

**hormigón**

**y ACERO**

**n°163**

*ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO.*

*DECLARADA DE UTILIDAD PUBLICA CON FECHA 4-3-77*

*INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO (C.S.I.C.)*

*APARTADO 19.002. COSTILLARES. CHAMARTIN.*

*28080 MADRID*

## MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de "Miembro Protector", a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de "Miembros Protectores" los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

- ACEROS Y TECNOLOGIA PARA LA CONSTRUCCION, S.A. (ATECSA).— P° de la Habana, 14. 28036 Madrid.
- AGROMAN EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.— Raimundo Fernández Villaverde, 43. 28003 Madrid.
- AGRUPACION DE FABRICANTES DE CEMENTO DE ESPAÑA "OFICEMENT".— Velázquez, 23. 28001 Madrid.
- ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).— Orense, 10. 28020 Madrid.
- AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.— Plaza Gala Placidia, 1. 08006 Barcelona.
- AZMA, S.A.— P° de la Habana, 16. 28036 Madrid.
- BIGUETES, S.L.— Partida Altabix, s/n. 03000 Elche (Alicante).
- CAMARA, S.A.— Apartado 180. 36080 Pontevedra.
- CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.A.— Grijalba, 9. 28006 Madrid.
- CEMENTOS MOLINS, S.A.— C.N. 340, Km. 329,300. 08620 Sant Vicenç dels Horts (Barcelona).
- CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE OBRAS PUBLICAS (CEDEX). Gabinete de Información y documentación.— Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.
- CENTRO DE TRABAJOS TECNICOS, S.A., C.T.T., S.A.— Aribau, 185. 08021 Barcelona.
- COLEGIO DE INGENIEROS TECNICOS DE OBRAS PUBLICAS.— Miguel Angel, 16. 28010 Madrid.
- COLEGIO NACIONAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS DE MADRID.— Almagro, 42. 28010 Madrid.
- COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.— Santa Eugenia, 19. 17005 Gerona.
- COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE MADRID. Biblioteca.— Barquillo, 12. 28004 Madrid.
- COL. LEGI OFICIAL D'ARQUITECTES DE CATALUNYA.— Plaça Nova, 5. 08002 Barcelona.
- CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.— Federico Salmón, 13. 28016 Madrid.
- CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.— Ayala, 42. 28001 Madrid.
- DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.— Avda. de América, 24. 28028 Madrid.
- EMESA-TREFILERIA, S.A.— Apartado 451. 15080 La Coruña.
- EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA, S.A. (AUXINI). Departamento Obras Especiales.— Padilla, 46. 28006 Madrid.
- ENAGA, S.A.— Hermanos Fernández Calvajal, 31. 28023 Pozuelo de Alarcón (Madrid).
- ENTRECANALES Y TAVORA, S.A. Biblioteca.— Juan de Mena, 8. 28014 Madrid.
- ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.— Ciudad Universitaria. 28040 Madrid.
- ESTEYCO, S.A.— Menéndez Pidal, 17. 28036 Madrid.
- ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A. (EPTISA).— Arapiles, 14. 28015 Madrid.
- EUROCONSULT, S.A.— Apartado 99. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).
- FOMENTO DE OBRAS Y CONSTRUCCIONES, S.A. (FÓCSA).— Avda. General Perón, 36. 28020 Madrid.
- FREYSSINET, S.A.— General Perón, 24. 28020 Madrid.
- GRACE, S.A.— Apartado 523. 08080 Barcelona.
- HIDROELECTRICA DE CATALUÑA, S.A.— Almogávares, 11 - 17. 08018 Barcelona.
- HISPANO-ALEMANA DE CONSTRUCCIONES, S.A.— Capitán Haya, 51. 28020 Madrid.
- HORMIGONES GERONA, S.A.— Lorenzana, 45. 17002 Gerona.
- HORMIGONES PROYECTADOS, S.A.— Avda. Príncipe de Asturias, 63. 08012 Barcelona.

*(Continúa en el int. de contraportada)*

ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO  
INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO  
DEL CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS

SERVICIO DE ESTUDIOS  
ESPECIALES

# *hormigón y acero*

n.º 163

CUOTAS ANUALES

2º trimestre 1987

CATEGORIAS	ESPAÑA	EXTRANJERO
Miembros "Personales" (personas naturales) .....	4.500,- ptas.	40,- dólares
Miembros "Colectivos" (personas jurídicas) .....	7.000,- ptas.	100,- dólares
Miembros "Protectores" (personas naturales o jurídicas que deseen prestar una ayuda económica especial a la A.T.E.P.) .....	12.000,- ptas.	200,- dólares

Ni la Asociación ni el Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, se hacen responsables del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocinen su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

APARTADO 19.002 - COSTILLARES - CHAMARTIN - 28080 MADRID

Depósito Legal: M-853-1958  
Imprime: ACOR, S.A.- M. Hernández, 50 - MADRID  
ISSN: 0439-5689

**Comité de Redacción  
de la Revista  
Hormigón y Acero**

ARENAS, Juan José  
BARREDO, Carlos  
CUVILLO, Ramón del  
CHUECA, Rafael  
ELICES, Manuel  
FERNANDEZ DE VILLALTA, Manuel  
FISAC, Miguel  
GONZALEZ VALLE, Enrique  
JODAR, Juan  
JULIA, Manuel  
LLOMBART, José Antonio  
MANTEROLA, Javier  
MARIA TOME, Javier  
MURCIA, Juan  
PIÑEIRO, Rafael  
POZO VINDEL, Florencio J. del  
ROMERO, Rafael  
SANCHEZ CASTRO, Carlos  
SANCHEZ GALVEZ, Vicente  
SIEGRIST, Carlos

# hormigón y acero

**N. 163**

## índice

	Pág.
<b>457-0-113</b> Estado límite último de soportes de hormigón armado. Propuesta general de comprobación . . . . .	9
L'état limite ultime des poteaux en béton armé. Proposition générale de vérification. Ultimate limit state of reinforced concrete columns. General proposal for checking. <i>H. Corres y B. Alsaadi</i>	
<b>457-0-114</b> Consideraciones sobre la rotura de los materiales . . . . .	23
Considérations sur la rupture des matériaux. Considerations on the rupture of the materials. <i>M. Vieco.</i>	
<b>457-3-20</b> Ductilidad seccional y redistribución de esfuerzos en estructuras hiperestáticas de hormigón armado y pretensado . . . . .	31
Ductilité des sections et redistribution des efforts dans les structures hyperstatiques en béton armé et précontraint. Sectional ductility and redistribution of internal forces in statically indeterminate reinforced and prestressed concrete structures. <i>A.R. Marí.</i>	
<b>457-5-16</b> Análisis de las vibraciones en las máquinas: Fundaciones antivibratorias para máquinas rotativas . . . . .	55
Analyse des vibrations dans les machines: Fondations antivibratoires pour les machines. Analysis of the vibrations in the machines: Antivibratory foundations for machines. <i>M. Vieco.</i>	

- 457-8-112 Estudio del comportamiento de puentes losa de hormigón frente a la acción térmica ambiental. Criterios de diseño . . . . 65**  
 Etude du comportement des ponts-dalle de béton sous l'action thermique ambiental. Recommandations pour le calcul.  
 A study of the behaviour of concrete slab-bridges under the environmental thermal effects. Design criteria.  
*E. Mirambell y A. Aguado.*
- 457-8-113 Nota complementaria al artículo de Francisco Javier Galán "Comentarios al cálculo de tubos de hormigón armado, con camisa de chapa", aparecido en el nº 161 de la Revista "Hormigón y Acero" . . . . . 107**  
 Note complémentaire à l'article de Francisco Javier Galán "Commentaires au calcul des tuyaux en béton armé avec de chemise de tôle", publié dans le numéro 161 de la revue "Hormigón y Acero".  
 Complementary note to the article of Francisco Javier Galán "Commentaries to the design of reinforced concrete pipes with steel cylinder" published in the number 161 of the journal "Hormigón y Acero".  
*J. Rui-Wamba.*
- 591-2-194 Tendencias actuales en la construcción de puentes atirantados . . . . . 113**  
 Tendances actuelles dans la construction des ponts haubanés.  
 Present trends in the cable stayed bridges construction.  
*J. Manterola.*

## NOTA IMPORTANTE A nuestros colaboradores

Se nos ha solicitado que, con el fin de que puedan ser incluídas las oportunas referencias bibliográficas en los "Abstracts" que se editan en diferentes países, todos los artículos que se publiquen en Hormigón y Acero vayan acompañados de un resumen, lo más breve posible, (no más de cien palabras) en español, francés e inglés. El título del artículo también debe figurar en los indicados tres idiomas.

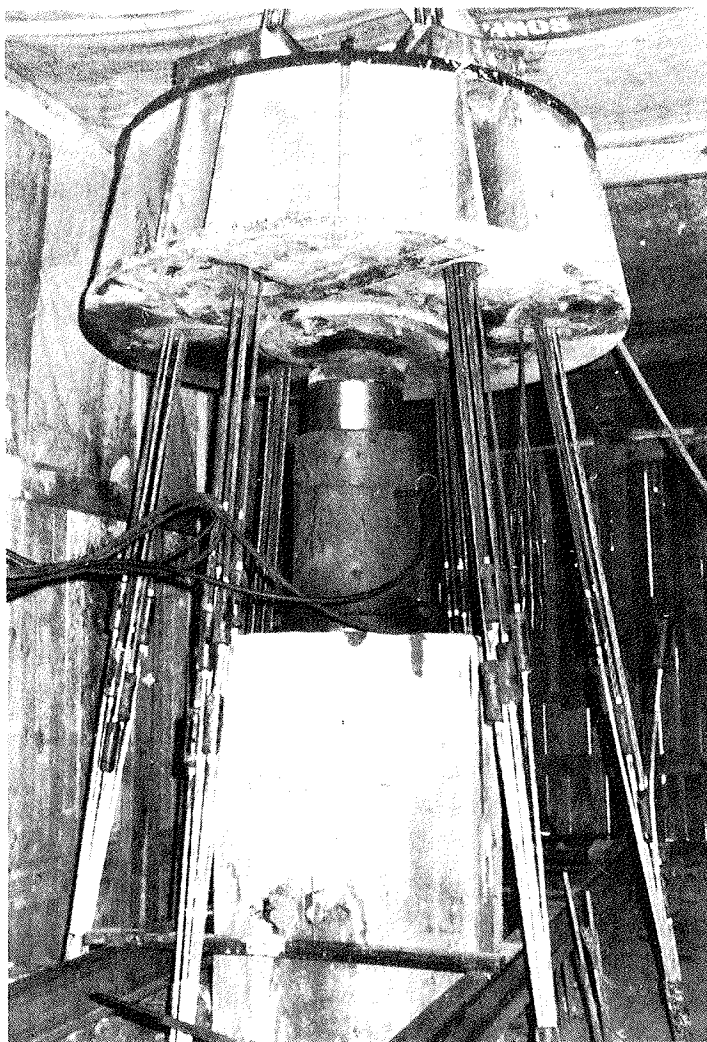
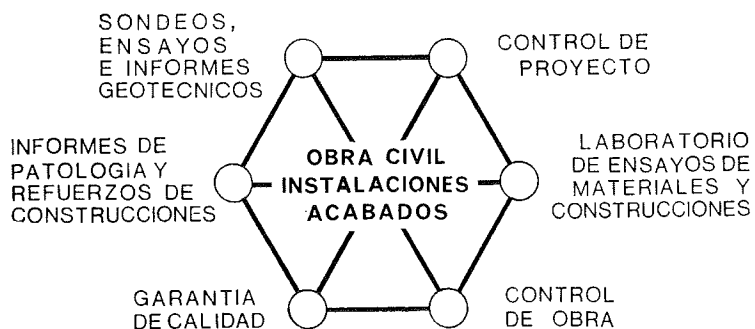
Por consiguiente, rogamos encarecidamente a nuestros amables colaboradores tomen buena nota de estas nuevas normas, para su cumplimentación en el momento de preparar los trabajos que nos envíen para su publicación en nuestra Revista.

EL COMITE DE REDACCION

# INTEMAC



INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES



Prueba de carga  
de un pilote.

## MADRID

Oficinas:  
Monte Esquinza, 30 - 4º D  
MADRID-4  
Tels. (91) 410 51 58/62/66

Laboratorio:  
Carretera de Loeches, 7  
TORREJON DE ARDOZ  
Tels. (91) 675 31 00/04/08

## BARCELONA

Pasaje Busquets, 37  
CORNELLA DE LLOBREGAT  
Tels. (93) 377 43 58/62

**RELACION DE ENTIDADES QUE, EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO DE LA REVISTA, FIGURAN INSCRITAS, EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO, COMO "MIEMBROS COLECTIVOS".**

**ESPAÑA**

ALBISA, S.A.—Algeciras (Cádiz).  
ASOCIACION ENGINYERS INDUSTRIALS DE CATALUNYA.—Barcelona.  
CAMARA OFICIAL DE COMERCIO, INDUSTRIA Y NAVIGACION.—Barcelona.  
CASTRO HERMANOS, S.L.—Mislata (Valencia).  
CENTRO DE ANALISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS, S.A.— Oviedo.  
CIISA "CONSULTING E INGENIERIA INT. S.A."— La Coruña.  
COLEGIO NACIONAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de Andalucía Oriental.—Málaga.  
COLEGIO NACIONAL DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de Galicia.—La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.— La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS. Laboratorio de Ensayos.— Murcia.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS. Laboratorio de Ensayos.— Tarragona.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE BALEARES.— Palma de Mallorca.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE CANARIAS. Departamento de Laboratorios.— Santa Cruz de Tenerife.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.—Bilbao.  
COMERCIAL Y COLOCADORA DE TEXSA, S.A.— Barcelona.  
CONFEDERACION HIDROGRAFICA DEL GUADALQUIVIR. Biblioteca.—Sevilla.  
CONTROLEX.—Alicante.  
CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.—Barcelona.  
DIRECCION DE CARRETERAS Y TRANSPORTE. Diputación Foral de Guipúzcoa. San Sebastián.  
DITECO, S.L.—Valencia.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Barcelona.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.— Madrid.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Sevilla.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AGRONOMOS. Biblioteca.—Córdoba.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES. Departamento de Teoría de Estructuras. Universidad de Zaragoza.—Zaragoza.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA INDUSTRIAL.—Córdoba.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA MINERA. Biblioteca.— León.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA OBRAS PUBLICAS.—Burgos.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA DE MANRESA.—Manresa (Barcelona).  
EUROESTUDIOS, S.A.—Madrid.  
EXCELENTISIMA DIPUTACION DE SALAMANCA.—Salamanca.  
EXCELENTISIMO AYUNTAMIENTO DE GRANADA. Area de Obras Públicas e Infraestructura.—Granada.  
FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.—Madrid.

FERROVIAL, S.A.— Madrid.  
 FORJADOS DOL.— Esquivias (Toledo).  
 FUNDACION DE LOS FERROCARRILES ESPAÑOLES.— Madrid.  
 GIJON E HIJOS, S.A.—Motril (Granada).  
 HORMADISA, S.L.—Puentecesures-Cordeiro (Pontevedra).  
 HORMIGONES GERONA, S.A.—Gerona.  
 INBADELCA, S.A.—Baracaldo (Vizcaya).  
 INDUSTRIAS VEYGA, S.A.—Tarrasa (Barcelona).  
 INSTITUT DE TECNOLOGIA DE LA CONSTRUCCIO DE CATALUNYA.—Barcelona.  
 INSTITUTO JUAN DE HERRERA.— Madrid.  
 INSTITUTO NACIONAL DE REFORMA Y DESARROLLO AGRARIO (IRYDA).—Madrid.  
 J. CASTRO MATELO, S.A.—Sigueiro (La Coruña).  
 JUNTA DE CASTILLA Y LEON.—Consejería de Obras Públicas y Ordenación Territorial. Servicio Tecnología e Información.—Valladolid.  
 JUNTA DE CASTILLA Y LEON.—Servicio de Obras Públicas.—Avila.  
 JUNTA DEL PUERTO DE VILLAGARCIA DE AROSA.—Villagarcía de Arosa (Pontevedra).  
 LA AUXILIAR DE LA CONSTRUCCION.—Santa Cruz de Tenerife.  
 LABORATORIO GEOCISA. Biblioteca.—Coslada (Madrid).  
 LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.—Madrid.  
 LIBRERIA RUBIÑOS.—Madrid.  
 LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).—Castellón de la Plana.  
 MINISTERIO DE DEFENSA. DIRECCION DE INFRAESTRUCTURA DEL MANDO SUPERIOR DE APOYO LOGISTICO DEL EJERCITO.—Madrid.  
 MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y URBANISMO.—DIRECCION GENERAL PARA LA VIVIENDA Y ARQUITECTURA, SUBDIRECCION GENERAL DE NORMATIVA BASICA Y TECNOLOGICA.—Madrid.  
 MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y URBANISMO. SUBDIRECCION GENERAL DE ESTUDIOS ECONOMICOS Y TECNOLOGIA.—Madrid.  
 POSTENSA, S.A.—Bilbao.  
 PREBETONG CANARIAS, S.A.—Santa Cruz de Tenerife.  
 PREFABRICADOS AGRICOLAS E INDUSTRIALES, S.A. (PRAINSA).—Zaragoza.  
 PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).—León.  
 PREFABRICADOS DE HORMIGÓN, S.A. (CUPRE-SAPRE).—Valladolid.  
 PREFABRICADOS POUSA, S.A.—Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).  
 PRODUCTOS DERIVADOS DEL CEMENTO, S.A. (HORTE).—Valladolid.  
 RUBIERA, S.A.—León.  
 SERINCO, S.A.— Madrid.  
 SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.—Barcelona.  
 SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.—Madrid.  
 SOCIEDAD ESPAÑOLA DE AUTOMOVILES DE TURISMO (SEAT). Biblioteca.—Barcelona.  
 SPANDECK CATALANA, S.A.—Barcelona.  
 SUMMA, S.A.—Manresa (Barcelona).  
 TECHOS ESPECIALES PREFABRICADOS, S.A. (TEPSA).—Tarrasa (Barcelona).  
 TECNOS, GARANTIA DE CALIDAD, S.A.—Madrid.  
 TEJERIAS "LA COVADONGA".—Muriedas de Camargo (Cantabria).  
 TELEFONICA.—Departamento Inmobiliario.—Madrid.  
 TERRATEST, S.A.—Madrid.  
 TIGNUS, S.A.—Valencia.  
 TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPSA).—Madrid.  
 UNIVERSIDAD POLITECNICA. Hemeroteca.—Valencia.  
 VIGUETAS MUBEMI.—Torrente (Valencia).

## EXTRANJERO

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND.—Sao Paulo (Brasil).  
CONSULAR. CONSULTORES ARGENTINOS ASOCIADOS.—Buenos Aires (Argentina).  
CONSULBAIRES. INGENIEROS CONSULTORES, S.A.—Buenos Aires (Argentina).  
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.—Luanda (República Popular de Angola).  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE. Dirección de Bibliotecas.—Santiago de Chile (Chile).  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU. Biblioteca Central.—Lima (Perú).  
SARET P.P.B. Cadre Technique.—Le Pontet (France).  
SCIENCE REFERENCE LIBRARY.—Londres (Inglaterra).  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES.—Biblioteca Integrada de Economía, Ciencias e Ingeniería. Dpto. de Selección y Adquisiciones. Mérida (Venezuela).  
UNIVERSIDAD CATOLICA DE QUITO. Biblioteca.—Quito (Ecuador).  
UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAISO. Biblioteca Central.—Valparaíso (Chile).  
UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA.—Facultad de Ingeniería. Biblioteca. Caracas (Venezuela).  
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO. Biblioteca.—Mayagüez (Puerto Rico).  
UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA.—Biblioteca Central. Valparaíso (Chile).

## MIEMBRO CORRESPONDIENTE

ASOCIACION BOLIVIANA DEL PRETENSADO (A.B.P.).—La Paz (Bolivia).

\* \* \*

## AVISO IMPORTANTE

### DISCUSION DE LOS ARTICULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA "HORMIGON Y ACERO"

Todos los artículos originales que se publican en "Hormigón y Acero", quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

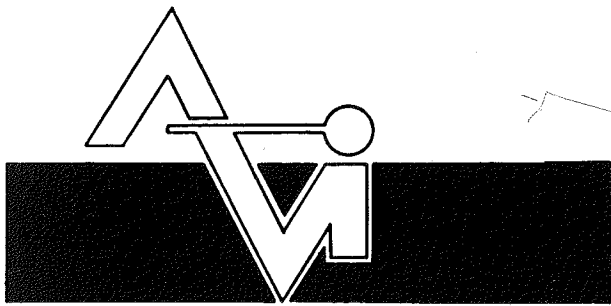
Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002. 28080 Madrid, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestando todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.



PREFABRICACION LIGERA Y PESADA

**ALVISA**

PREFABRICADOS ALBAJÁR

**PUENTES - NAVES INDUSTRIALES - FORJADOS  
BOVEDILLAS - LADRILLOS - TEJAS - TUBOS DRENAJE**



**HUESCA:**

Oficina Comercial y Fábrica: P.º Lucas Mallada, s/n - Teléfono 22 39 00 - HUESCA

Oficina y Fábrica: Ctra. de Lérida, s/n - Teléfono 40 07 80 - MONZON

Oficina y Fábrica: Ctra. de Huesca - Teléfono 39 00 41 - GRAÑEN

**MADRID**

Oficina Comercial: Orense, 10, 1.º - Teléfonos 455 05 35 - 6 - 7 - MADRID-10

Oficina y Fábrica: Ctra. Torrejón a Loeches, Km 4,200 - Teléfonos 675 04 50 - 4 - 8 -  
TORREJON DE ARDOZ

Oficinas y Fábrica: Ctra. de Toledo, Km 7,300 - Teléfono 688 27 72 - LEGANES

**ZARAGOZA**

Oficina Comercial: P.º de la Constitución, 31 - Teléfonos 23 75 02 - 3 - ZARAGOZA-1

# Estado Límite último de soportes de hormigón armado. Propuesta general de comprobación

Hugo Corres  
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Balhan Alsaadi  
Ingeniero Civil  
Cátedra de Hormigón Armado y Pretensado  
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
Universidad Politécnica de Madrid (ESPAÑA)

## RESUMEN

En este trabajo se presenta una propuesta general para la comprobación de soportes esbeltos de hormigón armado, válida para el dimensionamiento y comprobación.

Se propone un nuevo criterio simplificado para la definición de límites de esbeltez, teniendo en cuenta los principales parámetros que intervienen en el fenómeno: esfuerzo axial, excentricidad, esbeltez, relación de excentricidades de primer orden.

Esta propuesta, deducida a partir de la aceptación de una pérdida de capacidad resistente del 10 por 100 respecto a soportes cortos, permite, de forma justificada, evitar el tratamiento de los efectos de la esbeltez en una muy amplia tipología de soportes. La propuesta se completa con la presentación de fórmulas simplificadas de dimensionamiento, de precisión comparable a la obtenida utilizando otros métodos de comprobación, como el de la Columna Modelo propuesto por el CEB<sup>1</sup>.

## 1. INTRODUCCION

El comportamiento de soportes esbeltos de hormigón armado constituye un problema complejo, debido a la necesidad de tener en cuenta dos no linealidades; por un lado, la no linealidad geométrica debida al efecto de las deformaciones sobre los esfuerzos, y por otro, la no linealidad mecánica debida al comportamiento no lineal del hormigón armado.

El problema de la comprobación del Estado Límite Ultimo (ELU) de soportes esbeltos, aislados o pertenecientes a pórticos, se transforma en la comprobación del (ELU) de soportes equivalentes, biarticulados, de sección transversal constante y longitud equivalente. De esta forma simplificada se plantea el problema en un elemento estructural simple, en el que se puede abordar el dimensionamiento y comprobación con suficiente simplicidad y precisión.

El formato de comprobación del (ELU) de estructuras esbeltas, presentado por diferentes códigos <sup>1, 2, 3, 5, 6</sup>, contiene generalmente los siguientes apartados:

- I. Hipótesis generales para el análisis no lineal de estructuras de hormigón armado.
- II. Comprobación del (ELU) de soportes esbeltos, aislados o equivalentes.

Respecto al apartado I se comentan, de forma no sistemática y, con distintos niveles de profundidad, algunos aspectos relacionados con el cálculo no lineal (ecuaciones constitutivas instantáneas, imperfecciones accidentales geométricas, fenómenos que deben tenerse en cuenta: fluencia, por ejemplo).

Generalmente, resulta difícil abordar un análisis no lineal de una estructura cumpliendo todas las condiciones exigidas, muchas veces difícilmente implementables en un programa, sin que el proyectista deba tomar decisiones, no siempre superfluas, para poder realizar el cálculo.

En opinión de los autores, las indicaciones de este tipo deben ser más concretas y deben ser abordadas de forma sistemática, para permitir, a partir de estas hipótesis, el desarrollo de un cálculo de este tipo. De otra forma, no representan más que una declaración de intenciones y enumeración de fenómenos que intervienen en el problema.

Respecto al apartado II, las distintas normas presentan, en primer lugar, una propuesta de límites de esbeltez, es decir, un criterio para la identificación de aquellos elementos esbeltos en los que los efectos de la esbeltez son poco importantes y pueden no tenerse en cuenta. En la tabla 1 se muestran distintos métodos propuestos y las variables tenidas en cuenta. Los resultados obtenidos con estos criterios resultan generalmente inciertos<sup>4</sup>, ya que no se tienen en cuenta todas las variables que intervienen en el fenómeno, en particular la ley de esfuerzos de primer orden.

En segundo lugar, se proponen fórmulas simplificadas de dimensionamiento indirecto, es decir, fórmulas que permiten transformar los esfuerzos de primer orden, para tener en cuenta el efecto de la esbeltez. Estas fórmulas conducen generalmente a resultados muy del lado de la seguridad, y en algunos casos, a resultados sumamente inseguros. En la referencia <sup>10</sup> se presenta un estudio sobre la precisión de distintas normas.

Finalmente, para el estudio de soportes pertenecientes a pórticos, se presenta un criterio para la determinación de la longitud de soportes equivalentes. Esto constituye un problema de gran importancia y de muy difícil tratamiento. En general, estos criterios no están suficientemente comprobados y están deducidos estudiando el problema con un material elástico lineal <sup>11, 12, 13</sup>.

En este trabajo se presenta un nuevo criterio de definición de límite de esbeltez y una fórmula simplificada de dimensionamiento, compatible con el límite de esbeltez, que constituye una alternativa a los distintos planteamientos existentes en las normas, como se ha descrito al comentar el apartado II en esta introducción.

## 2. LIMITE DE ESBELTEZ

Se llama límite de esbeltez al criterio que permite identificar en qué elementos esbeltos la influencia de la esbeltez es pequeña, para evitar su estudio.

En primer lugar es necesario definir cuándo el efecto de la esbeltez es pequeño. Existe un consenso en considerar que en aquellos soportes en los que por efecto de la esbeltez se produce una pérdida de capacidad resistente no mayor del 10 por 100, respecto al mismo soporte considerado como corto, se pueden despreciar los efectos de la esbeltez.

La pérdida de capacidad resistente puede definirse, en términos de momentos para axiles constantes, o en términos de axiles para excentricidad constante.

**TABLA 1**

**Límites de esbeltez propuestos en distintas normas y por diferentes autores**  
 $\lambda$  = esbeltez geométrica;  
 $M_1/M_2$  ó  $e_1/e_2$  = relación de excentricidades en los extremos del soporte;  
 $\nu = N_d/(b.d.f_{cd})$ ;  
 $e/h$  = excentricidad relativa

FUENTE	VARIABLES CONSIDERADAS	LIMITE PROPUESTO
EH-82	$\lambda$	$\lambda = 10$
CEB-Model Code	$\lambda$	$\lambda = 7,2$
ACI 318-83	$\lambda; \frac{M_1}{M_2}$	$\lambda = 34 - 12 \frac{M_1}{M_2}$
CP 110-72	$\lambda$	$\lambda = 12$
		$\frac{e}{h} \leq 3,5$ ,, $\lambda = 5,76$
DIN 1045-78	$\lambda; \frac{e}{h}$	$3,5 < \frac{e}{h} \leq 10$ ,, $\lambda = 20,76 + 5,76(\frac{e}{h} - 3,5)$
		$\frac{e}{h} > 10$ ,, $\lambda = 57,6$
Menegotto-Vía	$\lambda; \nu$	$\lambda = \frac{5,76}{\sqrt{\nu}}$
Río-Morán	$\lambda; \nu; \frac{e_1}{h}; \frac{e_2}{e_1}$	$\lambda$ variable, solución gráfica

Ambos criterios, que miden la pérdida de capacidad resistente, conducen a resultados diferentes. En la Fig. 2.1, se muestra el diagrama de interacción de un soporte rectangular, con armadura simétrica en caras opuestas y tres valores de cuantía mecánica:  $\omega = 0,10, 0,50$  y  $1,0$ , respectivamente. En la misma figura, para los distintos diagramas, se muestran los resultados de los dos criterios expuestos.

Tal como puede verse, para axiles pequeños, hasta valores de  $\nu = 0,40$  aproximadamente, ambos criterios conducen a resultados semejantes. Para  $\nu > 0,40$ , el criterio de momentos es más conservador que el criterio de axiles, aún cuando parece más lógico el criterio de momentos, pues a mayor axil el efecto de la esbeltez resulta más importante.

En este trabajo, el límite de esbeltez ha sido planteado utilizando el criterio de pérdida de la capacidad resistente en términos de momentos. El límite de esbeltez que se propone, que tiene en cuenta las distintas variables que intervienen en el fenómeno, ha sido deducido, tal como se expone en la referencia <sup>4</sup>, a partir del Método de las Curvaturas de Referencia, que constituye un procedimiento que representa el fenómeno físico de forma clara y con suficiente precisión, para soportes de sección rectangular con armadura simétrica en caras opuestas.

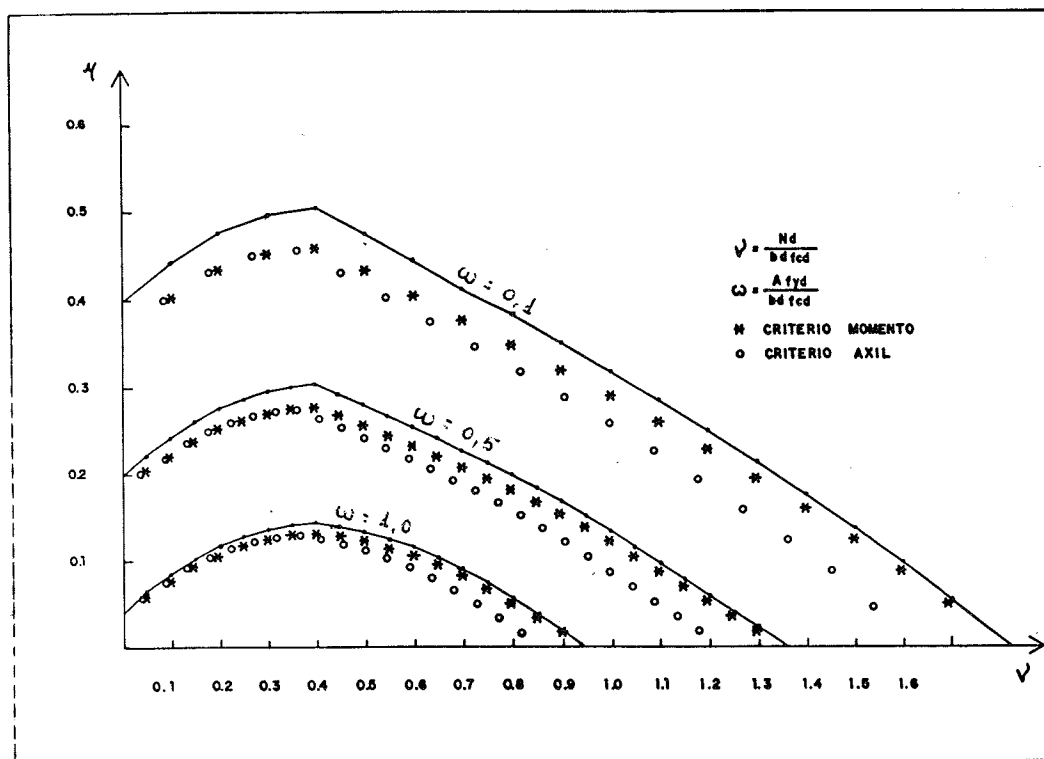


Fig. 2.1. Criterio para evaluar la pérdida de capacidad resistente.

$$\lambda_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{1,1 \cdot (e_2/h) - 1,035 \cdot (e_e/h)}{1,035 \cdot (h/r)} \cdot 10000} \quad \text{ec. 1}$$

$$e_o/h = [0,6 + 0,4 \cdot (e_1/e_2)] \cdot (e_2/h) \leq 0,4 \cdot (e_2/h) \quad \text{ec. 2}$$

$$h/r = 4,928 + 0,584 \cdot \nu - 5,224 \cdot \nu^2 + 2,233 \cdot \nu^3 \quad \text{ec. 3}$$

donde:

- $\lambda_{\text{lim}}$  : Esbeltez límite.
- $e_2/h$  : Excentricidad relativa máxima de primer orden.
- $e_1/h$  : Excentricidad relativa mínima de primer orden.
- $h/r$  : Curvatura relativa definida en la ec. 3.
- $\nu$  : Axil reducido.
- $e_e/h$  : Excentricidad equivalente definida en la ec. 2.

Para un soporte dado, a partir de los datos de que dispone el usuario para el dimensionamiento, y aplicando la ec. 1, se determina un valor de esbeltez límite  $\lambda_{\text{lim}}$ . Si el soporte tiene una esbeltez geométrica mayor que  $\lambda_{\text{lim}}$ , debe dimensionarse tomando en cuenta los efectos de la esbeltez; en caso contrario, puede despreciarse este efecto y dimensionarse el soporte como si fuese corto, ya que se supone que la pérdida de capacidad resistente será pequeña (< 10 por 100).

En el caso de soportes con excentricidades distintas en las articulaciones, en general, y

dependiendo de las características del soporte, la sección crítica de dimensionamiento puede estar en el interior del mismo, en cuyo caso el efecto de la esbeltez es condicionante, o puede ser la sección de la articulación solicitada por los esfuerzos de primer orden solamente. La utilización del límite de esbeltez propuesto, evita esta doble comprobación, ya que cuando resulta necesario tener en cuenta el efecto de la esbeltez será porque la sección crítica está en el interior del soporte y sólo se debe comprobar esta situación.

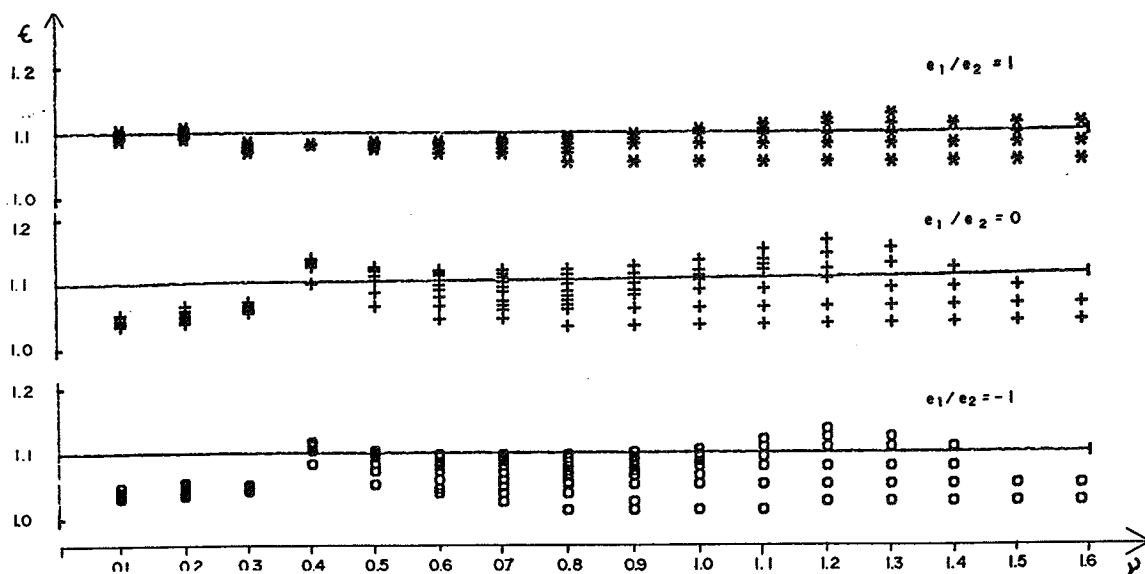


Fig. 2.2. Estudio de precisión del límite de esbeltez.

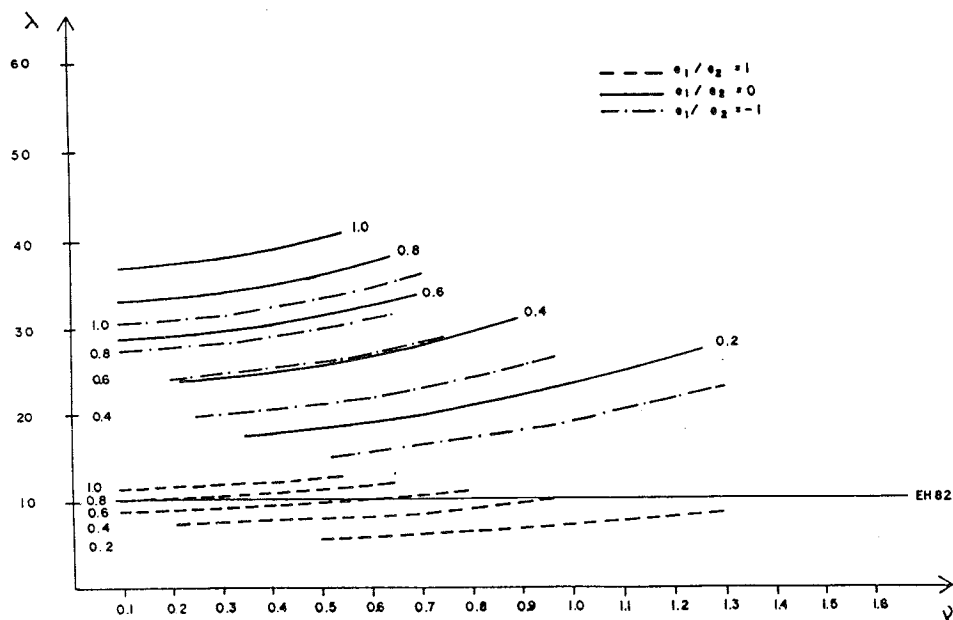


Fig. 2.3. Límites de esbeltez según el criterio propuesto.

En la Fig. 2.2 se muestra un estudio de la precisión del límite de esbeltez propuesto. Para ello se ha calculado, utilizando el Método de la Columna Modelo y la esbeltez límite propuesta, el valor de la excentricidad de primer orden máxima posible. Este valor, dividido por la excentricidad última de la sección, representa el porcentaje de pérdida de la capacidad resistente,  $\epsilon$ , en término de momentos, a que conduce la esbeltez límite propuesta. En la figura se muestra dicha pérdida para distintos axiles ( $\nu = 0,10$  a  $1,60$ ), distintas cuantías ( $\omega = 0,10$  a  $1,0$ ) y diferentes relaciones de excentricidad ( $e_1/e_2 = 0, 1, -1$ ). Tal como puede verse, las pérdidas de capacidad resistente a que conduce el límite propuesto están muy próximas al 10 por 100 perseguido. Las causas de la desviación son debidas a las simplificaciones adoptadas.

En la figura 2.3 se muestran, para diferentes soportes, las esbelteces límite a que conduce la ec. 1. En la misma figura se muestra el criterio de esbeltez geométrica constante  $\lambda = 10$  propuesto por la EH-82<sup>2</sup>.

A medida que disminuye la relación de excentricidades, las esbelteces límite máximas crecen, en general, para soportes con excentricidades diferentes en las articulaciones. Las esbelteces límite son suficientemente grandes para evitar su consideración.

Criterios de límite de esbeltez en los que se fija un valor de esbeltez geométrica constante, resultan ligeramente conservadores para  $e_1/e_2 = 1$  y muy conservadores para  $e_1/e_2 = -1$ .

### 3. DIMENSIONAMIENTO. EXCENTRICIDAD FICTICIA

En este apartado se presenta una fórmula simplificada que permite determinar un valor de excentricidad ficticia utilizable para el dimensionamiento de soportes esbeltos como si se tratase de soportes cortos, tomando como esfuerzos de diseño el axil actuante y el momento que resulta de multiplicar este axil por la excentricidad ficticia propuesta.

La expresión de esta excentricidad ficticia es:

$$e^*/h = 1,035 \cdot (e_e/h + \frac{\lambda^2}{10000} \cdot (h/r)) \quad \text{ec. 4}$$

donde:

$e^*/h$  : excentricidad relativa ficticia de dimensionamiento

$e_e/h$  : excentricidad equivalente definida por la ec. 2

$h/r$  : curvatura relativa definida por la ec. 3

Aun cuando estas fórmulas presentan el mismo formato que las propuestas por distintos códigos, han sido deducidas con otra filosofía para evaluar la pérdida de capacidad resistente del soporte esbelto. Las hipótesis adoptadas son las del Método de las Curvaturas de Referencia<sup>10</sup>, válidas estrictamente para secciones rectangulares con armadura simétrica en caras opuestas. En la referencia<sup>14</sup> se presenta un estudio detallado de las fórmulas propuestas.

Para tener en cuenta el efecto de las cargas permanentes, el procedimiento propuesto es compatible con la utilización del método lineal de la excentricidad de fluencia propuesto por el CEB<sup>1</sup>.

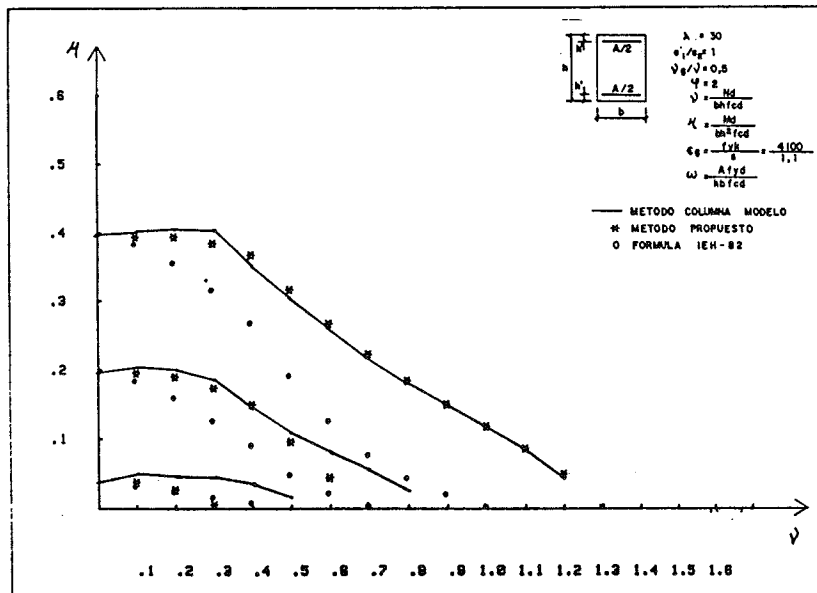
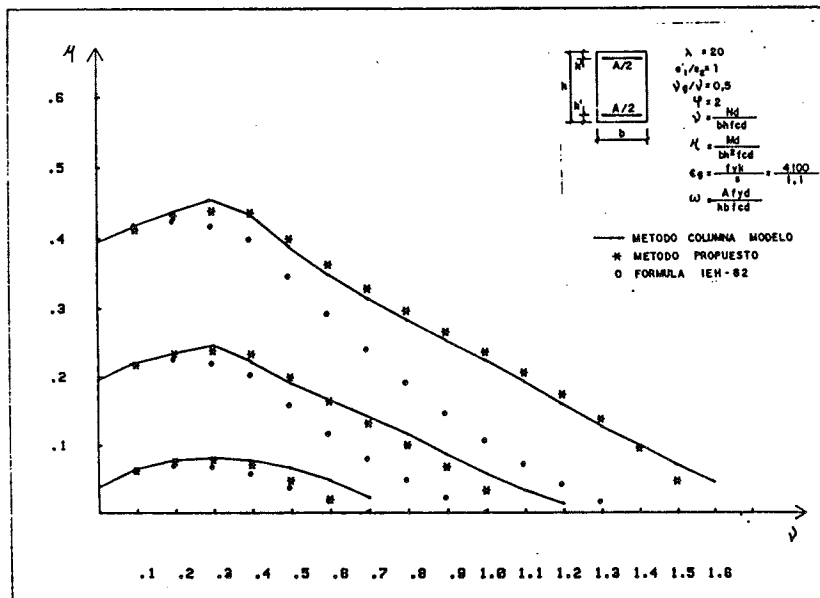
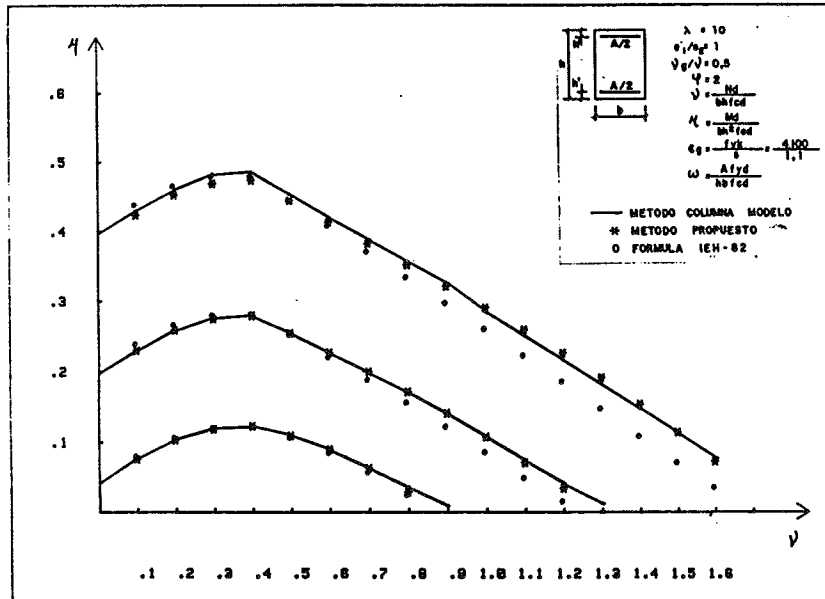


Fig. 3.1. Estudio de precisión de excentricidad ficticia  $e_1/e_2 = 1$ .

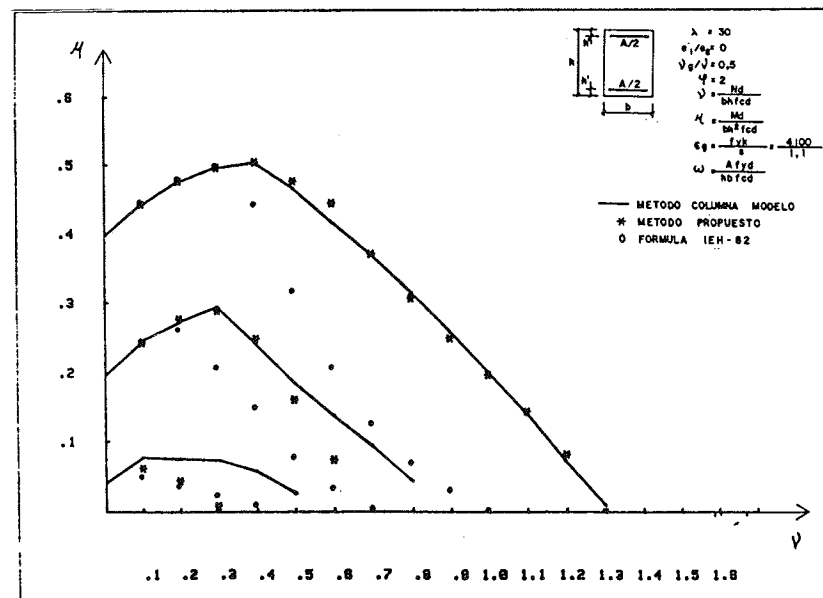
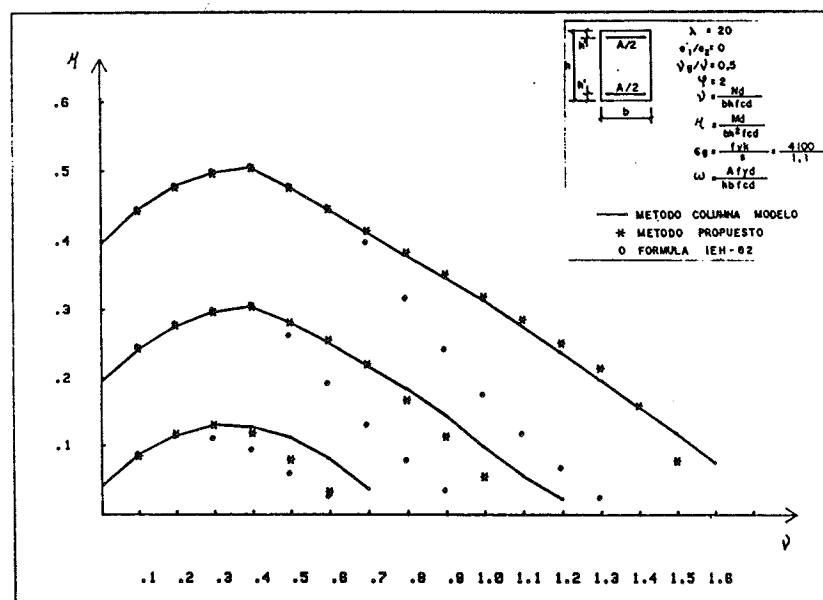
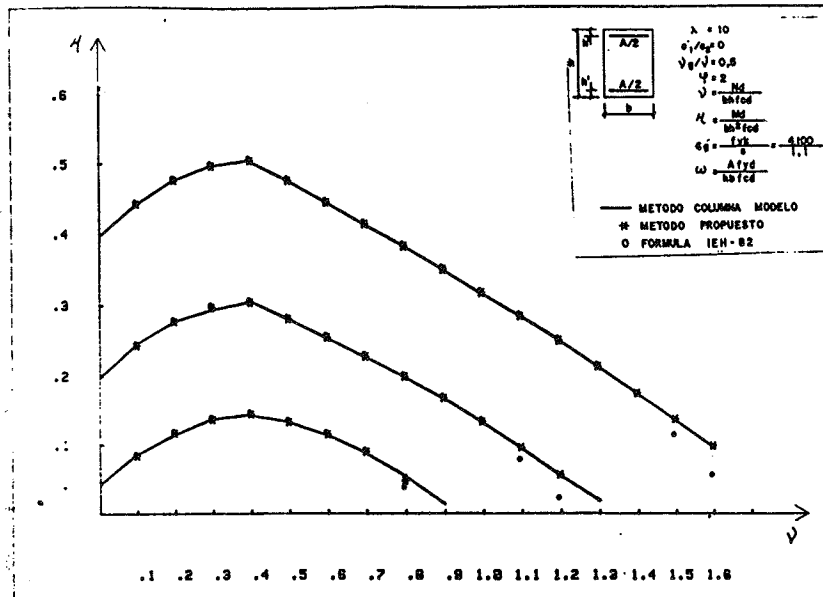


Fig. 3.2. Estudio de precisión de excentricidad ficticia  $e_1/e_2 = 0$ .

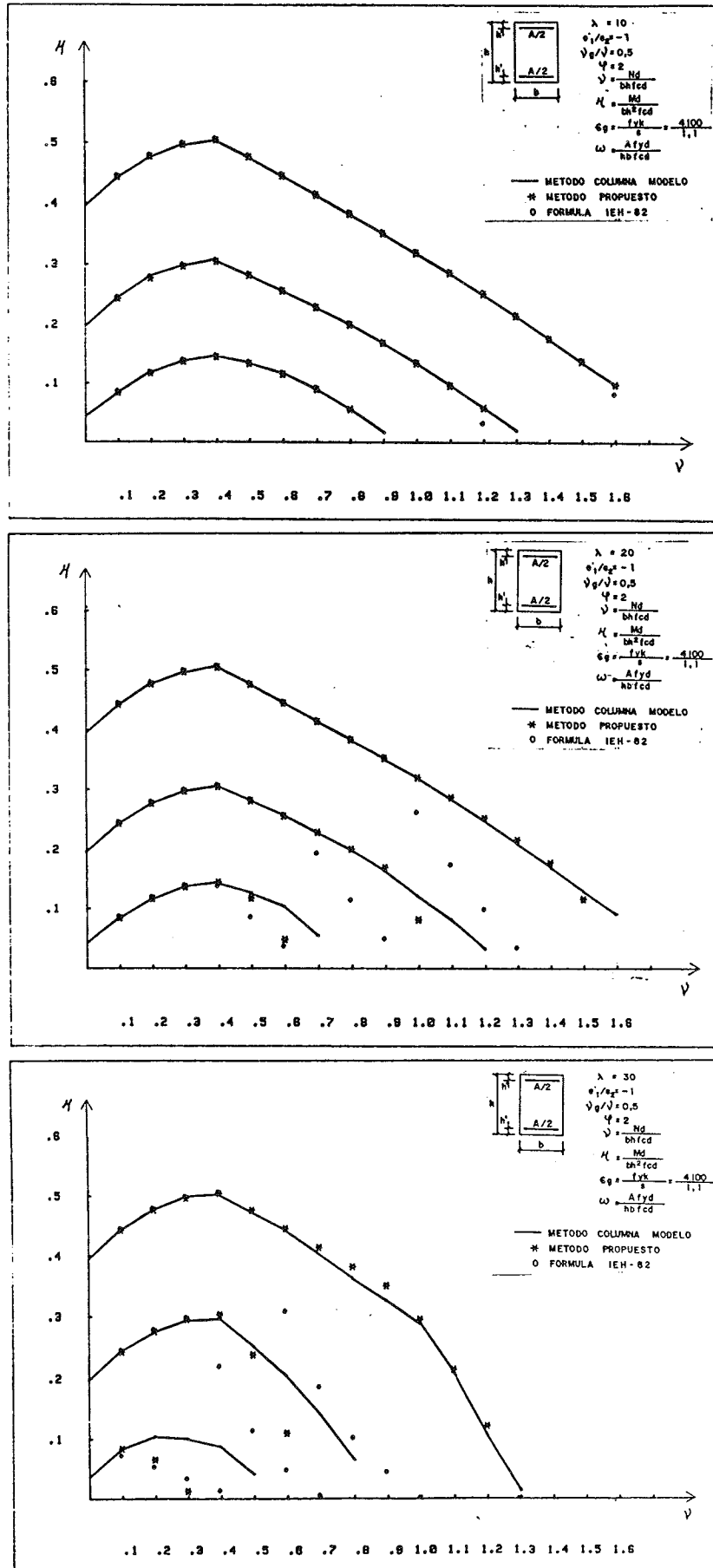


Fig. 3.3. Estudio de precisión de excentricidad ficticia  $e_1/e_2 = -1$ .

En las figuras 3.1, 3.2 y 3.3 se muestra un estudio de la precisión de las fórmulas propuestas, comparando los resultados obtenidos utilizando el Método de la Columna Modelo, la fórmula simplificada propuesta y la fórmula simplificada de la E.H.-82<sup>2</sup>. Los diagramas de iteración de los soportes esbeltos que se muestran, corresponden a distintas cuantías ( $\omega = 1; 0,5$  y  $0,1$ ) y distintas relaciones de excentricidad ( $e_1/e_2 = 1; 0; -1$ ). Asimismo, se ha tenido en cuenta el efecto de la carga permanente utilizando el método lineal de la excentricidad de fluencia propuesto por el CEB, y en los diagramas adjuntos se ha supuesto una relación entre el axil debido a carga permanente,  $\nu_g$ , y el axil debido a carga total,  $\mu = 0,5$ . Tal como puede verse, los resultados obtenidos a partir de la excentricidad ficticia de dimensionamiento, presentan una excelente concordancia con los resultados obtenidos con el Método de la Columna Modelo; mientras que los resultados a que conduce el criterio de la EH-82<sup>2</sup>, son exageradamente conservadores.

#### 4. EJEMPLOS DE CALCULO

En este apartado se presentan tres ejemplos, mediante los cuales se muestra la forma operativa de trabajo propuesta.

Se trata de la comprobación del estado límite último de un soporte de sección rectangular cuyas características se indican seguidamente:

$$\begin{aligned} l &= 7,35 \text{ m} \\ b &= 0,30 \text{ m} \\ h &= 0,30 \text{ m}; \quad h' = 0,03 \text{ m} \\ N &= 40,5 \text{ Mp} \end{aligned}$$

Las características de los materiales y coeficientes de seguridad utilizados son:

$$\begin{aligned} f_{ck} &= 200 \text{ kp/cm}^2 & \gamma_c &= 1,5 \\ f_{yk} &= 4100 \text{ kp/cm}^2 & \gamma_s &= 1,1 \\ & & \gamma_f &= 1,6 \end{aligned}$$

Los valores adimensionales necesarios para el cálculo son:

$$\nu = \frac{\gamma_f \cdot N}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = 0,54$$

$$\lambda = l/h = 24,5$$

Sustituyendo en la ec. 3, se obtiene la curvatura relativa:

$$h/r = 4,07$$

—Caso 1. La excentricidad del axil es constante

$$e_1 = e_2 = 0,12 \text{ m}$$

Sustituyendo en la ec. 2, se obtiene:

$$e_e/h = 0,40$$

y de la ec. 1 se obtiene:

$$\lambda_{\text{lim}} = 7,86 < \lambda = 24,5$$

En este caso es necesario dimensionar el soporte teniendo en cuenta el efecto de la esbeltez. Los esfuerzos de diseño serán  $\nu$  y el momento resultante de multiplicar  $\nu$  por la excentricidad ficticia que se obtiene de la ec. 4:

$$e^*/h = 0,67$$

Los esfuerzos reducidos de cálculo para el dimensionamiento de la sección serán:

$$\nu = 0,54$$

$$\mu = 0,36$$

y utilizando cualquier medio de dimensionamiento, diagrama de interacción para secciones con armadura simétrica en caras opuestas, por ejemplo, se obtiene la cuantía total del soporte:

$$\omega = \frac{A_{\text{tot}} \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = 0,74, \quad A_{\text{tot}} = 23,82 \text{ cm}^2$$

–Caso 2. Se suponen excentricidades linealmente variables a lo largo del soporte:

$$e_1 = 0 \quad \text{y} \quad e_2 = 0,12 \text{ m}$$

Sustituyendo en la ec. 2 se obtiene:

$$e_e/h = 0,24$$

y en la ec. 1 se obtiene:

$$\lambda_{\text{lim}} = 21,33 < \lambda = 24,5$$

En este caso resulta, asimismo, necesario tener en cuenta los efectos de la esbeltez en el dimensionamiento. Procediendo de la misma forma que para el caso anterior se obtiene:

$$e^*/h = 0,50$$

$$\nu = 0,54$$

$$\mu = 0,27$$

$$\omega = 0,50, \quad A_{\text{tot}} = 16,10 \text{ cm}^2$$

–Caso 3. Se supone una excentricidad linealmente variable a lo largo del soporte:

$$e_1 = -0,12 \text{ m y } e_2 = 0,12 \text{ m}$$

Sustituyendo en la ec. 2 se obtiene:

$$e_e/h = 0,16$$

y de la ec. 1 se obtiene:

$$\lambda_{\text{lim}} = 25,52 > \lambda = 24,5$$

En este ejemplo, de acuerdo con el límite de esbeltez propuesto, no es necesario dimen-

sionar la sección teniendo en cuenta los efectos de la esbeltez, ya que éstos sólo producen una pérdida de capacidad resistente en términos de momentos, inferior al 10 por 100. Dimensionando la sección con los esfuerzos de primer orden se obtiene:

$$\begin{aligned} \nu &= 0,54 \\ \mu &= 0,22 \\ \omega &= 0,365, \quad A_{\text{tot}} = 11,75 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

## 5. CONCLUSIONES

1. La propuesta expuesta en este trabajo permite, de forma simple y con suficiente precisión, abordar la comprobación del ELU para soportes esbeltos de hormigón armado. Aun cuando los criterios expuestos se hayan deducido para el caso de soportes de sección rectangular con armadura simétrica en caras opuestas y utilizando un acero  $f_{yk} = 4100 \text{ kp/cm}^2$ , estas limitaciones no resultan demasiado importantes, ya que esta tipología es la más comúnmente utilizada en el proyecto y, por otra parte, pueden tratarse otras tipologías con simplificaciones adecuadas.
2. Los límites de esbeltez propuestos tienen en cuenta las distintas variables que intervienen en el fenómeno y resultan suficientemente simples para su utilización práctica. Este procedimiento conduce a esbelteces límite menores que las propuestas en distintas normas para el caso de soportes esbeltos con excentricidades iguales en las articulaciones, mientras que permite valores muy importantes para el caso de soportes con excentricidades distintas en las articulaciones, como es el caso general de los soportes. Desde el punto de vista práctico, evita la comprobación de los efectos de la esbeltez para la mayoría de los soportes pertenecientes a pórticos intranslacionales, tal como se ha mostrado.
3. El procedimiento de dimensionamiento propuesto, excentricidad ficticia, constituye un método concordante con los límites de esbeltez y, tal como se ha demostrado gráficamente, conduce a resultados de precisión comparable a los obtenidos con el Método de la Columna Modelo.

