

INSTITUTO  
EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO



XII ASAMBLEA TÉCNICA NACIONAL  
de la ASOCIACIÓN TÉCNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Granada del 19 al 23 de Octubre de 1987

y ACERO

nº171

ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO  
DECLARADA DE UTILIDAD PUBLICA CON FECHA 4-3-77

INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO (C.S.I.C.)  
APARTADO 19.002 – 28080 MADRID

## MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de "Miembro Protector", a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de "Miembros Protectores" los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

- ACEROS Y TECNOLOGIA PARA LA CONSTRUCCION, S.A. (ATECSA).— Pº de la Habana, 14. 28036 Madrid.
- AGROMAN EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.— Raimundo Fernández Villaverde, 43. 28003 Madrid.
- AGRUPACION DE FABRICANTES DE CEMENTO DE ESPAÑA "OFICEMEN" .— Velázquez, 23. 28001 Madrid.
- ALCAL.— Independencia, 4 - 4º, 24001 León.
- ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).— Orense, 10. 28020 Madrid.
- AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.— Plaza Gala Placidia, 1. 08006 Barcelona.
- BIGUETES, S.L.— Partida Altabix, s/n. 03000 Elche (Alicante).
- CAMARA, S.A.— Apartado 180. 36080 Pontevedra.
- CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.A.— Grialba, 9. 28006 Madrid.
- CEMENTOS MOLINS, S.A.— C.N. 340, Km. 329,300. 08620 Sant Vicenç dels Horts (Barcelona).
- CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE OBRAS PUBLICAS (CEDEX). Gabinete de Información y Documentación.— Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.
- CENTRO DE TRABAJOS TECNICOS, S.A., C.T.T., S.A.— Aribau, 185. 08021 Barcelona.
- COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.— Almagro, 42. 28010 Madrid.
- COLEGIO DE INGENIEROS TECNICOS DE OBRAS PUBLICAS.— Miguel Angel, 16. 28010 Madrid.
- COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.— Santa Eugenia, 19. 17005 Gerona.
- COL. LEGI OFICIAL D'ARQUITECTES DE CATALUNYA.— Plaça Nova, 5. 08002 Barcelona.
- COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE MADRID. Biblioteca.— Barquillo, 12. 28004 Madrid.
- CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.— Federico Salmón, 13. 28016 Madrid.
- CONSULTECO, S.L.— Pintor Lorenzo Casanova, 26. 03003 Alicante.
- CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.— Ayala, 42. 28001 Madrid.
- DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.— Orense, 81. 28020 Madrid.
- EMESA-TREFILERIA, S.A.— Apartado 451. 15080 La Coruña.
- EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA, S.A. (AUXINI). Departamento Obras Especiales. — Padilla, 46. 28006 Madrid.
- ENAGA, S.A.— Hermanos Fernández Carvajal, 31. 28023 Pozuelo de Alarcón (Madrid).
- ENTRECANALES Y TAVORA, S.A. Biblioteca.— Juan de Mena, 8. 28014 Madrid.
- ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.— Ciudad Universitaria. 28040 Madrid.
- ESTEYCO, S.A.— Menéndez Pidal, 17. 28036 Madrid.
- ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A. (EPTISA).— Arapiles, 14. 28015 Madrid.
- EUROCONSULT, S.A.— Apartado 99. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).
- FERROVIAL, S.A.— Lagasca, 88. 28001 Madrid.
- FOMENTO DE OBRAS Y CONSTRUCCIONES, S.A. (FOCSA).— Avda. General Perón, 36. 28020 Madrid.
- FREYSSINET, S.A.— General Perón, 24. 28020 Madrid.
- GRACE, S.A.— Apartado 523. 08080 Barcelona.
- HASA. Servicios Generales.— General Perón, 40 - C. 28020 Madrid.
- HIDROELECTRICA DE CATALUÑA, S.A.— Almogávares, 11 - 17. 08018 Barcelona.
- HORMIGONES GERONA, S.A.— Lorenzana, 45. 17002 Gerona.
- HORMIGONES PROYECTADOS, S.A.— Avda. Príncipe de Asturias, 63. 08012 Barcelona.

*(Continúa en el int. de contraportada)*

ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO  
INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO  
DEL CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS

COMITE DE REDACCION

Director:

PIÑEIRO, Rafael

Vocales:

ARENAS, Juan José  
BARREDO, Carlos  
CUVILLO, Ramón del  
CHUECA, Rafael  
ELICES, Manuel  
FERNANDEZ DE VILLALTA, Manuel  
FISAC, Miguel  
GONZALEZ VALLE, Enrique  
JODAR, Juan  
JULIA, Manuel  
LLOMBART, José Antonio  
MANTEROLA, Javier  
MARIA-TOME, Javier  
MORAN, Francisco  
MURCIA, Juan  
POZO VINDEL, Florencio J. del  
ROMERO, Rafael  
SANCHEZ GALVEZ, Vicente  
SIEGRIST, Carlos

Censores Técnicos:

JODAR, Juan  
MORAN, Francisco  
SANCHEZ GALVEZ, Vicente

SERVICIO DE ESTUDIOS  
ESPECIALES

*hormigón  
y acero*

n.171

2º trimestre 1989

CUOTAS ANUALES

CATEGORIAS	ESPAÑA	EXTRANJERO
Miembros "Personales" (personas naturales) . . . . .	6.000,— ptas.	45,— dólares
Miembros "Colectivos" (personas jurídicas) . . . . .	15.000,— ptas.	100,— dólares
Miembros "Protectores" (personas naturales o jurídicas que deseen prestar una ayuda económica especial a la A.T.E.P.) . . . . .	30.000,— ptas.	200,— dólares

Ni la Asociación ni el Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, se hacen responsables del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocinan su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

APARTADO 19.002 - 28080 MADRID - ☎ 202 04 40

Depósito Legal: M-853-1958  
Imprime: ACOR, S.A.- M. Hernández, 50 - MADRID  
ISSN: 0439-5689

# **hormigón y acero n. 171**

## **índice**

Págs.

### **COMUNICACIONES PRESENTADAS A LA XII<sup>a</sup> ASAMBLEA TECNICA NACIONAL DE LA ATEP**

#### **Tema 4º "Realizaciones" (Continuación)**

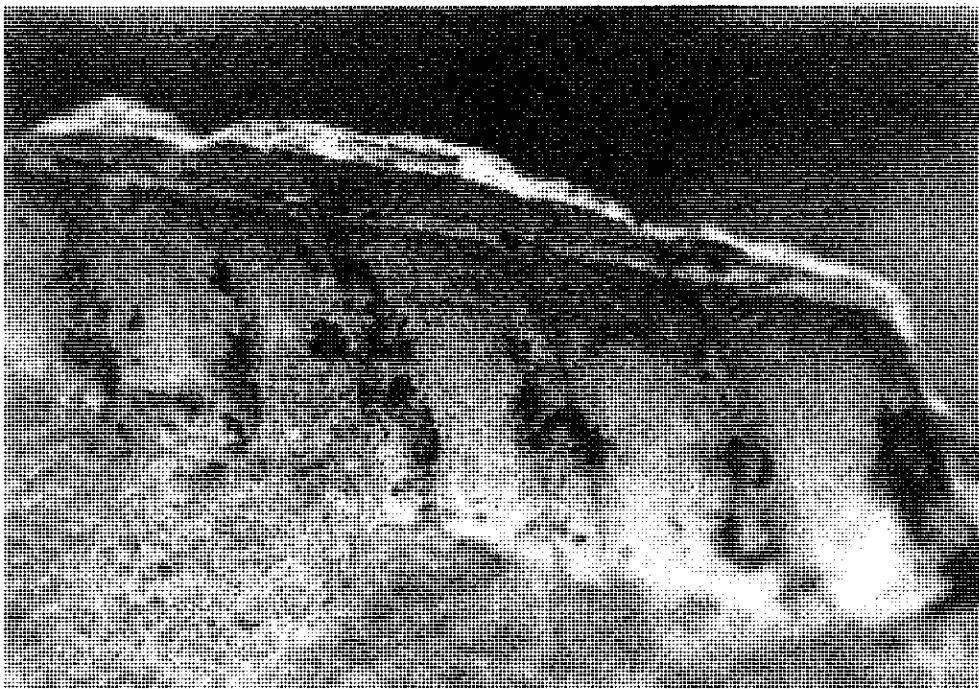
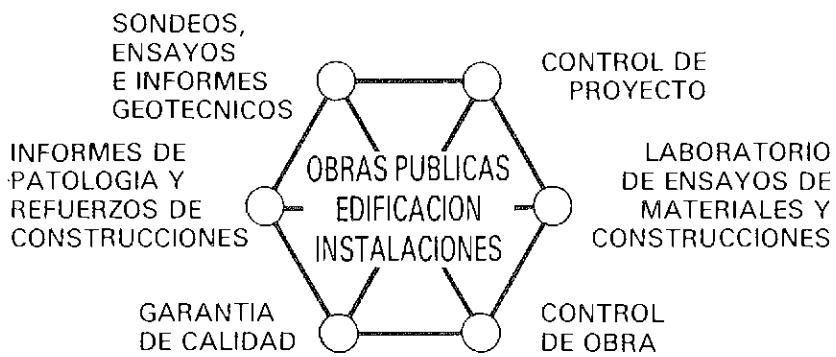
591-2-207	<b>Puente sobre el río Duero en Zamora . . . . .</b>	9 a 12
	Pont sur la rivière Duero en Zamora. Bridge over the Duero river in Zamora. <i>J.M. de Villar.</i>	
591-2-208	<b>Puente y Pasarela sobre el río Nervión, en Arrigorriaga (Vizcaya) . . . . .</b>	15 a 24
	Pont et Passarelle sur la rivière Nervión, à la ville d'Arrigorriaga. Arrigorriaga Bridge and Footbridge design. <i>J.J. Arenas; C. Alonso, y M. Pantaleón.</i>	
591-2-209	<b>Estructuras de la Fase I de la Ronda de Langreo (Asturias) . . .</b>	25 a 32
	Structures de la phase I de la Ronda de Langreo (Asturias). Langreo urban highway structures. <i>J.J. Arenas; C. Alonso, y M. Pantaleón.</i>	
591-2-210	<b>Ánalisis en teoría de segundo orden de las pilas del viaducto de Cruzul . . . . .</b>	35 a 45.
	L'analyse en théorie de deuxième ordre des piles du viaduc de Cruzul. Second order theory analysis of the Cruzul viaduct piers. <i>J.J. Arenas y L. Villegas.</i>	
591-2-211	<b>Puente sobre el barranco de Niñodaguía (Orense) . . . . .</b>	47 a 51
	Pont sur le ravin de Niñodaguía (Orense). Arch-Bridge over Niñodaguía Valley (Orense). <i>J.J. Arenas; C. Alonso, y M. Pantaleón.</i>	
591-4-16	<b>Depósitos de agua en Riyadh (Arabia Saudita) . . . . .</b>	53 a 58
	Reservoirs en Riyadh (Arabia Saudita). Reservoirs in Riyadh (Saudi Arabia). <i>J.M. de Villar.</i>	
591-8-30	<b>Sistema estructural prefabricado para la construcción de naves aporticadas de grandes dimensiones . . . . .</b>	59 a 62
	Système structural préfabriqué pour la construction de charpentes portiques de grande portée. Prefabricated structural systems for the construction of large span framed sheds. <i>J.R. Atienza Reales; V.J. López Desfilis y J.M. Codina Llopis.</i> (Con esta Comunicación se concluye la publicación de las que fueron presentadas en la XII <sup>a</sup> Asamblea Técnica Nacional de la ATEP).	
457-0-133	<b>Análisis de placas circulares con coeficiente de Poisson nulo . .</b>	63 a 70
	Analyse des dalles circulaires avec coefficient de Poisson nul. Circular slabs analysis with zero Poisson's coefficient. <i>V. Quintas.</i>	
457-0-134	<b>Cálculo práctico de pilas altas de viaductos en teoría de segundo orden . . . . .</b>	71 a 81
	Calcul pratique de piles hautes de ponts selon la théorie du second ordre. Practical design of tall bridge piers using second-order theory. <i>F. Morán.</i>	

457-2-37	<b>Método de condensación de grados de libertad para el cálculo no lineal de pórticos planos de hormigón armado. Resumen del método y ejemplos . . . . .</b> Méthode de condensation des déplacements indépendants pour le calcul non linéaire des ossatures planes en béton armé. Résumé de la méthode et exemples. Degree of freedom condensation method for the nonlinear analysis of plane reinforced concrete frames. Summary of the method and examples. <i>J. Rodríguez Santiago; A. Azcón González de A., y J.A. Torroja Cavanillas.</i>	83 a 94
457-4-17	<b>Nueva fórmula de la excentricidad para introducir la fluencia en piezas comprimidas esbeltas de hormigón . . . . .</b> Une nouvelle formule de l'excentricité pour tenir compte du fluege aux éléments comprimés élancés en béton. New eccentricity formula for considering creep in concrete slender compressed members. <i>J. Murcia.</i>	95 a 103
457-5-17	<b>Comportamiento de estructuras prefabricadas de hormigón, en el sismo de 1985, en México D.F. . . . .</b> Comportement des structures en béton préfabriqué, pendant le séisme de 1985, en México D.F. Performance of precast concrete structures in the 1985 Mexico City earthquake. <i>F. Robles.</i>	105 a 116
457-5-18	<b>Estudio dinámico de vigas continuas simétricas, con aplicación a puentes de tres y cuatro vanos . . . . .</b> Etude dinamique des poutres continues symétriques avec application aux ponts de trois et quatre portées. Dynamic analysis of symmetrical continuous beams with application to three and four span bridges. <i>P. Rubio.</i>	117 a 131
457-8-135	<b>Ensayos de piezas compuestas con superficies de contacto de diferente adherencia . . . . .</b> Essais de pièces composées, avec surface de contact d'adhérence différente. Tests on composite structures with different bond strength in the interface surface. <i>J.J. Vallés.</i>	133 a 141
457-8-136	<b>El ensayo de penetración de agua como método para el control de la durabilidad de un hormigón utilizado en estructuras de puentes de carretera . . . . .</b> L'essai de penetration de l'eau comme une méthode pour le contrôle de la durabilité d'un béton utilisé dans des ouvrages d'art. The water penetration test as a method to assess the durability of a concrete used in highway bridge structures. <i>J.M. Gállego Estévez y F. Rodríguez García.</i>	143 a 152
837-9-4	<b>Los cables de materiales compuestos aplicados a la construcción de puentes de hormigón pretensado . . . . .</b> Les câbles en matériaux composites appliqués à la construction de ponts en béton précontraint. Cables of composites materials as applied to the construction of prestressed concrete bridges. <i>C. Iglesias.</i>	153 a 160
Portada:	Reproducción del Cartel anunciador de la XII <sup>a</sup> Asamblea Técnica Nacional, que obtuvo el primer premio en el concurso al efecto celebrado. <i>Autor: Antonio Peña Molina.</i>	



**INTEMAC**

INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES



**ENSAYOS SOBRE LA INFLUENCIA DE LA OXIDACION Y MANCHAS DE MORTERO EN LA ADHERENCIA DE BARRAS CORRUGADAS**

**MADRID:** Oficina: Monte Esquinza, 30, 4.<sup>o</sup> D - Teléfs.: (91) 410 51 58 - 62 - 66 - Télex: 49987 INTEM E - Fax: 410 25 80 - 28010 MADRID  
**MADRID:** Laboratorio: Carretera de Loeches, 7 - Teléfs.: (91) 675 31 00 - 04 - 08 - 28850 TORREJON DE ARDOZ (Madrid)  
**BARCELONA:** Oficina y Laboratorio: Avda. de la Riera, 10, Nave 2, Pol. Ind. Tres Santos - Teléf.: (93) 372 83 00 - Fax: 473 03 09  
08960 SANT JUST DESVERN (Barcelona)

**RELACION DE ENTIDADES QUE, EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO DE LA REVISTA, FIGURAN INSCRITAS, EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO, COMO "MIEMBROS COLECTIVOS".**

**ESPAÑA**

ALBISA, S.A.—Algeciras (Cádiz).  
ASOCIACIO ENGINYERS INDUSTRIALS DE CATALUNYA.—Barcelona.  
ASOCIACION DE LABORATORIOS HOMOLOGADOS DE LA COMUNIDAD VALENCIANA.— Valencia.  
CAMARA OFICIAL DE COMERCIO, INDUSTRIA Y NAVEGACION.— Barcelona.  
CASTRO HERMANOS, S.L.—Mislata (Valencia).  
CENTRO DE ANALISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS, S.A.— Oviedo.  
CEYD TECNICA, S.A.— Oviedo  
CIISA "CONSULTING E INGENIERIA INT. S.A.".— La Coruña.  
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de Andalucía Oriental.— Málaga.  
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de Galicia.— La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.— La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS. Laboratorio de Ensayos.— Murcia.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS. Laboratorio de Ensayos.— Tarragona.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE BALEARES.— Palma de Mallorca.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.— Bilbao.  
CONTROLEX.— Alicante.  
CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.—Barcelona.  
DIRECCION DE CARRETERAS Y TRANSPORTE. Diputación Foral de Guipúzcoa. San Sebastián.  
DITECO, S.L.—Valencia.  
ESCOLA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA. Universidad Politécnica de Barcelona.— Tarrasa (Barcelona).  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE AROUITECTURA.—Barcelona.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.— Madrid.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA. Biblioteca.— San Sebastián.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.— Sevilla.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AGRONOMOS. Biblioteca.—Córdoba.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES. Departamento de Teoría de Estructuras. Universidad de Zaragoza.—Zaragoza.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TECNICA.— Castro de Elviña (La Coruña).  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA MINERA. Biblioteca.— León.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.— Burgos.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.— Córdoba.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA DE MANRESA.—Manresa (Barcelona).  
EUROESTUDIOS, S.A.—Madrid.  
EXCELENTEISIMO AYUNTAMIENTO DE GRANADA. Area de Obras Públicas e Infraestructura.—Granada.  
FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.—Madrid.  
FORJADOS DOL.— Esquivias (Toledo).  
FUNDACION DE LOS FERROCARRILES ESPAÑOLES.— Madrid.

GIJON E HIJOS, S.A.— Motril (Granada).  
GIRALDEZ OCAÑA CONTROL, S.L.— Chapela - Vigo (Pontevedra).  
HORMADISA, S.L.— Puentecesures - Cordeiro (Pontevedra).  
HORMIGONES GERONA, S.A.— Gerona.  
INBADELCA, S.A.— Baracaldo (Vizcaya).  
INDUSTRIAS VEYGA, S.A.— Tarrasa (Barcelona).  
INGENIERIA Y ECONOMIA DEL TRANSPORTE, S.A.— Centro de Documentación.— Madrid.  
INSTITUT DE TECNOLOGIA DE LA CONSTRUCCIO DE CATALUNYA.—Barcelona.  
INSTITUTO JUAN DE HERRERA.— Madrid.  
INSTITUTO NACIONAL DE REFORMA Y DESARROLLO AGRARIO (IRYDA).—Madrid.  
J. CASTRO MATELO, S.A.—Sigueiro (La Coruña).  
JUNTA DE CASTILLA Y LEON.— Consejería de Fomento.— Valladolid.  
JUNTA DE CASTILLA Y LEON.—Servicio de Obras Públicas.—Avila.  
LA AUXILIAR DE LA CONSTRUCCION.—Santa Cruz de Tenerife.  
LABORATORIO DE LA EDIFICACION.— Consejería de Obras Públicas.— Las Palmas de Gran Canaria.  
LABORATORIO GEOCISA. Biblioteca.—Coslada (Madrid).  
LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.—Madrid.  
LIBRERIA RUBIÑOS.—Madrid.  
LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).—Castellón de la Plana.  
MINISTERIO DE DEFENSA. DIRECCION GENERAL DE INFRAESTRUCTURA.— Madrid.  
MINISTERIO DE DEFENSA. DIRECCION DE INFRAESTRUCTURA DEL MANDO SUPERIOR DE APOYO LOGISTICO DEL EJERCITO.—Madrid.  
MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y URBANISMO.—DIRECCION GENERAL PARA LA VIVIENDA Y ARQUITECTURA, SUBDIRECCION GENERAL DE NORMATIVA BASICA Y TECNOLOGICA.—Madrid.  
MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y URBANISMO. SUBDIRECCION GENERAL DE ESTUDIOS ECONOMICOS Y TECNOLOGIA.—Madrid.  
POSTENSA, S.A.—Bilbao.  
PRAINSA.—Barcelona.  
PREBETONG CANARIAS, S.A.—Santa Cruz de Tenerife.  
PREFABRICADOS AGRICOLAS E INDUSTRIALES, S.A. (PRAINSA).—Zaragoza.  
PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).—León.  
PREFABRICADOS DE HORMIGON, S.A. (CUPRE-SAPRE).—Valladolid.  
PREFABRICADOS POUSA, S.A.—Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).  
PRODUCTOS DERIVADOS DEL CEMENTO, S.A. (HORTE).—Valladolid.  
RODIO. CIMENTACIONES ESPECIALES, S.A.— Madrid.  
RUBIERA, S.A.— León.  
SERINCO, S.A.— Madrid.  
SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.— Barcelona.  
SERVICIO TERRITORIAL DE CARRETERAS DE GERONA.— Gerona.  
SESTRA, S.A.L.— Andoain (Guipúzcoa).  
SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.— Madrid.  
SOCIEDAD ESPAÑOLA DE AUTOMOVILES DE TURISMO (SEAT). Biblioteca.— Barcelona.  
SPANDECK CATALANA, S.A.—Barcelona.  
TECHOS ESPECIALES PREFABRICADOS, S.A. (TEPSA).—Tarrasa (Barcelona).  
TECNOS, GARANTIA DE CALIDAD, S.A.—Madrid.  
TEJERIAS "LA COVADONGA".—Muriedas de Camargo (Cantabria).  
TELEFONICA.—Departamento Inmobiliario.—Madrid.  
TERRATEST, S.A.— Madrid.  
TEXSA, S.A.— Barcelona.  
TIGNUS, S.A.— Valencia.  
TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPSTA).— Madrid.  
UNIVERSIDAD CASTILLA-LA MANCHA.— Albacete.  
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA. Biblioteca Universitaria.— Santander.  
UNIVERSIDAD POLITECNICA. Hemeroteca.— Valencia.  
VIGUETAS MUBEMI.— Torrente (Valencia).  
VISANFER, S.A.— Totana (Murcia).

## **EXTRANJERO**

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND.—Sao Paulo (Brasil).  
CONSULAR. CONSULTORES ARGENTINOS ASOCIADOS.—Buenos Aires (Argentina).  
CONSULBAIRES. INGENIEROS CONSULTORES, S.A.—Buenos Aires (Argentina).  
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.—Luanda (República Popular de Angola).  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU. Biblioteca Central.—Lima (Perú).  
SARET P.P.B. Cadre Technique.— Le Pontet (Francia).  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES.—Biblioteca Integrada de Economía, Ciencias e Ingeniería . Dpto. de Selección y Adquisiciones. Mérida (Venezuela).  
UNIVERSIDAD CATOLICA DE QUITO. Biblioteca.—Quito (Ecuador).  
UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAISO. Biblioteca Central.—Valparaíso (Chile).  
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO. Biblioteca.—Mayagüez (Puerto Rico).  
UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA.—Biblioteca Central. Valparaíso (Chile).

## **MIEMBRO CORRESPONDIENTE**

ASOCIACION BOLIVIANA DEL PRETENSADO (A.B.P.).—La Paz (Bolivia).

\* \* \*

## **AVISO IMPORTANTE**

### **DISCUSION DE LOS ARTICULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA “HORMIGON Y ACERO”**

Todos los artículos originales que se publican en “Hormigón y Acero”, quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002, 28080 Madrid, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestando todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.

# **Normas que deben cumplir los artículos que se envíen para su publicación en "Hormigón y Acero"**

## **1. CONDICIONES GENERALES**

Los originales de los artículos que se desee publicar en "Hormigón y Acero", se enviarán a la Secretaría de la ATEP. Deberán cumplir rigurosamente las normas que a continuación se especifican. En caso contrario, serán devueltos a sus Autores para su oportuna rectificación.

Los que cumplan los requisitos exigidos pasarán al Comité de Redacción de la Revista el cual, previo informe y evaluación de su calidad por el correspondiente Cuerpo de Censores, decidirá si procede o no su publicación, sugiriendo eventualmente al Autor los cambios que, en su opinión, deben efectuarse para su final publicación en "Hormigón y Acero". Toda correspondencia en este sentido se mantendrá directamente con el Autor o primero de los Autores que figuren en el Artículo.

Los originales que por cualquier causa no fueran aceptados serán devueltos al Autor.

## **2. PRESENTACION DE ORIGINALES**

Los originales se presentarán mecanografiados a doble espacio, por una sola cara, en hojas tamaño UNE A4. De cada artículo se enviará original y dos copias.

### **2.1. Título**

El título, en *español, francés e inglés* deberá ser breve y explícito, reflejando claramente el contenido del artículo. A continuación se hará constar nombre y apellidos del Autor o Autores, titulación profesional y, si procede, Centro o Empresa en el que desarrolla sus actividades.

### **2.2. Resumen**

Todo artículo deberá ir acompañado de un resumen, en *español e inglés*, de extensión no inferior a cien palabras (unas ocho líneas mecanografiadas) ni superior a ciento cincuenta palabras (doce líneas).

### **2.3. Gráficos y figuras**

Los gráficos y figuras deberán ir numerados correlativamente en el orden en que se citen en el texto, en el cual deberá indicarse el lugar adecuado de su colocación.

Se presentarán delineados en tinta china negra sobre papel vegetal o sobre papel blanco, o en reproducibles de muy buena calidad. Todas las figuras llevarán su correspondiente pie explicativo.

Los rótulos, símbolos y leyendas deberán ser tales que, tras su reducción a la anchura de una o dos columnas de la Revista (setenta y dos o ciento cincuenta mm, respectivamente) queden letras de tañamo no inferior a 1,5 mm y sean, en todo caso, fácilmente legibles.

### **2.4. Fotografías**

Se procurará incluir sólo las que, teniendo en cuenta la reproducción, sean realmente útiles, claras y representativas. Podrán presentarse en copias de papel opaco negro o en color, en negativo, o en diapositivas. Se tendrán en cuenta las normas sobre tamaño de rótulos y leyendas dadas en el punto

2.3 anterior. Irán numeradas correlativamente y llevarán su correspondiente pie explicativo.

### **2.5. Tablas y cuadros**

Cumplirán las proporciones y dimensiones indicadas para las figuras. Llevarán numeración correlativa, citada en el texto, y un pie con la explicación adecuada y suficiente para su interpretación directa.

### **2.6. Unidades**

Las magnitudes se expresarán, preferiblemente, en unidades del Sistema Internacional (S.I.) según las UNE 5001 y 5002.

### **2.7. Fórmulas, letras griegas, subíndices y exponentes**

En las fórmulas se procurará la máxima calidad de escritura y emplear las formas más reducidas siempre que no entrañen riesgo de incomprensión. Para su identificación se utilizará, cuando sea necesario, un número entre paréntesis a la derecha de la fórmula.

Se cuidará especialmente que todas las letras griegas, subíndices y exponentes resulten perfectamente identificables, procurando evitar los exponentes complicados y letras afectadas simultáneamente de subíndices y exponentes.

Cualquier expresión que, por su complejidad, pueda dar lugar a interpretaciones equivocadas, se presentará manuscrita. Se diferenciarán claramente mayúsculas y minúsculas y aquellos tipos que puedan inducir a error (por ejemplo, la *l* y el *1*; la *O* y el *cero*; la *K* y la *k*, etc.).

### **2.8. Referencias bibliográficas**

Las referencias bibliográficas citadas en el texto se recogerán al final del mismo dando todos los datos precisos sobre la fuente de publicación, para su localización.

Las citas en el texto se harán mediante números entre paréntesis. En lo posible, se seguirán las normas internacionales utilizadas generalmente en las diversas publicaciones, es decir:

#### **Referencias de artículos publicados en revistas**

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del artículo; nombre de la publicación; número del volumen y fascículo; fecha de publicación, y número de la primera y última de las páginas que ocupa el artículo al que se refiere la cita.

#### **Referencias de libros**

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del libro; edición; editorial, y lugar y año de publicación.

## **3. PRUEBAS DE IMPRENTA**

De las primeras pruebas de imprenta se enviará una copia al Autor para que, una vez debidamente comprobadas y corregidas, las devuelva en el plazo máximo de quince días, con el fin de evitar el riesgo de que la publicación de su artículo tenga que aplazarse hasta un posterior número de "Hormigón y Acero".

En la corrección de pruebas no se admitirán modificaciones que alteren sustancialmente el texto o la ordenación del artículo original.

## Puente sobre el río Duero en Zamora

**José María de Villar**

**Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos**

**José A. Torroja, Oficina Técnica, S.A.**

La nueva autovía del acceso Sur de Zamora, que conecta la carretera de Salamanca con la red viaria de la ciudad a través de la Avda. del Cardenal Cisneros, cruza el río Duero aguas arriba del Puente de Piedra, en las proximidades del Club Náutico de la ciudad.

En los estudios iniciales del proyecto, se preveía la implantación de un puente de una longitud total de 250 m, necesaria para salvar la anchura del cauce del río y permitir el paso del caudal previsible de máximas avenidas, estableciéndose en la margen derecha un estribo, a partir del cual se continuaba en terraplén hasta alcanzar la Avenida del Cardenal Cisneros.

Sin embargo, esta idea inicial se ha modificado en el proyecto constructivo desarrollado. La razón de este cambio estriba en el valor paisajístico de la zona que habría de atravesar el terraplén anteriormente citado entre la orilla del río y la Avenida del Cardenal Cisneros. Esta zona está ocupada por un parque, llamado de los Tres Arboles, que a nuestro juicio resulta ser de lo más característico de Zamora en su contacto con el río. El Duero no pasa por Zamora, como ocurre en otras ciudades, encauzado entre dos muros, con calles y edificios adyacentes a los mismos; Zamora se asoma al Duero a través de una extensa zona boscosa, que discurre a lo largo de su margen derecha, y que la propia ciudad, siempre escasa de parques interiores, ha utilizado como elemento de esparcimiento. La solución inicial hubiera representado el establecimiento de una verdadera barrera en la zona de los Tres Arboles, rompiendo el carácter de esta zona y perdiendo para la ciudad, aunque fuese solamente en una cierta franja, un parque natural que se juzga necesario mantener. En consecuencia, el puente sobre el Duero se ha prolongado por la

margen derecha hasta entroncar con la actual Avenida del Cardenal Cisneros, dando origen a la aparición, dentro de la unidad de la obra, de dos tramos de carácter fuertemente diferenciado.

—El tramo sobre el río Duero, conexión del medio rural de la margen izquierda con el borde del parque urbano, en el que la estructura debe responder: a exigencias técnicas, derivadas de la construcción de sus diferentes partes, cimentaciones, pilas y tablero en presencia de un importante curso de agua de aproximadamente 100 m de anchura; a exigencias estéticas, pues aunque no integrado en el medio urbano, sí va a constituir un elemento de importante peso en cualquier perspectiva de la ciudad, desde la margen izquierda; y, finalmente, a exigencias económicas, propias de cualquier realización.

—El tramo sobre el Parque de los Tres Arboles, que atraviesa una zona eminentemente urbana que, tratada correctamente, debe convertirse en área de recreo y expansión ciudadana, con una gran riqueza forestal que no sólo hay que conservar sino potenciar. En este caso, la respuesta de la estructura debe centrarse en satisfacer las exigencias estéticas, debiendo primar en su diseño los criterios tendentes a conseguir su integración en el entorno como elemento urbanístico positivo de la zona.

Se trata, por tanto, de dos puentes diferentes, uno a continuación de otro, con tipologías muy distintas, radicando el mayor problema del diseño en su ligazón e integración, procurando, paradójicamente, la separación clara de ambas estructuras. Este problema se ha resuelto situando entre los dos puentes un elemento, de importante volumen formal, que se denomina pila-estribo y al que nos referiremos más adelante.

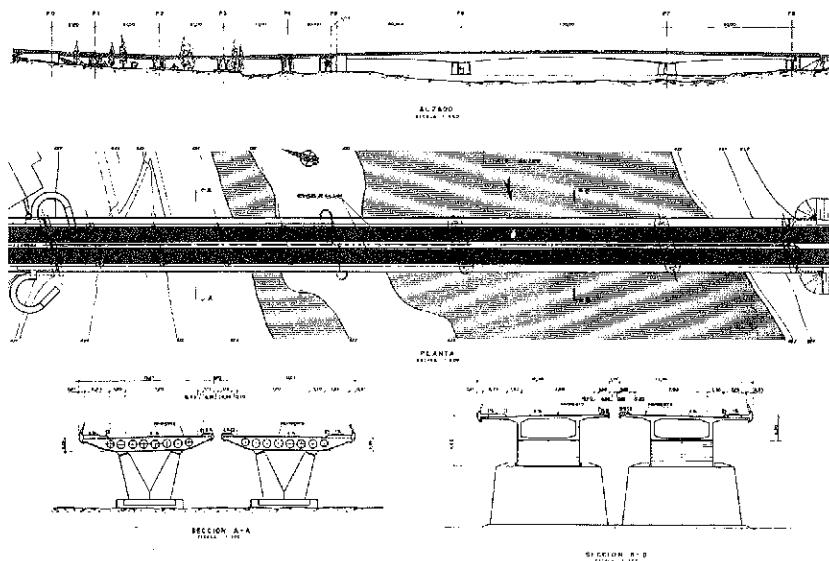


Fig. 1. Plano general del puente completo.

El puente sobre el cauce del río se ha resuelto con una tipología correspondiente a tablero continuo de tres vanos, de canto variable y luces de 60-100-60 m, construido por dovelas sucesivas hormigonadas "in situ", apoyado en pilas, estribo y pila-estribo.

El tablero es doble, uno para cada calzada de la Autovía, siendo su sección un cajón monocelular de 6,00 m de anchura que se prolonga lateralmente, en la parte superior, con dos voladizos de 3,55 m –el exterior– y 2,65 m –el interior–, para conseguir una anchura total de 12,20 m capaz de albergar una plataforma compuesta por calzada de 7,00 m, arcén exterior de 1,5 m, andén exterior de 2,25 m, arcén interior de 0,5 m y andén interior de 1,0 m. El canto del cajón varía desde 4,80 m sobre pilas hasta 2,30 m en el centro y sobre estribos, siendo sus almas de espesor constante de 0,35 m.

Las pilas se han establecido siguiendo la dirección media del río en esta zona. Ello obliga a un cierto esvaje, que se ha adoptado para toda la obra, al coincidir prácticamente con la orientación de los paseos en el propio Parque de los Tres Arboles. De esta forma se reduce al mínimo la distorsión de la corriente de agua y la posibilidad de socavación consiguiente. Su altura se ha definido de forma que todo el tablero quede por encima de la cota de máximas avenidas medidas en la zona. Las dos pilas son formalmente iguales, constituidas por dos fustes huecos, en tronco de pirámide, terminados lateralmente por troncos de cono. La situada en la margen derecha lleva un macizo superior en el que se dispone la articulación con el tablero, a través de una rótula de hormigón con armadura pasante colocada normalmente al eje del puente, constituyendo el punto fijo de la estructura. La pila de la margen izquierda lleva en su interior un péndolo, formado por una pantalla de hormigón armado de 0,50 m de espesor, orto-

gonal al tablero, con rótulas tipo Freyssinet en las conexiones con el tablero y el encepado, para permitir los movimientos de aquél debidos a retracción, fluencia y temperatura. El encepado, común para la pareja de pilas correspondientes a los dos tableros, es de 2,00 m de espesor por 6,50 m de anchura, y apoya sobre un conjunto de pilotes de 1,20 m de diámetro, perforados y hormigonados "in situ", hasta una profundidad de 16,0 m.

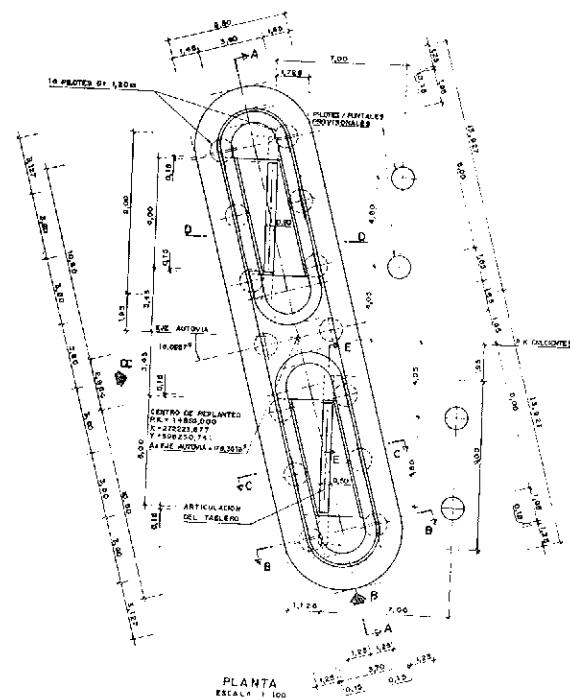


Fig. 2. Plano detalle de la Pila - Péndolo - (Planta).

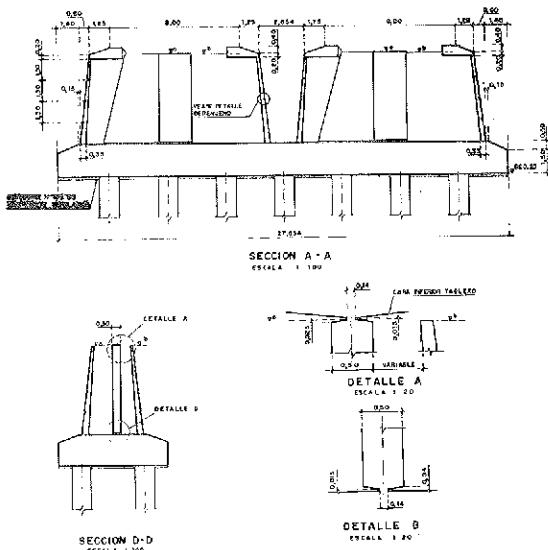


Fig. 3. Plano detalle de la Pila - Péndolo - (Secciones).

El estribo de la margen izquierda se ha establecido siguiendo el esvaje general de la obra, y va cimentado, asimismo, sobre pilotes, de 0,80 m de diámetro en este caso.

La pila estribo sigue el esvaje del resto de los apoyos. Con sus dimensiones de 35 m de longitud por 4,45 m de anchura en su alzado, sirve de pausa entre las dos tipologías diferenciadas. Está constituida en esencia por dos muros frontales, completados lateralmente por semicilindros y cerrados superiormente por una losa, bajo los niveles de apoyo de los dos tableros. Su cimentación se ha resuelto sobre pilotes de 0,80 m de diámetro.

El pretensado, realizado por C.T.T. (Centro de Trabajos Técnicos, S.A.), consta, para cada tablero, de 48 tendones superiores por pila, 11 tendones de continuidad en los vanos laterales y 19 tendones de continuidad en el vano central. Cada tendón está formado por 11 cordones de 15 mm de diámetro (11  $\phi 0,6''$ ).

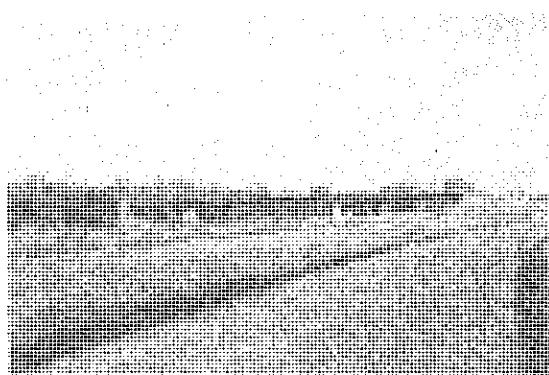


Fig. 4. Vista general: tramo sobre el cauce.

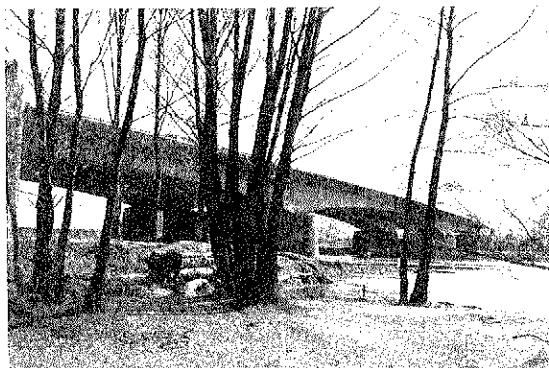


Fig. 5. Vista del puente de voladizos.

El puente sobre el parque de los Tres Arboles, responde a una tipología de losa continua de canto constante de  $21,0 + 3 \times 31,0 + 21,0$  m de luces, construida mediante cimbrado convencional, sustentada en la pila-estribo, pilas y estribo derecho, mediante apoyos de neopreno-teflón.

Las dos losas son de sección aligerada mediante tubos de 0,80 y 0,70 m de diámetro que definen nueve nervios en los que va dispuesto el pretensado longitudinal, continuo de extremo a extremo del tablero. La anchura total de cada losa es de 12,20 m, con distribución de la plataforma igual que la descrita anteriormente. El canto es de 1,25 m, decreciendo suavemente hacia los bordes, de acuerdo con la forma en góndola de la sección.

Por motivos estéticos, se ha pretendido dar un tratamiento especial de textura y color a las superficies vistas del hormigón de los tableros y de los muros del estribo situado en esta margen derecha, por lo que se ha ideado sustituir los correspondientes encofrados por unas placas de hormigón, prefabricadas, de textura muy rugosa y color ocre-rojizo, similar al de las calizas existentes en la zona, con las que está construida la pequeña ermita situada a pocos metros del estribo. Las placas, de 8 cm de espesor, reproducen fielmente las zonas curvas del tablero y llevan en su parte interior unos conectadores para asegurar su unión al hormigón estructural vertido sobre ellas.

Las impostas se han diseñado con formas exteriores curvas, adaptadas al aspecto general del tablero. Son de hormigón blanco, para realzar el contraste con el color de las placas. La misma imposta se utiliza a lo largo de todo el puente, tanto sobre el Parque como en el tramo sobre el cauce del Duero, bordando incluso la pila-estribo, sirviendo de elemento de continuidad entre las dos estructuras, remarcando la unidad del conjunto.

Las pilas, formadas por dos brazos que se abren en forma de V, están establecidas siguiendo el esvaje general de la obra. Los encepados de las mismas apoyan sobre un conjunto de seis pilotes de 0,80 m de diámetro, y se utilizan para disponer

unos bancos, formados por piezas prefabricadas de hormigón blanco, de modo que se consiga al mismo tiempo integrar estas pilas en el parque, con una clara utilidad para los usuarios del mismo.

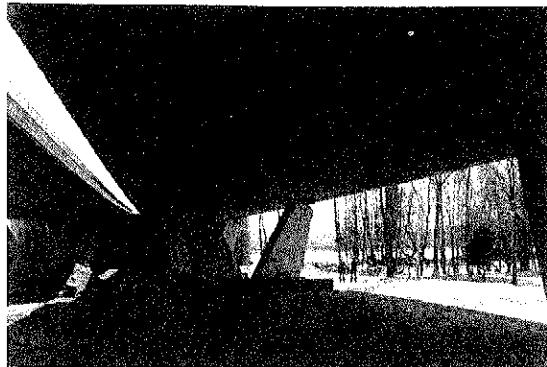


Fig. 6. Vista inferior del tablero en la zona del parque.

El pretensado de este tramo es continuo de extremo a extremo del tablero y discurre por los nueve nervios existentes en cada losa. Está formado por cuatro tendones de 10 cordones de 15 mm de diámetro ( $10 \phi 0,6$ ”), situados en los siete nervios centrales, y por dos tendones de las mismas características en los dos nervios exteriores.

Siguiendo con el objetivo de integrar la obra en el entorno del parque, se han proyectado unos accesos peatonales desde el puente al parque, mediante dos pasarelas que partiendo del estribo de la margen derecha bajan helicoidalmente, con pendiente inferior al 10 por 100 y planta circular, de 8,0 m de radio. Estructuralmente son losas de hormigón armado, de 0,8 m de canto y 2,25 m de anchura, de 26,0 m de longitud desarrollada, apoyadas en el centro sobre un pilar cilíndrico. Lateralmente, las losas se rematan con las mismas piezas de imposta de hormigón blanco utilizadas en el resto de la obra.

La obra fue construida por la empresa Sala Amat, siendo el Jefe de Obra D. José Ramón Jiménez. Los Ingenieros Directores de la obra fueron, sucesivamente, D. Ángel Gutiérrez y D. Luis Atançce.

## RESUMEN

El puente soluciona el cruce de la Autovía del Acceso Sur de Zamora sobre el río Duero y el parque de los Tres Arboles situado en la margen derecha del río.

En el proyecto se ha prestado especial atención

a la integración de la obra en el entorno, distinguiéndose dos zonas de diferente carácter: el cruce sobre el propio cauce del río y el cruce sobre el parque urbano, que han recibido un tratamiento diferenciado en cuanto a la tipología, formas, texturas y colores de las estructuras proyectadas.

El cruce del propio cauce se realiza mediante un puente continuo de tres vanos, de luces  $60 + 100 + 60$  m, construido por avances sucesivos, con dovelas hormigonadas “in situ”. Los tableros, uno para cada calzada de la autovía, son vigas de canto variable con sección en cajón monocelular, articulados en una de las pilas y doblemente articulados en la otra, a través de un péndulo de hormigón armado que permite absorber los movimientos de la estructura.

El cruce sobre el parque de los Tres Arboles, se realiza mediante una losa aligerada, de hormigón pretensado y canto constante, con luces de  $21 + 3 \times 31,0 + 21,0$  m, construida sobre cimbra convencional, sustituyendo el encofrado por unas placas prefabricadas de hormigón, con tratamiento de color y textura.

## SUMMARY

The bridge solves the crossing of Zamora's South Access over Duero river and the "Tres Arboles" park which is placed on the right side of the river.

The integration of the work in its surroundings has been specially studied in the project. Two zones of a different nature can be differentiated: the crossing over the river itself and the crossing over the urban park. The structures have received a different treatment in their typology, forms, textures and colours.

The river-course has been solved by a three span continuous bridge with a centre span of 100 m and side spans of 60 m. It is a cantilever bridge with cast-in place segments. The decks, one in each roadway, are beams with varying depth and single-cell box section. They are articulated in both piers and one of the piers is also articulated in its foundations in order to absorb the structure's movements.

The crossing with "Tres Arboles" park is solved by a prestressed hollow core concrete slab with constant depth. It has three centre spans of 31 m each and side spans of 21 m. It was constructed with a conventional centering, replacing the formwork elements by precast concrete plates with an adequate treatment to their colour and texture.

# Sistema de pretensado **STRONGHOLD**

## La solución racional a sus problemas constructivos

Puente  
Carlos Fernández  
Casado en León.  
440 m. de luz.

Puente  
Fernando Reig  
en Alcoy

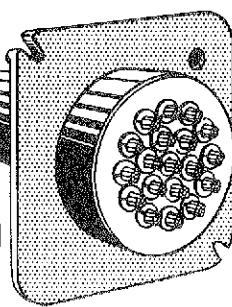


Depósitos elevados  
en Kuwait.

Autovías urbanas  
en Bogotá.

El sistema Stronghold,  
desarrollado en España,  
representa el mayor avance  
técnico de los últimos años en el  
campo del pretensado.

Su gran variedad de anclajes se adapta a las  
necesidades de cada obra particular  
y sus gatos automáticos de agarre frontal  
son compactos, ligeros y de gran eficiencia.



Pida información sobre:

- Anclajes y equipos para postensar.
- Apoyos SLIDE elastoméricos y de teflón.
- Juntas de dilatación CETEC.
- Anclajes en el terrero.
- Desplazamiento y elevación de grandes pesos.



CENTRO DE TRABAJOS TÉCNICOS, S.A.

Aribau, 185, 5º, 7º - Tel. 200 8711-200 8121 - Télex 520019 CETECE - Fax (3) 2098590 - 08021 BARCELONA

## Nueva Red Europea de Institutos de Investigación en la Construcción

El 28 de noviembre de 1988 se firmó en Bruselas el Acuerdo de Constitución de ENBRI (European Network of Building Research Institutes), cuyo fin primordial es servir a la industria europea de la construcción y contribuir a la creación e implementación del mercado único europeo de la construcción en 1992.

El acuerdo fue suscrito por los Directores de los nueve Institutos de Investigación en el ramo de la Construcción que son miembros fundacionales de ENBRI. Dichos Institutos son:

- Centre Scientific et Technique de la Construction (CSTC), Bélgica.
- Statens Byggeforskningsinstitut (SBI), Dinamarca.
- Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (CSTB), Francia.
- Institut für Bautechnik (IfBt.) República Federal Alemana.
- Construction Industry Division EOLAS, Irlanda.
- IBBC-TNO, Holanda,
- Laboratorio Nacional de Engenharia Civil (LNEC), Portugal.
- Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento (IETcc), España.
- Buildings Research Establishment (BRE), Gran Bretaña.

Roger Courtney, Director del BRE, fue elegido por unanimidad presidente de ENBRI por un período de dos años. El Profesor Jello Witteveen, Director del IBBC-TNO, fue nombrado Vicepresidente y Carlo De Pauw, Director General del CSTC/WTCB, Secretario Ejecutivo.

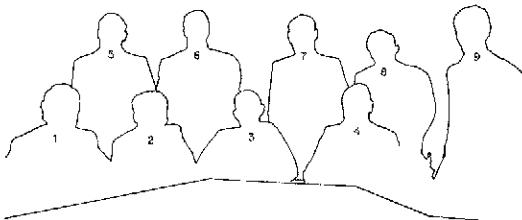
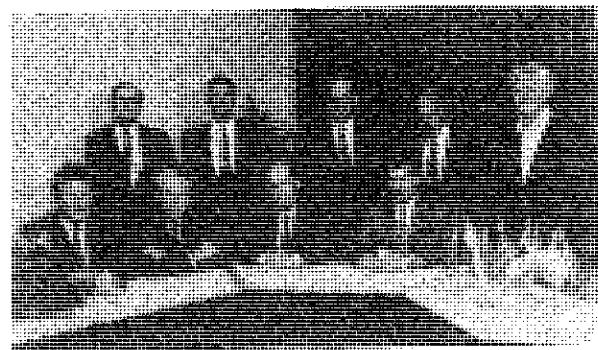
En el acto inaugural de la Asociación Mr. Courtney precisó que "en la medida en que las empresas del ramo de la construcción consideran cada vez más la Comunidad Económica Europea como su mercado de operaciones, es también importante

que las organizaciones técnicas que apoyan dicha industria operen a nivel europeo. A través de ENBRI, la industria europea de la construcción en su conjunto tendrá acceso al asesoramiento y la experiencia conjunta de un total de 3.000 investigadores. La Directiva de Productos de Construcción estimulará considerablemente el desarrollo del diseño y normativa de edificios y el establecimiento de especificaciones europeas para los materiales y productos de construcción. La Red pretende suministrar las bases técnicas para estos fines".

Los objetivos de ENBRI son:

- Asesorar a la Comisión de las Comunidades Europeas sobre aspectos técnicos de la edificación, sus materiales, componentes y sistemas (especialmente en conexión con la implementación de la Directiva de Productos de Construcción).
- Asesorar a las empresas relacionadas con el mundo de la construcción sobre el desarrollo de productos y servicios para su venta dentro y fuera de la Comunidad Económica Europea.
- Asesorar a los usuarios de edificios y los clientes de la industria de la construcción sobre la idoneidad técnica de los productos y servicios ofertados por dicha industria.
- Promover y llevar a cabo a través de sus miembros la investigación y estudios técnicos necesarios para apoyar las funciones de asesoría recién mencionadas.
- Desarrollar y ejecutar programas de investigación y desarrollo, financiados total o parcialmente por la Comisión Europea u otras organizaciones comunitarias.

Se potenciará en ENBRI el intercambio de información y la colaboración en actividades de investigación entre los Institutos miembros. Estos, a su vez, coordinarán la participación en labores de asesoría y programas conjuntos de investigación de otras organizaciones nacionales cuya colaboración sea relevante a estos efectos.



1.—J. Rilling, "Centre Scientifique et Technique du Bâtiment, Francia" 2.—J. V. Witteveen, "IBBC-TNO, Netherlands" 3.—R. G. Courtney, "Building Research Establishment, United Kingdom" 4.—C. de Pauw, "Centre Scientifique et Technique de la Construction, Belgium" 5.—S. F. Dunleavy, "Construction Industry Division EOLAS, Ireland" 6.—R. Blázquez, "Instituto Eduardo Torroja, España" 7.—A. Ravara, "Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Portugal" 8.—G. Breitschädt, "Institut für Bautechnik, Federal Republic of Germany" 9.—H. J. Larsen, "Statens Byggeforskningsinstitut, Denmark"

## Puente y Pasarela sobre el río Nervión, en Arrigorriaga (Vizcaya)

Juan J. Arenas,  
Carlos Alonso  
Marcos Pantaleón  
Dres. Ingenieros de Caminos C. y P.  
E.T.S.I.C.C. y P. Departamento de Tecnología de las Estructuras  
Universidad de Santander

### 1. ANTECEDENTES HISTORICOS

Como consecuencia de las catastróficas inundaciones de agosto de 1983, la Diputación Foral de Vizcaya se vió obligada a renovar el puente que, sobre el río Nervión, comunicaba el núcleo

de Arrigorriaga con la CN-625, Bilbao-Burgos, por el puerto de Orduña, puente estrecho de tramo recto, con tres vanos de hormigón armado y luces de unos 15 metros, realizado en los años inmediatos a la Guerra Civil. (Figura 1).

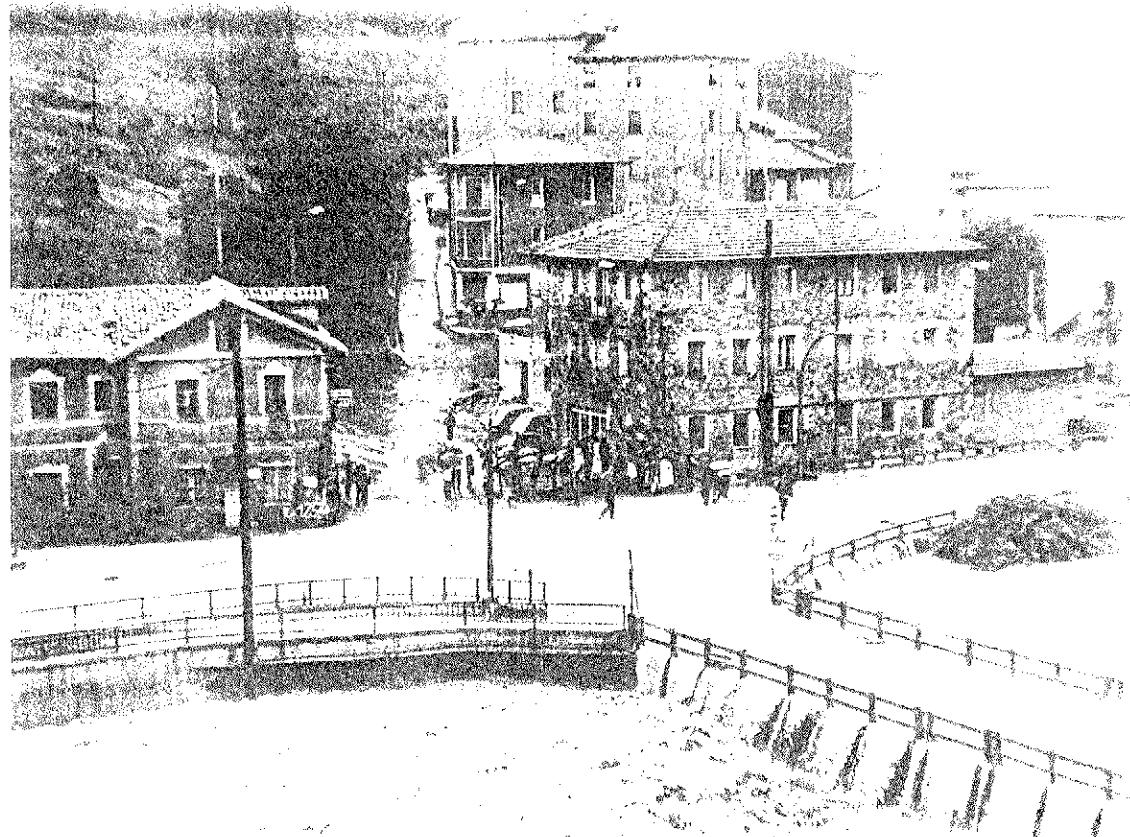


Fig. 1. Vista del viejo puente en la gran crecida del Nervión, agosto 1983.

Desde años atrás existía aquí la preocupación por ampliar tal acceso de vehículos y por resolver el problema del cruce de los peatones por la carretera. El desastre de la inundación sirvió para plantearse de un golpe la renovación completa del acceso a Arrigorriaga, desdoblando ambas funciones con un nuevo puente y una pasarela independiente. Además, entre las demandas que el Ayuntamiento de la localidad quería ver incluidas en el nuevo proyecto, se hallaba la idea de disponer bancos para que la gente pudiera sentarse y contemplar el río.

Este planteamiento de base explica las líneas generales del proyecto desarrollado y construido, que consta de:

a) Un puente sobre el Nervión, con plataforma para tres carriles, sin aceras y con amplios abanicos de enlace con la CN-625.

b) Una pasarela que cruza en rampa el Nervión, ganando cota para, después, atravesar la carretera con gálibo suficiente y permitir que el peatón alcance sin problemas su margen opuesta. Esta pasarela incluye un jardín o solarium elevado que presta el servicio pedido por el Ayuntamiento de Arrigorriaga.

Describiremos, en lo que sigue, ambos proyectos.

## 2. PUENTE SOBRE EL NERVION

Se trata de un puente losa continuo de tres vanos, con luces de  $(12,90 + 23,00 + 13,50)$  metros que, en su vaneo de margen derecha, dispone de planta de ancho fuertemente variable para dar cabida a los abanicós de enlace con la CN-625, manteniendo canto constante de 75 centímetros. La figura 2 muestra la Planta-espejo de su intradós en la que se aprecia cómo partiendo de una sección transversal compuesta por doble nervio macizo enlazado por forjado central (figura 3a) se evoluciona a una plataforma compuesta por sendos nervios curvos de borde y otros dos rectos internos en el vaneo de la margen derecha (figura 3b). El volumen hueco entre ambos nervios se remata con formas ovales.

Tal forma de intradós es estructuralmente lógica y, al mismo tiempo, se ha intentado evitar la pesadez de la sección maciza a la vista de la idea de canalización del Nervión que incluirá paseos peatonales inundables en ambas márgenes. En tal sentido, también las pilas (figuras 4, 5 y 6) merecen ser cuidadas. Su diseño responde a motivos hidráulicos (pantallas de 72 cm de ancho rematadas por tajamares perfilados) y a la búsqueda de un papel integrador de la dualidad del tablero. Su esbeltez en el plano longitudinal nos permitió eliminar las placas de apoyo de neopreno y sustituirlas por rótulas plásticas de hormigón dispuestas en su coronación.

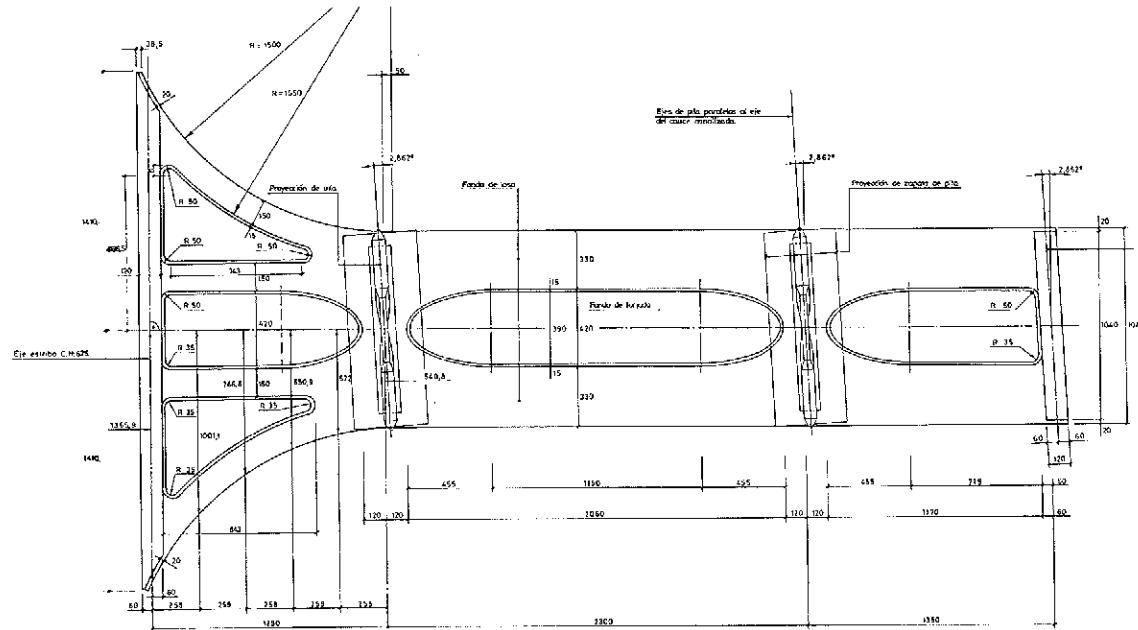


Fig. 2. Planta espejo del intradós.

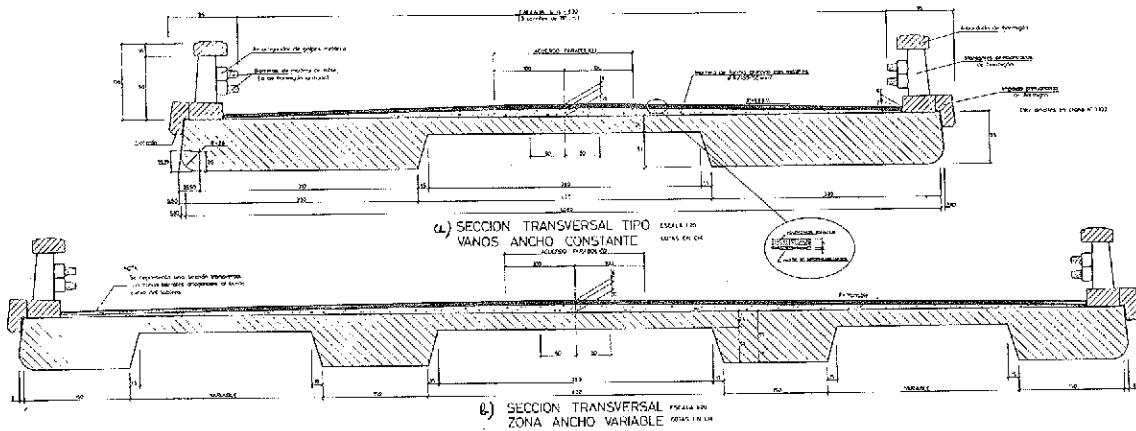


Fig. 3. Secciones transversales.

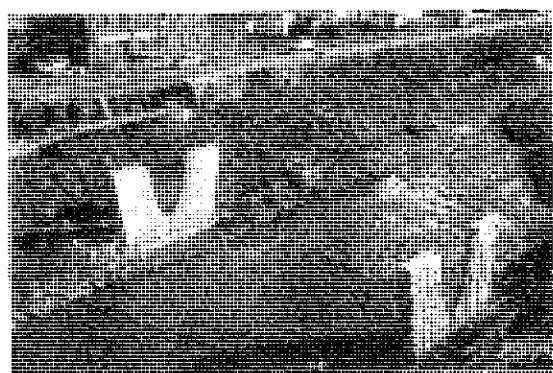
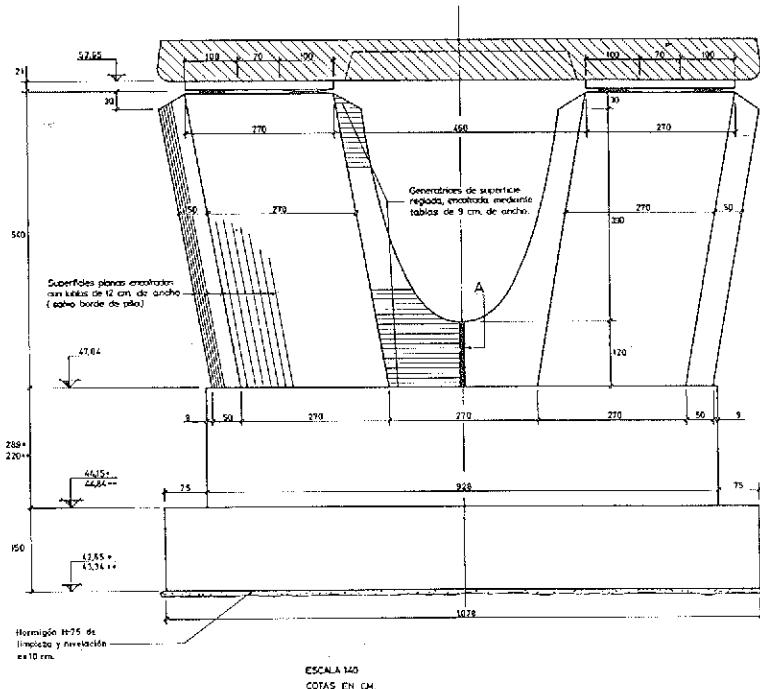


Fig. 5.

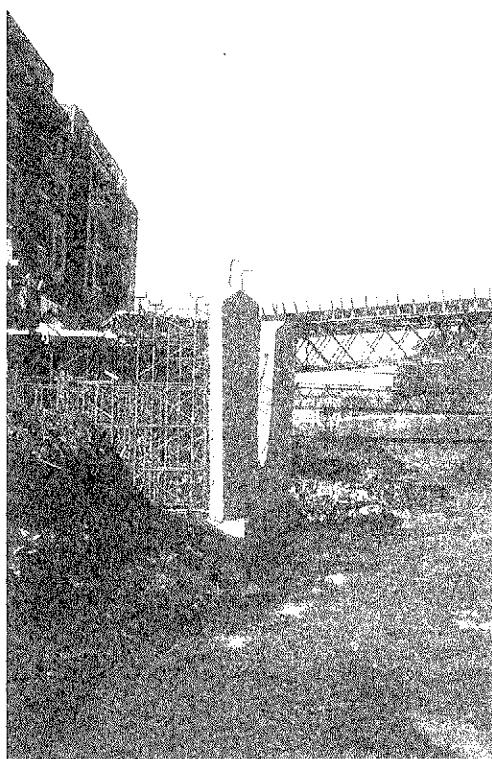


Fig. 6.

En la figura 7 puede verse el trazado en planta del pretensado longitudinal consistente en tendones corridos desde uno hasta otro estribo, siguiendo, unos, los nervios rectos internos del vano de margen derecha y, otros, los nervios curvos de borde.

El tablero se ha rematado lateralmente con pretilles e impostas de hormigón prefabricado, provistas de barreras horizontales de madera de roble provenientes de viejas traviesas de ferrocarril (figuras 8 y 9).

### 3. PASARELA

Como puede verse en la figura 10, se trata de una estructura de dos vanos, atirantada, con salientes transversales en planta. Las luces de vanos sobre río y carretera son de 56 y 36 metros, respectivamente. El vano de río es el principal y el de carretera actúa como tramo de contrarresto. La exigencia de gálibo sobre la carretera y la limitación del 9 por 100 como pendiente peatonal han obligado a buscar un incremento de desarrollo de la pasarela, lo que se ha logrado en la margen izquierda (lado Arrigorriaga) mediante desembarco con rampas paralelas al cauce que componen una estructura lineal, monolítica con la principal y apoyada en soportes cilíndricos (figura 11).

En la planta se observa la disposición en cruz, centrada en el eje del pilono. El eje transversal queda materializado por el solarium elevado, a un lado, y la escalera de comunicación con el arco de la carretera, por otro.

En sentido longitudinal, la pasarela puede simplificarse contemplándola como una estructura atirantada de dos vanos desiguales. El mástil del pilono es monolítico en su base con el tablero de la pasarela, la cual se articula sobre la base del pilono a través de un par de rótulas plásticas que le suministran empotramiento torsional. El canto variable

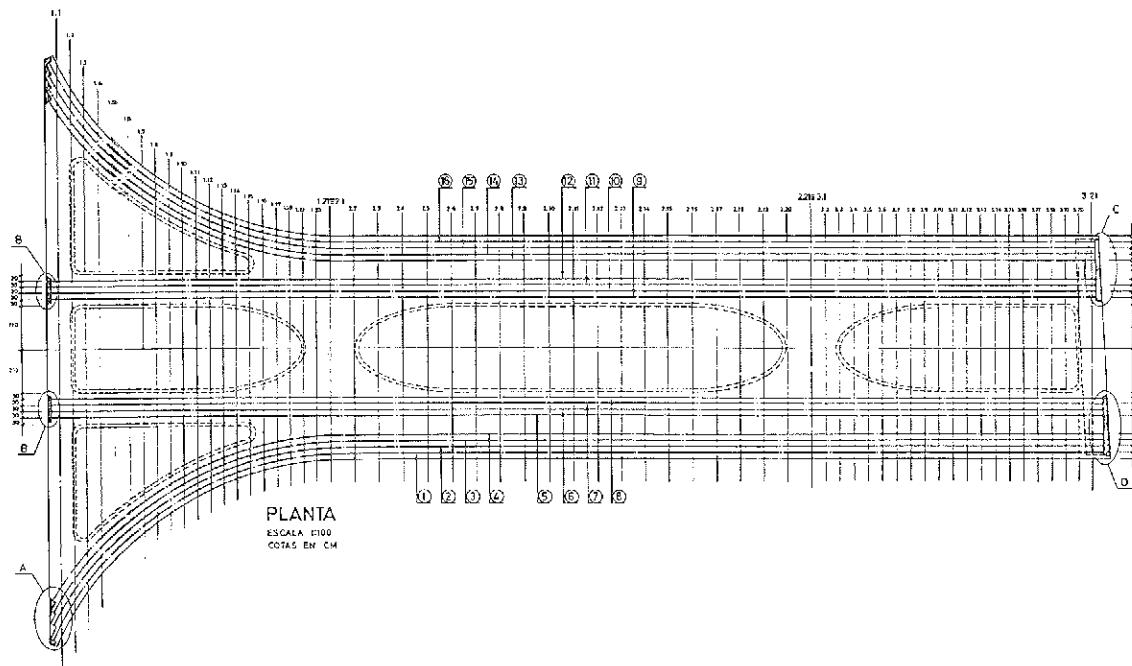


Fig. 7. Trazado en planta del pretensado.

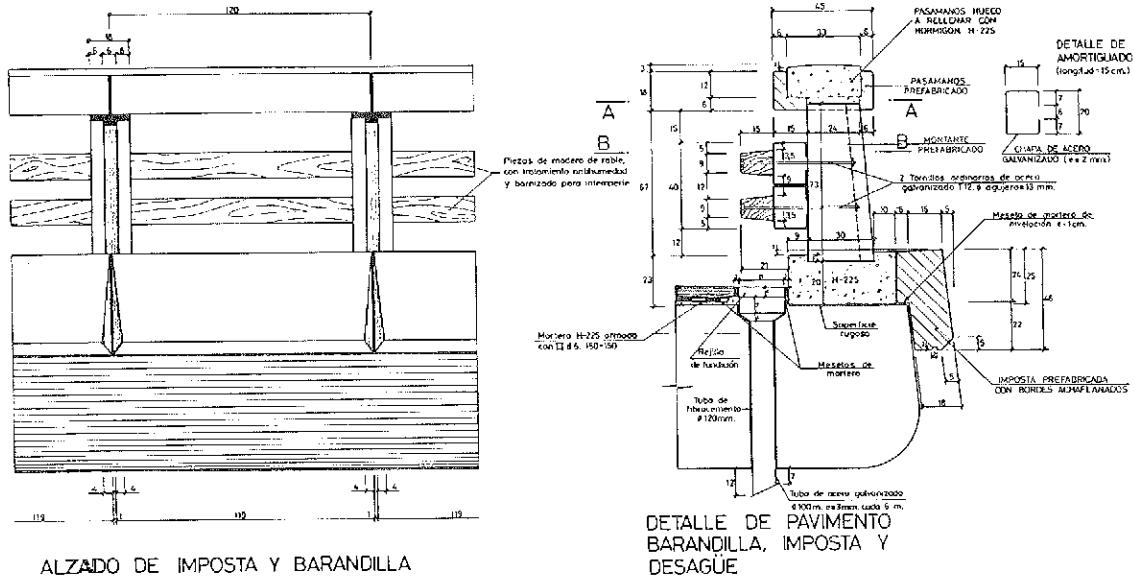


Fig. 8. Detalles de borde del tablero.

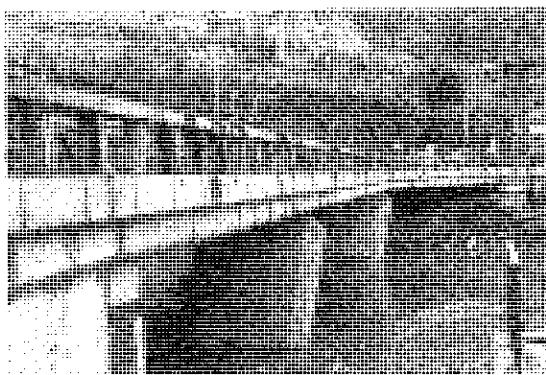


Fig. 9. Aspecto externo del puente terminado.

del pilono obedece principalmente a razones arquitectónicas.

El tablero, cuya sección tipo se muestra en la figura 12, está concebido como pieza de hormigón armado en cuya alma central se alojan los anclajes pasivos de los tirantes (figura 13). Los anclajes activos se han dispuesto en la coronación del mástil (figura 14). Al hallarse todos en el plano vertical medio de la pasarela y para evitar choques entre los tirantes de uno y otro vano, se establecieron desvíos en planta en direcciones contrarias.

El amarre horizontal de la cabeza del pilono se logra mediante un tirante de contrarresto que acomete al tablero en el eje de apoyo sobre el estribo del vano de carretera. La componente vertical de la fuerza por él transmitida requiere un pretensado vertical entre tablero y estribo y entre el fuste de éste y su cimentación. Para hacer compatible esta

exigencia con los movimientos horizontales de deformaciones impuestas del tablero, el estribo se desdobra en muros y pantalla frontal, la cual, articulada en cabeza y pie, se ve cosida en vertical por un par de tendones de pretensado (figura 15).

Las figuras 16 y 17 son fotografías tomadas durante la construcción. El tablero se construyó sobre cimbra tubular y los bidones que se aprecian en la imagen se emplearon para, convenientemente llenos de agua para compensar en cada instante el tiro ascendente de los cables, evitar movimientos verticales en los puntos de amarre de los tirantes al tablero durante su proceso de puesta en carga. Al final, volvieron a servir para realizar la prueba de carga de la pasarela.

En la foto de la figura 18 se puede ver el aspecto conjunto de puente y pasarela terminados, desde la margen de Arrigorriaga y en las de las figuras 19 y 20 el aspecto que el conjunto de la obra realizada ofrece desde el aire.

Vale la pena subrayar el interés, estético y funcional, de la solución desarrollada. Funcional, en el sentido de que el gran problema de las pasarelas es conseguir que la gente las utilice y renuncie a cruzar la carretera a nivel. Ello requiere un pequeño esfuerzo físico de subir y bajar que, quizás, tiene una más grave componente psicológica. En efecto, el trayecto que muchas pasarelas ofrecen es triste y desolado y ello invita muy poco al peatón a realizar el esfuerzo físico adicional que se le está pidiendo.

En tal sentido, toda solución atirantada resultará más amena que el simple tablero de tramo rec-

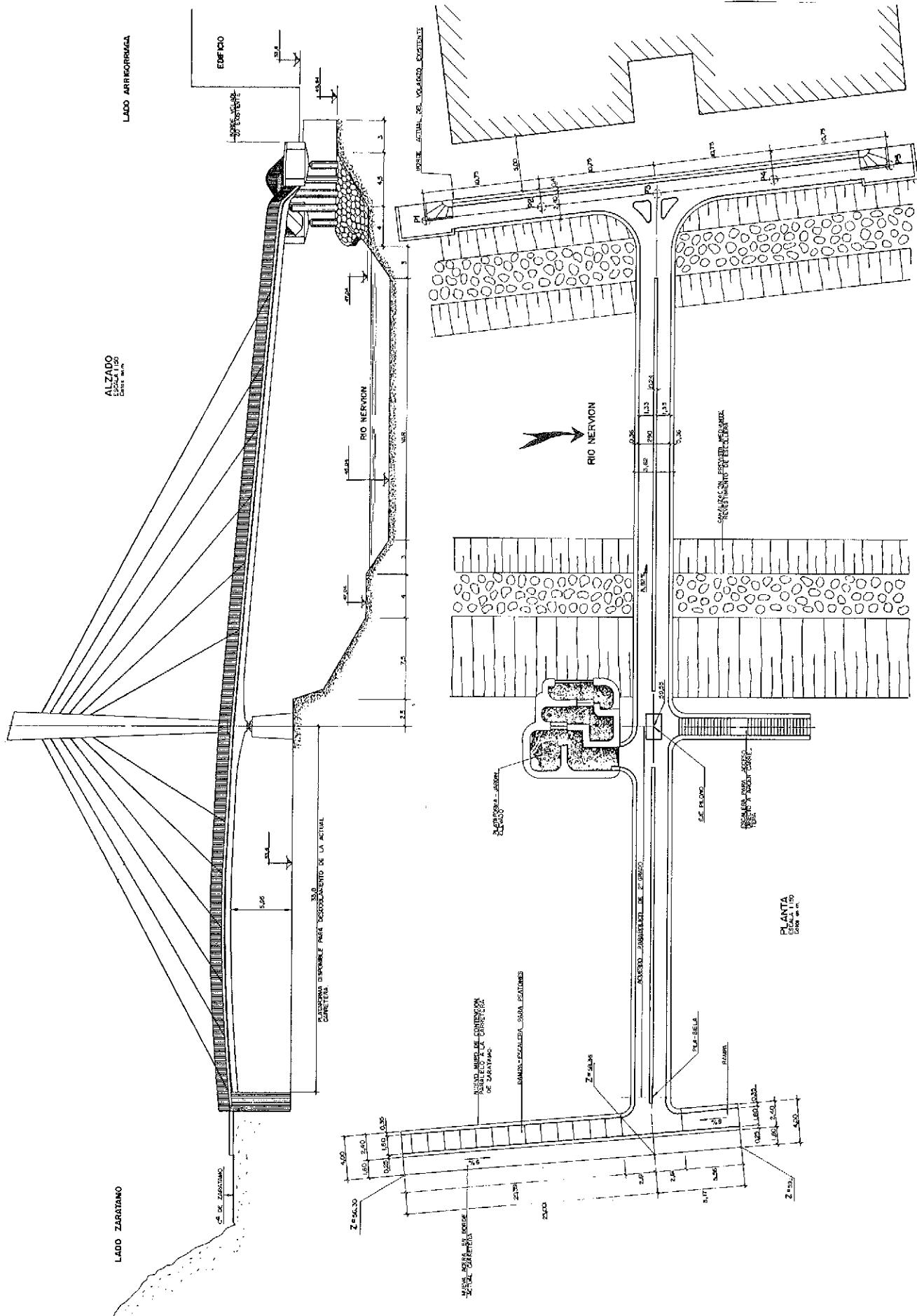


Fig. 10. Alzado y planta de la pasarela.

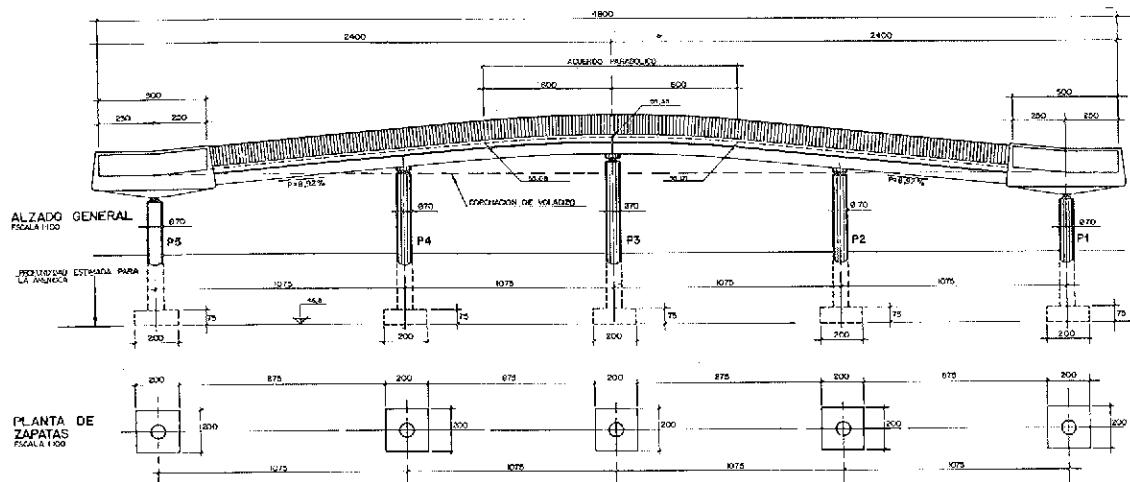


Fig. 11. Ramales de desembarco en margen izquierda.

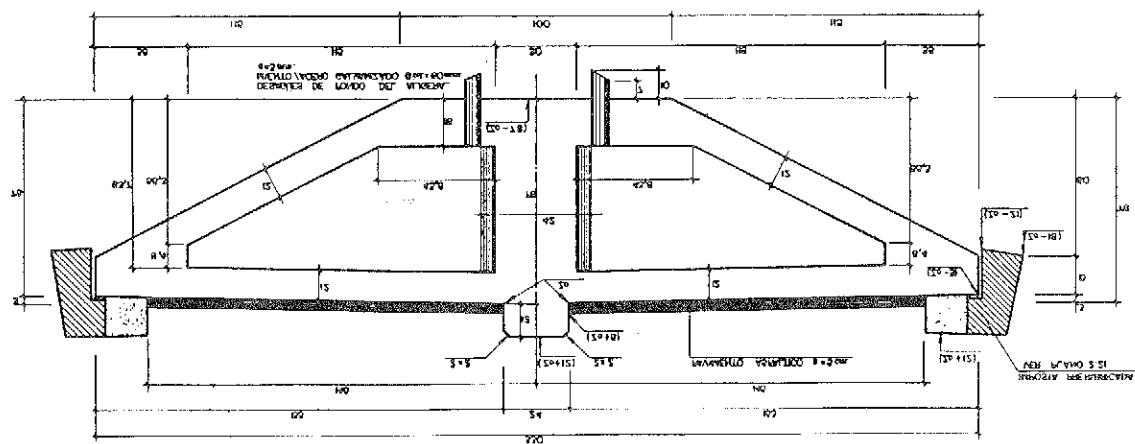


Fig. 12. Sección tipo del tablero.

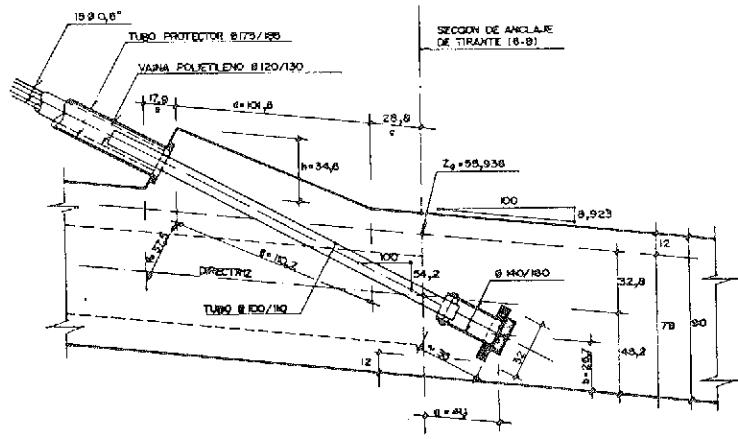
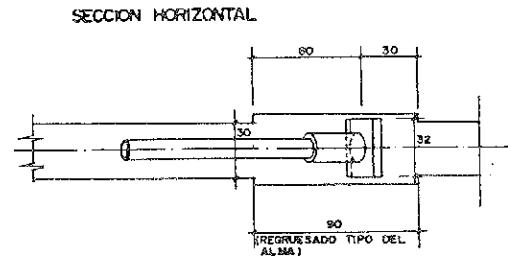


Fig. 13. Anclaje muerto tipo, situado en el tablero.



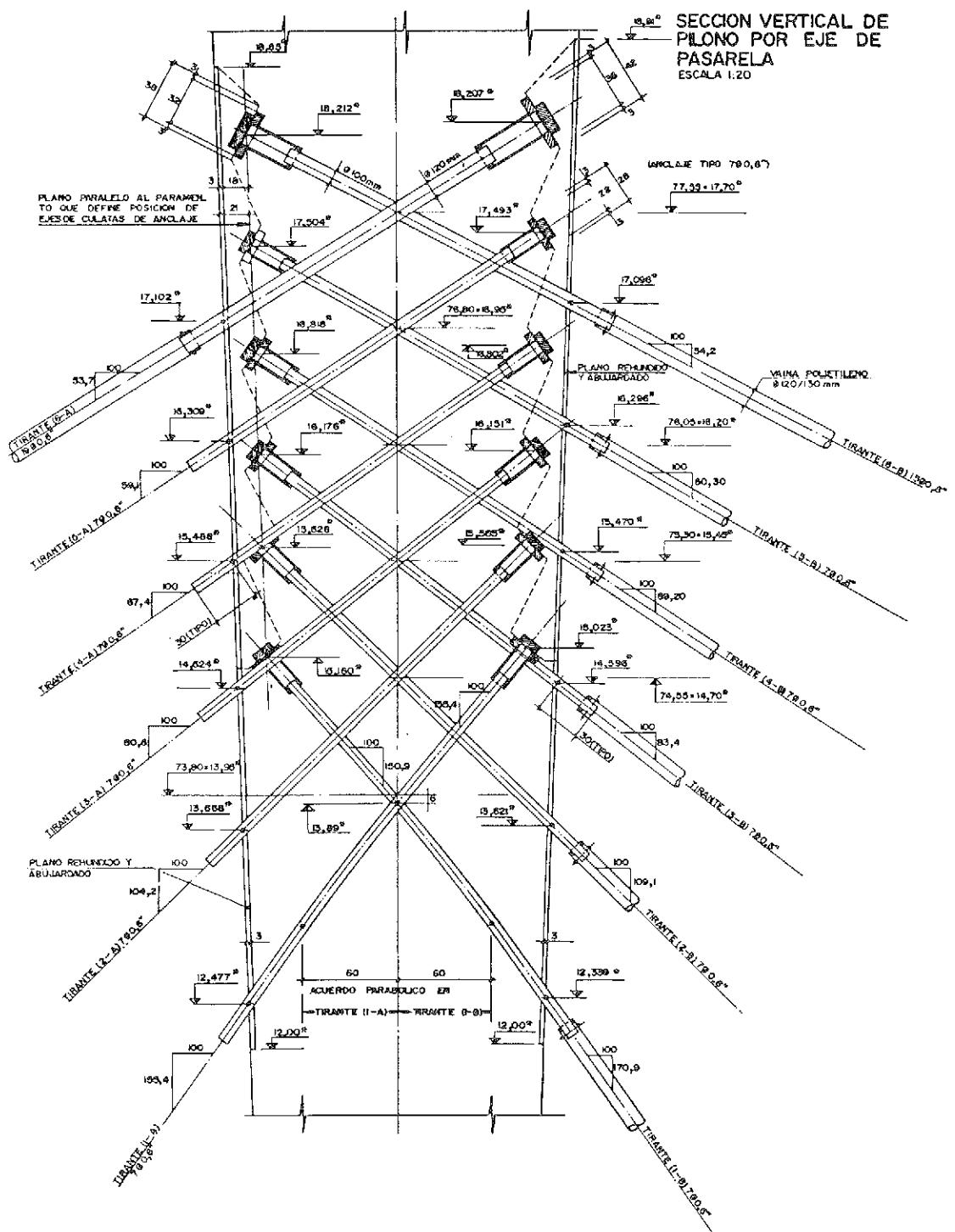


Fig. 14. Anclajes activos en cabeza del mástil.

