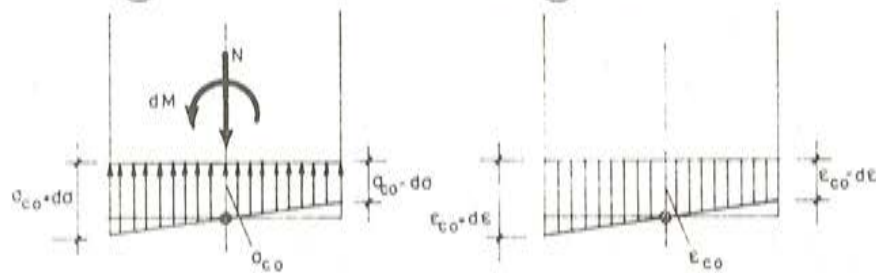
En la figura 4(a) puede verse cómo a una compresión uniforme  $\sigma_{c0}$  la sección responde con un plano de deformación, también uniforme, de valor  $\epsilon_{c0}$ , mostrándose en 4(c), la correspondencia entre ambos a través de la ley  $(\sigma - \epsilon)_c$ . El punto U representa, así, el estado tenso-deformacional de las fibras de hormigón bajo el axil puro N.



(a) Estado tensional de compresión simple



(b) Estado tensional suma de (a) + dM



(c) Reflejo de (a) y (b) en el diagrama  $(\sigma - \epsilon)_c$

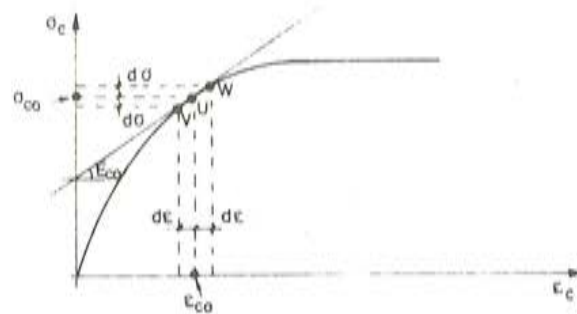


Fig. 4.

La aparición de un flector elemental,  $dM$ , conduce a un plano de deformaciones (figura 4-b), caracterizado por los valores en las fibras extremas  $(\epsilon_{c0} + d\epsilon, \epsilon_{c0} - d\epsilon)$  y una ley de tensiones con valores extremos  $(\sigma_{c0} + d\sigma, \sigma_{c0} - d\sigma)$ . Los puntos U, V y W representan (figura 4-c) los estados de tensión-deformación de las tres fibras: Directriz, extremo más comprimido y extremo menos comprimido.

Puede verse cómo, en el límite, la recta  $\overline{VW}$  se convierte en la tangente al diagrama  $(\sigma - \epsilon)_c$  en el punto U, representativo del estado tensional bajo axil puro.

Llamando  $E_{c0}$  al módulo tangente en U, tenemos que:

$$dM = \frac{I_0}{h/2} \cdot d\sigma$$

$$dC = \frac{d\epsilon}{h/2}$$

Con lo que:

$$\frac{dM}{dc} = I_0 \frac{d\sigma}{d\epsilon} = E_{c0} \cdot I_0$$

En la figura 3 puede observarse la tangencia con el diagrama (M – C) en el origen, y su aparente coincidencia con éste hasta la fisuración de la sección. Pequeñas diferencias, imperceptibles a la escala dibujada, surgen a causa de la curvatura del diagrama  $(\sigma - \epsilon)_c$ .

Finalmente, se ha representado el valor de la rigidez que, para un elemento de hormigón armado sujeto a compresión, estima empíricamente el Código ACI (1) en su artículo 10.11.5.2:

$$E.I = (E_c \cdot I_c / 5 + E_s I_s) / (1 + \beta)$$

o, conservadoramente, por:

$$E.I = (E_c \cdot I_c / 2,50) / (1 + \beta)$$

en donde:

$E_c$  = módulo de deformación longitudinal del hormigón (se ha considerado el módulo instantáneo secante).

$I_c$  = Inercia de la sección completa de hormigón.

$E_s$  = Módulo de elasticidad del acero.

$I_s$  = Inercia de la armadura.

$\beta$  =  $\frac{\text{Momento debido a la carga permanente}}{\text{Momento debido a la carga total}}$

Este factor  $\beta$  tiene en cuenta el efecto de la fluencia del hormigón. Cuanto mayor sea el momento de la carga permanente con relación al momento total, más se aproximará  $\beta$  a 1 y el factor (EI) se hará más pequeño, es decir, la rigidez del elemento se reduce bajo la acción de cargas de larga duración.

En la figura 5 se ha representado la variación de la fibra neutra y de las deformaciones en la armadura más traccionada y en la fibra más comprimida del hormigón, en la sección del soporte que estudiamos, al crecer hasta rotura las curvaturas en la misma, mientras se mantiene constante el axil de 128 Mp que la solicita. Sobre ella se refleja el punto en que comienza la fisuración de la sección, correspondiendo a un valor del momento de 9,5 Mp.m.

Puede observarse en la figura 3, complementaria de ésta que comentamos, cómo hasta ese valor del momento, la sección responde de forma casi lineal, de acuerdo con la rigidez  $(E_{c0} \cdot I_0)$  de la sección homogeneizada y, a partir del mismo, se aprecia claramente la pérdida de rigidez de la misma, en el sentido de obtener incrementos de curvaturas mayores, para un mismo incremento en el valor del momento flector, que en la zona no fisurada.

## 5) Momentos flectores de primer orden

En cada sección base se determinan estos esfuerzos, que son función exclusiva de las cargas que solicitan la pieza, de una posible deformada previa que ésta tenga y, en esta situación, del peso propio de la pila.

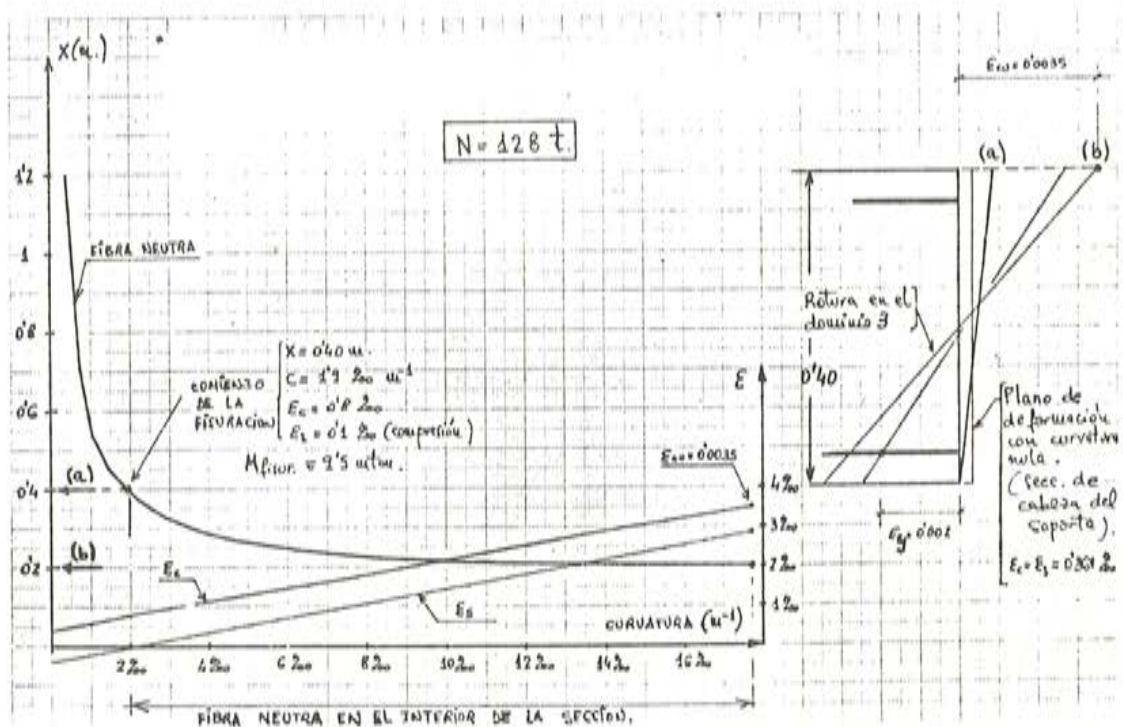


Fig. 5. Variación de la fibra neutra y de las deformaciones en la armadura más traccionada y en la fibra más comprimida del hormigón al crecer hasta rotura las curvaturas, para un axil constante prefijado.

## 6) Curvaturas de las secciones base

Las relaciones axil-momento-curvatura definidas en el punto 4 del ciclo nos permiten obtener la ley de curvaturas de la pieza, definida de modo discreto por  $(n + 1)$  valores.

## 7) Giros y flechas de las secciones base

Por integración de la ley de curvaturas, obtenemos la ley de giros y por integración de ésta, la de flechas.

Hemos completado un primer ciclo, del proceso iterativo, obteniendo los esfuerzos y corrimientos de primer orden.

## 8) Momentos flectores de segundo orden

Estos momentos son los ya conocidos de primer orden, incrementados en cada sección base por el momento debido a las flechas calculadas en el punto anterior.

Incremento que es suma del flector que produce la carga vertical aplicada en cabeza multiplicada por la flecha que tenga esta sección de la pieza en relación a la flecha de la sección en estudio, más el momento que produce el peso de la columna deformada situada por encima de la mencionada sección, y el de las posibles cargas verticales aplicadas en dicha zona.



9) Se repetirán los pasos 6, 7 y 8 hasta obtener, o no, convergencia de flechas, o alcanzar el agotamiento de una sección base.

En la figura 6 aparece descrito el proceso para la columna que estamos estudiando, en el caso de una fuerza horizontal de 3 Mp.

Se observa cómo en la segunda iteración estamos ya en una situación próxima a la que hemos considerado como de estabilidad, alcanzada en la iteración 7, de acuerdo con el criterio de convergencia que se expondrá más adelante.

En la figura se aprecia, cómo el momento de primer orden en la sección de empotramiento es un 86 por 100 del que la solicita en la realidad y la flecha de primer orden en cabeza es un 82 por 100 de la real, quedando reflejado el "efecto de esbeltez o de segundo orden", es decir, la influencia de las deformaciones en los esfuerzos que solicitan a una pieza esbelta.

#### 10) Criterio de agotamiento de una sección base de la pila

En cada iteración, en la fase de obtención de la curvatura de cada sección base a partir de su relación momento-curvatura, no sólo se obtiene ésta, sino que al mismo tiempo se investiga si el momento actuante supera, o no, el máximo momento que la sección admite para el axil presente, punto último de la relación  $N - M - C$ , con lo que se está verificando la seguridad de la sección frente al estado límite último de agotamiento resistente.

En el caso de que el momento actuante supere el valor del momento máximo admisible, el programa responderá que en una sección concreta, se tiene una situación de rotura, y el proceso de cálculo habrá finalizado.

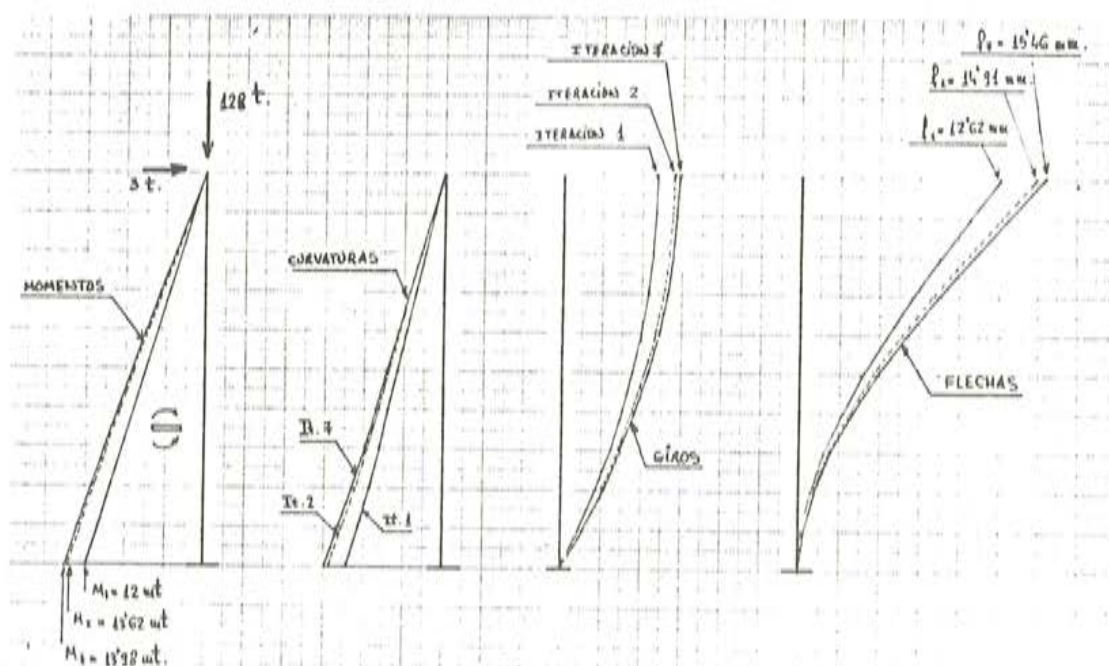


Fig. 6. Proceso iterativo de obtención de la deformada de una pila en ménsula.

### 11) Criterio de inestabilidad

A partir de la tercera iteración, se va comparando el incremento de flecha producido en la sección de cabeza en cada ciclo con el que se tuvo en el ciclo anterior, siendo sólo posible la convergencia si tal incremento es decreciente:

$$\Delta f_{ei} = f_{ei} - f_{e,i-1}$$
$$(\Delta f_{ei} - \Delta f_{e,i-1}) < 0$$

es decir, la diferencia de incrementos de flecha entre dos pasos consecutivos debe ser negativa.

En caso de no cumplirse lo anterior, o sea, si para una iteración obtenemos incremento de flecha superior al que obtuvimos en la anterior, concluimos que la pila es inestable:

$$(\Delta f_{ei} - \Delta f_{e,i-1}) > 0 \rightarrow \text{PILA INESTABLE}$$

En estos casos, a partir de esta situación, tenemos que el incremento de flechas crecerá cada vez más deprisa y llegará una iteración en que en alguna sección de la pila tengamos mayores momentos flectores que el máximo momento-respuesta de la misma, es decir, estaremos por encima del último punto de su diagrama axil-momento-curvatura y la sección se hallará agotada.

En el ejemplo que venimos estudiando esto ocurre para un valor de la carga horizontal de 6,852 Mp, para el cual la pila tiene en las primeras iteraciones incrementos de flecha cada vez más pequeños pero, a partir de la iteración 11, éstos empiezan a crecer, haciéndose la pila inestable y, posteriormente, en la iteración 18 se llega al agotamiento de la sección más solicitada que en este caso de área y armadura constante es la de empotramiento (ver figura 7).

En general, en una pila de inercia y armadura variable a lo largo de su altura, la sección más próxima al agotamiento nos es desconocida a priori.

En esta situación de inestabilidad de la pila, el efecto de segundo orden es máximo, siendo el momento de primer orden en el empotramiento un 77 por 100 del momento total que se tiene en el estado límite último y la flecha de primer orden en cabeza, un 61 por 100 de la total.

El ejemplo mostrado es un caso en que el efecto de esbeltez ha conducido a un estado límite último de inestabilidad, alcanzándose posteriormente el estado límite de rotura de la sección más solicitada. Puede también darse el caso de que, contando con las flechas producidas, se alcance antes este segundo estado límite último sin haber llegado todavía a la inestabilidad de la pieza.

### 12) Criterio de convergencia

Supuesto cumplida la condición anterior de no inestabilidad, la convergencia del proceso se supone alcanzada cuando el incremento de flecha entre dos pasos consecutivos es menor que una fracción de la flecha obtenida en el paso que nos ocupa, o sea:

$$(f_{ei} - f_{e,i-1}) < f_{ei}/K \rightarrow \text{PILA ESTABLE}$$



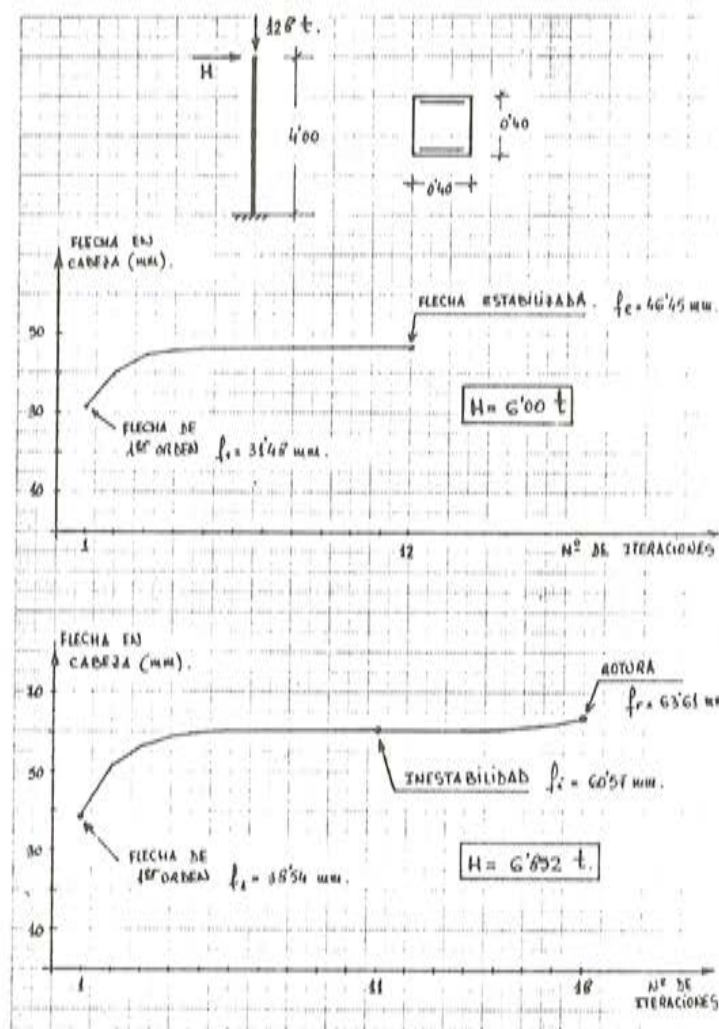


Fig. 7. Situación de estabilidad e inestabilidad.

El valor de K se elige al principio del estudio, habiéndose considerado en este ejemplo  $K = 100.000$ .

En la parte superior de la figura 7 aparece representada la evolución de flechas de la pila para un valor de  $H = 6 \text{ Mp}$  en que, para la iteración 12, se ha verificado la condición de convergencia. Para este valor de la carga, los efectos de segundo orden son más importantes que en el caso considerado en la figura 6, siendo ahora la flecha de primer orden en cabeza sólo un 68 por 100 de la definitiva y el momento de primer orden en el empotramiento el 80 por 100 del valor final que lo solicita en la realidad.

En la tabla 1 se valora el efecto de segundo orden en el soporte estudiado, según los resultados dados por DPIR, en relación a los momentos flectores de la sección de empotramiento del mismo y de su flecha en cabeza, y ello para diferentes valores de la fuerza horizontal H aplicada en coronación.

La buena concordancia de los resultados proporcionados por el programa DPIR y los del gráfico que suministra el Manual de Inestabilidad del CEB puede verse en la figura 1. Frente a los 68,52 kN de fuerza horizontal que, aplicada en coronación del soporte, lo lleva



**TABLA I**  
Evaluación del efecto de segundo orden en el soporte de la figura 1 para diferentes valores de la fuerza H aplicada en su cabeza

Fuerza H aplicada (t)	H/H <sub>u</sub>	MOMENTOS EN EL EMPOTRAMIENTO				FLECHAS EN LA SECCION DE CABEZA			
		1er orden M <sub>1</sub> (mt)	TOTAL M <sub>t</sub> (mt)	M <sub>t</sub> /M <sub>1</sub>	Efecto de 2º ord. M <sub>2</sub> =KM <sub>1</sub>	1er orden f <sub>1</sub> (mm)	TOTAL f <sub>t</sub> (mm)	f <sub>t</sub> /f <sub>1</sub>	Efecto de 2º orden f <sub>2</sub> =K f <sub>1</sub>
3	0,44	12	13,98	1,17	0,17 M <sub>1</sub>	12,62	15,46	1,23	0,23 f <sub>1</sub>
6	0,88	24	29,95	1,25	0,25 M <sub>1</sub>	31,48	46,45	1,48	0,48 f <sub>1</sub>
6,852 (H <sub>u</sub> )	1	27,41	35,37	1,29	0,29 M <sub>1</sub>	38,54	63,61	1,65	0,65 f <sub>1</sub>

a la inestabilidad, tenemos 68 kN según el CEB. Las mayores diferencias entre las respuestas de uno y otro programa se observan en la zona próxima al origen, para valores pequeños de las fuerzas H, donde el método preconizado por el CEB conduce a una respuesta de la pieza de mayor rigidez que la encontrada por nosotros. Sin embargo, la pendiente de arranque del diagrama (H-a) debe coincidir, y coincide en nuestro caso, con la recta correspondiente al análisis de la pieza en teoría de 1<sup>er</sup> orden en la hipótesis de comportamiento elástico-lineal con rigidez correspondiente a la sección homogeneizada, producto del módulo tangente del hormigón, E<sub>co</sub>, por la inercia, I<sub>o</sub>, de la misma.

A mayor abundamiento, en la figura 8 se vuelve a representar la curva proporcionada por este trabajo, para la relación entre fuerza horizontal aplicada en cabeza del soporte y flecha de la misma, dibujándose los resultados que proporciona su análisis elástico en teoría de segundo orden, contando con la rigidez de la sección homogeneizada, pudiéndose observar cómo hasta el nivel de la carga horizontal que produce la fisuración de su sección de empotramiento coinciden prácticamente con los del programa DPIR.

En esta figura 8 puede seguirse la evolución de la fisuración en el soporte a medida que crece el valor de la fuerza horizontal H.

Hasta el valor de H (aproximadamente 2 Mp) que da lugar a un momento en la sección de empotramiento igual al que produce su fisuración, tenemos una relación casi lineal entre la fuerza H y la flecha en cabeza, notándose claramente cómo pierde rigidez en dicho instante, lo cual se refleja en un aumento de la pendiente de la curva, siendo más rápido a partir de ese valor el crecimiento de las flechas.

Para una fuerza H = 4 Mp, (0,58 H<sub>u</sub>), el 50 por 100 del soporte se encuentra fisurado, observándose una mayor pérdida de rigidez en el mismo.

Con H igual a 6 Mp valor próximo (0,86 H<sub>u</sub>) al que produce la inestabilidad, la fisuración afecta al 70 por 100 de la altura de la pieza.

En la figura 9 se han representado los planos de deformación de las diferentes "secciones base" del soporte, para dos valores de la fuerza H, una de 3 Mp, con la cual el 30 por 100 de su altura está fisurado, y la ya comentada de 6 Mp. El hecho de que la curvatura de la sección de empotramiento del segundo soporte sea muy superior al doble de la que aparece en idéntica sección del primero es otro modo de visualizar los efectos de segundo orden que en uno y en otro soporte se producen.

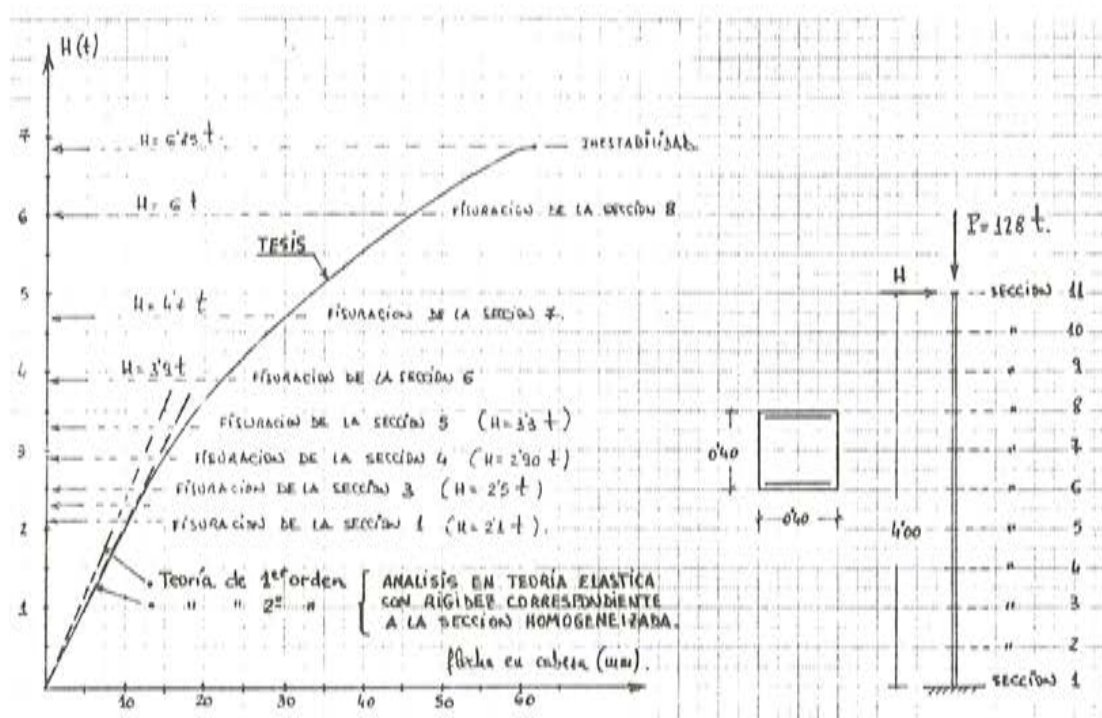


Fig. 8. Evolución de la fisuración en el soporte.

### 3. INFLUENCIA DEL DIAGRAMA $(\sigma-\epsilon)_c$ EN LA RESPUESTA TEORICA DE UN SOPORTE ESBELTO

El uso del diagrama hiperbólico  $(\sigma-\epsilon)_c$  recomendado por el CEB, y recogido por EH, como más representativo que el parabólico-rectangular de la deformabilidad del hormigón, no modifica sensiblemente la respuesta de la pieza. En efecto, en la figura 10 pueden verse las curvas (H-a) correspondientes al soporte antes citado, obtenidas mediante el uso de uno y otro diagrama para un axil  $N = 128$  Mp. Se observa una mayor rigidez en la respuesta calculada con diagrama  $(\sigma-\epsilon)_c$  hiperbólico, y una casi total coincidencia en los valores últimos de la fuerza H.

Por el contrario, en la figura 11 se observa que, cuando el soporte se ve sometido a un axil de 300 Mp, es la respuesta calculada con el diagrama parabólico la que resulta más rígida.

Tales diferencias provienen de los diversos diagramas momento-curvatura que se deducen del empleo de una y otra curva. En la figura 12 se muestran los correspondientes a ambos axiles (128 y 300 Mp) observándose que para compresiones relativamente bajas el diagrama hiperbólico aumenta la rigidez de la sección, y ocurre lo contrario cuando la compresión alcanza valores muy altos. Pero, a la vista de estos resultados, parece que, en aras de la simplicidad operativa, puede recomendarse el empleo único del diagrama parabólico-rectangular, tanto para conocer la capacidad resistente última de una sección como para determinar los movimientos de una pieza.



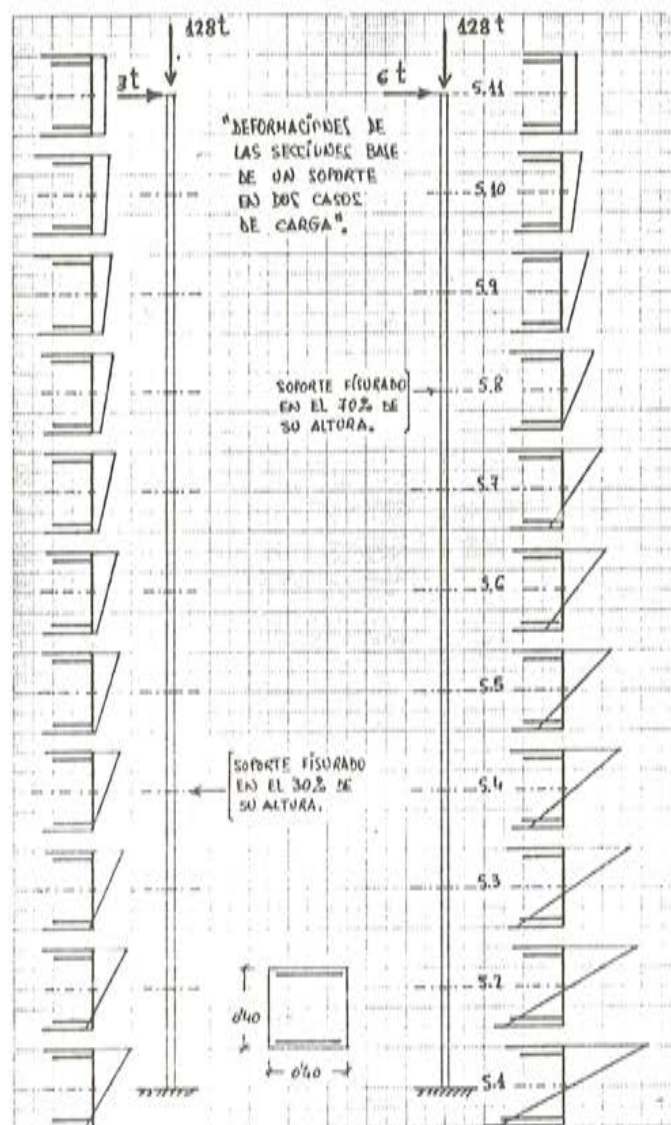


Fig. 9.

#### 4. CONFRONTACION DE LOS RESULTADOS DEL METODO PROPUESTO CON ENSAYOS EXPERIMENTALES

Con objeto de contrastar la validez de los resultados analíticos obtenidos con los programas de ordenador desarrollados en este estudio y confirmar la bondad de sus hipótesis de partida, se realiza en este apartado una confrontación de aquéllos con los que proporcionan los ensayos de laboratorio.

Se han elegido cuatro programas de investigación:

- Los llevados a cabo por Breen y Ferguson en 1966 (6), que son los únicos realizados hasta la fecha sobre columnas en ménsula, y que estudian el comportamiento de éstas bajo cargas de corta duración.
- Con este tipo de cargas se han estudiado también los realizados por Chang y Ferguson en 1963 (9).

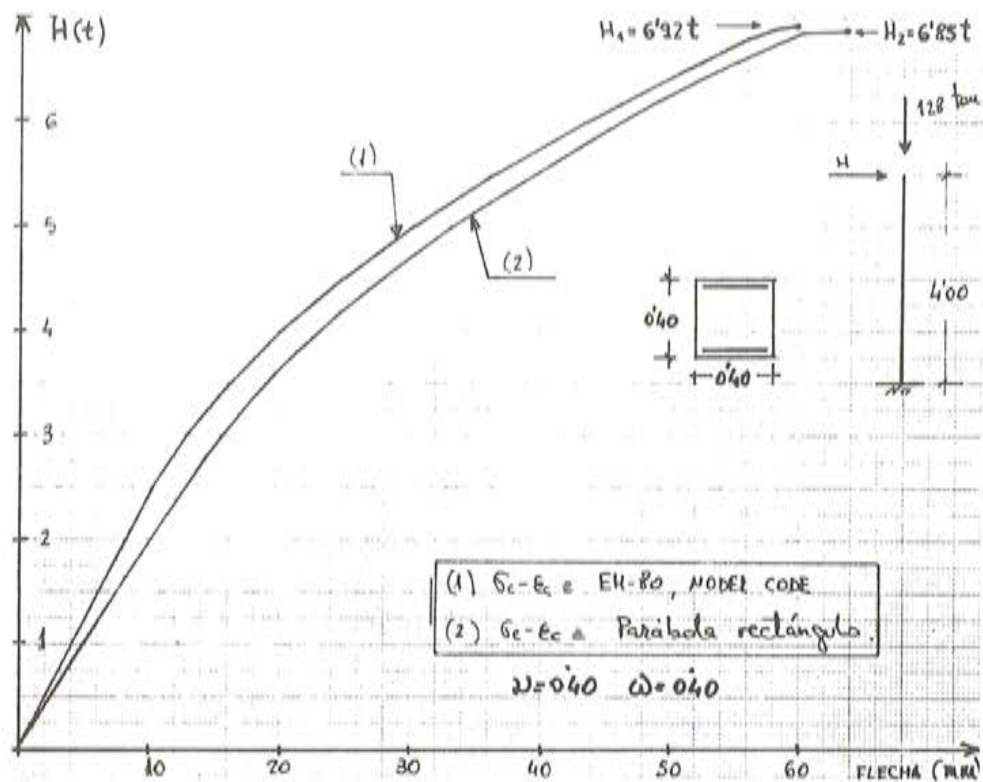


Fig. 10. Influencia del diagrama  $(\sigma_c - \epsilon_c)$  del hormigón.

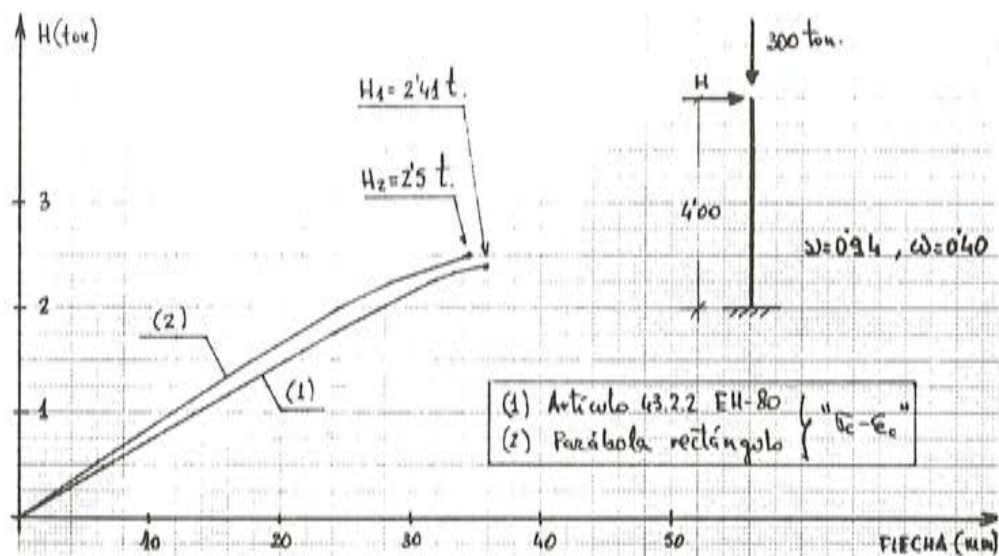


Fig. 11. Influencia del diagrama  $(\sigma_c - \epsilon_c)$  adoptado para el hormigón.



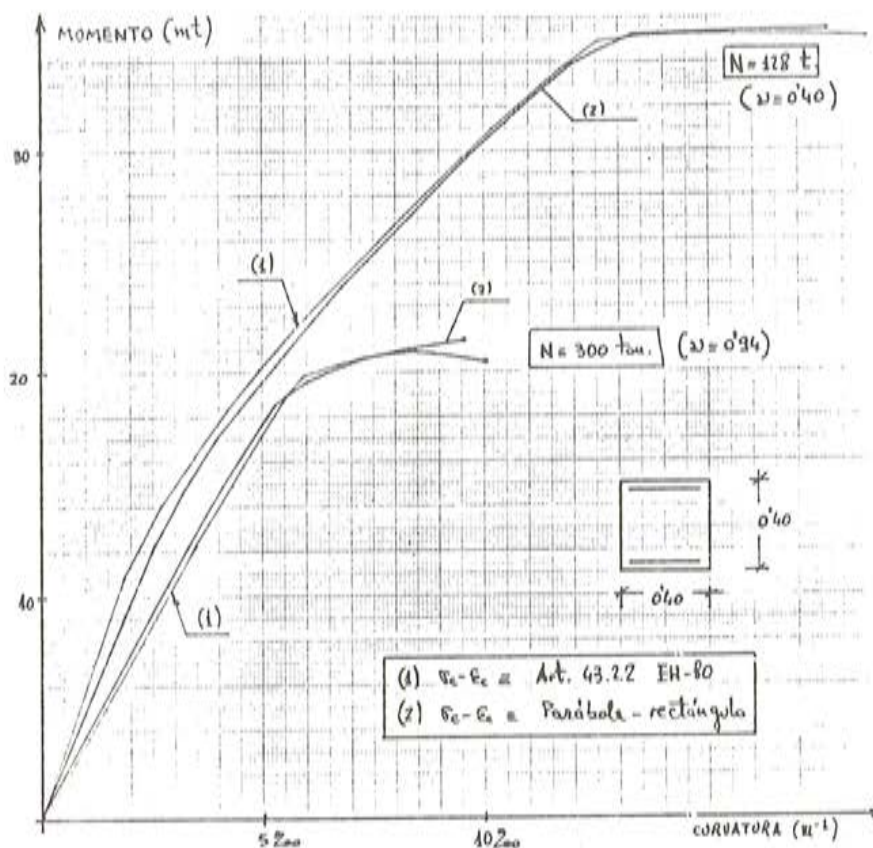


Fig. 12. Influencia del diagrama ( $\sigma_c - \epsilon_c$ ) adoptado para el hormigón en las relaciones N-M-C.

- Bajo cargas de larga duración, se han analizado los ensayos llevados a cabo por Green y Breen en 1966 (12).
- Finalmente, se han confrontado los realizados por el Centro de Ensayo de Estructuras de Saint-Rémy lès Chevreuse (Francia) durante los años 1974-75 (11), que incluyen ensayos bajo carga rápida y de larga duración.

Descartando dos valores anómalos obtenidos en la confrontación con los resultados de Breen y Ferguson, quedan 37 ensayos, cuya descripción y resultados detallados, así como comentarios ad hoc, pueden consultarse en (17).

La muestra consta así de 37 valores "Respuesta ensayo/Respuesta tesis", 19 de los cuales corresponden a casos de carga de corta duración de aplicación y 18 a casos de carga de larga duración.

El resumen estadístico de la confrontación realizada aparece reflejado en el histograma de la figura 13.

Los valores "Rensayo/Rtesis" mínimo, medio y máximo, y la desviación típica obtenidos, son satisfactorios y nos muestran la validez y adecuación de las hipótesis básicas adoptadas y del método desarrollado para llevar a cabo el estudio que nos ocupa.

## HISTOGRAMA DE ENSAYOS CONTRASTADOS

— Número de ensayos recogidos . . . . .	37
Ensayos de corta duración . . . . .	19
Ensayos de larga duración . . . . .	18
— Valor mínimo R ensayo/R tesis . . . . .	0,817
Valor medio                   " . . . . .	1,053
Valor máximo               " . . . . .	1,263
— Desviación típica . . . . .	11,00%

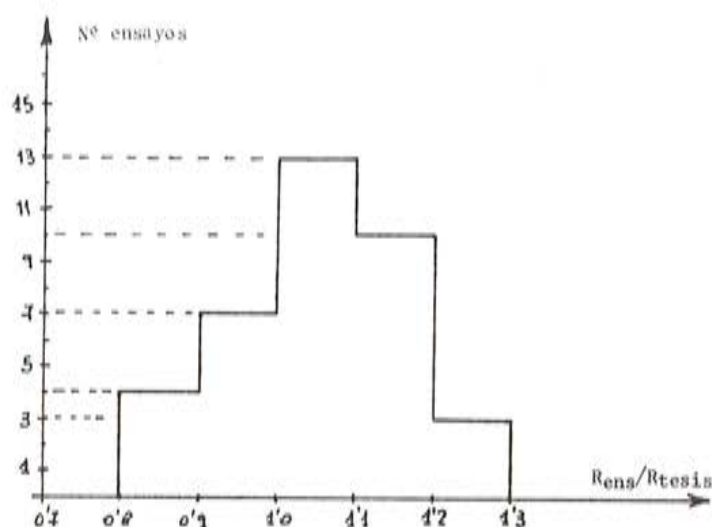


Fig. 13.

## 5. CONFRONTACION DE LOS RESULTADOS DEL METODO PROPUESTO CON LOS DE OTROS METODOS DE ANALISIS

### 5.1. Análisis en teoría de segundo orden e hipótesis de material elástico lineal

El método iterativo desarrollado en el apartado 2 de este artículo para obtener la posición deformada de una pila ménsula de hormigón armado y verificar su estabilidad, sigue siendo totalmente válido y aplicable al caso de que el material constituyente del elemento estructural sea "elástico-lineal".

En tal supuesto el cálculo se simplifica notablemente, dado que la relación que liga los momentos flectores que actúan en cada sección de la pila con las curvaturas que éstas adoptan es de tipo lineal e independiente del axil que soportan, siendo el factor de proporcionalidad la rigidez a flexión (E.I.) de las mismas. Evitamos, pues, la fase más laboriosa del cálculo, al no ser preciso obtener los diagramas axil-momento-curvatura en las secciones base.



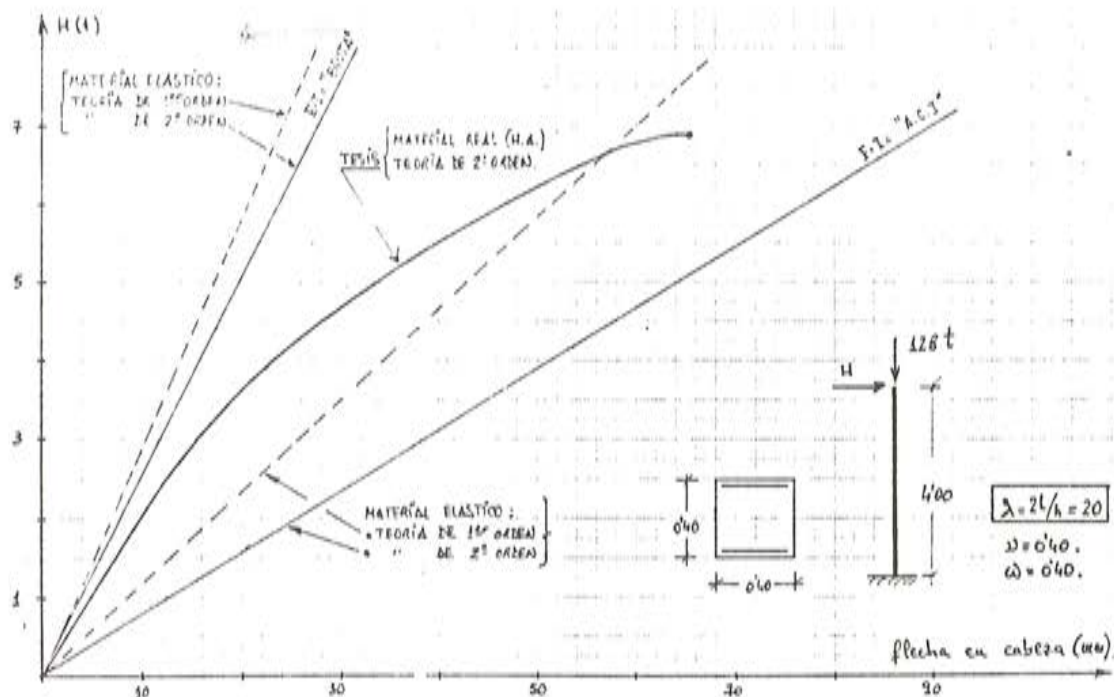


Fig. 14. Confrontación de resultados del método propuesto en este estudio y del análisis elástico.

Según sea el valor que adoptemos para la rigidez ( $E.I.$ ) tendremos diferente comportamiento de la pila. En las comparaciones que haremos en lo que sigue, hemos considerado dos valores para ésta, que son el que resulta de tomar la sección completa de hormigón sin fisurar (que denominamos como "rigidez bruta") y el que, según vimos en el apartado 2, adopta el Código A.C.I.

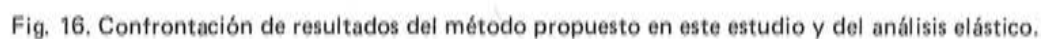
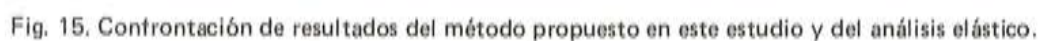
Se confrontará el resultado que proporciona el programa DPIR, de análisis en teoría de segundo orden para la pila real de hormigón armado y para el caso de material ideal elástico-lineal. También se representa la respuesta que da la teoría de primer orden para el caso de la pila elástica.