Desde el punto de vista físico, permite determinar la pérdida de capacidad resistente en términos de momento, debida a los efectos de la esbeltez, y dimensionar la sección para unos esfuerzos de primer orden modificados. Desde el punto de vista práctico, constituye un procedimiento con el mismo formato que el actualmente propuesto por la mayoría de las normas de distintos países. Además, por su relación con los límites de esbeltez, simplifica el dimensionamiento de soportes esbeltos con excentricidades distintas en las articulaciones, evitando la doble comprobación exigida por los distintos métodos simplificados.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. CEB. FIP. "Code Modèle pour les Structures en Béton". Bulletin n° 124/125. Paris, 1978.
2. EH-82. "Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado". Comisión Permanente del Hormigón. Madrid, 1982.
3. A.C.I. Committee 318. "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (A.C.I. 318-83)". American Concrete Institute. Detroit, 1983.
4. Corres, H.; Alsaadi, B; León, J. "Límites de Esbeltez de Soportes Esbeltos de Hormigón Armado". Hormigón y Acero n° 161, Madrid, 1986.

5. CP-110. "Code of practice for the use of Concrete". British Standard Institution. London, 1972.
6. DIN-1045. "Beton und Stahlbetonbau, Bemessung und Ausführung". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1978.
7. Menegotto, M. "Summary considerations about the problem of Slenderness bounds for Columns". CEB Permanent Commission III. London, 1980.
8. Cauvin, A.; Macchi, G. "Définition Modifiée d'élancement des colonnes dans les ossatures en Béton Armé à noeuds déplaçables". Béton Armé. Ingénieurs et Architectes Suisses, n° 21. Octobre 1983.
9. Rio, O. "El problema de los límites de esbeltez en el dimensionamiento en teoría de segundo orden de soportes esbeltos de hormigón armado". Tesis Doctoral presentada en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos de la Universidad Politécnica de Madrid, 1986.
10. Corres, H.; Morán, F. "El Método de las Curvaturas de Referencia (Un método para el dimensionamiento directo de soportes esbeltos de hormigón armado)". Monografía n° 370 del I.E.T.C.C. Junio, 1980.
11. W. Cranston. "Analysis and design of Reinforced Concrete Columns". Research Report published by the Cement and Concrete Association. London, 1972.
12. Edward O. Pfrang and Chester P. "Behavior of Restrained Reinforced Concrete Columns". Journal of the American Concrete Institute. Proceedings October, 1964.
13. Bengt Broms and M. Viest. "Ultimate Strength Analysis of long Hinged Reinforced Concrete Columns". Journal of the American Concrete Institute. Proceedings January, 1958.
14. Corres H.; Alsaadi B.; León J. "Excentricidad ficticia e\*. Fórmulas simplificadas para el dimensionamiento de soportes de hormigón armado". Hormigón y Acero n° 160, Madrid, 1986.

\* \* \*

### III Curso Internacional de Carreteras

Madrid, 6 de abril al 3 de julio de 1987

El Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CEDEX) en colaboración con la Fundación Agustín de Bethencourt ha organizado el III Curso Internacional de Carreteras para Postgraduados, de tres meses de duración, dirigido prioritariamente a Ingenieros Civiles de los países de Iberoamérica.

Se han programado más de 150 horas lectivas de clases teóricas y coloquios, así como clases dedicadas a ejercicios de aplicación, clases prácticas en laboratorio, seminarios y visitas técnicas.

También se realizará un Viaje de Prácticas por varias regiones españolas, en el que se conjugarán las visitas técnicas con otras de interés cultural.

La cuota de inscripción es de 250.000,— ptas. (aproximadamente US dólares 1.750,—) e incluye el Viaje de Prácticas, textos, documentación, etc.

La Universidad Politécnica de Madrid y el CEDEX otorgarán el correspondiente Diploma a los participantes que sigan con aprovechamiento el Curso y superen las pruebas de evaluación previstas. El número máximo de participantes será de treinta.

El Curso está patrocinado por la Dirección General de Carreteras del Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo de España y el Instituto de Cooperación Iberoamericana, y

cuenta con la colaboración de la Asociación Técnica de Carreteras y la Asociación Española de la Carretera.

Se está gestionando la obtención de becas parciales para participantes con especiales dificultades para conseguir fondos económicos con los cuales sufragar los gastos que la asistencia al Curso lleve consigo. En cualquier caso, los gastos de viaje serán por cuenta de los participantes.

Los interesados en recibir el Boletín de Información del Curso deberán dirigirse, a la mayor brevedad posible, acompañando su curriculum, a la Secretaría General del Curso, cuya dirección es:

#### CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE OBRAS PUBLICAS

Gabinete de Formación y Documentación

III Curso Internacional de Carreteras

C/ Alfonso XII, 3

28014 MADRID (España)

Tfno.: 467 50 19

Telex CDX-E-45022

#### PROGRAMA DEL CURSO

- INGENIERIA DE TRAFICO. Teoría de la circulación. Aforos. Capacidad y niveles de servicio. Métodos de previsión de la demanda. Ordenación del tráfico. Control de tráfico.
- PLANIFICACION. Planificación de redes viarias. Evaluación económica. Costes de operación.
- TRAZADO. Normativa actual. Trazados nuevos y acondicionamientos. Fotogrametría. Cálculo mecanizado. Optimación de trazados. Trazados de montaña, urbanos, de autopista y especiales.
- EXPLANACIONES. Movimiento de tierras. Reconocimientos y estudios geotécnicos. Taludes. Terraplenes y pedraplenes. Desmontes. Drenaje superficial y profundo. Muros y tierra armada.
- INFRAESTRUCTURA. Tipología y dimensionamiento de firmes. Materiales básicos. Capas granulares. Estabilización de suelos. Gravas tratadas. Pavimentos: Tratamientos superficiales, mezclas bituminosas y pavimentos de hormigón. Proyecto, fabricación y puesta en obra.
- TUNELES. Planeamiento y diseño. Construcción. Explotación.
- ESTRUCTURAS. Tipología. Procedimientos constructivos. Pavimentos. Defensas de puentes. Conservación y reparación.
- CONSERVACION. Estrategias y planificación de la conservación. Inventario de carreteras. Tipología de fallos. Auscultación. Conservación ordinaria. Renovación superficial. Refuerzos. Reciclado de pavimentos. Conservación preventiva.
- EXPLOTACION. Seguridad vial. Señalización vertical y horizontal. Iluminación. Vigilancia y control de tráfico. Explotación de autopistas.
- ENTORNO. Entorno rural y urbano. Ordenación del territorio. Medio ambiente.

# Consideraciones sobre la rotura de los materiales

M. Vieco Aguilar  
Dr. Ingeniero Industrial

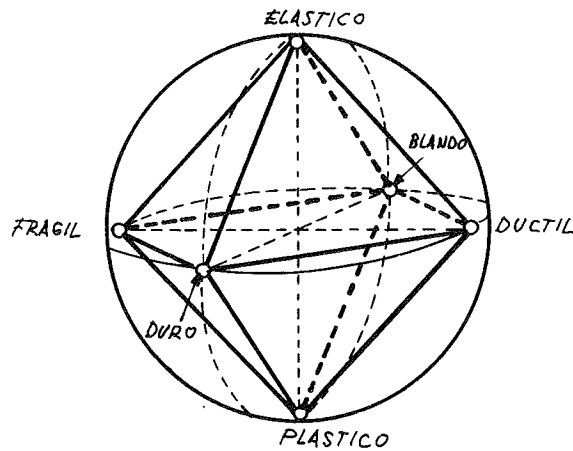
## INTRODUCCION

Todas las fórmulas de resistencia de elementos estructurales resistentes para las diversas solicitaciones, tienen sus límites definidos por el comportamiento real de los materiales que constituyen dichos elementos. Pero las condiciones de trabajo no son función sólo del material y de la solicitación, sino también de la forma estructural. El modo más eficaz de analizar el fenómeno es, someter a rotura una pieza idéntica, para el caso de conjuntos estructurales sencillos, o bien someter a rotura un modelo estructural reducido del mismo material o de material que se comporte de igual modo. Cuando es posible prescindir de la forma estructural, se recurre a analizar estructuras simples o probetas del mismo material que el de los elementos resistentes.

El ensayo experimental nos conduce al proyecto definitivo de la estructura, pues analizada la rotura podemos establecer unas condiciones de trabajo que sitúen al conjunto estructural en un nivel de utilización distante de la rotura. El estudio mediante probetas, por el contrario, supone que las condiciones de trabajo se fijan teóricamente con suficiente rigor para conocer en cada punto o al menos en los más peligrosos, la distribución de tensiones, dejándose a la experiencia la determinación de los límites numéricos de las características de dicha distribución.

## RERPRESENTACION OCTAEDRICA DE ROSS

Para definir previamente las propiedades características de cada material que se pone en juego en las anteriores experiencias, utilizaremos la representación octaédrica de ROSS (Fig. 1).



REPRESENTACION DE ROSS

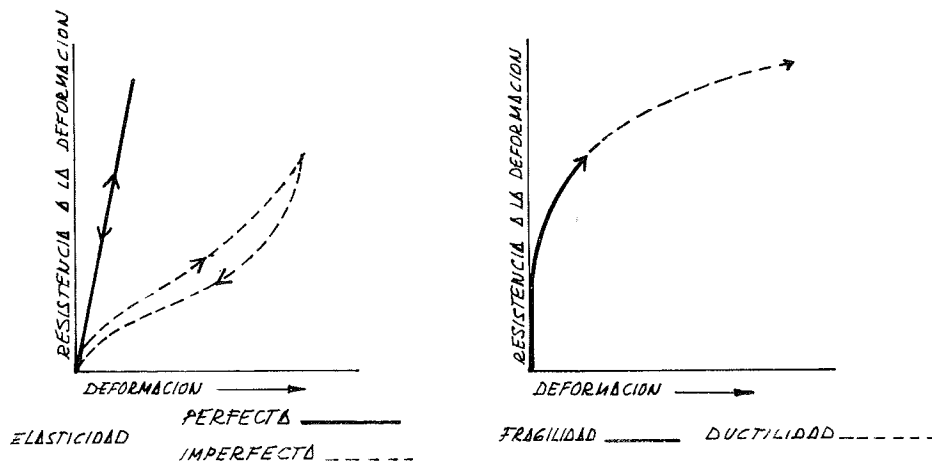


Fig. 1.

La pareja más importante la constituyen la *elasticidad-plasticidad* que se refieren al modo de deformación, es decir, a las deformaciones elásticas y plásticas, siendo estas últimas las que se producen sin roturas en el interior de la probeta. La pareja *ductilidad-fragilidad* se refiere a la magnitud de la deformación, aunque a veces, impropriamente, se aplica a designar formas de rotura. Un material es dúctil hasta rotura, cuando experimenta cambio apreciable de forma; y frágil cuando alcanza la rotura sin cambiar las dimensiones, aparentemente. Podemos analizar estos conceptos desde un punto de vista energético, estableciendo que a los materiales dúctiles corresponde el empleo de una gran energía de deformación, mientras que en los frágiles se almacena muy poca energía de deformación. Desde este mismo enfoque energético podemos decir que la elasticidad equivale a reversibilidad de la energía utilizada en la deformación. Los términos duro y dulce o blando, indican resistencia a la deformación plástica, y son relativos, pues deben referirse a las propiedades normales de los materiales. Así, podemos hablar de aceros dulces y duros o de aluminio duro o dulce.

Estas propiedades no caracterizan de forma única al material, pues dependen también de las condiciones de la sollicitación (velocidad de aplicación del esfuerzo) o de las condiciones del medio (temperatura). En lo relativo al modo de deformación, esto es casi siempre

normal, pues aunque existen materiales, como la escayola, que se mantienen elásticos hasta la rotura, en general los materiales se comportan elásticamente para sollicitaciones débiles, y plásticamente en las proximidades de la rotura. Las rocas, que a la presión atmosférica son frágiles, sometidas a compresiones hidrostáticas de miles de atmósferas, experimentan deformaciones plásticas de consideración. Como ejemplos de combinación de diversas propiedades podemos citar: el acero de alta resistencia, que es duro y dúctil en zona elástica y frágil después; el acero dúctil, que es duro y dúctil, tanto en la zona elástica como en la plástica; el aluminio dulce, que es frágil en zona elástica y dúctil en zona plástica, y el caucho, blando y dúctil en la zona elástica y frágil después.

## CONDICIONES DE UTILIZACION DE LOS MATERIALES

En principio parece que la cualidad ideal para un material resistente consiste en mantenerse elástico hasta rotura; pero ésto no es cierto, pues el material necesita tener aptitud para sufrir deformaciones permanentes localizadas. Esto supone una gran autodefensa estructural contra las concentraciones de tensión, que pueden provenir de irregularidades de forma, propias de la estructura, de defectos locales del material, o de sobretensiones introducidas durante el proceso constructivo.

Los elementos estructurales resistentes, bajo sollicitación dinámica no tienen siempre un comportamiento elástico, pues la energía comunicada, no sólo se disipa por la amortiguación interna, sino que también se disipa por el comportamiento inelástico de dichos elementos estructurales cuando *las deformaciones sobrepasan los límites de elasticidad de los materiales* que forman los mismos. Admitiendo un comportamiento estructural elástico bajo sollicitación dinámica, la capacidad de resistencia estructural frente a sollicitación dinámica será mayor. Por ello, las fuerzas calculadas suponiendo un comportamiento lineal serían mayores que las que realmente se producen bajo la sollicitación dinámica.

La absorción de la energía por la deformación inelástica, no tiene gran importancia cuando las divisiones no estructurales tienen una gran capacidad de absorción de energía; pero en los conjuntos estructurales con divisiones ligeras, de resistencia despreciable, los elementos estructurales resistentes deben absorber toda la energía inelástica.

Por ello, el cálculo de elementos estructurales resistentes a sollicitación dinámica, debe comprender un diseño estructural que se comporte elásticamente bajo sollicitaciones dinámicas pequeñas, pero que se deformen inelásticamente, sin derrumbarse, bajo sollicitaciones dinámicas importantes.

En general, no es la rotura lo que manda en la determinación del margen de la utilización de los materiales. En la mayor parte de los casos, lo que manda, es el tránsito de zona elástica a zona plástica, que resulta en la práctica bien definido, para los metales dúctiles, por el límite de fluencia. Otras veces, en sollicitación de compresión aparece el fenómeno de pandeo, que marca, para todas las sollicitaciones en que intervienen tensiones de compresión, un límite de inestabilidad del equilibrio. En los materiales muy deformables sometidos a flexión, puede existir un límite de flechas impuesto por condiciones no resistentes de utilización de la estructura. En todos los casos, determinando el punto límite, las condiciones de utilización del material se definen dividiendo las características numéricas de dicho límite, por un parámetro denominado coeficiente de seguridad.

## CRITERIOS DE ROTURA

La rotura de un materia cualquiera viene determinada por tres grupos de condiciones:

- 1° Cualidades propias del material (constitución y forma).
- 2° Características de la sollicitación que produce la rotura (estado de tensiones, su variación con el tiempo).
- 3° Condiciones de ambiente (temperatura).

Estos tres grupos de condiciones están concatenados de tal forma que es muy difícil determinar la influencia de cada condición y estudiar aisladamente su relación cuantitativa, e incluso cualitativa, con las magnitudes que definen el fenómeno físico que estudiamos. Así, las condiciones que se refieren a las cualidades del material que se rompe, no se presentan de forma que permita definir las independientemente, pues depende de la sollicitación y de las condiciones externas, y además dichas condiciones externas pueden modificar la constitución del material, produciendo cambios importantes en su estructura interna, *como ocurre en los metales*. El problema radica en la elección de las magnitudes fundamentales que definan el fenómeno de rotura.

Es obvio que se precisa emplear una cierta energía para conseguir la rotura, energía que la proporcionan las fuerzas externas, que dan lugar al estado de tensiones en todo el material y que viene definido por el tensor de tensiones en cada punto. El trabajo desarrollado por las fuerzas externas se invierte, desde el comienzo, en la deformación del material, y cuando llega la rotura, en vencer las fuerzas internas de cohesión del material. *Como es lógico, en los puntos de rotura, los tensores de tensiones son los más desfavorables, y la energía de deformación acumulada máxima*. Estos dos aspectos fundamentales del fenómeno conducen a dos conceptos básicos para definirlo: *tensión de rotura y energía de deformación*.

Los criterios que se utilizan para definir el fenómeno de rotura son:

1°. *Máxima tensión principal*. Se acredita a Lamé y Rankine (1). Determina la rotura independientemente de los otros criterios y establece que el material se rompe cuando la máxima tensión de tracción alcanza el valor obtenido en el ensayo de rotura por tracción simple.

2°. *Máxima dilatación*. Se acredita a Saint-Venant. La máxima dilatación determina la rotura, que tendrá lugar cuando alcance el valor correspondiente a rotura por tracción simple.

3°. *Máxima tensión cortante*. Se acredita a Coulomb y Guest y ha sido modificada posteriormente por Mohr, para tener en cuenta la componente normal de la tensión en los planos de deslizamiento. La rotura tiene lugar cuando la tensión cortante máxima iguala a la mitad de la tensión de rotura por tracción pura. Por tanto, es la diferencia de las dos tensiones principales externas la que determina la rotura.

4°. *Máximo trabajo de deformación*. Se abandonan las tensiones y se toma como base el trabajo invertido en deformación, adoptándose dos criterios: o bien el total por unidad de volumen o bien el de distorsión. Es decir, en este criterio la energía elástica total se divide en dos partes: una asociada a los cambios volumétricos del material y otra asociada a las distorsiones correspondientes al cambio de forma. El primer criterio, acreditado al italiano E. Beltrami, establece que la rotura viene condicionada a realizar un trabajo, por unidad de volumen, igual al que produce la rotura en el ensayo de tracción simple. El segundo criterio, propuesto por el alemán R. Von Mises y el norteamericano H. Hencky, iguala el trabajo de distorsión por unidad de volumen, al correspondiente a la rotura, en tracción simple.

Estos criterios se utilizan para definir, tanto la rotura propiamente dicha como la apa-

---

(1) Una teoría análoga basada en la deformación máxima, fue propuesta por Saint-Venant, no corroborada por vía experimental.

rición de deformaciones plásticas. Es precisamente a partir de la aparición de dichas deformaciones plásticas (iniciación de la rotura) cuando el material cede a la acción de los esfuerzos, aunque, debido al endurecimiento producido por los desplazamientos internos, que aumentan su capacidad de resistencia, no se rompe pero disminuye sus reservas hasta que éstas se agotan, produciéndose entonces la rotura. Esta fase intermedia, denominada *fluencia*, debe considerarse dentro del fenómeno de la rotura, aunque en ciertos casos puede estar ausente; pero precisamente ésta ausencia es fundamental para la clasificación y la interpretación posterior, de las formas de rotura.

## INTERPRETACION DE LA ROTURA DE METALES

Las experiencias sobre rotura de metales se deben a Ludwik, que dio lugar a una teoría con la que se encuentra estrictamente relacionada la teoría de Kuntze, basada en los conceptos de *resistencia cohesiva* y de *fluencia*.

Se admite en el metal una resistencia absoluta a rotura que es función únicamente de la deformación unitaria total que experimente. Por tanto, existirá una curva que define la resistencia a rotura del material en relación con la deformación unitaria total que sufra en cada caso. El fenómeno de fluencia viene definido por la curva tensiones-deformaciones, que representa en cada caso la variación de la resistencia a deformarse con la deformación unitaria sufrida (fig. 2).

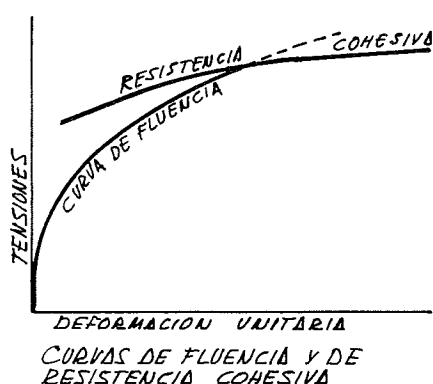


Fig. 2.

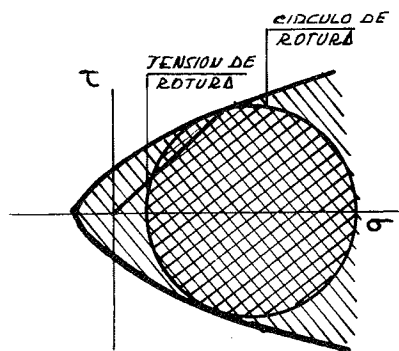
Las curvas de resistencia cohesiva y la curva de fluencia se obtienen para condiciones externas diferentes, pues si al llegar a una cierta deformación unitaria el metal se rompe, se acaba la curva de fluencia. Si queremos obtener un punto de la otra curva correspondiente a una deformación unitaria dada, es necesario recurrir a algún artificio, por ejemplo, deformarlo a temperatura normal y llevarlo a romper a temperaturas muy bajas.

Por intersección de las dos curvas se obtiene el punto de rotura para las condiciones externas que definen la curva de fluencia. Por lo tanto, la rotura se verifica para un valor de la deformación unitaria para el cual las resistencias a deformación y a rotura son iguales.

Relacionado con la resistencia a rotura de los metales, se encuentra el análisis de las tensiones residuales en superficie, mediante la técnica de difracción por rayos X (objeto de estudio en capítulo aparte) necesario para el diseño a la fatiga. Consiste en determinar los desplazamientos de los "picos" para varias incidencias de rayos X, para después calcular, en función de los mismos, las tensiones residuales.

## INTERPRETACION DE LA ROTURA EN MATERIALES FRAGILES

La rotura en materiales frágiles se estudia mediante la *curva de resistencia intrínseca*, que representa las condiciones de rotura, o de iniciación de la fluencia, en un sistema plano rectangular  $\tau = f(\sigma)$ , teniendo sólo validez física los puntos situados en el interior de la curva. Representando en el mismo sistema de coordenadas los círculos de Mohr, de éstos sólo quedarán dentro de la curva los que correspondan a sollicitaciones resistidas por el material, y en el caso límite, es decir, para las condiciones de rotura, la curva de resistencia intrínseca y el círculo de Mohr han de ser tangentes (fig. 3).



ENVOLVENTE DE LOS CIRCULOS DE MOHR DE ROTURA

Fig. 3.

Realizando los ensayos correspondientes a sollicitaciones con estados de tensión perfectamente definidos y trazando los círculos de Mohr de rotura, obtenemos una forma de trazar prácticamente, para cualquier material, la curva de resistencia intrínseca.

## RELACION DE LOS DIVERSOS TIPOS DE SOLICITACION CON LA CURVA DE RESISTENCIA INTRINSECA

1°. *Rotura por tracción o compresión.* El círculo de Mohr pasa por el origen. Existe una gran diferencia entre las condiciones correspondientes a los materiales dúctiles (acero) y los frágiles (hormigón), debido a que en los primeros las tensiones de rotura son aproximadamente iguales en ambas formas de sollicitación, mientras que en los segundos es mucho menor la tensión de rotura en la sollicitación de tracción que en la de compresión. (fig. 4).

### CONDICIONES DE ROTURA PARA DISTINTAS SOLICITACIONES

#### ROTURA POR TRACCION O COMPRESION

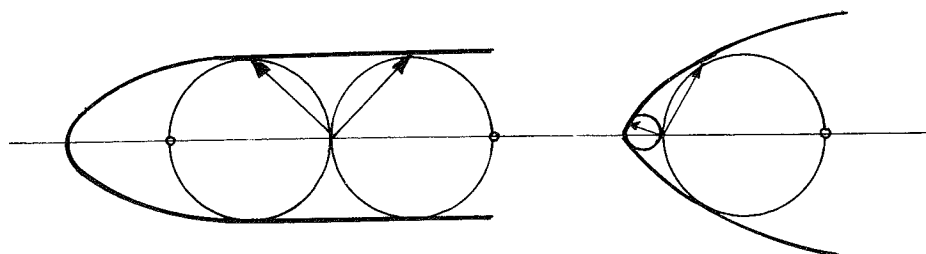


Fig. 4.

MATERIALES DUCTILES

MATERIALES FRAGILES

2º. *Rotura por cortadura pura*. El círculo de Mohr tiene su centro en el origen. Este modo de sollicitación no corresponde realmente a casos prácticos, pero define la resistencia al deslizamiento interno y caracteriza la curva de resistencia intrínseca en los materiales dúctiles, al dar la separación de sus ramas en el eje vertical (fig. 5).

ROTURA POR CORTADURA PURA

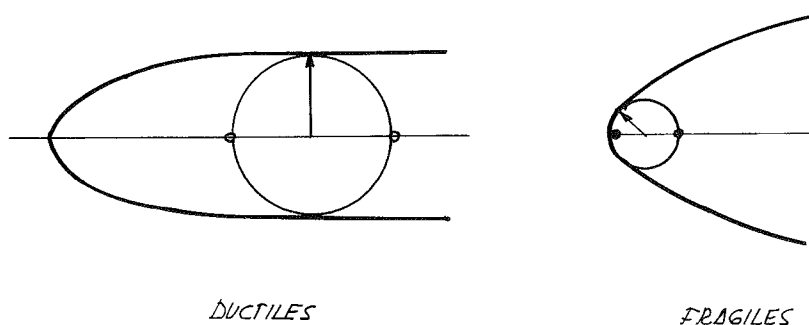


Fig. 5.

3º. *Rotura por tracción triple*. Esta sollicitación se define por las tensiones principales de tracción. El círculo de Mohr se desplaza hacia la izquierda y se observa, especialmente en materiales frágiles, que sus condiciones de trabajo empeoran, pues los círculos tangentes a la curva tienen cada vez menor radio. Es mucho más difícil de realizar que la compresión triple y tienen menos importancia práctica. (fig. 6).

4º. *Rotura por compresión triple*. Esta sollicitación se define por las tensiones principales de compresión. El círculo de Mohr se aparta del origen. (fig. 7).

ROTURA POR SOLICITACION TRIPLE

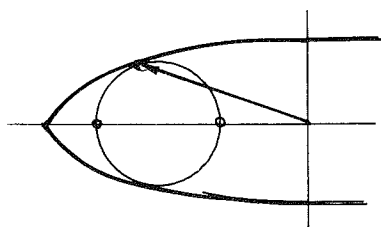


Fig. 6.

TRACCION TRIPLE

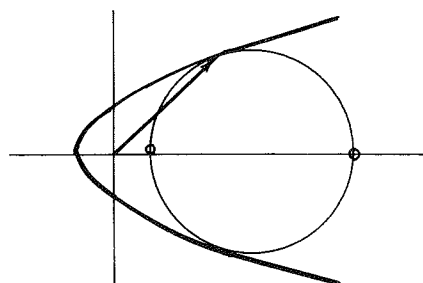


Fig. 7.

COMPRESION TRIPLE

5°. *Rotura por compresión y tracción combinada.* Ateniéndonos a los resultados anteriores, con respecto a la forma de las curvas de resistencia intrínseca se observa que para todos los materiales se obtienen curvas simétricas respecto al eje horizontal (aunque en realidad se trata de superficies de revolución que se definen por la curva generatriz) con un vértice a la izquierda del origen, cuya abscisa define el valor de la *cohesión*. La ordenada en el origen define *la resistencia al deslizamiento plástico* (fig. 8).

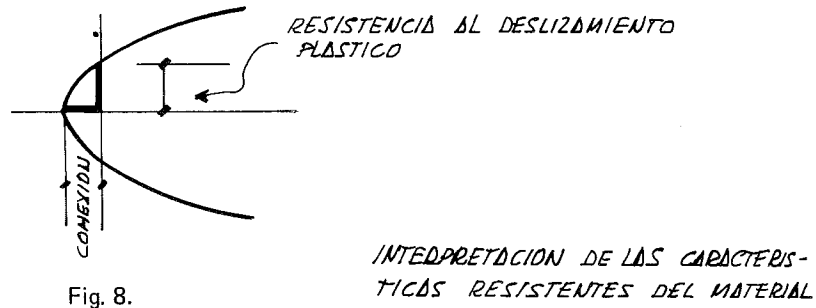


Fig. 8.

En la curva de resistencia intrínseca encontramos elementos para definir, adecuadamente, las propiedades de los materiales que tienen relación con el fenómeno de resistencia, como son la ductilidad y la fragilidad.

## REFERENCIAS

1. J.E. Shigley. Diseño en Ingeniería Mecánica.
2. E.P. Popov. Mecánica de Materiales.
3. A. Geller. Science of Materials.
4. A. Komar. Materiaux et Eléments de Construction.
5. A. Griffith. The phenomena of rupture and flow of solids.

# Ductilidad seccional y redistribución de esfuerzos en estructuras hiperestáticas de hormigón armado y pretensado

Antonio R. Marí  
Profesor Titular - Departamento de Estructuras  
E.T.S. Ingenieros de Caminos, C. y P. de Barcelona

## RESUMEN

En primer lugar, se muestra la conveniencia de garantizar un mínimo de ductilidad en las secciones críticas de pórticos y vigas continuas de hormigón armado, para evitar roturas localizadas bajo niveles de carga inferiores al de proyecto, mediante el análisis no lineal de dos ejemplos concretos.

Tras plantear las relaciones analíticas entre los diversos parámetros que intervienen en el comportamiento seccional en rotura, se describe un procedimiento para el dimensionamiento de secciones rectangulares con un nivel de ductilidad prefijado.

Por otra parte, se hace una revisión del tratamiento que diversas normativas dan al tema de las condiciones de ductilidad exigidas a las secciones críticas para garantizar un nivel de redistribución de esfuerzos, así como para aceptar el análisis lineal elástico, estableciendo comparaciones y sugiriendo la modificación de la normativa española en relación con estos aspectos.

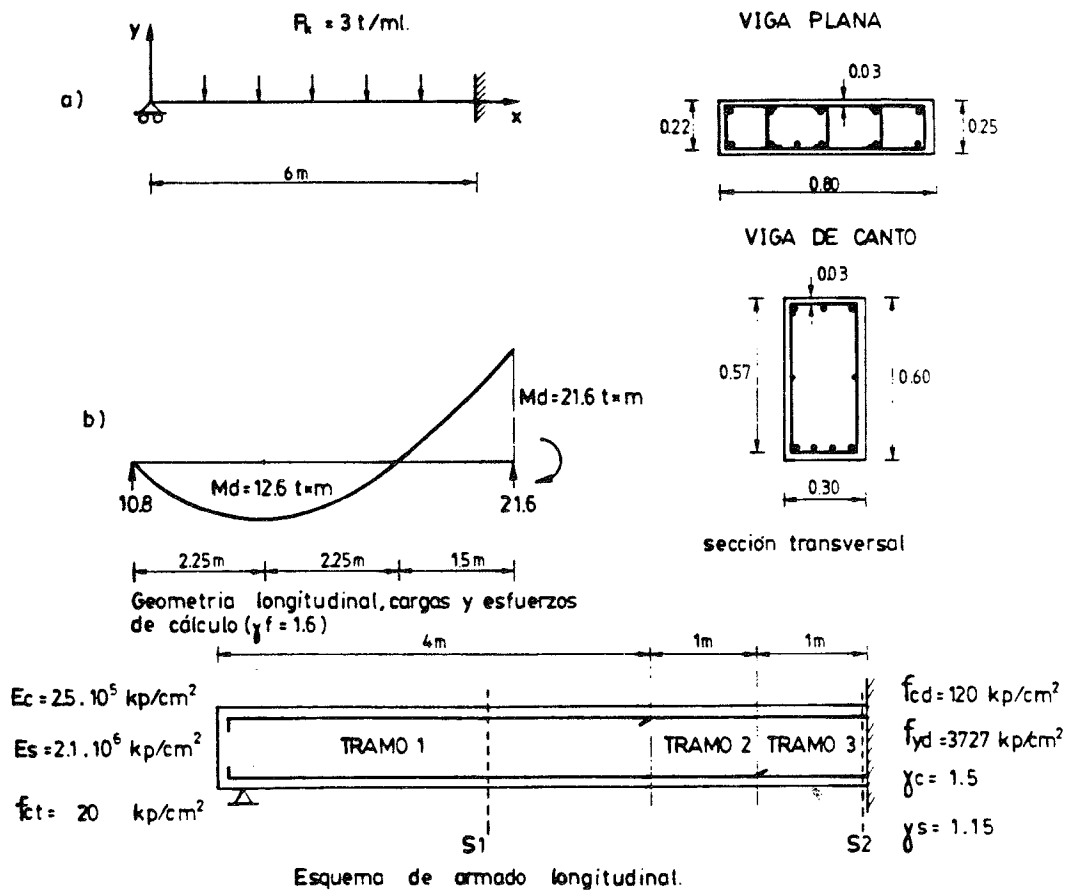
Por último, se presentan algunos ejemplos de dimensionamiento de vigas para diversos niveles de redistribución, extrayendo conclusiones relativas a la economía y racionalidad de las soluciones presentadas.

## 1. INTRODUCCION

En la actualidad es muy frecuente, e incluso queda reflejado en la normativa, la utilización del cálculo lineal con redistribución limitada para la obtención de los esfuerzos que se deben considerar en el dimensionamiento de las armaduras en estructuras de hormigón. Tal tipo de cálculo satisface las condiciones de equilibrio de la estructura (si ello se tiene en cuenta en la redistribución de esfuerzos), pero para poder aplicarlo es necesario garantizar las condiciones de compatibilidad. Tales condiciones consisten en asegurar que las secciones críticas son capaces de “girar”, una vez alcanzan un cierto nivel de sollicitación, lo suficiente para no cargarse más y “transmitir” esfuerzos a otras zonas menos cargadas.

Debe satisfacerse, por tanto, una *condición de ductilidad* en las secciones críticas que garantice el nivel de redistribución de esfuerzos adoptado en los cálculos. Además, es deseable que dicha condición de ductilidad sea sencilla y se exprese en términos de parámetros que el proyectista maneje usualmente y pueda controlar, sin tener que acudir a cálculos muy complejos.

Por otra parte, el cálculo lineal-elástico, sin redistribución alguna, se acepta como válido en nuestro país, presuponiéndose que proporciona siempre resultados conservadores con relación al comportamiento real de la estructura. Sin embargo, en el caso de jácenas con grandes cuantías de armadura en las secciones críticas, puede no ocurrir así, ya que la fisuración puede provocar una redistribución de esfuerzos en sentido contrario al deseado, cargándose las zonas más rígidas (con mayor cuantía) que son las más solicitadas. Si estas zonas presentan una capacidad pequeña o nula de rotación plástica es posible que se alcance el agotamiento en ellas para un valor de la carga inferior al calculado elásticamente. Veámoslo en un ejemplo concreto.



VIGA TIPO	S-1	TRAMO 1		TRAMO 2		TRAMO 3		S-2
	$\mu d$	$A_{sup}$	$A_{inf}$	$A_{sup}$	$A_{inf}$	$A_{sup}$	$A_{inf}$	$\mu d$
VIGA DE CANTO	0.11	2.26 2 Ø 12	6.78 6 Ø 12	12.45 11 Ø 12	6.78 6 Ø 12	12.45 11 Ø 12	2.26 2 Ø 12	0.20
VIGA PLANA	0.26	2.26 2 Ø 12	19.4 8 Ø 16 3 Ø 12	35.4 17 Ø 16	19.4 8 Ø 16 3 Ø 12	35.4 17 Ø 16	9.13 4 Ø 16 1 Ø 12	0.47

Fig. 1.1

En la figura 1.1 se muestra una viga de 6 m de luz, de hormigón armado, apoyada en un extremo y empotrada en el otro, que debe resistir una carga uniforme de 3 t/m (sin mayorar).

Con objeto de ilustrar lo anteriormente explicado, se han dimensionado dos vigas distintas, una jácena de canto y otra plana, cuyas características geométricas, mecánicas y disposiciones de armaduras se muestran en la citada figura, así como los esfuerzos de cálculo, obtenidos elásticamente.

La jácena plana resulta, en la sección de apoyo, fuertemente armada, con unas cuantías mecánicas  $w = 0,62$ ,  $w' = 0,16$ , mientras que en la viga de canto las cuantías en la misma sección son  $w = 0,235$  y  $w' = 0$  (teórica), respectivamente.

Se ha realizado un análisis no lineal de ambas estructuras (según el método explicado en la referencia 8), estudiando el comportamiento de las mismas a medida que aumenta la carga  $P$ , hasta llegar a rotura. En la figura 1.2 se muestra la evolución de los momentos flectores en vano (sección  $x = 2,25$  m) y apoyo, en valor absoluto, en función de  $P$ .

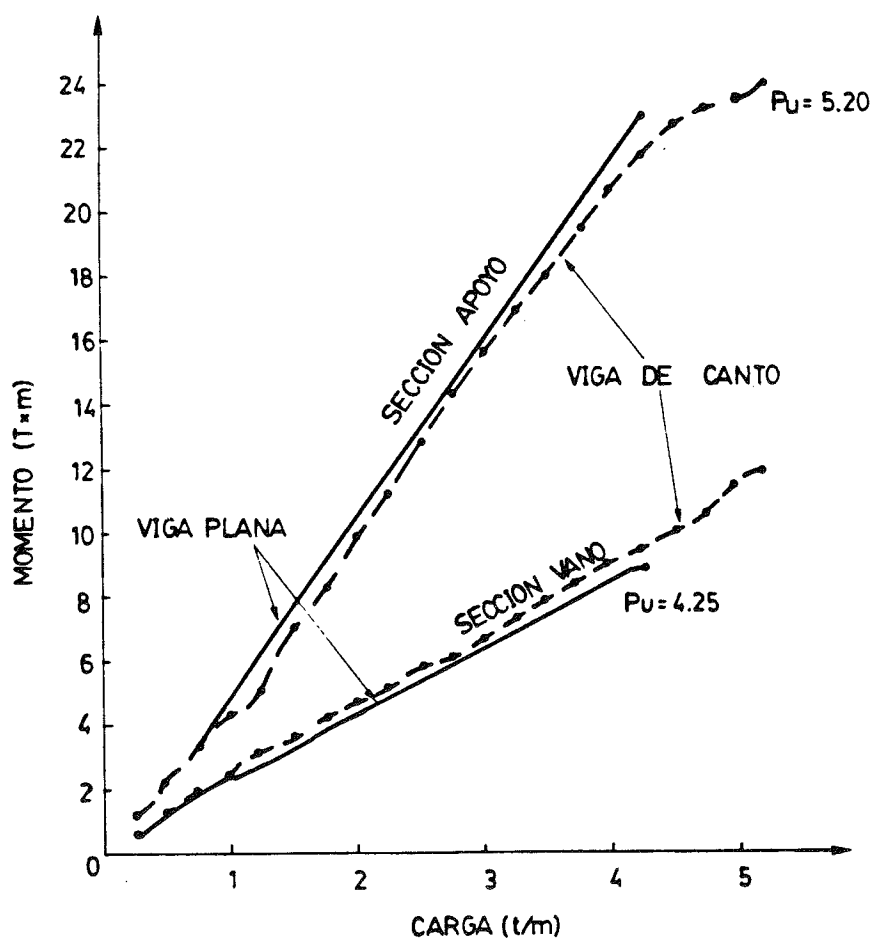


Fig. 1.2.

En la jácena plana, la fisuración provoca un aumento del momento en el empotramiento, con relación al reparto elástico, que se mantiene hasta la rotura de dicha sección (rotura crítica). La escasa capacidad de rotación de la misma impide alcanzar la carga última de di-

seño ( $P_u = 3 \times 1,6 = 4,8 \text{ t/m}$ ), quedándose en 4,25, lo que implica un descenso apreciable del coeficiente (determinista) de seguridad ( $\gamma_f = 1,42$ ). La redistribución de esfuerzos es del 10,3 por 100 en sentido ascendente.

La jácena de canto, por el contrario, tiene un comportamiento sensiblemente más dúctil. Al alcanzarse la plastificación de la armadura en la sección de apoyo, ésta no se agota sino que sigue deformándose, lo que permite aumentar más la carga, transmitiéndose esfuerzos hacia la zona de centro de vano. El colapso se produce cuando también la sección del vano se plastifica, lo cual se alcanza para una carga  $P_u = 5,20 \text{ t/m}$ . Como se ve, en este caso existe una "reserva de resistencia" de un 8,3 por 100.

Existen numerosas investigaciones relacionadas con el tema que aquí abordamos, una muestra de las cuales son las referencias que se citan al final, y que han constituido un excelente punto de partida del trabajo aquí presentado.

Sin embargo, el tema no queda cerrado, al menos en nuestro país, donde constatamos una ausencia de preocupación, en general, por garantizar un nivel de ductilidad en las estructuras de hormigón.

En este sentido, el presente trabajo trata de contribuir a una mejor comprensión del comportamiento de las secciones y estructuras de hormigón armado y pretensado en estado límite último, y al establecimiento de criterios o recomendaciones de proyecto de cara a conseguir estructuras suficientemente dúctiles sin, por ello, ser más caras.

## 2. DETERMINACION DEL COMPORTAMIENTO SECCIONAL EN ROTURA, EN FUNCION DE LAS CUANTIAS DE ARMADURA

### 2.1. Dominios de rotura en hormigón armado

La rotura de una sección de hormigón armado se define, convencionalmente, por los dominios de deformación (fig. 2.1).

Cuando la sección está sometida a flexión simple, la rotura puede producirse en los dominios 2, 3 y 4. El plano frontera entre los dominios 3 y 4 (plano en el que  $\epsilon_c = 0,0035$ ,  $\epsilon_s = \epsilon_y$ ) es el que separa la rotura dúctil de la frágil. (Dominios 2 y 3 son dúctiles, dominio 4, con  $\epsilon_s < \epsilon_y$ , es frágil).

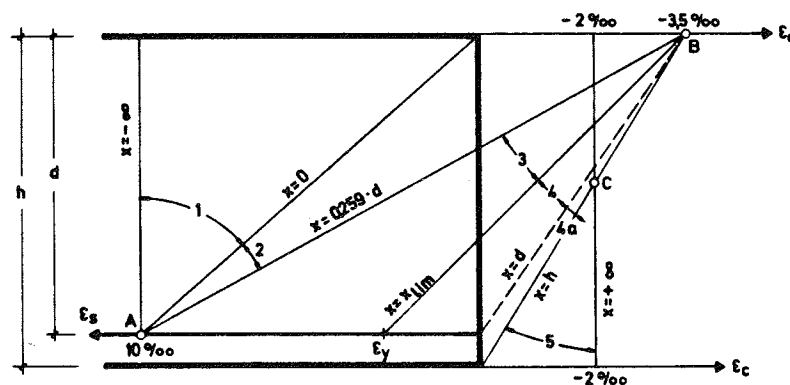


Fig. 2.1. Dominios de deformación.

## 2.2. Ecuaciones de equilibrio seccional en flexión pura

De acuerdo con el esquema de la figura 2.2 se obtiene:

$$0 = C + A_s' \sigma_s' - A_s \sigma_s \quad \Sigma F_H = 0 \quad (2.1)$$

$$M_d = C \cdot Z + A_s' \cdot \sigma_s' (d - d') \quad \Sigma M_A = 0 \quad (2.2)$$

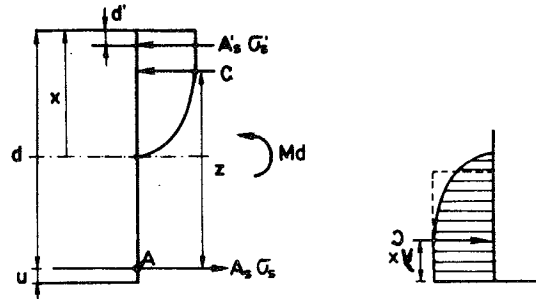


Fig. 2.2. Tensiones y esfuerzos en la sección.

siendo:

$$C = \psi f_{cd} \cdot b \cdot x \quad (2.3)$$

$$Z = d - \lambda x \quad (2.4)$$

se tiene que:

$$0 = \psi f_{cd} \cdot b \cdot x + A_s' \cdot \sigma_s' - A_s \cdot \sigma_s \quad (2.5)$$

$$M_d = \psi f_{cd} \cdot b \cdot x (d - \lambda x) + A_s' \cdot \sigma_s' (d - d') \quad (2.6)$$

Los valores de  $\psi$  y  $\lambda$  dependen de la deformación de la fibra extrema del hormigón en compresión,  $\epsilon_c$ , y adoptan, por tanto, expresiones diferentes según el dominio de deformación. Sus valores, en función de  $\xi = x/d$ , quedan reflejados en la tabla 2.1, extraída directamente de la referencia 13.

**TABLA 2.1**  
**VALORES DE  $\psi$  Y  $\lambda$  EN EL DOMINIO 2**

$\xi$	$\psi$	$\lambda$
0,0800	0,31601	0,34746
0,0900	0,35104	0,34978
0,1000	0,38477	0,35227
0,1100	0,41708	0,35495
0,1200	0,44783	0,35784
0,1300	0,47690	0,36097
0,1400	0,50415	0,36436
0,1500	0,52941	0,36806
0,1600	0,55253	0,37209
0,1667	0,56673	0,37502
0,1700	0,57333	0,37652
0,1800	0,59185	0,38126
0,1900	0,60842	0,38611
0,2000	0,62333	0,39091
0,2100	0,63683	0,39559
0,2200	0,64909	0,40011
0,2300	0,66029	0,40444
0,2400	0,67056	0,40857
0,2500	0,68000	0,41250
0,2590	0,68788	0,41587
0,2593	0,6881	0,416

Puestas en forma adimensional, las *ecuaciones de equilibrio* quedan así (dividiendo la primera por  $f_{cd} \cdot b \cdot d$  y la segunda por  $f_{cd} \cdot b \cdot d^2$ ):

$$0 = \psi \cdot (x/d) + w' \frac{\sigma_s'}{f_{yd}} - w \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \quad (2.7)$$

$$\mu_d = \psi \cdot (x/d) \cdot [1 - \lambda (x/d)] + w' \cdot (1 - \frac{d'}{d}) \quad (2.8)$$

donde:

$$\mu_d = \frac{Md}{f_{cd} \cdot b \cdot d^2} \quad \text{Momento relativo o adimensional} \quad (2.9)$$

$$w = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{f_{cd} \cdot b \cdot d} \quad \text{Cuantía mecánica de armadura de tracción} \quad (2.10)$$

$$w' = \frac{A_s' \cdot f_{yd}}{f_{cd} \cdot b \cdot d} \quad \text{Cuantía mecánica de armadura de compresión} \quad (2.11)$$

### 2.3. Valor de la profundidad de la fibra neutra en rotura

De la ecuación de equilibrio de fuerzas, despejando  $x/d$  se tiene:

$$x/d = \frac{w \frac{\sigma_s}{f_{yd}} - w' \cdot \frac{\sigma_s'}{f_{yd}}}{\psi} \quad (2.12)$$

Esta expresión, que es totalmente general y válida para los dominios 2, 3 y 4, adopta formas muy sencillas en los dominios 2b y 3, que son los más deseables por cuanto suponen una rotura dúctil, con máximo aprovechamiento de los materiales.

Por ello, y por tratarse de los casos más frecuentes en flexión simple, en lo que sigue nos limitaremos a los dominios 2b (con la armadura de compresión plastificada) y 3.

#### Dominio 2.b

$$\frac{x}{d} = 1,103 (w - w') + 0,0625 ; \quad 0,095 \leq w - w' \leq 0,1784 \quad (2.13)$$

#### Dominio 3

$$\frac{x}{d} = \frac{w - w'}{0,6881} = 1,4533 (w - w') ; \quad 0,1784 \leq w - w' \leq (w - w')_{\text{lím}} \quad (2.14)$$

El valor de  $(w - w')_{\text{lím}}$  se obtendrá a continuación.

## 2.4. Caracterización del dominio de rotura

Para saber si la rotura de la sección será dúctil o frágil, basta comparar el valor de  $x/d$  con la profundidad límite, es decir, aquella para la cual el acero tiene una deformación  $\epsilon_s = \epsilon_y$  y el hormigón  $\epsilon_c = -0,0035$ , cuyo valor es:

$$(x/d)_{\text{lím}} = \frac{1}{1 + 1,36 \cdot 10^{-4} f_{yd}} \quad (2.15)$$

Esta condición, en términos de cuantías se transforma, teniendo en cuenta 2.14, en:

$$(w - w')_{\text{lím}} = \frac{0,6881}{1 + 1,36 \cdot 10^{-4} f_{yd}} \quad (2.16)$$

La tabla 2.2 presenta los valores de  $(w - w')_{\text{lím}}$  para diversos casos frecuentes de acero.

TABLA 2.2

ACERO	AEH 400 N ; $f_{yk} = 4100$	AEH 500 N ; $f_{yk} = 5100$
Coefficientes	$\gamma_s = 1,15$	$\gamma_s = 1,10$
$(x/d)_{\text{lím}}$	0,6734	0,6240
$(w - w')_{\text{lím}}$	0,4634	0,4220

Para el caso de que la rotura sea dúctil, ésta puede producirse en los dominios 2 ó 3. Para saberlo, basta establecer el equilibrio de axiles para el plano frontera entre ambos dominios, lo que conduce a:

$$x/d = \frac{w - w'}{0,6881} = 0,2593; \quad w - w' = 0,1784$$

es decir:

$$\text{Si } 0 \leq w - w' < 0,1784 \quad \text{DOMINIO 2} \quad (2.17)$$

$$\text{Si } 0,1784 \leq w - w' < (w - w')_{\text{lím}} \quad \text{DOMINIO 3} \quad (2.18)$$

## 2.5. Curvatura última adimensional

### DOMINIO 2

$$C_u = \frac{0,01}{d-x}; \quad \phi_u = C_u \cdot d = \frac{0,01}{1 - \frac{x}{d}} \quad (2.19)$$

Para el dominio 2.b,  $\phi_u$  adopta una expresión sencilla en función de  $w - w'$ :

$$\phi_u = \frac{0,01}{0,9375 - 1,103 (w - w')} \quad (2.20)$$

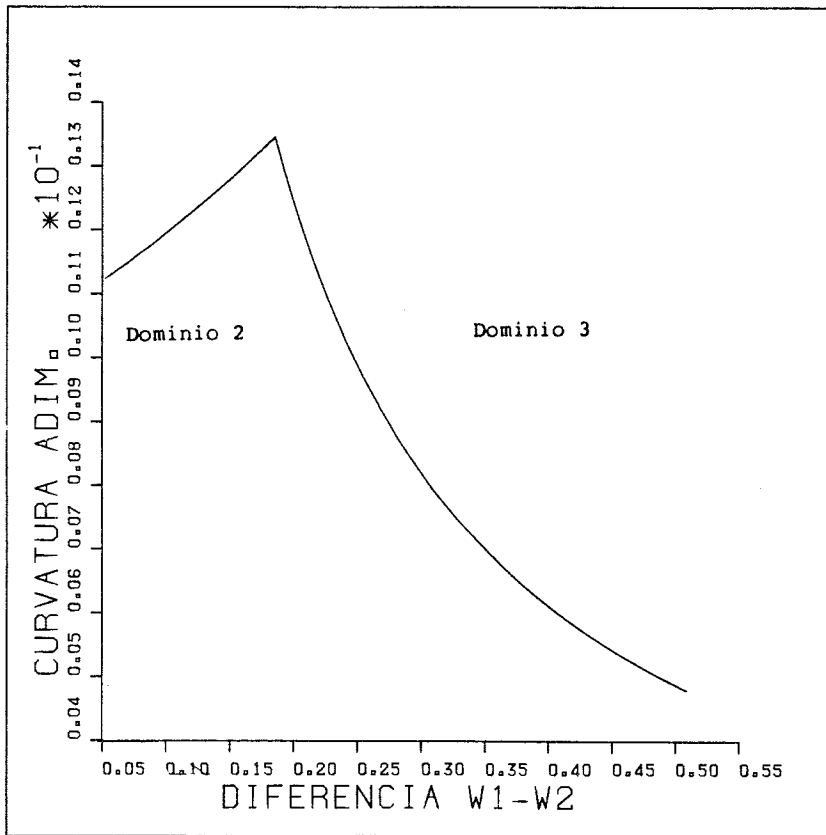


Fig. 2.3.

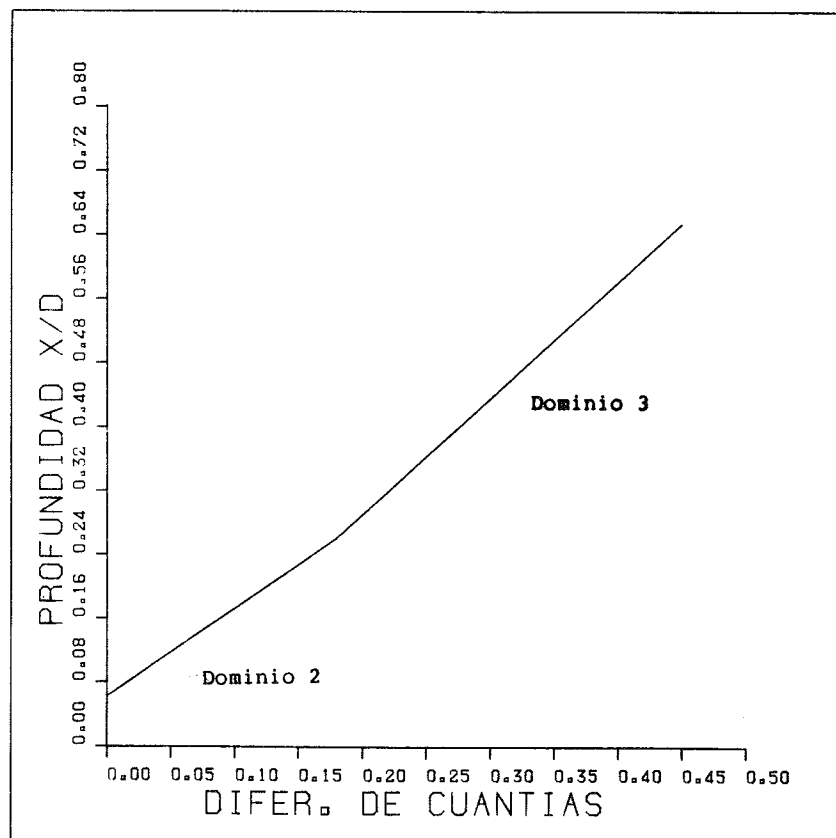


Fig. 2.4.

### DOMINIO 3

$$C_u = \frac{0,0035}{x}; \quad \phi_u = C_u \cdot d = \frac{0,0035}{x/d} \quad (2.21)$$

$$\phi_u = \frac{0,0035}{\frac{w-w'}{\psi}} = \frac{0,002408}{w-w'} \quad (2.22)$$

Estas expresiones se muestran, gráficamente, en las figuras 2.3 y 2.4.

### 2.6. Influencia de un axil de compresión

Al incluir el axil en la ecuación de equilibrio de fuerzas, la profundidad de la fibra neutra se ve afectada, resultando ser:

$$x/d = \frac{\nu_d + w \cdot \frac{\sigma_s}{f_{yd}} - w' \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{yd}}}{\psi} \quad (2.23)$$

que particularizada para los dominios de rotura dúctil queda:

#### Dominio 2.b

$$x/d = \frac{\nu_d + w - w'}{\psi} = 1,103 (\nu_d + w - w') + 0,0625 \quad (2.24)$$

con el intervalo de validez:  $0,095 \leq \nu_d + w - w' \leq 0,1784$ .

#### Dominio 3

$$x/d = \frac{\nu_d + w - w'}{\psi} = 1,453 (\nu_d + w - w') \quad (2.25)$$

con el intervalo de validez:  $0,1784 \leq \nu_d + w - w' \leq 0,45$ . [0,45 es el valor medio de  $(x/d)_{\text{lím}}$ ].

Lo cual quiere decir que para soportes armados simétricamente, ( $w = w'$ ), se garantiza un cierto nivel de ductilidad con axiles relativos inferiores a 0,45 (dominio 3). En tal caso, la curvatura última adimensional vale:

$$\phi_u = \frac{0,0035}{x/d} = \frac{0,00204}{\nu_d + w - w'} = \frac{0,00241}{\nu_d} \quad (2.26)$$

con el intervalo de validez:  $0,1784 \leq \nu \leq 0,45$ .

En las expresiones 2.24 y 2.25 se observa que la presencia de axil relativo de compresión aumenta linealmente el valor de la profundidad relativa de la fibra neutra.

## 2.7. Secciones rectangulares de hormigón pretensado

En secciones pretensadas, la ductilidad o fragilidad de la rotura depende, no sólo de las cuantías mecánicas de armadura, sino también del grado de pretensado del cable,  $K$ , entendiéndose como tal la relación entre la tensión de neutralización y el límite elástico del acero activo:

$$K = \frac{P_n}{A_p \cdot f_{pyd}} \quad (2.27)$$

### 2.7.1. Ecuaciones de equilibrio

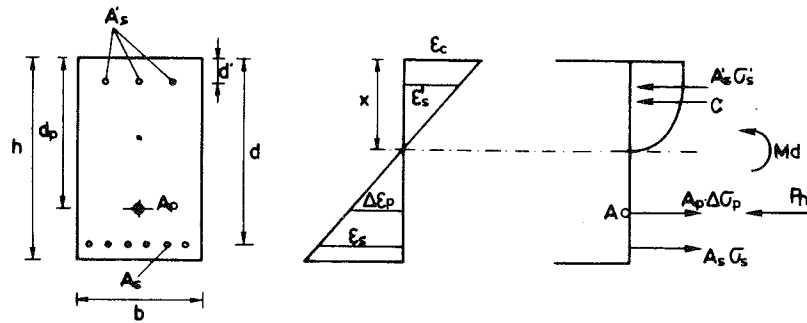


Fig. 2.5. SECCION DEFORMACIONES TENSIONES, ESFUERZOS

De acuerdo con la figura 2.5 se tiene:

$$P_n = \psi \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x + A_s' \cdot \sigma_s' - A_s \cdot \sigma_s - A_p \cdot \Delta \sigma_p \quad (2.28)$$

$$M_d = \psi \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x (d_p - \lambda x) + A_s' \cdot \sigma_s' (d_p - d') + A_s \cdot \sigma_s (d_p - d) \quad (2.29)$$

Haciendo adimensional la ecuación 2.28 y despejando  $x/d$  se tiene:

$$\frac{x}{d} = \frac{w \cdot \frac{\sigma_s}{f_{yd}} - w' \cdot \frac{\sigma_s'}{f_{yd}} + \nu_{pn} + w_p \cdot \frac{\Delta \sigma_p}{f_{ypd}}}{\psi} \quad (2.30)$$

### 2.7.2. Cálculo del grado de pretensado para conseguir rotura dúctil

En caso de que la rotura sea dúctil se cumplirá que:

$$P_n + A_p \cdot \Delta \sigma_p = A_p \cdot f_{pyd} \quad (2.31)$$

con lo cual la ecuación (2.30) queda:

$$x/d = \frac{w + w_p - w'}{\psi} \quad (2.32)$$

Por otra parte, de la ecuación de compatibilidad de deformaciones se tiene que:

$$\Delta \epsilon_p = \epsilon_{cu} \left( \frac{d_p}{x} - 1 \right) = 0,003 \left( \frac{d_p}{d} \cdot \frac{d}{x} - 1 \right) \quad (2.33)$$

Combinando adecuadamente las ecuaciones (2.31), (2.32) y (2.33) y teniendo en cuenta la (2.27), se llega a la expresión:

$$K \geq 1 + \frac{0,003}{\epsilon_{py}} \left( 1 - \frac{d_p}{d} \frac{\psi}{w + w_p - w} \right) \quad (2.34)$$

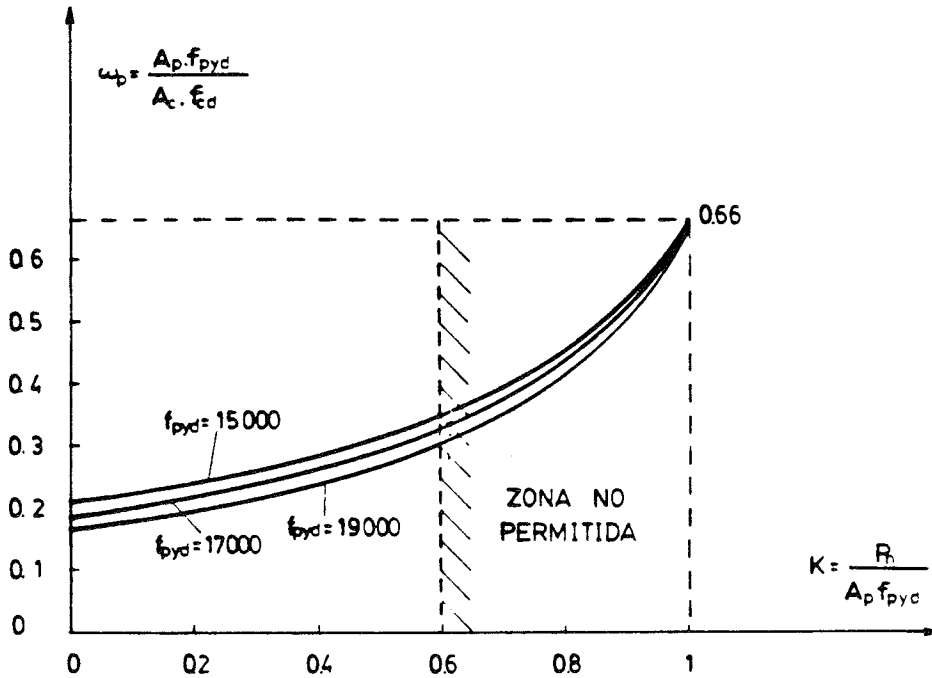
que proporciona el valor de K mínimo para garantizar una rotura dúctil.