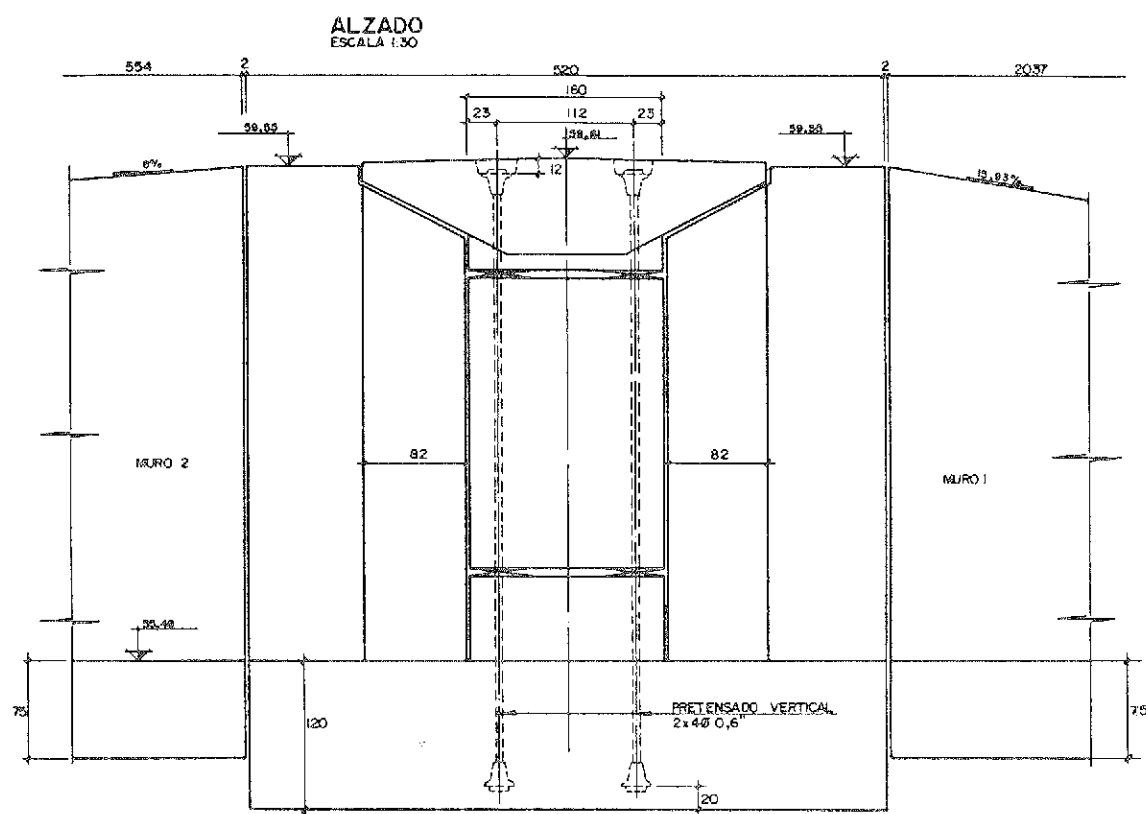


Fig. 15. Pretensado vertical de cosido entre tablero y estribo.

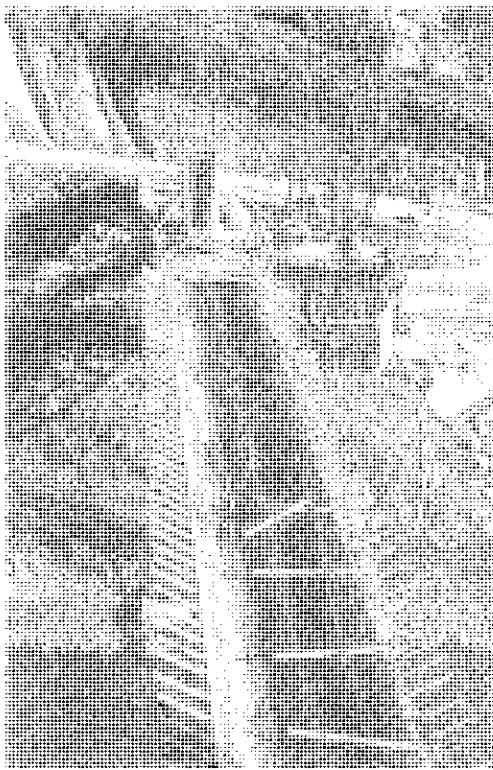


Fig. 16.

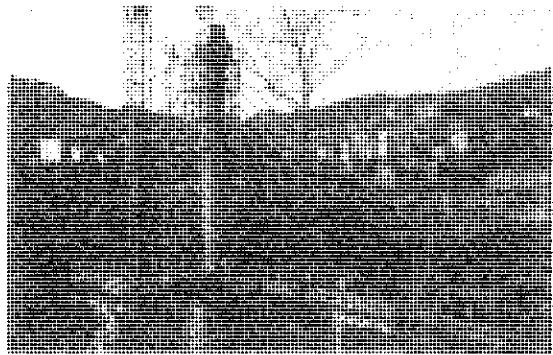


Fig. 17.

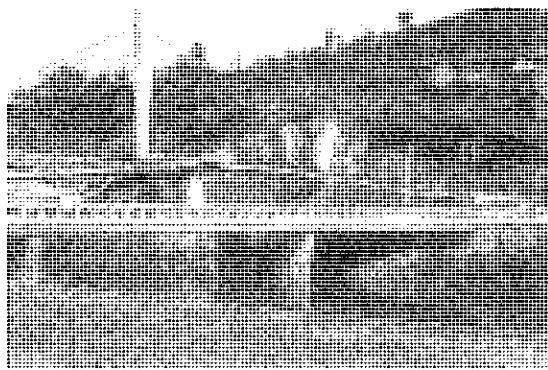


Fig. 18.

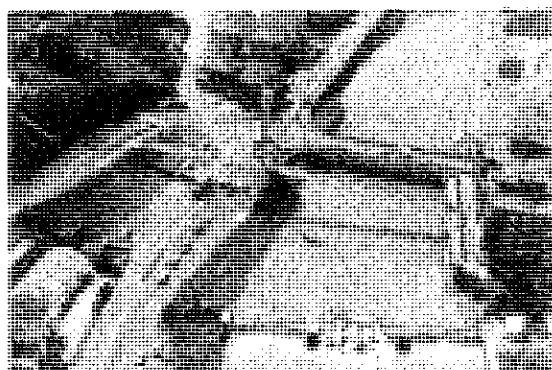


Fig. 19.

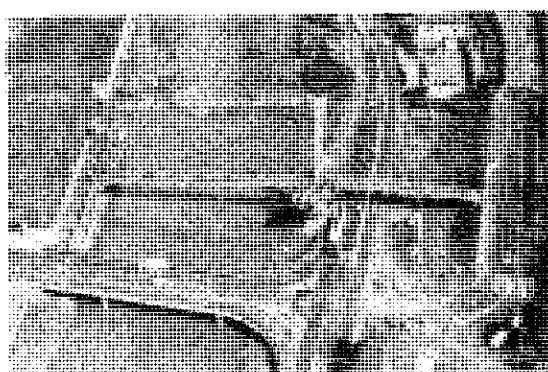


Fig. 20.

to del que el peatón sólo aprecia la calidad del pavimento y barandilla. De algún modo, los tirantes, como elemento expresivo resistente, son capaces de crear un cierto espacio arquitectónico y el juego de planos que el peatón percibe al andar entre ellos aumenta radicalmente el interés del recorrido. Si, además, el pilono ofrece formas atractivas, caminar hacia él, tirante tras tirante, puede llegar a ser bastante apetecible.

En el caso de la pasarela de Arrigorriaga hemos tenido la suerte adicional de vernos obligados a pensar un emplazamiento para solarium y de que su localización final haya conducido al hecho de que la pasarela no esté funcionando sólo como vía de paso sino como paseo urbano muy utilizado por las personas mayores. Lejos de ofrecer un recorrido monótono al viandante, esta pasarela se ha integrado plenamente en la malla y en el paisaje urbano de esta localidad.

La Dirección de obra corrió a cargo del Ingeniero de la Diputación Foral de Vizcaya D. José Ra-

món Odriozola y de los Ingenieros Técnicos de O.P., D. Antonio López y D. Antonio Ruiz Gallo. La construcción fue ejecutada por Agromán, S.A., actuando como Jefe de Obra, D. José Luis Arriaga. Tanto el pretensado del tablero del puente como los tirantes de la pasarela, de la marca Stronghold, fueron suministrados por CTT.

## RESUMEN

Se presentan los aspectos básicos del diseño y construcción de un conjunto de puente para tráfico rodado y pasarela peatonal. El primero compone una estructura tipo losa continua de tres vanos, con geometría de planta variable, desarrollada en hormigón pretensado. La pasarela peatonal es una estructura de dos vanos desiguales, de tipo dintel a tirantado, compuesta por tablero de hormigón armado, mástil del mismo material y tirantes materializados por tendones de acero duro envueltos en vainas de polietileno inyectadas con lechada de cemento. La pasarela se ha concebido como paseo peatonal urbano, con el mástil actuando como elemento central de la composición, y los cables como líneas de enlace visual del tablero con aquél, dando en su coronación acceso a una zona ajardinada que se plantea sobre estructura monolítica con el dintel a tirantado.

## SUMMARY

The basic features of the design and erection of a vehicular and a pedestrian bridge are presented here. The first is a three span, continuous slab structure made of prestressed concrete, with variable width. The footbridge is a two span, cable stayed bridge, with a reinforced concrete deck and pylon and stays made with prestressing steel cables within mortar injected polyethylene ducts. Such a footbridge has been conceived like an urban promenade, taking the pylon as the central piece of the architectural composition and making the cables act as visual connecting lines between the deck and the pylon head. At the top of the deck an elevated garden area is reached which rests upon an structure monolithically designed with the deck.

# Estructuras de la Fase I de la Ronda de Langreo (Asturias)

Juan J. Arenas, Carlos Alonso y  
 Marcos Pantaleón  
 Dres. Ingenieros de Caminos C. y P.  
 Departamento de las Estructuras, E.T.S. de  
 I.C.C. y P. Universidad de Santander

## 1. ANTECEDENTES

En el verano de 1985, la Consejería de Obras Públicas del Principado de Asturias lanzó el Concurso de Proyecto y Construcción de la Fase I de la Ronda de Langreo, concebida como carretera rápida urbana que diera servicio al congestionado valle de Langreo. La longitud del trazado de tal fase era de 4.200 metros e incluía un mínimo de 5 viaductos urbanos.

Tal Concurso fué ganado por la propuesta presentada por Hispano Alemana de Construcciones, S.A., con proyecto de los ingenieros que presentan esta comunicación, en la que describiremos tan sólo las estructuras principales.

Existen en esta obra dos tipologías diferentes de puentes urbanos, a saber:

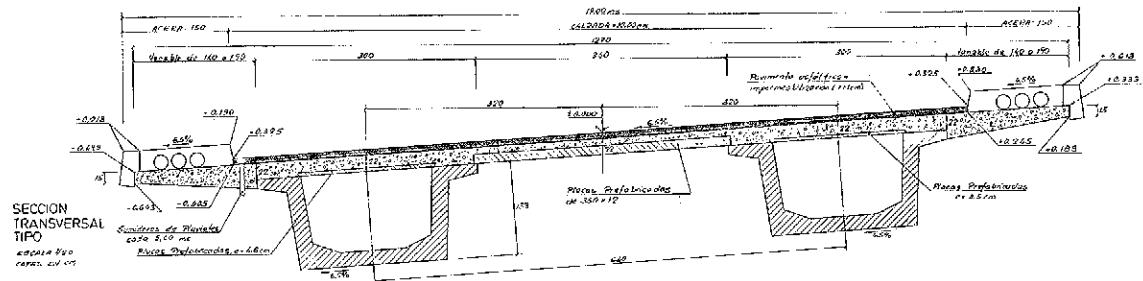
a) Puente de tramo recto con vanos compuestos por vigas prefabricadas con continuidad posterior.

b) Puente losa continuo de gran longitud, ejecutado por etapas, con juntas al quinto de la luz donde se disponen anclajes activos-acopladores.

Describimos en lo que sigue los rasgos más salientes de ambos grupos.

## 2. TABLEROS CONTINUOS A PARTIR DE VIGAS PREFABRICADAS

Con la solución de vigas prefabricadas con continuidad posterior, se han construido tres puentes, con luces máximas de 30 metros y longitud máxima de tablero terminado de 143 metros. En la figura 1 puede verse la sección transversal tipo de estos tableros que se componen con dos vigas postensadas, de sección artesa, de 133 cm de canto, espaciadas transversalmente 640 cm entre ejes, y que se completan con la losa superior de 22 cm de grueso vertida in situ, aunque se recurre al empleo de prelosas para evitar el encofrado del forjado de enlace.



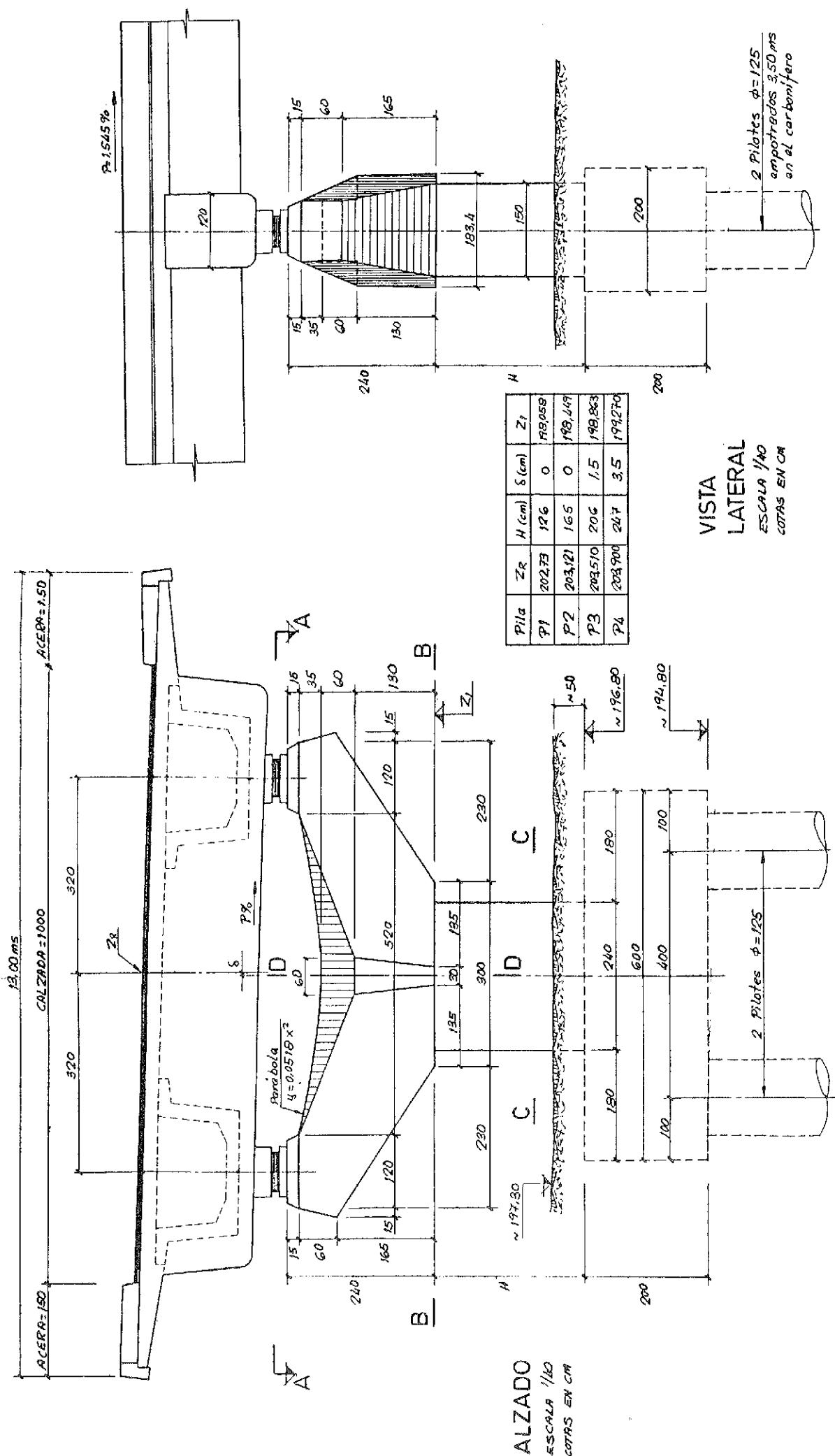


Fig. 2. Diseño conjunto de tablero y pila de paso elevado urbano.

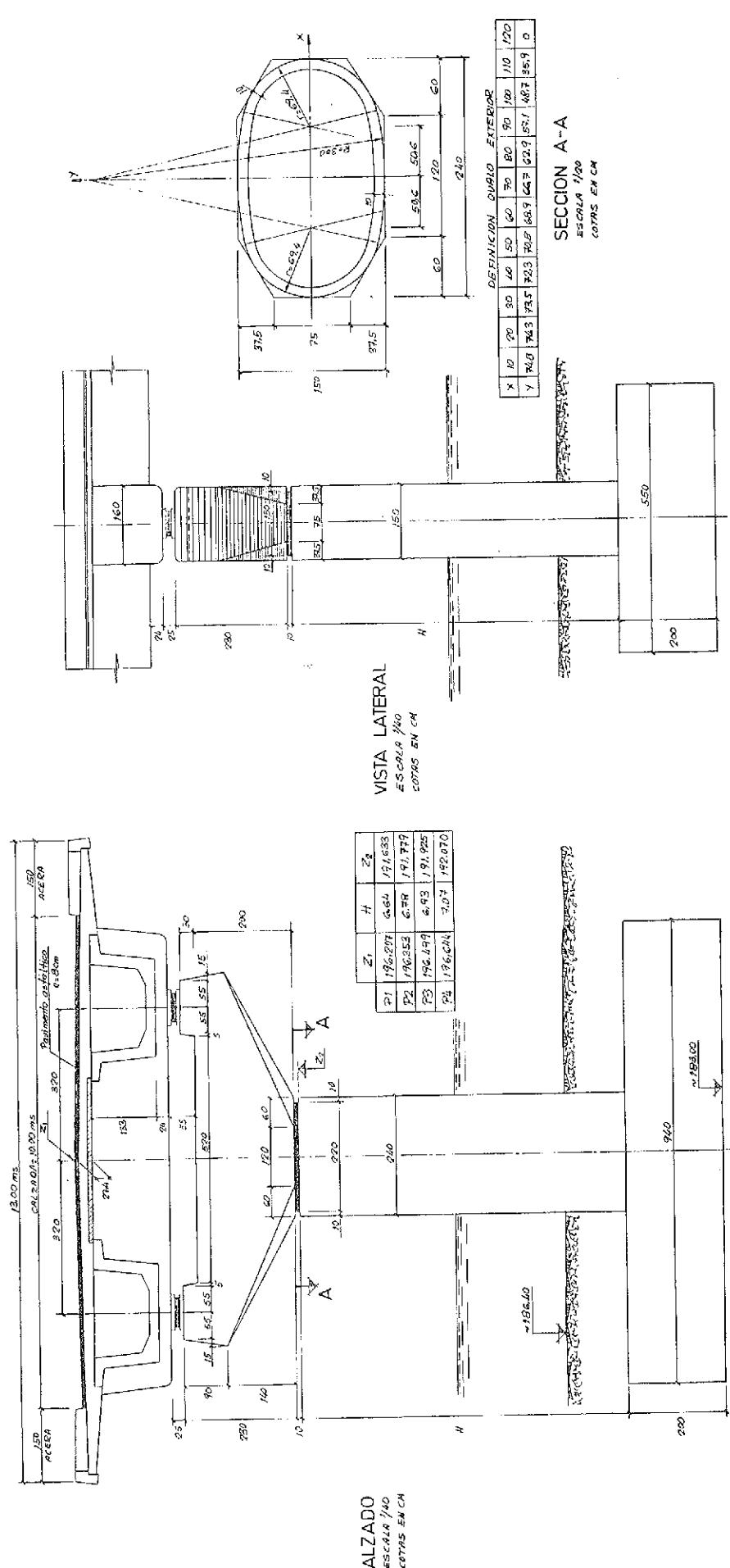


Fig. 3. Pila de puente sobre el río Nalón.

La continuidad longitudinal sobre pilas intermedias se logra a través del llenado de una viga traviesa, con ancho tipo de 160 cm, que materializa el apoyo del tablero sobre la pila con tipología de puente continuo, o sea, disponiendo sobre ella un par de placas de apoyo de neopreno zunchado. En la figura 2 puede verse la solución de pila adoptada para las estructuras 3 y 4 que son pasos elevados urbanos. La pila intenta dar unicidad a un tablero fuertemente dual y situado a poca altura sobre el suelo, lo que, en consecuencia, sólo puede lograrse pagando el precio de una tracción de laja importante en la coronación de la misma.

La figura 3 muestra la solución adoptada para la estructura 2 que es un cruce esviado sobre el río Nalón. Aquí el cabezal de pila se ha tratado de modo más simple, componiéndose los fustes con columnas ovaladas que reduzcan el impacto hidráulico.

En ambos casos puede apreciarse cómo el diafragma de hormigón in situ sirve para romper la continuidad óptica de las aristas de las vigas prefabricadas, lo que resulta interesante, tanto para eliminar las consecuencias visuales de pequeños errores de montaje de las mismas como para hacer aceptables las consecuencias de la curvatura en planta de los tableros.

En efecto, la solución ha sido aplicada, en la estructura 4, a radios en Planta de 250 metros, con vanos de 30 metros de luz. La poligonal a que en tal caso obliga la prefabricación se suaviza ópticamente, tanto por la existencia de voladizos hormigonados in situ siguiendo el borde curvo de la plataforma como por la presencia de las vigas transversales in situ que cortan la relación visual entre vanos adyacentes.

Con tales radios, y peralte consiguiente del 6,5 por 100, el encaje geométrico de las vigas prefabri-

cadas es delicado. Se trata siempre de elegir para ellas una posición transversal y una rotación de eje longitudinal tales que, con los sólidos rígidos resultantes de tal emplazamiento de las vigas y de la geometría exigida por la calzada, resulten distorsiones de forma mínimas a todo lo largo del vano en cuestión.

En el caso de planta de curvatura constante, las vigas se montan con rotación longitudinal igual al peralte (Figura 1). En el caso de tablero en clostoi-de, la rotación longitudinal es aproximadamente la media entre los peralteos en ambos arranques del vano. Puesto que el desplazamiento transversal de las vigas es función del peralte medio de cada vano, se entiende que existan saltos bruscos de replanteo a uno y otro lado de una pila, lo que hace imperati-vo el uso de vigas transversales in situ, como antes se ha explicado. En cualquier caso, parece claro que ésta es solución que sólo resulta adecuada a tableros con suave curvatura en planta y, mejor si ésta es constante.

El enlace típico entre viga prefabricada y riostra in situ sobre pila, puede verse en la figura 4. Se trata de una unión con sólo armadura pasiva, en la que el esfuerzo cortante entre viga y riostra es transmitido principalmente por un mecanismo de cortante-fricción, suplementado por un mecanismo de dovelas en cuña (caras de contacto inclinadas) y barras de acero pasantes en cara superior del tablero.

El hecho de establecer continuidad longitudinal con sólo armadura pasiva alojada en la tabla superior se debe a razones de simplicidad y economía, pues es más que dudoso que esta solución con tendones de pretensado en cara superior y complicaciones de nichos de anclaje fuera competitiva. Puede resultar más práctico limitar la fisuración en servicio a base de ampliar la sección de las barras de continuidad y tener en cuenta, en todo caso, la re-

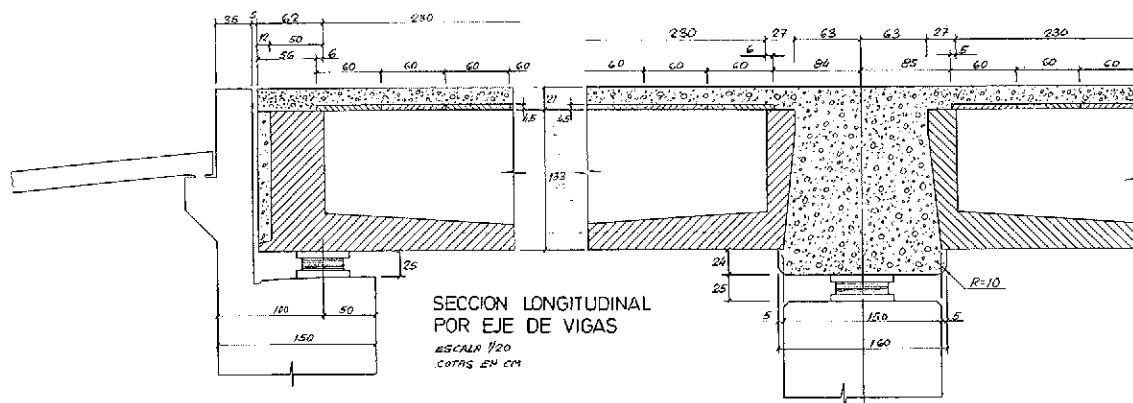


Fig. 4. Detalle de contacto viga prefabricada - riostra de pila in situ.

distribución de flexión longitudinal que la diferente rigidez de las secciones de vano (pretensadas frente a flexión positiva) y las de apoyo (fisuradas en flexión negativa) producen.

Otro aspecto clásico de este tipo de tableros es la redistribución de flexión longitudinal debida al cambio de esquema estático y a la fluencia del hormigón. Puesto que en la viga prefabricada predominan las curvaturas negativas debidas al pretensado, sobre las positivas del peso propio, la fluencia del hormigón conduciría en un tramo simplemente apoyado a rotaciones diferidas de apoyo de signo contrario a las de peso propio. En tableros como éstos, en que se coartan las deformaciones diferidas por vínculos establecidos tras la actuación inicial de tales cargas (peso propio y pretensado de la viga), se producen inevitablemente flexiones de continuidad de signo contrario a las rotaciones que hay que coartar, o sea en este caso, positivas.

Quiere ello decir que, además de disponer barras de acero de continuidad de tabla superior, hay que resolver también la continuidad inferior, lo que se consigue sin dificultades mediante armadura pasiva vista, en las tablas inferiores de vigas, que se ancla por solape dentro de la masa de la traviesa de hormigón *in situ*.

Vale la pena indicar que, con objeto de comprobar la continuidad entre tramos y los enlaces a cortante entre vigas prefabricadas y traviesas *in situ*, se realizaron pruebas de carga de intensidad superior a lo usual. Siendo el ancho total de los tableros de 13 metros (12,50 m estructurales), los vanos de 30 metros fueron sobrecargados con tres filas de, cada una, 3 camiones de 26 Mp de peso, lo que supone una sobrecarga total de 234 Mp o 0,624 Mp/m<sup>2</sup>, cuando el total de SC característica en el mismo es de 210 Mp, de los que 60 Mp corresponden al vehículo pesado.

El comportamiento de los tableros fué perfecto, midiéndose sistemáticamente flechas del orden del 70 por 100 de las calculadas con las inercias de secciones brutas y con el valor de módulo elástico correspondiente a la resistencia característica exigida en Proyecto. En hipótesis transversalmente asimétricas, la relación entre flechas en ambos bordes coincide del todo con la de las flechas teóricas calculadas.

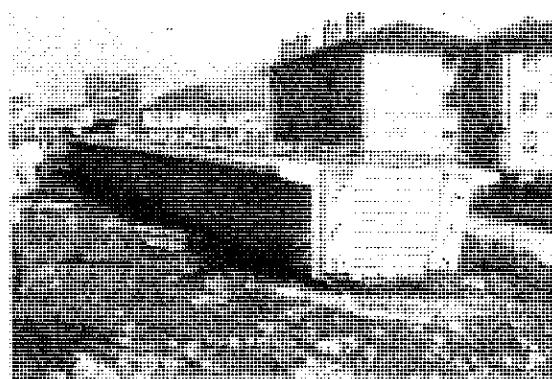


Fig. 5.



Fig. 6.

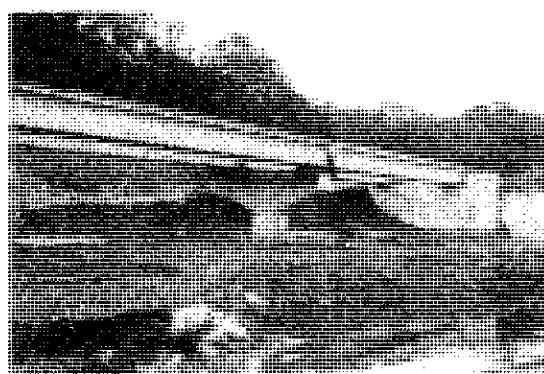


Fig. 7.

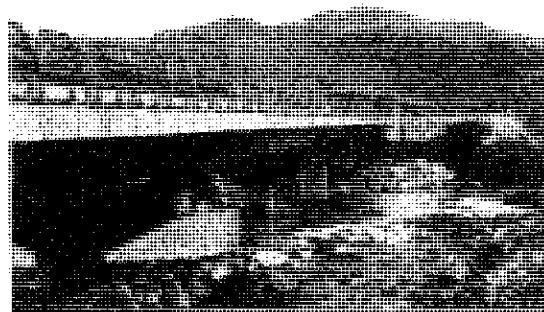


Fig. 8.

La figura 5 muestra una vista de una viga prefabricada artesa con sus diafragmas finales, cuyo peso llegaba, en las más largas, a las 90 toneladas. En la figura 6 se ven los soportes metálicos provisionales utilizados en el puente sobre el Nalón para apoyar las vigas hasta el llenado y fraguado de la viga ríofrastra. En la figura 7 se aprecia una vista parcial del mismo puente, con las vigas funcionando ya en esquema continuo. En la 8, el aspecto final del puente del Nalón terminado.

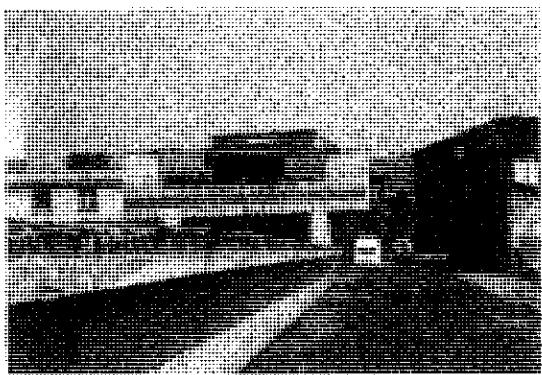


Fig. 9.

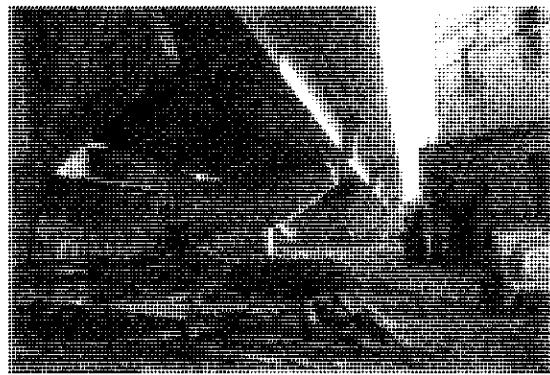


Fig. 10.

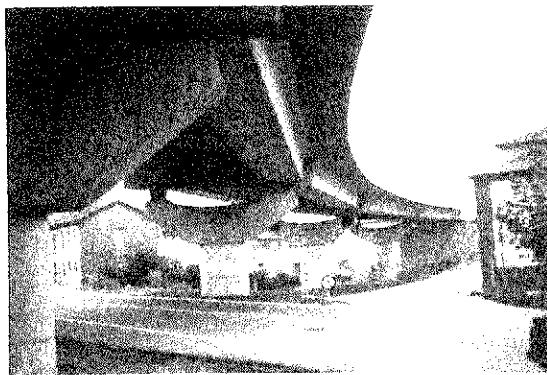


Fig. 11.

La figura 9 es una vista de la estructura 3 tomada desde detrás de uno de sus estribos finales, que permite apreciar la geometría de la sección transversal compuesta por las dos vigas y las placas centrales de encofrado perdido. La 10 es una vista de esta misma estructura, terminada, que da idea de la angostura y de la dureza del ambiente urbano en que se ha desarrollado esta obra. Obsérvese la importancia arquitectónica de los diafragmas de pilas y del esfuerzo integrador que éstas realizan. En la figura 11 se muestra el aspecto final de la estructura 4, con radio en Planta de 250 metros y peralte transversal del 6,5 por 100.

### 3. ESTRUCTURA DEL ENLACE DE SAMA

Se trata de un viaducto de unos 260 metros de longitud, continuo a lo largo de 10 vanos, con luces tipo de 26,80 metros, máxima de 30,50 m en el vano que cruza oblicuamente al FC RENFE y luces extremas de 20 metros (figura 12). Se halla emplazado en el centro urbano de Sama de Langreo y, por ello, la Administración prefirió una solución losa *in situ*, de formas cuidadas, ligeramente más cara que los tableros compuestos por vigas artesa.

En la figura 13 se muestra la sección transversal tipo del tablero que, con un canto de 100 cm en el eje, dispone de 4 aligeramientos circulares de 65 cm. El diseño básico de pila puede verse en la figura 14. Se compone de un fuste de sección constante con bordes redondeados y altura variable según la longitud total de la pila y un ensanchamiento en cabeza, como volumen constante para todas ellas, que recibe con limpia el par de placas de apoyo.

La construcción del tablero se realiza por pares de vanos, con juntas de trabajo a aproximadamente el quinto de la luz, acoplando anclajes pasivos a los activos que sirvieron para poner en carga el pretensado de la etapa anterior. El viaducto no ha sido ejecutado en su totalidad porque, ya en construcción, la Administración decidió la continuación de la Ronda con un nuevo puente sobre el Nalón, empalmado con éste, que obliga a modificar sus vanos finales.

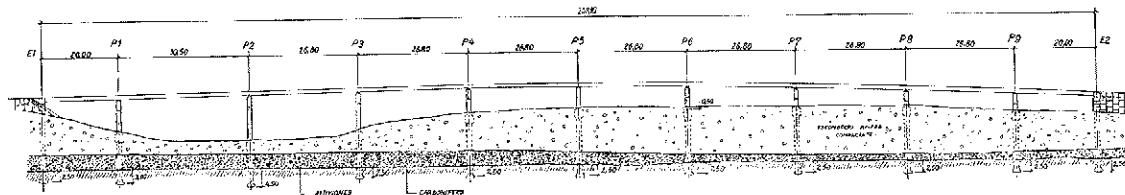


Fig. 12. Alzado esquemático del Viaducto de Sama.

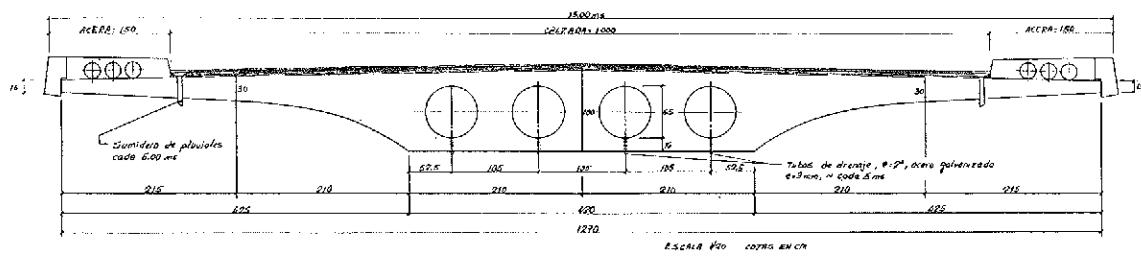


Fig. 13. Sección transversal tipo.

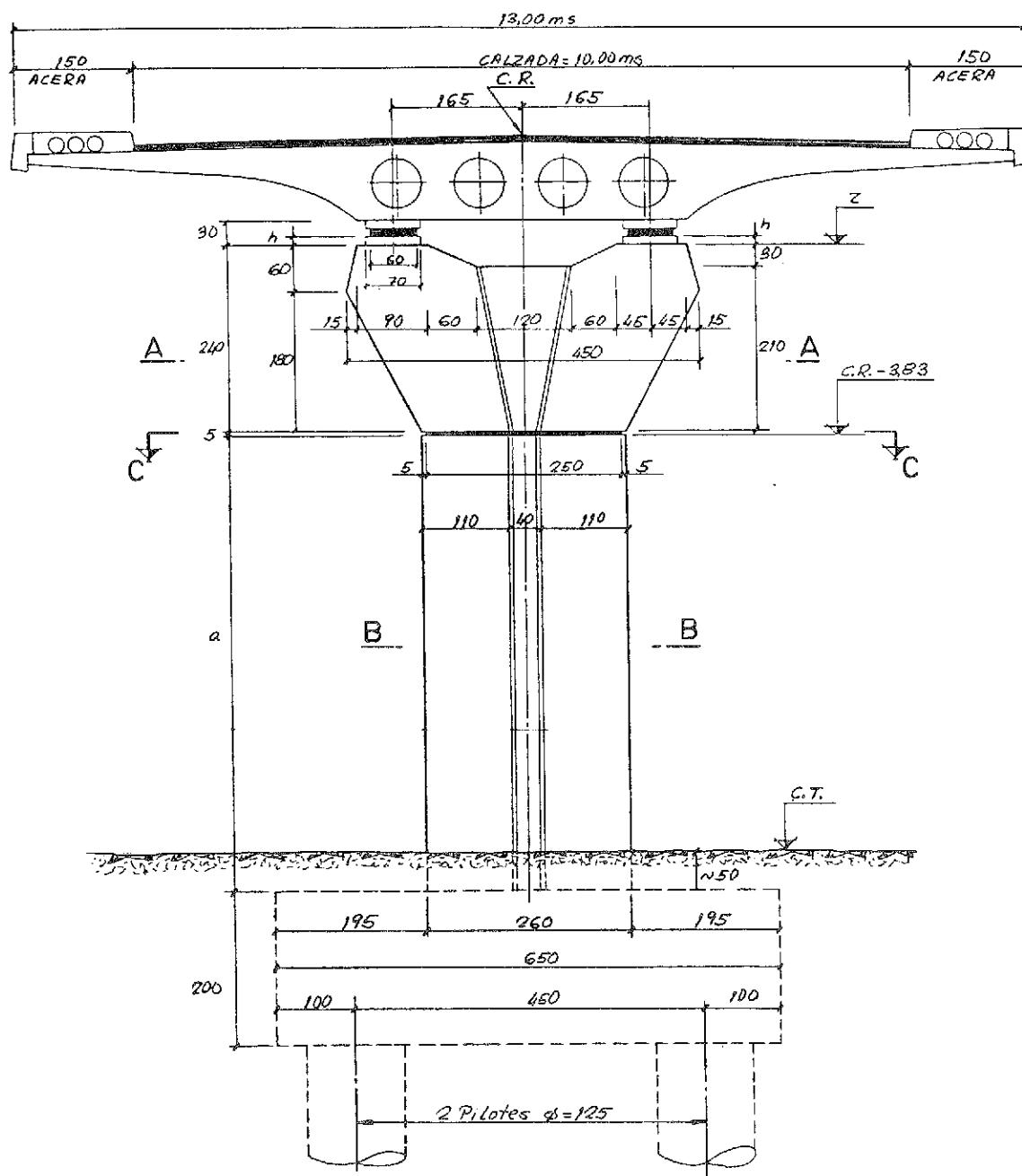


Fig. 14. Diseño de la pila tipo.

Las figuras 15 y 16 muestran sendas vistas de esta estructura, a falta de los remates finales de imposta y barandilla.



Fig. 15.

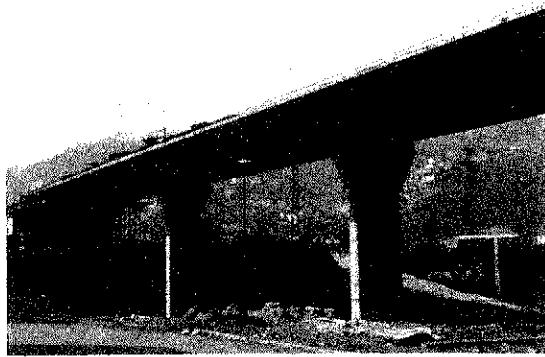


Fig. 16.

Por la Consejería de Obras Públicas del Principado de Asturias, intervinieron en la ejecución de este Proyecto los Ingenieros D. José Luis Páramo, D. Guillermo Quesada, D. Gonzalo Vaamonde y D. Jesús Solís, así como el Ingeniero Técnico de O.P. D. Javier Requena. Por parte de Hispano Alemana, el Ingeniero jefe fue D. Rafael Cueto y actuó como Jefe de Obra el Ingeniero D. Fernando Cuesta. El sistema de pretensado utilizado, tanto en vigas prefabricadas como en la losa del viaducto de Sama fue el Freyssinet.

## RESUMEN

Se presentan aquí un conjunto de cuatro viaductos urbanos, incluidos en la primera fase de la Ronda de Langreo, que fue objeto de un concurso de proyecto y construcción. Uno de ellos es estructura del tipo losa continua de gran número de vanos, de hormigón pretensado, construida vano a vano, sobre cimbra. Los otros tres, más industrializados, se han planteado como puentes de dintel continuo construidos a partir de elementos prefabricados.

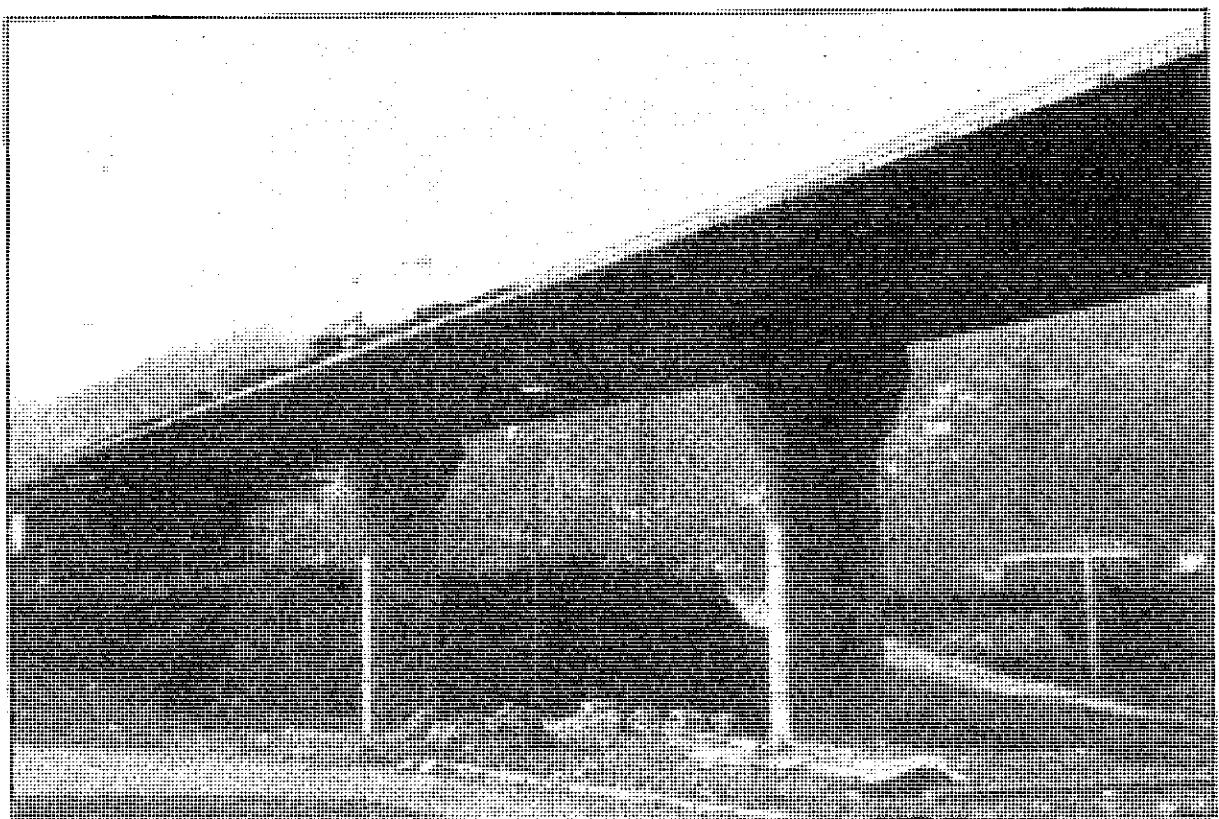
La sección tipo de estos últimos consta de dos vigas de sección cajón enlazadas por un forjado superior y rematadas lateralmente por voladizos de hormigón in situ. Sobre cada una de las pilas existen diafragmas de hormigón in situ que reciben los extremos de las vigas prefabricadas y que solucionan tanto los problemas de continuidad como los de quiebros geométricos y visuales que la curvatura en planta produce entre aquéllas. El diseño de las pilas ha tratado de subrayar la tipología de puentes continuos que, al final, ofrecen estas estructuras.

## SUMMARY

Several urban bridges are presented here, belonging to an urban highway, whose design was winner in a design and construction competition. One of them is a typical continuous slab, prestressed concrete deck, built in cycles on a span and cantilever basis. The others are conceived on a more industrialized ground, as decks composed by precast prestressed box-beams, made continuous with reinforced steel over the piers.

The typical cross-section of these is composed of two precast girders joined by a central plate and completed by in situ concrete cantilevers. In situ diaphragms poured over each of the piers are used in order to insure mechanical continuity as well as to avoid any visual angular breaking due to the curvature of the bridge. The design of the piers, with clearly visible bearing plates under the box-girders, tries to underline the continuous deck typology of the finished bridge.

**Freyssinet**



EL PRETENSADO DE LAS ESTRUCTURAS DE LA RONDA DE LANGREO FUE  
REALIZADO POR FREYSSINET, S.A.

FREYSSINET, S.A. avda. general perón, 24. 28020 madrid. tels. 455 99 80-87-88. fax. 91-455 99 92. telex. 48602

# **Problemas que afectan a la Ingeniería Estructural Publicaciones relativas al XIII Congreso de la IABSE, celebrado en Helsinki, en 1988**

En los "Proceedings" de este Congreso y en las subsiguientes "Memorias Postcongreso" se incluyen los textos de todas las Comunicaciones que se presentaron en las reuniones. Los dos volúmenes constituyen una herramienta imprescindible para cuantos deseen informarse sobre los últimos avances de la ingeniería estructural.

Entre los temas que se tratan pueden destacarse los siguientes:

- Aplicaciones de los nuevos materiales.
- Utilización de los ordenadores en ingeniería.
- Inspección diagnóstico y mantenimiento.
- Proyecto de estructuras.
- Respuesta de las estructuras en circunstancias excepcionales.
- Organización y técnicas de reparación.
- Influencia de los detalles en el comportamiento estructural.
- Modelos estructurales.
- Estructuras de grandes luces.
- Tecnologías avanzadas, en ejecución y prefabricación.

## **Proceedings del Congreso**

158 Comunicaciones, de las cuales 129 son en inglés, 9 en francés y 20 en alemán.

Resúmenes de todos los artículos en inglés, francés y alemán.

986 páginas, 884 ilustraciones.

ISBN 3-85748 - 055 - 5

Precio: 183 francos suizos.

Miembros de la IABSE: 122 francos suizos.

## **Memorias Postcongreso**

8 Conferencias Magistrales y 59 Posters.

280 páginas, 302 ilustraciones.

ISBN 3-85748 - 056 - 7

Precio: 87 francos suizos.

Miembros de la IABSE: 58 francos suizos.

## **Precios especiales para la adquisición conjunta de ambas publicaciones**

Precio: 210 francos suizos.

Miembros de la IABSE: 140 francos suizos.

En todos estos precios no están incluidos los gastos de envío.

Los pedidos deberán dirigirse a:

IABSE

ETH-Höggerberg

Telf.: Int +41 1/377 26 47.

Telex: 822 186 IABS CH

Telefax: Int +41 1/371 55 48 att. IABSE

CH-8093 ZURICH (Suiza)

## **Comunicación enviada por la "Fundación García Cabrerizo"**

D. Mariano Hernández Crespo, Arquitecto Técnico de 38 años de edad, ha sido el ganador de la XVI Edición del Premio García Cabrerizo a la Invención Española, dotado con medio millón de pesetas. El trabajo galardonado es una válvula para fluidos, que consigue dos movimientos en el obturador.

Entre las ventajas de la nueva válvula, hay que destacar que disminuye la abrasión y las pérdidas de carga, al tiempo que mejora el régimen de los fluidos. También evita errores de manipulación.

Este premio, único en su género, tiene como finalidad primordial la exaltación de los valores humanos y científicos de cuantos españoles promueven y realizan innovaciones tecnológicas o de investigación aplicada que, de alguna forma, favorezcan el desarrollo de la industria o de la economía nacional.

El Jurado calificador estuvo integrado por relevantes personalidades de la Ciencia, la Industria y la Propiedad Industrial.

# Análisis en teoría de segundo orden de las pilas del viaducto de Cruzul

Juan J. Arenas y Luis Villegas  
 Dres. Ingenieros de Caminos, C. y P.  
 ETS de Ing. de Caminos de Santander

## 1. Introducción

El Proyecto del Viaducto del Cruzul por la Oficina Técnica de Ferrovial, S.A., bajo la dirección del Ingeniero Santiago Pérez Fadón, exigía el diseño de pilas de hasta 100 metros de altura, tarea de la que fuimos encargados, y que realizamos en permanente conexión con aquél, partiendo de datos de cargas del tablero y del proceso constructivo suministrados por Ferrovial.

Lo específico de nuestro trabajo consistió en el dimensionamiento y comprobación de la seguridad de los elementos pilas, y ello en las siguientes situaciones:

a) En fase de Construcción de cada doble voladizo, cuando, junto con la pila, componen un conjunto isostático.

b) En Servicio, bajo la combinación pésima de cargas verticales y de viento transversal al viaducto, así como bajo los efectos combinados de las deformaciones impuestas y del frenado.

Desde el momento en que Ferrovial manifestó su deseo de construir pilas huecas de sección externa constante en toda su altura, nuestra labor de diseño se limitó a determinar las dimensiones más convenientes para las mismas y el armado de sus diferentes secciones.

## 2. Comprobaciones durante la construcción

El elemento pila aislada, que carga en cabeza un peso creciente de tablero, con cargas laterales de viento también crecientes, fué analizado utilizando el método desarrollado en la Tesis doctoral de Luis Villegas (ref. 1), trabajo que fué objeto de varios artículos publicados en Hormigón y Acero (ref. 2, 3, 4 y 5), por lo que aquí no se insiste más en sus bases teóricas. Se recuerda, únicamente, que los efectos de segundo orden producidos por cargas excéntricas combinadas en ambos planos, longitudi-

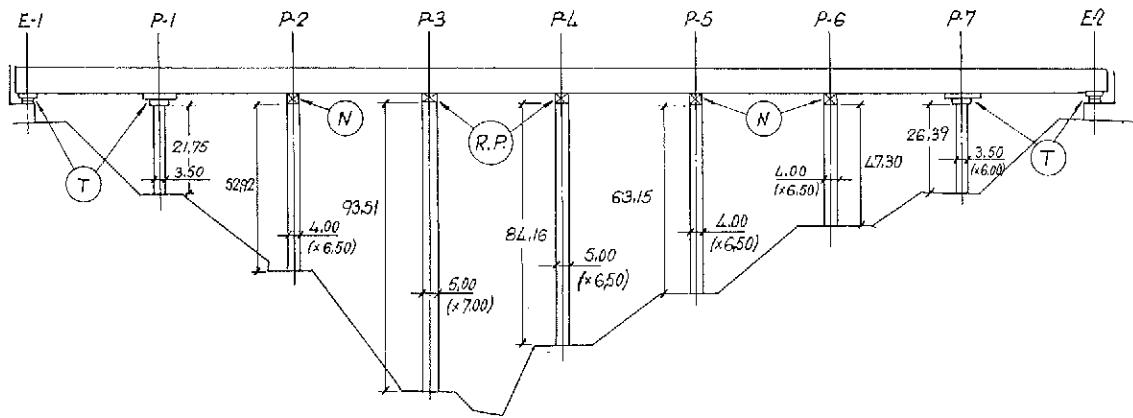
dinal y transversal, tienen por efecto "ablandar" al elemento pila que sufre, así, momentos de segundo orden mayores de los que, por separado, hubieran producido las acciones contenidas en cada uno de los planos del puente.

Lógicamente, el programa de análisis de la pila exige, como datos previos, el dimensionamiento de sus diferentes secciones en hormigón y armadura, lo que obliga a realizar alguna hipótesis razonable sobre la importancia de los efectos de segundo orden, que será contrastada cuando se compruebe la seguridad real del elemento pila. No se olvide, además, que piezas esbeltas pueden resultar inestables, y alcanzar así un estado límite último, cuando todavía ninguna de sus secciones se hallen en estado de agotamiento. El sistema de prueba y error es por consiguiente el único camino viable en este caso.

## 3. Verificaciones en Servicio

Se trataba de comprobar el comportamiento del conjunto de pilas bajo la acción del viento transversal, por un lado, y bajo los efectos de las deformaciones impuestas longitudinales y del frenado, por otro.

En rigor, la acción de las deformaciones impuestas es superponible a la del viento y, por tanto, un planteamiento riguroso de la respuesta biaxial de cada pila, como el que suministra el modelo (1), sería deseable. Sin embargo, la complejidad del cálculo que desarrolla el ordenador en este caso, hacía difícil su introducción en el modelo global que representa al conjunto de Tablero + Apoyos. Por tal motivo, aceptamos plantear un modelo de comportamiento plano del elemento pila, de resultados mucho más rápidos, y válido por tanto para plantear iteraciones sucesivas hasta convergencia, que conduzcan a la solución del problema planteado.



R.P. = Rótula Plástica  
N. = Neopreno (Apoyo elástico deformable)  
T = Teflón (Deslizante teflón-inox.)

Fig. 1. Alzado del Viaducto y esquema de apoyos.

Una vez obtenidas las acciones sobre la cabeza de pila debidas, por separado, al viento transversal y a las deformaciones impuestas longitudinales, se está en condiciones de volver a comprobar la seguridad de la pila en flexocompresión biaxial.

### 3.1. Viento transversal al viaducto

La figura 1 es un esquema del alzado del viaducto. Se indican las dimensiones principales de las pilas y el tipo de apoyo que se establece entre su coronación y el tablero. Puede verse cómo sobre ambos estribos y las pilas extremas P1 y P7 se han dispuesto placas deslizantes de Neopreno-Teflón (T) con guideras longitudinales; cómo las pilas intermedias P2, P5 y P6 disponen de apoyos elásticos de neopreno zunchado (N), y cómo, finalmente, las dos pilas altas, P3 y P4, ven limitada su deformabilidad en cabeza mediante placas del tipo rótula plástica, RP, (que permiten giro según el eje de apoyo en pila pero no desplazamiento transversal ni longitudinal). Como se dirá más adelante, este esquema y el dimensionamiento de espesores de

las placas tipo N es el resultado final de un gran número de tanteos en los que se trató de optimizar la respuesta global de la estructura frente a las acciones en Servicio.

Sometido a la fuerza de un viento transversal, el viaducto responde como una viga continua (tabletero en flexión lateral) sustentada en apoyos elásticos (pilas y estribos) cuya rigidez es variable y depende de los propios esfuerzos que tales apoyos reciban. Se trata, por tanto, de un problema no lineal a cuya resolución cabe aplicar cualquier técnica iterativa. Un modelo tan simple como el emparrillado de la figura 2, en la que se está representando el tablero en planta, sirve perfectamente para nuestro análisis. El problema radica en que cada reacción de apoyo,  $R_y$ , corresponda a la rigidez del correspondiente muelle,  $K_y$ . O sea, que cuando se alcance la solución de este modelo, corrimientos transversales,  $v_i$ , y reacciones de apoyo,  $R_{yi}$ , correspondan a la deformabilidad real de cada uno de los sistemas de apoyo, cumpliéndose:

$$v_i \times K_i = R_i$$

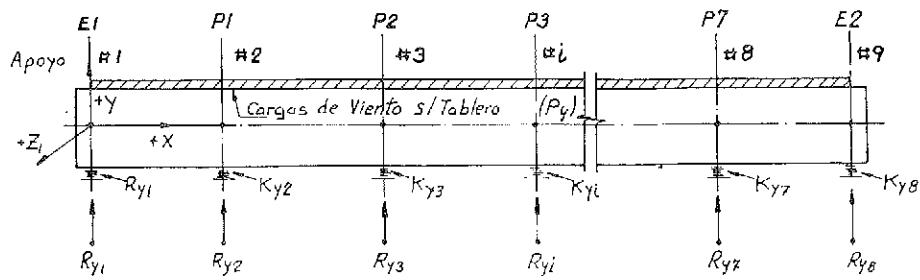


Fig. 2. Tablero en Planta, modelizado como emparrillado plano.

donde la rigidez  $K_i$  no es una constante de la pieza sino que depende de su nivel de solicitud.

El modelo de la Figura 2, simplificado al máximo, ignora la compatibilidad de rotaciones de Eje longitudinal (x) entre tablero y cabezas de pila, que es tanto como no tener en cuenta la rigidez torsional del tablero como mecanismo de redistribución de cargas de viento entre las diferentes pilas. En este caso, ello se explica por nuestro intento de resolver un problema concreto a corto plazo, lo que nos obligó a buscar un modelo tan manejable a mano como fuera posible, y porque despreciar este mecanismo resistente es admisible por tratarse de un caso de torsión de compatibilidad y no de equilibrio. De otro modo, habría que considerar los esfuerzos correspondientes de torsión en el tablero y, en el caso de que resultaran tensiones tangenciales elevadas, se plantearía la duda sobre el valor adecuado de la rigidez torsional de las piezas de hormigón fisuradas.

la secante de cada punto del diagrama representa la rigidez equivalente,  $K^*$ , que el sistema de apoyo ofrece para tal nivel de carga, y que, como es lógico, disminuye constantemente a medida que la fuerza  $H_o$  crece. Pero sin olvidar que las cargas verticales actuantes (peso propio,  $W$ , y carga externa,  $P_o$ ), la excentricidad en cabeza de  $P_o$ , y el error de verticalidad que se cometa al ejecutar la pila, son todos ellos factores de flexiones de segundo orden que incrementan las curvaturas de las diferentes secciones del fuste y que conducen a un aumento de la flexibilidad global del sistema de apoyo.

Si, además, las flexocompresiones resultantes de este conjunto de acciones llegan a fisurar algún trozo de la altura del fuste, se producirá el consiguiente incremento de curvatura con la flexibilidad añadida correspondiente.

La obtención de las curvas de flexibilidad de

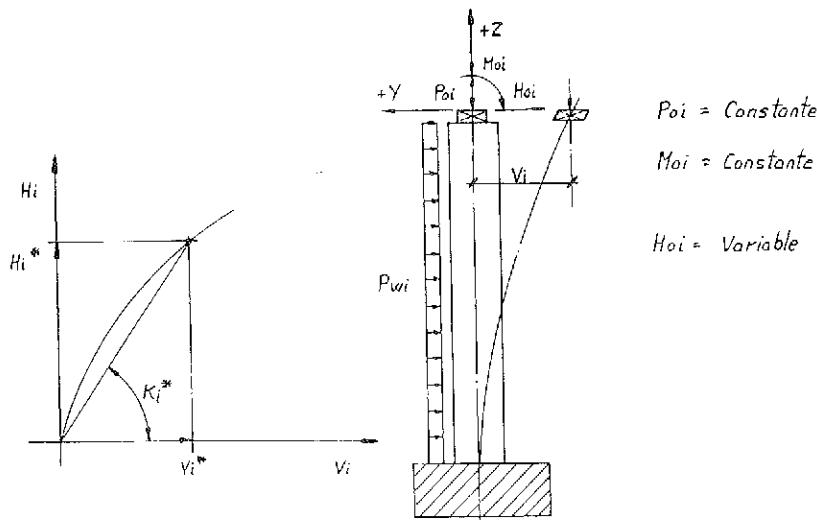


Fig. 3. Modelo, cargas y respuesta del Apoyo genérico.

Si analizamos la deformabilidad de tales sistemas de apoyo (suma de cimentación, fuste y placas de coronación), nos encontramos con la doble no linealidad, geométrica y mecánica, producida por piezas comprimidas esbeltas, cuyas secciones son de hormigón armado, y, por tanto, fisurables. En la figura 3 se representa un sistema tipo sometido a:

- El peso propio del fuste,  $W$ .
- Carga en cabeza, con componentes vertical,  $P_o$ , horizontal,  $H_o$ , y par,  $M_o$ .
- Carga de viento transversal uniforme en toda la altura del fuste,  $p_w$ .

La respuesta del sistema (en el que no se incluye la deformabilidad del cimiento porque el puente se fundió en terreno rocoso o quasi rocoso), viene dada por las curvas de flexibilidad de coronación de las placas de apoyo, que relacionan el corrimiento transversal de cada una de éstas con la fuerza transversal en cabeza,  $H_o$ . La pendiente de

cada sistema de apoyo constituye, pues, la base de este trabajo. Nos basamos en los diagramas Momento-Curvatura de un conjunto de Secciones-Ba-  
se, dispuestas a décimos de la altura del fuste, que dependen, tanto de sus dimensiones como del esfuerzo axial que las solicita. La figura 4 representa el diagrama simplificado tipo con el que hemos trabajado.

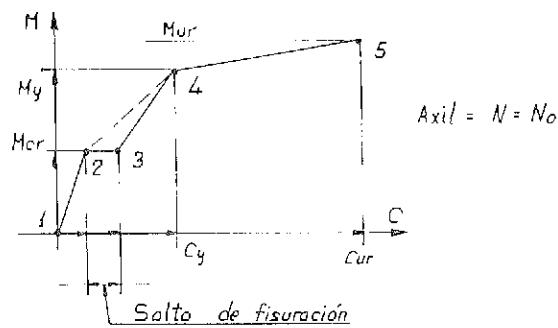


Fig. 4. Diagrama simplificado tipo M-C.

La acción del viento es de corta duración y, por ello, los diagramas se han obtenido sin efectos de fluencia en el hormigón, y contando con el módulo de rigidez del neopreno correspondiente a acciones instantáneas.

El diagrama tipo se configura a partir de 5 puntos, a saber:

- 1: Origen, curvatura y momento nulo (secciones simétricas).
- 2: Momento de fisuración sobre sección íntegra.
- 3: Idem sobre sección fisurada.
- 4: Plastificación de la armadura más traccionada.
- 5: Agotamiento de la sección.

El efecto de rigidización del hormigón entre fisuras se tiene en cuenta, de modo simplificado, sustituyendo la quebrada 2-3-4 por la recta 2-4.

Puesto que se trata de trabajar con las rigideces reales de los diferentes sistemas de apoyo, los diagramas M-C de las diferentes secciones se han obtenido trabajando con resistencias reales, no minoradas, de los materiales constitutivos, hormigón y acero.

El axil,  $N_o$ , que solicita cada sección es el que resulta del peso propio del fuste superior más la carga vertical en cabeza, multiplicados por Gamma-f (1,50). Cualquier variación de este axil modifica el diagrama M-C.

Conocidos los diagramas M-C de las 11 secciones base de cada pila, se está en condiciones de analizarla para el sistema de cargas antedicho. Para ello se tuvo en cuenta un error de verticalidad, en la construcción de la pila, de 3 milímetros por metro, y la posible presencia de un gradiente térmico de 10 grados entre sus caras laterales que incrementara la curvatura de sus secciones en el mismo sentido que el viento. Sobre estas bases, se lleva a cabo el cálculo de esfuerzos, curvaturas y corrimientos transversales para fuerzas horizontales,  $H_o$ , en cabeza de pila, crecientes. Para una fuerza  $H_o$  determinada, se llega mediante iteraciones sucesivas a una situación de equilibrio, en la que cada sección base soporta un momento total suma del de primer y segundo orden (correspondiendo este último a la ley de movimientos transversales habidos en toda la altura del fuste) que produce en ella unas curvaturas tales que, integradas dos veces a lo alto de la pila, conducen precisamente a tal ley de desplazamientos transversales.

Naturalmente, las iteraciones que en una pila dada son precisas para alcanzar convergencia, dependen de su esbeltez, armadura y de la fuerza transversal  $H_o$ . Al crecer esta fuerza llega un momento en que o bien la pila se hace inestable o, en

el caso de pilas de poca altura, alguna de sus secciones alcanza el agotamiento.

A efectos de contar con las rigideces reales que los apoyos prestan al tablero frente al viento, lo que interesa no es el corrimiento total que experimenta la cabeza de pila bajo las cargas antedichas sino la parte de tal corrimiento que es debida a la reacción entre tablero y pila. O sea, hablamos entonces de movimientos "netos" de la cabeza de apoyos, como los debidos "sólo" a las fuerzas transversales  $H_o$ , que se obtienen sin dificultad por diferencia entre el desplazamiento total y el que se obtuvo para el mismo sistema de cargas con  $H_o=0$ .

La Figura 5 muestra el conjunto de curvas de flexibilidad de cabezas de pila (sin incluir todavía placas de apoyo). Se observa la fuerte incurvación que ofrecen estos diagramas cuando la fuerza horizontal en cabeza aumenta; incurvación que depende mucho de la esbeltez del elemento. Así, las pilas P3 y P4 muestran su gran flexibilidad, que les conduce a la inestabilidad para fuerzas inferiores a la que, por causa del viento, el tablero transmitiría a cada pila si estuviera compuesto por tramos isostáticos.

En estos diagramas, las situaciones en que se produce la fisuración de la primera sección de la pila se han representado con puntos etiquetados  $C_r$ , en los que se aprecia con claridad un incremento brusco de la pendiente de cada curva. Los puntos  $W_1, W_2, \dots$  marcados en los diferentes diagramas, indican la solución de fuerza en cabeza y movimiento transversal a que ha conducido el análisis iterativo del modelo de emparrillado de la figura 2. Se ve cómo las pilas más flexibles (P3, P4) toman menos carga de viento que la media, mientras que el resto recibe cargas mayores. Las pilas más cortas (P1 y P7) no toman cargas excesivamente altas, lo que se explica por su lejanía a la zona central, que es la más débilmente apoyada del tablero.

La figura 6 muestra de nuevo las curvas de flexibilidad de las cabezas de pila finalmente diseñadas. Incluso puede en ella apreciarse la influencia de una reducción de un 10 por ciento de la armadura longitudinal en las pilas 2, 5 y 6, que conduce a un cierto aumento de la flexibilidad de las mismas.

También se muestra en ella, para las pilas altas, (3, 4), el proceso iterativo que conduce a la solución buscada de los valores de las acciones  $R_y$  del tablero sobre las cabezas de pilas. Cinco iteraciones (puntos 1, 2, 3, 4 y 5) han sido precisas para, con el modelo de la figura 2, alcanzar los valores finales.

Las figuras 7 y 8 muestran los diagramas de flexibilidad para las pilas 1, 2, 5, 6 y 7, con diferentes posibilidades de placas de apoyo. Se aprecian los puntos que representan las sucesivas iteraciones que conducen a la solución final y los valores correspondientes de las acciones transversales del ta-

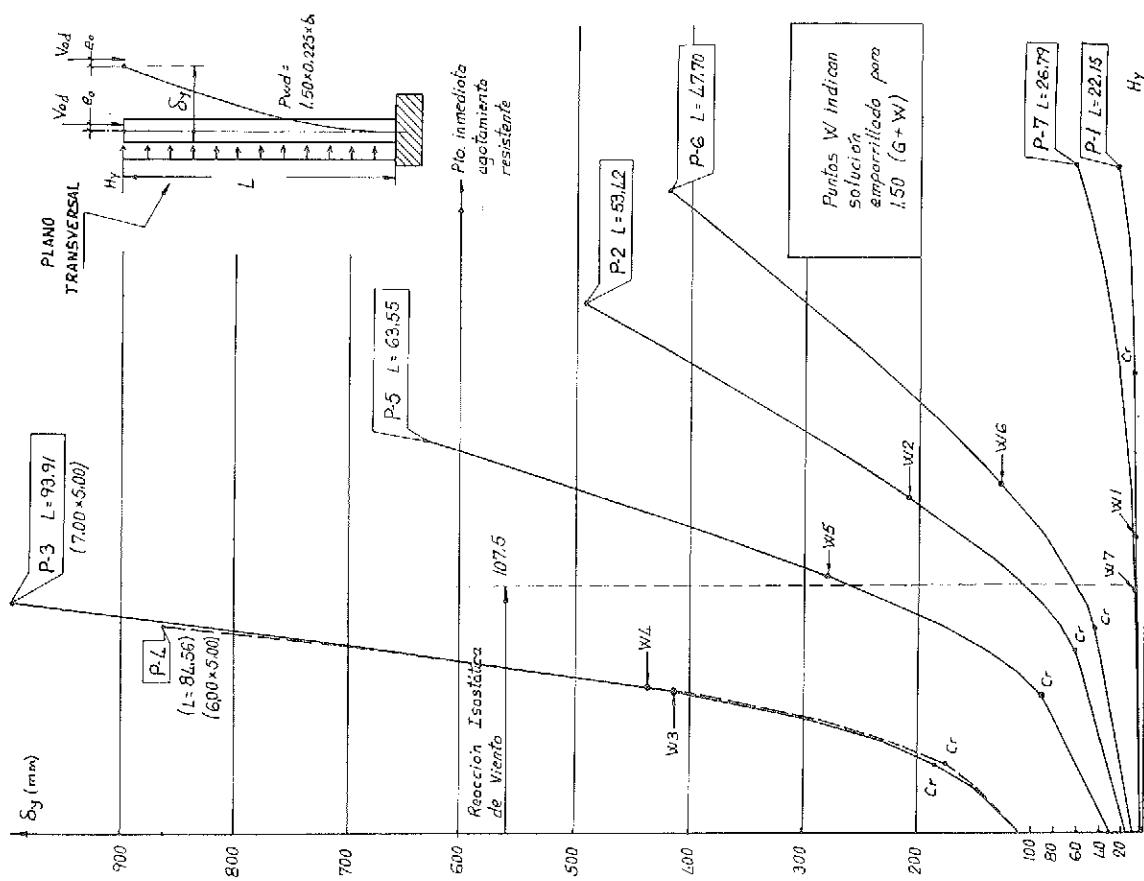


Fig. 5. Curvas de Flexibilidad de cabezas de Pilas.

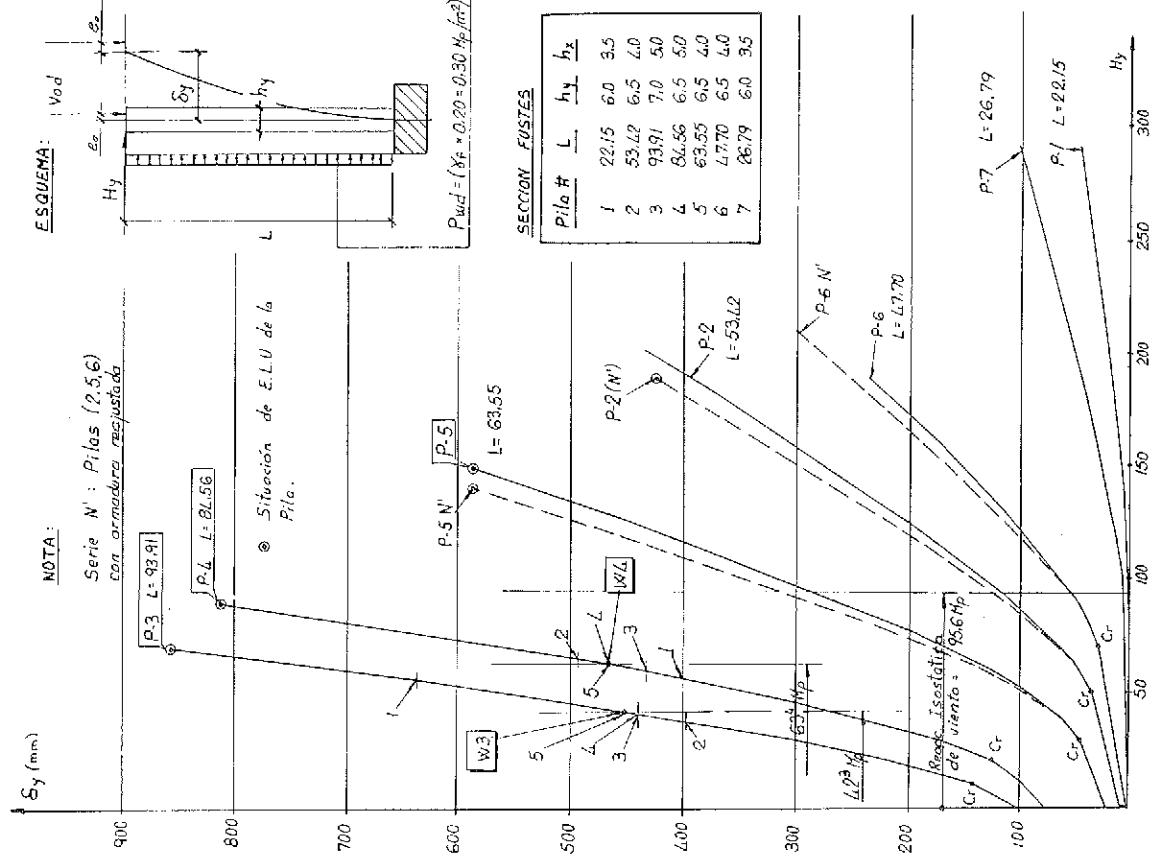


Fig. 6. Diagramas de reajustadas.

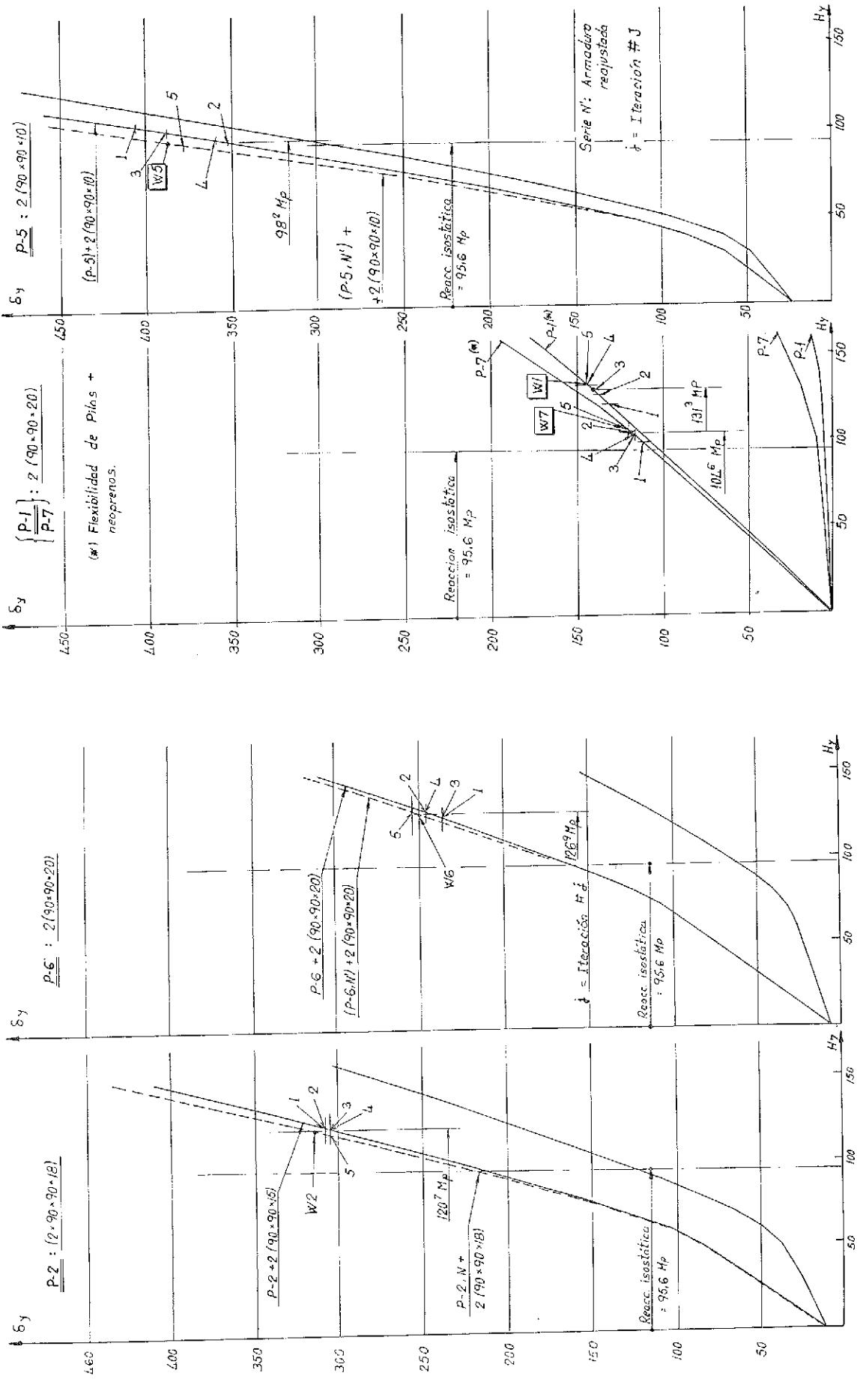


Fig. 7. Curvas de Flexibilidad en el plano transversal de Pilas 2 y 6, aparatos de apoyo incluidos.

Fig. 8. Curvas de Flexibilidad en el plano transversal de rías, y, dadas las de apoyo incluidos.

blero por viento, superiores a la fuerza que tramos isostáticos hubieran producido (puntos W).

En la figura 9 se han representado las leyes de variación del momento total (suma del de primer y segundo orden) que aparecen en las bases de cada pila cuando la fuerza transversal de cálculo en cabeza, Hyd, crece. Se aprecia la no linealidad de las mismas, tanto más acusada cuanto mayor es su esbeltez. Todos los diagramas terminan en el punto que corresponde a un estado límite último de la pieza (inestabilidad) o de agotamiento de su sección más solicitada, y, en ambos casos, se acota el valor del momento en la base de pila (Murd). Los puntos Wi indican el nivel de solicitud que, bajo la acción de cálculo del viento más las cargas verticales, aparece tras el análisis iterativo en la base de cada pila. La holgura existente entre tales puntos y los Murd expresa los márgenes de seguridad adicionales de que el viaducto dispone frente al ELU, en el caso de esta hipótesis de viento transversal.

Obsérvese que la relación entre el valor de Murd de cada pila y el My total en la base, que en ella produce la presión característica del viento, asociada al sistema de cargas verticales antedicho, no indica nada sobre el margen supletorio de seguridad a rotura de que dispone la misma. En todo caso, más significativa sería la relación entre los valores de las cargas Hy última y actuante sobre la cabeza de pila.

El verdadero margen supletorio de seguridad sería el cociente entre la presión del viento que provocara el agotamiento de la primera pila (lo que aquí no se ha llegado a determinar) y la presión de cálculo característica del mismo. Con los diagramas de flexibilidad de las diferentes pilas en mente, es fácil entender que no se producirá la inestabilidad de ninguna pila mientras las restantes se ha-

llen en condiciones de estabilizar la estructura. Por ejemplo, cuando la pila más alta, P3, alcance la zona cuasivertical del diagrama, se llegará a un comportamiento plástico de la misma en lo que a cargas horizontales respecta. Sucesivos incrementos de la presión del viento no aumentarán prácticamente la fuerza Hy que tal pila absorbe, encargándose el resto de pilas de equilibrar la carga correspondiente. Todo ello indica que, en tanto los enlaces entre pilas y tablero (o sea, las placas de apoyo) se hallen en condiciones de transmitir las fuerzas horizontales, y, también, en tanto que el tablero sea capaz de soportar la flexión lateral que tal redistribución de acciones de viento comporta, el sistema será estable hasta cargas de viento que acaben de hacer inestable el sistema completo.

Por ello, los márgenes de seguridad que visualmente se aprecian en la figura 9 son sólo nominales. En efecto, la solicitudación de flexión lateral del tablero que corresponde a la situación del viento de cálculo, resulta dura para el mismo, produciendo en él plastificación local de la zona más solicitada. En la figura 10 se muestra la ley de acciones Hy entre tablero y pila, resultante del análisis no lineal, donde se aprecian bien las consecuencias del ablandamiento relativo de las pilas más altas (3 y 4) en la distribución de la fuerza total de viento actuante sobre el tablero.

La figura 11 es la salida gráfica de ordenador correspondiente a la última iteración del análisis como emparrillado plano del modelo de la figura 2. Las leyes de cortantes (V) tienen igual pendiente en todos los vanos (igual intensidad de carga de viento), pero los saltos que se producen en sus valores a izquierda y derecha de cada apoyo, que expresan el valor de la reacción de la pila sobre el tablero, varían fuertemente, con un mínimo en el nudo 4 (Pila 3). Por otro lado, las flexiones latera-

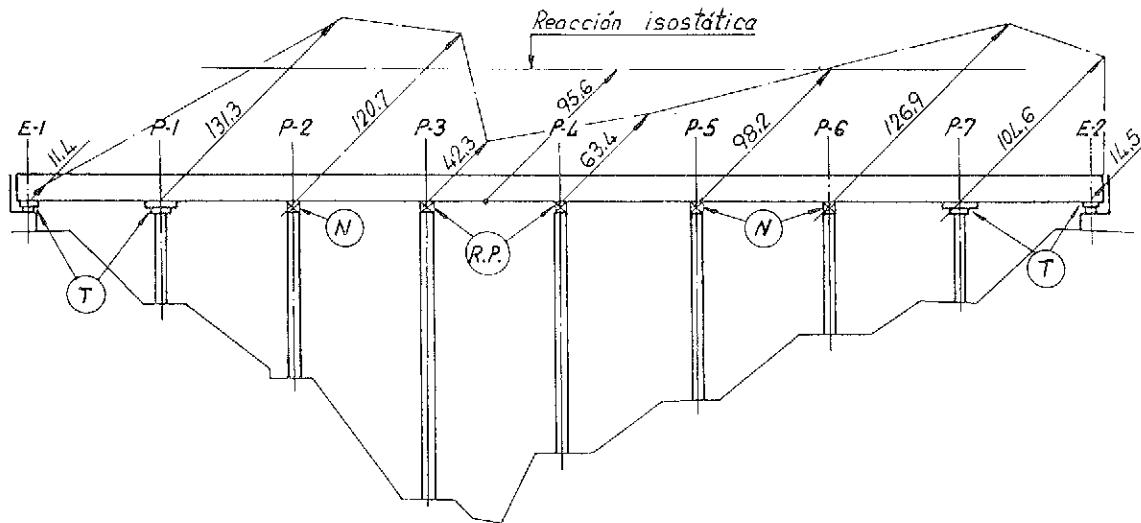


Fig. 10. Reacciones transversales de pilas sobre tablero, para la acción del viento de cálculo.

CRUZUL ANL#2 Hip. # 1 Viento Puente Vacío (1.5\*200 kp/m<sup>2</sup>), 06-22-1998

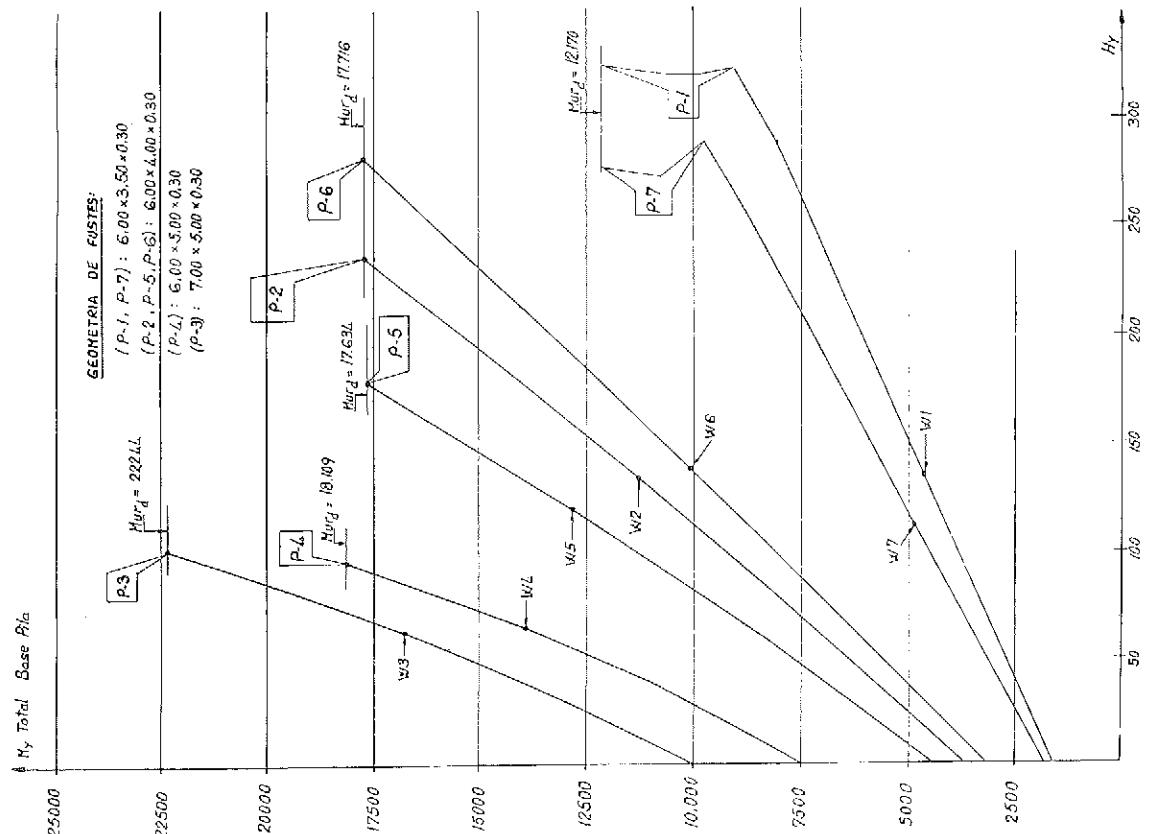


Fig. 9. Diagramas ( $M_{My}$  total Base Pilas/Fuerza transversal en cabeza Hy).