En la figura 14 se muestran los diagramas ( $H-a$ ) correspondientes al mismo soporte de la figura 1, obtenidos en base a:

- Material "real" hormigón armado (teoría de 2º orden).
- Material elástico-lineal (teorías de 1º y 2º orden) de rigidez ( $E_c I_c$ ), tomando para  $E_c$  el valor secante  $19.000 \cdot \sqrt{f'_c}$ .
- Material elástico-lineal (teorías de 1º y 2º orden) de rigidez  $(EI)_{A.C.I.}$  valorada según Código A.C.I.

Claramente se aprecia la infravaloración de flechas en cabeza a que conduce la consideración del material elástico-lineal de rigidez  $E_c I_c$ , así como el exceso de seguridad que produce el empleo de  $(EI)_{A.C.I.}$ .

Análogos resultados se aprecian en las figuras 15 y 16, donde se representan las curvas ( $P-a$ ) que relacionan la fuerza excéntrica en cabeza con la flecha producida en la misma para sendas pilas de 50 y 100 m de altura, con 5 m de canto, en las cuales ya se han incluido los efectos de primer y segundo orden engendrados por su peso propio. La inseguridad que representa suponer para el hormigón un comportamiento elástico-lineal de rigidez  $(EI)_c$  queda





a la vista y se materializa en el hecho de que, mientras la pila de material "real" hormigón armado de 50 m de altura rompe en su sección de base para una carga excéntrica de 16.200 Mp, la homóloga de material lineal elástico ( $EI$ )<sub>c</sub> sigue para tal carga sintiéndose cómoda y alejada de todo agotamiento. Y que, cuando la pila de 100 m de altura de material "real" llega a la inestabilidad para una carga excéntrica de 5.000 Mp, su homóloga de rigidez constante ( $EI$ )<sub>c</sub> muestra una flecha en cabeza de sólo el 35 por 100 de la anterior y, consecuentemente, sigue ofreciendo estabilidad teórica.

Pero estas figuras muestran también que el valor empírico que suministra el Código A.C.I., conduce a flechas en cabeza, que pueden a veces ser bastante exageradas, pero que ofrecen resultados del lado de la seguridad. Por tanto, quien desee aprovechar las ventajas de sencillez de cálculo inherente a la suposición de comportamiento elástico-lineal del material y esté dispuesto a pagar por ello el precio de un sobredimensionamiento, a veces importante, de secciones, podrá hacerlo contando con tal estimación del valor de la rigidez ( $EI$ ).

## 5.2. Método de la deformada senoidal

Como es bien sabido, la suposición de que la deformada total de un soporte solicitado por una carga excéntrica coincide con una senoide conduce a resultados muy próximos a la realidad experimental cuando se trata de una pieza de sección constante en toda su longitud y cuando, además, pueden despreciarse los efectos de primer y segundo orden debidos a su propio peso.

Tal método permite no preocuparse más que de la curvatura y de las condiciones resistentes de la sección más solicitada dentro de la pieza, con lo que el cálculo numérico se simplifica enormemente respecto del que exige el método general aquí seguido. Aunque, obviamente, el método de la deformada senoidal no sea aplicable a las pilas altas de viaductos, nosotros hemos procedido a comparar resultados de cargas críticas de inestabilidad o agotamiento con los de la publicación (5) donde éstos vienen en forma de ábacos adimensionales.

Tal comparación, expresada en la figura 17, muestra una casi absoluta coincidencia de resultados. Y ello sucede tanto para cargas de corta duración ( $\beta = 0$ ) como para cargas de larga duración ( $\beta = 1$ ).

## 6. ANALISIS DE PILAS ESBELTAS SOLICITADAS POR CARGAS CONTENIDAS EN SUS DOS PLANOS PRINCIPALES

### 6.1. Descripción del proceso operativo, programa de cálculo electrónico DPES

Se generaliza aquí el estudio descrito en el apartado 2 de este artículo para la verificación del estado límite último de inestabilidad de una pila en ménsula de hormigón armado (o de agotamiento de alguna de sus secciones) solicitada por cargas contenidas en uno de sus planos principales, al caso de que éstas actúen en los dos planos mencionados.

En la figura 18 se representa el alzado longitudinal y transversal de una pila doblemente simétrica y las cargas actuantes sobre ella.

En este caso, y una vez discretizada la pila en un determinado número de trozos elementales, limitados por sus secciones base, cada una de éstas se verá sometida a una flexo-compresión biaxial y, como hemos puesto de manifiesto en nuestro primer artículo, podremos obtener sus curvaturas según las dos direcciones principales que, doblemente integrados, nos proporcionarán sus flechas en las direcciones señaladas.

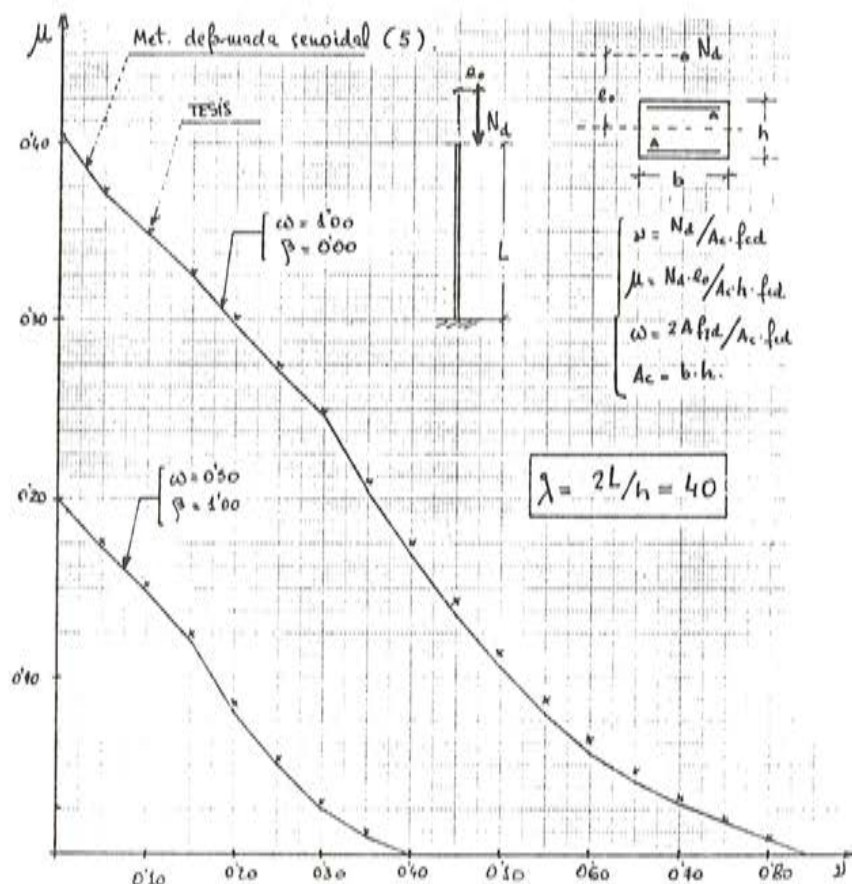


Fig. 17. Diagramas de interacción para soportes esbeltos. Comparación de resultados que proporciona el método de la deformada senoidal y el propuesto en este estudio.

Un proceso iterativo de aproximaciones sucesivas como el expuesto en 2, nos permite obtener la deformada de la pila (ver figuras 18 a 20).

Para realizar el estudio comentado, se ha preparado un programa de cálculo electrónico que denominamos DPES, con las mismas hipótesis de partida que adoptamos al analizar el comportamiento de una sección de hormigón armado frente a una flexo-compresión plana o biaxial (ver Hormigón y Acero n° 148).

Al igual que en el caso de pilas solicitadas en un plano principal, no se tienen en cuenta las deformaciones por esfuerzo cortante. En este caso, además, se desprecian las debidas a los momentos torsores de segundo orden producidos por las cargas horizontales al actuar en la pila deformada.

El proceso operativo que realiza DPES se esquematiza en la figura 21 y se comenta a continuación:

a) Entrada de datos.

Se define la geometría de la pila y de sus secciones base, las armaduras, las características de los materiales y las cargas.

b) Obtención de los esfuerzos axiales en las secciones base.

c) Relaciones  $M_x - M_y - C - \alpha$  en las secciones base para el axil  $N_1$  actuante en cada una.

Esta fase es la más laboriosa de todo el proceso y los tiempos de cálculo numérico necesarios resultan importantes.



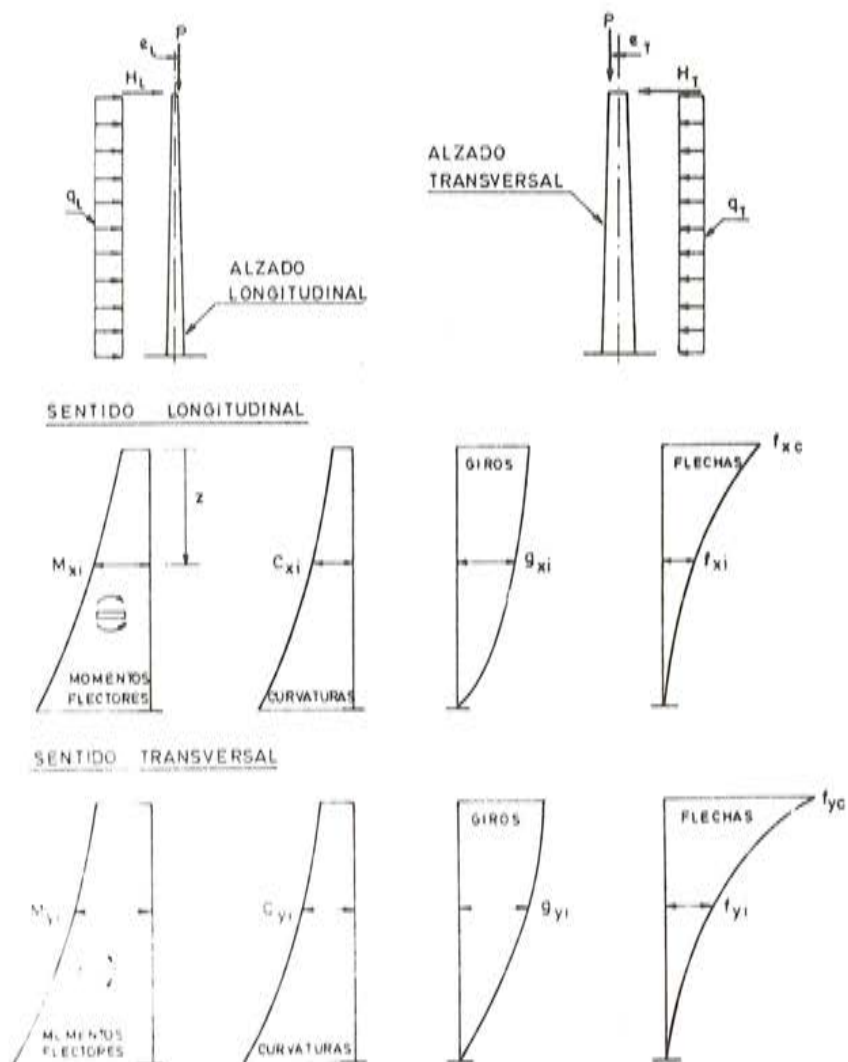


Fig. 18. Pila esbelta solicitada por cargas contenidas en sus dos planos principales. Momentos flectores y deformaciones en los mismos.

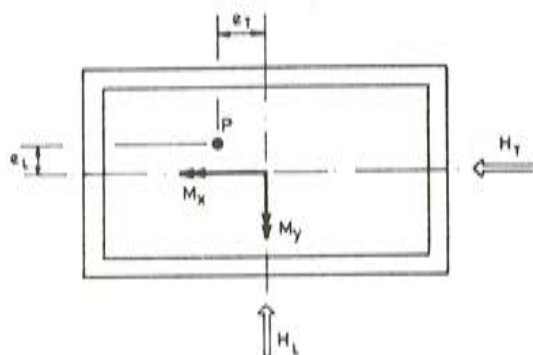


Fig. 19. Cargas actuantes en la sección de cabeza de la pila: una fuerza vertical  $P$ , con excentricidades  $e_T$  y  $e_L$  y unas fuerzas horizontales  $H_T$  y  $H_L$

Momentos flectores en cabeza:

Longitudinal	$M_x = P \cdot e_L$
Transversal	$M_y = P \cdot e_T$

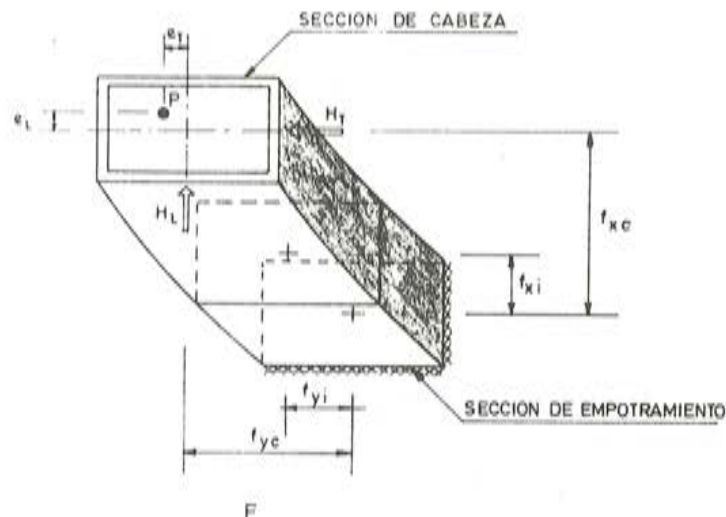


Fig. 20. Posición deformada de la pila.

ESTADO LIMITE ULTIMO DE INESTABILIDAD DE UNA PILA EN MENSULA  
DE HORMIGON ARMADO O DE ROTURA DE ALGUNA DE SUS SECCIONES.

ESTUDIO ESPACIAL

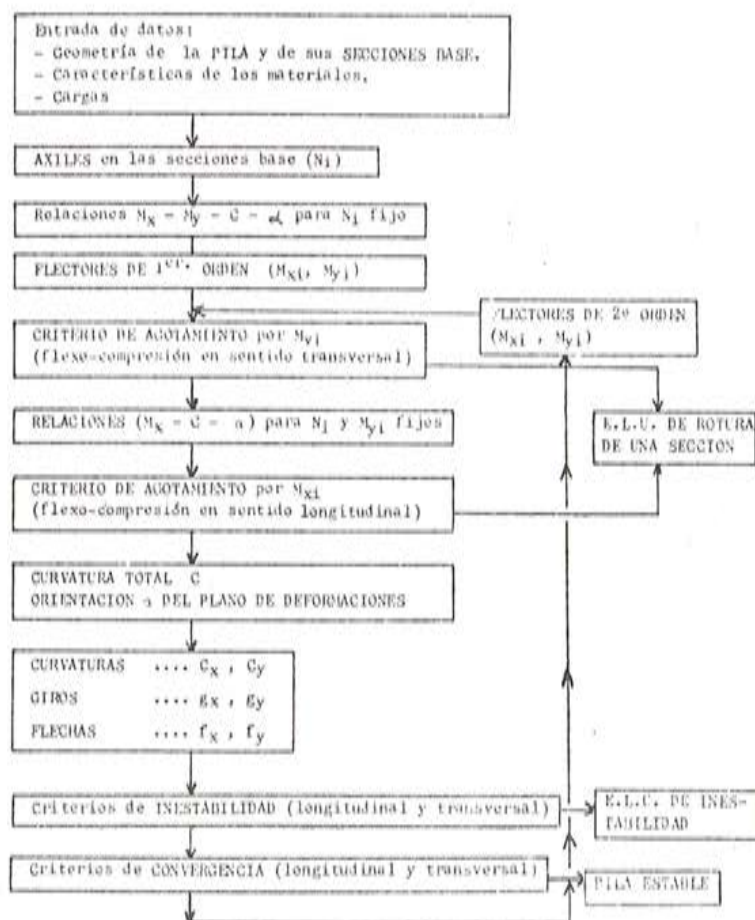


Fig. 21. Proceso operativo para el estudio de una pila esbelta solicitada por cargas contenidas en sus dos planos principales.



Recordemos que la definición correcta de las relaciones  $M_x - M_y - C$  para un axil dado, en función del ángulo  $\alpha$ , nos lleva a dar a este último parámetro valores de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  con incrementos de  $2^\circ$ , con un total de 46 orientaciones del plano de deformaciones, llegando a definir para cada valor de  $\alpha$  las relaciones  $M_x - M_y - C$ .

Considerando un conjunto de 25 curvaturas en cada sección base tenemos que obtener  $(25 \times 3) \times 46 = 3.450$  variables reales, lo cual supone un tiempo de cálculo de dos minutos en el ordenador de que actualmente dispone el Centro de Cálculo de la Universidad de Santander.

La obtención de estas relaciones en las 11 secciones base que se están considerando en la pila exige, por tanto, el conocimiento de 37.950 variables reales, lo que supone un tiempo total de cálculo de 22 minutos y un espacio ocupado en disco de  $37.950 \times 4 = 151.800$  bytes y ello trabajando en simple precisión.

d) El siguiente paso es el de la obtención de los momentos flectores que en cada iteración solicitan a las diferentes secciones base de la pila.

En la sección de cabeza los momentos son constantes a lo largo de todo el proceso operativo y valen (ver figura 19):

— En sentido longitudinal a la pila:  $M_x = P \cdot e_L$

— En sentido transversal a la pila:  $M_y = P \cdot e_T$

En una sección genérica  $i$ , a distancia  $z$  de la sección de cabeza, estos momentos varían durante el proceso de cálculo, debido a los sucesivos valores que toman las flechas.

e) Se compara cada momento  $M_{yi}$  actuante, con el máximo  $M_{yiu}$  que resiste esa sección para el axil fijo  $N_i$ . Y, si dicho valor último es superado, se habrá alcanzado con certeza un estado límite último por rotura de una sección base, con lo que el proceso habrá finalizado. En caso contrario continua.

f) Para cada momento  $M_{xi}$ , se obtiene la relación  $M_x - C - \alpha$  en la forma comentada en el n.º 148 de esta Revista a partir de la cual es inmediata la obtención de la curvatura  $C$  que corresponde a cada valor  $M_{xi}$  y el ángulo  $\alpha$  del plano de deformaciones.

Si el momento  $M_{xi}$  actuante supera el valor máximo de la relación  $M_x - C - \alpha$  anterior, el proceso finalizará al haberse alcanzado el estado límite de rotura de una sección base por flexo-compresión biaxial excesiva.

g) A partir de las curvaturas  $C$  y ángulos  $\alpha$  de orientación del plano de deformaciones en las secciones base, se obtienen las curvaturas  $C_x$  y  $C_y$ . Y por sucesiva integración de éstas, tendremos los giros  $g_x$  y  $g_y$ , así como las flechas deseadas  $f_x$  y  $f_y$ .

h) Los criterios de convergencia de flechas hacia una situación estable y de inestabilidad de la pila, al producirse la divergencia de aquéllas, son los mismos que vimos en el estudio de la pila solicitada en un plano principal, pero en este caso deberán verificarse en ambos sentidos, transversal y longitudinal, de aquélla.

Los pasos comentados se repiten, hasta llegar a una situación de estabilidad, de inestabilidad o de agotamiento de alguna sección base.

El proceso que se acaba de exponer supone, en el ordenador comentado y para pilas esbeltas, un tiempo de cálculo próximo a los 30 minutos, que debe repetirse cada vez que se modifiquen los esfuerzos axiales de las secciones base.

El obtener, por ejemplo, la carga vertical crítica que, actuando con unas ciertas excentricidades en cabeza, produce un estado límite último de inestabilidad de la pila o de agota-

miento de alguna de sus secciones, puede llevar del orden de seis tanteos de diferentes valores de dicha carga vertical, hasta aproximarnos al valor deseado, lo que supone unas tres horas de cálculo. El mismo estudio, pero en el caso de pila solicitada en un plano principal, se resuelve en unos 3 minutos, o sea, 60 veces más deprisa que en flexo-compresión biaxial.

## 6.2. Ejemplo de aplicación

Se contempla, a continuación, el estudio de la pila en ménsula que aparece representada en la figura 22, a modo de ejemplo de aplicación del programa DPES que acabamos de describir.

La pila considerada tiene una altura de 6 metros y está sometida en su cabeza a una carga vertical centrada de 300 Mp y a sendas fuerzas horizontales actuantes en ambos planos principales de su sección transversal, solicitándola a flexo-compresión biaxial, en la que se tendrán presentes los efectos de segundo orden.

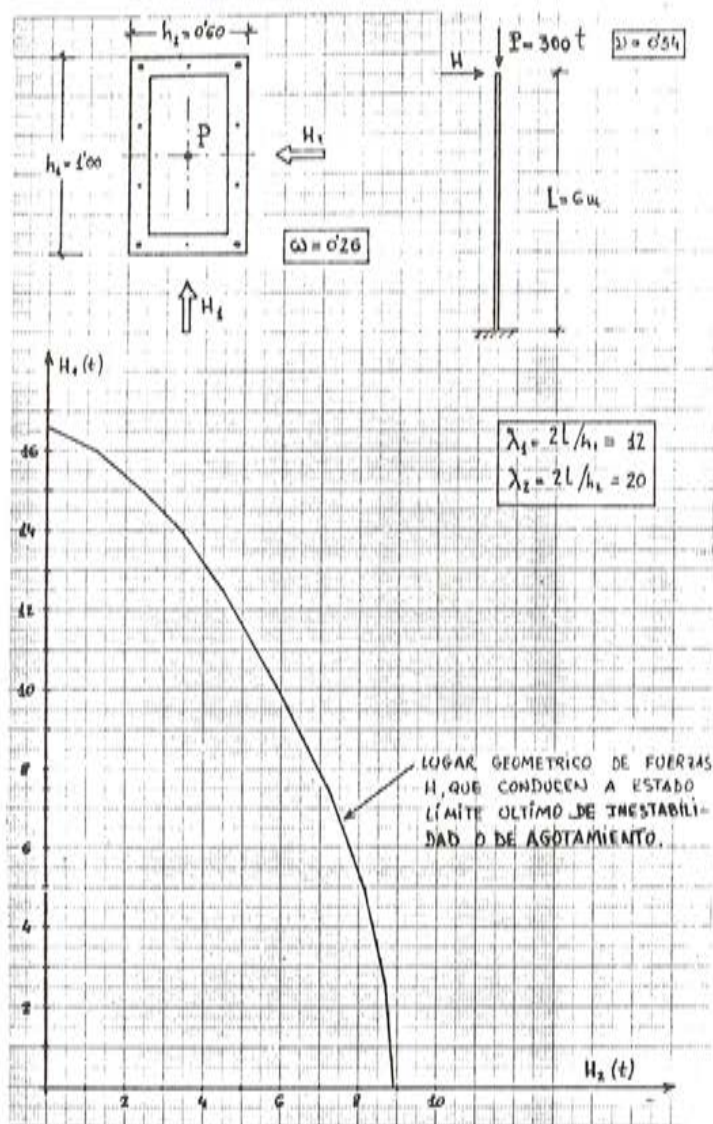


Fig. 22. Ejemplo de aplicación del programa DPES.



Dado que el peso de la pila sólo es el 1,4 por 100 de la carga actuante en cabeza, se ha prescindido en este ejemplo de su efecto, estando el soporte sometido a un axil constante. Esto presenta la ventaja de que las relaciones  $M_x - M_y - C - \alpha$  para  $N$  fijo, son las mismas en todas las secciones base de la pieza, no teniendo, pues, que definir las nada más que una vez.

Como paso previo, se ha obtenido el lugar geométrico de las fuerzas ( $H_1, H_2$ ), que conducen a un estado límite último de inestabilidad de la pila o de agotamiento de alguna de sus secciones, representando el resultado en la figura 22.

En la figura 23 se ha representado el comportamiento de este soporte en ménsula, cuando, siendo constantes el valor de la carga  $P$  y el de una de las cargas horizontales ( $H_1$ ), se va incrementando el de la otra fuerza horizontal ( $H_2$ ) desde cero hasta producir un estado límite último, dando para cada valor de esta última carga las flechas que experimenta la coronación del soporte en sus dos direcciones principales.

De la observación de la figura 23 puede destacarse:

- Cuanto mayor es la carga  $H_1$  que actúa en la pieza, menor es la capacidad última de carga  $H_2$  de que dispone la misma, resultado que ya había quedado reflejado en la figura 22 anterior.
- La presencia de una fuerza  $H_1$  "ablanda" la pieza en la otra dirección, en el sentido que la flecha  $f_2$  engendrada por  $H_2$  es tanto mayor cuanto más importante sea la fuerza  $H_1$  actuante en el otro sentido.
- Para valores no muy importantes de  $H_1$ , la actuación de diferentes valores de la fuerza  $H_2$  apenas modifica las flechas  $f_1$ , salvo en las proximidades del estado límite último, lo que es explicable por la pequeña esbeltez que la pieza ofrece en dicho sentido.

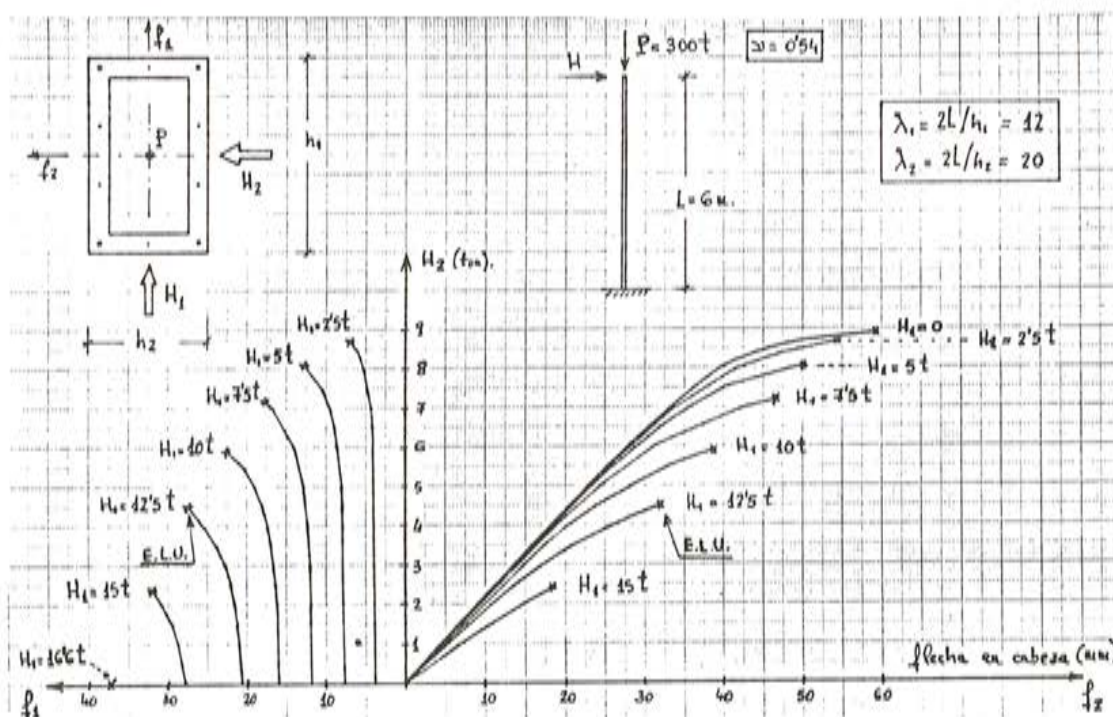


Fig. 23.

En la figura 24 se representa el estado de deformaciones de las secciones base consideradas en el soporte para un caso de cargas próximo a una situación de estado límite último ( $H_1 = 5 \text{ Mp}$ ,  $H_2 = 8 \text{ Mp}$ ). Se observa que la pieza se encuentra fisurada en algo más del 50 por 100 de su altura, presentando la sección de empotramiento una deformación del hormigón en la fibra más comprimida que está próxima al valor  $\epsilon_{cu}$ .

El ángulo de orientación que adopta el plano de deformación es, aproximadamente, el mismo para todas las secciones base de la pieza y con un valor próximo a  $75^\circ$ . Esta constancia de orientación se debe a que la relación entre los dos momentos que solicitan al soporte en sus diferentes secciones se mantiene, incluyendo efectos de segundo orden, aproximadamente constante en todas ellas. En otros casos de carga en que no se cumpla lo anterior, y con piezas más esbeltas, veremos en figuras que aparecerán en el próximo artículo, cómo la orientación del plano de deformaciones se modifica a lo largo de la altura de la pila.

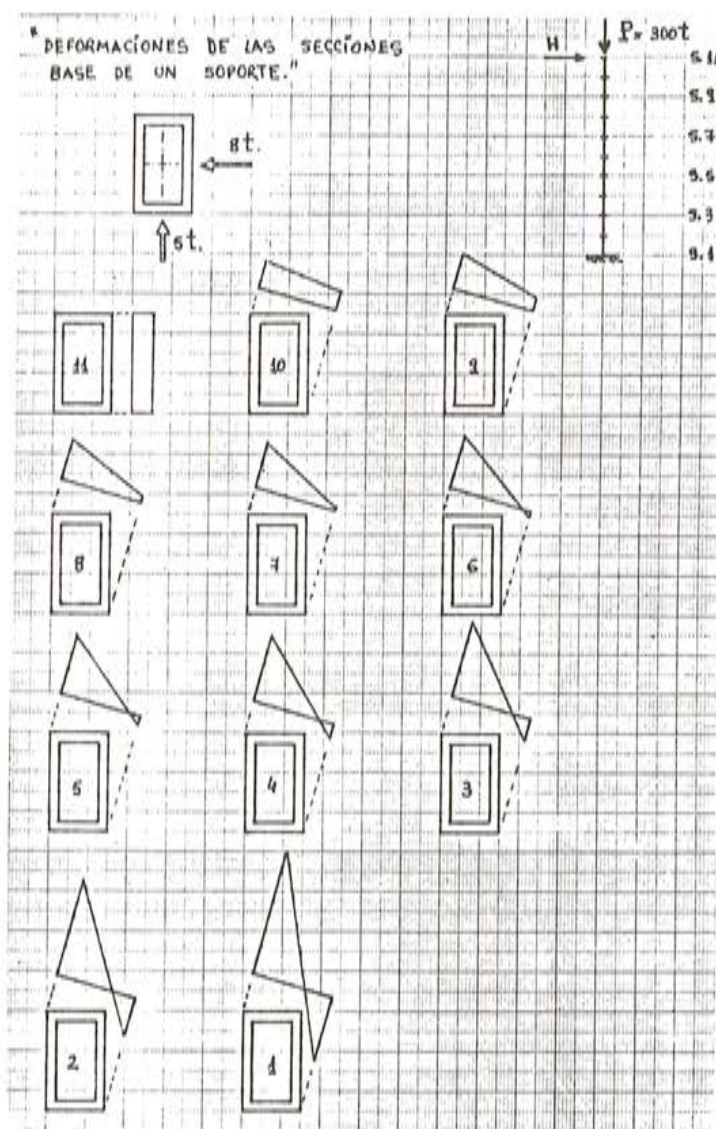


Fig. 24.



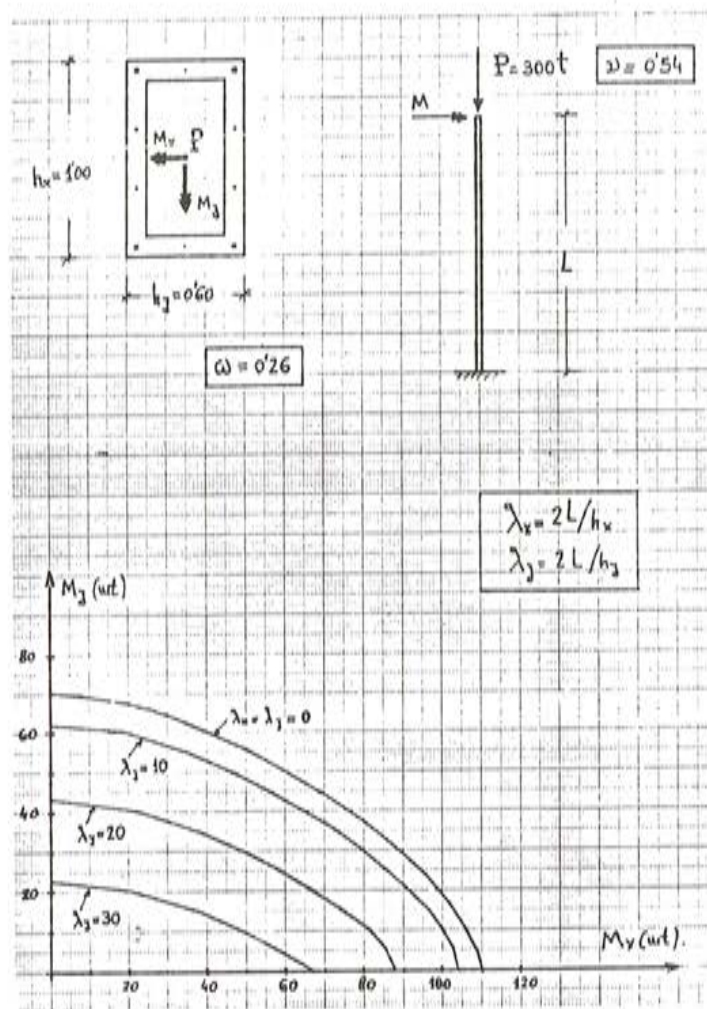


Fig. 25. Momentos flectores  $M_x$ ,  $M_y$  resistidos por un soporte en ménsula. Influencia de su esbeltez.

En la figura 25 se representan, finalmente, los momentos flectores últimos, que son resistidos en las dos direcciones principales de la sección de cabeza del soporte que venimos considerando cuando además se le somete a carga vertical centrada de 300 Mp, y ello para diferentes longitudes del mismo.

Sin efecto de esbeltez ( $\lambda_x = \lambda_y = 0$ ) tenemos la relación ( $M_x - M_y$ ) que nos proporcionó el programa MCES de estudio de una sección sometida a flexo-compresión biaxial. Las curvas correspondientes a valores crecientes de esbelteces son los diagramas de interacción ( $M_x - M_y$ )<sub>u</sub> para  $N = 300$  Mp incluidos los efectos de segundo orden que con tales esbelteces aparecen. La figura visualiza bien la reducción de capacidad de carga de la pieza cuando crece su esbeltez.

## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Consúltase "Hormigón y Acero" n° 148.



**Cursos de Postgraduados de la Universidad Politécnica de Barcelona. Con el patrocinio del Departament d'Ensenyament (Direcció General d'Ensenyament Universitari) de la Generalitat de Catalunya**

**Métodos avanzados de diseño y análisis numérico en ingeniería Enero-Junio 1984**

**OBJETIVO**

Proporcionar información actualizada sobre la teoría y práctica de la utilización de procedimientos avanzados de diseño y cálculo asistidos por ordenador para la solución de problemas de ingeniería.

**CONTENIDO**

**Primera Parte:** Teoría General del Método de los Elementos Finitos. Técnicas de Cálculo Numérico. Leyes de comportamiento de materiales. Introducción al planteamiento matemático de los problemas de ingeniería. Ordenadores.

**Segunda Parte:** Análisis de Estructuras. Problemas Geotécnicos. Técnicas de Diseño Gráfico. Problemas de Fluidos. Problemas de Dinámica. Transmisión del calor y problemas análogos. Mecánica de Fractura.

**ORGANIZACION**

**Primera parte:** 3 días/semana. Lunes, Martes y Miércoles.  
11 horas/semana.  
Total: 88 horas lectivas.

Todas las asignaturas de la primera parte son obligatorias.

**Segunda parte:** 3 días/semana. Lunes, Martes y Miércoles.  
15 horas/semana.  
Total: 126 horas lectivas.

Se deberán aprobar al menos cinco de las siete asignaturas de la segunda parte.

Se expedirán Diplomas acreditativos del curso a quienes superen las pruebas establecidas en el mismo.

**INSCRIPCIONES E INFORMACION:**

Secretaría de Cursos de Postgrado.  
E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona.  
Calle Jordi Girona Salgado, 31 – Barcelona-34.  
Tel.: 204 82 52.

## **Materiales en ingeniería**

### **Enero-Junio 1984**

#### **Objetivo:**

El objetivo principal es el de proporcionar información actualizada sobre la naturaleza y las propiedades de los principales materiales utilizados en ingeniería, en especial propiedades mecánicas y métodos de ensayo, complementando en profundidad los aspectos de elección y uso de los productos de utilización más general.

#### **Contenido:**

##### *Estructura de los Materiales*

- Introducción a la naturaleza de los materiales.
- Materiales metálicos.
- Materiales no-metálicos.
- Cerámicos y refractarios.
- Cementos y hormigones.
- Polímeros y elastómeros.
- Otros materiales.

##### *Análisis de la Estructura de los Materiales*

- Microscopía óptica.
- Microscopía electrónica, TEM y SEM.
- Difracción de Rayos X.
- Otros métodos de análisis.

##### *Utilización de los Materiales en el Diseño Industrial y Construcción*

- Características mecánicas de los materiales.
- Mecánica de la fractura.
- Fatiga como elemento de diseño.
- Conferencias diálogo y mesas redondas sobre problemas específicos desarrollados con la colaboración de especialistas de la industria.
- Bio-materiales.
- Materiales aplicados a la aeronáutica.
- Materiales en la industria del automóvil.
- Utilización de residuos como materiales de construcción.
- Materiales de ingeniería civil.

##### *Ensayo y Control de los Materiales*

- La garantía y el coste de la calidad.
- Ensayos destructivos.
- Ensayos no-destructivos.

#### **Organización:**

E.T.S. de Ingenieros Industriales y E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.  
3 días/semana. 9 horas/semana. 150 horas lectivas.

#### **Inscripción e información:**

Departamento de Metalurgia.  
E.T.S. de Ingenieros Industriales de Barcelona.  
Av. Diagonal, 647 – Barcelona-28.  
Tel.: 249 58 00.



# **Curso General de Corrosión y Protección de Materiales Metálicos en contacto con hormigón**

Asociación Nacional de Químicos de España (ANQUE)

Delegación Centro. Sección Técnica de corrosión y Protección  
Lagasca, 95, 1º Dcha. Teléf.: 435 50 22. Madrid

## **PRESENTACION:**

El curso va dirigido esencialmente a profesionales de la construcción. Se abordará en él, de forma panorámica y general la corrosión de metales, como el acero, el zinc y el aluminio en contacto con hormigón.

Factores tales como la influencia del tipo de cemento, la dosificación del hormigón y los aditivos serán analizados y se expondrá su influencia en la corrosión por cloruros y por carbonatación. Se explicarán las técnicas de medida de la corrosión que pueden utilizarse, desde las simples gravimetrías hasta las últimas técnicas electroquímicas desarrolladas. Finalmente se considerarán también los distintos métodos de protección que en la actualidad se pueden aplicar preventivamente.

En posteriores cursos se podrá plantear de forma más detenida y profunda alguno de los aspectos particulares hacia los que se detecte especial interés.

## **COORDINADORA DEL CURSO:**

Dra. María del Carmen Andrade Perdrix. Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento (I.E.T.C.C.).

## **SECRETARIA:**

Joaquín Simancas Peco.  
Centro Nacional de Investigaciones Metalúrgicas.  
Ciudad Universitaria.  
Teléf.: 253 89 00. Madrid-3.

## **FECHA:**

1 y 2 de Febrero de 1984.

## **LUGAR DE CELEBRACION:**

Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento. C/Serrano Galvache, s/n. Madrid-33.

## **INFORMACION GENERAL:**

Los interesados en asistir al Curso deberán enviar a la Secretaría del mismo o al ANQUE (Lagasca, 85, Madrid-6) la solicitud de inscripción antes del día 26 de Enero de 1984.

El número de plazas es limitado por lo que se atenderá por riguroso orden de recepción. Se recomienda, por tanto, el envío de la solicitud con la máxima antelación posible.

La cuota de inscripción es de 17.000 pesetas (14.000 pts. para los miembros de ANQUE). En la cuota va incluida la documentación que se entregará a los cursillistas.

Al final del curso se entregarán diplomas de asistencia.

La asistencia a la Mesa Redonda final es independiente y de entrada libre, celebrandose ésta el jueves 2 de febrero a las 16,00 horas.

## Elementos de contorno adaptables

E. Alarcón

Cátedra de Estructuras

E.T.S. Ingenieros Industriales. U.P. MADRID

Como es bien sabido, en el método de los elementos finitos se suele hablar de dos tipos de convergencia. La primera, o convergencia  $h$ , se refiere a la mejora del resultado que se obtiene refinando la malla. Debido a la correspondencia elemento —variables nodales— funciones de interpolación, ello implica un ajuste progresivo de los resultados en aquellas zonas donde se produce el refinamiento.

Se trata del método más usado cuando, de forma pragmática, se desea tener una idea de la convergencia de los resultados. Su principal inconveniente radica en el hecho que cada refinamiento exige el cálculo de matrices de rigidez diferentes de las anteriores, de modo que la información debe ser rehecha en cada caso y, por tanto, los costes son elevados.

El segundo método analiza la convergencia  $p$ , o refinamiento de la aproximación mediante el incremento del grado del polinomio definido sobre cada elemento. Se trata de abandonar la idea de asociar a cada nodo el valor físico de la variable correspondiente en la aproximación típica

$$u \sim a_1 \phi_1 + a_2 \phi_2 + a_3 \phi_3 + \dots + a_n \phi_n \quad (1)$$

donde las funciones  $\phi$  son unidad en el nodo correspondiente y cero en el resto.

Por el contrario, se vuelve a la idea original de Ritz, semejante al de un desarrollo en serie de Fourier, donde las funciones  $\phi$  están definidas globalmente y los coeficientes de ponderación no tienen por qué presentar un significado físico concreto.

Evidentemente, la vuelta no es total; se siguen manteniendo elementos y dentro de cada uno de ellos se establece una jerarquía de funciones  $\phi_i$ .



Con esta situación intermedia entre la globalidad absoluta de Ritz y la correspondencia absoluta de la discretización con las variables se consigue, por un lado, mantener una versatilidad suficiente para el ajuste por trozos y, por otro, refinar la aproximación de forma inteligente ya que, al igual que sucede en una serie de Fourier, cada término que se añade produce un efecto menor, lo que posibilita el truncamiento cuando se alcanza un determinado nivel de precisión. Además, puesto que cada  $\phi$  tiene un soporte perfectamente definido desde un principio, cada etapa del refinamiento aprovecha todos los cálculos anteriores y sólo se necesita evaluar los nuevos términos de la matriz de rigidez.

La primera idea fué propuesta por Zienkiewicz et al. (1970), y posteriormente han desarrollado el método Szabo et al. (1978), Babuska (1975, 1978), Peano (1978), etc.

El proceso operativo incluye así:

- a) Establecimiento de una malla amplia sobre el dominio a analizar.
- b) Definición de una jerarquía de funciones de interpolación dentro de cada elemento.
- c) Establecimiento de un "indicador" de las zonas que precisen la adición de nuevas funciones jerarquizadas.
- d) Establecimiento de un "estimador a posteriori" que evalúe el error cometido y precise el momento en que pueda ser detenido el proceso.

Un método que sigue los pasos anteriores se denomina autoadaptable y, como se puede comprender, resulta interesantísimo para problemas no triviales.

En lo que sigue vamos a contemplar la posibilidad de extender las ideas anteriores al método de los elementos de contorno.

## 1. ELECCION DE LAS FUNCIONES DE INTERPOLACION EN EL M.E.C. ELEMENTOS NATURALES

Como es sabido, el método de los elementos de contorno está basado en la existencia de una relación de reciprocidad entre dos problemas regidos por un operador elíptico

$$\begin{aligned} Au &= f & \text{a)} \\ Au^* &= f^* & \text{b)} \end{aligned} \tag{2}$$

que se obtiene al formar los productos internos

$$\begin{aligned} (Au, u^*)_{\Omega} &= (f, u^*)_{\Omega} \\ (Au^*, u) &= (f^*, u)_{\Omega} \end{aligned} \tag{3}$$

Desarrollando el primer miembro

$$\begin{aligned} a(u, u^*)_{\Omega} + b(u, u^*)_{\partial\Omega} &= (f, u^*)_{\Omega} \\ a(u^*, u)_{\Omega} + b(u^*, u)_{\partial\Omega} &= (f^*, u)_{\Omega} \end{aligned} \tag{4}$$

donde  $a(\cdot, \cdot)_{\Omega}$  es una forma bilineal en el dominio  $\Omega$  y  $b(\cdot, \cdot)_{\partial\Omega}$  otra en su contorno  $\partial\Omega$ .