En este caso,  $\psi = 0,66$  en lugar de 0,6881, pues la deformación última del hormigón es menor (0,003).

Para el caso de que sólo haya armadura activa, la ecuación (2.34) se transforma en:

$$K \geq 1 + \frac{0,003}{\epsilon_{py}} \left( 1 - \frac{0,66}{w_p} \right) \quad (2.35)$$

En la figura 2.6 se muestra gráficamente esta expresión, así como los valores numéricos. Las normativas suelen limitar el valor de K a 0,6, lo que se indica en la figura por una zona no recomendada. (Véase figura 2.6).



K	$f_{pyd} = 15.000$ $\epsilon_{py} = 0,00652$	$f_{pyd} = 17.000$ $\epsilon_{py} = 0,00739$	$f_{pyd} = 19.000$ $\epsilon_{py} = 0,00826$
1	0,660	0,660	0,660
0,8	0,460	0,442	0,426
0,6	0,353	0,332	0,314
0,4	0,286	0,266	0,249
0,2	0,241	0,222	0,206
0	0,208	0,190	0,176

Fig. 2.6. Valor de la cuantía máxima para que la rotura sea dúctil.

Supuesto que el grado de pretensado es suficientemente alto para garantizar la rotura dúctil, el dominio de rotura se puede conocer planteando el equilibrio de fuerzas en el plano frontera entre los dominios 2 y 3 (los dominios de deformación en hormigón pretensado son distintos).

$$\text{Si } x/d \leq 0,23 \quad w + w_p - w' \leq 0,152 \quad \text{DOMINIO 2} \quad (2.36)$$

$$\text{Si } 0,23 \leq x/d \leq (x/d)_{\text{lím}} \quad w + w_p - w' > 0,152 \quad \text{DOMINIO 3} \quad (2.37)$$

### 3. TRATAMIENTO DADO POR DIVERSAS NORMATIVAS AL TEMA DE LA REDISTRIBUCION DE ESFUERZOS

#### 3.1. Instrucción Española EH-82

En el artículo 29.1 “Determinación de los efectos originados por las acciones”, la normativa española acepta como válidos los principios de la teoría lineal-elástica, sin explicitar condición de ductilidad alguna. También admite, previa justificación, la consideración del comportamiento anelástico de los materiales para la obtención de esfuerzos (cálculo no lineal).

En el caso de utilizar el cálculo lineal con redistribución de esfuerzos, se recomienda especial atención al caso de zonas con armadura supracrítica o sometidas a flexión compuesta, para evitar roturas localizadas.

En el artículo 52.1, correspondiente a las estructuras reticulares planas, se admite una redistribución de hasta un 15 por 100 del máximo momento negativo en dinteles, imponiendo como condición de ductilidad suficiente que la profundidad de la fibra neutra sea menor que 0,45 d (d = canto útil), calculada en estado límite último y en la sección de máximo momento flector negativo.

La ley de Momentos flectores calculada elásticamente, puede desplazarse verticalmente un valor  $0,15 M_{m\acute{a}x}$ , siendo  $M_{m\acute{a}x}$  el máximo momento flector del elemento.

En cuanto a forjados continuos (artículo 47.3.d) se admite una redistribución de momentos por plasticidad, que, como máximo, llegue a igualar en valor absoluto los máximos momentos de vano con los momentos de apoyo.

#### 3.2. Código Modelo CEB-FIP

El Código Modelo 1978, en su artículo nº 8 acepta tres niveles de análisis:

1. Análisis lineal elástico.
2. Análisis lineal con redistribución limitada.
3. Análisis no lineal. (No se comentará en lo que sigue, por quedar fuera del contexto de este artículo).

*El análisis lineal elástico* se recomienda, básicamente, para los estados de servicio. Se llama la atención, en los comentarios, sobre la posibilidad de que el análisis lineal no satisfaga las condiciones de compatibilidad en estado límite último, debiendo las vigas presentar capacidad de rotación plástica suficiente para evitar roturas locales. Para ello se establece la siguiente condición de ductilidad, en vigas continuas y pórticos intraslacionales, con  $l/h \leq 20$ :

$$\text{Hormigón } f_{ck} \leq 350 \text{ kg/cm}^2 \quad x/d \leq 0,45$$

$$\text{Hormigón } 400 \leq f_{ck} \leq 500 \text{ kg/cm}^2 \quad x/d \leq 0,35$$

$x/d$  = profundidad relativa de la fibra neutra en rotura.

Se recuerda que la ductilidad puede aumentarse mediante colocación de armadura transversal y que la profundidad de la fibra neutra puede disminuirse mediante la colocación de suficiente armadura de compresión.

### *Análisis lineal con redistribución limitada*

Se puede reducir el momento en las secciones más solicitadas, calculados elásticamente, de forma que en otras secciones se aumenten los momentos para restablecer el equilibrio.

Las condiciones de ductilidad establecidas son:

- a) Vigas continuas y pórticos intraslacionales, con esbelteces  $\ell/h \leq 20$ :

$$\delta \geq 0,44 + 1,25 x/d \quad \text{para} \quad f_{ck} \leq 350 \text{ Kp/cm}^2$$

$$\delta \geq 0,56 + 1,25 x/d \quad \text{para} \quad 350 \leq f_{ck} \leq 500$$

$\delta$  es el factor por el que hay que multiplicar el momento elástico para redistribuir.  $x/d$  tiene los significados antes explicados.

- b) Vigas continuas y pórticos intraslacionales. Cuando no se cumpla la relación  $\ell/h$  anterior, la máxima redistribución permitida es del 25 por 100, esto es:

$$0,75 \leq \delta \leq 1$$

- c) En pórticos traslacionales:

$$0,9 \leq \delta \leq 1$$

Para pórticos traslacionales sólo se admiten redistribuciones si las columnas presentan esbelteces inferiores a 25.

Estas expresiones son también válidas para hormigón pretensado.

### **3.3. British Standard CP 110-1972**

Se admite una redistribución máxima del 30 por 100, con la condición de ductilidad siguiente:

$$x/d + \beta_r \leq 0,6$$

donde  $\beta_r$  es el factor de redistribución en tanto por uno, es decir:  $\beta_r = 1 - \delta$

$$\text{Para } \beta_r = 0 \text{ (redistribución nula)} \quad x/d \leq 0,6$$

$$\text{Para } \beta_r = 0,3 \text{ (30\% redistribución)} \quad x/d \leq 0,3$$

Para pórticos traslacionales con 4 o más plantas, se admite un máximo de 10 por 100 de redistribución.

Debe satisfacerse el equilibrio, una vez se ha redistribuido.

Ninguna sección deberá tener una capacidad resistente inferior al 70 por 100 del momento máximo producido en cualquier hipótesis de carga.

Para hormigón pretensado, la condición se transforma en:

$$\frac{x}{d} + \beta_r \leq 0,5$$

con una redistribución máxima de 20 por 100.

No se impone condición de ductilidad alguna al análisis lineal elástico.

### 3.4. ACI 318-77

Para elementos a flexión continuos, no pretensados, se permite que los momentos negativos calculados elásticamente se aumenten o disminuyan, para cualquier combinación de carga, en un tanto por ciento igual a:

$$20 \left( 1 - \frac{\rho - \rho'}{\rho_b} \right)$$

donde:

$\rho = \frac{A_s}{bd}$  es la cuantía geométrica de las armaduras de tracción

$\rho' = \frac{A'_s}{bd}$  es la cuantía geométrica de las armaduras de compresión

$\rho_b$  es la cuantía geométrica que produce la rotura crítica (condiciones equilibradas) es decir, aquélla que se produce cuando el hormigón llega a su deformación última ( $\epsilon_{cu} = 0,003$  adoptando en este caso por el ACI) a la vez que el acero alcanza su deformación en el límite elástico  $\epsilon_y = f_{yd}/E_s$ .

La variación permitida sólo puede ser tenida en cuenta si se cumple que  $\rho - \rho' \leq \leq 0,5 \rho_b$ .

No se requiere condición alguna de ductilidad para aceptar como válido el análisis lineal.

En las referencias 10 y 12 se hace una interesante descripción de las posibilidades del método, en cuanto a obtención de estructuras más económicas y suficientemente seguras.

Para *hormigón pretensado* se permite la reducción  $20 \left( 1 - \frac{w + w_p - w'}{0,30 \frac{f_y}{f_{cd}}} \right)$ , en tanto por ciento, donde  $w$ ,  $w_p$  y  $w'$  son las cuantías mecánicas de armadura:  $w = \rho \cdot \frac{f_y}{f_{cd}}$ .

Siempre que se satisfagan las condiciones:

$$\left. \begin{array}{l} w_p \\ w + w_p - w' \\ w_w + w_{pw} - w_w' \end{array} \right\} \leq 0,20$$

donde  $w_w$ ,  $w_w'$  y  $w_{pw}$  son las cuantías mecánicas en secciones en T, referidas al ancho  $b_w$  del alma.

### 3.5. Resumen comparativo

En el cuadro 3.1 se presentan las características más sobresalientes de los tratamientos dados, en las normas antes citadas, al análisis lineal con y sin redistribución de esfuerzos.

De la comparación entre los diversos métodos, cabe destacar lo siguiente:

#### 1. Ambito de aplicación

En general, las normas distinguen entre vigas continuas, pórticos traslacionales y pórticos intraslacionales. La normativa española no hace mención explícita sobre la traslacionalidad o no de los pórticos.

Por otra parte, los criterios adoptados en la EH-82 para estructuras reticulares planas y forjados, parecen responder a filosofías diferentes.

#### 2. Nivel de redistribución

Para pórticos de hormigón armado, la normativa española es la más conservadora, pudiendo redistribuir hasta un 15 por 100 cuando  $x/d < 0,45$ . Las demás normativas ligan el nivel de redistribución, según una expresión lineal, bien a la profundidad de la fibra neutra o bien a la diferencia de cuantías ( $x/d$  en CEB-FIP y CP-110) ( $\rho - \rho'$  y  $w - w'$  en ACI 318-77) y alcanzan niveles superiores.

#### 3. Tratamiento del pretensado

Las estructuras pretensadas tienen tratamiento especial en CP-110 y ACI 318-77, siendo en general tales estructuras menos dúctiles y admitiendo menor grado de redistribución.

#### 4. Condiciones de aceptación del análisis lineal elástico

Todos los códigos, a excepción del CEB-FIP, aceptan el cálculo elástico como válido. Hay que señalar que el límite de ductilidad establecido por el CEB-FIP para aceptar tal tipo de análisis, (que es:  $x/d \leq 0,45$ ), coincide con el nivel de ductilidad requerido por la normativa española para redistribuir hasta un 15 por 100. Esta discrepancia puede estar justificada por la diferencia de coeficientes de mayoración de acciones, quedando, en el caso español, más cubierto el riesgo de roturas frágiles.

Una justificación detallada de la inclusión en el C.M. de la condición de ductilidad para cálculo lineal elástico, se puede encontrar en el boletín del CEB 105, "Comentarios a la pro-

**N O R M A T I V A**

	<b>EH-82 / EP-80</b>	<b>CEB-FIP</b>	<b>CP-110</b>	<b>ACI 318-77</b>
<b>Ambito de Aplicación</b>	Estructuras reticulares, de hormigón armado, planas. Forjados continuos.	Vigas continuas y pórticos de hormigón armado y pretensado.	Vigas continuas y pórticos de hormigón armado y pretensado.	Elementos continuos, a flección, de hormigón armado.
<b>Valor de la redistribución y condición de ductilidad</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\leq 15</math> por 100 del Momento máximo negativo en pórticos.</li> <li>- <math>x/d \leq 0,45</math></li> <li>- En forjados se pueden igualar los momentos de vano y apoyo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Máximo, 25 por 100 en vigas continuas y pórticos intrasacionales, si <math>l/d \leq 20</math></li> <li>- <math>\delta \geq 0,44 + 1,25 x/d</math></li> <li>- <math>f_{ck} \leq 350</math></li> <li>- <math>\delta \geq 0,50 + 1,25 x/d</math></li> <li>- <math>f_{ck} &gt; 350</math></li> <li>- <math>\delta \geq 0,9</math> pórticos traslacionales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Máximo 30 por 100.</li> <li>- <math>(x/d) + \beta_r \leq 0,6</math></li> <li>- Pórticos traslacionales con más de 4 plantas: <math>\beta_r \leq 0,1</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Máximo 20 por 100.</li> <li>- <math>\beta_r (\%) = 20 \left(1 - \frac{\rho - \rho'}{\rho_b}\right)</math></li> <li>- <math>\rho - \rho' \leq 0,5 \rho_b</math></li> <li>- Equivale aprox. a</li> <li>- <math>\delta \geq 0,8 + 0,32 x/d</math></li> </ul>
<b>Hormigón pretensado</b>	En forjados, igual que en hormigón armado. En pórticos no se contempla.	Igual que en hormigón armado	$\frac{x}{d} + \beta_r \leq 0,5$ Máximo 20 por 100	$\beta_r (\%) = 20 \left(1 - \frac{w + w_p - w'}{0,30}\right)$
<b>Restricciones al Cálculo lineal</b>	NINGUNA	$x/d \leq 0,45$	NINGUNA	NINGUNA
<b>Otras consideraciones y comentarios</b>	Desplazamiento vertical de la ley de Momentos, en un valor $0,15 M_{m\acute{a}x}$	Debe satisfacer el equilibrio con los esfuerzos redistribuidos	Equilibrio tras la redistribución. Todas las secciones deben tener, al menos, una capacidad igual al 70 por 100 del Momento Máximo	Permite redistribuir para cualquier hipótesis de carga. Jugando con los niveles de redistribución, se pueden conseguir estructuras más económicas.

**CUADRO 3.1. Tratamiento del tema de la redistribución en diversas normativas.**

puesta de la Comisión XI", Lausanne 1975, por G. Macchi.

Sin embargo, el establecimiento de esta condición de ductilidad para aceptar el análisis lineal, apenas grava económicamente la estructura, como se verá posteriormente.

### 3.6. Comentarios generales

Del examen de las propuestas de los diferentes códigos pueden extraerse algunas conclusiones generales:

- El nivel de redistribución de esfuerzos debe ir ligado a uno o varios parámetros, y no ser independiente de las características de la estructura. ( $\delta = f(A, B, \dots)$ ).
- En todas las normativas estudiadas, a excepción de la española, el nivel de redistribución es una función lineal del parámetro utilizado  $\delta = A\rho + B$ . La CP-110 y el C.M. CEB-FIP son totalmente equivalentes ( $\beta_r = 1 - \delta$ ) con lo que:

$$\delta \geq 0,4 + \frac{x}{d} \quad \text{British Standard}$$

$$\delta \geq 0,44 + 1,25 \frac{x}{d} \quad \text{(CEB-FIP)}$$

En cuanto a la ACI-318, aunque formalmente parezca muy distinta, también corresponde a una variación lineal de la profundidad de la fibra neutra. En efecto, según la ACI:

$$\beta_r \times 100 = 20 \left( 1 - \frac{\rho - \rho'}{\rho_b} \right); \quad \text{siendo } \frac{\rho - \rho'}{\rho_b} \leq 0,5$$

Tal como se ha visto en el apartado 2.3, del equilibrio de axiles en la sección se tiene, suponiendo ambas armaduras plastificadas en rotura:

$$\frac{x}{d} = \frac{w - w'}{\psi} = \frac{(\rho - \rho') \cdot f_{yd}}{\psi \cdot f_{cd}} \quad \rho - \rho' = \psi \cdot (x/d) \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

Por otra parte, la cuantía geométrica crítica vale:

$$\rho_b = \psi \cdot (x/d)_{\text{lím}} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

Con lo que la expresión  $\frac{\rho - \rho'}{\rho_b}$  queda:

$$\frac{\rho - \rho'}{\rho_b} = \frac{(x/d)}{(x/d)_{\text{lím}}}$$

$$\text{siendo: } (x/d)_{\text{lím}} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y}$$

$$\beta_r \cdot 100 \leq 20 \left[ 1 - (x/d) \cdot \frac{\epsilon_{cu} + \epsilon_y}{\epsilon_{cu}} \right]$$

El valor que el ACI adopta para  $\epsilon_{cu}$  en el cálculo de  $(x/d)_{lim}$  es de  $\epsilon_{cu} = 0,0030$ . Para valores usuales de  $\epsilon_y = f_{yd}/E_s$  ( $\epsilon_y \cong 0,0018$ ) resulta:

$$\frac{\epsilon_{cu} + \epsilon_y}{\epsilon_{cu}} = 1,6$$

con lo cual:

$$\beta_r \leq 0,2 \left(1 - 1,6 \frac{x}{d}\right) = 0,2 - 0,32 \frac{x}{d},$$

con lo cual queda:

$$\delta = 1 - \beta_r \geq 0,8 + 0,32 \frac{x}{d}$$

Vemos, por tanto, que también la expresión del ACI expresa la redistribución en función de  $x/d$  con la limitación  $\frac{\rho - \rho'}{\rho_b} \leq 0,5$ ; lo que equivale a  $x/d \leq 0,3125$ .

Adoptando para A y B (de la ecuación  $\delta = A \cdot \frac{x}{d} + B$ ) los valores establecidos en las diferentes normativas (según lo visto en este capítulo), se ha confeccionado la tabla 3.2, en la que figuran los valores máximos de  $w - w'$ , ligados a un nivel de redistribución de esfuerzos, en vigas continuas y pórticos intraslacionales.

TABLA 3.2

NIVEL DE REDISTRIBUCION DE ESFUERZOS	MAXIMA DIFERENCIA DE CUANTIAS ( $w - w'$ )			
	EH - 82	CEB-FIP	CP-110	A.C.I.
Redistribución nula	(*)	0,31	(*)	(*)
Redistribución 5 por 100	0,31	0,28	0,38	0,32
Redistribución 10 por 100	0,31	0,25	0,34	0,21
Redistribución 15 por 100	0,31	0,23	0,31	0,11
Redistribución 20 por 100	(**)	0,20	0,27	0,00
Redistribución 25 por 100	(**)	0,17	0,24	(**)
Redistribución 30 por 100	(**)	(**)	0,21	(**)

(\*) No se impone condición de ductilidad alguna.

(\*\*) No se admite este nivel de redistribución.

- Un parámetro muy fácilmente controlable por el proyectista es la cuantía de armaduras (de tracción y compresión), que obviamente va ligado a la profundidad de la fibra neutra, pero es más tangible. En este sentido, la normativa ACI marca una línea interesante, aunque consideramos más apropiada la cuantía mecánica.
- Los criterios de redistribución de esfuerzos deben responder a una filosofía común, sea cual sea el tipo de estructura, aunque se establezcan expresiones o limitaciones diferentes en cada caso.
- Debe garantizarse la satisfacción del equilibrio en la estructura una vez se ha variado el momento en la sección crítica.

- Deberían reflejarse más en la normativa algunos aspectos, como son:
  - Niveles de redistribución en estructuras traslacionales.
  - Influencia de las calidades de los materiales en la capacidad de rotación plástica y en el nivel de redistribución.
  - Efectos del pretensado en la ductilidad y redistribución de esfuerzos.
- El tratamiento que el CEB realiza está basado en los trabajos de Macchi, Siviero y otros Investigadores (referencias 1, 2, 3, 4 y 5) y reflejan estudios, tanto de tipo analítico y numérico (simulación de roturas mediante métodos de análisis no lineal) como experimentales (programas coordinados por el C.E.B. y otros). Su aplicación a las estructuras construidas en nuestro país es, en principio, aceptable; si bien sería deseable una verificación experimental, a escala próxima a la real, con los materiales usuales actualmente, cubriendo las tipologías de edificación más usuales (en especial los pórticos con jácenas planas).

#### 4. DIMENSIONAMIENTO DE LAS ARMADURAS PARA UN NIVEL DADO DE REDISTRIBUCION DE ESFUERZOS

De acuerdo con lo visto en el capítulo 3, el nivel de redistribución de esfuerzos ( $\beta_r$  ó  $\delta = 1 - \beta_r$ ) en las secciones críticas viene ligado a la profundidad de la fibra neutra  $x/d$  en rotura, según una relación lineal (condición de ductilidad):

$$\delta \geq A + B \cdot \frac{x}{d}; \quad \text{donde: } \delta = \frac{M_{\text{redistribuido}}}{M_{\text{elástico}}} \quad (4.1)$$

Hablar de un nivel de redistribución determinado equivale, por tanto, a limitar superiormente la profundidad  $x/d$ .

En este apartado se describe el procedimiento de obtención de las cuantías mecánicas,  $w$  y  $w'$ , de manera que, además de resistir el momento que solicita la sección, se satisfaga la condición de ductilidad.

Las ecuaciones que hay que tener en cuenta son:

$$1) \quad \delta \geq A + B \cdot \frac{x}{d} \quad (4.1)$$

Condición de ductilidad para garantizar un nivel de redistribución  $\delta$ .

$$2) \quad \frac{x}{d} = \frac{w \cdot \frac{\sigma_s}{f_{yd}} - w' \cdot \frac{\sigma'_s}{f_{yd}}}{\psi} \quad (4.2)$$

Ecuación de equilibrio de fuerzas, válida para todos los dominios.

$$3) \quad \delta \cdot \mu d = \psi \cdot (x/d) \left(1 - \lambda \frac{x}{d}\right) + w' \left(1 - \frac{d'}{d}\right) = \mu_c + w' \left(1 - \frac{d'}{d}\right) \quad (4.3)$$

Ecuación de equilibrio de momentos.

$\mu_c$  es el Momento proporcionado por las tensiones de compresión en el hormigón.

El momento resistido es  $\delta \cdot \mu d$  (momento ya redistribuido).

El problema se plantea en los siguientes términos: Dado un momento adimensional,  $\mu d$ , calculado elásticamente, que solicita una sección crítica, y un nivel de redistribución,  $\delta$ , de tal momento, escogido a priori, obtener las cuantías mecánicas  $w$  y  $w'$  satisfaciendo la condición de ductilidad.

Para resolverlo se procede de la siguiente manera:

- 1) De la ecuación de ductilidad, conocido el valor de  $\delta$  se obtiene la profundidad máxima de la fibra neutra:

$$(x/d) \leq \frac{\delta - A}{B} = (x/d)_{\text{máx}} \quad (4.4)$$

- 2) Se define el momento límite como aquél que puede ser resistido, sin armadura de compresión, siendo  $(x/d) = (x/d)_{\text{máx}}$ :

$$\mu_{\text{lím}} = \psi \cdot (x/d)_{\text{máx}} (1 - \lambda (x/d)_{\text{máx}}) \quad (4.5)$$

Los valores de  $\lambda$  y  $\psi$  son conocidos pues se conoce  $(x/d)_{\text{máx}}$  y, por tanto, el dominio correspondiente (tabla 2.1).

- 3) Para momentos  $\delta \cdot \mu d$  inferiores al momento límite, no hace falta armadura de compresión ( $w' = 0$ ) y la armadura de tracción se calcula de *la misma manera que se haría sin condición de ductilidad alguna*.
- 4) Para momentos  $\delta \cdot \mu d$  superiores al momento límite, se debe colocar armadura de compresión,  $w'$ , de manera que:  $\mu_c = \mu_{\text{lím}}$ , y  $(x/d) = (x/d)_{\text{máx}}$ . Es decir:

$$\delta \cdot \mu d = \mu_{\text{lím}} + w' \left(1 - \frac{d'}{d}\right) \quad (4.6)$$

de donde:

$$w' = \frac{\delta \cdot \mu d - \mu_{\text{lím}}}{1 - \frac{d'}{d}} \quad (4.7)$$

$$w = \psi \cdot (x/d)_{\text{máx}} + w' = \psi \cdot \left(\frac{\delta - A}{B}\right) + \frac{\delta \cdot \mu d - \mu_{\text{lím}}}{1 - \frac{d'}{d}} \quad (4.8)$$

donde todos los valores son conocidos. A mayor exigencia de ductilidad, la diferencia  $w - w'$  disminuye (aumenta  $w'$  y disminuye  $w$ ) pero la cuantía total,  $w + w'$  permanece casi constante (refs. 21 y 22) y, por tanto, no resulta una estructura más cara.

En la figura 4.1 se muestran las relaciones entre momento y cuantía que pueden utilizarse para dimensionamiento directo de las armaduras de compresión y de tracción, dado un valor máximo de la profundidad  $x/d$ , obtenidas mediante el procedimiento descrito.

En este caso se considera  $d'/d = 0,1$ . En la referencia 21 se presenta una gama más amplia de ábacos y tablas de dimensionamiento.

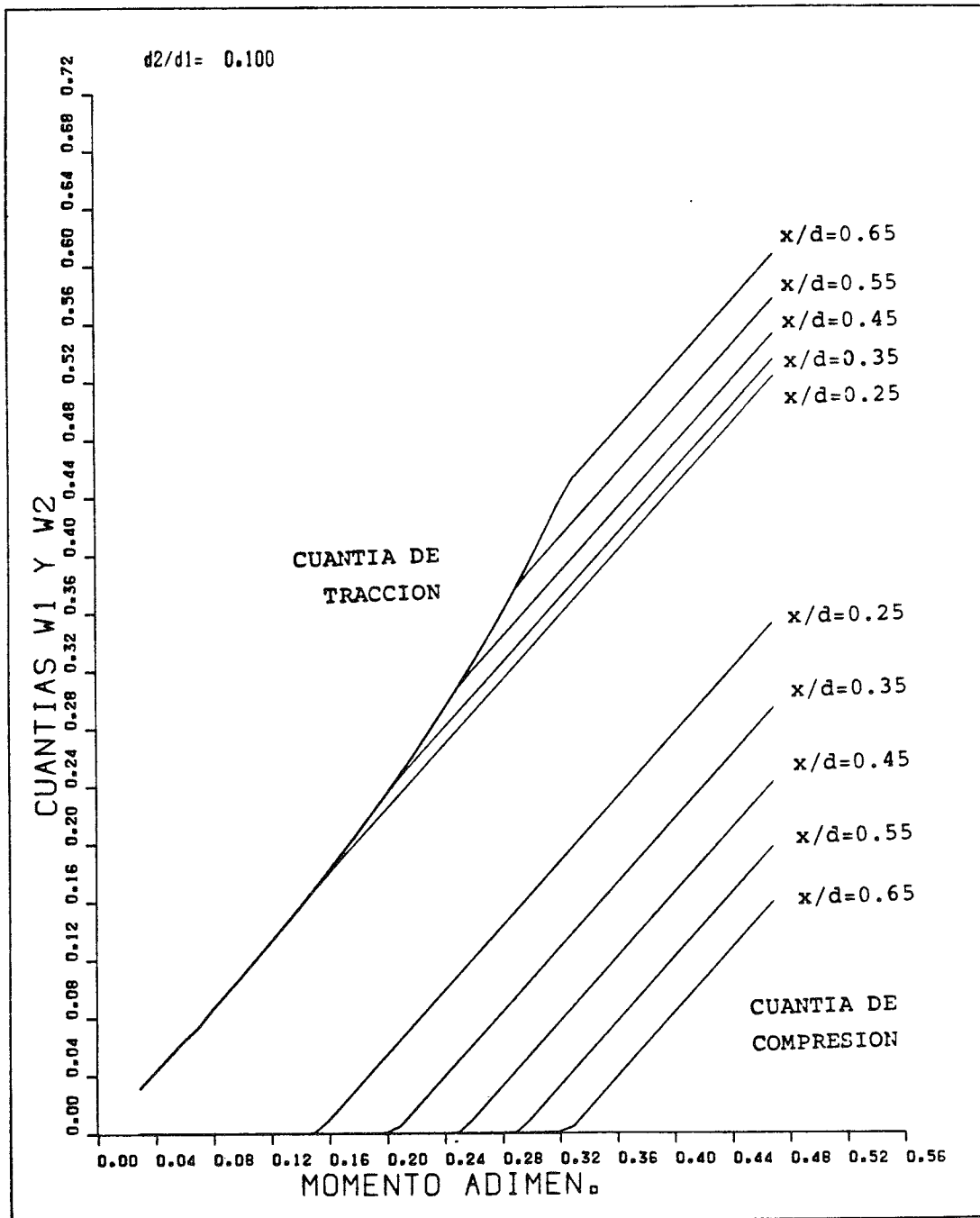


Fig. 4.1

## 5. EJEMPLOS DE DIMENSIONAMIENTO

En este apartado utilizaremos la estructura analizada en la introducción, consistente en una viga apoyada en un extremo y empotrada en el otro, si bien para la sección transversal de la pieza se adopta un valor intermedio entre las soluciones allí presentadas, consistente en una sección rectangular de 0,30 x 0,40.

Con este ejemplo se pretende comparar diversas soluciones de armado, obtenidas dimensionando para diferentes niveles de redistribución de esfuerzos, incluyendo las condiciones de ductilidad seccional requeridas por el Código Modelo - 78, excepto en uno de ellos.

Concretamente, los casos planteados son:

1. Dimensionamiento partiendo del cálculo lineal elástico, sin condición de ductilidad.
2. Dimensionamiento, partiendo del cálculo lineal elástico, con la condición  $x/d \leq 0,45$ .
3. Dimensionamiento para un nivel de redistribución del 15 por 100 ( $\delta = 0,85$ ).
4. Dimensionamiento para un nivel de redistribución del 25 por 100 ( $\delta = 0,75$ ).

Para cada una de las soluciones se obtiene un coste total de armadura, calculado como el producto de las cuantías por las longitudes de las barras, incluyendo las longitudes de anclaje. En todos los casos, se ha considerado una armadura mínima de montaje, y su existencia se ha incluido en el cálculo de la armadura de tracción, cuando por razones resistentes no era estrictamente necesaria.

De esta manera se ha obtenido el cuadro 5.1, del que cabe destacar que el coste total de todas las soluciones permanece aproximadamente constante.

CUADRO 5.1

HIPOTESIS	SECCION VANO				SECCION APOYO				COSTE TOTAL $w_1 l_1 + w'_1 l'_1$
	MOMENTO	x/d	w	w'	MOMENTO	x/d	w	w'	
1. Cálculo lineal sin condición de ductilidad	0,249	0,363	0,31	0,06	0,426	0,625	0,54	0,11	3,20
2. Cálculo lineal con condición $x \leq 0,45 d$	0,249	0,363	0,31	0,06	0,426	0,45	0,49	0,18	3,00
3. Redistribución $\delta = 0,85$	0,273	0,33	0,31	0,08	0,362	0,33	0,41	0,18	2,99
4. Redistribución $\delta = 0,75$	0,29	0,25	0,32	0,15	0,32	0,25	0,35	0,18	3,16

De ello se deduce que redistribuir no es necesariamente más económico, aunque si se dimensiona con una limitación de  $x/d$  conduce a estructuras más dúctiles y con un armado más uniforme y, por tanto más racional.

De la comparación entre las soluciones 1 y 2 se observa la disminución de coste más sensible, ya que al reducirse la armadura de tracción, el efecto de la longitud de anclaje en el coste es muy notable, en este caso particular.

## 6. CONCLUSIONES

De lo expuesto en este trabajo se pueden extraer las siguientes conclusiones:

1. Se ha constatado, mediante un ejemplo numérico, la conveniencia de proporcionar un nivel mínimo de ductilidad a las secciones críticas para evitar roturas localizadas bajo niveles de carga inferiores a los de proyecto.
2. La diferencia de cuantías  $w - w'$  es un parámetro, en secciones rectangulares, directamente ligado a la profundidad  $x/d$  en rotura y, por tanto, que regula la ductilidad seccional.

3. En secciones de hormigón pretensado la ductilidad seccional va, además, ligada al grado de pretensado; lo que se ha podido obtener analíticamente en este trabajo.
4. En soportes rectangulares, con armadura simétrica, se puede garantizar un cierto nivel de ductilidad para valores del axil relativo inferiores a 0,45.
5. Los criterios de redistribución de esfuerzos adoptados por las diversas normativas estudiadas en este trabajo, utilizan la profundidad  $x/d$  como parámetro que regula la ductilidad seccional. En elementos a flexión, tales criterios pueden expresarse en términos de  $w-w'$ , en los rangos usuales de redistribución admitidos (hasta un 30 por 100, máximo).
6. Se ha desarrollado un procedimiento para el armado de secciones rectangulares en flexión simple, condicionado a un valor máximo de la profundidad relativa de la fibra neutra y ligado, por tanto, al nivel de redistribución de esfuerzos deseado.
7. La condición de ductilidad  $x/d \leq 0,45$ , propuesta por el Código Modelo del CEB, conduce a secciones mucho más dúctiles y garantiza la capacidad de rotación suficiente para aceptar el cálculo lineal, sin incremento de coste apreciable (e incluso con reducción).
8. Parece conveniente hacer una revisión del tratamiento dado por la normativa española al tema de la redistribución, en los siguientes aspectos:
  - Unificación de los criterios establecidos para pórticos y vigas continuas y para forjados, que en la actualidad parecen responder a filosofías distintas.
  - Distinción entre pórticos traslacionales e intraslacionales.
  - Aumento de la redistribución máxima permitida en pórticos intraslacionales (hasta ahora 15 por 100) hasta, al menos, 25 por 100.
  - Establecimiento de la condición de ductilidad requerida en las secciones críticas, en función del grado de redistribución deseado.
  - Comentario acerca de la forma de conseguir la ductilidad. Establecimiento de la condición de ductilidad en términos de cuantías.
  - Adopción de criterios específicos para hormigón pretensado.
  - Imponer el requisito expreso de que se satisfaga la condición de equilibrio una vez se produzca la redistribución de esfuerzos.
9. De los resultados obtenidos en los ejemplos se deduce que, bajo acciones directas o cargas, la cuantía total de armaduras en el elemento estructural es prácticamente independiente del nivel de redistribución de esfuerzos. Sin embargo, a efectos prácticos la redistribución permite una uniformización del armado.
10. Sería deseable confirmar experimentalmente las propuestas de las normativas en cuanto a redistribución de esfuerzos, para las tipologías y materiales actuales en nuestro país. Por otra parte, frente a acciones indirectas tales como descenso de apoyos, etc., donde el tema sí puede tener una incidencia económica importante, hay una notable carencia de resultados experimentales que debería cubrirse mediante la adecuada realización de ensayos a corto y largo plazo.

## REFERENCIAS

1. MACCHI, G. "Ductility Condition for Simplified Design Without Check of Compatibility". C.E.B. Bulletin d'Information nº 105. "Structures Hiperestatiques". Febrero 1975.

2. MANFRON, V., MATTARUCCO, A., SIVIERO, E. "On the Ductility Conditions for T-Beams with Variable Spans and Loading Patterns". C.E.B. Bulletin d'Information n° 105. "Structures Hiperestatiques". Febrero 1975.
3. SIVIERO, E. "Rotation Capacity of Monodimensional Members in Structural Concrete". C.E.B. Bulletin d'Information n° 105. "Structures Hiperestatiques". Febrero 1975.
4. MACCHI, G. "Preliminary Design of Concrete Frames According to the Limit States Method". Instituto Universitario Architettura di Venezia, n° 14, 1970.
5. MACCHI, G. "Methode des Rotations Imposées. Exposé de la Methode et Exemple de Calcul". Récommendations Internationales du C.E.B. Tome III Structures Hyperestatiques. AITEC Roma, 1972.
6. GOSH, S.K., COHN, M.Z. "Ductility of Reinforced Concrete Sections in Combined Bending and Axial Load". Inelasticity and Nonlinearity in Structural Concrete. Study n. 8. Solid Mechanics Division. University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada.
7. MACCHI, G., SIVIERO, E. "Deformability of Prismatic Reinforced Concrete Members with Rectangular Cross-section Under Combined Bending and Axial Load". Construzioni in Cemento Armato. Studi e Rendiconti. Vol. 11, Milano 1974.
8. CAROL, I. "Modelos de análisis no lineal en el tiempo, de estructuras reticulares de hormigón. Revisión integrada y propuesta de un modelo global para material y estructura. Tesis Doctoral E.T.S.I. Caminos. Barcelona, 1985.
9. APARICIO, A. "Sobre la conveniencia de limitar, por consideraciones de ductilidad, la cuantía máxima de armaduras de flexión en vigas continuas de hormigón armado y pretensado". Hormigón y Acero n° 144, 1982.
10. CALAVERA, J. "Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón Armado para Edificios". Ed. Intemac, Madrid, 1984.
11. CALAVERA, J. "Cálculo, Construcción y Patología de Forjados de Edificación". Ed. Intemac, Madrid, 1981.
12. PARK, R., PAULAY, T. "Estructuras de Concreto Reforzado". Ed. Limusa, México 1980.
13. JIMENEZ MONTOYA, P., GARCIA MESSEGUER, A., MORAN CABRE, F. "Hormigón Armado". Ed. Gustavo Gili.
14. LEONHARDT, F. y MONNING, E. Hormigón Armado. Tomo IV "Verificación de la Capacidad de Uso". Ed. El Ateneo, Buenos Aires, 1985.
15. COMISION PERMANENTE DEL HORMIGON. "Instruccion EH-82 para el proyecto y ejecución de estructuras de hormigón en masa o armado". Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo (MOPU), 1982.
16. COMITE-EURO INTERNACIONAL DU BETON. FEDERATION INTERNATIONALE DE LA PRECONTRAINTTE CEB-FIP Model Code for Concrete Structures 3ª Edición, 1978.
17. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. "Building Code Requirements for Reinforced Concrete". (ACI-318-77) Detroit, 1977.
18. BRITISH STANDARD INSTITUTION "Code of Practice for the Structural use of Concrete". CP 110. London, 1972.
19. MORAN CABRE, F. "Programa para el dimensionamiento de secciones rectangulares de hormigón armado, en flexocompresión recta, con un ordenador portátil". Hormigón y Acero n° 153, 4º Trimestre de 1984.
20. COMISION PERMANENTE DEL HORMIGON. "Instrucción EP-80 para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado". Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, 1980.
21. MARI BERNAT, A.R. "Cuantías de armaduras y redistribución de esfuerzos en elementos a flexión de hormigón armado y pretensado. Publicación E.T.S. Ing. de Caminos. Barcelona, 1987.
22. MARI BERNAT, A.R. "Dimensionamiento de secciones de hormigón armado orientado a garantizar un nivel de ductilidad". Informes de la Construcción n° 388, 1987. (En prensa).

# Análisis de las vibraciones en las máquinas: Fundaciones antivibratorias para máquinas rotativas

M. Vieco Aguilar  
Dr. Ingeniero Industrial

## INTRODUCCION

Se trata de analizar los problemas que plantean las vibraciones en las máquinas, y las medidas que deben adoptarse con el fin de evitar la rotura de sus piezas mecánicas por la aparición del fenómeno de resonancia que originan las vibraciones de cierta frecuencia. Se estudian el aislamiento, la eliminación, así como los dispositivos de reducción, de las vibraciones mecánicas, a partir del concepto de transmisibilidad de las mismas. Asimismo, se analiza la forma y condiciones para su medición y las zonas o partes donde debe efectuarse la misma.

Se analiza el aislamiento de las construcciones de edificación ante las oscilaciones que se originan por el funcionamiento de las máquinas, mediante la introducción de sistemas elásticos de absorción de las vibraciones de las piezas mecánicas, así como el dominio de valores del factor de transmisibilidad para que el aislamiento sea eficaz.

Se indican una serie de recomendaciones particulares de aislamiento de vibraciones, dada la dificultad para dar soluciones generales a la problemática que plantean las vibraciones de las máquinas, estableciéndose una tipología de sistemas aislantes según la colocación y características de funcionamiento de las máquinas.

\* \* \*

El constante aumento de las potencias y de las velocidades de servicio de las máquinas, así como las construcciones cada día más ligeras utilizadas, hacen que el problema de las vibraciones mecánicas sea un problema que cada vez es más urgente resolver. Debido a que dichas vibraciones dan lugar a deformaciones en las piezas integrantes de las máquinas y dado que las sollicitaciones que producen dichas vibraciones, pueden provocar (en determinadas condiciones) *la rotura de las piezas por fatiga*, es necesario, al construir las máquinas, mantener las vibraciones mecánicas entre unos límites determinados de amplitud. Cuando la frecuencia de las vibraciones propias de la máquina o de sus piezas, coincide con la frecuencia de las sollicitaciones periódicas exteriores, se produce (debido a la resonancia) un brusco incremento de las amplitudes de las oscilaciones, que pueden provocar asimismo roturas.

Con el fin de mantener las vibraciones mecánicas entre unos límites de amplitud determinados para evitar los efectos señalados, hay que proceder al *aislamiento* o a la *eliminación* de dichas vibraciones.

El efecto de las vibraciones generadas en las máquinas puede reducirse mediante unos dispositivos elásticos llamados *aisladores*.

Al estudiar la transmisibilidad <sup>(1)</sup>, se demostraba, a partir de la expresión analítica de la reducción de las amplitudes, que dicha transmisibilidad sólo era menor que la unidad cuando la razón frecuencial (cociente entre la frecuencia angular excitadora y la frecuencia angular natural o pulsación propia) era mayor que  $\sqrt{2}$ , deduciéndose por tanto que el *aislamiento vibratorio sólo es posible cuando se cumple dicho intervalo de valores para la razón frecuencial*. Este estudio se limita a cuerpos con un solo grado de libertad. Para el caso del movimiento más general de un sólido con seis grados de libertad, nos remitimos a la obra: *Vibration and Shock Insulation*. C.E. Crede.

En cuanto a la eliminación de las vibraciones, los medios utilizados para reducir las oscilaciones son:

- 1º. Eliminar las fuerzas exteriores que produzcan oscilaciones peligrosas.
- 2º. Variación de las propiedades dinámicas del sistema (variación de los m.d.i, de las masas).

Cuando los resultados obtenidos con dichos medios no son satisfactorios, es cuando se incorporan los amortiguadores de oscilaciones, y los disipadores de vibraciones. Los amortiguadores de vibraciones tienen por objeto ejercer una fuerza igual y opuesta a la fuerza excitadora, y los disipadores de vibraciones, en contraste con los anteriores, tienen por objeto disipar energía.

Los aparatos de medida de las vibraciones de las máquinas pueden ser mecánicos o eléctricos, es decir, indicarse o registrarse. Esquemáticamente constan de un captador de vibraciones, con un transformador mecánico o eléctrico de la velocidad captada, y de un aparato indicador; deberán poseer un campo de frecuencias de trabajo y una linealidad tal, que puedan indicar todas las componentes de frecuencia necesarias para valorar la intensidad de las vibraciones. El captador de vibraciones tiene que ser selectivo en cuanto a direcciones, con el fin de evitar que las vibraciones transversales falseen a las que se verifican en dirección del campo de medida.

Sobre los resultados de la medida tiene una gran influencia la colocación de la máquina, de forma que sólo se obtienen valores de medida reproducibles, cuando la probeta soportada o colgada por medio de elementos elásticos, esté en condiciones de baja sintonización, para lo cual la frecuencia propia del sistema muelle-probeta debe ser inferior a la frecuencia excitadora, y la masa del soporte que vibra conjuntamente, no puede ser mayor que la masa del cuerpo que se va a ensayar, en las relaciones convenientes, respectivamente. Las mediciones deben efectuarse con preferencia en las partes en las que se produce una *transferencia de energía vibratoria* a los soportes; en máquinas con masas giratorias, estas partes son, fundamentalmente, *los apoyos de la máquina*.— Asimismo, las vibraciones mecánicas pueden medirse, además de en los apoyos, como en el caso anterior, en las zonas de apoyo y en la superficie; la medición de las vibraciones mecánicas en la superficie no capta las vibraciones torsionales de las piezas giratorias de la máquina, pero nos da una medida de los esfuerzos y deformaciones producidas por la oscilación de las mismas, medida que puede verse alterada al aparecer esfuerzos locales de gran magnitud, cuando la frecuencia propia de algunas piezas coincide con la frecuencia excitadora.

(1) El Problema de la transmisibilidad en las vibraciones mecánicas: la medición de las vibraciones. M. Vieco. Hormigón y Acero nº 160, página 123.

En la medición de las vibraciones hay que determinar, en cada caso, las condiciones de servicio de las máquinas bajo las cuales hay que realizar dicha medición, es decir, en vacío o en carga total. Cuando una máquina está sometida a un número de revoluciones variables, la medición se efectuará en todo el campo de revoluciones de servicio, para poder determinar las posibles resonancias que pueden presentarse.

El origen de las vibraciones que aparecen en las máquinas es diverso, tal como:

1. La variación de las fuerzas de rozamiento.
2. La variación en la deformación de las piezas.
3. Las oscilaciones de los órganos de transmisión, etc.

En todos los aparatos destinados a medir las vibraciones mecánicas, intervienen dos parámetros: la razón frecuencial y el factor de amortiguamiento; estando definido el aparato por el espectro de frecuencias con respecto a la frecuencia natural del mismo. Así, en los aparatos de alta frecuencia (acelerómetros), la frecuencia natural de éstos es alta comparada con la frecuencia de la vibración que se va a medir, mientras que en los aparatos de baja frecuencia natural (sismógrafos), la frecuencia natural de éstos es baja respecto a la frecuencia de la vibración que se desea medir.

Al estudiar el problema de la eliminación de las vibraciones de las máquinas, se plantean dos problemas:

- 1º. El equilibrado de la propia máquina.
- 2º. El aislamiento de la máquina de sus soportes, mediante sistemas antivibratorios.

El equilibrado de la máquina, está ampliamente discutido en diversos tratados de Dinámica de Máquinas; nos referiremos al segundo problema analizando el aislamiento de edificaciones frente a las vibraciones producidas por el funcionamiento de cualquier tipo de máquina. El método general que hay que seguir para eliminar o reducir la transmisión de las vibraciones de una máquina, a una parte de un edificio o a tierra, consiste en interponer cuerpos elásticos que absorban dichas vibraciones (fig. 1).

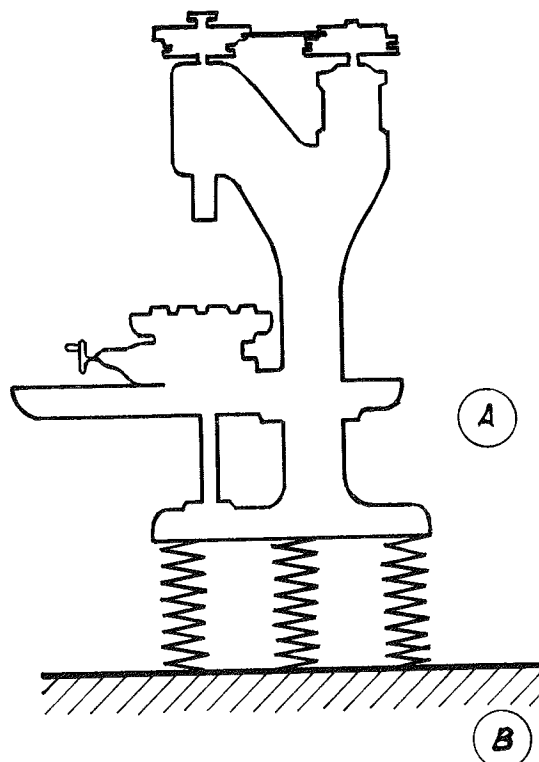
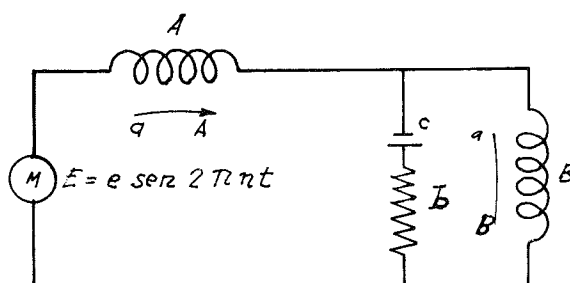


Fig. 1.

Los estudios realizados por V.D. Knudsen, ponen de manifiesto la analogía existente entre circuitos mecánicos y eléctricos, pudiendo establecerse un sistema de representación como el que indica la fig. 2.



Las vibraciones que se originan en el sistema A, se transmiten al sistema B a través del cuerpo elástico, existiendo en dicha transmisión la absorción interna de vibraciones del mismo. Expresando en cm/dyna, la elasticidad del cuerpo elástico interpuesto, debida a la compresión o alargamiento (según posición de los sistemas considerados), que tiene lugar bajo la acción de fuerza unitaria, puede considerarse (según la analogía definida anteriormente) como la capacidad electrostática del circuito eléctrico equivalente. La absorción de vibraciones o resistencia b (por analogía a la resistencia existente en dicho circuito) la podemos expresar por la proporción de vibraciones que quedan absorbidas. Llamando c al factor constante de cada material aislante y cuyo valor es inverso a su módulo de elasticidad, y admitiendo que el valor de la fuerza excitadora es  $E = e \sin 2 \pi n t$ , en la que e representa el valor máximo y n la frecuencia, los sistemas A y B vibran con las amplitudes  $a_A$  y  $a_B$ .

Knudsen, apoyándose en la mencionada teoría de los circuitos eléctricos equivalentes, estableció la relación existente entre las vibraciones transmitidas a través del medio elástico y las correspondientes si no existiese tal medio.

Teniendo en cuenta las definiciones anteriores, y siendo m el peso del sistema A, la relación de amplitudes de las oscilaciones de los sistemas A y B viene dada por la expresión:

$$\phi = \frac{a_A}{a_B} = \sqrt{\frac{\rho^2 + \frac{1}{4 \pi^2 n^2 c^2}}{\rho^2 + \left(2 \pi n m - \frac{1}{2 \pi n c}\right)^2}}$$

Si en esta expresión consideramos:

$$n = \frac{\pi}{2} \sqrt{m \cdot c}$$

entonces el valor correspondiente de  $\phi$  sería mayor que la unidad; lo que significa que el aislamiento elástico amplifica las vibraciones transmitidas. Por ello, las magnitudes m y c deben ser tan grandes como sea posible; el valor de c es directamente proporcional al espesor del material aislante, estando en razón inversa al mismo el valor de  $\rho$ , que a su vez es directamente proporcional a la superficie del material elástico, mientras que c está en razón inversa de ésta.

La magnitud de las vibraciones transmitidas a los soportes de las máquinas se conoce con el nombre de transmisibilidad (TR), valor que es función de la relación existente entre la frecuencia de la fuerza excitadora y la frecuencia propia de la máquina montada sobre el soporte aislante. Luego podemos escribir:

$$TR = \frac{1}{\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 - 1}$$

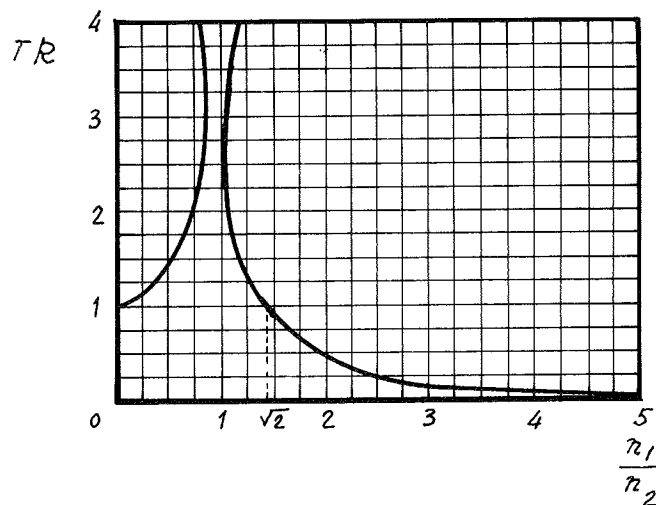
siendo:

$n_1$  = frecuencia propia de las vibraciones producidas por el funcionamiento de la máquina sin aislamiento.

$n_2$  = frecuencia propia de la máquina aislada.

En la fig. 3 se representa la variación de la transmisibilidad (TR) en función de los distintos valores de la razón frecuencial  $\frac{n_1}{n_2}$ , de forma que si se verifica:

$$\frac{n_1}{n_2} < \sqrt{2}$$



se observa que  $TR > 1$ , no teniendo, por lo tanto, eficacia alguna el aislamiento y pudiendo llegar incluso a tener efectos perjudiciales. Lo que podemos enunciar de la siguiente forma: “Si el soporte elástico es tal que el factor de transmisibilidad es igual o mayor que la unidad, la presencia del soporte elástico agravará las condiciones iniciales”.

Del análisis de lo expuesto, se deduce la problemática que presentan las vibraciones de las máquinas en funcionamiento, problemática que en muchas ocasiones se incrementa con la aparición del fenómeno de resonancia a que dan lugar las vibraciones de cierta frecuencia. Por estas razones no se pueden dar soluciones generales a dicha problemática; en cada caso particular es necesario realizar un estudio especial del problema que se plantee. No obstante, pueden conseguirse resultados satisfactorios siguiendo las siguientes recomendaciones:

- 1º. La máquina debe aislarse del edificio por medio de material elástico, y, si fuera posible, sin contacto directo con el piso de la edificación y muros, o con los contactos absolutamente indispensables.
- 2º. Si el centro de gravedad de la máquina estuviese muy alto, es conveniente bajar el mismo, empotrando la máquina en un bloque de cemento de dimensiones adecuadas, que descansará sobre el aislante.

- 3°. Knudsen, en su fórmula, pone de manifiesto la necesidad de aumentar el peso del conjunto máquina-bloque de base, hasta que el valor de flexión sea óptimo; pudiéndose también compatibilizar lo anterior con una reducción de la superficie de apoyo de la máquina.
- 4°. Si dos o más máquinas, con bases independientes, funcionan acopladas con *transmisiones directas*, deben unirse por medio de una base común.
- 5°. Para eliminar los efectos de la resonancia es indispensable el empleo de aislantes mixtos. El empleo de fibra de vidrio con corcho de compresión especial, ha dado buenos resultados, colocándose generalmente la fibra de vidrio entre dos chapas de corcho, debiendo tener el conjunto el espesor adecuado.
- 6°. Para evitar la penetración de humedad, es conveniente aplicar una capa de asfalto en la fosa donde va colocado el bloque de base, lo que es imprescindible realizar en el caso de maquinaria pesada.
- 7°. Es conveniente realizar el aislamiento de máquinas ligeras, de forma tal que la carga por unidad de superficie de soporte elástico sea lo mayor posible.

Knudsen puso en práctica diversos sistemas de montaje para lograr resultados satisfactorios. Se representan en las siguientes figuras, 4 a 13, ambas inclusive.

La fig. 4 muestra un sistema clásico de aislamiento de bases de profundidad, con excelentes resultados en la práctica, para el caso de máquinas pesadas situadas en planta baja o en el suelo.

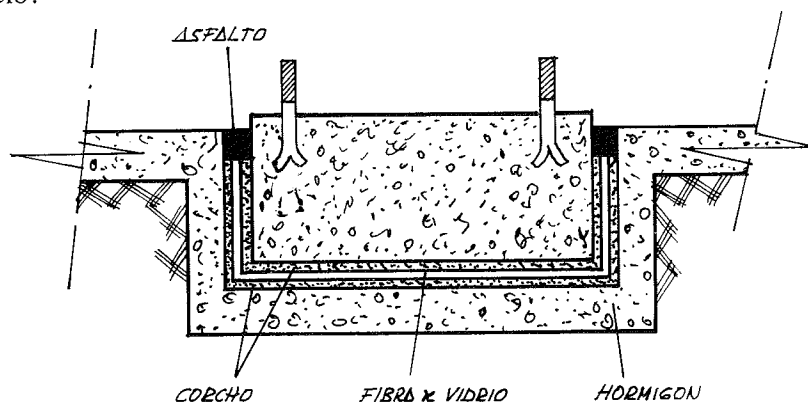


Fig. 4.

En la fig. 5 se indica un sistema de aislamiento antivibratorio, para máquinas de gran tamaño.

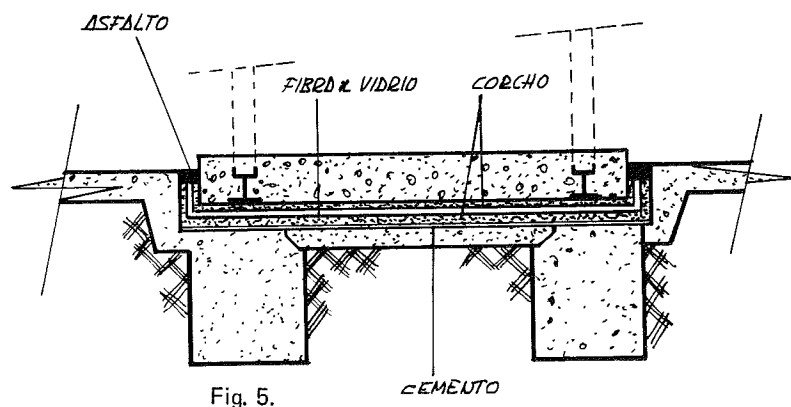


Fig. 5.

En la fig. 6 se indica un sistema para aislar dinamos, bombas, compresores, etc.; la base está colocada sobre piso suspendido. Este montaje se utiliza también para aislamiento de máquinas instaladas sobre tierra.

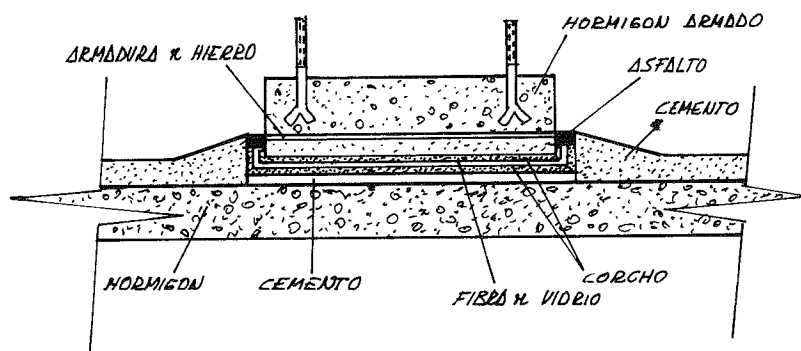


Fig. 6.

Para el aislamiento antivibratorio de máquinas ligeras, se utilizan los montajes esquematizados en las figuras 7 y 8.

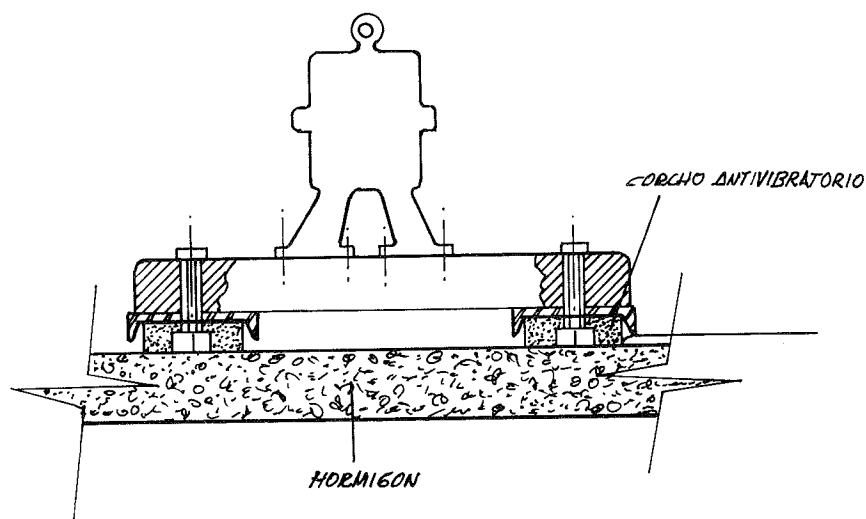


Fig. 7.