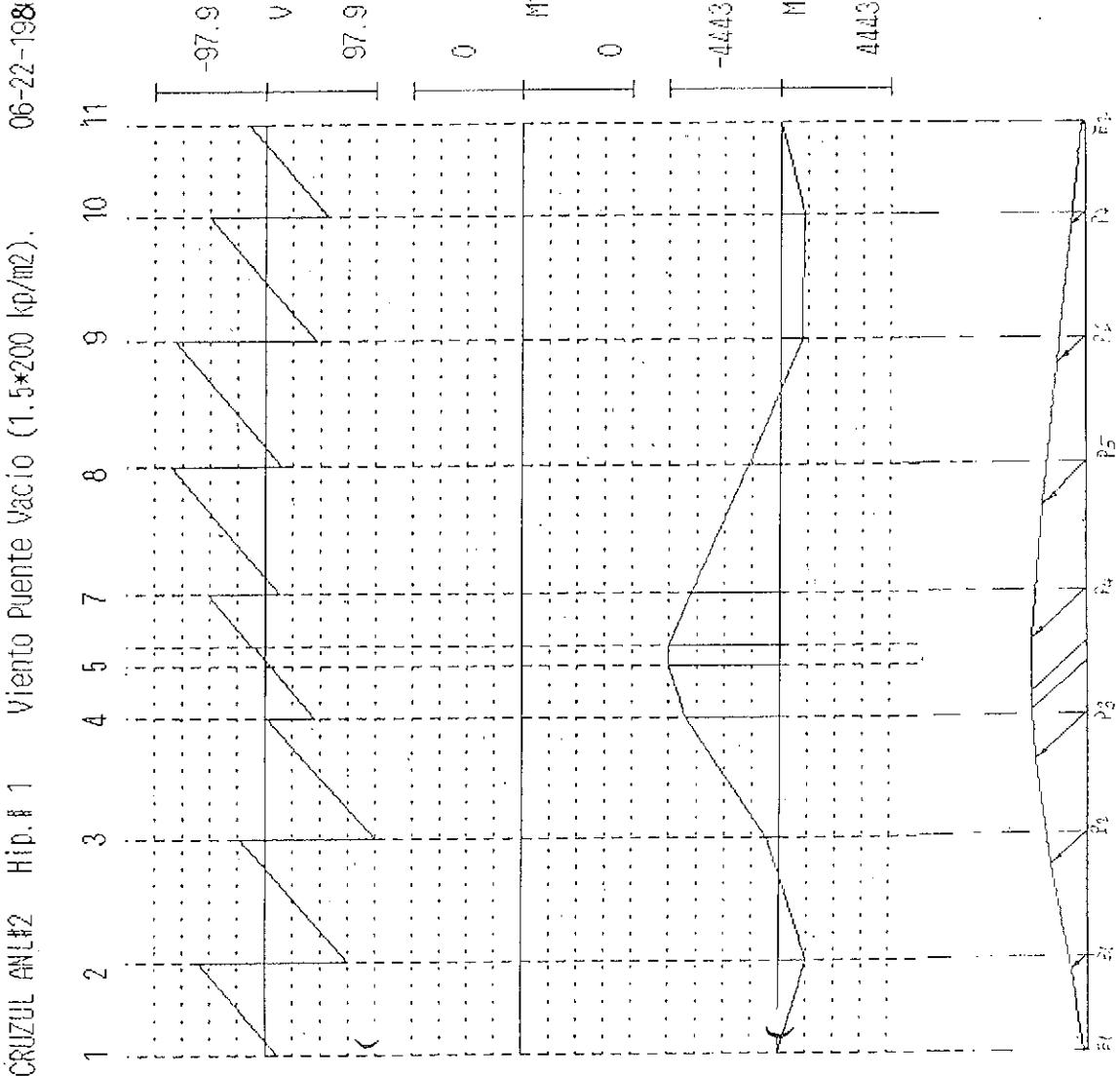


Fig. 11. Esfuerzos del tablero en el plano transversal a causa del viento de cálculo.

les inducidas en el tablero alcanzan una máxima de  $4.443 \text{ Mp} \cdot \text{metro}$  (valor de cálculo) en el vano encerrado por las dos pilas de mayor altura, apreciándose cambio de signo en las zonas extremas del tablero. La propia ley de flechas transversales, de muy pobre detalle, permite apreciar tales cambios de curvatura transversal del dintel.

### 3.2. Deformaciones impuestas en el plano longitudinal del puente

La determinación del punto fijo y el cálculo de las fuerzas longitudinales entre tablero y pilas a causa de la deformación impuesta, se ha resuelto aquí también empleando la técnica de las curvas de flexibilidad de los diferentes sistemas (sistema = fuste de pila más aparato de apoyo en su caso) de apoyo. Tales curvas se han obtenido, de modo análogo al antes expuesto, para cada una de las pilas incluyendo los efectos de fluencia del hormigón y contando con el módulo de rigidez para acciones de larga duración en las placas de neopreno zunchedo. La fluencia del hormigón se introduce mediante la amplificación por  $(1 + \varphi)$ , donde  $\varphi$  es el coeficiente de fluencia, de las deformaciones del hormigón, en su diagrama tensión-deformación.

Con filosofía análoga a la de las acciones de viento, hemos trabajado con el valor de la deformación impuesta de cálculo, igual a 1,5 veces la característica. La figura 12 muestra las curvas de flexibilidad resultantes y en ellas pueden verse los puntos D que representan la situación calculada de deformación impuesta de cálculo en cada pila. Para encontrarlos hemos iterado manualmente la abscisa del punto fijo del tablero hasta encontrar una posición tal que los movimientos resultantes del tablero sobre cada una de las pilas conduzcan, a través de estos diagramas, a un conjunto de fuerzas horizontales de tablero sobre pilas, que resulte autoequilibrado.

Las pilas 1 y 7, así como ambos estribos, disponen de apoyos deslizantes en sentido longitudinal y, por ello, no cuentan a la hora de establecer el punto fijo. Sin embargo sí que hay que tener en cuenta las fuerzas de rozamiento que el movimiento del tablero sobre ellos engendra, previendo incluso que el coeficiente de rozamiento de las placas resulte diferente a uno y a otro lado del punto fijo del tablero. La fuerza de rozamiento desequilibrada que de ello resulte debe ser absorbida por el conjunto de pilas con apoyos de N. En la figura 12 los puntos DR representan la solicitud que sufre cada pila en cabeza, por el efecto pésimo combinado de deformación impuesta más roza-

miento de apoyos deslizantes. La distancia vertical entre puntos D y puntos DR es igual para todas las pilas y representa el desplazamiento del tablero, como sólido rígido, por efecto de las fuerzas de rozamiento de los apoyos deslizantes.

En la figura 13 se representa la acción combinada de deformación impuesta más fuerza de frenado, ambas de cálculo. La dificultad teórica de superponer acciones de corta y larga duración, se contornea aquí, de modo práctico, trabajando de nuevo con diagramas de flexibilidad de cabezas de pila, correspondientes a acciones de corta duración en los cuales se parte de puntos DR correspondientes a la intensidad de la fuerza recibida por la cabeza de pila por deformación impuesta, antes calculados.

A partir de ellos, y mediante iteraciones sencillas, se determina el valor del corrimiento del tablero que, como sólido rígido, sufre por causa del frenado. La condición que hay que imponer es, lógicamente, que la suma de incrementos de fuerza horizontal sobre las pilas con apoyos no deslizantes resulte igual a la fuerza externa de frenado. Así llegamos a los puntos DRF indicados en los diagramas de la figura 13, que representan las acciones y desplazamientos longitudinales de tales cabezas de pilas a causa de la acción combinada pésima de deformación impuesta, rozamiento diferencial de aparatos de apoyo deslizantes y frenado.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- (1) Villegas, I.. "Análisis en teoría de segundo orden de pilas altas de viaductos. Aplicación al proyecto de pilas de puentes construidos por avance en voladizo". Tesis Doctoral. Universidad de Santander. ETSICCP. Noviembre 1981.
- (2) Arenas J.J. — Villegas, L. "Diagramas axil-momentos-curvaturas (N-Mx-My-Cx-Cy) de una sección de hormigón armado solicitada por una flexo-compresión plana o biaxial". Hormigón y Acero núm. 148 (1983).
- (3) Arenas, J.J. - Villegas, L. "Estudio de una pila esbelta, en ménsula, de hormigón armado, con sección y armadura variables a lo largo de su altura, solicitada por acciones contenidas en uno o en sus dos planos principales". Hormigón y Acero núm. 149 (1983).
- (4) Arenas, J.J.- Villegas, L. "Resultados de la investigación relativa a la influencia de los diferentes parámetros que intervienen en el comportamiento de las pilas esbeltas en ménsula". Hormigón y Acero núm. 152 (1984).
- (5) Arenas, J.J. — Villegas, L. "Pilas altas de viaductos construidos por avance en voladizo". Hormigón y Acero núm. 153 (1984).

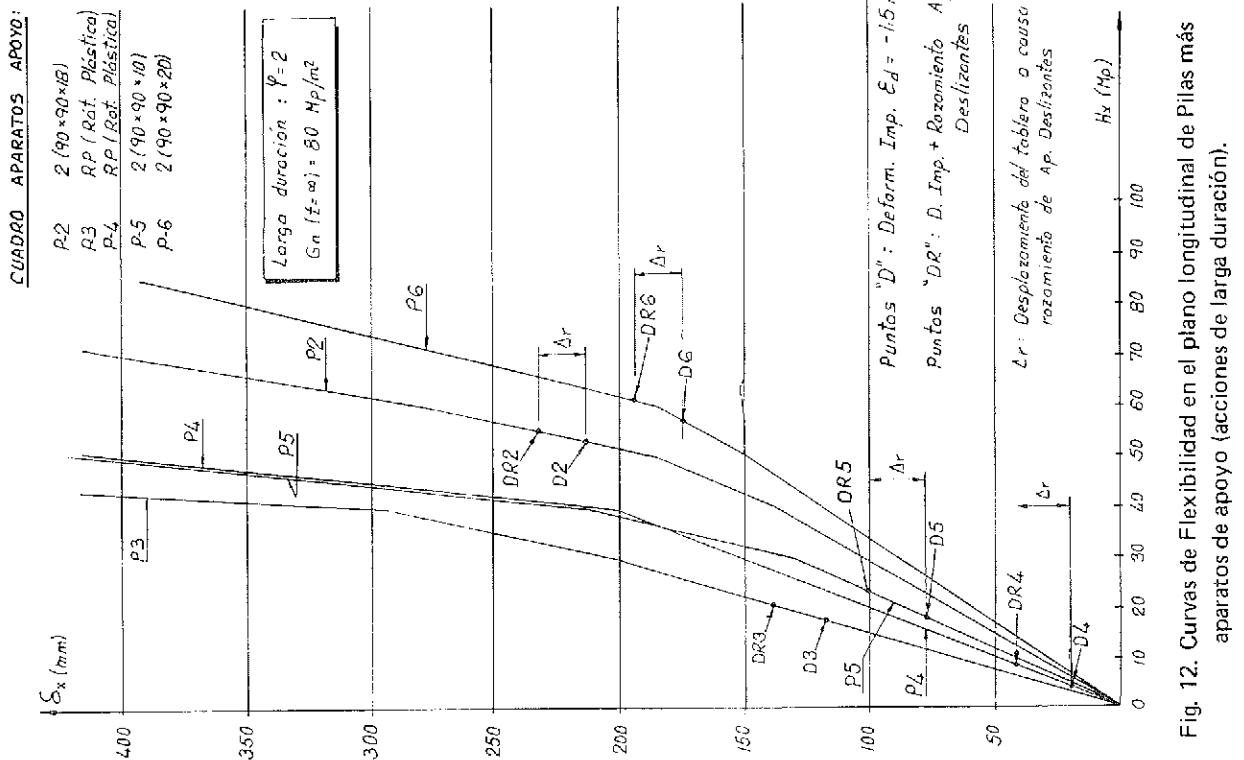


Fig. 12. Curvas de Flexibilidad en el plano longitudinal de Pilas más apoyos de apoyo (acciones de larga duración).

44

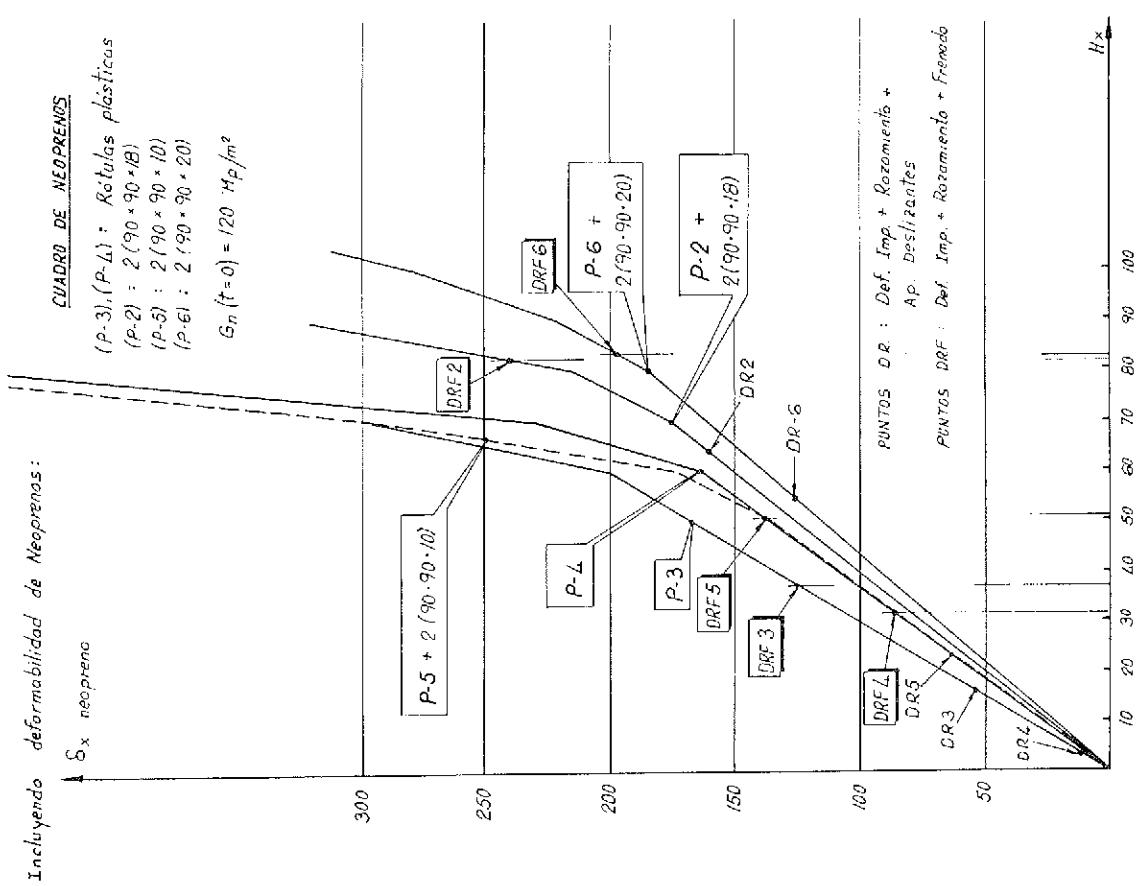


Fig. 13. Frenado más deformación impuesta.

## RESUMEN

Se presenta aquí el proceso de análisis y dimensionamiento de las pilas del viaducto de Cruzul, cuya altura alcanza un máximo de 94 metros. Se ha seguido un método de análisis no lineal simple, basado en la aplicación a un modelo lineal de la deformabilidad-respuesta del elemento pila, con su doble no linealidad, geométrica y mecánica. Tal respuesta se obtiene en cada pila a través de los diagramas Momento-curvatura de un conjunto de secciones base de la misma. Mediante esta técnica, se ilustra la distribución entre las diferentes pilas de las fuerzas transversales de viento sobre el viaducto, así como de las fuerzas longitudinales debidas a la deformación impuesta del tablero y el reparto de las fuerzas de frenado.

## SUMMARY

A simple method of analysis and design of the Cruzul viaduct piers, with lengths reaching 94 ms, is presented here. A linear analysis procedure has been used taking into account the non linear (geometrical and mechanical) response of the pier-element. This is achieved by calculating the Moment-curvature relations of a cross-section set within the pier length, and obtaining the transverse force-displacement relation at the top of each pier. In this way one may see the distribution of the wind force between the different piers of the viaduct, the longitudinal forces produced on the pier heads by the imposed movements of the deck and the braking forces supported by each of them.

## Seminarios Torroja Tecnología de la Construcción y de sus Materiales

El Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, del CSIC, organiza a lo largo de 1989 seminarios monográficos sobre temas de actualidad en el ámbito de la Tecnología de la Construcción y sus Materiales, a cargo de destacados investigadores nacionales y extranjeros del Sector.

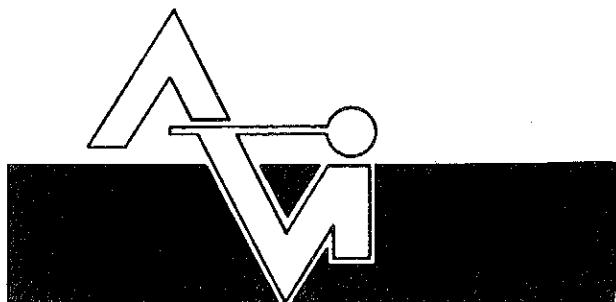
Estos Seminarios se celebran en la Sala de Conferencias del Instituto, situado en la calle Serrano Galvache s/n (acceso por Arturo Soria frente al núm. 278), y tienen lugar los jueves alternos a las 12:00 horas. Su duración aproximada es de dos horas, incluyendo la ponencia y el coloquio que se realiza a continuación. La asistencia a los mis-

mos tiene carácter libre y gratuito.

En el primer ciclo, correspondiente al invierno de 1988-1989, se han celebrado cinco seminarios cuyos ponentes han sido D. Manuel Elices, D. Vicente Sánchez Galvez, D. Rafael Blázquez, D. Manuel Pastor y Dña. Carmen Andrade. En el segundo ciclo, correspondiente a la primavera del 89, se han celebrado ocho seminarios cuyos ponentes han sido D. Juan Monjo, D. Paul M. Teicholz, D. Alfonso Del Río, D. Javier Manterola, D. Julián Salas, D. Demetrio Gaspar y D. Artur Ravara.

Los seminarios programados para el tercer ciclo, correspondiente al otoño de 1989, son los siguientes:

Fecha	Ponente	Tema
28 Sep.	José Manuel GALLIGO	La permeabilidad del hormigón en relación con su durabilidad.
05 Oct	Augel URIEL	Diseño de túneles.
19 Oct.	Enrique ALARCON	Eurocódigo 8 - Estructuras sismorresistentes.
02 Nov.	Francisco SORIA	Evolución de Normas de Cementos.
16 Nov.	Antonio MARI	Ductilidad de estructuras de hormigón.
30 Nov.	Alfonso RECUERO	Desarrollo de Sistemas CAD para el proyecto completo de estructuras de hormigón.
14 Dic.	Ricardo AROCA	Estructura y Proyecto de Arquitectura.

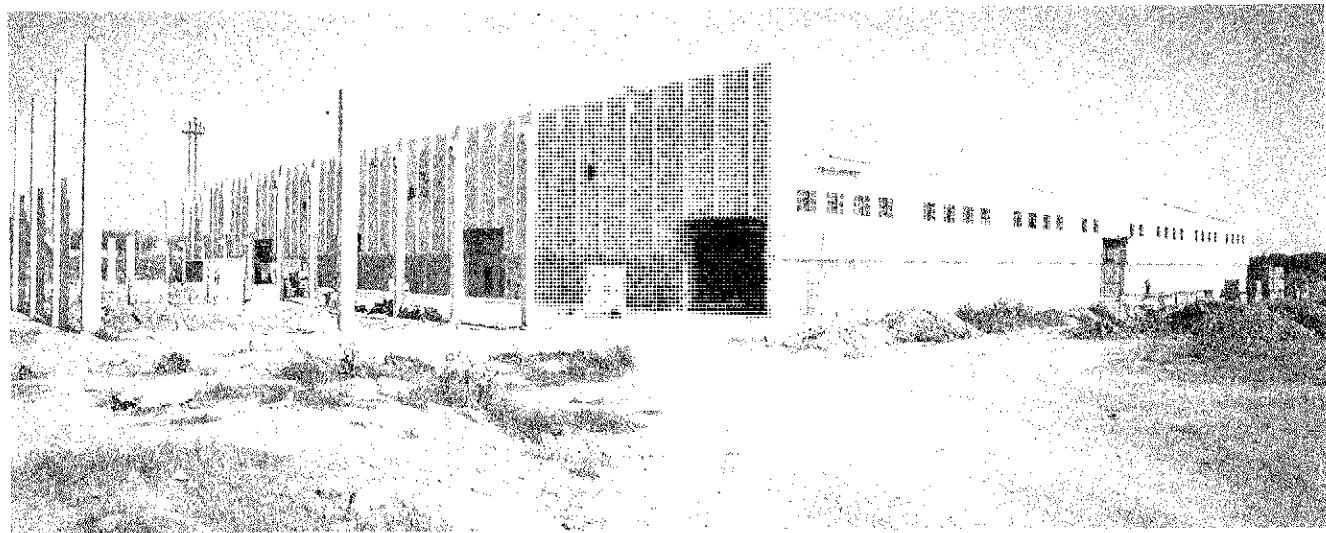


PREFABRICACION LIGERA Y PESADA



PREFABRICADOS ALBAJAR

**PUENTES - NAVES INDUSTRIALES - FORJADOS  
BOVEDILLAS - LADRILLOS - TEJAS - TUBOS DRENAJE**



#### HUESCA:

Oficina Comercial y Fábrica: P.º Lucas Mallada, s/n - Teléfono 22 39 00 - HUESCA  
Oficina y Fábrica: Ctra. de Lérida, s/n - Teléfono 40 07 80 - MONZON  
Oficina y Fábrica: Ctra. de Huesca - Teléfono 39 00 41 - GRAÑEN

#### MADRID

Oficina Comercial: Orense, 10, 1.º - Teléfonos 455 05 35 - 6 - 7 - MADRID-10  
Oficina y Fábrica: Ctra. Torrejón a Loches, Km 4,200 - Teléfonos 675 04 50 - 4- 8 -  
TORREJON DE ARDOZ  
Oficinas y Fábrica: Ctra. de Toledo, Km 7,300 - Teléfono 688 27 72 - LEGANES

#### ZARAGOZA

Oficina Comercial: P.º de la Constitución, 31 - Teléfonos 23 75 02 - 3 - ZARAGOZA-1

## Puente sobre el barranco de Niñodaguía (Orense)

Juan J. Arenas, Carlos Alonso y Marcos Pantaleón  
Dres. Ingenieros de Caminos C. y P.—  
Departamento de Tecnología de las Estructuras.  
E.T.S. de I.C.C. y P. Universidad de Santander

El proyecto que describimos a continuación fué desarrollado por los autores de esta comunicación a petición de la empresa constructora Castro Mateo, S.A., que actuó como contratista para la Jefatura de Orense, de la Consejería de Ordenación del Territorio y Obras Públicas de la Xunta de Galicia.

Se trata de un viaducto de unos 125 metros de longitud que salva el corte del barranco con un arco de 65,20 metros de luz y 15,70 metros de flecha. Una vez terminado, el tablero compone un dintel continuo, con luz tipo de 10 metros, vanos extremos de 9,40 metros y vanos en zona de clave del arco de 8,40 metros. Al existir roca superficial en todo el valle, este encaje de luces cortas resulta económico y permite una solución constructiva basada en elementos prefabricados de poco peso y fácil montaje. Y, al mismo tiempo, se logra una buena integración entre valle y arco, concebido éste como el soporte estructural que sustituye al terreno en su zona difícil (Figura 1).

Arco y tablero se han planteado como suma de dos nervios longitudinales, con correspondencia en planta entre ejes de unos y otros. Así, el arco se ha materializado mediante un par de cuchillos de sección rectangular maciza, de 130 cm de ancho y canto variable entre 140 y 90 cm, en arranque y clave, respectivamente. Se han dispuesto vigas riostras de enlace entre arcos en todos los ejes de palizadas verticales de apoyo (Figuras 2 y 3).

La figura 4 muestra la sección transversal del tablero, que consta de sendas vigas prefabricadas de hormigón armado, de 80 cm de canto, espaciadas 5,40 metros entre ejes, enlazadas mediante forjado central y completadas con voladizos laterales de hormigón in situ.

En las líneas de apoyo en palizadas de arco y en pilas de accesos, se disponen vigas riostras transversales, también prefabricadas.

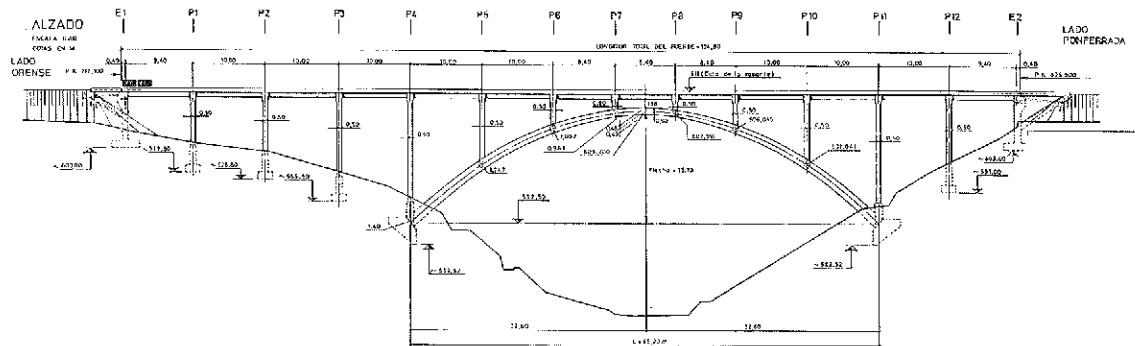


Fig. 1. Alzado general del Viaducto.

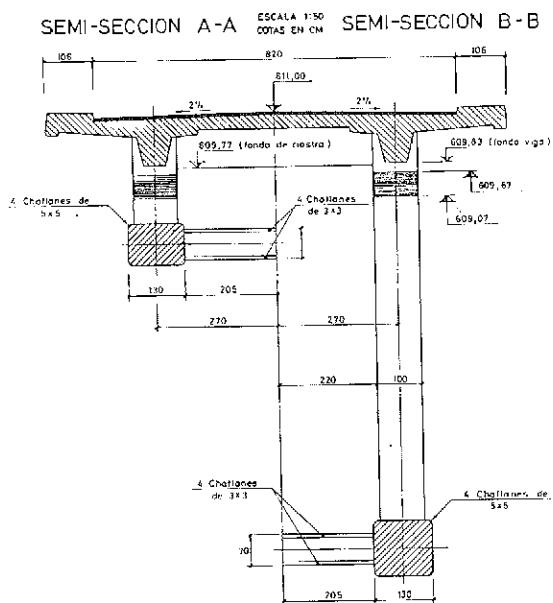


Fig. 2. Sección transversal tipo del Viaducto.

La descomposición del tablero en parte prefabricada y parte in situ, tiene la ventaja adicional de que permite reducir los desequilibrios temporales que, respecto a la antifunicularidad del arco, producen inevitablemente las cargas parcialmente extendidas.

Tanto pilas de accesos como palizadas sobre arcos se componen de dos soportes de sección rectangular, con ancho constante de 100 centímetros en el plano transversal al puente y canto longitudinal, también constante, igual a 50 cm. Junto a la riestra inferior de enlace entre arcos y a la viga diafragma superior de atado de nervios longitudinales del tablero, los soportes de la palizada componen un marco rígido capaz de hacer frente y transmitir esfuerzos de viento entre arcos y tablero.

El enlace de tres elementos prefabricados (dos vigas longitudinales y una riñonera transversal) en la cabeza de cada soporte, obligó a un diseño cuidado de la cabeza de éstos, que se proyectó ensanchada en el plano longitudinal, y con un cajeado que permitiera apoyar la riñonera transversal, a cota inferior a la de las vigas longitudinales, de modo que el cruce

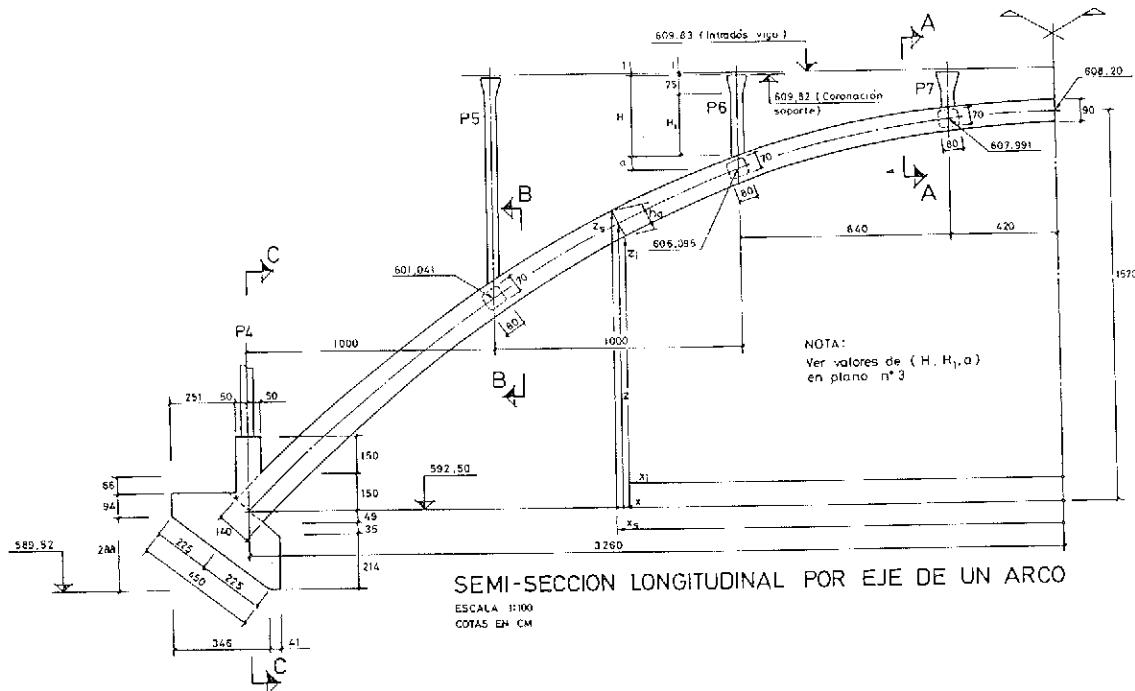


Fig. 3. Semialzado del arco.

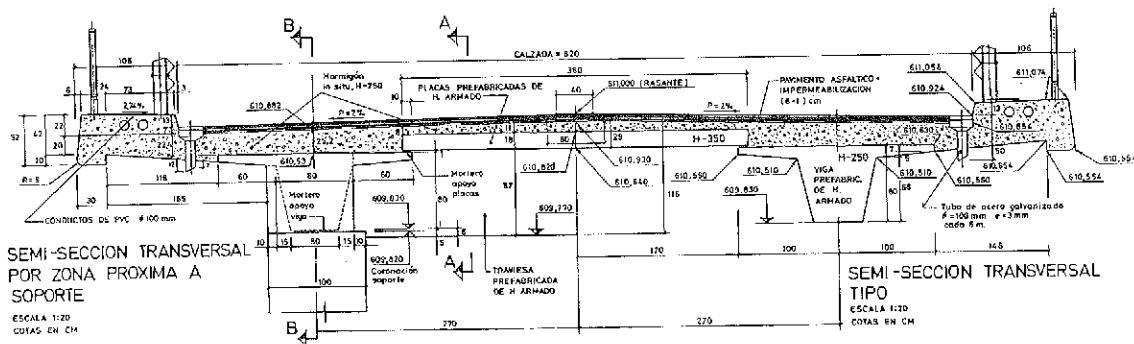


Fig. 4. Sección transversal tipo del tablero.

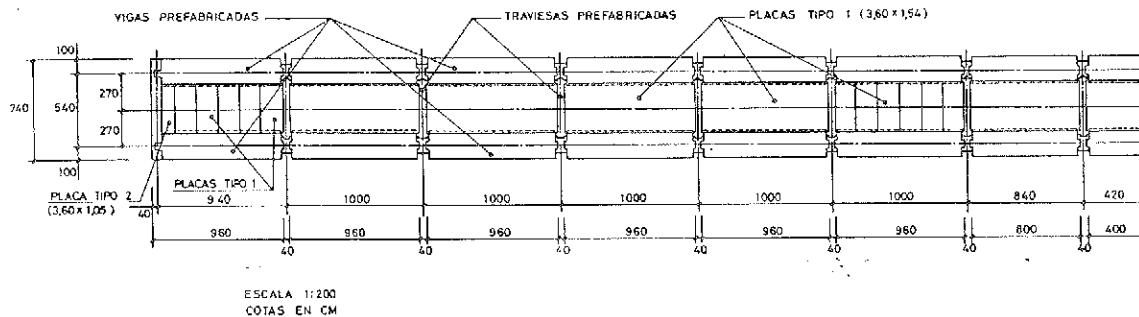


Fig. 5. Semiplanta de situación de elementos prefabricados.

de las barras vistas fuera posible y que, así, el nudo resultante funcionara con la rigidez apetecida, (Figura 5).

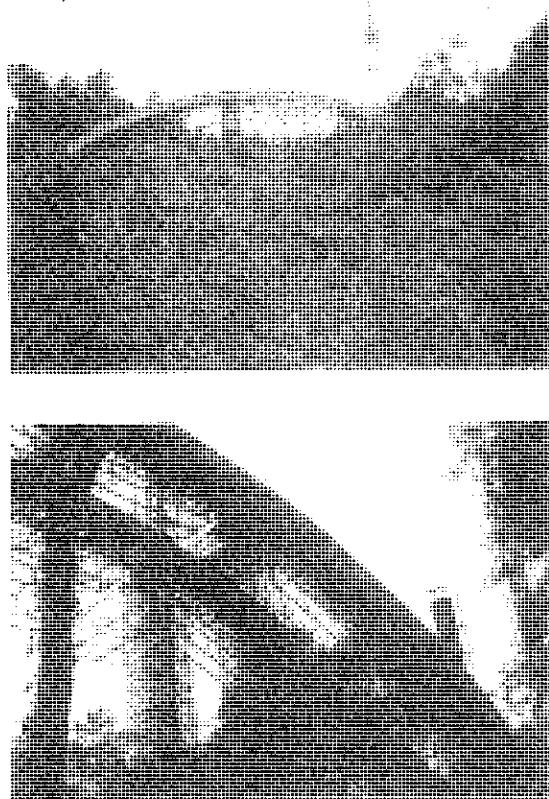
Además, ocurre que el tablero dispuesto sobre el arco sufre flexión general positiva, por efecto del vehículo excepcional de la sobrecarga de uso, acompañando al arco en su deformación vertical (carro situado en zona de clave). En consecuencia, es preciso empalmar las barras inferiores vistas de las dos vigas longitudinales que acometen a cada nudo de apoyo, lo que se realizó aquí mediante soldadura. Como tal armadura es, en sección tipo, de diámetro 32 mm, se procede del modo siguiente:

a) Se establecen empalmes por solape en el interior de la viga prefabricada, para dejar asomando barras de 20 mm, de sección suficiente para hacer frente a los esfuerzos de flexión positiva del nudo.

b) Estas barras quedan enfrentadas dos a dos, sin solape, y se empalman mediante un par de redondos de 14 mm, con igual sección total que la barra, dispuestos en dos generatrices de contacto opuestas.

La construcción del arco se llevó a cabo utilizando una cimbra simple, compuesta por vigas trianguladas apoyadas en torres verticales dispuestas cada 12 metros (figuras 6 y 7). Posteriormente se hormigonan los soportes de palizadas y se inicia el montaje de vigas del tablero, cuidando de mantener la máxima simetría de cargas sobre el arco. Cuando los nudos in situ de coronación de soportes de palizadas han fraguado, se dispone ya de un entramado resistente en ambos planos, longitudinal y transversal. Es el momento de iniciar el montaje de placas prefabricadas de tablero y de verter el hormigón in situ que completa el forjado de enlace entre vigas, a falta sólo de voladizos laterales.

El llenado de estos últimos constituye la etapa final de construcción y se realiza mediante cimbra móvil que se desplaza sobre carretones apoyados sobre carriles dispuestos en ejes de vigas del tablero.



Figs. 6 y 7. Ejecución del arco sobre cimbra.

En las figuras 9, 10 y 11 se muestran diferentes aspectos del viaducto, con los arcos y palizadas ya construidos, y las vigas y placas prefabricadas del tablero ya montados. Se aprecian en algunos nudos sobre soportes del arco, todavía no hormigonados, la armadura vista que allí acomete.

Nuestra experiencia relativa a la construcción de este puente se puede resumir en dos palabras que son simplicidad y economía. A ellas habría que añadir otra virtud que los puentes de arco poseen en grado sumo y que es la de su durabilidad, debida en buena medida a su estado de compresión permanente. De alguna manera, tal compresión,

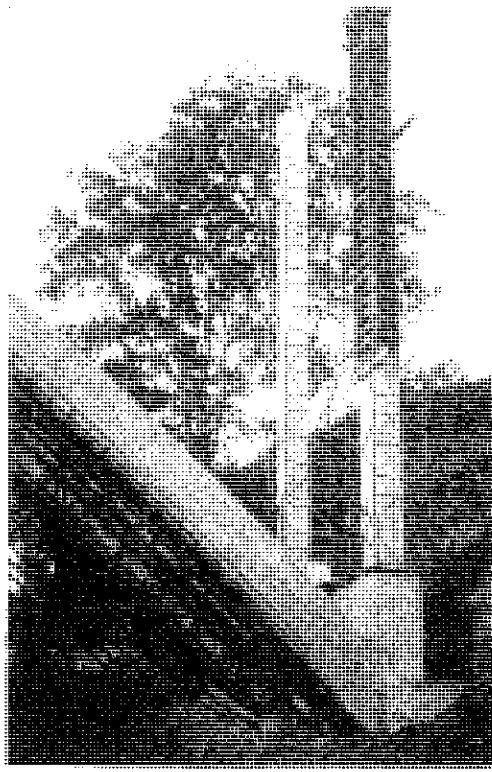


Fig. 8. Llenado de soportes de arranque de arco.

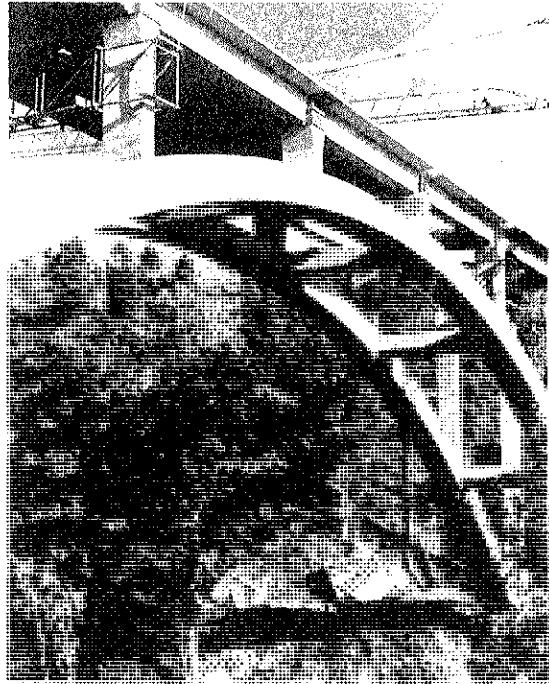


Fig. 9.

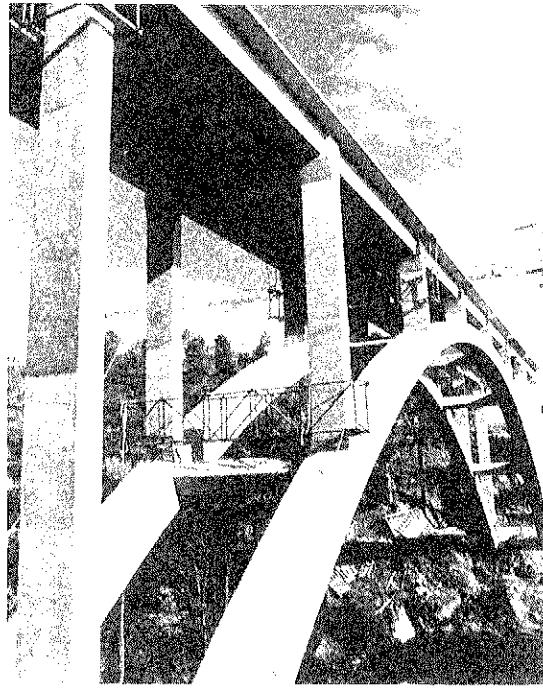


Fig. 10.

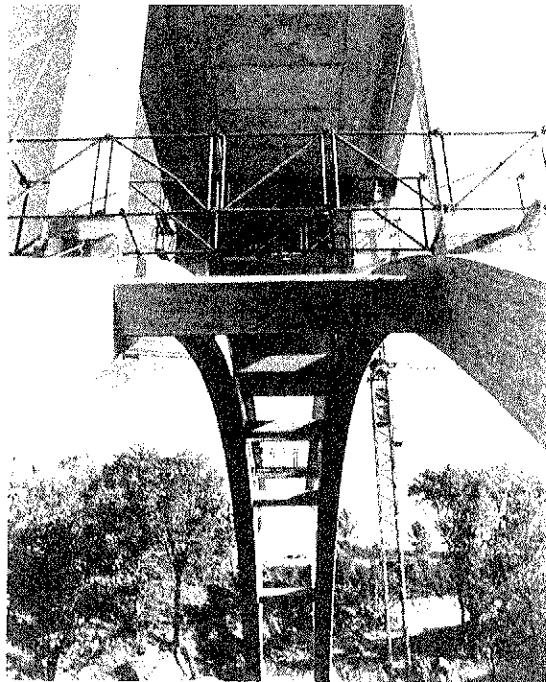


Fig. 11.

debida a la gravedad y a su forma estructural, permite hablar de un pretensado natural en ellos que, sin tendones, vainas ni anclajes, garantiza un estado tensional óptimo en sus diferentes secciones, sin envejecimientos ni corrosiones prematuras. Y, ello, sin hablar de la calidad estética que un arco

bien tratado alcanza en un valle de laderas abruptas.

Razones, todas ellas, que deberían impulsarnos a considerar la solución arco en todas las ocasiones en que una ladera propicia lo permitiera, sin quedarnos, a priori y sin mayor esfuerzo comparativo, en una tipología de tramo recto.

## RESUMEN

Se describe en esta comunicación el proyecto de un puente de arco, de 65 m de luz, planteado sobre bases de simplicidad constructiva y de economía de materiales. El arco, compuesto por dos cuchillos independientes de sección rectangular maciza, da apoyo a un tablero de sección en Pi

compuesto por elementos prefabricados. Se defiende que la solución puente-arco ofrece, en emplazamientos adecuados, claras ventajas respecto a los puentes de tramo recto, entre las que destacan su efecto estético y su mayor durabilidad.

## SUMMARY

In this paper an arch-bridge design is shown, which has been conceived on the base of erection simplicity and economy of materials. The 65 m span arch, composed of twin rectangular, full section ribs, gives support to a deck made of precast beams and slabs. Positive advantages of the arch solution at the right sites, such as economy, aesthetics and durability over the pure deck bridge type, are claimed here.

## XXXI<sup>a</sup> Reunión del "Instituto Brasileiro Do Concreto" (Ibracon)

El "Instituto Brasileiro do Concreto" ha organizado, para los días 31 de julio a 4 de agosto del presente año 1989, la "XXXI<sup>a</sup> Reunión del IBRACON", con el objeto de reunir al mayor número posible de profesionales nacionales y extrajeros interesados en discutir temas relacionados con la tecnología del hormigón.

Las reuniones se celebrarán en el Centro de Congresos de Sao Paulo, Hotel Hilton, Avenida Ipiranga 165, Sao Paulo (SP). Su temario será el siguiente:

### REHABILITACION DE ESTRUCTURAS DE HORMIGON

1. Estructuras de edificios.
2. Estructuras industriales.
3. Estructuras de puentes y viaductos.
4. Estructuras para abastecimiento de agua y saneamiento.
5. Estructuras marítimas.
6. Pavimentos.
7. Presas.

Cada uno de estos temas serán tratados desde los siguientes puntos de vista:

- Inspección.
- Metodología para el análisis de las causas de deterioro.
- Valoración y recálculo de la estructura.
- Materiales y procesos de ejecución.
- Valoración de la utilización de la solución adoptada.

Durante los días de las reuniones habrá también una exposición de materiales y equipos utilizados en los trabajos de rehabilitación y un amplio programa de actividades para los acompañantes.

Los interesados en participar en esta XXXI<sup>a</sup> Reunión del IBRACON deberán dirigirse a:

Sede do IBRACON  
Cidade Universitaria Armando de Salles Oliveira  
Edificio Adriano Marchini - IPT  
Caixa Postal 7141  
05508 SAO PAULO (SP) - BRASIL

## **Simposio de la IABSE**

Durante los días 6 al 8 de setiembre del actual año 1989, se va a celebrar, en Lisboa, Portugal, un Simposio de la IABSE sobre "Durabilidad de las estructuras".

La durabilidad (la capacidad de una estructura para mantener su nivel de seguridad y de aptitud de servicio durante su plazo de vida útil) es un aspecto que frecuentemente no se tiene muy en cuenta durante el proyecto y construcción de las estructuras. Las consecuencias económicas y financieras de este comportamiento pueden, por ello, surgir "repentina y sorpresivamente" o mucho más rápidamente de lo esperado.

El Simposio intenta que los diferentes aspectos de la durabilidad puedan ser mejor conocidos por una amplia audiencia internacional, ofreciendo a los participantes la oportunidad de discutir e intercambiar sus experiencias. En él se abordarán todos los aspectos de la durabilidad, tanto en relación con el proyecto, el cálculo y la ejecución de las nuevas estructuras como respecto a la conservación, reparación, rehabilitación y reforma de las ya existentes.

Ocho destacados técnicos de Europa, Japón, Australia y Norteamérica, introducirán los diferentes temas mediante Conferencias Magistrales a las cuales seguirán amplios Coloquios con los participantes, Sesiones de Posters y presentación de Comunicaciones en las Sesiones de Trabajo.

Se organizarán visitas técnicas a lugares de especial interés y se programarán diversos Actos sociales, tanto para los participantes como para sus acompañantes.

El Simposio organizado por la IABSE en colaboración con el CEB, el ECCS, la FIP y la IASS, se celebrará en el Laboratorio Nacional de Ingeniería Civil de Lisboa.

Los impresos de inscripción deberán solicitarse a:

IABSE Secretariat  
ETH Hönggerberg  
Telf.: Int + 41 1/377 26 47  
Tlx.: 822 186 IABS CH  
Fax: Int + 41 1/371 55 48  
CH-8093 ZURICH (Suiza)

## **Cursillo y Coloquio de la IABSE en Bergamo, Italia. Octubre 1989**

Durante los últimos años se han venido desarrollando en la industria, en los Centros de investigación y en las Universidades de todos los países, los denominados "Sistemas Expertos". También los ingenieros han estudiado nuevos métodos para resolver con mayor eficacia y utilizando sus conocimientos básicos, los problemas que les plantea su profesión.

Por todo ello, la IABSE ha programado, sucesivamente, en ISMES, en Bérgamo, Italia:

Un cursillo durante los días 16 y 17 de octubre, 1989.

– Un coloquio, del 18 al 20 de octubre, 1989.

En el Cursillo se estudiarán los fundamentos, principios básicos y estado actual de conocimientos sobre sistemas expertos, con especial referencia a su aplicación en ingeniería civil. Uno de los objetivos de este Cursillo es, también, proporcionar una adecuada base científica y técnica a quienes, sin estar familiarizados con los sistemas expertos, deseen participar en el Coloquio de la IABSE. El cursillo se impartirá, en inglés, por expertos internacionales que, posteriormente, intervendrán también en el coloquio.

El Coloquio será una buena oportunidad para que un máximo de ochenta especialistas interesados en el desarrollo y aplicaciones de los sistemas expertos en ingeniería civil, intercambien sus experiencias y conocimientos sobre los siguientes temas:

- Tecnología de los sistemas expertos.
- Sistemas expertos para la ejecución, mantenimiento y diagnóstico de las estructuras.
- Sistemas expertos para el proyecto y la construcción.
- Sistemas expertos en otras áreas de la ingeniería civil.

Para obtener mayor información sobre estos actos programados, los interesados deberán dirigirse a:

ISMES Secretariat  
Viale Giuli Cesare 29  
Telf.: Int. + 39 35/358 301  
Telex: 301 259 ISMES I.  
Telefax: Int + 39 35/211 191  
I – 24100 Bergamo (Italia).

## Depósitos de agua en Riyadh (Arabia Saudita)

José María de Villar  
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
José A. Torroja, Oficina Técnica, S.A.

Dentro del proyecto de la Universidad Islámica de Riyadh, adjudicado por el gobierno de dicho país a la empresa consultora española Técnica y Proyectos, S.A., destaca, como uno de los elementos singulares, el conjunto para abastecimiento de agua al campus universitario, constituido por un depósito enterrado de 18.000 m<sup>3</sup> de capacidad y un depósito elevado de 2.500 m<sup>3</sup>, además de un restaurante y un mirador situado en coronación.

Para la realización de este proyecto TYPSEA solicitó la colaboración de José A. Torroja, Oficina Técnica, S.A. para la selección de la tipología de los depósitos y la realización del proyecto constructivo de sus estructuras, proyecto que voy a exponer a continuación.

El depósito enterrado, tiene planta de corona circular, con un radio exterior de 36,0 m e interior

de 17,0 m. Su solera está situada a la cota -7,5 m (siendo la cota del terreno natural la 0,0). En el centro de la corona, en el espacio no ocupado por el depósito inferior, va dispuesta la cimentación del depósito elevado, a la cota +18,0 m, desde la que emerge el fuste sustentador de la cuba elevada, que se alza hasta la cota +85,0, que es la máxima altura de la estructura.

El depósito elevado, se desarrolla entre las cotas +50,0 y +75,0 m, su planta y su sección horizontal, a cualquier altura, tienen forma de estrella de ocho puntas, formada por la macia de dos cuadrados girados 45°, en torno a su centro; la dimensión de la diagonal de estos cuadrados, varía linealmente entre un valor máximo de 40 metros a la cota +75,0, y un mínimo de 11,9 m en la unión con el fuste, cota +50,0.

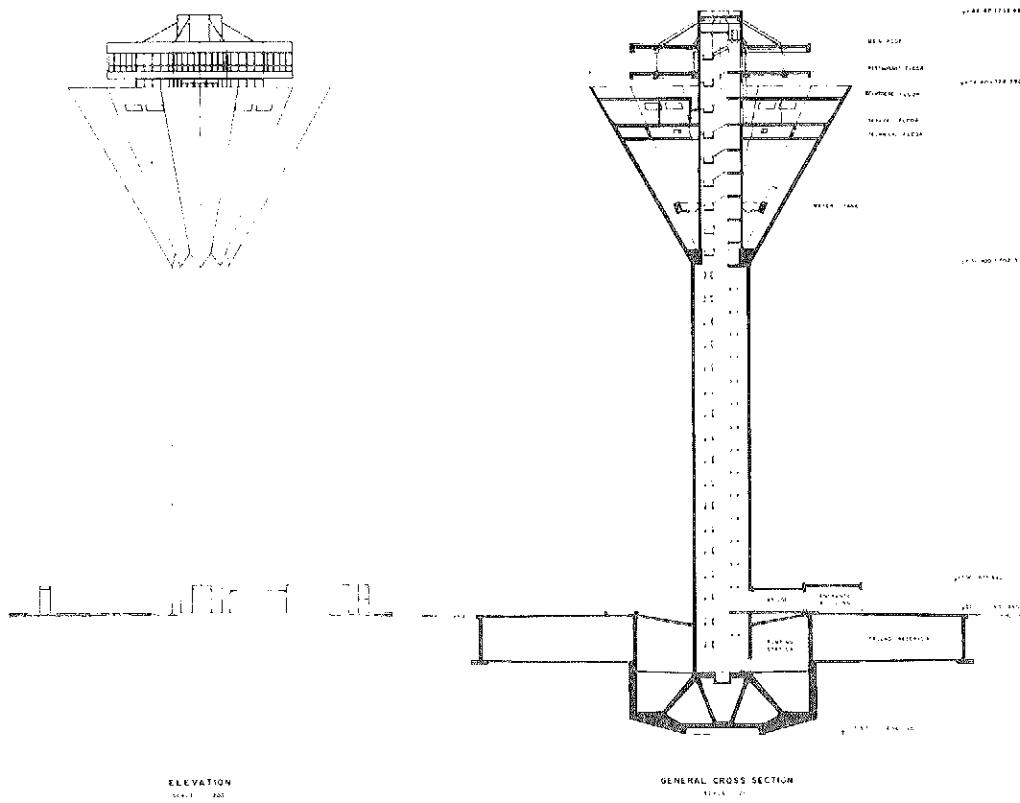


Fig. 1. Alzado y sección general.

La elección de esta sección, que representa uno de los símbolos característicos del mundo islámico, proporciona además un conjunto de aristas y sombras sobre los distintos planos, que, a nuestro juicio, introducen un movimiento en los alzados, muy deseable estéticamente, que no se conseguiría mediante soluciones de tipo troncocónico, que, por su uniformidad, no parecen adecuadas a las importantes dimensiones del depósito (25,0 m de altura por 40,0 m de anchura), impuestas por los condicionantes hidráulicos.

Adoptada la sección anteriormente descrita para la cuba, la sección del fuste, debe ser tal que proporcione un entronque con aquella de fácil resolución geométrica y sencilla construcción. Esto se logra, a plena satisfacción, seleccionando una sección en octágono regular, que es la figura definida por el contorno interior de la macla de los dos cuadrados.

Una vez expuestas las características generales de la obra voy a comentar algunos detalles de cada uno de sus elementos principales.

#### DEPOSITO INFERIOR

Como ya se ha dicho anteriormente, su planta es una corona circular. Está dividido en dos partes iguales por una pared radial, que en uno de los dos extremos se sustituye por dos paredes paralelas, separadas 6,0 m, que delimitan el pasillo de acceso a la zona central, donde se encuentra situada, sobre la cimentación del fuste, la cámara de bombas y servicios del depósito.

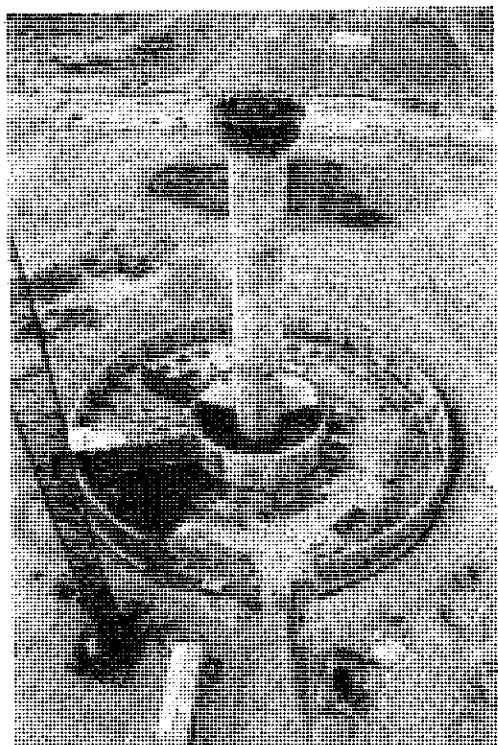


Fig. 2. Fuste y depósito enterrado.

Las paredes circulares que delimitan el depósito, son de hormigón armado, con un espesor de 0,40 m y van rigidizadas mediante contrafuertes verticales situados cada 6,0 m. Los contrafuertes sobresalen 0,60 m por el interior de la pared y tienen una anchura de 0,50 m. Tanto la pared como los contrafuertes van empotrados en una zapata corrida circular de 1,25 m de canto y 2,20 m de anchura.

La cubierta del depósito está formada por una losa de hormigón armado, de 0,30 m de espesor, con pendiente del 1 por 100, según los radios, hacia el borde exterior. Apoya en las paredes del contorno a través de neoprenos, dispuestos cada 3,0 m y se empotra en una malla de pilares interiores, colocados en sucesivas circunferencias, con separaciones de la malla de 5,0 x 5,5 m aproximadamente.

Los pilares tienen sección cuadrada de 0,35 m de lado, con capiteles superiores troncopiramidales de 1,10 x 1,10 m en la unión con la losa.

La solera, cuya pendiente radial es también del 1 por 100, pero hacia el borde interior, está constituida por una capa de hormigón de blindaje de 0,15 m de espesor sobre la que va dispuesta una capa de hormigón poroso de 0,15 m, y finalmente la propia solera de 0,25 m de espesor. Esta solera se regresa bajo cada pilar, hasta 0,40 m, de espesor, en un cuadrado de 2,0 m de lado.

La estabilidad de las paredes del depósito, frente a empujes del terreno con depósito vacío y del agua, con depósito lleno, que puede alcanzar una altura de 5,50 m sobre la solera, se logra mediante unos puntales-tirantes inclinados, dispuestos desde los contrafuertes, hasta la zapata de cimentación de la primera fila de pilares que soporta la losa de cubierta. De esta forma la carga vertical transmitida por el pilar estabiliza la componente inclinada transmitida por el puntal-tirante. La sección de estos tirantes es de 0,50 x 0,50 m y en su eje va dispuesto un tendón de 12 φ 8, con anclaje pasivo en la zapata y activo en el exterior del contrafuerte.

Tanto las paredes como la losa de cubierta y la solera, llevan juntas de dilatación, situadas en un mismo plano vertical y dispuestas en planta cada 45°. La impermeabilización de estas juntas se logra mediante un perfil de neopreno (water-stop) continuo.

#### DEPOSITO ELEVADO

Siguiendo en la exposición la secuencia constructiva, comentaré, en primer lugar la cimentación, después la cámara de bombas y servicios, el fuste y finalmente la cuba superior, con las diversas instalaciones en ella dispuestas.

La cimentación ocupa en planta todo el espacio central delimitado por la pared interior del depósito enterrado, y se ha proyectado como cimenta-

ción directa a la cota -18,0, con una zapata circular de 1,0 m de espesor, horizontal en su núcleo central de 8,90 m de radio, y siguiendo a partir de él un tronco de cono, cuya arista forma un ángulo de 16° con la horizontal, hasta alcanzar los 17,0 m de radio, en el borde exterior.

En este borde se empotra un cilindro, con paredes de 1,0 m de espesor, que sube hasta la base de la pared interior del depósito enterrado, es decir hasta la cota -8,0 m. A esta misma cota va situada, en el eje del depósito, una placa circular de 0,80 m de espesor y 8,80 m de diámetro, desde la que arranca el fuste. El apoyo de esta placa sobre la zapata descrita anteriormente, se realiza mediante dos pantallas de 0,40 m de espesor, dispuestas siguiendo las superficies de dos troncos de cono, invertidos entre sí, que comparten la misma base superior y se abren y cierran respectivamente, para empotrarse en el borde exterior de la zapata y en el borde de la zona horizontal.

Sobre el tronco de cono exterior va dispuesto un relleno, hasta la cota -8,0, donde se sitúa la solea de la cámara de servicios, enrasada con la solea del depósito enterrado y del pasillo de acceso.

La cubierta de la cámara de servicios se resuelve, así mismo, con una losa dispuesta según un tronco de cono invertido, empotrada en el fuste y rematada por un nervio de borde que enrasa con el borde interior de la cubierta del depósito enterrado, disponiéndose entre ambos bordes la correspondiente junta de estanquidad.

En un principio, sobre esta cubierta troncocónica se había previsto disponer un estanque de agua que rodease el arranque en superficie del fuste, pero posteriormente se decidió llenarlo de material granular, disponiendo el estanque de agua, en forma de anillo, sobre la propia losa de cubierta del depósito.

El fuste, como ya se ha comentado anteriormente, tiene sección octogonal, con paredes de 0,50 m de espesor hasta la cota +7,90 y de 0,45 m a partir de esta cota, hasta coronación. La dimensión exterior, entre dos lados opuestos del octógono, es de 8,40 m. En su interior va dispuesto el ascensor y la escalera de acceso al mirador, restaurante elevado y planta superior de servicios. La entrada al ascensor y escalera se realiza a la cota 0,40, donde va situada una abertura en el fuste de 2,90 m de ancho por 3,25 m de alto, a la que se accede mediante una pequeña pasarela acristalada, que cruza la cubierta troncocónica de la cámara de servicios y cuyo origen es un amplio vestíbulo, edificado sobre la losa de cubierta del depósito enterrado.

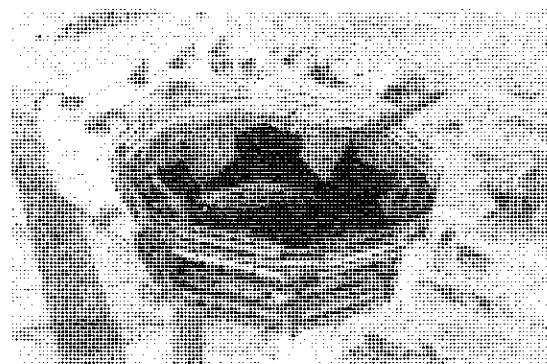


Fig. 3. Vista del encofrado del arranque de la cuba.

La cuba del depósito elevado comienza en la cota +50,40 y se extiende hasta la cota +76,40. La cota máxima del agua en esta cuba es +65,40 m. Por encima de la línea de agua, pero integradas en la misma cuba, se han dispuesto tres plantas en las que se alojan, respectivamente, los servicios técnicos, las cocinas del restaurante y un mirador, que queda totalmente exento, excepto en la zona ocupada por el fuste.

Las paredes de la cuba, son placas de hormigón armado de 0,40 m de espesor, salvo en su coronación, que sirve de parapeto del mirador, en donde el espesor es de 0,25 m. Tienen una inclinación de 67° 47' respecto a la horizontal (0°).

A las cotas +58,60 y +69,80 van dispuestas dos familias de pretensado que discurren por las paredes formando un doble marco cerrado, impiadiendo la abertura del depósito. Para permitir el establecimiento de este pretensado, se completa en estas zonas, el perímetro de los dos cuadrados, mediante unas vigas que unen las aristas interiores de la estrella.

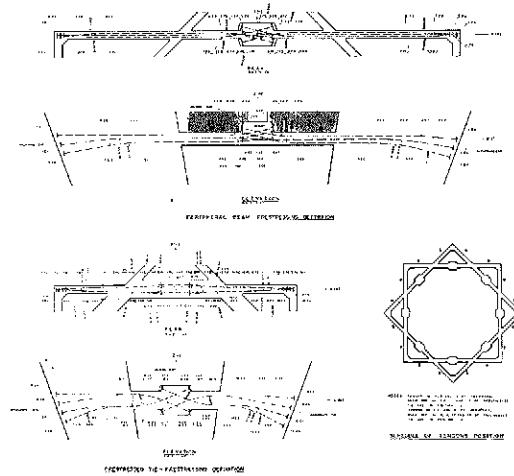


Fig. 4. Plano: Pretensado de la cuba.

La familia inferior está formada, en cada una de las ocho paredes, por 4 + 4 tendones 12  $\phi$  0,5" que se cruzan y solapan en el centro de las vigas anteriormente comentadas, donde se sitúan los ocho anclajes activos. Los cuatro tendones que van hacia cada arista exterior, se abren en vertical, al llegar a la zona en que ya existe la pared y se prolongan hasta el borde de la arista donde se anclan mediante anclajes pasivos.

Entre estos anclajes van situados, ortogonalmente, los anclajes pasivos pertenecientes a la otra pared que confluye en esa misma arista.

La familia superior, está formada por 3 + 3 tendones 12  $\phi$  0,5", cuyos trazados son similares a los anteriormente descritos. Al estar situado este pretensado entre la planta de servicios técnicos y la de cocina, las vigas de unión entre las aristas interiores de la estrella, donde se sitúan los anclajes activos, se han aumentado de canto formando unos tabiques completos entre las dos plantas.

La planta de servicios técnicos, (+ 68,95), es una losa de hormigón armado de 0,25 m de espesor, atravesada por los tabiques antes citados y por otros radiales.

La planta de cocina, (+ 70,98), tiene una dimensión máxima de 32,0 m y está constituida por un forjado nervado bidireccional, empotrado en las paredes de la cuba y en 8 vigas radiales que nacen en los vértices del octágono del fuste. Sobre estas vigas apoyan los pilares que soportan la planta inferior.

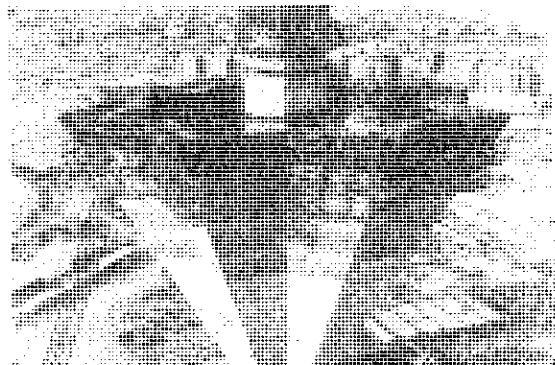


Fig. 5. Construcción de la cuba.

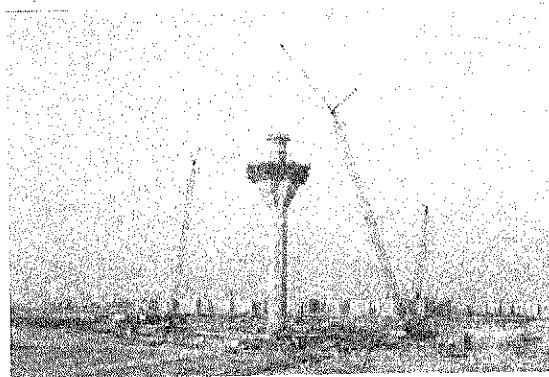


Fig. 6. Vista general durante la construcción de la cuba.

La planta mirador, (+ 74,80), tiene 36,6 m de diagonal mayor, y está constituida también por un forjado nervado bidireccional, empotrado en las paredes de la cuba y apoyado sobre ocho pilares circulares, de 0,25 m de diámetro, que provienen de la planta inferior.

Por encima de la planta mirador, que es la coronación de la cuba, va situado el conjunto formado por la planta restaurante y la planta de cubierta, que, estructuralmente, son independientes de las anteriores.

Ambas plantas tienen una dimensión máxima de 26,30 m, con un retranqueo de 5,0 m, respecto al parapeto del mirador, y conservan la forma de estrella de ocho puntas.

La planta restaurante está realizada mediante un forjado nervado bidireccional, empotrado en el fuste y en unas vigas perimetrales, dispuestas, en planta, siguiendo el contorno de los dos cuadrados que forman la estrella. Estas vigas van suspendidas de la planta de cubierta mediante ocho tirantes verticales, anclados en los puntos de intersección de las vigas. Cada tirante está formado por un tendon 12  $\phi$  8, dispuesto dentro de un tubo metálico de 20 cm de diámetro, relleno de inyección.

La planta de cubierta está constituida por ocho vigas radiales, empotradas en el fuste, y suspendidas en sus extremos por ocho tirantes inclinados, anclados en la coronación del fuste. La sección de estos tirantes es de 0,35 x 0,40 m, y van pretensados mediante dos tendones 12  $\phi$  0,5". Desde los extremos de las vigas radiales cuelgan los tirantes verticales que soportan la planta del restaurante.

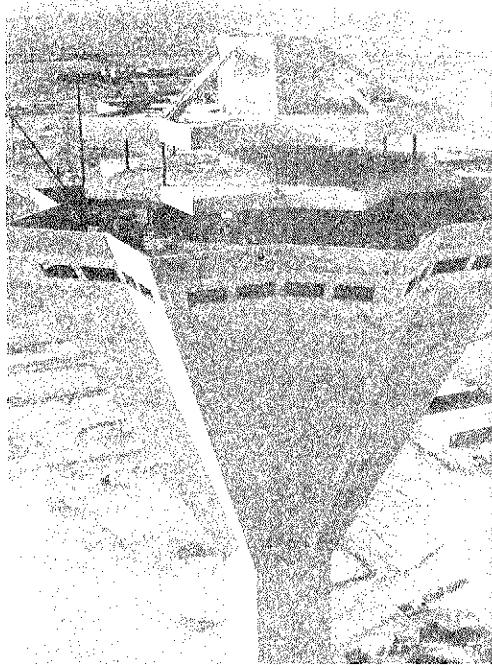


Fig. 7. Cubierta y cuba (construcción).

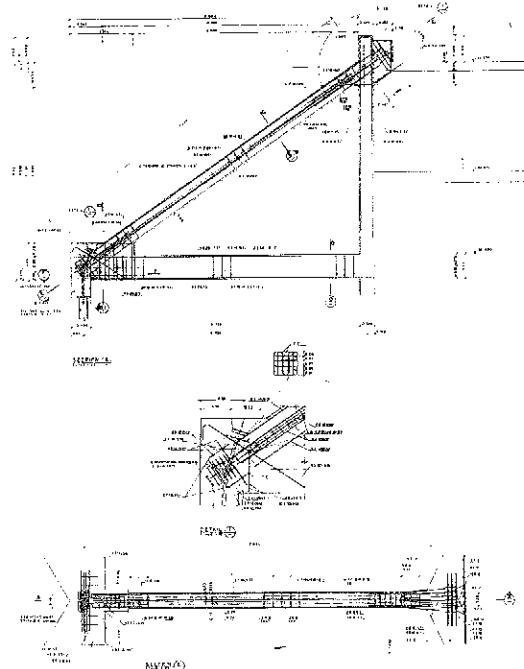


Fig. 8. Plano: Pretensado cubierta, tirantes y péndolo.

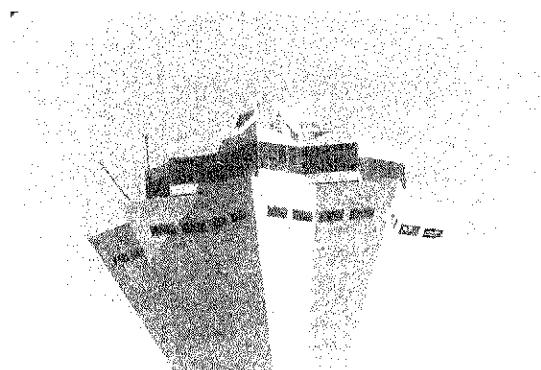


Fig. 9. Detalle de la cubierta, restaurante y parte superior de la cuba.

El sistema de pretensado utilizado en la obra fue realizado por la empresa suiza V.S.L.

## RESUMEN

Para el abastecimiento de agua a la Nueva Universidad Islámica de Riad (Arabia Saudita), se han proyectado y construido, un depósito enterrado de  $18.000 \text{ m}^3$  de capacidad y un depósito elevado de  $2.500 \text{ m}^3$ .

El depósito enterrado es de planta circular, con un diámetro exterior de 72,0 m y una altura de agua de 5,50 m.

Las paredes son muros de hormigón armado con contrafuertes atirantados. La cubierta es una losa apoyada sobre los muros perimetrales y empotrada en pilares intermedios.

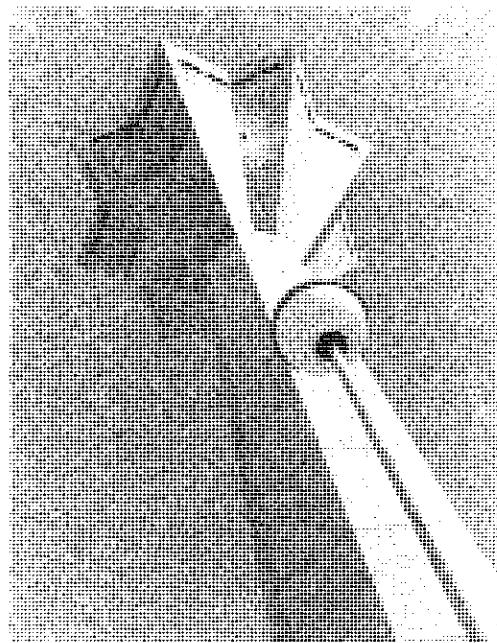


Fig. 10. Vista general del depósito elevado terminado.

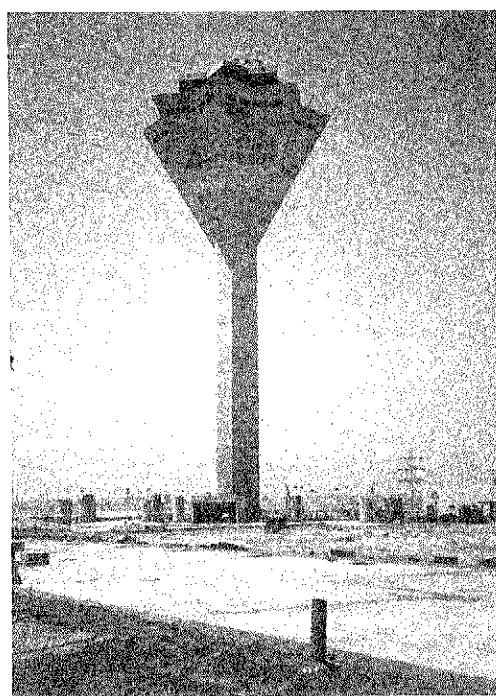


Fig. 11. Vista general del depósito terminado.

El depósito elevado tiene una altura total de 85,0 m sobre el terreno. La cuba está situada entre las cotas 50,0 y 75,0 m, con altura máxima de agua de 15,0 m. En la planta superior de la cuba van dispuestas unas plantas de servicios técnicos, cocina y mirador.

Sobre la cuba existe, además, un restaurante, suspendido desde la cubierta que va articulada al fuste.

El fuste tiene una sección octogonal hueca de 8,40 m.

## SUMMARY

Two reservoirs have been projected and constructed to provide the new Islamic University in Riyadh (Saudi Arabia) of water. One of them is at ground level and has a capacity of 18.000 m<sup>3</sup> while the other one, of 2.500 m<sup>3</sup>, is elevated.

The ground reservoir has a circular plan with an external diameter of 72,0 m and a water height of 5,50 m. The walls are of reinforced concrete with

stayed counterforts. The roof is a slab supported on the perimetric walls and restrained at intermediate columns.

The elevated reservoir has a total height of 85,0 m over the ground level. The water tank is placed between the references of 50,0 and 75,0 m, and has a maximum water height of 15,0 m. On the upper part of the tank there are a technical floor, a service floor and a belvedere floor.

Over the tank there is also a restaurant hung to the roof which is stayed to the shaft.

The shaft has an octagonal hollow section of 8,40 m.

## Cursillo sobre "Durabilidad de las Estructuras"

Durante los días 4 y 5 de setiembre del presente año 1989 e inmediatamente antes del Simposio de la IABSE que, sobre el mismo tema, va a celebrarse del 6 al 8 de dicho mes, se desarrollará, en Lisboa, un Cursillo en el que se expondrán los fundamentos y los aspectos más interesantes de la "Durabilidad de las estructuras".

El objetivo fundamental de este Cursillo es difundir las enseñanzas obtenidas en la práctica, durante los últimos años, y los avances logrados, en relación con la durabilidad. De esta forma se espera poder aumentar significativamente los actuales conocimientos en este campo. El Cursillo servirá también como introducción al Simposio que a continuación va a celebrarse, y de preparación para aquellos cuyos conocimientos y experiencias en relación con la durabilidad de las estructuras sean escasos.

Las plazas disponibles para este Cursillo son

sólo cuarenta y en él podrán participar ingenieros y constructores interesados en obtener una sólida base y aumentar sus conocimientos en los temas de durabilidad.

Las clases serán impartidas, en inglés, por un equipo internacional de destacados expertos.

El Cursillo lo organiza la IABSE y se celebrará en el Laboratorio Nacional de Ingeniería Civil de Lisboa, Portugal, durante los días 4 y 5 de setiembre próximo.

Los interesados en obtener mayor información sobre este Cursillo, deberán dirigirse a:

IABSE SECRETARIAT  
ETH-Hönggerberg  
Telf.: Int + 41 1/377 26 47  
Telex: 822 186 IABS CH  
Telefax: Int + 41 1/371 55 48 att. IABSE  
CH-8093 ZURICH (Suiza).

# Sistema estructural prefabricado para la construcción de naves aporticadas de grandes dimensiones

José R. Atienza Reales

Vicente J. López Desfilis

Ramón Irles Más

José M. Codina Llopis

Departamento de Mecánica de los Medios

Continuos y Teoría de Estructuras.

Universidad Politécnica de Valencia

## 1. INTRODUCCION

Un convenio de asistencia técnica suscrito por la empresa Construcciones y Estudios, S.A. y la Universidad Politécnica de Valencia, ha supuesto el desarrollo de un sistema estructural prefabricado para la construcción de naves aporticadas de grandes dimensiones.

En la comunicación se describe la primera realización: un tinglado para el muelle de Levante del puerto de Valencia. Las principales características de esta obra fueron establecidas por el pliego de condiciones técnicas del concurso de proyecto y ejecución de obra convocado al efecto por la administración portuaria.

Resumiendo las especificaciones del concurso, se trataba de construir, en una zona de rellenos ganada al mar, un almacén de planta rectangular, libre de apoyos, con cuarenta y cinco metros de anchura y ciento treinta y cinco metros de longitud, más un voladizo perimetral de dos metros y medio. La estructura portante principal tenía que estar

formada por pórticos simétricos a dos aguas, con una altura libre mínima de ocho metros y medio. También se establecían diversas prescripciones relativas a las condiciones de mantenimiento, ventilación, iluminación y protección contra incendios.

Al concurso se presentaron cuatro empresas; tres de ellas ofertaron estructura metálica y la cuarta ofertó una estructura de hormigón, siendo esta última la que consiguió la adjudicación.

## 2. DESCRIPCION DE LA ESTRUCTURA

La oferta ganadora, representada en la figura 1, es una estructura prefabricada con elementos de hormigón armado y pretensado. A continuación pasamos a describirla brevemente.

La cimentación está resuelta con zapatas aisladas de hormigón armado, de cuatro metros de longitud, dos metros ochenta de anchura y ochenta centímetros de canto. Las dimensiones en planta

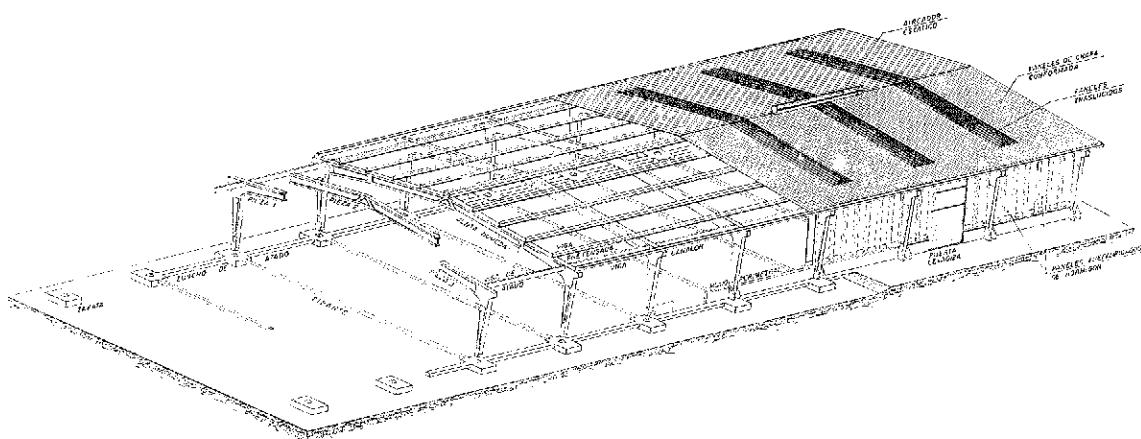


Fig. 1. Perspectiva de los elementos que componen la nave.

se han seleccionado de forma que la tensión vertical máxima transmitida al terreno se mantenga por debajo de un kilogramo por centímetro cuadrado. La componente horizontal de las cargas transmitidas por los pórticos se resiste mediante tirantes de hormigón armado. Orthogonalmente a los tirantes, todas las zapatas están arriostradas mediante un zuncho de atado que sirve de cimiento al cerramiento perimetral.

La estructura portante principal la forman diez pórticos de hormigón armado, articulados a los cimientos mediante rótulas metálicas. La anchura de los pórticos es de setenta centímetros y su canto oscila entre ciento veinte centímetros en la zona central, ciento sesenta en la unión del pilar con el dintel y setenta y cinco en la base de los pilares. La sección transversal es en doble T, estando inacizada en las zonas en las que la solicitación es máxima. Para controlar las condiciones de fisuración, la tensión máxima en servicio de la armadura longitudinal se ha limitado a dos mil doscientos kilogramos por centímetro cuadrado.

Salvando los quince metros de separación entre los pórticos, se disponen vigas en doble T, pretensadas, de medio metro de canto, tomando las dos más bajas la forma de canalón para la recogida de las aguas pluviales. Las vigas apoyan en la cara superior de los pórticos y se anclan a ellos con el fin de fijarlos lateralmente al actuar de forma conjunta con las vigas de atado y los contravientos metálicos en cruz de S. Andrés dispuestos bajo la cubierta de los dos vanos extremos y el central.

Las zonas voladas en las fachadas longitudinales se han resuelto dando un desplome hacia afuera a los pilares de los pórticos; sus caras interiores se mantienen verticales, dejando una luz libre entre pilares de cuarenta y cinco metros. Por otra parte, la zona volada de las fachadas transversales se ha resuelto prolongando en voladizo las vigas que soportan la cubierta.

En cuanto al cerramiento lateral, el tinglado presenta seis puertas levadizas, de seis metros de anchura y ocho metros de altura. El resto del perímetro está cerrado con paneles prefabricados de

normigón armado, de unos dieciseis metros cuadrados, que apoyan en un murete perimetral y se sujetan por su zona superior a las vigas de atado perimetrales, las cuales están ancladas en ménsulas laterales dispuestas en la zona superior de los pilares.

La cubierta la forman paneles metálicos de chapa conformada, con la adecuada rigidez para salvar los cinco metros de separación de las correas y vigas canalón. Aproximadamente un diez por ciento de la cubierta está formado por paneles translúcidos sustentados por pequeños cabios metálicos que apoyan en las correas de hormigón. En la cumbre se han dispuesto tres módulos de aireación, con una longitud total de cuarenta y cinco metros.

Finalmente, la obra se completa con la evacuación de pluviales, el pavimentado y las instalaciones de luz, agua, detección de incendios y protección contra el fuego.

Una panorámica general de la construcción terminada, puede verse en la figura 2.

### 3. PROCESO CONSTRUCTIVO

El elemento más notable de esta construcción es el pórtico biarticulado de cuarenta y cinco metros de luz libre. El establecimiento de su proceso constructivo ha requerido un estudio detenido, en estrecha colaboración con la empresa constructora. Tras analizar diversas alternativas, se pensó que lo más indicado era dividir el pórtico en tres piezas, de unas treinta toneladas de peso, fabricarlas por separado y posteriormente ensamblarlas "in situ" mediante dos juntas húmedas dispuestas en las secciones de mínima flexión del dintel.

La pieza central es una viga a dos aguas, de treinta metros de luz, que se hormigonó en el parque de fabricación. Las dos piezas extremas incluyen los pilares y el resto del dintel. Su hormigonado se inicia en el parque de fabricación por la parte que completará el dintel; a continuación, ambas

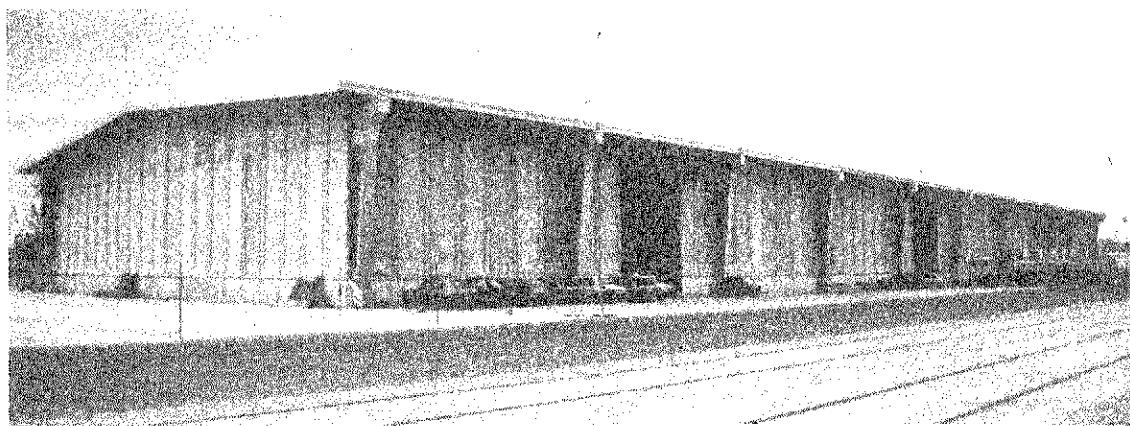


Fig. 2. Vista exterior del tinglado.

piezas se trasladan a las inmediaciones de su emplazamiento definitivo, se apuntalan en posición vertical y, una vez colocado el encofrado de los pilares, se dispone la ferralla y la articulación metálica, terminándose de hormigonar (Figura 3).

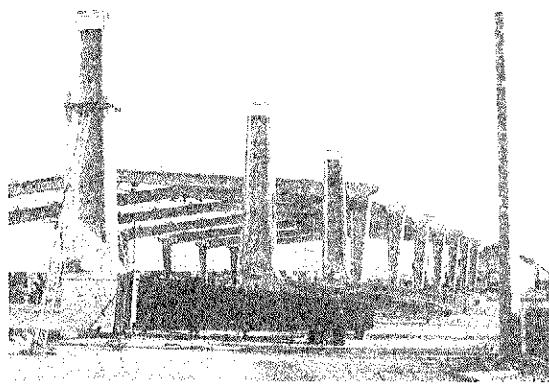


Fig. 3. Vista de los pórticos en diversas fases del proceso constructivo.

El proceso constructivo continúa volteando estas piezas, figura 4, colocando el pasador de las rótulas metálicas, figura 5, y apoyando los extremos de las piezas que coinciden con las juntas húmedas en unos apeos provisionales. Después, se coloca el dintel, figura 6, se hormigonan las juntas húmedas y, una vez fraguadas, se retiran los apeos. A medida que se van terminando los pórticos, se completa el conjunto con las correas, vigas de atado, vigas canalón, murete perimetral, paneles de cerramiento, puertas y cubierta. Finalmente, se pavimenta y se colocan las instalaciones de luz, agua, detección de incendios y protección contra el fuego.

El proyecto ha sido desarrollado por los autores de esta comunicación en colaboración con los ingenieros, D. Jorge Gisbert Blanquer y D. Honorio Ballester Ortega, de la empresa constructora. La construcción la ha realizado Construcciones y Estudios, S.A. (CYES) y la dirección de la obra, el ingeniero jefe de proyectos y obras del puerto de Valencia, D. Jaime Ronda Agudo. La ficha técnica, con los datos más representativos, se adjunta a continuación.

## RESUMEN

En la comunicación se describe la estructura y el proceso constructivo de una nave aporticada realizada con piezas prefabricadas de hormigón. Los elementos más notables de la obra son los que constituyen la estructura portante principal, formada por pórticos biarticulados de hormigón armado, de cuarenta y cinco metros de luz libre, sección en doble T y canto variable, dispuestos con una separación de quince metros entre ejes. Los pórticos se fabrican en tres piezas de unas treinta

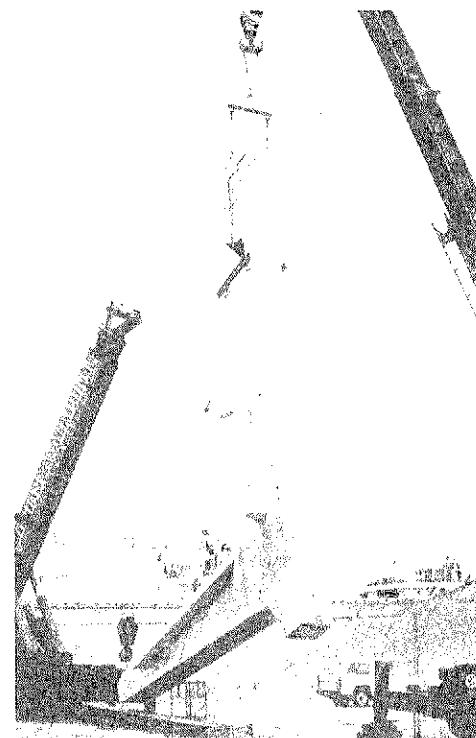


Fig. 4. Volteo de la pieza pilar.

