

**hormigón**

**y ACERO**

**n° 181**

*ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO  
DECLARADA DE UTILIDAD PUBLICA CON FECHA 4-3-77*

*INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA CONSTRUCCION EDUARDO TORROJA (C.S.I.C.)  
APARTADO 19.002 - 28080 MADRID*

# MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de "**Miembro Protector**", a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de "**Miembros Protectores**" los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

- AGROMAN EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.**—Raimundo Fernández Villaverde, 43. 28003 Madrid.
- ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).**—Orense, 10. 28020 Madrid.
- AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.**—Plaza Gala Placidia, 1. 08006 Barcelona.
- CAMARA, S.A.**—Apartado 180. 36080 Pontevedra.
- CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.A.**—Grijalba, 9. 28006 Madrid.
- CEMENTOS MOLINS, S.A.**—C.N. 340, Km. 329,300. 08620 Sant Viçenc dels Horts (Barcelona).
- CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE OBRAS PUBLICAS (CEDEX). Gabinete de Información y Documentación.**—Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.
- CENTRO DE TRABAJOS TECNICOS, S.A., C.T.T., S.A.**—Aribau, 185. 08021 Barcelona.
- COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.**—Almagro, 42. 28010 Madrid.
- COLEGIO DE INGENIEROS TECNICOS DE OBRAS PUBLICAS.**—Miguel Angel, 16. 28010 Madrid.
- COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS. Centro de Documentación.**—Buen Pastor, n.º 5. 08021 Barcelona.
- COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.**—Santa Eugenia, 19. 17005 Gerona.
- COL. LEGI OFICIAL D'ARQUITECTES DE CATALUNYA.**—Plaça Nova, 5. 08002 Barcelona.
- COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE MADRID. Biblioteca.**—Barquillo, 12. 28004 Madrid.
- CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.**—Federico Salmón, 13. 28016 Madrid.
- CONSULTECO, S.L.**—Pintor Lorenzo Casanova, 26. 03003 Alicante.
- CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.**—Ayala, 42. 28001 Madrid.
- DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.**—Orense, 81. 28020 Madrid.
- DYWIDAG - SYSTEMS INTERNATIONAL, S.A.**—Azor, 25-27. Polígono Industrial Matagallegos. 28940 Fuenlabrada (Madrid).
- EMESA-TREFILERIA, S.A.**—Apartado 451. 15080 La Coruña.
- EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA, S.A. (AUXINI). Departamento Obras Especiales.**—Padilla, 46. 28006 Madrid.
- ENTRECANALES Y TAVORA, S.A. Biblioteca.**—Cardenal Spínola, s/n. Edificio E. 28016 Madrid.
- ESCUELA POLITECNICA SUPERIOR DEL EJERCITO. Departamento de Infraestructura.**—Joaquín Costa, 6. 28006 Madrid.
- ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.**—Ciudad Universitaria. 28040 Madrid.
- ESTEYCO, S.A.**—Menéndez Pidal, 17. 28036 Madrid.
- ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A. (EPTISA).**—Arapiles, 14. 28015 Madrid.
- EUROCONSULT, S.A.**—Apartado 99. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).
- FERROVIAL, S.A.**—Príncipe de Vergara, 135. 28006 Madrid.

*(Continúa en el int. de contraportada)*

**ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO  
INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA CONSTRUCCION EDUARDO TORROJA  
DEL CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS**

**COMITE DE REDACCION**

Director:

PIÑEIRO, Rafael

Vocales:

BARREDO, Carlos

JODAR, Juan

JULIA, Manuel

LLOMBART, José Antonio

ROMERO, Rafael

SANCHEZ-GALVEZ, Vicente

Censores:

ALCALA, Juan Luis

CUVILLO, Ramón del

ELICES, Manuel

GONZALEZ VALLE, Enrique

MANTEROLA, Javier

MORAN, Francisco

MORENO TORRES, Juan

MURCIA, Juan

POZO VINDEL, Florencio J. del

SIEGRIST, Carlos

# *hormigón y acero*

*n.º 181*

4.º trimestre 1991

**CUOTAS ANUALES**

	<u>ESPAÑA</u>	<u>EXTRANJERO</u>
Miembros "Personales" menores de 27 años . . . . .	4.000 ptas.	—
Miembros "Personales" (personas naturales) . . . . .	8.000 ptas.	60 dólares
Miembros "Colectivos" (personas jurídicas). . . . .	20.000 ptas.	125 dólares
Miembros "Protectores" (personas naturales o jurídicas que deseen prestar una ayuda económica especial a la A.T.E.P.) . . . . .	40.000 ptas.	250 dólares

Ni la Asociación ni el Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, se hacen responsables del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocinen su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

**APARTADO 19.002 - 28080 MADRID - ☎ 302 04 40**

Depósito Legal: M-853-1958  
 Imprime: ACOR, S.A.- M. Hernández, 50 - MADRID  
 ISSN: 0439-5689

# hormigón y acero n.181

## índice

	Págs.
<b>457-0-162</b> <b>Análisis aproximado en el tiempo de secciones de hormigón armado en servicio. Propuesta de un nuevo factor de cálculo de flechas diferidas</b> .....	<b>9-17</b>
Approximation au calcul différé en service des sections en béton armé. Proposée d'un nouveau facteur de calcul des flèches différées. Analytical approach for serviceability time-dependent analysis of reinforced concrete cross-sections. Proposal of a new factor for delayed deflection calculation. <i>J. Murcia.</i>	
<b>457-0-163</b> <b>Cálculo de placas mediante asimilación a emparrillados: Una revisión</b> .....	<b>19-46</b>
Calcul des plaques moyennant assimilation a grilles: Une revision. The method of calculating slabs by grillage analogy: A revision. <i>J.L. Manzanares Japón y M.A. Gil Martí.</i>	
<b>457-0-164</b> <b>Sistema de diseño asistido por ordenador para estribos de puentes de tramo recto</b> .....	<b>47-60</b>
Conception assistée par ordinateur pour culées de ponts. Computer aided design for bridge abutments. <i>G. Ramos Schneider y J.R. Casas i Rius.</i>	
<b>457-0-165</b> <b>Aportaciones al estudio de la abolladura de las almas de las secciones mixtas hormigón-acero estructural</b> .....	<b>61-77</b>
Etude du voilement des âmes des sections mixtes. Study of web buckling in composite steel and concrete sections. <i>A. del Río y J. Ortíz.</i>	
<b>457-8-161</b> <b>Comentarios relativos al control de calidad de las estructuras de hormigón armado según la EH-91</b> .....	<b>79-92</b>
Commentaires relatifs au contrôle de qualité des structures de béton armé, d'après l'EH-91. Remarks relating to the quality control of the reinforced concrete structures, according to EH-91. <i>I. Sirvent Casanova.</i>	