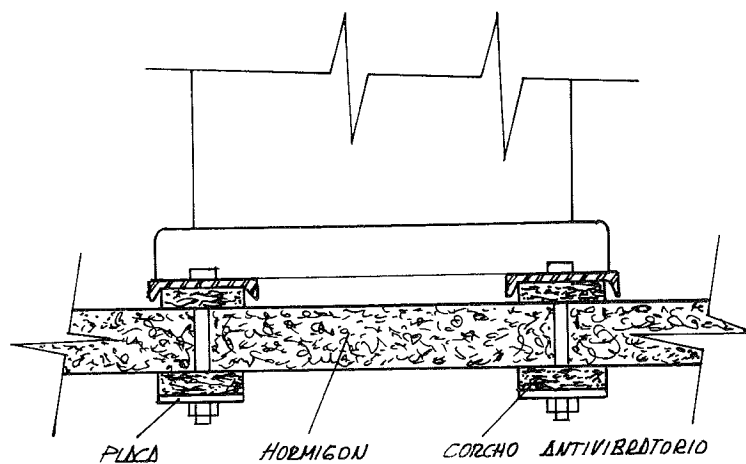


Fig. 8.

En la figura 9 se indica el esquema del montaje para lograr eliminar las vibraciones de maquinaria situada sobre un piso, mediante el aislamiento general del mismo y de sus paredes. Este montaje es modificable en función de las características de la construcción del edificio.

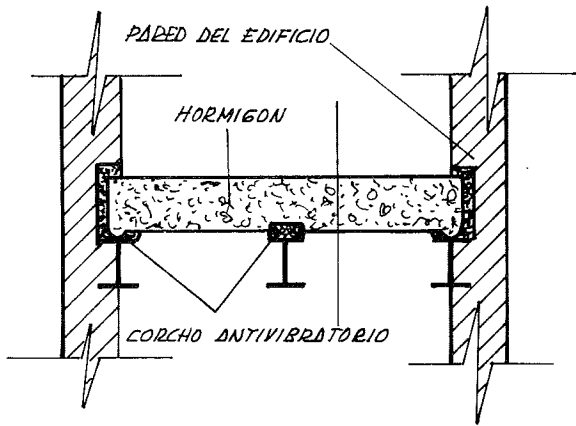


Fig. 9.

Los esquemas de las figuras 10 y 11 muestran los procedimientos de montaje, cuando el aislamiento de grupos se realiza sobre suelos de madera u hormigón.

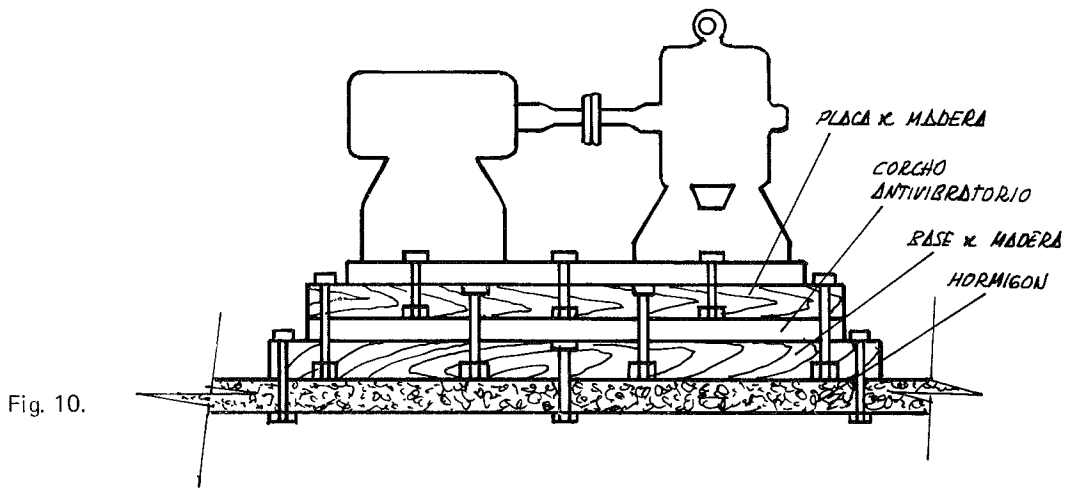


Fig. 10.

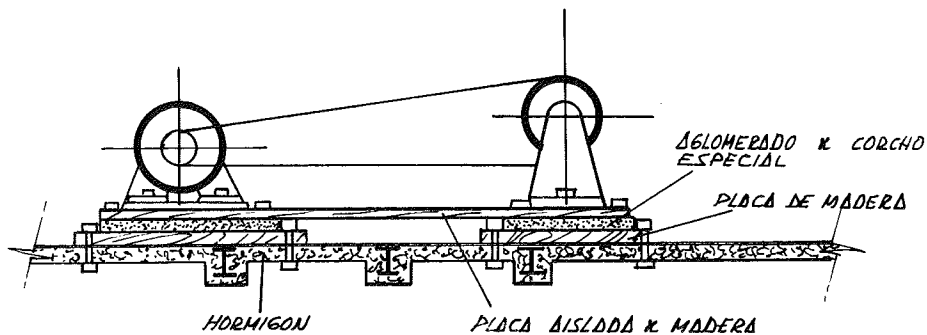
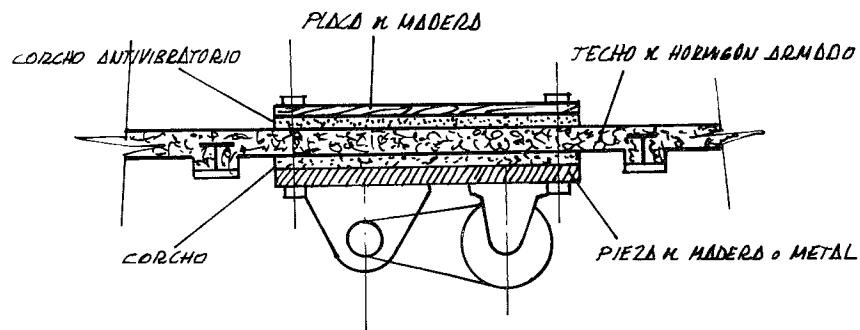
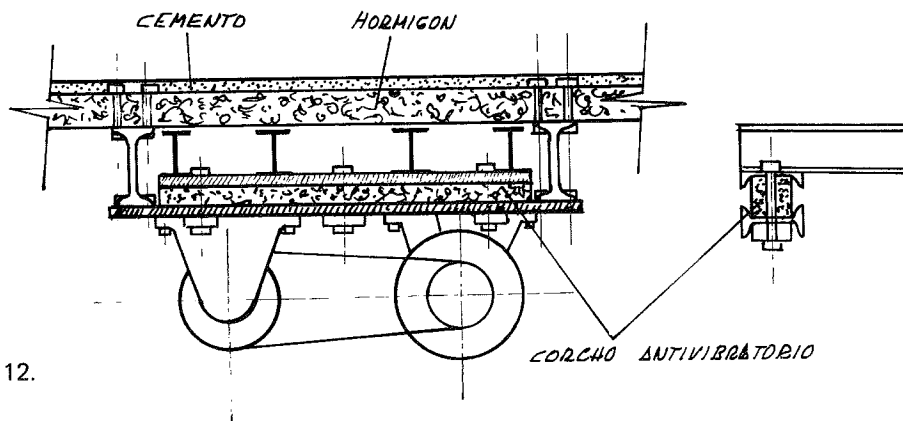


Fig. 11.

Por último, las figuras 12 y 13 representan dos tipos de montajes de aislamientos, muy recomendables para equipos ligeros, motores, reductores de velocidad, etc., suspendidos de techos.



## REFERENCIAS

1. J. P. Hartog. Mecánica de las Vibraciones.
2. Y. Rocard. Dynamique générale des vibrations.
3. G.W. Housner. Mecánica aplicada y dinámica.
4. W.T. Thomson. Theory of vibration with applications.
5. C.M. Harris. Shock and Vibration Handbook.

## **Conferencia Internacional sobre Carreteras, Autopistas y Puentes**

Del 16 al 18 de junio de 1987, se celebrará en el Jakarta Hilton International, en Jakarta, Indonesia, una Conferencia Internacional sobre "Carreteras, Autopistas y Puentes".

En la misma, se estudiarán los últimos avances tecnológicos registrados en los campos del cálculo, construcción, conservación y rehabilitación de los antes citados tipos de estructura.

Debe subrayarse el carácter eminentemente práctico que se ha decidido dar a estas reuniones. Así, a lo largo de sus Sesiones de Trabajo, se presentarán y discutirán numerosos casos de obras realizadas y se comentarán las nuevas técnicas en ellas desarrolladas; lo que permitirá deducir útiles enseñanzas, tanto de los éxitos como de los errores registrados en un gran número de estructuras construidas en los distintos países del mundo.

Los interesados en participar en esta Conferencia deberán ponerse en contacto con:

**ROGER GILL & ASSOCIATES PTE. LTD.**

Attn: Ms. Julie Chan

105 Cecil Street

03-01/02 The Octagon

Singapore 0106

Indonesia

\* \* \*

## **III Conferencia Internacional sobre "Investigación y Desarrollo de las Tecnologías de la Construcción"**

Del 5 al 7 de octubre del presente año 1987 y organizada por la "Asociación Yugoslava del Pretensado" (J.D.P.) y el "Instituto de Ensayos de Materiales de Serbia" (I.M.S.), se va a celebrar, en Belgrado (Yugoslavia), la III Conferencia Internacional sobre "Investigación y desarrollo de las Tecnologías de la Construcción".

El programa de esta Conferencia incluye los tres siguientes temas de especial interés:

1. Tecnologías actuales de la construcción.
2. Aplicación de la construcción industrializada en los países en desarrollo.
3. Tecnología del Instituto de Ensayos de Materiales de Yugoslavia. Logros, experiencias y planes para el futuro.

Los idiomas oficiales de la Conferencia serán el serbio-croata y el inglés.

Los interesados en recibir más amplia información sobre esta Conferencia deberán dirigirse a:

IMS'87 Conference Secretary

Bratislav Grčić, Mech. Eng.

IMS Institute

Bulevar vojvode Mišića 43

11000 Belgrade

Yugoslavia

# Estudio del comportamiento de puentes losa de hormigón frente a la acción térmica ambiental. Criterios de diseño

Enrique Mirambell  
Antonio Aguado  
Drs. Ingenieros de Caminos  
Cátedra de Hormigón. Departamento de Estructuras  
E.T.S.I.C.C.y P. de Barcelona. U.P.C.

## RESUMEN

En el presente artículo se analiza, de forma paramétrica, la influencia de diversas variables climatológicas, físicas, geométricas y de emplazamiento, sobre la respuesta térmica de los tableros de puentes losa de hormigón, mostrándose, por una parte, la correlación existente entre el rango anual de la temperatura ambiente en el lugar de emplazamiento del puente y el rango anual de la temperatura media de éste y, por otra, la correlación existente entre la intensidad de radiación solar incidente sobre el tablero del puente y el gradiente térmico vertical al que éste se ve sometido. Asimismo, se presenta una metodología general de obtención de las acciones térmicas que se deben considerar en el diseño de puentes de hormigón. Dicha metodología se aplica al caso de puentes losa maciza y losa aligerada, emplazados en la geografía de nuestro país. Los resultados referentes a las acciones térmicas de diseño, derivados del presente estudio, se analizan comparativamente con los obtenidos mediante la aplicación de la normativa nacional vigente.

## 1. INTRODUCCION

En los últimos años, y a nivel internacional fundamentalmente, se ha podido observar la existencia de un creciente interés en la profundización del conocimiento de las acciones térmicas que se deben considerar en el diseño de los puentes de hormigón armado y pretensado.

Tal interés ha sido suscitado por diferentes causas. En primer lugar, el proyectista determina con rigor la magnitud de las acciones directas; sin embargo, a la hora de evaluar la magnitud de ciertas acciones indirectas como es, en este caso, la acción térmica ambiental, el proyectista de puentes adopta como bases de diseño su propia experiencia y las recomendaciones de las normativas vigentes, recomendaciones éstas que denotan una clara falta de rigor científico y que no consideran el carácter probabilístico y local de la propia acción térmica ambiental.

Por otra parte, cabe destacar la existencia de patologías preocupantes en puentes de hormigón, inducidas por efectos térmicos ambientales (Leonhardt et al. (1), Priestley (2), Zichner (3), Imbsen et al. (4)). Asimismo, la implementación e incremento de los programas de mantenimiento de las estructuras de los puentes ha permitido tomar conciencia de la importancia que adquiere este tema, sobre todo en lo que se refiere a la situación de servicio del puente y diseño de juntas (Imbsen et al. (4)).

Todo ello ha dado lugar a la realización de diferentes trabajos de investigación que versan sobre la problemática de los efectos térmicos ambientales en puentes de hormigón (CEB (5), Ontario OMT (6), Elbadry y Ghali (7), Priestley y Buckle (8)). Es en esta línea en donde se centran los trabajos presentados en la tesis doctoral de E. Mirambell (9). En ésta, el autor aborda el tema desde un punto de vista global, mostrando los parámetros principales que influyen sobre las distribuciones de temperaturas y estados tensionales asociados y presentando una metodología general de obtención de las acciones térmicas que deben considerarse en el diseño de los puentes de hormigón.

En este contexto, el presente artículo tiene por objeto presentar, para las tipologías de tablero losa maciza y losa aligerada, la influencia de algunos de los parámetros principales y mostrar la aplicación de la metodología general de obtención de acciones térmicas de diseño al caso de puentes losa emplazados en la geografía peninsular. Dichas acciones térmicas son las siguientes:

- Rango diario y anual de la temperatura media del tablero del puente.
- Gradientes térmicos según los ejes principales de inercia de la sección transversal del tablero del puente.
- Otras acciones térmicas.

En artículos posteriores se revisará, de una forma paralela a la presentada en este artículo, el comportamiento de puentes de hormigón con otras tipologías transversales de tablero, frente a los efectos térmicos ambientales.

## **2. LA RESPUESTA TERMICA EN TABLEROS DE PUENTES LOSA MACIZA. ESTUDIOS PARAMETRICOS**

Para poder analizar la influencia de los diversos parámetros que intervienen en el fenómeno de la transmisión de calor en puentes de hormigón y en la obtención de la respuesta térmica inducida a nivel sección, se hace necesario disponer de un modelo capaz de resolver la ecuación diferencial que gobierna el fenómeno, contemplando, a través de las pertinentes condiciones de contorno, los mecanismos de transferencia de calor existentes en los puentes de hormigón.

La dificultad de manejar contornos no muy simples y condiciones de contorno variables en el tiempo, como son las correspondientes a fenómenos de radiación solar, convección calorífica y radiación térmica, hace que los modelos desarrollados se basen, en general, en la aplicación de técnicas numéricas que permitan obtener soluciones al problema con un suficiente grado de aproximación. Dichas técnicas son, fundamentalmente, el método de los elementos finitos y el método de las diferencias finitas. (Elbadry y Ghali (7), Emerson (10), Serrano (11), Priestley (2)).

En concreto, para este estudio, se ha desarrollado un modelo basado en un esquema bidimensional en diferencias finitas, correspondiente al método explícito de resolución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Todo lo referente al modelo, programa nu-

mérico confeccionado y otras particularidades, puede encontrarse en Mirambell (9). Hay que indicar que los resultados derivados de la aplicación del modelo han sido contrastados con resultados experimentales, propios y ajenos, y resultados analíticos obtenidos por otros autores, evidenciándose, en general, una gran bondad en el ajuste (Mirambell (9)).

Centrándonos ya en el propio estudio paramétrico, los parámetros analizados para conocer con mayor profundidad el comportamiento de los puentes losa de hormigón frente a la acción térmica ambiental son los que se presentan en la tabla 1. En esta misma tabla se presentan los valores adoptados por cada uno de ellos en el estudio de referencia.

De tales parámetros, los que muestran una mayor influencia sobre la respuesta térmica del tablero inducida a nivel sección son los siguientes (Mirambell (9)):

- Factor de absorción solar del hormigón
- Espesor de la capa asfáltica de rodadura
- Rango diario de la temperatura ambiente
- Velocidad del viento
- Factor de turbidez
- Día del año
- Latitud del lugar de emplazamiento
- Canto del tablero.

El factor de turbidez, el día del año y la latitud del lugar de emplazamiento del puente son, de forma combinada, sinónimo de la intensidad de radiación solar incidente sobre el tablero.

Los resultados obtenidos para cada uno de los parámetros contemplados son ciertamente numerosos (Mirambell (9)). No obstante, para no hacer tediosa la exposición y sistematizar la misma, únicamente se presentan en este artículo resultados referentes a cuatro parámetros: el espesor de capa asfáltica, el día del año para el cual se lleva a cabo el análisis térmico, la latitud del lugar de emplazamiento del puente y el canto del tablero.

**TABLA 1**

**Parámetros analizados en el estudio paramétrico relativo a puentes de hormigón con tipología transversal de losa maciza. Valores adoptados en el estudio de referencia**

	<b>PARAMETROS ANALIZADOS</b>	<b>DATOS DE REFERENCIA</b>
Propiedades físicas, térmicas y estructurales	Conductividad del hormigón (W/m <sup>0</sup> C)	1,5
	Factor de absorción solar del hormigón	0,5
	Emisividad del hormigón	0,88
	Capa asfáltica de rodadura	--
Condiciones ambientales y climatológicas	Temperatura ambiente media diaria (°C)	10,5
	Rango diario de la temperatura ambiente (°C)	9,0
	Velocidad del viento (m/seg)	1,0
	Factor de turbidez	1,8
	Día del análisis	21 Marzo-81
Localización y orientación del puente	Latitud del lugar de emplazamiento (°N)	41,4
	Altitud del lugar de emplazamiento (m)	45,0
	Azimut del puente (°)	0
Geometría	Canto del tablero (m)	0,60

La presentación de los resultados relativos a estos parámetros viene justificada por diversas razones. En primer lugar, cada uno de dichos parámetros corresponde a un grupo de parámetros de diferente índole, tal como puede verse en la tabla 1. En segundo lugar, como se verá con posterioridad, su influencia sobre la respuesta térmica del tablero y sobre los valores de las acciones térmicas de diseño es claramente significativa. Y en tercer y último lugar, tales parámetros, en algunos casos, no han sido analizados con la suficiente profundidad, pudiendo derivarse de los resultados obtenidos y mostrados en el presente artículo conclusiones que pueden considerarse como novedosas.

La influencia de otros parámetros sobre la respuesta térmica de puentes de hormigón, puede encontrarse en la bibliografía existente (Priestley y Buckle (8), Elbadry y Ghali (7), Miranbell (9)).

La sección de referencia adoptada para llevar a cabo el estudio paramétrico es la que se presenta en la figura 1. El hecho de adoptar esta sección transversal como sección de referencia, y no otra, no resta generalidad al análisis y a las conclusiones derivadas de éste, máxime cuando uno de los parámetros a analizar es el canto del tablero del puente losa.

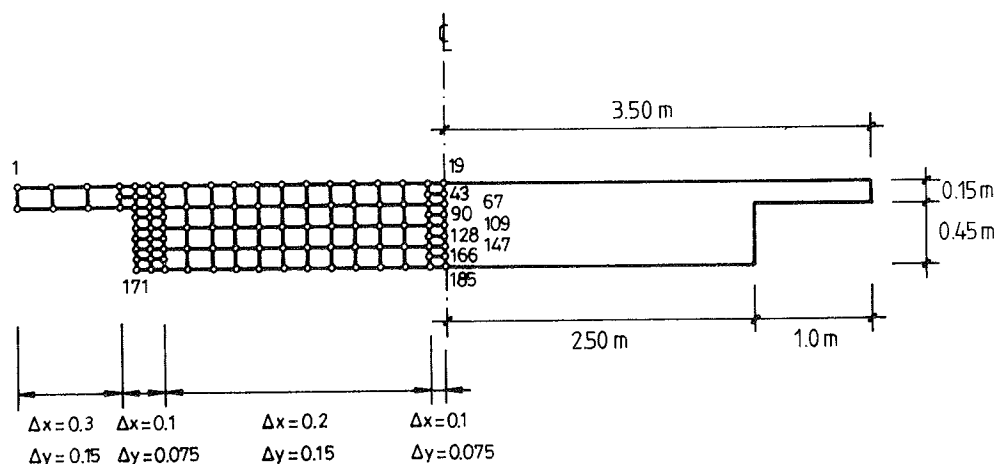


Fig. 1. Sección losa maciza sobre la que se llevan a cabo los diferentes estudios paramétricos.

## 2.1. Espesor de capa asfáltica de rodadura

De todos los factores que introduce la existencia de una capa asfáltica de rodadura, es el espesor de ésta el que muestra una mayor influencia sobre las distribuciones de temperaturas y sobre el gradiente térmico y la temperatura media del puente. Los valores del espesor de capa asfáltica adoptados en el estudio paramétrico son 5, 8, 10, 12, 15 y 18 cms. (espesores cercanos a los 15 cms son muy elevados; no obstante, se han analizado estos casos para conocer mejor la influencia de este parámetro sobre el fenómeno de la transmisión de calor en puentes losa de hormigón).

La figura 2 muestra las distribuciones de temperaturas según el eje vertical de simetría de la sección, correspondientes al instante en el que se genera el máximo gradiente térmico vertical para cada uno de los espesores de capa asfáltica contemplados.

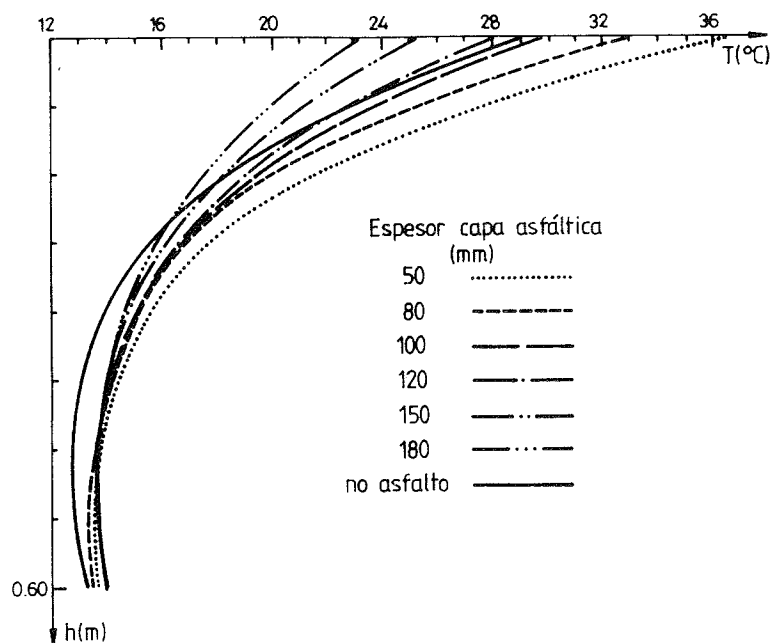


Fig. 2. Distribuciones de temperaturas según el eje de simetría, correspondientes al instante de máximo gradiente térmico, para los diferentes espesores de capa asfáltica.

De dicha figura pueden extraerse algunas ideas. En primer lugar, a medida que aumenta el espesor de asfalto, menor es la temperatura en la fibra superior del tablero. La baja conductividad térmica del asfalto con respecto a la del hormigón hace que la capa de rodadura se comporte como un aislante térmico y ello se acentúa más cuanto mayor es el espesor de la capa asfáltica. En segundo lugar, puede observarse que si dicha capa posee poco espesor, la temperatura en la fibra superior del tablero es mayor que la temperatura existente en esa misma fibra si no se dispusiera capa asfáltica de rodadura; ello es a consecuencia del elevado factor de absorción solar que presenta el asfalto con respecto al hormigón.

Así pues, a la vista de los resultados obtenidos puede concluirse que para que la capa asfáltica de rodadura tenga un cierto carácter aislante es necesario disponer un mínimo espesor. Si se comparan las distribuciones de temperaturas obtenidas para diferentes espesores de asfalto con la distribución de temperaturas correspondiente al mismo tablero losa sin asfalto (véase figura 2), se observa que la temperatura en la fibra superior es similar para espesores de la capa de rodadura próximos a los 10 cms, en este estudio particular.

En resumen, para pequeños espesores de capa asfáltica la influencia del factor de absorción solar del asfalto es más importante que la de su baja conductividad térmica, mientras que para tableros con espesores elevados de asfalto la respuesta térmica del tablero viene gobernada, de forma preponderante, por la conductividad térmica del asfalto, comportándose este material como un aislante térmico.

Por otra parte, el hecho de que el coeficiente de absorción solar del asfalto sea elevado hace que la cantidad de calor transferido por radiación solar aumente con respecto al caso de considerar el tablero losa maciza sin capa asfáltica de rodadura. Ello supondrá un mayor valor de la temperatura en las fibras intermedias de la sección transversal durante la fase de calentamiento del tablero, lo cual se traduce en una distribución de temperaturas más cercana a una distribución plana.

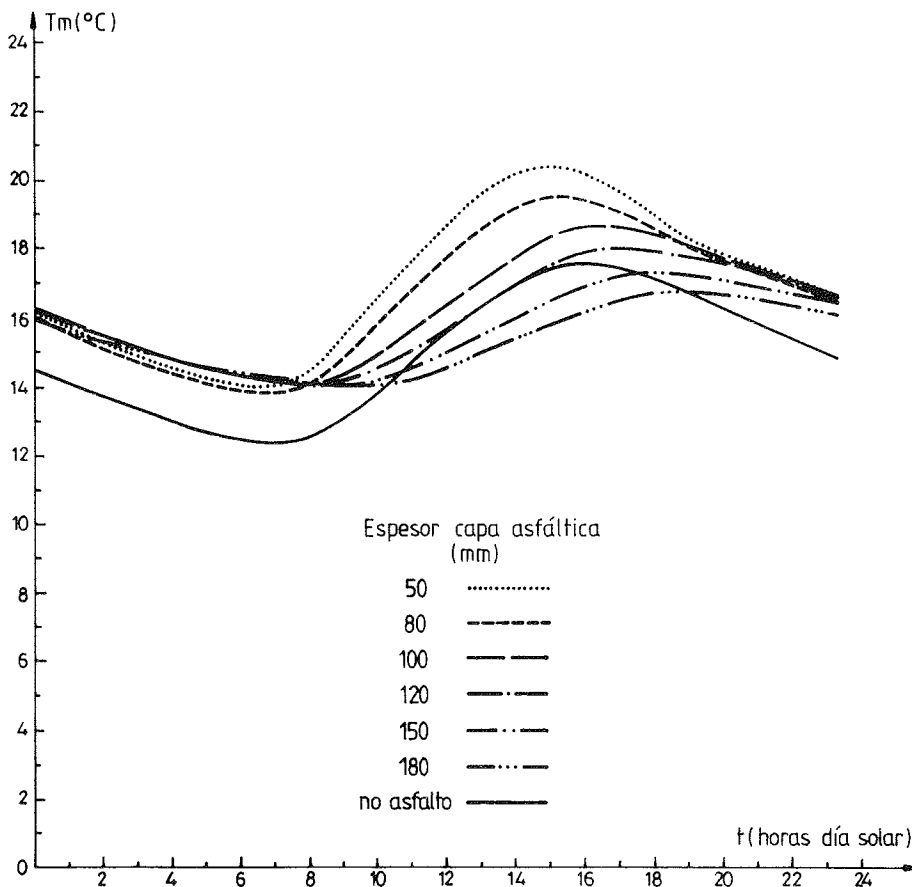
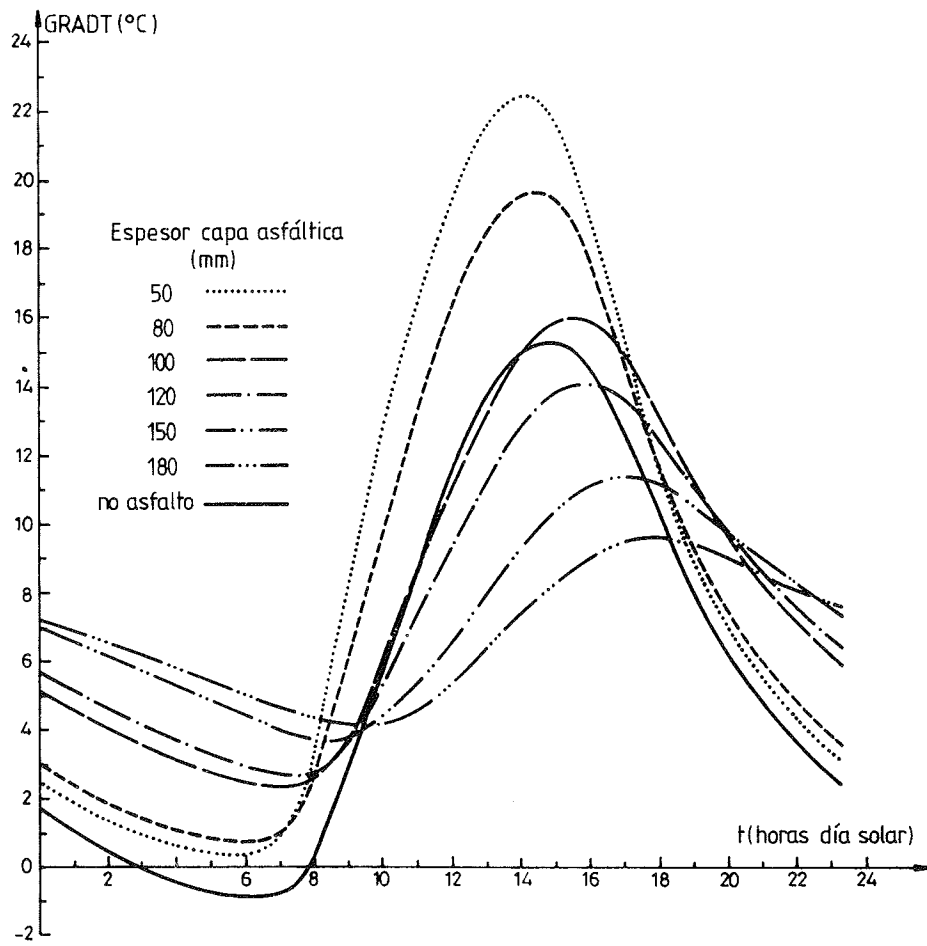


Fig. 3. Evoluciones diarias del gradiente térmico y de la temperatura media, para los diferentes espesores de capa asfáltica.

La figura 3 muestra la evolución diaria del gradiente térmico vertical y de la temperatura media de la sección losa maciza analizada, para los diferentes espesores de capa asfáltica contemplados en el estudio paramétrico.

En dicha figura puede observarse que cuanto menor es el espesor de capa asfáltica, mayores son el gradiente térmico máximo, el rango diario de dicha acción térmica y la expansión eficaz diaria del puente losa analizado. Asimismo, puede observarse que puentes losa sobre los cuales se disponga capa asfáltica de rodadura son menos susceptibles de verse solicitados con gradientes térmicos verticales negativos (o inversos).

Por otra parte, puede apreciarse la existencia de un espesor de asfalto –espesor equivalente– por encima del cual las acciones térmicas impuestas en el puente losa estudiado son inferiores a las que corresponderían al puente losa sin capa asfáltica. En general, para tableros losa maciza, dicho espesor equivalente se sitúa entre los 6 cms y los 12 cms, dependiendo fundamentalmente del canto del tablero (Mirambell (9)). Para este caso particular, el espesor equivalente es aproximadamente 10,5 cms.

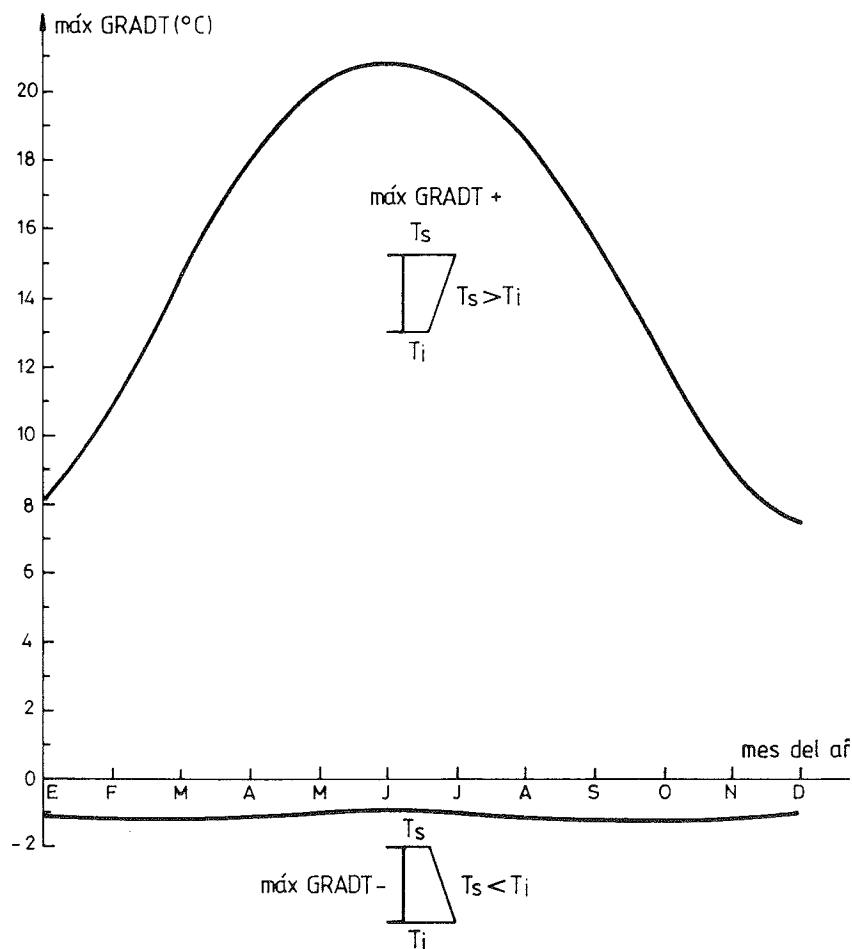


Fig. 4. Evolución anual del gradiente térmico vertical, máximo, positivo y del gradiente térmico vertical, máximo, negativo.

## 2.2. Día del año

Si bien este factor puede no ser considerado como un parámetro ambiental, sí viene a representar unas ciertas condiciones de contorno, las cuales influyen en los resultados derivados del análisis térmico. Dicha influencia queda reflejada de forma clara en el valor de la intensidad de radiación solar incidente sobre el paramento superior y paramentos laterales del tablero del puente, en la inclinación de los rayos solares y en la duración del día solar. El presente estudio paramétrico se ha extendido a cada uno de los meses del año, adoptando como día representativo del mes —día medio— aquél para el cual la radiación solar extraterrestre presente el valor más próximo a la radiación solar extraterrestre diaria, obtenida esta última como media mensual.

El analizar de forma paramétrica la influencia del día del año conlleva, lógicamente, el imponer unos valores de temperatura ambiente acordes con los existentes en el lugar de emplazamiento del puente durante el mes considerado.

La figura 4 muestra la evolución anual del gradiente térmico vertical, máximo, positivo (la fibra superior se encuentra a mayor temperatura que la fibra inferior) y negativo (la fibra superior se encuentra a menor temperatura que la fibra inferior).

La evolución del gradiente térmico vertical, máximo, positivo sigue una ley de tipo periódico, alcanzándose la zona de máximos en meses de máxima intensidad de radiación solar (Junio, Julio) y la zona de mínimos en meses de mínima intensidad de radiación solar (Noviembre, Diciembre, Enero).

La evolución del gradiente térmico horizontal, máximo (o transversal), queda reflejada en la figura 5. En dicha figura puede apreciarse, como era de esperar, que los valores alcanzados por el gradiente térmico horizontal, máximo, son despreciables a lo largo de todo el año. No obstante, en meses de invierno, debido a la pequeña inclinación de los rayos solares con respecto a un plano horizontal, dicho gradiente no es idénticamente nulo.

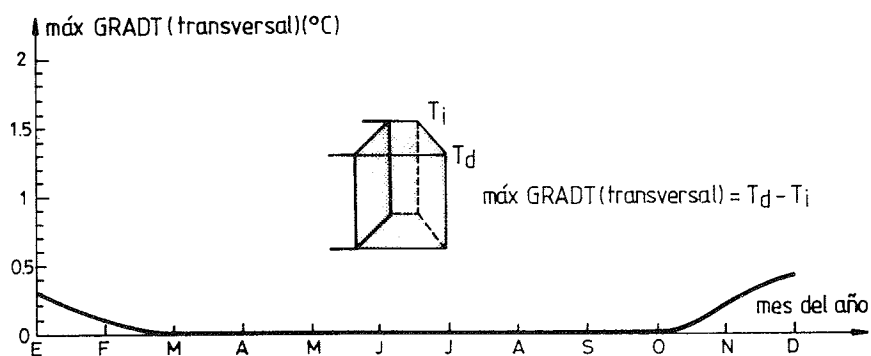


Fig. 5. Evolución anual del gradiente térmico horizontal, máximo.

A continuación, la figura 6 muestra las evoluciones de las temperaturas medias, máxima y mínima, del puente analizado a lo largo del año, así como la de la expansión eficaz diaria. En ella se observa que las temperaturas medias, máxima y mínima, del puente son más elevadas en los meses de verano, como era de esperar. El rango anual de la temperatura media del puente viene determinado por la diferencia de temperaturas existente entre la temperatura media, máxima, más alta y la temperatura media, mínima, más baja. Asimismo, puede apreciarse que la expansión eficaz diaria, máxima, se presenta en los meses de máxima intensidad de radiación solar (Junio, Julio) siendo su valor, para este caso, de 0,07 mm/m.

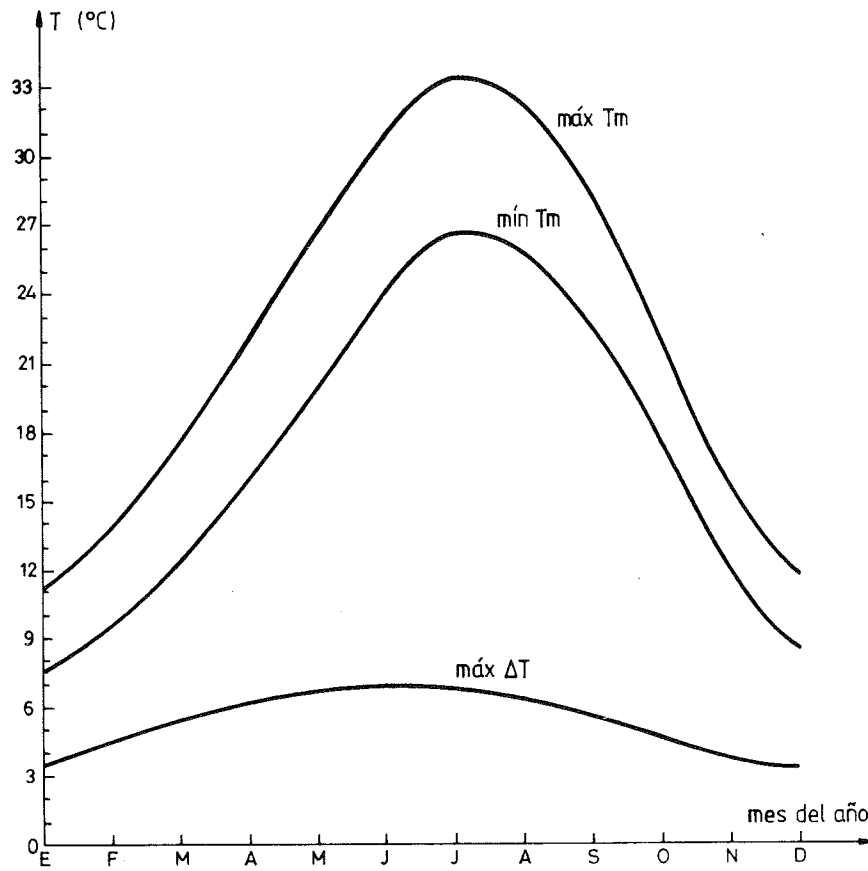


Fig. 6. Evolución anual de las temperaturas medias, máxima y mínima, y del rango diario de la temperatura media.

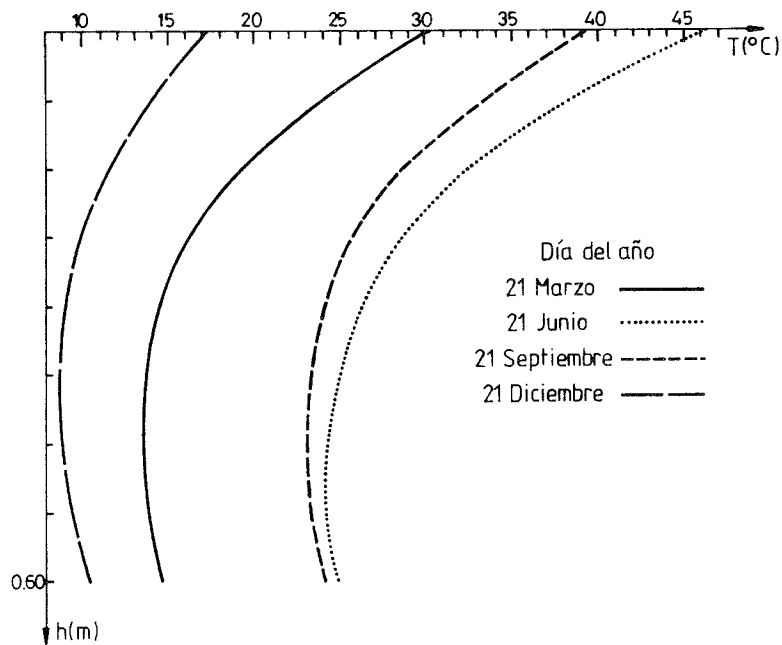
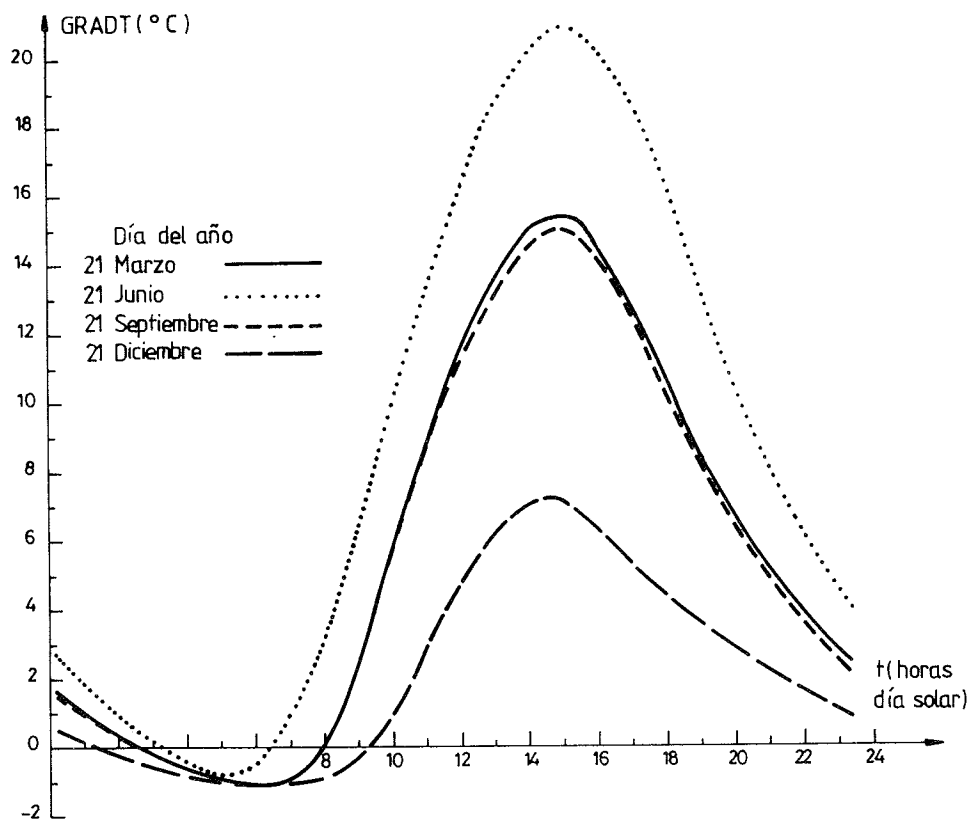
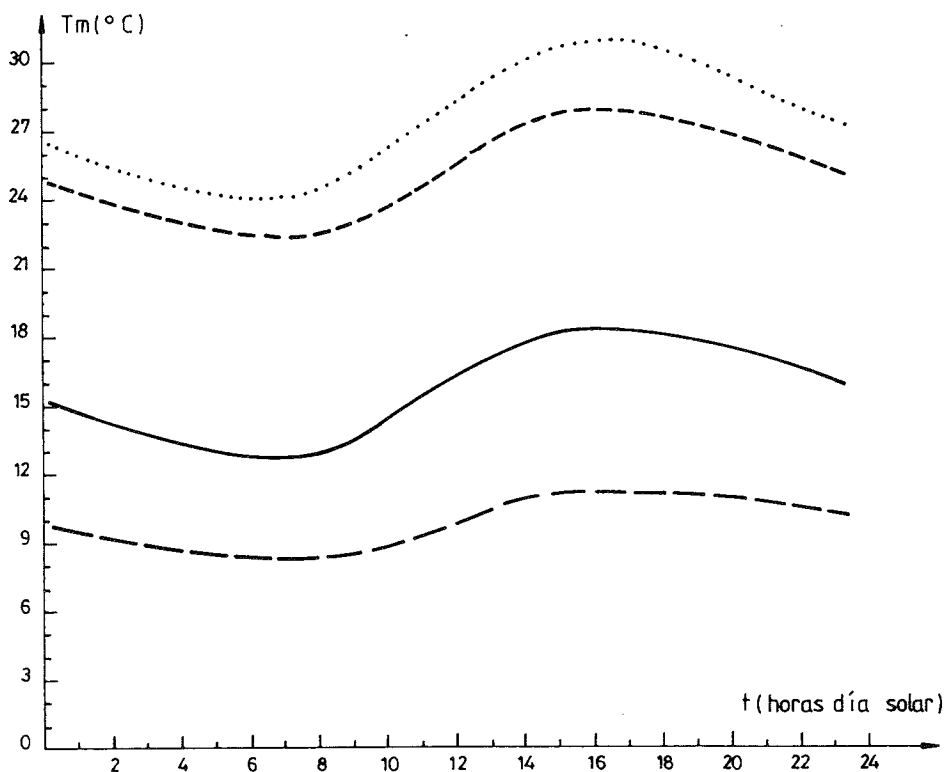


Fig. 7. Distribuciones de temperaturas según el eje de simetría, correspondientes al instante de máximo gradiente térmico, para diferentes días del año (equinoccios y solsticios).



a) Gradiente térmico



b) Temperatura media de la sección

Fig. 8. Evoluciones diarias del gradiente térmico y de la temperatura media, para los diferentes días analizados.

La figura 7 muestra las distribuciones de temperaturas según el eje vertical de simetría de la sección losa maciza de 0,60 metros de canto, correspondientes al instante para el cual se alcanza el máximo gradiente térmico vertical, positivo, para diferentes días del año (equinoccios y solsticios). En la citada figura puede observarse que los perfiles de las distribuciones de temperaturas son sensiblemente paralelos. Dicho paralelismo es, evidentemente, función del valor de la temperatura ambiente correspondiente a cada uno de los días del año contemplados en el análisis.

Las evoluciones diarias del gradiente térmico y de la temperatura media del puente losa analizado, en función del día del año, vienen reflejadas en la figura 8.

En dicha figura se aprecia que las leyes de variación del gradiente térmico y de la temperatura media del puente son de tipo periódico. Asimismo, puede observarse que para el solsticio de verano se alcanzan los gradientes máximos más altos y los mayores rangos de variación del gradiente y de la temperatura media, mientras que para el solsticio de invierno la situación es la diametralmente opuesta. Comparando los resultados obtenidos para los equinoccios de primavera y otoño se aprecian diferencias notables entre las evoluciones diarias de la temperatura media del puente, pero no así en las evoluciones diarias del gradiente térmico vertical. Ello prueba el hecho de que la temperatura media del puente se encuentra fuertemente correlacionada con la temperatura ambiente existente en el lugar de emplazamiento, mientras que el gradiente térmico se encuentra correlacionado, fundamentalmente, con la intensidad de radiación solar incidente sobre el tablero.

### 2.3. Latitud del lugar del emplazamiento del puente

Para llevar a cabo el estudio de este parámetro de emplazamiento se adoptan diferentes valores de la latitud, que cubren de forma amplia el hemisferio Norte (la Península Ibérica y las Islas Baleares se encuentran incluidas entre las latitudes  $36^{\circ} 0'N$  de Tarifa y  $43^{\circ} 47'$  de Estaca de Bares).

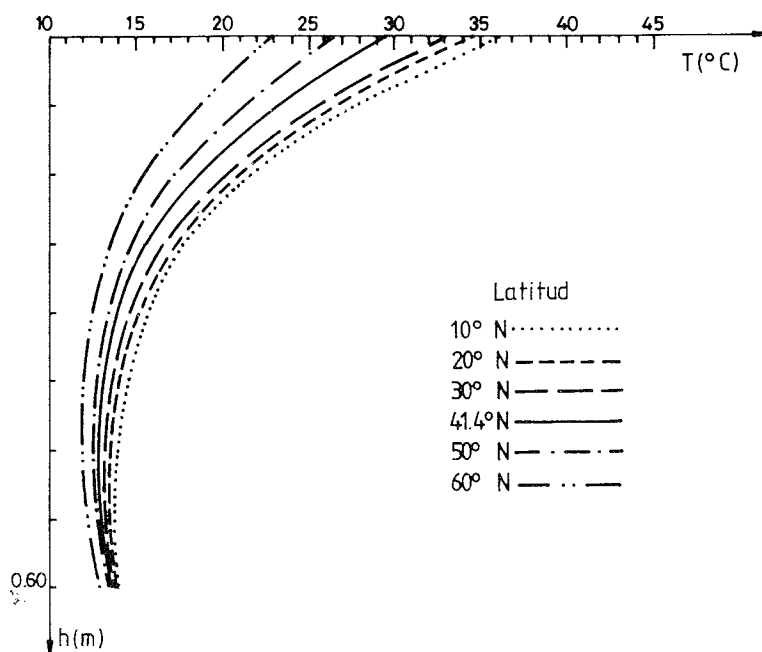


Fig. 9. Distribuciones de temperaturas según el eje de simetría, correspondientes al instante de máximo gradiente térmico, para las diferentes latitudes.

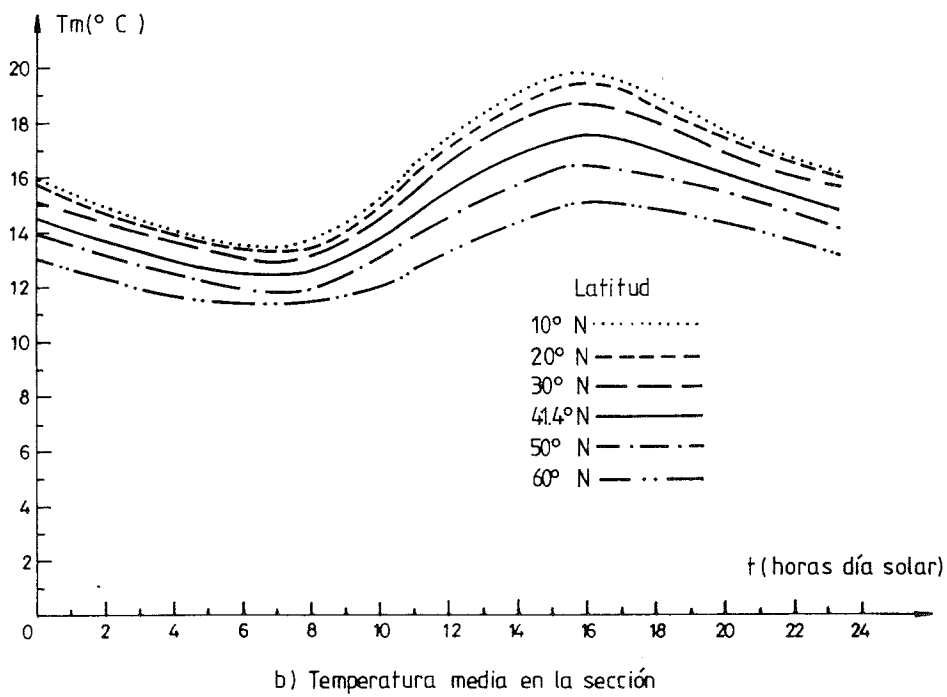
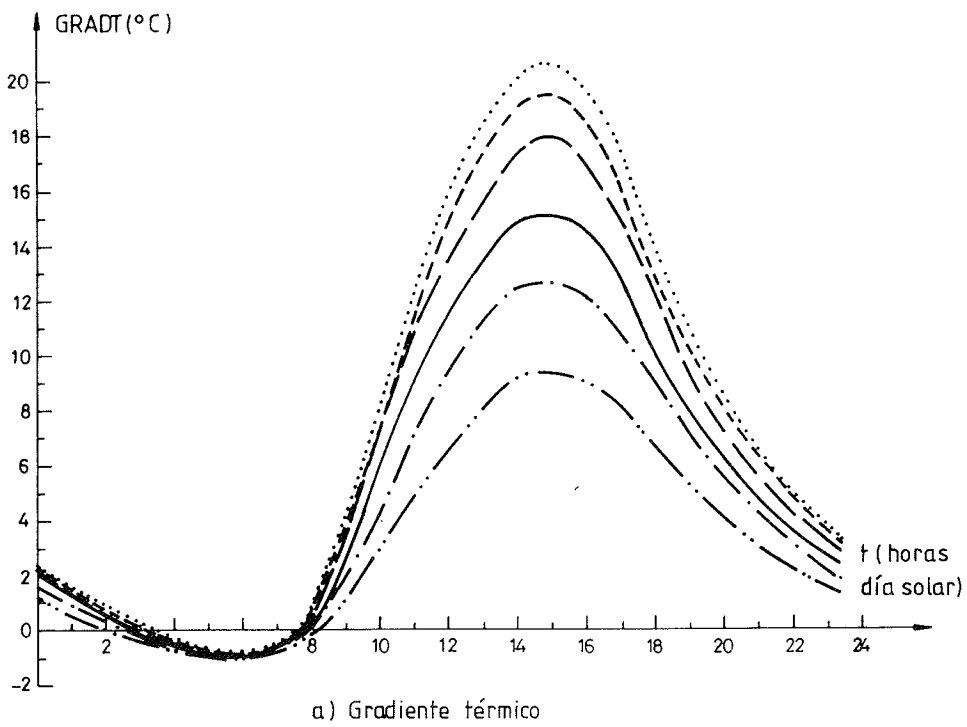


Fig. 10. Evoluciones diarias del gradiente térmico y de la temperatura media para las diferentes latitudes.

La figura 9 muestra las distribuciones de temperaturas según el eje de simetría de la sección transversal del tablero, correspondientes al instante para el cual se alcanza el máximo gradiente térmico vertical positivo, en función de la latitud del lugar de emplazamiento del puente. De la observación de las gráficas presentadas se desprende que cuanto más cercano es el emplazamiento del puente al Ecuador, mayor es el efecto de la radiación solar y mayor es la temperatura en la fibra superior del tablero losa analizado.

Las evoluciones diarias del gradiente térmico y de la temperatura media, para diferentes latitudes, pueden observarse en la figura 10, apreciándose que a latitudes bajas —cercanas al Ecuador— corresponden gradientes térmicos verticales máximos más altos y mayores rangos de variación, tanto del gradiente térmico como de la temperatura media del puente.

Asimismo, se ha observado que cuanto mayor es la latitud del lugar de emplazamiento del puente, mayor es el gradiente térmico transversal, puesto que el ángulo de inclinación de los rayos solares con respecto a un plano tangente a la superficie es menor. No obstante, en la mayoría de los casos y para esta tipología en particular, la magnitud de dicho gradiente es despreciable.

Si bien este parámetro no presenta un gran rango de variación dentro del territorio peninsular, a igualdad del resto de condiciones ambientales y de parámetros físicos y estructurales del puente y atendiendo exclusivamente a este factor, pueden observarse diferencias entre los máximos gradientes térmicos verticales, positivos, del orden de 3°C. Ello supone un aumento de dicha acción térmica en la parte meridional peninsular con respecto a la septentrional, del orden del 14 por 100. Parece pues evidente que puentes emplazados en la zona sur del territorio peninsular se encuentran en condiciones más desfavorables que los emplazados en la zona norte, en lo que se refiere a la consideración única de este parámetro de emplazamiento.

#### 2.4. Canto del tablero

En secciones transversales de tableros de puente losa, la longitud de voladizos y la inclinación de los paramentos laterales tienen poca influencia en el perfil y magnitud de las distribuciones del campo de temperaturas (Mirambell (9)). Ello es así debido al hecho de que dichas secciones no presentan, en general, cantos elevados y, si existen voladizos, éstos proyectarán sombra sobre los paramentos laterales de la sección transversal. En el caso de que no fuera así, existirían fuentes de calor en dichos paramentos; no obstante, los efectos de éstas se ven fuertemente amortiguados debido a la gran masa de hormigón que presenta el tablero en dirección horizontal. La integración del campo de temperaturas con respecto al eje vertical de simetría de la sección no viene influenciada de forma directa por la temperatura de los paramentos laterales, sino por la temperatura de la masa de hormigón existente a través de la sección total, la cual no se ve afectada de forma sensible por los cambios térmicos inducidos por la existencia de radiación solar incidente sobre uno de los paramentos laterales de la sección transversal.

De ello se desprende que, en lo que se refiere a la geometría de la sección transversal de los tableros de puentes losa, únicamente se lleve a cabo el estudio paramétrico relativo al canto del tablero. Dicho canto adopta los valores de 0,90, 0,75, 0,60, 0,45 y 0,30 metros, cantos éstos que son elegidos en el diseño de puentes losa maciza, de sección constante o variable para salvar luces de vano próximas a los 20 metros.

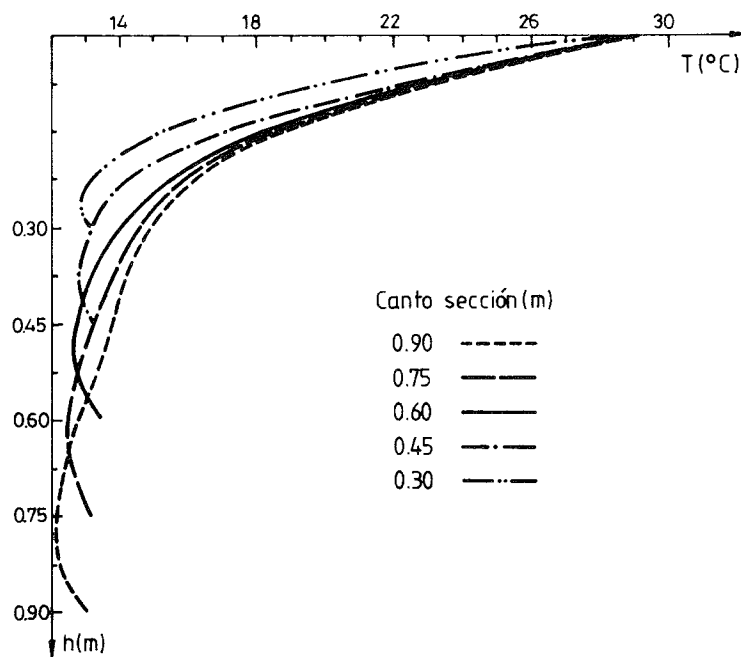


Fig. 11. Distribuciones de temperaturas según el eje de simetría, correspondientes al instante de máximo gradiente térmico, para los diferentes cantos.

La figura 11 muestra las distribuciones de temperaturas según el eje vertical de simetría de la sección, correspondientes al instante en el que se genera el máximo gradiente térmico, positivo, para cada uno de los tableros losa maciza analizados. Observando las gráficas de esta figura se aprecia que las distribuciones de temperaturas presentan un perfil similar, si bien, para aquellos tableros losa de cantos reducidos, la no linealidad del campo de temperaturas es menos acusada.

Las evoluciones diarias del gradiente térmico vertical y de la temperatura media, para cada uno de los tableros losa maciza contemplados en el estudio paramétrico pueden observarse en la figura 12.

En dicha figura puede apreciarse que los tableros de pequeño canto experimentan un rango de variación del gradiente térmico vertical y un gradiente térmico vertical, máximo, más elevados que los tableros de cantos superiores. Asimismo, puede observarse que a medida que aumenta el canto del tablero, el instante para el cual se alcanza la máxima curvatura térmica vertical, impuesta, es posterior en el tiempo.

En cuanto a las evoluciones de la temperatura media de los tableros de puente losa maciza analizados, puede observarse que aquéllas siguen unas leyes de variación de tipo periódico, alcanzándose los máximos con un desfase de 1 a 2 horas con respecto al instante en el que se generan los máximos gradientes térmicos verticales.

En el intervalo de tiempo comprendido entre las 7 horas y las 16 horas solares, aproximadamente, el tablero del puente experimenta su expansión eficaz diaria, observándose que la velocidad con la que se calienta el tablero es más elevada que la de enfriamiento, lo que indica claramente que la principal fuente de calor es la radiación solar absorbida.