Debido a las condiciones de simetría del operador, la sustracción de ambas igualdades permite obtener

$$b(u, u^*)_{\partial\Omega} - b(u^*, u)_{\partial\Omega} = (f, u^*)_{\Omega} - (f^*, u)_{\Omega} \quad (5)$$

Si (2a) es el problema original se observa que tan sólo el último sumando del segundo miembro incluye los valores de la variable en el dominio, lo que exigiría su discretización.

Sin embargo, si se escoge (2 b) de modo que

$$f^* = \delta(\underline{x} - \underline{a}) \quad (6)$$

se obtiene inmediatamente

$$(f^*, u)_{\Omega} = u(\underline{a}) \quad (7)$$

y una fórmula de representación integral

$$u(\underline{a}) = -b(u, u^*)_{\partial\Omega} + b(u^*, u)_{\partial\Omega} + (f, u^*)_{\Omega} \quad (8)$$

que en elasticidad, por ejemplo, se denomina identidad de Somigliana, y en potencial responde a la expresión

$$\phi(\underline{a}) = - \int_{\partial\Omega} \phi(d\phi^*/dn) + \int_{\partial\Omega} \phi^*(d\phi/dn) + \int_{\Omega} f \phi^* \quad \underline{a} \in \Omega \quad (9)$$

que indica que es posible expresar el potencial en un punto como la suma de un potencial de capa simple, otro de capa doble y un potencial volumétrico.

Si  $\underline{a} \in \partial\Omega$  el primer término de (8) se transforma en

$$c u(\underline{a}) \quad \underline{a} \in \partial\Omega \quad (10)$$

donde  $c$  es una matriz que recoge las características geométricas del contorno alrededor del punto  $\underline{a}$ .

Con la modificación (10), la ecuación (8) puede interpretarse como un proceso de ponderación de tipo Galerkin, aunque la fórmula (8) como tal genera evidentemente un método de colocación.

Para crear un método numérico con base vg.: en (9), basta ahora proceder a interpolar la solución en la forma habitual de los métodos proyectivos, es decir

$$\begin{aligned} \phi &\sim a_j \phi_j \\ q = d\phi/dn &\sim b_j \psi_j \quad j = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (11)$$

El M.E.C. tradicional utiliza para  $\phi_j$  y  $\psi_j$  polinomios definidos localmente, lo que permite dar significado físico a  $a_j$  y  $b_j$  e incorporar una formulación isoparamétrica de representación del contorno. Así, si por claridad

$$\phi_j = \psi_j = N_j \quad (12)$$

se obtiene:

$$c_i \phi(a_i) + \sum_e \left[ \int_{r_j} N_1 J q^* d\xi, \int_{r_j} N_2 J q^* d\xi, \dots \right] \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_e \left[ \int_{r_j} N_1 J \phi^* d\xi, \int_{r_j} N_2 J \phi^* d\xi, \dots \right] \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$i, j = 1, 2, 3, \dots, N \quad (13)$$

donde se ha hecho

$$q = d\phi/dn \quad (14)$$

y  $N$  son las funciones de interpolación típicas de los elementos lineales parabólicos etc.

Como puede observarse, el sistema anterior se reduce a

$$A \phi = B q \quad (15)$$

y, tras la imposición de las condiciones de contorno a

$$KX = F \quad (16)$$

que permite obtener las incógnitas  $X$ .

Es inmediato observar que, debido a la diferencia entre funciones de interpolación y funciones de ponderación, las matrices resultantes son asimétricas, lo que exige el cálculo de todas y cada una de las integrales que forman sus elementos.

También, aunque las funciones de interpolación sean locales, las de ponderación resultan al resolver el problema (2 b) y, por lo tanto, están definidas globalmente. Además de asimétricas las matrices son, pues, llenas.

La propiedad más atractiva del método, es la reducción en dimensiones geométricas, pero el cálculo de las integrales exige un tiempo que a veces desequilibra la ventaja anterior.

No es pues extraño que tras los primeros años de adquirir confianza en los resultados del método se pretenda ahora encontrar soluciones que permitan reducir el esfuerzo de cálculo citado.

En este sentido, la idea de funciones jerarquizadas se presenta como una excitante posibilidad. En efecto, la filosofía isoparamétrica expuesta anteriormente ha servido para automatizar el método mejorando intentos anteriores. No obstante es artificial la creación de elementos mediante funciones de forma locales cuando con ello no se consigue la estructura en banda típica del M.E.F.

Para fijar ideas piénsese en los casos de potencial bidimensional que se croquizan en la figura 1.

Si se prescinde de como conseguir un modelo geométrico del contorno, lo que no es más que un problema de interpolación, se observa la existencia de elementos "naturales" definidos bien por la existencia de esquinas, bien por singularidades o cambio en las condiciones de borde.



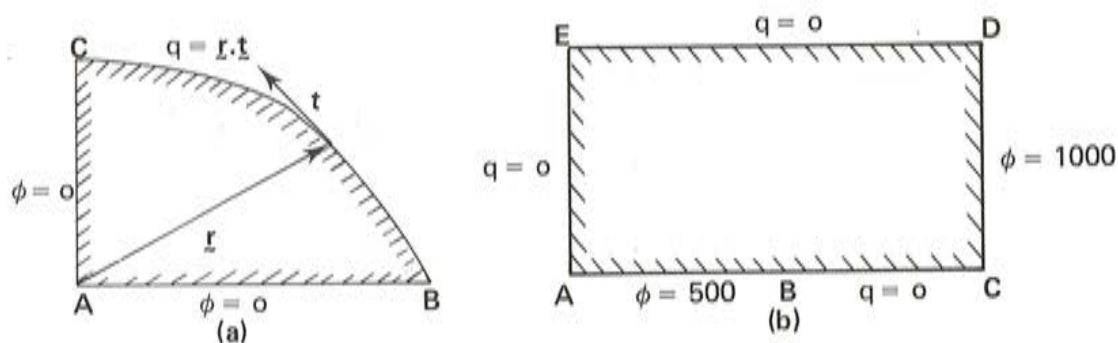


Fig. 1.

Es evidente que en el caso 1 a. tanto el flujo como el potencial evolucionan regularmente dentro de cada uno de los trozos AB, BC, CA (figura 2) que son, por tanto, los elementos lógicos en los que debe intentarse la interpolación de las variables  $\phi$  y  $q$ .

Por su parte, en el ejemplo 1 b. las esquinas ACDE introducen flujos discontinuos que provocan la conveniencia de subdividir el contorno en esos trozos, pero, además, el cambio de condiciones en B sugiere inmediatamente la elección de los elementos naturales AB, BC, CD, DE, EA.

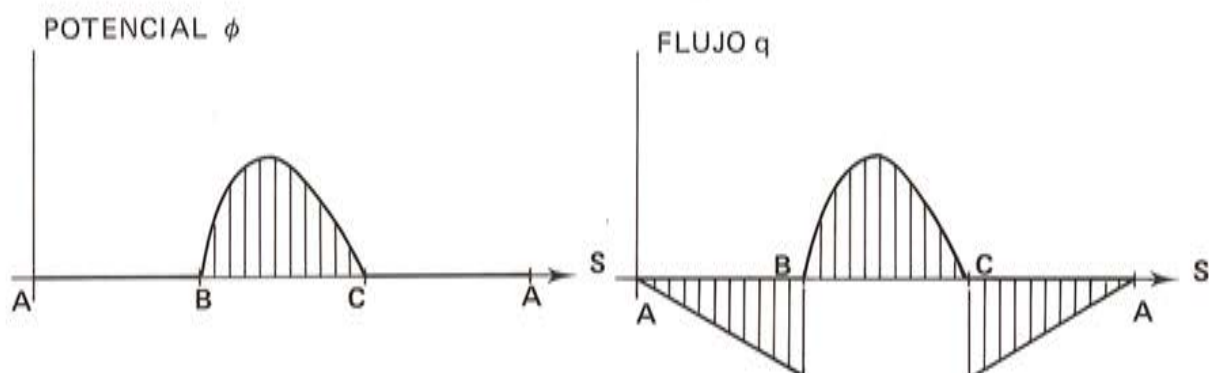


Fig. 2.

Un ejemplo de como se estudia la convergencia mediante un método h en este caso puede verse en Alarcón et al. (1979). La sencillez de la geometría indica claramente lo absurdo que resulta un tratamiento local en este caso cuando unas pocas funciones globales y jerarquizadas sobre cada elemento (más la posible adición de alguna que represente la singularidad de  $q$ ) permitirían obtener resultados aceptables con un esfuerzo incomparablemente menor: en efecto, hay dominios fijos de integración y el número de funciones está provocado por la complejidad del potencial y no por la geometría.

## 2. JERARQUIA DE FUNCIONES DE INTERPOLACION

En los casos planos, las funciones que se precisan son monodimensionales. Si se sigue con la idea de un desarrollo en series de Fourier, la jerarquía sería la indicada en la figura 3a donde

$$0 \leq \xi \leq 1$$

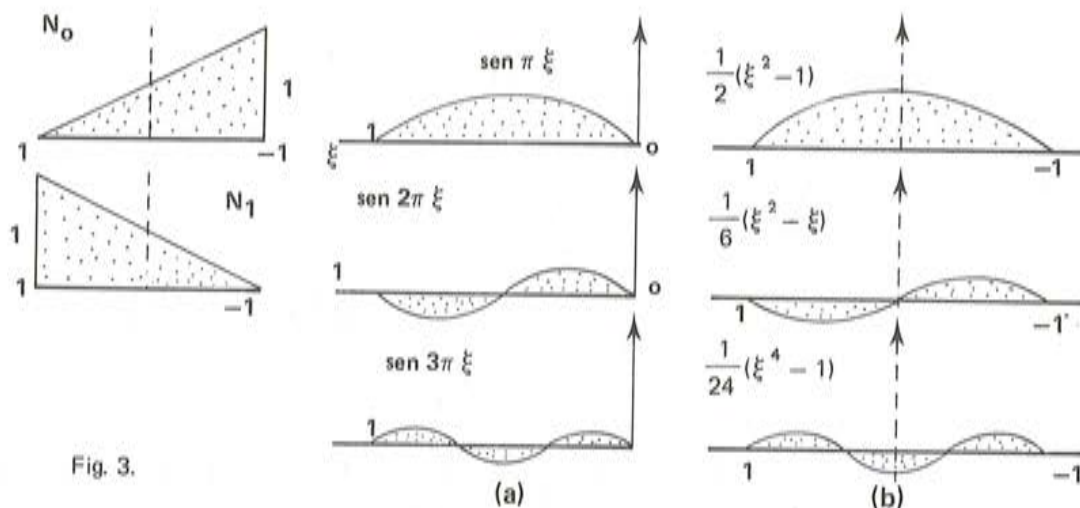


Fig. 3.

Una serie popular, es la propuesta por Peano et al. (1978) figura 3 b. que está compuesta por las dos funciones lineales más

$$N_p = \frac{1}{p!} (\xi^p - b) \quad -1 \leq \xi \leq 1 \quad (17)$$

con

$$\begin{aligned} b &= 1 \quad \text{si } p \text{ es par} \\ b &= \xi \quad \text{si } p \text{ es impar.} \end{aligned}$$

En estas funciones, el significado de los coeficientes  $a_j$  y  $b_j$  de la ecuación 11 pasaría a ser el de derivadas sucesivas de la función en el centro del intervalo

$$\begin{aligned} a_{p+1} &= \frac{d^p \hat{\phi}}{d \xi^p} \\ b_{p+1} &= \frac{d^p \hat{q}}{d \xi^p} \end{aligned} \quad (18)$$

como puede comprobarse inmediatamente.

En problemas 3 D se necesitan funciones bidimensionales que se obtienen simplemente como productos de las anteriores (Figura 4).

### 3. JERARQUIZACION DE LAS MATRICES DE INFLUENCIA

El uso de las funciones de interpolación indicadas en el apartado anterior provoca la deseada jerarquización de las matrices de influencia. Observemos un elemento.

Si el desarrollo

$$\hat{u} = a_1 \phi_1 + a_2 \phi_2 + a_3 \phi_3 + \dots + a_N \phi_N \quad (19)$$

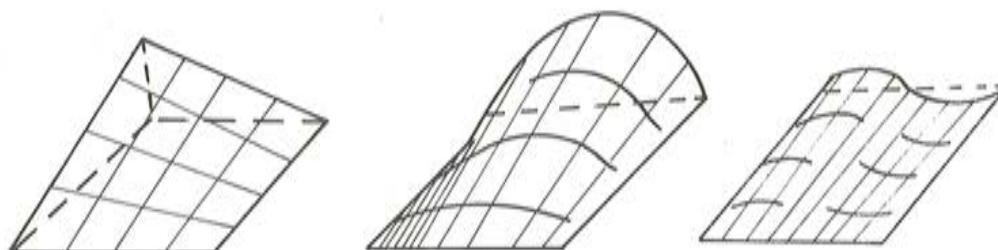


Fig. 4.

provoca la matriz

$$\begin{bmatrix} \int q_1^* J \phi_1 & \int q_2^* J \phi_2 & \dots & \int q_1^* J \phi_N \\ \int q_2^* J \phi_1 & \int q_2^* J \phi_2 & \dots & \int q_2^* J \phi_N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int q_N^* J \phi_1 & \int q_N^* J \phi_2 & \dots & \int q_N^* J \phi_N \end{bmatrix} = \hat{\tilde{A}} \quad (20)$$

la adición de  $a_{n+1} \phi_{n+1}$  implica orlar  $\hat{\tilde{A}}$  en la forma

$$\hat{\tilde{A}} = \left[ \begin{array}{c|c} \hat{\tilde{A}} & \int q_j^* J \phi_{N+1} \\ \hline \int q_{n+1}^* J \phi_j & \int q_{n+1}^* J \phi_{n+1} \end{array} \right] \begin{array}{c} N \\ 1 \end{array} \quad (21)$$

Obsérvese que, para que esto sea posible, se precisa la elección de un nuevo punto de colocación que permita la escritura de la nueva ecuación.

Al respecto existen varias alternativas, como es la elección de puntos de integración utilizados en las cuadraturas de Gauss previas o la utilización de los puntos correspondientes a los máximos de las funciones de interpolación.

Así las funciones lineales se corresponderían con los extremos de los elementos y, si se utiliza la familia de senos se puede disponer de los puntos  $\xi = 1/2j$  donde  $j = 1, 2, 3, \dots$  etc.

Aunque es evidente, conviene observar también que los refinamientos sucesivos se refieren exclusivamente a la variable incógnita dentro de cada elemento, siendo el dato interpolado desde el principio según las indicaciones del usuario, tal como sucede con la geometría.

La jerarquización inducida en las matrices A y B se transmite íntegramente al sistema final (16), consiguiéndose matrices de rigidez anidadas

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{1N} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2N} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \dots & K_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{N1} & K_{N2} & K_{N3} & \dots & K_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \\ X_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ F_N \end{bmatrix} \quad (22)$$



Por si fuera poco, cada nuevo término  $x_{N+1}$  va disminuyendo en importancia respecto al anterior, lo que hace que se debiliten los acoplamientos y se obtenga una matriz mejor condicionada.

Obsérvese también que el anidado y sucesiva evanescencia de las contribuciones sugiere la utilización de métodos iterativos tras la primera resolución del problema, manteniendo como tanteo inicial la solución anterior a cada paso.

#### 4. CRITERIO DE PARADA

Según se dijo más arriba, para que un sistema pueda ser llamado adaptable se precisa un indicador de la importancia de los términos a añadir así como un estimador del error implícito en la solución.

La labor desarrollada por Băbuska y otros para el M.E.F. no existe todavía en el M.E.C. y por ello hasta ahora se ha procedido a utilizar el criterio de Peano que se describe a continuación.

Al estimar  $u$  mediante (19) en el problema

$$Au - f = 0 \quad (23)$$

se produce un residuo

$$A \hat{u} - f = r \quad (24)$$

debido al error

$$e = u - \hat{u} \quad (25)$$

evidentemente

$$Ae = Au - A\hat{u} = -f - r + f = -r \quad (26)$$

Se define el error "energético" como

$$\|e\|^2 = f e A e = -f e r \quad (27)$$

que, con funciones jerarquizadas, se aproxima así

$$u - \hat{u} \sim \hat{\hat{u}} - \hat{u} = a_{i+1} N_{i+1}$$

por lo que

$$\|e\|^2 = -a_{i+1} \int N_{i+1} r \quad (28)$$

De las nuevas ecuaciones de equilibrio

$$K_{i+1,j} a_j + K_{i+1,i+1} a_{i+1} = f_{i+1} \quad (29)$$

es decir

$$a_{i+1} = K_{i+1,i+1}^{-1} (f_{i+1} - K_{i+1,j} a_j) \quad (30)$$

Pero

$$-fN_{i+1} r = fN_{i+1} A (u-\hat{u}) \sim a_{i+1} fN_{i+1} AN_{i+1} = a_{i+1} K_{i+1,i+1} \quad (31)$$

siempre que  $N_i N_j$  sean ortogonales en la norma energética para  $i \neq j$ .

Utilizando (30) y (31) en (28) se obtiene

$$\|e\|^2 = K_{i+1,i+1}^{-1} (f_{i+1} - K_{i+1,j} a_j)^2$$

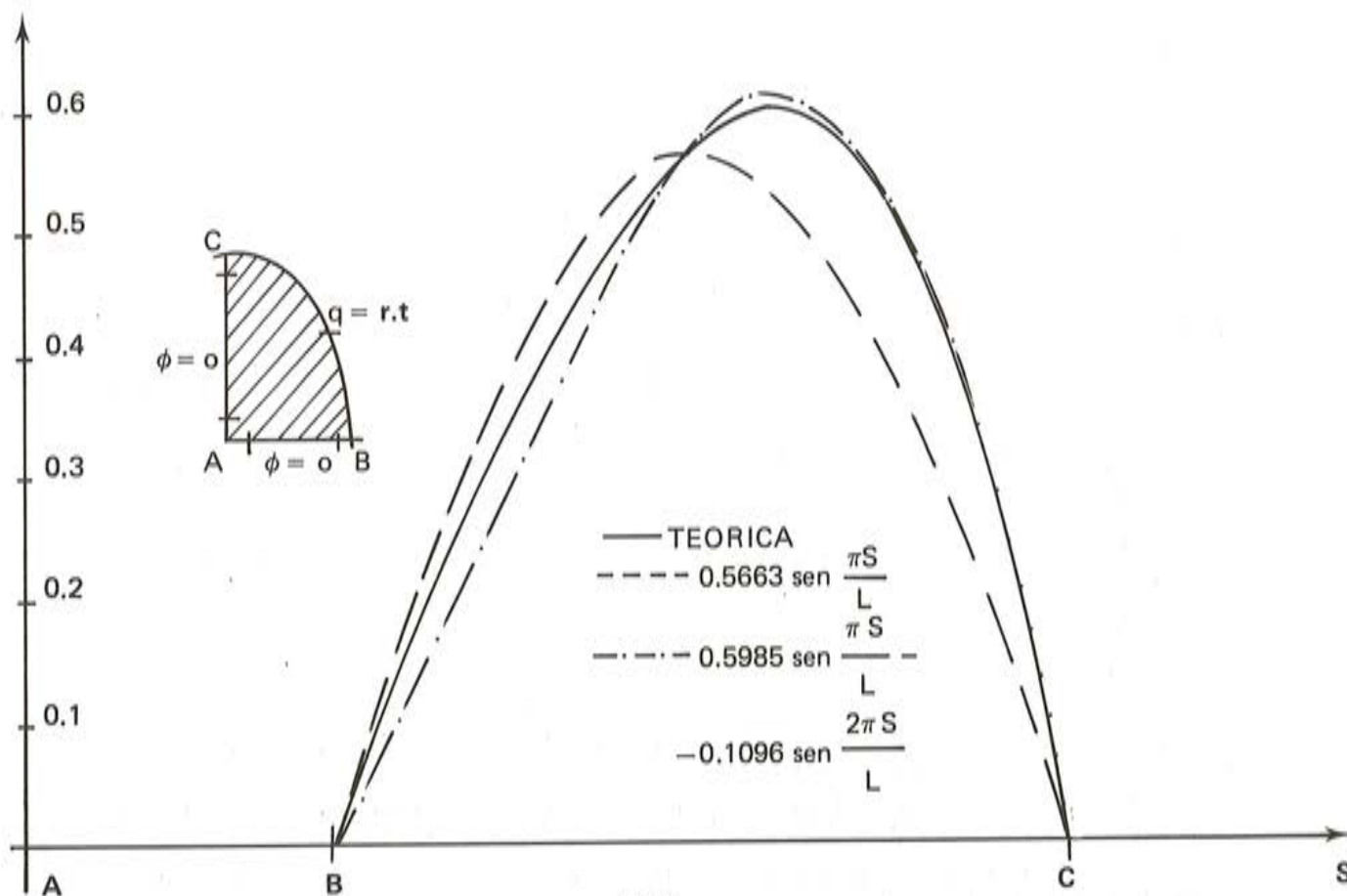
que es el indicador de Peano a que hacíamos referencia más arriba.

Dependiendo de su valor, se escogen aquellos grados de libertad en los que el indicador es mayor y se procede a una resolución iterativa del sistema resultante.

Por el momento no se dispone de ningún estimador a posteriori que permita asegurar la precisión obtenida.

## 5. EJEMPLO

En la figura siguiente se recoge el problema del cuarto de elipse croquizado en 1 a.



La primera pasada corresponde a incógnitas con funciones  $N_1$  y  $N_2$  en los lados AB y AC y en una  $N_3$  para  $\phi$  en BC puesto que el valor  $\phi = 0$  en B y C proscribire el uso de las  $N$  lineales.

Obsérvese que las variables son 5: los dos flujos anterior y posterior a 0, el flujo en B en el lado AB, el flujo en C en el lado AC, más el valor del potencial en el centro D de BC. La curva llena es la solución teórica de este problema, mientras que la de guiones da la solución de este primer paso.

La siguiente aproximación consiste en la suma de un  $\sin 2\pi\xi$  en la zona BC y la colocación en el punto E (fig. 6).

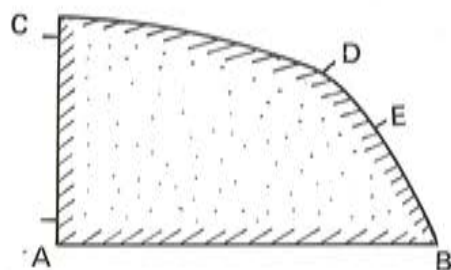


Fig. 6.

La línea de punto y raya indica la nueva solución, que, como puede apreciarse, es excelente.

El problema se ha resuelto así con sólo 6 incógnitas, mientras que una aproximación comparable exige 12 elementos lineales.

## 6. CONCLUSIONES

La idea de jerarquías de funciones de interpolación permite discretizar el contorno en elementos naturales de acuerdo con las discontinuidades previsibles en las variables del problema.

Se puede mejorar de una forma independiente y automática la aproximación tanto en diferentes elementos como en las variables esenciales y naturales del problema.

Se puede reducir el cálculo de integrales (la parte más costosa del M.E.C.) al mínimo imprescindible.

Se produce un mejor condicionamiento de la matriz y se debilitan los acoplamientos sucesivos.

Toda la información precisa es aprovechada al máximo al pasar de una aproximación a la siguiente, lo que facilita el uso de soluciones iterativas.

## 7. REFERENCIAS

1. Zienkiewicz, D.C., Irons, B.M., Scott, F.E. & Campbell, J.S. (1970): High Speed Computing of Elastic Structures. Proc. IUTAM Liège.
2. Babuska, I. (1975): The selfadaptive Approach in the F.E.M. in J.R. Whiteman (Ed.) Mathem. of Fin. El. and Appl. Academic P.
3. Szabo, B.A., Basu, P.K., Rosow M.P. (1978): Adaptive Finite element based on P-convergence. NASA Conf. Pub. 2059, pp 43-50.



4. Babuska, I. & Rheinboldt, W.C. (1978): A posteriori error estimates for the F.E.M. *Int. Journ. Num. Meth. Eng.* Vol. 12. 1597 - 1615.
5. Peano, A. Riccioni, A., Pasini, A. & Sardella, L. (1979) Adaptive Finite Element Models in E. Alarcon et al. "Applied Numerical Modelling" Pentech Press.
6. Alarcón, E., Martín, A. París, F. (1979): Some minor problems with B.E.M. in E. Alarcon et al. "Applied Numerical Modelling" Pentech Press.

#### REFERENCIAS ADICIONALES SOBRE EL M.E.C.

1. Zienkiewicz, O.C. (1979) "The finite element method" (3rd.ed) McGraw Hill.
2. Jaswon, M.A. (1963): "Integral equations methods in potential theory I". *Proc. Roy. Soc. (A)* 275, 23-32.
3. Rizzo, F.J. (1967): "An integral equation approach to boundary value problems of classical elastostatics". *Quart. Appl. Math.* 25 (1) 83 - 95.
4. Cruse, T.A. (1969) "Numerical solutions in three-dimensional elastostatics". *Int. J. Solid & Struct.* 5. 1259-1274.
5. Lachat, J.C. & Watson, J.O. (1975): "A second generation integral equation program for three-dimensional elastic analysis" in "Boundary - Integral equation method: Computational applications in Applied mechanics" (T.A. Cruse y F.J. Rizzo, Eds) ASME, NY.
6. Hess, J.L. & Smith, A.M.O.: "Calculation of potential flow about arbitrary bodies" in "Progress in Aeronautical Sciences" Vol. 8 (D. Kuchemann, Ed.) Pergamon.
7. Tomlin, G.R. (1972): "Numerical analysis of continuum problems in zoned anisotropic media" Ph.D. Thesis. Southampton University.
8. Butterfield, R. (1972): "The application of integral equation methods to continuum problems in soil mechanics" in "Stress-Strain behaviour of soils" P4Roscoe Meml. Symp. Cambridge. Foulis. 73-587.
9. Banerjee, P.K. & Davis, T.G. (1978) "The behaviour of axially and laterally loaded single piles embedded in nonhomogeneous soils". *Geotechnique* 28 (3) 309-326.
10. Crouch, S.L. & Starfield, A.M. (1983): "Boundary element methods in solid mechanics" George Allen & Unwin.
11. Jaswon, M.A. y Symm, G.T. (1977): "Integral equation methods in potential theory and elastostatics" Academic Press.
12. Brebbia, C.A. (1978): "The boundary element method for engineers" Pentech Press.
13. Banerjee, P.K. & Butterfield, R. (1981): "Boundary element methods in engineering Science" McGraw Hill.
14. Banerjee, P.K. & Butterfield, R. (1979): "Developments in boundary element methods 1" Applied Science Pub.
15. Banerjee, P.K. & Shaw, R.P. (1982): "Developments in boundary element methods 2" Applied Science Pub.
16. Liggett, J.A. & Liu P.L. (1983): "The boundary integral equation method for porous media flow" George Allen and Unwin.
17. Brebbia, C. (Ed.). (1978): "Recent advances in boundary element methods" (Southampton). Pentech Press.
18. Brebbia, C. (Ed.). (1980) "New developments in boundary element methods" (Southampton). C.M.L. Publications.
19. Brebbia, C. (Ed.). (1981) "Boundary element methods" (Irvine). Springer - Verlag.
20. Brebbia, C. (Ed.). (1982): "Boundary element methods in engineering" (Southampton). Springer - Verlag.
21. Brebbia, C. (Ed.). (1983): "Boundary elements" (Hiroshima). Springer - Verlag.
22. Jiménez Salas, J.A.: Arrechea Belzunce, J.A. (1965): "Résolution théorique de la distribution des forces dans les pieux". 6th Int. Conf. ISSMFE, Montreal, 3: 489 - 492.
23. Oteo, C. (1972): "Resistencia y deformación lateral de los grupos de pilotes verticales, con especial consideración de los esfuerzos alternativos". Tesis doctoral. ETSICCP. Univ. Polit. Madrid.

24. Domínguez, J. (1978): "Cálculo de tensiones en las inmediaciones de anclajes. Aplicación del Método de los Elementos de Contorno". Tesis doctoral. ETSII. Univ. Sevilla.
25. Alarcón, E.; Martín, A.; París, F. (1978): "Improved boundary elements in torsion problems" in "Recent advances in BEM" (Ed. C. Brebbia) Southampton.
26. Alarcon, E.; Martin, A.; Paris, F. (1979): "Boundary elements in potential and elasticity theory" Computers & Struct. 10.
27. Paris, F. (1979): "El método de los elementos de contorno en la teoría del potencial y de la elasticidad" Tesis doctoral. ETSII. Univ. Pol. Madrid.
28. Doblare, M. (1981): "Formulación tridimensional del MEC con interpolación parabólica" Tesis doctoral. ETSII. Univ. Pol. Madrid.
29. Picon, R. (1981): "El método de las discontinuidades en problemas elásticos bidimensionales" Tesis doctoral. ETSII. Univ. Sevilla.
30. García-Benítez, F. (1981): "El MEC en elastoplasticidad tridimensional". Tesis doctoral. ETSII. Univ. Pol. Madrid.
31. Anza, J.J. (1981): "El MEC en problemas termoelásticos" Tesis doctoral. ETSII. Univ. Pol. Madrid.
32. Roures, V. (1982): "El MEC en la transmisión de calor en régimen transitorio". Tesis doctoral. ETSII. Univ. Pol. Madrid.
33. Gómez-Lera, S. (1982) : "El MEC en plasticidad axisimétrica". Tesis doctoral. ETSII. Univ. Pol. Madrid.
34. García-Suárez, C. (1983): "El MEC en el problema de la consolidación". Tesis doctoral. ETSII. Univ. Pol. Madrid.
35. Martín, A.; Rodríguez, I.; Alarcón, E. (1980): "Mixed elements" in "Recent Advances in BEM" (Ed. C. Brebbia) CML Pub.
36. Gómez-Lera, S.; París, F.; Alarcon, E. (1982): "Treatment of singularities in 2-D domains". App. Mathem. Modell. Vol. 6. April.
37. Brebbia, C. & Walker, S. (1980): "Boundary element techniques in engineering" Newness-Butterworths.
38. Mukherjee, S. (1982): "Boundary element methods in creep and fracture". App. Science Pub.
39. Courant, R & Hilbert, D. (1962): "Methods of mathematical physics". Cambridge U.P.
40. Jeffreys, H. & Jeffreys, B.S. (1972): "Methods of mathematical Physics". Cambridge U.P.
41. Carslaw, H.S. & Jaeger, J.C. (1959): "Conduction of heat in solids". 2nd. ed. Clarendon Press. Oxford.
42. Kellog, O.D. (1953) "Foundations of potential theory". Dover.
43. Anza, J.J.; Ahedo, E.; Da Riva, I.; Alarcon, E. (1982): "A new boundary condition solved with BIEM" in "Boundary Element Methods in Engineering" (C. Brebbia ed.). Springer.
44. Mikhlin, S.G. (1964): "Variational methods in mathematical physics" Pergamon.
45. Stroud, A.H. & Secrest, D. (1966) "Gaussian Quadrature Formulas". Prentice-Hall.
46. Domínguez, J.; Alarcón, E. (1979): "Tensiones en cabezas de anclajes". Hormigón y Acero. 130 - 131 - 132.



# **Recomendaciones para hormigones estructurales de áridos ligeros**

**Comisión de Materiales del Comité Español del C.E.B.**

**Presidente:** D. Enric Vázquez Ramonich, Dr. en Ciencias.  
Catedrático de Materiales de Construcción

**Miembros:** D. Javier Alonso Gomez, Ingeniero de Caminos  
D. Adolfo Delibes Liniers, Ingeniero de Caminos  
D. Carlos Romagosa Ventura, Arquitecto Técnico

A comienzos del año 1979 se constituyó la Comisión de Materiales del Grupo Español del C.E.B. con objeto de coordinar las relaciones técnicas de los especialistas de nuestro país en el campo del hormigón con aquel organismo internacional. Como primer objetivo, dado el vacío existente en la normativa española, la Comisión se planteó el estudio y redacción de unas recomendaciones para hormigones estructurales de áridos ligeros, de aparición entonces reciente en nuestro mercado de la construcción.

Los autores agradecen la colaboración prestada por los Sres. M<sup>a</sup> C. Andrade, José Calavera, José A. Guitart y J. M<sup>a</sup> Valeri.

## **Parte 1: Materiales**

### **CAPITULO 1: CAMPO DE APLICACION**

Las presentes recomendaciones se refieren a hormigones de textura cerrada, destinados a cumplir una misión estructural, de densidad inferior a 2.000 Kgs/m<sup>3</sup>, y en cuya composición intervengan áridos ligeros cuyas características estén dentro de los límites especificados en el capítulo 3 de estas recomendaciones.

Quedan expresamente excluidos los hormigones sin finos y aquellos otros cuya misión fundamental sea la de relleno o aligeramiento.



## CAPITULO 2

### 2. NOTACION Y UNIDADES

Las unidades adoptadas corresponden al sistema Metro, Kilopondio y Segundo.

La notación utilizada se adapta a las normas generales establecidas por el Comité Mixto CEB-FIP. En la tabla siguiente se incluyen las notaciones empleadas y las unidades adoptadas en la práctica.

La correspondencia entre las unidades del sistema Metro-Kilopondio-Segundo y las del Sistema Internacional S.I. es la siguiente:

a) Kilopondio-Newton:

$$1 \text{ kp} = 9,8 \text{ N} \simeq 10 \text{ N}$$

e inversamente

$$1 \text{ N} = 0,102 \text{ kp} \simeq 0,1 \text{ kp}$$

b) Kilopondio por centímetro cuadrado-Newton por milímetro cuadrado:

$$1 \frac{\text{kp}}{\text{cm}^2} = 0,098 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \simeq 0,1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

e inversamente

$$1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 10,2 \frac{\text{kp}}{\text{cm}^2} \sim 10 \frac{\text{kp}}{\text{cm}^2}$$

Las unidades prácticas recomendadas en el sistema S.I. son las siguientes:

Para resistencias y tensiones:  $\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \text{MPa}$

Para fuerzas: kN

Para fuerzas por unidad de longitud:  $\frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Para fuerzas por unidad de superficie:  $\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Para fuerzas por unidad de volumen:  $\frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

Para momentos: kN . m

TABLA 2.1. Notación y unidades más usuales

Símbolo	Significado	Unidades
A	Dosificación de áridos	Kg/m <sup>3</sup> , t/m <sup>3</sup>
a	Dosificación de agua	Kg/m <sup>3</sup>
c	Dosificación de cemento	Kg/m <sup>3</sup> , t/m <sup>3</sup>
E <sub>oj</sub>	Módulo de deformación inicial, tangente para cargas instantáneas a los j días de edad	Kp/cm <sup>2</sup>
E <sub>j</sub>	Idem, secante	Kp/cm <sup>2</sup>
E <sub>N</sub>	Módulo de deformación secante del hormigón normal para cargas instantáneas	Kp/cm <sup>2</sup>
E <sub>L</sub>	Idem del hormigón de áridos ligeros	Kp/cm <sup>2</sup>
f <sub>cm</sub> , f <sub>c</sub>	Resistencia media del hormigón a compresión	Kp/cm <sup>2</sup>
f <sub>ct</sub>	Resistencia media del hormigón a tracción (ensayo brasileño)	Kp/cm <sup>2</sup>
f <sub>ck</sub>	Resistencia característica del hormigón a compresión	Kp/cm <sup>2</sup>
f <sub>cj</sub>	Resistencia del hormigón a compresión a j días de edad	Kp/cm <sup>2</sup>
R	Volumen residual absoluto	dm <sup>3</sup>
φ <sub>N</sub> , φ <sub>L</sub>	Coefficiente de fluencia del hormigón normal o ligero	Adimensional
ε <sub>oN</sub> , ε <sub>oL</sub>	Deformación unitaria instantánea del hormigón normal o ligero	Adimensional
ε <sub>tN</sub> , ε <sub>tL</sub>	Deformación unitaria total final del hormigón normal o ligero	Adimensional
ρ, ρ <sub>s</sub>	Densidad aparente y densidad seca del hormigón	Kg/dm <sup>3</sup> , t/m <sup>3</sup>
ρ <sub>c</sub>	Densidad de las partículas del cemento	Kg/dm <sup>3</sup>
ρ <sub>p</sub>	Densidad de las partículas del árido	Kg/dm <sup>3</sup>

## CAPITULO 3: MATERIALES COMPONENTES

### 3.1. Cemento:

No se establecen diferencias con el hormigón normal, siendo aplicable la instrucción vigente.

### 3.2. Agua:

No se establecen diferencias con el hormigón normal, siendo aplicable la instrucción vigente.

### 3.3. Áridos:

#### 3.3.1. Generalidades:

El hormigón estructural de áridos ligeros puede fabricarse bien con áridos ligeros exclusivamente, bien con mezcla de áridos ligeros y convencionales. Estos últimos se regirán por las prescripciones de la Instrucción vigente.

### 3.3.2. Limitación de tamaño:

Además de las limitaciones establecidas para el hormigón normal, el tamaño máximo del árido ligero será el menor de los 2 valores siguientes:

- 25 mm.
- El Recubrimiento de las armaduras menos 5 mm.

### 3.3.3. Arido ligero grueso:

Se denominará árido ligero grueso al retenido en el tamiz 3,2 UNE 7050.

Su densidad en montón (1) no excederá 900 Kgs/m<sup>3</sup> (2). Al elegir la densidad del árido a utilizar se tendrá en cuenta la densidad y resistencia del hormigón que se quiere obtener.

Podrán emplearse aquellos áridos ligeros cuyo empleo se encuentre sancionado por la práctica o resulte aconsejable como consecuencia de estudios realizados en laboratorios.

Cuando no se tengan antecedentes sobre la utilización de los áridos disponibles, o en caso de duda, se comprobará que la cantidad de sustancias perjudiciales que presente no excedan de los siguientes límites:

	<i>Cantidad máxima en % del volumen de las partículas de la muestra (3)</i>
– Terrones de arcilla (UNE 7133) . . . . .	0,25
– Finos que pasan por el tamiz 0,080 UNE 7050 (UNE 7135) .	1,00
– Compuestos de azufre, expresados en SO <sub>4</sub> y referidos al árido seco (UNE 7245) . . . . .	1,20

- No presentará reactividad potencial con los álcalis del cemento (UNE 7243).
- Su coeficiente de forma no será inferior a 0,15 (UNE 7238).
- Cuando así lo exija el Pliego de Prescripciones Técnicas Particulares, no presentará una pérdida de peso superior al 12 y 18 por ciento al ser sometido a 5 ciclos de tratamiento con soluciones de sulfato sódico y sulfato magnésico respectivamente (UNE 7243).
- El “Coeficiente de Absorción de agua” será inferior al 15 por 100 del peso de la muestra seca.

A estos efectos se define como Coeficiente de absorción de agua al producto de la densidad en montón por el porcentaje de absorción en peso tras 24 horas de inmersión de una muestra seca.

- 
- (1) Densidad en montón: Masa de los áridos contenidos en un recipiente de volumen unidad.  
(2) Se medirá sin compactar según ASTM C 29 apartado 7, una vez desecada a 105° hasta peso constante.  
(3) Definido como peso de la muestra dividido por la densidad de las partículas.



### 3.3.4. Árido ligero fino:

Se denominará árido ligero fino al que pase por el tamiz 3,2 UNE 7050. Su densidad en montón no excederá 1.000 Kg/m<sup>3</sup> (4).

Podrán emplearse aquellos áridos ligeros cuyo empleo se encuentre sancionado por la práctica o resulte aconsejable como consecuencia de estudios realizados en laboratorio.

Cuando no se tengan antecedentes sobre la utilización de los áridos disponibles, o en caso de duda, se comprobará que la cantidad de sustancias perjudiciales que presente no excedan de los siguientes límites:

	<i>Cantidad máxima en % del volumen de las partículas de la muestra (3)</i>
– Terrones de Arcilla (UNE 7133) .....	1
– Finos que pasan por el tamiz 0,080 UNE 7050 .....	5
– Compuestos de azufre, expresados en SO <sub>4</sub> y referidos al árido seco .....	1,20

- No presentará reactividad potencial con los álcalis del cemento (UNE 7137).
- Su proporción de materia orgánica será tal que al ser ensayado según UNE 7082 producirá un color más claro que la sustancia patrón.
- Cuando así lo exija el pliego de Prescripciones Técnicas, no presentará una pérdida de peso superior al 10 y al 15 por 100 al ser sometido a 5 ciclos de tratamiento con soluciones de sulfato sódico y sulfato magnésico (UNE 7136).

### 3.4. Aditivos:

## CAPITULO 4: HORMIGONES

### 4.1. Condiciones del hormigón:

Las condiciones exigidas al hormigón se especificarán en el Pliego de Prescripciones Técnicas Particulares, siendo necesario en todo caso indicar las referentes a su peso específico, resistencia a compresión, docilidad y definición del tipo y tamaño de los áridos a emplear.

En ocasiones será preciso especificar también las condiciones relativas a resistencia a tracción, absorción de agua, compacidad, desgaste, permeabilidad, tipo y categoría del cemento, aspecto exterior y, especialmente, aislamiento térmico o acústico.

### 4.2. Resistencia del hormigón a compresión:

La resistencia a compresión se refiere a resultados de ensayo realizados sobre probetas

(4) Medida sin compactar según ASTM C 7, una vez desecada a 105° hasta peso constante.

cilíndricas de 15 cm de diámetro y 30 cm de altura a 28 días de edad, fabricadas y conservadas con arreglo al método de ensayo UNE 7240 y rotas por compresión según el método de ensayo UNE 7242.

En aquellos casos en que el hormigón no vaya a estar sometido a solicitaciones en los tres primeros meses a partir de su puesta en obra, podrá referirse la resistencia a compresión a la edad de 90 días.

#### 4.3. Resistencia del hormigón a tracción:

Un índice de la calidad de un hormigón lo constituye el valor de su resistencia a tracción,  $f_{ct}$ , la cual puede ser exigida por el Pliego de Prescripciones Técnicas Particulares en ciertas obras especiales, indicando el método de ensayo.

#### 4.4. Coeficientes de conversión:

Si se dispusiera solamente de resultados de ensayos efectuados sobre probetas diferentes de las cilíndricas de 15 x 30 cm, o a edad distinta de 28 días, sería necesario utilizar coeficientes de conversión para obtener los valores correspondientes a las condiciones de ensayo tipo. Pero dichos coeficientes varían de unos hormigones ligeros a otros, en especial con las características de los áridos empleados, lo que impide establecerse con carácter general.

Por dicha razón, cualquier valor deducido mediante el empleo de coeficientes de conversión no tendrá más validez que la puramente informativa.

#### 4.5. Valor mínimo de la resistencia

La resistencia característica  $f_{ck}$  no será inferior, en hormigones armados, a 125 Kp/cm<sup>2</sup>.

#### 4.6. Docilidad del hormigón

La docilidad del hormigón será la necesaria para que, con los métodos previstos de puesta en obra y compactación, el hormigón rodee las armaduras sin solución de continuidad y rellene completamente los encofrados sin que se produzcan coqueras. La docilidad del hormigón se valorará determinando su consistencia, lo que se llevará a cabo preferentemente por el método de ensayo descrito en UNE 7103. Sin embargo, pueden especificarse otros procedimientos de ensayo más apropiados a las condiciones particulares del hormigón.

Se evitará la utilización de hormigones ligeros de consistencia fluída, recomendándose los de consistencia plástica, compactados por vibrado. Como excepción se desaconseja el empleo de consistencias secas cuando el conglomerante que se utilice sea cemento siderúrgico o sobresulfatado.