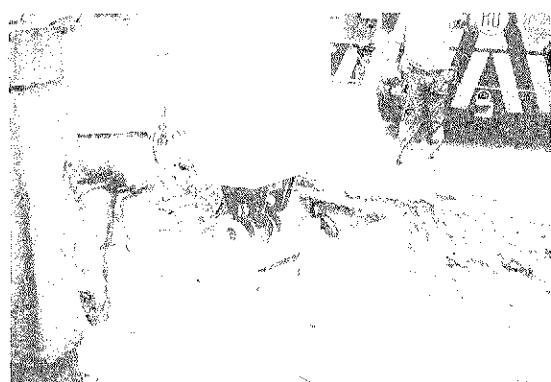


Fig. 5. Articulación metálica en la base de los pilares.

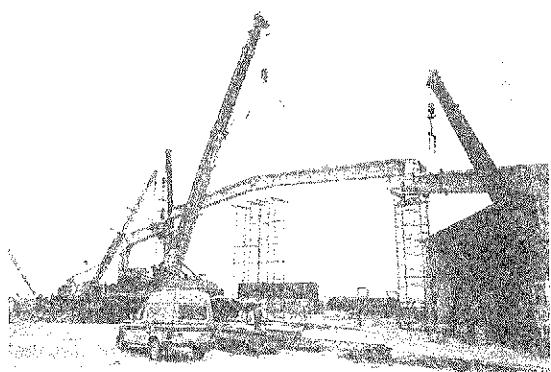


Fig. 6. Montaje del primer pórtico.

## FICHA TECNICA

### CIMENTACION

Hormigón en zapatas . . . . .	255,00 m <sup>3</sup>
Hormigón en tirantes y zunchos de atado . . . . .	168,00 m <sup>3</sup>
Acero pasivo en cimientos . . . . .	26.700,00 kg

### PORTECOS

Luz libre entre caras interiores . . . . .	45,00 m
Luz entre ejes de apoyos . . . . .	45,75 m
Altura libre mínima bajo cualquier punto . . . . .	8,50 m
Separación entre pórticos . . . . .	15,00 m
Longitud total pórtico . . . . .	50,00 m
Hormigón en pórticos . . . . .	400,00 m <sup>3</sup>
Acero pasivo en pórticos . . . . .	98.865,00 kg

### CUBIERTA

Distancia entre vigas de cubierta . . . . .	5,00 m
Superficie total de la cubierta . . . . .	7.000,00 m <sup>2</sup>
Material cubierta . . . . .	chapa prelacada
Hormigón en correas y vigas canalón . . . . .	195,00 m <sup>3</sup>
Acero pasivo en correas y vigas canalón . . . . .	25.000,00 kg
Acero activo en correas . . . . .	7.500,00 kg

### CERRAMIENTO PERIMETRAL

Superficie total cerrada . . . . .	3.700,00 m <sup>2</sup>
Hormigón en murete . . . . .	125,00 m <sup>3</sup>
Acero pasivo en murete . . . . .	7.400,00 kg
Hormigón en paneles . . . . .	450,00 m <sup>2</sup>
Acero pasivo en paneles . . . . .	40.000,00 kg

toneladas de peso cada una de ellas y se ensamblan, en el punto de mínima flexión del dintel, mediante una junta húmeda hormigonada "in situ".

### SUMMARY

In this paper the structure and the constructive process of a framed shed built with prefabricated

concrete elements is described. The elements that form the main supporting structure, reinforced concrete hinged portal frames, are the most remarkable. These portal frames cover a span of 45 m, the cross-section being a variable depth double T, and they are spaced 15 m. The three different pieces that make the frame (around 30 t each) are assembled "in situ" in the point of the lintel where the bending moment is minimum.

### NOTA EDITORIAL

Con la anterior Comunicación se concluye la publicación de las que fueron presentadas oralmente en el curso de las siete Sesiones de Trabajo programadas para la XJI<sup>a</sup> Asamblea Técnica Nacional de la A.T.E.P. celebrada, en Granada, en octubre de 1987.

Han sido setenta y una Comunicaciones, agrupadas en los cuatro temas elegidos para esta Asamblea y que fueron: Investigaciones y estudios; Evaluación y análisis de estructuras existentes; Rehabilitación, reparación y refuerzo de estructuras, y Realizaciones.

No se han podido incluir otras ocho Comunicaciones que figuraban también en el Programa de la Asamblea, debido a que su Autor, por diversas circunstancias, no pudo finalmente presentarlas.

Concluida la publicación de las Comunicaciones de la Asamblea, y después de este obligado paréntesis, se ha empezado de nuevo a incluir en la Revista artículos originales. Rogamos, por tanto, a todos nuestros amables colaboradores que deseen publicar algún trabajo, nos lo remitan a la mayor brevedad posible para poderlo incluir en uno de los próximos números de "Hormigón y Acero".

# Análisis de placas circulares con coeficiente de Poisson nulo

Valentín Quintas  
 Profesor Titular Dep. Estructuras de Edificación  
 E.T.S. de Arquitectura  
 Universidad Politécnica de Madrid

## 1. INTRODUCCIÓN

Para el caso de placas de hormigón armado, podemos considerar, sin excesivo error,  $\nu = 0$ . El coeficiente  $\nu$  en las fibras traccionadas es claramente nulo, y sólo en las fibras comprimidas, con momentos del mismo orden, puede aparecer el efecto de la deformación transversal. Podemos entonces, desde el principio, plantearnos el problema de la placa circular con carga simétrica respecto al eje suponiendo que la rigidez de la estructura es  $D = EI$ , en lugar de

$$D = \frac{EI}{1 - \nu^2}$$

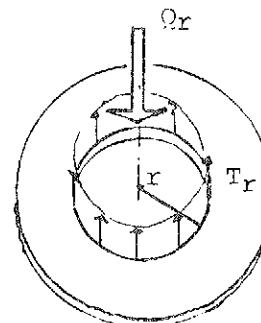
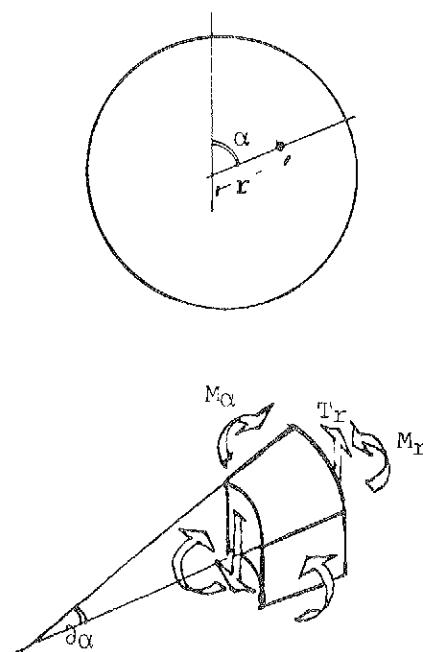
Supongamos la carga simétrica respecto al centro del círculo. Las coordenadas apropiadas para definir un punto de la losa, serán en este caso unas coordenadas polares, cuyo centro es el del círculo que limita la losa. En tal caso, un punto estará definido por la distancia  $r$  al centro del círculo, y el ángulo  $\alpha$  de  $r$ , con un origen de ángulos cualquiera. En una sección de un elemento orientado según  $r$  aparecerán: un momento  $M_r$  en dirección al radio, un momento  $M_\alpha$  en dirección a las circunferencias y un cortante  $T_r$  en dirección al radio. Por la simetría de la estructura alrededor del eje, los esfuerzos deben ser constantes a lo largo de las circunferencias de radio  $r$ , y tanto el cortante  $T_\alpha$  como el momento torsor  $M_{\alpha r}$ , en esas direcciones, deben ser nulos.

El equilibrio del elemento nos da la ecuación:

$$-T_r = \frac{M_r}{r} + \frac{\partial M_r}{\partial r} - \frac{M_\alpha}{r} \quad (1)$$

$T_r$  puede ser obtenido por simple estática, si la losa está aislada, al ser constante a lo largo de las circunferencias. Si damos un corte de radio  $r$ , por equilibrio:

$$T_r \cdot 2\pi r = -Q_r \quad y \quad T_r = -\frac{Q_r}{2\pi r}$$

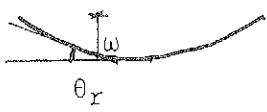
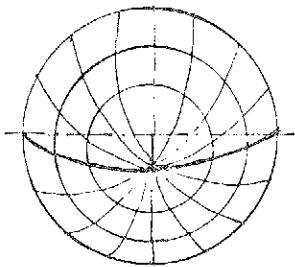


siendo  $Q_r$  la resultante de las cargas que actúan sobre la zona aislada. Nos queda por obtener  $M_r$  y  $M_\alpha$ , y al no tener mas que una ecuación, debemos buscar una relación entre ambos, estudiando la forma en que se deforma la placa.

## 2. DEFORMACION DE LA PLACA. RESOLUCION

La deformada de la placa,  $\omega$ , tendrá la forma de una superficie de revolución. Dando un corte según un radio, obtenemos la relación entre el giro  $\theta_r$  en un punto de la sección y la deformada  $\omega$ :

$$\omega = \frac{\partial \theta_r}{\partial r}$$



y la relación entre el giro y los esfuerzos:

$$\frac{\partial \theta_r}{\partial r} = -\frac{M_r - \nu M_\alpha}{EI}$$

Si  $\nu = 0$ , se reduce a:

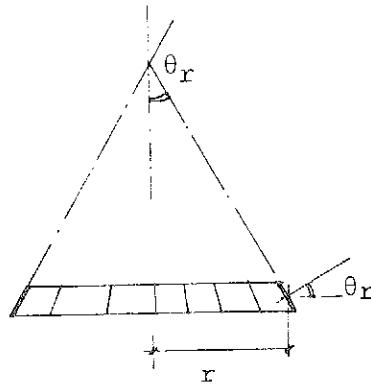
$$\frac{\partial \theta_r}{\partial r} = -\frac{M_r}{EI} \quad (2)$$

Dando un corte a lo largo de una circunferencia, obtenemos la relación entre el giro  $\theta_r$  y los esfuerzos en esa dirección:

$$\frac{\theta_r}{r} = -\frac{M_\alpha - \nu M_r}{EI}$$

que si  $\nu = 0$ , se reduce a

$$\frac{\theta_r}{r} = -\frac{M_\alpha}{EI} \quad (3)$$



Enseguida se ve que podemos obtener una relación directa entre  $M_\alpha$  y  $M_r$ . De (3) deducimos:

$$\theta_r = -\frac{M_\alpha}{EI} \cdot r$$

y sustituyendo en (2) resulta, después de eliminar el término  $EI$ , que supondremos constante:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial r} (M_\alpha \cdot r) = M_r} \quad (4)$$

Sustituyéndola en la ecuación de equilibrio (1) obtenemos una ecuación diferencial, con una sola variable,  $M_\alpha$ :

$$-T_r = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (M_\alpha \cdot r) + \frac{\partial^2}{\partial r^2} (M_\alpha \cdot r) - \frac{M_\alpha}{r}$$

que, como se puede comprobar, equivale a la ecuación:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (M_\alpha \cdot r^2) \right] = -T_r}$$

## 3. METODO DE ANALISIS

Podemos pues obtener los esfuerzos teniendo en cuenta únicamente consideraciones estáticas, como ocurre con las membranas.

El método de obtención de los esfuerzos, puede ser el siguiente:

$T_r$  se obtiene por simple equilibrio:

$$T_r = -\frac{Q_r}{2\pi r}$$

Conocido  $T_r$  obtenemos  $M_\alpha$  integrando dos veces la ecuación:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (M_\alpha \cdot r^2) \right] = -T_r}$$

Que nos dará la función de  $M_\alpha$  con las constantes

de integración que dependerán de las condiciones estáticas o de compatibilidad de deformaciones del borde.

Conocida la función  $M_\alpha$ , obtenemos la función  $M_r$ , derivando la expresión (4):

$$M_r = \frac{\partial}{\partial r} (M_\alpha \cdot r)$$

y los giros, directamente por:

$$\theta_r = -\frac{M_\alpha}{EI} \cdot r$$

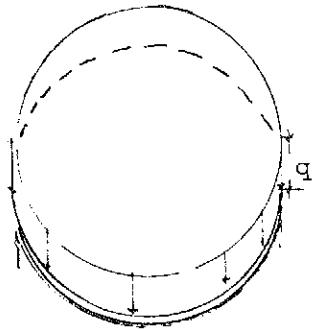
Finalmente, las flechas se obtienen integrando la ecuación:

$$\frac{\partial \theta_r}{\partial r} = -\omega \quad ; \quad \omega = -\int \theta_r \, dr + C_4$$

Conocidas las funciones de los esfuerzos y deformaciones, podemos plantear las condiciones de contorno y obtener las constantes de integración, con lo que el análisis queda terminado.

#### 4. PLACAS COMPLETAS CON CARGA UNIFORME

Apliquemos, en primer lugar, el método a los casos más conocidos, es decir, a los casos de placas con carga uniforme y aisladas.



A) Placa apoyada con carga uniforme q

Si la placa está apoyada en su contorno:

$$T_r = -\frac{Q_r}{2\pi r} = \frac{q\pi r^2}{2\pi r} = \frac{qr}{2}$$

La ecuación se transforma en:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (M_\alpha \cdot r^2) \right] = -\frac{qr}{2}$$

Que integrada dos veces nos da:

$$M_\alpha = -\frac{qr^2}{16} + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r^2}$$

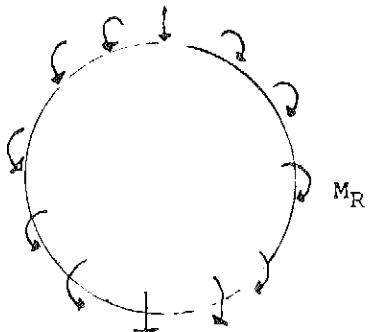
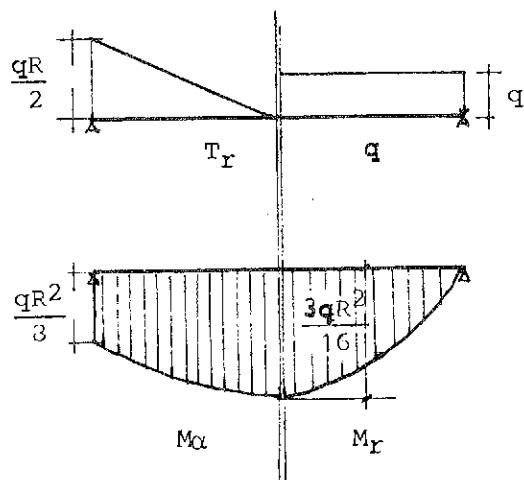
Si la constante  $C_2$  no fuese nula,  $M_\alpha$ , y por consiguiente  $\theta_r$ , se harían infinitos en el borde. Por consiguiente  $C_2 = 0$

$M_r$  lo obtenemos por:

$$M_r = \frac{\partial}{\partial r} [M_\alpha \cdot r] = -\frac{3qr^2}{16} + \frac{C_1}{2}$$

Y la constante de integración, planteando que  $M_r$  debe ser nulo en el borde. Si llamamos R al radio del círculo queda:

$$0 = -\frac{3qR^2}{16} + \frac{C_1}{2}$$



y sustituyendo el valor de la constante, en las funciones de  $M_\alpha$  y  $M_r$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_r = \frac{qr}{2} \\ M_\alpha = \frac{q}{16} (3R^2 - r^2) \\ M_r = \frac{3q}{16} (R^2 - r^2) \end{array} \right.$$

Si la comparamos con la solución ya conocida para  $\nu$  no nulo (A), vemos que efectivamente es la misma, si hacemos  $\nu = 0$ .

### B) Placa empotrada con carga uniforme

A diferencia de la solución conocida con  $\nu \neq 0$ , debemos plantear este caso como superposición de una placa apoyada y carga uniforme, con la misma placa, sin carga y un momento constante  $M_R$  en el borde, tal que el giro  $\theta_R$  en aquél se haga nulo. Estudiemos pues en primer lugar este caso: si no hay carga,  $T_r = 0$ , y la ecuación de la placa se transforma en:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (M_\alpha \cdot r^2) \right] = 0$$

Integrando dos veces, y haciendo nula la constante  $C_2$  que, como en el caso anterior, aparece dividida por  $r^2$ , queda:

$$M_\alpha = \frac{C_1}{2}$$

y por consiguiente:

$$M_r = \frac{\partial}{\partial \alpha} (M_\alpha \cdot r) = \frac{C_1}{2}$$

Para que  $M_r$  tenga en el borde el valor del momento aplicado  $M_R$ , debe ser, pues:

$$M_r = M_R = M_\alpha = \frac{C_1}{2}$$

La placa tiene pues tensiones iguales en todas las direcciones de cada fibra horizontal, y todos los puntos pueden ser descritos como "puntos singulares".

Superponiendo los esfuerzos de la placa apoyada, obtenemos el valor de  $M_\alpha$ :

$$M_\alpha = \frac{q}{16} (3R^2 - r^2) + M_R$$

y el giro:

$$\theta_r = \frac{M_\alpha}{EI} r = \frac{qr}{16EI} (3R^2 - r^2) + \frac{M_R \cdot r}{EI}$$

El valor de  $M_R$  debe ser aquél que haga nulo el giro en el borde, es decir, para  $r = R$ , y queda:

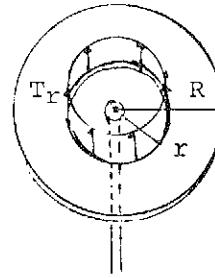
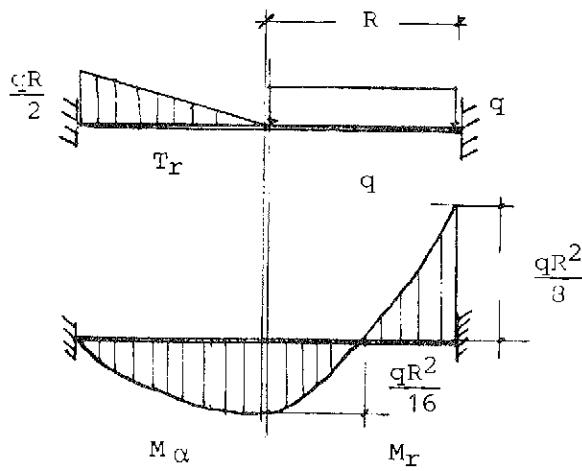
$$0 = \frac{qR}{16EI} (3R^2 - R^2) + \frac{M_E R}{EI}$$

Y obtenemos:

$$M_E = -\frac{qR^2}{8}$$

El juego de esfuerzos es pues:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_r = \frac{qr}{2} \\ M_\alpha = \frac{q}{16} (R^2 - r^2) \\ M_r = \frac{q}{16} (R^2 - 3r^2) \end{array} \right.$$



### C) Voladizo con carga uniforme

El cortante puede obtenerse planteando el equilibrio de un corte circular, con la carga que actúa desde aquél al borde. Queda:

$$T_r = -q \frac{\pi R^2 - \pi r^2}{2\pi r} = -q \frac{R^2 - r^2}{2r}$$

Vemos que se haría infinito si el apoyo fuese puntual, como ocurre en todas las estructuras superficiales.

La ecuación de la placa queda:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (M_\alpha \cdot r^2) \right] = \frac{qR^2}{2r} - \frac{qr}{2}$$

que una vez integrada nos da:

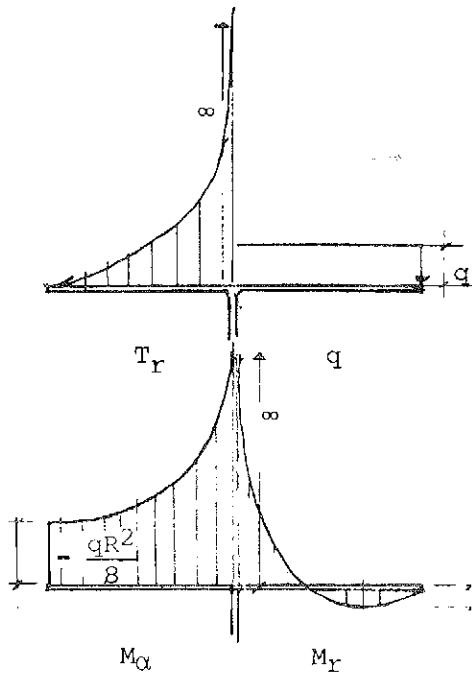
$$M_\alpha = \frac{q R^2}{4} \log r - \frac{q R^2}{8} - \frac{q r^2}{16} + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r^2}$$

La constante  $C_2$ , como en los casos anteriores, debe ser nula, y  $M_r$  lo obtenemos inmediatamente:

$$\begin{aligned} M_r = \frac{\partial}{\partial r} (M_\alpha \cdot r) &= \frac{q R^2}{4} \log r + \\ &+ \frac{q R^2}{8} - \frac{3 q r^2}{16} + \frac{C_1}{2} \end{aligned}$$

La constante  $\frac{C_1}{2}$  la obtenemos planteando que en el borde en que  $r = R$ ,  $M_r = 0$ , queda:

$$\frac{C_1}{2} = -\frac{q R^2}{4} \log R + \frac{q R^2}{16}$$

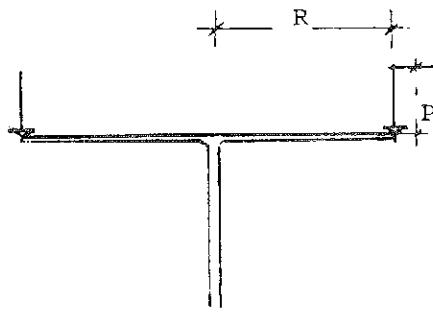


Sustituida en las funciones de  $M_\alpha$  y  $M_r$ , nos da el juego de esfuerzos:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_r = -q \frac{R^2 - r^2}{2r} \\ M_\alpha = \frac{q R^2}{4} \log \frac{r}{R} - \frac{q}{16} (R^2 + r^2) \\ M_r = \frac{q R^2}{4} \log \frac{r}{R} + \frac{3q}{16} (R^2 - r^2) \end{array} \right.$$

$M_\alpha$  y  $M_r$  tienden a infinito, si el apoyo tiende a transformarse en un punto, como ocurría con  $T_r$ .

Nótese la sencillez de esta solución comparada con la conocida para  $\nu \neq 0$  (B). Un caso más realista, que tiene en cuenta el giro nulo alrededor de un pilar de diámetro finito, lo estudiaremos en el apartado 5.



#### D) Voladizo con carga lineal en el borde. Capiteles de pilares en losas

Estudiemos, en primer lugar, el caso en que actúa una carga lineal uniforme de valor  $P$  en el borde del voladizo. El cortante  $T_r$  será:

$$T_r = -\frac{P \cdot 2 \pi R}{2 \pi r} = -\frac{P R}{r}$$

Y la ecuación de la placa:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (M_\alpha \cdot r^2) \right] = \frac{P R}{r}$$

Que integrada nos da la función de  $M_\alpha$ :

$$M_\alpha = \frac{P R}{2} \log r - \frac{P R}{4} + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r^2}$$

$C_2 = 0$  por las mismas razones que en los casos anteriores y  $M_r$  toma el valor:

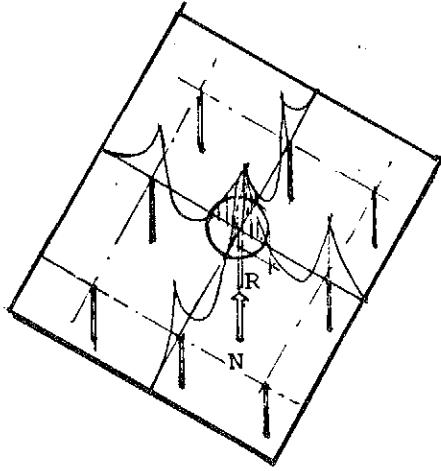
$$M_r = \frac{P R}{2} \log r + \frac{P R}{4} + \frac{C_1}{2}$$

$\frac{C_1}{2}$  deberá ser tal que en el borde se anule  $M_r$ , y obtenemos:

$$\frac{C_1}{2} = -\frac{P R}{2} \log R - \frac{P R}{4}$$

y el juego de tensiones:

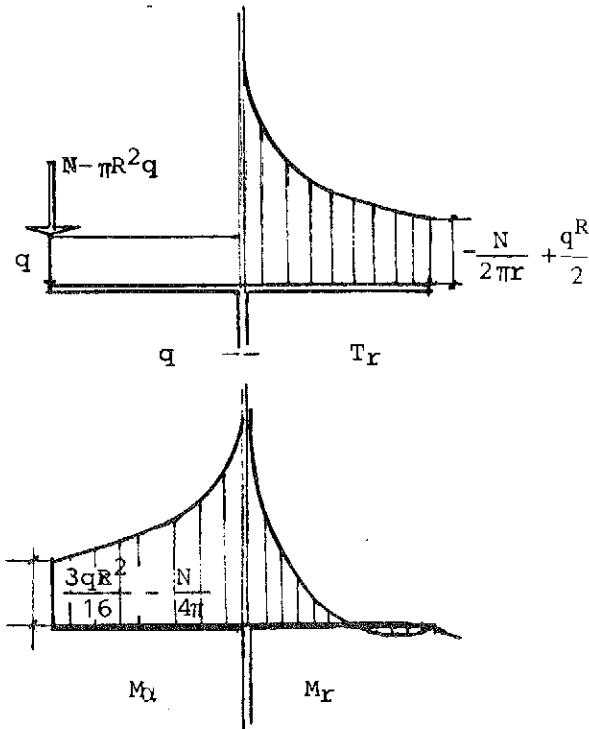
$$\left\{ \begin{array}{l} T_r = -\frac{P R}{r} \\ M_r = \frac{P R}{2} \log \frac{r}{R} \\ M_\alpha = \frac{P R}{2} \log \frac{r}{R} - \frac{P R}{2} \end{array} \right.$$



Supongamos ahora que el pilar es el de una losa sin vigas, que estamos estudiando la zona próxima al pilar, y que la línea para la que los momentos flectores de la losa se hacen nulos, al pasar de positivos a negativos, es una circunferencia de radio  $R$  con centro en el pilar. En este caso,  $P$  será el cortante de la losa en esa línea. Si llamamos  $N$ , a la reacción que soporta el pilar,  $P$  tendrá de valor:

$$P = N - \pi R^2 \cdot q$$

Además, sobre la losa circular actúa la carga  $q$ . Los esfuerzos finales serán pues el resultado de sumar a los esfuerzos de un voladizo con carga uniforme, los del voladizo con una carga lineal  $P$  cuyo valor es el cortante. Queda, después de sustituir y simplificar:

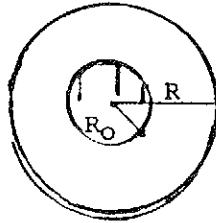


$$\left\{ \begin{array}{l} T_r = -\frac{N}{2r} + \frac{qr}{2} \\ M_r = \frac{N}{4} \log \frac{r}{R} + \frac{3q}{16} (R^2 - r^2) \\ M_\alpha = \frac{N}{4} (\log \frac{r}{R} - 1) + \frac{q}{16} (3R^2 - r^2) \end{array} \right.$$

Con estos valores se puede diseñar el capitel del pilar. Hay que hacer notar que, dependiendo del valor relativo de  $R$  y de la luz de la losa, los esfuerzos pueden cambiar de signo en las proximidades del borde.

## 5. LOSA CON APERTURA CIRCULAR

Una propiedad muy característica de este tipo de estructuras es la posibilidad de hacer una apertura circular, aun en los puntos en que los momentos en dirección al radio en la zona de la apertura sean imprescindibles para la estabilidad global de la estructura. Al poder componerse el momento  $M_\alpha$  en un momento en dirección  $r$ , es posible hacer nulo  $M_r$  en ese punto. Analíticamente, no hay más que plantear, para el borde de la apertura, la adecuada condición de contorno.



Como ejemplo, estudiemos el caso de un voladizo apoyado en una circunferencia interior, con carga  $q$  uniforme. El cortante será el mismo que el de una ménsula de radio  $R$ , hasta el borde de la apertura de radio  $R_0$ ; la ecuación es pues idéntica y, como para el voladizo, obtenemos:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_r = -q \frac{R^2 - r^2}{2r} \\ M_\alpha = \frac{qR^2}{4} \log r - \frac{qR^2}{8} - \frac{qr^2}{16} + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r^2} \\ M_r = \frac{qR^2}{4} \log r + \frac{qR^2}{8} - \frac{3qr^2}{16} + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2} \end{array} \right.$$

Sin embargo, en este caso  $C_2$  no es nula, ya que para  $r = 0$  no existe estructura. De hecho  $C_2$  nos va a servir para plantear las condiciones de contorno en el borde interior de la losa. Si suponemos el voladizo directamente apoyado en una viga curva de rigidez a torsión despreciable, las condiciones de borde serán:

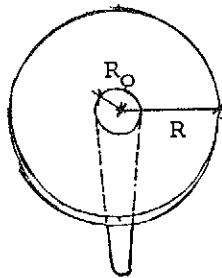
para  $r = R : M_r = 0$

para  $r = R_0 : M_r = 0$

y queda el sistema

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{qR^2}{4} \log R - \frac{qR^2}{8} + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{R^2} = 0 \\ \frac{qR^2}{4} \log R_0 - \frac{qR^2}{8} - \frac{qR_0^2}{16} + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{R_0^2} = 0 \end{array} \right.$$

del que podemos despejar  $C_1$  y  $C_2$ , y por tanto resolver el análisis de la estructura.



Si suponemos que la apertura interna está empotrada en un pilar de radio  $r_0$ , estaremos en el caso real del voladizo con un pilar de dimensiones finitas. Las condiciones de contorno serán:

para  $r = R : M_r = 0$

para  $r = R_0 : \theta_r = 0$

ahora bien, como  $\theta_r = \frac{M_\alpha}{EI} \cdot r$ , esto implica:  
 $M_\alpha = 0$ .

Queda el sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{qR^2}{4} \log R - \frac{qR^2}{8} + \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{R^2} = 0 \\ \frac{qR^2}{4} \log R_0 - \frac{qR^2}{8} - \frac{qR_0^2}{16} + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{R_0^2} = 0 \end{array} \right.$$

con el que se obtienen  $C_1$  y  $C_2$  y se resuelve el problema. Este procedimiento puede utilizarse fácilmente para cualquier tipo de placa aislada con apertura circular, con tal de que sea simétrica respecto al eje.

## 6. LOSAS CONTINUAS. LOSA APOYADA, CON VOLADIZO

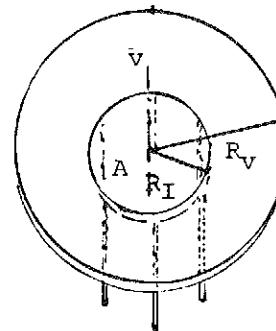
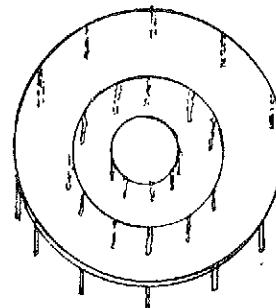
Hasta ahora hemos analizado únicamente lasas aisladas. El método, sin embargo, puede utilizarse para varias lasas en continuidad. Debe tenerse en cuenta sin embargo, que el cortante ya no se puede obtener por simple estática: es una magnitud hiperestática y por tanto dependiente de una constante de integración.

En el caso sencillo de una losa apoyada unida a un voladizo anular, el cortante de la losa apoyada y el del voladizo siguen siendo isostáticos, e iguales a los obtenidos para una losa aislada. Las ecuaciones de la losa apoyada y el voladizo son pues las mismas que para la losa aislada, con la diferencia de que cada losa tiene sus propias constantes de integración y en el voladizo  $C_2^V$  no es nula. Las condiciones de contorno serán, si llamamos  $R_I$  el radio de la intersección de ambas:

Para  $r = R_V : M_r^V = 0$

Para  $r = R_I : M_r^V = M_r^A$

es decir, por simple equilibrio, deben ser iguales el momento  $M_r^A$  de la losa apoyada, y el momento  $M_r^V$  del voladizo, en la intersección.



Para  $r = R_I : M_\alpha^V = M_\alpha^A$ , el giro y por lo tanto  $M_\alpha$  debe ser igual en ese punto para ambas losas.

Tenemos un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas que nos permite determinar las constantes  $C_1^V$  y  $C_2^V$  del voladizo, y la constante  $C_1^A$  de la losa apoyada. La constante  $C_2^A$  de aquella es nula, para que los esfuerzos no se hagan infinito en el centro. En el caso en que la losa tuviese una apertura circular, tendríamos  $C_2^A$  no nula y una condición de contorno más. El problema se resuelve pues de forma generalizada y sencilla, a diferencia de las soluciones con  $\nu \neq 0$  (C).

## 7. CONCLUSIONES

Como se puede ver en los ejemplos precedentes, prescindir del coeficiente  $\nu$ , conduce a un análisis extraordinariamente sencillo, que permite resolver, con medios elementales, cualquier caso de carga axisimétrica en una losa circular.

Complementado con un análisis en rotura, pueden dimensionarse placas de hormigón armado de forma directa, partiendo de los esfuerzos y no de las deformaciones. Estas se obtienen de forma inmediata una vez conocidos los esfuerzos.

## REFERENCIAS

(A) Una buena exposición de la obtención de casos sencillos de placas circulares con carga uniforme y coeficiente de Poisson no nulo puede encontrarse en: Timoshenko, S. Teoría de Placas y Láminas. págs. 69-90.

(B) Una solución de la placa circular en voladizo puede encontrarse en: Belluzi, O. "Ciencia de la Construcción". Tomo III, pág. 108.

(C) Soluciones analíticas para casos como éste en que  $\nu \neq 0$ , se encuentran en: BARES, R. "Tablas para el Cálculo de Placas y Vigas Pared". págs. 425-457.

## RESUMEN

Para placas de hormigón armado, puede despreciarse, sin excesivo error, el coeficiente  $\nu$ . En tal caso, las ecuaciones de una placa circular con carga simétrica respecto al eje, permiten un análisis puramente estático y extraordinariamente más sencillo que para las placas con un coeficiente de Poisson no nulo. Se examinan en este artículo, además de los casos más conocidos, tipos de placas en los que el análisis habitual es prácticamente inabordable, por la complicación de las ecuaciones.

## SUMMARY

For concrete slabs, Poisson coefficient may be neglected. In this case analysis of circular slabs can be carried without taking into account deformations. This simplifies much calculations, and many complicated types of load and sustentation can be readily solved, as it is shown in this paper.

## Primera Conferencia sobre "Hormigón y Estructuras". en Malasia

Durante los días 3 y 4 de octubre del presente año 1989 se va a celebrar, en el Hotel Merlin, Kuala Lumpur, Malasia, la "Primera Conferencia sobre Hormigón y Estructuras", en el curso de la cual los arquitectos, ingenieros, constructores, contratistas, suministradores de materiales, fabricantes, investigadores, técnicos, y todos los interesados en el hormigón, podrán reunirse para discutir los últimos avances tecnológicos logrados en:

– El proyecto y cálculo de las estructuras de hormigón.

– Métodos y técnicas utilizados en las construcciones de hormigón.

– Materiales y equipos para la construcción de estructuras de hormigón.

El objetivo final de estas reuniones es lograr estructuras económicas y seguras desde el punto de vista de la "durabilidad del hormigón".

Los que deseen presentar alguna Comunicación deberán enviar un resumen de la misma (no más de trescientas palabras) ajustándose al siguiente calendario:

– Fecha límite para la recepción de los resúmenes... 1 de julio de 1989.

– Notificación de si ha sido o no aceptada... 1 de agosto de 1989.

– Recepción del texto completo... 1 de setiembre de 1989.

Los interesados deberán dirigirse a:

Conference Director: John S. Y. Tan  
CL-Premier Pte. Ltd.  
150 Orchard Road #07-14  
Singapore 0923  
Tel.: 733 29 22  
Tlx.: RS 35377 COMPA  
Fax: 235 35 30

# Cálculo práctico de pilas altas de viaductos en teoría de segundo orden

Francisco Morán Cabré  
Dr. Ing. de Caminos  
Instituto Eduardo Torroja. Madrid

## 1. INTRODUCCION

Las pilas altas de viaductos son posiblemente las piezas de hormigón armado cuyo dimensionamiento resulta más complejo. En efecto, dichos elementos se caracterizan por:

—Sección y armaduras variables a lo largo de su altura, cuya definición requiere la determinación de un elevado número de parámetros.

—Comportamiento no lineal tanto respecto al material (hormigón) como respecto a la geometría (efectos de segundo orden debidos a la esbeltez).

—Condiciones especiales de vinculación en base y cabeza.

—Multitud de hipótesis de carga, en cada una de las cuales existen esfuerzos variables a lo largo de la altura, resultando en particular importante la variación del axil debido al peso propio de la pila.

Solicitaciones que corresponden al caso más general de flexocompresión esviada o biaxial, no pudiendo obviarse la acción simultánea de las dos flexiones, ya que la presencia de cada una de ellas *ablanda* considerablemente la rigidez de la sección en la dirección de la otra [1], [2].

—Deformaciones diferidas (fluencia) cuyo efecto puede ser importante en algunos casos.

La Instrucción Española de Hormigón EH-88 [4] no facilita el cálculo de estas piezas, ya que la fórmula aproximada que se incluye para el cálculo de una excentricidad adicional equivalente a los efectos de segundo orden sólo es válida para piezas de sección y armaduras constantes, sometidas a un esfuerzo axil constante y a momentos variables linealmente. Por otra parte es sabido que dicha fórmula, excesivamente conservadora, conduce a resultados absurdos si se utiliza, aunque sea como tanteo de orden de magnitud, para pilas altas. En cuanto al efecto de la flexión esviada en piezas esbeltas, la EH-88 no da ninguna indicación al respecto.

El trabajo más importante conocido en nuestro

país sobre este tema es la Tesis Doctoral de Villegas [1]. En él se presenta, por una parte, un método de cálculo y un programa de ordenador para el análisis o comprobación de pilas en cajón y por otra un estudio paramétrico de estas pilas referido al caso de viaductos construidos por avance en voladizo. Dejando a salvo el indudable valor de estas aportaciones, cabe decir que su utilidad como herramienta práctica es limitada. El método exige la obtención previa de las superficies momentos-axiles-curvaturas de todas las secciones de la pila. El programa, preparado para miniordenadores anticuados y caros, requiere gran capacidad de memoria y tiempos de cálculo elevados (del orden de 30 minutos para cada tanteo).

Otra Tesis Doctoral, la de Aires Pereira [2], dirigida por el autor, aunque centrada en el caso de soportes de edificación de sección, armaduras y esfuerzos constantes, ha sido el precedente de un método de cálculo [3] para piezas de este tipo que, sin perjuicio del rigor, se caracteriza por su eficiencia numérica y cuya adaptación a ordenadores personales compatibles permite la comprobación de un soporte en 3-4 segundos de ordenador y su dimensionamiento automático estricto en 30-40 segundos.

Si bien es claro que el dimensionamiento de pilas de viaductos no es fácil de automatizar por el elevado número de parámetros que las definen, sí parece posible adaptar las ideas contenidas en este último trabajo a pilas de viaductos para conseguir un método de cálculo implementable en ordenadores compatibles de bajo coste (del orden de mil dólares, por citar una cifra), con el objetivo de que cada tanto o comprobación de una pila pueda realizarse en no más de 15 segundos, incluyendo la preparación de los datos que definen la pila (5 segundos) y su análisis propiamente dicho (10 segundos). De esta forma se facilitaría el tanteo de la influencia de los principales parámetros geométricos y de armado de pilas esbeltas y la obtención, en condiciones razonables de comodidad y tiempo, de un dimensionamiento adecuado de las mismas.

## 2. BASES DE CALCULO

Las bases de cálculo deben ser las establecidas en la Instrucción EH-88 [4] y en particular las contenidas en los artículos 36 *Principios generales de cálculo de secciones sometidas a solicitudes normales* y 43 *Pandeo*, que coinciden en lo fundamental con las del Código Modelo del CEB.

En lo que respecta al diagrama tensión-deformación del hormigón, si bien dicha Instrucción recomienda el uso del diagrama hiperbólico de Sargin (comentario al art. 43.2.2), que permite una evaluación más aproximada de las deformaciones al ajustar su pendiente inicial al módulo de elasticidad medio del hormigón  $E_{cm}$ , lo cierto es que tanto los trabajos mencionados [1], [2], [3] como todos los ábacos y tablas contenidos en el Manual de Pandeo del CEB [5] usan el diagrama parábola-rectángulo. Ello es debido, por una parte, a que para hormigones ordinarios la pendiente inicial correspondiente al diagrama parábola-rectángulo es menor que la del diagrama de Sargin, por lo que el uso de aquél queda del lado de la seguridad, y por otra a que el diagrama de Sargin presenta inconvenientes desde el punto de vista computacional. La relación  $\epsilon_c - \sigma_c$  no es unívoca en este diagrama.

Para soslayar este último problema la Comisión Permanente III *Pandeo e Instabilidad* del CEB considera actualmente proponer [8] el uso de diagramas parábola-rectángulo modificados del tipo (fig. 1):

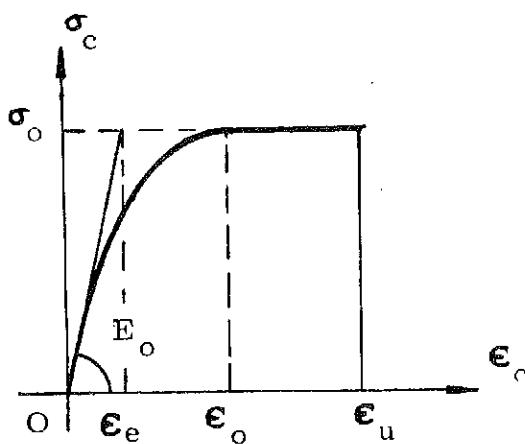


Fig. 1. Diagrama Parábola-Rectángulo modificado [8].

$$\sigma_c = \sigma_0 [1 - (1 - \epsilon_c/\epsilon_0)^n]$$

siendo:

$\sigma_0 = f_{ck}/1,2$  = tensión en el vértice de la parábola, que se toma igual a la característica dividida por el coeficiente 1,2 y resulta aproximadamente igual a  $f_{cm}/\gamma_c$ .

$n = \epsilon_0/(\sigma_0/E_0) = \epsilon_0/\epsilon_e$  = exponente de la parábola.

$E_0 = E_{cm}/1,2$  = módulo de elasticidad inicial del hormigón.

Es decir, diagramas en los que el exponente de la parábola se ajusta de forma que la pendiente en el origen coincide con el módulo inicial  $E_0$  del hormigón.

También puede resultar conveniente, aunque en la Instrucción EH-88 no se indica expresamente, considerar la resistencia a tracción del hormigón y el efecto *tension-stiffening*. Estos efectos pueden ser decisivos en el cálculo de las deformaciones de pilas muy altas. Según resultados de estudios realizados en el seno de la Comisión Permanente III del CEB, para esbelteces altas y excentricidades reducidas cada uno de estos efectos puede incrementar la carga de padeo hasta un 30 por 100 [7].

En cualquier caso, el uso de diagramas distintos del parábola-rectángulo presenta el inconveniente adicional de que durante el análisis de la pieza no puede detectarse el agotamiento de sus secciones. Por ello, en caso de usar estos diagramas es preciso, una vez que se llega a la deformada de equilibrio de la pila, estudiar de forma independiente si se ha producido agotamiento en alguna de sus secciones. La variabilidad de la sección, del armado y de los esfuerzos no permite saber a priori cuál de las secciones está en peores condiciones resistentes.

Un tema relacionado con el anterior es el del tratamiento de las deformaciones diferidas (fluencia). Un análisis riguroso de este fenómeno es muy complejo y exigiría conocer la evolución en el tiempo de las cargas a las que está sometida la pila. Por ello se recurre normalmente a métodos aproximados. Dos de ellos se recogen en el Código Modelo del CEB y en el Manual de Padeo de dicho organismo [5]. El primero, llamado método lineal, consistente en estimar una excentricidad adicional  $\epsilon_{ec}$  equivalente al efecto de la fluencia, no resulta aplicable a pilas altas, al haber sido ideado para piezas de sección, armado y esfuerzos constantes con una deformada de tipo senoidal. El segundo, llamado método no lineal, consiste en utilizar un diagrama tensión-deformación del hormigón afín del instantáneo, con una razón de afinidad:

$$k = 1 + \varphi \alpha \beta$$

siendo:

$\varphi$  = coeficiente de fluencia, que depende del ambiente, de la edad de puesta en carga y del peso medio de la pieza.

$\alpha = N_{LD}/N_T$  = relación entre el axil de larga duración y el total;

$\beta = M_{LD}/M_T$  = relación entre el momento de larga duración y el total.

Los valores de  $\alpha$  y especialmente de  $\beta$  son normalmente bajos, ya que como esfuerzos de larga

duración deben tomarse los correspondientes a las cargas quasi-permanentes (las que producen fluencia), que son sólo una fracción de las características, mientras que como esfuerzos totales deben tomarse los correspondientes a las cargas de cálculo mayoradas. Por ello la fluencia no suele tener una importancia decisiva en pilas de puentes y salvo casos excepcionales puede afirmarse que el margen de seguridad en el cálculo de deformaciones proporcionado por el uso del diagrama parábola-rectángulo en lugar del de Sargin es más importante que el efecto de la fluencia.

Por lo que se refiere a las excentricidades mínimas, se respeta lo indicado en el artículo 36 de la Instrucción Española, aplicado a la sección de cabeza de la pila. Si, como es muy frecuente debido a las grandes dimensiones de dicha sección, las excentricidades de la carga vertical en la misma son en ambas direcciones menores que la dimensión correspondiente dividida por 20, se sustituye el punto de actuación de la carga por otro que tiene la excentricidad mínima en la dirección más desfavorable, que corresponde a la menor dimensión de la sección.

En cuanto a las cuantías mínimas, se aplica la limitación de la Tabla 38.3 de la Instrucción Española, que obliga a una cuantía geométrica mínima de la armadura longitudinal total del 4 por mil de la sección de hormigón. En caso de que la armadura definida en los datos no cumpla esta condición en alguna sección de la pila, se aumentan proporcionalmente las áreas de las armaduras situadas en paramentos exteriores hasta conseguir que se cumpla dicho requisito; en este caso se advierte del hecho al proyectista, indicando cuál es la armadura realmente dispuesta por el programa en cada sección. De esta forma se puede conseguir el dimensionamiento ajustado de pilas con armadura mínima en su parte alta, en la que la sección de hormigón suele ser sobrada a efectos resistentes.

### 3. DEFINICION DE LA PILA, CARGAS Y VINCULACIONES

El objetivo, enunciado en la introducción, de

conseguir un método que permita realizar modificaciones y tanteos muy rápidos en la definición de la geometría de la pila y de su armado para lograr un dimensionamiento cómodo y adecuado de pilas esbeltas, impone el diseño de una estructura de datos sencilla. En el compromiso siempre necesario entre la generalidad de un programa y la comodidad de su aplicación a los casos más usuales en la práctica, se ha dado prioridad por tanto a este último aspecto.

En cuanto a la forma de la sección y de acuerdo con este criterio, se han considerado pilas de sección rectangular hueca (cajón), de sección anular y de sección en H (véase fig. 2), todas las cuales se pueden definir con un *máximo de 4 parámetros geométricos* (la dimensión exterior y el espesor en cada dirección). No se ha considerado una sección de forma cualquiera, cuya definición habría exigido la introducción incómoda de las coordenadas de los vértices de una poligonal.

En cuanto a la variación de la sección a lo largo de la altura, se ha supuesto que cada uno de los parámetros que definen la sección puede variar entre la sección de cabeza y la de base de la pila de forma lineal independiente, bastando por consiguiente definir los valores de los parámetros en dichas secciones. La adopción de leyes de variación más complejas o la definición de la pila por trozos con leyes distintas habrían resultado más generales pero también más engorrosas.

Por lo que respecta a la definición de armaduras, se consideran en cada sección líneas de armaduras uniformemente repartidas próximas a los paramentos exteriores e interiores (fig. 3). En la sección cajón resultan ocho líneas que son iguales dos a dos por simetría, por lo que basta con definir las áreas totales de armadura exterior e interior en cada dirección, o sea *4 parámetros de armado por sección*. En la sección en H la definición es análoga, mientras que en la sección anular es suficiente con 2 parámetros de armado por sección.

La ley de variación de armaduras a lo largo de la pila se define de forma similar a la de la sección, haciendo variar cada uno de los cuatro parámetros de armado de forma lineal independiente entre las

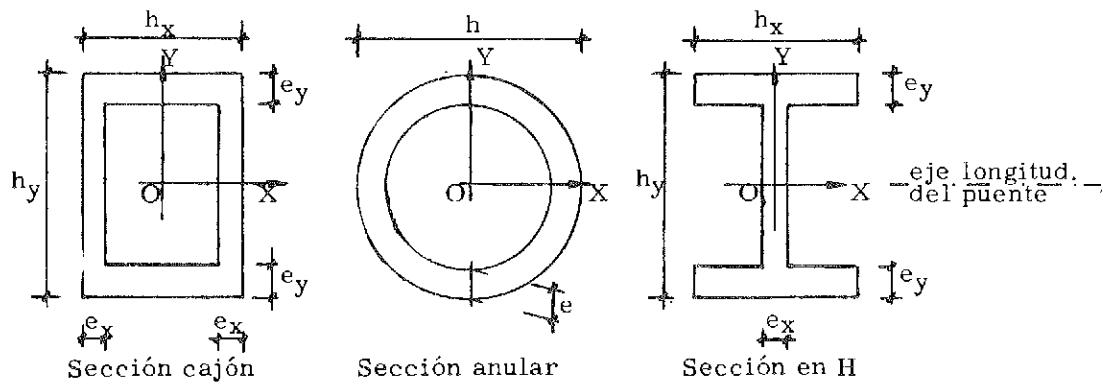


Fig. 2. Definición de la sección.

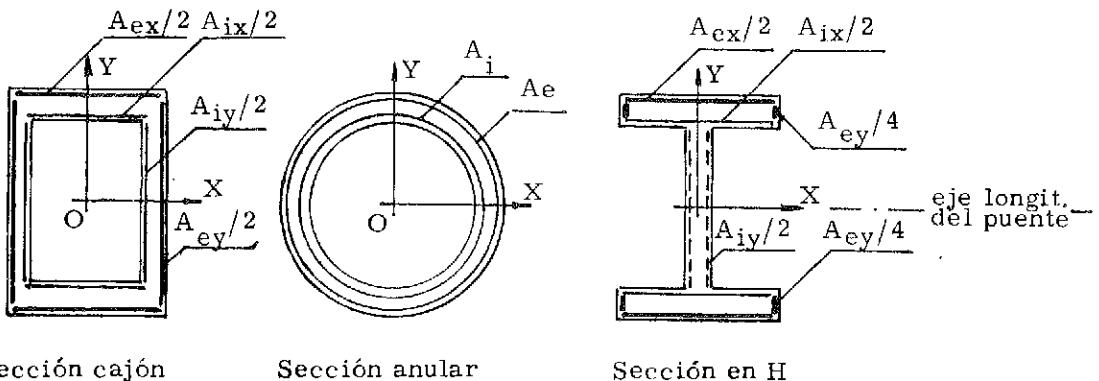


Fig. 3. Definición de las armaduras.

secciones de cabeza y base de la pila, bastando por consiguiente indicar los valores de los parámetros en dichas secciones, con la salvedad indicada en el apartado anterior acerca de la cuantía mínima de arnado.

La experiencia en la aplicación práctica del método ha demostrado que, si bien esta forma de definir el armado de la pila es adecuada para el tandeo y el dimensionamiento, resulta a veces difícil ajustarse a las leyes lineales teóricas cuando se disponen las armaduras reales de obra y es preciso respetar todos los requisitos de la práctica del armado. Por ello ha parecido conveniente ofrecer, como alternativa, un método de comprobación de pilas en las que las armaduras se definen de forma independiente en once secciones a décimos de la altura de la pila.

Por lo que se refiere a las cargas aplicadas sobre la pila, se considera un número cualquiera de hipótesis que deben calcularse por separado, debido a que el comportamiento no lineal descarta el uso del principio de superposición. En cada una de las hipótesis se definen de forma independiente las siguientes cargas:

—Fuerzas y momentos aplicados en la cabeza de la pila. En el caso más general son tres fuerzas y dos momentos (véase fig. 4):

$F_x$  = Fuerza según el eje longitudinal del puente;

$F_y$  = Fuerza según un eje transversal al puente;

$F_z$  = Fuerza vertical dirigida hacia abajo;

$M_x$  = Momento alrededor del eje longitudinal, que produce en la pila flexiones que la sacan del plano del puente;

$M_y$  = Momento alrededor de un eje transversal, que deforma la pila manteniéndola en el plano del puente.

—Fuerzas aplicadas a lo largo del fuste de la pila. En el caso más general son tres fuerzas (véase fig. 4):

$f_x$  = Fuerza según el eje longitudinal del puente, que se define mediante sus valores en las secciones de base y cabeza,  $f_{x0}$  y  $f_{x1}$  respectivamente;

$f_y$  = Fuerza según un eje transversal al puente, que se define mediante sus valores en las secciones de base y cabeza,  $f_{y0}$  y  $f_{y1}$  respectivamente;

$f_z$  = Peso propio de la pila, calculado de forma automática por el programa, bastando con que el proyectista defina el coeficiente de mayoración que debe aplicarse a dicho peso propio.

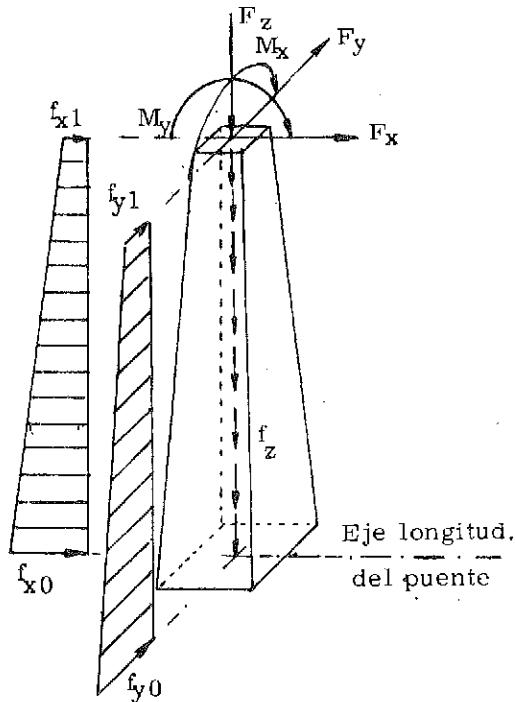


Fig. 4. Cargas aplicadas sobre la pila.

Por lo que se refiere a las condiciones de vinculación de la pila, el método parte del caso más simple de pila en ménsula, equivalente a una pieza biarticulada de longitud doble. Este es el caso aplicable a la fase de construcción de los puentes construidos por avance en voladizo, en la que se suelen presentar las condiciones más desfavorables para el dimensionamiento de la pila.

Resulta posible incorporar la existencia de empotramientos elásticos a giro en la base, debidos a la deformabilidad del terreno y, en su caso, de la cimentación de la pila (pilotajes), ya que como se verá en cada paso del proceso se conocen los momentos en la base de la pila y pueden calcularse por tanto los giros elásticos en la misma.

En cuanto a la cabeza de la pila, el apoyo del viaducto construido puede tener un comportamiento como el de la fig. 5, caracterizado por una ley desplazamientos-reacciones en dirección longitudinal del puente definida por una constante de muelle  $k$  correspondiente a la rigidez del aparato de apoyo y por un movimiento máximo  $\delta_{tope}$  determinado por la junta en estribos. Con respecto a los giros el comportamiento es análogo aunque sin tope.

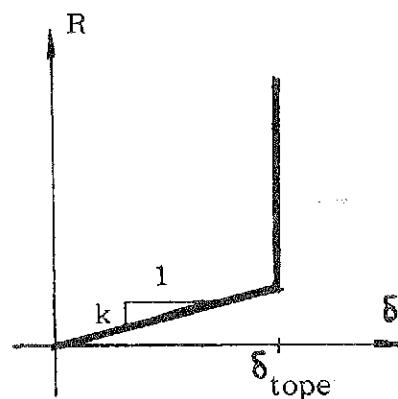


Fig. 5. Reacciones de apoyo en cabeza de la pila.

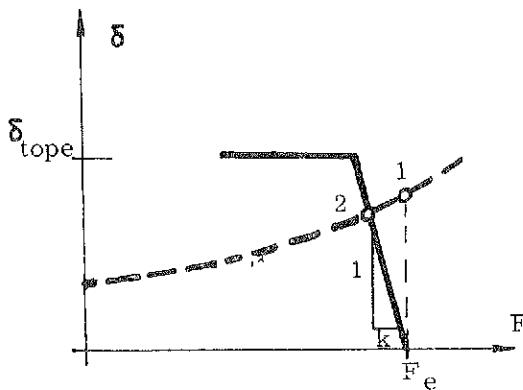


Fig. 6. Cálculo del desplazamiento en cabeza de la pila.

En principio sería deseable que el método tuviera en cuenta de forma automática este tipo de vinculación de apoyo, incorporando, a lo largo del proceso iterativo de cálculo de la deformada de la pila, las reacciones correspondientes a los desplazamientos y giros de la cabeza de la misma obtenidos al final de cada

recorrido de la misma (véase apartado 4).

Sin embargo, la experiencia obtenida hasta el momento indica que el proceso iterativo para el cálculo de la deformada de la pila es muy sensible y que las fuertes modificaciones de las leyes de esfuerzos en ésta debidas a las alteraciones de las reacciones elásticas en la cabeza dificultan cuando no impiden su convergencia. Debido a ello, por el momento se ha decidido no incorporar al proceso la obtención automática de las reacciones de apoyo en cabeza. Para la obtención de dichas reacciones puede procederse de la forma siguiente:

La curva de trazos de la figura 6 representa la relación entre las fuerzas horizontales  $F$  aplicadas a la cabeza de la pila y las flechas horizontales  $\delta$  en dicha cabeza. Si la fuerza exterior es  $F_e$  y no hubiera apoyo (pila en ménsula) la solución sería el punto 1. Debido al apoyo elástico se produce una reacción que se resta de  $F_e$  y la solución es el punto 2, intersección de la curva de trazos (pila) y de la línea quebrada llena (apoyo).

Para resolver el problema basta dar valores a  $F$  en el intervalo  $0 < F < F_e$  y obtener los desplazamientos de la pila  $\delta$  hasta que para uno de ellos se cumpla la relación del apoyo:

$$\delta = (F_e - F)/k \geq \delta_{tope}$$

llegándose normalmente a la solución en tres o cuatro tanteos.

#### 4. ALGORITMO DE CALCULO

La base del método es un algoritmo para el análisis o comprobación de una pila alta de hormigón armado de sección y armaduras variables, sometida a una solicitud normal general (flexocompresión esviada) también variable a lo largo de la altura de la pila.

El cálculo no se realiza aplicando alguno de los métodos aproximados existentes, de validez limitada o dudosa, sino por el Método General, también llamado de las diferencias finitas [5], en el que se efectúan recorridos sucesivos de las distintas secciones de la pieza. En cada sección, en función de las flechas estimadas o conocidas del recorrido anterior, se obtienen los momentos de segundo orden, que se suman a los de primero para obtener los momentos totales. A partir de estos momentos y del axil se efectúa un cálculo de sección, obteniendo las deformaciones de sus fibras y por consiguiente las curvaturas. Estas curvaturas, integradas a lo largo de la pieza, permiten obtener una nueva ley de flechas y el proceso se repite hasta que se alcanza la convergencia. Este es también, en líneas generales, el método aplicado en las referencias [1] y [2].

La parte más delicada y laboriosa del proceso es sin duda el cálculo de cada sección. Se trata de

un *cálculo de sección inverso* en el que, dados el axil y los momentos actuantes, deben obtenerse las deformaciones de las fibras de la sección. Este cálculo se llama inverso porque las bases de cálculo en flexión-compresión no permiten resolverlo de forma directa, sino sólo efectuar *cálculos de sección directos*, en cada uno de los cuales a partir de los valores de tres parámetros que fijen la posición del plano de deformaciones de la sección (pueden usarse las deformaciones en tres esquinas o la deformación en el centro y las dos curvaturas) se determina la solicitación resistente, que tiene tres esfuerzos componentes: el axil y los dos momentos flectores. Es preciso proceder por tanteos de forma iterativa, hasta conseguir que los valores de los tres esfuerzos resistentes resultantes coincidan con los de los esfuerzos actuantes en la sección dadas. El cálculo de sección inverso es pues equivalente a la resolución de un sistema de tres ecuaciones no lineales con tres incógnitas, pudiendo presentar problemas de convergencia en las proximidades del estado último de la sección.

El método usado por Aires Pereira [2] resuelve el cálculo de sección inverso aplicando el método de Newton. Se construye en cada paso un sistema linealizado tangente al dado en el punto considerado, eligiendo como próximo punto el que sería solución de dicho sistema linealizado. A su vez, los valores de las derivadas, coeficientes del sistema, se estiman mediante la técnica de las diferencias finitas, incrementando ligeramente cada una de las tres variables independientes y calculando las diferencias que se producen en las funciones esfuerzos resultantes, de forma que cada paso comporta cuatro tanteos o cálculos de sección directos. El método funciona razonablemente bien en la mayoría de los casos, pero presenta en algunos, problemas de convergencia.

La idea central del método propuesto [3] consiste en el uso de lo que podría llamarse un *cálculo de sección semidirecto*, tal como se visualiza en la fig. 7, en la que se representa el diagrama momento-curvatura de una sección referido al caso más sencillo de flexión recta, para simplificar la exposición, y correspondiente al esfuerzo axil actuante en dicha sección  $N_c$ . El cálculo de sección inverso consistiría en, conocido el momento externo actuante  $M_e$ , obtener por tanteos la deformación en el centro de la sección y la curvatura, con lo que se llega al punto A del diagrama mediante un doble ajuste. El cálculo de sección semidirecto consiste en estimar primero la curvatura  $c_{est}$  y a partir de esta curvatura obtener por tanteos la deformación en el centro de la sección hasta ajustar el axil  $N_c$ , con lo que se llega al punto B del diagrama mediante un simple ajuste, con un momento interno  $M_i$  menor que el  $M_e$ . Del punto B se pasa luego al C corrigiendo la curvatura mediante:

$$c_c = c_{est} \cdot M_e / M_i$$

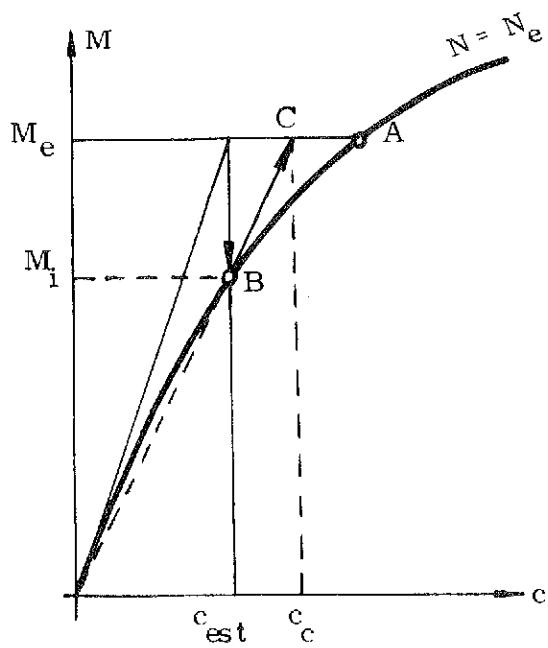


Fig. 7. Cálculo de sección semidirecto.

El punto C no pertenece al diagrama momento-curvatura, es decir, no cumple con todos los requisitos, pero proporciona una estimación más precisa de la curvatura de cara a la iteración siguiente. En cada paso no se ajusta la curvatura como en el cálculo de sección inverso, pero tampoco es necesario hacerlo, ya que se trata de un paso provisional del proceso del cálculo de la pieza, que es a su vez iterativo.

En el caso de flexocompresión esviada el ahorro es todavía más significativo, ya que el cálculo semidirecto exige igualmente el ajuste simple del axil, mientras que el inverso exige como se ha dicho un triple ajuste. En definitiva, se simplifica y acelera notablemente el cálculo de sección (el número de tanteos se divide por un factor entre 4 y 8, eliminándose los problemas de convergencia), disminuyendo a cambio ligeramente la rapidez de la convergencia del cálculo de la pieza.

La eficiencia del método se complementa con la del cálculo de sección directo, que se realiza descomponiendo la sección no en elementos de pequeñas dimensiones, procedimiento simple de programar pero poco aproximado y muy laborioso, sino en triángulos, paralelogramos y trapecios de grandes dimensiones y aplicando para el cálculo de resultantes en los mismos el método de Chebyshev, muy preciso y rápido, tal como se describe en [3] y [6]. De la misma forma, para el cálculo de la resultante de las tensiones en cada línea de armaduras no se descompone ésta en un elevado número de barras puntuales, como es habitual, sino que se aplican fórmulas exactas. El resultado de estas técnicas es que cada tanteo o cálculo de sección directo se hace en tres centésimas de segundo en el caso típico de sección en cajón con

ocho líneas de armadura.

El proceso de análisis de la pieza comienza obteniendo las dimensiones, armaduras y solicitudes de primer orden en cada una de las once secciones situadas a décimos de altura de la pila entre la base (sección 0) y la cabeza (sección 1). A continuación se hace una estimación de las excentricidades de segundo orden suponiendo que su variación con la altura es parabólica y que el valor máximo, en la base, es proporcional a las de primer orden.

Se estiman también las rigideces de la sección de la base. En el primer paso, y a falta de otra información, se eligen las rigideces correspondientes a la sección bruta de hormigón.

En cada una de las secciones, desde la base hasta la cabeza, se realizan los siguientes cálculos:

**Momentos externos actuantes:** Son momentos totales (primer más segundo orden). Se obtienen sumando a los de primer orden los de segundo, que se calculan multiplicando las cargas verticales  $F_z$  y  $f_z$  por las diferencias de excentricidades de segundo orden entre la sección considerada y las secciones en que actúan estas cargas verticales.

**Curvaturas estimadas:** En el primer paso se obtienen dividiendo los momentos externos entre las rigideces estimadas. En pasos sucesivos, se toman las del paso anterior.

**Deformación en centro de sección:** Es necesaria para iniciar el cálculo de sección semidirecto. En el primer paso se estima igual a 0,0003. En pasos sucesivos se utiliza la del paso anterior.

**Cálculo de sección semidirecto:** Conocidas las curvaturas y la deformación en el centro se hace un cálculo de sección directo, obteniéndose un esfuerzo axial resistente que no coincide con el actuante en la sección. Se itera manteniendo las curvaturas y modificando la deformación en el centro de la sección hasta conseguir ajustar el axial. Para ello se usa el método de la régula falsa, siendo normalmente suficientes 3 ó 4 iteraciones.

**Curvaturas corregidas:** Las curvaturas se aumentan multiplicándolas por la relación entre los momentos externos actuantes (datos) y los momentos internos resistentes (resultantes) en la sección.

**Excentricidades en la sección siguiente:** Se calculan las excentricidades de segundo orden en la sección superior en función de las de las secciones anterior y actual, y de las curvaturas corregidas de la sección actual, aplicando el método de las diferencias finitas. Al sumarlas con las de primer orden se obtienen las excentricidades totales.

De esta forma se recorre la pila, llegando a la sección extrema. En ese momento se efectúan tres comprobaciones:

**Comprobación de agotamiento:** La pieza se considera agotada si cualquiera de sus secciones

está agotada. A su vez una sección se considera agotada si se ha agotado en tres iteraciones (recorridos de la pieza) sucesivas. En efecto, es posible que las deformaciones se reduzcan de una iteración a la siguiente y que una sección que parecía agotada en una fase del proceso al final del mismo alcance un equilibrio sin agotamiento. También se considera agotada una sección si se alcanza la estabilidad global de la pila (véase más abajo) y en ese momento está agotada. Como criterio de agotamiento de la sección se utiliza el diagrama de los pivotes en el caso de usar el diagrama parábolarectángulo sin modificar. En otro caso, como se ha dicho, la comprobación de agotamiento no se realizaría en cada paso del proceso de cálculo de la pieza, sino una vez alcanzada la convergencia del mismo y de forma independiente.

**Comprobación de inestabilidad:** Normalmente se llega a la sección de cabeza con una excentricidad  $e_f$  inferior a la de primer orden conocida  $e_1$ . En el paso (recorrido de la pieza) siguiente se corrige la excentricidad de segundo orden supuesta en la sección de base  $e_2(0)$  aumentándola, con lo que la excentricidad de la sección de cabeza también aumenta y se prosigue así hasta llegar a  $e_1$  (curva A de la figura 8). Sin embargo, a veces sucede que la excentricidad obtenida en la sección de cabeza  $e_f$  disminuye con respecto al paso anterior aunque haya crecido la excentricidad de partida  $e_2(0)$ . Ello puede deberse a que el proceso oscila en su convergencia, o bien a que la pieza se ha *ablandado* excesivamente, con lo que las curvaturas aumentan y a excentricidades en la sección de base  $e_2(0)$  crecientes corresponden excentricidades en la sección de cabeza  $e_f$  decrecientes (curva B de la figura 8). Por ello se considera que la pieza es inestable cuando en tres pasos sucesivos las excentricidades en la sección extrema  $e_f$  disminuyen.

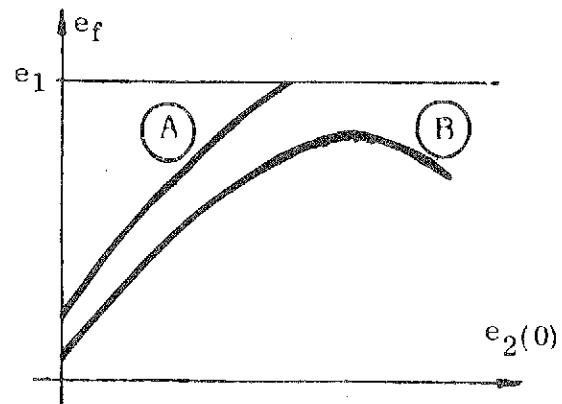


Fig. 8. Comprobación de inestabilidad.

**Comprobación de equilibrio o convergencia:** Se considera que la pila ha alcanzado un estado de equilibrio estable cuando, tras un recorrido de la misma, no se cumple ninguna de las condiciones anteriores y además se cumplen las dos condiciones siguientes:

- Equilibrio en cada sección: la relación entre los momentos actuantes y resistentes en cada sección es suficientemente próxima a la unidad.
- Estabilidad global de la pila: las excentricidades resultantes en la sección extrema ef se aproximan suficientemente a las conocidas de primer orden.

Conviene señalar que la forma de realizar el proceso y el criterio de convergencia de estabilidad global de la pila, consistente en comparar las excentricidades resultantes con sus valores conocidos, ofrecen más garantía que el método alternativo consistente en clacular flechas integrando curvaturas (teoremas de MOHR) y el criterio consistente en comparar las flechas de una iteración con las de la anterior, ya que hay procesos iterativos en los que la convergencia es muy lenta y en los que la proximidad entre dos iteraciones sucesivas no es un índice fiable de la bondad de la solución.

Si al final de un recorrido no se verifica ninguna de las tres condiciones de agotamiento, inestabilidad o equilibrio, se corrigen las excentricidades de segundo orden supuestas en la sección de base y se inicia un nuevo recorrido de la pila. El número de recorridos hasta que se cumple una de las tres condiciones es variable y constituye un índice de la reserva de estabilidad de la pila. Para pilas alejadas de su carga de inestabilidad puede ser de tres a siete. Para pilas próximas a dicha carga de inestabilidad, puede ser de más de veinte.

## 5. IMPLEMENTACION DEL ALGORITMO

El algoritmo anterior se ha implementado en varios programas para ordenadores personales IBM-PC/XT/AT/PS2 y compatibles bajo el sistema operativo MS-DOS.

El lenguaje de programación elegido ha sido el QuickBASIC de Microsoft, versión 4.0. Este lenguaje ofrece importantes ventajas de comodidad para la preparación y depuración de programas, sobresale por rapidez de ejecución, permite un aprovechamiento idóneo de los recursos de estos ordenadores y facilita la programación estructurada.

Los programas preparados tienen los siguientes nombres y objetivos:

—PILA: Sección cajón. Dimensionamiento. Armaduras dadas en secciones de base y cabeza; interpolación lineal entre las mismas.

—PILACO: Sección cajón. Comprobación. Armaduras dadas en 11 secciones a décimos de la altura de la pila.

—PILACIR: Sección anular/circular. Dimensionamiento. Armaduras dadas en secciones de base y cabeza; interpolación lineal entre las mismas.

—PILACICO: Sección anular/circular. Comprobación. Armaduras dadas en 11 secciones a décimos de la altura de la pila.

—PILAH: Sección en H. Dimensionamiento. Armaduras dadas en secciones de base y cabeza; interpolación lineal entre las mismas.

—PILAHICO: Sección en H. Comprobación. Armaduras dadas en 11 secciones a décimos de la altura de la pila.

La razón de la conveniencia de programas separados para estos problemas está relacionada con la conveniencia de que cada uno de ellos trabaje con un fichero de datos distinto, aunque de estructura similar, como se verá a continuación.

Los datos son las características de los materiales, la definición geométrica y de armado de la pila y las acciones mayoradas en cada una de las hipótesis de carga que hay que considerar por separado.

Cada programa lee los datos de un fichero de datos tipo especialmente preparado para el mismo. Uno de estos ficheros puede verse en la figura 9.

Para crear, modificar o corregir el fichero de datos está prevista la utilización de un editor de pantalla o un procesador de textos cualquiera, de los muchos existentes en el entorno del MS-DOS, por ejemplo el SIDE-KICK, el PERSONAL EDITOR, el PROF. EDITOR, el WORDSTAR, el WORDPERFECT, etc. De entre ellos resulta especialmente idóneo el uso del SIDE-KICK, de Borland, que al quedar residente en memoria permite la modificación de un determinado parámetro del fichero de datos pulsando un número muy reducido de teclas, permitiendo sobradamente cumplir el objetivo de corregir y dejar listo el fichero de datos en un intervalo de 5 segundos si la modificación es pequeña, como sucede en una serie de tanteos sucesivos.

El editor se aplica a la máscara constituida por el fichero de datos tipo o al fichero de datos correspondiente a la última pila calculada, modificando los campos numéricos de la misma, así como la primera línea que contiene los nombres de la obra y de la estructura y la fecha del cálculo. El fichero de datos puede ser almacenado y listado de acuerdo con los procedimientos habituales del sistema operativo MS-DOS.

Aunque el programa permite la consideración de varias hipótesis de carga, lo normal es que en la fase de tanteos, el proyectista, knowing cuál de las hipótesis es la más desfavorable para el dimensionamiento de la pila, se limite a trabajar con sólo una de ellas y que estudie todas en la fase de comprobación final del dimensionamiento elegido.

Por lo que se refiere a los resultados, los programas suministran dos clases de salida: por pantalla y grabada en un fichero de resultados.

La salida por pantalla es una salida resumida cuyo objeto es informar al proyectista sobre la marcha del proceso, especialmente durante la fase de tanteos. Contiene los datos más importantes

MATERIALES:	HORMIGON	ACERO
"RESIST. CARACT. (kp/cm <sup>2</sup> ):"	250	5100
"COEFICIENTE MINOR. GAMMA:"	1.5	,1.15
"ALTURA DE LA PILA (m):"	78.00	

## DIMENSIONES Y ARMADURAS DE LAS SECCIONES:

SECCION:	BASE	CABEZA	RECUBR.
DIRECCION R/EJE PUENTE:	LONG.(x)	TRAN.(y)	(cm)
"DIMENSION EXTERIOR (cm):"	640	620	250 500
"ESPESOR DE LA PARED(cm):"	35	40	35 40
"ARMADURA EXTERIOR (cm <sup>2</sup> ):"	627	400	195 0 6
"ARMADURA INTERIOR (cm <sup>2</sup> ):"	627	400	195 50 5

"NUM. DE HIPOTESIS DE CARGA:" 3

## ACCIONES MAYORADAS EN LAS DISTINTAS HIPOTESIS:

HIP.	FUERZAS Y MOMENTOS EN LA CABEZA					FUERZAS EN EL FUSTE (t/m)				COEF. GAMMA		
	Fx	Fy	Fz	Mx	My	SEC.BASE	SEC.CABEZA	fx0	fy0	fx1	fy1	PP
1	12.00	115.00	2357.00	000.00	000.00	0.	1.57	0	0.80	1.60		
2	12.00	225.00	4134.00	000.00	000.00	0	0	0	0	0	1.60	
3	12.00	306.00	3722.00	000.00	000.00	0	1.41	0	0.72	1.44		

Fig. 9. Fichero de datos del programa PILA.

HIPOTESIS NUM. 1  
 Iteración flch.x(10) flch.y(10) err.x(10) err.y(10)

1	0.078	0.385	0.07742	0.38225
2	0.105	0.474	0.02882	0.08894
3	0.114	0.497	0.00931	0.02331
4	0.117	0.505	0.00265	0.00798
5	0.117	0.508	0.00073	0.00312
6	0.117	0.510	0.00026	0.00128
7	0.118	0.510	0.00011	0.00045
8	0.118	0.510	0.00006	0.00020

Convergencia del equilibrio sin agotamiento

HIPOTESIS NUM. 2  
 Iteración flch.x(10) flch.y(10) err.x(10) err.y(10)

1	0.108	0.646	0.10604	0.64324
2	0.186	0.876	0.06006	0.22858
3	0.211	0.988	0.04438	0.12275
4	0.244	1.077	0.03335	0.07913
5	0.269	1.131	0.02519	0.05319
6	0.288	1.167	0.01910	0.03626
7	0.303	1.192	0.01446	0.02495
8	0.314	1.209	0.01090	0.01732
9	0.322	1.221	0.00815	0.01212
10	0.328	1.230	0.00608	0.00854
11	0.332	1.236	0.00447	0.00505
12	0.336	1.240	0.00327	0.00423
13	0.338	1.243	0.00239	0.00309
14	0.340	1.245	0.00174	0.00218
15	0.341	1.247	0.00126	0.00155
16	0.342	1.248	0.00091	0.00112
17	0.343	1.249	0.00066	0.00063
18	0.343	1.250	0.00046	0.00059
19	0.343	1.250	0.00035	0.00046
20	0.344	1.250	0.00025	0.00032
21	0.344	1.251	0.00018	0.00022

Convergencia del equilibrio sin agotamiento

HIPOTESIS NUM. 3  
 Iteración flch.x(10) flch.y(10) err.x(10) err.y(10)

1	0.129	1.200	0.12921	1.19338
2	0.209	1.676	0.07992	0.47573
3	0.286	1.982	0.07852	0.30647
4	0.378	2.250	0.08254	0.26753
5	0.498	2.541	0.12085	0.29070
6	0.866	2.912	0.18736	0.37135

Agotamiento en sección 0  
 Agotamiento en sección 1  
 Agotamiento en sección 2  
 Agotamiento en sección 3  
 Inestabilidad de la pila en conjunto

Fig. 10. Programa PILA. Salida a la pantalla.

para valorar los tanteos de diferentes dimensiones y armados de la pila. Como puede verse en la figura 10, para cada hipótesis de carga y para cada iteración o recorrido de la pila, se muestran los siguientes resultados:

-flch x(10) = flecha en cabeza de la pila, en dirección longitudinal.

-flch y(10) = flecha en cabeza de la pila, en dirección transversal.

-err. x(10) = error de cierre en cabeza, en dirección longitudinal.

-err. y(10) = error de cierre en cabeza, en dirección transversal.

Los errores de cierre en cabeza son las diferencias entre las excentricidades reales de primer orden y las excentricidades totales resultantes en la iteración o recorrido de la pieza considerado.

Al final del proceso se indica cuál de las siguientes situaciones se ha alcanzado:

-Convergencia del equilibrio de la pila, sin agotamiento en ninguna de sus secciones.

-Agotamiento de alguna o varias de las secciones de la pila.

-Inestabilidad global de la pila.

La salida a un fichero de resultados en disco es optativa y contiene una información más detallada, apta para su inclusión en la Memoria de Cálculo referida a la solución final adoptada para la pila. En la fig. 11 se muestra un extracto de dicha salida. En cada hipótesis de carga, iteración del proceso y sección de la pila se imprimen los siguientes resultados:

VIADUCTOS ADAMUZ-VILLANUEVA - PILA TIPO 1 -						05.07.86	
Sec.	HIPÓTESIS NUM. 1						
	flech.x	flech.y	Mom.x	Mom.y	Axil	curv.x	curv.y
0	0.000	0.000	12192.42	1231.44	4516.04	1.508	0.178
1	0.001	0.005	10602.58	1135.81	4744.54	1.568	0.219
2	0.002	0.019	9068.53	1034.91	3985.39	1.536	0.246
3	0.006	0.042	7593.58	929.66	3738.60	1.415	0.267
4	0.011	0.075	6181.36	820.42	3504.18	1.291	0.282
5	0.018	0.114	4835.10	707.79	3282.08	1.068	0.282
6	0.026	0.161	3556.88	592.85	3072.35	0.881	0.282
7	0.036	0.212	2347.39	475.75	2874.98	0.674	0.301
8	0.048	0.268	1206.38	357.38	2689.97	0.488	0.314
9	0.082	0.326	133.25	237.89	2517.31	0.054	0.303
10	0.078	0.385	-900.96	112.13	2357.00	-0.447	0.220
Exc. totales result. cabeza 0.04758 -0.38225							
Exc. reales 1er ord. cabeza 0.12500 0.00000							
Sec.	flech.x	flech.y	Mom.x	Mom.y	Axil	curv.x	curv.y
0	0.000	0.000	14129.50	1816.12	4516.04	1.919	0.261
1	0.001	0.006	12431.87	1498.56	4244.54	1.901	0.295
2	0.003	0.023	10784.54	1374.85	3985.39	1.805	0.323
3	0.008	0.052	9191.16	1245.84	3738.60	1.662	0.346
4	0.015	0.090	7655.51	1111.11	3504.18	1.494	0.355
5	0.023	0.138	6180.78	972.13	3282.08	1.335	0.357
6	0.034	0.193	4768.97	829.56	3072.35	1.178	0.381
7	0.048	0.256	3421.07	603.61	2874.98	0.981	0.433
8	0.064	0.326	2137.82	534.44	2689.97	0.722	0.469
9	0.083	0.398	920.01	382.27	2517.31	0.372	0.487
10	0.105	0.474	-209.69	231.41	2357.00	0.104	0.454
Exc. totales result. cabeza 0.09818 -0.08694							
Exc. reales 1er ord. cabeza 0.12500 0.00000							
Sec.	flech.x	flech.y	Mom.x	Mom.y	Axil	curv.x	curv.y
0	0.000	0.000	13733.63	1576.21	4516.04	2.119	0.267
1	0.001	0.006	12134.30	1478.76	4244.54	2.040	0.319
2	0.004	0.025	10576.45	1373.55	3985.39	1.934	0.352
3	0.008	0.056	8084.03	1260.79	3738.60	1.797	0.365
4	0.016	0.097	7600.97	1140.73	3504.18	1.628	0.417
5	0.026	0.149	6190.55	1013.74	3282.08	1.426	0.438
6	0.038	0.209	4035.78	880.39	3072.35	1.224	0.447
7	0.054	0.277	3538.78	741.50	2874.98	1.019	0.472
8	0.072	0.350	2298.66	597.53	2689.97	0.778	0.526
9	0.093	0.429	1119.73	448.47	2517.31	0.453	0.572
10	0.118	0.510	-0.48	284.48	2357.00	0.453	0.577
Exc. totales result. cabeza 0.12434 -0.00020							
Exc. reales 1er ord. cabeza 0.12500 0.00000							
Convergencia del equilibrio sin agotamiento							

Fig. 11 Programa PILA. Salida al fichero de resultados (extracto)

—flech. x = flecha en la sección considerada, en dirección longitudinal.

—flech. y = flecha en la sección considerada, en dirección transversal.

—Mom. x = momento actuante total usado como dato para el ajuste de la sección, girando alrededor del eje longitudinal del puente.

—Mon. y = idem girando alrededor de un eje transversal al puente.

—Axil = esfuerzo axil actuante en la sección, incluyendo peso propio.

—curv. x = curvatura corregida en la sección (después del cálculo semidirecto), girando alrededor del eje longitudinal del puente.

—curv. y = idem girando alrededor de un eje transversal al puente.

Al finalizar el recorrido de la pila en cada iteración del proceso se imprimen los valores de las excentricidades totales resultantes en cabeza y las de las excentricidades reales de primer orden, también en cabeza.

Al final del proceso se informa de cuál es la situación a la que se ha llegado, de la misma forma que se ha indicado más arriba para la salida en pantalla.

En cada uso del programa, el proyectista puede elegir los nombres de los ficheros de datos (del que leerá el programa) y de resultados (en el que se grabarán estos). Si el nombre elegido para el fichero de resultados es N, el programa entiende que no se desea la salida de resultados a fichero (fase de tanteo), con lo cual la ejecución del programa es algo más rápida.

El tiempo de cálculo típico de los programas en un ordenador AMSTRAD PC-1512, IBM PC compatible, con procesador 8086 a 8 MHz y coprocesador 8087 es de unos 10 segundos por hipótesis. Este tiempo puede rebajarse notablemente usando equipos de mayores prestaciones.

Los programas pueden usarse también para dimensionar pilas de puentes de pequeña altura, en las que los efectos de segundo orden son poco importantes.

El autor desea manifestar su agradecimiento a los Ingenieros de Caminos D. José Antonio Llombart y D. Carlos Siegrist por sus sugerencias y por su colaboración en la depuración y pruebas de los programas.

## 6. REFERENCIAS

1. Villegas, L.M.: Análisis en Teoría de Segundo Orden de Pilas Altas de Viaductos. Aplicación al proyecto de pilas de puentes construidos por avance en voladizo. Tesis Doctoral. ETSI de Caminos, UP de Santander, noviembre 1981.
2. Aires Pereira, A.M.C.: Dimensionamiento en Teoría de Segundo Orden de soportes esbeltas de sección constante de Hormigón Armado en flexión compresión esviada. Tesis Doctoral. ETSI de Caminos, UP de Madrid, mayo 1986.
3. Morán Cabré, F. y Aires Pereira, A.M.C.: Programa para el dimensionamiento de soportes esbeltas de hormigón armado en flexión esviada. Proceedings de Colloquia 88, Jornadas de Estructuras y Materiales, Madrid, mayo 1988.
4. Comisión Permanente del Hormigón: Instrucción EH-88 para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado. MOPU, Madrid 1988.
5. Comité Eurointacional del Hormigón (CEB): Manual on Buckling and Instability. The Construction Press. London, 1978.
6. Montoya, P.J., Meseguer, A.G. y Morán, F.: Hormigón Armado. 12 Edición. Editorial Gustavo Gili, Barcelona 1987.
7. Quast, U.: On some regulations for Buckling in the Model Code 90. CEB Permanent Commission III Buckling and Instability. Documento COM. III-104. Treviso, mayo 1987.
8. CEB Permanent Commission III Buckling and Instability: Preparation of MC90 Chapter 14 Ultimate Limit State in Buckling. Documento COM. III-100. Enero 1987.

## RESUMEN

Se presenta un algoritmo para el cálculo en teoría de segundo orden de pilas altas de viaductos sometidas a flexocompresión esviada. Basándose en un método semidirecto muy eficiente para el cálculo de la sección y en un procedimiento práctico para la definición de la geometría de la pila y de sus armaduras, el algoritmo da lugar a programas para pilas de sección cajón, anular o en H capaces de efectuar un tanteo (análisis) de una pila en 15 segundos en un ordenador IBM compatible de muy bajo coste, facilitando así el dimensionamiento adecuado y cómodo de pilas de estos tipos.