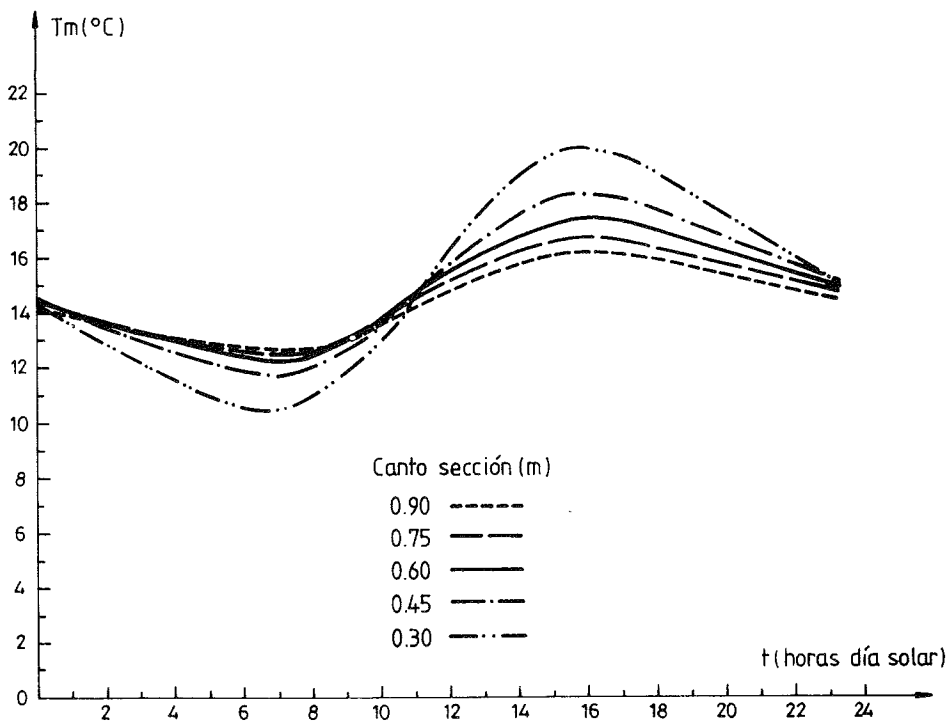
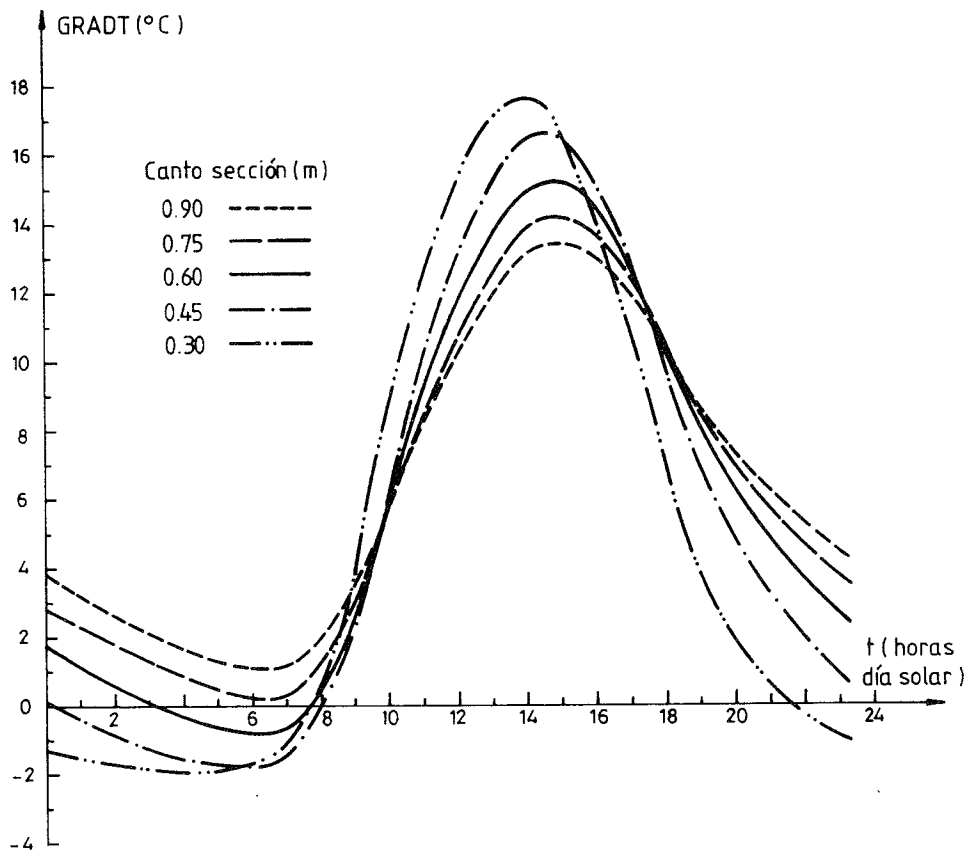
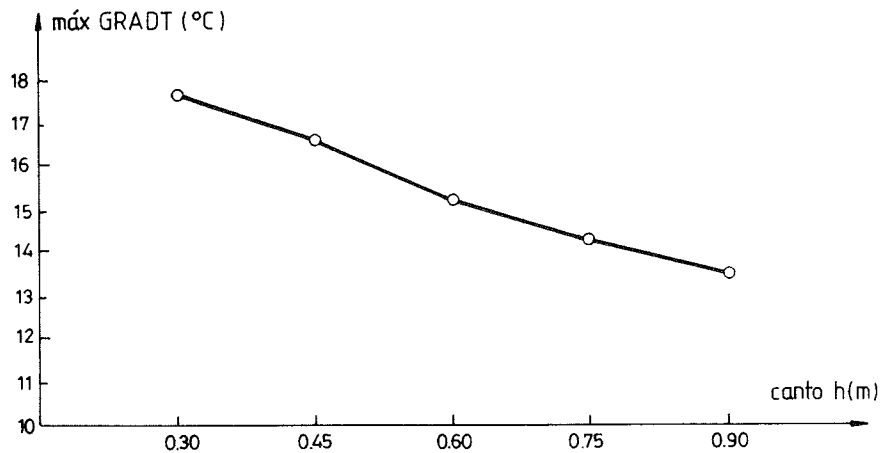
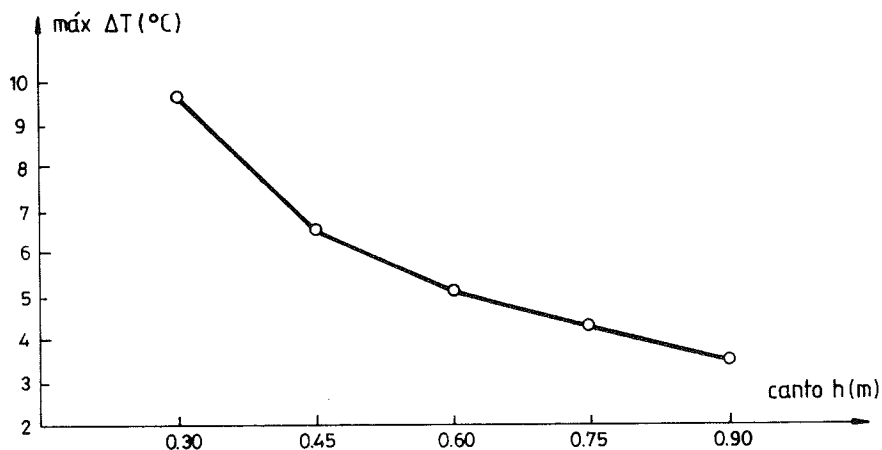


Fig. 12. Evoluciones diarias del gradiente térmico y de la temperatura media, para los diferentes cantos.



a) Máximos gradientes térmicos positivos



b) Máximos incrementos relativos de temperatura media

Fig. 13. Influencia del canto sobre el gradiente térmico, vertical, máximo y sobre el rango diario de la temperatura media.

La figura 13 muestra la influencia del parámetro analizado —canto del tablero— sobre el máximo gradiente térmico, vertical, positivo y el rango diario de la temperatura media del tablero. En dicha figura se refleja de forma clara la idea ya apuntada de que cuanto menor es el canto del tablero, mayor es el gradiente térmico vertical máximo y mayor es la expansión eficaz diaria.

A continuación, en el siguiente apartado, se analiza la respuesta térmica de los tableros de puentes losa aligerada, comparando dicha respuesta con la obtenida para tableros de puentes losa maciza de igual canto.

### 3. LA RESPUESTA TERMICA EN TABLEROS DE PUENTES LOSA ALIGERADA

Los resultados del análisis térmico de tableros de puentes losa aligerada se comparan con los obtenidos para tableros de puentes losa maciza de igual canto. Dicho análisis comparativo viene justificado por el hecho de que ambas tipologías transversales cubren luces de vano similares.

Las secciones transversales de los tableros de puente losa maciza y losa aligerada que se van a analizar en este estudio se muestran en la figura 14.

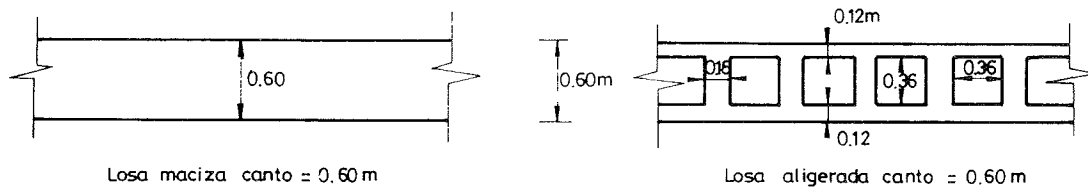


Fig. 14. Secciones losa maciza y losa aligerada analizadas.

Las condiciones ambientales, climatológicas y de emplazamiento son las mismas para ambos puentes y vienen definidas por los valores de referencia mostrados en la tabla 1.

En la figura 15 se presentan las distribuciones de temperaturas correspondientes al instante para el cual se alcanza la máxima curvatura térmica, vertical, impuesta, en ambos tableros. En ella puede apreciarse que la distribución del campo de temperaturas en el tablero losa aligerada presenta una no linealidad algo más acusada, hecho éste originado por la inercia térmica que presenta el volumen de aire ocluido en los aligeramientos.

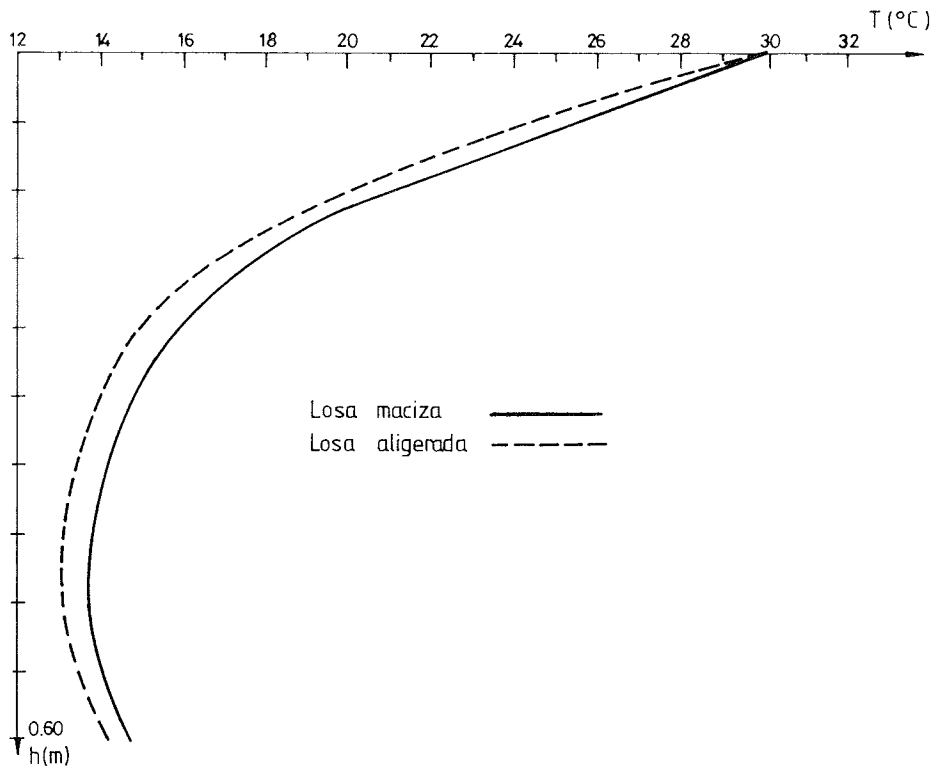


Fig. 15. Distribuciones de temperaturas según el eje de simetría, correspondientes al instante de máximo gradiente térmico, para los tableros losa maciza y losa aligerada analizados.

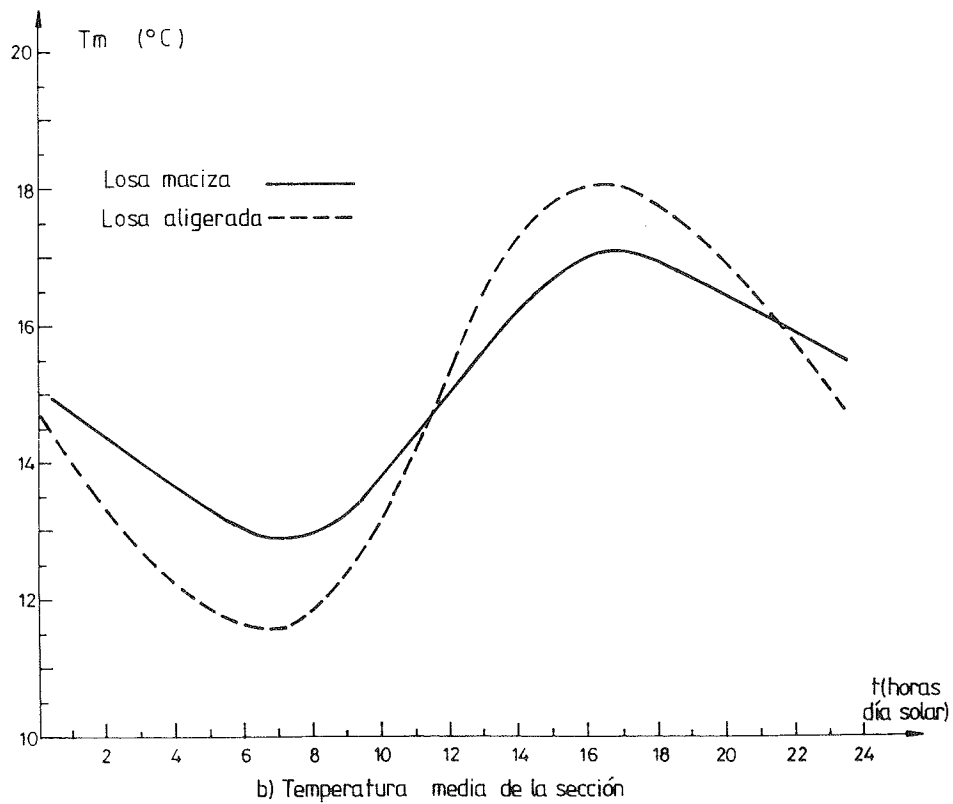
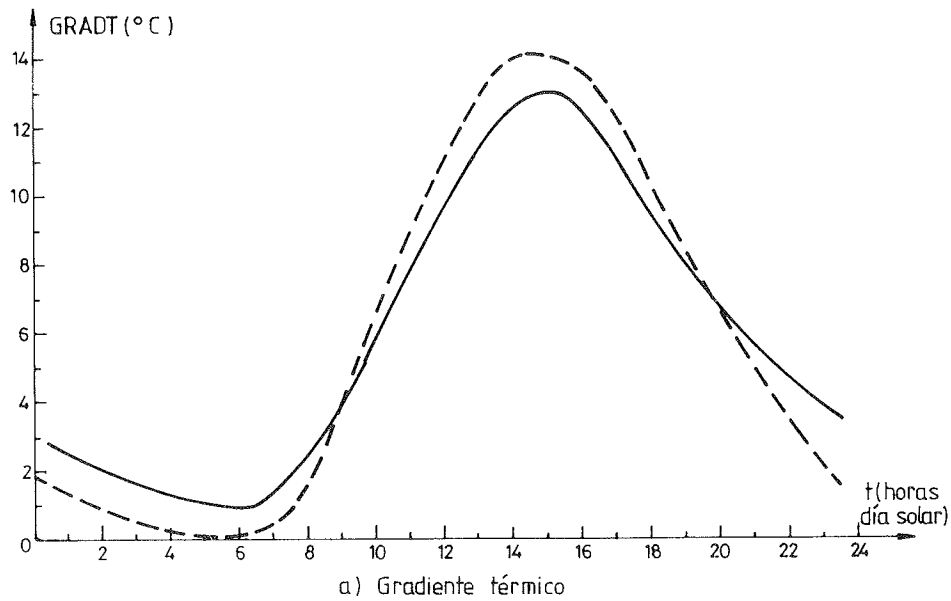


Fig. 16. Evoluciones diarias del gradiente térmico y de la temperatura media para los tableros losa maciza y losa aligerada analizados.

La figura 16 muestra las evoluciones diarias del gradiente térmico vertical y de la temperatura media de la sección transversal, correspondientes a los tableros de losa maciza y losa aligerada analizados. En dicha figura se aprecia que los perfiles de ambas funciones térmicas son similares, si bien puede observarse que los rangos de variación diaria del gradiente térmico y de la temperatura media son mayores en el caso de tableros losa aligerada. Asimismo, los gradientes térmicos, verticales, máximos y las temperaturas medias, máximas, son también, para la tipología transversal de losa aligerada, de mayor magnitud.

Es evidente que este análisis comparativo atiende a unas condiciones de geometría determinadas. Para llegar a obtener conclusiones que posean un carácter más general, se ha considerado oportuno el analizar, para unas condiciones ambientales y de emplazamiento fijas, diferentes tableros de puentes losa maciza y losa aligerada, variando el canto total  $h = 0,45 \text{ m}, 0,60 \text{ m}, 0,75 \text{ m}, 0,90 \text{ m}$  y  $1,05 \text{ m}$ . En el caso de tablero losa aligerada se han adoptado las siguientes relaciones geométricas:

- Aligeramientos cuadrados de sección  $0,6h \times 0,6h$
- Espesores de alas superior e inferior iguales a  $0,2h$
- Separación entre vigas igual a  $0,9h$ .

Dichas relaciones pueden atender, de forma aproximada, a unas condiciones típicas de aligeramiento en tableros de puentes losa de hormigón.

Los resultados relativos a los gradientes térmicos, verticales, máximos y a los rangos diarios de la temperatura media, correspondientes a cada uno de los tableros analizados, se presentan en la figura 17.

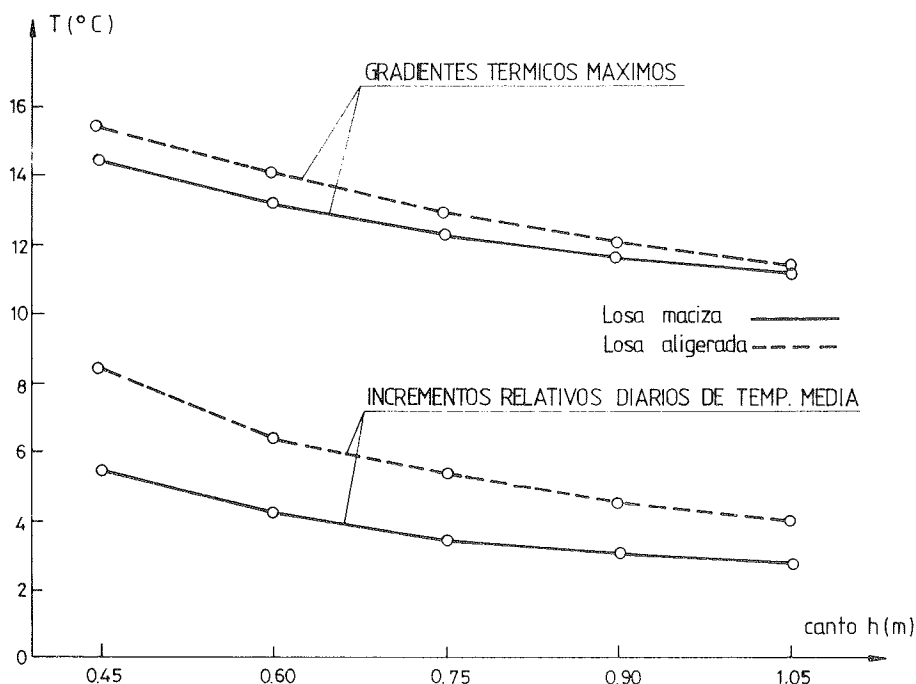


Fig. 17. Influencia del canto sobre el gradiente térmico, vertical, máximo y sobre el rango diario de la temperatura media, para los diferentes tableros de losa maciza y losa aligerada analizados.

Las gráficas mostradas en ella corroboran lo ya expuesto con anterioridad al estudiar la influencia del canto del tablero sobre la respuesta térmica de los puentes losa maciza. En efecto, se aprecia de nuevo que cuanto mayor es el canto, menores son el gradiente térmico, vertical, máximo y el rango diario de la temperatura media del tablero, y ello ocurre así, tanto en tableros de puentes losa maciza como en los de puentes losa aligerada.

Por otra parte, se aprecia que los gradientes máximos y rangos diarios de temperatura media alcanzan valores superiores para la tipología transversal de losa aligerada. Sin embargo, también puede observarse que a medida que aumenta el canto del tablero, las diferencias existentes van desvaneciéndose.

#### 4. METODOLOGIA DE OBTENCION DE LAS ACCIONES TERMICAS DE DISEÑO EN TABLEROS DE PUENTES LOSA DE HORMIGON

En los apartados anteriores se ha mostrado la influencia de algunos de los parámetros estructurales, ambientales, geométricos y de emplazamiento sobre la respuesta térmica de los tableros de puentes losa de hormigón y su posible correlación con las diferentes acciones térmicas que hay que considerar en diseño —rango anual de la temperatura media del puente, gradientes térmicos, otras acciones térmicas—.

Tal como se indica en el Código Modelo CEB-FIP (12), las acciones naturales dependen de la situación geográfica y del emplazamiento de la construcción. Sin embargo, en casi todos los casos, el carácter aleatorio de dichas acciones se encuentra ligado, esencialmente, a un parámetro aleatorio relacionado con el origen físico de la acción. Las medidas y registros de dicho parámetro son la base de las estadísticas que se pueden utilizar y de la metodología de obtención de las acciones térmicas de diseño que se presenta a continuación.

El objetivo perseguido es el obtener unas acciones térmicas que habrá que considerar en el diseño de puentes losa de hormigón, definidas mediante su valor característico asociado a un nivel de confianza en el entorno del 5 por 100. Esta forma de actuar presenta la ventaja de mostrar una coherencia teórica con lo propugnado por las normativas vigentes en nuestro país en lo que se refiere a la definición de las acciones que hay que considerar en proyecto y a las posteriores combinaciones de acciones.

Para alcanzar tal objetivo se hace necesario partir de los registros de las diversas variables y parámetros climatológicos que influyen de forma significativa en la respuesta térmica de los tableros de puentes de hormigón —temperatura ambiente, radiación solar, duración del día solar, velocidad del viento, índice de nubosidad—. Lógicamente, dichos registros deberían realizarse para el mayor número posible de años y en un gran número de observatorios meteorológicos, permitiendo así cubrir de la forma más amplia posible la totalidad del territorio del país para el cual se pretenda determinar el valor característico de las acciones térmicas que se deben considerar en el diseño de los puentes de hormigón.

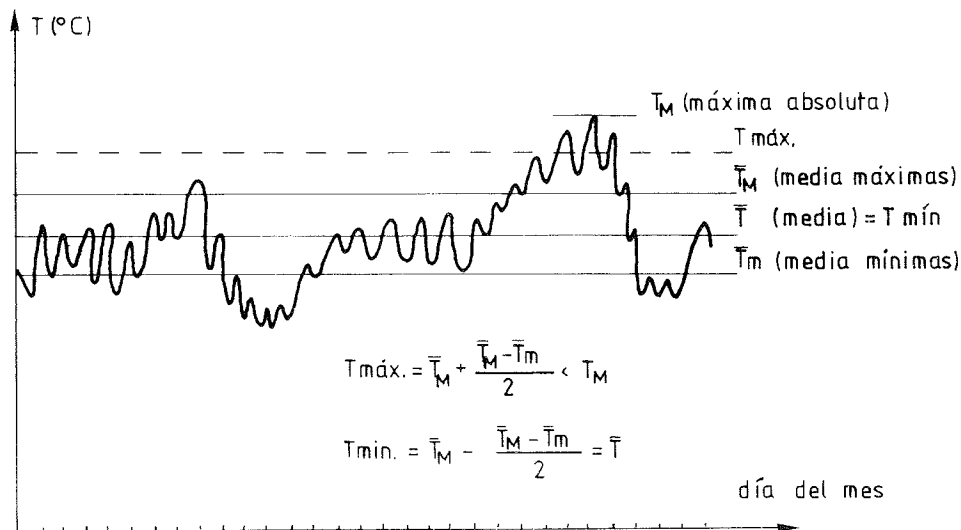
Conviene señalar el hecho de que el propio carácter de la acción térmica ambiental, la cual en líneas generales presenta una variación cíclica anual similar para diferentes años, permite adoptar para la definición de su valor característico un período de retorno inferior al que, por ejemplo, debería adoptarse en el caso de acciones tipo sismo o viento.

##### 4.1. Variación anual de la temperatura media del puente

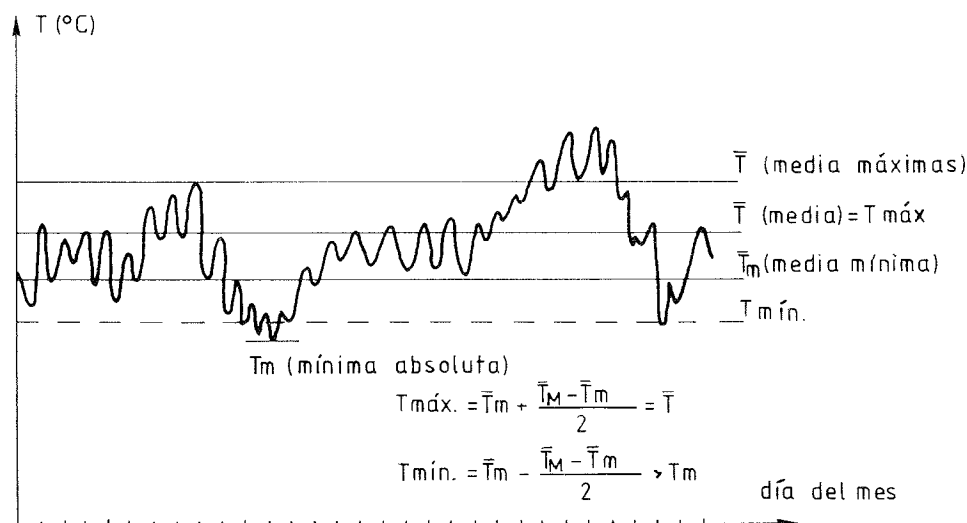
La variación anual de la temperatura media del puente —diferencia entre la temperatura media máxima y la temperatura media mínima del puente a lo largo del año— depende de la climatología existente en el lugar de emplazamiento del puente y, fundamentalmente, del rango anual de la temperatura ambiente (Mirambell (9)). Así pues, será este parámetro ambiental el parámetro básico para poder llegar a definir el rango anual de la temperatura media del puente y, por consiguiente, el incremento y decremento uniforme de temperatura media que habrá que considerar en el diseño y análisis del puente.

Suponiendo que el lugar de emplazamiento del puente es cualquiera de las estaciones meteorológicas contempladas, la metodología que se habrá de seguir es la siguiente:

- Obtención de los dos meses del año para los cuales la temperatura ambiente, media, mensual  $\bar{T}$  es máxima y mínima.



a) Mes de máxima temperatura ambiente media mensual.



b) Mes de mínima temperatura ambiente media mensual.

Fig. 18. Datos de temperatura ambiente que hay que introducir en el análisis térmico, para la determinación del rango anual de la temperatura media en puentes de hormigón.

- Obtención, para ambos meses, del rango diario, medio, mensual, de la temperatura ambiente  $\bar{T}_M - \bar{T}_m$ .
- Obtención, para el mes de máxima temperatura ambiente, media, mensual, de la temperatura ambiente, media, mensual, de las máximas  $\bar{T}_M$ .
- Obtención, para el mes de mínima temperatura ambiente, media, mensual, de la temperatura ambiente, media, mensual, de las mínimas  $\bar{T}_m$ .
- Datos que hay que introducir en el análisis térmico, para el mes de máxima temperatura ambiente, media, mensual:

Temp. ambiente, media =  $\bar{T}_M$

Rango diario temp. ambiente =  $\bar{T}_M - \bar{T}_m$ .

- Datos que hay que introducir en el análisis térmico, para el mes de mínima temperatura ambiente, media, mensual:

Temp. ambiente, media =  $\bar{T}_m$

Rango diario temp. ambiente =  $\bar{T}_M - \bar{T}_m$ .

- La radiación solar, número de horas de sol y velocidad de viento que se deben introducir como datos en el análisis térmico son los correspondientes valores medios, mensuales, registrados en la estación meteorológica para los dos meses del año de máxima y mínima temperatura media, mensual.

La figura 18 muestra, de forma clara, cuáles son los datos de temperatura ambiente que hay que introducir en el análisis.

Esta forma de actuar permite definir el rango anual de la temperatura media del tablero mediante su valor característico asociado a un nivel de confianza próximo al 5 por 100. Suponiendo que las condiciones climatológicas y ambientales se repiten de forma periódica cada año, la probabilidad de que la temperatura media del puente supere el valor característico, máximo, se sitúa próximo al valor de 0,05 ya que, por una parte, la relación de 1 mes a 12 meses es de 0,083 y, por otra, se adopta como temperatura ambiente, media, para el análisis, el valor de la media mensual de las máximas, con lo cual la probabilidad anterior se ve reducida, como mínimo, a un valor de 0,041.

Idéntico comentario puede hacerse con respecto a la probabilidad de que la temperatura media del puente sea menor que el valor característico mínimo.

Por consiguiente, la probabilidad de que la máxima diferencia anual de temperaturas medias del puente a lo largo de la vida útil de la estructura —se supone que las condiciones ambientales y climatológicas y la respuesta térmica del tablero varían de forma cíclica e idéntica para todos los años— supere la diferencia existente entre los valores característicos máximo y mínimo estará comprendida entre los valores 0,041 y 0,083.

#### 4.2. Gradiente térmico vertical positivo

El conocimiento del día del año, del factor de turbidez de la atmósfera y de la latitud y altitud del lugar de emplazamiento del puente permite evaluar de forma analítica la intensidad de radiación solar incidente sobre el tablero del puente.

Del análisis de los resultados derivados de los estudios paramétricos presentados en este artículo y en Mirambell (9) puede extraerse la conclusión de que, de los cuatro parámetros mencionados en el párrafo anterior, es la altitud el parámetro que muestra una menor influencia sobre el valor del gradiente térmico, vertical, positivo. La latitud sí muestra una influencia apreciable; no obstante, dicho parámetro de emplazamiento presenta en la Península Ibérica un rango de variación no muy extenso, cercano a los 8° y además queda contemplado, de forma directa, al centrar el análisis térmico en cada una de las estaciones meteorológicas.

En base a estos comentarios, parece lógico pensar que el parámetro o parámetros climatológicos que se deben contemplar de cara a la definición del gradiente térmico mediante su valor característico sean el día del año y el factor de turbidez, o lo que es lo mismo, la radiación solar global diaria, dato aportado por las publicaciones de los Institutos de Meteorología. Así pues, para la obtención del valor característico del gradiente térmico en

cada una de las estaciones meteorológicas contempladas, nos situaremos temporalmente en el mes para el cual se registre la máxima radiación solar global, media, mensual.

La metodología seguida para la definición de esta acción térmica en cada una de las estaciones meteorológicas contempladas –supuestos lugares de emplazamiento del puente– es la siguiente:

- Obtención del mes del año para el cual la radiación solar global, media, mensual es máxima.
- Obtención para dicho mes de la temperatura ambiente, media, mensual  $\bar{T}$ .
- Obtención del rango de variación, media, mensual de la temperatura ambiente  $\bar{T}_M - \bar{T}_m$ .
- La velocidad de viento y el número de horas de sol que se deben introducir como datos son los correspondientes valores medios, mensuales, registrados en cada una de las estaciones meteorológicas para el mes de radiación solar global, media, mensual, máxima.

El actuar de esta forma permite definir, de nuevo, la acción térmica resultante mediante su valor característico. La probabilidad de que el gradiente térmico, vertical, positivo, supere dicho valor característico se sitúa próxima al valor de 0,05 puesto que, en primer lugar, la relación de 1 mes a 12 meses es de 0,083 y, en segundo lugar, se adopta como valor de la intensidad de radiación solar que hay que introducir en el análisis térmico, el valor medio, mensual, de la radiación solar global diaria, lo que hace que la probabilidad anterior se vea reducida a un valor de 0,041.

#### 4.3. Otras acciones térmicas

Para el resto de otras posibles acciones térmicas que se deben considerar en el diseño de puentes losa de hormigón –gradientes térmicos, verticales, negativos (inversos), gradientes horizontales y sollicitaciones térmicas transversales– no se vislumbra de forma clara una posible correlación entre dichas acciones térmicas y un determinado parámetro climatológico.

Por dicha razón, los valores asignados a tales acciones, derivados de los pertinentes estudios y análisis, no atienden desde un punto de vista conceptual a la definición propia de valor característico, si bien sí se cree son valores representativos de los fenómenos térmicos existentes en la realidad.

#### 4.4. Aplicación al caso de puentes de hormigón emplazados en nuestro país

Para la determinación de las acciones térmicas de diseño se hace necesario conocer, como ya se ha comentado con anterioridad, datos relativos a diversos parámetros climatológicos y ambientales en el lugar de emplazamiento del puente. Dichos datos pueden extraerse de las numerosas publicaciones del Instituto Nacional de Meteorología ((13), (14), (15)), las cuales proporcionan una vasta información referente a la climatología española.

En la figura 19 se presentan las estaciones meteorológicas, principales, contempladas en las publicaciones del Instituto. El número total de estaciones es de 58 y con ellas se cubre ampliamente la geografía peninsular y la gran variedad de climas existente en nuestro país. En dicha figura también se presentan la altitud de la estación meteorológica, así como el número de años de que se ha dispuesto de datos.

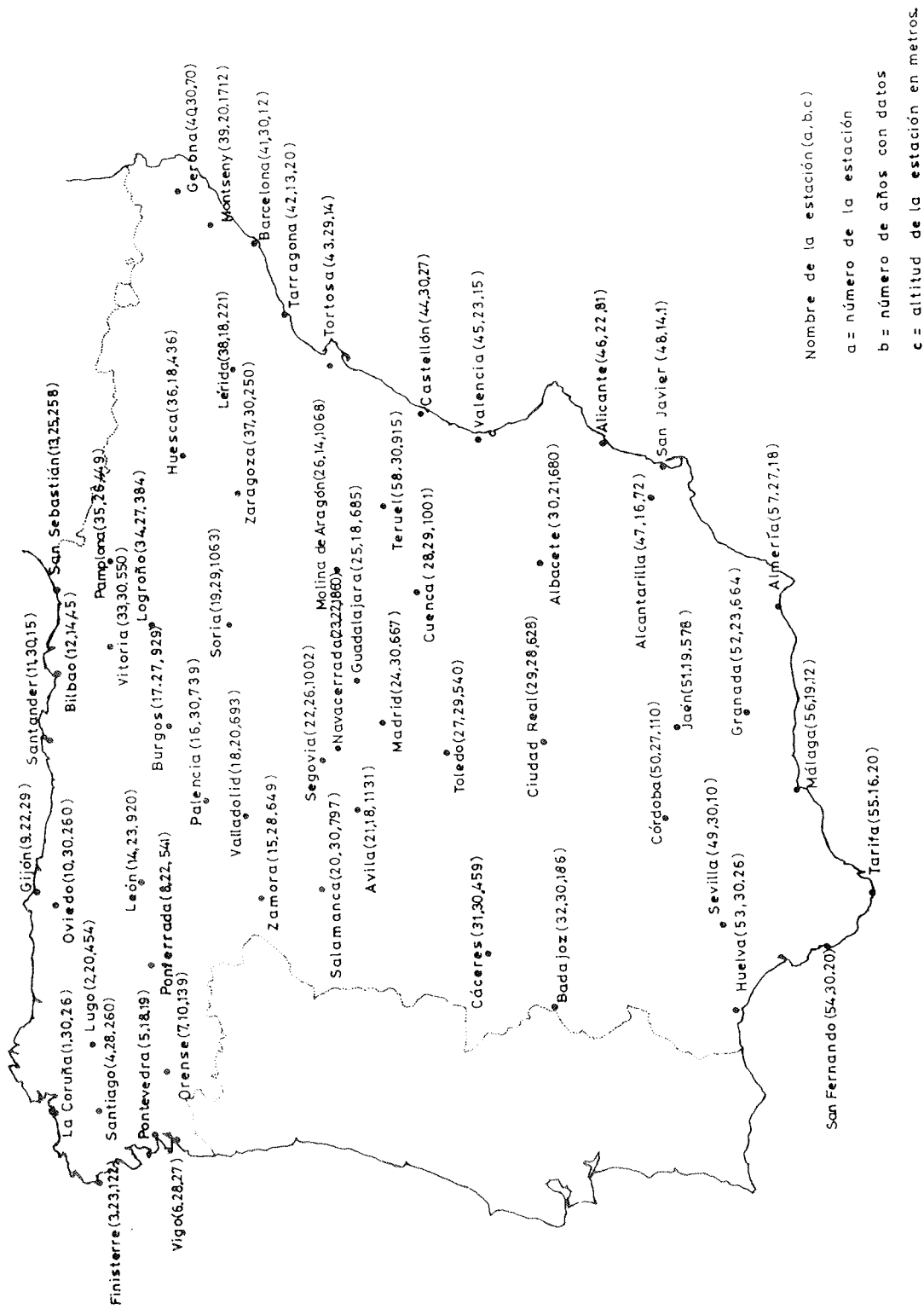


Fig. 19. Estaciones meteorológicas, principales, del Instituto Nacional de Meteorología, contempladas en el estudio.

Con el fin de que los datos sean homogéneos y comparables entre sí, se ha elegido el período 1931-1960 para todas las estaciones salvo para las de Oviedo y Teruel que apenas tienen observaciones en ese período y, por ello, ha sido preciso tomar para dichas estaciones el período 1901-1930. El adoptar tales períodos de tiempo y no otros es debido a que existe únicamente una publicación del Instituto Nacional de Meteorología que proporciona una guía resumida del clima en España, extendida a todo el territorio. Dicha publicación, la cual contempla los períodos de tiempo anteriormente citados, es la que se ha tomado como base de datos para poder afrontar el estudio (13).

En cualquier caso, las series de datos que se van a contemplar, suponen la adopción de un período aproximado de retorno de 30 años y, dado el carácter de la acción térmica ambiental, suficiente para poder definir, con rigor semiprobabilista, las acciones térmicas de diseño que hay que considerar en el análisis estructural de los puentes de hormigón.

En cuanto a la radiación solar, las series de datos de algunas de las estaciones contempladas son cortas, por lo que los resultados obtenidos y presentados en los mapas de radiación de las publicaciones del Instituto Nacional de Meteorología deben considerarse como una primera estimación, en espera de que en un futuro próximo sea posible preparar un atlas de radiación solar más completo y fidedigno. A pesar de esta limitación, las series de datos registradas son de enorme utilidad para poder evaluar la intensidad de radiación solar incidente sobre los tableros de puentes de hormigón y su efecto sobre las variaciones de temperatura media, gradientes térmicos y demás sollicitaciones térmicas.

**TABLA 2**

**Valores adoptados de las propiedades térmicas y físicas de los materiales hormigón y asfalto, para la obtención de las acciones térmicas de diseño en puentes de hormigón**

Propiedad térmica	Hormigón	Asfalto
Conductividad térmica (W/m <sup>0</sup> C)	1,5	0,83
Calor específico (J/kg <sup>0</sup> C)	960	880
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	2.400	2.200
Factor de absorción solar	0,5	0,9
Emisividad	0,88	0,92

Asimismo, en la tabla 2 se presentan los valores de las propiedades térmicas y físicas de los materiales hormigón y asfalto, las cuales se supondrán constantes a la hora de determinar las acciones térmicas de diseño en los puentes de hormigón.

De cara a la obtención de la respuesta térmica de los tableros de puentes de hormigón, no tiene sentido analizar cada una de estas propiedades puesto que, o su influencia es prácticamente despreciable o sus rangos de variación son muy pequeños en la realidad (Mirambell (9)).

En base a las premisas expuestas en párrafos anteriores, se presenta, en siguientes apartados, la aplicación de la metodología general de obtención de las acciones térmicas de diseño, al caso de puentes losa emplazados en el territorio de nuestro país.

## 5. PUENTES LOSA MACIZA, ACCIONES TERMICAS DE DISEÑO

Un estudio exhaustivo de esta tipología transversal de tablero, llevaría consigo el analizar diferentes secciones transversales, con cantos distintos y con diferentes anchos de tablero, para todas las estaciones meteorológicas presentadas en la figura 19. Sin embargo, esta manera de proceder dificultaría la interpretación de resultados.

Por ello, el desarrollo seguido ha sido otro bien distinto. Así, para obtener las acciones térmicas que se deben considerar en el diseño de puentes losa maciza, se ha adoptado, en un principio, una sección transversal de referencia, la cual se muestra en la figura 20.

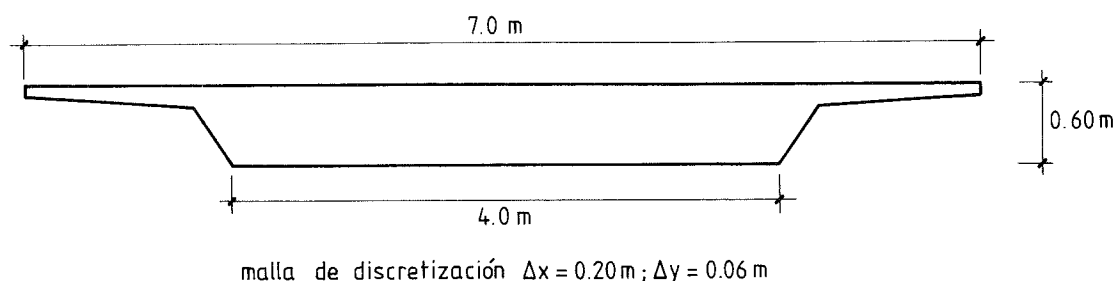


Fig. 20. Sección transversal de referencia adoptada para la determinación del valor característico de las acciones térmicas en tableros de puentes losa maciza emplazados en nuestro país.

Dicha sección puede ser representativa del campo de luces que cubren los puentes de hormigón con tipología transversal de losa maciza. Sobre esta sección se llevan a cabo, para cada una de las estaciones meteorológicas contempladas, los estudios de obtención de las acciones térmicas de diseño —rango anual de la temperatura media del puente, gradiente térmico, vertical, positivo y demás acciones térmicas—.

Posteriormente, los resultados obtenidos se corrigen en función de unos determinados factores de corrección relativos a las variables y parámetros que presentan una mayor influencia sobre la respuesta térmica de los tableros de puentes losa maciza y que no han sido contemplados de forma directa en los análisis térmicos previos —canto del tablero, espesor de capa asfáltica...—. Los valores que adoptan los factores de corrección se obtienen a partir de los resultados derivados de los estudios paramétricos y de estudios posteriores en los que se obtendrá la respuesta térmica del tablero del puente, emplazando éste en diferentes estaciones meteorológicas que cubran la variada climatología existente en nuestro país y variando el valor del parámetro que se va a analizar.

Conviene puntualizar que para la obtención de los valores definitivos que hay que adoptar para los diferentes factores correctores, correspondientes a diferentes parámetros, deben realizarse, previamente, análisis parciales que permitan conocer si existe o no interdependencia entre algunos de ellos. Tal es el caso del espesor de capa asfáltica y el canto del tablero, a la hora de determinar el gradiente térmico, vertical, de diseño, como se verá con posterioridad.

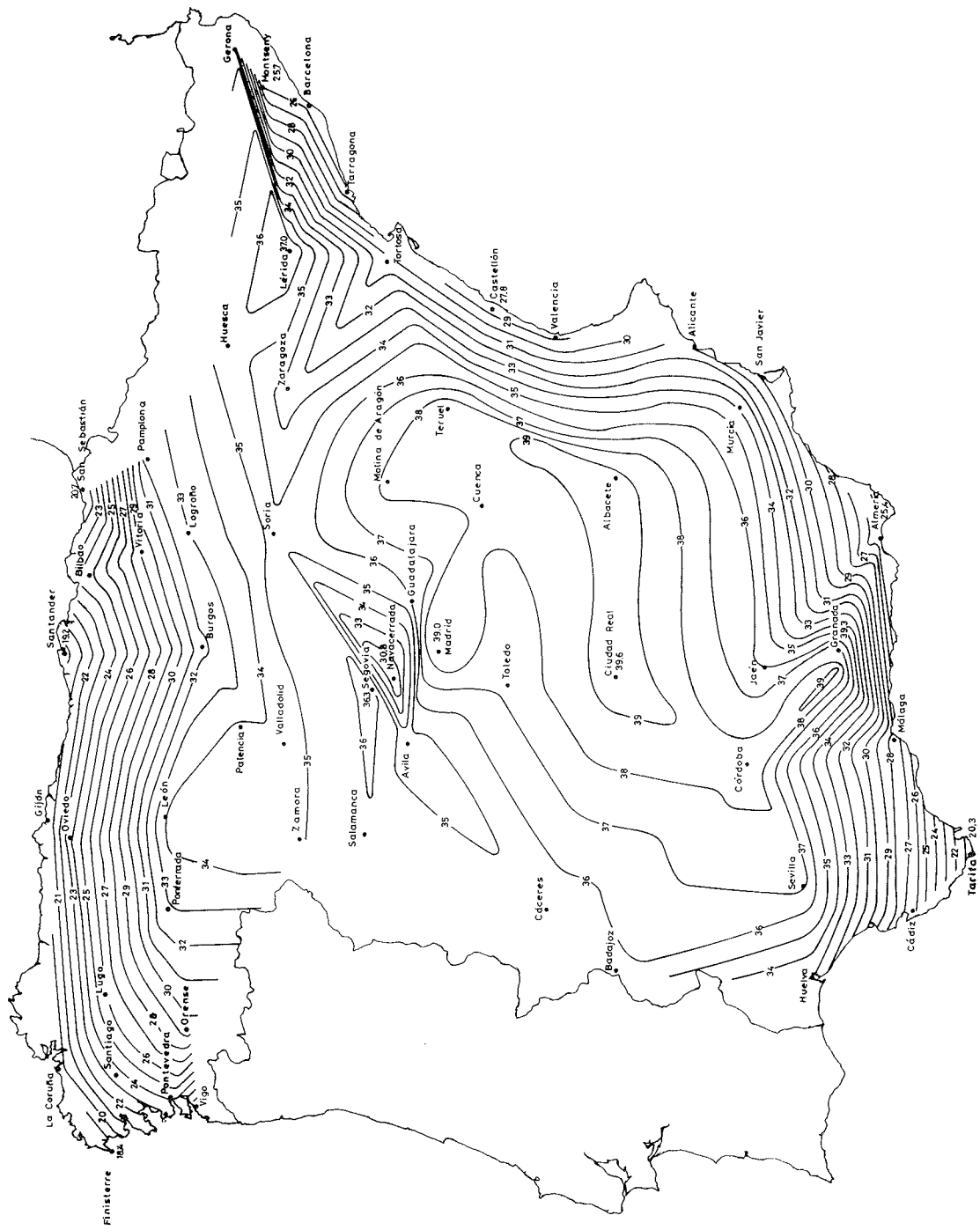


Fig. 21. Mapa peninsular de iso líneas del rango anual de referencia de la temperatura en puentes losa maciza (sección transversal de referencia, en figura 20).

## 5.1. Rango anual de la temperatura media

### 5.1.1. Rango de referencia

El rango anual de la temperatura media viene definido por la diferencia entre la temperatura media, máxima, y la temperatura media, mínima, del puente, a lo largo del año, en el lugar de emplazamiento considerado y, como ya se ha expuesto con anterioridad, depende fundamentalmente del rango anual de la temperatura ambiente existente en dicho lugar de emplazamiento.

La aplicación de la metodología general expuesta con anterioridad permite obtener los rangos anuales de temperatura media del puente losa maciza analizado, para las 58 estaciones meteorológicas principales de la península. Dichos resultados, expresados en forma de tablas, pueden encontrarse en Mirambell (9).

La utilización del programa gráfico GEO.FOR, perteneciente a la biblioteca de programas del Centro de Cálculo de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos de Barcelona, ha permitido obtener un mapa peninsular de isolíneas del rango anual de la temperatura media del puente losa maciza analizado (figura 21). La representación gráfica de las líneas de nivel se ha obtenido interpolando linealmente los valores de los rangos anuales de temperatura media del puente, cortando por planos horizontales y suavizando los puntos angulosos de las isolíneas.

En dicho mapa pueden apreciarse, de forma visible, cuatro regiones claramente diferenciadas:

- Las vertientes cantábrica y atlántica
- La zona sur
- El levante
- La meseta

Los rangos más elevados de la temperatura media del puente se presentan en la zona de la meseta, siendo la ciudad de Ciudad Real la que muestra el valor máximo absoluto de 39,6°C. Los valores de isolíneas del rango anual de la temperatura media disminuyen a medida que nos acercamos hacia las zonas litorales de la península, descenso que es más acusado en la región gallega, en donde se alcanza, para la estación de Finisterre, el valor mínimo absoluto de 18,4°C y en la región cántabra, en donde se obtiene, para la estación meteorológica de Santander, un valor del rango anual de la temperatura media del puente, de 19,2°C.

Aunque las Islas Baleares no han sido contempladas en el estudio, puede afirmarse, tal como se señala en las referencias bibliográficas del Instituto Nacional de Meteorología –Atlas climático de España (14)– que su climatología es muy similar a la del levante peninsular (Valencia, Alicante). Por consiguiente, los resultados que de aquí se deriven para la región levantina son aplicables al archipiélago balear.

Lógicamente, este mapa y los que a continuación se presenten son susceptibles de ser mejorados a medida que la red de estaciones meteorológicas extendidas a través de nuestro país sea más densa y las variables climatológicas y ambientales registradas sean las máximas posibles (véase la inexistencia de estaciones meteorológicas próximas a la cordillera de los Pirineos o a la frontera con Portugal).

### 5.1.2. Factores de corrección

Hasta este punto, todos los valores obtenidos para el rango anual de la temperatura media en puentes losa maciza atienden al estudio de la respuesta térmica del tablero de un

puente losa maciza sin capa asfáltica de rodadura (véase figura 20), ubicado hipotéticamente en las principales estaciones meteorológicas del territorio peninsular, a las cuales corresponden unas determinadas condiciones climáticas y ambientales. Como ya ha sido comentado con anterioridad, la influencia de las demás variables y parámetros más significativos no contemplados de forma directa en el estudio —espesor de capa asfáltica, canto del tablero...— se introduce a través de los pertinentes factores de corrección.

La presencia de dicha capa asfáltica influye de forma notable sobre los valores del gradiente térmico y del rango diario de la temperatura media del puente. Sin embargo, la influencia de dicho parámetro sobre el rango anual de la temperatura media es prácticamente despreciable, puesto que la consideración del asfalto se traduce en un aumento, tanto de la temperatura media máxima como de la temperatura media mínima del tablero a lo largo del año. Por lo tanto, su diferencia —rango anual— se mantendrá prácticamente constante, independientemente de si se dispone o no capa asfáltica de rodadura y, por ello, no se introduce ningún factor corrector relativo a este parámetro.

Del resto de variables no consideradas de forma intrínseca en el análisis, sólo se contempla la influencia del canto del tablero, por considerar que dicho parámetro geométrico es el definitorio de la tipología transversal de los puentes losa maciza. Para ello han sido estudiadas diferentes secciones transversales de tableros de puentes losa maciza, con canto 0,30 metros, 0,90 metros y 1,20 metros, ubicados en distintos lugares de emplazamiento, correspondientes a diferentes estaciones meteorológicas que cubren la geografía y variada climatología del país.

Los resultados obtenidos permiten definir de forma gráfica el factor de corrección  $k_1$  relativo al canto del tablero (véase figura 22). Para valores intermedios puede realizarse una simple interpolación lineal.

### 5.1.3. Método de obtención

En base a lo expuesto con anterioridad, el método que hay que seguir de cara a la obtención del rango anual de la temperatura media de un puente losa maciza es el siguiente:

- Situación del lugar de emplazamiento del puente.
- Obtención para dicho lugar del rango anual de referencia de la temperatura media del puente, en base a lo representado en el mapa peninsular de isolíneas de la figura 21.
- Obtención del factor de corrección  $k_1$ , relativo al canto del tablero, a partir de la gráfica de la figura 22.

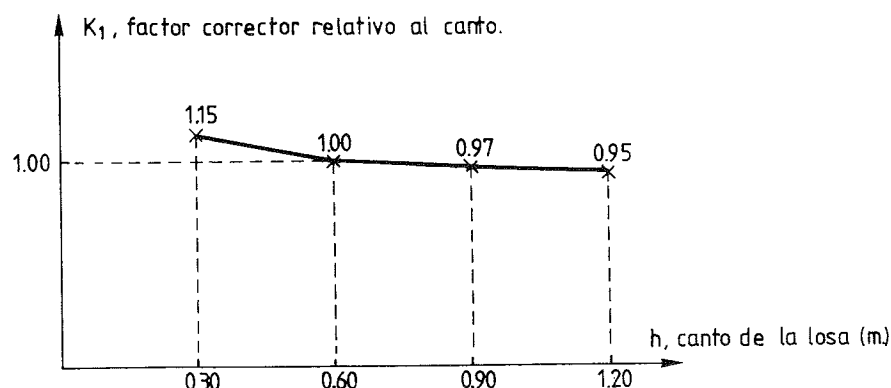


Fig. 22. Factor de corrección  $k_1$ , relativo al canto del tablero, para determinar el rango anual de diseño de la temperatura media en puentes losa maciza.

- El rango anual de la temperatura media del puente que hay que considerar en diseño es:

$$\Delta T = k_1 \cdot \Delta T_{\text{referencia}} \quad (1)$$

## 5.2. Gradiente térmico vertical positivo

### 5.2.1. Gradiente de referencia

Como ya se ha expuesto con anterioridad, la determinación del valor característico de dicha acción térmica depende, fundamentalmente, de la radiación solar global, media, mensual, máxima, existente en el lugar de emplazamiento del puente.

Los resultados obtenidos para los gradientes térmicos que hay que considerar en el diseño de puentes losa maciza, de canto 0,60 metros, quedan recogidos, en forma de tabla, en Mirambell (9). Al igual que en el caso anterior, dichos resultados se presentan, de forma gráfica, a través de un mapa peninsular de isolíneas de gradiente térmico (figura 23).

En esta figura puede observarse que las áreas geográficas en donde los gradientes térmicos que hay que considerar en puentes losa maciza son más elevados, se sitúan en la cuenca del río Guadalquivir –gradientes en torno a los 16°C–, en la zona centro cercana a las provincias de Madrid, Toledo y Guadalajara –gradientes próximos a los 13°C– y en determinadas zonas singulares como son las áreas próximas a las ciudades de Orense y Pontevedra –gradientes próximos a los 14°C–.

Las zonas de mínimos se sitúan a lo largo del litoral, a excepción de la provincia de Huelva, presentándose tales mínimos en las estaciones meteorológicas de Finisterre, 7,8°C, La Coruña, 7,9°C, Santiago, 9,4°C, y Tarifa, 8,1°C. Hay que incidir de nuevo en que lo que se concluye para la región levantina es perfectamente válido para el archipiélago balear.

### 5.2.2. Factores de corrección

En lo que respecta a la influencia de la geometría de la sección, se considera únicamente la corrección que atiende al canto del tablero, puesto que es éste el único parámetro geométrico que muestra una influencia apreciable sobre el valor alcanzado por el gradiente térmico.

Para ello se han llevado a cabo diferentes análisis térmicos de tableros losa maciza, de canto 0,30 metros, 0,90 metros y 1,20 metros, emplazados en diferentes estaciones meteorológicas, las cuales cubren la variada climatología existente en nuestro país.

En base a los resultados obtenidos es posible definir un factor corrector  $k_2$  que tenga en cuenta la influencia del canto del tablero y cuyo valor, en función de dicho parámetro, puede obtenerse de la gráfica que se muestra en la figura 24.

De todos los parámetros analizados en los estudios paramétricos (Mirambell (9)) que mostraban influencia sobre el valor del gradiente térmico, sólo resta contemplar la influencia del espesor de capa asfáltica. Efectivamente, se llegaba a la conclusión de que cuanto menor fuera éste, mayor era el valor del gradiente térmico. Por otra parte, se apreciaba un cierto espesor de capa asfáltica por encima del cual los gradientes térmicos eran inferiores al obtenido en el caso del mismo puente losa maciza, sin asfalto.

Así se llevaron a cabo diversos estudios en los que se obtenía el gradiente térmico de diseño inducido en puentes losa maciza, con diferente canto y diferente espesor de capa asfáltica, emplazados en diversas estaciones meteorológicas, representativas de la climatología existente en nuestro país.



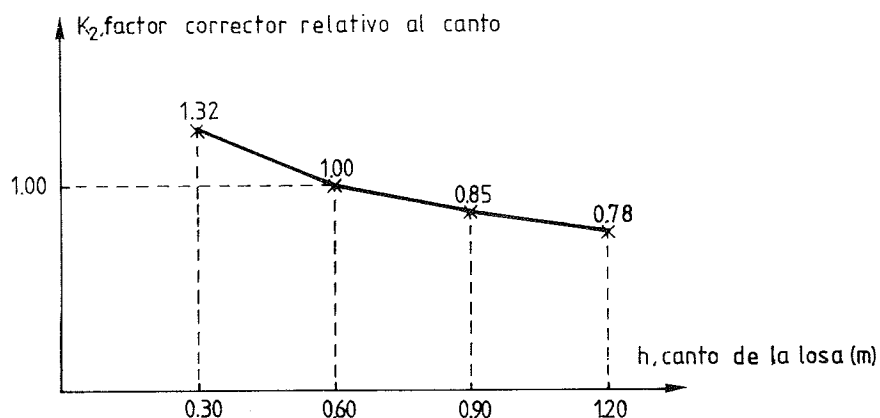


Fig. 24. Factor de corrección  $k_2$ , relativo al canto del tablero, para determinar el gradiente térmico de diseño en puentes losa maciza.

Los resultados obtenidos mostraron que existía una interdependencia entre el espesor de capa asfáltica y el propio canto del tablero, lo que condujo a una definición del factor corrector relativo al espesor de capa asfáltica de rodadura, como función paramétrica del canto del tablero del puente losa maciza analizado. Dicho factor corrector  $k_3$  puede obtenerse a través de las gráficas presentadas en la figura 25.

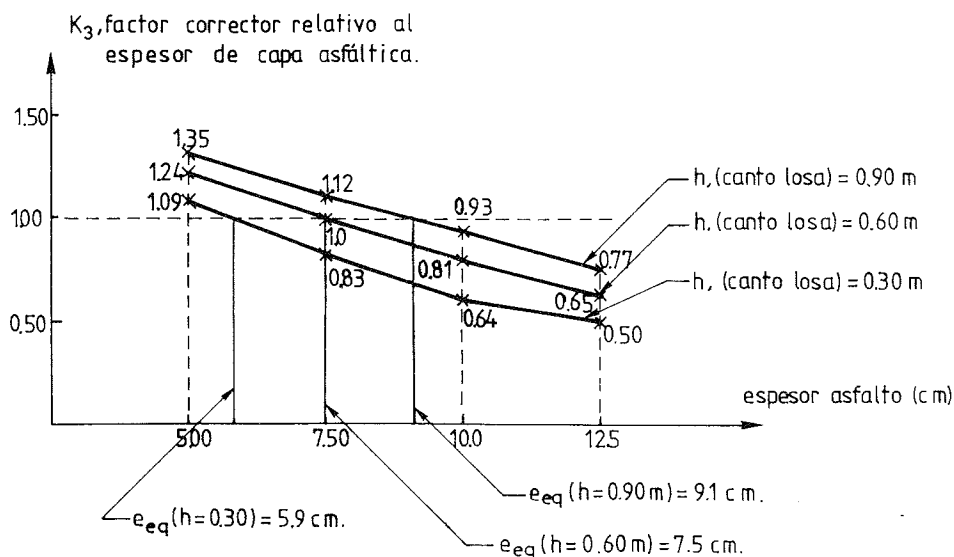


Fig. 25. Factor de corrección  $k_3$ , relativo al espesor de capa asfáltica, para determinar el gradiente térmico de diseño en puentes losa maciza.