Las distintas consistencias y los valores límites de los asentos correspondientes en el cono de Abrams varían con la densidad de los áridos empleados. En ocasiones los áridos que forman parte del hormigón ligero absorben cantidades notables de agua después del amasado. En consecuencia, la medida de la consistencia debería realizarse tras el período de tiempo que pueda preverse entre el amasado y dicha puesta en obra.

## CAPITULO 5: CARACTERISTICAS DEL HORMIGON

### 5.1. Diagrama tensión-deformación experimental:

El diagrama experimental tensión-deformación del hormigón ligero suele diferir apreciablemente del correspondiente al hormigón normal en que, una vez alcanzado el valor máximo de la tensión de compresión, se produce un brusco descenso de la curva, en vez de una caída gradual como en el hormigón normal. (Fig. 6.1).

### 5.2. Diagrama tensión-deformación de cálculo:

De entre los distintos diagramas de cálculo propuesto, se recomienda utilizar el mismo diagrama parábola-rectángulo del hormigón normal minorando en un 5 por 100 la resistencia del hormigón (Fig. 6.2.1.). También se han obtenido valores conformes con la experimentación con el diagrama parabólico con vértice en la deformación del 3 por mil (Fig. 6.2.2.) y con el diagrama birrectilíneo (Fig. 6.2.3.).

Otros diagramas de cálculo pueden utilizarse siempre que estén sancionados por la experimentación o queden del lado de la seguridad.

### 5.3. Módulo de deformación longitudinal:

Para cargas instantáneas inferiores al 30 por 100 de la resistencia, puede tomarse como módulo tangente a la edad de  $j$  días.

$$E_{oj} = 10.500\sqrt{f_{cj}}$$

y como módulo secante

$$E_j = 9.500\sqrt{f_{cj}}$$

Cuando la deformabilidad constituye un elemento fundamental en el proyecto deberá justificarse el módulo de deformación adoptado mediante ensayos o justificaciones más rigurosas.

### 5.4. Retracción:

La retracción final total puede estimarse en un 10 a un 20 por 100 superior a la del hormigón normal. Debe señalarse que su desarrollo en el tiempo es mucho más lento, alcanzándose el valor final mucho más tarde.

### 5.5. Fluencia:

Como coeficiente de fluencia  $\varphi_L$  se tomará el mismo que para hormigón normal multiplicado por la relación  $E_L/E_N$ ; donde  $E_L$  es el módulo de deformación del hormigón ligero de que se trate y  $E_N$  el del hormigón normal de igual resistencia.



#### 5.6. Coeficiente de Poisson:

Como valor medio puede tomarse 0,20 al igual que para el hormigón normal.

#### 5.7. Coeficiente de dilatación térmica:

Es ligeramente inferior al del hormigón normal. Como valor medio puede tomarse  $0,8 \cdot 10^{-5}$ .

#### 5.8. Coeficiente de Conductividad Térmica:

El coeficiente de Conductividad Térmica del hormigón ligero oscila entre 0,20 y 0,50 del correspondiente al hormigón normal, creciendo con la densidad, con el contenido de cemento y con el contenido de áridos convencionales.

#### 5.9. Durabilidad:

##### 5.9.1. Protección contra ataques químicos.

##### 5.9.2. Protección contra el fuego.

El hormigón de áridos ligeros ofrece mejor resistencia al fuego que el hormigón normal equivalente. Este hecho puede atribuirse, al menos parcialmente, al más bajo coeficiente de conductividad térmica de estos hormigones.

##### 5.9.3. Permeabilidad y Porosidad.

La permeabilidad al agua del hormigón de áridos ligeros es similar a la del hormigón normal. Sin embargo el hormigón ligero es más poroso, y su saturación por inmersión en agua se produce para un contenido de humedad del 12 al 22 por 100 en volumen, frente a un 12 por 100 para el hormigón normal.

##### 5.9.4. Protección contra la corrosión de las armaduras

El hormigón de áridos ligeros constituye, en principio, un medio alcalino similar al hormigón normal, por lo que, a falta de más numerosos datos experimentales, puede estimarse que ofrece la misma protección frente a corrosión de las armaduras.

Sin embargo debe tenerse en cuenta que la mayor porosidad del árido ligero puede ofrecer un camino a la penetración de los gases, por lo que debe evitarse que una partícula de árido esté simultáneamente en contacto con la armadura y con la atmósfera. Para ello se recomienda que el recubrimiento mínimo de las armaduras sea por lo menos 5 mm superior al tamaño máximo del árido empleado (Ap. 4.3.2.).

## CAPITULO 6: DOSIFICACION DEL HORMIGON LIGERO

Los métodos habitualmente empleados para dosificar un hormigón normal pueden aplicarse al hormigón ligero estructural, siempre que se tenga en cuenta la importancia de los siguientes aspectos:

- a) Dosificar para alcanzar una determinada densidad.
- b) La gran influencia de los áridos ligeros en las propiedades del hormigón.
- c) La absorción de agua por los áridos.

### 6.1. Cemento:

El contenido de cemento para una determinada resistencia varía notablemente para distintos áridos. Depende de la resistencia y módulo de deformación del árido y del contenido de agua libre requerido por la trabajabilidad. Sólo puede determinarse con precisión ensayando amasadas de prueba en el laboratorio.

Para asegurar una protección adecuada a la corrosión, una buena adherencia con las armaduras y una buena trabajabilidad, no debe utilizarse una dosificación inferior a 250 Kg/m<sup>3</sup>. La cantidad máxima de cemento por m<sup>3</sup> de hormigón será de 400 Kg. El empleo de mayores proporciones de cemento deberá ser objeto de justificación especial.

### 6.2. Aridos:

#### 6.2.1. *Tamaño máximo*

Las partículas ligeras excesivamente grandes pueden causar un debilitamiento por lo que no es recomendable exceder 25 mm de tamaño máximo.

#### 6.2.2. *Graduación de tamaños*

Es necesario dosificar con precisión siendo recomendable dividir los áridos en un mínimo de tres tamaños (uno de los cuales corresponde a la arena) siempre que el tamaño máximo sea superior a 10 mm.

### 6.3. Contenido de agua y relación agua/cemento:

Debe tenerse en cuenta que el contenido total de agua del hormigón ligero es suma del agua retenida en los poros del árido y el agua efectiva de la pasta. Esta última es la única decisiva para la trabajabilidad y resistencia del hormigón, y para ella rigen las mismas relaciones que para el hormigón normal.

### 6.4. Aditivos:

Para dosificar el aditivo es imprescindible ensayar en el laboratorio amasadas de prueba, en las condiciones más cercanas posibles a la realidad de obra. Según se indica en los apartados 8.5 ó 8.6.

## CAPITULO 7: FABRICACION Y PUESTA EN OBRA

### 7.1. Fabricación del hormigón:

#### 7.1.1. Medición de los componentes

Debido a las variaciones en la densidad en montón de los áridos ligeros, es aconsejable la medición volumétrica de los mismos. En caso de medición en peso, se efectuarán comprobaciones frecuentes de la densidad aparente de los áridos realizando las correcciones correspondientes.

El cemento se medirá en peso.

Se comprobará sistemáticamente el contenido de humedad de los áridos ligeros, para corregir la cantidad de agua a verter directamente en la hormigonera.

#### 7.1.2. Amasado del hormigón:

El amasado del hormigón estructural de áridos ligeros se efectuará de manera que se consiga una mezcla íntima y homogénea de los distintos componentes, debiendo resultar el árido bien recubierto de pasta de cemento.

El orden de introducción de los componentes será el siguiente:

- 1) áridos ligeros,
- 2) una parte de agua,
- 3) cemento, áridos normales y resto del agua de amasado a la que se habrán incorporado los eventuales aditivos.

Los aditivos líquidos no deberán llegar a los áridos secos directamente, puesto que serían absorbidos de forma no controlada.

En general el amasado se efectuará mecánicamente y con un período de batido no inferior al minuto. No se admitirá por tanto el amasado a mano.

No se mezclarán masas frescas en las que se utilicen distintos tipos de conglomerantes.

### 7.2. Puesta en obra del hormigón

#### 7.2.1. Transporte y colocación

Para el transporte del hormigón de áridos ligeros se utilizarán procedimientos adecuados para que las masas lleguen al lugar de su colocación sin experimentar variaciones sensibles de las características que posean recién amasadas; es decir, sin presentar segregación (flotación de áridos), intrusión de cuerpos extraños, cambios apreciables en la consistencia, etc. Especialmente se cuidará que por efecto de la absorción de agua por parte de los áridos ligeros, la masa no llegue a secarse tanto que se impida o dificulte su adecuada puesta en obra y compactación.

En ningún caso se permitirá la colocación en obra de masas que acusen un principio de fraguado.

Los hormigones de áridos ligeros presentan mayores dificultades de bombeo que los hormigones normales. Si un hormigón de áridos ligeros debe ser bombeado, será necesario proceder a pruebas previas que definan su aptitud.



En el vertido y colocación de las masas se adoptarán las debidas precauciones para evitar la segregación de los componentes de la mezcla.

### 7.2.2. Compactación

La compactación se efectuará, de forma que se eliminen los huecos y se obtenga un perfecto cerrado de la masa sin que llegue a producirse segregación. Contrariamente a lo que ocurre en hormigones normales, un exceso de vibrado puede dar lugar a una acumulación de los áridos más ligeros en la superficie. En general es recomendable prever un menor radio de acción de los vibradores y, en consecuencia, una duración del vibrado también menor que en los hormigones normales.

## 7.3. Hormigonado en tiempo frío o caluroso

### 7.3.1. Hormigonado en tiempo frío

Se deberán tomar las mismas precauciones que en un hormigón normal. Una vez fraguado, el riesgo de daños por heladas es menor en el caso de hormigón de áridos ligeros, al ser su conductibilidad térmica inferior a la del hormigón normal.

### 7.3.2. Hormigonado en tiempo caluroso

Cuando el hormigonado se efectúe en tiempo caluroso, se adoptarán las medidas oportunas para evitar la evaporación del agua de amasado, tanto durante el transporte, como en la colocación del hormigón.

## CAPITULO 8: CONTROL DEL HORMIGON

### 8.1. Control de la calidad del hormigón

El control de la calidad del hormigón amasado se extenderá a su consistencia, resistencia y peso específico, con independencia de las comprobaciones relativas a los áridos.

### 8.2. Control de la consistencia del hormigón

La consistencia será especificada en el Pliego de Prescripciones Técnicas Particulares con las tolerancias que a continuación se indican:

<i>Asiento en Cono de Abrams (cm)</i>	<i>Tolerancia (cm)</i>
0 – 2	0
3 – 5	± 1
6 – 9	± 1
10 – 15	± 2
16	± 3

La consistencia se controlará mediante el ensayo de asentamiento de acuerdo con la norma UNE 7103. La frecuencia de ensayos será la prevista en esta recomendación para el caso de control reducido, o siempre que se fabriquen probetas para controlar la resistencia.

Criterios de aceptación o rechazo: el no cumplimiento de las especificaciones implicará el rechazo automático de la amasada correspondiente y la corrección de la dosificación.

### 8.3. Control del peso específico del hormigón

Siempre que se realicen ensayos para el control de resistencia (Ap. 9.4), se determinará el peso específico del hormigón por pesada antes del ensayo a rotura. Posteriormente se descontará del resultado obtenido la pérdida de peso tras secado en estufa a 105°C.

### 8.4. Control de la resistencia del hormigón

Los ensayos para el control de la resistencia del hormigón serán los siguientes:

- Ensayos previos.
- Ensayos característicos.
- Ensayos de control.
- Ensayos de información.

Los tres primeros ensayos se refieren a probetas cilíndricas 15 x 30 cm, rotas por compresión a 28 días de edad según UNE 7240 y 7242.

### 8.5. Ensayos previos

Su objeto es establecer la dosificación que habrá de emplearse, teniendo en cuenta los materiales disponibles y las condiciones de ejecución previstas. Especialmente se utilizará el mismo tipo de árido ligero previsto para la obra y en las condiciones de humedad que vayan a producirse durante la ejecución.

Consisten en la fabricación de 4 amasadas distintas obteniéndose 3 probetas por amasada para su ensayo a 28 días de acuerdo con UNE 7240 y 7242. De los valores así obtenidos se deduce la resistencia media del Laboratorio ( $f_{cm}$ ) que deberá superar el valor exigido a la resistencia de Proyecto con margen suficiente. En el caso de los hormigones de áridos ligeros es necesario obtener también el valor medio del peso específico seco del hormigón.

Podrá prescindirse de la realización de ensayos previos cuando el suministrador de los áridos o el constructor puedan aportar datos de experiencias anteriores realizadas con materiales, dosificación y proceso de ejecución iguales a los previstos.

### 8.6. Ensayos característicos

Tienen por objeto comprobar que la resistencia característica real y el peso específico del hormigón que se va a colocar en la obra responden a las condiciones de proyecto. En general, deberá comprobarse también la consistencia del hormigón en base al estado de humedad de los áridos acopiados en obra.

Salvo autorización expresa de la Dirección de Obra, estos ensayos serán preceptivos en todos los casos en que se empleen áridos ligeros. Consisten en la realización de 6 amasadas diferentes, fabricándose a continuación 3 probetas por amasada para su ensayo a 28 días según UNE 7240 y 7242 y el apartado 9.3 de estas Recomendaciones.

Se comprobará que la resistencia característica estimada en base a estas seis determinaciones no es inferior a la de proyecto, de acuerdo con el método indicado en el apartado 10.7 para control a nivel intenso.

### 8.7 Ensayos de control

Estos ensayos son preceptivos en todos los casos y tienen por objeto comprobar que la resistencia característica y peso específico del hormigón de la obra responden a las condiciones del proyecto.

En correspondencia con el valor adoptado en el cálculo para el coeficiente de minoración de la resistencia del hormigón, se establecen tres niveles para los ensayos de control:

- Nivel reducido.
- Nivel normal.
- Nivel intenso.

En los niveles normal e intenso los ensayos se realizarán sobre probetas ejecutadas en obra, conservadas y ensayadas de acuerdo con UNE 7240 y 7242 y con el apartado 8.3 de estas Recomendaciones.

La definición de los programas de control del hormigón para los distintos niveles indicados se ajustará a las especificaciones de la Instrucción vigente.

### 8.8. Ensayos de información

Tienen por objeto conocer la resistencia real del hormigón en un momento dado y una parte determinada de la obra. Los ensayos de información se regirán por las especificaciones del artículo 65 de la Instrucción vigente.

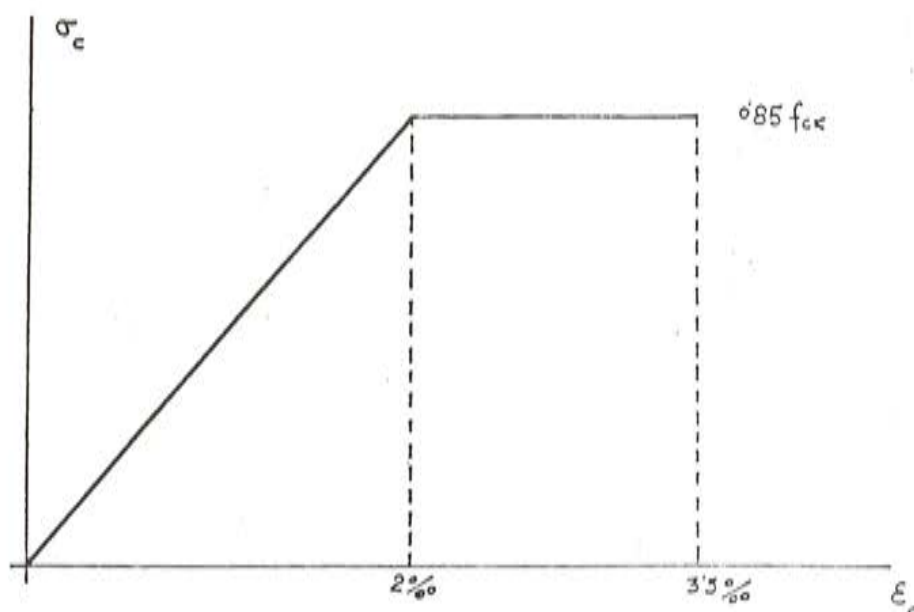


Fig. 6.2.1.



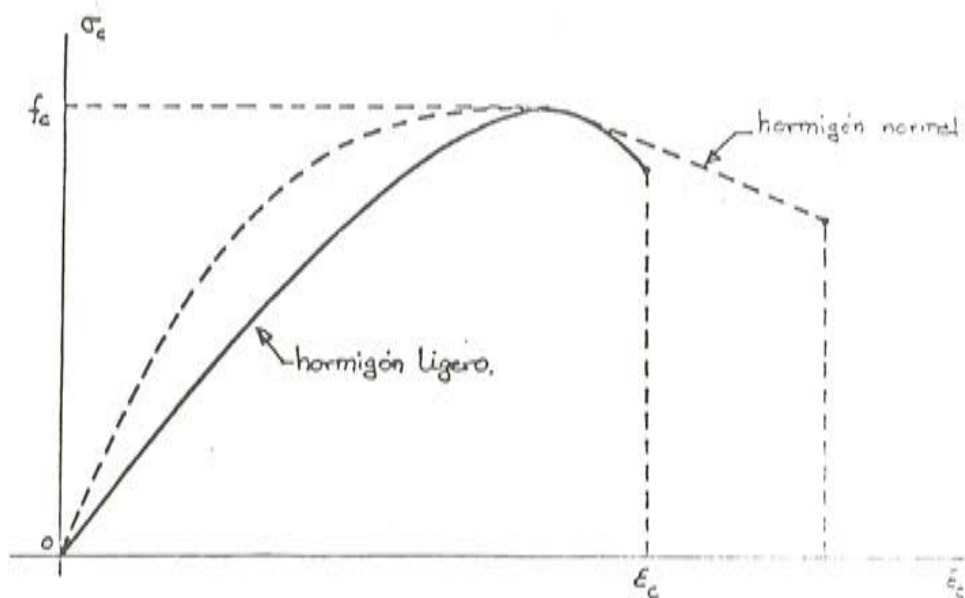


Fig. 6.1.

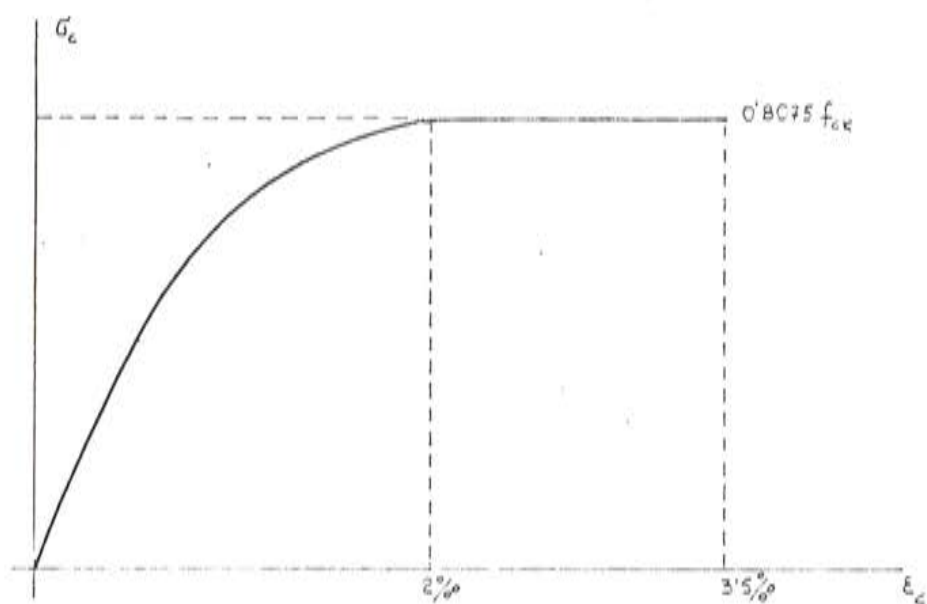


Fig. 6.2.3.

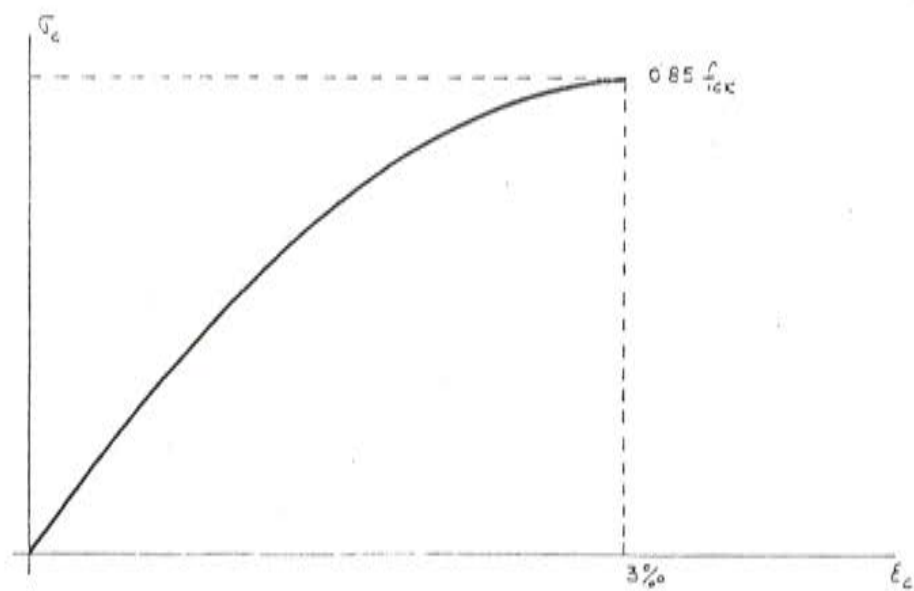


Fig. 6.2.2.

## COMENTARIOS

### CAPITULO 3: MATERIALES COMPONENTES

#### 3.3.1. Generalidades

La adición de áridos grueso convencional rara vez tiene justificación. Sin embargo es muy normal la combinación de árido ligero y grueso y arena natural, pues se obtienen así hormigones más trabajables y más económicos. Esta combinación es preceptiva para hormigones ligeros de resistencia elevada; utilizando arena ligera no se suelen sobrepasar resistencias del orden de los 250 Kp/cm<sup>2</sup>.

Las dosificaciones con arena ligera están especialmente indicadas cuando se desea la máxima ligereza, o cuando resulta importante lograr una conductividad térmica muy baja para el hormigón.

#### 3.3.3. Arido ligero grueso

Se limita el tamaño a 3,2 mm por referencia a los procedimientos industriales de fabricación de áridos ligeros.

Con respecto al árido grueso convencional las modificaciones son:

- Regulación de los porcentajes admisibles de sustancias perjudiciales en volumen y no en peso.
- Eliminación de la no flotabilidad en un líquido de densidad 2.
- Limitación de la densidad.
- Inclusión de un límite a la capacidad de absorción de agua. Para áridos ligeros de densidad en montón superior a 600 Kg/m<sup>3</sup>, la limitación puede elevarse al 20%.

Es importante señalar que, para un mismo tipo de árido ligero, su resistencia está ligada directamente a su densidad. Esto significa que para alcanzar una cierta resistencia del hormigón es preciso utilizar áridos con una densidad mínima, por debajo de la cual no resulta económico, ni en ocasiones físicamente posible, conseguir dicha resistencia. El proveedor del árido ligero debe ser consultado a este respecto.

Ensayos realizados con áridos ligeros españoles de arcilla expandida han demostrado que 2 hormigones iguales, diferenciándose únicamente en que la densidad en montón del árido grueso era 300 y 600, daban resistencias de 175 y 275 Kp/cm<sup>2</sup> respectivamente.

#### 3.3.4. Arido ligero fino

Se recuerda lo expuesto en el comentario al artículo 3.3.1, sobre las resistencias menores que se logran al sustituir la arena convencional por arena ligera. Es importante recordar también que la adherencia del acero al hormigón puede verse también perjudicada, así como la trabajabilidad del hormigón, debido a que las arenas ligeras adolecen frecuentemente de falta de finos, de una gran capacidad de absorción de agua y pueden producir hormigón de mayor retracción.

Las modificaciones con respecto al árido fino convencional son:

- Regulación de los porcentajes admisibles de sustancias perjudiciales en volumen y no en peso.
- Eliminación de la no flotabilidad en un líquido de densidad 2.
- Limitación de la densidad.
- No exigencia con respecto a partículas blandas.

### 3.4. Aditivos

Los aditivos actúan sobre el hormigón de áridos ligeros de la misma manera que sobre el hormigón convencional. En algunas ocasiones su acción puede resultar más o menos intensa que en el hormigón convencional, debiendo corregirse consiguientemente su dosificación.

## CAPITULO 4: HORMIGONES

### 4.1. Condiciones del hormigón

Las condiciones del hormigón de áridos ligeros en relación con el hormigón ordinario conducen a la necesidad de especificar el tipo y características de los áridos y el peso específico que debe tener el hormigón. El peso específico debe referirse al hormigón seco, aunque a efectos de cálculo de acciones se considera un cierto incremento de la densidad debido a la existencia de humedad. A falta de un estudio experimental específico, puede suponerse un incremento de 50 Kg/m<sup>3</sup> para obras en condiciones normales.

Por otro lado, la densidad seca del hormigón está relacionada con su resistencia, de manera que la especificación de resistencia puede condicionar la de peso específico. Conocida la dosificación puede estimarse

$$\rho = \rho_s + 0,05 = A + 1,2 C + 0,05$$

siendo:

$\rho_s$  = peso específico seco del hormigón (t/m<sup>3</sup>).  
A, C = dosificación de áridos y cemento (t/m<sup>3</sup>).

Debe tenerse en cuenta el peso de las armaduras, añadiendo 0,10 t/m<sup>3</sup> por término medio si no se poseen datos más detallados.

Bajo condiciones especiales, en determinadas utilidades, puede tener especial importancia la especificación de las condiciones de aislamiento térmico y acústico.

### 4.2. Resistencia del hormigón a compresión

Lo indicado es análogo a las especificaciones relativas al hormigón ordinario. Debe hacerse un énfasis especial en la importancia del estado de saturación de las probetas al ensayarlas a compresión: no debe permitirse su secado antes de realizar el ensayo.



### 4.3. Resistencia del hormigón a tracción

Su determinación en los hormigones de áridos ligeros puede hacerse mediante cualquiera de los métodos de ensayo (ensayo Brasileño o ensayo a flexotracción) aplicables a los hormigones normales, cuidando especialmente la saturación de las probetas al ensayarlas a tracción.

En general, en los hormigones ligeros se obtienen resistencias a tracción inferiores a las de los hormigones ordinarios de igual resistencia a compresión.

Normalmente se consultará al fabricante de los áridos sobre la relación entre las resistencias a compresión y tracción de los hormigones fabricados con ellos.

Para los pesos específicos más usuales del hormigón ligero resulta una resistencia a tracción del 80% de la de un hormigón normal de su misma resistencia a compresión.

El ensayo a flexotracción conduce a resistencias más altas que el ensayo Brasileño. Por término medio son aplicables las relaciones empleadas en hormigones ordinarios, es decir, que puede suponerse que la resistencia a flexotracción será aproximadamente doble de la resistencia a tracción (ensayo Brasileño).

### 4.4. Coeficientes de conversión

Los coeficientes de conversión de los resultados de ensayos obtenidos con distintas probetas puede suponerse que adoptan valores análogos para los hormigones de áridos ligeros a los empleados en hormigones ordinarios.

La conversión de resistencias para edad de ensayos diferente de los 28 días presenta mayor incertidumbre con áridos ligeros que con áridos normales. A edades inferiores a ésta, en general la resistencia es superior que en un hormigón ordinario análogo. Debe consultarse al fabricante o suministrador de los áridos en el caso de que sea necesario disponer de estos coeficientes de conversión, en probetas del mismo tipo, para edad diferente a los 28 días.

### 4.6. Docilidad del hormigón

Dado el menor peso específico de los áridos que se emplean en los hormigones ligeros, para una misma docilidad se obtendrán asientos en cono de Abrams más bajos que en los hormigones ordinarios. Además, los problemas de segregación a que conducen los hormigones con asientos elevados, son diferentes cuando se emplean áridos ligeros. La consistencia fluída (con asientos mayores o iguales a 10 cm) puede ser menos aconsejable en los hormigones de áridos ligeros, empleándose únicamente, por exigencias de la puesta en obra, cuando se emplean procedimientos especiales (bombeo).

A título de orientación se pueden adoptar las definiciones de consistencia aplicadas al hormigón ordinario en función de su asiento en cono de Abrams (UNE 7103).

<i>Consistencia</i>	<i>Asiento (cm)</i>
Seca	0 - 2
Plástica	3 - 5
Blanda	6 - 9
Fluída	≥ 10

## CAPITULO 5: CARACTERISTICAS DEL HORMIGON

### 5.1. Diagrama tensión-deformación experimental

La forma de la curva depende de diversos factores, fundamentalmente edad del hormigón, contenido de cemento y resistencia. Generalmente la diferencia entre ambos tipos de hormigones crece con la edad y con el contenido en cemento.

### 5.3. Módulo de deformación longitudinal

Aunque este parámetro se ha dado en el texto como función únicamente de la resistencia del hormigón para mantener el paralelismo con la instrucción vigente, realmente depende en primer lugar de la densidad del hormigón y sólo secundariamente de su resistencia.

Pueden utilizarse por ejemplo las fórmulas

$$E_j = 3590 \rho^2 \sqrt{f_j}$$

$$E_j = 6000 \sqrt{\rho^3 f_j}$$

donde  $\rho$  es la densidad del hormigón en Kg/dm<sup>3</sup>.

Utilizando estas fórmulas se obtienen para  $E_j$  valores aproximadamente mitad que los correspondientes al hormigón normal de igual resistencia.

### 5.4. Retracción

Bajo ciertas condiciones ambientales de gran humedad puede incluso llegar a producirse inicialmente un aumento de volumen.

### 5.5. Fluencia

Al tener un coeficiente de fluencia  $\varphi_L$  menor, la deformación diferida es comparativamente menos importantes en el hormigón ligero. Sin embargo, en valor absoluto, puede ser similar a la del hormigón normal.

Por ejemplo, suponiendo un hormigón normal con  $\varphi_N = 2$ , y un hormigón ligero tal que  $E_L = 0,5 E_N$ , se tendría:

*Hormigón normal*

Deformación inicial

$$\epsilon_{oN} = \frac{\sigma}{E_N}$$

Deformación diferida

$$\epsilon_{tN} = \varphi_N \frac{\sigma}{E_N} = 2 \frac{\sigma}{E_N} = 2 \epsilon_{oN}$$

Deformación total

$$\epsilon_{oN} + \epsilon_{tN} = \epsilon_{oN} + 2 \epsilon_{oN} = 3 \epsilon_{oN}$$

*Hormigón ligero*

$$\epsilon_{oL} = \frac{\sigma}{E_L} = 2 \frac{\sigma}{E_N} = 2 \epsilon_{oN}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{tL} &= \varphi_L \frac{\sigma}{E_L} = \varphi_N \frac{E_L}{E_N} \frac{\sigma}{E_L} = \\ &= \varphi_N \frac{\sigma}{E_N} = 2 \epsilon_{oN} = \epsilon_{tN} \end{aligned}$$

$$\epsilon_{oL} + \epsilon_{tL} = 4 \epsilon_{oN}$$

### 5.7. Coeficiente de dilatación térmica

El valor inferior de este coeficiente en el hormigón de áridos ligeros, no afecta sensiblemente a la compatibilidad de deformaciones con el acero de las armaduras.

### 5.8. Coeficiente de conductividad térmica

Los valores proporcionados por distintas investigaciones para este coeficiente difieren con frecuencia. A título orientativo se da la siguiente tabla, haciéndose notar qué valores fuera de ella pueden ser admisibles.

Conductividad térmica del hormigón ligero seco

<i>Densidad (kg/dm<sup>3</sup>)</i>	<i>Conductividad (Kcal/m h °C)</i>
1,2	0,30-0,35
1,4	0,35-0,45
1,6	0,45-0,60
1,8	0,55-0,75

### 5.9. Durabilidad

#### 5.9.1. Protección contra ataques químicos

Se señala que la mayor parte de los áridos ligeros empleados son de naturaleza cerámica, lo que debe tenerse en cuenta a los efectos de su posible susceptibilidad a las agresiones de carácter químico.

#### 5.9.2. Protección contra el fuego

Para un mismo espesor puede estimarse que al pasar de árido normal a árido ligero, el tiempo de resistencia al fuego se incrementa por lo menos en un 25%, pudiendo llegar a doblarse.

#### 5.9.3. Permeabilidad y porosidad

La utilización de hormigón de árido ligero para estructuras flotantes o sumergidas no presenta problemas. Sin embargo debe tenerse presente su mayor contenido de humedad de saturación.

El comportamiento del hormigón de áridos ligeros frente a los ciclos de hielo-deshielo se considera equivalente al del hormigón normal, dependiendo primordialmente de la calidad de la matriz de cemento y de la presencia o no de aire ocluido en ella.

Sin embargo, cuando la agresión por heladas sea un factor determinante en el proyecto, se recomienda fabricar el hormigón con áridos secos.



## CAPITULO 6: DOSIFICACION DEL HORMIGON LIGERO

### 6.1. Cemento

Es recomendable reducir el contenido de cemento utilizando uno de mayor resistencia, pues así se reduce la densidad (la pasta es más pesada que el árido).

El aumento del contenido de cemento eleva la resistencia del hormigón, pero no de la misma forma que del hormigón normal. En los hormigones ligeros la resistencia del hormigón crece con una pendiente menor que la resistencia del mortero.

La resistencia propia de los áridos limita la resistencia del hormigón. A partir de un cierto nivel de resistencia las partículas del árido son menos resistentes que el mortero. Aumenta pues la rigidez y resistencia de éste, pero la resistencia del hormigón ya no puede alcanzar la del mortero (ver fig. 7.1).

### 6.2. Aridos

Al disminuir la densidad de los granos de un determinado árido ligero disminuye el módulo de deformación y la resistencia del mismo.

Se pueden dosificar hormigones ligeros con granulometrías continuas o discontinuas. En general las granulometrías continuas dan una mejor adherencia y reducen el riesgo de segregación.

### 6.3. Consideraciones sobre el contenido de agua

El principal problema de la dosificación reside en predecir el agua efectiva y el contenido de huecos de la pasta tras la compactación. Desde el comienzo del mezclado el contenido de agua libre disminuye progresivamente debido a la absorción por el árido (excepto si es impermeable o está saturado). Con ello disminuye la relación agua/cemento y aumenta la resistencia (suponiendo que la disminución de trabajabilidad es compensada por una compactación más intensa).

Para hacer una determinación aproximada puede emplearse el llamado volumen residual absoluto R,

$$R = 1000 - \frac{c}{\gamma_c} - \frac{A}{\gamma_p}$$

siendo

a el contenido de agua libre en l/m<sup>3</sup>

c el contenido de cemento en Kg/m<sup>3</sup>

A el contenido de áridos en Kg/m<sup>3</sup>

$\gamma_c$  la densidad de las partículas cemento en Kg/dm<sup>3</sup>

$\gamma_p$  la densidad media de las partículas de los áridos en Kg/dm<sup>3</sup>.

Existe una relación entre  $\frac{R}{C}$  y la resistencia del hormigón ligero similar a la existencia entre  $\frac{a}{c}$  y la resistencia para el hormigón normal. Sin embargo, esta relación puede variar de un árido a otro. A efectos prácticos es aconsejable juzgar la dosificación de agua libre de un hormigón determinado en base a su consistencia.

## CAPITULO 7: FABRICACION Y PUESTA DE OBRA

### 7.1. Fabricación del hormigón

#### 7.1.1. Medición

Por sus características, los áridos ligeros presentan una tendencia acusada a la absorción de agua. Si el árido está poco humedecido, existe el riesgo de que absorba agua de la pasta del mortero con peligro de una sub-hidratación del cemento o, al menos, de una disminución rápida de la plasticidad del hormigón.

Si, por el contrario, el árido ligero está excesivamente humedecido, se produce una película de agua sobre las partículas y en consecuencia una adherencia defectuosa entre árido y mortero.

A título orientativo, la cantidad de agua necesaria para conseguir una humectación adecuada de los áridos ligeros, se puede situar alrededor de la mitad de la cantidad de agua absorbida durante una inmersión de 24 horas (absorción de agua definida en 4.3.3). En cualquier caso, esta cantidad adicional de agua constituye una reserva interna que favorece la hidratación del cemento y no afecta a la relación agua/cemento.

#### 7.1.2. Amasado

En general es preferible el mezclado en amasadora de ciclo forzado que en hormigonera de cuba giratoria. El orden de introducción de los componentes tiene una particular importancia, especialmente en lo que refiere a la introducción de los áridos ligeros con una cantidad del agua de amasado que hace las veces de un prehumectado. Después de girar la amasadora aproximadamente 1/2 minuto con el fin de permitir a los áridos la absorción de parte del agua, se introducen seguidamente el resto de los componentes.

#### 7.2.1. Transporte y colocación

En el transporte hay que considerar que los áridos insuficientemente humedecidos, absorben agua de la masa produciéndose una pérdida de trabajabilidad más o menos acusada, proporcional al tiempo de transporte.

Debe vigilarse el transporte de los hormigones de asentamiento elevado para los que existe el riesgo de segregaciones importantes con la consiguiente flotación de áridos.

Es recomendable que el intervalo comprendido entre el final de la fabricación del hormigón y su puesta en obra definitiva, no supere una hora y media.

La causa fundamental de los problemas de bombeo del hormigón de áridos ligeros estriba en que, bajo las alevadas presiones de la bomba, su capacidad de absorción de agua se multiplica considerablemente, permitiendo el acceso de parte del agua de amasado al inte-



rior de poros que eran inaccesibles a presión atmosférica. Esta absorción adicional del agua libre reseca el hormigón, facilitando las obturaciones en la conducción.

Como métodos de mejorar las posibilidades de bombeo del hormigón de áridos ligeros se pueden apuntar, además de las medidas empleadas para un hormigón normal, la utilización de áridos ligeros relativamente densos y poco absorbentes; saturación previa los áridos tanto como sea posible y utilización de bombas que transmitan al hormigón la presión más baja posible, aún en detrimento de la velocidad de bombeo.

#### *7.2.2. Compactación*

Se podrán utilizar vibradores de alta frecuencia, teniendo en cuenta que su radio de acción es inferior en un hormigón de áridos ligeros que en un hormigón normal, al ser la atenuación de las vibraciones superior. Cuando se empleen vibradores internos es recomendable asegurar un desplazamiento lento, pero continuo, de la aguja; evitar aplicaciones demasiado prolongadas en la misma zona, aconsejándose tiempos máximos del orden de 10 a 15 segundos; y no vibrar capas demasiado gruesas (superiores a 30 cm).

#### *7.3.2. Hormigonado en tiempo caluroso*

La absorción de agua por los áridos ligeros se acelera con la elevación de la temperatura.

Se recomienda la utilización de un cemento de bajo calor de hidratación inicial para los elementos en masa con espesores importantes.

#### **7.4. Curado**

Las precauciones a tomar para proteger los hormigones de áridos ligeros de una desecación prematura durante los primeros días y especialmente en las 48 horas siguientes al hormigonado, son las mismas que para los hormigones normales. Esta protección es más necesaria y se muestra particularmente eficaz cuando las piezas tienen una masa reducida o presentan una gran superficie de evaporación; cuando el ambiente donde está colocado el hormigón es seco y/o sometido a la acción del viento. A partir de los primeros días, la reserva interna de agua favorece las condiciones de curado.

### **CAPITULO 8: CONTROL DEL HORMIGON**

La comprobación del peso específico seco puede calcularse en base al criterio expuesto en los comentarios al Apartado 4.1. En particular se hará así cuando se realice Control a Nivel Reducido.

El método indicado obliga a controlar el contenido de agua de los áridos. La periodicidad de este control será la especificada para el de la consistencia del hormigón en caso de Control a Nivel Reducido.

Los criterios para la aceptación o rechazo del hormigón en base al control de su peso específico serán los indicados en el Pliego de Prescripciones del Proyecto o los que especifique, en su defecto, la Dirección Facultativa.



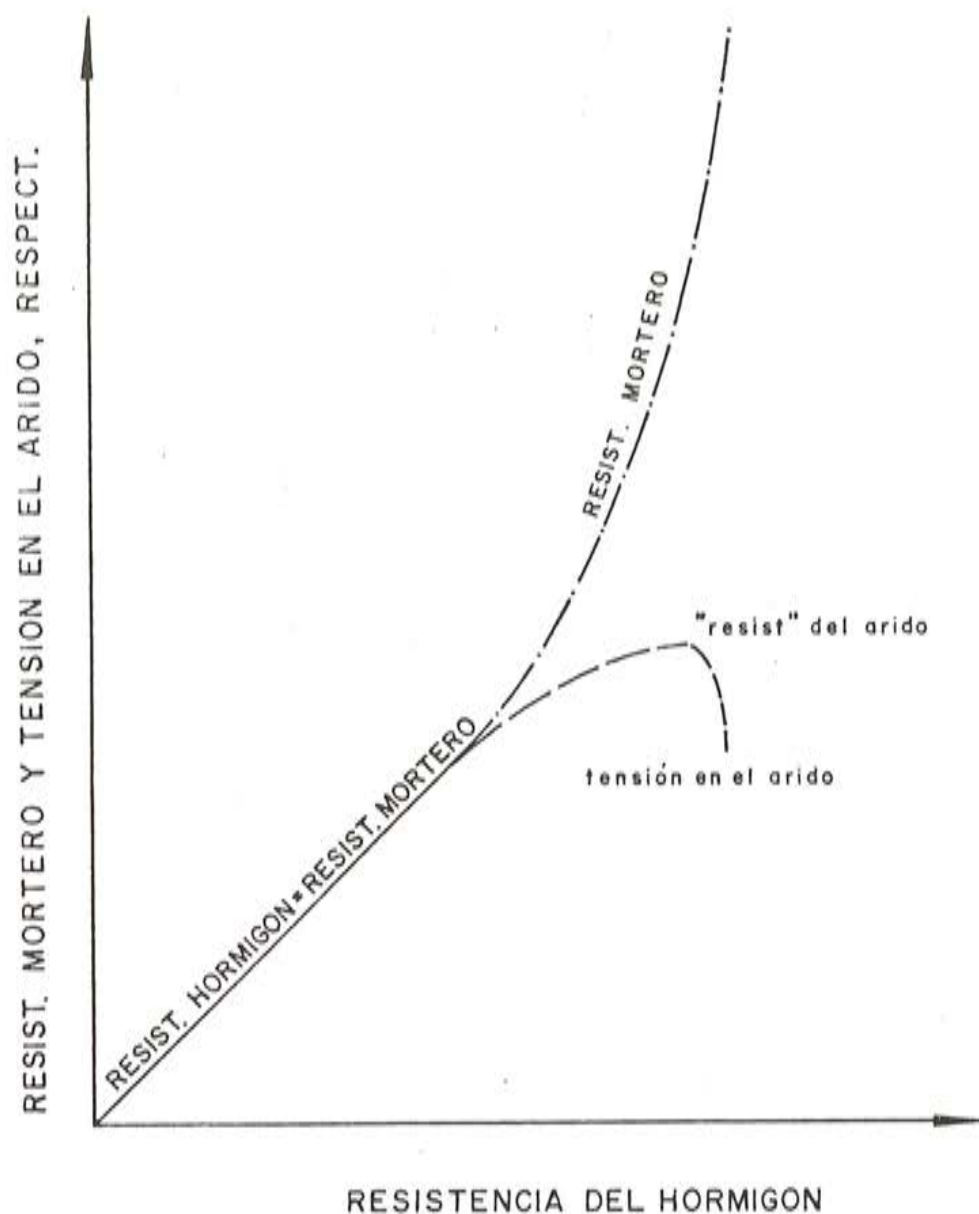


Fig. 7.1.

## BIBLIOGRAFIA

De las innumerables publicaciones existentes sobre el tema de los áridos ligeros y sus hormigones, se recogen aquí únicamente aquéllas más significativas o importantes.