## SUMMARY

An algorithm is presented for the design of tall reinforced concrete bridge piers submitted to axial forces and biaxial bending, using second-order theory. This algorithm is based on an efficient method for cross-section analysis and on a practical procedure for the definition of the geometry and reinforcement of the pier. The corresponding programs, prepared for piers of box, annular or H cross-sections, allow the analysis of a pier to be made in 15 seconds on a low-cost IBM-compatible computer, and facilitate an adequate design of piers of this type.

## Seminario sobre "El Cáncer del Hormigón"

Para los días 17 y 18 de octubre del presente año 1989, la "Asociación de Fabricantes de Hormigones Preparados", de Singapore, ha organizado un Seminario con el objeto de discutir los procedimientos idóneos para eliminar, o disminuir al menos, los riesgos de las estructuras a ser atacadas por el "Cáncer del hormigón".

Igual que ocurre con esta enfermedad entre los humanos, el cáncer del hormigón es incurable y se hace preciso encontrar el modo de remediar en lo posible los efectos de la ASR (reacción árido-ácali), de la carbonatación, de la corrosión de las armaduras y de cualquier otro daño que pueda sufrir el hormigón, como la fisuración, deformaciones excesivas, etc.

Se invita a todos los expertos en estos importantes problemas que pueden afectar a la calidad del hormigón, con su indudable influencia en la durabilidad de las estructuras, a que presenten Comunicaciones para su discusión en este Seminario.

Los interesados deberán someter previamente

un resumen (200-300 palabras), al Comité Técnico del Seminario, para su estudio, y aceptación si procede.

El calendario para ello establecido es el siguiente:

— Recepción de resúmenes: Fecha límite: 1 de julio de 1989.

— Comunicación de si ha sido o no aceptada: 1 de agosto de 1989.

Recepción del texto completo de la Comunicación: 1 de setiembre de 1989.

Toda la correspondencia deberá dirigirse a:

Conference Director: John S.Y. Tan  
150 Orchard Road #07-14  
Singapore 0923  
Tel.: 733 29 22  
Tlx.: RS 35377 COMPA  
Fax: 235 35 30

## Nueva publicación de la Federación Nórdica del Hormigón

La Federación Nórdica del Hormigón, que agrupa a las Asociaciones del Hormigón de Dinamarca, Finlandia, Islandia, Noruega y Suecia, ha publicado el Volumen N° 7, en inglés, de la serie titulada "NORDIC CONCRETE RESEARCH", en el que se recogen los Informes sobre las investigaciones más destacadas realizadas en el campo del hormigón, durante el pasado año 1988, en los cinco países nórdicos antes citados.

El objetivo fundamental de esta nueva publicación es difundir dichos Informes entre los técnicos de todos los países del mundo, sometiéndolos así a discusión y poder recibir sugerencias, en relación con los Informes que en ella se incluyen. Estas sugerencias y la correspondiente contestación de los Autores serán incluidas en una próxima publicación de la Federación Nórdica del Hormigón.

El Índice de los Informes que ahora se incluyen es el siguiente:

1. Control de los procesos de fabricación del hormigón.—Por: M. Alasalmi.
2. Observaciones a lo largo del tiempo realizadas sobre puentes de hormigón armado.—Por: V. Askgaard y P. Mossing.
3. Resistencia a esfuerzo cortante de vigas compuestas de hormigón pretensado.—Por: K. Cederwall y E. Saran.
4. Propiedades de las barras con cabeza en T utilizadas como armaduras en elementos de hormigón de alta resistencia.—Por: T. Dyken y B. Keep.
5. Ensayos sobre el comportamiento dinámico de forjados prefabricados sometidos a la supresión brusca de un soporte exterior.—Por: B. Engström.
6. Durabilidad del hormigón. Criterios de calidad.—Por: O. Gautefall y M. Maage.
7. Resistencia a la helada del hormigón endurecido.—Por: O.E. Gjorv; K. Okkenhaug; E. Bathen y R. Husevåg.
8. Determinación de la permeabilidad del hor-

migón a la humedad, en ambientes muy húmedos.—Por: G. Hedenblad.

9. Resistencia a torsión de las vigas de hormigón.—Por: A. Hillerborg.

10. Comprobación del estado de las estructuras de hormigón mediante ondas acústicas y medición de las deformaciones.—Por K. Hoiseth.

11. La utilización de cenizas volantes de turbas, como adición en el hormigón.—Por: A. Ipatti.

12. Resistencia a esfuerzo cortante de las losas aligeradas de hormigón fabricadas por extrusión.—Por: E. Jonsson.

13. El empleo del latex en el cemento y en el hormigón.—Por: H. Justnes y S.P. Dennington.

14. Contenido de agua en la pasta del hormigón endurecido.—Por: B.S. Nielsen y F.L. Kronholm.

15. Agentes hidrófugos para la protección del hormigón de baja calidad.—Por: H. Olafsson.

16. Capacidad resistente de las losas aligeradas de hormigón pretensado.—Por: M. Pajari.

17. Protección contra la corrosión de las armaduras del hormigón, mediante recubrimientos epoxídicos.—Por: L. Salparanta.

18. Método para la elección del tipo adecuado de los hormigones preparados.—Por: K.J. Serén.

19. Empalmes por solapo de las barras corrugadas utilizadas como armaduras en las estructuras de hormigón.—Por: H. Tepfers.

El precio de esta publicación es de 200 Coronas Noruegas, excluidos los gastos de envío por correo aéreo.

Los pedidos deben dirigirse a:

NORSK BETONGFORENING  
Postboks 2312 Solli  
N-0201 OSLO 2 (Noruega)  
(Tlf.: 472/41 87 35).

# Método de condensación de grados de libertad para el cálculo no lineal de pórticos planos de hormigón armado.

## Resumen de método y ejemplos

Jesús Rodríguez Santiago

Dr. Ingeniero de Caminos

Dragados y Construcciones, S.A.

Alberto Azcón González de Aguilar

Dr. Ingeniero de Caminos

Intecsa

José Antonio Torroja Cavanillas

Dr. Ingeniero de Caminos

Catedrático de la Escuela de Ingenieros de

Caminos

Universidad Politécnica de Madrid

### 1. ANTECEDENTES

El estudio de los pórticos de hormigón armado teniendo en cuenta los efectos de segundo orden, requiere un voluminoso desarrollo matemático debido, fundamentalmente, al comportamiento fuertemente no lineal del material cuando se alcanzan situaciones próximas a las de agotamiento.

Con el fin de simplificar y facilitar la tarea a los proyectistas, los distintos Códigos proponen soluciones aproximadas que, generalmente, consisten en un análisis independiente de las barras comprimidas, asimilándolas a barras biarticuladas cuya carga de pandeo, en la hipótesis de comportamiento lineal del material, fuese la misma, (1) (2) (3) (4) (5) (6). Este planteamiento, sin duda práctico, carece de rigor ya que la equivalencia en el campo lineal no tiene por qué mantenerse al desaparecer la linealidad. De hecho, los propios Códigos restringen el campo de aplicación de estos procedimientos simplificados a pórticos que cumplan una serie de limitaciones de esbeltez o de deformación bajo cargas transversales.

El estudio de los pórticos que no cumplen dichas limitaciones se lleva a cabo, según los Códigos indicados, mediante un método general que consiste en un cálculo completo de los mismos y en el que el comportamiento no lineal de los materiales se tiene en cuenta a partir de unas determinadas curvas tensión-deformación.

En los últimos años, numerosos autores han desarrollado métodos generales que presentan diversas formas de tener en cuenta los efectos de las no linealidades y emplean distintos grados de discretización de la estructura, (7) (8) (9) (10) (11) (12) (13) (14) (15). La mayor parte de ellos utili-

zan la matriz de rigidez completa de la estructura, manteniendo el elemento que consume más memoria y tiempo de cálculo, lo que explica que en muchos casos no se hayan incorporado a la práctica ingenieril.

Teniendo en cuenta estos antecedentes, se ha desarrollado un método general para el cálculo de pórticos planos de hormigón armado, que tiene en cuenta los efectos de segundo orden y el comportamiento no lineal del material, y que permite detectar, tanto las situaciones de inestabilidad de la estructura (pandeo traslacional de una planta o pandeo de un soporte aislado) como las de agotamiento resistente de sus secciones, (15) (16) (17).

El método consiste en un procedimiento iterativo que utiliza una matriz simplificada con reducción de los grados de libertad que se tienen en cuenta simultáneamente. En las iteraciones sucesivas se corrigen los efectos debidos a las no linealidades y se reajusta la solución aproximada obtenida mediante la matriz simplificada.

### 2. METODO DE CALCULO

El método se aplica al cálculo de pórticos planos formados por alineaciones horizontales y verticales completas, en las que las barras son rectas, de sección constante y rectangular, y los pilares de la primera planta están empotrados en su extremo inferior.

Se consideran solo los efectos producidos por las cargas de corta duración, aplicadas en los nudos o en las vigas, y se admite que las secciones de las barras, perpendiculares a su directriz, se mantienen planas y normales a la misma durante la deformación.

La tensión normal en cada punto de dichas secciones se expresa en función de su deformación longitudinal y se define mediante un diagrama elástico-plástico para el acero y mediante un diagrama hiperbólico para el hormigón (6). En este último se pueden introducir unos coeficientes de minoración diferentes para la resistencia característica y para el módulo de deformación longitudinal, con lo que se reproducen mediante un único diagrama las condiciones resistentes y de deformabilidad de la estructura. De esta forma se evita la contradicción que supone el utilizar diagramas diferentes para la obtención de los esfuerzos en una sección determinada, mediante el cálculo no lineal del pórtico, y para la comprobación de su agotamiento resistente.

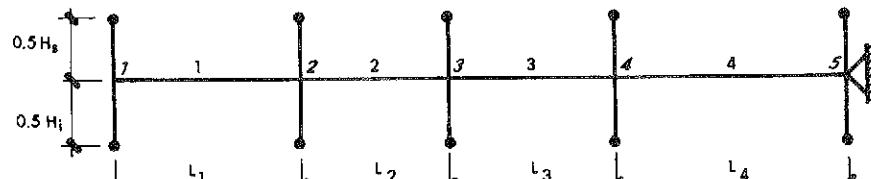
El modelo de la estructura, utilizado para el cálculo lineal de los efectos debidos a las cargas actuantes en cada iteración, se basa en la descomposición de la misma en alineaciones independientes de vigas y pilares. El efecto de las barras transversales que inciden en cada nudo de la alineación considerada, se tiene en cuenta mediante coacciones elásticas al giro.

Mediante este modelo, el cálculo lineal se efectúa en dos etapas. En la primera, la estructura se considera intrasacional y se calcula sometida a los momentos actuantes en los nudos, incluidos los producidos por las cargas aplicadas en las barras. En esta etapa, el error que se produce al considerar independientemente cada alineación de vigas es pequeño y se corrige en las iteraciones sucesivas. Los momentos resistidos por las coacciones aplicadas en cada nudo, se reparten entre los pilares que concurren en él mismo. Esto da lugar a la aparición de esfuerzos cortantes en los pilares que, si no están en equilibrio, deben ser compensados mediante la aplicación de unas fuerzas horizontales en cada planta.

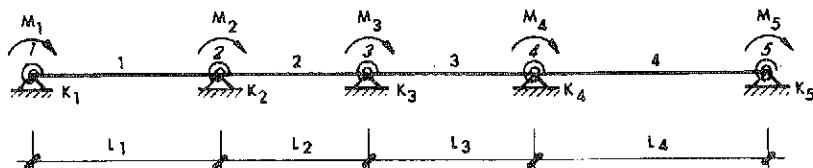
Las relaciones entre los giros de los nudos y los momentos aplicados en ellos, se establecen para cada alineación horizontal de vigas (Fig. 1), en la que los desplazamientos de sus nudos son nulos y sus giros están coartados por unas coacciones elásticas. Las constantes de estas coacciones se deducen a partir de la relación "momento-giro" obtenida en los pilares, suponiendo que éstos tienen su punto medio fijo y con momento flector nulo.

La segunda etapa del cálculo lineal consiste en el análisis de la estructura traslacional sometida a las acciones horizontales, incluidas las necesarias para restablecer el equilibrio de esfuerzos cortantes en los pilares, producidos en la primera etapa. En esta segunda etapa, no es posible separar las acciones que actúan sobre cada línea de pilares, por lo que hay que considerar la estructura en su conjunto. Sin embargo, al no aplicarse en esta etapa momentos exteriores en los nudos, se pueden expresar los giros de los nudos de cada línea en función de sus desplazamientos horizontales y así se obtiene la matriz de rigidez de cada línea que relaciona las fuerzas y desplazamientos horizontales. Ahora bien, al no considerar deformación axial en las vigas, todos los nudos de cada planta tienen el mismo desplazamiento horizontal, por lo que la matriz de rigidez general es la suma de las matrices parciales correspondientes a cada alineación vertical de pilares.

Así pues, las relaciones entre las acciones horizontales, aplicadas al nivel de cada planta, y los movimientos de los nudos, se establecen para el conjunto de alineaciones verticales (Fig. 2). Los nudos situados al nivel de cada planta tienen el mismo desplazamiento horizontal y sus giros están coartados por unas coacciones elásticas que reproducen, de forma simplificada, las coacciones que las vigas ejercen sobre los pilares cuando se

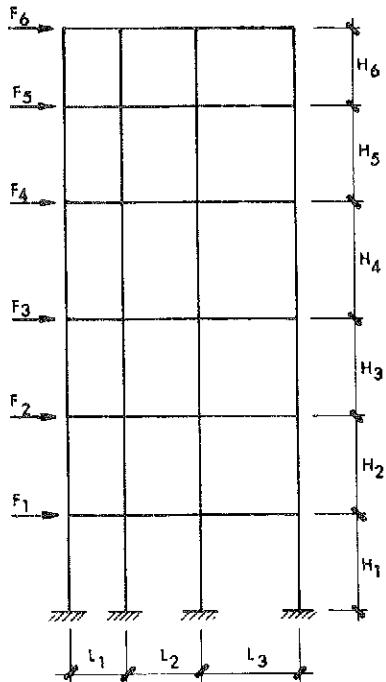


SUB-ENTRAMADO UTILIZADO EN EL CALCULO DE LA RELACION "MOMENTOS-GIROS," EN CADA PLANTA.

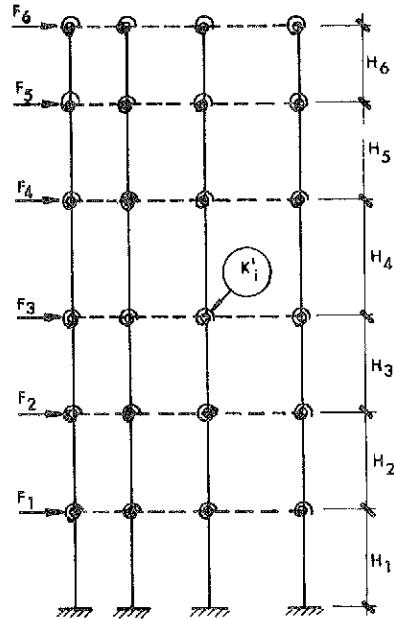


ESQUEMA DE VIGA CONTINUA UTILIZADA EN EL CALCULO DE LA RELACION "MOMENTOS-GIROS," EN CADA PLANTA.

Fig. 1. Esquemas para el cálculo con momentos.



PÓRTICO CON CARGAS HORIZONTALES



ESQUEMA DEL PÓRTICO UTILIZADO EN EL CÁLCULO DE LA RELACIÓN "ACCIONES HORIZONTALES - MOVIMIENTO DE LOS NUDOS"

Fig. 2. Esquemas para el cálculo con cargas horizontales.

introducen unos desplazamientos horizontales relativos entre sus plantas.

Estas relaciones se deducen a partir de las rigideces de las secciones brutas de las barras, para cada alineación vertical de ellas, y se expresan mediante las ecuaciones matriciales siguientes:

$$[F] = [K_{11}][\delta] + [K_{12}][\theta]$$

$$[M] = [K_{22}]^t[\delta] + [K_{22}][\theta]$$

Al no existir en esta etapa momentos exteriores en nudos:

$$[M] = [0]$$

$$[\theta] = -[K_{22}]^{-1}[K_{12}]^t[\delta]$$

$$[F] = ([K_{11}] - [K_{12}][K_{22}]^{-1}[K_{12}]^t)[\delta]$$

Y para el conjunto de la estructura:

$$[F] = \Sigma ([K_{11}] - [K_{12}][K_{22}]^{-1}[K_{12}]^t)[\delta]$$

$$[F] = [Q][\delta]$$

$$[\delta] = [Q]^{-1}[F] = [R][F]$$

Este procedimiento expuesto permite condensar los grados de libertad de la estructura, reduciendo el tamaño de la matriz de rigidez al número de plantas del pórtico.

Con el fin de no tener que repetir este proceso en cada iteración, una vez montadas las matrices al principio del programa, se procede a su inversión, de forma que se puedan obtener los giros y desplazamientos directamente a partir de las acciones aplicadas en los nudos.

Además del proceso descrito, se efectúa una corrección posterior, en cada iteración, para tener en cuenta el acortamiento elástico de los pilares, si bien este efecto es prácticamente despreciable, salvo en pórticos muy esbeltos.

Mediante este modelo se obtienen, en cada iteración, los movimientos de los nudos y las solicitudes y deformaciones de las secciones de las barras, si bien las relaciones, en cada sección, entre el momento flector, el esfuerzo axil y la curvatura no corresponden al comportamiento no-lineal del material. Por tanto, es necesario introducir ciertas correcciones en las sucesivas iteraciones.

Para ello, se parte de la deformada obtenida y se calcula, en cada una de las once secciones de las barras de la estructura (Fig. 3), el momento flector  $M'_x$  compatible con la curvatura  $C_x$  y el esfuerzo axil calculados. Se asigna a cada sección el valor de este momento  $M'_x$  en sustitución del momento  $M_x$  obtenido anteriormente y que es el que está en

equilibrio con las fuerzas exteriores. El equilibrio se reestablece introduciendo un sistema de fuerzas  $F_i$  en las barras que da lugar a una ley de momentos igual a la diferencia entre las leyes de momentos  $M_x$  y  $M'_x$ .

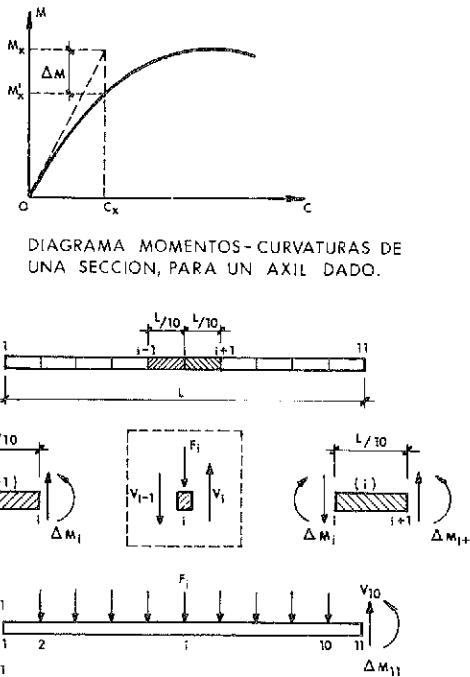
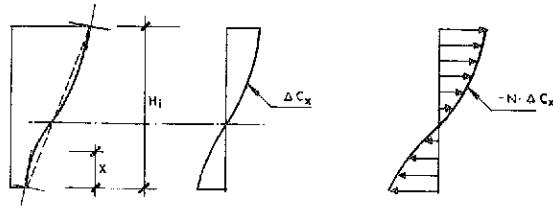


Fig. 3. No-linealidad del material.

Los efectos de segundo orden, que aparecen como consecuencia de los esfuerzos axiles en los soportes del pórtico, se tienen en cuenta introduciendo en éstos una ley continua de fuerzas horizontales, de valor el producto del esfuerzo axial por la variación de la curvatura de la sección en cada iteración, y unas fuerzas en los nudos de valor el producto del incremento del esfuerzo axial por la variación del ángulo que la barra forma con la vertical (Fig. 4).

Estas fuerzas se acumulan a las debidas a la no-linealidad del material, así como a las necesarias para corregir el pequeño desequilibrio generado por el método de cálculo lineal, y, de esta forma, se obtiene un sistema de fuerzas que se aplica sobre la estructura en una nueva iteración del proceso de cálculo.

Este proceso tiene el inconveniente de converger lentamente, ya que al aplicar las acciones que restablecen el equilibrio en cada iteración sobre la estructura original la variación de las deformaciones es muy pequeña, por lo que es necesario un número elevado de iteraciones para alcanzar la deformación final de la estructura (Fig. 5a).



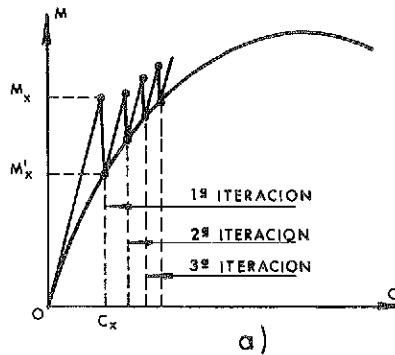
FUERZAS EN BARRAS, DEBIAS A LOS EFECTOS DE SEGUNDO ORDEN.

$$\begin{aligned} \Delta\theta_i &= \frac{N_{i+1} - N_i}{\cos\Delta\theta_i} \\ F_i &= [N_{i+1} - N_i] \cdot \Delta\theta_i \end{aligned}$$

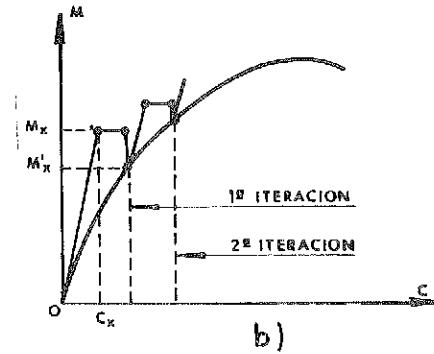
FUERZAS EN NUDOS, DEBIAS A LOS EFECTOS DE SEGUNDO ORDEN.

Fig. 4. Efectos de segundo orden.

Con el fin de acelerar la convergencia del proceso iterativo, se introduce una corrección global de la flexibilidad de la estructura en cada iteración (Fig. 5b), multiplicando las deformaciones por un factor que se deduce haciendo mínima la suma de los cuadrados de los momentos, respecto a la base del pórtico, de las acciones aplicadas en los nudos, que habría que introducir en la iteración siguiente para restablecer el equilibrio.



ESQUEMA DEL PROCEDIMIENTO DE CALCULO, ANTES DE INTRODUCIR LA MEJORA DE LA CONVERGENCIA.



ESQUEMA DEL PROCESO DE CALCULO, DESPUES DE INTRODUCIR LA MEJORA DE LA CONVERGENCIA.

Fig. 5. Mejora de la convergencia.

Estas acciones no se conocen hasta que no se han determinado las deformaciones, por lo que se procede asumiendo que aquellas son una función lineal del incremento de deformación en cada iteración. Para determinar esta función se parte de dos puntos. El primero corresponde a un incremento nulo de deformación, en cuyo caso la deformación total corresponde a la de la iteración anterior y las acciones de desequilibrio son las que había que introducir en ese momento. El segundo punto es el que corresponde a un factor multiplicador de valor unidad, es decir, a un incremento de deformaciones calculado mediante la matriz de rigidez del modelo lineal.

La convergencia sigue siendo lenta cuando existen secciones de las barras de la estructura en las que un aumento de la curvatura apenas hace variar el momento. Este comportamiento de la sección corresponde a la zona casi horizontal de su diagrama momentos-curvaturas y, en estos casos, se produce una rótula plástica. La convergencia se mejora introduciendo unos giros concentrados en los extremos de las barras, en los que se hayan detectado dichas rótulas, sin modificar la deformada del resto de la estructura. El valor de los giros se calcula de manera que, una vez efectuada la corrección, el momento de equilibrio y el momento compatible en dicha sección sean sensiblemente iguales.

El proceso iterativo planteado se detiene cuando se obtiene la convergencia del mismo o se detecta una situación de inestabilidad de la estructura.

La convergencia corresponde a la situación en la que la diferencia, en cada sección, entre el momento en equilibrio con las acciones exteriores y el momento compatible con la curvatura y el axil es inferior a un valor prefijado, y, simultáneamente, la diferencia de las fuerzas horizontales de desequili-

librio aplicadas al nivel de cada planta, que se introducen en la siguiente iteración, es también menor que un valor prefijado. Obtenida la convergencia, se verifica el posible agotamiento por deformación de las secciones, de acuerdo con los criterios establecidos en la normativa.

La inestabilidad se detecta en el método cuando las acciones de desequilibrio, que se introducen para la iteración siguiente, aumentan respecto a las introducidas en la iteración anterior, y por lo tanto el proceso diverge. Esta situación es debida al hecho de que al aumentar las deformaciones, el incremento de los esfuerzos de segundo orden generados por éstas es superior al incremento de reacción de la estructura debido a la misma causa.

### 3. EJEMPLOS DE COMPROBACION DEL METODO

Con el fin de contrastar el método, se han calculado varios pórticos y se han comparado los resultados obtenidos con los publicados por otros autores, (16). En este trabajo se incluyen los resultados correspondientes a dos de los pórticos estudiados.

El primero es un pórtico de una planta y un vano, al que se le aplica una carga uniforme en la viga, unas cargas verticales simétricas en la parte superior de los dos pilares y una carga horizontal variable en la coronación del pórtico (Fig. 6). Fue publicado inicialmente por el CEB (7). Posteriormente, Grelat (8) estudió este mismo caso con su método general y con su método aproximado. Más tarde, Marí (10) y Carol (11) lo estudiaron en sus tesis doctorales y lo contrastaron con sus métodos de cálculo.

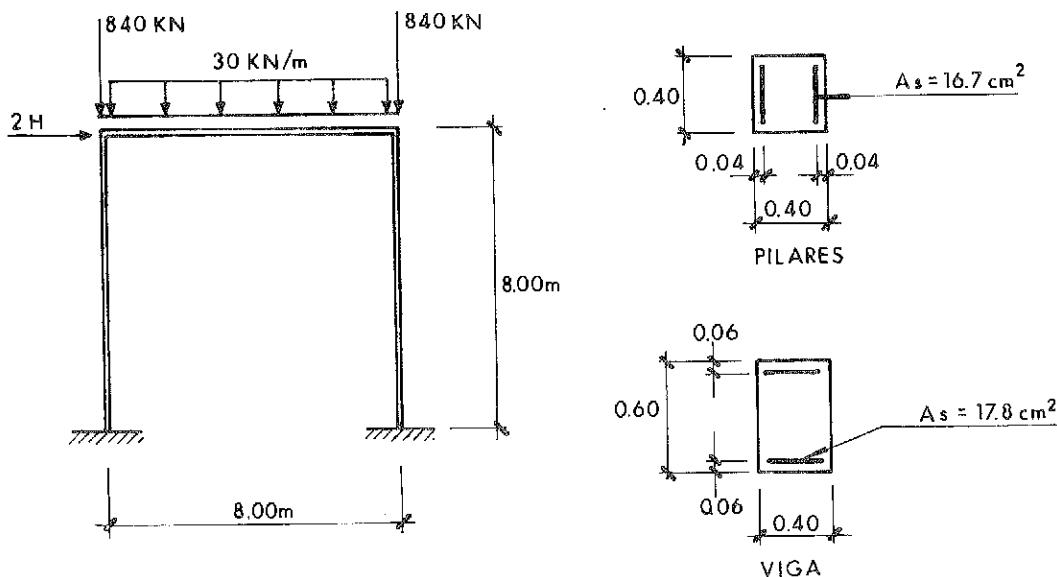
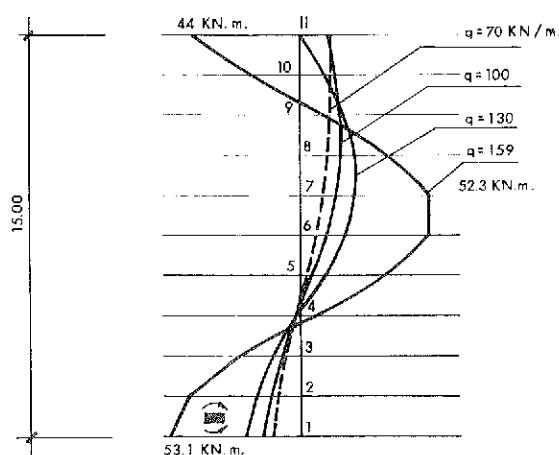
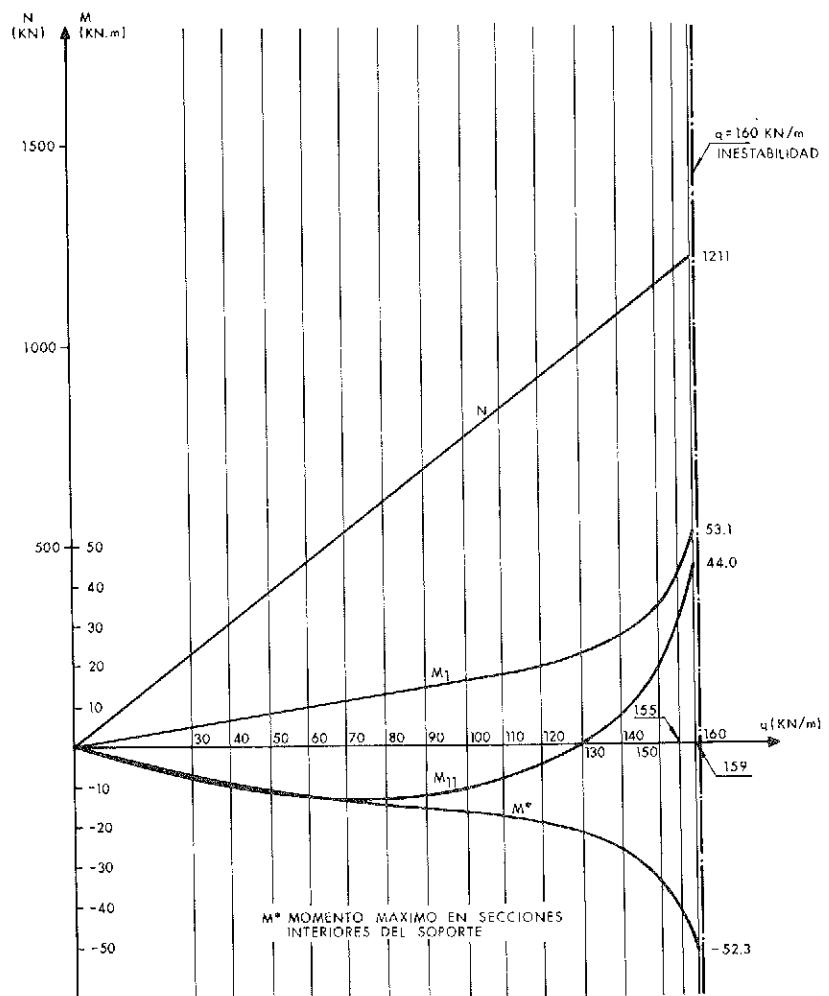
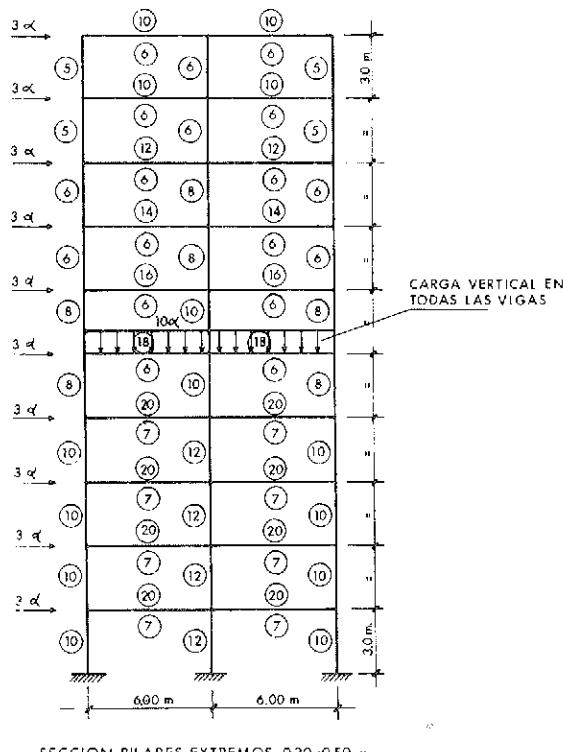


Fig. 6. Pórtico de un vano y una planta (CEB, GRELAT, MARÍ, CAROL).





SECCION PILARES EXTREMOS 0.30x0.50 m  
SECCION PILAR CENTRAL 0.30x0.70 m  
SECCION VIGAS 0.30x0.60 m

(7) ARMADURA POR CARA EN  $\text{cm}^2$

Fig. 13. Pórtico de diez plantas y dos vanos.

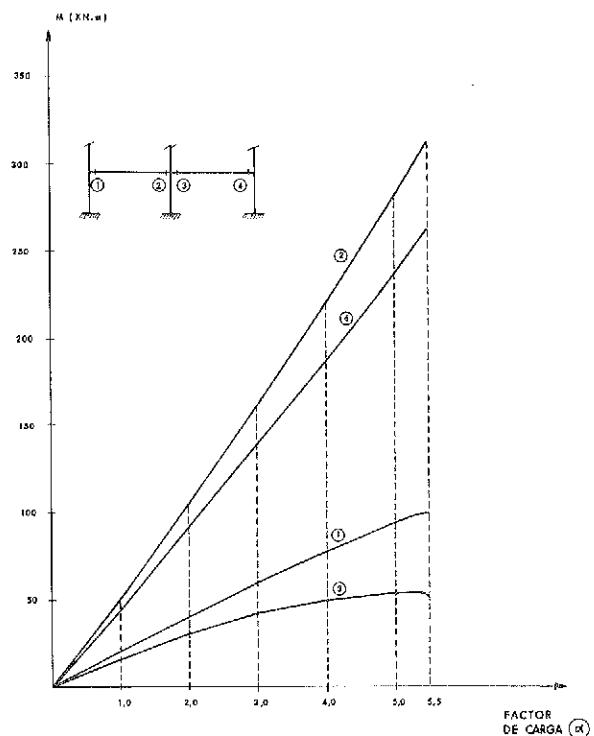


Fig. 15. Momentos flectores en los extremos de las vigas de la planta 1<sup>a</sup>, en función de las cargas aplicadas.

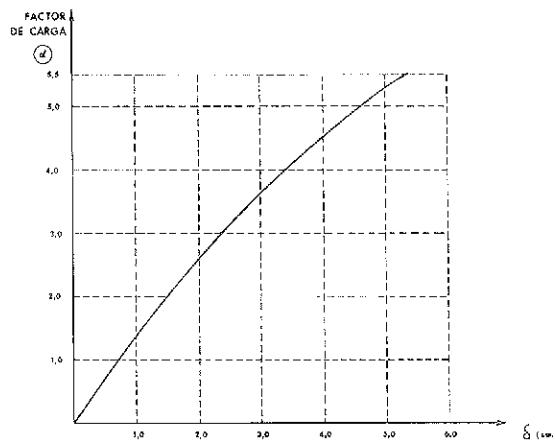


Fig. 14. Desplazamiento horizontal de la coronación del pórtico, en función de las cargas aplicadas.

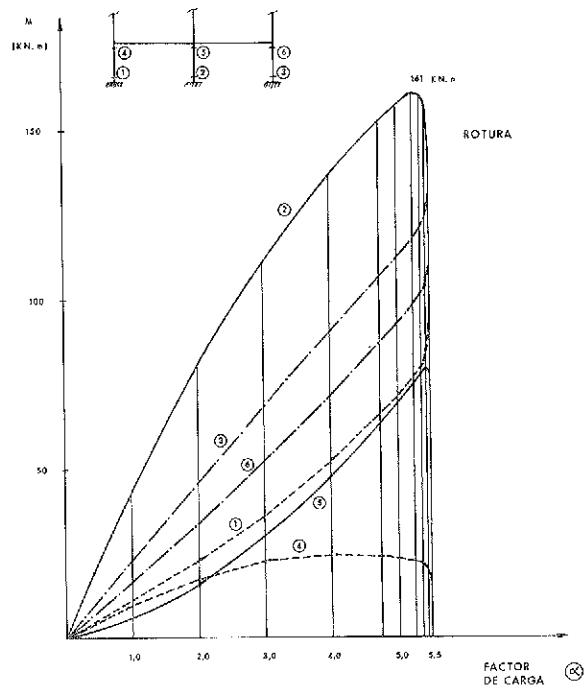


Fig. 16. Momentos flectores en los extremos de los pilares de planta 1<sup>a</sup>, en función de las cargas aplicadas.

La figura 17 contiene las curvas "Momento-Curvatura" de la sección de empotramiento del pilar central, para los valores del esfuerzo axil correspondientes a las hipótesis de carga estudiadas. Sobre cada curva se representan los puntos de momento y curvatura obtenidos en el cálculo del pórtico. Todos, a excepción del último, se encuentran en la zona de trazo continuo de los diagramas citados, lo que indica que no se ha alcanzado el agotamiento de la sección. El último punto obtenido, para el valor  $\alpha = 5,5$  y el esfuerzo axil  $N = 3,338 \text{ kN}$ , está situado en la zona de trazos discontinuos del diagrama momentos-curvaturas, y la sección ha agotado su capacidad resistente por un exceso de deformación del hormigón.

de hormigón armado, formados por alineaciones verticales y horizontales completas, y detecta tanto las situaciones de inestabilidad como las de agotamiento resistente de sus secciones. No requiere un nivel alto de discretización de la estructura, al coincidir los elementos de cálculo con sus barras, y converge, en la mayor parte de los casos, con un número reducido de iteraciones, gracias a la utilización de dos procedimientos para la mejora de la convergencia.

Ha sido contrastado, a través del cálculo de varios ejemplos, con los métodos desarrollados por otros autores, obteniéndose resultados similares y en muchos casos, un ahorro de tiempo de cálculo debido a la condensación de los grados de libertad

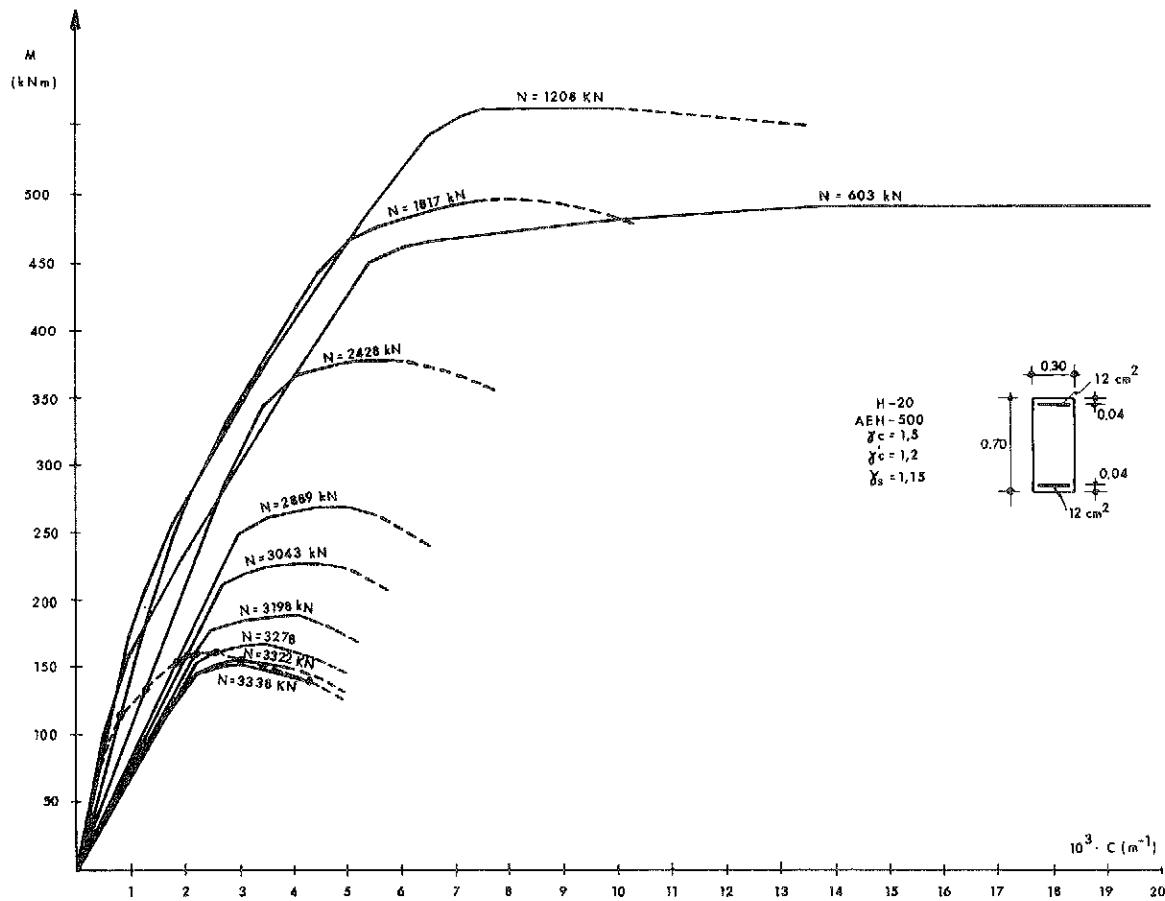


Fig. 17. Diagramas "momentos-curvaturas" del pilar central de la planta 1.<sup>a</sup>, para diferentes valores de esfuerzo axil.

Así pues, el pórtico estudiado ha alcanzado la situación de agotamiento de una de sus secciones, previamente a que se detecte la carga que produce su inestabilidad.

## 5. CONSIDERACIONES FINALES

El método presentado es apto para el estudio del comportamiento no lineal de pórticos planos

que se utilizan simultáneamente en el modelo lineal.

Se ha aplicado al estudio de pórticos esbeltos de hasta 20 plantas (16), poniéndose de manifiesto su capacidad para resolver estructuras con un número elevado de barras. El tiempo requerido para su cálculo depende del número de barras y nudos de la estructura, del valor admisible establecido en el criterio de convergencia para detener el proceso iterativo y de la proximidad del valor de las cargas

al que produce la inestabilidad de la estructura. A título de ejemplo, se cita la comprobación realizada con un pórtico de 19 plantas y cinco vanos, que se calculó en un ordenador Comparex de 16 megas, necesitándose un tiempo de CPU inferior a tres minutos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. DIN: "Concrete and reinforced concrete. Design and construction: DIN 1045". DIN Deutsches Institut für Normung E.V., Beuth Verlag GMBH, Berlin, September (1978).
2. ACI: "Building code requirements for reinforced concrete: ACI 318-83". American Concrete Institute (1983).
3. DTU: "Règles Techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états-limites: Règles BAEL 83. Editions Eyrolles, Paris (1983).
4. BSI: "Structural use of concrete: BS 8110". Part 1 and Part 2, British Standard Institution (1985).
5. CEB: "CEB/FIP Model Code 1990: First Predraft 1988". Bulletin d'Information n°190. Comité Euro-International du Beton. July (1988).
6. Comisión Permanente del Hormigón: "Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado. EH-88". Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, Madrid (1988).
7. CEB: "CEB design manual on buckling". Bulletin d'information n° 123, Comité Euro-International du Béton, Décembre (1977).
8. Grelat, A.: "Comportement non linéaire et stabilité des ossatures en béton armé". Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, n° 366, Novembre (1978).
9. Gerlein, M.A.; Beaufait, F.W.: "Non linear analysis of reinforced concrete frames". Nonlinear Design of Concrete Structures. CSCE-ASCE-ACI-CEB International Symposium, University of Waterloo, Ontario, August (1979).
10. Mari, A.; Murcia, J.: "Análisis en segundo orden de estructuras de hormigón armado". Hormigón y Acero, n° 145, ATEP, Madrid, Instituto Eduardo Torroja (1982).
11. Carol, I.; Murcia, J.: "Transfer moments method for nonlinear analysis of frames. Application to reinforced concrete structures", Proc. International Conference on Computer Aided Analysis and Design of Structures, Split, vol. 2, Pineridge Press, Swansea, U.K., September (1984).
12. Scordelis, A.C.: "Computer models for nonlinear analysis of reinforced and prestressed concrete structures". PCI Journal, November December (1984).
13. Gutierrez, J.P.; Recuero A.: "Propuesta de un método para el cálculo de pórticos traslacionales de hormigón armado". Hormigón y Acero n° 161, ATEP, Instituto Eduardo Torroja, Madrid, (1986).
14. Poston, R.W.: "Nonlinear analysis of concrete bridge piers". Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 112, n° 9, September (1986).
15. Diaz, M.A.; Roessel, J.M.: "Evaluation of approximate slenderness procedures for nonlinear analysis of concrete frames". ACI Structural Journal, March April (1987).
16. Rodríguez, J.: "Un método de condensación de grados de libertad para el estudio del comportamiento no lineal de pórticos de hormigón armado". Tesis Doctoral, Escuela de Ingenieros de Caminos, Madrid (1988).
17. Torroja, J.A.; Azcón, A.; Rodríguez, J.: "Cálculo no lineal de pórticos de hormigón armado mediante la utilización de un método de condensación de grados de libertad". Jornadas en español y portugués, Colloquia 88, vol. III, pp. 107-131, Madrid, Mayo (1988).
18. Rodríguez, J.; Torroja, J.A.: "Un método de condensación de grados de libertad para el estudio del comportamiento no lineal de pórticos de hormigón armado". Informes de la Construcción, vol. 40, n° 395, Mayo-Junio (1988).

## RESUMEN

Se ha desarrollado un método de cálculo no-lineal de pórticos planos de hormigón armado que utiliza un procedimiento iterativo mediante el que se obtiene el estado final de equilibrio, definido por una deformación que es la suma de las deformaciones parciales obtenidas en cada iteración.

El cálculo lineal de las deformaciones en cada iteración se efectúa en dos fases, de acuerdo con un procedimiento original. En la primera fase se calculan los elementos horizontales sometidos a las acciones verticales y a los momentos en los nudos, y en la segunda se calculan los elementos verticales sometidos a las acciones horizontales.

En cada fase, el efecto de las barras transversales a las consideradas, se sustituye por coacciones al giro, independientes, y, posteriormente, se efectúa una corrección para tener en cuenta la deformación axil de los pilares.

Este procedimiento permite reducir el número de grados de libertad que se manejan simultánea-

mente y proporciona una solución cuya diferencia con la obtenida mediante el empleo de la matriz de rigidez completa es pequeña. Esta diferencia se corrige en las iteraciones siguientes.

A partir de la deformación obtenida se calcula la ley de esfuerzos que corresponde a esa deformación, de acuerdo con el comportamiento no-lineal de los materiales, y se adopta dicha ley en lugar de la calculada anteriormente. Se introduce un sistema de acciones para restablecer el equilibrio, deducido a partir de la diferencia entre las leyes de esfuerzos obtenidas, y se añaden las acciones de segundo orden que producen los esfuerzos axiles, debido a las deformaciones.

Se han introducido dos procedimientos originales para la mejora de la convergencia del proceso iterativo, que consisten en la aplicación de un factor multiplicador de las deformaciones de cada iteración, de forma que se hagan mínimas las acciones que hay que aplicar en la siguiente, y en la aplicación de giros concentrados en las secciones en las que se producen rótulas plásticas.

En este trabajo se describe el método de cálculo, se comparan los resultados obtenidos con este método y con métodos publicados por otros autores y, finalmente, se incluyen ejemplos que ponen de manifiesto algunas de sus aplicaciones.

## SUMMARY

A nonlinear method has been developed for analysing plane reinforced concrete frames with an iteration procedure by which final equilibrium is obtained, defined by a deformation which is the sum of the partial deformations obtained in each iteration.

Linear analysis of deformation in each iteration is performed in two steps, in accordance with an original procedure. The first step analyses horizontal members subjected to vertical loads and moments at joints; the second step analyses vertical members subjected to horizontal loads.

At each step the effect of bars at right angles to those considered is substituted by independent rotational constraints. Subsequently, a correction is made to take axial column deformation into account.

This procedure reduces the number of degrees of freedom handled simultaneously, providing a solution with minor differences compared to using the complete stiffness matrix. This difference is corrected in subsequent iterations.

The deformation obtained is used to analyse the bending moments corresponding to this deformation in accordance with nonlinear material behaviour; these moments are adopted instead of those calculated previously. A system of forces is introduced to reestablish equilibrium, deduced from the difference between the bending moments obtained, adding in forces due to second order effects.

Two original procedures have been introduced to improve iteration convergence, which consist of applying a deformation multiplier to each iteration (minimising the loads to be applied in the next iteration) and applying concentrated rotations in sections where plastic hinges occur.

This paper describes the method, compares the results obtained with this method and with methods published by other authors and, finally, includes examples illustrating some of the applications.

# Nueva fórmula de la excentricidad para introducir la fluencia en piezas comprimidas esbeltas de hormigón

Juan Murcia  
Doctor Ingeniero de Caminos  
Instituto de Ciencia de Materiales de Barcelona, CSIC.

## INTRODUCCION

En los últimos tiempos, han venido apareciendo en esta misma revista diversos artículos sobre los efectos de la fluencia en piezas comprimidas esbeltas de hormigón (3, 4); también lo hizo una discusión (5) sobre uno de ellos, en la que se apuntaba, entre otras cosas, la conveniencia de sustituir una fórmula del Código Modelo del CEB (1) así como de definir su campo de validez. Un avance de propuesta alternativa, en tal sentido, se hizo poco tiempo después, en forma de contribución a una reunión (Dubrovnik, Septiembre 1988) de la Comisión III del CEB (6), cuya elaboración llevó a profundizar algo más en ciertos aspectos ya tratados y a entrar en otros nuevos.

Así, de resultas de ello, y además de la propia fórmula propuesta, se extrajo también alguna conclusión de mayor alcance, que tal vez pueda suscitar un interés más general; todo lo cual nos ha llevado a elaborar el presente artículo, precisamente para su publicación en esta revista.

La citada fórmula simplificada, que proporciona la excentricidad  $e_c$  debida a la fluencia, es

$$e_c = (e_0 + e_a) \left[ \exp\left(\frac{\varphi}{N_E/N_g - 1}\right) - 1 \right],$$

siendo  $e_0$  la excentricidad (de primer orden) de la carga,  $e_a$  una excentricidad adicional debida a diversos posibles errores,  $N_E$  la carga crítica o de Euler de la pieza,  $N_g$  la carga permanente de compresión y  $\varphi$  el coeficiente de fluencia del hormigón.

Es fácil comprobar, mediante un sencillo ejemplo (6) que también se verá más adelante, que la misma no sólo es bastante inexacta sino que resulta serlo por el lado inseguro. Por ello, se realizará en lo que sigue un análisis orientado a su revisión y a la obtención de una nueva fórmula.

## NUEVA FORMULA: OBTENCION Y CAMPO DE VALIDEZ

Nos referiremos a continuación a una pieza sim-

ple esbelta comprimida axialmente, de luz  $\ell$  y rigidez  $K$ , cuya carga, por ser siempre permanente en este contexto, designaremos aquí simplemente como  $N$ . Por otra parte, nos ceñiremos en principio a los casos en que la pieza adopta una deformada simétrica, cuyo valor máximo por tanto siempre se da en la sección central; más adelante se insistirá sobre este asunto de la simetría y la asimetría.

Siguiendo la notación de referencias anteriores (2, 3), la citada flecha máxima será designada como "y", con los subíndices 0 y t para indicar respectivamente sus valores inicial y en el tiempo; y lo mismo con I y II para sus valores en primer y en segundo orden.

En uno de los artículos mencionados (3) se muestra que la conocida como fórmula de Dischinger (2) no tiene validez general. La aproximación de Dischinger para este problema parte de las hipótesis (2, 3)

a)

$$dy_c = y_e \cdot d\varphi$$

y

b)

$$dy_c = \frac{N_E - N}{N} dy_c ,$$

donde  $y_e$  e  $y_c$  son, respectivamente, la deformada elástica y la debida a fluencia, componentes que este modelo de fluencia separa de entrada con claridad; aunque el mismo se tomó aquí también como base del análisis, obviaremos su estudio como tal modelo puesto que, además de que nos desviaría de nuestros propósitos, ello ya se hizo parcialmente en otro de los lugares citados (5).

Es oportuno aquí indicar que tanto la hipótesis b) como la fórmula  $y_{II,0} = \frac{N_E}{N_E - N} y_{I,0}$ , que se utilizan en todos estos análisis, corresponden en rigor a los casos en que la deformada es una senoide simple, aunque son extrapolables sin problemas a deformadas simétricas cercanas a la anterior.

Volviendo a las hipótesis citadas, las mismas conducen de inmediato a la ecuación diferencial (2, 3)

$$dy_e = y_e \frac{N}{N_E - N} d\varphi ,$$

en términos de la deformada elástica  $y_c$ , que da como resultado, si se define  $\nu = \frac{N_E}{N}$ ,

$$y_e = y_e(0) \cdot \exp\left(\frac{\varphi}{\nu - 1}\right).$$

En base al planteamiento que se acaba de exponer, se hace ahora una revisión del conjunto de casos posibles.

#### —Caso con acción mecánica (3):

Para este caso, estudiado en el artículo de referencia, que corresponde a la pieza sometida a una acción únicamente mecánica (carga con excentricidad constante), se cumplen  $y_e(0) = y_{II,O}$  e  $y_{II,t} = y_e + y_c$ . Con todas las expresiones que preceden, y sabiendo que  $y_c = 0$  para  $\varphi = 0$  ( $t = 0$ ), no es difícil comprobar que finalmente se llega a

$$y_{II,t} = y_{II,O} \left\{ 1 + \nu \left[ \exp\left(\frac{\varphi}{\nu - 1}\right) - 1 \right] \right\}.$$

Lo anterior es totalmente correcto, ya que en tal caso la deformada se aproxima muy bien a una senoide. Por tanto, la flecha debida a la fluencia, que en la práctica podrá ser usada como excentricidad diferida  $e_c$ , será

$$\begin{aligned} e_c &= y_{II,t} - y_{II,O} = y_{II,O} \cdot \nu \left[ \exp\left(\frac{\varphi}{\nu - 1}\right) - 1 \right] = \\ &= y_{II,O} \frac{\nu^2}{\nu - 1} \left[ \exp\left(\frac{\varphi}{\nu - 1}\right) - 1 \right]. \end{aligned}$$

Este caso se muestra gráficamente en la figura 1.

#### —Caso con acción geométrica:

Con idéntico planteamiento, puede estudiarse lo que ocurre en una pieza en la que, además de la obligada carga axial  $N$ , ahora centrada, existe *previamente* una acción puramente geométrica (atensional) que produce una deformada simétrica asimilable con poco error a una senoide. No existe, por supuesto, restricción alguna al instante de aparición de esta acción: lo que resulta esencial es que su definición como tal ha de hacerse con inde-

pendencia de la carga y sus efectos (de segundo orden) sobre ella, por lo que, en el supuesto de que sobrevenga más tarde, se define como si fuera previa; por ello, hablaremos siempre, en esto, de acción o de deformada previa aunque no lo sea de hecho cronológicamente.

Si la flecha máxima que se produce es  $y_p$ , entonces en este caso  $y_{I,O} = y_p$ ; al ser atensional, la misma no forma parte de la flecha elástica.

$$\begin{aligned} \text{ahora } y_e(0) &= y_{II,O} - y_{I,O} = y_{II,O} \left( \frac{\nu}{\nu - 1} - 1 \right) = \\ &= \frac{y_{II,O}}{\nu - 1} = \frac{y_p}{\nu - 1}, \text{ por lo que } y_e = \frac{y_{II,O}}{\nu - 1} \exp\left(\frac{\varphi}{\nu - 1}\right) = \\ &= \frac{y_p}{\nu - 1} \exp\left(\frac{\varphi}{\nu - 1}\right). \end{aligned}$$

Como  $dy_c = y_c \cdot d\varphi$ , se tiene una ecuación diferencial cuya integración, con  $y_c = 0$  para  $\varphi = 0$  ( $t = 0$ ), lleva a

$$\begin{aligned} y_c &= y_{I,O} \left[ \exp\left(\frac{\varphi}{\nu - 1}\right) - 1 \right] = \\ &= y_p \left[ \exp\left(\frac{\varphi}{\nu - 1}\right) - 1 \right]. \end{aligned}$$

Pero ahora se cumple que  $y_{II,t} = y_{I,O} + y_e + y_c$ , por lo que

$$\begin{aligned} y_{II,t} &= y_{I,O} \left[ 1 + \left( \frac{1}{\nu - 1} + 1 \right) \cdot \exp\left(\frac{\varphi}{\nu - 1}\right) - 1 \right] = \\ &= y_{I,O} \frac{\nu}{\nu - 1} \exp\left(\frac{\varphi}{\nu - 1}\right) = y_{II,O} \cdot \exp\left(\frac{\varphi}{\nu - 1}\right) \end{aligned}$$

y la flecha por fluencia o excentricidad diferida es

$$\begin{aligned} e_c &= y_{II,t} - y_{II,O} = y_{II,O} \left[ \exp\left(\frac{\varphi}{\nu - 1}\right) - 1 \right] = \\ &= y_{II,O} \frac{\nu}{\nu - 1} \left[ \exp\left(\frac{\varphi}{\nu - 1}\right) - 1 \right]. \end{aligned}$$

Se llega así a la fórmula de Dischinger, lo que indica que ésta sólo es válida en este caso en que, aparte de la carga centrada, existe una acción geométrica previa. En la referencia 2 (a partir de la cual se establece el análisis de la 3), se obtiene la expresión anterior, para este mismo caso de deformada atensional previa, aunque a través de un

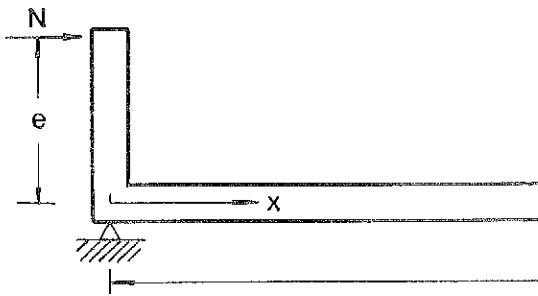
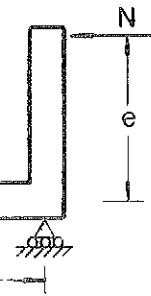


Fig. 1



desarrollo que no parece correcto; también en la misma, no sólo se extraña la última expresión al caso anterior de carga excentrica (toda extrapolación sin más es arriesgada, pero los resultados precedentes confirman que ésta no debe hacerse de ningún modo), sino que ello se realiza a base de sustituir la flecha inicial por la excentricidad de la carga, lo que no tiene justificación alguna por tratarse de dos cosas diferentes.

Aunque ya, a estas alturas, no resulta fácil conocer los mecanismos que condujeron a que el CEB adoptase su conocida fórmula, lo que se acaba de indicar nos da tal vez pistas sobre posibles vías erróneas (las citadas extrapolación sin más y sustitución de variables distintas son errores de fondo o de concepto) que pudieron llevar a la misma.

—Caso mixto:

Veamos a continuación el caso de la misma pieza esbelta con una configuración de acciones más general, superposición de los dos anteriores: carga N con excentricidad constante e y deformada atensional previa (asimilable con poco error a una senoide, en principio) de valor máximo  $y_p$ . La flecha máxima en primer orden producida por la carga excentrica será designada como  $y_m$ .

En este caso  $y_{I,O} = y_m + y_p$ , y también  $y_e(0) = y_{II,O} - y_p = \frac{\nu}{\nu-1} y_{I,O} - y_p$ ,

con lo que

$$y_e = (y_{II,O} - y_p) \cdot \exp\left(\frac{\varphi}{\nu-1}\right).$$

Teniendo en cuenta que  $dy_c = y_e \cdot d\varphi$ , resulta una ecuación diferencial cuya integración, con  $y_c = 0$  para  $\varphi = 0$ , da

$$y_c = (\nu-1)(y_{II,O} - y_p) \left[ \exp\left(\frac{\varphi}{\nu-1}\right) - 1 \right].$$

Ahora se tiene que  $y_{II,t} = y_p + y_e + y_c$  de donde, al sustituir términos, resulta finalmente

$$\begin{aligned} y_{II,t} &= y_m \frac{\nu}{\nu-1} \left\{ 1 + \nu \left[ \exp\left(\frac{\varphi}{\nu-1}\right) - 1 \right] \right\} + \\ &\quad + y_p \frac{\nu}{\nu-1} \cdot \exp\left(\frac{\varphi}{\nu-1}\right) \end{aligned}$$

y, por tanto,

$$\begin{aligned} y_c &= y_{II,t} - y_{II,O} = y_{II,t} - \frac{\nu}{\nu-1} (y_m + y_p) = \\ &= y_m \frac{\nu^2}{\nu-1} \left[ \exp\left(\frac{\varphi}{\nu-1}\right) - 1 \right] + \\ &\quad + y_p \frac{\nu}{\nu-1} \left[ \exp\left(\frac{\varphi}{\nu-1}\right) - 1 \right] = \end{aligned}$$

$$= (y_m + y_p) \frac{\nu}{\nu-1} \left[ \exp\left(\frac{\varphi}{\nu-1}\right) - 1 \right].$$

El resultado es así también la superposición de los anteriores, lo que no tiene nada de extraño dado que se están resolviendo ecuaciones diferenciales lineales.

### Obtención de la fórmula propuesta

Ante la tarea de establecer una fórmula práctica, parece claro que el último caso, por su configuración de acciones, es suficientemente general dentro del ámbito en que nos movemos (simetría). Siendo así, el paso siguiente consistirá ya en sustituir los valores de las diferentes flechas en primer orden dentro de la última expresión; en particular, el que corresponde a la carga excentrica es  $y_m =$

$$= \frac{N_e}{K} \cdot \frac{\ell^2}{8}, \text{ por lo que, recordando que } N_E = \frac{\pi^2 K}{\ell^2}, \text{ se obtiene}$$

$$\begin{aligned} y_c &= \left( \frac{\pi^2}{8} e + y_p \right) \frac{\nu}{\nu-1} \left[ \exp\left(\frac{\varphi}{\nu-1}\right) - 1 \right] \approx \\ &\approx (1,25 e + y_p) \frac{\nu}{\nu-1} \left[ \exp\left(\frac{\varphi}{\nu-1}\right) - 1 \right]. \end{aligned}$$

Sin embargo, aún no podemos darnos por satisfechos, ya que existe una acción geométrica más desfavorable que la supuesta (que, recordemos, no era lejana a una senoide). Así, la deformada cuasi-constante: valor constante, salvo muy cerca de los apoyos donde tiende en seguida a 0; es la más desfavorable y, desde luego, no resulta aproximable por una senoide. Veamos qué flecha máxima inicial en segundo orden origina tal deformada previa.

Para ello nos resultará útil partir del valor exacto de esa misma flecha en el caso de la carga N con excentricidad constante (4):

$$y_{II,O} = y_0 \left( \frac{\ell}{2} \right) = e \left[ 1 - \frac{2 \sin \sqrt{\frac{N}{K}} \frac{\ell}{2}}{\sin \sqrt{\frac{N}{K}} \frac{\ell}{2}} \right],$$

donde se ha tenido en cuenta el convenio de signos de la citada referencia.

Esto puede aprovecharse de pasada para confirmar que, en ese caso ( $y_{I,O} = y_m = \frac{N_e \cdot \ell^2}{K \cdot 8}$ ), la conocida fórmula de paso de la flecha de primer orden a la de segundo ( $y_{II,O} = \frac{N_E}{N_E - N} y_{I,O}$ ) resulta muy aproximada, puesto que la deformada se ajusta bastante bien a una senoide. En efecto, la relación

$$e \left[ \frac{2 \operatorname{sen} \sqrt{\frac{N}{K}} \frac{\ell}{2}}{\operatorname{sen} \sqrt{\frac{N}{K}} \ell} - 1 \right] \cdot \frac{1}{\frac{N_e}{K} \cdot \frac{\ell^2}{8}} \left/ \frac{N_E}{N_E - N} \right.$$

crece desde 1, para  $N \rightarrow 0$ , hasta el valor límite 1,032 (o, lo que es igual,  $\frac{32}{\pi^3}$ ) para  $N \rightarrow N_E$ .

Para una deformada previa puramente geométrica (atensional) de valor quasi-constante  $y_p$ , la existencia en la pieza de una carga  $N$  centrada hace que en la práctica las cosas ocurran, en cuanto a los efectos de segundo orden, como si la carga tuviera una excentricidad constante de valor  $y_p$ . Por tanto, sumando a la propia deformada  $y_p$  la flecha adicional asociada a la presencia de la carga, cuyo valor máximo se ha visto un poco más arriba, obtendremos en este caso el valor exacto de la flecha máxima inicial en segundo orden:

$$y_{II,O} = y_p + y_p \left[ 1 - \frac{2 \operatorname{sen} \sqrt{\frac{N}{K}} \frac{\ell}{2}}{\operatorname{sen} \sqrt{\frac{N}{K}} \ell} \right] = \\ = y_p \cdot \frac{2 \operatorname{sen} \sqrt{\frac{N}{K}} \frac{\ell}{2}}{\operatorname{sen} \sqrt{\frac{N}{K}} \ell}$$

*(\*)*

Al establecer, al igual que antes, la relación entre el cociente de las flechas exactas en segundo y en primer orden (la propia  $y_p$ ) y el conocido factor de la fórmula directa de paso entre ellas, esto es,

$$\frac{2 \operatorname{sen} \sqrt{\frac{N}{K}} \frac{\ell}{2}}{\operatorname{sen} \sqrt{\frac{N}{K}} \ell} \left/ \frac{N_E}{N_E - N} \right.$$

se tiene que también crece desde 1 para  $N \rightarrow 0$ , pero su valor límite al tender  $N$  hacia  $N_E$  es ahora 1,273 (esto es,  $\frac{4}{\pi}$ ). Esto confirma lo esperado en el sentido de que si aquí se utiliza la fórmula de paso, se pueden cometer ya errores de cierta importancia, sobre todo para cargas fuertes.

Por tanto, y volviendo al caso de configuración simétrica más desfavorable de acciones, habría que corregir la expresión de  $e_c$  antes obtenida, basada precisamente en dicha fórmula de paso. Para ello, a la vista de lo anterior resulta muy claro que la aplicación en ella del factor multiplicador 1,25 también a  $y_p$  es muy pertinente: se ajusta con precisión al caso general más desfavorable y, a la vez, se consigue la homogeneización de las excentricidades mecánica y geométrica.

Cabe ahora indicar cómo no resulta una causalidad que ambas excentricidades queden finalmente homogeneizadas: aunque una deformada previa quasi-constante y una excentricidad real constante son entes diferentes, a efectos de las deformadas que se producen posteriormente funcionan, como ya se indicó, de forma equivalente (en este sentido, se cumple exactamente, en el límite,  $\frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{32}{\pi^3} = \frac{4}{\pi}$ ).

Con el fin de que la fórmula sea por completo segura dentro de todo el rango teórico de la carga (teniendo en cuenta también el ligero error, ya evaluado, de la fórmula de paso para la parte mecánica de la acción), podría pensarse en elevar un poco el ya factor común 1,25 hasta alcanzar el valor límite 1,27; sin embargo, ello no es preciso puesto que nunca en la realidad  $N$  debe acercarse ni de lejos a  $N_E$  y, además, el valor 1,25 proviene ya de un redondeo por exceso de  $\frac{\pi^2}{8}$ : en el caso más desfavorable este valor se da exactamente para  $\nu = 2,25$ , superándose tan sólo para valores inferiores, no reales, de dicho parámetro. La fórmula resulta suficientemente segura sin más cambios.

Así pues,

$$e_c = 1,25 \frac{\nu}{\nu - 1} (e + y_p) [\exp(\frac{\varphi}{\nu - 1}) - 1],$$

fórmula tan práctica (sólo añade un factor sobre la anteriormente usada) y general (para solicitud simétrica) como, según se comprobará más adelante, ajustada (y, además, segura). De cara a su uso práctico, puede ya tomar una forma similar a la del CEB, vista al principio, esto es,

$$e_c = 1,25 \cdot \frac{N_E}{N_E - N_g} (e_0 + e_a) [\exp(\frac{\varphi}{N_E/N_g - 1}) - 1],$$

donde, merced a la homogeneización citada, pueden englobarse en  $e_0$  todo tipo de excentricidades de primer orden cuya actuación en la pieza sea conocida positivamente (incluyendo la que correspondería a cualquier acción geométrica simétrica que se produzca); así como en  $e_a$  todas las posibles anomalías al respecto, con independencia de su origen (directriz no recta, imprecisión en la posición de la carga, acción geométrica imprevista, etc.).

Por otra parte, la propia fórmula evidencia lo indicado al principio respecto a que la del CEB es insegura (sin entrar en los aspectos, derivados de los propios desarrollos realizados, que permiten calificarla, antes que nada, de incorrecta y, por ello, de inadecuada). No obstante, se presenta ahora un ejemplo muy sencillo (6) para examinar los resultados de las distintas fórmulas y aproximaciones.

Sea una pieza simple con una carga permanen-

te  $N_g$  de excentricidad constante  $e_0$ , tal que  $\nu = N_E/N_g = \pi^2 = 9,87$  y  $\varphi = 2$  (véase fig. 1); prescindiremos, para simplificar, de la excentricidad adicional  $e_a$ . Veamos distintos resultados para la excentricidad por fluencia.

—Fórmula del Código Modelo del CEB (1):

$$e_c = e_0 [\exp(2/8,87) - 1] = 0,253 e_0$$

—Aproximaciones analíticas generales (4) (en relación al convenio de signos allí empleado, seguiremos tomando valores absolutos):

a) Extrema inferior:

$$\begin{aligned} e_c &= y_{II,t} - y_{II,O} = \\ &= \frac{\varphi}{2} \cdot \frac{1}{\sin 1} e_0 \left[ \frac{2 \sin 0,5}{\sin 1} - \cos 0,5 \right] = \\ &= 0,1556 \varphi \cdot e_0 = 0,311 e_0 \end{aligned}$$

b) Extrema superior:

$$\begin{aligned} e_c &= y_{II,t} - y_{II,O} = \\ &= e_0 \left[ \frac{2 \sin 0,866}{\sin 1,732} - \frac{2 \sin 0,5}{\sin 1} \right] = \\ &= e_0 (1,5435 - 1,1395) = 0,404 e_0 \end{aligned}$$

c) Ajustada (con  $\delta = 0,656$ ;  $\varphi = 2$ , modelo de Dischinger):

$$e_c = y_{II,t} - y_{II,O} = e_0 \left\{ -\frac{1}{0,656} \left( \frac{2 \sin 0,76}{\sin 1,52} \right) + \right.$$

$$\left. + \left[ \frac{0,656 - 1}{0,656} - 1 \right] \cdot \left( \frac{2 \sin 0,5}{\sin 1} \right) \right\} =$$

$$= \frac{e_0}{0,656} (1,380 - 1,1395) = 0,367 e_0$$

—Fórmula aquí propuesta:

$$e_c = 1,25 \frac{9,87}{8,87} e_0 [\exp(2/8,87) - 1] = 0,352 e_0$$

De esta forma, se comprueba que la fórmula propuesta ofrece un resultado acorde con lo esperado, intermedio respecto a los de las aproximaciones extremas y muy próximo al de la más ajustada (ha de tenerse en cuenta que ésta no es exacta, sino una aproximación muy buena, de carácter general, aplicada aquí al caso más sencillo, el simétrico; en este sentido, en la referencia 5 se observa cómo el resultado obtenido con la misma es también muy ligeramente superior al exacto). Todo esto no ocurre con la del CEB, que queda incluso por debajo de la extrema inferior. Se aprecia también que la diferencia entre los resultados de ambas fórmulas es notable, llegando casi al 40 por 100, lo que da ya una idea concreta de la inseguridad de esta última; es asimismo patente que tal inseguridad resulta aún mayor para valores superiores de la carga  $N_g$  (valores inferiores de  $\nu$ ).

La figura que sigue muestra, para este mismo ejemplo, las deformadas inicial y final de la pieza (su diferencia en el centro es, evidentemente,  $e_c$ ) que se obtienen para la citada aproximación ajustada.

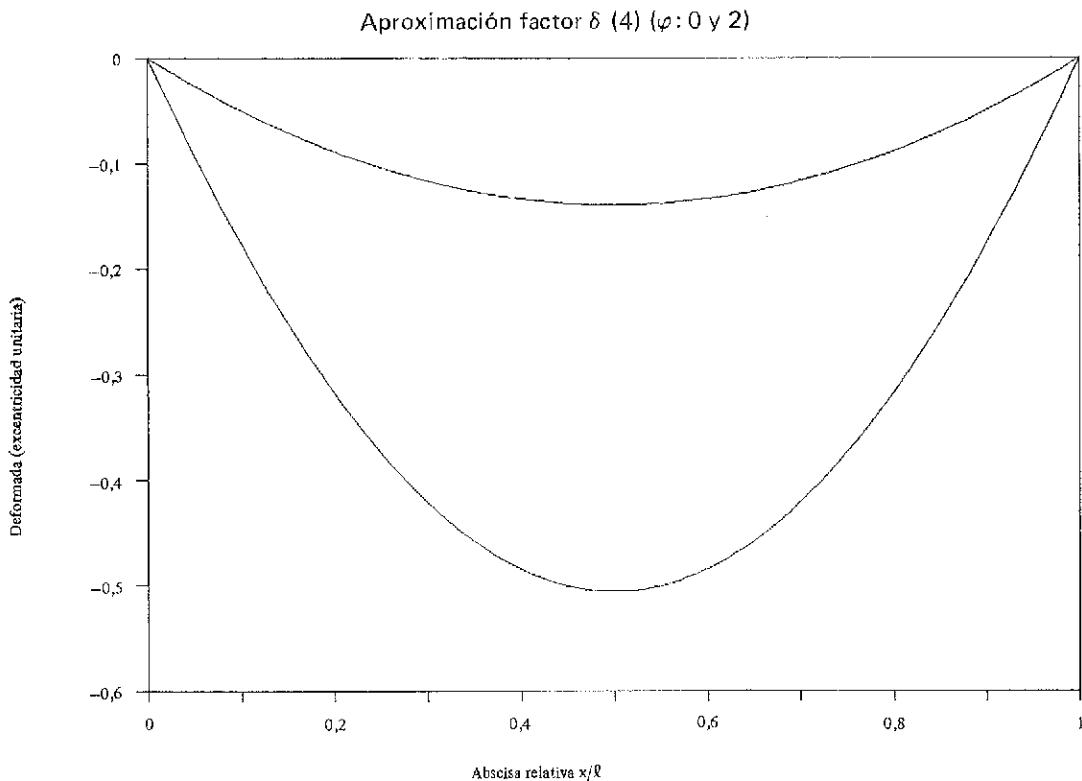


Fig. 2. Deformadas inicial y final de la pieza.

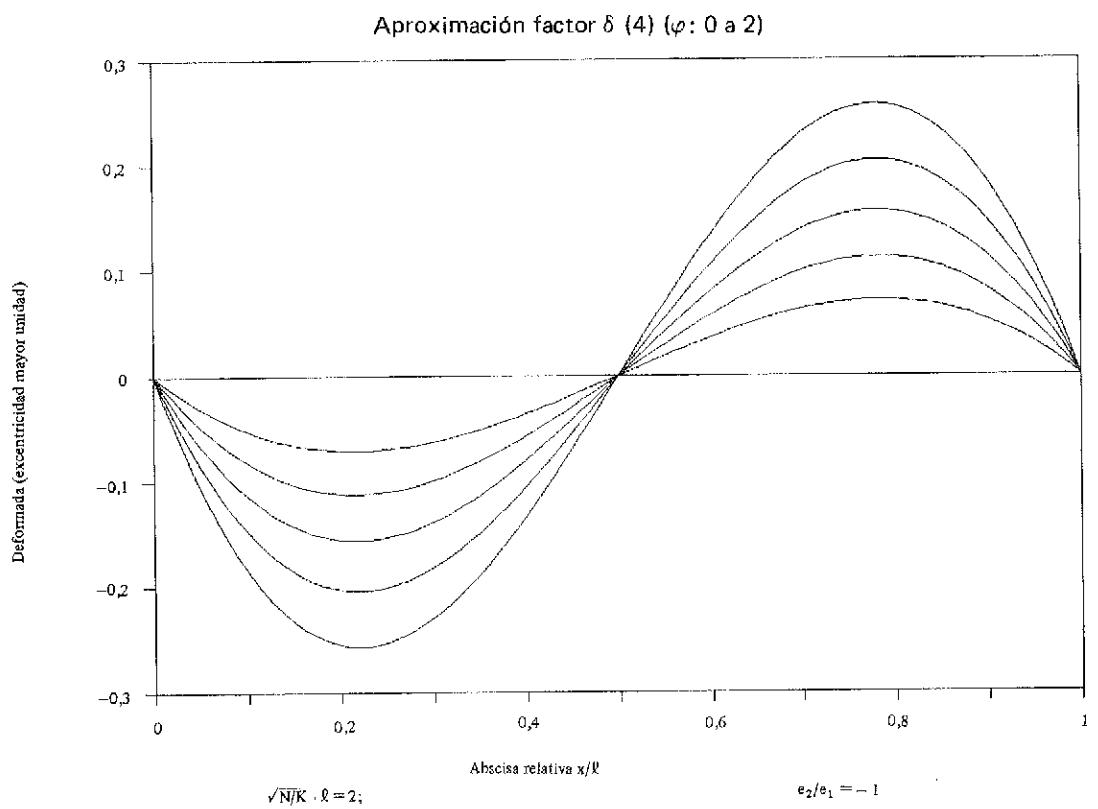


Fig. 3.a Deformadas de la pieza entre  $t = 0$  y  $t \rightarrow \infty$

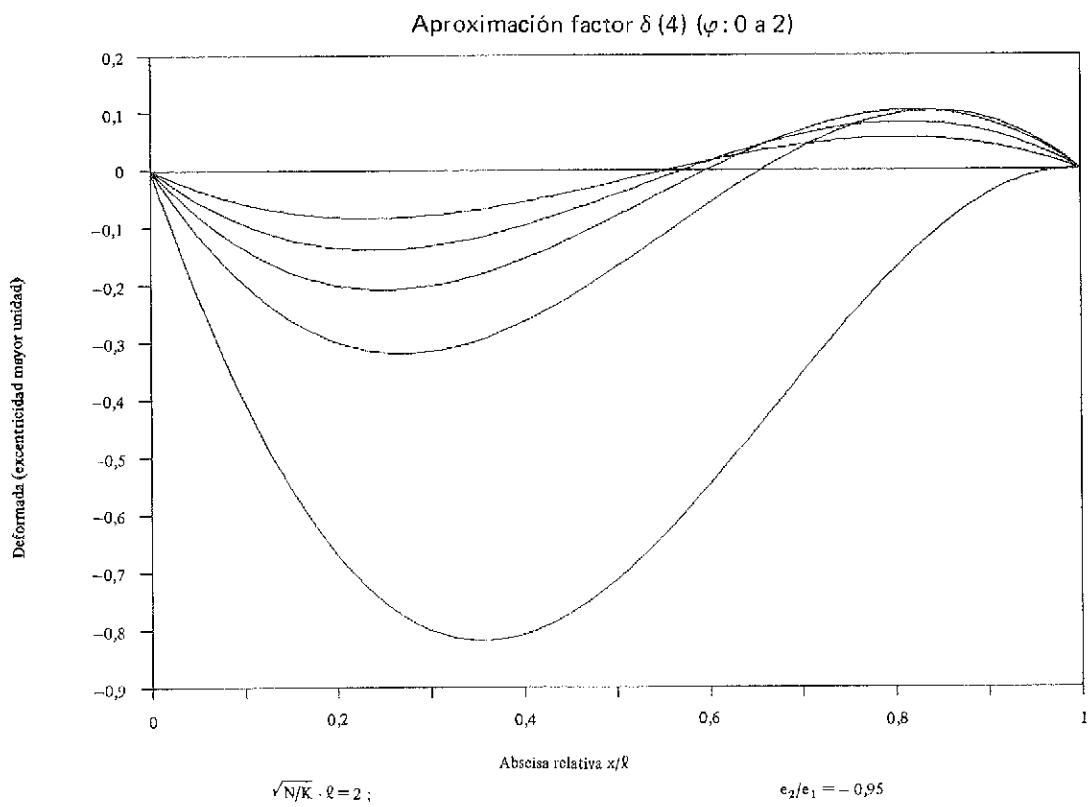


Fig. 3.b. Deformadas de la pieza entre  $t = 0$  y  $t \rightarrow \infty$

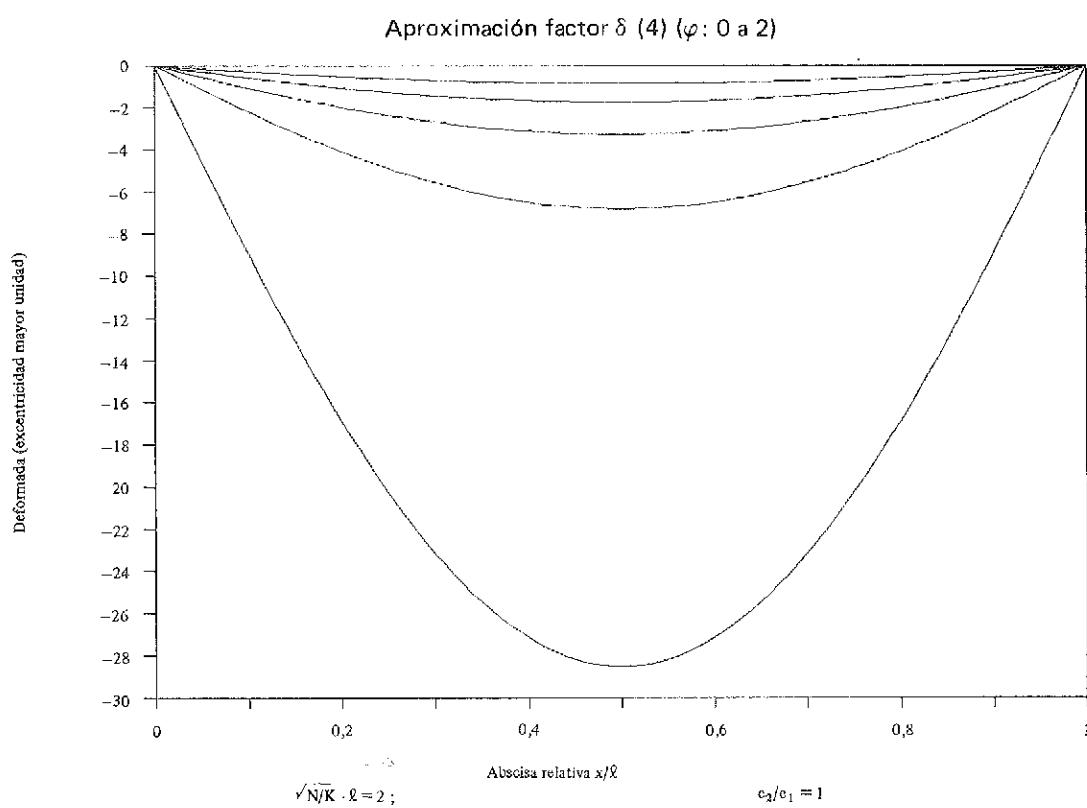


Fig. 3.c. Deformadas de la pieza entre  $t = 0$  y  $t \rightarrow \infty$

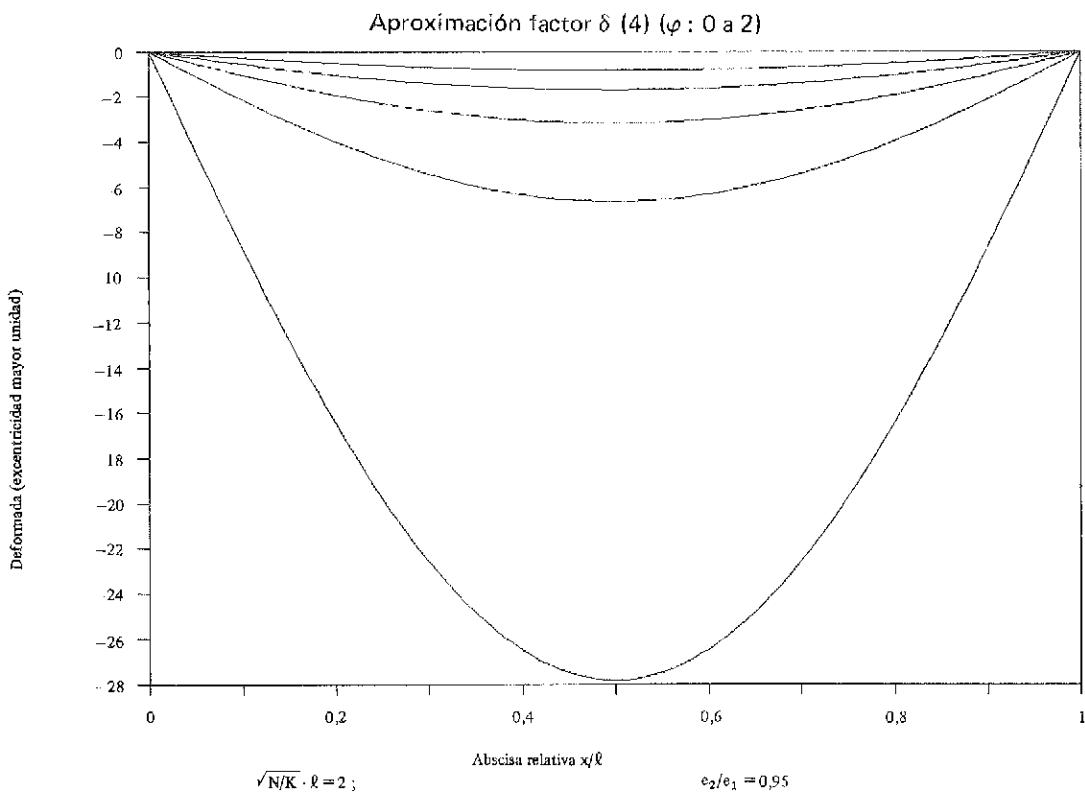


Fig. 3.d. Deformadas de la pieza entre  $t = 0$  y  $t \rightarrow \infty$

## Campo de validez

Como se ha venido indicando a lo largo del desarrollo analítico efectuado, todo lo anterior es válido únicamente para piezas con solicitación simétrica (o, como se confirmará en seguida, cercana a tal situación); no obstante, y a pesar de entrar en el mismo contexto, la fórmula del CEB no se encuentra sometida en su aplicación (1) a restricción alguna de validez.

El caso de solicitud con perfecta antimetría podría ser considerado en principio, al no variar de forma en el tiempo su deformada, como si fuera simétrico (desplazado en la longitud  $\ell/2$ ); pero en realidad resulta muy inestable, porque una mínima variación sobre tal antimetría conduce a deformadas muy alejadas ya de la misma, inestabilidad que, sin embargo, no se da en el caso simétrico, pudiendo llegarse en la práctica a considerar, dentro de lo aquí tratado, como simétricos casos que positivamente no lo son pero se acercan a ello. En la figura 3 se muestra todo esto a través de una serie de resultados obtenidos mediante la aproximación ajustada (4) utilizada en el ejemplo.

En los casos de piezas con solicitud claramente asimétrica no es posible realizar análisis como los anteriores, dado que su sección crítica va variando con el tiempo, puesto que la forma que toma la deformada también se va modificando. Esto, además de verse en uno de los casos de la figura anterior, puede apreciarse en la próxima figura, basada también en el uso de la misma aproximación.