### 5.2.3. Método de obtención

En base a lo expuesto con anterioridad, el método que se debe seguir para determinar el valor del gradiente térmico que hay que considerar en el diseño de puentes losa maciza es el siguiente:

- Situación del lugar de emplazamiento del puente.
- Obtención para dicho lugar del gradiente térmico de referencia, en base a lo representado en el mapa peninsular de isóneas de gradiente térmico mostrado en la figura 23.

- Obtención del factor de corrección  $k_2$ , relativo al canto del tablero, a partir de la gráfica mostrada en la figura 24.
- Obtención del factor de corrección  $k_3$ , relativo al espesor de capa asfáltica de rodadura, si ésta existe, a partir de las gráficas mostradas en la figura 25.
- El gradiente térmico vertical positivo que hay que considerar en diseño será:

$$\text{GRAD} = (k_2 \cdot k_3) \text{GRAD}_{\text{referencia}} \quad (2)$$

### 5.3. Otras acciones térmicas

En lo referente al gradiente térmico, vertical, negativo, en base a los resultados derivados de los estudios paramétricos (Mirambell (9)), puede adoptarse para éste un valor de diseño de  $-2^\circ\text{C}$ , quedando dicho valor del lado de la seguridad. En el caso de que se disponga capa asfáltica de rodadura, independientemente de su espesor, no es necesaria la consideración de esta acción térmica en diseño.

En cuanto al gradiente térmico, horizontal (transversal), se puede afirmar, en base a los resultados obtenidos (Mirambell (9)), algunos de los cuales han sido recogidos en apartados anteriores del presente artículo, y dada la propia tipología transversal de los puentes losa maciza, que su valor es prácticamente despreciable, por lo que se propone no considerar sus efectos en diseño.

## 6. PUENTES LOSA ALIGERADA. ACCIONES TERMICAS DE DISEÑO

La metodología que se debe seguir es prácticamente idéntica a la expuesta para la tipología de puentes losa maciza. En efecto, todos los parámetros físicos, ambientales y de emplazamiento que influyen en la respuesta térmica de los puentes losa aligerada, actúan en el mismo sentido en el que lo hacen en puentes losa maciza.

Conviene puntualizar que en todos los estudios relativos a tableros de puentes losa aligerada, los aligeramientos adoptados presentan las dimensiones geométricas expuestas en el apartado 3 del presente artículo. Tales relaciones geométricas pretenden atender, de forma general, a unas condiciones tipo de aligeramiento que se cree son representativas de la tipología transversal de los tableros de puentes losa aligerada.

### 6.1. Rango anual de la temperatura media

#### 6.1.1. Rango de referencia

Todo lo expuesto con anterioridad en el subapartado 5.1.1 para la determinación de los rangos anuales de la temperatura media en puentes losa maciza es perfectamente extrapolable a puentes losa aligerada. La única diferencia estriba en que para esta última tipología se hace necesario introducir un factor de corrección que considere la presencia de aligeramientos.

#### 6.1.2. Factores de corrección

Para poder definir el factor corrector relativo a la presencia de aligeramientos en puentes losa, se procede al análisis térmico de tableros de puentes losa aligerada con cantos 0,60

metros, 0,90 metros y 1,20 metros, emplazados en diferentes estaciones meteorológicas de la España peninsular, las cuales representan, de forma más o menos fidedigna, la variada geografía y climatología existente en nuestro país.

En base a los resultados obtenidos (Mirambell (9)) es posible definir un factor de corrección  $k_4$  que contemple la influencia de la existencia de aligeramientos. Los valores de dicho factor, en función del canto del tablero, pueden obtenerse a partir de la gráfica de la figura 26.

Debido a que la influencia de otros parámetros sobre el rango anual de la temperatura media del puente es despreciable, no se hace necesario considerar otros factores de corrección.

### 6.1.3. Método de obtención

El método que se debe seguir de cara a la obtención del rango anual de la temperatura media que hay que considerar en el diseño de puentes losa aligerada es el siguiente:

- Situación del lugar de emplazamiento.
- Obtención para dicho lugar del rango anual de referencia de la temperatura media del puente, en base a lo representado en el mapa de isolíneas de la figura 21.
- Obtención del factor de corrección  $k_1$ , relativo a la influencia del canto del tablero, a través de la gráfica presentada en la figura 22.
- Obtención del factor de corrección  $k_4$ , en función del canto del tablero, relativo a la presencia de aligeramientos, a partir de la gráfica mostrada en la figura 26.

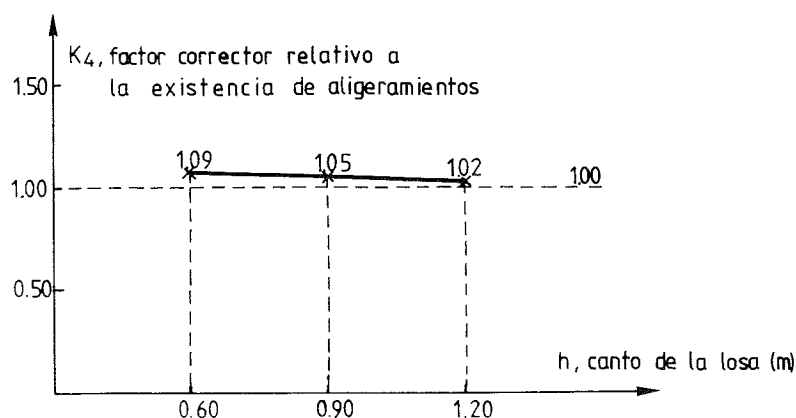


Fig. 26. Factor de corrección  $k_4$ , en función del canto del tablero, relativo a la presencia de aligeramientos, para determinar el rango anual de diseño de la temperatura media en puentes losa aligerada.

- El rango anual de temperatura media del puente losa aligerada que hay que considerar en diseño es:

$$\Delta T = (k_1 \cdot k_4) \cdot \Delta T_{\text{referencia}} \quad (3)$$

## 6.2. Gradiente térmico vertical positivo

### 6.2.1. Gradiente de referencia

Todo lo expuesto con anterioridad en el subapartado 5.2.1 para la determinación de los gradientes de referencia a considerar en puentes losa maciza es perfectamente extrapolable a

puentes losa aligerada. Dichos gradientes de referencia pueden obtenerse a través del mapa peninsular de isolíneas de gradiente presentado en la figura 23.

La obtención de los factores de corrección y el método a seguir para determinar el gradiente térmico que hay que considerar en el diseño de puentes losa aligerada son procesos totalmente parapechos a los ya expuestos en el subapartado 5.2 del presente artículo, relativo a los tableros de puentes losa maciza. La diferencia fundamental estriba, como ocurría a la hora de determinar el rango anual de la temperatura media del tablero, en la necesidad de introducir un factor de corrección que contemple la existencia de aligeramientos en la sección transversal.

### 6.2.2. Factores de corrección

En lo que respecta a la influencia de la geometría de la sección, se tiene en cuenta la corrección que considera la presencia de aligeramientos en la sección transversal. Para ello se ha procedido al análisis y obtención de la respuesta térmica de puentes losa aligerada, con diferentes cantos de tablero, emplazados en distintas estaciones meteorológicas que reflejan, de forma sobrada, la variada climatología existente en nuestro país.

En base a los resultados obtenidos es posible definir un factor de corrección  $k_s$ , el cual considera la presencia de aligeramientos, permitiendo obtener el gradiente térmico de diseño de tablero de puentes losa aligerada a partir del valor correspondiente a tableros de puentes losa maciza con igual canto de tablero. El valor de dicho factor puede deducirse de la gráfica presentada en la figura 27.

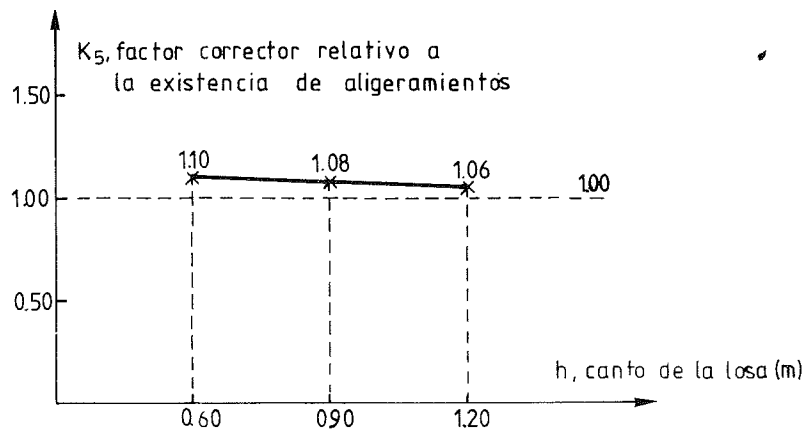


Fig. 27. Factor de corrección  $k_s$ , en función del canto del tablero, relativo a la presencia de aligeramientos para determinar el gradiente térmico de diseño en puentes losa aligerada.

Del resto de parámetros que influyen en la respuesta térmica y, en concreto, en el valor del gradiente térmico, sólo resta considerar el espesor de capa asfáltica, puesto que es éste un parámetro que presenta una influencia apreciable sobre esta acción térmica. Para ello es necesario analizar la respuesta térmica de diversos tableros de puentes losa aligerada, con diferentes cantos y diferentes espesores de capa asfáltica de rodadura, emplazados en distintas estaciones meteorológicas, representativas de la climatología existente en nuestro país.

En base a los resultados obtenidos puede deducirse el factor de corrección relativo a este parámetro. Ello se muestra en la figura 28 en donde se presentan diferentes curvas del factor de corrección  $k_6$ , cada una de ellas correspondiente a un determinado canto total del tablero.

Comparando las gráficas presentadas en esta figura con las mostradas en la figura 25, correspondientes a tableros de puentes losa maciza, puede apreciarse que la influencia del espesor de capa asfáltica sobre el gradiente térmico es muy similar para ambas tipologías transversales, si bien el factor de corrección en tableros de puentes losa aligerada adopta unos valores ligeramente inferiores para un mismo canto total del tablero.

### 6.2.3. Método de obtención

El método que se debe seguir para determinar el valor del gradiente térmico de diseño en tableros de puente losa aligerada es el siguiente:

- Situación del lugar de emplazamiento del puente.
- Obtención para dicho lugar del gradiente térmico de referencia, en base a lo representado en el mapa peninsular de isóneas de la figura 23.
- Obtención del factor de corrección  $k_2$ , relativo a la influencia del canto del tablero, a partir de la gráfica mostrada en la figura 24.
- Obtención del factor de corrección  $k_5$ , relativo a la presencia de aligeramientos, a partir de la gráfica presentada en la figura 27.
- Obtención del factor de corrección  $k_6$ , relativo al espesor de capa asfáltica, si ésta existe, a partir de las gráficas presentadas en la figura 28.
- El gradiente térmico que hay que considerar en diseño es:

$$\text{GRAD} = (k_2 \cdot k_5 \cdot k_6) \text{GRAD}_{\text{referencia}} \quad (4)$$

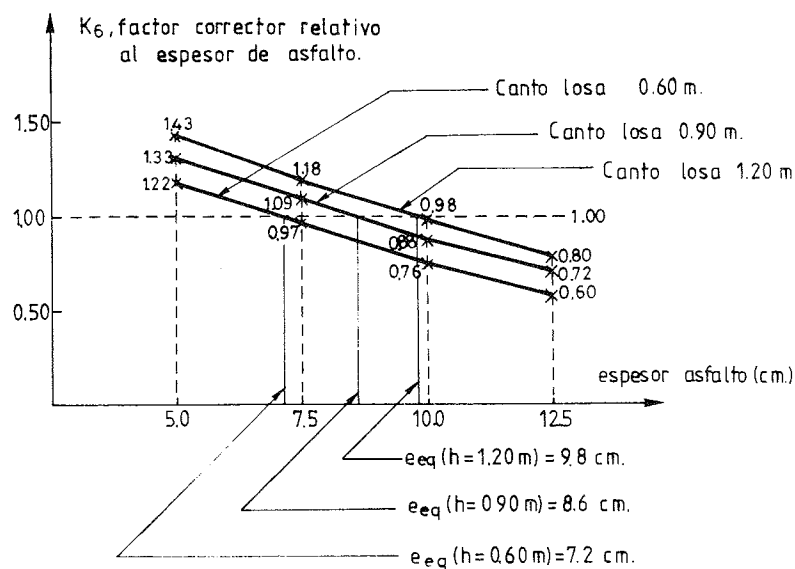


Fig. 28. Factor de corrección  $k_6$ , relativo al espesor de capa asfáltica, para determinar el gradiente térmico de diseño en puentes losa aligerada.

### 6.3. Otras acciones térmicas

En lo referente a otras acciones térmicas que hay que considerar en el diseño de puentes losa aligerada, puede afirmarse que dicha tipología no introduce variaciones substanciales en la respuesta térmica, con respecto a la de los puentes losa maciza.

De nuevo, puede adoptarse para puentes losa aligerada emplazados en algún lugar de la geografía de nuestro país, un gradiente térmico vertical negativo de diseño de  $-2^{\circ}\text{C}$ , no haciendo falta la consideración de esta acción en el caso de que se disponga sobre el hormigón estructural del tablero del puente una capa asfáltica de rodadura.

Por otra parte, puede concluirse que el gradiente térmico horizontal es prácticamente despreciable y, por consiguiente, se propone no considerar su influencia en diseño.

Por último, cabe comentar que pueden existir sollicitaciones térmicas transversales (contenidas en el plano de la sección) originadas por la diferencia de temperaturas entre el ambiente exterior y el interior de los aligeramientos, aunque dicho efecto es prácticamente despreciable dada la propia tipología transversal de los tableros de puentes losa aligerada—este efecto es ciertamente más acusado en tableros de puentes cajón (Mirambell (9))—.

## 7. EJEMPLOS

A continuación se exponen dos ejemplos en los que se muestra la metodología que se debe seguir de cara a la determinación de las acciones térmicas de diseño que hay que considerar en el proyecto de puentes losa de hormigón ya construídos y ubicados en diferentes lugares de la geografía española.

### 7.1. Paso superior de la ronda norte de Zaragoza sobre la autopista Bilbao-Zaragoza

Este es un puente losa maciza, de canto constante e igual a 1,0 metro. Una descripción más detallada de él puede encontrarse en ATEP. Realizaciones españolas (16).

Rango anual de la temperatura media del puente:

Mapa de isolíneas (figura 21)	$\Delta T_{\text{ref}} = 33,5^{\circ}\text{C}$
Factor corrector, relativo canto (figura 22)	$k_1 = 0,96$
Rango anual de temperatura media de diseño (expresión (1))	$\Delta T = 32,2^{\circ}\text{C}$

Gradiente térmico:

Mapa de isolíneas (figura 23)	$\text{GRAD}_{\text{ref}} = 10,5^{\circ}\text{C}$
Factor corrector, relativo canto (figura 24)	$k_2 = 0,83$
Factor corrector, relativo espesor asfalto (figura 25)	$k_3 = 1,00$
sin asfalto	$k_3 = 1,15$
espesor = 7,0 cms	
Gradiente térmico de diseño (expresión (2))	
sin asfalto	$\text{GRAD} = 8,7\text{ C}$
espesor = 7,0 cms	$\text{GRAD} = 10,0\text{ C}$

Gradiente térmico inverso:

Gradiente térmico inverso de diseño	
sin asfalto	$\text{GRAD}_{\text{neg}} = -2,0^{\circ}\text{C}$
espesor = 7,0 cms	$\text{GRAD}_{\text{neg}} = 0,0^{\circ}\text{C}$

## 7.2. Puente de San Isidro. Accesos

Este es un puente losa aligerada, de canto constante e igual a 1,20 metros (ATEP. Realizaciones españolas (16)).

Rango anual de la temperatura media del puente:

Mapa de isolíneas (figura 21)	$\Delta T_{\text{ref}} = 39,0^{\circ}\text{C}$
Factor corrector, relativo canto (figura 22)	$k_1 = 0,95$
Factor corrector, relativo aligeramientos (figura 26)	$k_4 = 1,02$
Rango anual de temperatura media de diseño (expresión (3))	$\Delta T = 37,8^{\circ}\text{C}$

Gradiente térmico:

Mapa de isolíneas (figura 23)	$\text{GRAD}_{\text{ref}} = 12,9^{\circ}\text{C}$
Factor corrector, relativo canto (figura 24)	$k_2 = 0,78$
Factor corrector, relativo aligeramientos (figura 27)	$k_5 = 1,06$
Factor corrector, relativo espesor asfalto (figura 28)	$k_6 = 1,00$
sin asfalto	$k_6 = 1,18$
espesor = 7,0 cms	
Gradiente térmico de diseño (expresión (4))	
sin asfalto	$\text{GRAD} = 10,6^{\circ}\text{C}$
espesor = 7,0 cms	$\text{GRAD} = 12,5^{\circ}\text{C}$

Gradiente térmico inverso:

Gradiente térmico inverso de diseño	
sin asfalto	$\text{GRAD}_{\text{neg}} = -2,0^{\circ}\text{C}$
espesor = 7,0 cms	$\text{GRAD}_{\text{neg}} = 0,0^{\circ}\text{C}$

## 8. ANALISIS COMPARATIVO, PRESENTE ESTUDIO-NORMATIVA

En este apartado se comparan los resultados derivados de la aplicación de la metodología general de obtención de las acciones térmicas de diseño al caso de puentes losa emplazados en nuestro país, con los resultados que se obtendrían mediante la aplicación de las recomendaciones de la normativa nacional vigente (EP-80 (17), MOPU (18)). A continuación, en la tabla 3 se plasman, de forma resumida, las diferencias más significativas.

Llevando a cabo un rápido análisis comparativo entre lo derivado del presente estudio y lo preconizado por la normativa, pueden extraerse algunas conclusiones relevantes.

En primer lugar, cabe destacar la excesiva simplicidad y el poco rigor científico con el que trata la normativa vigente la problemática de los efectos térmicos ambientales en puentes de hormigón, no considerando la influencia de parámetros claramente significativos en la definición de las acciones térmicas de diseño

En el presente estudio, los parámetros contemplados de forma intrínseca en la confección de los mapas peninsulares de isolíneas del rango anual de la temperatura media del puente y del gradiente térmico, vertical, positivo, al que éste se ve sometido son:

- El propio lugar de emplazamiento del puente
- El rango diario y anual de la temperatura ambiente en el lugar de emplazamiento
- La velocidad del viento
- La radiación solar

**TABLA 3**

**Valores de las acciones térmicas de diseño en puentes losa, según la normativa nacional vigente y según el presente estudio**

Acciones térmicas de diseño (°C)		Puentes losa maciza	Puentes losa aligerada
Rango anual temperatura media del puente	Normativa	$\Delta T = \pm (20 - 0,75 \sqrt{e})$	
		La única variable considerada es el espesor ficticio. No se parte de ninguna información climatológica. La temperatura de 20°C parece atender a un valor medio anual peninsular.	
	Presente estudio	$\Delta T = k_1 \cdot \Delta T_{\text{referencia}}$	$\Delta T = k_1 \cdot k_4 \cdot \Delta T_{\text{referencia}}$
		Se considera la tipología del tablero (losa maciza o aligerada), el canto del tablero y la climatología en el lugar de emplazamiento del puente.	
Gradiente térmico	Normativa	Grad = 10,0	
		Queda a juicio del proyectista. No considera ninguna variable.	
	Presente estudio	$\text{Grad} = k_2 \cdot k_3 \cdot \text{Grad}_{\text{ref}}$	$\text{Grad} = k_2 \cdot k_5 \cdot k_6 \cdot \text{Grad}_{\text{ref}}$
		Se considera la tipología del tablero (losa maciza o aligerada), el canto del tablero, el espesor de capa asfáltica de rodadura y la climatología en el lugar de emplazamiento del puente.	
Otras acciones térmicas	Normativa	—	
	Presente estudio	Grad <sub>negativo</sub> = - 2,0 No considerar si existe asfalto No es necesario la consideración de otras acciones térmicas.	

Los parámetros no contemplados de forma directa en el análisis y que influyen de forma significativa en la respuesta térmica de los tableros de puentes losa son considerados a través de la definición de los correspondientes factores de corrección, factores éstos relativos a:

- La tipología transversal del tablero (losa maciza o losa aligerada)
- El canto total del tablero
- El espesor de la capa asfáltica de rodadura

Por otra parte, puede intuirse que los valores de las acciones térmicas preconizadas por la normativa vigente parecen atender a un valor medio peninsular, tratamiento éste no muy coherente con lo seguido para la definición de otras acciones que hay que considerar en diseño, la cual se lleva a cabo a través de la obtención de su valor característico asociado a un determinado nivel de confianza.

Asimismo, puede observarse que la corrección relativa al espesor ficticio de la pieza, en la expresión que recomienda la normativa de cara a la obtención del incremento y decremento uniforme de la temperatura media del puente, refleja de forma más o menos fiel la

influencia de la tipología y canto del tablero. Ahora bien, dicha expresión no contempla la diversidad de climas existente en nuestro país. Tal diversidad de climatología se traduce en unas variaciones anuales de la temperatura media del puente, mucho más acusadas que las que podrían provenir de la influencia de la tipología y del canto del tablero.

En lo relativo a la definición del gradiente térmico de diseño, es evidente que un valor de gradiente que se ajuste a la realidad física del problema, debe pasar necesariamente por la contemplación de las condiciones ambientales en el lugar de emplazamiento del puente y, en concreto, de la radiación solar global media mensual máxima a lo largo del año. Para puentes losa emplazados en amplias zonas de la geografía española, se observa que el gradiente térmico de diseño, definido mediante su valor característico, supera claramente el valor de  $10^{\circ}\text{C}$  preconizado por la normativa nacional vigente, si bien dicho efecto va amortiguándose a medida que aumenta el canto del tablero, lo que muestra la clara influencia de este parámetro geométrico sobre el gradiente térmico inducido.

## 9. CONCLUSIONES

Del análisis de los resultados derivados de los estudios paramétricos, presentados en este artículo, pueden extraerse las siguientes conclusiones:

- Para pequeños espesores de capa asfáltica de rodadura ( $e \leq 6,0$  cms) la influencia del factor de absorción solar del asfalto sobre la respuesta térmica de los tableros de puentes losa es más acusada que la de su baja conductividad térmica, mientras que para tableros con espesores superiores la respuesta térmica viene gobernada, de forma preponderante, por la conductividad térmica del asfalto, comportándose éste como aislante térmico. Ello da lugar a la existencia de un espesor equivalente, por encima del cual las acciones térmicas son inferiores a las que se vería sometido el tablero si sobre éste no se dispusiera capa asfáltica de rodadura. Dicho espesor equivalente depende, fundamentalmente, del canto del tablero.
- Los máximos gradientes térmicos verticales y las máximas expansiones eficaces diarias de los tableros de puentes losa aparecen bajo las siguientes condiciones concomitantes:
  - Pequeño espesor de capa asfáltica ( $e \leq 6,0$  cms.).
  - Días del año en los meses de Junio y Julio y próximos al solsticio de verano.
  - Latitud del lugar de emplazamiento del puente, baja.
  - Canto del tablero, pequeño.
- El rango anual de la temperatura media del tablero del puente se encuentra correlacionado con el rango anual de la temperatura ambiente en el lugar de emplazamiento del puente, mientras que el gradiente térmico vertical al que se ve sometido en un día cualquiera se encuentra correlacionado con la radiación solar global diaria.
- En puentes de losa aligerada, los rangos diarios del gradiente térmico y de la temperatura media del tablero, así como los gradientes máximos y las temperaturas medias máximas, son ligeramente superiores a los valores que se obtienen en puentes losa maciza de igual canto. Las diferencias van disminuyendo a medida que aumenta el canto del tablero.

En lo referente a la metodología general de obtención de las acciones térmicas de diseño en puentes de hormigón y su aplicación al caso de puentes losa emplazados en la península, se deducen las siguientes conclusiones más relevantes:

- La metodología desarrollada se muestra como una útil herramienta para el proyectista, de cara a obtener las acciones térmicas que hay que considerar en el diseño de puentes de hormigón emplazados en cualquier país. Dichas acciones térmicas vienen definidas mediante su valor característico, asociado a un nivel de confianza en el entorno del 5 por 100.
- La aplicación de dicha metodología al caso de puentes losa emplazados en la geografía peninsular se traduce en diferentes mapas peninsulares de isolíneas del rango anual de la temperatura media y del gradiente térmico vertical y en diversas expresiones de diseño, sumamente sencillas, que contemplan la mayoría de los parámetros que influyen de forma significativa en la respuesta térmica de los tableros de puentes losa.
- La diversidad de climas existente en nuestro país se traduce en unas variaciones anuales de la temperatura media del puente más acusadas que las que provienen de la influencia de la tipología y el canto del tablero.
- Para puentes losa emplazados en amplias zonas de la geografía peninsular española, se observa que el gradiente térmico de diseño, definido mediante su valor característico, supera claramente el valor de  $10^{\circ}\text{C}$  preconizado por la normativa nacional vigente.
- La presencia de capa asfáltica de rodadura confiere una menor susceptibilidad del puente a verse sometido a gradientes térmicos verticales inversos o negativos. En el caso de que el propio hormigón estructural sea la superficie de rodadura, puede adoptarse un gradiente inverso de diseño de  $-2^{\circ}\text{C}$ , el cual queda del lado de la seguridad. Asimismo, dada la tipología transversal de los tableros de puentes losa y su emplazamiento en algún lugar de la geografía peninsular, no se hace necesario considerar otras sollicitaciones térmicas en diseño.

## REFERENCIAS

1. LEONHARDT, F., KOLBE, G., PETER, J.: "Temperaturunterschiede gefährden Spannbetonbrücke". (Temperature Differences endanger Prestressed Concrete Bridges). Beton-und Stahlbetonbau, Vol. 60, No. 7. July 1965.
2. PRIESTLEY, M.J.N.: "Design of Concrete Bridges for Temperature Gradients". ACI Journal, Tittle No. 75-23. May 1978.
3. ZICHNER, T.: "Thermal Effects on Concrete Bridges". Bulletin d'Information No. 154. CEB. Paris, 1982.
4. IMBSEN, R.A., VANDERSHAF, E., SCHAMBER, R., NUTT, R.V.: "Thermal Effects in Concrete Bridge Superstructures". Report 276. National Cooperative Highway Research Program. Transportation Research Board. Washington D.C., September 1985.
5. CEB: "Thermal Effects in Concrete Structures". Bulletin d'Information No. 167. CEB. Lausanne, Janvier 1985.
6. OMTC: "Ontario Highway Bridge Design Code and Commentary". Ontario Ministry of Transportation and Communications. Ontario, 1979.
7. ELBADRY, M.M., GHALI, A.: "Temperature Variations in Concrete Bridges". Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 109, No. 10. October 1983.
8. PRIESTLEY, M.J.N., BUCKLE, I.G.: "Ambient Thermal Response of Concrete Bridges". Road Research Unit Bulletin No. 42. National Roads Board, New Zealand. Wellington, 1979.

9. MIRAMBELL, E.: "Criterios de diseño en puentes de hormigón frente a la acción térmica ambiental". Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Catalunya. Barcelona, Marzo 1987.
10. EMERSON, M.: "The Calculation of the Distribution of Temperature in Bridges". TRRL Report LR 561. Department of the Environment. Transport and Road Research Laboratory. Crowthorne, Berkshire, U.K., 1973.
11. SERRANO, P.: "Simulación del comportamiento térmico de tableros de puente y su influencia en el estado tensional". Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Santander. Santander, Junio, 1985.
12. CEB-FIP: "Código-modelo CEB-FIP para las estructuras de hormigón". CEB-FIP. Noviembre 1976.
13. INSTITUTO NACIONAL DE METEOROLOGIA: "Guía resumida del clima de España". Servicio de Climatología. Ministerio de Transportes, Turismo y Comunicaciones. Madrid, 1982.
14. INSTITUTO NACIONAL DE METEOROLOGIA: "Atlas climático de España". Ministerio de Transportes, Turismo y Comunicaciones. Madrid, 1983.
15. INSTITUTO NACIONAL DE METEOROLOGIA: "Atlas de la radiación solar en España". Ministerio de Transportes, Turismo y Comunicaciones. Madrid, 1984.
16. ATEP: "Hormigón pretensado. Realizaciones españolas (Tomos I, II, III)". Instituto Eduardo Torroja de la construcción y del cemento. Asociación Técnica Española del Pretensado. Mayo 1970.
17. EP-80: "Instrucción EP-80 para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado". Comisión Permanente del Hormigón. Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo. 1980.
18. MOPU: "Instrucción relativa a las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera". Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo. Madrid.

**Nota complementaria al artículo  
de Francisco Javier Galán**

## **“Comentarios al cálculo de tubos de hormigón armado, con camisa de chapa”**

**aparecido en el n.º 161 de la Revista  
“Hormigón y Acero”**

**Javier Rui-Wamba  
Ingeniero de Caminos, C y P.  
ESTEYCO, S.A.**

El artículo de Javier Galán pone de manifiesto el incorrecto comportamiento, en un ensayo de tres aristas, realizado en un tramo de tubería de 2,00 metros de diámetro, dimensionado de acuerdo con la 2ª Edición de la Instrucción del Instituto Eduardo Torroja para tubos de hormigón armado o pretensado, de fecha Junio de 1980, redactado por la Comisión de Tubos de Hormigón.

El autor de esta nota cree, con Javier Galán, que es interesante exponer las causas del inesperado comportamiento del tubo en el ensayo, por cuanto pone de manifiesto incorrecciones en el articulado de la Instrucción citada, que habrá que subsanar en ediciones posteriores. Dichas incorrecciones son, fundamentalmente, las siguientes:

- 1) Implícitamente, se considera que existe adherencia perfecta entre la camisa de chapa y el hormigón exterior que lo reviste, de tal manera que dicha chapa sirve como armadura que equilibra las tracciones generadas por los esfuerzos localizados de flexión. En realidad, dicha adherencia no se produce y, consiguientemente, no es correcto el dimensionamiento que resulta de considerar tal hipótesis.
- 2) Como corolario de lo anterior, resulta que cuando se dispone exclusivamente armadura de refuerzo en el exterior del tubo, se producen fisuras no observables en las zonas traccionadas del hormigón en contacto con la chapa metálica. El tubo perderá su integridad estructural y aparecerán rótulas plásticas que provocarán una redistribución de esfuerzos. Por ejemplo, en el caso del ensayo de tres aristas se producen dos rótulas, aproximadamente en clave y base del tubo, en las primeras etapas del proceso de carga. A partir de entonces, los esfuerzos en el tubo corresponden a un esquema estructural de dos medios tubos unidos por rótulas en clave y base. En cualquier otro caso de carga, se producirán rótulas que modificarán sustancialmente su esquema de funcionamiento y los esfuerzos reales podrán ser muy diferentes de los deducidos, considerando la plena integridad del tubo, hipótesis errónea que ha servido de base para el cálculo de los esfuerzos que figuran en las páginas 189 a 204 de la Instrucción.

- 3) En el Anejo nº 4 de la Instrucción, en el apartado 4.1, se considera que la sollicitación de tracción, N, que tiene por origen la presión interior en el tubo, está centrada entre la chapa y la armadura circunferencial exterior. Esto no corresponde a la realidad. La posición de N se situará, por el contrario, en el centro de gravedad de dichas armaduras. Partiendo de un espesor de chapa dado, dicha posición variará en función de la sección de la armadura exterior. Si, por ejemplo, no se tuviese en cuenta la fisuración, para absorber los esfuerzos provocados por la presión interior bastaría con la camisa de chapa y no sería necesaria armadura exterior. En estas condiciones, obviamente, la posición de N coincidiría con la posición de la camisa de chapa. Por lo tanto, el planteamiento de la Instrucción no es correcto. Conduce en general a valores conservadores para la armadura exterior.
- 4) En la Instrucción no se contempla el riesgo de pandeo de la camisa de hormigón interior, de reducido espesor, que no está tampoco adherida a la camisa de chapa, y que en caso de depresiones, funciona independientemente, como un anillo circular de pequeño espesor, comprimido. Este hecho ha provocado incidentes en algunas conducciones. Es imprescindible, por ello, asegurar que el espesor de hormigón del revestimiento interior es suficiente para soportar aisladamente las compresiones generadas por una depresión en la tubería.

El deficiente comportamiento del tubo ensayado a que se refiere el artículo de Javier Galán, que estaba calculado de acuerdo con el articulado de la Instrucción, es una manifestación de las diferencias señaladas, lo que se corroboró más tarde ensayando, en el Instituto Eduardo Torroja, otras dos tuberías, dimensionadas con dos diferentes criterios. En uno de los ensayos (tubo 1P) se dispusieron pernos conectadores, soldados con pistola a la chapa metálica. Dichos pernos se dimensionaron para absorber los esfuerzos rasantes que aparecen en el contacto entre la chapa y el revestimiento exterior de hormigón, y asegurar así el trabajo conjunto de ambos materiales. Se dispusieron pernos en los cuadrantes superior e inferior del tubo, coincidiendo aproximadamente con la zona de momentos que solicitaba en tracción la chapa. Así se pudo contar con la camisa de chapa como armadura de tracción frente a los esfuerzos de flexión. El tubo, en estas zonas, trabajó como una estructura mixta hormigón-acero. Las condiciones de diseño y de ejecución fueron las especificadas en la Norma correspondiente de la European Convention for Steelwork (ECCS). El cálculo de esfuerzos se realizó mediante un programa de ordenador convencional, sustituyendo el tubo por tramos rectos de corta longitud. El tubo se comportó en el ensayo de carga correctamente, de acuerdo con las previsiones.

Otra alternativa de diseño por la que el autor de esta nota muestra su preferencia, consiste en disponer una armadura pasiva adosada a la chapa metálica y dimensionada para absorber las tracciones provocadas por los esfuerzos de flexión. La camisa de chapa, desde el punto de vista mecánico, quedará limitada a absorber los esfuerzos de tracción provocados por la presión interior. La citada armadura tendría forma oval, de manera que, en riñones se situaría en la parte exterior del tubo y contribuiría a absorber los esfuerzos de flexión en esa zona. Así la armadura circunferencia exterior, tendrá la sección adicional necesaria para, junto con la ovoidal, absorber los esfuerzos de flexión. Quedarían por comprobar las condiciones de fisuración del tubo, utilizando los métodos habituales recogidos en la EH-82, por ejemplo. El tubo dimensionado de acuerdo con este criterio (tubo 2P) respondió, también, perfectamente al ensayo de tres aristas.

Con respecto al interés o a la necesidad del ensayo de tres aristas como análisis del comportamiento de tubos, puede y seguramente debe ponerse en tela de juicio, con carácter general; pero, por otro lado, no existe razón alguna para que si se acepta como un ensayo adecuado para tubos de hormigón armado o pretensado, no se utilice también para los tubos con camisa de chapa. Estos tubos, si están correctamente dimensionados, pueden y deben tener un comportamiento similar al de sus "colegas".

Cóviene señalar también que la general ausencia de incidentes en conducciones construidas con tubos de camisa de chapa, no significa que su dimensionamiento haya sido correcto. Desconocemos, por un lado, las posibles fisuraciones en el contacto con la chapa, que no son observables. Ya se ha comentado, también, que el criterio de armado establecido en la Norma, conlleva un sobredimensionamiento de la armadura exterior, lo que puede compensar las deficiencias apuntadas.

También es útil manifestar aquí que un tubo es una estructura cuyo comportamiento puede ser perfectamente conocido. La incertidumbre principal estriba en el valor de las cargas que se deben considerar y en las condiciones de sustentación, cuya definición por ello, debe ser objetivo fundamental de la Instrucción. Partiendo de unas cargas especificadas, la determinación de esfuerzos en el tubo es fácil de calcular y a partir de ellos, el dimensionamiento de armaduras o pernos conectadores es idéntico al de los de cualquier

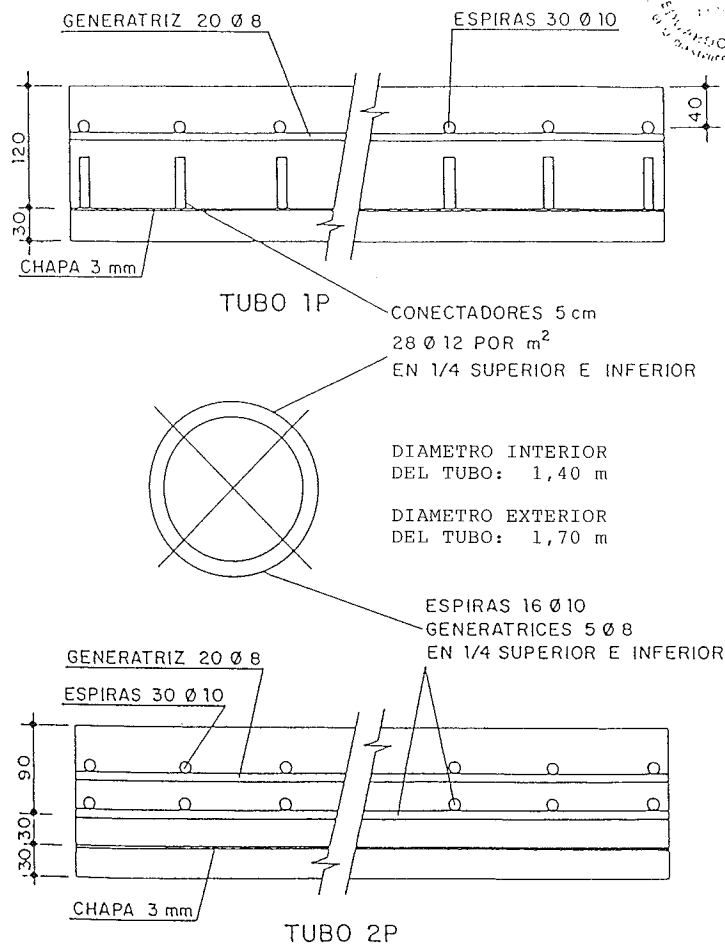


Fig. 1. Características de los tubos ensayados.

otra estructura. La comprobación de las condiciones de fisuración, una vez establecidas en la Instrucción las limitaciones al respecto, se realizará también como en cualquier otro elemento estructural. Quiere esto decir que no tiene sentido aislar el estudio del comportamiento de los tubos, de los ámbitos profesionales donde se estudian estructuras más genéricas. Quizás sea ésta una de las causas de las deficiencias comentadas en la Instrucción que, por otra parte, constituye un instrumento valiosísimo, cuyo interés destaca más en un país en el que tantas veces añoramos la ausencia de normativa específica. De manera que la crítica realizada, abierta lógicamente al debate, no pretende descalificar este valiosísimo documento, sino contribuir a que futuras ediciones puedan incrementar su valor, una vez que se incorporen las correcciones oportunas.

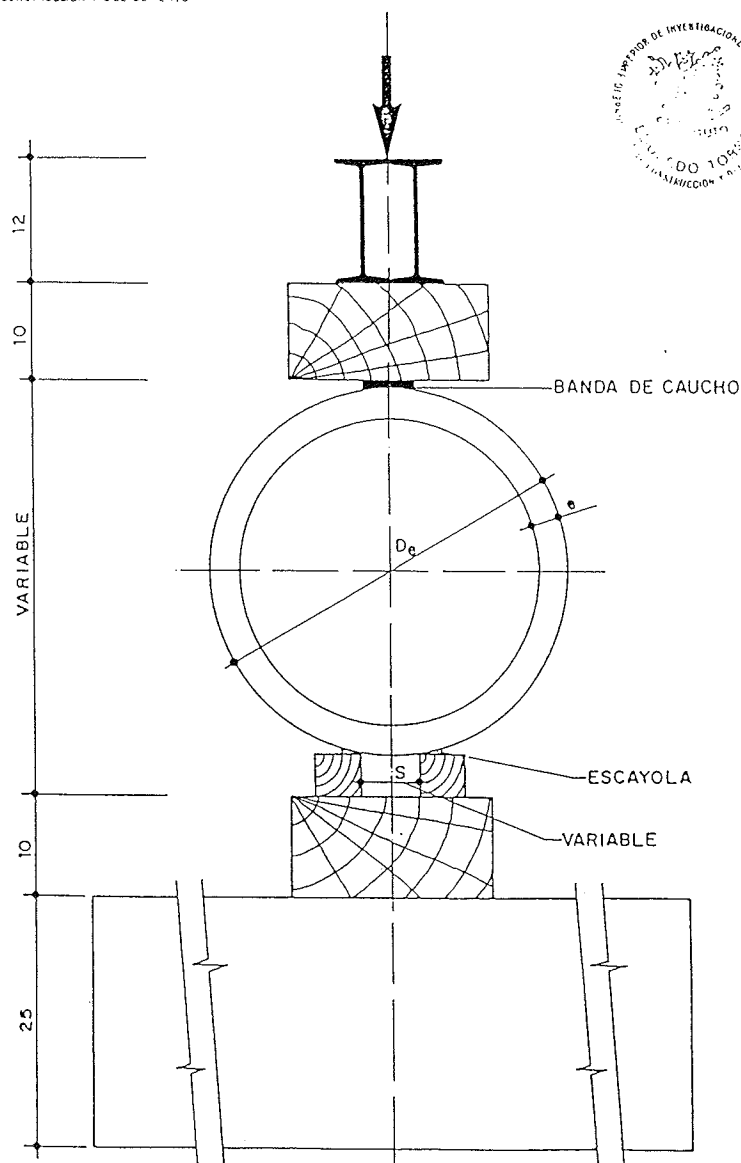


Fig. 2. Disposición del ensayo.

**TABLA 1**  
**Resultados del ensayo del tubo 1 P**

Carga en el gato (MPa)	Carga por m de tubo (MPa/m.l.)	Flecha (mm)	Incidencias
2	2,50	0,16	<p>Aparece la primera fisura en la parte inferior del tubo. La apertura máxima de la fisura es 0,10 mm. Aparece una fisura en la parte superior del tubo y otra en la cara frontal del tubo entre los dos listones de apoyo inferior. En la fisura superior entra la galga de 0,20 milímetros en una longitud mayor de 30 cm. La fisura inferior tiene una abertura máxima de 0,35 mm. Se llega a la carga de fisuración, comienza a separarse la chapa del hormigón, tanto en su zona superior como inferior. Aparecen fisuras en los laterales del tubo por su parte exterior. Rotura del tubo.</p>
3	3,75	0,36	
4	5,00	0,77	
5	6,25	1,84	
6	7,50	2,95	
7	8,75	4,22	
8	10,00	5,84	
10	12,50	8,52	
12	15,00	11,53	
26,06	32,58		

**TABLA 2**  
**Resultados del ensayo del tubo 2 P**

Carga en el gato (MPa)	Carga por m de tubo (MPa/m.l.)	Flecha (mm)	Incidencias
2	2,50	0,21	<p>Aparece una fisura en la parte inferior del tubo. La abertura máxima de la fisura es de 0,07 mm. La abertura máxima es de 0,10 mm. La abertura máxima es de 0,15 mm. Se empieza a desprejar la chapa del hormigón y aparece una fisura en el lateral del tubo por su exterior. La abertura máxima de la fisura inferior es de 0,20 mm. Aparecen más fisuras por los laterales del tubo. Evolucionan las demás fisuras. Aparecen fisuras en la parte superior del tubo, la abertura máxima de la fisura inferior es de 0,25 mm. En la fisura inferior se ha llegado a una abertura tal que penetra la galga de 0,20 mm en una longitud mayor de 30 cm. Se llega a la carga de fisuración. Rotura del tubo.</p>
3	3,75	0,46	
4	5,00	0,74	
5	6,25	1,10	
6	7,50	1,57	
7	8,75	2,23	
8	10,00	2,76	
10	12,5	4,60	
12	15,0	6,23	
14	17,5	8,08	
16	20,0	10,52	
18	22,5	17,69	
23,7	29,62		

## **Premios de la "Conservation Foundation" y la "Compañía Ford" para la Conservación de la Naturaleza y del Patrimonio Histórico-Artístico**

Por sexta vez en Europa y cuarta en España, la institución inglesa "The Conservation Foundation" y la "Compañía Ford", han convocado los Premios para la Conservación de la Naturaleza y del Patrimonio Histórico-Artístico, en las siguientes categorías: Conservación de la Naturaleza; del Patrimonio, y Proyecto de Gente Joven.

La convocatoria de 1987, al igual que en ediciones anteriores, admite tanto trabajos de reciente realización como proyectos en desarrollo o en fase de anteproyecto. Sus autores pueden ser grupos o individuos, instituciones y hasta empresas.

Los proyectos ganadores en el certamen nacional obtendrán un Trofeo y un cheque de 400.000,— ptas., por cada una de las categorías citadas, y entre todos ellos, se elegirá al ganador nacional que, además, obtendrá un premio adicional de 700.000,— ptas.

El Ganador Nacional participará en la final europea que, precisamente, este año se celebrará en España, donde competirá con los ganadores nacionales del resto de los países. El Ganador Europeo obtendrá el Trofeo Ford a la Conservación de la Naturaleza y el Patrimonio Histórico-Artístico y un cheque por valor de 10.000,— dólares.

El plazo de inscripción quedará cerrado el 30 de setiembre del presente año y el fallo del jurado se hará público en el transcurso de un acto que se celebrará a finales de noviembre.

Los interesados en participar en estos concursos deberán ponerse en contacto con la Secretaría de los Premios, cuya dirección es: Avda. Diagonal, 437-2º, 08036 Barcelona. Tfno.: 93/209 50 88.

# Tendencias actuales en la construcción de puentes atirantados

Javier Manterola  
Dr. Ingeniero de Caminos C. y P.

## 1. INTRODUCCION

Desde la construcción por Dischinger en 1955 del primer puente atirantado moderno, el puente de Stromsund en Suecia, hasta la actualidad, el puente atirantado ha experimentado un desarrollo considerable. Quedan lejos las magníficas realizaciones alemanas sobre el Rhin o los puentes de Morandi, que abrieron camino y despejaron incógnitas en una morfología nueva.

Hoy en día, este tipo de puentes se encuentra en una fase interesante de su desarrollo morfológico, pues sin haber alcanzado la forma resistente idónea, se está acercando mucho.

Una de las variables que parece cristalizada es la utilización del atirantamiento múltiple. De la primera intuición resistente que consistía en considerar que el tirante no es sino un apoyo rígido del dintel, se ha pasado a la consideración de los tirantes como un medio flexible, extendido, que a modo de fundación elástica, soporta el dintel en su desarrollo entre las pilas.

Este planteamiento resistente va acompañado de la utilización de dinteles flexibles, de poco canto, mucho más adecuados para su soporte sobre una fundación elástica que los gruesos y pesados dinteles de los primeros puentes atirantados. La relación entre el canto y la luz libre del dintel ha pasado, desde 1/46 en el puente sobre el lago Maracaibo, hasta 1/192 en el puente de Barrios de Luna; y se está cerca de 1/300 en algún puente en construcción.

Pocas variables más de las que depende la morfología del puente atirantado han cristalizado, aunque existen tendencias claras que analizaremos a continuación.

## 2. AMBITO DE APLICACION DE LOS PUENTES ATIRANTADOS

En el abanico de posibilidades que la tecnología actual ofrece al constructor de puentes, cada uno de los tipos estructurales ha encontrado su sitio, el ámbito de luces en que su aplicación es idónea. La aparición de una tipología nueva determina una cuña en una zona determinada, que va desplazando a las tipologías que cubrían ese espacio, hasta abrirse un hueco donde se instala. Hoy en día, podríamos decir que el puente atirantado tiende a ocupar las luces libres comprendidas entre los 200 y 600 m.

---

\* Conferencia pronunciada en "1º encuentro nacional sobre estructuras pre-esforçadas". Lisboa-Octubre, 1986.

Sin embargo, los contornos de todo ámbito son siempre un poco difusos y más aún cuando se trata de una tipología de puentes que aún no ha alcanzado su desarrollo definitivo.

Por el lado de las luces cortas, el puente atirantado tiene que competir con el dintel recto de hormigón pretensado, metálico o mixto de acero y hormigón. El coste de este tipo de puentes crece exponencialmente con la luz libre, y en la zona de luces de más de 150 m, la curva tiene una pendiente alta, por los grandes cantos que determina y las elevadas cantidades de hormigón y acero necesarias. El puente atirantado elimina estas necesidades y la competencia en costo será cada vez menor, conforme el uso de esta tecnología vaya abaratando el precio de tirantes y anclajes y eliminando incógnitas en su construcción que siempre introducen un factor multiplicador en el coste.

Por otro lado, el puente recto de hormigón está reaccionando con la utilización de una morfología nueva, intermedia entre el dintel recto y el puente atirantado. Me refiero a la utilización de secciones transversales en "T" invertida, en la cual el dintel tradicional en sección cajón constituye la base de la "T" y una costilla, superior al dintel, incrementa su rigidez a flexión. Esta sección transversal se vio, por primera vez, en el vano lateral del puente atirantado de Hoeschst, sobre el Main, y ha alcanzado su máxima expresión en la propuesta no aceptada del puente Gateway, en Brisbane, de 260 m de luz. Fig. 1.

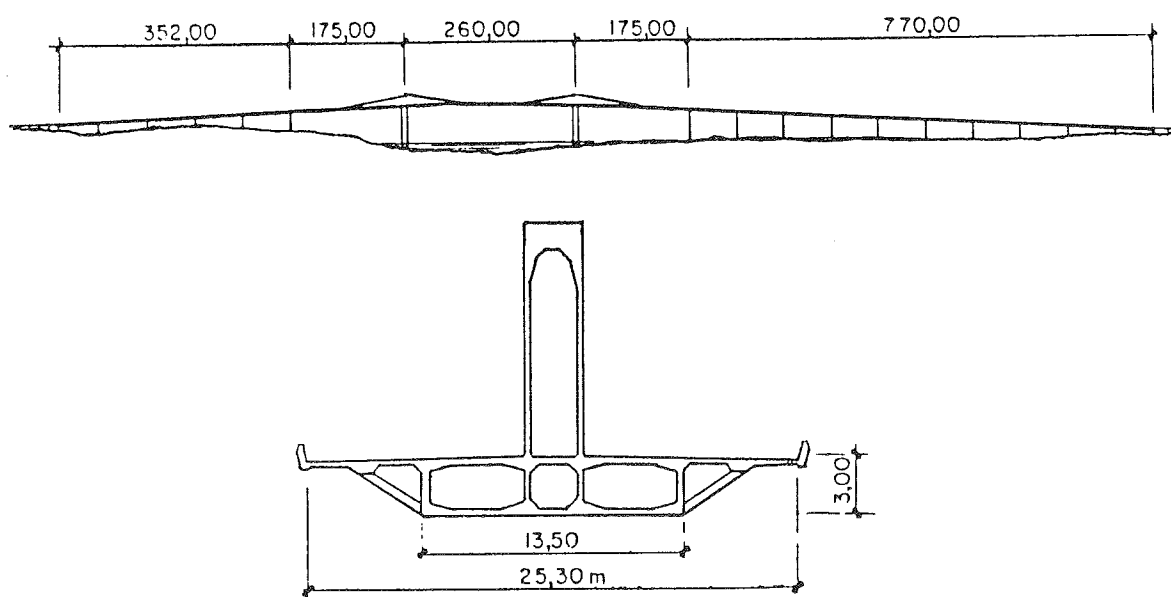


Fig. 1. Puente Gateway, en Brisbane. Propuesta no aceptada.

Dando un paso más, tenemos el puente sobre el Valle de Ganter, en el Simplon (Suiza), en propuesta construida de C. Menn, de 174 m de luz. Fig. 2. La posibilidad de utilizar pretensado normal en estas tipologías, les permite competir en el ámbito próximo a los 200 m.

Si el razonamiento sobre los puentes y sus tipologías pudiese tener la continuidad aplicable a otro tipo de discursos conceptuales, podríamos decir que el tirante rígido de Morandi sería el eslabón que conecta el puente del Simplon con el moderno puente atirantado.

Por el lado de las grandes luces, el límite del puente atirantado es más difuso todavía. En esta zona su gran competidor es el puente colgado clásico, en acero, que hasta la aparición del puente atirantado, competía con las grandes celosías metálicas en dintel recto o en



Fig. 2. Puente sobre el Valle de Ganter. C. Menn.

arco. El puente atirantado no ha pasado todavía de los 440 m del puente de Barrios de Luna, o de los 465 m del puente de Annacis, en Vancuber, próximo a su terminación; pero existen proyectos, seriamente estudiados, de puentes de hasta 1750 m de luz para el estrecho de Mesina. Fig. 3.

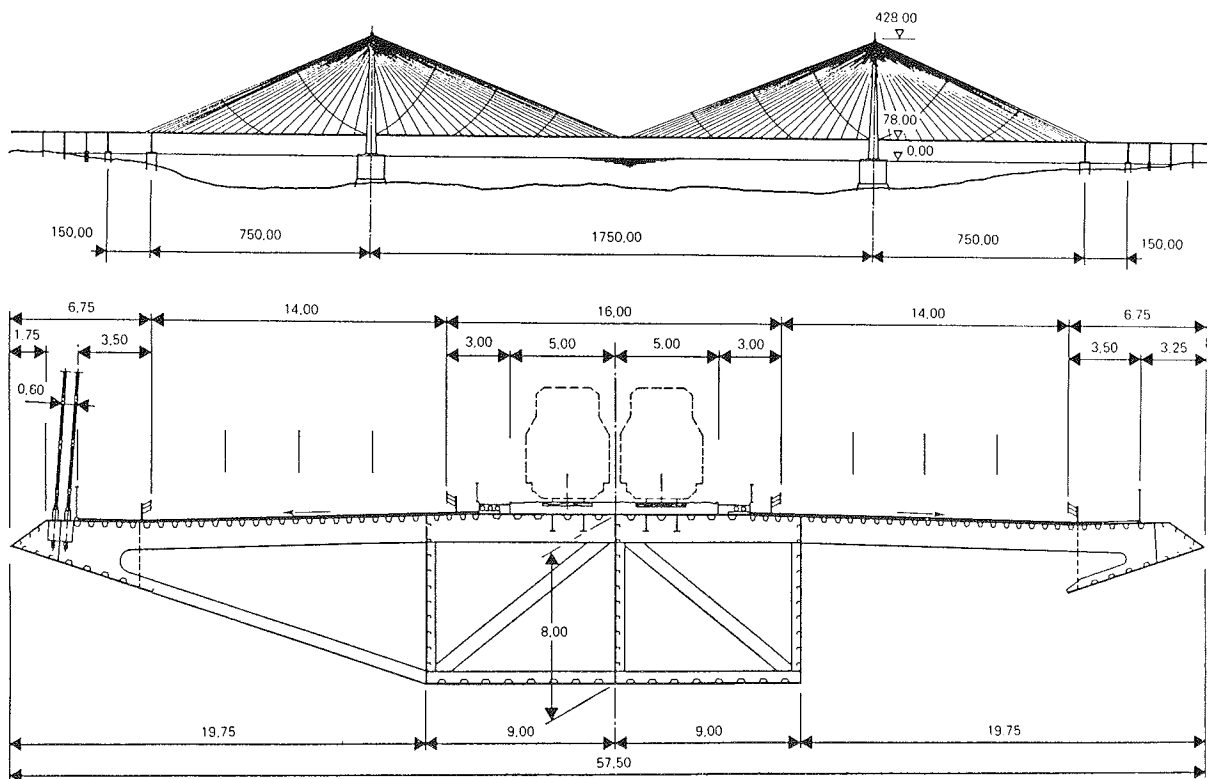
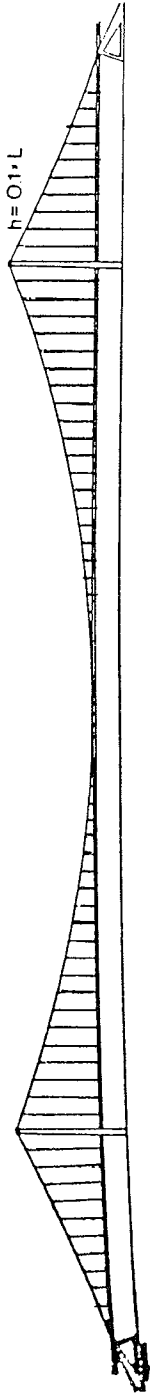
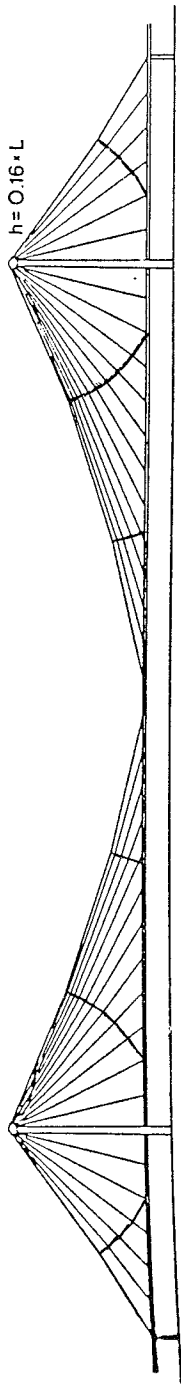


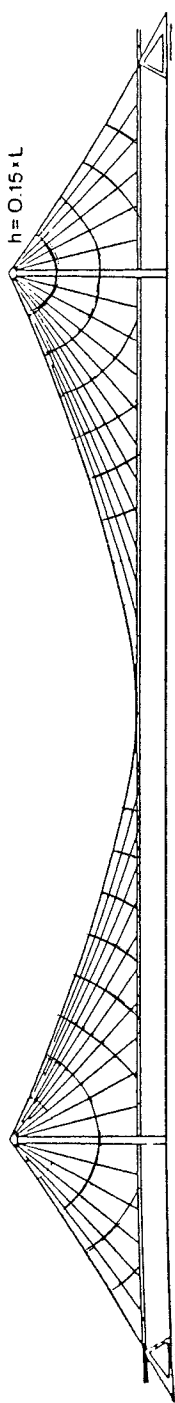
Fig. 3. Propuesta para puente sobre el estrecho de Mesina. F. Leonhardt.



Puente colgado



Puente atirantado



Puente mixto (cable net system)

	PUENTE COLGADO		PUENTE ATIRANTADO		PUENTE MIXTO	
	1000	2000	1000	2000	1000	2000
Luz vano principal						
Acero en cables	7500 tn	36000 tn	3900 tn	19000 tn	4300 tn	19000 tn
Acero en pilas y dintel	23000 tn	55000 tn	25000 tn	94000 tn	24000 tn	59000 tn

Lo cierto es que el puente atirantado es mucho más rígido que el colgado para la actuación de sobrecargas no simétricas o de viento, y es mucho más barato si comparamos el peso de acero necesario en tirantes, al peso de acero necesario en el cable colgado. Su desventaja se produce en la enorme compresión a que se ve sometido el dintel por la componente horizontal de los tirantes, compresión ésta que, para el caso de puentes de luces muy grandes, puede alcanzar valores enormes que obligan a rigidizarlo, encareciendo el dintel.

En el estudio realizado por N.S. Gimsing, Fig. 4, se observa la comparación de costes, para puentes de 1.000 m y 2.000 m de luz, entre el puente colgante clásico, el puente atirantado (con rigidización transversal de tirantes) y el puente mixto, (que cuelga la parte central del puente y atiranta el resto). Para 1.000 m de luz, el puente atirantado puede ser el más económico; mientras que para 2.000 m lo es el mixto, que Gimsing denomina como "Cable Net System" y que no es sino una actualización del sistema planteado por Dischinger en 1938 para el puente sobre el Elba.

### 3. MORFOLOGIA LONGITUDINAL

La relación entre la luz del vano principal y la de los vanos de compensación, depende de un conjunto de variables como son las condiciones funcionales, topográficas, geotécnicas y estéticas. Si de lo que se trata es de salvar un determinado vano principal, la condición de rigidización más eficaz para el sistema de atirantamiento se obtiene realizando vanos de compensación cortos, del orden de 0,2 a 0,3 de la luz principal.

Esta disposición se ha adoptado en muchos de los puentes sobre el Rin o en el puente de Barrios de Luna o en el del Ebro, en los que las condiciones topográficas lo permitían. Fig. 5.

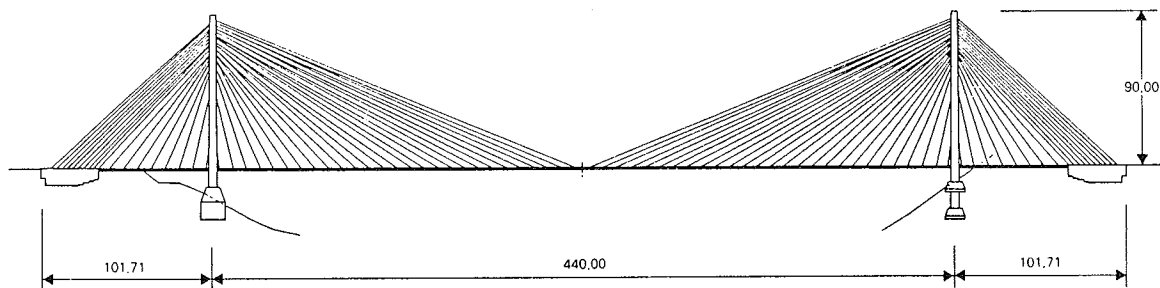


Fig. 5. Alzado longitudinal del puente de Barrios de Luna. Javier Manterola Armisen y Leonardo Fernández Troyano.