### Libros

- 1.- Castagnetti A.- I Calcestruzzi Leggeri.- Milano, ITEC 1974.
- 2.- Cormon P. Bétons Légers d'aujourd'hui.- Paris, Eyrolles 1973.
- 3.- Weigler H, Karl S.- Hormigones Ligeros Armados.- Barcelona, Gustavo Gili 1974.
- 4.- Association Europeenne de Ciment.- Constructions en béton léger. Roma, Aitec 1974 (Hay versiones inglesa e italiana. Contiene 6 comunicaciones y una recopilación de obras significativas).

- 5.— CEB/FIP.- Lightweight Aggregate Concrete, Manual of design and Technology.- Lancaster, The Construction Press, 1977.
- 6.— Short A., Kinniburgh W.- Lightweight Concrete, Londres, ASP, 1978 (3ª edición).
- 7.— Proceedings of the First International Congress on Lightweight Concrete.- Londres, Cement and Concrete Association, 1968 (2 volúmenes, el primero con 21 comunicaciones y el 2º con las discusiones).
- 8.— Proceedings of the Second International Congress on Lightweight Concrete.- Lancaster, The Construction Press, 1980 Contiene 24 comunicaciones).
- 9.— American Concrete Institute, Comité 213.- Guide for Structural Lightweight Aggregate Concrete.- Detroit, ACI, 1979.

#### Normativa

- 10.— NFP 18-309.- Granulats d'Argile Expansée fabriqués en four rotatif.
- 11.— ASTM C-330.- Standard Specification for lightweight aggregates for structural concrete.
- 12.— ASTM C-331.- Standard Specification for lightweight aggregates for concrete masonry units.
- 13.— DIN 4226 Blatt 2.- Zuschlag für Beton; Zuschlag mit porigemgefüge (Leichtzuschlag).
- 14.— BS 3797.- Specification for lightweight aggregates for concrete.

#### Artículos y otras publicaciones

- 15.— Wu R., Wilhelm W.J. Kemp E.L.- Effect of several lightweight aggregates on bond behavior of reinforced concrete.- Research report, West Virginia University, 1977.
- 16.— FIP.- State of the art report: Lightweight aggregate for marine structures.- Cement and Concrete association, 1978.
- 17.— Kavyrchine, Astruc, Foure y otros.- Bétons Légers et normaux: Comportement et résistance structurales.- Annales ITBTP Abril 1978.
- 18.— Dirk Van Nieuwenburg.- Essais sur Béton Léger a base de granulats d'Argile Expansée.- Annales ITBTP Marzo 1974.
- 19.— Dirk Van Nieuwenburg.- Essais sur Béton léger a base de granulats d'Argile Expansée.- Essais de flexión sur poutres precontraintes.- Annales ITBTP Junio 1977.
- 20.— Jean Perchat.- Presentation des règles de calcul de Ouvrages en béton de granulats légers.- Annales ITBTP Diciembre 1976.
- 21.— Gianna Riva.- Prove di aderenza acciaio-calcestruzzo su conglomerati leggeri per impiego strutturale.- L'Industria Italiana del cemento Mayo 1976.
- 22.— Ugo Carputi y Elio Garzillo.- Indagine teorico-sperimentale sul comportamento tecnologico del calcestruzzo leggero. Problemi relativi al ritiro ed all'aderenza. L'Industria Italiana del cemento Septiembre 1976.
- 23.— Ugo Carputi y Elio Garzillo.- Indagine teorico-sperimentale su travi in calcestruzzo leggero sollecitate a flessione e a taglio L'Industria Italiana del cemento Octubre 1976.
- 24.— Johannes Brakel y Jean Perchat.- Calcul des ouvrages en béton léger. Annales ITBTP Octubre 1974.
- 25.— Javier Alonso Gómez.- Ensayo a flexión de vigas de hormigón de áridos ligeros.- Hormigón y Acero, 4º t./1979.
- 26.— Hugo Bachmann et Peter Flückiger.- Poutres en béton léger: Précontrainte partielle et résultats de cinq années d'essais.- Annales ITBTP Junio 1978.
- 27.— J.J. Jessen and L. Jonsen.- Prestressed lightweight concrete with expanded clay aggregate. Measurements of physical properties over an extended period.- Cowiconsult, 7º congreso FIP, New York 1974.
- 28.— Donald W. Pfeifer.- Full-Size Lightweight concrete columns. Journal of the Structural division P.A.S.C.E., Febrero 1971.

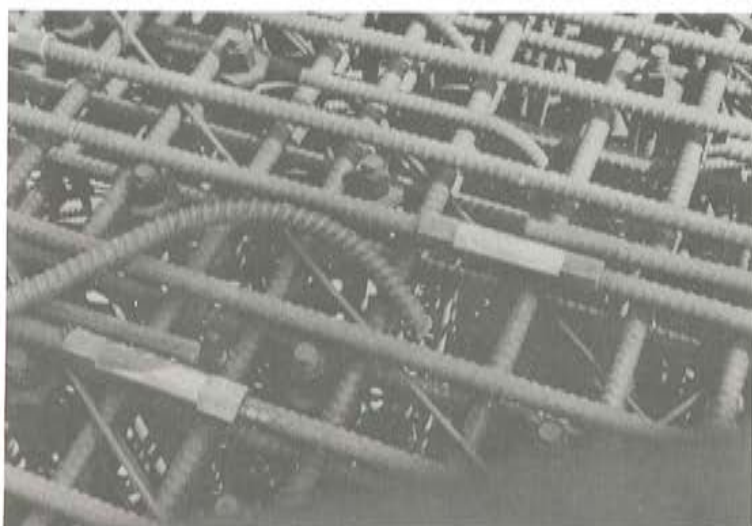


- 29.— Hugo Bachmann y Rudolf Dieterle.- Comportement dynamique d'un pont en béton léger a Schaffhouse: Essais et calculs. Annales ITBTP 1977 Julio-Agosto.
- 30.— Lars Forssblad.- La Vibrazione dei calcestruzzi con inerti leggeri Costruzioni Noviembre 1977.
- 31.— Paul Poitevin.- La technologie sur chantier D'ouvrage D'art. Annales ITBTP, Octubre 1974.
- 32.— I. Soroka.- C.H. Jaegermam.- Durcissement du béton d'agréats légers par la vapeur á la pression atmosphérique.- Actas 8º.- Congreso BIBM Stresa 1975.
- 33.— Robert S. Barneyback, Jr.- Design of Lightweight aggregate concrete mixtures for structural applications.- Abril 1974.
- 34.— Dreux, Gorisse, Troche.- Une méthode de composition des bétons de granulats légers.- Institut Technique Bâtiment et des Travaux Publics.
- 35.— Sandro Buzzi.- Il Calcestruzzo ordinario e leggero per l'industrializzazione de l'edilizia civile.- L'industria Italiana a del Cemento, Septiembre 1977.
- 36.— Alberto Castellani.- Sul comportamento a rottura di elementi strutturali in calcestruzzo armato prefabbricati.- Prefabbricare.
- 37.— Patrick J.E. Sullivan.- La tenue du béton de granulats légers aux températures élevées.- Annales ITBTP, Octubre 1974.
- 38.— José de la Varga Merino.- Pasarela de hormigón ligero realizado con arcillas expandidas.- Cimbra nº 154, Julio 1978.
- 39.— M. Virlogeux.- Le béton léger dans le domaine d'ouvrages d'art. Annales ITBTP, Diciembre 1976.
- 40.— J.L. Elvira y J. Esteban.- Utilización de áridos ligeros en la técnica de carreteras. Una posible solución al problema del deslizamiento.- Boletín del Laboratorio de Carreteras y Geotecnia, Marzo-Abril 1980.
- 41.— P. Segrestin.- Communication sur l'utilisation de granulats légers en terre armée.- CETE-Nord-Picardie. Journée d'information sur les granulats et bétons légers, Diciembre 1975.
- 42.— Structural lightweight-aggregate concrete for marine and offshore applications.- Concrete Society Technical Report nº 16, Mayo 1978.
- 43.— R. Bertrand, G. Coquillat, E.H. Colburn.- Le laitier Expansé Bouleté. Dans la Construcción.- Annales ITBTP, Julio 1980.
- 44.— Heinz Schmidt.- La producción y utilización de granulos de arcilla expandida en la literatura del ramo.- Materiales de Construcción nº 144 4º Trim. 1971.
- 45.— E. Hanquez, C. Boutry, et R. Chavin.- Fabrication de granulats légers á partir des schistes houillers en provenance des lavoirs. Industrie Minerale.
- 46.— Michel Albenque et Thierry Fontaine.- Une méthode de mesure de la résistance unitaire des granulats légers d'argile et de schiste expansés.- Annales ITBTP, Diciembre 1978.
- 47.— Caracteristiques de granulats d'argile expansée fabriqués en Alsace et de betons confectionnés avec ces granulats.- Bétons Industriels nº 45, 1er. trimestre 1974.
- 48.— Domingo Pellicer Daviña.- Los hormigones ligeros: Su presente y su futuro (Generalidades sobre los hormigones ligeros estructurales con áridos de arcilla expandida).- Arte y Cemento.
- 49.— Building Research Station.- Lightweight aggregate concretes. B.R.S. Digest nº 123 Noviembre 1970.
- 50.— Javier Alonso Gómez.- Ensayos de Hormigones Ligeros Estructurales: análisis a la luz de la experiencia en otros países.- Hormigón y Acero, Enero 1978.
- 51.— Jörg Nicolay.- Festigkeitslinien gefügedichter leichtbetone ambeispiel des blähschiefers Berwillit.- Betonwerk fertigteil Technik, Febrero 1977.
- 52.— G. Coquillat, R. Lesage, C. Lejenne.- Fiches d'information "Granulats Légers pour Betons de Structure" "Granulats Légers pour Bétons Légers isolants.- Annales ITBTP, Marzo 1980.
- 53.— Pierre Cormon.- Les granulats D'argile et de schiste expansés. Annales ITBTP, Octubre 1974.
- 54.— D.C.Teychenné.- Lightweight aggregates their properties and use in concrete in the UK.- BRS Current Papers Octubre 1968.
- 55.— Javier Alonso Gómez.- El Bombeo del Hormigón Ligero Estructural.- Estudios e Investigación, Octubre 1978.
- 56.— The International Journal of Lightweight Concrete.- Construction Press Ltd. (Han aparecido 3 números).



# ACEROS Y TECNOLOGIA PARA LA CONSTRUCCION, S.A.

Paseo de la Habana, 14, Madrid-16.  
Teléfono 261 29 85 – Telex: 23533.



Barras roscadas sistema  
GEWI para armaduras,  
fabricadas por AZMA, S.A.  
Accesorios para uniones  
y anclajes.

Sistemas DYWIDAG con aceros de alto límite elástico.  
Barra  $\phi$  15 mm. Calidad 90/110, fabricada por AZMA, S.A.,  
para sujeción de  
encofrados.



# Generación automática de malla triangular de elementos finitos

Alfonso Recuero Fornies  
Dr. Ingeniero de Caminos  
José Pedro Gutiérrez Jiménez  
Ingeniero de Caminos  
Instituto Eduardo Torroja  
Madrid — España

## PRESENTACION

Una de las primeras dificultades que surgen al intentar resolver un problema aplicando el método de los elementos finitos es la preparación de los datos. Es particularmente laboriosa la definición de la malla mediante la que se discretiza la estructura a resolver, debiendo calcularse un gran número de coordenadas, describir y tipificar un gran número de elementos, y en algunos casos cuidar de que la numeración que se asigne a los nudos no produzca anchos de banda muy grandes. Se trata de una labor tediosa y propensa a las equivocaciones.

Por las razones citadas, son muchos los algoritmos presentados en la literatura especializada para la generación automática y dibujo de dicha malla de elementos. El algoritmo que aquí se presenta ofrece ventaja sobre muchos otros por su potencia, versatilidad y facilidad de uso. Proporciona, además, una numeración de los elementos que produce un ancho de banda óptimo o cuasi-óptimo.

Permite discretizar, en elementos triangulares, estructuras planas de forma muy general, partiendo de una malla generatriz que divide la estructura en zonas de contorno poligonal.

Las ideas básicas en las que se funda el algoritmo son muy simples, y se presentan en detalle junto con varios ejemplos y un programa que lo implementa escrito en FORTRAN IV.

## DESCRIPCION DEL METODO

El programa permite la generación automática de una malla de elementos triangulares, para cubrir una superficie plana de forma cualquiera, numerando los nudos de la malla de modo que el ancho de banda de la matriz de rigidez resulte óptimo o cuasi-óptimo.

El área a discretizar debe ser previamente dividida en una serie de zonas, que pueden ser, desde un punto de vista topológico cuadrilaterales o triangulares, cumpliendo una serie de condiciones que más adelante se detallan.

El programa genera automáticamente las coordenadas de todos los puntos de la malla, así como la descripción de los elementos, pudiendo éstos ser tipificados por la zona a la que pertenecen con objeto de asignarles las características mecánicas adecuadas.



Los datos que hay que suministrar al programa son una descripción de la denominada malla generatriz, de la que hay que dar los siguientes datos:

- Número de puntos, número de aristas y número de zonas.
- Coordenadas a cada uno de los puntos de malla generatriz.
- Descripción de la aristas de la malla generatriz, mediante su nudo origen, nudo final y número de subdivisiones.
- Descripción de las zonas. El programa considera dos tipos de zonas: cuadrilaterales y triangulares. En ambos casos la zona se describe mediante cuatro nudos, cuyos números deben darse en un sentido horario de recorrido de la zona. En el caso de zonas cuadrilaterales deben darse cuatro nudos de la malla generatriz. En el caso de zonas triangulares el número del cuarto nudo debe ser 0.

En las zonas, denominaremos arista 1 a la definida por los nudos 1 y 2, arista 2 a la definida por los nudos 2 y 3, arista 3 a la definida por los nudos 3 y 4, y arista 4 a la definida por los nudos 4 y 1, si son cuadrilaterales. Si son triangulares la arista 3 es la definida por los nudos 3 y 1, y no existe la arista 4.

Las zonas que pueden utilizarse deben cumplir las siguientes restricciones:

- En el caso de zonas triangulares, la arista 3 debe tener una sola subdivisión, y los números de subdivisiones de las aristas 1 y 2 deben ser iguales o diferir en 1.
- En las zonas cuadrilaterales pueden distinguirse dos subtipos. En el subtipo 1 el número de subdivisiones de la arista 1 debe ser igual que el de la 3, y el de la 2 igual que el de la 4. En el subtipo 2 el número de subdivisiones de la arista 1 debe ser igual al de la 3, y el de la 2 debe ser igual a la suma de los de las aristas 1 y 4. En este segundo subtipo, la zona cuadrilateral puede llegar a degenerar en una zona triangular, haciendo coincidir los nudos 1 y 4 de la zona, con lo que la arista 4 tendrá 0 subdivisiones, en cuyo caso no necesita ser explícitamente definida.

El proceso seguido es el siguiente. El programa asigna como primeros nudos de la estructura total los nudos de la malla generatriz. A continuación toma las aristas, en el orden en que se describen, y genera los puntos intermedios necesarios, calculando sus coordenadas y asignándoles números sucesivos. A continuación toma las zonas, en el orden en que se describen, determina el tipo a que corresponden y genera los puntos interiores necesarios, calcula sus coordenadas y les asigna numeración correlativa. A continuación genera los elementos de la zona, en el orden que se indica en las figuras 1 a 6. Por último llama a la subrutina BWRED, de reducción de ancho de banda, presentada en la referencia 1.

Existen pues dos numeraciones: la original, y la optimizada que proporciona la subrutina citada.

El programa se completa con el dibujo de la malla, la numeración final de los nudos, y la numeración de los elementos en el orden de generación.

Los resultados del programa están contenidos en las siguientes variables:

NULT, número total de nudos.

NELEM, número total de elementos triangulares.

NUM, matriz de direccionamiento indirecto, que contiene la nueva numeración que corresponde a los nudos inicialmente generados.

NB, ancho de banda resultante.

X, Y, matrices que contienen las coordenadas de los nudos de la malla, ordenados según la numeración original.



NUDEL, matriz de dos dimensiones que contiene la descripción de los elementos según la numeración original.

El programa incluye una verificación automática de la consistencia de los datos introducidos, desde un punto de vista topológico, pero no comprueba si las zonas cuadrilaterales son convexas, u otros condicionantes geométricos. Si detecta algún error, continua la verificación pero interrumpe la generación automática.

## ARISTAS COMPUESTAS

Se denomina arista simple a la definida por dos puntos de la malla. Se denomina arista compuesta a la formada por un encadenamiento de aristas simples. Geométricamente una arista compuesta puede ser una recta o una poligonal, pero topológicamente el algoritmo les dará el mismo tratamiento que si fuesen aristas simples, definidas por sus puntos extremos.

A efectos del programa, las aristas compuestas se describen indicando el número de puntos que la definen, e indicando cuáles son esos puntos. El número de subdivisiones lo obtendrá sumando los correspondientes a las aristas simples incluidas, y los puntos intermedios serán los mismos de dichas aristas simples.

La utilización de este concepto da al método una gran potencia y flexibilidad. Por una parte, una arista compuesta puede ser frontera de varias zonas, y por otra, permite que las zonas generatrices, si bien topológicamente seguirán siendo cuadriláteros o triángulos, puedan adoptar formas geométricas cuales quiera.

Una zona puede ser definida utilizando aristas simples o compuestas, mientras que zonas adyacentes pueden definirse con aristas simples que formen parte de las aristas compuestas utilizadas.

Las reglas referentes a la compatibilidad del número de divisiones en cada arista siguen siendo de aplicación, cualquiera que sea el tipo de aristas que se utilicen.

El ejemplo de la figura 7 ilustra la posibilidad de que una zona tenga una forma geométrica cualquiera. El ejemplo de la figura 8 ilustra el caso de zonas que tienen en común zonas parciales de aristas.

## EJEMPLOS

Como ilustración de la aplicación del algoritmo, se incluyen diez ejemplos, en cada uno de los cuales se incluye la malla generatriz, en la que se indica la numeración de los puntos que son vértices de la malla, y sobre cada una de sus aristas simples, el número de divisiones de la misma y también la discretización en elementos, indicando la numeración final de todos los nudos y el número de orden en que han sido generados los elementos, en el que, por consiguiente, figuran en la matriz NUDEL de resultados.

## CONCLUSIONES

El algoritmo para la generación automática de una malla triangular de elementos que se presenta ofrece, sobre otros semejantes, ventajas por su potencia, flexibilidad y facilidad de uso.

El concepto de aristas compuestas del que hace uso le permite combinar zonas de formas muy variadas, y la estructura de sus datos hace que la modificación de la malla sea muy sencilla.

## LISTADO DEL PROGRAMA

```

0001 MSGMT T=00003 IS ON CARD011 USING 00024 BLKS R=0000
0002 FINISH
0003 PROGRAM GWT
0004 DIMENSION X(500),Y(500),MODEL(500,4),NARIS(50,3),NUODR(50,15),
0005 *NZONE(5),LARIS(4),NUOD(4),N(15,15),NUM(500),AP(3,500),NA(12)
0006 READ(S,*)NPG,NAS,NACC,NCON
0007 C NUMERO DE PUNTOS GENERADORES, NUMERO DE ARTISTAS SIMPLES,
0008 C NUMERO DE ARTISTAS COMPUESTAS Y NUMERO DE ZONAS
0009 C NAG,NAC,NACC
0010 C NUMERO DE ZONAS
0011 DO 1 J=1,NPG
0012 READ(S,*)X(J),Y(J)
0013 1 CONTINUE
0014 C NULT=NPG
0015 C NUMERO DEL ULTIMO NUMERO GENERADO
0016 C NER=3
0017 C NUMERO DE ERRORES DETECTADOS
0018 DO 2 I=1,NAS
0019 READ(S,*)NI,NJ,NDIV
0020 C NUMERO INICIAL, NUMERO FINAL Y NUMERO DE SUBDIVISIONES
0021 DE LA LISTA GENERADIZA
0022 NARIS(I,1)=NI
0023 NARIS(I,2)=NJ
0024 NARIS(I,3)=NDIV
0025 IF(NI,GE,1.AND.NI,LE,NPG.AND.NJ,GE,1.AND.NJ,LE,NPG.AND.NI,NE,NJ,
0026 .AND.NDIV,GE,1)GO TO 100
0027 NER=NER+1
0028 WRITE(6,9001)
0029 900 FORMAT(' LOS DATOS DE LA ARTISTA',I2,' SON INCORRECTOS')
0030 100 IF(NER,GT,1)GO TO 2
0031 NUDARI(I,1)=NI
0032 NUDARI(I,NDIV+1)=NJ
0033 X(NDIV,50,1)GO TO 2
0034 Y(NDIV,50,1)
0035 XINC=X(NJ)-X(I)/NDIV
0036 YINC=Y(NJ)-Y(I)/NDIV
0037 DO 5 J=2,NDIV
0038 NULT=NULT+1
0039 XI=XI+XINC
0040 YI=YI+YINC
0041 X(MULT)=XI
0042 Y(MULT)=YI
0043 NUDARI(I,J)=NULT
0044 5 CONTINUE
0045 2 CONTINUE
0046 NUDARI CONTIENE LA NUMERACION ASIGNADA A LOS NUODS DE LA ARTISTA I
0047 C CUANTAS DIMENSIONES ACTUALES SE ADMITEN HASTA 11 DIVISIONES POR
0048 C ARTISTA GENERADIZA
0049 IF(NAC,EQ,1)GO TO 99
0050 DO 99 I=1,NACC
0051 READ(S,*)N,NA(I),J=1,N)
0052 NUMERO DE PUNTOS DE LA ARTISTA COMPUESTA Y LISTA DE PUNTOS
0053 I=1,NACS+1
0054 NARIS(I,1)=NA(I)
0055 NARIS(I,2)=NA(N)
0056 NODI=0
0057 J=1
0058 NUDARI(I,1)=NA(I)

```

```

0119 IF(I1ARIS(J),EQ,-1000160 TO 0
0120 8 CONTINUE
0121 DO 9 J=1,I1TPO
0122 K=IARIS(IARIS(J))
0123 NAUX(J)=0
0124 IF(K,NE,0)NAUX(J)=IARIS(K,3)
0125 9 CONTINUE
0126 L1=NAUX(1)+1
0127 L2=NAUX(2)+1
0128 L3=NAUX(3)+1
0129 L4=NAUX(4)+1
0130 IF(I1TPO,EQ,3)L4=1
0131 IF(I1TPO,EQ,4)GO TO 101
0132 IF(L1,EQ,L2,OR,IARIS(L1-L2),EQ,1),AND,L3,EQ,2)GO TO 104
0133 102 NER=NER+1
0134 9016(6,700)1
0135 700 FOR=11* NO SUM CONSISTENTES LAS APISTAS DE LA ZONA*,12)
0136 90 TO 4
0137 101 IF(L1,EQ,L3,AND,L2,EQ,L4)GO TO 104
0138 IF(L1,NE,L3,OR,L2,NE,L3+L4-1)GO TO 102
0139 104 J=IARIS(IARIS(1))
0140 J1=J/IARIS(1)
0141 L3=1
0142 IF(J1,LT,0)L3=L2
0143 00 21 K=1+L1
0144 NZ(L3,1)=MODARI(J,K)
0145 L3=L3+J1
0146 21 CONTINUE
0147 L2=NAUX(2)+1
0148 J=IARIS(IARIS(2))
0149 J1=J/IARIS(2)
0150 L3=1
0151 IF(J1,LT,0)L3=L2
0152 00 22 K=1+L2
0153 NZ(L3,1)=MODARI(J,K)
0154 L3=L3+J1
0155 22 CONTINUE
0156 IF(I1TPO,EQ,3)GO TO 200
0157 J=IARIS(IARIS(3))
0158 J1=J/IARIS(3)
0159 L3=1
0160 IF(J1,LT,0)L3=L1
0161 00 23 K=1+L1
0162 NZ(L3,L2)=MODARI(J,K)
0163 L3=L3+J1
0164 23 CONTINUE
0165 J=IARIS(IARIS(4))
0166 J1=J/IARIS(4)
0167 L3=L4
0168 IF(J1,LT,0)L3=L1
0169 00 24 K=1+L4
0170 NZ(L3,L3)=MODARI(J,K)
0171 L3=L3+J1
0172 24 CONTINUE
0173 IF(L,L1,L2)GO TO 300
0174 ZONA DE TIPO 4 CON L2=L4, ASIGNACION DE NUDOS INTERMEDIOS
0175 IF(L1,EQ,L2,OR,L2,EQ,2)GO TO 50
0176 00 31 J=2,L1-1
0177 NI=NZ(J,1)
0178 NJ=NZ(J,L2)
0179 XI=X(NI)
0180 YI=Y(NI)
0181 XINC=(X(NJ)-XI)/(L2-1)
0182 YINC=(Y(NJ)-YI)/(L2-1)
0183 DO 32 K=2,L2-1
0184 NUL=NUL+1
0185 NZC(J,K)=NUL
0186 XI=XI+XINC
0187 YI=YI+YINC
0188 X(NUL)=XI
0189 Y(NUL)=YI
0190 32 CONTINUE
0191 31 CONTINUE
0192 C GENERACION DE LOS ELEMENTOS
0193 50 DO 51 J=1,L1-1
0194 DO 51 K=1,L2-1
0195 MELEM=MELEM+1
0196 NUDEL(MELEM,4)=1
0197 NUDEL(MELEM,1)=NZ(J,K)
0198 NUDEL(MELEM,2)=NZ(J+1,K)
0199 NUDEL(MELEM,3)=NZ(J+1,K+1)
0200 MELEM=MELEM+1
0201 NUDEL(MELEM,4)=1
0202 NUDEL(MELEM,1)=NZ(J,K)
0203 NUDEL(MELEM,2)=NZ(J+1,K+1)
0204 NUDEL(MELEM,3)=NZ(J,K+1)
0205 51 CONTINUE
0206 50 TO 4
0207 C GENERACION DE ELEMENTOS DE LA ZONA TIPO 3
0208 200 L=0
0209 IF(L1,EQ,L2)GO TO 201
0210 IF(L1,LT,L2)GO TO 202
0211 L=1
0212 NZ(L2,L1)=NZ(1,1)
0213 00 205 K=2,L1
0214 NZ(L2,L1-K+1)=NZ(K,1)
0215 NZ(L-1,1)=NZ(L1,L1-K+1)
0216 205 CONTINUE
0217 L3=L1
0218 L1=L2
0219 L2=L3
0220 202 MELEM=MELEM+1
0221 NUDEL(MELEM,4)=1
0222 NUDEL(MELEM,1)=NZ(1,1)
0223 NUDEL(MELEM,2+L)=NZ(L1,L1)
0224 NUDEL(MELEM,3-L)=NZ(L1,L2)
0225 201 00 35 J=2,L1
0226 MELEM=MELEM+1
0227 NUDEL(MELEM,4)=1
0228 NUDEL(MELEM,1)=NZ(J-1,1)
0229 NUDEL(MELEM,2+L)=NZ(J,1)
0230 NUDEL(MELEM,3-L)=NZ(L1,L1-J+2)
0231 IF(J,EQ,L1)GO TO 4
0232 MELEM=MELEM+1
0233 NUDEL(MELEM,4)=1
0234 NUDEL(MELEM,1)=NZ(J,1)
0235 NUDEL(MELEM,2+L)=NZ(L1,L1-J+2)
0236 NUDEL(MELEM,3-L)=NZ(L1,L1-J+1)
0237 35 CONTINUE
0238 60 TO 4

```



```

0239 C ELEMENTOS DE ZONA DE TIPO m CON L2+L4
0240 300 DO 41 J=L+1,L2-1
0241 NZ(J,L+1,J)=NZ(J,L+1,L2)
0242 41 CONTINUE
0243 IF (L2.EQ.3.OR.L2.EQ.4+1)60 TO 45
0244 GENERACION DE PUNTOS INTERNOS
0245 DO 42 J2=L1-1
0246 MOV(L4,J2
0247 IF (NOIV,L1,2)60 TO 42
0248 NI=NZ(J,1)
0249 NJ=NZ(J,NOIV+1)
0250 XI=X(NI)
0251 YI=Y(NI)
0252 XINC=(X(NJ)-XI)/NOIV
0253 YINC=(Y(NJ)-YI)/NOIV
0254 DO 43 K=2,NOIV
0255 NUL=NUL+1
0256 NZ(J,K)=NUL
0257 XI=XINC
0258 YI=YINC
0259 X(NUL)=XI
0260 Y(NUL)=YI
0261 43 CONTINUE
0262 42 CONTINUE
0263 C GENERACION DE LOS ELEMENTOS
0264 45 DO 46 J=L1-1
0265 K=L+J-1
0266 NELE=NELE+1
0267 MODEL(NELE,K)=I
0268 MODEL(NELE,1)=NZ(J,K)
0269 MODEL(NELE,2)=NZ(J+1,K)
0270 MODEL(NELE,3)=NZ(J+1,K+1)
0271 IF (J.L1.EQ.1)60 TO 46
0272 DO 47 K=J+L2-1,-1
0273 NELE=NELE+1
0274 MODEL(NELE,K)=I
0275 MODEL(NELE,1)=NZ(J,K)
0276 MODEL(NELE,2)=NZ(J+1,K+1)
0277 MODEL(NELE,3)=NZ(J,K+1)
0278 NELE=NELE+1
0279 MODEL(NELE,K)=I
0280 MODEL(NELE,1)=NZ(J,K)
0281 MODEL(NELE,2)=NZ(J+1,K)
0282 MODEL(NELE,3)=NZ(J+1,K+1)
0283 47 CONTINUE
0284 46 CONTINUE
0285 4 CONTINUE
0286 IF (N.EQ.3)STOP
0287 CALL PLTUD(7)
0288 CALL PLOT(5,5,-3)
0289 DIBUJO DE LA MALLA GENERADA
0290 DO 1700 I=1,NUGS
0291 NI=NARS(I,1)
0292 N2=NARS(I,2)
0293 DIV=NARS(I,3)
0294 CALL PLOT(X(N1),Y(N1),3)
0295 CALL PLOT(X(N2),Y(N2),2)
0296 CALL NUMB((X(N1)+X(N2))/2,-.23,(Y(N1)+Y(N2))/2,-.1,-.225,014,
0297 *0,-1)
0298 1700 CONTINUE
0299 DO 1701 I=1,NPG
0300 0=1
0301 CALL NUMB(X(I),Y(I)+.1,.5,D,0,-1)
0302 1701 CONTINUE
0303 CALL PLOT(3,0,-3)
0304 DO 500 I=1,NELE
0305 NI=NUDEL(I,1)
0306 N2=NUDEL(I,2)
0307 N3=NUDEL(I,3)
0308 CALL PLOT(X(N1),Y(N1),3)
0309 CALL PLOT(X(N2),Y(N2),2)
0310 CALL PLOT(X(N3),Y(N3),2)
0311 CALL PLOT(X(N1),Y(N1),2)
0312 500 CONTINUE
0313 DO 40 I=1,3
0314 DO 40 J=1,NELE
0315 40 N(I,J)=NUDEL(J,I)
0316 CALL BAREO(NUL,NELE,3,NP,NB,NUM)
0317 WRITE(6,2000)NB,NUL,NELE
0318 2000 FORMAT(' ANCHO DE BANDA',I3,' N. DE NUDOS',I4,' N. DE *
0319 ** ELEMENTOS',I4,/)
0320 DO 510 I=1,NELE
0321 NI=NUDEL(I,1)
0322 N2=NUDEL(I,2)
0323 N3=NUDEL(I,3)
0324 WRITE(6,4001)I,N1,N2,N3,NUM(N1),NUM(N2),NUM(N3),NUDEL(I,4)
0325 4001 FORMAT(I4,I7)
0326 510 CONTINUE
0327 WRITE(6,3500)
0328 3500 FORMAT(/,' * NUEVA NUMERACION DE LOS NUDOS',/)
0329 WRITE(6,5100)(NUM(I),I=1,NUL)
0330 3100 FORMAT(I4,20I4)
0331 DO 550 I=1,NUL
0332 XI=X(I)+.1
0333 YI=Y(I)+.1
0334 HENUM(I)
0335 CALL NUMB(XI,YI,.5,M,0,-1)
0336 550 CONTINUE
0337 DO 540 I=1,NELE
0338 XI=0
0339 YI=0
0340 DO 570 J=1,3
0341 NI=NUDEL(I,J)
0342 XI=XI+X(I)
0343 570 YI=YI+Y(I)
0344 XI=XI/3
0345 YI=YI/3,-.1
0346 Z=1
0347 CALL NUMB(XI,YI,.225,Z,0,-1)
0348 580 CONTINUE
0349 CALL PLOT(5,5,-3)
0350 STOP
0351 END
0352 SUBROUTINE BAREO(NUDOS,NELE,NDO,NP,NB,NUM)
0353 C
0354 C AUTOMATIC BAND-WIDTH
0355 C REDUCTION EQUAL NUMBER OF DEGREES OF FREEDOM PER NODE
0356 C
0357 DIMENSION NUM(1),NP(1),INV(800),MULT(801),NF(2000),
0358 *NN(10),NAUX(800)

```

```

0359 EQUIVALENCE(NF(1),INV(1)),(NF(801),NAUX(1))
0360 K=1
0361 DO 2 I=1,NUDOS
0362 K1=1-NUD
0363 K2=0
0364 MULT(I)=K
0365 DO 3 J=1,NELEM
0366 K1=K1+NUD
0367 K2=K2+NUD
0368 DO 4 L=K1,K2
0369 IF(NP(L).EQ.1)GO TO 5
0370 4 CONTINUE
0371 GO TO 3
0372 5 DO 6 L=K1,K2
0373 IF(NP(L).EQ.1)GO TO 6
0374 IF(MULT(I).EQ.K)GO TO 7
0375 DO 8 J=1,MULT(I),K-1
0376 IF(NF(J)).EQ.NP(L)GO TO 8
0377 8 CONTINUE
0378 7 NF(K)=NP(L)
0379 K=K+1
0380 6 CONTINUE
0381 3 CONTINUE
0382 2 CONTINUE
0383 MULT(NUDOS+1)=K
0384 DO 9 I=1,K
0385 9 NP(I)=NF(I)
0386 DO 1 I=1,NUDOS
0387 INV(I)=1
0388 NAUX(I)=1
0389 1 NUM(I)=1
0390 CALL WIDTH(NB,N1,N2,NUDOS,NUM,INV,MULT,NP)
0391 C
0392 C FIRST STEP
0393 100 N87=N8
0394 I=1
0395 DO 101 LL=0,NUDOS
0396 DO 101 N1=N1,NUDOS
0397 CALL WIDTH(NBAN,N1,N2,NUDOS,NUM,INV,MULT,NP)
0398 IF(NBAN.GE.N87)GO TO 102
0399 N87=NBAN
0400 DO 103 J=1,NUDOS
0401 NAUX(J)=NUM(J)
0402 103 CONTINUE
0403 INK=INT(NBAN/2.2)-LL
0404 IF(INK.LT.1) GO TO 104
0405 N2=INK
0406 M1=M2
0407 DO 105 M3=1,INK
0408 M1=M1-1
0409 IF(M1.EQ.-1)M1=INK
0410 CALL CAMBI(N1+M2,N1+M1,NUM,INV)
0411 CALL CAMBI(N2-M2,N2-M1,NUM,INV)
0412 105 CONTINUE
0413 104 DO 106 J=1,NUDOS
0414 K=NAUX(J)
0415 NUM(J)=K
0416 106 INV(K)=J

```

```

0419 C SECOND STEP
0420 C
0421 200 CALL WIDTH(NB,N1,N2,NUDOS,NUM,INV,MULT,NP)
0422 C
0423 C FIRST GROUP OF CHANGES
0424 DO 201 LL=0,NUDOS
0425 INK=INT(NB/2.2)-LL
0426 IF(INK.LT.1)GO TO 202
0427 DO 203 M2=1,INK,5,-1
0428 M1=M2
0429 DO 204 M3=1,INK
0430 M1=M1-1
0431 IF(M1.EQ.-1)M1=INK
0432 CALL CAMBI(N1+M2,N1+M1,NUM,INV)
0433 CALL CAMBI(N2-M2,N2-M1,NUM,INV)
0434 204 CONTINUE
0435 CALL WIDTH(NBAN,N1,N2,NUDOS,NUM,INV,MULT,NP)
0436 IF(NBAN.LT.N8)GO TO 200
0437 IF(NBAN.EQ.N8.AND.N1.LT.N1)GO TO 200
0438 203 CONTINUE
0439 201 CONTINUE
0440 202 CONTINUE
0441 C
0442 C SECOND GROUP OF CHANGES
0443 C
0444 NN(1)=N8
0445 NN(1)=2
0446 NN(2)=N2
0447 K1=N1-N8+1
0448 IF(K1.LT.1)K1=1
0449 DO 210 K=N2-1,K1,-1
0450 IF(N.EQ.N1)GO TO 210
0451 CALL CAMBI(N2,K,NUM,INV)
0452 NN(3)=K
0453 CALL BAND(NBAN,NN,NUM,INV,MULT,NP)
0454 IF(NBAN.LT.N8)GO TO 200
0455 CALL CAMBI(N2,K,NUM,INV)
0456 210 CONTINUE
0457 C
0458 C THIRD GROUP OF CHANGES
0459 C
0460 NN(2)=N1
0461 K1=N2+N8-1
0462 IF(K1.GT.NUDOS)K1=NUDOS
0463 DO 220 K=N1+1,K1
0464 IF(N.EQ.N2)GO TO 220
0465 CALL CAMBI(N1,K,NUM,INV)
0466 NN(3)=K
0467 CALL BAND(NBAN,NN,NUM,INV,MULT,NP)
0468 IF(NBAN.LT.N8)GO TO 200
0469 CALL CAMBI(N1,K,NUM,INV)
0470 220 CONTINUE
0471 C
0472 C FOURTH GROUP CHANGES
0473 C
0474 NN(1)=4
0475 NN(3)=2
0476 DO 230 I=1,NUDOS
0477 IF(I.EQ.N1.OR.I.EQ.N2)GO TO 230
0478

```

```

0479      CALL CAMBI(N1,I,NUM,INV)
0480      NN(I)=1
0481      J1=1+NS+1
0482      J2=1+NS+1
0483      IF(J1.LT.I)J1=1
0484      IF(J2.LT.NUDOS)J2=NUDOS
0485      DO 231 J=J2,J1,-1
0486      IF(J.EQ.I.OR.J.EQ.N1.OR.J.EQ.N2)GO TO 231
0487      CALL CAMBI(N2,J,NUM,INV)
0488      NN(J)=J
0489      CALL BANDA(NBAN,NN,NUM,INV,MULT,NF)
0490      IF(NBAN.LT.NB)GO TO 200
0491      CALL CAMBI(N2,J,NUM,INV)
0492      231 CONTINUE
0493      CALL CAMBI(N1,I,NUM,INV)
0494      230 CONTINUE
0495      C 20 IF(NB7.GT.NB)GO TO 170
0496      RETURN
0497      END
0498      SUBROUTINE CAMBI(N1,N2,NUM,INV)
0499      INTERCHANGES N1 AND N2
0500      C
0501      C
0502      DIMENSION NUM(1),INV(1)
0503      I1=INV(N1)
0504      I2=INV(N2)
0505      NUM(I1)=N2
0506      NUM(I2)=N1
0507      INV(N1)=I2
0508      INV(N2)=I1
0509      RETURN
0510      END
0511      SUBROUTINE BANDA(NBAN,NN,NUM,INV,MULT,NF)
0512      C
0513      C VERIFIES OF THE NN(I) NODES, WHOSE NUMBERS ARE CONTAINED IN
0514      C NN(I2)....NN(I9),HAVE A LOCAL BAND-WIDTH GREATER THEN ACTUAL,
0515      C CONTAINER IN NN(I0)
0516      C
0517      DIMENSION NN(1),NUM(1),INV(1),MULT(1),NF(1)
0518      NBAN=0
0519      DO 1 I=1,NN(1)
0520      J=NN(I)+1
0521      J1=INV(J)
0522      K1=MULT(J1)
0523      K2=MULT(J1+1)-1
0524      DO 2 K=K1,K2
0525      N1483(J-NUM(NF(K)))
0526      IF(N.GT.NBAN)NBAN=N
0527      IF(NBAN.GT.NN(I0))GO TO 3
0528      2 CONTINUE
0529      1 CONTINUE
0530      3 RETURN
0531      END
0532      SUBROUTINE WIDTH(NBAN,NI,NJ,NUDOS,NUM,INV,MULT,NF)
0533      C
0534      C CALCULATES THE BAND-WIDTH OF THE STRUCTURE
0535      C
0536      DIMENSION NUM(1),INV(1),MULT(1),NF(1)
0537      NBAN=0
0538      DO 1 I=1,NUDOS

```

```

0539      J1=INV(I)
0540      K1=MULT(J1)
0541      K2=MULT(J1+1)-1
0542      DO 2 K=K1,K2
0543      N=NUM(NF(K))-I
0544      IF(N.LE.NBAN)GO TO 2
0545      NBAN=N
0546      2 CONTINUE
0547      1 CONTINUE
0548      NJ=NI+NBAN
0549      RETURN
0550      END
0551      END
0552

```



# EJEMPLOS

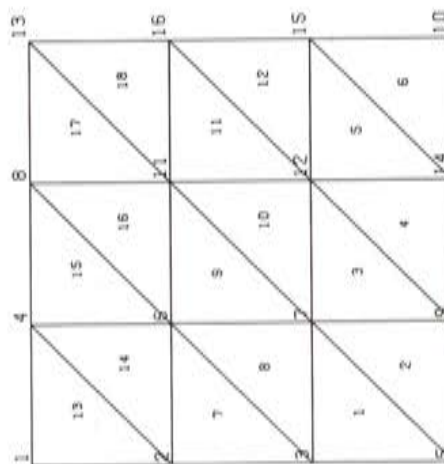
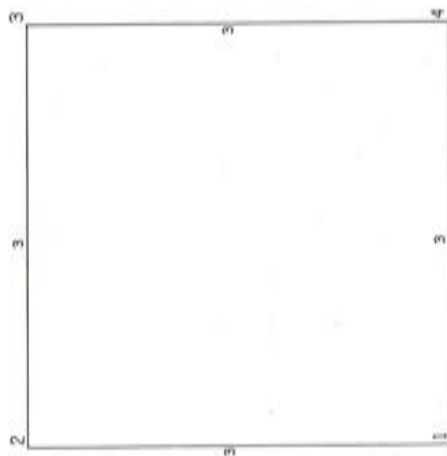


FIG. 1

ALFI T=0000 TS=00 CO SY USTMC 000000 RIKS 000000  
 0001 NUDOS - ARISTAS SIMPLIFS - ARISTAS COMPUERTAS - ZONAS  
 0002 0 0 0  
 0003 ACOMODACION  
 0004 0 0  
 0005 0 10  
 0006 10 10  
 0007 10 0  
 0008 DESCRIPCION DE LAS ARISTAS SIMPLIFS  
 0009 NUDOS ARISTAS - NUDOS FINAL - SUBDIVISIONES  
 0010 1 2 3  
 0011 1 0 3  
 0012 2 5 3  
 0013 DESCRIPCION DE LAS ZONAS : NUDOS EN ORDEN HORARIO  
 0014 1 2 3 0

ENCUADRE DE ARISTAS			N. DE NUDOS		N. DE ELEMENTOS		ZONA
ELEMENTO	NUM. INICIAL	NUM. FINAL	5	16	5	7	
1	1	13	5	13	5	7	1
2	1	13	5	13	5	7	1
3	7	13	14	14	9	12	1
4	7	13	14	14	9	12	1
5	8	14	12	12	10	15	1
6	8	14	12	12	10	15	1
7	5	15	15	15	3	2	0
8	5	15	15	15	3	2	0
9	13	15	16	16	7	6	1
10	13	15	16	16	7	6	1
11	14	16	11	11	12	16	1
12	14	16	11	11	12	16	1
13	6	2	9	9	2	1	4
14	4	9	15	15	2	4	6
15	15	9	10	10	6	8	1
16	15	9	10	10	6	8	1
17	16	10	3	11	11	13	1
18	16	10	3	11	11	13	1

NUMERO DE LOS NUDOS

5 1 13 10 3 2 9 10 0 8 16 15 7 12 6 11

[illegible]