Por tanto, este tipo de fórmulas no resulta en principio extrapolable a tales casos, por lo que habrían de realizarse estudios específicos (bien de forma analítica con modelos muy sencillos como los aquí usados, lo que no parece fácil de entrada, o de modo empírico sobre resultados obtenidos con modelos analíticos o numéricos más complejos).

## CONCLUSION

Llegados a este punto, y justificada la inadecuación de la fórmula del CEB, poco queda por exponer a modo de conclusión fuera del propio enumerado concreto de la nueva propuesta:

*En elementos comprimidos esbeltos de hormigón con solicitud simétrica, o cercana a ella, pueden considerarse los efectos de la fluencia a través de una excentricidad diferida  $e_c$  cuya expresión es*

$$e_c = 1,25 \frac{N_E}{N_E - N_g} (e_0 + e_a) [\exp\left(\frac{\varphi}{N_E/N_g - 1}\right) - 1],$$

donde  $e_0$  es la excentricidad (de primer orden) de la carga con respecto a la sección crítica,  $e_a$  la excentricidad adicional (debida a diversos posibles errores o imprevistos),  $N_E$  la carga de Euler del elemento,  $N_g$  la carga permanente y  $\varphi$  el coeficiente de fluencia.

No obstante, y a pesar de la homogeneización final (en excentricidades equivalentes) de los casos

Aproximación factor  $\delta$  (4) ( $\varphi : 0$  a 2)

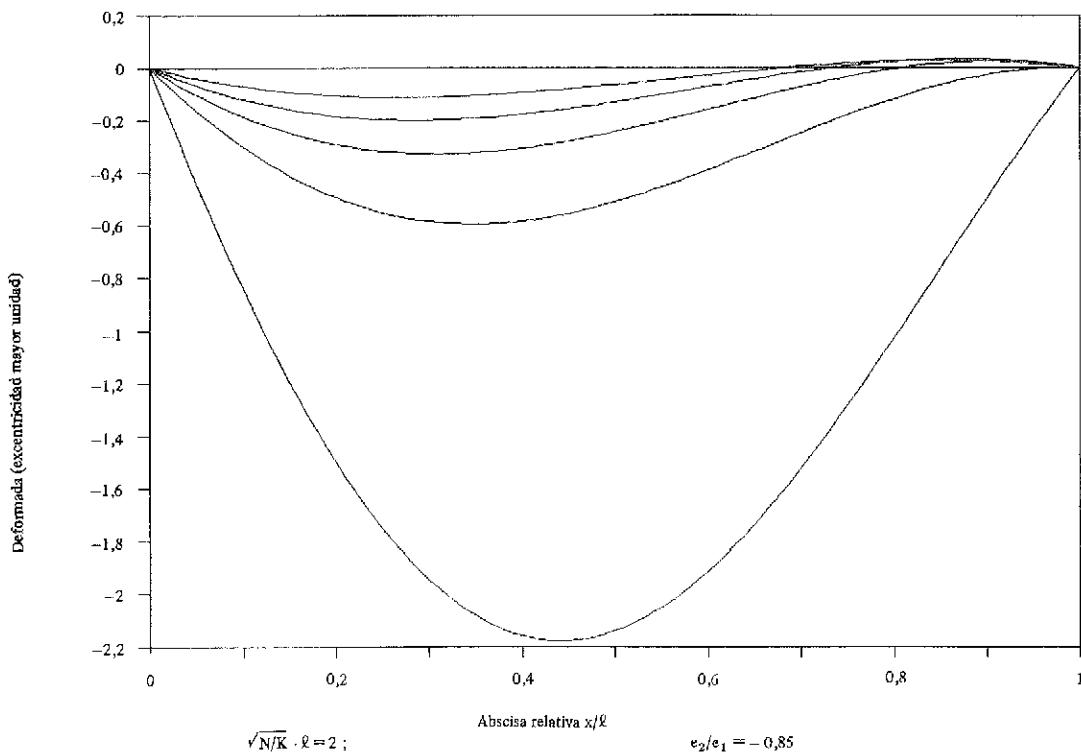


Fig. 4. Deformadas de la pieza entre  $t = 0$  y  $t \rightarrow \infty$

de acción mecánica y de acción geométrica más desfavorable, dentro del ámbito contemplado, es quizás interesante subrayar también ciertos puntos que, aunque puestos de manifiesto dentro del problema aquí analizado (conjeturas sobre los posibles errores que tal vez condujeron a la fórmula del CEB), parecen tener más amplio alcance. Destacaremos dos: el primero se extiende al análisis estructural en general y el segundo se limita al de segundo orden; pueden enunciarse así:

1) Al menos de entrada, ante problemas estructurales nuevos parece conveniente distinguir, y tratar por separado, los casos ligados a acciones geométricas y los relativos a acciones mecánicas, sin extrapolaciones mutuas.

2) Si bien, en la práctica del cálculo en segundo orden, es posible manejar las flechas de una pieza como excentricidades de la carga para la obtención de los momentos, ambas variables son diferentes (aunque su magnitud, una longitud, coincide) y, por tanto, no son en principio intercambiables.

Por último, se insiste en la necesidad de ulteriores estudios, ampliando el ámbito de la solicitudación o configuración de acciones de la pieza. En este sentido, hay que hacer notar que la fórmula propuesta no es aplicable, en general, a los soportes de edificación; sí lo es, por el contrario, en el caso de estructuras tales como antenas, torres y otras similares.

## REFERENCIAS

1. CEB-FIP. *Model Code for Concrete Structures*. Comité Euro-International du Béton. París, 1978.
2. RÜSCH, H.-JUNGWIRTH, D. *Hormigón armado y pretensado*. CECSA. México, 1982.
3. PEDOJA, E. Pandeo con fluencia. *Hormigón y Acero* nº 164 (pp. 101-109). Madrid, 1987.
4. MURCIA, J. Análisis diferido en segundo orden de piezas comprimidas esbeltas de hormigón. Planteamiento en viscoelasticidad lineal, aproximaciones para considerar la fluencia y conclusiones de cara a la práctica. *Hormigón y Acero* nº 165 (pp. 9-28). Madrid, 1987.
5. MURCIA, J. Discusión del artículo "Pandeo con fluencia" de Eduardo Pedoja. *Hormigón y Acero* nº 167 (pp. 163-166). Madrid, 1988.

6. MURCIA, J. - MORÁN, F. Note on the Simplified Formula for Creep in Single Elements. Contribution to the CEB Permanent Commission III "Buckling and Instability" Meeting. Dubrovnik, September 1988.

## RESUMEN

Se realiza un desarrollo analítico que conduce a una nueva fórmula (en términos de una excentricidad diferida) para tener en cuenta los efectos de la fluencia en piezas comprimidas esbeltas de hormigón, la cual es al final propuesta como alternativa a otra similar normalmente usada hasta ahora (recogida en el Código Modelo del CEB); para ello se toma también como base el modelo de fluencia de Dischinger, partiendo de una solicitudación de la pieza suficientemente general, que incluye también una componente geométrica pura. Tal desarrollo muestra la existencia de ciertas incoherencias teóricas en torno a la fórmula usada hasta hoy, que por otro lado resulta insegura (esto se comprueba mediante un sencillo ejemplo comparativo); por todo lo cual es inadecuada. Se define, además, el campo de validez de este tipo de fórmulas, algo que es necesario aunque el Código Modelo del CEB lo omite, ligándolo a situaciones con simetría o próximas a ella.

## SUMMARY

The paper contains the development, in a analytical way, and the final proposal of a new formula (in terms of a delayed eccentricity), alternative to the similar one normally used till now (included in the CEB Model Code), for taking into account the creep effects in concrete slender compressed members; calculations are also made on the basis of Dischinger model, but taking a enough general actions set (including a pure geometrical component) on the member. This development shows some theoretical problems related to the old formula, that is unsafe in practice, as checked through a simple comparative example; so, this formula seems to be not suitable. Validity limits, needed for this kind of formulae (in spite of CEB Model Code shows no restriction on it) are also defined, being linked to symmetry situations of others near to that.

## **Publicación del Instituto Nacional de Seguridad e Higiene en el Trabajo**

El Instituto Nacional de Seguridad e Higiene en el Trabajo ha editado muy recientemente una interesante publicación titulada "Manual para Estudios y Planes de Seguridad e Higiene: Construcción".

Con este Manual el citado Instituto desea contribuir a la mejora de las condiciones de trabajo en el sector de la construcción, facilitando una herramienta útil para la prevención de los riesgos laborales, desde la fase de elaboración de los proyectos hasta su puesta en obra y seguimiento.

De esta forma, trata de cumplir la misión de

asesorar a los profesionales, empresas, trabajadores, y sus organizaciones, así como a las distintas Administraciones Públicas, en la tarea de eliminar los riesgos siempre presentes en el campo de la construcción.

Los interesados en esta publicación deberán ponerse en contacto con:

Instituto Nacional de Seguridad e Higiene en el Trabajo.

Dña Concepción Serrano Herrera  
Directora  
Torrelaguna, 73  
28027 MADRID

## **Simposio Internacional sobre "Paneles de Cerramiento, Prefabricados, de Hormigón. Su Contribución a la resistencia de los Edificios Frente a Cargas Laterales"**

Organizado por el "Instituto del Hormigón Pretensado" (PCI) de Estados Unidos, se va a celebrar, en el Holiday Inn Mart Plaza, Chicago, Illinois, durante los días 8 y 9 de noviembre del presente año 1989, un Simposio Internacional sobre "Paneles de cerramiento, prefabricados, de hormigón. Su contribución a la resistencia de los edificios frente a cargas laterales".

El objetivo de este Simposio es pasar revista al estado actual de conocimientos sobre el tema citado e intentar completar los vacíos existentes, en relación con este asunto, en la actual tecnología.

Para cada una de las Sesiones se programará una primera Conferencia, a cargo de destacadas personalidades, que resumirán cómo se resuelven, en el momento actual, los diversos problemas que plantea la utilización de este tipo de elementos estructurales resistentes, en lo relativo al aspecto concreto que haya sido seleccionado para ser estudiado y

discutido en la correspondiente Sesión. A continuación, se presentarán las Comunicaciones particulares que hayan sido seleccionadas al efecto y, finalmente, habrá un tiempo dedicado a Coloquio, en el que podrán intervenir libremente los participantes en la Reunión.

Los textos de las Comunicaciones admitidas para su presentación en el Simposio, se entregarán a los participantes, al inicio de la Sesión correspondiente. Los "Proceedings" del Simposio se publicarán una vez concluidas las Reuniones y serán enviados a todos los inscritos en las mismas.

Los interesados en participar en este Simposio deberán dirigirse a:

MR. SYDNEY FREEDMAN  
Prestressed Concrete Institute  
175 West Jackson Boulevard, Suite 1859  
CHICAGO, Illinois 60604 U.S.A.

# Comportamiento de estructuras prefabricadas de hormigón, en el sismo de 1985, México D.F.

Francisco Robles  
Ingeniero Civil  
Profesor de Ingeniería Estructural de  
la Univ. Autónoma Metropolitana de  
México D.F.

## 1. DATOS BASICOS SOBRE EL SISMO DE SEPTIEMBRE DE 1985 EN LA CIUDAD DE MEXICO

Como introducción a un estudio del comportamiento de las estructuras prefabricadas de hormigón, en la ciudad de México, durante los sismos de septiembre de 1985, es oportuno reseñar brevemente algunos de los datos sismológicos más importantes.

El evento principal que tuvo tan desastrosas consecuencias en la ciudad de México, tuvo lugar el 19 de septiembre de 1985, a las 7:17 a.m. (hora

local), en una zona de subducción frente a la costa del Pacífico (Fig. 1), donde la placa de Cocos tiende a deslizarse bajo la placa de Norte América (Fig. 2). El epicentro se localizó a unos 30 km de Lázaro Cárdenas, en el estado de Guerrero, cerca de la desembocadura del río Balsas y a 400 km de la ciudad de México. La zona de ruptura fue relativamente superficial, a una profundidad de unos 20 km. La magnitud del sismo fue de 8,1 (Ms). La aceleración máxima del suelo en Lázaro Cárdenas, cerca del centro del área epicéntrica, fue del orden de 0,15 g, durante unos 40 segundos. La intensidad del sismo, tal como se sintió en Lázaro Cárdenas, se estima que fue IX, según la Escala Modificada de Mercalli.

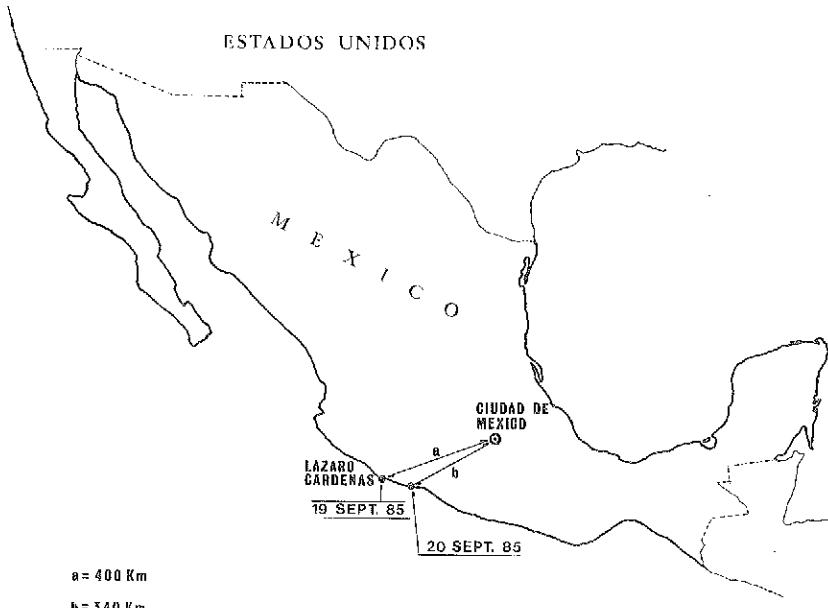


Fig. 1. Localización de los epicentros [1].

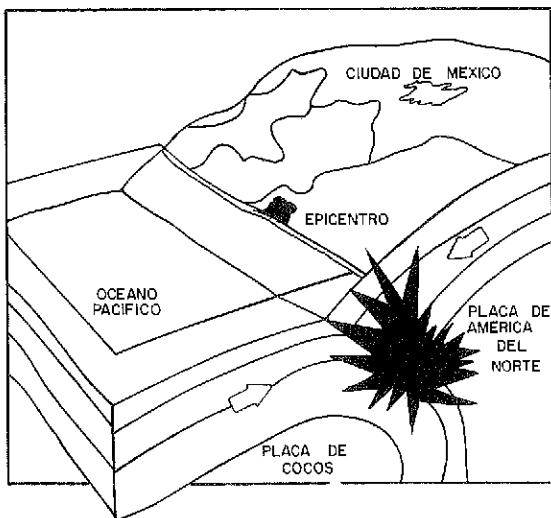


Fig. 2. Tectónica del área de epicentros (tomada del "International Masonry Institute Report"). [5].

El evento principal fue seguido de una réplica, ocurrida 36 horas más tarde, con una magnitud de 7,5 (Ms). El foco de la réplica quedó al este de la falla inicial, a unos 340 km de la ciudad de México.

Los efectos de los temblores en la ciudad de México fueron excepcionalmente graves, a pesar de la distancia considerable de los epicentros, debido a las características geológicas del valle cerrado en el que se encuentra la ciudad. Una gran parte de la ciudad está cimentada sobre el lecho de arcilla suave altamente compresible de un antiguo lago, con una capa superior de una profundidad entre 25 y 35 m. (El contenido de agua en la arcilla, en algunas zonas, puede ser de un 400 a un 600 por 100). Bajo esta capa existe otra capa relativa-

mente firme de 1,5 a 3 m, bajo la cual se encuentra nuevamente arcilla suave hasta que se alcanza suelo firme entre unos 10 a 20 m más abajo.

Cuando las ondas sísmicas alcanzaron el suelo firme que rodea el lecho del antiguo lago, produjeron aceleraciones de 0,04 g, con un período predominante de aproximadamente un segundo. Los edificios construidos sobre suelo firme apenas fueron afectados por esas aceleraciones. Sin embargo, cuando las ondas sísmicas alcanzaron los depósitos de arcilla suave en la zona del antiguo lago, hubo una amplificación dinámica tan notable que aceleraciones máximas del suelo de unos 0,2 g fueron registradas por los instrumentos que se encontraban en la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), cerca de la zona donde se experimentó el daño más grave. La Fig. 3 muestra el acelerograma para la dirección E-O, como fué registrado en la estación de la SCT, junto con las velocidades y desplazamientos correspondientes (1).

Como estos registros indican, el movimiento del suelo fue bastante regular, tendiendo a ser aproximadamente sinusoidal, y duró unos 60 segundos. Las aceleraciones máximas se presentaron durante 40 segundos. El período predominante fue de 2,0 segundos. El desplazamiento máximo de la posición inicial fue de aproximadamente  $\pm 20$  cm. La gravedad de los efectos del evento en la zona del lago, así como lo poco común del movimiento del suelo, se aprecia claramente al estudiar los espectros de la respuesta elástica preparados por Englekirk and Hart Inc. y publicados por Fintel (2), según aparecen en la Fig. 4. Los espectros del amortiguamiento del cinco por ciento en la ciudad de México (1985) y el Centro (1940) aparecen junto con el espectro recomendado en las Normas Tentativas de la ATC (3). La aceleración máxima para el

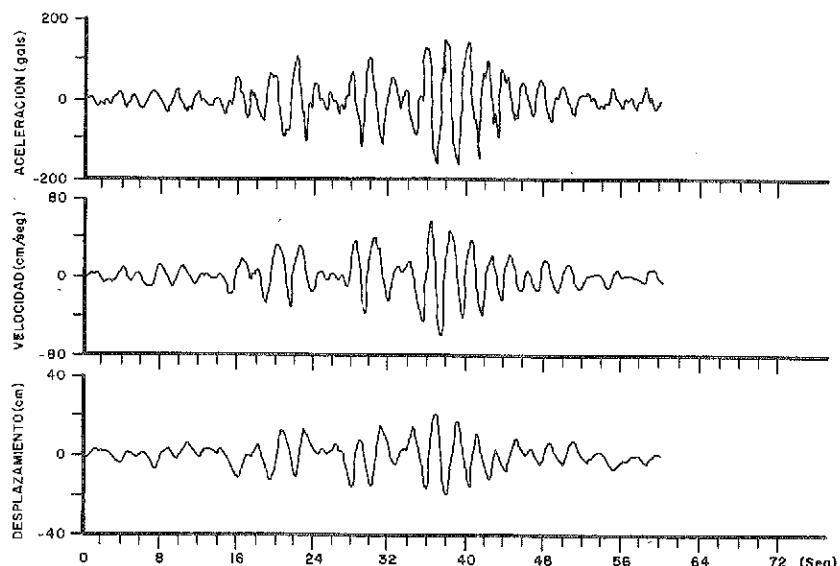


Fig. 3. Diagramas de aceleración, velocidad y desplazamiento, para la dirección E-O, del terremoto de 1985, según fue registrado en la Estación SCT.[1].

Centro fue mucho menor que para la ciudad de México y correspondió a un período de unos 0,5 segundos, mientras que para la ciudad de México correspondió a un período de 2,0 segundos.

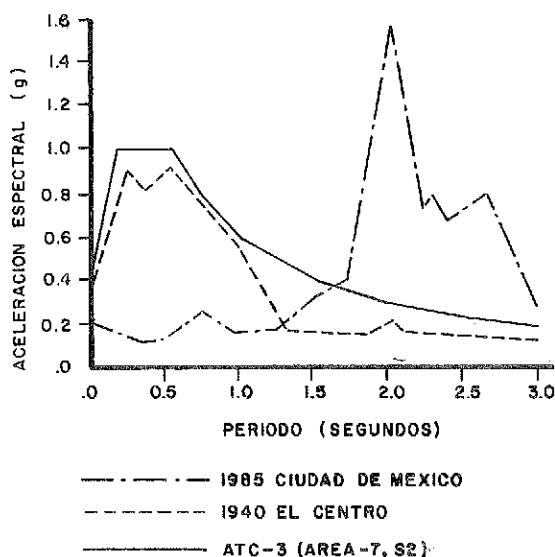


Fig. 4. Espectros de la respuesta elástica para amortiguamiento del 5 por 100 (cedidos amablemente por "Englekirk and Hart Inc." y publicados por "Fintel". [2]).

La aceleración tan alta, combinada con la duración excepcionalmente larga y con la regularidad del movimiento de la zona del lecho del lago fue responsable del alto nivel de destrucción del sismo. El daño más grave lo sufrieron los edificios de siete a quince pisos, con períodos naturales algo inferiores a 2,0 segundos. El agrietamiento progresivo debido al movimiento intenso del suelo, incrementó gradualmente la flexibilidad de esas estructuras y, en consecuencia, su período natural de vibración. Cuando el período de los edificios se acercó al valor crítico de 2,0 segundos, coincidiendo con el período predominante del suelo subyacente, muchos edificios entraron en resonancia con el movimiento del suelo y se derrumbaron o sufrieron daños graves.

Un análisis más detallado de los aspectos sísmicos del sismo de México que el ofrecido en esta breve reseña, aparece en el informe preparado por Rosenblueth y Meli (4).

## 2. RESEÑA DE LOS EFECTOS DEL SISMO EN LA CIUDAD DE MEXICO

La Fig. 5 es un mapa esquemático de la ciudad de México, en el que aparecen los distritos que sufrieron los daños más graves y que cubren un área de 90 kilómetros cuadrados; estos distritos están localizados sobre los depósitos profundos de arcilla suave antes mencionados.

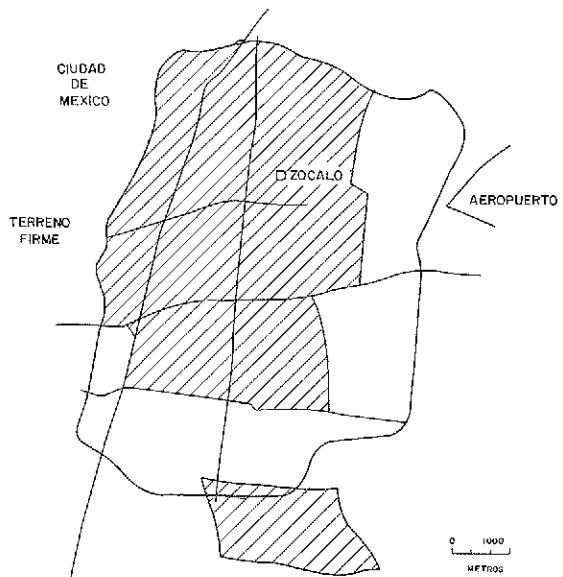


Fig. 5. Situación de los distritos afectados por el terremoto de 1985 (el área total afectada es de 90 km<sup>2</sup>, aproximadamente). [6].

La pérdida de vidas fue considerable, aunque relativamente pequeña si se compara con la población total de la ciudad, que se estima ahora de alrededor de 18 millones. El número de víctimas estimado varía entre los 10 mil y 20 mil, según las distintas fuentes. Si el sismo hubiera ocurrido más tarde, cuando la mayoría de las escuelas, oficinas y fábricas hubieran estado ocupadas, la pérdida de vidas habría sido indudablemente mucho mayor.

Por lo menos, entre dos a trescientas mil personas perdieron sus hogares.

Las siguientes cifras dan una idea aproximada de la magnitud de los daños materiales:

Edificios derrumbados: 210

Edificios con daños graves de 5 pisos o más: 1.200, de 4 pisos o menos: 2.800, escuelas: 600.

(De los edificios derrumbados, cinco contenían elementos prefabricados).

Además, hubo daños considerables en edificios más pequeños, de construcción de inferior calidad y de materiales de baja calidad, tales como adobe. Afortunadamente, gracias a su rigidez relativamente alta y a los bajos períodos naturales, los edificios de cuatro a cinco pisos con muros de mampostería y forjados de hormigón, típicos de las viviendas de bajo costo, sufrieron pocos daños.

De manera general, los fallos observados pueden ser atribuidos a una esbeltez excesiva y la consiguiente falta de rigidez adecuada, una disposición asimétrica de la planta, sistemas estructurales con discontinuidades, fallos en los cimientos y, en algunos casos, mano de obra y materiales deficientes, debido probablemente a una supervisión poco cui-

dadora. Obviamente, el hecho de que muchas estructuras estuvieron expuestas al fenómeno de resonancia fué significativo, dado que su período natural de vibración era similar al período predominante del suelo.

En forma más específica se han registrado los siguientes casos de fallos.

*Golpeteo entre edificios.* La separación entre edificios era frecuentemente poco adecuada y a veces nula. Los daños fueron especialmente graves en edificios colindantes, de diferente altura.

*Planta baja flexible.* Cuando la planta baja es utilizada como garaje o para tiendas, los muros de relleno, que en los pisos superiores proporcionan una rigidez considerable, en general no existen. Los pilares de los edificios de este tipo, fallaron con frecuencia.

*Edificios de esquina.* La asimetría de estos edificios, que generalmente tienen fachadas abiertas a la calle mientras que los muros interiores tienen rellenos de mampostería, fue causa frecuente de fallos debidos a efectos de torsión.

*Fallos de pilares.* La rotura de pilares fue muy generalizada. Frecuentemente, los mecanismos de pilar fuerte y viga débil requeridos por el Reglamento, para que puedan ser usados los factores de ductilidad especificados, no se presentaron: la rotura ocurrió en los pilares, no en las vigas. Fueron frecuentes las roturas frágiles de pilares cortos, con parte de su longitud coartada por muros. El refuerzo transversal, con frecuencia, resultó inadecuado, de tal modo que el confinamiento fue insuficiente. La concentración de barras en paquetes en las esquinas de los pilares, el empalme de todas las barras de los pilares en una misma sección y la deficiente ejecución de las juntas entre viga y pilar contribuyeron a muchas de las roturas. Efectos P-delta fueron observados con frecuencia, como resultado de desplazamientos laterales de importancia.

*Comportamiento inadecuado de placas planas y losas aligeradas.* Las losas planas, macizas o aligeradas, sistema estructural muy frecuente en la ciudad de México, resultaron ser muy vulnerables a las fuertes sacudidas a que se vieron expuestas. Como resultado de su excesiva flexibilidad, los fallos de pilares fueron frecuentes. En otros casos se observaron fallos por punzonamiento. Con frecuencia las uniones entre losa y pilar fueron defectuosas, con disposiciones inadecuadas para la transferencia de cortante y momentos flexores.

*Problemas de cimentación.* En algunos casos se produjeron graves desplomes y hundimientos. Muchas cimentaciones sobre pilotes de rozamiento no se comportaron en forma satisfactoria.

*Calidad del hormigón y del acero.* Los áridos

disponibles en las cercanías de la ciudad de México son de baja calidad y el hormigón que se obtiene con ellos tiende a tener un valor muy bajo del módulo de elasticidad, lo que ha debido de influir desfavorablemente en la rigidez de las estructuras. El uso de aceros de alta resistencia, trabajados en frío ( $f_y = 6.000 \text{ kg/cm}^2$ ), afectó la ductilidad.

*Fallos en estructuras de acero.* El pandeo local o la rotura de perfiles de alma abierta y pilares de sección en cajón hechos de chapas delgadas, fue la causa de la rotura de un cierto número de estructuras de acero. También se registraron roturas frágiles de uniones soldadas.

Para un análisis detallado de las causas de los daños estructurales, véase el informe de Rosenblueth y Meli (4).

### 3. COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS CON ELEMENTOS PREFABRICADOS

Aunque la técnica de la prefabricación se utiliza en México desde hace ya algún tiempo, no ha sido utilizada tan ampliamente como en otros países. Sin embargo, en los últimos años parece existir una tendencia cada vez mayor a recurrir a alguna forma de prefabricación, de tal manera que en la actualidad existe un número significativo de edificios con algún tipo de elementos prefabricados.

Las fábricas existentes producen los elementos típicos estándar (vigas en I, vigas T o doble T, vigas en  $\pi$ , losas aligeradas con huecos cilíndricos, y sistemas de forjados de viguetas y bovedillas), así como elementos sobre pedido para proyectos especiales. La prefabricación de pilares no es frecuente, aunque ha habido algunos casos de edificios con pilares prefabricados, de hasta nueve pisos de altura. Con la excepción del sistema Cortina, que se describe en la sección 3.6, los muros estructurales de grandes paneles prefabricados son raramente utilizados. Sin embargo, los paneles prefabricados, de hormigón, para cerramiento de fachadas son bastante comunes.

Aunque los elementos prefabricados han sido empleados en estructuras hasta de 15 plantas, su uso, en general, queda restringido a edificios de menos de cinco plantas de altura.

Las estructuras compuestas en su totalidad de elementos prefabricados, no son frecuentes. Cuando se adopta esta alternativa, los elementos se enlanzan entre sí generalmente por medio de la soldadura de las barras de las armaduras y de placas de acero y vertiendo hormigón en los espacios que existan entre los elementos. En algunos casos, los elementos prefabricados han sido unidos mediante tendones postensados.

Más frecuentes que las estructuras totalmente prefabricadas son los sistemas mixtos en los que

los elementos prefabricados se combinan con hormigón vertido in situ, de tal manera que la continuidad entre los elementos estructurales quede asegurada. Los pilares suelen hormigonarse in situ, mientras que las vigas que soportan el sistema del forjado prefabricado pueden ser hormigonadas in situ o prefabricadas, con conexiones continuas a los pilares. Los sistemas de forjados prefabricados, en general, están provistos de una capa de compresión hormigonada in situ, para que formen un sistema compuesto, que actúa como diafragma. En algunos casos se han usado muros de rigidez o de cortante, hormigonados in situ, para rigidizar las estructuras construidas con elementos prefabricados.

En las secciones siguientes se estudia el comportamiento de varios tipos de estructura en las que se utilizaron elementos prefabricados y que se encontraban en las zonas más afectadas por el sismo. El informe de Fintel (2), proporciona más información al respecto.

### 3.1. Edificios con vigas T simples, T dobles y en $\pi$

Las vigas T simples y T dobles se usan con frecuencia en estructuras para estacionamientos y edificios comerciales. Las vigas en  $\pi$  son menos comunes. Generalmente estos elementos se utilizan con una capa superior de 50 mm, hormigonada in situ, y usualmente reforzada con malla electrosoldada. Estos elementos han sido utilizados en diversas formas, como se aprecia en los ejemplos descritos a continuación.

Ha habido algunos fallos en edificios que contienen vigas T o en  $\pi$ , aunque los fallos probablemente no deben ser atribuidos a los elementos prefabricados.

Un fallo muy notable fue el de la maternidad, de seis plantas, del Hospital General. Este edificio, que tenía vigas doble T sostenidas por una estructura hormigonada in situ, sufrió un derrumbe, probablemente causado, según Fintel (1), por fallos en los pilares.

Otro edificio que sufrió un derrumbe espectacular fue el centro "Hogar y Cultura". Este edificio era una estructura de ocho pisos, con dos pórticos de hormigón, paralelos, a lo largo del edificio, construidos in situ. Se utilizaron vigas en  $\pi$  para salvar la distancia aproximada de 13 m entre los pórticos. Se proporcionó rigidez en la dirección corta, por medio de dos muros extremos que desgraciadamente no llegaban a los cimientos. Este fue un caso típico de una planta baja débil o flexible: los pilares de la planta baja fallaron y el edificio se desplomó de lado.

Otras estructuras, semejantes a las descritas anteriormente, funcionaron mejor, y no mostraron

ninguna señal de daños significativos. Se han ensayado diferentes soluciones estructurales, con distintas combinaciones de elementos prefabricados, hormigón vertido in situ y muros de mampostería.

Algunos edificios habían sido casi totalmente prefabricados. Este es el caso de un grupo de cuatro edificios de oficinas, que se construyó recientemente para el Instituto Mexicano del Petróleo. En estos edificios se utilizaron elementos de diseño especial, formados por un patín de tres metros de ancho y un alma de grosor variable, similar en forma a la parte inferior de una viga I. Estas piezas están apoyadas sobre pilares de cinco plantas de altura, prefabricados en una sola pieza. En la Fig. 6 aparecen detalles de la estructura. Con excepción de algunas fisuras diagonales de tracción cerca de los extremos de las vigas, no se registró ningún daño. Las fisuras fueron reparadas con inyecciones de resina epoxica.

Algunos otros edificios prefabricados, de diferentes tipos, pertenecientes al Instituto Mexicano del Petróleo, tuvieron un buen comportamiento, sin que se registrara ningún daño significativo. La estructura de siete pisos para aparcamiento, localizada en las calles de Morena y Cuauhtemoc, es un ejemplo de una solución estructural basada en una combinación de elementos prefabricados y elementos construidos in situ. Las vigas T simples del sistema de forjado, de 17 m de largo, descansan sobre vigas T invertidas y vigas L, prefabricadas y pretensadas, mientras que los pilares fueron hormigonados in situ. La unión entre los elementos verticales y horizontales se realizó empalmando barras y vertiendo hormigón en el espacio entre elementos, para formar una junta rígida. Una sola superior de 5 centímetros, ayuda a que el sistema de forjado funcione como diafragma. La rigidez y resistencia frente a las fuerzas laterales está proporcionada por muros de rigidez o cortante, hormigonados in situ. La Fig. 7 muestra, en forma esquemática, la configuración de la estructura.

### 3.2. Edificios con losas aligeradas con huecos cilíndricos

Diversos tipos de losas aligeradas con huecos cilíndricos se fabrican en México y han sido usados con éxito. Un ejemplo típico es el edificio de apartamentos, de 13 plantas, con vanos de 8 m x 8 m, que se encuentra en la Avenida Amsterdam. Los pilares fueron construidos in situ. Las losas aligeradas con huecos cilíndricos están apoyadas en vigas pretensadas. La continuidad de los pórticos en ambas direcciones se logró con juntas hormigonadas in situ que hicieron que las vigas pretensadas resultaran continuas con los pilares. Se utilizó un relleno de mampostería en los muros extremos perpendiculares a la calle. Se observaron algunas grietas

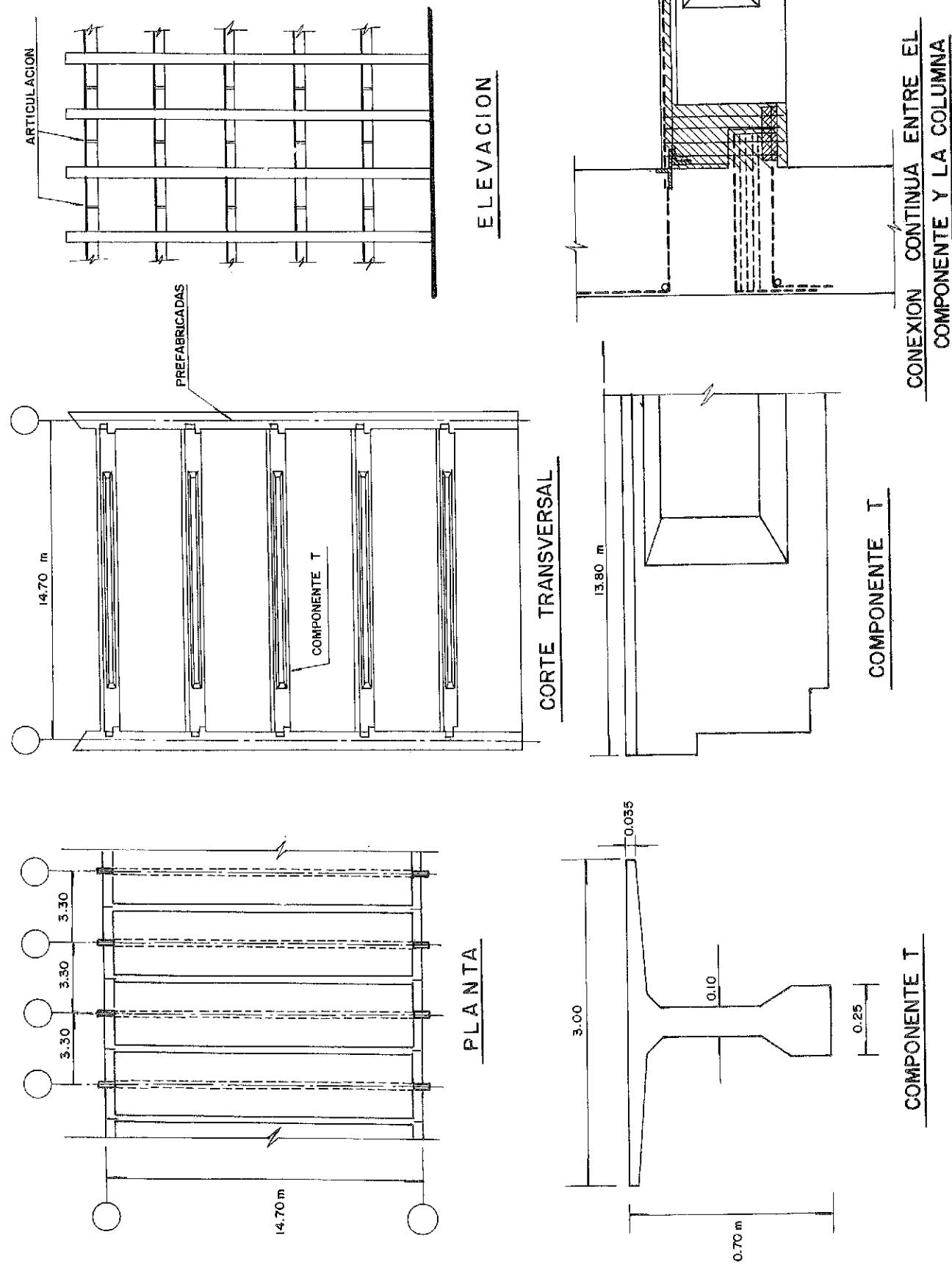


Fig. 6. Detalles de la estructura del edificio del Instituto Mexicano del Petróleo (pilares prefabricados en una sola pieza y elementos en I con vuelos de 1,5 m en la cabeza superior).

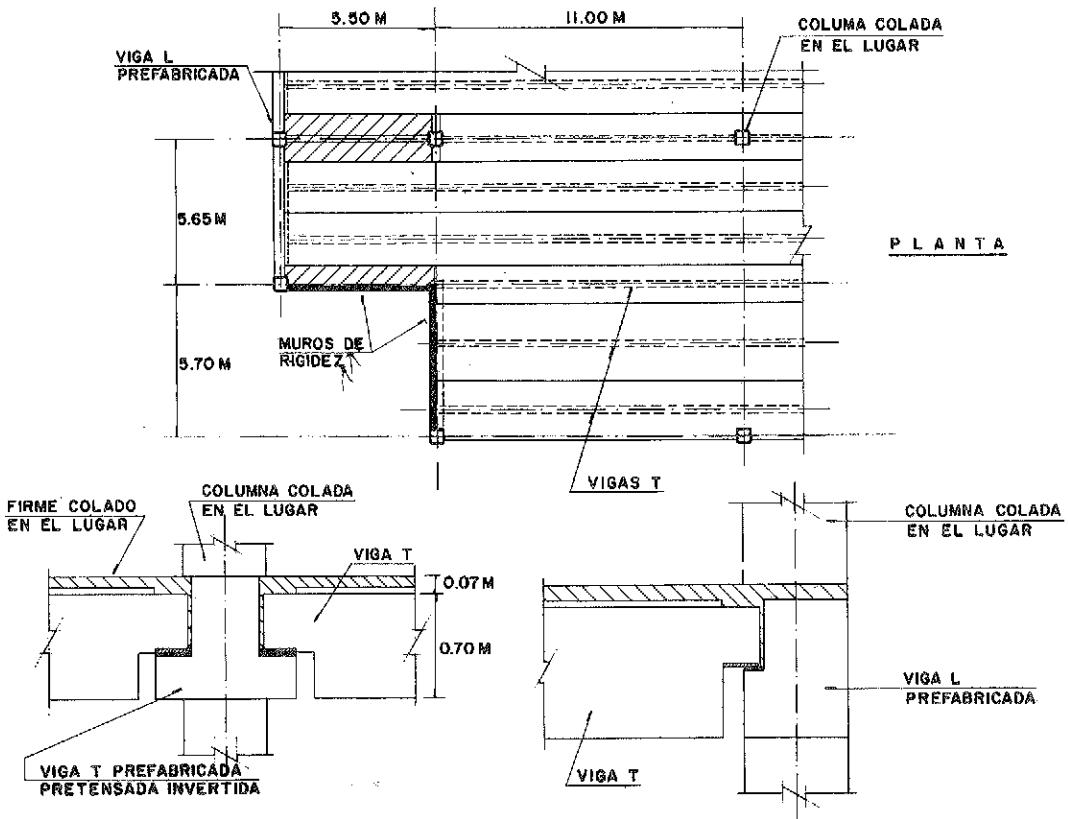


Fig. 7. Estructura del aparcamiento de las calles Morena y Cuauhtemoc.

en las escaleras y en los muros divisorios, de bloques de hormigón.

Un ejemplo interesante de la utilización de losas aligeradas con huecos cilíndricos, es el Centro Operativo Bancomer, un edificio de cinco pisos que no sufrió daño alguno. Las vigas pretensadas, dobles, sobre las que descansan las losas aligeradas con huecos cilíndricos, se apoyan sobre pilares huecos, hormigonados con encofrado deslizante, distribuidos sobre una retícula de 14 m x 14 m. De este modo, cada pilar recibe ocho vigas en cada nivel. Se logró la continuidad por medio de juntas hormigonadas in situ. No se observó ningún daño.

Un número considerable de edificios en los que se utilizaron losas aligeradas con huecos cilíndricos, en distintas formas, se comportaron de forma satisfactoria durante el sismo.

Se registró un derrumbe parcial grave: la estructura de siete plantas para aparcamiento, en la calle de Venustiano Carranza. La causa del fallo no es clara, aunque parece haber sido el golpeteo crítico con los edificios adyacentes.

### 3.3. Edificios con sistemas de forjado de viguetas y bovedillas

Los sistemas de forjados de viguetas y bovedillas han sido utilizados en México con éxito, durante algunos años, en la construcción de edifi-

cios de poca altura, para viviendas. Generalmente, estos sistemas de forjado se apoyan sobre muros de ladrillo, de barro cocido, o de bloques de hormigón. Las características de los sistemas más frecuentes usados se muestran en la Fig. 8. Las vigas de las Figs. 8a y 8b son de hormigón armado ordinario, mientras que las de las Figs. 8c y 8d son pretensadas. La capa superior varía de 30 mm a 50 mm y, generalmente, está armada con malla electrosoldada.

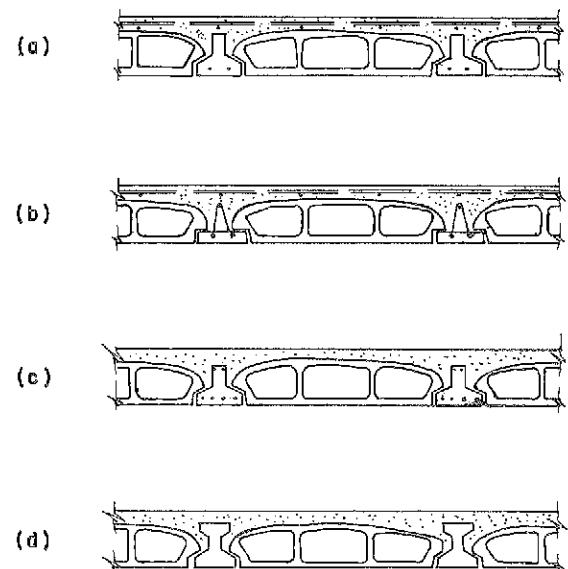


Fig. 8. Tipos de forjados a base de viguetas prefabricadas y bovedillas, utilizados en México.

Los edificios de poca altura, con este tipo de forjado, sufrieron pocos daños.

En los últimos años, se ha extendido el uso de este sistema a edificios de hasta quince pisos. Generalmente, los elementos prefabricados se apoyan sobre pórticos convencionales de hormigón armado, aunque en algunos casos se ha utilizado el postensado. El comportamiento de muchos de los edificios de este tipo fue satisfactorio. Sin embargo, algunos de los edificios altos sufrieron daños considerables. Hasta qué punto fueron responsables de los daños los sistemas de forjado prefabricado, es dudoso. Se observaron varios tipos de comportamiento. En general, las estructuras eran flexibles y deben de haber sufrido fuertes sacudidas. En contraste con el comportamiento de algunas de las estructuras de otros tipos que se derrumbaron, en algunos casos se formaron articulaciones plásticas en las vigas, mientras que los pilares sufrieron pocos daños. En otros casos, hubo grave fisuración por tensión tangencial en las vigas.

Quizá la causa más seria de los daños de algunos de los edificios fue la ejecución defectuosa de las uniones viga-pilar que, en algunos casos, carecían de refuerzo transversal. En algunos casos, los forjados prefabricados se fisuraron, especialmente a lo largo de los lados paralelos a las viguetas, aunque la fisuración a veces fue observada también en las partes centrales, también paralelamente a las viguetas.

Hubo poca fisuración por tensiones tangenciales. En algunos de los edificios se registraron daños en los bloques a lo largo de las vigas de apoyo de hormigón armado. No se registraron caídas de viguetas prefabricadas.

En general, a pesar de los daños sufridos por estos edificios, se decidió que podían ser reparados sin problemas. El método que se está utilizando es el encamisado de las vigas y de los pilares y el re-

fuerzo de la capa de compresión. En algunos casos, se han añadido muros de rigidez para aumentar la rigidez de la estructura.

Un aspecto de los sistemas de forjado de viguetas y bovedillas que parece requerir investigación es su eficacia como diafragmas. La rigidización de edificios de este tipo, con muros de rigidez, parece conveniente.

### 3.4. Estructuras para sistemas de tránsito rápido, puentes y estructuras para autopistas elevadas

Se ha utilizado mucho la prefabricación, en la ciudad de México, para el sistema de tránsito rápido, tanto en las partes correspondientes a las líneas subterráneas como a las elevadas. No se ha observado ningún daño significativo causado por el sismo en las estructuras prefabricadas. Lo mismo se puede decir respecto a los numerosos puentes prefabricados, y estructuras similares, en las autopistas elevadas de la ciudad.

La longitud total del sistema de tránsito rápido en la ciudad de México, en funcionamiento en la actualidad, es de 120 km, que en breve plazo será aumentado hasta unos 130 km, cuando las líneas que en estos momentos se están construyendo estén terminadas. La mayor parte del sistema consiste en una trinchera superficial, con muros Milán y una estructura de techo formada por pesadas placas pretensadas, combinadas con hormigón vertido in situ para formar una sección compuesta. Algunos detalles del túnel aparecen en la Fig. 9. La configuración estructural de las estaciones subterráneas, que fueron techadas con vigas cajón aligeradas con dos grandes huecos circulares, aparece en la Fig. 10. La Fig. 11 muestra los detalles de la estructura de un paso elevado, que se encontraba en construcción en el momento del sismo y que no sufrió daños.

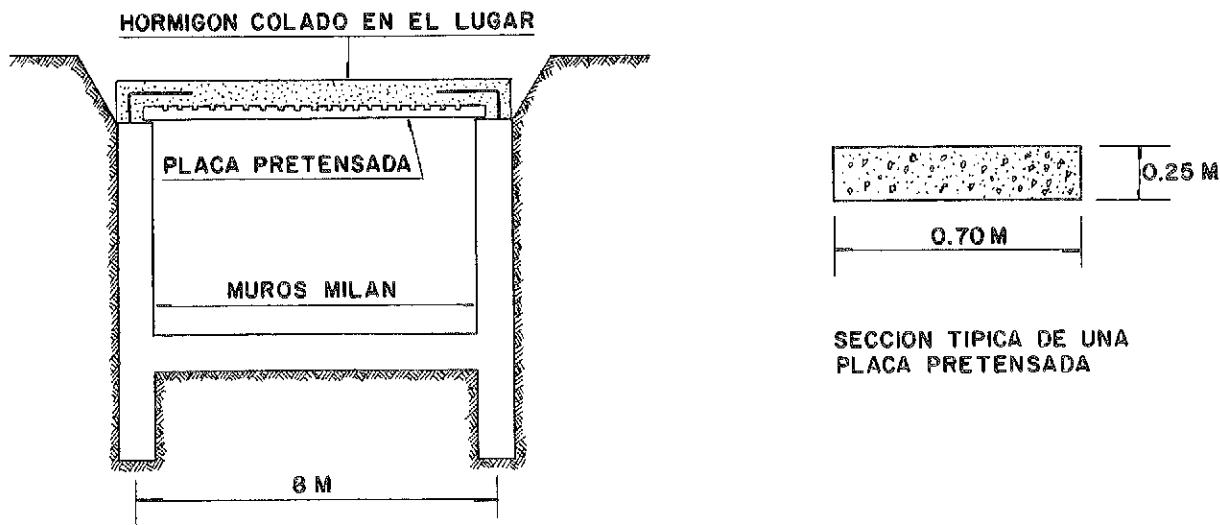


Fig. 9. Estructura de una trinchera superficial para el sistema de tránsito rápido.

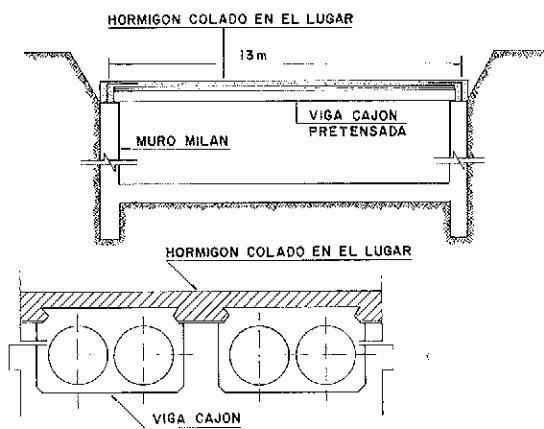


Fig. 10. Estructura de una estación subterránea.

### 3.6. El sistema Cortina

El sistema Cortina consiste en un sistema de grandes paneles en el que las cimbras quedan reducidas a un mínimo ya que tanto los forjados como los muros se hormigonan al nivel del suelo, en posición horizontal, uno encima de otro. Los muros están unidos a las losas de los forjados por medio de bisagras o charnelas, de manera que cuando las losas se elevan por medio de gatos, los muros adoptan la posición vertical requerida. El principio del sistema aparece ilustrado en la Fig. 12. En México se ha construido un número elevado de edificios, hasta de seis plantas, con el sistema Cortina, muchos de ellos localizados en la zona epicéntrica en la ciudad de México, sobre los depósitos de arcilla compresible donde los efectos del sismo fueron

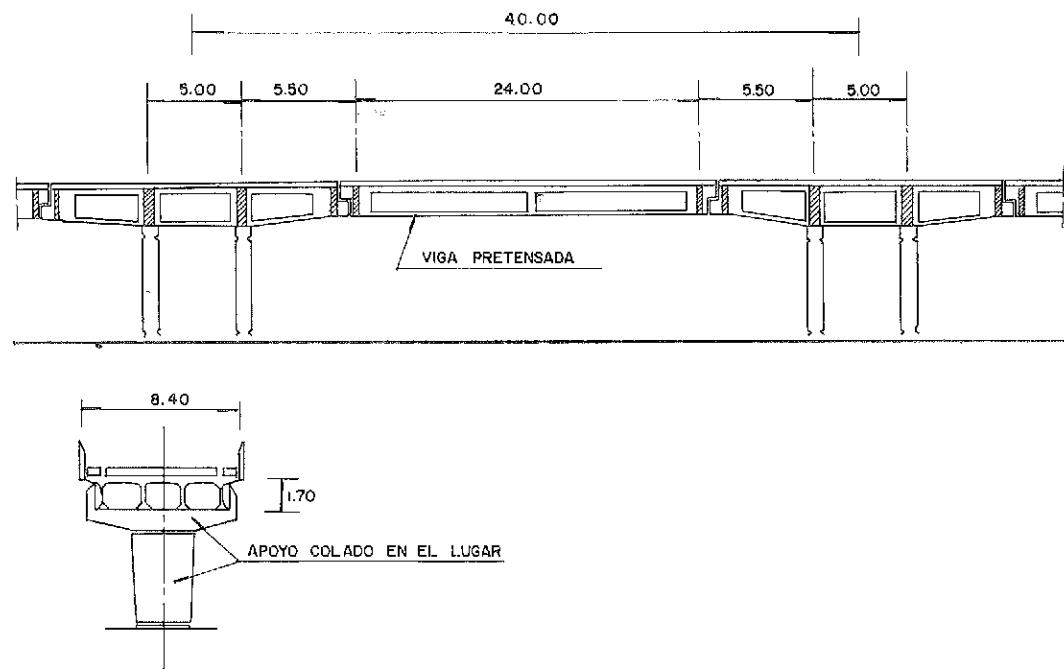


Fig. 11. Secciones en alzado de un paso elevado del sistema de tránsito rápido.

### 3.5. Paneles prefabricados de hormigón para uso arquitectónico

Los paneles prefabricados de hormigón para cerramiento de fachadas, han sido utilizados en más de 1.000 edificios en la ciudad de México. Algunos de estos edificios se encuentran en los distritos afectados por el sismo. En general, las conexiones de los paneles de cerramiento con la estructura están cuidadosamente diseñadas para que puedan permitir cierta cantidad de movimiento. Sólo un pequeño número de casos de daños fueron registrados, y pudieron ser reparados con facilidad.

más graves. No se observó ningún daño estructural, aunque hubo casos en que se necesitó una reparación sencilla de daños, en elementos no estructurales.

### 3.7. Estructuras postensadas

Es de interés observar que la mayoría de las estructuras postensadas, aunque no prefabricadas, tuvo un funcionamiento satisfactorio durante el sismo. Entre ellas se encuentran los edificios del "Centro Operativo Bancomer", con luces de 36 m,

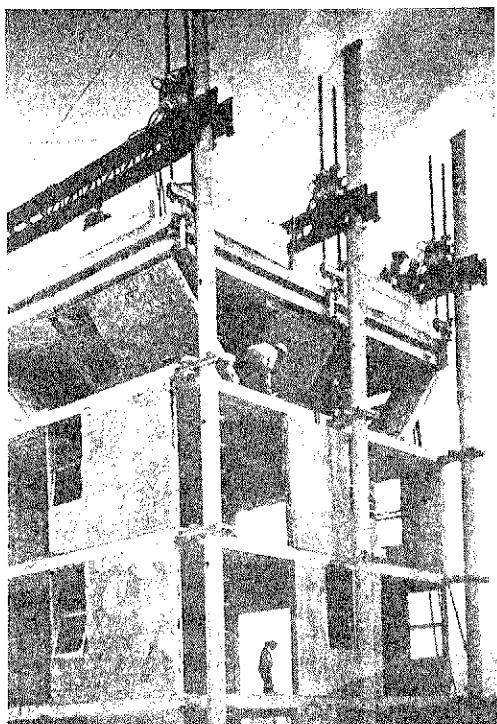


Fig. 12. Una vista de los paneles del "Sistema Cortina".

y dos aparcamientos con luces de 17 m. En ninguno de estos casos se utilizaron muros de rigidez. Las vigas postensadas, hormigonadas in situ, también fueron usadas en algunas de las autopistas y en parte de los pasos elevados del sistema de tránsito rápido.

#### 4. REGLAMENTOS

El reglamento de Construcciones de la ciudad de México, de 1976, que estaba en vigor en el momento del sismo, se basó en el enfoque de "estados límites" que requiere que la resistencia de diseño sea igual o mayor que las cargas de diseño afectadas de un coeficiente de ponderación. Las especificaciones relativas a cargas, son las mismas para todos los materiales. La resistencia de diseño involucra factores de reducción de la resistencia (similares a los coeficientes de seguridad del código del hormigón del ACI) que varían de acuerdo con el material y el tipo de acción considerados.

Se tratan brevemente los elementos prefabricados. El único requisito especificado es que la resistencia de las uniones debe ser de un 30 por 100 mayor que las cargas de diseño que deben transmitir, afectadas de un coeficiente de ponderación.

Las disposiciones relativas al diseño sísmico son bastante detalladas. Para edificios de menos de 60 m de altura se permite un análisis estático en el que se supone que las aceleraciones varían en for-

ma lineal con la altura. Para edificios más altos se requiere un análisis modal dinámico.

Cuando se emplea la alternativa estática, los coeficientes de cortante en la base de la estructura especificados para edificios ordinarios, varían de acuerdo con la naturaleza del suelo en el que el edificio esté cimentado. Se toman en consideración tres casos: edificios sobre suelo firme, con un coeficiente de 0,16; edificios sobre la arcilla suave compresible y profunda del lecho del antiguo lago, con un coeficiente de 0,24; y un caso intermedio de edificios en una zona de transición de arcilla compresible relativamente superficial, para la que se especifica un coeficiente de 0,20. Para edificios importantes, tales como hospitales, escuelas y monumentos, estos coeficientes deben ser multiplicados por 1,3. Por otra parte, estos coeficientes se dividen por factores de ductilidad que varían de uno a seis, según el tipo de estructura y los detalles estructurales. (El factor seis implica detalles de construcción tan complicados para asegurar la ductilidad, que rara vez se utilizan en la práctica usual).

Los espectros de diseño para el análisis modal dinámico, especificados para los mismos tres casos considerados para la alternativa de análisis estático, aparecen en la Figu. 13.

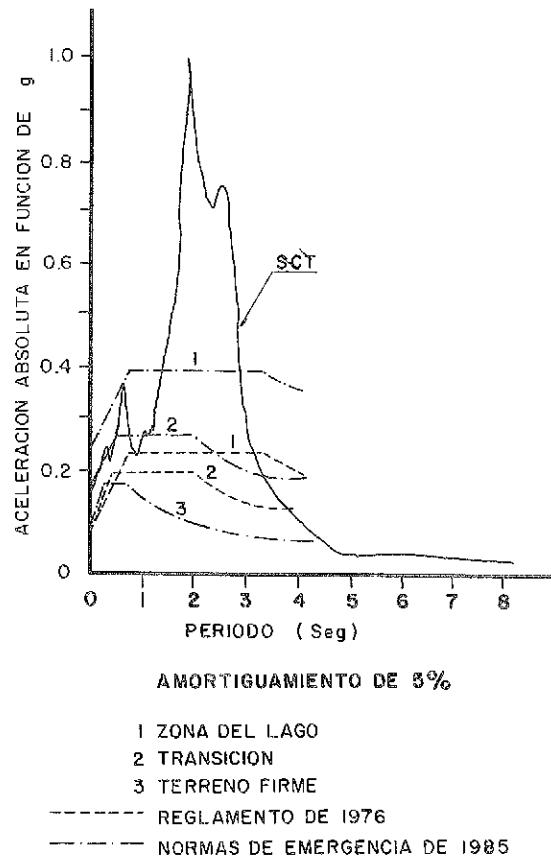


Fig. 13. Espectros de diseño según el Reglamento de 1976, según fue registrado en la Estación de STC y según las Normas de emergencia de 1985.

Los factores de ductilidad mencionados con anterioridad son aplicables a las ordenadas de estos espectros.

Una comparación de los espectros especificados en el Reglamento de 1976 con el espectro real del sismo de 1985, como aparece en la Fig. 13, muestra que las disposiciones de 1976 no eran lo suficientemente conservadoras. De hecho, un número de estructuras diseñadas de acuerdo con esas disposiciones se derrumbaron o sufrieron daños graves. (Todos los espectros que aparecen en la figura 13 corresponden a un 5 por 100 de amortiguamiento).

En vista de ello, un mes después del sismo se promulgaron una serie de normas provisionales de emergencia, más conservadoras. De este modo, los coeficientes de cortante en la base, para el análisis estático de los edificios sobre la zona del lecho del lago y en la zona de transición, fueron aumentados a 0,27 y 0,40, respectivamente, mientras que los espectros correspondientes para el análisis modal fueron cambiados a los valores que aparecen en la figura 13. (No se especificó ningún cambio para los edificios sobre suelo firme). Además, los factores de ductilidad y de reducción de resistencia fueron disminuidos en algunos casos y se incluyeron reglas más estrictas que las del código de 1976 para el diseño de losas planas reticulares o aligeradas. Las disposiciones constructivas para las armaduras transversales fueron modificadas para aumentar la ductilidad.

prefabricados, parece indicar que las causas de los fallos fueron similares a las típicas de las estructuras normales de hormigón y que no deben ser achacadas a las características especiales de las técnicas de construcción con elementos prefabricados. Los escasos ejemplos de estructuras totalmente prefabricadas tuvieron un buen comportamiento. Sin embargo, dichas estructuras no se encontraban en las zonas más gravemente dañadas, por lo que resulta difícil decidir cuál habría sido su comportamiento si hubieran estado sometidas a un movimiento del suelo más intenso. Los diseños mixtos en los que los elementos prefabricados se combinan con los hormigonados *in situ*, parecen ser recomendables, ya que en este tipo de construcción se puede lograr la continuidad por medio de detalles relativamente sencillos de las uniones. Un número considerable de edificios de este tipo tuvieron un comportamiento satisfactorio, aún cuando estuvieron localizados en zonas gravemente dañadas. El uso de muros de rigidez, mejorando la redundancia y la rigidez, es aconsejable.

Debe tenerse en cuenta que no se registraron fallos en las uniones. (Lo que ocurrió en los edificios derrumbados resulta poco claro, debido al estado confuso de las ruinas cuando fueron inspeccionadas). Sin embargo, dada las pocas pruebas disponibles en lo que se refiere al comportamiento de los distintos tipos de uniones utilizadas, sobre todo en lo que respecta a las uniones por soldadura, el diseño de las conexiones es quizás el aspecto de la prefabricación que requiere un mayor esfuerzo de investigación.

## 5. ESPECIFICACIONES PARA ELEMENTOS PREFABRICADOS DE HORMIGON EN EL NUEVO REGLAMENTO DE LA CIUDAD DE MEXICO

El "Reglamento de Construcciones" de la ciudad de México está siendo ahora cuidadosamente revisado en su totalidad. Probablemente, la mayor parte de las especificaciones de emergencia antes mencionadas, serán incorporadas a la nueva versión. Se prevé dar ahora a los elementos prefabricados de hormigón un tratamiento más detallado que el que tenían en el reglamento de 1976. Se espera que se incluyan aspectos tales como el diseño sísmico de las uniones, el uso de detalles soldados, las medidas para prever redundancia y los valores apropiados de factores de ductilidad y de reducción de resistencias.

## 6. COMENTARIOS FINALES

El análisis preliminar de las estructuras destruidas o dañadas en las que se utilizaron elementos

## RECONOCIMIENTOS

El autor agradece la ayuda de las siguientes personas que participaron, o bien en el diseño o construcción de estructuras prefabricadas o bien en la investigación del comportamiento de las estructuras bajo cargas sísmicas: Carlos Cedillo, Ismael Flores, Jesús Iglesias, José M. Rioboo, Constancio Rodríguez, Neftalí Rodríguez, Miguel A. Tovar y Aurelio Zugasti. Las sugerencias de José L. Camba fueron especialmente útiles.

## REFERENCIAS

1. E. Mena *et al.*, "Acelerograma en el centro SCOP de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes. Sismo del 19 de septiembre de 1985", Informe IPC-10B, Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F., 21 de septiembre de 1985.
2. M. Fintel, "Performance of Precast and Prestressed Concrete in Mexico Earthquake", PCI Journal, vol. 31, No. 1, enero/febrero 1986.

3. Applied Technology Council Associated with the Structural Engineers Association of California, "Tentative Provisions for the Development of Seismic Regulation for Buildings", Special Publications 510, National Bureau of Standards, Washington, junio 1978.

4. E. Rosenblueth, R. Meli. "The 1985 earthquake, causes and effects in Mexico City", Concrete International, vol. 8, No. 5, mayo 1986.

5. International Masonry Institute. "Informe sobre el sismo de México del 19 de septiembre de 1985", revista IMCYC, vol. 23, No. 176, diciembre/enero, 1986.

6. E. Rosenblueth, R. Meli, D. Reséndiz. "El temblor del 19 de septiembre de 1985 y sus efectos en las construcciones de la ciudad de México" Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, México, D.F. septiembre 30, 1985.

## RESUMEN

Se tratan brevemente los aspectos sismológicos

del terremoto de México y sus efectos en la ciudad de México. Se describen las características de las estructuras prefabricadas de hormigón y su comportamiento durante el sismo.

Se comentan las disposiciones para estructuras prefabricadas del "Reglamento de Construcciones" de la Ciudad de México que se encuentra en proceso de ser actualizado.

## SUMMARY

The seismological aspects of the Mexico Earthquake and its effects in Mexico City are briefly reviewed. The characteristics of precast structures and their performance during the earthquake are described. Possible provision for precast structures in the Mexico City Code, which is now being revised are discussed.

## Nueva Publicación La Construcción Metálica Comentarios a la Norma MV-103.- Por: Luis Martínez Pérez

En este libro se hace un análisis de la Norma MV-103 "Cálculo de las estructuras de acero laminado en edificación" comentando cada uno de sus artículos salvo algún apartado del que se ha considerado suficiente hacer una síntesis.

En muchos casos estos comentarios van seguidos de ejemplos de aplicación práctica, así como de dibujos y detalles constructivos de obras realizadas que pueden ser útiles aclarando conceptos o sugiriendo ideas en las que pueda apoyarse el Técnico para diseñar su propia solución.

Se han incluido datos entresacados de las Normas MV-102, 104, 105, 106 y 107 que se han considerado precisos para complementar determinados artículos; tal es el caso de las especificaciones nor-

malizadas sobre roblones, tornillos y soldaduras.

También se incluyen tablas y gráficos sencillos para el cálculo rápido de dichos elementos, así como fórmulas y gráficos para, bien mediante la informatización de aquéllas o el uso de estos últimos, obtener el dimensionado directo de placas de anclaje de pilares.

El precio de este libro es de 3.000 pts incluido IVA.

Los pedidos deberán dirigirse a:

COMPAS  
c/ Alfonso de Rojas, 5  
03004 ALICANTE

# Estudio dinámico de vigas continuas simétricas, con aplicación a puentes de tres y cuatro vanos

Pablo Rubio  
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Dragados y Construcciones, S.A.

## 1. INTRODUCCION

El análisis del comportamiento dinámico de las estructuras de puentes, al paso de vehículos, es un tema de creciente interés que puede requerir la realización de sofisticados estudios teóricos. Ello es, en parte, debido a la dificultad de formulación de soluciones explícitas, excepto para estructuras elementales, ej. viga aislada, lo que supone el recurso al método general de los elementos finitos, o a otros métodos complejos y/o modelos de solución trascendente. La Monografía del Instituto Eduardo Torroja, "Análisis de Tableros de Puentes por Métodos Armónicos" [1], recoge una exposición detallada de los tres métodos principales que pueden aplicarse en el análisis estático de tableros de puentes con consideración simultánea de los efectos de flexión y torsión, longitudinales y transversales, métodos denominados de la losa ortótropa, de láminas plegadas y de las bandas finitas. Las referencias [2], [3], [4] corresponden a diferentes análisis anteriores de respuesta dinámica en puentes de uno y tres vanos.

La importante incidencia adicional de factores externos a la propia tipología estructural, en particular los fenómenos de interacción estructura-vehículo, hacen recomendable la vía experimental, que es la comúnmente seguida por las Administraciones más especializadas, en algunos casos con una dilatada experiencia, como es el caso del EMPA (Laboratorio Federal de Ensayo de Materiales y de Investigación, Dübendorf, Suiza) [5], o del Ministerio de Transportes y Comunicaciones de Canadá [6].

\* Recibido el original el 20-6-88.

Siendo, efectivamente, recomendable la vía del ensayo *in situ*, resulta, sin embargo, oportuna la realización en paralelo de estudios teóricos, a ser posible simplistas, e, inclusive, como fase previa de ayuda para el diseño de la propia instrumentación que debe ser lo más ajustada posible a la medición de las señales dentro de rangos previstos.

La información más completa sobre ensayos dinámicos, hecha pública en nuestro país, fuera del ámbito de los Centros de la Administración pertinentes, corresponde a las pruebas efectuadas en el Viaducto lado mar, sobre la plaza Alfonso X del Cinturón de Ronda de Barcelona, previamente a su demolición, según estudios realizados por la Cátedra de Puentes de la Escuela de Ingenieros de Caminos de Barcelona, publicada en esta Revista [7].

Por parte de Dragados y Construcciones, S.A. se efectuó, en mayo de 1987, un primer ensayo dinámico, con la colaboración de Geocisa, en el Viaducto sobre el río Almorchón, incluido en la obra de la Presa de La Serena, que se contrastó con los resultados del estudio teórico. Se trataba de conocer el comportamiento dinámico de una estructura isostática formada por cuatro vigas prefabricadas de hormigón pretensado, de 36,78 m de luz y 1,80 m de canto, unidas en su parte superior por la losa de tablero, de 0,20 m de espesor, de hormigón armado, realizada *in situ*. La realización del ensayo y estudio teórico fueron objeto de una comunicación presentada en la XII Asamblea de la Asociación Técnica Española del Pretensado (Granada, octubre 1987) [8].

El planteamiento posterior de un nuevo ensayo

sobre una estructura hiperestática constituida por un tablero continuo de tres vanos, con luces de 20 m en los vanos laterales y 31 m en el vano central, no se ha llevado finalmente a efecto por circunstancias de finalización y puesta en servicio de la obra.

Sin embargo, puesto que esta tipología presenta características peculiares que permiten la obtención de soluciones explícitas suficientemente precisas, es de interés la realización de su estudio teórico, siquiera en primera aproximación, que pudiera servir para ulterior contrastación con otros resultados experimentales, propios o ajenos.

Se considera, en resumen, un tablero continuo de luces desiguales, pero simétricas, esto es, la mitad izquierda/derecha del puente puede tener luces distintas. La matización tiene interés, porque el caso de viga continua, apoyada, de luces iguales implica una solución singular correspondiente a vibración independiente de cada tramo considerado aislado, que conduce a un grupo diferenciado de frecuencias al que pertenece la frecuencia más baja.

El estudio del modelo general de viga continua con masa distribuida, en el que se explicita la observación anterior, puede consultarse en el texto básico de J.M. Biggs [9]. Siguiendo el modelo de Biggs, consideraremos modelización unidimensional, efectuando la sustitución del tablero, con o

$$\begin{vmatrix} -(G_1 + G_2) & H_2 & & \\ H_2 & -(G_2 + G_3) & H_3 & \\ & & H_{s-1} & \\ & & & -(G_{s-1} + G_s) \end{vmatrix} = 0 \quad (1)$$

sin vigas longitudinales de apoyo, por la viga continua de rigidez equivalente, esto es, limitándonos a la consideración de frecuencias y modos en flexión longitudinal, lo que resulta admisible para puentes estrechos, en particular con sólo dos carriles de circulación.

La determinación de frecuencias se efectúa mediante aplicación de las ecuaciones generales del modelo de masa distribuida, con las simplificaciones derivadas de la condición de estructura simétrica. Ello nos lleva a distintas formulaciones de la ecuación general, y su descomposición en dos ecuaciones separadas, para distintas condiciones de sustentación en los bordes extremos. Ambas ecuaciones corresponden a sendas estructuras mitad con condiciones respectivamente simétricas o antisimétricas.

El caso particular de vanos iguales con o sin

$$\begin{vmatrix} -G_1 & H_1 & \\ H_1 & -(G_1 + G_2) & H_2 \\ & & \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

$$\begin{vmatrix} H_{s-1} & -(G_{s-1} + G_s) & H_s \\ & H_s & -G_s \end{vmatrix}$$

condiciones de borde simétricas, se analiza en profundidad, ya que resulta posible obtener una descomposición elemental de la ecuación de frecuencias, para ambas condiciones de borde, con extremos articulados y/o empotrados.

Para sencillez de la exposición se supondrán características de masa por unidad de longitud y momento de inercia de la sección, constantes dentro del vano e iguales para todos los vanos. Estas asunciones no implican ninguna variación conceptual, en el terreno aproximativo elegido, y, en cambio, facilitan la presentación de los resultados.

## 2. CALCULO DE FRECUENCIAS DE VIGAS CONTINUAS SIMETRICAS

La ecuación general que permite obtener las frecuencias de una viga continua, resulta de aplicar la ecuación dinámica de los tres momentos a cada par de vanos contiguos y de introducir la condición de sistema homogéneo indeterminado, esto es, anulando el determinante del sistema [9].

En el supuesto indicado de constantes de masa y momento de inercia iguales en todos los vanos, y para condiciones de simple apoyo en los bordes, la ecuación está dada por la anulación del determinante de orden  $s-1$ :

$$H_{s-1} - \frac{H_{s-1}}{(G_{s-1} + G_s)} = 0 \quad (1)$$

con

$$G_s = \coth(a_n \ell_s) - \cot(a_n \ell_s) \quad (2)$$

$$H_s = \operatorname{cosech} (a_n \ell_s) - \operatorname{cosec} (a_n \ell_s) \quad (3)$$

estando relacionada la incógnita  $a_n$  con la frecuencia enésima,  $w_n$  mediante la relación:

$$a_n = \left( \frac{m w_n^2}{E I} \right)^{1/4}$$

Para bordes extremos empotrados se prolonga la estructura mediante tramos de rigidez infinita, en ambos sentidos, resultando una ecuación similar a la (1), con un único sumando en los elementos diagonales extremos.

El determinante es ahora de orden  $s + 1$ , esto es:

$$\left| \begin{array}{ccc} H_2 & & \\ H_{s-1} & -(G_{s-1} + G_s) & H_s \\ & H_s & -G_s \end{array} \right| = 0 \quad (4)$$

El caso de estructura empotrado-apoyada lleva igualmente a la anulación del determinante de orden s cuya expresión es ya innecesaria.

En estructuras simétricas, la propiedad centrosimétrica de los determinantes primeros miembros de las ecuaciones (1) y (4), se cumple obviamente en virtud de las expresiones de  $G_s$ ,  $H_s$ , que son valores asociados al vano de lugar s.

Aplicando las propiedades de las matrices centrosimétricas (véase Apéndice), la ecuación de frecuencias se descompone, en ambos casos, en dos ecuaciones independientes.

En nuestro caso, la descomposición de las ecuaciones (1) ó (4) en dos ecuaciones, puede explicitarse aprovechando la naturaleza tridiagonal de los determinantes.

$$\begin{vmatrix} -(G_1 + G_2) & H_2 & & \\ H_2 & (G_2 + G_3) & H_3 & \\ & & \ddots & \\ & & & H_{m-1} & -(G_{m-1} + G_m) \end{vmatrix} = 0$$

Refiriéndonos, únicamente, a la ecuación (1), cuando el número de vanos es impar,  $s = 2m + 1$ , el determinante es de orden par, y las dos ecuaciones separadas resultan:

$$\begin{vmatrix} -(G_1 + G_2) & H_2 & & & \\ H_2 & -(G_2 + G_3) & H_3 & & \\ & & \ddots & & \\ & & & H_{m-1} & (G_{m-1} + G_m) \\ & & & H_m & -(G_m + G_{m+1}) \pm H_{m+1} \end{vmatrix} = 0$$

En virtud de las relaciones (2), (3) puede comprobarse que se cumple, además:

$$G(\ell_{m+1}) + 11(\ell_{m+1}) = G(\ell_{m+1/2})$$

$$\begin{vmatrix} -(G_1 + G_2) & H_2 & & & \\ H_2 & -(G_2 + G_3) & H_3 & & \\ & & \ddots & & \\ & & & H_{m-1} & -(G_{m-1} + G_m) \\ & & & H_m & 2H_m \\ & & & & 2G_m \end{vmatrix} = 0$$

y, por tanto, la ecuación tomando el signo (-) coincide con la ecuación de frecuencias de la estructura mitad si se dispone un apoyo simple en el punto de corte, esto es, en el punto medio del vano central.

En consecuencia, para las frecuencias obtenidas de dicha ecuación, las dos mitades de la estructura vibrarán de forma independiente y simétrica respecto del punto central, esto es, serán frecuencias asociadas a modos antisimétricos, que son los modos de índice par.

La ecuación con signo (+), es la relacionada con los modos simétricos o impares de vibración y su primera raíz permite obtener la frecuencia principal más baja. Las raíces de una y otra ecuación es-

tán intercaladas, es decir, entre cada dos raíces consecutivas de una ecuación se sitúa una raíz de la otra.

Para esta ecuación, con signo (+), puede definirse también una estructura mitad cuyas frecuencias completas están asociadas a las raíces de la ecuación. Basta para ello disponer el punto de corte como extremo deslizante con giro impedido.

Cuando el número de vanos es par,  $2m$ , el determinante primer miembro de la ecuación (1) es de orden impar. Aplicando los desarrollos del Apéndice, teniendo nuevamente en cuenta la naturaleza tridiagonal del determinante, la matriz allí denominada B es una matriz nula. En consecuencia, la ecuación asociada a los modos antisimétricos, a la que corresponde la frecuencia principal, se escribe:

$$\begin{vmatrix} H_2 & & & & \\ (G_2 + G_3) & H_3 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & H_{m-1} & -(G_{m-1} + G_m) \end{vmatrix} = 0$$

y por tanto coincide con la ecuación de frecuencias de la estructura mitad, manteniendo las condiciones de simple articulación del apoyo en el punto de corte.

$$\begin{vmatrix} H_2 & & & & \\ -(G_2 + G_3) & H_3 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & H_{m-1} & -(G_{m-1} + G_m) \\ & & & H_m & -(G_m + G_{m+1}) \pm H_{m+1} \end{vmatrix} = 0$$

La segunda ecuación, es decir, la ecuación asociada a los modos simétricos (frecuencias pares) resulta:

$$\begin{vmatrix} H_2 & & & & \\ -(G_2 + G_3) & H_3 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & H_{m-1} & -(G_{m-1} + G_m) \\ & & & H_m & 2H_m \\ & & & & 2G_m \end{vmatrix} = 0$$

Eliminando los coeficientes numéricos de valor 2 en los elementos de la última columna, la ecuación se identifica con la ecuación correspondiente a una estructura mitad con el giro impedido en el punto de corte.

En el caso de bordes empotrados, ecuación (4), se operaría de forma similar, obteniéndose formulaciones semejantes a partir de la descomposición del determinante.

La descomposición de la ecuación de frecuencias en dos ecuaciones separadas, respectivamente asociadas a sendas semi-estructuras con condiciones de borde simétricas o antisimétricas, es, naturalmente, una propiedad general de cualquier estructura simétrica, correlativa, a su vez, de la des-

composición general del determinante de cualquier matriz centrosimétrica.

El caso de todas las luces iguales presenta singularidades interesantes, por lo que nos detendremos algo en su análisis.

Consideraremos simultáneamente los tres tipos de estructura con condiciones de borde simplemente apoyada, bi-empotrada y empotrada-apoyada. En este último supuesto no se trata de estructura simétrica.

En primer lugar, tanto el determinante origen de la ecuación inicial en el caso general, como los determinantes de las ecuaciones separadas, son continuantes, y su desarrollo puede efectuarse por recurrencia (véase Apéndice).

En el supuesto  $G_s = G$ ,  $H_s = H$ , la recurrencia se escribe para los tipos estructurales primero y tercero

$$D_h = -2G D_{h-1} - H^2 D_{h-2} \quad h < s$$

mientras el determinante principal  $D_s$ , de órdenes respectivos  $s-1$  ó  $s$ , está dado por cada una de las dos expresiones siguientes, según que el extremo final sea articulado o empotrado

$$D_s = \dots 2G D_{s-1} - H^2 D_{s-2}$$

$$D_s = -G D_{s-1} - H^2 D_{s-2}$$

Los valores de los determinantes de órdenes inferiores,  $D_1$  y  $D_2$  en el primer tipo, y  $D_0$  y  $D_1$  en el tercero, varían asimismo, en cada caso, según las condiciones de borde del extremo inicial.

Llamando  $z_1$ ,  $z_2$  a las raíces de la ecuación característica, y teniendo en cuenta los respectivos determinantes iniciales, resultan los valores siguientes:

Para estructura bi-apoyada.

$$D_s = \frac{z_1^s - z_2^s}{z_1 - z_2} \quad s \geq 2$$

Para estructura empotrada-apoyada:

$$D_s = \frac{1}{2} (z_1^s - z_2^s) \quad s \geq 1$$

con

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= -2G \\ z_1 - z_2 &= H^2 \end{aligned}$$

El determinante de la estructura bi-empotrada se deduce del correspondiente a la empotrada-apoyada, aplicando de nuevo la recurrencia general:

$$D_s = \frac{1}{4} (z_1 - z_2) (z_1^s - z_2^s) \quad s \geq 1$$

Podemos añadir el valor del determinante que

corresponde a la primera ecuación separada, cuando el número total de vanos es impar,  $s = 2m + 1$ , o sea, a la ecuación de frecuencias de la semiestructura con borde deslizante y giro impedido. Mediante aplicación de las expresiones anteriores, se obtienen:

Para estructura completa, simplemente apoyada:

$$D_m = \frac{z_1^{s/2} - z_2^{s/2}}{z_1 - z_2}$$

Para estructura bi-empotrada:

$$D_m = \frac{1}{2} (z_1^{1/2} + z_2^{1/2}) (z_1^{s/2} + z_2^{s/2})$$

Puesto que la anulación del determinante representa la ecuación de frecuencias, la simple inspección de las expresiones anteriores permite la deducción de diversas propiedades cuya interpretación física parece inmediata. Por ejemplo:

—La estructura de  $s$  vanos iguales con extremos apoyados, contiene todas las frecuencias de subestructuras, igualmente con bordes apoyados, constituidas por cualquier número de vanos que sea un divisor de  $s$ .

—En particular, para la estructura de bordes apoyados existe un grupo de frecuencias que corresponde a vibración independiente de un vano aislado, singularidad comúnmente apuntada en los textos. En este grupo de frecuencias se incluye la frecuencia principal, de valor:

$$w_1^2 = \frac{\pi^4 EI}{m \ell^4} = 97,41 \frac{EI}{m \ell^4} \quad (5)$$

—La estructura apoyada contiene todas las frecuencias de subestructuras con bordes empotrados constituidas por cualquier número de vanos que sea un divisor de  $s$  distinto de la unidad.

—Si el número de vanos es par, la estructura apoyada contiene todas las frecuencias de subestructuras empotrada-apoyadas constituidas por cualquier número de vanos que sea un divisor de  $s/2$ . En particular, estarán incluidas todas las frecuencias correspondientes a un único vano empotrada-apoyado.

Observar que, en virtud del punto anterior, la estructura apoyada de orden par contiene también todas las frecuencias de subestructuras con bordes empotrados, con un número de vanos que sea divisor de  $s/2$ , pero superior a la unidad.

—La estructura biempotrada contiene todas las frecuencias de subestructuras apoyadas constituidas por cualquier número de vanos que sea un divisor de  $s$  distinto de la unidad.

—La estructura biempotrada contiene todas las frecuencias de subestructuras igualmente biempo-

tradas constituidas por cualquier número de vanos que sea un divisor de s. Estarán incluidas, en particular, las frecuencias correspondientes a vibración independiente de un solo vano biempotrado.

—Si el número de vanos es par, la estructura biempotrada contiene todas las frecuencias de subestructuras empotrado-apoyadas constituidas por cualquier número de vanos que sea un divisor de s/2. En particular, estarán incluidas todas las frecuencias correspondientes a un único vano empotrado-apoyado.

—Si el número de vanos es impar, la estructura empotrado-apoyada contiene todas las frecuencias correspondientes a subestructuras empotrado-apoyadas constituidas por cualquier número de vanos que sea un divisor de s. En particular, estarán incluidas todas las frecuencias correspondientes a un único vano empotrado-apoyado.

La obtención completa de las frecuencias para estructuras de luces iguales, puede explicitarse, además, en la forma que sigue:

La anulación de los determinantes se verifica, en los tres casos, para valores:

$$\frac{z_1}{z_2} = \alpha_{s,k}$$

siendo  $\alpha_{s,k}$  la raíz de índice k y de orden s de la unidad, en los casos de estructura simétrica, y de la unidad negativa para estructura empotrado-apoyada.

Para la estructura apoyada debe excluirse el índice k = 0, incluyéndose, en cambio, el grupo de frecuencias correspondientes a un solo vano apoyado. Sustituyendo los valores de z<sub>1</sub> y z<sub>2</sub>, raíces de la ecuación característica, se obtiene:

$$-G + (G^2 - H^2)^{1/2} = [-G - (G^2 - H^2)^{1/2}] \alpha$$

Racionalizando esta ecuación, y teniendo, además, en cuenta que  $\alpha$  es un complejo de módulo unidad, esto es:

$$\begin{aligned} \frac{H^2}{G^2} &= \frac{4\alpha}{(1+\alpha)^2} = \frac{4}{(1+\alpha)(1-\alpha)} = \\ &= \frac{2}{1+\cos\theta} = \sec^2 \frac{\theta}{2}, \quad \alpha = e^{i\theta} \end{aligned}$$

resulta el conjunto de ecuaciones válidas para estructuras apoyadas o bi-empotradas:

$$\frac{G}{H} = \pm \cos \frac{\pi k}{s} \quad k = 1, \dots, E(s/2) \quad (6)$$

Con independencia de la paridad del número de vanos, el número de ecuaciones es s-1, puesto que si s es un número par, las dos ecuaciones resultantes para el valor s/2 del índice k, conducen a

una sola ecuación común para todos los valores pares de s

$$G = 0 \quad (7)$$

o bien

$$\operatorname{tg}(a_n \ell) - \operatorname{th}(a_n \ell) = 0$$

Para la estructura simplemente apoyada debe añadirse la ecuación correspondiente a vibración independiente de un vano articulado, que da la frecuencia principal indicada en (5). Dicha ecuación se escribe:

$$G = \pm \infty \quad (8)$$

o sea:

$$\operatorname{sen}(a_n \ell) = 0, \quad a_n \ell = n\pi$$

obteniéndose frecuencias alternadas correspondientes a modos respectivamente simétricos o antisimétricos, según s sea impar o par.

Para estructuras biempotradas debe añadirse asimismo la ecuación correspondiente a vibración de un vano aislado biempotrado, es decir, para el valor del índice k = 0 excluido en la estructura apoyada, resultando la ecuación:

$$G^2 - H^2 = 0 \quad (9)$$

o bien

$$\operatorname{cos}(a_n \ell) \operatorname{ch}(a_n \ell) - 1 = 0 \quad (10)$$

En el paso de la ecuación (9) a su equivalente (10) se excluyen, sin embargo, las raíces que verifican las relaciones:

$$G = \pm H = \pm \infty \quad (11)$$

esto es, todas las frecuencias derivadas de la ecuación (8), que son específicas de la estructura apoyada.

La ecuación (10) no proporciona ahora la frecuencia principal, que coincide con la segunda frecuencia de la estructura apoyada con igual número de vanos, debiendo derivarse de las ecuaciones (6). Mediante la representación gráfica de la curva  $y = G/H$  se comprueba fácilmente que la frecuencia menor exige tomar el valor 1 del índice k y el signo (-), esto es, corresponde a la raíz menor de la ecuación

$$\frac{G}{H} = -\cos \frac{\pi}{s} \quad (12)$$

De forma análoga, las ecuaciones correspon-

dientes a las frecuencias de la estructura empotrado-apoyada, se escriben:

$$\frac{G}{H} = \pm \cos(2k+1) \frac{\pi}{2s} \quad k = 0, 1, \dots, E(s/2)$$

estando relacionada la frecuencia principal con la raíz menor de la ecuación:

$$\frac{G}{H} = -\cos \frac{\pi}{2s} \quad (13)$$

Se comprueba nuevamente que si el número de vanos  $s$  es impar, la estructura empotrado-apoyada contiene todas las frecuencias correspondientes a un solo vano empotrado-apoyado. Estas frecuencias corresponden, en efecto, a la ecuación resultante de dar al índice  $k$  el valor  $E(s/2)$ , siendo la ecuación coincidente con la ecuación (7).