Cuando no se produce esta circunstancia, lo normal es acudir a vanos de compensación, del orden de 0,4 del vano principal para los puentes de carretera y algo más cortos, del orden de 0,36, para el caso de puentes de ferrocarril. En ambos casos conviene que exista continuidad entre este vano y los correspondientes a los viaductos de acceso, para reducir los momentos flectores positivos que se producen en el vano de compensación, así como las grandes variaciones angulares que aparecen encima de las pilas laterales, especialmente poco recomendables para la funcionalidad de los puentes de ferrocarril. Los contrapesos, tan enormes en el caso de compensaciones cortas, se reducen en estos casos a valores normales, lo que permite la realización del viaducto de acceso en condiciones normales. Fig. 6.

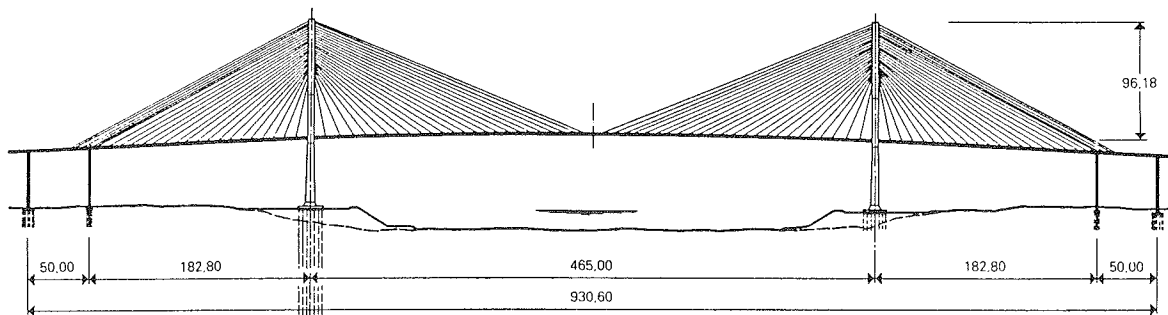


Fig. 6. Puente de Annacis. Vancouver - Canadá.

En ambos casos, la pila está destinada a recibir principalmente la carga vertical que le transmite el sistema de atirantamiento; aunque es inevitable que reciba flexiones como consecuencia de la flexibilidad del atirantamiento de compensación.

Cuando por razones funcionales u otras, el vano de compensación debe ser mayor de 0,4 veces la luz del vano central, las flexiones positivas en dicho vano se hacen demasiado grandes, dado que el vano principal es extraordinariamente flexible y no contrarresta el tiro del atirantamiento lateral. Se hace necesario entonces rigidizar la pila, lo que se consigue estableciendo un atirantamiento de las cabezas de las dos pilas principales entre sí, fig. 7, o proporcionando rigidez a flexión a las propias pilas, fig. 8.

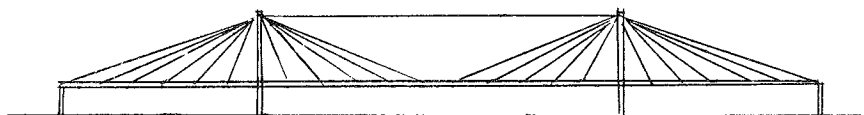


Fig. 7. Rigidización de las cabezas de las pilas por atirantamiento superior.

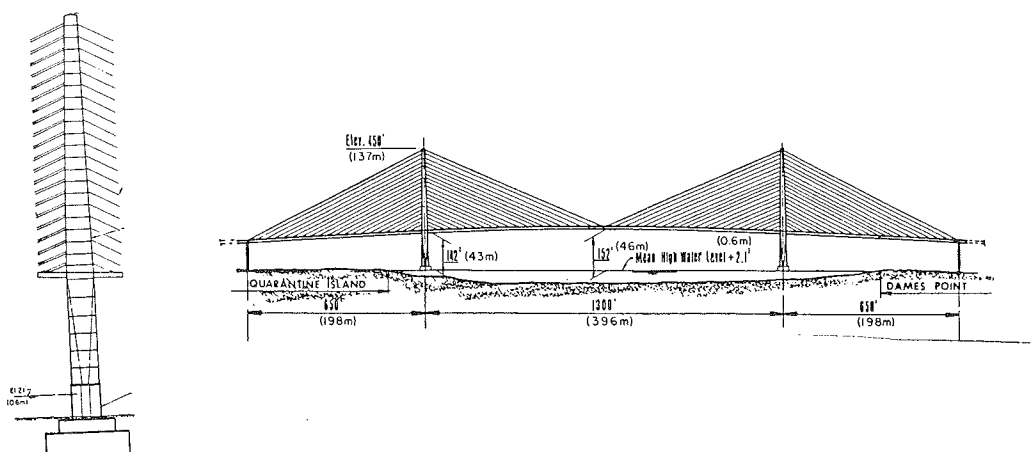
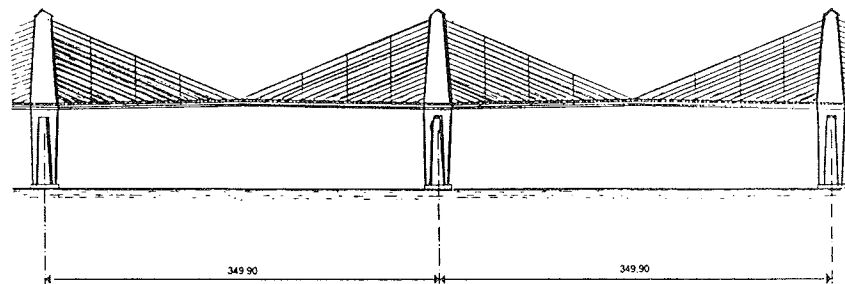


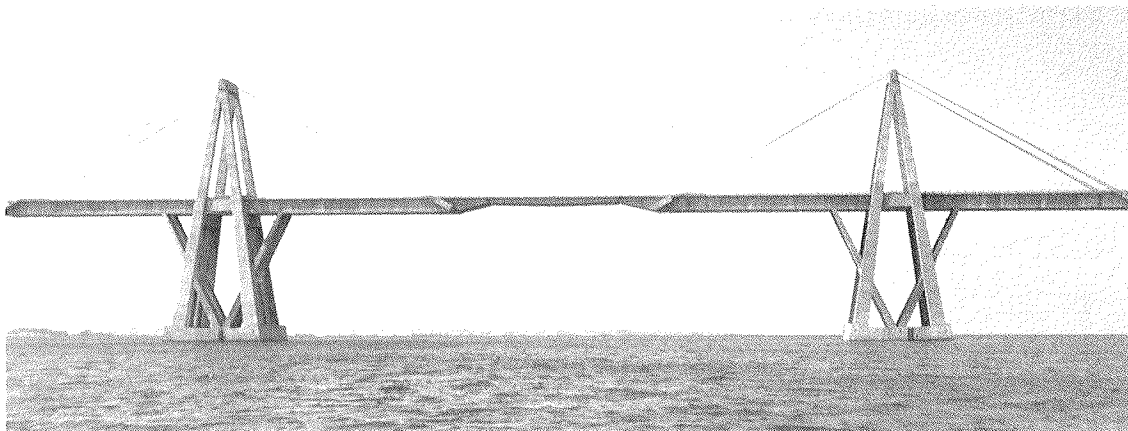
Fig. 8. En el puente Dame Point (Florida), la gran rigidez de las pilas se introduce por dos motivos. Por tener una relación de luces entre vano lateral y central de 0,5 y por utilizar un atirantamiento en arpa.

Ambas soluciones son caras. La primera, porque la cantidad de cables aumenta espectacularmente, y la segunda, porque la pila funcionará como una ménsula para las cargas no equilibradas de ambos vanos.

Para vanos de compensación mayores de 0,5, las soluciones anteriores son igualmente válidas hasta terminar en el puente continuo de muchos vanos principales donde la presencia de la pila rígida es inevitable. Fig. 9.



a)



b)

Fig. 9. a) Propuesta para el puente del Gran Belt. U. Finsterwalder. b) Puente de Maracaibo.

#### 4. DISPOSICION DE LOS TIRANTES

Se mantienen las tres disposiciones clásicas de los tirantes, arpa, abanico e intermedia.

La solución en arpa sólo adquiere un buen funcionamiento cuando la pila es rígida o cuando el vano de compensación está anclado rígidamente al terreno. En otros casos, el contrarresto del tiro desequilibrado del vano principal, cuando éste es el único sobrecargado, se realiza menos eficazmente a través de la deformación a flexión de la pila, que es la destinada a transmitir estas cargas a los tirantes posteriores anclados en puntos fijos. Sin embargo, esta disposición mantiene una gran aceptación por el orden que ofrece a la distribución de los tirantes. Fig. 10.

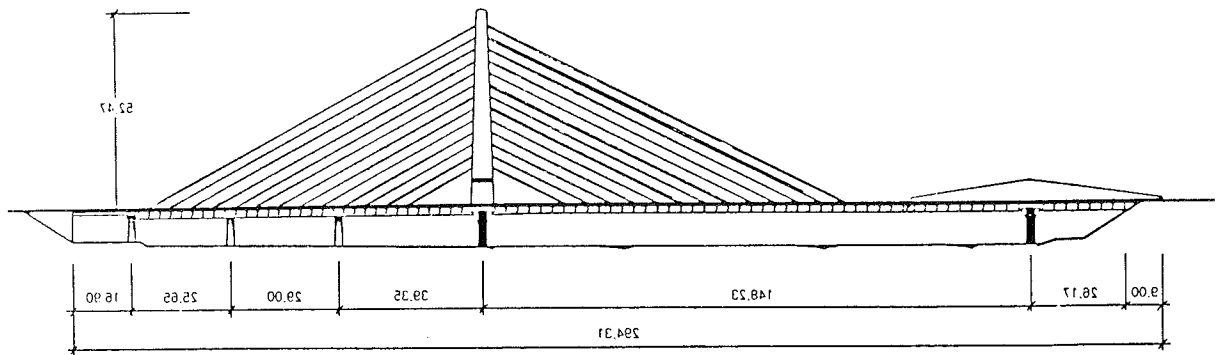


Fig. 10. Disposición de los tirantes en arpa. P. Hoeschst. Frankfurt. Los tirantes en arpa tienen aquí un funcionamiento correcto, por la presencia de apoyos fijos del vano de compensación y la rigidez a flexión conferida a la pila.

La solución en abanico ofrece una serie de ventajas respecto a la solución en arpa:

- Menos peso de acero en tirantes.
- Esfuerzos axiales menores en el dintel.
- Menor flexión en las pilas principales.

El principal inconveniente que presenta se encuentra en la dificultad de realizar el anclaje de todos los tirantes en la cabeza de la torre. Fig. 11.

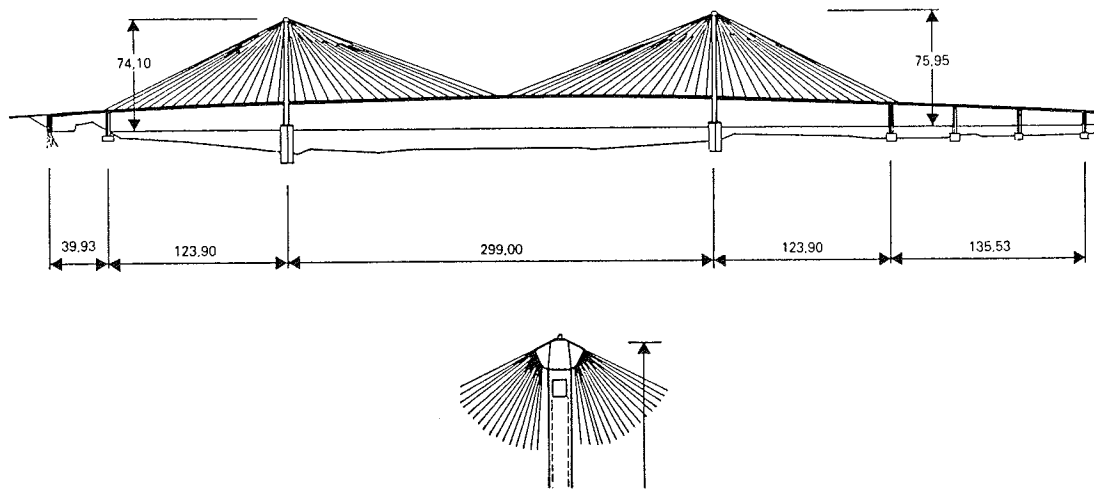


Fig. 11. Puente de Pasco - Kennewick. Ejemplo típico del puente en abanico. El anclaje de tan gran número de tirantes en cabeza, supuso la colocación en la misma de una pieza metálica de gran valor y complicación.

La solución intermedia —semi abanico o semi arpa— se está imponiendo pues participa de las ventajas resistentes de la solución en abanico, y de las constructivas de la solución en arpa. Fig. 12.

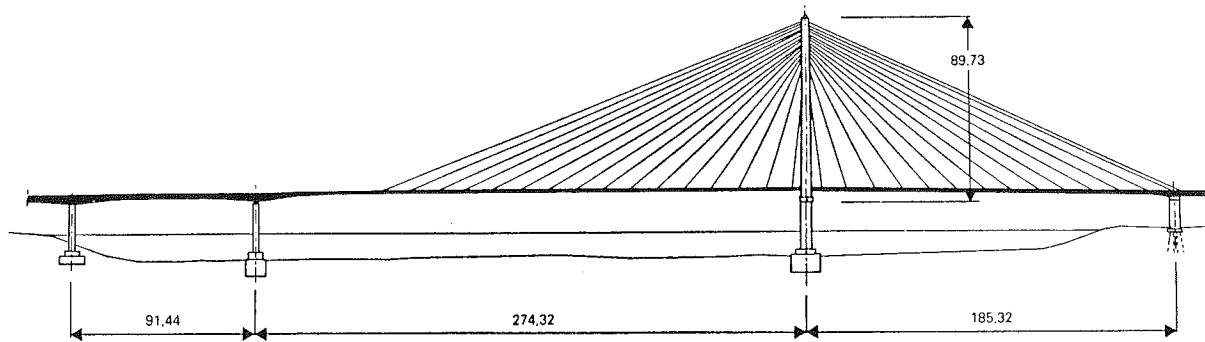


Fig. 12. Puente de East Huntington, U.S.A. Disposición típica de un atirantamiento en semi-abanico o semi-arpa.

En cuanto a su distribución transversal en el tablero, tenemos dos tipos principales.

- a) Un solo plano de tirantes situados en el eje del dintel. El atirantamiento sólo soporta la flexión y el cortante longitudinal general del tablero. La torsión de las acciones no centradas, sobrecarga y viento, deben ser resistidas por el tablero.
- b) Dos planos verticales de tirantes situados en los bordes laterales del dintel. En este caso el atirantamiento libera al dintel de la flexión y torsión general. El dintel puede adquirir su mínima expresión, pues sólo debe resistir la flexión transversal entre tirantes y los efectos locales de las cargas.

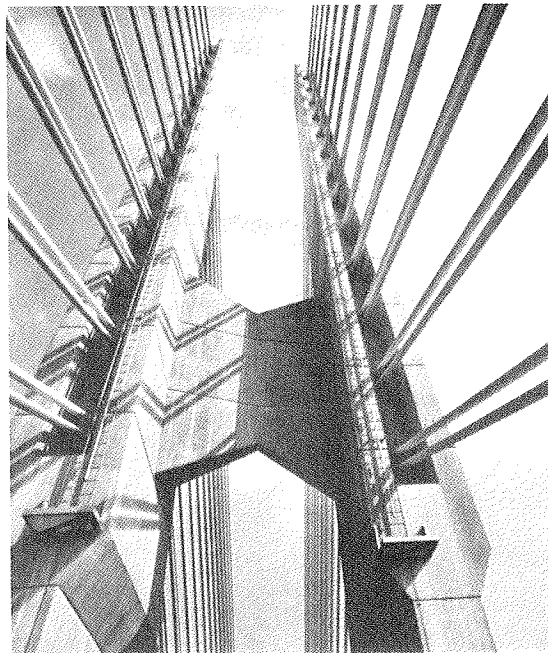


Fig. 13. Puente de Hoeschst, en Frankfurt.

Estas dos formas de atirantamiento transversal tienen sus propias variantes. Hoeschst, fig. 13, plantea dos líneas de atirantamiento verticales situadas en la parte central del puente, separando las calzadas de la carretera de las de tranvías. El proyecto del puente de Rides, en Suiza, plantea tres planos de atirantamiento, uno central y dos laterales, fig. 14. En este caso, R. Walther acude al hecho de que, en este tipo de puentes de atirantamiento múltiple, la flexión transversal del tablero llega a ser la sollicitación más importante y para reducirla dispone de tres líneas de apoyo.

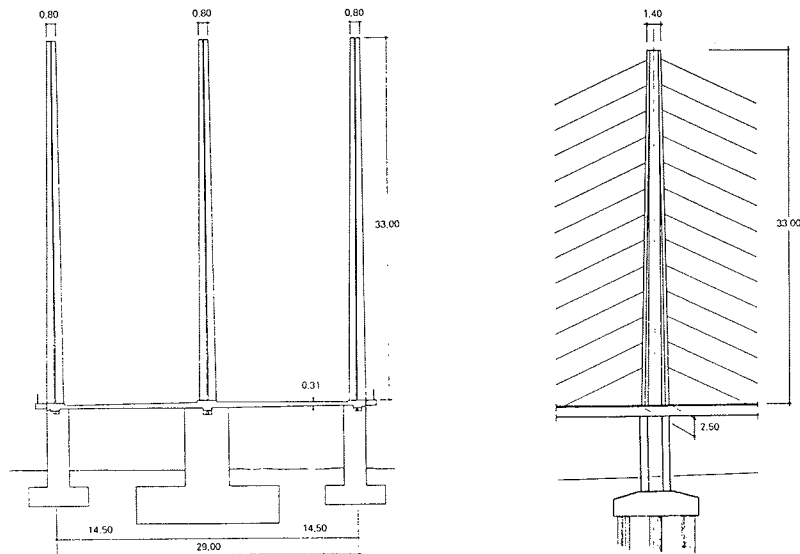


Fig. 14. Proyecto del puente de Riddes, Suiza.

Una variante del atirantamiento lateral, profusamente empleada en la actualidad por su eficacia, se constituye cuando los tirantes, en lugar de conservarse en un plano vertical, se disponen en dos planos inclinados que convergen en el eje de la pila. Si suponemos, en el esquema presentado en la fig. 15, que el tablero no tiene rigidez torsional alguna, la respuesta ante una sollicitación excéntrica, en el caso de puente con dos planos de atirantamiento vertical, será deformar únicamente el plano directamente cargado. Si los planos de los tirantes convergen en el eje de la pila, el corrimiento horizontal de la cabeza de la pila no sólo estará coaccionado por los tirantes de ambos lados, situados en la parte posterior, sino que ese corrimiento pondrá en carga, a compresión, el tirante opuesto a la situación de la carga. El giro teórico del dintel será del orden de la mitad.

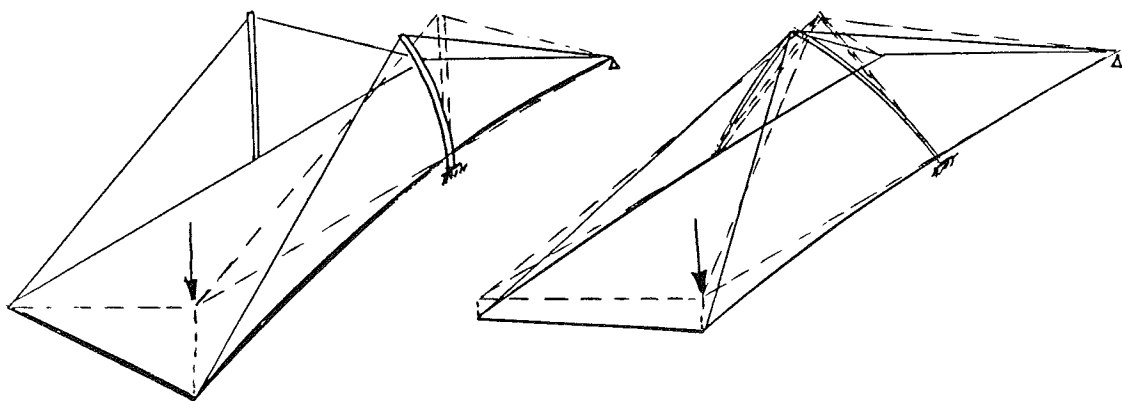


Fig. 15. Incremento de la rigidez torsional del puente, por la disposición del atirantamiento lateral según dos planos convergentes.

Este incremento de la rigidez torsional del puente es extraordinariamente interesante para poder reducir, si se quiere, la rigidez torsional del dintel o incrementar la estabilidad del puente a los efectos del viento.

Por último y en cuanto a la separación de los tirantes en el dintel, ya hemos comentado en la introducción que se considera como definitivamente establecida: disponer los tirantes a una distancia pequeña, del orden de 5 a 15 m, cuando se utiliza dintel de hormigón, y de 15 a 25 m cuando el dintel es metálico.

Las razones que han conducido a esta conclusión son rotundas.

- Se reduce el tamaño de tirantes y anclajes a valores pequeños, fácilmente industrializables.

- Los momentos flectores en el dintel disminuyen, lo que permite realizar dinteles más delgados y de menos peso, lo cual a su vez redundará en menor peso de tirantes y sollicitaciones más pequeñas en pilas y cimentación.

Para el caso de puente de FF.CC., el dintel no puede adquirir las esbelteces de los puentes de carretera, pues el atirantamiento, cualquiera que sea su morfología, no elimina los efectos locales de la carga que, en este caso, son muy elevados.

- Una separación pequeña entre tirantes, permite establecer un control adecuado de los momentos flectores que se producen durante la construcción, los cuales pueden ser más elevados que los de servicio.

Este efecto es mucho más importante en puentes con tablero de hormigón que con tablero metálico, lo que establece que la separación de tirantes en los primeros sea menor que en los segundos.

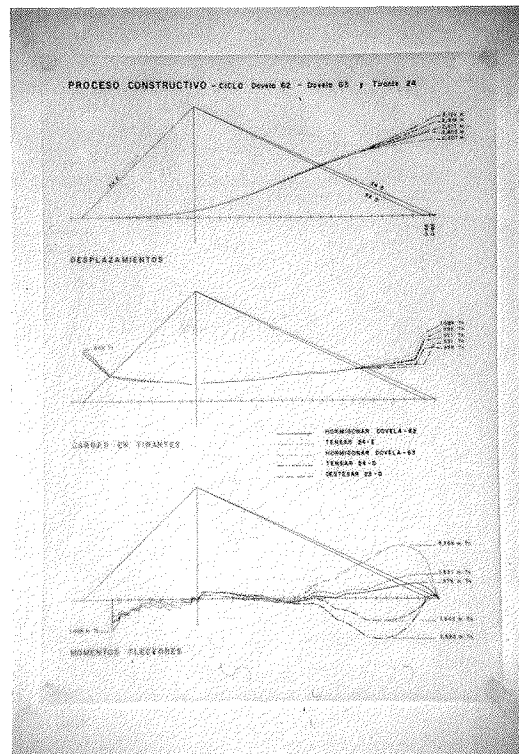


Fig. 16. Puentes Barrios de Luna. Leyes de momentos flectores en el dintel, durante la construcción del tablero situado entre dos tirantes. Los momentos flectores negativos serían mucho mayores de los representados, si no fuese porque en la fase de colocación del penúltimo tirante se hubiese dado una sobrecarga al gato para producir los momentos positivos también representados.

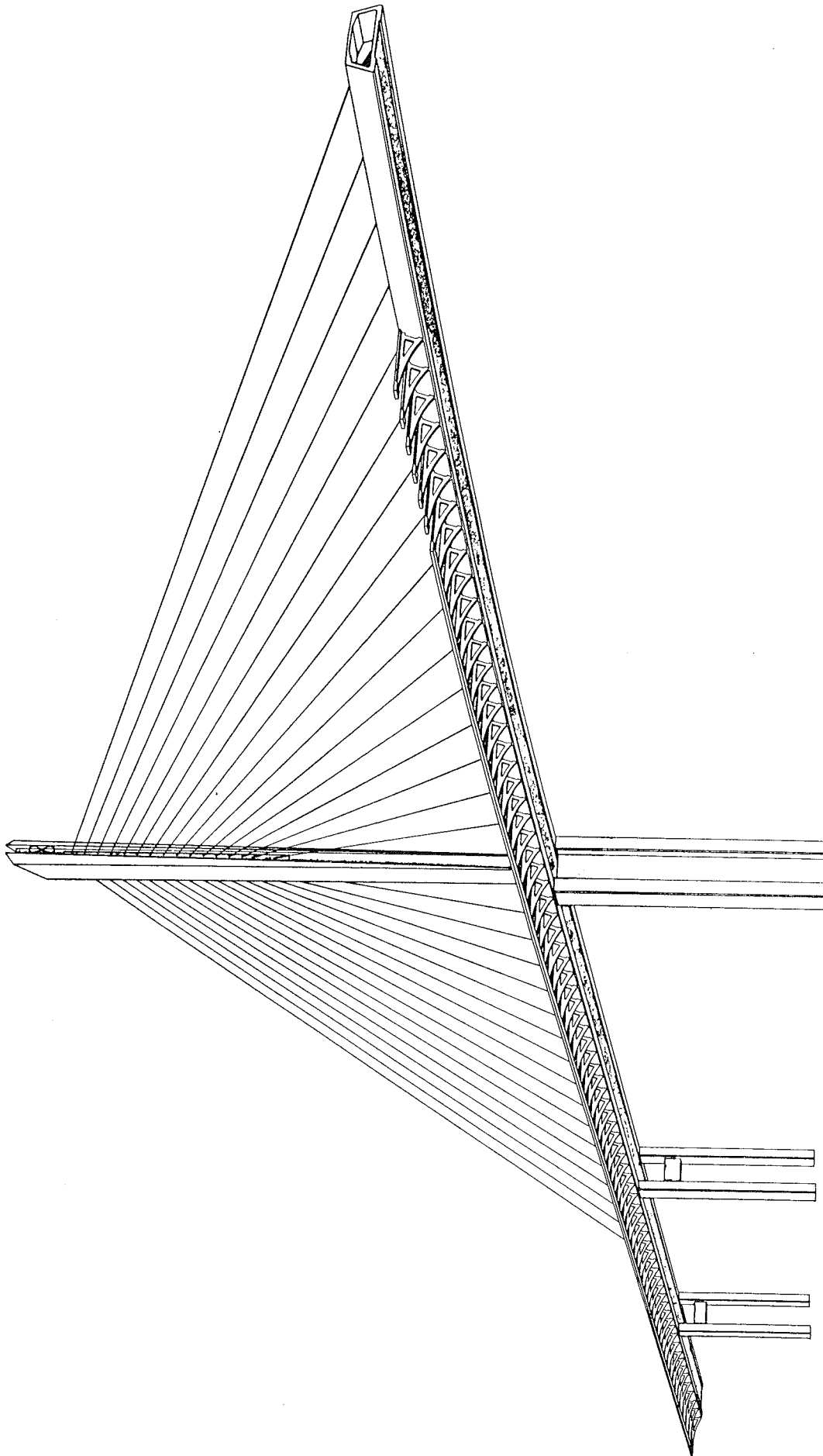


Fig. 17. Anteproyecto para puente sobre el Guadalquivir, en Sevilla. Leonardo Fernández Troyano y Javier Manterola.

La pequeña separación entre los tirantes no es suficiente para hacer que los momentos flectores que se producen durante la construcción puedan ser resistidos por dinteles cada vez más delgados. Para ello se recurre a diversos procedimientos.

En el puente Barrios de Luna, fig. 16, los momentos flectores que se producían, en fases adelantadas de la construcción, cuando el voladizo de hormigón, entre dos tirantes estaba realizado y sin embargo aún no estaba puesto el tirante de punta, eran mayores que los correspondientes al servicio, por lo cual habría sido necesario dimensionar el dintel para estos esfuerzos. Para evitarlo, lo que se hacía era introducir un incremento de carga en el último tirante construido que producía un momento positivo en el dintel y reducía el momento negativo de la fase en cuestión. Cuando se colocaba el tirante de punta, se quitaba el incremento producido en el tirante anterior.

Otro procedimiento es el representado en la fig. 17. Consiste en realizar una construcción del dintel por fases. Se va avanzando con el cajón central y atirantándolo. Posteriormente, se construyen los voladizos transversales del puente.

## 5. LA SECCION TRANSVERSAL

Existen una serie de caminos claros por donde va discurriendo la concreción de las variables que configuran a la sección transversal de los puentes atirantados, que si bien nunca darán lugar a secciones exclusivas, sí establecen las pautas que se deben seguir en un dimensionamiento óptimo. Son los siguientes:

1) Desplazamiento de las secciones metálicas a luces cada vez más grandes. Las ventajas que, desde el punto de vista de la rapidez de ejecución, menor peso de tirantes y cimentaciones, lleva consigo el dintel metálico, no compensa el elevado coste que representa. Los dinteles de hormigón y mixtos están ocupando su sitio. La solución de los últimos concursos de puentes en el mundo así lo están demostrando. El puente de Annacis, de 465 m, que será el mayor del mundo a su terminación, es una sección mixta de hormigón y acero.

La zona de luces que cubre de una manera óptima cada uno de los tres tipos de sección transversal, no está todavía acotada. Los defensores de que, hasta 500 m, la solución de hormigón es la mejor, chocan con los planteamientos de que, a partir de 400 o 450 m, la solución mixta es la favorecida, para dejar a la solución metálica las luces a partir de 500 m. De todas maneras es un límite variable, dependiente de las condiciones de cimentación del lugar, de la experiencia del proyectista y del constructor y, desde luego, dependerá del desarrollo y coste de los materiales en un futuro próximo.

Las desventajas que el dintel de hormigón lleva aparejadas con su peso para afrontar luces muy grandes, vienen en parte compensadas por las grandes ventajas que el peso y el amortiguamiento superior presenta para enfrentarse con el efecto del viento. De la misma manera, la producción a nivel industrial de hormigones de alta resistencia favorecerá su aplicación para luces cada vez más grandes.

2) Aunque no de una manera exclusiva, se concretan con bastante asiduidad dos tipos de secciones:

- (i) Cajón mono o pluricelular, centrado en la sección, para puentes con atirantamiento centrado, confiriendo a la rigidez a torsión del cajón la capacidad de transmitir el efecto de la sobrecarga descentrada y del viento, a los apoyos en las pilas principales.

(ii) Dos vigas laterales longitudinales, con vigas transversales, para soportar el tablero, en el caso de atirantamiento lateral.

3) Formas prácticamente iguales para el dintel, en secciones transversales metálicas, mixtas o de hormigón. Esta tendencia, ya observada en puentes rectos, se afirma en los atirantados.

4) El peso por metro cuadrado de tablero varía poco con la luz del puente. Según R. Walther, el peso medio de los tableros oscila alrededor de:

Tablero metálico: entre 250 y 350 Kg/m

Tablero mixto : entre 650 y 850 Kg/m

Tablero hormigón: entre 1.000 y 1.500 Kg/m

El atirantamiento múltiple casi elimina la variable "luz" en el dimensionamiento del puente, influyendo más su anchura. Únicamente en puentes de hormigón y mixtos muy grandes, el esfuerzo axial acumulado en la zona de pilas, puede sobre-dimensionar el área del dintel en dicha zona.

5) Tableros cada vez más delgados. La relación canto/luz ha pasado, de 1/58 del puente de Stromsund en dintel metálico y 1/47 en el puente de Maracaibo en dintel de hormigón, a 1/190 en el puente de Barrios de Luna, de hormigón, 1/210 en el puente de Annacis, mixto. Se está construyendo con 1/260 el Dame Point Bridge, en Florida, de hormigón y está en proyecto el puente Dala, en Suiza, con 1/420, también de hormigón.

Se ve además que la tendencia es a que el puente de hormigón sea más esbelto que el metálico o mixto y ésto únicamente por las particulares características constructivas que tiene el hormigón.

El problema que se enfrenta a la esbeltez es simplemente el pandeo de una sección tan comprimida como es el dintel de un puente atirantado. El estudio del puente de Dala, Fig. 37.a), de 210 m de luz, con un canto de 0,5 m, ha demostrado que el sistema de atirantamiento es capaz de arriostrar suficientemente un tablero tan esbelto ante todos los posibles modos de pandeo.

## 5.1 Tableros metálicos

Como ya hemos dicho, el puente con atirantamiento centrado necesita que el dintel proporcione la rigidez torsional al sistema, y por tanto, las secciones cajón aparecen con rotundidad. En la fig. 18, representamos la sección transversal del puente de Flehe, de 368 m de luz, formada por una viga cajón tricelular con voladizos transversales ayudados por tornapuntas. Es una sección clásica utilizada en multitud de puentes metálicos.

El dintel se apoya en la pila principal transmitiéndole las torsiones y cortantes recogidos a lo largo de la luz principal.

Cuando en una viga sobre fundación elástica se introduce un apoyo fijo, los muelles próximos a dicho apoyo pierden su eficacia y ésto de una manera tanto más intensa cuanto mayor sea la rigidez de la viga y menor la de los muelles. Este símil reproduce con bastante claridad el problema que se presenta en este tipo de puentes. Al estar colgados sólo al centro, la viga debe tener suficiente inercia a torsión, lo cual le proporciona, casi directamente, bastante rigidez a flexión. Al apoyarse en la pila principal para transmitir las torsiones, también se apoya para el cortante y entonces la sobrecarga no solicita apenas los tirantes próximos a la pila, lo que hace que en puentes de este tipo el atirantamiento múltiple empiece a partir de una distancia determinada del apoyo en la pila. Fig. 22.

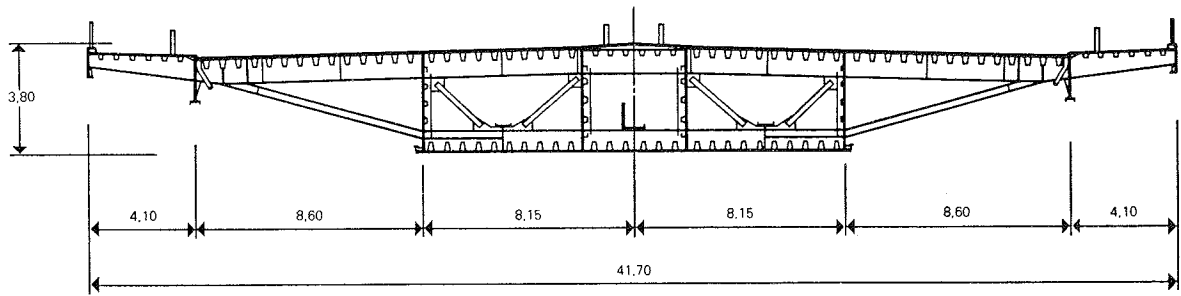


Fig. 18. Sección transversal del Puente de Flehe.

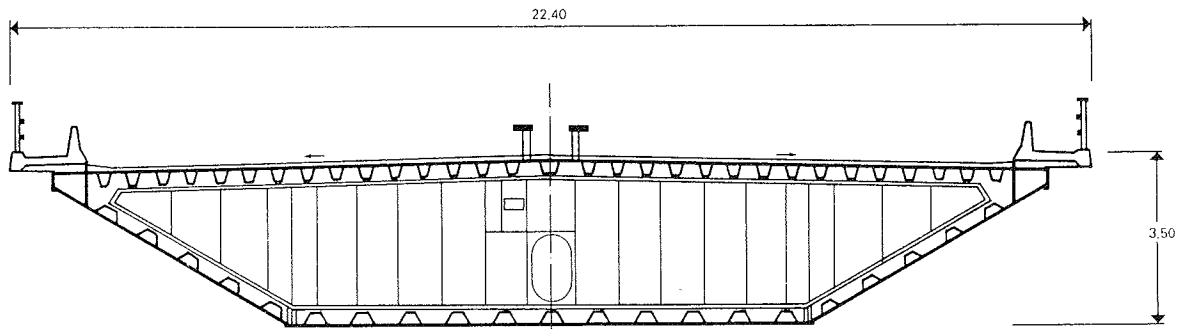


Fig. 19. Sección transversal del Puente de Faro. Cowiconsult - Copenhagen.

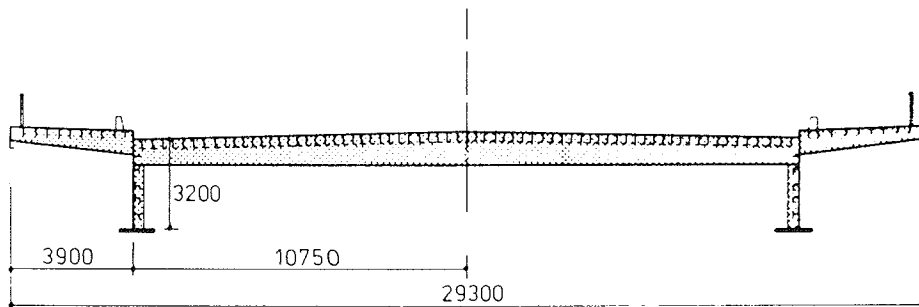


Fig. 20. Sección transversal del Kniebrücke, en Düsseldorf.

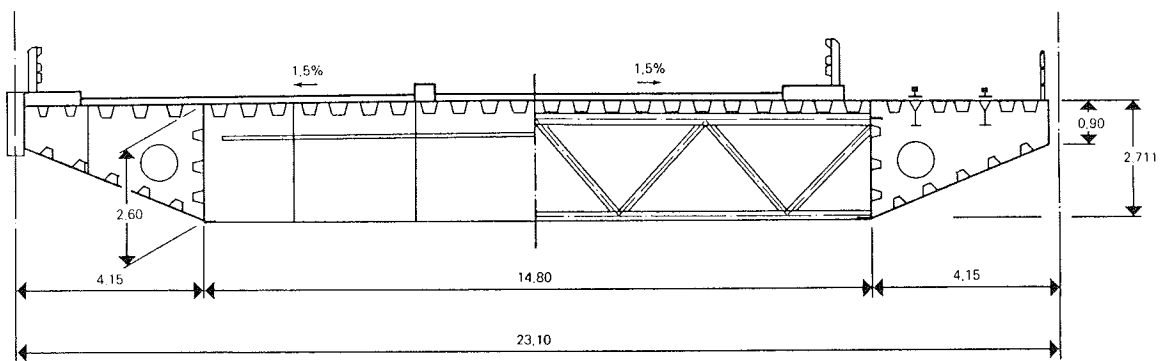


Fig. 21. Puente de Zarate - Brazo Largo, sobre el río Paraná.

En el puente de Faro, Dinamarca, de 290 m de luz, el atirantamiento también es centrado y se establece una sección cajón completa, fig. 19. Este puente, recientemente terminado, presenta dos particularidades. La primera es el hecho, aparentemente equivocado, de adoptar una sección en cajón total, lo cual es antieconómico. La razón para ello es la protección contra la corrosión del acero interior del cajón, para lo cual se utiliza un sistema artificial por medio del cual se mantiene el interior con un grado de humedad constante y pequeño, con lo que no necesita ser pintado. De esta manera se minimiza la superficie que se debe pintar.

La segunda particularidad de este puente es el sistema de apoyo en la pila. Por medio de gatos hidráulicos acoplados, consigue recoger el par de torsión transmitido por el dintel a la pila sin necesidad de que a su vez se recoja el cortante. De esta manera puede establecer un atirantamiento continuo a lo largo del puente, sin apoyo fijo en la pila, con la consiguiente reducción de las flexiones en el dintel. El procedimiento de recoger la torsión sin recoger el cortante ha sido resuelto, por medios menos sofisticados, como aparece en la fig. 23.

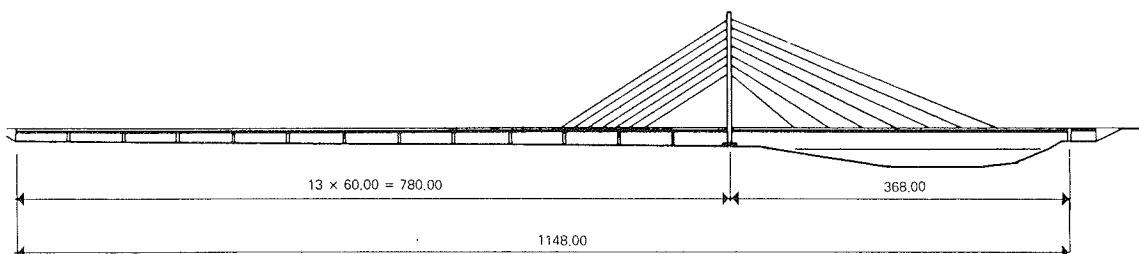


Fig. 22. Alzado longitudinal del Puente de Flehe.

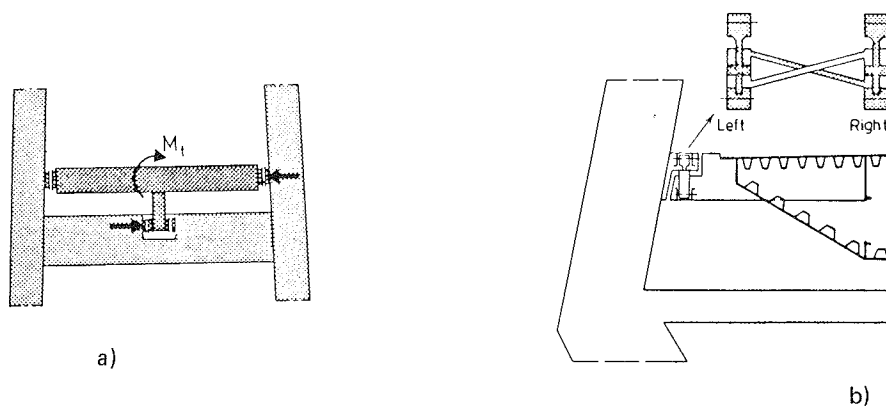


Fig. 23. Procedimientos de recogida de la torsión en pila, sin necesidad de apoyar el dintel. (a) Conexión que recoge cargas horizontales y momentos torsores, únicamente. (b) Artificio hidráulico utilizado en el puente de Faro.

Quando el atirantamiento se produce en los bordes laterales del dintel, la sección transversal adopta la forma representada en la fig. 20: dos vigas laterales de alma llena, entre las que se disponen vigas riostras transversales que soportan la losa ortótropa del tablero. El dintel no se apoya en las torres principales sino que cuelga de los tirantes a lo largo de todo el tablero.

Si desde el punto de vista del peso propio y la sobrecarga de utilización, esta sección es la más adecuada para un sistema de cuelgue que contrarreste la torsión del dintel, desde el punto de vista aeroelástico ésta es la peor sección posible. El coeficiente corrector de flameo entre la velocidad crítica de Theodorsen y la velocidad real, que en una sección bien perfilada puede ser de 0,6 a 0,8, en el caso de este tipo de secciones puede disminuir hasta 0,15 cuando la relación ancho/canto del tablero es pequeña. No olvidemos que ésta es la sección utilizada en el puente de Tacoma y la que obligó a los canadienses a carenar el "Longs Creek bridge", con la disposición de bordes perfilados y cierre de fondo, para controlar las grandes oscilaciones que se producían en el puente a velocidades del viento usuales en la zona.

Ahora bien, el coeficiente corrector de flameo aumenta a valores normales cuando el ancho del puente es grande y el canto pequeño. El que el Kniebrücke no haya experimentado signos de oscilaciones violentas es debido a que se trata de un puente bastante ancho y la elevación del tablero sobre el río es pequeña.

La aplicación de este tipo de sección a puentes de gran anchura es perfectamente correcta. Es el caso, por ejemplo, de la propuesta de Leonhardt para el puente de Flehe, en la misma ciudad de Dusseldorf. Fig. 24.

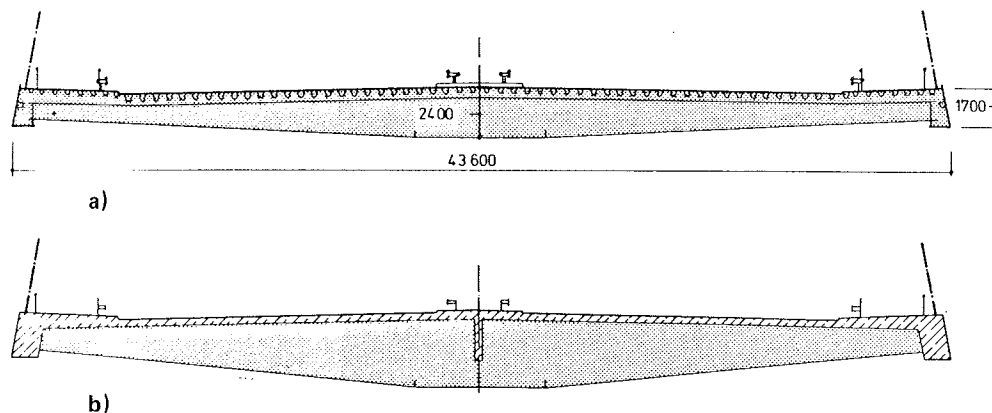


Fig. 24. Propuesta, no aceptada, de Leonhardt para el Kniebrücke. (a) Propuesta metálica, (b) Propuesta de hormigón con viga metálica transversal.

La sección transversal del Puente de Zarate-Brazo Largo, sobre el río Paraná, de 330 m de luz (fig. 21), soslaya los inconvenientes del Kniebrücke perfilando las dos vigas de borde, dando rigidez a torsión a las mismas vigas y triangulando la cara inferior entre las vigas riostras transversales, con lo que incrementa la rigidez a torsión del tablero.

## 5.2. Tableros mixtos

El elevado coste de la losa ortotropa de los tableros metálicos, que constituye una de las razones de su paulatina retirada de las competiciones en las luces grandes que hoy en día se presentan en los puentes, ha sido lo que ha lanzado, dentro de los constructores metálicos, al puente mixto.

Como hemos dicho al principio, no está claro cuál es el sitio de la sección mixta, pues cuando un puente sale a competición de soluciones, el enfrentamiento entre la sección de

hormigón y la sección mixta para las grandes luces es indecisa. El Sunshine Skyway, de 365 m de luz, ganó la solución de hormigón, mientras que en Annacis, de 465 m, ganó la solución mixta. Según esto, parecería que la mayor luz de Annacis determinó el problema; pero resulta que el coste del puente depende no sólo del dintel sino del diseño total y en él entra también la cimentación, que en Annacis era complicada por las características del terreno, y que parece fue lo que decantó el problema a su favor.

También en el concurso del Flehe, de 365 m de luz, con una sola torre (lo que le erige, a mi entender, en el mayor puente atirantado del mundo), la solución adoptada fue la metálica; pero según los constructores de la zona, las soluciones en hormigón eran más baratas y fueron otro tipo de razones las que decantaron el problema por el acero.

Sea cual sea el límite de utilización, lo cierto es que las secciones mixtas de acero y hormigón tienen un campo de actuación claro para puentes de gran luz, pues recogen parte de las ventajas de las soluciones metálicas y de las de hormigón.

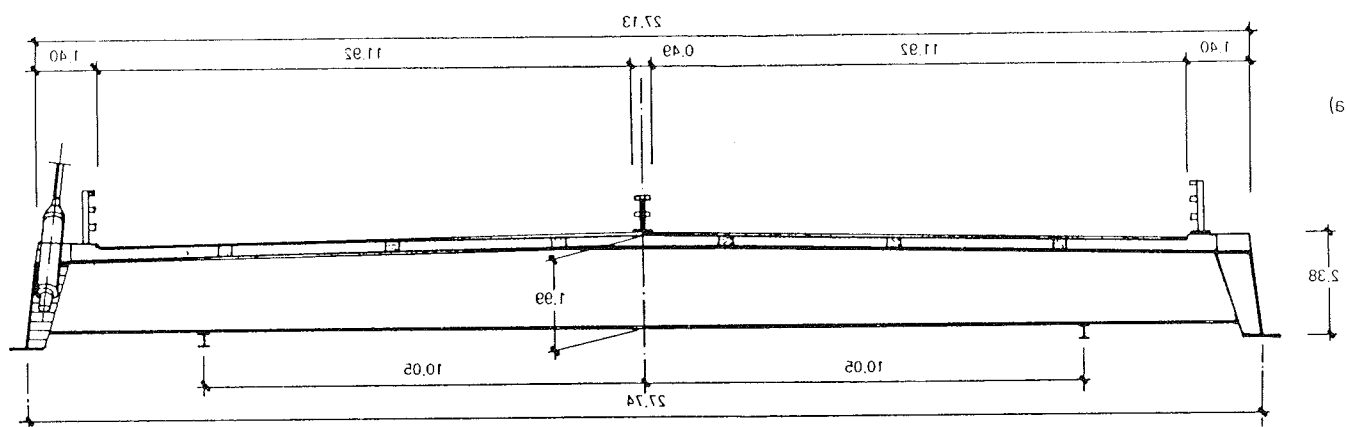


Fig. 25. Sección transversal, no aceptada, para el puente de Sunshine Skyway.

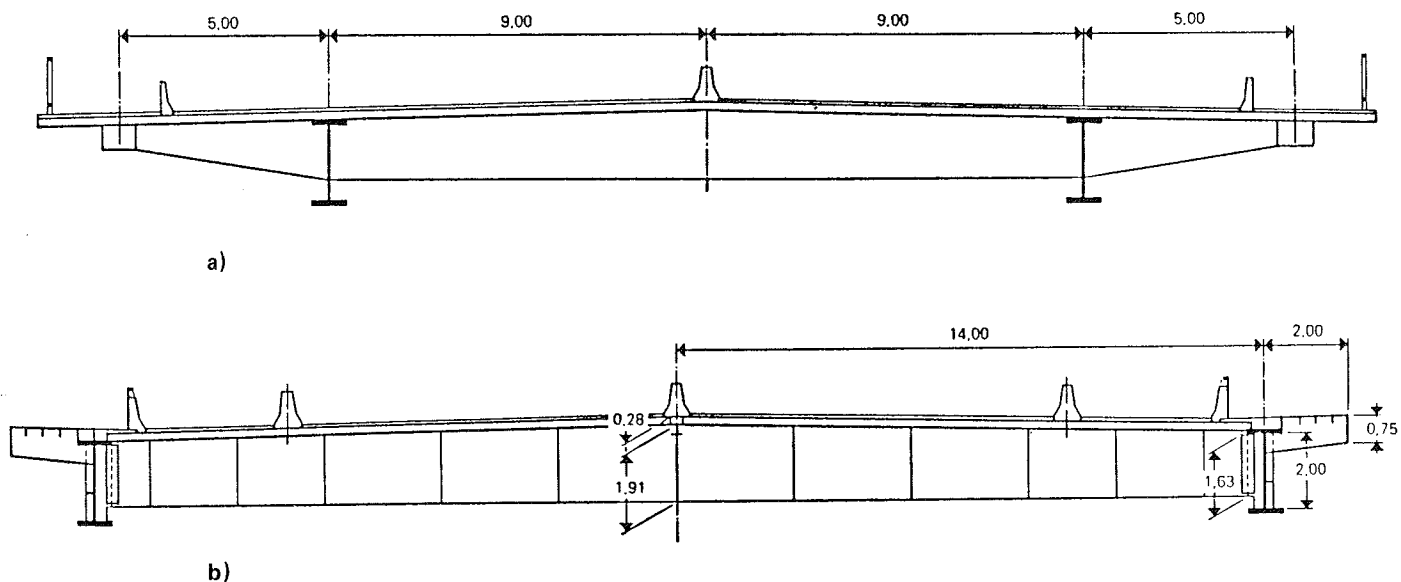


Fig. 26. Sección transversal de Annacis. (a) Solución de anteproyecto y (b) solución construida.

En las figuras 25 y 26 se representan las soluciones para Sunshine Skyway y Annacis. Ambos adoptan la tipología propuesta por Leonhardt para el Kniebrücke, pero sustituyendo la losa ortotropa por losas prefabricadas de hormigón conectadas a las vigas metálicas. Respecto a estas soluciones conviene realizar varios comentarios.

En primer lugar, el problema de la inestabilidad al viento queda en ellas aminorado por la mayor masa y amortiguamiento que el hormigón confiere a la sección. Así, el anteproyecto de Annacis, fig. 26a, se había planteado inicialmente con las vigas longitudinales situadas lejos del borde libre para alejar la velocidad de flameo del puente de los máximos de la zona; pero no fue necesario recurrir a esta solución, debido al aumento de peso proporcionado por el hormigón; lo que permitió simplificar la transmisión de carga desde las vigas longitudinales a los tirantes laterales, sin más que aproximarlas al borde.

El segundo problema de la solución mixta y que fue objeto de una larga discusión en el puente de Calcala, de 457 m de luz, aún no construido, se refiere a la reducción de la eficacia del sistema por las deformaciones de fluencia y retracción del hormigón del tablero. Estas producen un acortamiento del hormigón que obliga a transferir parte de su carga a las vigas longitudinales metálicas, sobrecargándolas. Este problema se ha soslayado, en parte, en Annacis, con la prefabricación de las losas de hormigón con suficiente tiempo antes de conectarlas como para que una porción importante de la retracción se haya producido antes de la conexión y la fluencia actúe sobre hormigones de más edad.

La tendencia, sin embargo, es a realizar de hormigón todos los elementos longitudinales, tanto vigas de borde como losa de compresión, destinando el acero exclusivamente para las vigas transversales, como es la sección de la fig. 24, o la reciente realización del East Huntington Bridge, en Ohio, U.S.A., de 274 m de luz. Fig. 27. Pero ¿se puede decir que estos tableros son de estructura mixta?

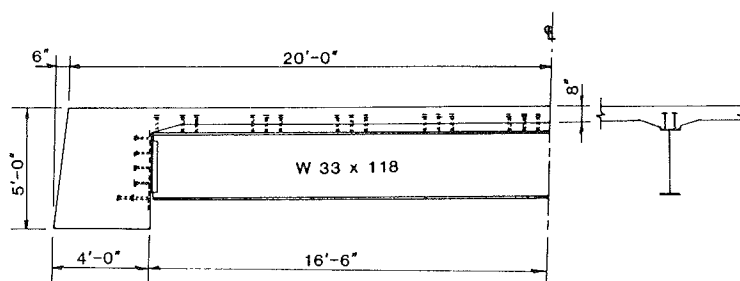


Fig. 27. Sección transversal del East Huntington Bridge, Ohio, U.S.A.

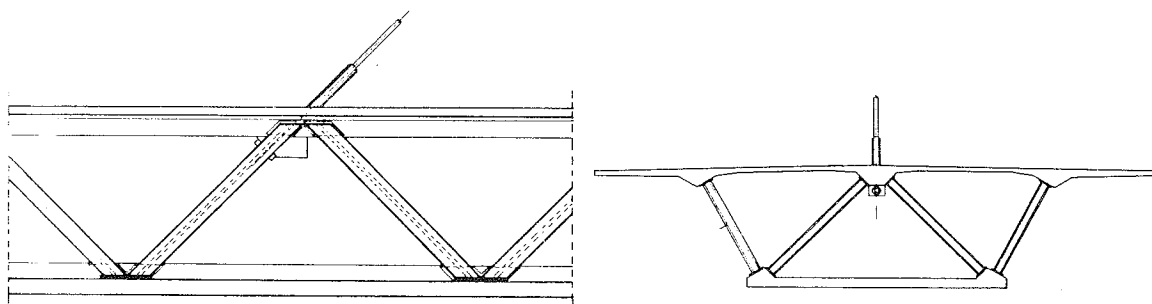


Fig. 28. Proposición de tableros metálicos atirantados, con almas triangulares.

Finalmente presentamos, fig. 28, una propuesta francesa de puente mixto, en el que la losa superior y la inferior se realizan en hormigón, mientras que las almas están constituidas por una celosía triangular metálica.

### 5.3. Tableros de hormigón

La sección transversal de los tableros de hormigón presenta, además de las tipologías propias de los puentes metálicos y mixtos, aquellas que permiten su gran riqueza formal.

En cuanto se refiere a tableros con atirantamiento centrado, presentamos, en primer lugar, fig. 29, la sección transversal del puente del Ebro, Navarra, que no es sino la versión en hormigón de la típica sección metálica. El arriostramiento transversal se realiza con vigas diafragma que prolongadas al exterior sostienen los voladizos transversales.

La segunda, fig. 30, planteada por los franceses, está siendo utilizada en varios puentes. Una viga cajón monocelular con voladizos transversales, que utiliza un apuntalamiento interior pretensado, en lugar de la viga diafragma. Esta sección, que es una aportación excelente a puentes con atirantamiento centrado, evoluciona mal cuando se trata de tableros muy anchos y esbeltos. La utilización de los puntales, en lugar del diafragma, como elemento de soporte de las losas de la sección transversal, ya ha sido utilizada en tableros rectos, como es el caso del puente de Kochertal, en Alemania. Exige, para su correcto funcionamiento, una pendiente mínima y, por tanto, un canto determinado de la sección, que será función de la anchura del puente.

Así, para el puente de James River y Cooper River, en U.S.A., de 38,3 m de anchura y 3,65 m de canto, fig. 31, la celosía se complica extraordinariamente y pierde el atractivo indudable de Brotonne. El atirantamiento de estos puentes sigue siendo centrado. La rigidez a torsión del conjunto se obtiene como suma de la rigidez a torsión de cada uno de los cajones y el par obtenido a través del arriostramiento transversal.

Los puentes con atirantamiento centrado resuelven mejor que los que tienen atirantamiento lateral, el caso de tableros situados a alturas importantes, como ocurre cuando se exige el paso de navegación bajo ellos. Estos puentes necesitan grandes viaductos de acceso, con luces considerables para optimizar su coste. El canto que exigen es grande, normalmente mayor que el necesario para el tramo con atirantamiento lateral. La conveniente continuidad resistente y visual entre ambas estructuras aconseja la adopción del mismo canto, y el puente con atirantamiento centrado lo da. Además, la situación centrada de la viga de rigidez es la misma en ambos tramos, cosa que no pasa con atirantamiento lateral, en cuyo caso las vigas de rigidez se deben colocar preferentemente en los bordes.

Este último parece ser el criterio que gobierna en el diseño de todos estos últimos puentes atirantados, salidos de la mano de Figgs and Muller, proyectista este último de Brotonne, en Francia. En muchos otros puentes, el problema se ha resuelto estableciendo un corte brusco entre viaductos de acceso y tramo principal.

En la fig. 32, presentamos una propuesta francesa para puente atirantado, con celosía espacial de hormigón situada entre las losas superior e inferior. Esta tipología, en su versión de celosía metálica, ya salió en los puentes mixtos y parece ser la consecuencia, en la tecnología francesa, del puente de Bubijan recientemente realizado en el Oriente Medio, también por los franceses. No soy enemigo de la celosía; por el contrario, creo que la viga en celosía de hormigón tiene un sitio claro en el diseño de puentes de gran canto, pero dudo de su adecuación a puentes esbeltos para los cuales fue inventada la viga de alma llena, hace mucho tiempo.

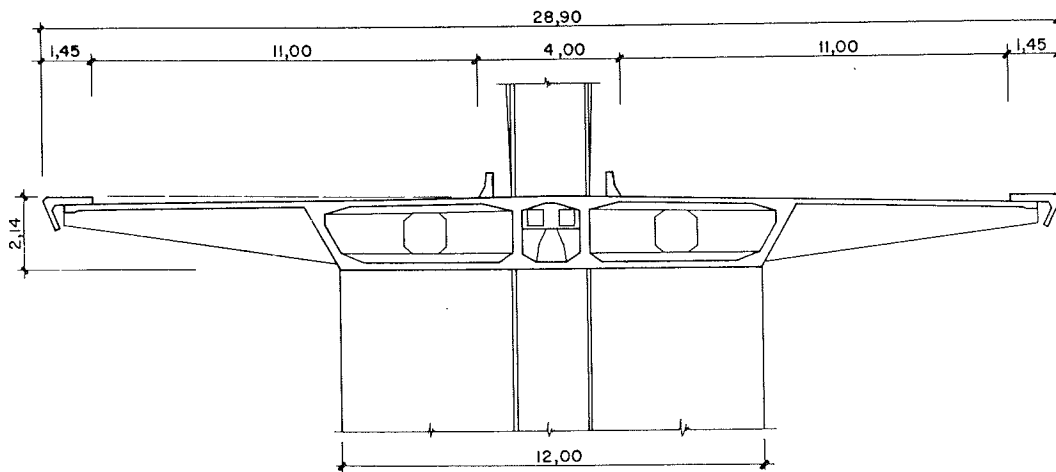


Fig. 29. Sección transversal del puente del Ebro. Leonardo Fernández Troyano y Javier Manterola Armisen.