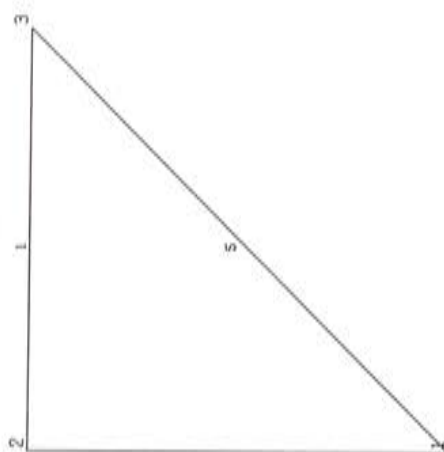
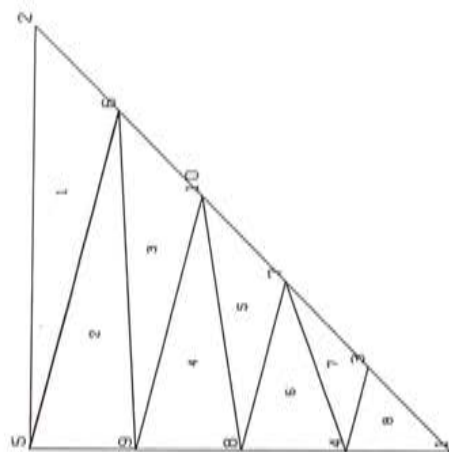


FIG. 4

00000 15 000 00000 10000 00000 00000 00000  
 0001 00000 - 00000 00000 - 00000 00000 - 00000  
 0002 5 5 5 5  
 0003 00000 00000  
 0004 0 0  
 0005 0 0  
 0006 10 10  
 0007 00000 00000 00000 00000 00000 00000  
 0008 00000 00000 - 00000 00000 - 00000 00000  
 0009 1 2 3  
 0010 1 5 6  
 0011 2 3 1  
 0012 00000 00000 00000 00000 00000 00000  
 0013 5 1 2 0

ANCHO DE BANDA	4	N. DE NUDOS	10	N. DE ELEMENTOS	8
1	2	10	5	2	1
2	2	10	5	2	1
3	4	9	5	4	1
4	4	9	5	4	1
5	5	8	6	7	1
6	5	8	6	7	1
7	4	7	6	3	1
8	4	7	6	3	1

NUEVA NUMERACION DE LOS NUDOS

1	5	2	4	8	9	3	7	10	6
---	---	---	---	---	---	---	---	----	---

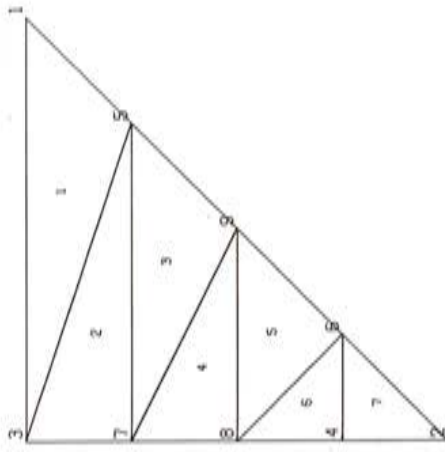
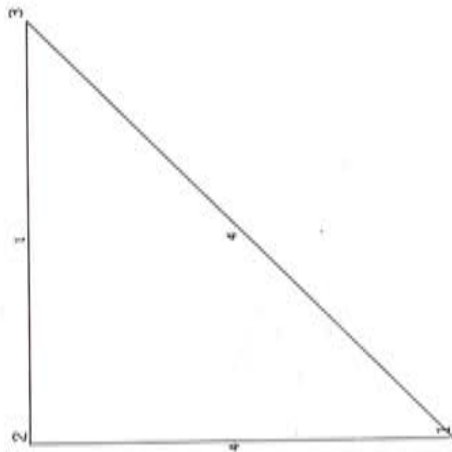


FIG. 5

PLA: T=0.0001 IS 1M C=0.00011 USING 0.0002 PLKS 0.0000  
 0001 /ZONAS - ZONAS SIMPLES - ZONAS COMPLETAS - ZONAS  
 0002 1 3 1  
 0003 /ZONAS - ZONAS  
 0004 1 3  
 0005 1 3  
 0006 1 3  
 0007 /ZONAS - ZONAS SIMPLES  
 0008 /ZONAS - ZONAS FINAL - SUBDIVISIONES  
 0009 1 3 1  
 0010 1 3 1  
 0011 1 3 1  
 0012 /ZONAS - ZONAS : NUDOS EN ORDEN HORARIO  
 0013 1 3 1

ANCHO DE BANDA	N. DE NUDOS	N. DE ELEMENTOS	
1	3	1	3
2	9	2	5
3	9	6	7
4	8	6	7
5	8	7	8
6	7	5	8
7	7	4	8
		1	2

NUEVA NUMERACION DE LOS NUDOS

2	3	1	4	8	7	6	9	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---

ANCHO DE BANDA	N. DE NUDOS	N. DE ELEMENTOS
1	7	9
2	10	9
3	10	9
4	10	9
5	9	9
6	9	9
7	9	9
8	9	9



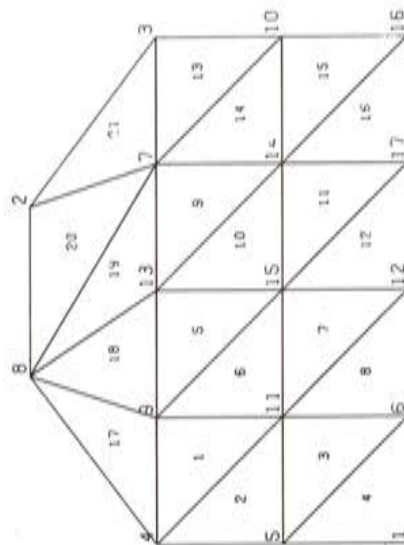
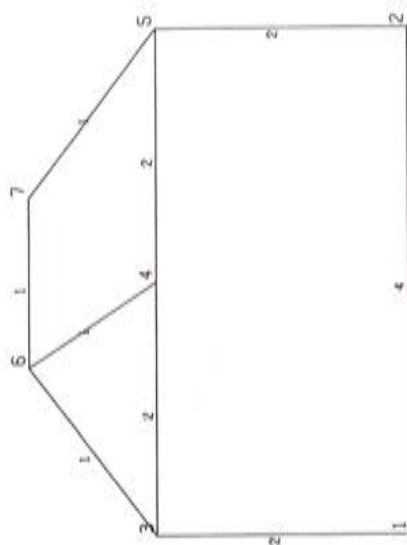


FIG. 7

ALFT 1=00004 IS ON CR00011 USING 00002 RLVS R=0000

0001 /NUDOS - ARISTAS SIMPLES - ARISTAS COMPUSTAS - ZONAS  
 0002 7 9 1 3  
 0003 /COORDENADAS  
 0004 0 0  
 0005 12 0  
 0006 0 0  
 0007 5 6  
 0008 12 6  
 0009 0 0  
 0010 0 0  
 0011 /ARISTAS SIMPLES - NUDO ORIGEN - NUDO FINAL - SUBDIVISIONES  
 0012 1 2 0  
 0013 1 3 2  
 0014 2 5 2  
 0015 1 4 2  
 0016 4 5 2  
 0017 3 6 1  
 0018 4 6 1  
 0019 5 7 1  
 0020 6 7 1  
 0021 /ARISTA COMPUSTA : NUM. PUNTOS Y LISTA DE PUNTOS  
 0022 3 3 4 5  
 0023 /DESCRIPCION DE ZONAS  
 0024 5 5 2 1  
 0025 6 4 3 0  
 0026 7 5 4 0

ANCHO DE BANDA	7	N. DE NUDOS	17	N. DE ELEMENTOS	21
1	3	13	15	9	11
2	7	15	11	0	5
3	11	15	8	5	11
4	11	8	1	5	1
5	13	0	14	9	15
6	13	16	15	9	11
7	15	16	9	11	12
8	15	9	8	11	6
9	0	14	17	13	14
10	0	17	16	13	10
11	14	17	10	15	17
12	14	10	9	15	12
13	18	5	12	7	10
14	18	12	17	7	10
15	17	12	2	14	16
16	17	2	10	14	17
17	6	13	3	6	9
18	6	0	13	8	13
19	6	10	4	8	7
20	7	10	6	2	7
21	7	5	10	2	7

NUFVS NUMERACION DE LOS NUDOS

1	16	4	13	3	8	2	6	12	17	5	10	9	7	11	15	14
---	----	---	----	---	---	---	---	----	----	---	----	---	---	----	----	----

ENCUENHO DE RAMDA	N. DE MUROS	2a. N. DE ELEMENTOS
1	1	12
2	2	10
3	3	10
4	4	10
5	5	10
6	6	10
7	7	10
8	8	10
9	9	10
10	10	10
11	11	10
12	12	10
13	13	10
14	14	10
15	15	10
16	16	10
17	17	10
18	18	10
19	19	10
20	20	10
21	21	10
22	22	10
23	23	10
24	24	10
25	25	10
26	26	10
27	27	10
28	28	10
29	29	10
30	30	10
31	31	10
32	32	10
33	33	10
34	34	10
35	35	10
36	36	10
37	37	10
38	38	10
39	39	10
40	40	10
41	41	10
42	42	10
43	43	10
44	44	10
45	45	10
46	46	10
47	47	10
48	48	10
49	49	10
50	50	10
51	51	10
52	52	10
53	53	10
54	54	10
55	55	10
56	56	10
57	57	10
58	58	10
59	59	10
60	60	10
61	61	10
62	62	10
63	63	10
64	64	10
65	65	10
66	66	10
67	67	10
68	68	10
69	69	10
70	70	10
71	71	10
72	72	10
73	73	10
74	74	10
75	75	10
76	76	10
77	77	10
78	78	10
79	79	10
80	80	10
81	81	10
82	82	10
83	83	10
84	84	10
85	85	10
86	86	10
87	87	10
88	88	10
89	89	10
90	90	10
91	91	10
92	92	10
93	93	10
94	94	10
95	95	10
96	96	10
97	97	10
98	98	10
99	99	10
100	100	10

SOUTH AFRICA'S NEW FASHION

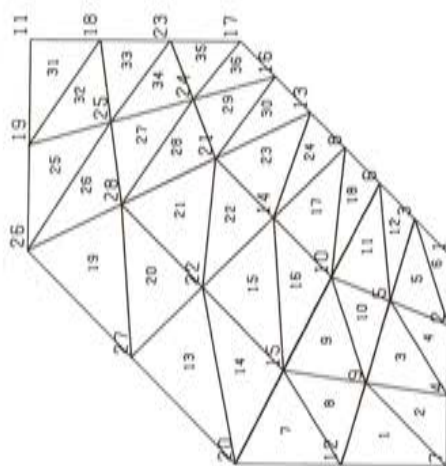
$$\begin{array}{c} \mathbb{N} \\ \emptyset \\ \mathbb{Q} \\ \mathbb{Q}^+ \\ \mathbb{R} \\ \mathbb{R}^+ \\ \mathbb{C} \\ \mathbb{C}^+ \\ \mathbb{H} \\ \mathbb{H}^+ \\ \mathbb{O} \\ \mathbb{O}^+ \\ \mathbb{S} \\ \mathbb{S}^+ \\ \mathbb{F} \\ \mathbb{F}^+ \\ \mathbb{K} \\ \mathbb{K}^+ \\ \mathbb{L} \\ \mathbb{L}^+ \\ \mathbb{M} \\ \mathbb{M}^+ \\ \mathbb{N} \\ \mathbb{N}^+ \\ \mathbb{O} \\ \mathbb{O}^+ \\ \mathbb{P} \\ \mathbb{P}^+ \\ \mathbb{Q} \\ \mathbb{Q}^+ \\ \mathbb{R} \\ \mathbb{R}^+ \\ \mathbb{S} \\ \mathbb{S}^+ \\ \mathbb{T} \\ \mathbb{T}^+ \\ \mathbb{U} \\ \mathbb{U}^+ \\ \mathbb{V} \\ \mathbb{V}^+ \\ \mathbb{W} \\ \mathbb{W}^+ \\ \mathbb{X} \\ \mathbb{X}^+ \\ \mathbb{Y} \\ \mathbb{Y}^+ \\ \mathbb{Z} \\ \mathbb{Z}^+ \end{array}$$


FIG. 8





ANCHO DE BANDA 14 N. DE NUDOS 77 N. 62° ELEMENTOS 120			
1	5	31	5
2	6	32	6
3	7	33	7
4	8	34	8
5	9	35	9
6	10	36	10
7	11	37	11
8	12	38	12
9	13	39	13
10	14	40	14
11	15	41	15
12	16	42	16
13	17	43	17
14	18	44	18
15	19	45	19
16	20	46	20
17	21	47	21
18	22	48	22
19	23	49	23
20	24	50	24
21	25	51	25
22	26	52	26
23	27	53	27
24	28	54	28
25	29	55	29
26	30	56	30
27	31	57	31
28	32	58	32
29	33	59	33
30	34	60	34
31	35	61	35
32	36	62	36
33	37	63	37
34	38	64	38
35	39	65	39
36	40	66	40
37	41	67	41
38	42	68	42
39	43	69	43
40	44	70	44
41	45	71	45
42	46	72	46
43	47	73	47
44	48	74	48
45	49	75	49
46	50	76	50
47	51	77	51
48	52	78	52
49	53	79	53
50	54	80	54
51	55	81	55
52	56	82	56
53	57	83	57
54	58	84	58
55	59	85	59
56	60	86	60
57	61	87	61
58	62	88	62
59	63	89	63
60	64	90	64
61	65	91	65
62	66	92	66

14	7	1	2	7	8	10	17	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	1
----	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---

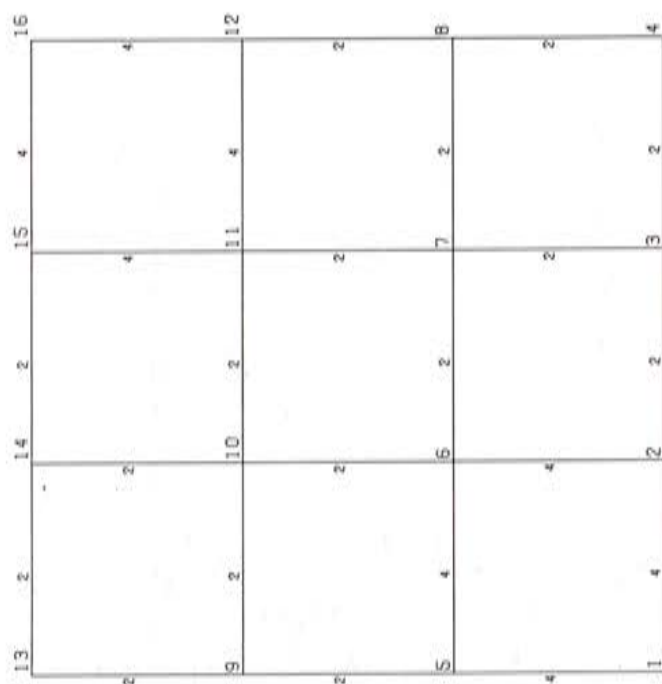


FIG. 10.1

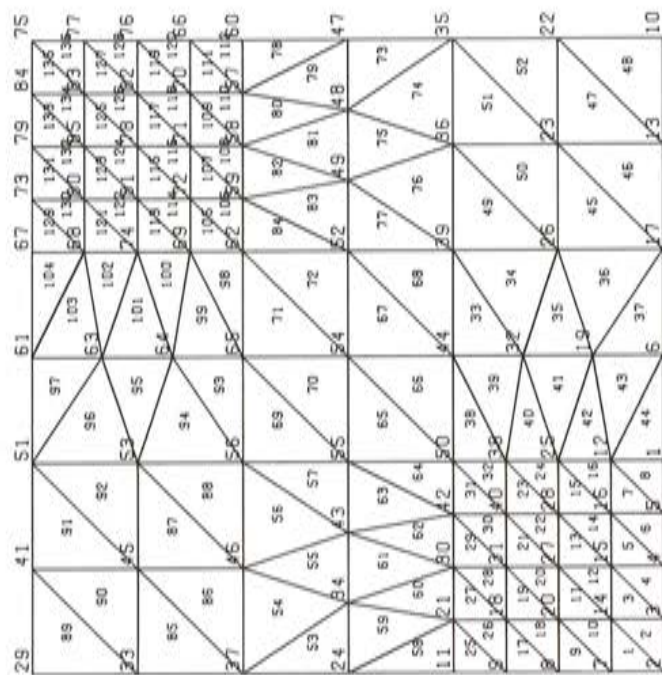


FIG. 10.2

ALFID	T=00004 IS ON C00011 USING 00004 BLKS #0000	ANCHO DE BANDA 17	N. DE NUDOS	85	N. DE ELEMENTOS 134
0001	ANUDOS ARTISTAS ZONAS	1	20	57	7
0002	16 24 0 9	2	57	17	19
0003	ACORDENADAS	3	57	58	13
0004	0 0	4	58	18	15
0005	5 0	5	58	59	15
0006	10 0	6	59	19	16
0007	15 0	7	59	20	16
0008	0 5	8	20	21	12
0009	5 5	9	20	60	1
0010	10 5	10	60	57	20
0011	15 5	11	57	61	19
0012	0 10	12	58	61	27
0013	5 10	13	58	62	15
0014	10 10	14	59	62	27
0015	15 10	15	59	63	28
0016	0 15	16	21	63	14
0017	5 15	17	21	22	25
0018	10 15	18	63	64	1
0019	15 15	19	63	64	16
0020	DESCRIPCION DE LAS ARTISTAS: NUDO ORIGEN - NUDO FINAL - SUBDIVISIONES	20	64	61	20
0021	1 2 8	21	61	65	31
0022	1 5 8	22	61	65	27
0023	2 7 2	23	62	65	40
0024	2 7 2	24	65	26	38
0025	3 7 2	25	65	25	28
0026	4 7 2	26	2	9	11
0027	5 7 2	27	2	50	21
0028	6 7 2	28	63	64	16
0029	7 7 2	29	63	31	30
0030	8 7 2	30	63	31	30
0031	9 7 2	31	63	31	42
0032	10 7 2	32	63	40	50
0033	11 7 2	33	63	40	50
0034	12 7 2	34	63	40	50
0035	13 7 2	35	63	40	50
0036	14 7 2	36	63	40	50
0037	15 7 2	37	63	40	50
0038	16 7 2	38	63	40	50
0039	17 7 2	39	63	40	50
0040	18 7 2	40	63	40	50
0041	19 7 2	41	63	40	50
0042	20 7 2	42	63	40	50
0043	21 7 2	43	63	40	50
0044	22 7 2	44	63	40	50
0045	23 7 2	45	63	40	50
0046	24 7 2	46	63	40	50
0047	25 7 2	47	63	40	50
0048	26 7 2	48	63	40	50
0049	27 7 2	49	63	40	50
0050	28 7 2	50	63	40	50
0051	29 7 2	51	63	40	50
0052	30 7 2	52	63	40	50
0053	31 7 2	53	63	40	50
0054	32 7 2	54	63	40	50
0055	33 7 2	55	63	40	50
0056	34 7 2	56	63	40	50
0057	35 7 2	57	63	40	50
0058	36 7 2	58	63	40	50

DESCRIPCION DE LAS ZONAS : NUDOS EN ORDEN HORARIO

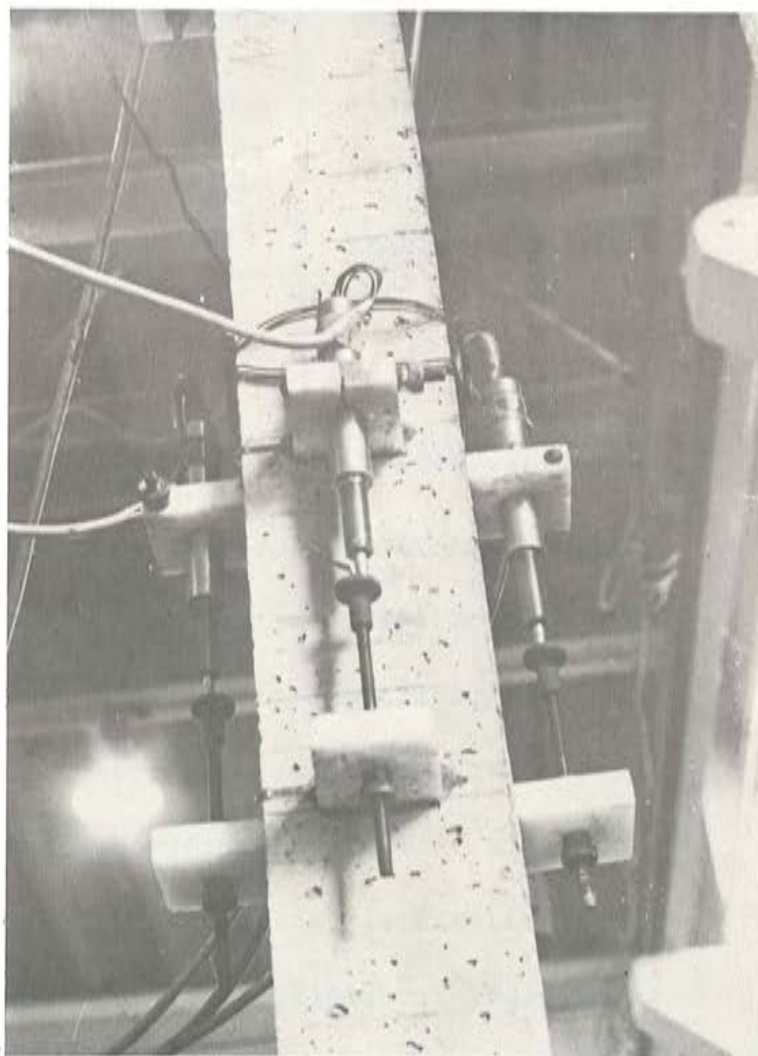




# INTEMAC



## INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES



Detalle de montaje de  
captadores inductivos de desplazamientos  
para un ensayo a compresión de  
pilar de hormigón armado.

### MADRID

Oficinas:  
Monte Esquinza, 30 - 4º D  
MADRID-4  
Tels. (91) 410 51 58/62/66

Laboratorio:  
Carretera de Loeches, 7  
TORREJON DE ARDOZ  
Tels. (91) 675 31 00/04/08

### BARCELONA

Pasaje Busquets, 37  
CORNELLA DE LLOBREGAT  
Tels. (93) 377 43 58/62

## El Puente Internacional sobre el río Iguazú

Por\*: Osvaldo R. Caracciolo

Jorge Federico J. Solari

De: Consulbaires, Ingenieros Consultores S.A.— Buenos Aires (Argentina)

### RESUMEN

En el presente trabajo se exponen las principales características del proyecto del puente internacional Brasil-Argentina sobre el río Iguazú.

El puente tendrá una longitud total de 480 m, con un vano central de 220 m entre ejes de pila y dos vanos laterales de 130 m. La superestructura consiste en una viga continua, de sección cajón y altura variable entre 12,3 m, y 3,8 m (anchura total del tablero, de 16,5 m) que se construirá por voladizos sucesivos. Las pilas tienen una altura de 54 m y la cimentación se ejecutará por medio de "tubulones" bajo aire comprimido, de 2 m de diámetro, que penetrarán como mínimo 4 m en el basalto.

### 1. UBICACION DE LA OBRA

El puente binacional sobre el río Iguazú, está ubicado a 2,9 km aguas arriba de la desembocadura del río, en el Paraná; es decir, a unos 1.700 m río arriba del lugar de cruce actual de las balsas que unen Puerto Meira (Brasil) con Puerto Iguazú (Argentina). A unos 20 km aguas arriba del lugar de emplazamiento, se encuentran las Cataratas del Iguazú y, a poca distancia, sobre el Paraná, el Puente de la Amistad, con su arco de 290 m, que fuera luz record en su momento (1962), y que une Paraguay con Brasil.

La obra actualmente en ejecución, comprende el puente sobre el río Iguazú, los tramos de acceso al mismo y los centros de frontera brasileño y argentino. Una vez completada, vinculará las redes viales de ambos países a través de la BR-469 y de la Ruta Nacional N° 12.

(\*) Los nombres indicados corresponden a los autores de este artículo. El proyecto fue elaborado por un equipo brasileño-argentino de profesionales pertenecientes al Consorcio de consultores integrado por las firmas:

CONSULBAIRES Ingenieros Consultores, S.A.— Argentina.

FIGUEIREDO FERRAZ, Consultoría e engenharia de projeto Ltda-Brasil.

ETEL— Empreendimentos Técnicos de Estradas Ltda—Brasil

Comitente: Comisión Mixta Argentino-Brasileña para la construcción de un Puente sobre el río Iguazú (COMIX).

**NOTA EDITORIAL:** Este artículo nos ha sido facilitado por el Ing. Juan Carlos Irazoqui, Miembro de nuestra Asociación y Jefe de la Oficina de Fiscalización del COMIX, en Puerto Iguazú, Prov. de Misiones, Argentina. Agradecemos muy sinceramente al Ing. Irazoqui su valiosa colaboración.



## 2. ANTECEDENTES

Para llevar adelante el proyecto y ejecución de las obras, fue creada la Comisión Mixta Brasileño Argentina para la Construcción de un Puente sobre el Río Iguazú (COMIX). Dicha comisión llamó a un concurso de Antecedentes y Metodología, para encomendar a un Consorcio de Firmas Consultoras Argentinas y Brasileñas, los estudios y el proyecto ejecutivo de las obras del puente, sus accesos y los Centros de Frontera en ambos países.

Ese concurso fue ganado por el Consorcio CONSULBAIRES-FIGUEIREDO FERRAZ-ETEL, que realizó el proyecto ejecutivo y actualmente ejerce la inspección de las obras.

## 3. CARACTERISTICAS DEL RIO

En el lugar del cruce, el valle del río presenta una sección transversal de forma trapezoidal, con barrancas de fuerte pendiente. La anchura del mismo, a nivel superior, es de unos 500 m y la altura máxima del orden de los 90 m. La profundidad del río varía según las épocas y los años, habiéndose registrado valores menores a los 10 m y mayores a los 40 m.

La altura de las aguas en la zona del puente, está subordinada, fundamentalmente, al nivel y a los caudales del río Paraná. Del análisis de las series históricas de niveles, registrados desde 1915, surge que durante los meses que van de junio a noviembre, la mayoría de los años las aguas del río se presentan bajas.

Durante el llenado de la represa de Itaipú, las aguas bajaron hasta cota 90 m s.n.m, con gran velocidad de escurrimiento. Teniendo en cuenta esa oportunidad, se desarrolló una variante de cimentación, sobre bases directas, para construir prácticamente en seco, que no pudo ser aprovechada.

Las condiciones geológicas del cauce, se caracterizan por la presencia de roca basáltica, que aflora en la zona de implantación del pilar del lado brasileño, cubierta por un manto de suelo.

## 4. DESCRIPCION GENERAL DEL PUENTE

El puente proyectado (Fig. 1), tiene una longitud total de 480 m, subdividida en dos luces laterales de 130 m cada una y con una luz central de 220 m entre ejes de pilas.

La superestructura está constituida por una viga continua, de altura variable, construida, casi totalmente, por voladizos sucesivos a partir de los dos pilares. Los extremos, contruídos sobre cimbra, apoyan sobre sendos estribos.

Las pilas son verticales y tienen una altura total de 54 m sobre el cabezal. La parte superior la forman dos láminas paralelas; y en la parte inferior la sección es cuadrangular, hueca.

El proyecto ejecutivo previó dos tipos de cimentaciones para las pilas. Una, ejecutada con aguas "normales" y otra, que ya ha perdido vigencia, para realizarla durante el llenado de Itaipú.

Los pilares se cimentan, entonces, sobre 16 tubulones, de 2 m de diámetro cada uno, que penetran como mínimo 4 m en el basalto. Sobre los tubulones se construye el cabezal, de 17 m de lado y 4 m de altura.

La diferencia de nivel entre la cota de cimentación y la rasante es de unos 87 m.

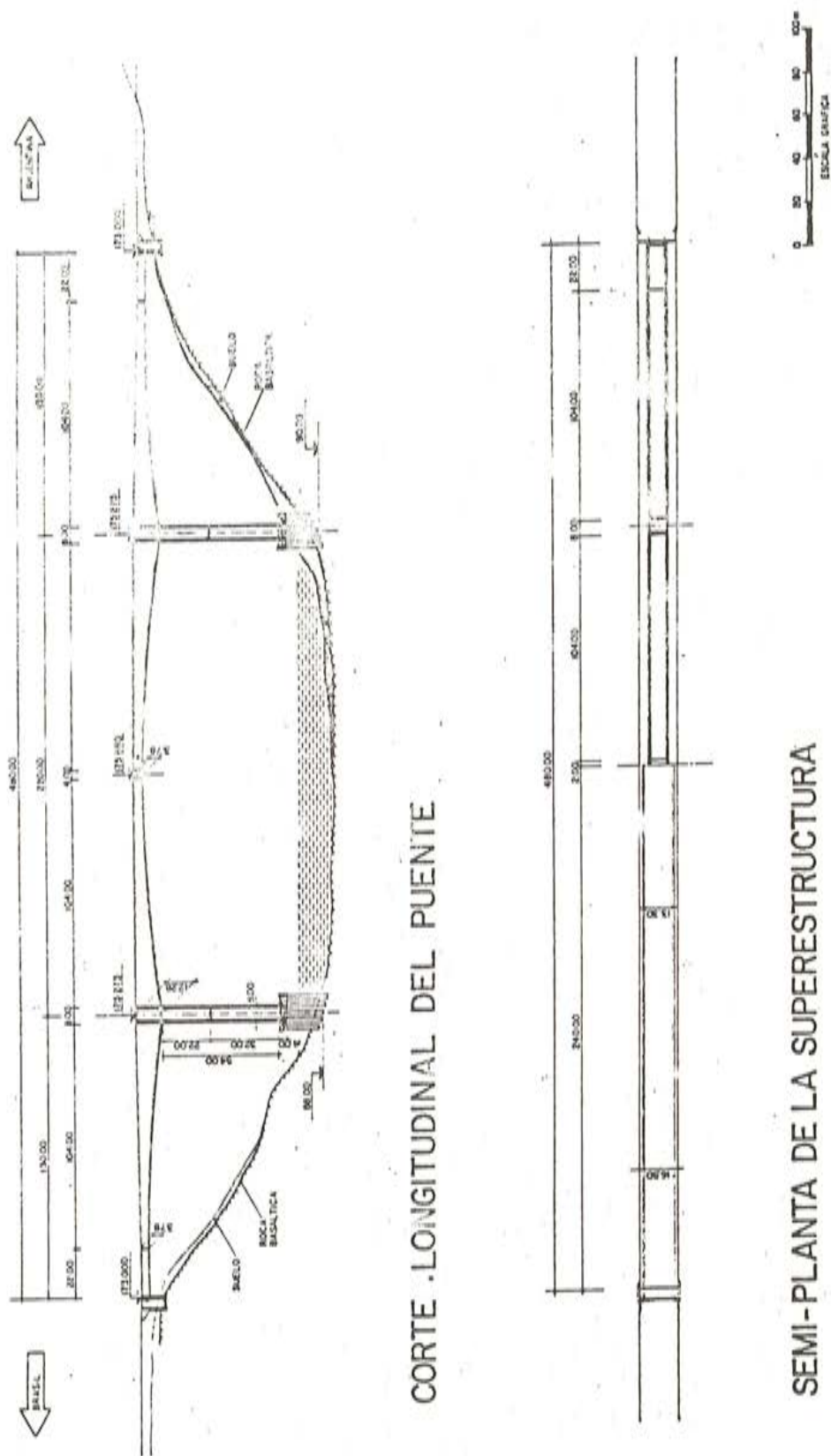


Fig. 1.



El tablero tiene una anchura total de 16,5 m, con una zona para vehículos, de 13,30 m, y dos veredas laterales, de algo más de 1 m. Completan el mismo barandas peatonales y barreras de seguridad tipo New Jersey para los vehículos.

La secuencia general de construcción es la siguiente:

- I. ejecución de las cimentaciones de las pilas centrales.
- II. erección de los pilares.
- IIIa. construcción de la superestructura, avanzando en voladizos simétricos a partir de los pilares.
- IIIb. ejecución de los estribos y de los tramos de tableros sobre cimbra.
- IV. cierre de la superestructura y ejecución de las terminaciones.

## 5. CRITERIOS Y SOLUCIONES ADOPTADOS

Se procuró, en la medida de lo posible, simplificar la construcción de cada uno de los elementos del puente y minimizar las tareas de mantenimiento.

Para la unión de los voladizos opuestos, se optó por un sistema definitivo de viga continua, al que se llega por hormigonado de la clave y vinculación por medio de cables de continuidad.

De esta manera se logra evitar el punto de cambio de pendiente, que aparecería, con el tiempo, al avanzar las deformaciones diferidas de la estructura, en caso de haber adoptado una articulación, y se eliminan las complicaciones constructivas y de mantenimiento propias de cualquier mecanismo.

El tablero está empotrado, en forma permanente y rígida, sobre los pilares con los que constituye un pórtico. Se prefirió esta configuración teniendo en cuenta que:

- Un empotramiento es imprescindible durante el avance “isostático” en voladizo y, por tanto, si se ejecuta definitivamente, se eliminan etapas y complicaciones en la construcción.
- De haberse optado por apoyar simplemente la estructura sobre el pilar, los aparatos de transferencia debían ser de un diseño especial (carga transmitida del orden de las 10.000 t) y de difícil mantenimiento.
- La altura sobre el nivel de cimentación, permite diseñar pilares suficientemente flexibles a los esfuerzos horizontales.

Para las pilas se adoptó una sección tubular, cuadrada, en la parte inferior; en los últimos 22 m, se eliminan las caras longitudinales, quedando materializadas dos láminas paralelas. Estas láminas superiores dan un empotramiento eficaz al tablero, asegurando la estabilidad de los voladizos durante la construcción, y, fundamentalmente, tienen una importante flexibilidad horizontal. Esta última característica impide que las deformaciones lineales de la superestructura generen momentos flectores indeseables para el pilar y las cimentaciones.

La cimentación de los pilares en el río, se efectúa mediante tubulones. Esta técnica se encuentra ampliamente difundida en el Brasil y configura una adecuada solución frente a ciertas condiciones de cimentación, en las cuales resulta dudosa la implantación de pilotes, ya sea hincados o perforados.



El conocimiento de sus ventajas y de su aplicación anterior en algunos puentes de nuestro país, nos condujo a prever su aplicación ya desde la fase del concurso de firmas proyectistas. Sus ventajas radican en la versatilidad de su empleo para variadas condiciones geotécnicas y de agua, así como en el reducido y sencillo equipamiento que requiere.

Un tubulón (Tubulão) (Fig. 6) es un cilindro de cimentación de pequeño diámetro (de 1 m a 3 m), construido por excavación manual o mecanizada en el interior de una camisa (metálica o de hormigón) que posteriormente se llena de hormigón. Cuando es necesario descender con excavación manual debajo del nivel freático, se recurre al auxilio del aire comprimido.

## 6. EVOLUCION DE LA ESTRUCTURA

Durante las fases constructivas y su vida útil, el puente atraviesa distintos estados, que pueden resumirse en tres, claramente diferenciados por su comportamiento estructural.

I. Estado isostático durante las primeras fases de construcción.

II. Estado hiperestático durante las últimas fases de construcción y en los primeros tiempos de servicio ( $t_0$ ).

III. Estado hiperestático de largo plazo ( $t_\infty$ )

Estado I — Durante la construcción de los pilares, de los tramos sobre cimbra y tramos en voladizos sucesivos, las distintas partes de la futura estructura se comportan isostáticamente.

*Estado II* — Una vez cerrados los vanos laterales y central, es decir, establecida la continuidad de la superestructura, el puente se comporta como un sistema hiperestático para las sobrecargas, tanto permanentes como de tránsito.

Con el avance del tiempo, la fluencia del hormigón hace que se produzca una migración de las cargas permanentes hacia los vínculos, internos y externos, creados al dar continuidad a la superestructura.

El puente tiende a comportarse como si hubiese sido hormigonado in situ y descimbrado instantáneamente o, dicho de otra manera, a largo plazo tiende a las solicitaciones que se obtienen cargando el sistema hiperestático con las cargas permanentes.

Este fenómeno decrece exponencialmente hasta prácticamente estabilizarse (Estado III). En el caso del puente sobre el río Iguazú, se ha estimado que las solicitaciones permanentes a tiempo tendiendo a infinito ( $t_\infty$ ) estarán compuestas, en un 30 por 100, por las solicitaciones de la estructura en su estado isostático, y en un 70 por 100, por las solicitaciones correspondientes a las cargas permanentes actuando sobre la estructura hiperestática, esto es:

$$S_\infty = 0,3 S_{\text{isostático}} + 0,7 S_{\text{hiperestático}}$$

## 7. CIMENTACIONES DE LOS PILARES

Cada pila (Fig. 2) se cimenta sobre 16 tubulones, de 2 m de diámetro, dispuestos en el perímetro de un cuadrado de 14 m de lado, con una separación de 3,5 m entre ejes. Cada uno de ellos debe penetrar un mínimo de 4 m (2 diámetros) en el basalto, transmitiendo tensiones máximas del orden de los 7 MPa ( $\sim 70 \text{ kg/cm}^2$ ) en dirección vertical y 1 MPa ( $\sim 10 \text{ kg/cm}^2$ ) en la horizontal.

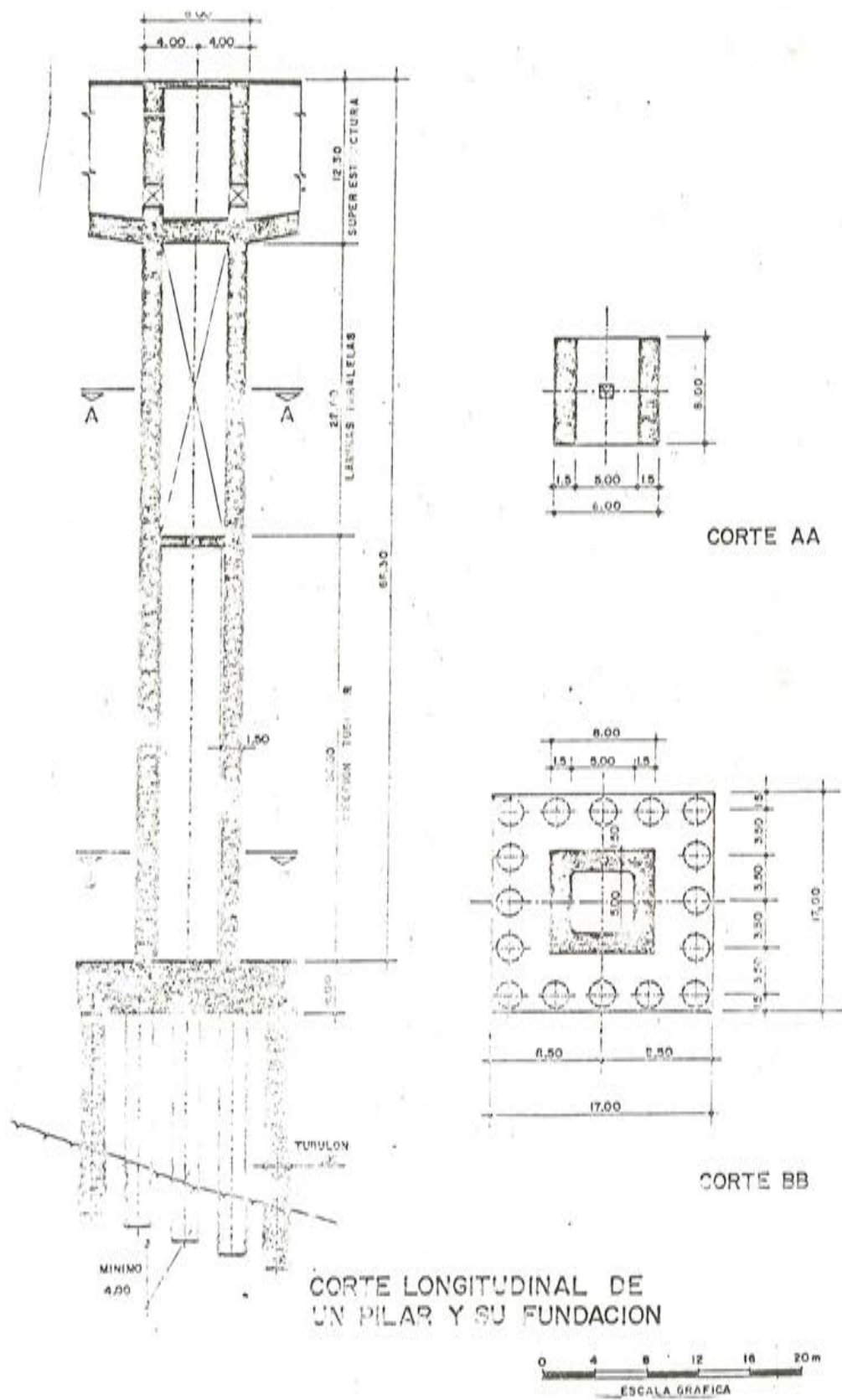


Fig. 2.



Cada grupo de tubulones se vincula por medio de un cabezal monolítico, de planta cuadrada, de 17 m de lado y 4 m de altura, cuya cara inferior se encuentra a la cota 105 m s.n.m. Estos cabezales se precomprimen por medio de 120 cables, de 2.200 kN (220 t), que pueden materializarse con 22 cordones de 1/2 pulgada ( $22 \phi 1/2''$ ) de acero de tensión característica de rotura:

$$f_{ptk} = 1.900 \text{ M Pa } (\sim 19.000 \text{ kg/cm}^2)$$

y tensión característica de fluencia:

$$f_{yk} = 1.700 \text{ M Pa } (\sim 17.000 \text{ kg/cm}^2)$$

Se disponen en 4 camadas, cruzadas 2 a 2, de 30 cables cada una, que forman una malla.

## 8. PILARES

Los pilares (Fig. 2) tienen una altura total de 54 m. La parte inferior (32 m) es de sección tubular, cuadrada, de 8 m de lado exterior y 1,5 m de espesor.

En los 22 m superiores se eliminan las paredes longitudinales para formar dos láminas flexibles, de sección rectangular, de 8 m x 1,5 m cada una.

La cuantía geométrica de armaduras colocadas es, aproximadamente, del 2 por 100.

## 9. ESTRIBOS

Los estribos adoptados son estructuras de unos 10 m de altura, cimentadas directamente sobre la roca, a la que transmiten tensiones de hasta 1 M Pa ( $\sim 10 \text{ kg/cm}^2$ ). Reciben la carga de la superestructura a través de dos aparatos de apoyo que pueden transmitir hasta 7.000 kN ( $\sim 700 \text{ t}$ ) cada uno. Estos aparatos son monodireccionales y se montan con una excentricidad de 8 cm, de manera que permitan desplazamientos longitudinales de + 3 cm y - 16 cm, debidos a las variaciones de temperatura, retracción y fluencia del hormigón de 240 m de superestructura.

## 10. SUPERESTRUCTURA

La superestructura esta constituida por un cajón unicelular (Fig. 3), de paredes verticales de altura variable. La relación de luces entre el tramo lateral y el central es de  $0,59 = 1/1,7$ . Este valor está próximo al valor ideal, para el cual el momento flector permanente que la superestructura transmite a los pilares es mínimo.

La viga (Fig. 1) tiene una altura igual a  $1/18$  de la longitud del tramo (12,28 m), en su punto de unión con el pilar, y de  $1/58$  de la misma (3,78 m), en el centro del puente y en los extremos sobre los estribos. El intradós es parabólico en los voladizos, es decir, hasta los 110 m del eje de los pilares, donde por un lado se encuentra la clave y por el otro continúa el tramo sobre cimbra con altura constante.

La sección transversal es un cajón rectangular, de 8 m de base y altura variable según las curvas aplicadas.