En las ecuaciones (12) y (13), cuando el número de vanos es suficientemente grande, la frecuencia principal de ambas estructuras, biempotrada y empotrado-apoyada, se acerca a la frecuencia principal de la estructura apoyada, dada por cualquiera de las ecuaciones (8) u (11).

Finalizaremos el análisis del modelo de masa distribuida en estructuras de viga continua, con la extensión de las condiciones de borde al caso de vigas con voladizos.

Estableciendo las condiciones de esfuerzo constante y momento nulos en el extremo libre de la estructura, resulta la ecuación de frecuencias, mediante la anulación del determinante de orden  $s-1$ .

$$\begin{vmatrix} F_1^2/G_1 - (G_1 + G_2) & H_2 & & \\ H_2 & - (G_2 + G_3) & H_3 & \\ & & & \\ & & & H_{s-1} \\ & & & - (G_{s-1} + G_s) \end{vmatrix}$$

con

$$F_s = \operatorname{cosech}(a_n \ell_s) + \operatorname{cosec}(a_n \ell_s)$$

cumpliéndose la siguiente relación entre la variable  $F_s$  y las  $G_s$ ,  $H_s$  definidas mediante las expresiones (2), (3).

$$(G_s^2 - H_s^2)(G_s^2 - F_s^2) + 2(F_s H_s + 1) = 0$$

La anterior ecuación de frecuencias, con un extremo libre y el otro apoyado, se modifica fácilmente en los casos de dos extremos libres ( $s \geq 3$ ), o de un extremo libre y el otro empotrado.

Por ejemplo, para la estructura en voladizo de un solo vano, esto es, con el segundo extremo empotrado ( $\ell_2 = G_2 = 0$ ), se obtiene la ecuación:

$$F^2/G - G = 0$$

o sea

$$\cos(a_n \ell) \operatorname{ch}(a_n \ell) + 1 = 0$$

Asimismo, en el caso de estructura simétrica, con ambos vanos extremos en voladizo, la ecuación de frecuencias se descompone en dos ecuaciones separadas, siguiendo la metodología antes analizada. El caso particular de estructura de tres vanos, con dos vanos extremos en voladizo, iguales, lleva a las ecuaciones siguientes, asociadas a sendas semiestructuras:

$$F_1^2/G_1 - (G_1 + G_2) \pm H_2 = 0$$

pudiendo escribirse la ecuación con signo  $(-)$ , que da las frecuencias pares, en la forma alternativa:

$$F_1^2/G_1 - G_1 - G_2 (\ell_2/2) = 0$$

que corresponde a la semiestructura de dos vanos, con un extremo libre y el otro apoyado.

### 3. APPLICACIONES A VIGAS DE TRES Y CUATRO VANOS

#### 3.1. Cálculo de frecuencias

Las propiedades generales, deducidas en la sección anterior, para estructuras de viga continua simétrica, se aplican, a continuación, a la obtención de las primeras frecuencias de puentes continuos simétricos de tres y cuatro vanos.

$$\begin{vmatrix} F_1^2/G_1 - (G_1 + G_2) & H_2 & & & \\ H_2 & - (G_2 + G_3) & H_3 & & \\ & & & & \\ & & & & H_{s-1} \\ & & & & - (G_{s-1} + G_s) \end{vmatrix} = 0 \quad s \geq 2$$

Para obviar la resolución de ecuaciones trascendentes, y obtención de fórmulas explícitas suficientemente aproximadas, se desarrolla un método simplificado, basado en el cálculo estático, mediante formulación de un modelo discreto de masas concentradas, con las reducciones ya conocidas. Los resultados numéricos obtenidos se contrastan con los correspondientes al modelo de masa distribuida.

En la formulación del modelo discreto, cada uno de los vanos se representa por la vibración de un punto característico, definido de forma discrecional, como el punto del vano de máxima deformación por efecto de una carga puntual estática de valor unidad, que puede situarse en cualquier punto del vano. Un interés adicional de la formulación del modelo discreto sería, así, la determinación precisa de puntos adecuados para el emplazamiento de los instrumentos de medi-

da en la ejecución de posibles ensayos.

Cuando el número de vanos es impar, el punto característico del vano central es, por simetría, el punto medio del vano.

El punto característico de los vanos laterales, y/o de vanos interiores, en la estructura de cuatro vanos, puede determinarse con el criterio de máxima deformación indicado. Segundo se detalla después, para estructuras apoyadas de tres y cuatro vanos, el punto característico permanece siempre en el intervalo (0,41  $\ell$ ; 0,50  $\ell$ ), y para las relaciones más usuales de luces, en el rango 0,7-1, permanece en el intervalo (0,44  $\ell$ ; 0,50  $\ell$ ). Por ello, puede tomarse como punto característico el punto medio del vano, dentro del grado de precisión del modelo considerado.

El cálculo estático de la estructura solicitada por una carga puntual de valor unidad, sirve también para obtención de la matriz de flexibilidad, considerando, en particular, la posición de una carga unidad en los puntos característicos.

Para formación de la matriz de masas, que en el modelo de masas concentradas es una matriz diagonal, la determinación de la masa asociada a cada grado de libertad, debe hacerse mediante la expresión:

$$M_s = \int_{\chi_s} m [\phi_s(x)]^2 dx$$

siendo  $\phi(x)$  una forma característica asociada a la deformación del vano. Dentro de la aproximación de este análisis, tomaremos un factor de masa de 0,50, común para todos los vanos, que equivale a situar 1/2 de la masa en el centro del vano, y 1/4 en cada extremo. Este valor es exacto para vibración independiente de un vano aislado, y también para el primer modo de vibración cuando las luces de todos los vanos son iguales. Como se comprueba en los resultados, en los casos analizados, de viga continua con extremos simplemente apoyados, este valor resulta igualmente aceptable, solamente para obtención de las dos/tres frecuencias más bajas.

En ambos tipos de estructuras simétricas de tres y cuatro vanos, podemos referir la obtención de frecuencias a cálculos estáticos de sendas estructuras mitad, de sólo dos vanos, con condiciones de borde en el punto de corte, sucesivamente simétricas y/o antisimétricas. Las deformaciones que figuran en las fórmulas son, pues, deformaciones de la estructura mitad bajo carga unidad en cada punto característico. Las deformaciones de la estructura completa se calculan a partir de las anteriores, como suma de ambas deformaciones simétrica y antisimétrica, para cargas de valor 1/2.

Llamando  $f_{ij}$  a la deformación en el punto ca-

racterístico del vano  $i$ , para carga unidad situada en el punto característico del vano  $j$ , con ordenación de izquierda a derecha desde el extremo de la estructura completa, resulta la siguiente expresión común para el cálculo de pares de frecuencias:

$$\frac{w^2 = \frac{1}{m\ell a_m}}{f_{11} + a_m f_{22} \pm [(f_{11} - a_m f_{22})^2 + 4 a_m f_{12}^2]^{1/2}} \quad (14)$$

mientras la frecuencia segunda, en la estructura de tres vanos, está dada por la expresión:

$$w_2^2 = \frac{1}{m\ell} \cdot \frac{2}{f_{11}} \quad (15)$$

En las expresiones anteriores  $a_m$  representa la relación entre luces de vanos de la estructura mitad, esto es, para aplicación a la estructura de tres vanos debe tomarse el valor 0,5a siendo "a" la relación de luces de vanos en la estructura completa; y para aplicación a la estructura de cuatro vanos se tomará el valor a.

En la aplicación de la expresión (14) al cálculo de frecuencias impares, se tomarán las deformaciones correspondientes al caso simétrico para la estructura de tres vanos, y las correspondientes al caso antisimétrico para la estructura de cuatro vanos. La expresión con signo (-) da el valor de la frecuencia principal. En el caso de estructura de cuatro vanos con luces iguales ( $a_m = 1$ ), se cumple para la solicitud antisimétrica  $f_{11} = f_{22}$ , obteniéndose para las dos primeras frecuencias impares la sencilla relación:

$$w_{1,3}^2 = \frac{1}{m\ell} \cdot \frac{2}{f_{11} \pm f_{12}}$$

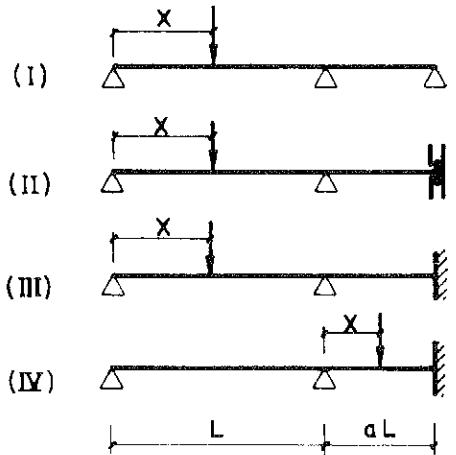
correspondiendo la frecuencia principal al signo (+).

La frecuencia par de la estructura de tres vanos está dada por la expresión (15), tomando para  $a_m$  el valor 0,5a, y para  $f_{11}$  la deformación del punto característico del vano exterior en condiciones antisimétricas.

Por último, las dos frecuencias pares de la estructura de cuatro vanos resultan de aplicar las expresiones (14) tomando las deformaciones correspondientes al caso simétrico.

Omitimos, en interés del lector, los cálculos estáticos para obtención de puntos característicos y deformaciones, sencillos pero tediosos, y damos directamente los resultados correspondientes a vigas con extremos simplemente apoyados.

La posición de los puntos característicos está determinada por las ecuaciones que acompañan a los distintos tipos estructurales.



En la figura 1 se representa el tramo válido de las curvas  $a - x'$  con acotación de algunos valores significativos.

Para contrastación de los resultados del modelo discreto, se resuelven también las ecuaciones del modelo de masa distribuida, que para la viga

$$4a(1-2x') + 3(1-x')(1-2x'-x'^2) = 0 \quad x' = \frac{x}{L}$$

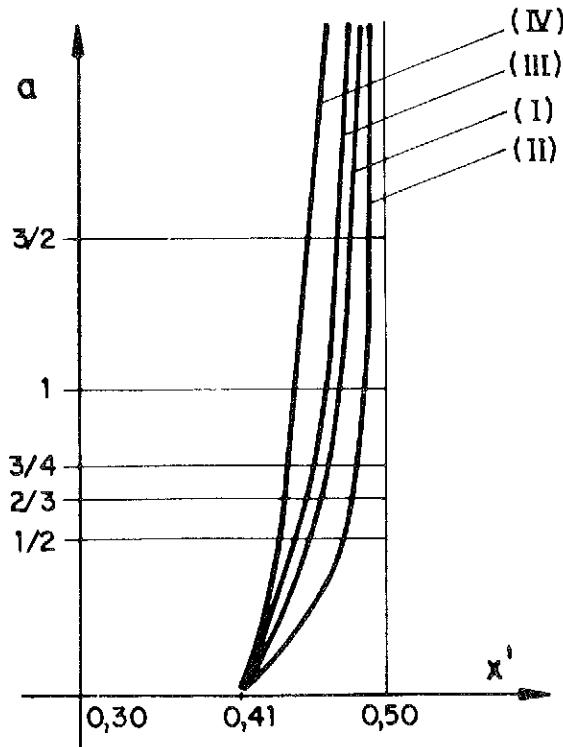
$$4a(1-2x') + (1-x')(1-2x'-x'^2) = 0 \quad x' = \frac{x}{L}$$

$$a(1-2x') + (1-x')(1-2x'-x'^2) = 0 \quad x' = \frac{x}{L}$$

$$ax'(1-2x') + 2(1-2x'-x'^2) = 0 \quad x' = \frac{x}{aL}$$

continua de tres tramos, se escriben

$$G_1 + G_2 \pm II_2 = 0$$



a	x'			
	(I)	(II)	(III)	(IV)
0	0,41	0,41	0,41	0,41
1/2	0,453	0,476		
2/3	0,460			
3/4	0,463	0,483		
1	0,469		0,463	0,441
3/2	0,476		0,471	0,450
$\infty$	0,50	0,50	0,50	0,50

Fig. 1. Curvas para determinación de puntos característicos.

Dadas las débiles variaciones con relación al punto medio del vano, la consideración de estos puntos en el cálculo de deformaciones tiene escasa significación, centrándose su principal interés en la mejor adecuación de la instrumentación en ensayos.

La ecuación con signo (-) da las frecuencias de los modos simétricos, y, por tanto, la frecuencia principal.

Para la viga simétrica de cuatro vanos, las ecuaciones del modelo continuo resultan:

En modos antisimétricos (frecuencia principal)

$$G_1 + G_2 = 0$$

En modos simétricos

$$G_2 (G_1 + G_2) - H_2^2 = 0$$

En las Tablas I y II se recogen, finalmente, los valores resultantes de la aplicación de ambos modelos para los valores particulares  $a = 1, 1,5$ , co-

rrespondiente éste último a la estructura apuntada en la introducción.

A pesar de la simplificación, excesivamente gruesa, aplicada en la definición de los factores de masa, se comprueba, en resumen, la buena adecuación de las expresiones reducidas del modelo discreto para estimación de las 2/3 primeras frecuencias, debiendo hacerse uso de las ecuaciones trascendentes para la obtención de frecuencias de orden superior, para las cuales el modelo discreto da valores inferiores a los reales.

TABLA I

Frecuencias tablero simétrico de tres vanos

### I.1. Modelo discreto

a	Deformaciones $[x (\ell^3/EI) \times 10^{-2}]$									Frecuencias $[x (EI/m\ell^4)]$		
	Modos simétricos					Modo antisimétrico						
	$x'$	VE	VI	$f_{11}$	$f_{22}$	$f_{12}$	$x'$	VE	VI	$f_{11}$	$w_{1\cdot 3}^2$	$w_2^2$
1	0,476	0,50	1,62	2,29	-0,92	0,463	0,50	1,33			96-289	151
1,5	0,483	0,50	1,73	6,76	-1,60	0,463	0,50	1,43			36-163	139

### I.2. Modelo continuo

a	Parámetros modales									Frecuencias $[x (EI/m\ell^4)]$			
	Modos simétricos				Modo antisimétrico								
	$a_1$		$a_3$		$a_2$			$w_{1\cdot 3}^2$	$w_2^2$				
1	3,14		4,30		3,55			97-342	159				
1,5	2,45		3,70		3,42			36-187	137				

TABLA II  
Frecuencias tablero simétrico de cuatro vanos

### II.1. Modelo discreto

a	Deformaciones $[x (\ell^3/EI) \times 10^{-2}]$									Frecuencias $[x (EI/m\ell^4)]$				
	Modos antisimétricos					Modos simétricos								
	$x'$	VE	VI	$f_{11}$	$f_{22}$	$f_{12}$	$x'$	VE	VI	$f_{11}$	$f_{22}$	$f_{12}$	$w_{1\cdot 3}^2$	$w_{2\cdot 4}^2$
1	0,469	0,469	1,52	1,52	-0,56	0,463	0,441	1,41	0,74	-0,33	96-210	129-330		
1,5	0,476	0,460	1,62	4,72	-1,00	0,471	0,450	1,53	2,38	-0,62	27-147	51-157		

### II.2. Modelo continuo

a	Parámetros modales									Frecuencias $[x (EI/m\ell^4)]$		
	Modos antisimétricos				Modos simétricos							
	$a_1$		$a_3$		$a_2$		$a_4$			$w_{1\cdot 3}^2$	$w_{2\cdot 4}^2$	
1	3,14		3,92		3,40		4,50			97-230	133-410	
1,5	2,31		3,50		2,72		3,62			28-150	54-171	

### 3.2. Análisis de respuesta dinámica

El análisis teórico completo de respuesta dinámica, se basa en la determinación de las formas modales asociadas a cada frecuencia, cuya expresión general, para el modelo de masa distribuida, es de la forma:

$$\phi_n(x) = A \operatorname{sen} a_n x + B \cos a_n x + C \operatorname{sh} a_n x + D \operatorname{ch} a_n x$$

debiendo determinarse los coeficientes, de manera que se verifiquen las condiciones de contorno en apoyos.

Como ilustración se realizará una estimación aproximada de un coeficiente parcial de impacto dinámico al paso de una carga puntual a velocidad uniforme. Los cálculos se efectúan para el valor  $a = 1,5$  que corresponde a la estructura de tres vanos simétrica, mencionada en la Introducción.

Para sencillez de la exposición, haremos formulación explícita, únicamente, de las ecuaciones correspondientes al primer modo de vibración. Las contribuciones de los modos segundo y tercero se estimarán como inversamente proporcionales a los respectivos factores de masa y a los cuadrados de las frecuencias y teniendo, además, en cuenta, las ordenadas relativas de los puntos característicos en cada forma modal.

Las ecuaciones de las formas características, para el primer modo de vibración, en los vanos primero y segundo, resultan:

$$\phi_{11} = 0,47 \operatorname{sen}(2,45 x/\ell) + 0,052 \operatorname{sh}(2,45 x/\ell) \quad (16)$$

$$\phi_{12} = 0,95 \operatorname{sen}(2,45 x/\ell) - 0,297 \cos(2,45 x/\ell) - 0,287 \operatorname{sh}(2,45 x/\ell) + 0,297 \operatorname{ch}(2,45 x/\ell) \quad (17)$$

referidas, en cada caso, al extremo izquierdo del vano, y normalizadas a la máxima flecha, de valor unidad, que se produce en este modo, en el punto medio del vano central.

Para simplificación de las integrales de masas reducidas, definiremos también perfiles simplistas de las formas modales correspondientes a los tres primeros modos, mediante sendos vectores de las ordenadas relativas en los dos puntos característicos, obteniéndose los perfiles respectivos  $(-0,36; +1); (+1; -0,3; 0), (+1; +0,57)$ . En el perfil de la segunda forma modal, se ha incluido tam-

bién, como segundo elemento, la máxima ordenada relativa en el cuarto del vano central.

Las ecuaciones de los factores modales  $A_{ks}$ , para el paso de una carga  $P$ , a velocidad  $v$ , sin considerar amortiguamiento, se escriben:

$$A''_{ks} + w_s^2 A_{ks} = \frac{P \phi_{ks}(c_s)}{\sum m_s \int_0^{\ell_s} [\phi_{ks}(x)]^2 dx}$$

El parámetro  $c_s$  representa la distancia desde el extremo del vano en que está situado el vehículo a la posición del vehículo en ese instante.

Tomando como instante inicial el de paso del vehículo por el comienzo del vano correspondiente, resultan:

$$A''_{ks} + w_s^2 A_{ks} = \frac{P \phi_{ks}(vt)}{\sum M_{ks}} \quad (18)$$

El enlace en el paso de un vano al siguiente se establece mediante las condiciones de borde.

El sumatorio del denominador del segundo miembro de la ecuación, se extiende a los dos únicos vanos si se trabaja con la estructura mitad. Teniendo en cuenta los perfiles de definición de cada forma modal, se obtienen los siguientes valores aproximados de las masas reducidas totales:

$$\begin{aligned} \sum M_{1s} &= (0,50 \times 0,36^2 + 0,50 \times 0,75) m\ell = \\ &= 0,44 m\ell \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{2s} &= (0,50 + 0,50 \times 0,75 \times 0,3^2) m\ell = \\ &= 0,53 m\ell \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{3s} &= (0,50 + 0,50 \times 0,75 \times 0,57^2) m\ell = \\ &= 0,62 m\ell \end{aligned}$$

La frecuencia  $\Omega_1$ , asociada a la velocidad  $v$ , está dada por la expresión:

$$\Omega_1 = 2,45 v/\ell$$

Puesto que el valor de  $\Omega_1$  se mantiene, como es sabido, alejado de la frecuencia de resonancia, una solución particular, para el paso por cada uno de los vanos primeros y segundo, limitada a la contribución del modo primero, está dada por las expresiones:

$$y_{11}(t, x) = \frac{P}{0,44 \text{ m} \ell} \left[ -\frac{0,47}{w_1^2 - \Omega_1^2} \sin \Omega_1 t + \right. \\ \left. + \frac{0,052}{w_1^2 + \Omega_1^2} \sinh \Omega_1 t \right] \phi_{11}(x) \quad (19)$$

$$y_{12}(t, x) = \frac{P}{0,44 \text{ m} \ell} \left[ -\frac{0,95}{w_1^2 - \Omega_1^2} \sin \Omega_1 t - \right. \\ \left. - \frac{0,297}{w_1^2 + \Omega_1^2} \cos \Omega_1 t - \frac{0,287}{w_1^2 - \Omega_1^2} \sinh \Omega_1 t + \right. \\ \left. + \frac{0,297}{w_1^2 + \Omega_1^2} \cosh \Omega_1 t \right] \phi_{12}(x) \quad (20)$$

Para valores pequeños de  $v$ , las deformaciones quasistáticas son aproximadamente coincidentes con las anteriores deformaciones forzadas, esto es, refiriéndonos a cada punto característico:

Para el primer vano:

$$v, \Omega_1 \rightarrow 0 \quad \Omega_1 t \rightarrow 2,45 \times 0,475 = 1,16 \quad (21)$$

Para el segundo semi-vano:

$$v, \Omega_1 \rightarrow 0 \quad \Omega_1 t \rightarrow 2,45 \times 0,75 = 1,84$$

Luego resultan las siguientes deformaciones:

$$f_{11}^1 = \frac{P}{0,44 \text{ m} \ell w_1^2} \times 0,36^2$$

$$f_{22}^1 = \frac{P}{0,44 \text{ m} \ell w_1^2}$$

$$f_{12}^1 = -\frac{P}{0,44 \text{ m} \ell w_1^2} \times 0,36$$

Las contribuciones de los modos segundo y tercero se deducen de manera análoga, en función de sus respectivos perfiles y frecuencias, obteniéndose para las deformaciones totales:

$$f_{11} = \frac{P \ell^3}{EI} \left[ \frac{0,36^2}{0,44 \times 36} + \frac{1}{0,53 \times 137} + \right. \\ \left. + \frac{1}{0,62 \times 163} \right] \times 10^{-2} = \frac{P \ell^3}{EI} [0,82 + 1,38 + \\ + 0,98] \times 10^{-2} = \frac{P \ell^3}{EI} \times 3,18 \times 10^{-2}$$

$$f_{22} = \frac{P \ell^3}{EI} \left[ \frac{1}{0,44 \times 36} + \frac{0,57^2}{0,62 \times 163} \right] \times 10^{-2} =$$

$$= \frac{P \ell^3}{EI} [6,31 + 0,32] \times 10^{-2} = \frac{P \ell^3}{EI} \times 6,63 \times 10^{-2}$$

$$f_{12} = \frac{P \ell^3}{EI} \left[ -\frac{0,36}{0,44 \times 36} + \frac{0,57}{0,62 \times 163} \right] \times 10^{-2} = \\ = \frac{P \ell^3}{EI} [-2,27 + 0,56] \times 10^{-2} = \\ = \frac{P \ell^3}{EI} \times (-1,71) \times 10^{-2}$$

Se comprueba la coherencia de estos resultados con las deformaciones estáticas obtenidas en el modelo discreto (Tabla I.1), tanto para modos simétricos, como antisimétricos. Una observación de interés es la distribución de la deformación simétrica en el punto característico del vano primero, que se reparte entre los modos primero y tercero, prácticamente en partes iguales (0,82/0,98), siendo, a su vez, ambas contribuciones, inferiores a la del modo antisimétrico (1,38).

En lo sucesivo nos limitaremos, ya, al paso del vehículo, por el vano primero, considerando, además, por comodidad de formulación, y a pesar de la observación anterior, únicamente, la contribución del modo primero.

La solución general completa de la ecuación (18) se escribe:

$$A_{11}(t) = A \sin w_1 t + B \cos w_1 t + Y_{11}(t)$$

siendo  $Y_{11}(t)$  el coeficiente temporal de la oscilación forzada en (19).

Suponiendo condiciones iniciales  $A_{11}(0) = A_{11}'(0) = 0$

$$B = 0$$

$$A = \frac{P}{0,44 \text{ m} \ell} \cdot \frac{\Omega_1}{w_1} \left[ \frac{0,47}{w_1^2 - \Omega_1^2} - \frac{0,052}{w_1^2 + \Omega_1^2} \right]$$

La ley de deformaciones dinámicas en el punto característico del primer vano, resulta, en consecuencia:

$$Y(t) = A_{11}(t) \phi_{11}(0,476 \ell) = \\ = \frac{0,36}{0,44 \text{ m} \ell} \left[ \frac{\Omega_1}{w_1} \left( -\frac{0,47}{w_1^2 - \Omega_1^2} + \frac{0,052}{w_1^2 + \Omega_1^2} \right) \right. \\ \left. \cdot \sin w_1 t - \frac{0,47}{w_1^2 - \Omega_1^2} \sin \Omega_1 t + \frac{0,052}{w_1^2 + \Omega_1^2} \sinh \Omega_1 t \right]$$

mientras el coeficiente de amplificación dinámico general está dado por la relación:

$$D(t) = \frac{A_{11}(t)}{Y_{11}(t)} = 1 + \frac{\frac{0,47}{w_1^2 - \Omega_1^2} - \frac{0,052}{w_1^2 + \Omega_1^2}}{+\frac{0,47}{w_1^2 - \Omega_1^2} \sin \Omega_1 t + \frac{0,052}{w_1^2 + \Omega_1^2} \operatorname{sh} \Omega_1 t} \cdot \frac{\Omega_1 \sin w_1 t}{w_1} \quad (22)$$

Una determinación rigurosa del mayor coeficiente de amplificación dinámico, al paso del vehículo, requeriría la obtención del máxima temporal de la función  $D(t)$ . En lugar de estudiar el máximo temporal, elegiremos como estimación suficiente la vía de determinar el valor  $D$  que corresponde a la posición del punto característico, y definir "a posteriori" el máximo de este valor dentro del rango de velocidades o frecuencias aceptables.

Efectuando, pues, en (22) la sustitución (21), resulta:

$$D(\Omega_1 t = 1,164) = 1 +$$

$$\frac{0,418 w_1^2 + 0,522 \Omega_1^2}{0,353 w_1^2 + 0,502 \Omega_1^2} \cdot \frac{\Omega_1}{w_1} \sin \left( 1,164 \frac{w_1}{\Omega_1} \right)$$

En la figura 2 se representa la expresión anterior del coeficiente dinámico  $D$ , en el punto característico, en función de la relación de frecuencias  $\Omega_1/w_1$ . El máximo absoluto se obtiene para el valor aproximado.

$$1,164 \frac{w_1}{\Omega_1} = \frac{3\pi}{2} \rightarrow \frac{\Omega_1}{w_1} = 0,246$$

y toma el valor 1,288.

Sin embargo, la relación de frecuencias 0,246 que corresponde al valor máximo indicado, excede ampliamente el rango de velocidades de circulación admisibles. En la referencia [8] se obtuvo, para un tablero isostático, una relación máxima de frecuencias de 0,143. El valor correspondiente a la estructura hiperestática, teniendo en cuenta las relaciones de las respectivas frecuencias, puede es-

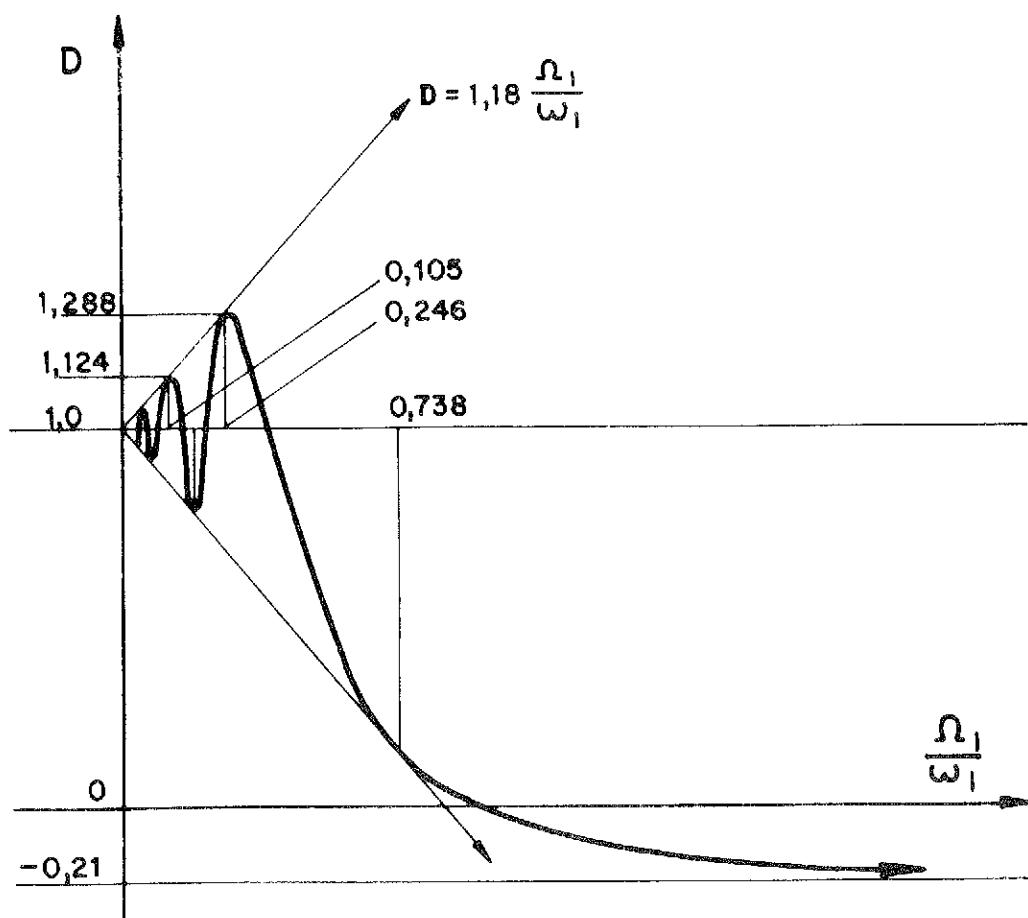


Fig. 2. Valores del coeficiente dinámico.

timarse de forma aproximada mediante la expresión:

$$\left( \frac{\Omega_1}{w_1} \right)_{\max} \approx 0,143 \times \frac{2,45}{3,14} \times \frac{3,14^2}{6} = 0,183$$

De la inspección de los valores de la gráfica, se deriva que el máximo del coeficiente dinámico, corresponderá al segundo máximo relativo de la curva, esto es, al valor aproximado:

$$1,164 \cdot \frac{\Omega_1}{w_1} = \frac{7\pi}{2} \rightarrow \frac{\Omega_1}{w_1} = 0,105$$

obteniéndose, en definitiva,  $D_{\max} = 1,12$  como valor teórico razonable aceptable.

Los coeficientes correspondientes a las contribuciones de los otros dos modos, así como el coeficiente promedio global, se mantienen en órdenes de magnitud similares. Por ejemplo, llevando el análisis al punto medio del vano central, esto es, aplicando la ecuación (20) de la primera forma modal, que, para este punto característico, representa, prácticamente, el total de la deformación dinámica, se obtiene un valor parecido para el correspondiente coeficiente de impacto.

Se deduce también que el máximo coeficiente de impacto teórico, se produciría, en el centro del primer vano, para el paso del vehículo a la velocidad aproximada:

$$v = \frac{0,105}{0,183} \times 100 \text{ km/h} = 57 \text{ km/h}$$

mientras, esta velocidad debería aumentar hasta 85 km/h para producir el máximo impacto en el punto medio del vano central.

La estimación de mayoraciones suplementarias debidas a interacciones estructura-vehículo, que pueden llegar a suponer incrementos sensiblemente superiores, corresponde ya al terreno experimental, y su posible incidencia se recoge en algunas especificaciones, como en la conocida fórmula AASHO [10], que establece valores decrecientes del coeficiente de impacto, en función de las luces de vanos, con un valor máximo de 1,30. La comprobación de los mayores impactos, suele producirse, asimismo, para rangos de velocidades intermedias.

#### 4. CONCLUSIONES

Los modelos analizados se justifican como métodos directos aproximados para el análisis dinámico simplificado de tableros hiperestáticos continuos simétricos.

La sustitución del tablero por una viga continua de rigidez equivalente, esto es, su modelización unidimensional, es sólo admisible si el puente es

estrecho, en particular, para dos carriles de circulación.

Debe resaltarse, además, la dificultad de consideración teórica de posibles fenómenos adicionales de interacción estructura-vehículo, que podrían suponer sensibles mayoraciones eventuales de los efectos dinámicos, aquí analizados.

Con esta importante salvedad, los resultados obtenidos son coherentes con resultados teóricos y experimentales obtenidos anteriormente para estructuras isostáticas.

Las fórmulas obtenidas permiten, pues, una determinación rápida de las constantes dinámicas de estructuras simétricas de tres y cuatro vanos, que pueden aplicarse al control y contrastación posterior de posibles resultados experimentales.

#### APENDICE

##### I. MATRICES Y DETERMINANTES CENTROSIMETRICOS

Nos referimos, en este Apéndice, a dos tipos particulares de matrices cuadradas. En primer lugar, se llama matriz centrosimétrica a la matriz que es simétrica respecto del centro de sus elementos. Utilizando la matriz auxiliar J que tiene iguales a 1 los elementos de su diagonal secundaria y a cero todos los demás, la matriz centrosimétrica K se puede expresar en una u otra de las siguientes formas particionadas:

a) Matriz de orden  $2m \times 2m$

$$K = \begin{bmatrix} A & B \\ JBJ & JAJ \end{bmatrix}$$

b) Matriz de orden  $(2m-1) \times (2m-1)$

$$K = \begin{bmatrix} A & a & B \\ b' & a_{mm} & bJ \\ JBJ & Ja & JAJ \end{bmatrix}$$

En este segundo caso a y b son vectores fila,  $b'$  el transpuesto de b y  $a_{mm}$  el elemento central.

Para ambos tipos de matrices centrosimétricas, los correspondientes determinantes se descomponen en dos determinantes factores.

Para matrices del primer tipo se tiene la identidad:

$$\begin{bmatrix} I & J \\ * & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ JBJ & JAJ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -J \\ * & I \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} A + BJ & \\ JBJ & JAJ - JB \end{bmatrix}$$

luego tomando determinantes:

$$|K| = |A + BJ| \cdot |JAJ - JB|$$

Para matrices del segundo tipo se aplica la identidad:

$$\begin{bmatrix} I & \cdot & J \\ \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & a & B \\ b' & a_{mm} & b'J \\ JBJ & Ja & JAJ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & \cdot & -J \\ \cdot & 1 & 1 \\ \cdot & \cdot & J \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} A + BJ & 2a & \cdot \\ b' & a_{mm} & \cdot \\ JBJ & Ja & JAJ - JB \end{bmatrix}$$

y por desarrollo laplaciano:

$$|K| = \begin{vmatrix} A + BJ & 2a \\ b' & a_{mm} \end{vmatrix} \cdot |JAJ - JB|$$

Si la matriz K es, además, una matriz tridiagonal, los vectores a, b tienen un único elemento no nulo, y la matriz B a lo sumo un elemento no nulo. En consecuencia, las expresiones anteriores se simplifican, obteniéndose determinantes factores también tridiagonales, según hemos visto en el texto. En particular, para matrices del segundo tipo, la matriz B es una matriz nula, y la formación de los dos determinantes factores resulta inmediata.

## 2. MATRICES Y DETERMINANTES CONTINUANTES

Se llaman así a las matrices tridiagonales, esto es, las que tienen todas sus elementos nulos, excepto en la diagonal principal, en la superdiagonal inmediata y en la subdiagonal inmediata, o sea:

$$c_n = \begin{bmatrix} a_0 & b_1 & & & \\ c_1 & a_1 & b_2 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & b_{n-1} \\ & & & & c_{n-1} & a_{n-1} \end{bmatrix}$$

Desarrollando el determinante de la matriz  $c_n$  por las últimas fila y columna, se tiene la recurrencia:

$$|c_n| = a_{n-1} |c_{n-1}| - b_{n-1} c_{n-1} |c_{n-2}|$$

resultado que conecta a las matrices continuantes con la teoría de las fracciones continuas.

## REFERENCIAS

[1] Manterola, J., Análisis de Tableros de Puentes por Métodos Armónicos, Monografía del Insti-

tuto Eduardo Torroja, Julio 1977.

[2] Biggs, J.M. et al., Vibration of Simple-span Highway Bridges Trans. ASCE, vol. 124, p. 291, 1959.

[3] Walker, W.H. et al., Response of Simple Span Highway Bridges to Moving Vehicles, Univ. Illinois, Civil Eng. Studies, Structural Res. Ser., n° 272, 1963.

[4] Huang, T. et al., Dynamic Response of Three Span Continuous Highway Bridges, Univ. Illinois Civil Eng. Studies, Structural Res. Ser., n° 190, 1960.

[5] Cantieni, R., Dynamic Load Testing of Highway Bridges, IABSE Proceedings, P = 75/84, pp. 57-72.

[6] M.T.C. Report No. RR181, Ministry of Transportation and Communications, Ontario, Canadá, September 1972.

[7] Aparicio, A.C. y Casas, J.R., Resultados y Conclusiones de las pruebas efectuadas en el paso superior de Alfonso X, en el Cinturón de Ronda de Barcelona: Una fuente de enseñanza. Hormigón y Acero, num. 162, 1<sup>er</sup> trimestre 1987, pp. 33-141.

[8] Rubio, P. y Ortega, L., Ensayo Dinámico de Tableros Isostáticos con Vigas de Hormigón Pretensado en el Viaducto sobre el río Almorchón (Presa de La Serena), XII Asamblea de la Asociación Técnica Española del Pretensado (ATEP), Granada, Octubre, 1987.

[9] Biggs, J.M., Structural Dynamics, McGraw-Hill, 1964, pp. 150-183.

[10] Standard Specifications for Highway Bridges (Adopted by the American Association of State Highway Officials), Washington, 1975.

## RESUMEN

Se analizan las simplificaciones que se derivan en la aplicación de los métodos generales de análisis dinámico en estructuras hiperestáticas constituidas por vigas continuas simétricas de luces desiguales. La condición simétrica de la estructura lleva, en efecto, a matrices de definición del tipo tridiagonal centrosimétrico, lo que permite la descomposición de la ecuación de frecuencias en dos ecuaciones separadas que corresponden, respectivamente, a modos simétricos o antisimétricos de vibración. Se formulan las ecuaciones para diferentes casos de sustentación en los bordes y se deducen algunas propiedades generales derivadas de dicha descomposición. En el caso particular de vanos iguales, se desarrolla una descomposición elemental completa de la ecuación de frecuencias.

Las conclusiones anteriores se aplican, en segundo lugar, a la definición de un modelo discreto de masas concentradas, que permite la ob-

tención de aproximaciones explícitas para las 2/3 primeras frecuencias, en puentes estrechos de 3/4 vanos. Los resultados se contrastan con los procedentes de la descomposición de la ecuación trascendente correspondiente al modelo de masa distribuida, obteniéndose también estimaciones aproximadas de coeficientes teóricos de impacto dinámico.

## SUMMARY

Diverse simplifications are derived for dynamic analysis of symmetrical continuous beams. Since

all structural matrices keep the symmetry with respect to their central element or center, a decomposition of the frequencies equation is obtained from classic determinant decomposition. Furthermore, the particular tri-diagonal condition of the matrices leads to two explicitly separate equations. In the case of identical spans, a completely elementary decomposition of the frequencies equation is also derived.

Application to determination of frequencies of three and four span bridges is presented by computation of two discretized lumped mass and distributed mass models, with estimations of theoretical impact factors.

## Reunión del Consejo de la F.I.P.

Durante los días 16 al 18 de abril último, con la participación de veintitres Delegados representantes de los distintos Grupos Nacionales integrados en la Federación, se celebró en la Residencia de la "Czechoslovak Scientific and Technical Society", en Praga, la primera de las reuniones del Consejo de la FIP correspondientes al presente año 1989. En ella participó, en representación de la ATEP, el Vocal Secretario Sr. Piñeiro.

De los diversos temas tratados con arreglo al Orden del día previsto, se estima conveniente destacar, para general conocimiento de nuestros Asociados, los siguientes:

– El Presidente informó que las relaciones con el CEB han mejorado sensiblemente, habiéndose llegado a un satisfactorio acuerdo de cooperación entre ambas Organizaciones. En virtud de este acuerdo, el CEB tendrá una amplia intervención en el Congreso de Hamburgo de la FIP y se creará un Grupo de Trabajo mixto que se ocupará del tema de los hormigones de alta resistencia. En este Grupo mixto participarán Miembros integrados en la Comisión 1 de la FIP, que viene trabajando en el citado tema; y la Presidencia del Grupo mixto la ostentará un Miembro de la FIP.

Por lo que respecta a las relaciones con la IABSE, se acordó que la FIP será copatrocinadora de las reuniones que tendrán lugar, en fechas próximas, en Portugal y Bélgica.

– También colaborará la FIP en la reunión que sobre "Hormigón estructural" ha sido programada para 1991, en Stuttgart y que organizarán conjuntamente, ACI, FIP IABSE y CEB.

– En relación con el XI Congreso de la FIP que habrá de celebrarse, en Hamburgo, en junio del

próximo año 1990, se acordó lo siguiente:

• Ha sido necesario retrasar las fechas previstas para el Congreso, ya que las inicialmente anuncias coincidían con el "Festival Whitsuntide". La Sesión Inaugural tendrá lugar ahora el martes 5 de junio; y la de Clausura el sábado 9 del mismo mes.

• Para las Sesiones matinales habrá traducción simultánea (inglés, francés, alemán y ruso); pero no para las de las tardes.

• Dado el excesivo número de Comunicaciones recibidas es imposible aceptarlas todas, por lo que se acordó clasificarlas en cuatro categorías, en función de su mayor o menor interés. En consecuencia, las incluidas en un primer grupo, se presentarán oralmente y se incluirán en los Proceedings del Congreso. Las del segundo grupo se publicarán pero no podrán ser presentadas oralmente. A los autores de las del tercer grupo se les sugerirá que las presenten en la Sesión programada para los "Posters". Un resumen de éstas, de no más de dos páginas, se incluirá en el tercer tomo de los "Proceedings" que se publicará una vez concluido el Congreso. Las incluidas en el cuarto grupo serán rechazadas.

• Con anterioridad al Congreso se editarán los dos primeros volúmenes de los "Proceedings", cada uno de cuatrocientas páginas, que se entregarán a los participantes con la documentación inicial. El tercer volumen, de doscientas páginas, se publicará después del Congreso. El primer volumen contendrá las Comunicaciones presentadas en las cuatro Sesiones del miércoles día 6 dedicadas a "Estructuras de hormigón, I. PUENTES Y TUNELES" (doscientas páginas); y las correspondientes a las cuatro Sesiones del viernes día 8, dedicadas a

**"Estructuras de hormigón, II.—OTRAS ESTRUCTURAS"** (doscientas páginas).

En el segundo volumen se incluirán las Comunicaciones de las demás Sesiones, con arreglo a la siguiente distribución: "Últimos avances en la tecnología actual" (ciento cincuenta páginas); "Mejora de la calidad" (cincuenta páginas); "Racionalización de los procesos constructivos" (cién páginas), y "La estética de las formas estructurales" (cien páginas).

En el tercer volumen se publicarán los resúmenes (de dos páginas) de las Sesiones dedicadas a la presentación de "Posters"; posiblemente un resumen de lo tratado en la Sesión dedicada al "Model Code", y una reseña de las ceremonias de Apertura y Clausura del Congreso.

• En relación con los Informes que presenten los Grupos Nacionales sobre estructuras realizadas, se solicitará a dichos Grupos que preparen el necesario número de copias impresas (aproximadamente mil) para su entrega a los participantes junto con la documentación que se distribuirá al inicio del Congreso.

• Se solicitará al CEB que se entregue a los participantes, gratuitamente o a precio reducido, ejemplares de la versión final del nuevo "Model Code".

• En cuanto a los Informes de las distintas Comisiones de la FIP, se presentarán oralmente en las tres Sesiones programadas al efecto. Un breve resumen de dichos Informes se incluirá en el tercer volumen de los "Proceedings".

— En la Sesión de Clausura se entregarán:

• Medallas Freyssinet al Profesor Menn (Suiza) y al Prof. Schlaich (Rep. Fed. Alemana).

• Medallas de la FIP a Mr. Bomhard (Rep. Fed. Alemana); al Prof. Breen (USA) y al Sr. Placidi (Francia).

• Nombramientos de "Miembros de Honor de la FIP" al Dr. Rowe (Reino Unido) y al Dr. Stiller (Rep. Fed. Alemana).

— Se han redactado las Bases para la convocatoria de los Premios establecidos por la FIP para "Estructuras singulares. Aplicaciones excepcionales

del hormigón estructural en edificios y obras de ingeniería civil". El primero de estos Premios se otorgará en el XI Congreso. En este mismo número de "Hormigón y Acero" se reproducen dichas Bases.

— Se discutió y aprobó, en principio, la organización del XII Congreso de la FIP que tendrá lugar en Washington, en 1994.

— Se presentaron las convocatorias de los Simposios de la FIP que están programados para los próximos años. En setiembre del año actual se celebrará, en Singapore, un Simposio con el título "Últimos avances en estructuras, prefabricadas, de hormigón pretensado". En octubre de 1991 habrá otro Simposio de la FIP, en Beijing (China), para tratar el tema "Modernas aplicaciones del hormigón pretensado". Y para mayo de 1992 se ha programado otro Simposio, en Budapest (Hungria).

— Se ha constituido una nueva Comisión de la FIP, la número 10, que se dedicará al tema "Conservación, rehabilitación y reparación de estructuras de hormigón". Estará presidida por Mr. Lee, del Reino Unido. Se invitó a los delegados de los Diversos Grupos Nacionales a que designen representantes para esta nueva Comisión.

— Se solicitó también la designación de representantes de los Grupos Nacionales en el Grupo de Trabajo sobre "Hormigones de alta resistencia" que preside Mr. Steiner, de Noruega.

— Se dió cuenta de que la Comisión 2 ha cambiado de nombre. Desde ahora su título será: "Materiales y sistemas de pretensado". Se estima que con ello se refleja mejor el trabajo que esta Comisión viene realizando.

Ha sido admitido como nuevo Grupo Nacional de la FIP el de Indonesia, y se está gestionando el ingreso de los Grupos Nacionales de Marruecos, Túnez, Irak y Paquistán.

La próxima reunión del Consejo, segunda del presente año, se celebrará en Singapore, en setiembre, a continuación del Simposio programado para los días 28 y 29 del citado mes.

# Ensayos de piezas compuestas con superficies de contacto de diferente adherencia

José Joaquín Vallés  
Profesor Titular  
Universidad Politécnica de Valencia

## 1. INTRODUCCION

En un artículo anterior (Véase Hormigón y Acero nº 160), presentábamos los resultados obtenidos llevando hasta rotura piezas compuestas, idénticas, sometidas a dos cargas simétricas, situadas en un caso a tres cantos de los apoyos, y en otro a cinco cantos.

Teniendo en cuenta las características de los elementos constituidos por semiviguetas pretensadas y hormigón "in situ", así como el desarrollo de los ensayos, nos decidimos por la ubicación de las cargas a cinco cantos de los apoyos por estimarla más idónea para la realización de las pruebas a rasante.

Una vez fijada esta importante variable, pretendemos centrar la atención en otro parámetro de gran influencia en la resistencia de contacto entre los dos hormigones: la adherencia.

Con este objeto, se han preparado bandas de forjado idénticas, excepto en lo referente a la superficie del hormigón prefabricado: lisa, rugosa, espolvoreada con cemento, espolvorizada con arcilla.

Estos elementos se llevan hasta rotura, estudiando flechas y deslizamientos en cada escalón de carga.

## 2. MATERIAL DISPONIBLE Y CARACTERISTICAS

### 2.1. Semiviguetas

Las semiviguetas fueron ejecutadas en taller, por el procedimiento de armaduras previamente

tesas y ancladas por adherencia. Los alambres se tesaron, por capas, antes del hormigonado. A continuación, se hormigonó la pieza en moldes metálicos, efectuando la compactación mediante vibradores externos acoplados a los moldes.

El hormigón permaneció siete días en los moldes, soltando, a continuación, los hilos, de los dispositivos de retención. De esta manera, se transmitieron por adherencia los esfuerzos de los alambres al hormigón.

La sección recta de las semiviguetas utilizadas se representa en la figura 1.

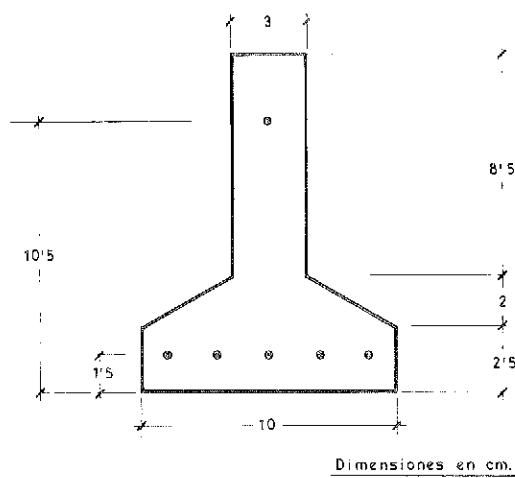


Fig. 1.

Las razones que justifican la adopción de este perfil son:

- a) La pequeña anchura de la cara superior (3 cm), determinará perímetros de contacto menores

y, en consecuencia, tensiones rasantes mayores.

b) La fabricación en moldes implica superficies laterales del alma, lisas, por tanto, situaciones más desfavorables para la transmisión del rasante.

## 2.2. Fabricación de los elementos compuestos

Las bandas de forjado se confeccionaron adosando a cada semivigueta las dos correspondientes filas de semi-bovedillas y hormigonando el conjunto con un espesor de 3 cm de capa de compresión, obteniendo así un elemento de 19 cm de altura y 70 cm de anchura de cabeza hormigonada. (Figura 2).

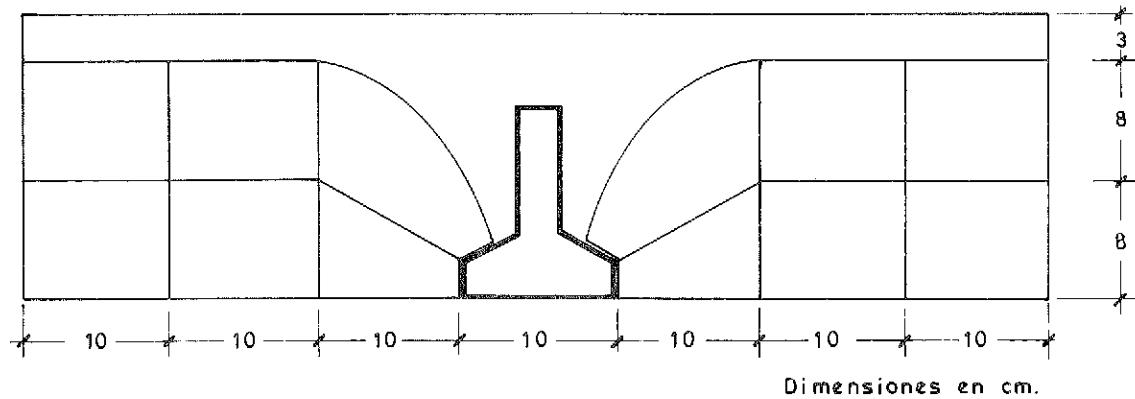


Fig. 2.

El vertido del hormigón in situ se realizó cuando la edad del hormigón de la pieza prefabricada era de 28 días. El ensayo de los elementos se llevó a cabo a los 21 días de la fabricación de los mismos.

En total, se prepararon 8 elementos de 2,80 m de longitud, distribuidos en las siguientes cuatro series;

Serie	Superficie Horm. Prefab.
B-2	Rugosa. Limpia.
B-3	Rugosa. Cemento.
B-4	Rugosa. Arcilla.
B-5	Lisa. Limpia.

El concepto superficie lisa se refiere a la obtenida en la cara superior del alma de la semivigueta, con el proceso normal de compactación con vibradores externos.

La superficie rugosa se elaboró mediante la aplicación, a la superficie superior del hormigón prefabricado, de un peine de púas metálicas. Este

tratamiento, efectuado a las dos horas del vertido del hormigón, produjo más irregularidades superficiales de 7-8 mm de altura, en sentido transversal a la dirección del esfuerzo rasante.

Antes del vertido del hormigón "in situ" se procedió al regado con agua a presión de las semiviguetas y bovedillas con objeto de dejar limpias las superficies. El hormigonado no se realizó hasta que desaparecieron los últimos vestigios de agua.

Sin embargo, en los elementos B-3 y B-4 se realizó un espolvoreo de las semiviguetas, con 200 gr de cemento y arcilla, respectivamente.

Las características resistentes de dichos elementos son:

$$M_u = 1.228 \text{ m} \times K_p$$

$$M_I = 858 \text{ m} \times K_p$$

$$M_{II} = 1.020 \text{ m} \times K_p$$

$$V_{uo} = 917 \text{ Kp}$$

intentando producir un agotamiento por cortante, anterior al agotamiento por flexión.

## 2.3. Instrumentación

Durante los ensayos se midieron:

- a) Las flechas de las piezas en el centro del vano.
- b) Los deslizamientos entre los hormigones, a un cuarto de la luz.

Las primeras se han obtenido mediante comparadores que permiten leer centésimas de mm.

Para medir deslizamientos entre el hormigón "in situ" y el prefabricado, se colocó un compa-

rador al cuarto de la luz de la pieza. Esta ubicación se justifica por los resultados de ensayos anteriores (Hanson, Saemann y Washa, etc.) que demuestran cómo en dicha zona se producen los mayores deslizamientos.

#### 2.4. Procedimiento de ensayo

Las cargas se aplicaron mediante una prensa hidráulica de 10 toneladas de capacidad.

La materialización de dos cargas se logra disponiendo, entre el pistón de la prensa y el elemento que se va a ensayar, un elemento metálico constituido por 2 UPN 80, soldados por las alas, que apoya en el hormigón por mediación de dos perfiles UPN-100 móviles, colocados perpendicularmente al eje longitudinal de simetría de la viga.

Estos perfiles producen sendas cargas distribuidas uniformemente sobre una anchura igual a

tinuación, se descargaba y se medían las deformaciones remanentes.

Los escalones de carga se adoptaron tomando como base el cortante último teórico  $V_{uo}$ , y fueron:

- 0,40 ·  $V_{uo}$
- 0,60 ·  $V_{uo}$
- 0,80 ·  $V_{uo}$
- 1,00 ·  $V_{uo}$
- 1,20 ·  $V_{uo}$
- Rotura.

El esquema del ensayo fue el indicado en la figura 3.

La longitud "c" se justifica por la necesidad de evitar fallos prematuros de anclaje. Se adoptó  $c = 10$  cm, que resulta aceptable tanto si consideramos que debe ser medio canto, como no inferior a  $30 \phi$  ( $\phi$ : diámetro mayor de la armadura activa).

La distancia "a" es igual a 100 cm (5 cantos mientras que "b" vale 280 cm.

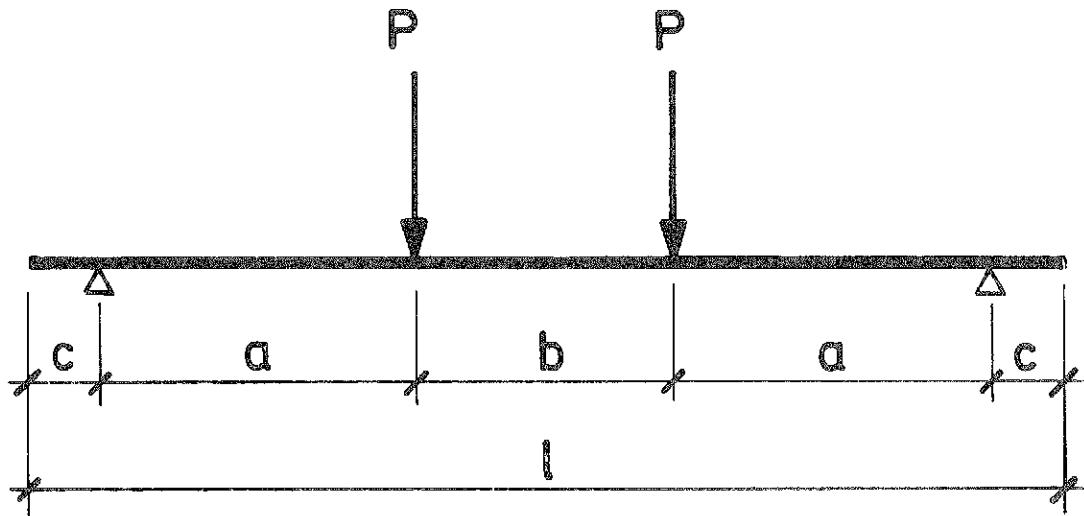


Fig. 3.

la del nervio de la semivigueta.

El ensayo se realizó sobre un vano simplemente apoyado, aumentando paulatinamente las cargas, hasta determinados escalones, al llegar a los cuales se medían flechas y deslizamientos. A con-

#### 3. RESULTADOS

A continuación, se indican las medidas medias registradas en cada una de las cuatro series, así como las observaciones más sobresalientes.

Serie B - 2		
Medidas carga	Observaciones	Descarga
0,40 · V <sub>uo</sub> = 370 Kp Deslizamiento 0 mm Flecha 1,18 mm		0 mm 0,17 mm
0,60 · V <sub>uo</sub> = 550 Kp Deslizamiento 0,01 mm. Flecha 1,72 mm.		0,01 mm 0,47 mm
0,80 · V <sub>uo</sub> = 740 Kp. Deslizamiento 0,01 mm. Flecha 2,68 mm		0,01 mm. 0,53 mm
V <sub>uo</sub> = 920 Kp Deslizamiento 0,02 mm Flecha 5,23 mm	Fisuras visibles de flexión.	0,02 mm. 0,73 mm.
1,20 · V <sub>uo</sub> = 1.100 Kp Deslizamiento 0,03 mm Flecha 12,00 mm	Fisuras de flexión más numerosas y anchas. No se observa nada en los apoyos.	0,03 mm
Rotura = 1.900 Kp	Rotura de FLEXO-TRACCION. Aproximadamente en el centro de la luz, se produce la rotura de las armaduras de pretensado.	

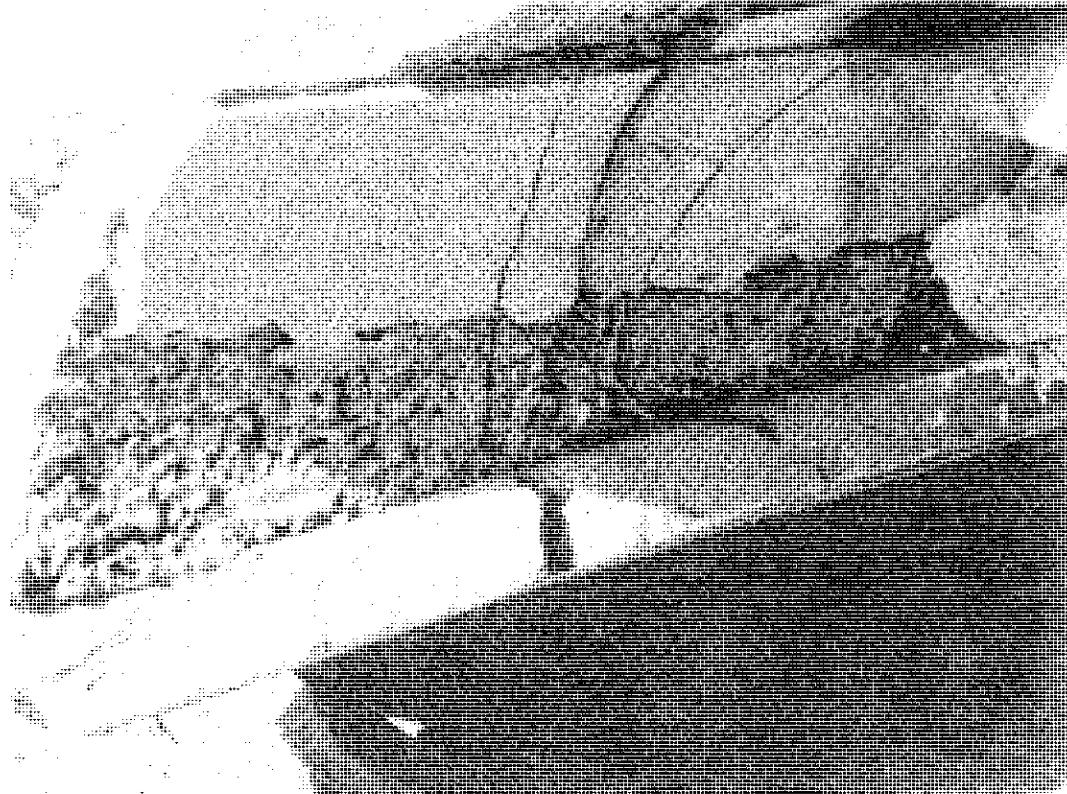


Foto 1.

Para  $P = 1.500$  Kp, las fisuras de flexión se inclinan hacia los puntos de aplicación de las cargas, afectando de lleno al hormigón in situ.

La primera fisura visible en apoyo se produjo bajo una carga de 1.250 Kp, aproximadamente.

Serie B - 3		
Medidas carga	Observaciones	Descarga
$0,40 \cdot V_{uo} = 370$ Kp. Deslizamiento 0 mm Flecha 2,13 mm		0 mm. 0,20 mm
$0,60 \cdot V_{uo} = 550$ Kp. Deslizamiento 0 mm Flecha 2,69 mm		0 mm. 1,03 mm.
$0,80 \cdot V_{uo} = 740$ Kp. Deslizamiento 0 mm. Flecha 3,81 mm.		0 mm. 1,12 mm.
$V_{uo} = 920$ Kp. Deslizamiento 0,01 mm. Flecha 7,30 mm.	Fisuras de flexión visibles en la zona entre cargas.	0,01 mm. 1,30 mm.
$1,20 \cdot V_{uo} = 1.100$ Kp. Deslizamiento 0,01 mm. Flecha 12,0 mm.	Aumenta la fisuración de flexión. Aparece en la zona apoyo-carga.	0,01 mm. 1,90 mm.
Rotura = 1.875 Kp.	Rotura de FLEXION-CORTANTE.	

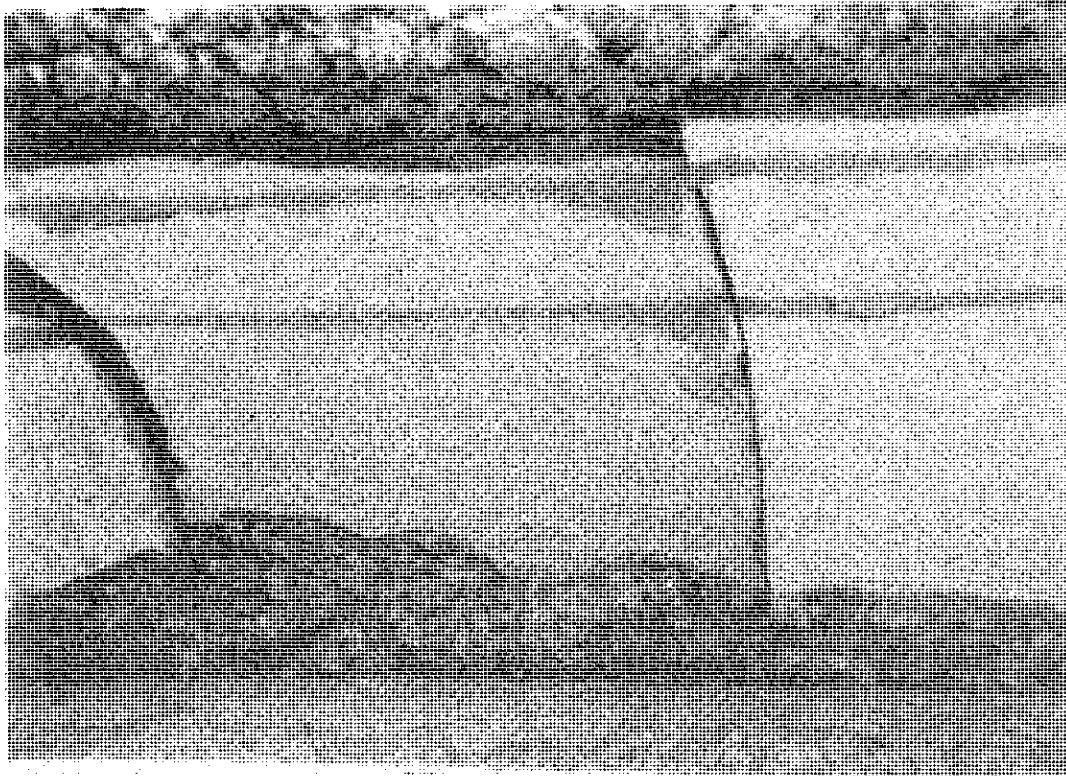


Foto 2.

Cuando la carga está sobre 1.250 Kp, se observa fisuración inclinada que interesa el hormigón in situ, (flexha: 19 mm).

Serie B - 4		
Medidas carga	Observaciones	Descarga
0,40 · V <sub>uo</sub> = 370 Kp. Deslizamiento 0 mm. Flecha 1,76 mm.		0 mm. 0,19 mm.
0,60 · V <sub>uo</sub> = 550 Kp. Deslizamiento 0,01 mm. Flecha 2,33 mm.		0,01 mm. 1,31 mm.
0,80 · V <sub>uo</sub> = 740 Kp. Deslizamiento 0,02 mm. Flecha 5,25 mm.	Se observan fisuras junto a los apoyos.	0,02 mm. 3,67 mm.
V <sub>uo</sub> = 920 Kp. Deslizamiento 0,02 mm. Flecha 11,0 mm.	Existe una pequeña fisura de flexión en el centro dc la luz.	0,02 mm. 3,67 mm.
V <sub>uo</sub> = 1.100 Kp. Flecha 18 mm.	Las fisuras de los apoyos se prolongan horizontalmente en la unión alma-ala.	
Rotura = 1.650 Kp.	Rotura junto al APOYO, en la unión de los dos hormigones.	

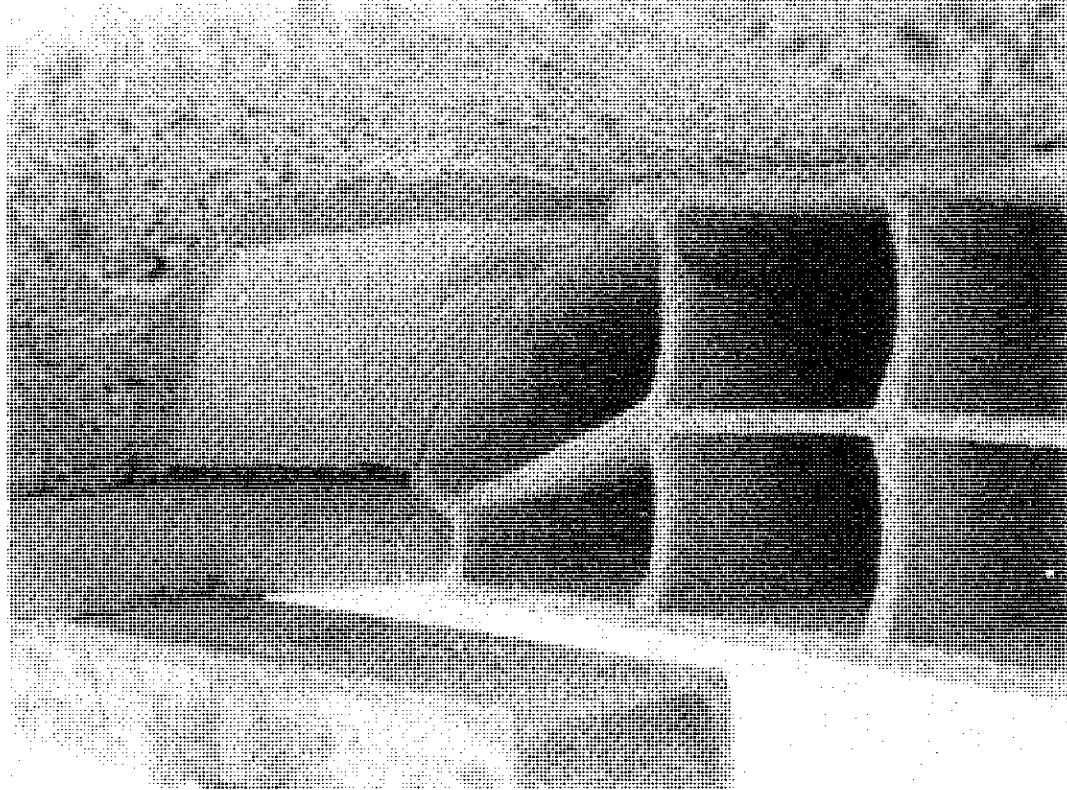


Foto 3.

Serie B - 5		
Medidas carga	Observaciones	Descarga
0,40 · $V_{uo}$ = 370 Kp. Deslizamiento 0 mm. Flecha 1,35 mm.		0 mm. 0,36 mm.
0,60 · $V_{uo}$ = 550 Kp. Deslizamiento 0,04 mm. Flecha 2,20 mm.		0,04 mm. 1,80 mm.
0,80 · $V_{uo}$ = 740 Kp. Deslizamiento 0,05 mm. Flecha 3,00 mm.	Fisuras en un apoyo.	0,05 mm. 2,00 mm.
$V_{uo}$ = 920 Kp. Deslizamiento 0,05 mm. Flecha 5,95 mm.	Aparecen fisuras de flexión.	0,05 mm. 2,15 mm.
$V_{uo}$ = 1.100 Kp. Deslizamiento 0,05 mm. Flecha 12,0 mm.		0,05 mm. 4,00 mm.
Rotura: 1.200 Kp.	FALLO DE ANCLAJE: Deslizamiento en un extremo, de las armaduras de pretensado.	

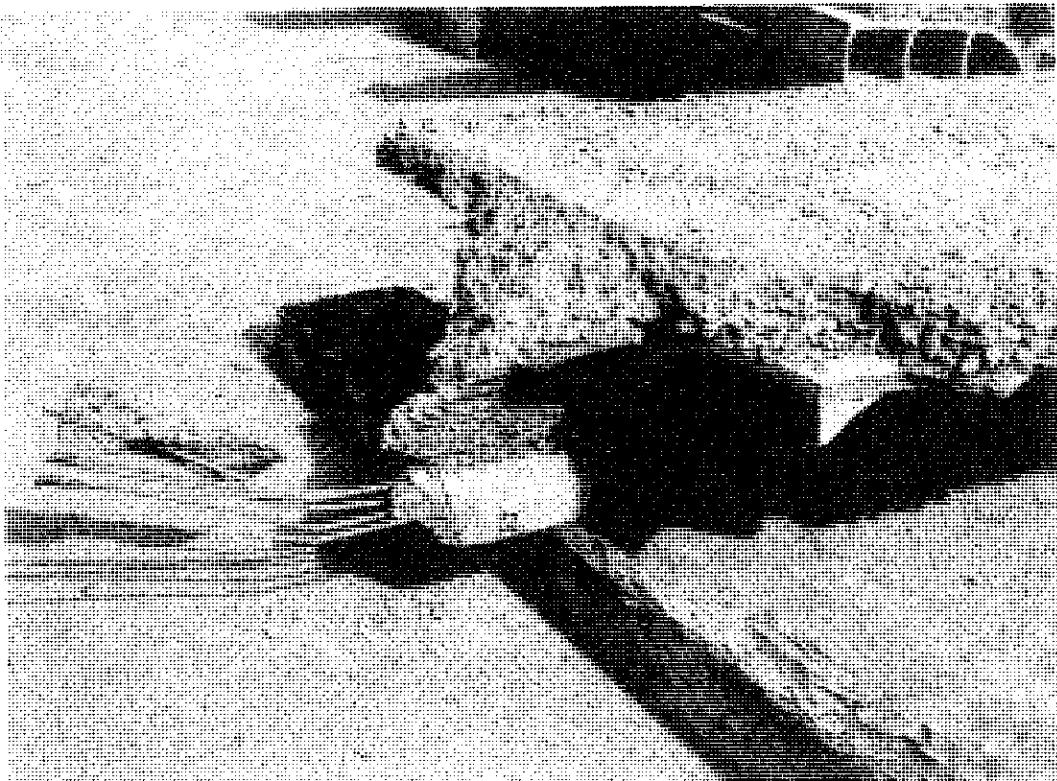


Foto 4.

## 4. DISCUSION

De acuerdo con los resultados obtenidos, pasamos a analizar la relación esfuerzo cortante-deslizamiento por un lado, y esfuerzo cortante-flecha, por el otro.

### 4.1. Relación entre esfuerzo cortante y deslizamiento

En todos los elementos, las medidas del deslizamiento fueron del orden de 0,01-0,02 mm, sin variar apenas en función de las distintas cargas aplicadas. La única excepción se produjo en la serie B-5 en la que se llegaron a alcanzar deslizamientos de 0,05 mm.

Así pues, resulta evidente que dichas medidas no nos sirven para poder enjuiciar el comportamiento de un elemento compuesto del tipo de los ensayados.

En un artículo anterior, (Hormigón y Acero, nº 160, pág. 144) exponíamos las razones que podrían explicar la prácticamente nula utilidad de las observaciones de deslizamientos en estas piezas, y llegábamos a la conclusión de centrar la atención en otros parámetros que nos pudieran aportar un mejor conocimiento de las características mecánicas de aquellos elementos.

### 4.2. Relación entre esfuerzo cortante y flechas en el centro de la luz

En la figura 4 se ha representado la relación cargas-flechas en el centro de la luz.

Puede observarse que, desde el inicio de la prueba de carga hasta la correspondiente a  $V_{uo}$ , el orden de deformabilidad (de menos a más), fue:

B-2: Superficie rugosa y limpia.

B-5: Superficie lisa y limpia.

B-3. Superficie rugosa, con espolvoreo de cemento.

B-4. Superficie rugosa, con espolvoreo de arcilla.

Se pone así de manifiesto la importancia de la limpieza de la superficie de contacto para lograr un buen funcionamiento del elemento compuesto.

De acuerdo con ésto, un adecuado acabado de la semivigueta en el taller de prefabricación, puede malograrse si la ejecución del forjado no es cuidadosa.

También se evidencia que la práctica de espolvorear con cemento, antes del vertido del hormigón in situ, puede ser más perjudicial que beneficiosa.

En nuestra opinión, el paso siguiente deberá ser la comparación de las flechas teóricas con las

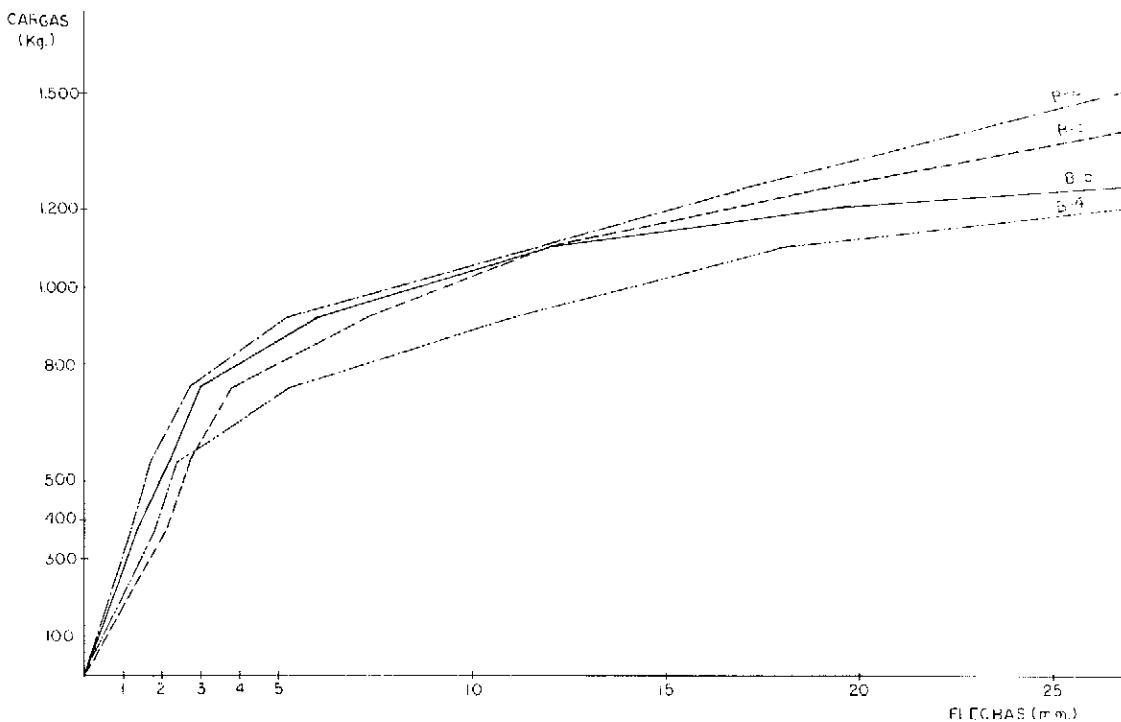


Fig. 4.

obtenidas en ensayos y de esta manera comprobar los distintos módulos de flecha de las diferentes series.

## REFERENCIAS

—EP-80. Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado. Comisión Permanente del Hormigón. Madrid, 1980.

—CALAVERA, J. Cálculo, construcción y patología de forjados de edificación. Madrid, 1981.

—V.P.-81. Sello de conformidad CIETAN de viguetas pretensadas. Madrid, 1981.

HANSON, N.W. "Precast-prestressed concrete bridges. 2 Horizontal shear connections". Journal of PCA. Vol. 2. Mayo, 1960.

—SAEMANN, WASHA. "Horizontal shear connection between beams and cast in place slabs". Journal of ACI. Noviembre, 1964.

—GROSSFIELD, BIRNSTIEL. "Tests of T beams with precast webs and cast in place flanges". Journal of ACI. Junio, 1962.

—DARDARE. Traducción de R. Piñeiro. "Estudio de los esfuerzos rasantes y el deslizamiento, en los elementos compuestos sometidos a flexión". Centre d'Etudes et de Recherches de l'Industrie du Béton Manufacturé. Monografía 1 Junio 1970. Hormigón y Acero n° 121, 1976.

## RESUMEN

En este trabajo se estudia la resistencia al deslizamiento en la superficie de contacto entre dos hormigones distintos en edad y calidad.

De las diferentes variables que intervienen, se centra la atención en la adherencia. Para ello, se prepararon elementos constituidos por semiviguetas pretensadas y hormigón "in situ", idénticos excepto en lo referente a la superficie del hormigón prefabricado:

- Lisa.
- Rugosa.
- Espolvoreada con cemento.
- Espolvoreada con arcilla.

Se realizaron ensayos, aplicando dos cargas simétricas situadas a cinco cantos de los apoyos, en los que se midieron:

- Flechas en el centro de la luz.
- Deslizamientos a un cuarto de la luz.

Estas últimas medidas no ofrecieron resultados significativos. Sin embargo, las flechas nos dieron idea sobre la deformabilidad de los distintos elementos.

Así se puso de manifiesto la pérdida de resistencia de los elementos espolvoreados con cemento y arcilla, respecto a los que tenían la superficie del hormigón prefabricado limpia.

En un posterior estudio se deberían comparar las flechas teóricas frente a las reales, al objeto de poder constatar el módulo de flecha de cada elemento.

## SUMMARY

Composite structures are often built up from concretes of different ages and qualities. Composite behavior results in horizontal shearing stresses at the construction joints.

Several factors affects the strength of these joints. In this paper, tests involving bond at the interface, are presented.

The test specimens were hollow block composite slabs with precast prestressed beams. The types of surface of the precast unit were:

- A smooth surface.
- A rough surface,
- A powdered surface with cement.
- A powdered surface with clay.

The experimental investigations have been carried out on members with ratio of shear-span to depth equal five. Vertical centerline deflection and slip measurements were made after each increment of load.

The load-deflection curve shows an apparent loss of composite action in the specimens with fixed contaminants such as cement and clay.

A next study could stay a comparison between theoretically methods for computing deflections and those obtained from tests results.

## Reunión de la Comisión de Prefabricación de la F.I.P.

Durante los días 20 a 22 del mes de abril último, se celebró en Oslo (Noruega) la primera reunión de la Comisión de "Prefabricación" de la FIP, correspondiente al presente año 1989. En ella participaron 28 Delegados representantes de los diferentes países afiliados a la FIP. España estuvo representada por los Señores Javier León y Rafael Piñero, no pudiendo asistir los otros dos Delegados españoles, Sres. Calavera y Ley, como consecuencia de la huelga convocada en esas fechas por Iberia.

Antes de la Sesión Plenaria de la Comisión, varios de los Grupos de Trabajo que la integran se reunieron con el objeto de pasar revista a la marcha de la labor que tienen asignada y preparar los Informes que habrían de presentar al Pleno de la Comisión.

En la reunión del Pleno, entre otros temas, se trataron los siguientes:

— El Presidente informó de los nuevos Miembros únicamente incorporados a la Comisión y propuso que aquellos países que hasta ahora solo cuentan con un Delegado, nombrén alguno más para que, en todas las reuniones, haya siempre al menos un representante de cada uno de los países integrados en la Comisión.

Los diferentes Presidentes de los Grupos de Trabajo expusieron el estado actual de la labor que vienen realizando y sus previsiones para los próximos meses. De los Informes presentados conviene destacar lo siguiente:

• En relación con el tema de las losas aligeradas, se va a empezar a trabajar en la preparación de la normativa adecuada para su eficaz control de calidad, tanto en lo que se refiere al autocontrol en fábrica como a la inspección de este autocontrol por un Organismo exterior.

• El Grupo de Trabajo sobre "Forjados a base de viguetas y bovedillas", comentó que se ha discutido ya el tercer borrador de las Recomendaciones que sobre el tema viene elaborando de acuerdo con el Índice aprobado en su día por la Comisión. Ultimamente, se han incorporado nuevos apartados en los que se incluyen disposiciones relativas a la protección contra incendios y a los forjados construidos en zonas sísmicas. Tiene previsto celebrar una nueva reunión en setiembre, para discutir el que se espera sea borrador del texto definitivo de estas Recomendaciones, con el fin de poder contar con el plazo necesario para proceder a su redacción final con tiempo para ser presentada en

el Congreso de la FIP de junio de 1990.

• El Grupo de Trabajo que se ocupa del tema de las traviesas para ferrocarril, inicia ahora el estudio de la normalización de los planes y métodos de ensayo más adecuados, tanto estáticos como dinámicos, para este tipo de piezas.

• Por lo que afecta al tema de las "Estructuras compuestas", en el que están trabajando los Grupos "Forjados a base de viguetas y bovedillas", "Losas aligeradas", "Aspectos de cálculo de las estructuras compuestas" y "Garantía de calidad", todos los cuales tienen muy avanzada la redacción de los correspondientes Informes finales, se acordó que, una vez concluidos dichos Informes, se publicarán juntos, en un solo volumen, pero haciendo constar en su portada los títulos de cada uno de los Informes que se incluyen.

• En cuanto al Grupo de Trabajo que preside el Profesor Warris para el estudio de los métodos de "Curado acelerado", se aclaró que en el Informe correspondiente se tratará, no sólo del curado por vapor, sino también de los otros métodos que, actualmente, se utilizan cada día más, como son los basados en la adición de cenizas volantes, humo de sílice, etc. Con este objeto, se está intentando incorporar al Grupo de Trabajo algunos nuevos técnicos especializados en estos temas.

• El Grupo de Trabajo que estudia el tema del "Hormigón reforzado con fibras de vidrio", pidió que los diferentes Grupos Nacionales designen representantes interesados en participar en la labor que ha de realizarse para la redacción de las correspondientes "Recomendaciones" para la utilización de este tipo de hormigones. Actualmente, el Grupo está integrado por un muy escaso número de Miembros y necesita la colaboración de más especialistas.

Por otra parte, el Presidente de la Comisión, Mr. Van Acker, en un amplio y documentado Informe, expuso cómo funciona en la actualidad la Organización Europea de Normalización, destacando la extraordinaria importancia de la labor que tiene encomendada, dado que las Normas y demás legislación que promulgue serán, en un plazo más o menos breve, de obligado cumplimiento en todos los países que integran la Comunidad Europea.

La próxima reunión de esta Comisión de Prefabricación se celebrará, en Nueva Zelanda, en la primera o segunda semana de diciembre del actual año 89. Se está tratando de organizar un viaje en grupo, desde Bruselas, para facilitar la participación de los Delegados europeos en la reunión.

# El ensayo de penetración de agua como método para el control de la durabilidad de un hormigón utilizado en estructuras de puentes de carretera

José Manuel Gállego Estévez

Fernando Rodríguez García

Laboratorio Central de Estructuras y Materiales del CEDEX

## 1. INTRODUCCION Y ANTECEDENTES

El actual predominio del hormigón como material de construcción ha provocado que, durante los últimos años, se haya suscitado un creciente interés por todos aquellos problemas que puedan surgir en su entorno. Este hecho, unido a la existencia de estructuras de hormigón con durabilidad insuficiente, ha motivado un gran auge de los estudios relacionados con aquellas propiedades del hormigón que pueden afectar al futuro comportamiento de la estructura en servicio, no sólo desde el punto de vista resistente, sino también enfocando dichos trabajos a la consecución de una mayor durabilidad del hormigón como material.

Sobre esta última faceta, es conveniente considerar los crecientes costes que cada país debe emplear en la reparación de las estructuras. En este aspecto, pueden ser muy orientativos los datos facilitados por la Federal Highway Administration de los Estados Unidos, donde se estimaba que cada dos años, los costes anuales de reparación de tableros de puentes se incrementaban en casi un 200 por 100, lo que da una idea de la importancia que cobran, desde un punto de vista económico, todos aquellos problemas relacionados con la durabilidad de los materiales de construcción, y en particular, los del hormigón.

Por lo tanto, aunque las actuales normativas son adecuadas para el cálculo y diseño de estructuras de hormigón armado y pretensado, debe admitirse la necesidad de investigación para el estudio de nuestras futuras estructuras, en orden a minimizar y controlar las deficiencias que puedan aparecer durante el periodo de servicio de las mismas.

Dentro de esta tendencia, la Dirección General de Carreteras del M.O.P.U., firmó un Convenio con el Laboratorio Central de Estructuras y Materiales del CEDEX, con objeto de que éste

desarrollara un estudio sobre la durabilidad de las estructuras de hormigón en puentes de carretera, mediante el análisis de la posibilidad de estimar la permeabilidad del hormigón.

En consecuencia, se ha realizado un estudio sobre la validez de algunos métodos que, por su sencillez operativa podrían ser, a priori, muy sugestivos para su utilización con el fin de evaluar la permeabilidad de un hormigón (métodos de Figg para la permeabilidad al aire y al agua, método de Hansen, Ottosen y Petersen para la permeabilidad a gases a baja presión y método I.S.A.T. de absorción superficial inicial).

No obstante, existen otros métodos que, pese a su mayor complejidad operativa, reflejan más fielmente el fenómeno que se pretende estudiar. Estos métodos son los de penetración de agua y el de permeabilidad bajo presión.

El método de permeabilidad bajo presión es el que, sin duda, refleja con más fidelidad el fenómeno de flujo unidireccional de agua a través de un medio heterogéneo, como es el caso del hormigón. Sin embargo, su aplicación ha sido considerada no recomendable para los hormigones utilizados en estructuras de puentes de carretera, dado el alto contenido de cemento que generalmente poseen estos hormigones, con la consiguiente reducción en los valores de la relación agua/cemento. Este hecho no permite la creación de un flujo estable de agua a través de las probetas, si se realiza el ensayo de acuerdo con las normativas existentes (ISO/DIS y RILEM).

En consecuencia, se ha contemplado el ensayo de penetración de agua, realizado según lo indicado en la Norma ISO/DIS 7031:1983, o bien según la Recomendación RILEM CPC-13.1, como el más adecuado para representar el fenómeno de paso de agua a través de un hormigón empleado en estructuras de puentes de carretera.