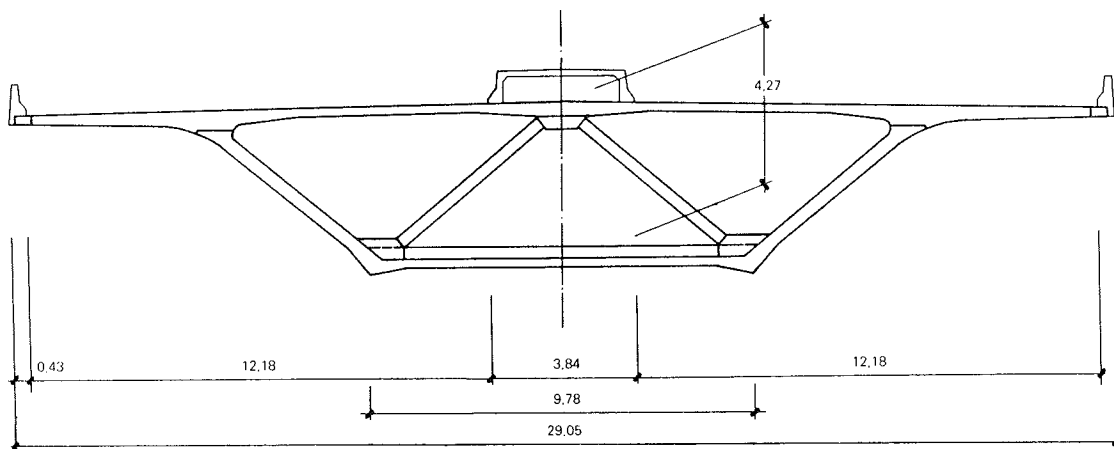


Fig. 30. Sección transversal utilizada en Brotonne ( $L=320$  m) Coatzacoalcos ( $L = 288$  m) y Sunshine Skyway ( $L = 365,76$  m) (representado). Las variaciones entre estas secciones son mínimas. Únicamente, en el último puente citado, el apuntalamiento interior se realiza por parejas de puntales. También se diferencian entre sí en la forma de hormigonado de la sección transversal.

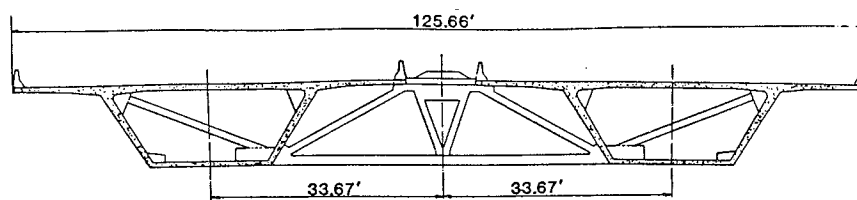


Fig. 31. Sección transversal utilizada en James River Bridge ( $L = 192$  m), actualmente en construcción, y Cooper River Bridge ( $L = 243,8$  m), puente no construido.

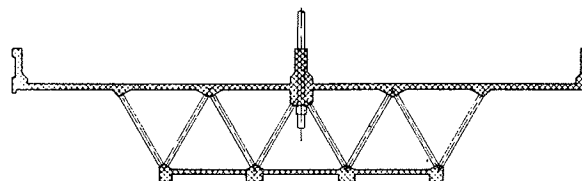


Fig. 32. Sección transversal en celosía espacial, propuesta por la tecnología francesa para puentes con atirantamiento centrado.

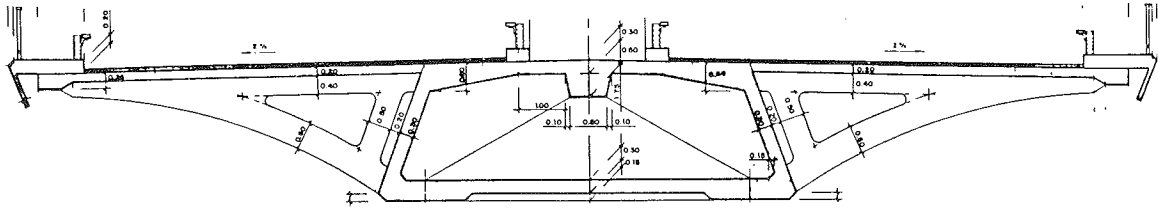


Fig. 33. Sección transversal propuesta para puente atirantado en Sevilla. Leonardo Fernández Troyano y Javier Manterola Armisen.

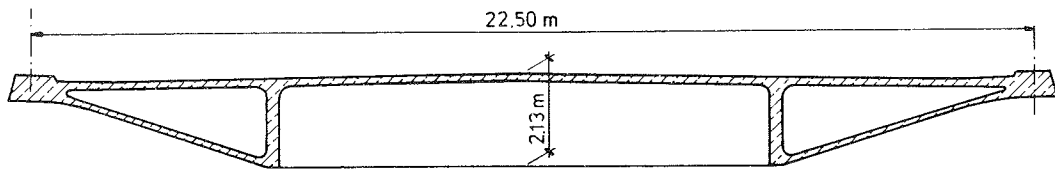


Fig. 34. Sección transversal del puente de Pasco-Kennewick.

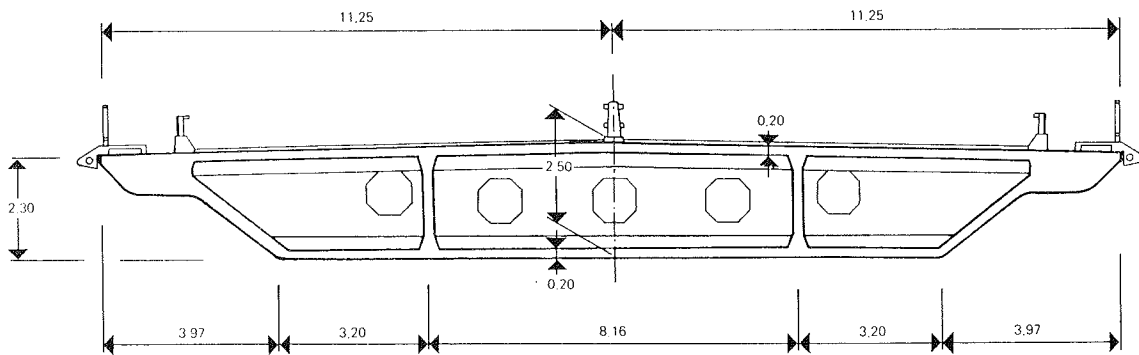


Fig. 35. Sección transversal del puente de Barrios de Luna. Javier Manterola Armisen y Leonardo Fernández Troyano.

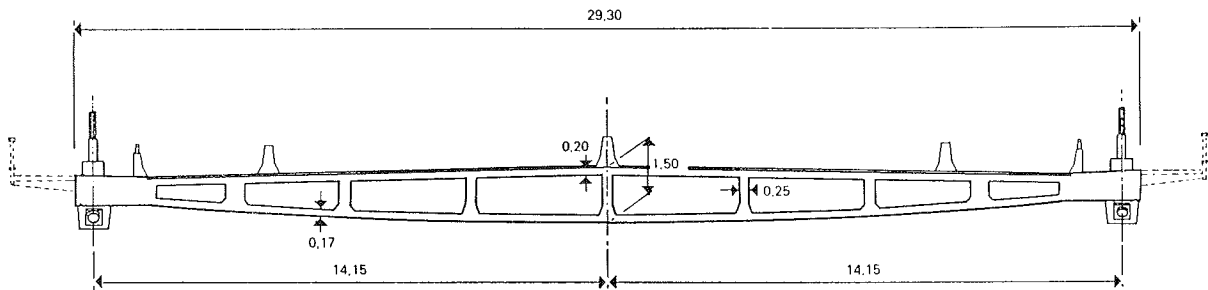


Fig. 36. Puente de Annacis. Propuesta en hormigón, no aceptada.

Por último, en la fig. 33, presentamos la sección transversal de una propuesta nuestra para un puente atirantado en Sevilla. La sección se construye por fases, tal y como se presentó en el punto 4, y una vez construido el cajón central, se completa con las costillas transversales prefabricadas que se adosan simplemente al dintel y cuyo funcionamiento ya ha sido demostrado con éxito en nuestro puente del Luna III, en la autopista de Campomanes-León.

Para puentes con atirantamiento en los bordes presentamos, en primer lugar, la sección del Puente de Pasco-Kennewick, de 299 m de luz. Fig. 34. Esta sección resuelve perfectamente todos los problemas involucrados en diseños de este tipo. Presenta un perfil extraordinariamente perfilado para reducir el efecto del viento, manifiesta el comportamiento predominante de la flexión transversal entre tirantes y concentra la rigidez longitudinal en los bordes. Es una expresión depurada del puente de Zarate-Brazo Largo. Fig. 24.

La sección transversal del Puente de Barrios de Luna, fig. 35, responde a un planteamiento similar. La presencia de las dos almas centrales longitudinales y la unión de la losa inferior entre los dos cajones de borde, que se realiza únicamente en las proximidades de la pila, se debe al proceso constructivo utilizado y a la necesidad de área para recoger las enormes compresiones longitudinales correspondientes a un puente de tan gran luz.

La sección transversal de la propuesta de hormigón, no aceptada, para el puente de Annacis se representa en la fig. 36. Aunque de difícil construcción fuera de la prefabricación, esta sección presenta una serie de cualidades notables. Presenta un poco corriente buen funcionamiento ante los efectos de viento. Carece de diafragmas transversales para hacer frente a la flexión predominante, que es la transversal, y los sustituye por la viga Vierendel constituida por la losa superior e inferior y los tabiques longitudinales de espesor creciente conforme están más cerca del apoyo. Le proporciona, a su vez, una gran cantidad de área para enfrentarse a las compresiones longitudinales.

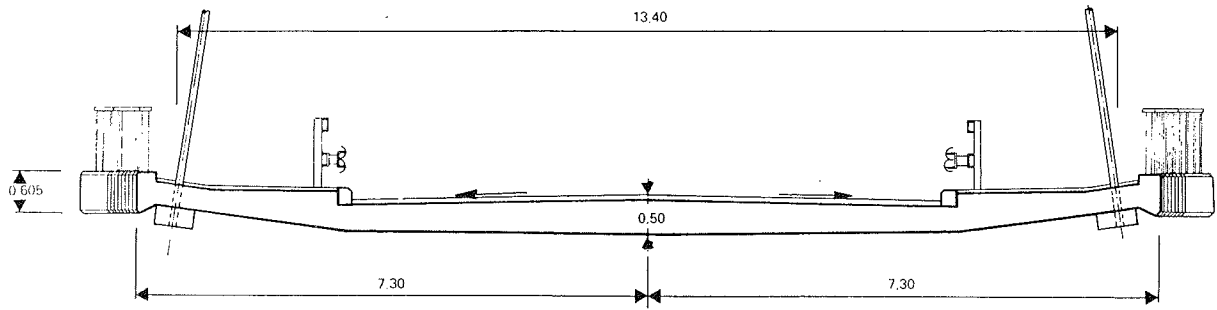
En la sección transversal del proyecto del puente sobre el río Dala, en Suiza, fig. 37, la esbeltez de la sección llega a extremos máximos,  $1/420$ . La anchura de la sección transversal ha sido necesario ampliarla, respecto a lo estrictamente necesario, para aumentar la velocidad del viento que produce inestabilidad; y se han planteado con rotundidad los problemas de pandeo en una sección comprimida tan esbelta. Realmente, esta morfología, propuesta por R. Walther, abre un camino nuevo a los puentes atirantados de luces pequeñas.

En el puente de East Huntington, fig. 27, y en nuestra propuesta para el puente Dame Point, en Jacksonville, fig. 38, se ha materializado explícitamente la configuración idónea del puente colgado en los bordes. La inercia longitudinal de los bordes es suficiente para hacer frente a los efectos locales de la sobrecarga; y el área total de la sección, lo suficientemente importante para hacer frente a las compresiones axiales y los momentos flectores longitudinales de un tablero que no se apoya en las pilas.

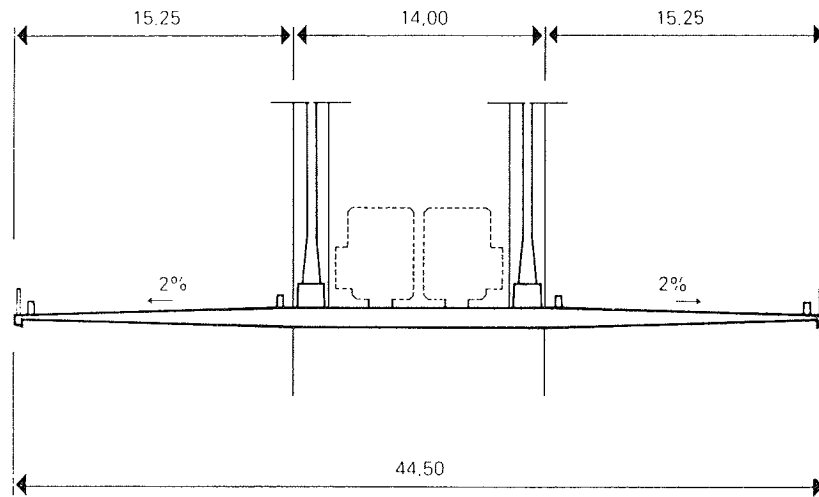
Los problemas de inestabilidad aerolástica comentados al tratar del Kniebrücke, desaparecen en este caso por la enorme relación de anchura a canto del dintel y por la mucha mayor masa y amortiguamiento de un puente de hormigón, cuando la anchura es mayor de 10 veces el canto, la sección es perfectamente estable y sólo cuando es menor se necesita añadir bordes perfilados de gran inclinación.

La flexión transversal es recogida por vigas prefabricadas de hormigón en Dame Point y por vigas metálicas en East Huntington.

Por último y en las fig. 39 y 40, presentamos dos propuestas de sección transversal colgada del borde. La primera, similar a East Huntington pero con bordes perfilados, y la segunda no es sino la misma versión del tablero en celosía espacial de hormigón presentado en la fig. 32, pero en este caso con atirantamiento en el borde.



a)



b)

Fig. 37. a) Sección propuesta para el puente sobre el río Dada, en Suiza ( $L = 210$  m). b) Propuesta para el Gran Belt.

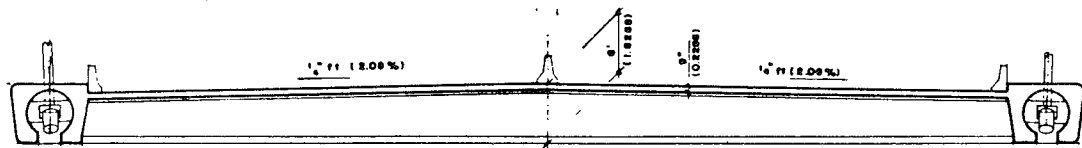


Fig. 38. Sección transversal propuesta para el puente Dame Point, en Jacksonville ( $L = 396$  m). Javier Manterola Armisen y Leonardo Fernández Troyano.

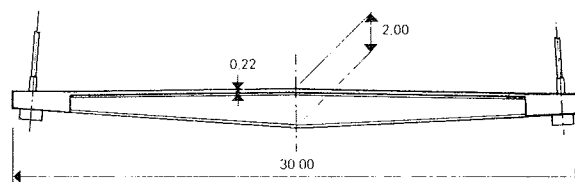


Fig. 39. Propuesta de sección transversal de hormigón, con diafragmas transversales metálicos.

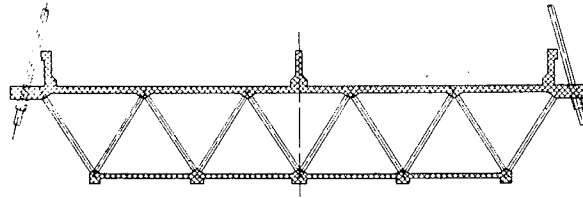


Fig. 40. Solución de puente atirantado con celosía espacial, colgado del borde.

## 6. Las Torres

Al analizar los puentes atirantados se pueden sacar tres conclusiones respecto a las pilas.

- Su altura respecto al tablero se mantiene en las mismas relaciones que se plantearon desde el principio. Oscila alrededor de  $0,2 L$ .
- Son siempre de hormigón, cualquiera que sea la luz del puente.
- Su forma es independiente del material utilizado en el tablero, ya sea metálico, mixto o de hormigón.

Su diseño va a depender, en primer lugar, de la configuración longitudinal del puente, y en segundo lugar, de si el atirantamiento se dispone en el eje del puente o en los bordes.

Ya hemos visto en el punto 3 que cuando la relación entre luces del vano principal y el vano de compensación supera el valor de  $0,4$ , el sistema de atirantamiento se encuentra en dificultades para controlar la cuantía de los momentos flectores del dintel producidos por la sobrecarga en el vano de compensación. La falta de rigidez del vano principal impide que exista un contrarresto adecuado a las cargas de los tirantes y éstos se vuelven ineficaces, convirtiéndose en meros acompañantes de la deformación del dintel, al que no le queda más remedio que sobrecargarse a flexión.

Para convertir el sistema en eficaz no queda más remedio que conferir rigidez longitudinal a la pila y esta tendencia es tanto mayor cuanto mayor sea la relación entre la longitud de los vanos contiguos.

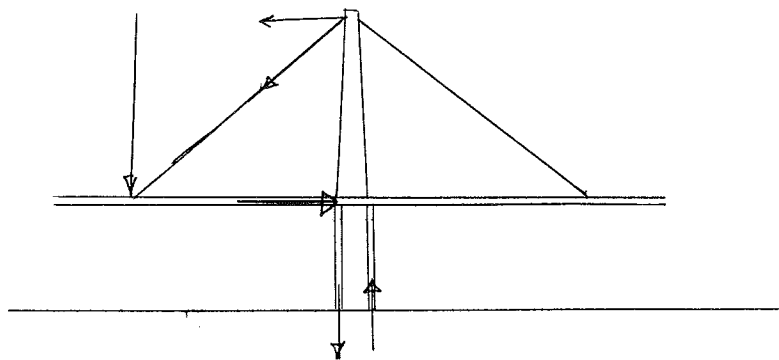


Fig. 41. La falta de cortante en la parte inferior de la pila, permite convertirla en un par de pantallas transversales.

El par producido por la sobrecarga se convierte en dos fuerzas horizontales, fig. 41. La primera, aparece situada en la parte superior de la pila, allí donde los tirantes entregan su carga, y la segunda la transmite el dintel. Entre ambos puntos la pila queda sometida a una flexión con cortante que debe ser resistida por un adecuado dimensionamiento de la pila. Bajo el dintel, las cargas horizontales se han equilibrado y sólo transmiten a la pila el par resultante, sin cortante. El puente de Sunshine Skyway, de 365 m de luz principal y con una relación de luces de 0,45, resuelve el problema dando canto a la pila sobre el dintel y disponiendo bajo el mismo dos tabiques transversales que soportan el par transmitido. Fig. 42.

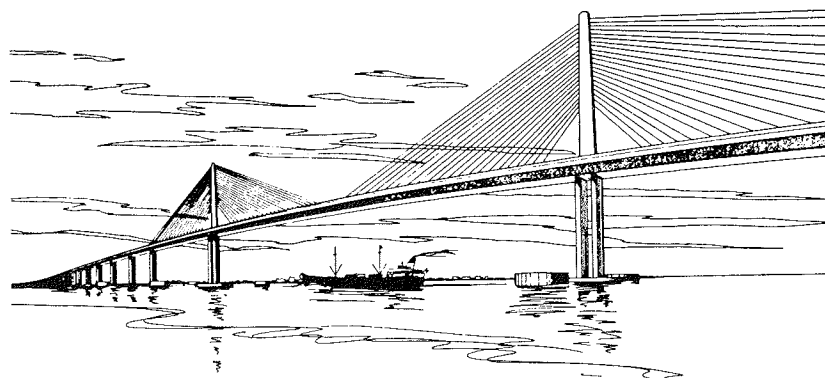


Fig. 42. Puente de Sunshine Skyway. Perspectiva.

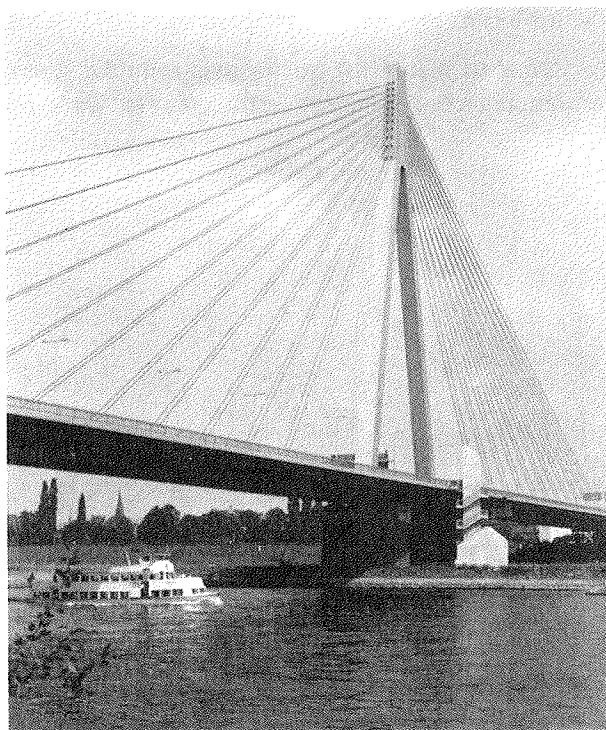


Fig. 43. Puente Neuwied sobre el Rhin. Pila en "A" dispuesta en dirección longitudinal del dintel.

El mecanismo de respuesta del puente atirantado a la sobrecarga en los vanos laterales es algo más complejo que el descrito, pues los tirantes que desembocan en los puntos fijos del dintel, donde se sitúa la primera pila de los vanos de acceso, actúan como tornapuntas a la deformación horizontal de la cabeza de la pila; pero esta actuación como tornapuntas es tanto menor conforme el vano de compensación acerca su luz a la mitad del vano principal.

Cuando los vanos contiguos tienden a luces similares, la exigencia de rigidez en la pila aumenta hasta adquirir la configuración en "A" típica de tantos puentes atirantados continuos. Fig. 43.

En aquellos casos en que las condiciones funcionales o estéticas permiten mantener la relación entre vanos por debajo de los valores establecidos, la pila deberá estar dimensionada para resistir predominantemente cargas verticales y las cargas horizontales transversales debidas al viento o al sismo. La pila toma entonces su mínima expresión y el sistema funciona con total eficacia.

Veamos ahora cual es la influencia de la configuración del atirantamiento en la forma de la pila.

### 6.1. Pilas para atirantamiento centrado

La pila centrada en el eje del puente, representada en la fig. 44 por el puente de Brotonne, había sido utilizada profusamente en los puentes metálicos de la década de los 60 y 70 (Oberkassel, Erskine, Wye, F. Ebert, etc.) y extensamente reutilizada, en su versión de hormigón, en una serie de puentes en construcción o en proyecto, James River Bridge, en Virginia, de 192 m de luz en el vano principal, Cooper River Bridge, en Carolina del Sur, de 243,8 m de luz y en el ya citado Sunshine Skyway Bridge, en Florida, de 365 m de luz.

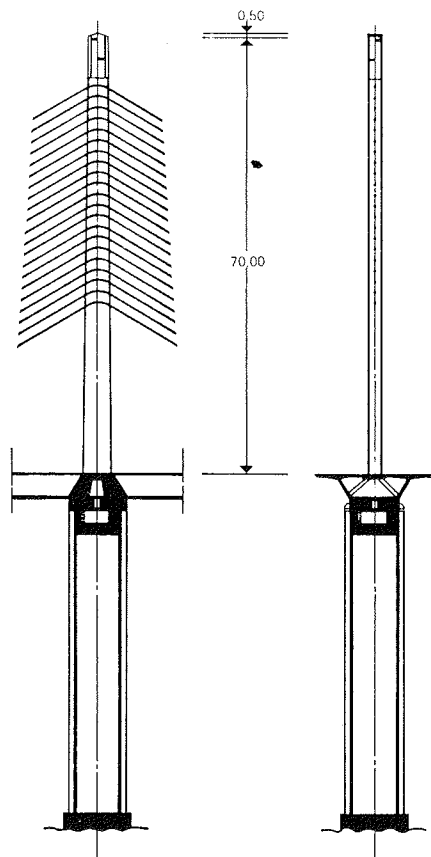


Fig. 44. Puente de Brotonne. Pila principal.

La colocación de la pila en el eje del dintel obliga a minimizar su anchura en su encuentro con dintel, con el fin de reducir la exigencia de ensancharlo que su presencia impone. La inestabilidad transversal, que podría parecer ser el problema principal, se reduce dado que la línea de actuación de la carga pasa por la base de la pila, ya que el plano de los tirantes se mantiene con una línea pasando por el eje del puente o por sus proximidades, si cargas de viento u otras producen una deformación transversal del dintel. La longitud de pandeo no es entonces el doble de la altura de la pila, como correspondería a una ménsula, sino su altura simple, y las flexiones de segundo orden más importantes se producen en la mitad de la altura de la pila, donde puede ensancharse si es necesario.

La pila se empotra en el dintel formando como una prolongación del mismo hacia arriba. Las condiciones de dilatación longitudinal del puente establecen entonces la relación del dintel con la parte inferior de la pila, que deberá tener envergadura transversal suficiente para recoger la torsión longitudinal del puente no recogida por el atirantamiento centrado.

El puente de Brotonne resuelve estos problemas con la disposición de una gran pila centrada bajo el dintel. James River Bridge y Cooper River Bridge, fig. 45, de vanos de compensación cortos, establecen tres pilas transversales bajo el dintel, dos para recoger la torsión y una centrada para transmitir la carga vertical de la pila superior. Y por último, el Sunshine Skyway, fig. 42, dispone dos pilas en dirección longitudinal, por la razón aducida anteriormente.

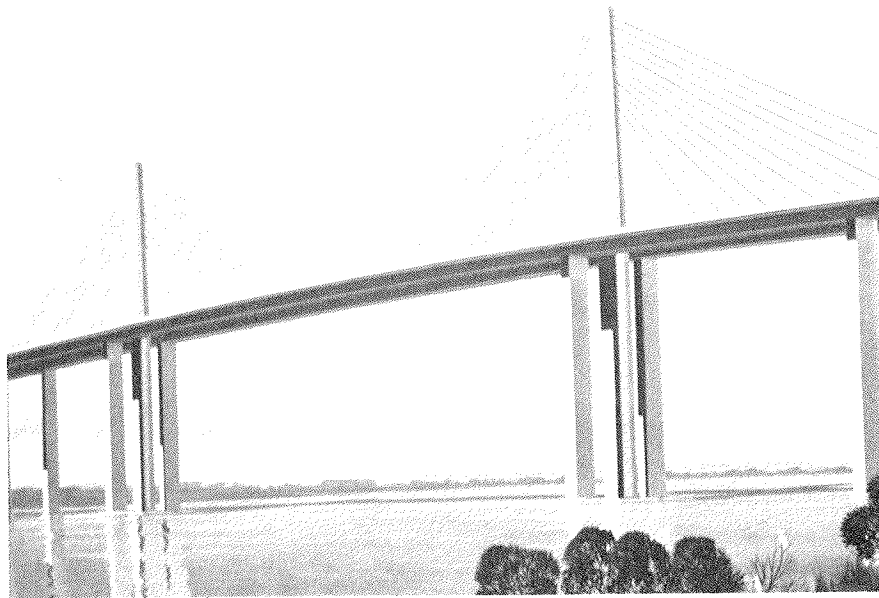


Fig. 45. Cooper River Bridge. Perspectiva.

El puente del Ebro, fig. 46, utiliza también una pila centrada en el eje del puente; pero debido a su atirantamiento en semi-abanico espacial, reduce al mínimo los problemas de inestabilidad transversal.

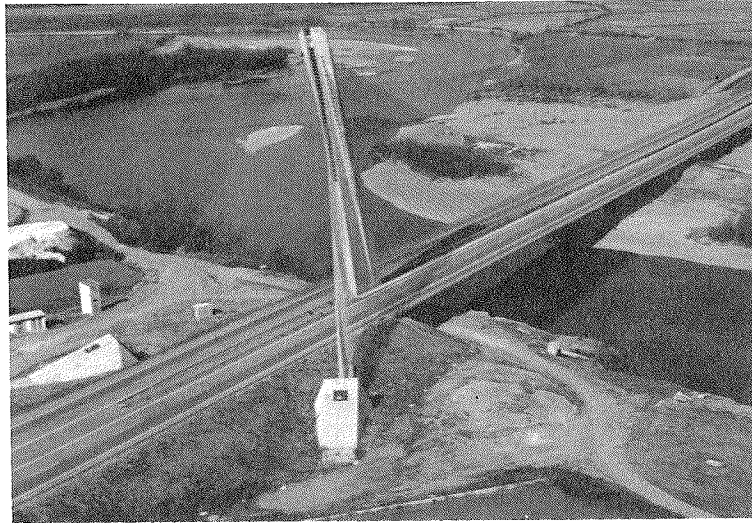


Fig. 46. Puente del Ebro. Leonardo Fernández Troyano, Javier Manterola.

## 6.2. Pilas para atirantamiento en los bordes

El atirantamiento lateral ha planteado, desde su inicio en el puente de Stromsund, dos pilas de borde, fig. 47. La vinculación del dintel en esta pila ha variado con el tiempo. En un principio, y Stromsund es un excelente ejemplo de ello, la pila constituía un soporte más del tablero. Con la disposición de atirantamiento múltiple, el dintel deja de apoyarse en el punto rígido que supone la pila para mantenerse flotando sobre los tirantes, lo cual minimiza, como se sabe, la cuantía de los momentos flectores longitudinales. La pila de Pasco-Kenne-  
wick, de diseño muy parecido a Stromsund, introduce esta particularidad, fig. 48. El dintel utiliza la pila únicamente como coacción lateral para los efectos del viento.

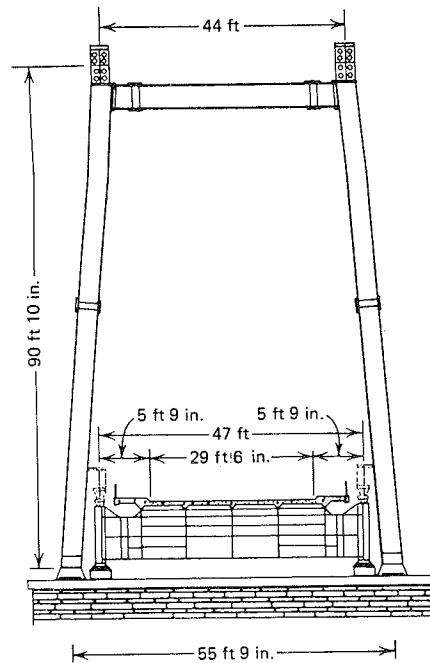


Fig. 47. Puente de Stromsund. Pila.

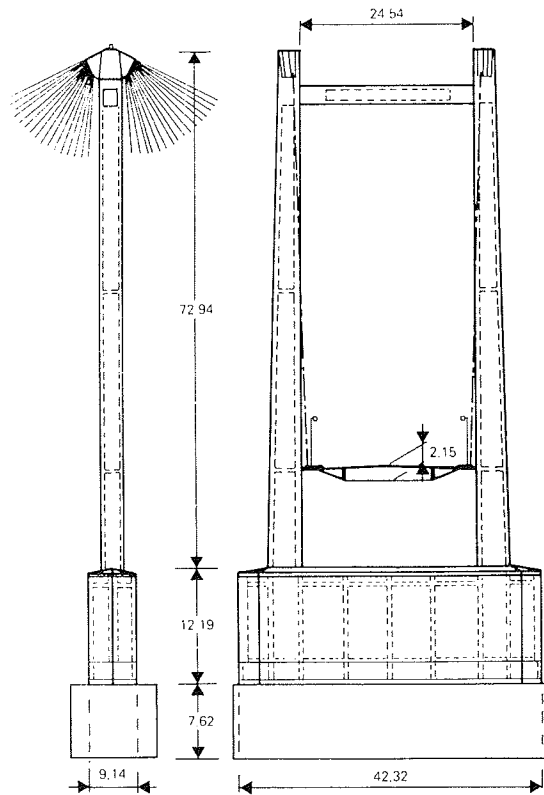


Fig. 48. Puente de Pasco-Kennewick. Pila.

Los dos pilares que constituyen la pila, estarán o no arriostrados entre si, según interese, y se dimensionan para resistir la flexión transversal que les produce el viento recogido por ellos mismos, los tirantes y el tablero.

Dispuestos a ambos lados del tablero, los fustes verticales de la pila plantean un problema nuevo al introducir una pequeña inclinación en los cables de atirantamiento que deben ir desde la pila al dintel. Esta inclinación de los tirantes introduce una fuerza transversal en la pila que debe ser resistida. Cuando el tipo de atirantamiento estaba constituido por pocos tirantes, lo cual se unía a la utilización de dinteles metálicos, este problema se soslayaba con una pequeña inclinación de la pila, caso Stromsund, que permitía la verticalidad de los tirantes, o con la presencia de una viga riostra dispuesta en la situación del anclaje de las dos torres, caso Pasco-Kennewick o Rande, que equilibra dichas fuerzas opuestas. También el atirantamiento podía mantenerse en un plano vertical, sacando vigas transversales del dintel, caso Kniebrücke.

Pero el problema se complica cuando el atirantamiento no es en abanico, lo cual va siendo cada vez más frecuente. En este caso, disponer un conjunto de vigas transversales en la pila a lo largo de la zona donde se disponen los anclajes, resulta excesivo.

La pila de Barrios de Luna, fig. 49, evita este problema, pues una vez sobrepasado el dintel, la pila se verticaliza manteniendo verticales los planos de atirantamiento. El puente de Diepoldsau, en Suiza, recientemente terminado, o el de Quincy, en Illinois (en construcción), adoptan un criterio similar, fig. 50.

M. C. Tang, en su propuesta no aceptada del puente de Annacis, fig. 51, inclina los fustes superiores de la pila y dispone la viga riostra transversal en lugar que minimiza las flexiones transversales.

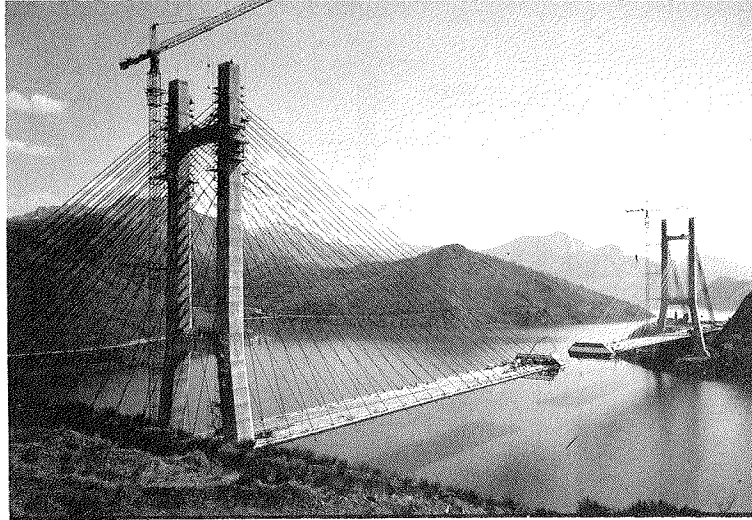


Fig. 49. Puente de Barrios de Luna. Javier Manterola Armisen, Leonardo Fernández Troyano.

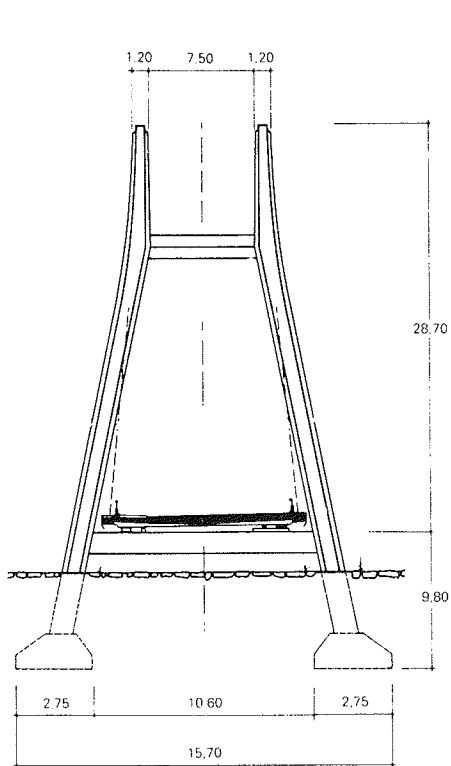


Fig. 50. Puente de Diepoldsau, Pila.

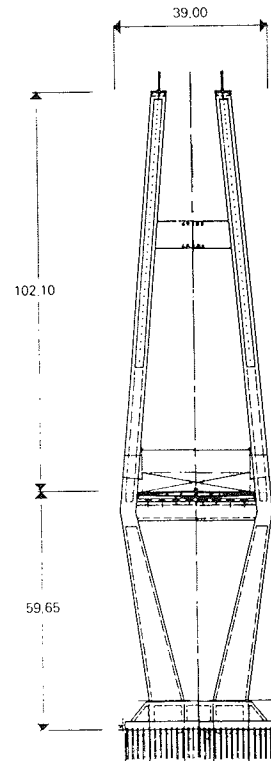


Fig. 51. Propuesta de pila para puente de Annacis.

Este mismo problema se puede resolver de otra forma, trabajando sobre la sección transversal de la pila. En nuestra propuesta al puente de Jacksonville, U.S.A., fig. 52, la inclinación de los tirantes se reduce al mínimo llevándolos, no al eje de la pila sino a un borde, con lo cual las flexiones transversales que producen se disminuyen en gran medida. La flexión que produce la excentricidad de la componente vertical de los tirantes, también se reduce al concentrar la masa de la pila en ese borde, lo cual además tiene la ventaja de poder contar con una gran inercia transversal en dicha zona, necesaria para hacer frente a las flexiones y tracciones que producen los anclajes de los tirantes opuestos. Se consigue también así una ordenación clara de los tirantes al salir de la pila.

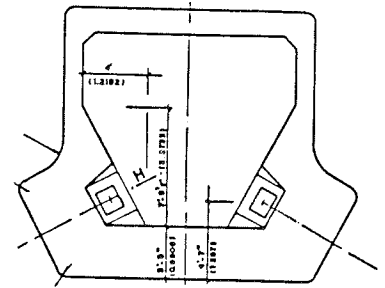
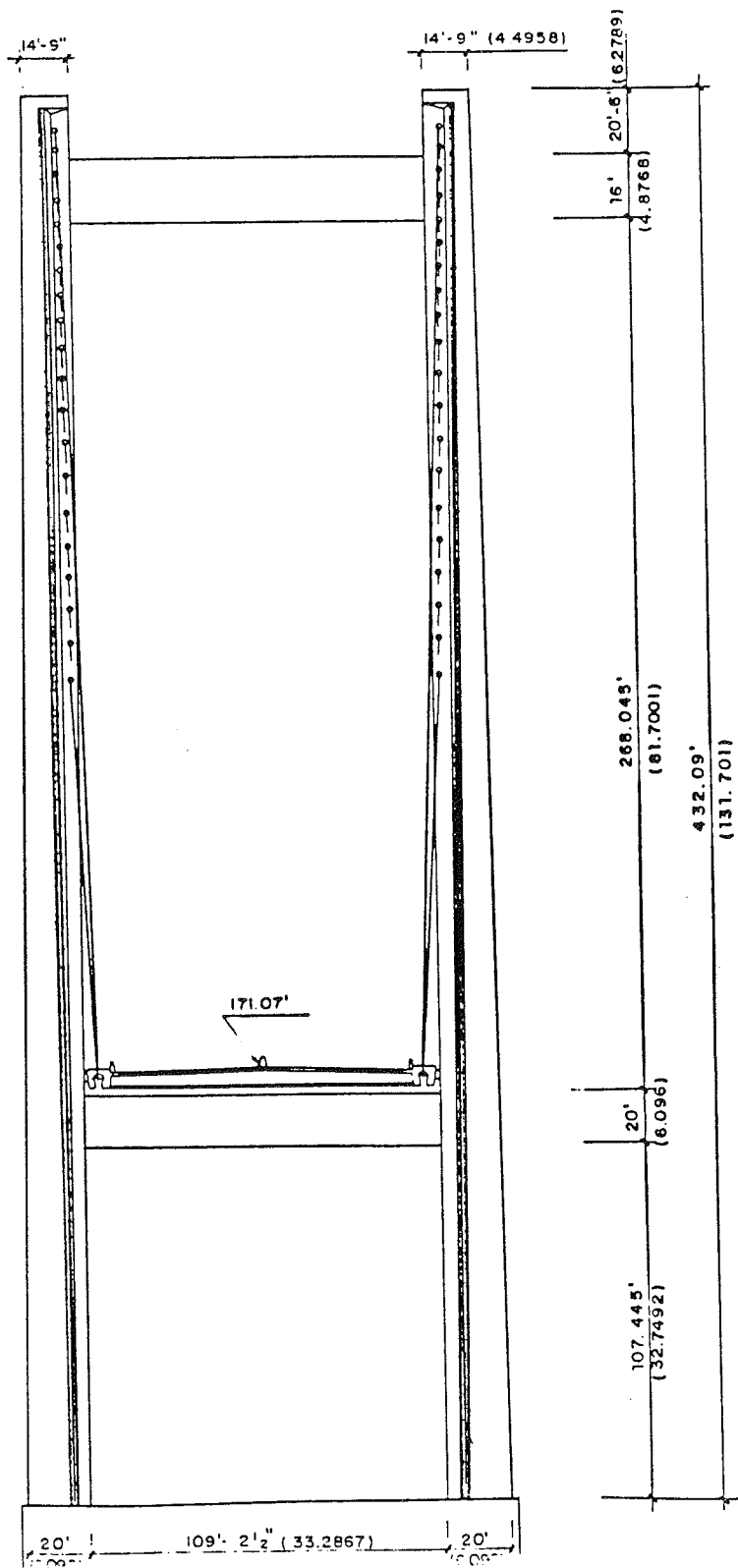


Fig. 52. Propuesta de pila para puente Jacksonville. Javier Manterola Armisen, Leonardo Fernández Troyano.

### 6.3. Variantes de la pila en “A”

A los cuatro años de la construcción del puente de Stromsund, se realiza en Colonia el puente de Severin, donde se utiliza por primera vez y de forma magistral, la pila en “A” transversal, fig. 53.

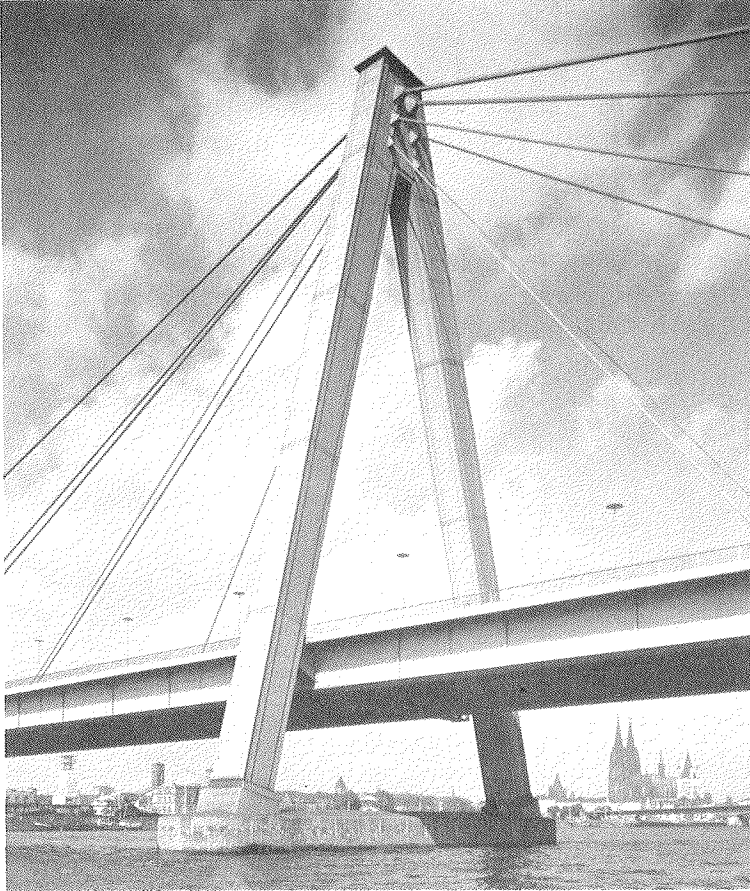


Fig. 53. Puente de Severin. Pila.

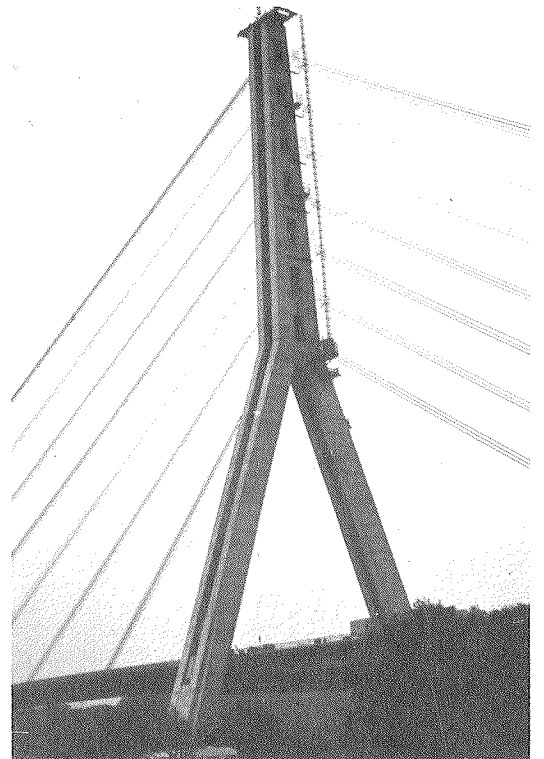


Fig. 54. Puente de Flehe.

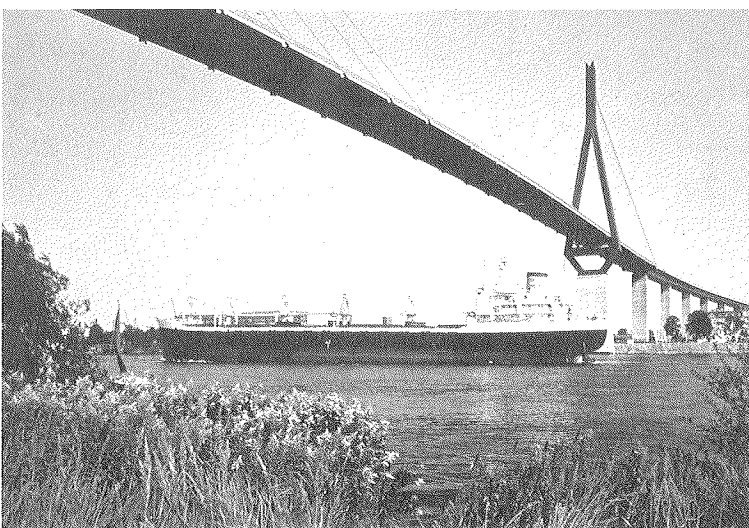


Fig. 55. Puente de Kohlbrand, Hamburgo.

Si como ya hemos visto en el punto 4, la pila en "A" proporciona al sistema completo del puente la máxima rigidez torsional cuando el atirantamiento se realiza a los bordes del dintel, presenta además una excelente rigidez transversal para hacer frente a los esfuerzos de viento. Su único inconveniente, aunque pequeño, se produce durante la construcción de los fustes, por el voladizo que presenta su inclinación.

Tan excelente propuesta se ha multiplicado en los puentes actuales, tanto para atirantamiento lateral como central.

La pila en "A" cambia, con la presencia de una prolongación recta en la parte superior, para acoplarse a la presencia de un atirantamiento múltiple y extendido. El puente Flehe, fig. 54, en Düsseldorf, es una clara expresión de lo que acabo de decir, con atirantamiento al eje del puente.

En las figuras 55 y 56, representamos las pilas en "diamante" que no son sino la expresión que toma la pila en "A" cuando la rasante del tablero va a mucha altura respecto al nivel del terreno y las patas inclinadas se abrirían demasiado, encareciendo innecesariamente la cimentación. La primera, del puente de Kohlbrand, en Hamburgo, sirve para un atirantamiento en los bordes, que en su versión de hormigón está presente en el puente de Coatzacoalcos, en México, con atirantamiento, en este caso, en el eje del puente, fig. 56.

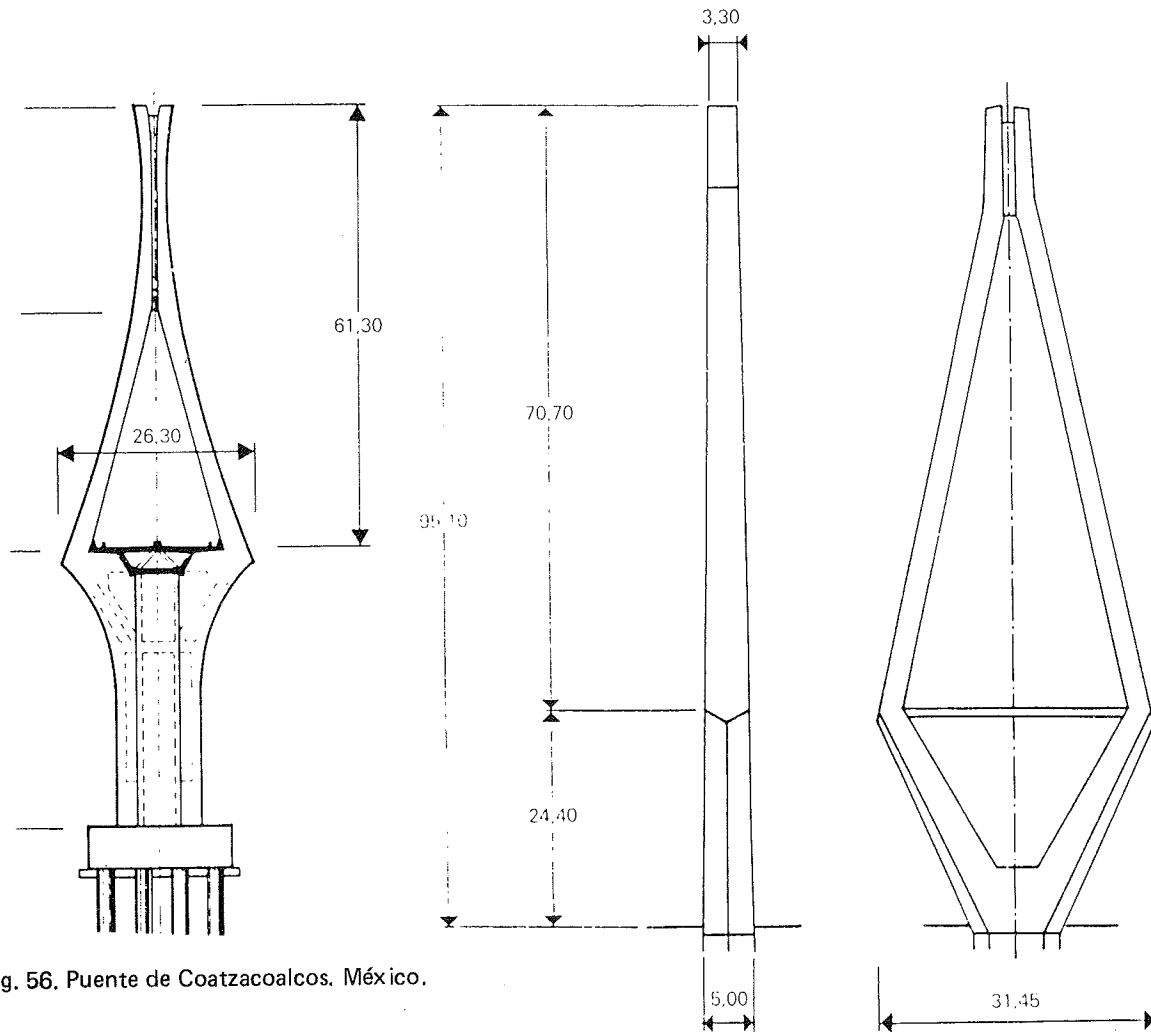


Fig. 56. Puente de Coatzacoalcos. México.

Fig. 57. Puente de Faro, Dinamarca. Pila.

El puente de Faro, en Dinamarca, tiene también atirantamiento al centro, fig. 57.

Como alternativa a la pila en “diamante”, para el mismo caso de tablero situado a gran altura respecto al suelo, tenemos el caso del East Huntington Bridge, U.S.A., en el que la pila en “A” se apoya sobre una pila maciza de hormigón, fig. 58. El atirantamiento, en este caso, va a los bordes. El mismo esquema se plantea en Saint Nazaire, Francia Weirton - Stenbenville, en U.S.A. etc.

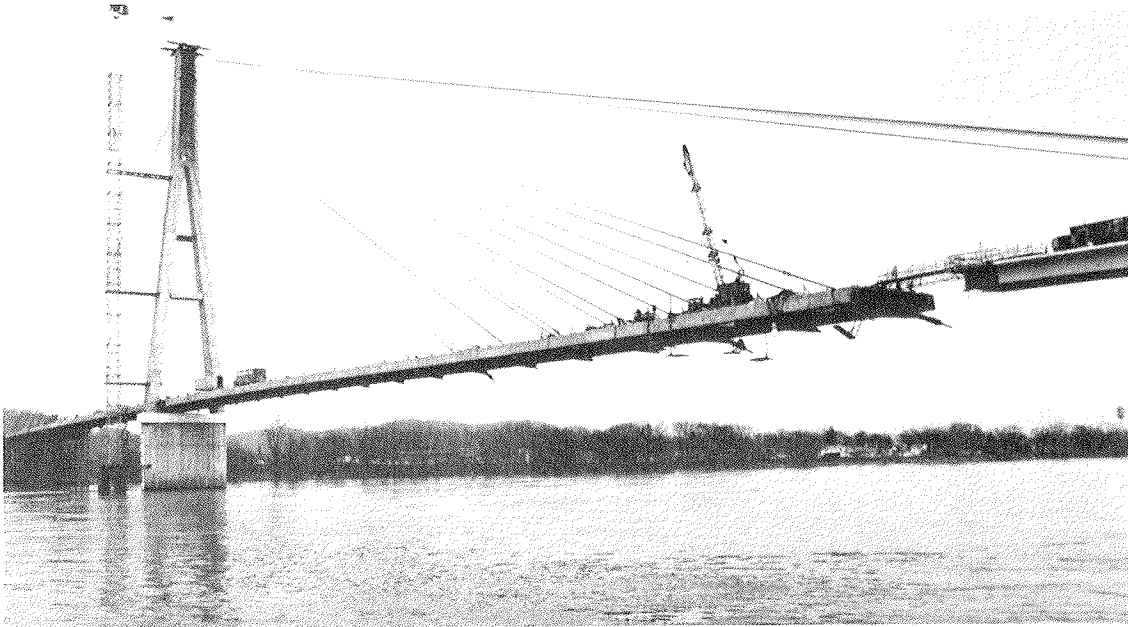


Fig. 58. Puente East Huntington.

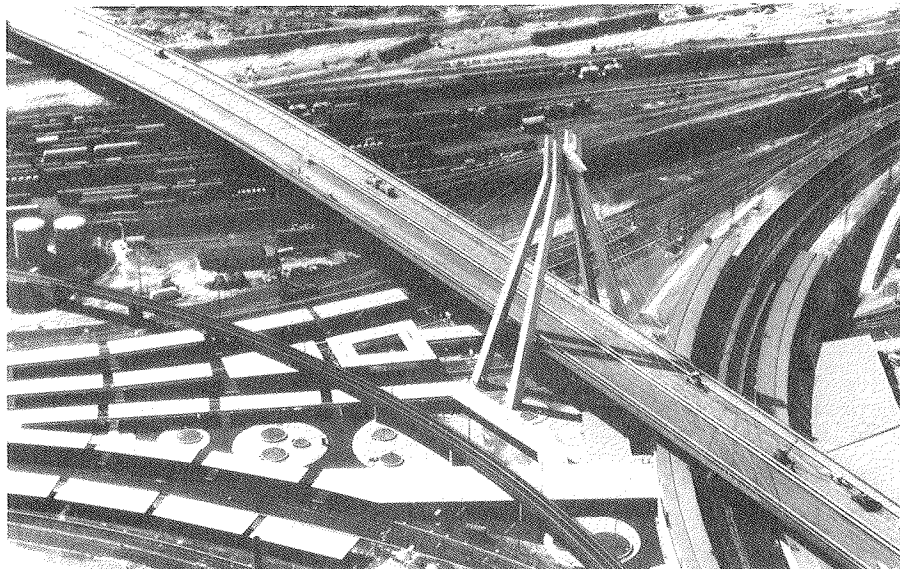


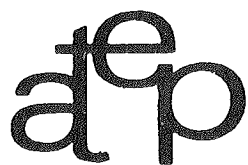
Fig. 59. Puente de Ludwigshafen.

Por último, cuando se combinan las ventajas de la pila en “A” en dirección longitudinal y transversal, tenemos la pila del puente de Ludwigshafen, fig. 59, puente de dos vanos equivalentes, situado en Alemania.



**JORNADAS  
sobre  
TECNICAS  
DEL  
HORMIGON  
ARMADO  
Y  
PRETENSADO  
EN  
CENTRALES  
NUCLEARES**

**EDITADO POR:**



**asociación técnica  
española del pretensado**

**Precio del ejemplar: 3.000 ptas.**

# MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

*(Continuación de Int. Portada)*

- HUARTE Y CIA, S.A. Departamento Técnico.— Profesor Waksman, 14. 28036 Madrid.
- IBERDUERO, S.A. Servicio Formación.— Referencia 3001. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.
- IBERDUERO, S.A. Servicio Formación.— Referencia 8501. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.
- IBERICA DE ESTUDIOS E INGENIERIA, S.A. (IBERINSA).— Avda. de Burgos, 11. 28036 Madrid.
- IBERING, ESTUDIOS Y PROYECTOS, S.A.— Plaza Gala Placidia, 5-7. 08006 Barcelona.
- INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.— Portal de Gamarra, 46. 01013 Vitoria.
- INFORMES Y PROYECTOS, S.A. (INYPESA).— General Díaz Porlier, 49-51. 28001 Madrid.
- INGENIERIA DEL ATLANTICO, S.A. (IDASA).— Pérez Cepeda, 5 y 7. 15004 La Coruña.
- INGENIERO JEFE DE LA SECCION DE PUENTES Y ESTRUCTURAS. Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo. Dirección General de Carreteras.— Pº de la Castellana, 67. 28071 Madrid.
- INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES (INTEMAC).— Monte Esquinza, 30. 28010 Madrid.
- INTERNACIONAL DE INGENIERIA Y ESTUDIOS TECNICOS (INTECSA). Biblioteca.— Orense, 70. 28020 Madrid.
- JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA, S.A.— Príncipe de Vergara, 103. 28006 Madrid.
- LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES.— Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.
- MECANOGUMBA, S.A.— Apartado 23. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).
- NUEVA MONTAÑA QUIJANO, S.A.— Fábrica de Forjas de Buelna. 39400 Los Corrales de Buelna (Cantabria).
- OBRAS Y CONSTRUCCIONES INDUSTRIALES, S.A. (OCISA).— Princesa, 3 - 7º. 28008 Madrid.
- PACADAR, S.A.— Hermosilla, 57. 28001 Madrid.
- PRENSOLAND, S.A.— Calle Industria, s/n. 08529 Sant Martí de Centelles (Barcelona).
- PRETENSADOS DEL LOURO, S.A.— Polígono Industrial Atios. 36400 Porriño (Pontevedra).
- SENER, TECNICA INDUSTRIAL Y NAVAL, S.A.— Avda. del Triunfo, 56. 48930 Las Arenas (Vizcaya).
- SIKA, S.A.— Carretera Madrid-Irún, Km. 14,500. Polígono Industrial. 28100 Alcobendas (Madrid).
- SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA BBR (S.A.E. BBR).— Avda. General Perón, 36. 28020 Madrid.
- SOCIEDAD ESPAÑOLA DE ESTUDIOS PARA LA COMUNICACION FIJA A TRAVES DEL ESTRECHO DE GIBRALTAR, S.A. (SEGECSA).— Estébanez Calderón, 3 - 1º A. 28020 Madrid.
- TECNICAS DEL PRETENSADO, S.A. (TECPRESA).— Velázquez, 105. 28006 Madrid.
- TREFILERIAS DEL NORTE, S.A.— Carretera de Zorroza a Castrejana, 150. Apartado 590. 48080 Bilbao.
- TRENZAS Y CABLES DE ACERO, S.A. (TYCSA).— Monturiol, 5. 08210 Barberá del Vallés (Barcelona).

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente, su agradecimiento a las Entidades citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.



**asociación técnica  
española del pretensado**