## SUPERESTRUCTURA

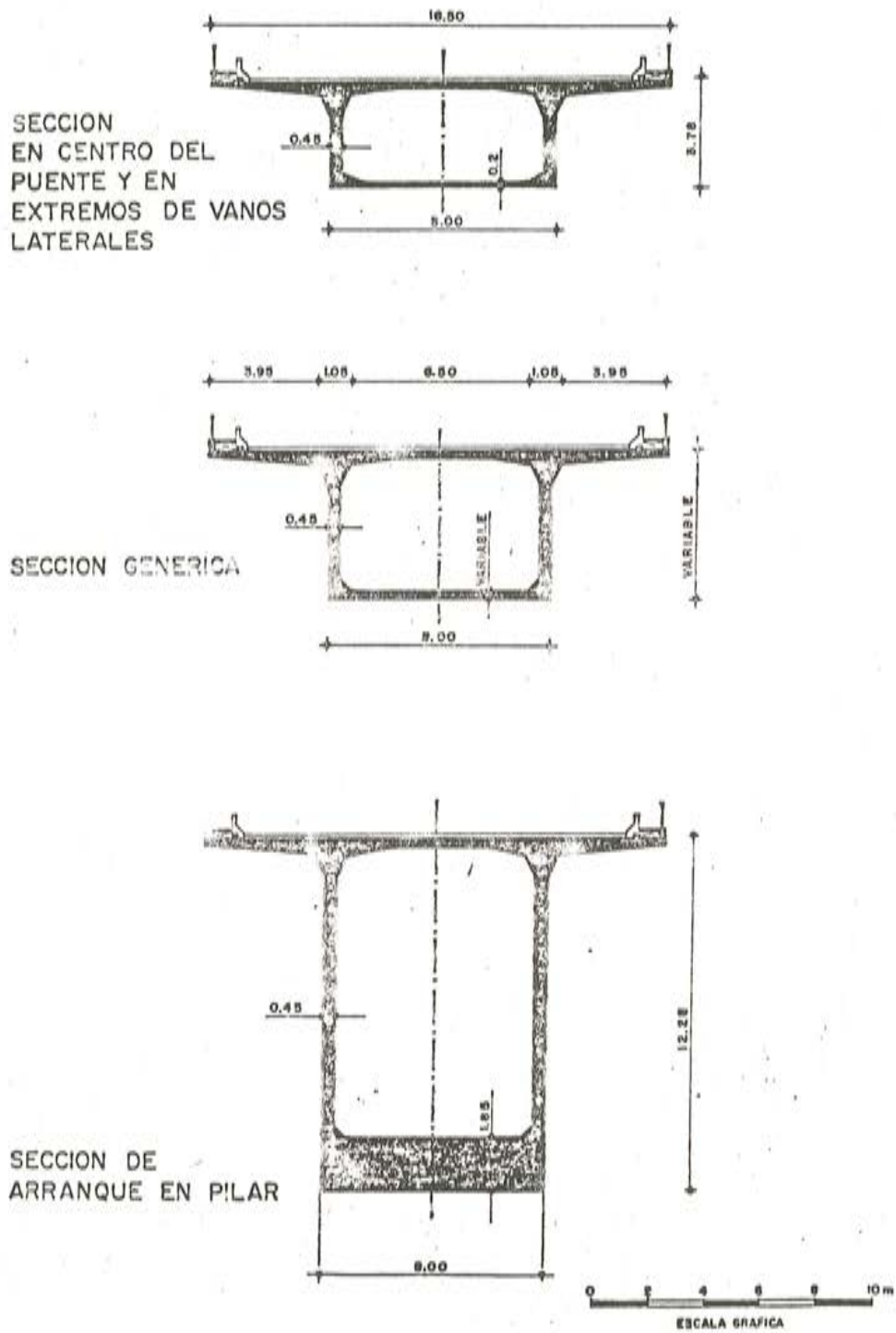


Fig. 3.

La losa superior es de geometría constante a lo largo del puente, con una anchura total de 16,5 m y un espesor mínimo de 25 cm. En el interior de la misma están alojados los cables que cubren los momentos negativos.

Las paredes laterales del cajón son verticales. Se adoptó esta geometría para obtener una mayor simplicidad de construcción, permitiendo utilizar un encofrado de avance con pocas complicaciones y un bajo costo relativo. Es de hacer notar que, en beneficio de lo anterior, se sacrificó la posibilidad de obtener un mejor aspecto estético con paredes inclinadas, que realzan la esbeltez de la estructura y pueden tener un mejor comportamiento estructural transversal. El espesor de estas almas es constante (45 cm) a lo largo del puente.

En la unión de las paredes con la losa superior, aparece un ensanche o acartelamiento que permite, a su vez, el anclaje dovela a dovela de los cables negativos.

La losa inferior es de altura variable, en función de las necesidades resistentes de cada sección. En el arranque tiene un espesor de 1,85 m; lo que obligará a tomar especiales cuidados durante la construcción, no solamente por su peso sino también para obtener un correcto curado y disipación del calor. En las secciones cercanas al centro del puente y a los estribos, menos solicitadas a compresión durante la construcción, y con momentos positivos crecientes con el avance del tiempo, el espesor se reduce a 20 cm.

Con las dimensiones apuntadas, el espesor medio, general, de la superestructura resulta de 1,09 m, con 1,81 m en el arranque y 0,64 m en la clave.

El cableado longitudinal adoptado, está formado por dos familias de tendones, de 2.200 kN (220 t) cada uno. Un primer conjunto de cables, corre por el interior de la losa superior, tomando los momentos negativos durante la construcción en voladizo y en servicio. Está compuesto por 108 cables (aproximadamente, 400.000 kN  $\sim$  40.000 t, en fluencia) que pasando sobre los pilares van a anclarse en el extremo de cada dovela. (Fig. 4)

El segundo conjunto de cables toma los momentos positivos generados por el peso propio y las sobrecargas. Sus elementos se ubican en la parte inferior de las almas y en la losa de fondo del cajón, en los vanos externos; al acercarse a los estribos, algunos de ellos se levantan por las almas para anclarse en la culata de la viga. Este cableado está compuesto por 40 tendones en el vano interno, y 22 en los vanos externos.

Completan la precompresión de la superestructura, un conjunto de cables verticales dispuestos en las almas, a razón de 4 por dovela, es decir cada 2 m. Las unidades de precompresión adoptadas para este caso, son de 1.200 kN ( $\sim$  120 t) que arrojan una pre-tensión vertical de unos 1,3 MPa ( $\sim$  13 kg/cm<sup>2</sup>). Esta armadura activa se coloca desde las primeras dovelas hasta la número 22 (88 m). En las dovelas cercanas a los cierres son poco efectivas y, por otro lado, interferirían con los cables positivos que circulan por las almas.

## 11. ETAPAS DE CONSTRUCCION (Fig. 5)

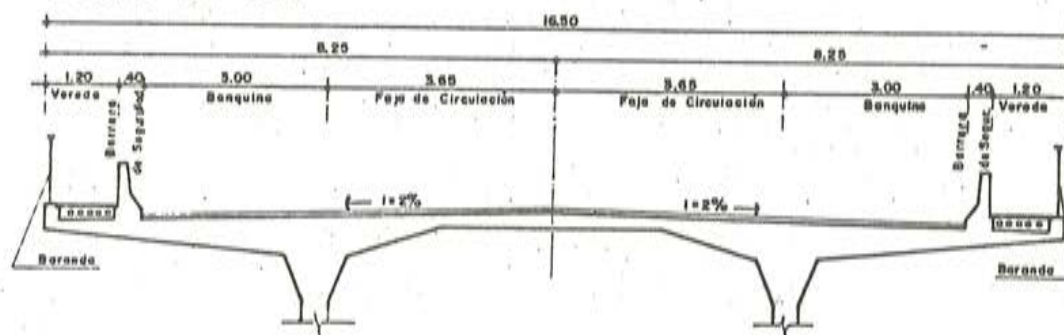
En líneas generales, puede decirse que el método constructivo de cada uno de los elementos está íntimamente ligado al tipo estructural, a la implantación del puente en el valle, al régimen del río y a los materiales empleados.

Para la construcción de los tubulones, el proyecto sugiere la ejecución de terraplenes, en ambas márgenes del río, a cota 105 m s.n.m., que constituyen una plataforma de trabajo y sirven de apoyo para descender los tubulones.

La mínima cota de cimentación prevista es de 86 m s.n.m. Por tanto, trabajando con agua a 105,00 m s.n.m., la presión dentro de los tubulones deberá estar en el orden de los 20 m de columna de agua; lo que es un valor aceptable para este tipo de tareas.

## SUPERESTRUCTURA

### ZONAS DE USO



### DOVELA GENERICA A HORMIGONAR "IN SITU"

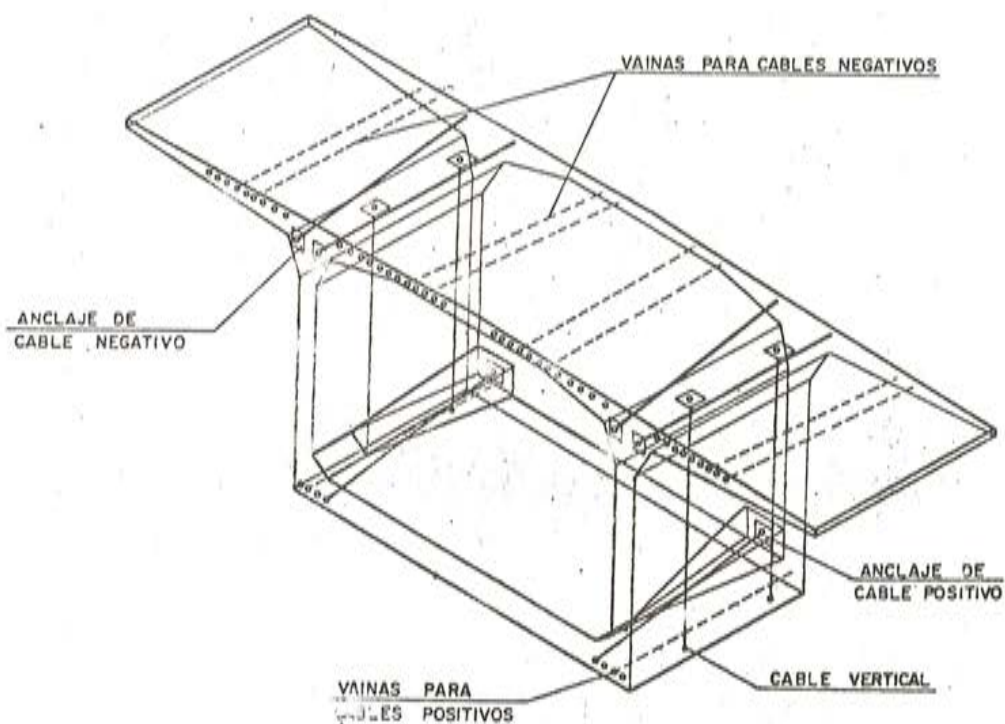
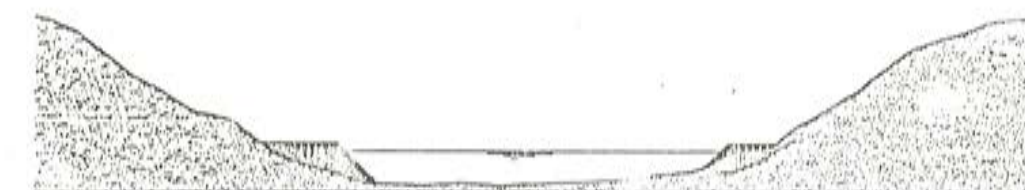


Fig. 4.





- EJECUCION DE TERRELLÉN EN LAS DOS MARGENES PARA FACILITAR LA EJECUCION DE TUBULONES,
- DESCENSO DE LAS CAMISAS HASTA LLEGAR A LA ROCA.



- EXCAVACION DE TUBULONES EN ROCA CON UN MINIMO DE 4 METROS DE PENETRACION,
- HORMIGONADO DE CABEZALES,
- PRIMERA Y SEGUNDA FASE DE TERZADO.



- HORMIGONADO DE PILARES CON ENCOFRADOS DESMONTABLES O TREPADORES,
- TERCERA FASE DE TERZADO DE LOS CABEZALES,
- EJECUCION DE DOVELAS SOBRE PILAR Y DE ARRANQUE.



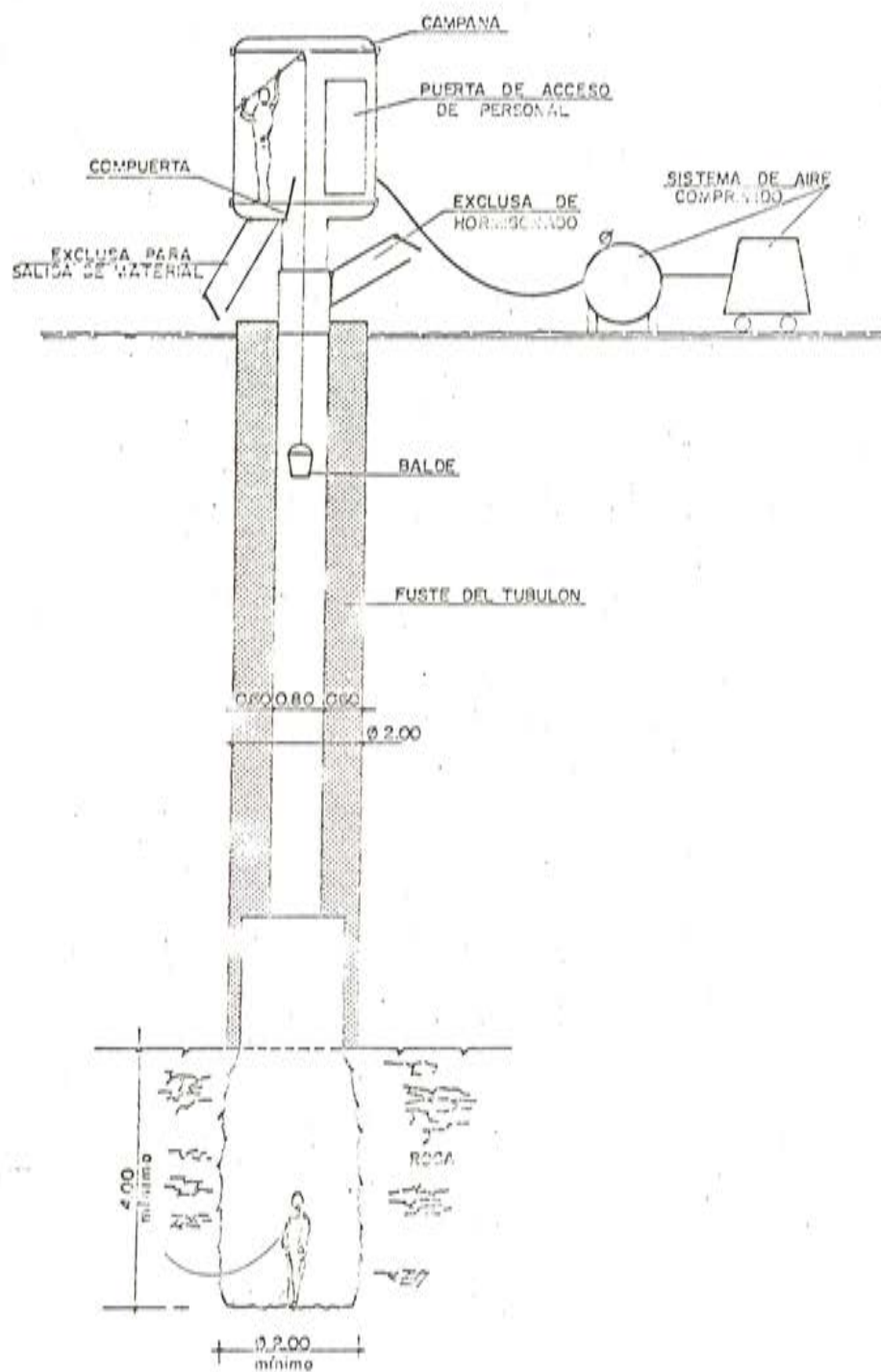
- AVANCE EN VOLADIZO, EJECUCION DE TERCERA FASE DE TERZADO,
- HORMIGONADO DE LAS DOVELAS DE ARRANQUE.



- CIERRE DE LA ESTRUCTURA.

## ETAPAS DE CONSTRUCCION

Fig. 5.



EJECUCION DE UN TUBULON  
BAJO AIRE COMPRIMIDO

Fig. 6.

Se ha previsto la ejecución de los cabezales en tres etapas. Dentro de la primera tongada, de 1,3 m de espesor, se colocarán los 120 cables de precompresión, de los cuales se tesarán el 50 por 100.

Se completa el hormigonado en dos tongadas sucesivas, finalizado lo cual se ponen en tensión 36 cables más, quedando los restantes a la espera de la ejecución del pilar.

Los pilares verticales se construyen con el auxilio de encofrados deslizantes o trepadores. En el tope de los mismos se hormigonan las dovelas sobre pilas y de arranque de los voladizos.

Se montan los encofrados de avance, por medio de los cuales se hormigonan los 104 m de los voladizos, manteniendo paso a paso la simetría respecto de los pilares. La secuencia de ejecución de cada dovela de 4 m de longitud es la siguiente:

- I. avance del carro-encofrado;
- II. colocación de armaduras y cables;
- III. hormigonado;
- IV. fraguado y endurecimiento del hormigón;
- V. tesado de los cables correspondientes.

Paralelamente al avance en voladizo, se construyen los estribos y los tramos extremos de la superestructura sobre cimbras, apuntaladas en la barranca.

Se llega de esta manera a la etapa de cierre del puente, en la cual se vinculan los cuatro tramos en que constructivamente se ha dividido la estructura. Se hormigonan, en primer término, las dos dovelas de cada uno de los vanos laterales y parcialmente la central. Se tesan algunos cables de continuidad en cada tramo lateral y se accionan cuatro gatos horizontales en la clave, que ejercen una fuerza total de 200 t, para desplazar la estructura unos 2 cm hacia cada estribo. Finalmente, se hormigona la abertura y se tesan los restantes cables de continuidad.

Para completar el puente, solamente resta ejecutar las terminaciones.

## 12. CANTIDAD DE MATERIALES

### Cimentación de Pilas

Hormigón para tubulones	$f_{ck} \geq 200 \text{ kg/cm}^2$	1.370 m <sup>3</sup>
Armadura para tubulones (pasiva)	$f_{yk} \geq 4.400 \text{ kg/cm}^2$	135 t
Hormigón para cabezal	$f_{ck} \geq 200 \text{ kg/cm}^2$	2.312 m <sup>3</sup>
Armadura pasiva para cabezal	$f_{yk} \geq 4.400 \text{ kg/cm}^2$	85 t
Armadura activa para cabezal	$f_{yk} \geq 17.000 \text{ kg/cm}^2$	73 t

### Estribos

Hormigón	$f_{ck} \geq 200 \text{ kg/cm}^2$	672 m <sup>3</sup>
Armadura (pasiva)	$f_{yk} \geq 4.400 \text{ kg/cm}^2$	61 t

### Pilares

Hormigón	$f_{ck} \geq 250 \text{ kg/cm}^2$	3.742 m <sup>3</sup>
Armadura (pasiva)	$f_{yk} \geq 4.400 \text{ kg/cm}^2$	804 t



## Superestructura

Hormigón	$f_{ck} \geq 300 \text{ kg/cm}^2$	8.674 m <sup>3</sup>
Armadura pasiva	$f_{yk} \geq 4.400 \text{ kg/cm}^2$	909 t
Armadura activa, longitudinal, negativa	$f_{yk} \geq 17.000 \text{ kg/cm}^2$	407 t
Armadura activa, longitudinal, positiva	$f_{yk} \geq 17.000 \text{ kg/cm}^2$	92 t
Armadura activa, longitudinal, vertical	$f_{yk} \geq 17.000 \text{ kg/cm}^2$	26 t

## Total

Hormigón (de distintas resistencias)	16.770 m <sup>3</sup>
Armaduras pasivas ( $f_{yk} \geq 4.400 \text{ kg/cm}^2$ )	1.994 t
Armaduras activas ( $f_{yk} \geq 17.000 \text{ kg/cm}^2$ )	598 t

## Reunión de la Comisión de Prefabricación de la F.I.P., en Santiago de Compostela

Durante los días 12 al 14 de octubre de 1983, se ha celebrado, en Santiago de Compostela, la segunda reunión anual de la Comisión de Prefabricación de la Federación Internacional del Pretensado.

Participaron en esta reunión 20 de los Miembros de la Comisión, representantes de doce diferentes países, bajo la presidencia de Mr. Bernander, de Suecia.

Por ser ésta la última reunión de la Comisión que habrá de celebrarse antes del Simposio Internacional de la F.I.P. programado para agosto de 1984 en Calgary (Canadá), y en el cual uno de los temas que habrán de tratarse es el de la prefabricación, la mayor parte del tiempo se dedicó al estudio de las Comunicaciones que la Comisión debe presentar a dicho Simposio.

Se llegó también a un acuerdo sobre la labor que, en el futuro, habrá de realizar la Comisión y sobre los Grupos de trabajo que deberán constituirse para el desarrollo de dicha labor.

Dada la gran actividad que viene desplegando esta Comisión, se estimó necesario designar un Vicepresidente para auxiliar a Mr. Bernander en los trabajos de dirección y coordinación. Por unanimidad fue nombrado para ocupar este cargo, Mr. Van Acker, de Bélgica.

Además de las Sesiones Técnicas, se organizó una excursión en el curso de la cual se visitaron el Puente de Rande, la Planta de prefabricados, en Porriño, de la Empresa Pretensados del Louro, y el Puente en construcción, en hormigón pretensado, de la Isla de Arosa. En la planta de prefabricados se presenció el ensayo a rotura de una vigueta y de un módulo de forjado, ambos pretensados. Esta fábrica es una de las que tienen concedido el Sello de Conformidad CIETAN.

## **Próximo Simposio de la F.I.P. en Calgary (Canadá)**

Durante los días 25 a 31 de agosto del próximo año 1984, se celebrará un nuevo Simposio de la F.I.P., cuya organización ha sido encomendada al Instituto Canadiense del Hormigón Pretensado.

Los temas elegidos para dicho Simposio son:

- Depósitos y vasijas de presión.
- Estructuras marítimas en regiones árticas.
- Prefabricación.

El Simposio ha sido programado de forma que los que en él se inscriban, procedentes de países extranjeros, puedan, aprovechando su viaje, participar también en el XII Congreso Internacional de la IABSE que se va a celebrar, en Vancouver, del 3 al 7 de setiembre de 1984.

Los interesados en recibir información suplementaria sobre el Simposio de la FIP, deberán dirigirse a:

F.I.P. 84  
c/o Genstar Structures Limited  
1000-1520-4th St. SW  
CALGARY, ALBERTA - T2R 1H5  
(Canadá)

## **XIª Asamblea Técnica Nacional de la A.T.E.P.**

La Asociación Técnica Española del Pretensado (A.T.E.P.) va a celebrar, en Santander, durante los días 24 al 28 de setiembre del próximo año 1984, su XIª Asamblea Técnica Nacional.

En estas Asambleas, que se organizan periódicamente, cada tres años, y en las que pueden participar todas aquellas personas y Entidades interesadas en los problemas que afectan a la técnica del pretensado, se discuten y estudian temas, previamente seleccionados, y se pasa revista a las principales realizaciones y últimos avances logrados en este campo de la construcción.

Los temas seleccionados, en principio, para esta XIª Asamblea son: 1º.- Investigaciones y estudios; 2º.- Normativa sobre el hormigón pretensado; 3º.- Pretensado parcial; 4º.- Forjados pretensados; 5º.- Patología, y 6º.- Realizaciones.

Como siempre, además de las Sesiones de Trabajo, habrá proyección de documentales, visitas técnico-turísticas y diversos actos sociales.

Los interesados en participar en estas reuniones deberán dirigirse en solicitud de información complementaria a:

Secretaría de la A.T.E.P.  
Instituto Eduardo Torroja  
Apartado, 19.002  
MADRID-33  
Tfno.: 202 04 40



## **Reunión del Consejo de la Federación Internacional del Pretensado (F.I.P.)**

Durante los días 9, 10 y 11 de octubre de 1983 y aceptando la invitación que, en su momento, fue formulada por el Grupo nacional español, se celebró en Madrid, la segunda reunión anual reglamentaria del Consejo de la Federación Internacional del Pretensado. Estas reuniones se celebran cada vez en un país distinto, y desde 1968 no habían tenido lugar en España.

Han asistido 21 Delegados, en representación de quince de los Grupos nacionales afiliados a la F.I.P. Actuó como Presidente el que lo es de la Federación, Mr. Derrington.

Los puntos de mayor interés discutidos en el curso de las Sesiones fueron:

- Balance económico de la F.I.P. correspondiente al primer semestre de 1983 y presupuesto para 1984. Dada la delicada situación económica por la que atraviesan, en la actualidad, la mayor parte de los Grupos nacionales, se decidió que no era oportuno incrementar el importe de las cuotas para el próximo año y que se intentaría nivelar el presupuesto aumentando los ingresos procedentes de la venta de las publicaciones editadas por la F.I.P. Para ello se solicitó la más activa colaboración posible de todas las Asociaciones afiliadas a la Federación.
- Informe sobre las publicaciones que se están editando para su inmediata distribución.
- Informe sobre el próximo Simposio de la F.I.P. que habrá de celebrarse, en Calgary (Canadá), en agosto de 1984. Los temas elegidos para el mismo son: "Depósitos y vasijas de presión", "Prefabricación" y "Estructuras marítimas en las regiones árticas". Se llegó a un acuerdo sobre el programa detallado de las diferentes Sesiones Técnicas y de los actos sociales que habrán de desarrollarse y se decidió que el viernes 31 de agosto se reuniría la Asamblea General de la F.I.P. para la elección de nuevo Presidente. También se celebrará, como es habitual, una reunión del Consejo en la víspera de la inauguración del Simposio.
- Informe sobre la organización del próximo X Congreso Internacional de la F.I.P., programado para los días 16 a 20 de marzo de 1986, en Nueva Delhi (India).
- Informe sobre la labor desarrollada por las ocho Comisiones Técnicas que, en la actualidad vienen trabajando en el seno de la F.I.P. Se discutieron también los futuros programas de actuación de dichas Comisiones.
- En relación con las próximas reuniones internacionales de la F.I.P., aparte del Simposio de Calgary del 84 y el X Congreso de Nueva Delhi del 86, ya mencionadas, se dió conocimiento de las siguientes propuestas:
  - Celebrar el Simposio de 1988, en México.
  - Celebrar el XI Congreso, en 1990, En Hamburgo (Alemania).
  - Celebrar el Simposio de 1992, en Tel Aviv (Israel).
- Para las próximas reuniones del Consejo de la F.I.P., se acordó el siguiente programa:
  - Mayo del 84.- Moscú (Rusia).
  - Agosto del 84.- Calgary (Canadá).
  - Mayo del 85.- Helsinki (Finlandia).



## **El Postesado y el Arte Monumento en Jeddah**

**Por: Ramón Martí Ayxelá, Ing. de Caminos  
Javier Ripoll García-Mansilla, Ing. de Caminos**

Una de las características que más llaman la atención al que visita los Países Árabes y muy principalmente Arabia Saudita, es la concentración de empresas técnicas y procedimientos constructivos que afluyen de todas las partes del mundo a este progresivo país que, en unos años, ha alcanzado un porcentaje de desarrollo superior a cualquier otro. Allí se pueden ver trabajando juntos, una empresa constructora coreana, técnicos de maquinaria alemana, dirigidos por consulting ingleses y supervisados por un coordinador general norteamericano.

Las técnicas más avanzadas, los procedimientos más modernos buscan el país que puede darles aplicación; y el resultado es el trabajo conjunto de empresas de múltiples procedencias, con especialistas y obreros de los cinco continentes.

Como pequeño botón de muestra, nos ha parecido interesante traer a colación un monumento artístico, recientemente terminado en Jeddah, que representa una palmera de 30 metros, construida con elementos de hormigón, ensamblados y postesados entre sí.

El proyecto fue realizado por la firma de consultores finlandesa DEVECON OY. PANTEKNO OY planificó los métodos de construcción, planos de detalle y la supervisión, la ejecución la llevaron a cabo de obreros coreanos de Hyundai Engineering and Construction Co. Ltd., y para el ensamblaje de los elementos se ha utilizado el sistema de postesado STRONGHOLD, de Centro de Trabajos Técnicos, S.A. Todos los anclajes, gatos y elementos auxiliares, fueron fabricados en Barcelona.

El monumento, que se encomendó en 1982 a Hyundai, estaba diseñado con dovelas prefabricadas, postesadas con cables que al unir entre sí sus elementos, dan al conjunto una estructura monolítica. El tema elegido fue una palmera, y se proyectó como monumento artístico que decora la ciudad de Jeddah, en Arabia Saudita.

El monumento es parte de un gran complejo, construido por la referida empresa Hyundai Engineering & Construction Co. Ltd., que integra un total de 3.500 viviendas, situadas en el cinturón perimetral de Jeddah, a unos 16 km del centro de la ciudad y junto a la carretera que une Jeddah con la Meca.

Es una donación del contratista a la ciudad y sitúa el monumento junto al complejo de viviendas. Debido a sus formas geométricas alabeadas, el proyecto resultó muy laborioso, ya que al iniciarlo, sólo se conocía la forma geométrica aproximada de lo que se deseaba construir y era necesario hacer, por un lado, una estructura realizable y por otro evitar un costo desproporcionado. La palmera debía constar de cinco ramas. Se consideró la posibilidad de hormigonar el monumento en el suelo y la de hacerlo por pequeñas dovelas, de dos metros de altura cada una, unidas entre sí. La primera alternativa se rechazó, debido al excesivo costo de los encofrados así como a su gran complicación. El peso de la instalación resultaba,

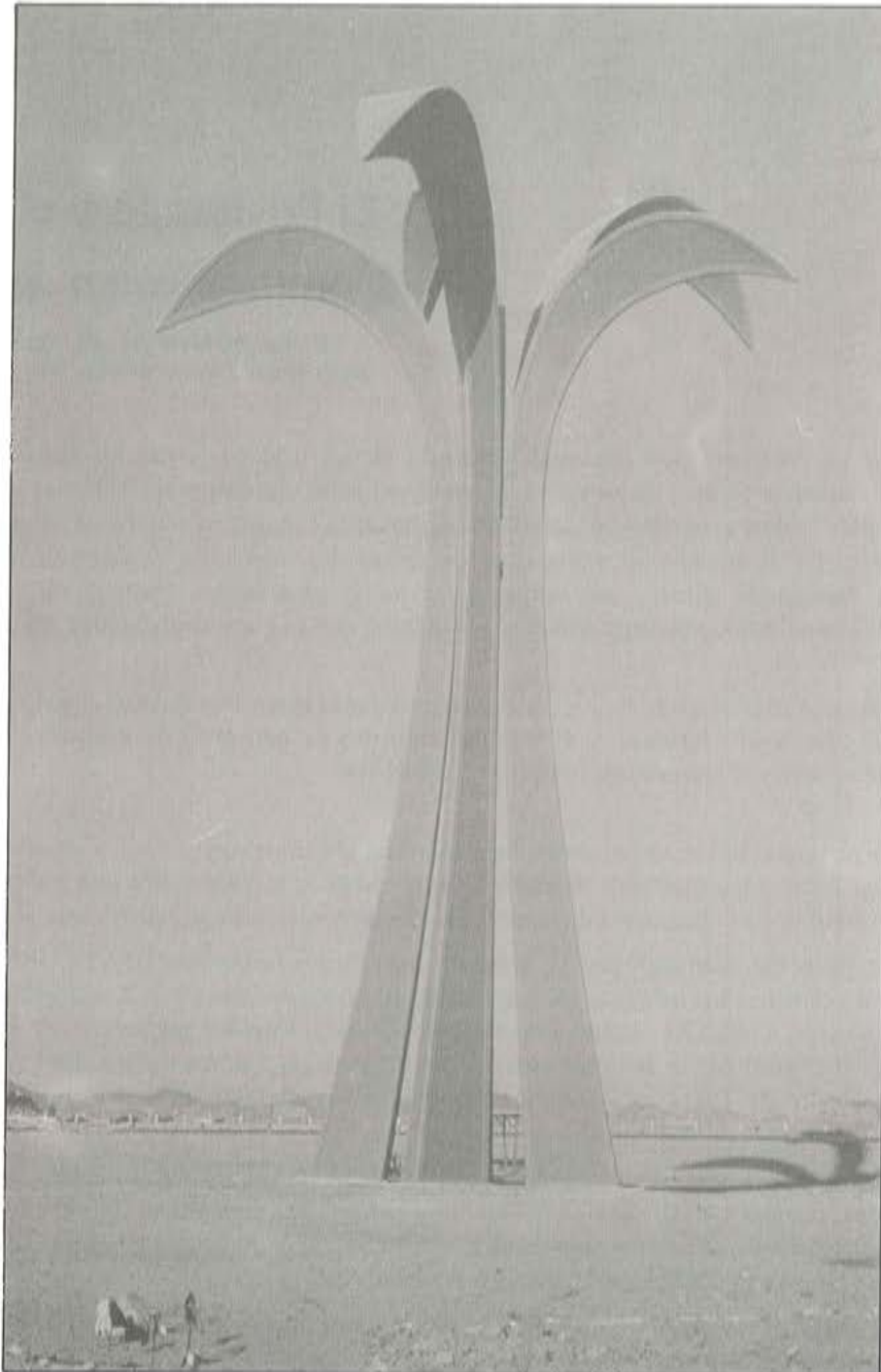


Foto 1. El monumento terminado

por otra parte, extraordinario. Se pensó en la segunda alternativa; pero ésta obligaba a gran número de juntas y moldes y requería un tiempo de construcción muy largo. La solución definitiva a que se llegó fue la de construir las ramas de la palmera con elementos del mayor tamaño posible, para eliminar juntas y reducir su número. El tamaño dependía del peso manejable. Se decidió dividir cada rama en cuatro partes y, en consecuencia, el número de elementos que hubo que manejar, para las cinco ramas de la palmera, fué 20.

Una de las principales dificultades, era la diversidad de formas, pues cada elemento era distinto de los demás.

En el proyecto, las ramas de la palmera son iguales hasta media altura, y diferentes en su parte superior. Los problemas de instalación y soporte hubo que resolverlos muy cuidadosamente. La sociedad española Centro de Trabajos Técnicos, S.A. suministró, como se ha dicho, los anclajes y gatos para efectuar el postesado, utilizando el sistema de postesado Stronghold, desarrollado por ella. Esta empresa posee gran experiencia en los países árabes y ha terminado, recientemente, de construir 16 depósitos elevados, para agua, en Kuwait, utilizando para el postesado de los mismos sus anclajes y gatos. La "Army Canal Interchange", que incluye varios viaductos importantes postesados, en Irak, también se ha postesado en su totalidad con materiales españoles.

Los cuatro elementos que constituyen cada hoja de palmera, son de sección triangular, y los inferiores son idénticos para las cinco ramas. A una altura de 18 metros, se encuentra el llamado plano de "moldeado in situ", en el que se juntan las ramas y la estructura se hace monolítica. Los pesos de los elementos oscilaban entre 5 y 22 t, lo cual, en cierto modo, condicionó el diseño y obligó a ajustarse a la capacidad de transporte y elevación disponibles. Los dos elementos superiores de cada rama, se ensamblaron en el suelo, antes de su instalación; por lo cual, cada unidad instalada en la parte superior, tenía un peso de 29 t. Esta parte superior, se anclaba a la zona de base con cables postesados, que daban monolitismo al conjunto. En la realización de los trabajos, resultó muy ventajoso el uso de los gatos automáticos de agarre frontal, pues su avanzada técnica de fabricación permite una inserción rápida y automática, sin necesidad de mano de obra especializada, de costo muy elevado en aquella zona.

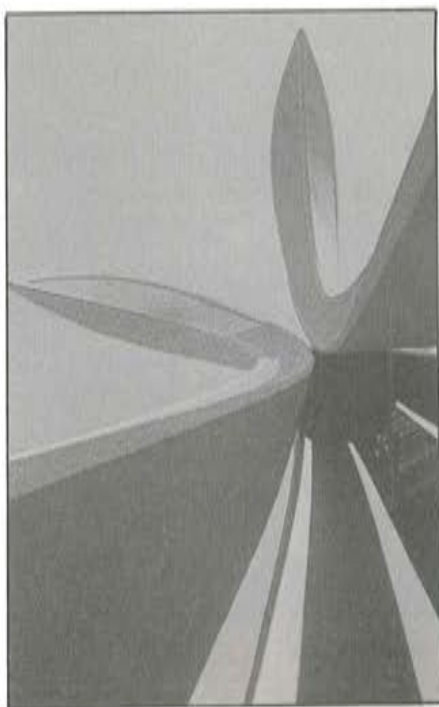


Foto 2. Vista del monumento desde su base



Especialmente difícil resultó la confección de los moldes, debido a la forma irregular de los componentes de la palmera. Los moldes, por otra parte, tenían que ser de una precisión muy grande, para evitar deformaciones en la estructura. El resultado obtenido fue excelente, gracias a la exactitud y precisión con que se programó todo el trabajo. Una ventaja que permitió evitar mayores dificultades, fue la época en que se ensambló la estructura; se evitaron los grandes calores a que está sometida Arabia Saudita durante los meses de verano.

El tratamiento posterior, se realizó con un líquido especial para recubrimiento del hormigón. El montaje de los elementos presento también serios problemas, debido a la forma y altura del monumento. La grúa disponible, era de 140 t; y hubiera debido ser suficiente para realizar los izados. Pero en la práctica, al levantar las partes superiores, se llegó a su límite de capacidad.

Un problema accesorio al trabajar obreros de nacionalidades distintas, fue el referente al reglamento de Seguridad Social. El coreano tiene unas exigencias muy distintas y a un nivel inferior que el que se aplica a los finlandeses. En la obra todos trabajaron en las mismas condiciones.

El tesado de los elementos entre sí, se realizó desde un extremo de los tendones, de manera que en la parte inferior había un anclaje activo y en la superior uno pasivo. Los cables se tesaron con una fuerza de 0,78 MN.

Las vainas se inyectaron desde su punto inferior, y la principal dificultad fue la falta de espacio, sobre todo en la parte superior de las hojas.

La realización de esta obra demostró que no solo se puede hacer arte con el hormigón postesado, sino que se pueden aunar la colaboración y el trabajo de distintas razas y culturas; lo cual, en cierto modo, simboliza esa conjunción de esfuerzos que caracteriza el desarrollo actual de Arabia Saudita.



Foto 3. Transporte a obra de los moldes

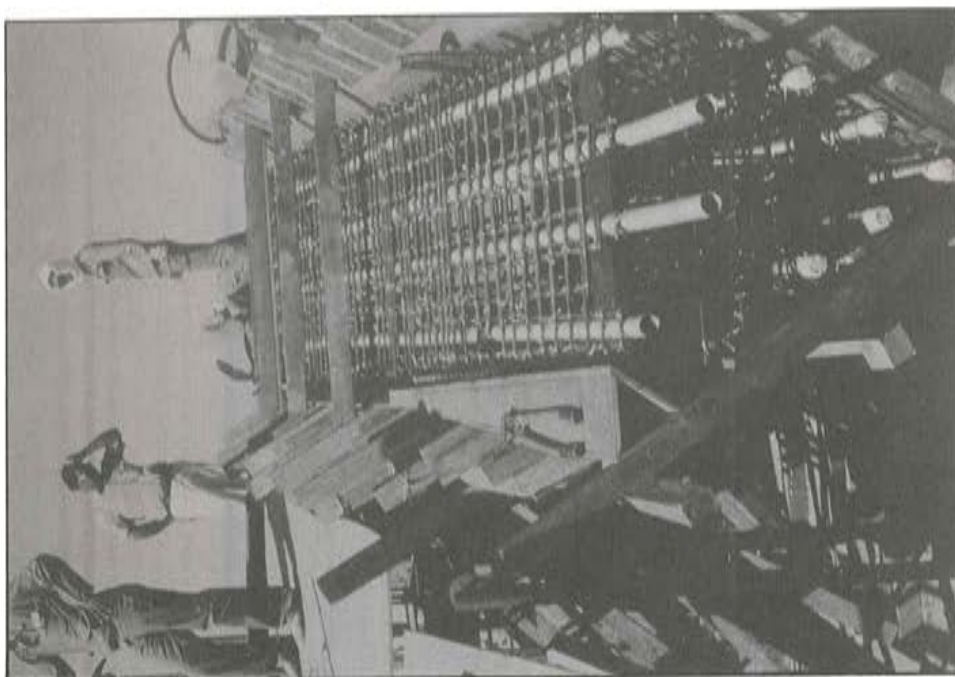


Foto 4. Las armaduras de un elemento listas para hormigonar

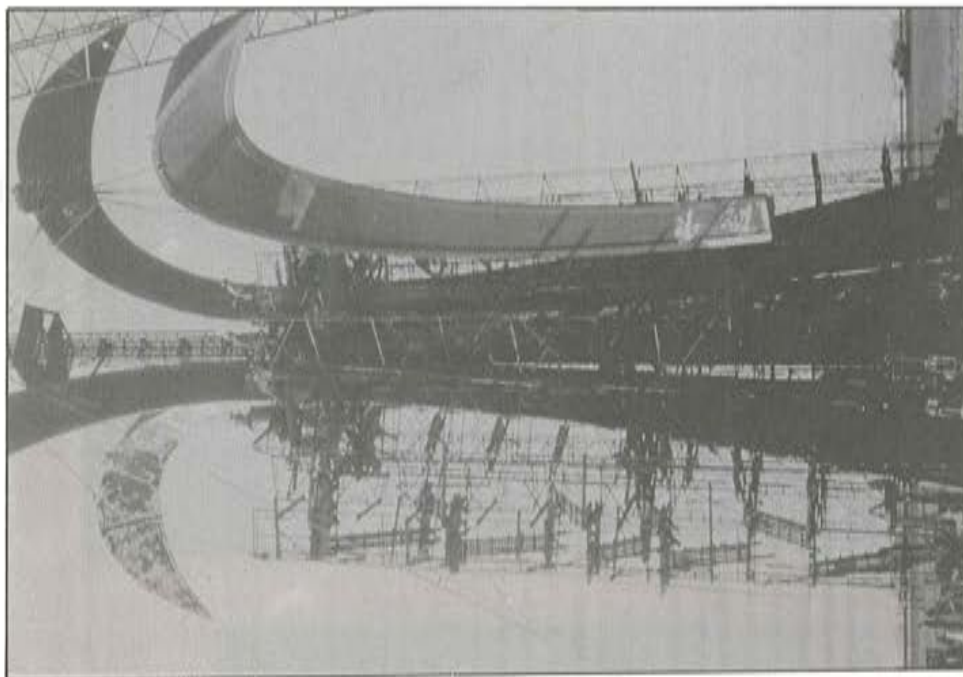


Foto 5. Izado de los elementos



Foto 6. Almacenamiento en parque



Foto 7. Sujeción, con cables, del andamiaje auxiliar.



## Relación entre la temperatura ambiente y la temperatura del hormigón fresco: Hormigonado en tiempo frío y caluroso.

Jaime Fernández Gómez  
Adolfo Delibes Liniers  
Ingenieros de Caminos  
INTEMAC

### RESUMEN

Se estudia una correlación de la temperatura del hormigón fresco y de la temperatura ambiente, cuando ésta varía entre 0°C y 40°C. Se analizan los resultados y la normativa de hormigonado en tiempo frío y caluroso.

### 1. INTRODUCCION

La normativa general limita las condiciones en que puede ponerse en obra el hormigón en tiempo frío o caluroso, atendiendo a dos tipos de especificaciones:

- Temperatura ambiente ( $t_a$ ).
- Temperatura del hormigón fresco en el momento del vertido ( $t_h$ ).

En general deben adoptarse precauciones especiales cuando la temperatura ambiente es inferior a 0-5°C o superior a 30-40°C.

La temperatura del hormigón fresco depende de la de los materiales componentes, pudiendo estimarse:

$$t_h = \frac{M_C \cdot t_C + M_A \cdot t_A + 5 \cdot M_W \cdot t_W}{M_C + M_A + 5 \cdot M_W}$$

siendo

$M_C, M_A, M_W$  = masas de Cemento (C), Aridos (A) y Agua (W) por unidad de volumen de hormigón.

$t_C, t_A, t_W$  = temperaturas de dichos componentes.