## 2. METODO Y EQUIPO DE ENSAYO PARA LA DETERMINACION DE LA PROFUNDIDAD DE PENETRACION DE AGUA

### 2.1. Características técnicas generales del equipo

—Descripción general: Equipo para el ensayo de la profundidad de penetración de agua en el hormigón, consistente en un bastidor metálico que soporta un total de ocho contenedores de probetas, conectados cada uno de ellos a un circuito hidráulico, al que se le suministra la correspondiente presión de ensayo mediante el empleo de una bomba capaz de suministrar presiones de hasta 20 bares, todo ello regulado por la correspondiente cámara de carga y con los aparatos de control necesarios. Foto 1.

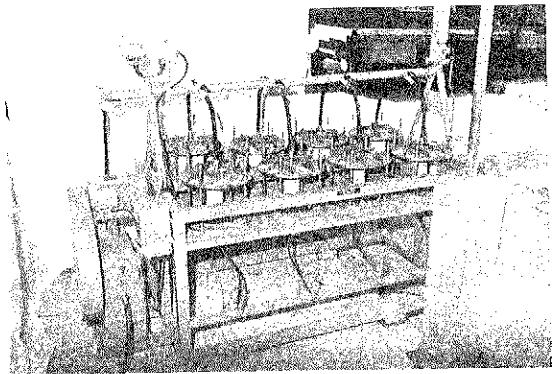


Foto 1. Vista general del equipo utilizado para el ensayo de penetración de agua.

#### —Elementos de que consta el equipo.

- Bastidor metálico, con motor de 1 KW y correspondiente instalación eléctrica e hidráulica, para el suministro a las probetas de la presión de ensayo correspondiente.
- Contenedores con tirantes atornillados, para la realización del ensayo, con altura regulable a 200 ó 300 mm, en función de la altura de la probeta. Foto 2.
- Recipientes graduados para la evaluación del volumen de agua permeado, en el caso de la existencia de flujo a lo largo de toda la probeta.
- Tubos de goma para facilitar la recogida del agua en los recipientes anteriores.
- Apoyos metálicos para sustentar las probetas durante el ensayo.

- Juntas tóricas de diversos tamaños, en función de las dimensiones de la probeta que se va a ensayar.

Equipos de control de presión. El equipo está provisto de dos presostatos para regular el mantenimiento de la presión. Sus rangos de funcionamiento son de 0,5 a 10 bar y de 3,5 a 20 bar. La entrada en funcionamiento de uno u otro está condicionada a la presión que se ensaye, de forma que

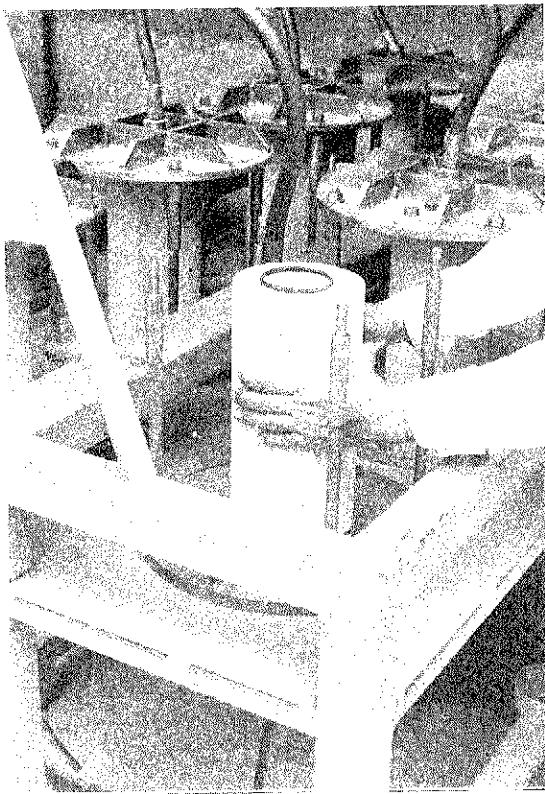


Foto 2. Colocación de una probeta de hormigón de  $\phi$  15 x 30 cm para su ensayo. Se observa la junta tórica que se utiliza para conseguir la estanqueidad de la superficie de ensayo.

se mantengan las precisiones exigidas por las normas en el mantenimiento de la presión.

Para controlar la regulación de la presión, cada presostato tiene dos escalas, cuyas misiones son las siguientes:

- Una escala principal, cuyo objeto es regular el valor inferior del ciclo de presiones para el que se acciona la bomba del equipo.
- Una escala diferencial, cuya función es regular la amplitud de los ciclos de presión indicados.

### 2.2. Descripción del método de ensayo

Previamamente a la realización del ensayo, se debe proceder al secado para la eliminación del agua capilar que pueda existir en los poros del hormigón. Para ello, se estima suficiente introducir la probeta que se va a ensayar, en una cámara de secado durante un período no inferior a 24 horas. Es de gran importancia no alterar la estructura interna del hormigón que se pretende ensayar, por lo que en ningún caso se deben superar los 50°C en el interior de dicha cámara de secado, pues ello supondría la eliminación de parte del agua de gel del hormigón, con lo que la estructura interna del mismo se vería notablemente alterada.

Una vez extraída la probeta de la estufa de secado, se la deja enfriar hasta que alcance la tempe-

ratura ambiente. Conseguida ésta, y evitando en cualquier caso ambientes de elevada humedad relativa, se procede a la preparación de la superficie de ensayo. Para ello, se recurre a un pulido o repicado de la superficie de ensayo hasta conseguir eliminar la capa superficial de mortero. Las dimensiones de la superficie de ensayo son función del tamaño de la probeta y están indicadas en las correspondientes normas.

A continuación, se procede a la colocación de la probeta sobre uno de los contenedores del equipo. Se acopla cuidadosamente la junta tórica, de forma que evite la posible formación de fugas por la superficie de ensayo de la probeta, y se cierran las tapas superiores del contenedor mediante el apriete de sus correspondientes tornillos. Hay que tener en cuenta que el momento de apriete necesario ejerce sobre el hormigón unas tensiones como reacción a la fuerza con la que se pretende evitar las posibles fugas por las juntas. Estas tensiones pueden originar problemas en el caso de hormigones de resistencias muy bajas, por lo que, en dichos casos, será necesario actuar con precaución para no fisurar el hormigón, lo que falsaría los resultados, pudiéndose llegar, en casos extremos, a la imposibilidad de realizar el mismo por dichas circunstancias.

Una vez colocada definitivamente la probeta en el contenedor, y acoplado éste en el conjunto del equipo, se procede al comienzo de la aplicación de la presión, iniciándose el ensayo propiamente dicho. Las presiones de ensayo serán las recogidas en la Recomendación RILEM CPC 13.1, y que coinciden con las de la Norma ISO/DIS 7031:1983; esto es, se aplicará un primer escalón de presión de 1 bar durante un periodo de 48 horas, para continuar con otros dos escalones de 3 y 7 bares durante períodos de 24 horas de duración cada uno.

Una vez concluido el último escalón de presión, se desmonta el ensayo, y se rompe la probeta mediante un ensayo a tracción indirecta, según el método brasileño. La probeta, en consecuencia, se rompe por un plano que pasa por dos de sus generatrices opuestas, originándose dos superficies donde se puede posteriormente evaluar la mancha originada por el agua penetrada en el hormigón. Foto 3.

Las normas consideran "profundidad de penetración de agua" al valor medio de las mayores profundidades de penetración de las probetas ensayadas, que se recomienda sean como mínimo un conjunto de tres muestras.

### 2.3. Posibles modificaciones del método de ensayo

Las normas y recomendaciones, actualmente existentes, que hacen referencia al ensayo de pe-

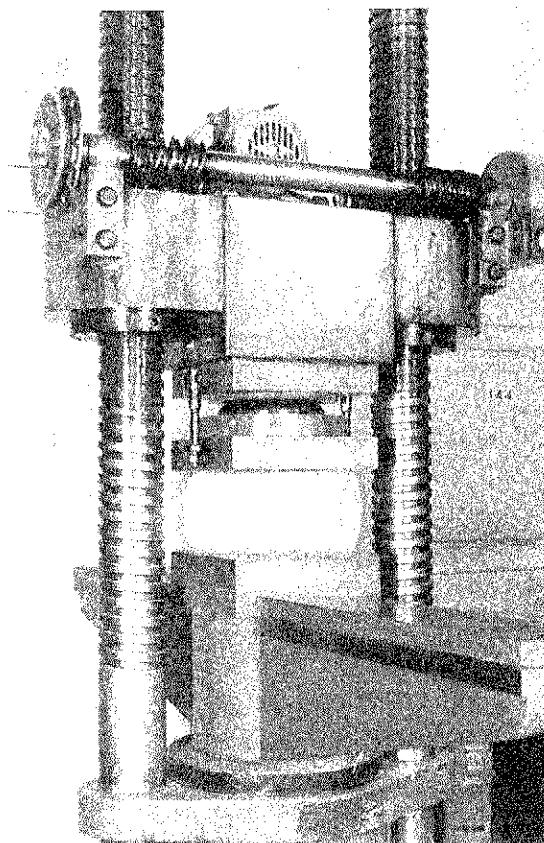


Foto 3. Rotura de la probeta mediante el ensayo de tracción indirecta, según el método brasileño.

netración de agua en el hormigón, son las siguientes:

- Norma ISO/DIS 7031:1983 "Concrete hardened. Determination of the depth of penetration of water under pressure".

- Recomendación RILEM CPC-13.1. "Test for the penetration of water under pressure on hardened concrete".

Siguiendo estas normas o recomendaciones para la realización del ensayo, se pueden encontrar una serie de inconvenientes de orden práctico, que pueden originar graves trastornos en relación con la operatividad del propio ensayo. En resumen, los principales puntos que hay que considerar son los siguientes:

- Si el hormigón posee una humedad interna considerable, puede impedir la visualización adecuada de la mancha producida por el agua penetrada, por lo que la cuantificación de resultados en forma de profundidades de penetración puede ser imposible, especialmente si se consideran las precisiones exigidas por la norma.

- La superficie de rotura que se produce al realizar el ensayo de tracción indirecta por el método brasileño no es en ningún caso plana, debido a la heterogeneidad propia del hormigón, por lo que puede dificultarse notablemente la obtención de medidas sobre la probeta.

Para solucionar dichos inconvenientes de orden práctico a la hora de realizar el ensayo, se han estudiado las siguientes soluciones:

–Posible utilización de colorantes disueltos en el agua que penetra en el hormigón durante los ensayos.

–Estudio sobre la necesidad de un período de secado previo al ensayo, y condiciones en que se debe realizar.

–Utilización de métodos fotográficos, para facilitar la obtención de resultados, y hacer operativo el método de ensayo.

### *2.3.1. Estudio de la influencia de la utilización de colorantes*

Durante una primera fase inicial del trabajo con este método de ensayo, se intentó evaluar la validez del mismo, así como su operatividad. Para ello se llevaron a cabo algunas pruebas preliminares con dos tipos de hormigón, cuyas dosificaciones hacían prever dos tipos de comportamiento distinto, uno de naturaleza poco permeable gracias a una reducida relación agua/cemento, y otro de elevada permeabilidad con dicha relación próxima a la unidad.

El objetivo fundamental de esta primera fase, como ya se ha indicado, era la determinación de los posibles inconvenientes que pudieran surgir al realizar el ensayo. Se realizaron con este objeto los siguientes ensayos:

- Tres ensayos sobre probetas cilíndricas de hormigón impermeable.

- Tres ensayos sobre probetas cilíndricas de hormigón permeable.

Considerando que este ensayo está especialmente indicado para hormigones poco permeables, inicialmente se intentó ensayar probetas de hormigones cuya dosificación hacía suponer un alto grado de impermeabilidad.

Por ello, los primeros ensayos se llevaron a cabo sobre probetas cilíndricas de  $\phi 15 \times 30$  cm, sometidas a escalones de presión de 3 y 7 bar. Estos escalones no cumplían las indicaciones de las normas, pero fueron adoptados por considerar que el objetivo de las pruebas no era la obtención de datos sobre el hormigón, sino la evaluación del método operativo del ensayo. Así mismo, dichos escalones no fueron mantenidos durante 24 horas, sino que se aplicaron durante períodos sensiblemente inferiores (alrededor de las 2,5 horas).

Una vez aplicadas las presiones durante los períodos indicados, se procedió a la rotura de las probetas mediante el método brasileño de ensayo de tracción indirecta. Al observar las superficies de rotura, se obtuvo que el frente de penetración no podía ser delimitado con nitidez, debido a la falta de contraste suficiente entre la zona saturada por el agua penetrada durante el ensayo y el resto

del hormigón que contenía un elevado grado de humedad interna.

Con objeto de confirmar esta circunstancia, se procedió a realizar otra serie de ensayos sobre probetas del mismo hormigón, presentándose el mismo inconveniente a la hora de evaluar el frente de penetración.

Hay que hacer notar que estas probetas de hormigón poco permeable habían sido conservadas en un ambiente con humedades relativas que oscilaban alrededor del 90 por 100, por lo que se confirmaba en principio la influencia de la humedad interna del hormigón en la definición clara del frente de penetración, especialmente si se considera que al tratarse de hormigón poco poroso, se facilitaba la conservación de dicha humedad interna al ser más difícil el intercambio de agua entre el hormigón y la atmósfera, a través de las caras de la probeta. Debido a lo anterior, y considerando que las probetas de hormigón permeable habían sido conservadas en un ambiente con humedad relativa muy inferior (alrededor de un 50 por 100), se decidió efectuar otra serie de ensayos con probetas de dicho hormigón, a pesar de que el método no está específicamente indicado para este tipo de hormigones. Además, si se tiene en cuenta que los tiempos durante los cuales se aplicaban las presiones eran bastante inferiores a los marcados por la norma, parecía que la mayor porosidad de estos hormigones podría ser compensada, en principio, por dicha reducción de tiempos, de forma que en ningún caso se produjera flujo de agua a través de la probeta, lo que haría inútil la prueba.

En consecuencia, se ensayaron tres probetas cilíndricas de hormigón permeable, con escalones de presión similares a los antes indicados. Una vez realizado el ensayo y rota la probeta, se pudo observar con gran nitidez el frente de penetración. El hormigón presentaba una humedad interna claramente inferior a las del conjunto de probetas anteriormente ensayadas.

Ante estos resultados, se pensó en dos posibles soluciones para poder definir claramente el frente de penetración, independientemente del ambiente donde se haya realizado la conservación del hormigón:

- Utilizar un colorante disuelto en el agua durante el ensayo, de forma que mejorara la definición del frente de penetración.

- Proceder a un secado previo de la probeta que va a ser ensayada, con objeto de disminuir su humedad interna.

A continuación, se va a hacer referencia a las alternativas estudiadas en relación con la primera de las soluciones consideradas.

El hecho de introducir un colorante disuelto en el agua utilizada durante el ensayo, aparecía desde el primer momento como un factor distorsionante del propio ensayo, que podía alterar los resultados

del mismo y malograr, en consecuencia, el cumplimiento de sus objetivos. No obstante, al consultar la bibliografía existente, se encontraron algunas referencias sobre aplicación de productos colorantes para facilitar la definición del frente de penetración, por lo que se estimó conveniente comprobar algunos de estos productos, y evaluar su influencia sobre los resultados del ensayo, con el fin de aclarar, si ello fuera posible, los errores introducidos mediante la utilización de estos procedimientos.

Con este fin, se procedió a la selección de algunos productos que pudieran ser útiles para esta aplicación. Los criterios seguidos para dicha selección fueron los siguientes:

- El colorante no podía alterar sustancialmente ninguna de las propiedades intrínsecas del hormigón, especialmente aquellas relacionadas con su estructura interna.

- Deberían estar avalados por la bibliografía o por su aplicación, con fines análogos, en otros campos de la ciencia.

De dicho proceso de selección, surgió la siguiente relación de productos:

- Colorante utilizado en Medicina y Farmacia para obtener tinciones de elementos orgánicos.

- Azul de metileno.
- Fucsina diamante.
- Rodamina.

Es importante hacer notar que todas las pruebas se realizaron con probetas del hormigón más permeable con objeto de que se pudieran distinguir claramente las zonas hasta las que había penetrado el agua, y hasta donde lo había hecho el colorante empleado.

A continuación, se hace una valoración de la experiencia obtenida con cada uno de los anteriores productos:

#### COLORANTE COMERCIAL PARA TINCIONES ORGÁNICAS:

Se utilizó en este caso un colorante comercial de amplia utilización en Medicina y Farmacia para la obtención de tinciones orgánicas, con aplicación en análisis, contrastes, etc.

Se trata de un colorante líquido que se disolvió en el agua del circuito hidráulico del equipo de ensayo. Se observó que al romper la probeta, no penetraba más que en algunas zonas superficiales, no acompañando por lo tanto el colorante al frente de penetración, en ningún caso. Se desestimó en consecuencia el procedimiento, ante la sospecha de que las partículas del colorante estuvieran obturando los poros del hormigón, alterando en consecuencia el desarrollo del ensayo.

#### AZUL DE METILENO

En esta ocasión se recurrió al azul de metileno, por tratarse de un producto de gran intensidad en su coloración, lo que podría permitir reducir las concentraciones hasta valores mínimos, con lo que se intenta disminuir su efecto en la alteración de la estructura porosa del hormigón.

Al romper la probeta, una vez efectuado el ensayo, se pudo comprobar que el colorante había penetrado en el hormigón de forma notable, pero tampoco en este caso el frente de coloración había acompañado al de penetración, por lo que también se desestimó el procedimiento. Foto 4.

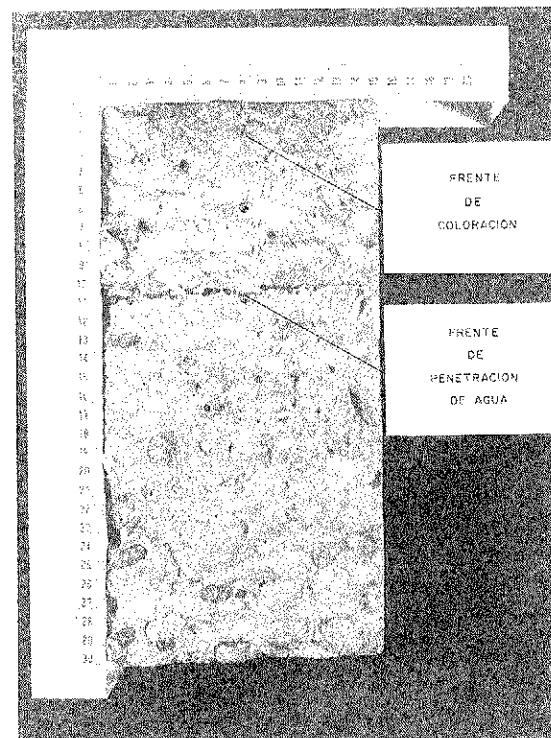


Foto 4. Utilización de colorantes. No coincidencia entre los frentes de penetración de agua y de coloración.

NOTA: Por ser la fotografía en blanco y negro, no es posible apreciar con gran nitidez la diferencia de coloración que se presenta entre el hormigón (gris) y las zonas alcanzadas por el colorante (azul turquesa).

#### FUCSINA DIAMANTE:

Este producto estaba siendo empleado en algún trabajo orientado también a la permeabilidad del hormigón en otros centros de investigación, siendo efectivo su empleo según los responsables de dichos trabajos. Esta circunstancia, aconsejó el considerar dicho colorante.

El resultado de las pruebas fue análogo al obtenido con el azul de metileno, por lo que asimismo fue descartado dicho producto.

#### RODAMINA:

El empleo de este producto era sugerente desde el punto de vista de la vistosidad del procedimiento. Estaba avalado por su utilización en algún centro de investigación europeo con fines similares a los perseguidos en este trabajo, por lo que se intentó desarrollarlo.

La rodamina es un producto con propiedades fluorescentes al incidir sobre el la luz ultravioleta. Esto hacía presumir que, con concentraciones muy bajas de rodamina disuelta en el agua utilizada para realizar el ensayo, se podría distinguir aceptablemente el frente de penetración cuando un haz de luz ultravioleta incidiera sobre la probeta.

Una vez realizada la prueba, y montado el dispositivo adecuado para hacer factible el empleo de luz ultravioleta incidente sobre la probeta, se obtuvo como resultado un comportamiento análogo a los de los productos anteriormente señalados. El desfase entre el frente real de penetración y la zona coloreada era notable, aunque menor que en los casos anteriores.

Con objeto de comprobar schematicamente el supuesto comportamiento de los colorantes como alteradores de la estructura interna de poros del hormigón, se procedió a realizar un estudio por Microscopía Electrónica de las zonas límites hasta donde había penetrado el colorante. Se observó claramente que, en la zona que estaba impregnada por la rodamina, se habían depositado cristales en la superficie del hormigón, llegando en algunos casos a disminuir notabilmente la sección de los poros por los que había penetrado el agua. Este comportamiento podía llegar a provocar un efecto de filtro en los poros, gracias al cual los cristales de rodamina depositados en las paredes de los mismos, podían evitar el paso del resto de las partículas disueltas en el agua penetrada, por lo que, a partir de un determinado momento, tan sólo penetraba por los poros el agua, no siendo posible que lo hiciera a su vez la rodamina, lo que explica el desfase resultante entre la penetración de agua y rodamina.

#### 2.3.2. Necesidad de un período previo de secado

Ante los resultados obtenidos en las pruebas realizadas para evaluar el empleo de productos colorantes, se decidió estudiar un método de secado previo a la iniciación del ensayo previamente dicho, con el fin de eliminar, en el grado que fuera posible, la humedad interna del hormigón ya que éste era el factor que provocaba el deficiente contraste entre la zona saturada por el agua penetrada y el resto del hormigón.

Esta consideración llevaba consigo el problema de evaluar en qué condiciones debería llevar-

se a cabo dicho proceso de secado de forma que, en ningún caso, se alterara la estructura interna del hormigón. Sobre este punto, algunos autores proponen en su bibliografía valores de temperatura que no superen los 105°C. No obstante, para este trabajo se ha considerado que a partir de temperaturas del orden de 70°C se puede provocar la pérdida del agua del gel de cemento lo que, evidentemente, repercute notablemente en la estructura del hormigón.

Como consecuencia de lo anteriormente expuesto, se eligió un proceso de secado a una temperatura de 50°C durante un período de 24 horas previo al montaje del ensayo. Estos valores alejaban considerablemente el posible peligro de alteración de la estructura del hormigón, por lo que se decidió efectuar algunos ensayos de prueba con este procedimiento, sobre probetas de hormigón poco permeable. El resultado de dichas pruebas fue satisfactorio, obteniéndose una gran nitidez en la estimación del frente de penetración, que en este caso era claramente diferenciable respecto del resto del hormigón, por lo que se adoptó dicho procedimiento previo de secado como método válido para la resolución del problema planteado.

#### 2.3.3. Utilización de métodos fotográficos para la obtención de resultados

El segundo de los inconvenientes de carácter operativo que se plantearon al realizar el ensayo, fue la dificultad para efectuar las medidas del frente de penetración, una vez rota la probeta mediante el ensayo de tracción indirecta según el método brasileño.

El hormigón es material de naturaleza claramente heterogénea, por lo que las superficies de rotura no son, en ningún caso, planas. Se presentan notables irregularidades que dificultan la obtención de medidas directamente sobre la probeta.

Esta circunstancia aconsejó el diseño de un soporte metálico en forma de ángulo, con sus correspondientes escalas, que permitiera la obtención de fotografías del conjunto probeta-soporte, de forma que se pudiera trabajar sobre las mismas. Foto 5.

En la foto 6, se puede apreciar un ejemplo de los resultados obtenidos con dicho método, comprendiéndose fácilmente la mayor comodidad y exactitud del mismo. Hay que destacar la necesidad de que se establezcan unos valores fijos en relación a las variables que pueden afectar a la escala de dichas fotografías, con objeto de que todas ellas se realicen en las mismas condiciones y que, en consecuencia, puedan ser comparables a la misma escala.

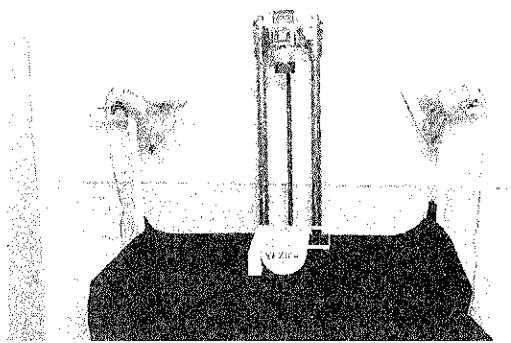


Foto 5. Dispositivo para la obtención de fotografías que permiten el tratamiento adecuado de los resultados.

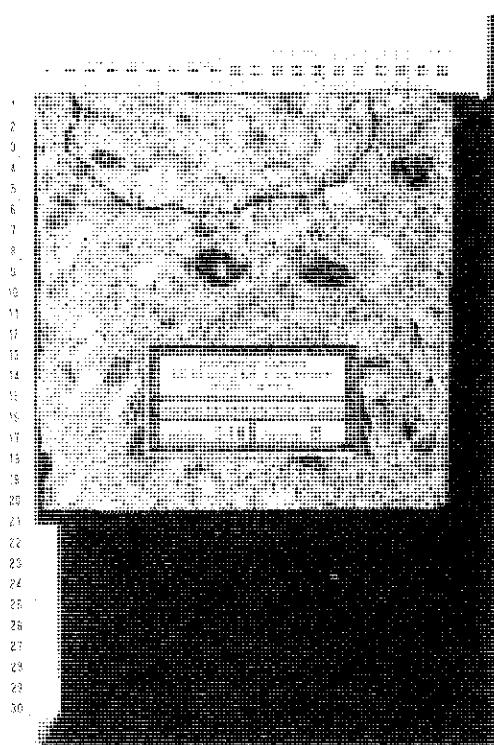


Foto 6. Ejemplo de frente de penetración obtenido durante el plan de ensayos.

### 3. EXPRESION DE LOS RESULTADOS: PROFUNDIDADES MAXIMA Y MEDIA DE PENETRACION

Las normas existentes que hacen referencia a este método de ensayo, consideran dos tipos de profundidades de penetración a la hora de expresar los resultados. Concretamente, la Norma ISO/DIS 7031:1983, en su apartado séptimo hace referencia a las profundidades de penetración máxima y media. La profundidad máxima de penetración está perfectamente definida como

aquella que corresponde al punto del frente de penetración de agua que, una vez finalizado el ensayo, se encuentra más alejado de la superficie de aplicación de la presión de agua. (Fig. 1). No ocurre lo mismo con el concepto de profundidad de penetración media, el cual no está definido en ninguna de las normas existentes, aun cuando en éstas se hace mención de la misma.

Este hecho puede originar ciertos problemas en la interpretación de los resultados a la hora de que se cumplan las limitaciones que se pretende exigir al hormigón ensayado. Por ello, en el estudio desarrollado por el LCEM, se consideró necesario definir previamente qué criterio se iba a seguir para fijar la profundidad de penetración media. Con este objeto, se definió como "profundidad media" a la profundidad que alcanzaría el frente de penetración si éste permaneciera, en todo momento, paralelo a la superficie de aplicación de la presión, de forma que el área de penetración fuera la misma que la resultante del ensayo. Fig. 1.

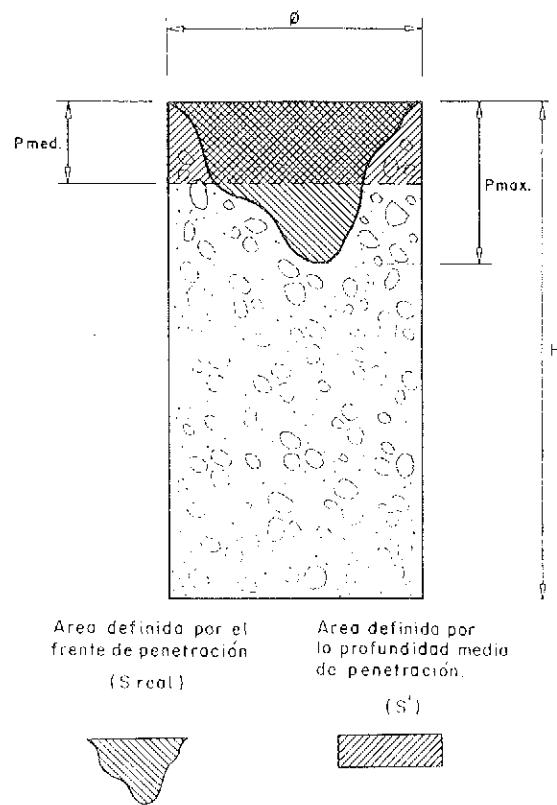


Fig. 1. Profundidades máxima y media de penetración.

Se deberá cumplir que, si llamamos "Sreal" al área de la superficie encerrada por el frente de penetración y la superficie de la probeta donde ha sido aplicada la presión; y denominamos  $S'$  al área

de la superficie originada por la profundidad media, dichas áreas serán iguales. Esto es:

$$S_{real} = S'$$

Resultando:

$$P_{med} = \frac{\int_0^{\phi} F(x) \cdot dx}{\phi} \quad [1]$$

donde:

$P_{med}$ : profundidad de penetración media.  
 $F(x)$ : función que define el frente de penetración.  
 $\phi$ : diámetro (o en su caso, arista) de la probeta.

En la práctica, la definición del frente de penetración de agua mediante una función, presenta notables dificultades, por lo que será necesario recurrir a una discretización de la misma según un número "suficiente" de intervalos de la variable "x". Fig. 2.

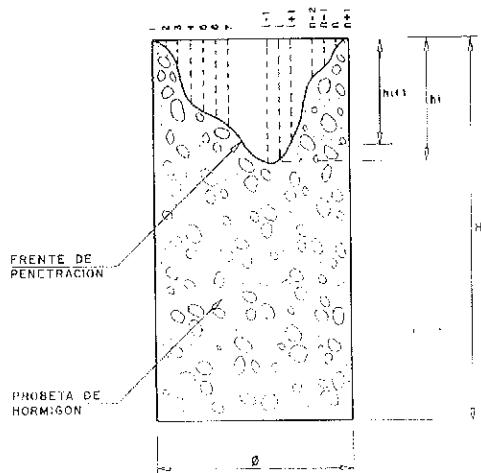


Fig. 2. Discretización del frente de penetración.

Si se considera una discretización de la sección en "n" intervalos, la expresión [1] quedará de la siguiente forma:

$$P_{med} = \frac{\sum_{i=1}^n [(x_{i+1} - x_i)(h_i + h_{i+1})/2]}{\phi} \quad [2]$$

El necesario tratamiento de los resultados obliga, por lo tanto, a efectuar una discretización de la curva definida por el frente de penetración. Pero, para ello, será necesario definir previamente una serie de parámetros tales como los rangos de los intervalos, los extremos de los mismos, etc.

Se estimó que considerar 2 ó 4 intervalos introducía errores notables que, en valor absoluto, superaban la precisión de 5 mm exigida por la Norma ISO/DIS 7031. Por el contrario, y para una probeta de  $\phi 15 \times 30$  cm, en el caso de considerar seis intervalos de 25 mm de rango, los errores obtenidos por este método fueron los indicados en la Tabla 1.

TABLA 1

Probeta	Penetración media (mm)		Error (mm)
	Estimada	Real	
1	38,8	37,5	1,3
2	40,8	41,6	-0,8
3	31,4	31,2	0,2
4	29,0	29,7	-0,7
5	40,3	40,6	-0,3
6	40,8	41,8	-1,0
7	21,5	20,5	1,0
8	17,2	15,2	2,0
9	23,3	21,3	2,0
10	58,3	56,0	2,3
11	62,4	59,5	2,9
12	66,4	64,2	2,2

Se observa que los errores obtenidos son claramente inferiores a la precisión exigida de 5 mm, por lo que se adoptó este procedimiento de discretización mediante seis intervalos de 25 mm de rango.

#### 4. PLAN DE ENSAYOS: RESULTADOS EXPERIMENTALES

Una vez definidos los criterios que había que seguir en el tratamiento de los resultados, se procedió a la realización de un Plan de ensayos, con objeto de estudiar la influencia que ejercen, sobre la penetración de agua, algunos de los parámetros fundamentales que intervienen en la dosificación de un hormigón. Así mismo, se pretendía estudiar la posible relación existente entre la resistencia a compresión y la penetración de agua.

Los primeros resultados obtenidos muestran un alto grado de sensibilidad de este método de ensayo, respecto a la influencia de la relación agua/cemento. Se ensayaron cuatro dosificaciones con distinta relación agua/cemento (0,40 - 0,53 - 0,60 - 0,70). En la tabla 2 se presentan el resto de los parámetros que permanecieron constantes para dichas dosificaciones.

TABLA 2

Cantidad de cemento: 300 kg/m <sup>3</sup>
Tipo de cemento: P-450-ARI
Tamaño máximo del árido: 20 mm
Granulometría: Segundo Parábola de Fuller

Los resultados medios obtenidos para cada una de estas dosificaciones fueron los siguientes:

TABLA 3

A/C	P <sub>max</sub> (mm)	P <sub>med</sub> (mm)
0,40	36,0	20,7
0,53	47,7	37,0
0,60	104,3	95,2
0,70	149,7	142,0

Se observa un comportamiento claramente exponencial, aumentando rápidamente las profundidades de penetración para valores de la relación agua/cemento superiores a 0,53. Las curvas de aproximación obtenidas fueron:

$$P_{\text{max}} = 4,319 \cdot e^{5,046 \cdot A/C}$$

$$P_{\text{med}} = 1,290 \cdot e^{6,786 \cdot A/C}$$

obteniéndose para cada una de ellas unos coeficientes de correlación de 0,958 y 0,974 respectivamente. Figuras 3 y 4.

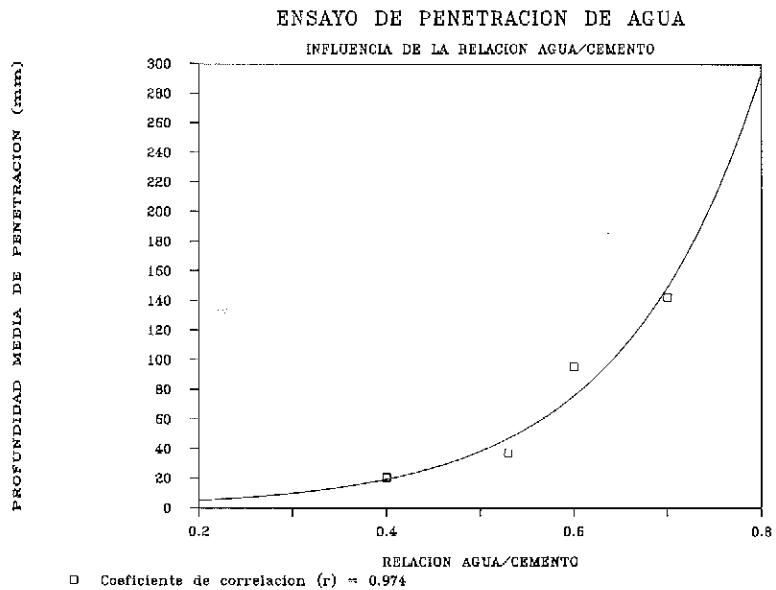


Fig. 3.

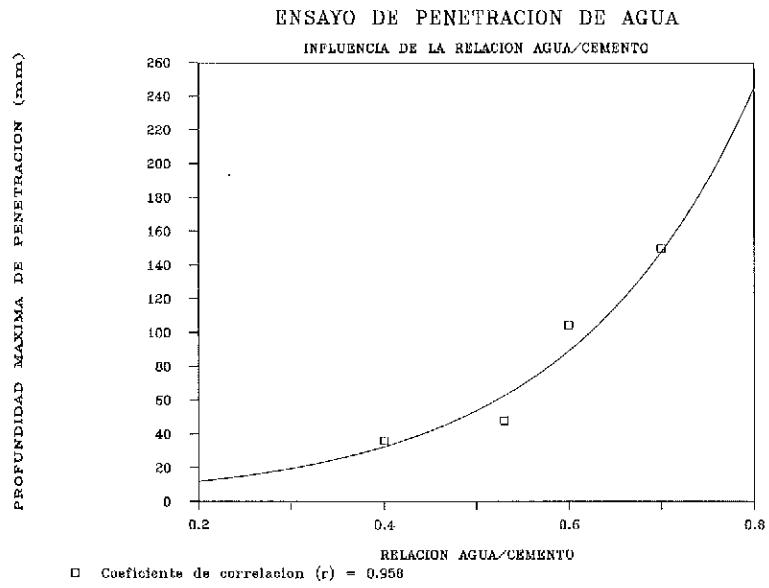


Fig. 4.

## 5. PROYECTO DE NORMA ENV-206: ESPECIFICACIONES PARA EL ENSAYO DE PROFUNDIDAD DE PENETRACIÓN

El actual proyecto de norma ENV-206 "Concrete Performance, Production, Placing and Compliance Criteria", con fecha de Abril de 1988, contiene en su apartado 6.2.2. ("Durability requirements related to environmental conditions") una tabla, la número 3, donde se indican las especificaciones que debe cumplir el hormigón para que posea una adecuada durabilidad en relación con el tipo de exposición ambiental. En dicha tabla, se introduce como requisito la consecución de un hormigón "impermeable", para siete de los nueve tipos de exposición considerados en el mencionado proyecto de Norma. Concretamente, se indica como necesaria esta característica del hormigón para los siguientes ambientes:

- Ambiente húmedo con helada.
- Ambiente húmedo con helada y sales de deshielo.
- Ambiente marino (con o sin helada).
- Ambiente químicamente agresivo.

Para estimar la impermeabilidad de un hormigón se remite, en dicha Tabla 3, al apartado 7.3.1.5 ("Resistance to water penetration"), cuyo contenido es el siguiente:

"La dosificación será considerada adecuada para un hormigón impermeable al agua, si la resistencia a la penetración de agua se ensaya de acuerdo con la Norma ISO 7031, obteniéndose valores para la penetración máxima inferiores a los 50 mm y para la penetración media inferiores a los 20 mm. La relación agua/cemento no superará el valor de 0,55".

A la vista de estas especificaciones y de los resultados obtenidos durante el Plan de ensayos desarrollado, se observa que la limitación indicada para la profundidad de penetración máxima se cumple para los hormigones ensayados de relaciones agua/cemento 0,40 y 0,53, y parece adecuada; pero la especificación para la profundidad media, parece excesivamente restrictiva, a la luz de los resultados obtenidos.

## 6. AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren expresar su agradecimiento a la Dirección General de Carreteras del M.O.P.U. que ha hecho posible, con su financiación, la realización de este trabajo.

## RESUMEN

La permeabilidad del hormigón es una de las características del mismo que mejor puede ser utilizada para evaluar su durabilidad. Con este objeto, se ha llevado a cabo un estudio en el Laboratorio Central de Estructuras y Materiales del CEDEX, con objeto de poner a punto diversas técnicas existentes para el control de la permeabilidad del hormigón. En el mismo, se incluyó la utilización del método conocido como "de penetración de agua". En el presente artículo, se describe el mencionado método, así como se resume el proceso seguido para la puesta a punto del mismo, con objeto de solventar algunos problemas de carácter operativo que se planteaban al desarrollarlo en la práctica. Así mismo, se incluyen algunos de los primeros resultados obtenidos durante el estudio y se comentan las especificaciones que, para este método se recogen en el proyecto de norma ENV-206.

## SUMMARY

Permeability is one of the concrete characteristics that could better be used to evaluate concrete durability. With this aim a study has been carried out in the Laboratorio Central de Estructuras y Materiales (CEDEX) in order to set up several techniques to control concrete permeability. Within this study the use of a method known as "water penetration" was included.

The mentioned method is described in this paper, as well as the process followed to set it up in order to solve some operational problems arised from its practical development. Some of the first results obtained during the study are also included, as well as some comments to the specifications which are included in the project of standard ENV-206.

# Los cables de materiales compuestos aplicados a la construcción de puentes de hormigón pretensado

Celso Iglesias  
Ingeniero de Caminos  
Máster especializado en estructuras  
y puentes por la Ecole National des  
Ponts et Chaussées

## 1. INTRODUCCION

Se denomina material compuesto o simplemente "composite", aquél formado por un material de base al que se añade uno de refuerzo en forma de partículas dispersas o fibras alineadas según la dirección de la tensión, siendo este último más resistente que el primero (1).

El material de base suele ser de límite elástico bajo, proporcionando una gran tenacidad y sirviendo de soporte al refuerzo, que posee un límite elástico elevado y es el responsable de la gran resistencia obtenible con estos materiales.

El problema se plantea a la hora de predecir la curva de tensiones-deformaciones knowing las respectivas de ambos elementos constituyentes.

## 2. PREDICCIÓN DE LA CURVA TENSION-DEFORMACION

### 2.1. Deformación uniforme

Si la deformación es la misma en ambos materiales, la tensión se reparte de forma proporcional al porcentaje en volumen de cada material.

$$\sigma = \sigma_1 f_1 + \sigma_2 f_2 \text{ (caso A, Fig. I)}$$

$f_i$  es la fracción volumétrica de cada material.

### 2.2. Tensión uniforme

Análogamente se tiene

$$\epsilon = \epsilon_1 f_1 + \epsilon_2 f_2 \text{ (caso B, Fig. I)}$$

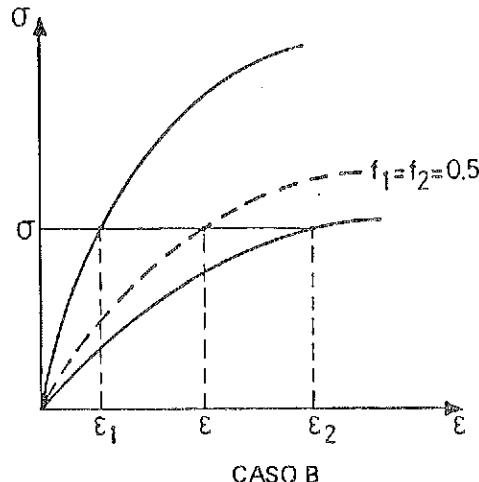
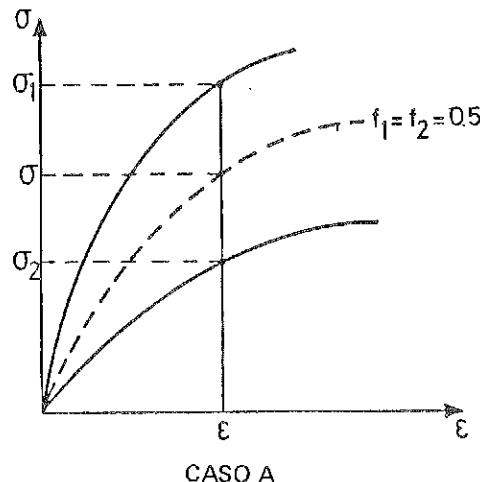


Fig. I.

### 2.3. Curva real

En la realidad, el comportamiento resulta ser intermedio entre los dos casos anteriores (véase Fig. II).

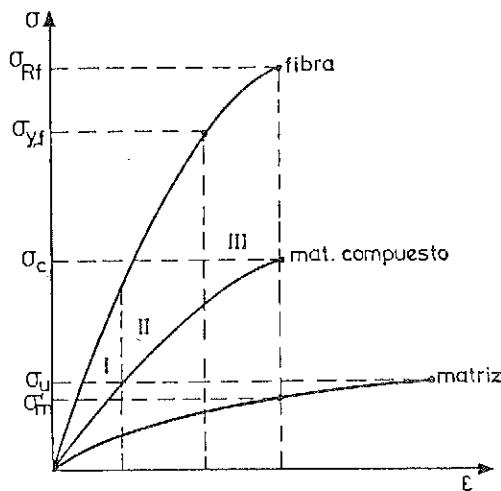


Fig. II.

## 3. TIPOS DE MATERIALES COMPUESTOS EXISTENTES EN EL MERCADO ALEMÁN, FRANCES E INGLES

### 3.1. Fibras de vidrio

Los materiales compuestos a base de fibras de vidrio han sido, históricamente, los primeros en ser utilizados de forma comercial. Actualmente, en Francia se fabrica el tipo E (con un módulo de elasticidad de 55.000 MPa) y el tipo R (65.000-70.000 MPa).

Su presentación es siempre con resinas a base de poliésteres o viniloésteres, más epoxi. Estos últimos ofrecen mayor durabilidad frente a la humedad.

En Alemania se fabrica bajo el nombre de Polystal, por la empresa alemana Bayer, conteniendo de 60.000-70.000 fibras de vidrio tipo E, paralelas, embebidas en la resina y presentando el conjunto en forma de barras  $\phi 7,5$  con un estriado anular concentrado que ejerce un efecto de zunchado de las fibras y ayuda a respetar la tolerancia. La técnica de obtención se basa en el procedimiento industrial de la pultrusión.

Los franceses cifran el adelanto tecnológico de sus vecinos alemanes en, aproximadamente, unos diez años. En Francia, la empresa Saint-Gobain comercializa este tipo de material compuesto, bajo el nombre de Vetrotex, no presentando por el momento el mismo nivel de calidad que el Polystal alemán. Otra empresa francesa, Coussin, está acercándose, por su parte, a los

niveles de calidad de los alemanes, sin haberlo conseguido todavía.

### 3.2. Fibras de arámidos

Se trata de fibras sintéticas y en el mercado se encuentran bajo dos denominaciones comerciales diferentes, a saber:

#### • Kevlar (marca registrada)

Con módulos de elasticidad de 110.000-120.000 MPa. Fabricado en Francia por Dupont de Nemours y en Inglaterra por ICI (empresa equivalente de la Bayer alemana en el Reino Unido) con el nombre comercial de Parafil. En Francia se encuentra el Kevlar 29 y el Kevlar 49 (de mejores rendimientos mecánicos) siendo su forma de presentación en forma de cintas (Kevlar + resinas) y cilindros.

#### • Twaron (marca registrada)

Se trata de una fibra aramídica, un producto de Aramide Maatschappij Vof. una "joint venture" de Enka BV (Alemania) y N.V. Noor Delije Ontwikkelingsmaatschappij (Holanda).

### 3.3. Fibras de carbono

Presentan módulos de elasticidad próximos a los del acero, es decir, 210.000 MPa, en función del tipo de carbono utilizado. No obstante, por el momento, tienen precios prohibitivos para su comercialización.

\* \* \*

En Inglaterra y Suiza, actualmente se están estudiando aplicaciones de estos materiales compuestos, a elementos estructurales y, en Alemania, se utilizan ya en la práctica con el nombre de Polystal.

En Francia se prevé el comienzo de su utilización para dentro de tres o cuatro años, como fruto previsible de las investigaciones que se están llevando a cabo en el Laboratoire Central des Ponts et Chaussees (LCPC) y en el Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (INSA), donde hay actualmente en curso varias tesis sobre el tema.

Las curvas tensión-deformación para diversos materiales compuestos, se indican en la figura III.

## 4. APPLICACIONES A LA CONSTRUCCION DE PUENTES DE HORMIGON PRETENSADO. REALIZACIONES ALEMANAS CON FIBRA DE VIDRIO POLYSTAL

En julio de 1986 se produce, en la ciudad alemana de Düsseldorf, el excepcional acontecimiento

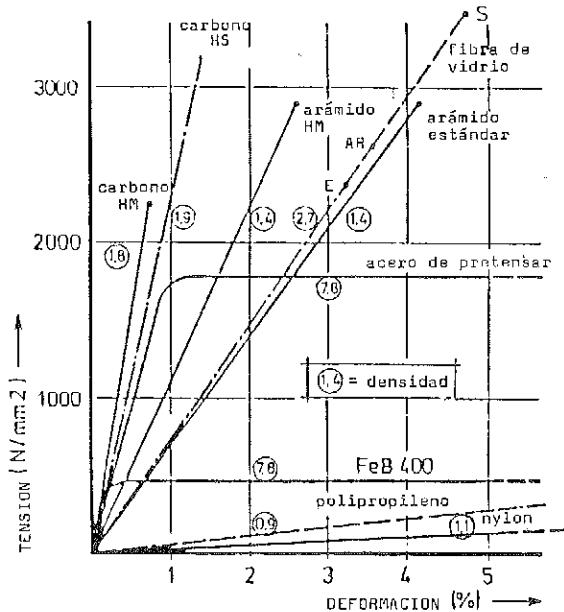


Fig. III.

to de la inauguración del primer puente de carretera (Ulemburg Strasse Brücke), de 50 metros de longitud y dos vanos de una veintena de metros, pretensado mediante barras de fibras de vidrio de alta resistencia. Todo ello fue el fruto de un proyecto de investigación comenzado en 1978.

Sobre esta idea habían trabajado muchos ingenieros en USA y en la URSS sin llegar a encontrar las armaduras en fibra de vidrio adecuadas, ni los anclajes con capacidad de carga suficiente para éstas.

Los ensayos iniciales de REHM fueron concluyentes en cuanto a la imposibilidad de utilizar, como armaduras pasivas, la fibra de vidrio en piezas de hormigón, debido a su bajo módulo de elasticidad. Sin embargo, fueron sorprendentes los resultados que obtuvo al utilizar tales fibras como armaduras pretensadas; y, en consecuencia, propuso un estudio más amplio sobre el tema.

Este estudio fue abordado en un proyecto conjunto en el que intervinieron los siguientes organismos:

- Las empresas Bayer y Strabag (ambas con actividades de empresa constructora a nivel internacional) que formaron una "joint venture" para el desarrollo del pretensado mediante fibra de vidrio.

- Investigadores universitarios de las universidades técnicas de Braunschweig y Stuttgart.

- El Ministerio de Investigación y Tecnología alemán (BMFT), que aportó una fuerte subvención económica.

La dificultad de la investigación residía en conseguir una perfecta cooperación entre:

- La investigación de base.
- El desarrollo del sistema de pretensado.
- La tecnología aplicada.

El objetivo de este proyecto de investigación puede resumirse en los dos aspectos siguientes, que fueron vitales para su éxito:

1º. Desarrollo de un sistema industrial de fabricación de armaduras de alta resistencia a tracción, a partir de fibras de vidrio y resinas termoendurecibles, que permitiese que esta alta resistencia fuese utilizada plenamente a lo largo de la vida útil de la estructura.

2º. Desarrollo de anclajes apropiados para obtener, en servicio, todo el provecho de la resistencia de las fibras de vidrio.

Como experiencias previas a la construcción de este puente, contaban los alemanes con la de construcción, en 1980, de una pequeña pasarela para peatones, en Düsseldorf, y un pequeño puente, de 15 metros de luz, también en 1980 (Strabag + Bayer), por el que pasan camiones de 15-20 toneladas. En él situaron varios tipos de anclajes, con objeto de observar su evolución posterior. Teniendo en cuenta que la consecución de anclajes adecuados era una de las dificultades mayores del proyecto, estas experiencias permanecieron en el más absoluto secreto.

En 1986 se construyó el puente ya citado de la Ulemburg Str., con armaduras de pretensado del tipo denominado "inteligente" (fibra de vidrio + fibra óptica interior) y en el que se previeron emplazamientos para tendones de pretensado clásicos, de acero, para el caso de ser necesario un eventual refuerzo de la estructura.

Finalmente, en el año 1988 y también en Alemania se inició la construcción de un tercer puente, con tendones pretensados de fibra de vidrio.

Antes de la construcción del puente de Ulemburg Str., se redactó un informe confidencial, gracias al cual se obtuvo la autorización administrativa para su ejecución. Este informe consta de las partes siguientes:

1º. "La estabilidad y durabilidad de la estructura" (Profesor König, Frankfurt).

2º. "Las características del material y la adhesión del Polystal, en relación con el pretensado" (Profesor Rehm, Stuttgart).

3º. "Reflexiones sobre la construcción y el anclaje" (Profesor Rostasy, Braunschweig).

Estos documentos no son públicos.

En los tres casos reseñados, el material utilizado para las armaduras de pretensado ha sido el Polystal.

#### 4.1. Componentes del Polystal

El Polystal es un material compuesto, consistente en un 65 por 100, en volumen, de fibras de vidrio unidireccional y un 35 por 100 de resina de poliéster no saturado. Las fibras son del tipo E (de bajo contenido alcalino y vidrio alumínico-bórico-silíctico), con un diámetro de aproximadamente  $25 \times 10^{-3}$  mm.

La resistencia se debe, prácticamente, a las fibras de refuerzo, en tanto que el material de base tiene como funciones:

- Mantener el conjunto de fibras, para impedir toda deformación tangente relativa.
- Proteger las fibras y dar al material compuesto una estabilidad dimensional suficiente, a la temperatura de servicio.

#### 4.2. Propiedades mecánicas del Polystal

Aunque las fibras constituyen un 65 por 100 en volumen frente al 35 por 100 de la resina, esta última soporta sólo el 1,5 por 100 de la carga, aproximadamente.

En un material compuesto ideal, la carga sobre todas las fibras debe ser igual, lo cual sólo es posible si:

- Todas las fibras están orientadas en la dirección de la carga.
- Todas las fibras se reparten uniformemente en sección transversal.
- El índice de huecos de la sección está próximo a cero.

Por ello, se patentó un procedimiento que tenía en cuenta las tres circunstancias anteriores.

Polystal es un material compuesto, anisotrópico, en el que la resistencia y la deformación dependen del ángulo y signo del esfuerzo, respecto al eje longitudinal, y cuyas características esenciales pueden resumirse en las siguientes:

- Gran cantidad de fibras de vidrio (80 por 100 en peso = 65 por 100 en volumen).
- Orientación unidireccional de las fibras.
- Distribución uniforme de las fibras en sección transversal.

Las diferencias más significativas respecto al acero de pretensar son:

- Módulo elástico de 1/4 del del acero.

• La relación tensión-deformación, permanece lineal hasta rotura, sin punto de plastificación o límite elástico propiamente dicho.

#### Resistencia a la tracción

En la figura IV se comparan las curvas tensión-

deformación para un acero de armar, un acero de pretensar y el Polystal. Se observa la falta de deformación plástica o fragilidad que presenta el Polystal, alcanzando deformaciones elásticas para valores que corresponden a deformaciones plásticas para el acero de pretensado, aunque a tensión menor y prácticamente igual a la del límite elástico de este mismo acero.

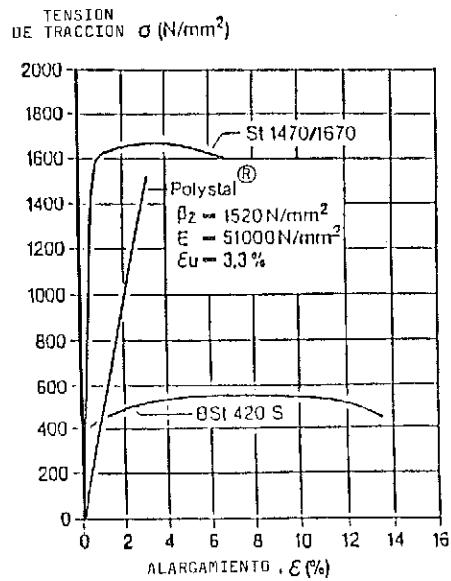


Fig. IV.

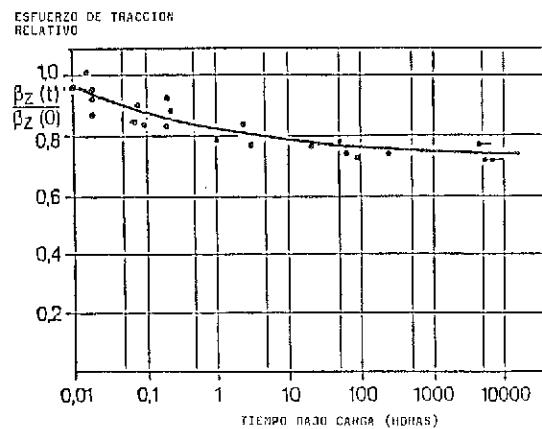


Fig. V.

#### Alargamiento en rotura

Alcanza un 3 por 100 de alargamiento último.

#### Deformaciones diferidas

En la figura V se indica la resistencia del Polystal, en función del tiempo. Del análisis del gráfico

se pueden extraer las conclusiones siguientes:

- Una pequeña pérdida de resistencia debido a efectos de envejecimiento y que se puede evaluar en un 4 por 100.

- Pérdida, a tiempo infinito, de un 25-30 por 100 de la resistencia a tracción, con respecto a los valores iniciales.

La fluencia depende del porcentaje de fibras y puede evaluarse en un 3 por 100 de la deformación elástica inicial, según se refleja en la figura VI.

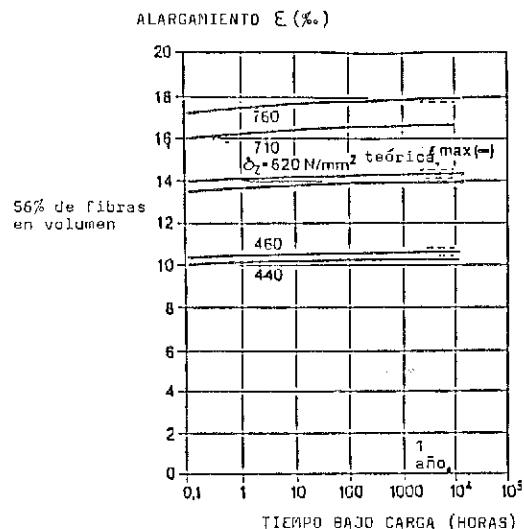


Fig. VI.

### Relajación

Aproximadamente de un 3 por 100.

### Resistencia a la fatiga

Estudios sobre su comportamiento dinámico, muestran que el nivel de tensión que resulta admisible se sitúa en torno a  $34 \text{ N/mm}^2$ , con una tensión de base igual al 80 por 100 de la resistencia a tracción inicial, y  $33 \times 10^6$  ciclos.

### Influencia de la temperatura

Las fibras de vidrio son insensibles a las altas temperaturas; mientras que la resina circundante pierde parte de su resistencia, en torno a los  $100^\circ\text{C}$ . De ahí que en puntos de transmisión de esfuerzos, estáticamente hablando (anclaje), el Polystal deba ser protegido de un excesivo calor.

La figura VII muestra las curvas tensión-defor-mación del Polystal, a 25, 100, 200 y  $300^\circ\text{C}$ .

### Resistencia a la corrosión

Como consecuencia de ensayos acelerados y

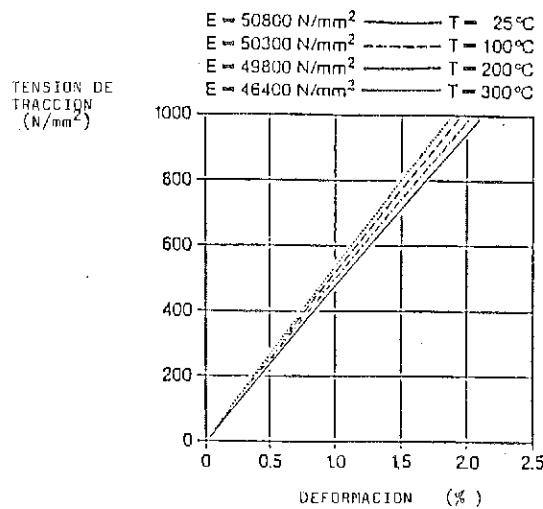
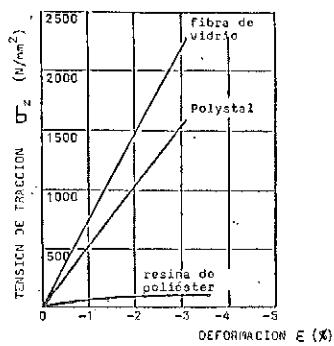


Fig. VII.

otros ensayos realizados con barras de Polystal, se concibió, por parte de los ingenieros de la Bayer + Strabag, un revestimiento a base de poliamida muy densa, para proteger las barras contra ataques químicos, así como contra agresiones mecánicas.

\* \* \*

Como resumen de las características mecánicas del Polystal, en el gráfico y tabla de la figura VIII, se muestran las propiedades de cada uno de sus componentes.



PROPIEDAD	DIMENSIÓN	VALOR
<b>POLYSTAL</b>		
ESFUERZO TRACCIÓN AXIAL $f_{Lz}$	N/mm <sup>2</sup>	~ 1.500
ESFUERZO COMPRÉSION TRANSVER. $f_{H0}$	N/mm <sup>2</sup>	140
TENSIÓN TANGENCIAL $\tau_0$	N/mm <sup>2</sup>	45
MÓDULO DE ELASTICIDAD $E_L$	N/mm <sup>2</sup>	52.000
DEFORMACIÓN DE ROTURA $\epsilon_d$	%	30
COEFICIENTE DE POISSON $\nu$	-	0,20
DENSIDAD $\rho$	kg/dm <sup>3</sup>	2,1
<b>FIBRA DE VIDRIO</b>		
ESFUERZO TRACCIÓN AXIAL $f_z$	N/mm <sup>2</sup>	~ 2.300
MÓDULO DE ELASTICIDAD $E$	N/mm <sup>2</sup>	~ 74.000
DEFORMACIÓN DE ROTURA $\epsilon_d$	%	30
<b>RÉSINA DE POLIESTER</b>		
ESFUERZO TRACCIÓN AXIAL $f_z$	N/mm <sup>2</sup>	75
MÓDULO DE ELASTICIDAD $E$	N/mm <sup>2</sup>	300
DEFORMACIÓN DE ROTURA $\epsilon_d$	%	40

Fig. VIII.

#### 4.3. Anclaje de los tendones

Debido a la influencia negativa de la gran tensión tangencial, la tracción y la presión transversal del hormigón, los anclajes tradicionales para tendones de acero resultan inadecuados.

Un anclaje para fibras de Polystal, tenía que reunir las siguientes características:

- Que permitiese aprovechar plenamente las propiedades de resistencia a tracción de la fibra de vidrio.
- No ser ni más caro ni más grande que los anclajes tradicionales para tendones de acero.
- Facilidad de puesta en obra.

Dos vías de desarrollo se han adoptado en cuanto a los anclajes utilizados en piezas pretensadas con Polystal, tanto para cargas estáticas como dinámicas:

1º. Anclaje de tendones, con zunchado transversal a base de tornillos, tal como se indica en la figura IX.

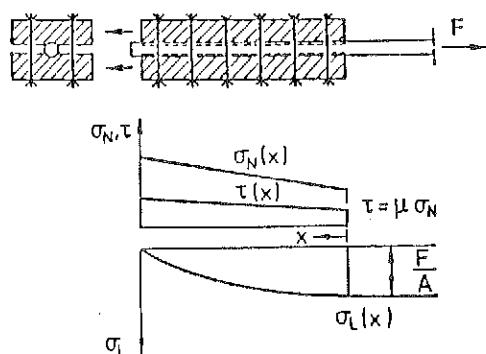


Fig. IX.

2º. Anclajes apoyados contra el hormigón (Fig. X).

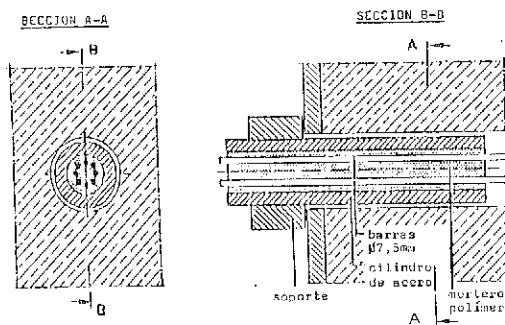


Fig. X.

#### 4.4. Algunas ventajas del Polystal

• Bajo módulo de elasticidad (1/4 del del acero), lo que supone deformaciones en origen 4 veces superiores a las del acero y, sin embargo, unas pérdidas de pretensado 4 veces menores, por retroacción. Las tensiones parásitas, por doblado en los desviadores dentro de la estructura o producidas por el transporte, son a su vez 4 veces menores. Es por tanto un material interesante para pretensar materiales de bajo módulo elástico, en los que no se puede usar el acero, o también materiales que tengan fuertes valores de fluencia.

• Densidad de 2 g/cm<sup>3</sup> (1/4 de la del acero) lo que ofrece ventajas adicionales de transporte y puesta en obra. Así mismo, ofrece la posibilidad de ser bobinado, lo que permite, en principio, no tener limitaciones de longitud en los cables.

• Debido también al bajo valor de E, se alcanzan valores de ε muy grandes, lo que previene, a través de deformaciones amplias, contra cualquier error de concepción en la estructura. (Fig. XI).

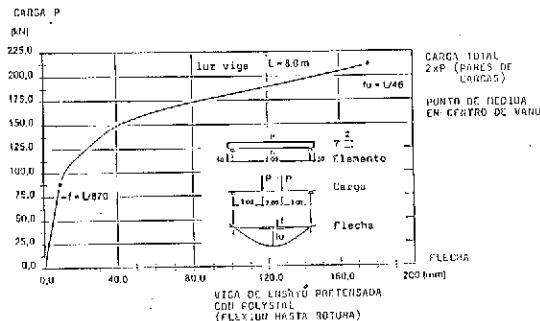


Fig. XI. Viga de ensayo pretensada con Polystal (Flexión última).

• Su neutralidad electromagnética le ha permitido ser utilizado con éxito en el pretensado de una antena (problemas de interferencias de masas metálicas) de gran altura, en Alemania.

• Pequeño coeficiente de dilatación que lo hace adecuado para el pretensado de cables de telecomunicaciones de fibra óptica.

#### 4.5. Características generales del puente de Ulemborg Strasse (1986)

Luces: L1: L2 = 21,30: 25,60 (Fig. XII).

Anchura del tablero: 15 m.

Canto de tablero, constante: 1,44 in.

Gálibo: 4,75 m.

Tipo de carga (DIN 1972): 60/30 t.

Grado de pretensado: Clase III (parcial).

Utilización del material compuesto: Pretensado, con inyección posterior.

Radio de curvatura de las armaduras: R 32,00 m.

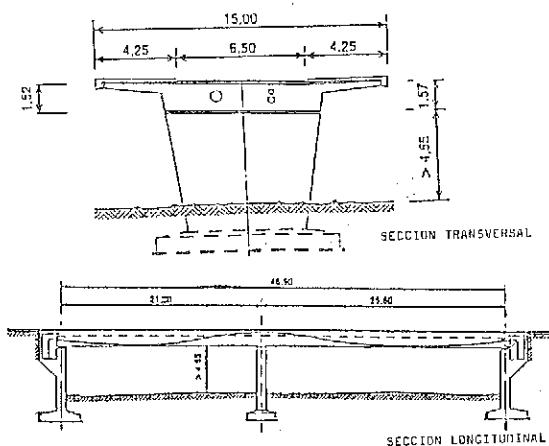


Fig. XII.

Se incorporaron además captadores, fabricados por integración de fibras ópticas en el Polystal (lo que se llama el Pretensado "inteligente"), que permitirán detectar los estados tensionales en cualquier punto de la estructura.

## 5. SITUACION ACTUAL EN FRANCIA E INGLATERRA

La empresa inglesa ICI propuso, como una de las soluciones al paso del canal de la Mancha, la construcción de un puente atirantado con fibra Kevlar. Sin embargo, parece difícil su empleo en ambientes húmedos, al tratarse de fibras cilíndricas huecas. Su futuro como material de pretensado se orienta hacia su empleo como vainas de pretensado.

Por otro lado, en Francia, existe un estudio sobre un hipotético proyecto de puente atirantado, de 3.000 m de longitud (Documento disponible en la Ecole Nationale des Ponts et Chaussees), con pretensado a base de fibra de carbono. Entre las conclusiones del informe destaca que harían falta unos 10 años de producción mundial de fibra de carbono para hacer viable la ejecución de un tal proyecto.

Todo parece indicar, pues, que el Kevlar no podrá ser utilizado como tendón de pretensado, ni interior ni exterior, ni en puentes atirantados, por problemas de relajación y por su sensibilidad al agua.

Por su parte el carbono se presenta como utilizable sólo en formato cinta, debido a la gran rigidez de las barras. Esto obligaría, en el hipotético caso de su uso, a tener que efectuar empalmes de cables y, por tanto, a crear puntos débiles en la estructura.

Los japoneses, por su parte, no están trabajando sobre el tema de cables en materiales nuevos y se sabe que se ocupan de desarrollar un hormigón de

alta resistencia a base de fibras de vidrio incorporadas.

## 6. CONCLUSION

A pesar de la facilidad de puesta en obra, los materiales compuestos todavía no son rentables como cables, a falta de una producción más industrializada.

Su empleo (fibras de vidrio) en estructuras corrientes, parece ser rentable utilizados como cables exteriores (por la facilidad con que pueden reemplazarse), y posible como cables normales de pretensado, según la experiencia alemana.

Por otra parte, su empleo en puentes atirantados, parece posible siempre que se tenga en cuenta la fragilidad propia de los materiales compuestos. Estos materiales vienen siendo utilizados a una tensión de tracción igual a 0,42 veces la tensión de rotura garantizada por el fabricante, para evitar problemas de rotura frágil. No obstante, como quiera que, normalmente, los cables de puentes atirantados se tesan a valores próximos a 0,50 veces su tensión de rotura, la sustitución en ellos del acero por materiales compuestos resulta no sólo posible sino incluso probable.

## 7. AGRADECIMIENTOS

La redacción de este trabajo no hubiera sido posible sin la valiosa información proporcionada por Mr. Chabert, jefe del Departamento de Tecnología y Equipamientos del Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC).

## BIBLIOGRAFIA

1. Vicente Sánchez Gálvez, "Curso de Física de la Plasticidad" Departamento de Física de Materiales de la E.T.S.I.C.C.P. de Madrid, 1986.
2. Stephen N. Tsai, H. Thomas Hahn, "Introduction to composite materials". Technomic Publishing Company, 1980.
3. Peter C. Powell, "Engineering with polymers". Chapman and Hall 1983.
4. F.S. Rostasy, "Meeting of the FIP Commission on Prestressing Steels and Systems. Draft Report on Glas Fibre Composite Bars for Prestressing Tensile Members and Tendons". Zurich, Sept. 1986 (Ref. No. 9.1 of agenda).
5. R. Wolff, "Heavy duty composite material for prestressing of concrete structures". IABSE, París-Versailles Symposium, 1987 (Ref. 4.1/04).
6. Arie Gerritse (Hollandsche Beton Groep; R & D Department; Rijswijk: The Netherlands).

Hans J. Schörhoff (ENKA: Wuppertal, Fed. Rep. of Germany) "Prestressing with Aramid Tendons: a non-corrosive alternative to steel in prestressed concrete".

7. Tesis doctoral dirigida por el profesor Rosta-sy para la empresa Bayer; "Zum tragverhalten von verankerungen für hochfeste Stäbe aus Glasfaser-verbundwerkstoff als Bewehrung im Spannbetonbau".

8. Weiser M., Preis L., "Kunstherzgebundene Glasfaserstäbe -eine korrosions beständige Alternative zum Spannstahl". Ernst & Sohn (Berlin). Fortschritte im konstruktiven Ingenieurbau. Gallus Rehm zum 60. Geburtstag (1985).

9. Waaser E., Wolff, R., "Ein neuer Werkstoff für Spannbeton; HLV-Hochleistungsverbundwerkstoff aus Glasfasern, Beton (Düsseldorf) II.7 (1986).

10. Vollrath F., Miesseler H.J., "Glasfaservorspannung für Betonbrücken -Erfahrungen beim Bau der Brücke Ulenbergstrasse", Tiefbau-BG (München) II.4 (1987).

11. König G., Otes A., Giegerich G., Miesseler H.J., "Monitoring of the Structural Integrity of Bridge Ulenbergstrasse in Düsseldorf, planned for presentation at the IABSE-Colloquium" "Monitoring of large Structures and Assessment of their Safety". Bergamo, October 1987.

## RESUMEN

Los materiales compuestos reforzados por fibras lineales, no son un invento reciente ya que se encuentran construcciones realizadas por este procedimiento, en obras que datan de 4.000 años antes de J.C.

Lo que resulta una innovación, desde hace algunos años, es la aparición de fibras sintéticas, particularmente resistentes mecánicamente, y que asce-

guran al material compuesto una durabilidad suficiente para justificar su sobrecosto con relación a los materiales tradicionales.

Por otra parte, estas mismas fibras se utilizan para la fabricación de cables usados en la construcción (tirantes de anclaje, por ejemplo) o para usos industriales en tecnología punta (aeronáutica, telecomunicaciones, etc.).

En este artículo se comentan los diferentes tipos de fibras utilizables, sus ámbitos de aplicación, sus ventajas e inconvenientes y su futuro tal y como se puede imaginar hoy a partir de su coste y de la durabilidad de las obras o componentes en los que intervienen. Se exponen algunos ejemplos de aplicación a la construcción de puentes de hormigón pretensado, realizados por los alemanes.

## SUMMARY

Composites reinforced by linear fibers are not a recent invention, as they are present in constructions dating back as far as 4000 B.C.

What has newly arrived, are synthetic fibers particularly mechanically resistant and assuring to the composite a sufficient durability which justifies its overcost as opposed to that of traditional materials.

On the other hand, these fibers are used for the manufacturing of cables applied in construction (anchors for example) or for high-technology industrial applications (aeronautics, telecommunications, etc.).

This article deals with these different types of fibers, their domain of application, their advantages and disadvantages and their future as we can imagine today as a result of their cost and the durability of the structures or components involved, as well as some examples of their application to the construction of prestressed concrete bridges made by Germans.

## Reunión de la Comisión N.<sup>o</sup> 2 de la FIP "Prestressing materials and systems" Salzburg, 26 y 27 de Abril 1989

Empezó la reunión con las palabras de bienvenida del nuevo Presidente, Mr. Muller, quien fijó los objetivos de la Comisión para los próximos años.

1. Promover el pretensado.
2. Revisar y actualizar las recomendaciones y publicaciones editadas.
3. Informar a todos los miembros de la FIP sobre nuevos desarrollos.
4. Mantener el diálogo entre productores y usuarios del pretensado.
5. Promover la investigación en nuevos materiales.
6. Asistencia a los especialistas.
7. Desarrollo de métodos de instrucción que permitan la buena transmisión de conocimientos, desde las oficinas de proyecto hasta el personal es-

pecializado en obra.

Seguidamente, los presidentes de los grupos de trabajo expusieron los avances realizados y entre ellos, cabe destacar:

1) Pretensado Exterior.—Se presentó el documento final y espera publicarse para el Congreso de Hamburgo.

2) Multi axial behaviour of prestressing steel.  
Se aportaron interesantes resultados sobre el ensayo a tracción esviada realizados con aceros de 15,2 mm de diámetro.

3) Se aprobaron los índices presentados por los presidentes de los grupos: "Quality assurance of prestressing steel" y "Prestressing materials for stay cables", señores Russburn y Martí, respectivamente.

mente, decidiéndose que el documento elaborado por el primer grupo, sea un informe y el segundo, una recomendación.

4) Se procedió a la revisión del apartado de aceros de pretensado del código modelo CEB-FIP, con vistas a la edición de 1990.

5) Finalmente, se decidió que las ponencias que la Comisión presentará en el Congreso de Hamburgo sean tres, sobre:

- Pretensado exterior (Ponente U. Morf).
- Nuevos materiales (Ponente, Prof. Rostasy).
- Materiales para tirantes (Ponente, R. Martí).

Se fijo la próxima reunión para los días 4, 5 y 6 de abril de 1990 en París.

## Premio de la F.I.P. para Estructuras Singulares. Aplicaciones Excepcionales del Hormigón Estructural en Edificios y Obras de Ingeniería Civil

La Federación Internacional del Pretensado (FIP), Organización Internacional para el Desarrollo de las Estructuras de Hormigón, ha establecido unos Premios para galardonar a las más destacadas estructuras de hormigón, armado o pretensado, últimamente construidas.

El primero de estos Premios se otorgará en el XI Congreso de la F.I.P. que va a celebrarse, en Hamburgo, en junio de 1990.

Un Jurado Internacional seleccionará las dos estructuras (un edificio y una obra de ingeniería civil) que, a su juicio, merezcan ser premiadas. El Jurado se reserva el derecho a conceder un solo Premio o declarar desierto el Concurso si, en su opinión, las obras presentadas no alcanzan el nivel requerido.

Un limitado número de obras podrán ser nominadas como "Muy Singulares" o "Singulares", si se considera que constituyen ejemplos destacados de la eficacia de la utilización del hormigón en la construcción de estructuras; y otras, podrán ser elegidas para recibir una "Mención" si se estima que lo merecen como casos excepcionales de aplicaciones del hormigón. Esculturas, paneles de hormigón visto y otras realizaciones independientes de las meramente estructurales serán también bien recibidas aunque, probablemente, únicamente podrán ser tenidas en cuenta para la concesión de una "Mención".

Las estructuras que opten a este Premio deberán haber sido construidas en países en los cuales exista un "Grupo Miembro de la FIP" y hayan sido realmente ejecutadas durante los años transcurridos desde la celebración del Congreso de la FIP inmediatamente anterior. El primero de estos Premios se otorgará a estructuras que hayan sido concluidas a partir del 31 de diciembre

de 1986. El término "concluida" debe entenderse en sentido "estructural" más bien que "contractual" y el Jurado, en caso de duda, será el que decida si las obras presentadas cumplen o no este requisito.

El Jurado estará constituido por los Miembros del Presidium de la FIP. Tendrá completa libertad para seleccionar las obras que considere aptas para optar al Premio; pero puede adelantarse que prestará especial atención a las siguientes características:

Originalidad del proyecto;

Estética de la estructura y adecuada integración de la misma en el ambiente en que se construyó;

Tecnología utilizada y calidad de ejecución;

Adecuación funcional.

El Jurado podrá solicitar información adicional respecto al programa original previsto para la ejecución de la estructura y el programa realmente utilizado, y sobre su coste real comparado con el presupuesto original.

Cada Premio consistirá en:

1) Una placa, especialmente diseñada, en la que se indicará el año en que ha sido otorgado el Premio, y que se colocará en la estructura premiada.

2) Un Certificado que se entregará, por acuerdo del Jurado, a cada uno de los principales responsables de la obra, por ejemplo: Propietario, Arquitecto, Ingeniero, Contratista-Constructor, Suministrador de materiales y equipos, etc. También podrán otorgarse estos Certificados en los casos de obras nominadas como "Muy Singulares" o "Singulares", o que hayan sido objeto de "Mención".

## **Documentación que deberá presentarse**

Las solicitudes presentadas, deberán estar en poder del Secretario General de la FIP antes del 18 de enero de 1990. Constarán de los siguientes documentos:

1. Un impreso (según modelo adjunto) en el que se indicarán las principales características de la estructura, su ubicación, nombre del propietario, y la fecha en que haya sido concluida (desde el punto de vista estructural).

2. Una Memoria, de no más de 500 palabras, mecanografiada a un espacio al dorso del impreso antes mencionado. En caso necesario podrá utilizarse una hoja adicional. Esta Memoria consistirá en:

a) Un breve párrafo destacando las características del Proyecto que, en opinión del solicitante, merecen ser tenidas en cuenta para la concesión del Premio.

b) Descripción del objetivo del Proyecto realizado, ajuste de lo construido a lo proyectado y justificación de la utilización del hormigón para la construcción de la estructura.

c) Un breve Informe, si se estima oportuno, de cualquier característica especial que pueda ayudar al Jurado en el momento de dictar su fallo; por ejemplo, empleo de un método de cálculo no convencional; requisitos singulares exigidos a la estructura y no prescritos por la normativa vigente; etc.

3) Dos copias de, 2 como mínimo y 4 como máximo, fotografías tamaño 20 x 25 cm (no mayores y sin marcos) de la estructura terminada, en las que pueda apreciarse, preferentemente, su integración en el ambiente. Pueden ser en blanco y negro o en color.

4. Un máximo de 6 gráficos (planos, alzados o secciones) u otras fotografías que ilustren sobre las características esenciales, particularmente significativas, relativas a la utilización del hormigón. Los gráficos (preferiblemente de tamaño A4) no deberán exceder, en ningún caso, del tamaño A1 y deberán entregarse plegados al tamaño A4. No se aceptarán rollos ni dibujos enmarcados.

5. Autorización del Propietario (véase más adelante).

Toda esta documentación se enviará empaquetada pero no encuadrada.

## **Condiciones para la presentación de solicitudes. Propiedad y publicación del material recibido**

La presentación de solicitudes debe ser efectuada por el correspondiente Grupo Miembro de la

FIP, a través del Secretario del mismo.

Para poder ser admitidas, las estructuras aspirantes al Premio deberán haber sido construidas en alguno de los países en los que existe un Grupo Miembro de la FIP.

Las solicitudes deberán adjuntar un escrito del Propietario de la obra, autorizando a que ésta sea presentada al Concurso.

Cualquiera de los Miembros del Jurado, antes de emitir su voto, tendrá derecho a visitar e inspeccionar las obras que opten a estos Premios.

El Jurado podrá rechazar toda solicitud cuya documentación no cumpla los requisitos que en los anteriores párrafos se especifican.

Todo el material enviado al Concurso pasará a ser propiedad de la FIP. La FIP se reserva el derecho, sin necesidad de abonar cantidad alguna ni derechos de Autor, a hacer el uso que estime conveniente del citado material, incluso a publicar nombres y fotografías, y a seleccionar, a su criterio, para su exposición y publicación, los datos y documentación incluidos en los Proyectos recibidos, sean o no premiados.

La decisión del Jurado será inapelable. Los Miembros del Jurado tendrán absoluta libertad para votar en favor o en contra de que se conceda, a cualquiera de los Proyectos recibidos, el o los Premios que estimen deban corresponderles. No se admitirá ningún tipo de discusión o correspondencia en relación con las decisiones adoptadas.

## **Notificación de la decisión del Jurado y entrega de los Premios**

En el XI Congreso de la FIP que habrá de celebrarse, en Hamburgo, en junio de 1990, se dará cuenta de la decisión final del Jurado y se hará entrega de los correspondientes Premios. Los Proyectos premiados se publicarán, posteriormente, en uno de los números de las "Notas de la FIP".

## **Modelo de impreso para la presentación de solicitudes al Premio de la FIP para estructuras singulares**

Este impreso deberá ser cumplimentado a máquina o con mayúsculas y enviado, antes del 18 de enero de 1990 al Secretario General de la FIP, The Institution of Structural Engineers, London SW1 X 8BH.

Se ajustarán al modelo que a continuación se incluye.

## MODELO DE IMPRESO

---

DESIGNACION EXACTA DEL EDIFICIO O ESTRUCTURA:

UBICACION:

---

TIPO DE ESTRUCTURA:  
(por ejemplo: puente, edificio oficinas, etc.)

---

FECHA EN QUE SE HA CONCLUIDO SU CONSTRUCCION:

---

GRUPO MIEMBRO DE LA FIP:  
que presenta la solicitud

---

PROPIETARIO DE LA CONSTRUCCION:  
DIRECCION POSTAL:

---

ARQUITECTO:  
NOMBRE (del Arquitecto, Estudio o Empresa, que colaboró en el Proyecto):

---

DIRECCION POSTAL:

---

INGENIERO CONSULTOR

NOMBRE (del Ingeniero, Estudio o Empresa, que colaboró en el Proyecto):

---

DIRECCION POSTAL:

---

OTRAS EMPRESAS COLABORADORAS EN EL PROYECTO

NOMBRE:

---

DIRECCION POSTAL:  
Aspectos del Proyecto de los cuales son responsables.

---

CONTRATISTA-CONSTRUCTOR

NOMBRE (del Director o Empresa):

---

DIRECCION POSTAL:

---

SUMINISTRADORES DE MATERIALES Y SUBCONTRATISTAS

(Indíquense todas las Firmas que hayan tenido una intervención significativa en la ejecución de la estructura)

NOMBRE:

---

DIRECCION POSTAL:

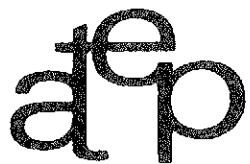
---

FIRMA DEL SECRETARIO DEL GRUPO MIEMBRO DE LA FIP QUE PRESENTÓ LA SOLICITUD



# JORNADAS sobre TECNICAS DEL HORMIGON ARMADO Y PRETENSADO EN CENTRALES NUCLEARES

EDITADO POR:



asociación técnica  
española del pretensado

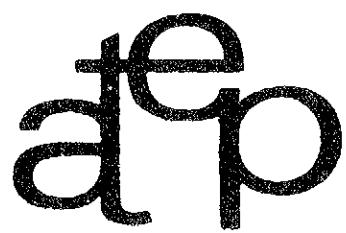
Precio del ejemplar: 3.000 ptas.

## **MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO**

*(Continuación de Int. Portada)*

- HUARTE, S.A.-HASA.**— Oficina Técnica.— Avda. General Perón, 40 C - 4º. 28020 Madrid.  
**IBERDUERO, S.A.** Servicio Formación.— Referencia 3001. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.  
**IBERDUERO, S.A.** Servicio Formación.— Referencia 8501. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.  
**IBERICA DE ESTUDIOS E INGENIERIA, S.A. (IBERINSA).**— Avda. de Burgos, 11. 28036 Madrid.  
**INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.**— Portal de Gamarra, 46. 01013 Vitoria.  
**INFORMES Y PROYECTOS, S.A. (INYPSA).**— General Díaz Porlier, 49-51. 28001 Madrid.  
**INGENIERIA DEL ATLANTICO, S.A. (IDASA).**— Pérez Cepeda, 5 y 7. 15004 La Coruña.  
**INSTITUTO ESPAÑOL DEL CEMENTO Y SUS APLICACIONES (IECA).**— Velázquez, 11 - 3º izda. 28001 Madrid.  
**INSTITUTO TECNICO DE CONTROL, ALICANTE S.A.**— Avda. de Elche, 164. 03008 Alicante.  
**INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES (INTEMAC).**— Monte Esquinza, 30. 28010 Madrid.  
**INTERNACIONAL DE INGENIERIA Y ESTUDIOS TECNICOS (INTECSA).** Biblioteca.— Orense, 70. 28020 Madrid.  
**JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA, S.A.**— Príncipe de Vergara, 103. 28006 Madrid.  
**LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES.**— Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.  
**MECANOGUMBA, S.A.**— Apartado 23. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).  
**OBRAS Y CONSTRUCCIONES INDUSTRIALES, S.A. (OCISA).**— Princesa, 3 - 7º. 28008 Madrid.  
**PACADAR, S.A.**— Hermosilla, 57. 28001 Madrid.  
**PRENSOLAND, S.A.**— Calle Industria, s/n. 08592 Sant Martí de Centelles (Barcelona).  
**PRETENSADOS DEL LOURO, S.A.**— Polígono Industrial Atios. 36400 Porriño (Pontevedra).  
**SENER, TECNICA INDUSTRIAL Y NAVAL, S.A.**— Avda. del Triunfo, 56. 48930 Las Arenas (Vizcaya).  
**SERVICIO DE PUENTES Y ESTRUCTURAS. - DIRECCION GENERAL DE CARRETERAS.- MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y URBANISMO.**— Paseo de la Castellana, 67. 28071 Madrid.  
**SIKA, S.A.**— Carretera Madrid-Irún, Km. 14,500. Polígono Industrial. 28100 Alcobendas (Madrid).  
**SOCIEDAD ESPAÑOLA DE ESTUDIOS PARA LA COMUNICACION FIJA A TRAVES DEL ESTRECHO DE GIBRALTAR, S.A. (SECEGSA).**— Estébanez Calderón, 3 - 1º A. 28020 Madrid.  
**TECNICAS DEL PRETENSADO, S.A. (TECPRESA).**— Velázquez, 105. 28006 Madrid.  
**TREFILERIAS DEL NORTE, S.A.**— Carretera de Zorroza a Castrejana, 150. Apartado 590. 48080 Bilbao.  
**TREFILERIAS QUIJANO, S.A.**— Fábrica de Forjas de Buelna. 39400 Los Corrales de Buelna (Cantabria).  
**TRENZAS Y CABLES DE ACERO, S.A. (TYCSA).**— Monturiol, 5. 08210 Barberá del Vallés (Barcelona).

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las Entidades citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.



**asociación técnica  
española del pretensado**