Lo anterior expresa que el calor específico del agua es de unas cinco veces el de los áridos y cemento. Así, en invierno, y suponiendo que el agua y, sobre todo, el cemento están a temperatura superior a la del ambiente, la temperatura del hormigón fresco debe resultar, casi siempre, superior a la del ambiente.

En verano, el cemento puede estar aún más caliente (60 ó 70°C son casi siempre habituales en silos de plantas de hormigonado) y sólo contamos con el agua, que afortunadamente influye mucho, y a veces los áridos, para rebajar esa temperatura.

En efecto, veamos un par de ejemplos:

a) Invierno ( $t_a = 0^\circ\text{C}$ ):

Cemento:  $350 \text{ Kg/m}^3$ ,  $t_C = 30^\circ\text{C}$

Aridos:  $1.900 \text{ Kg/m}^3$ ,  $t_A = 0^\circ\text{C}$

Agua:  $200 \text{ Kg/m}^3$ ,  $t_W = 10^\circ\text{C}$

Deducimos,  $t_h = 6,3^\circ\text{C}$

b) Verano ( $t_a = 40^\circ\text{C}$ ), con la misma dosificación:

Cemento:  $t_C = 60^\circ\text{C}$

Aridos:  $t_A = 30^\circ\text{C}$

Agua:  $t_W = 25^\circ\text{C}$

Deducimos,  $t_h = 31,7^\circ\text{C}$

En definitiva, los dos tipos de especificación son diferentes y, como veremos, complementarios en ocasiones.

En este trabajo se ha pretendido encontrar una correlación entre la temperatura ambiente y la del hormigón fresco que sirva para estudiar con detalle la interdependencia de ambos tipos de especificación. El estudio se restringe a las obras de edificación y al medio ambiente que más adelante se describe. No se contemplan, por supuesto, las obras hormigonadas con "precauciones especiales": calentamiento del agua de amasado o de los áridos, sistemas de calefacción, etc.

## 2. ESTUDIO DE LA CORRELACION

Se ha estudiado la relación existente entre ambas temperaturas con datos obtenidos de la fabricación de probetas para el control de la resistencia del hormigón, realizado por INTEMAC en un plazo de dos años (1981-1983). En la realización de dichas tomas de muestras se registra la temperatura ambiente, existente en ese momento, y la temperatura del hormigón de la amasada que se controla (Figura 1). Se han escogido diez de las obras en las cuales INTEMAC realizaba el control de calidad del hormigón y se cuenta para el estudio de la correlación con 192 valores de la temperatura ambiente ( $t_a$ ) y la temperatura del hormigón ( $t_h$ ).



Fig. 1. Toma de muestras y determinación de la temperatura del hormigón fresco.

Los valores mínimo y máximo de la temperatura ambiente han sido  $0^{\circ}\text{C}$  y  $40^{\circ}\text{C}$ . Fuera de ese rango de temperaturas se ha hormigonado con tratamiento de los materiales constitutivos del hormigón, tales como el calentamiento del agua y los áridos o el añadir hielo picado al agua de amasado y los datos correspondientes no son representativos.

En todos los casos el hormigón se fabrica en obra con centrales semiautomáticas. El cemento se almacena en silos.

### 3. CORRELACION ENTRE TEMPERATURA DEL HORMIGON FRESCO Y TEMPERATURA AMBIENTE

La correlación ha sido estudiada con ordenador y plotter Hewlett Packard 9830.

Se ha ajustado una correlación lineal por ofrecer el menor grado de error. En el gráfico se expone dicha correlación con las rectas representativas del error medio para un nivel de confianza del 95% (Figura 2).

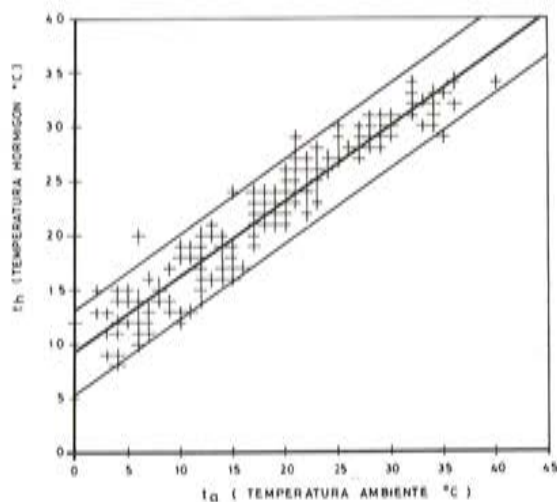


FIGURA Nº 2 Puntos de correlación



El coeficiente de correlación obtenido ha sido  $R = 0,9573$ , lo que prueba la gran fiabilidad de la correlación.

La ecuación de la recta de regresión es:

$$t_h = 0,6925 t_a + 9,27$$

Para  $t_a = 0^\circ\text{C}$ ,  $t_h = 9,3^\circ\text{C}$ .

La temperatura del hormigón es superior a la temperatura ambiente para valores de esta última inferiores a  $30^\circ\text{C}$  y por encima de ese valor la temperatura del hormigón es inferior a la temperatura ambiente.

Para un nivel de confianza del 95%, el error medio obtenido ha sido de  $\pm 3,91^\circ\text{C}$ . El intervalo de validez de la correlación así acotada es:

$$-112,7 \leq t_a \leq 149,5$$

Este intervalo de validez muestra que la correlación es aplicable a todo el rango de temperaturas estudiado, con una desviación muy pequeña (la posible variación de pendiente de la recta de regresión, para el nivel de confianza del 95%, es de  $\text{tg } 2^\circ = 0,035$ ). (Figura 3).

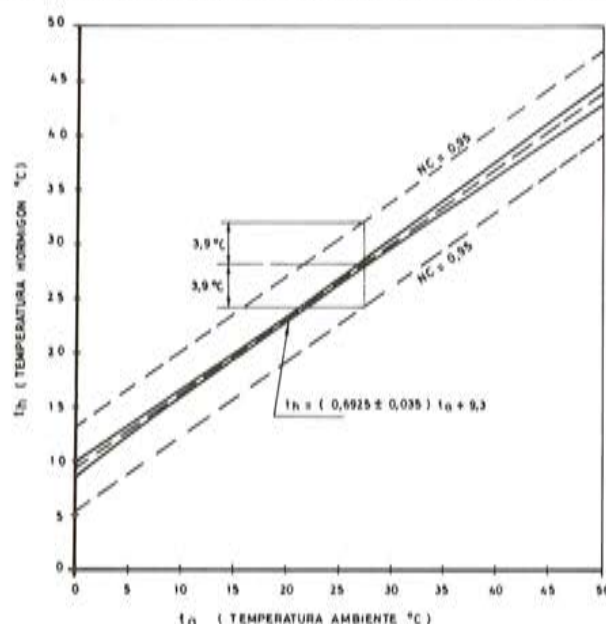


FIGURA N°3 Dispersión de la correlación

La correlación hallada implica que a  $0^\circ\text{C}$  el hormigón tiene una temperatura muy superior a ésta, lo que debe atribuirse a que los componentes están almacenados con temperaturas apreciablemente mayores que las supuestas en el ejemplo inicial ( $t_c = 30^\circ\text{C}$ ,  $t_A = 0^\circ\text{C}$  y  $t_w = 10^\circ\text{C}$ ).

Además, a  $40^\circ\text{C}$ , el hormigón está a  $t_h = 37^\circ\text{C}$ , solamente a  $3^\circ\text{C}$  menos (Figura 4), lo que implica que los materiales están a mayor temperatura que la del segundo ejemplo ( $t_c = 60^\circ\text{C}$ ,  $t_A = 30^\circ\text{C}$ ,  $t_w = 25^\circ\text{C}$ ).

Es de presumir que uno de los responsables de ambos aumentos sea precisamente el poco esmero en el almacenamiento del cemento. En efecto, puede observarse que los resultados son diferentes en el caso que se describe seguidamente.

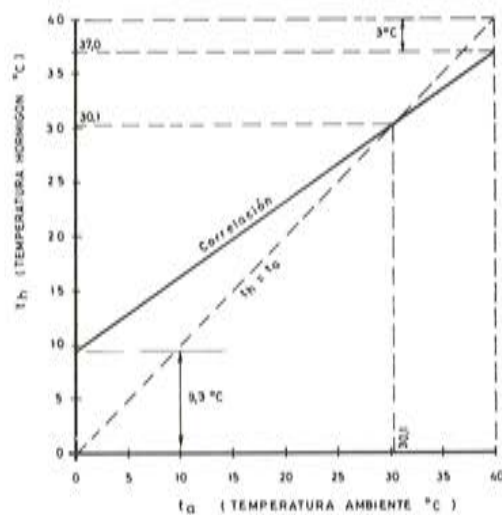


FIGURA Nº 4

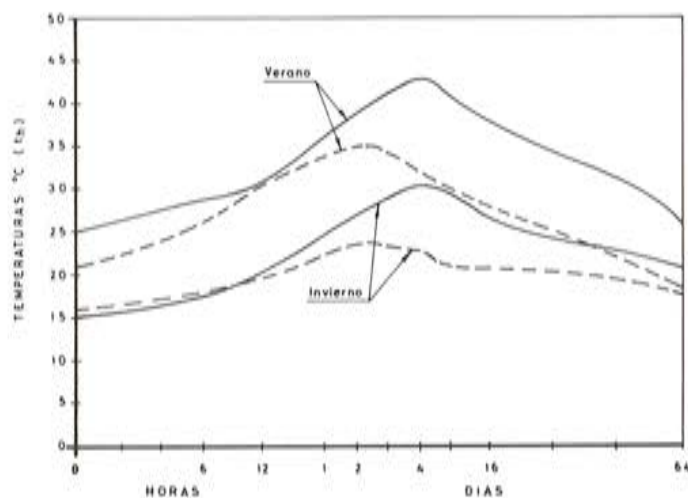


FIGURA Nº 5.- CONTROL DE TEMPERATURAS DEL HORMIGÓN DESDE EL MOMENTO DEL VERTIDO (Referencia 6.)

ESPESOR: ————— 1 m ; - - - - - 2 m

VERANO:  $t_a = 20$  a  $34$  °C (  $t_h = 21$  a  $30$  °C )

INVIERNO:  $t_a = 8$  a  $20$  °C (  $t_h = 12$  a  $20$  °C )

En la construcción de la presa del río Chanza en Huelva (Referencia Bibliográfica 6), tal y como se desprende de la figura 5, la temperatura del hormigón fresco en el momento de puesta en obra se mantenía entre  $21^{\circ}\text{C}$  y  $30^{\circ}\text{C}$  para los meses de verano (temperatura ambiente  $t_a$  entre  $20^{\circ}\text{C}$  y  $34^{\circ}\text{C}$ ) y entre  $12^{\circ}\text{C}$  y  $20^{\circ}\text{C}$  para los meses de invierno (temperatura ambiente  $t_a$  entre  $8^{\circ}\text{C}$  y  $20^{\circ}\text{C}$ ). El punto de equilibrio entre temperatura ambiente y temperatura del hormigón está en  $20^{\circ}\text{C}$ , valor mucho más bajo que el resultante en la correlación antes hallada ( $30,1^{\circ}\text{C}$ ).

## 4. INTERPRETACION DE RESULTADOS A LA VISTA DE LA NORMATIVA

### 4.1. Hormigonado en tiempo frío

La Instrucción EH-82, en condiciones normales (sin adopción de medidas especiales), fija el límite para hormigonar en tiempo frío en una temperatura del hormigón, en el momento del vertido, de  $t_h \geq +5^\circ\text{C}$ , que corresponde a una temperatura ambiente de  $-6,2^\circ\text{C}$ , por término medio, y de  $+1,6^\circ\text{C}$  como máximo.

La normativa francesa recomienda la misma cifra límite, pero referida a la temperatura ambiente, lo que es mucho más exigente. Otras recomendaciones francesas hacen referencia a la temperatura del hormigón durante el fraguado.

La Recomendación ACI-306-66 "Recommended Practice for Cold Weather Concreting" y la más moderna normativa canadiense especifican la temperatura "ambiente"  $t_a \geq 4,5^\circ\text{C}$ ; por debajo de ella es necesario tomar precauciones, como controlar las temperaturas mínimas del hormigón fresco que, según el espesor de la sección, son limitadas como sigue:

TABLA I

Espesor de la Sección (cm) (1)		Temperatura mínima del hormigón fresco ( $^\circ\text{C}$ ) $t_h$	Temperatura ambiente estimada ( $^\circ\text{C}$ ) $t_a$ (2)
A.C.I.	C.S.A.		
$\geq 19$	$< 30$	13	$5,4 > 4,5$
$\geq 38$	30-90	10	$1,1 < 4,5$
$\geq 76$	90-1800	7	$-3,3 < 4,5$
$\geq 152$	$> 180$	4,5	$-6,9 > 4,5$

NOTA (1): A.C.I.: norma americana, espesores mínimos (ACI-306).

C.S.A.: norma canadiense, espesores recomendados (CSA-23.1).

NOTA (2):  $t_a = 1,444 t_h - 13,38$  ( $^\circ\text{C}$ )

Estos valores mínimos de  $t_h$ , exigidos por las normas americanas, son compatibles con temperaturas ambiente entre  $-6,9^\circ$  y  $+5,4^\circ\text{C}$  tal y como se desprende de la correlación encontrada. En consecuencia, es más limitativa la especificación general de temperatura ambiente ( $t_a \geq 4,5^\circ\text{C}$ ) para espesores pequeños. Para espesores medianos o grandes es más restrictiva la limitación de  $t_h$ . La Instrucción española es poco restrictiva, en lo que se refiere a la temperatura del hormigón, al fijar el valor de  $+5^\circ\text{C}$  que corresponde al mínimo de las otras normas para grandes espesores. La especificación aplicable a las estructuras normales será la de no hormigonar cuando sean previsibles temperaturas ambiente inferiores a  $0^\circ\text{C}$ .

### 4.2. Hormigonado en tiempo caluroso

En cuanto al hormigonado en tiempo caluroso, la Instrucción EH-82 hace referencia a la temperatura ambiente, fijando el máximo en  $40^\circ\text{C}$ . Esto equivale, con la correlación encontrada, a que la temperatura del hormigón en el momento de su puesta en obra sea inferior a  $37^\circ\text{C}$ . Este valor es más elevado que el admitido por la recomendación ACI 605, que fija como límite superior de la temperatura del hormigón  $t_h = 32^\circ\text{C}$ , lo que equivale a  $33^\circ\text{C}$  de temperatura ambiente.



La norma canadiense tiene en cuenta el espesor de las secciones para limitar la temperatura del hormigón. Dicha limitación se resume en la Tabla 2.

TABLA 2

Espesor de la Sección (cm)	Temperatura máxima del hormigón fresco (°C) (3) $t_h$	Temperatura ambiente estimada (°C) $t_a$
< 30	32	31,4
30-90	32	31,4
90-180	27	26,3
> 180	21	22,5

NOTA (3):  $t_h = 0,6925 t_a + 9,27$  (°C)

El valor máximo coincide con el dado por ACI 605 para estructuras de espesor mediano y pequeño.

Se observa que el valor dado por EH-82, 40°C de temperatura ambiente, que equivale a una temperatura del hormigón de 37°C, es menos restrictivo que los dados por las normas americana y canadiense, especialmente para obras con grandes espesores.

Además, la norma canadiense especifica valores límite del "gradiente térmico" en función de la misma clasificación de espesores, siendo lógicamente más exigente para espesores grandes.

## 5. CONCLUSIONES

En las condiciones de fabricación y hormigonado que se han expuesto:

- Obras de edificación.
- Almacenamiento del cemento en silo.
- Plantas semiautomáticas in-situ.
- Temperatura ambiente entre 0° y 40°C.
- Ausencia de medidas especiales.

se ha estudiado una correlación entre la temperatura del hormigón fresco, a pie de tajo, y la del ambiente, en la zona de Madrid, durante los años 1981-1983. De su análisis pueden deducirse las siguientes conclusiones.

- 1°) Resulta habitual almacenar los materiales, y especialmente el cemento, a temperaturas superiores a la media ambiente (a la sombra). Ello es favorable en invierno y todo lo contrario en verano, en que la temperatura del hormigón fresco es casi igual a la ambiente, a pesar de la ventaja que supone que se disponga fácilmente de agua y áridos relativamente "fríos".
- 2°) Las especificaciones para hormigonado en tiempo frío de la Instrucción EH-82 ( $t_a \geq 0^\circ\text{C}$ ,  $t_h \geq 5^\circ\text{C}$ ) deben entenderse como un mínimo absoluto; especialmente, la temperatura del hormigón fresco debe ser apreciablemente superior a 5°C para elementos con espesores medianos o pequeños (véase la Tabla 1).

3°) La especificación de la misma Instrucción para hormigonado en tiempo caluroso ( $t_a \leq 40^\circ\text{C}$ ) es poco restrictiva y debe combinarse, como la propia Instrucción sugiere, con la adopción de:

- a) Mejores prácticas de almacenamiento de los materiales componentes, que permitan reducir notablemente las temperaturas, hoy habituales, del hormigón fresco ( $t_h$ ).
- b) Medidas de protección especiales durante el hormigonado y curado.

En elementos de grandes espesores parecen necesarias medidas de control del gradiente máximo de temperatura del hormigón colocado, o bien restricciones mucho mayores de las temperaturas límite (véase la Tabla 2). En grandes obras públicas el control anterior es habitual, lo que no puede decirse de las obras de edificación que, en ocasiones, incluyen masas de hormigón relativamente importantes.

4°) El control de la temperatura del hormigón fresco en el momento del vertido es fundamental cuando se hormigona en condiciones extremas. Excepto en elementos de muy pequeño espesor, este dato será, muchas veces, más significativo que el de la temperatura ambiente. Este control, que es sugerido por la Instrucción EH-82, representa un paso intermedio, a establecer antes de que sea preciso determinar la evolución de las temperaturas del hormigón durante su fraguado.

#### BIBLIOGRAFIA

1. Instrucción para el Proyecto y Ejecución de Obras de Hormigón en Masa o Armado, EH-82.
2. MUSTARD, J.N. "Winter Curing of Concrete as Related to the New Canadian Standard" (CSA, Standard A-23.1). A.C.I., SP-39.4.
3. A.C.I. Standard 306-66 "Recommended Practice for Cold Weather Concreting".
4. A.C.I. Standard 605-59 "Recommended Practice for Hot Weather Concreting".
5. DELIBES, A. "Fabricación y Puesta en Obra del Hormigón". (Documento no publicado). Curso General de Especialización en Hormigón Armado. INTEMAC.
6. FERNANDEZ CUPIDO, D. "Influencia Térmica del Hormigón en Grandes Presas". CIMBRA, revista de I.T.O.P., Agosto-Septiembre de 1983.
7. GUIDE VERITAS DU BÂTIMENT: "Règles pour le calcul et l'exécution des constructions en Béton Armé". 1981.



## **Cursos del Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas**

### **XIX CURSO INTERNACIONAL DE HIDROLOGIA GENERAL Y APLICADA**

El Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CDX), con el patrocinio de UNESCO, Dirección General de Obras Hidráulicas, y la Dirección de Cooperación Técnica Internacional, ha organizado el XIX Curso Internacional para postgraduados, sobre "Hidrología general y aplicada", que se desarrollará en las aulas del Centro de Estudios Hidrográficos del CDX, de Madrid, del 15 de enero al 15 de julio de 1984.

Para asegurar el máximo aprovechamiento del Curso, el número total de participantes quedará limitado a cuarenta (veinte alumnos españoles y veinte extranjeros).

El Curso requiere conocimientos de ingeniería hidráulica, geología, meteorología, hidrología, etc. Los aspirantes deberán estar en posesión de un título superior en ingeniería civil o universitaria. Se dará prioridad a aquellos aspirantes con alguna experiencia profesional en hidrología.

Las solicitudes para participar en el Curso, deberán dirigirse a: Comité de Dirección del Curso Internacional de Hidrología General y Aplicada. Alfonso XII, 3.— Madrid-7.— Tfno.: 467 37 08.— Télex: CDX-E-45022.

Se extenderá un Diploma acreditativo de suficiencia a todos aquellos alumnos que superen las pruebas de aptitud. No se extenderán certificados de simple asistencia ni aptitud parcial. En todo caso será preciso una asistencia al 80 por 100 de las clases.

El Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas pone a disposición de los alumnos sus servicios de Información y Documentación.

Los participantes recibirán la documentación correspondiente a las clases y conferencias, así como textos básicos relacionados con la temática del Curso.

El programa del Curso comprende numerosas clases prácticas y las siguientes clases teóricas: 16 sobre Estadística Aplicada; 6 sobre Fotointerpretación; 4 sobre Geofísica; 12 sobre Geología; 5 sobre Hidráulica Fluvial; 19 sobre Hidrología Agrícola; 23 sobre Hidrología Aplicada; 17 sobre Hidrología Forestal; 5 sobre Hidrología Karstica; 24 sobre Hidrología Subterránea; 16 sobre Hidrología de Superficie; 22 sobre Hidroquímica; 21 sobre Instrumentos; 7 sobre Técnicas isotópicas; 6 sobre Meteorología; 7 sobre Ordenadores; 8 sobre Modelos, y 6 sobre Presas.

Además, están previstos viajes de estudio para la realización de visitas técnicas a obras.

---

### **XIII CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA DE REGADIOS**

El Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas, con el patrocinio de la Dirección General de Obras Hidráulicas, el Instituto Nacional de Reforma y Desarrollo Agrario (IRYDA) y la Dirección General de Cooperación Técnica Internacional, ha organizado, en Madrid, un Curso Internacional post-universitario sobre Ingeniería de Regadíos, bajo la dirección de cualificados especialistas en cada una de las materias del programa, que incluye aspectos teóricos y prácticos.



La duración del Curso es del 15 de enero al 15 de julio de 1984. Las clases y conferencias tendrán lugar en las aulas del Centro de Estudios Hidrográficos, en Madrid. Además de clases teóricas y prácticas, está previsto el desarrollo de un proyecto por cada uno de los alumnos, así como la realización de visitas técnicas a obras.

Para asegurar el máximo aprovechamiento del Curso, el número total de participantes quedará limitado a cuarenta (veinte alumnos españoles y veinte extranjeros).

El Curso va dirigido a Graduados Superiores en Ingeniería Civil o Agronómica que pretendan especializarse en el proyecto, construcción y explotación de regadíos. Es conveniente que, para su mejor aprovechamiento, los aspirantes posean una formación previa en estos campos, así como experiencia en trabajos técnicos o de investigación.

Las solicitudes para participar en el Curso deberán dirigirse a:

Comité de Dirección del Curso Internacional de Ingeniería de Regadíos.  
Alfonso XII, 3 - Madrid-7.- Tfno.: 467 37 08 - Telex: CDX-E-45022.

Se extenderá un Diploma acreditativo de suficiencia a todos aquellos alumnos que superen las pruebas de aptitud. No se extenderán certificados de simple asistencia ni aptitud parcial. En todo caso será preciso una asistencia al 80 por 100 de las clases.

El Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas pone a disposición de los alumnos sus servicios de Información y Documentación. Los participantes recibirán la documentación correspondiente a las clases y conferencias, así como textos básicos relacionados con la temática del Curso.

El programa del Curso comprende numerosas clases prácticas y las siguientes clases teóricas: 9 sobre Acequias; 8 sobre Aguas subterráneas; 6 sobre Bombas; 12 sobre Canales; 10 sobre Conducciones con tuberías de baja y media presión; 4 sobre Desagües exteriores; 9 sobre Drenaje; 3 sobre El cultivo a la vista de los condicionantes del regadío; 3 sobre Erosión en el regadío; 7 sobre Evaluación y clasificación de suelos; 15 sobre Explotación agraria y problemas de los regantes; 5 sobre Explotación hidráulica; 6 sobre Hidrología; 8 sobre Hidrología Agrícola; 7 sobre Instalaciones eléctricas en el regadío; 8 sobre Inundaciones; 2 sobre La reforma de las estructuras agrarias y el desarrollo del regadío; 5 sobre Meteorología; 6 sobre Nivelación de tierras; 6 sobre Presas; 12 sobre Redes colectivas y automatismo en las redes de riegos; 8 sobre Redes de camino, y 8 sobre Viabilidad económica.

---

## **Diploos, Torfeo Nacional de la Seguridad**

### **FORD ESPAÑA, S.A. (ALMUSAFES) Y CEPSA, GALARDONADAS CON EL DIPLOOS-TROFEO NACIONAL DE LA SEGURIDAD**

En el año 1969 las Mutuas Patronales de Accidentes de Trabajo, a través de su Asociación para la Prevención de Accidentes (APA), instituyeron el DIPLOOS-TROFEO NACIONAL DE LA SEGURIDAD, que desde entonces se otorga anualmente a la empresa que más se ha distinguido en su actuación en materia de Seguridad e Higiene Industrial, reflejada en la memoria de actividades de su Servicio de Prevención.

El fin perseguido no es otro que el de estimular la labor y dedicación de los Servicios de Prevención de las Empresas, en beneficio de sus trabajadores y de la economía de su gestión.

En un relevante acto celebrado en el marco de la 43 FERIA Oficial y Nacional de Muestras de Zaragoza, tuvo lugar la entrega de galardones correspondientes a la XIV Edición del DIPLOOS-TROFEO NACIONAL DE LA SEGURIDAD, que recayeron en las empresas siguientes:

- **DIPLOOS - TROFEO NACIONAL DE LA SEGURIDAD**

Concedido de forma compartida a las empresas:

- FORD ESPAÑA, S.A., de Almusafes (Valencia).
- COMPAÑIA ESPAÑOLA DE PETROLEOS, S.A. (Cepsa), fábrica de Luchana-Baracaldo (Vizcaya).

- **MENCIONES HONORIFICAS**

Concedidas a las empresas:

- CEMENTOS UNILAND, S.A., de Barcelona.
- ALUMINIO DE GALICIA, S.A., de Sabiñánigo (Huesca).
- SOCIEDAD ANONIMA CROS, de Barcelona.

---

## Nuevo medidor de humedad

El HYGROTEST tipo 4052 es un medidor digital para la determinación del contenido de humedad en mamposterías, ladrillos y materiales de construcción en general. El aparato trabaja conjuntamente con una sonda especial que se adapta al medio cuya humedad se va a determinar y proporciona una señal eléctrica. El HYGROTEST 4052 recoge y procesa la señal y ofrece una indicación digital entre 0 y 100,0 la cual según el material de construcción corresponde a un contenido determinado de humedad. El valor correspondiente se obtiene entonces de una tabla.

El indicador se ofrece incorporado en una caja plana de material plástico negro y azul de servicio muy simple con un conmutador "EIN/AUS". La indicación por cristal líquido con filtro ultravioleta proporciona una lectura fácil, clara y contrastada tanto de día como a oscuras. La determinación es del 1/1000.

La alimentación se obtiene de una pila seca o de una recargable las cuales se desconectan automáticamente en caso de no utilización del aparato y cuando la tensión es demasiado baja.

Las sondas se presentan en dos formatos básicos:

Número 495559.— Se compone de dos puntas de medida con los extremos de acero intercambiables. Aplicables en superficies de ladrillos, revoques, etc.

Número 495560.— Se compone de dos puntas largas con indicación impresa en centímetros. Esta ejecución es adecuada para la introducción de la sonda en el elemento constructivo a través de un agujero.

Con el aparato se suministra la tabla de equivalencias que incluye por ejemplo, elementos como el mortero de cemento, mortero de cal, yeso, yeso colado, cemento de serrín, hormigón, y otros.

El HYGROTEST 4052 está fabricado por la firma ULTRAKUST GERATEBAU GmbH de Alemania, muy conocida por su línea de fabricación Thermophil/Hygrophil y representada en España por la firma PERTEGAZ, S.A. Barcelona/Madrid.



## **PUBLICACION ESPECIAL DE LA A. T. E. P.**

### **Manual H.P. 5-79 "Recomendaciones para la disposición y colocación de Armaduras"**

Como continuación de la serie de Manuales que, desde hace años, viene editando la Asociación Técnica Española del Pretensado, y en los que se recogen las recomendaciones relativas a las diferentes etapas del proceso general de ejecución de las construcciones pretensadas, se publica ahora el Manual H.P. 5-79 en el que, bajo el título "Recomendaciones para la disposición y colocación de armaduras", se han recopilado todas aquellas normas que la práctica ha demostrado deben tenerse en cuenta para obtener una adecuada disposición de las armaduras en los elementos pretensados, tanto si se trata de armaduras pretesas como postesas, incluyéndose así mismo las armaduras pasivas que suelen acompañar a las activas.

Por la íntima relación existente entre tales armaduras y otra serie de dispositivos y piezas tales como los anclajes, empalmes, vainas, separadores, etc., se recogen también en este Manual las recomendaciones correspondientes a su colocación.

En todos los casos, se tratan por separado las fases de proyecto, ejecución y control.

El interés del tema elegido resulta evidente si se tiene en cuenta que el estado tensional creado por las armaduras activas en todo elemento pretensado, debe ser tal que permita a éste cumplir, con las necesarias garantías de seguridad y durabilidad, la función a que va destinado. Y como dicho estado tensional depende, no sólo de la magnitud sino también del punto de aplicación de la resultante de las fuerzas de pretensado introducidas, se comprende que la disposición de las armaduras en este tipo de piezas adquiere una importancia primordial; por lo que su colocación debe ser cuidadosamente realizada en obra.

A la consecución de este objetivo se estima que habrán de contribuir, de modo importante, las recomendaciones del Manual que ahora se ofrece y que se espera tendrá la misma favorable acogida que los anteriores de la serie, no sólo entre los Miembros de nuestra Asociación, sino también entre cuantos profesionales desarrollan sus actividades en el campo de la técnica del pretensado.

Este Manual H.P. 5-79, con 87 páginas y varias figuras, se ha puesto a la venta al precio de 300,— ptas. el ejemplar (6,— dólares USA para el extranjero). Para los Miembros de la A.T.E.P. se ha establecido el precio especial de 200,— pesetas (4,— dólares USA para el extranjero).

Los interesados en su adquisición deberán dirigir sus pedidos a la Secretaría de la Asociación Técnica Española del Pretensado, Apartado 19.002, Madrid-33, Tfno: 202 04 40.



# TANQUE DE 80.000 M<sup>3</sup> PARA G.N.L. EN BARCELONA AÑOS 1978-1980

<i>Propietario:</i>	<i>Dirección:</i>	<i>Proyecto:</i>	<i>Construcción:</i>
Enagas	Auxini, S.A. D. Ramón Fernández de la Reguera	Preload-Sistemas, S.A. D. Alfonso Romero Martínez	Preload-Auxini Empresarios Agrupados

## PLANTEAMIENTO GENERAL

Responde a las necesidades de la Empresa Nacional del Gas, S.A. de aumentar la capacidad de almacenamiento de gas natural licuado (G.N.L.) en su planta de Barcelona mediante la construcción de un nuevo depósito de 80.000 m<sup>3</sup> de G.N.L. que ha de mantener a una temperatura de -165°C. A fin de satisfacer las severas condiciones que imponía ENAGAS se optó por una solución de depósito de hormigón pretensado.

## DESCRIPCION DE LA ESTRUCTURA

El tanque consiste en dos depósitos cilíndricos concéntricos de hormigón pretensado, sustentados por una cimentación directa sobre el terreno, consistente en una zapata de 7 metros de anchura y 1,5 metros de canto; esta zapata va unida sin pérdida de continuidad, a una losa flexible de hormigón armado de 15 cms. de espesor; la cimentación no es pretensada y lleva incorporada unos cables de calefacción eléctrica a fin de evitar el progresivo enfriamiento del terreno.

El depósito interior contiene directamente G.N.L. y tiene un diámetro interno de 55 metros, una altura de 35 metros, siendo el espesor de pared de 35 cms., dicho muro lleva incorporado una barrera de vapor consistente en una envolvente de chapa acero al carbono de 5 mms. de espesor aplicada en el paramento externo del mismo. El muro es postensado horizontalmente mediante un sistema de arrollamiento de alambres, bajo tensión consiguiendo ésta mediante el paso del mismo a través de una hilera de diámetro algo inferior al del alambre; en sentido vertical lleva un postensado mediante tendones formados por 12 cordones de 1/2", totalizando 264 Ud.

El fondo consiste en una chapa de acero 9% níquel y el recipiente primario incorpora en su parte superior un techo suspendido de la cúpula donde se coloca el aislamiento.

El depósito exterior tiene un diámetro interno de 57,9 metros; una altura de 36,6 metros y un espesor de pared de 35 cms. Al igual que el depósito anterior lleva un revestimiento de chapa de acero de 5 mms. y es pretensado horizontalmente utilizando el mismo sistema; siendo en este caso el pretensado vertical con tendones de 12 alambres  $\phi$  7 mms. El fondo es una chapa de acero al carbono de 6,5 mm, que descansa sobre la cimentación descrita anteriormente. En su parte superior se cierra mediante cúpula esférica compuesta de una estructura metálica, que incorpora una chapa de 5 mm, que actúa como barrera de vapor y una estructura de hormigón armado de 45 metros de radio y espesor variable, de 35 cm en arranque y 12 cm en ápice.

El aislamiento entre los dos fondos de acero, consiste en placas Klegecell dispuestas en varias capas que totalizan 300 mm de espesor; el apoyo del muro interno se efectúa sobre bloques de madera de balsa de 30 cm de canto el aislamiento entre paredes consiste en perlita expandida con un espesor medio total, de 1,1 metros y el superior está constituido por paneles de fibra de vidrio colocados sobre el techo suspendido.

El tanque lleva incorporado una torre de acceso sobre la que se soporta las tuberías de proceso y demás elementos de instrumentación, entre aquellas merece destacarse la existencia de dos tuberías de llenado de G.N.L. de 28" de diámetro. La entrada de estas tuberías y otras de proceso, se efectúa por la cúpula del tanque, mientras que la salida de producto tiene lugar a través de tres tuberías encamisadas de 16", que extraen el G.N.L. por el fondo del depósito.

En cuanto a la instrumentación y equipos especiales merece destacarse la instalación de 182 termopares distribuidos en todo el depósito, que permiten conocer la temperatura en cada momento, así como la existencia de un medidor múltiple de temperatura, nivel y densidad del contenido de G.N.L., el depósito dispone de tres válvulas de clapeta que evitan la salida de producto en caso de accidente o rotura de alguna tubería exterior, así como tres válvulas de seguridad que evacúan 22.000 pies cúbicos por minuto de gas, que satisface las condiciones más exigentes.





**ACUEDUCTO SOBRE EL RIO NERVION  
AÑO 1978-79**

<i>Propietario:</i>	<i>Dirección:</i>	<i>Proyecto:</i>	<i>Construcción</i>
Consortio de Abastecimiento de Aguas y Saneamiento de la Comarca del Gran Bilbao		Avelino Samartín Proyecto y Control, S.A.	Taboada, S.A.

**GENERALIDADES:**

El acueducto corresponde a una solución del paso del río Nervión de la tubería de la obra conducción de agua "Venta Alta - San Vicente".

**SOLUCION ADOPTADA:**

El paso de una tubería forzada de diámetro interior  $\phi$  mt = 700 mm. sobre el río Nervión y zonas de aproximación, se ha previsto mediante una estructura soportante de tablero inferior, sección en U. Las condiciones, de canto mínimo de esta sección vienen obligadas por la materialidad de cubrir el tubo, incrementada por cierto resguardo y la dimensión de la altura del elemento de apoyo, del tubo con el tablero. Resulta de esta forma un canto aproximado mínimo de 1,40 m., que es adecuado para salvar el vano del río Nervión con cierta holgura en particular en su margen izquierda evitándose una cimentación muy cercana al talúd casi vertical allí existente. De esta forma un vano de 27 m. resulta, sobre el río. Los restantes vanos, no presentan condicionantes de tipo funcional, simplemente el estético de conservar la sección uniforme de canto constante, que obliga a vanos cercanos a los 27 m. En la margen izquierda ello no es posible, siendo necesario reducir la luz a 19,00 m. con un voladizo de 4,00 m. con objeto de enlazar de modo limpio con la tubería metálica enterrada bajo el ferrocarril, sin necesidad de ejecutar ningún tipo de apoyo en la trinchera existente. Por el contrario en la margen derecha, se ha ido a una luz idéntica que sobre el río Nervión, es decir de 27,00 m. y un voladizo de 4,00 m., con el fin de realizar asimismo dentro de una cierta transparencia estructural y estética la finalización del acueducto y el inicio de la tubería que se repliega en un codo, para introducirse subterránea.

Desde un plano simplemente teórico la solución más adecuada del acueducto sería una viga continua de 4,00 - 19,00 - 27,00 - 27,00 - 4,00 m. (los extremos en voladizo), obteniéndose un dintel sin juntas, canto mínimo y pilas diáfanas al no existir exigencias de espacio por apoyos del dintel. La construcción "in situ" dada las características del río, sería posible, si bien la necesidad del hormigonado simultáneo de todo el tablero (salvo soluciones por fases, no adecuadas por exigir un mayor refinamiento constructivo), implicaría un mayor riesgo ante posibles avenidas.

Sin embargo el condicionamiento económico ha sido muy importante en la obra que se diseña, ya que corresponde a una modificación de un proyecto anterior y con una gran escasez en el presupuesto.

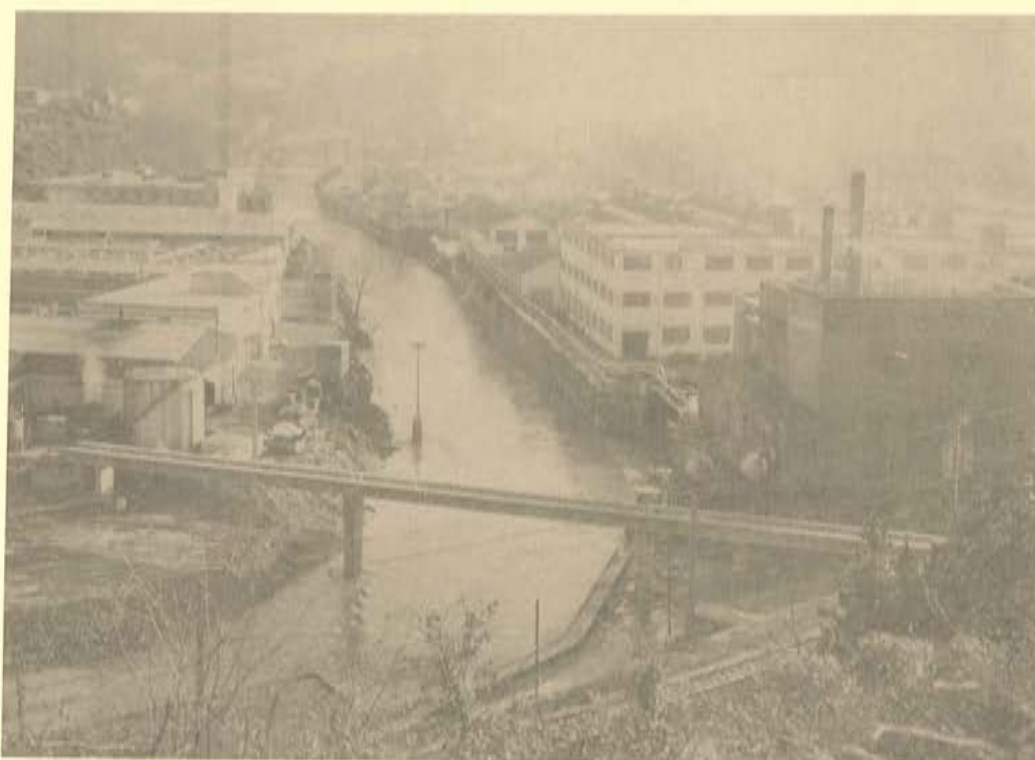
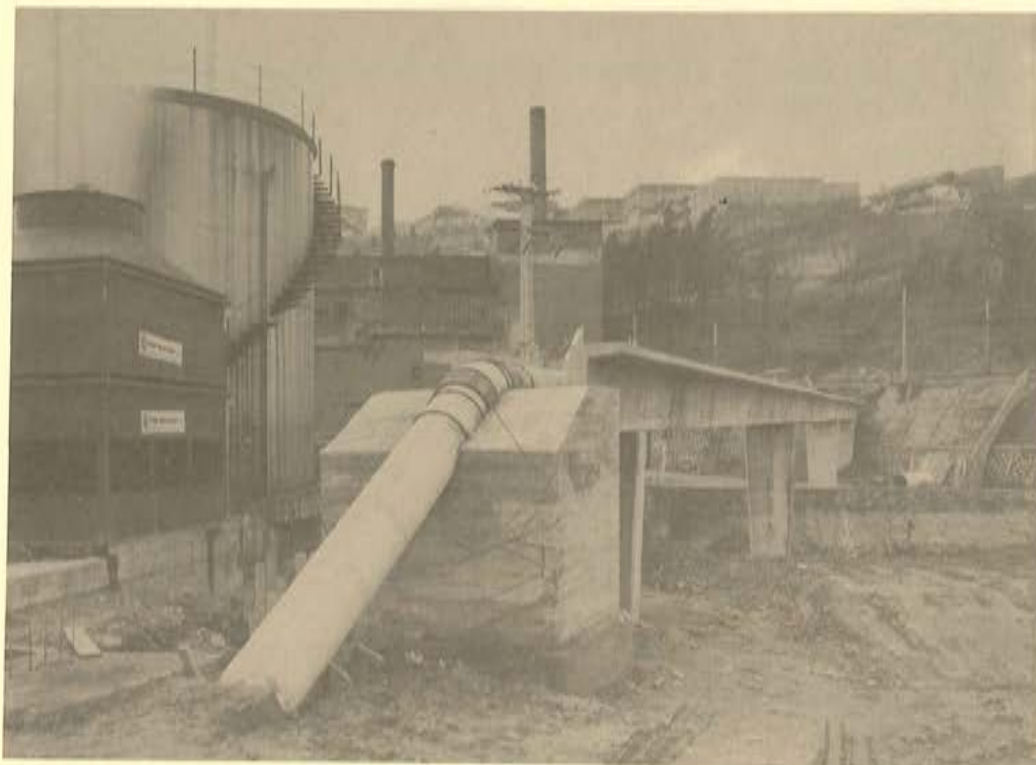
Por ello, se optó, conservando las luces anteriores, por una solución isostática, es decir, tres tramos isostáticos de luces, 4,00 - 19,00; 27,00 y 27,00 - 4,00 m. Ello es posible sin necesidad de incrementar el canto, 1,40 m. adecuado incluso en vano apoyado y por otra parte permite una realización de la estructura por tramos independientes con posibilidad de prefabricación en la margen. La solución propuesta de tramos isostáticos en hormigón pretensado no presenta dificultades técnicas de construcción apreciables. Las unidades de pretensado utilizadas ha sido la de 12 alambres de  $\phi$  7 sistema Freyssinet. La ejecución se ha llevado a cabo con hormigonado "in situ" y encofrado sobre cimbra.

La pila, en este caso en la que apoyan dos vigas de tramos contiguos, deben ser sin embargo incrementadas en su canto, por condiciones de materialidad de apoyos. Evidentemente la sección "martillo", evitaría el incremento de hormigón que se precisa, pero estéticamente no mejoraría con respecto a la sección rectangular ligeramente ataluzada según la altura, dispuesta en la solución que se presenta.

La cimentación, dadas las características de esta obra y la situación de las pizarras existentes, se ha dispuesto mediante un encepado con pilotes de  $\phi$  0,63 m. de diámetro y una carga admisible por pilote de 150 t. (carga de trabajo), en la margen izquierda. Con respecto a la margen derecha dada la relativa poca profundidad de las pizarras se optó por una cimentación directa.



MEDICIONES DEL TABLERO							
Hormigón $f_{ck} = 300 \text{ Kp/cm}^2$		Armadura pasiva $f_{yk} = 4,600 \text{ Kp/cm}^2$			* Armadura activa $f_{m\acute{a}x} = 165 \text{ Kg/mm}^2$		
$\text{M}^3$	$\text{M}^3/\text{m}^2$	Ton.	$\text{Kg/m}^3$	$\text{Kg/m}^2$	Ton.	$\text{Kg/m}^3$	$\text{Kg/m}^2$
87,5	0,33	6,9	79	26	2,6	30	10





**asociación técnica  
española del pretensado**