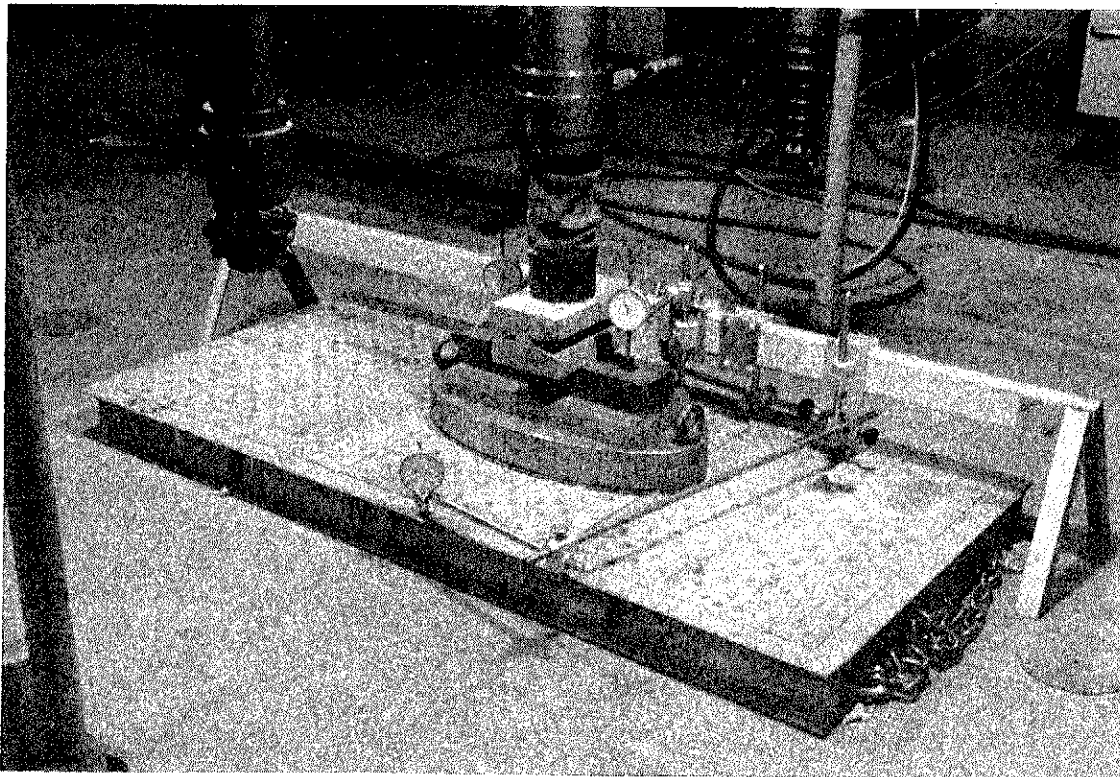
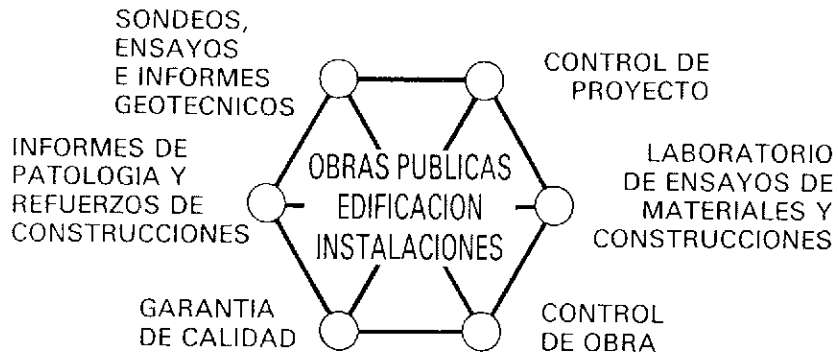


	Págs.
<b>457-9-34 Un método alternativo para el cálculo de flechas instantáneas en piezas de hormigón armado</b> .....	<b>93-116</b>
Un méthode alternative pour le calcul des flèches instantanées des poutres en béton armé. An alternative method for the calculation of instantaneous deflection in reinforced concrete beams. <i>F. Fargueta Cerdá; M.A. Fernández Prada y P. Miguel Sosa.</i>	
<b>591-2-240 Puente "Pegaso" en el nuevo acceso a Barajas</b> .....	<b>117-131</b>
Pont "Pegaso" dans le nouveau acces a Barajas. "Pegaso" bridge in the new accès to Barajas. <i>S. Pérez-Fadón y J. Emilio Herrero.</i>	
<b>591-2-241 El puente "San Roque González de la Cruz" sobre el río Paraná, entre Posadas (Argentina) y Encarnación (Paraguay)</b> .....	<b>133-154</b>
Le pont "San Roque González de la Santa Cruz" sur la rivière Paraná, entre Posadas (Argentina) et Encarnación (Paraguay). The "San Roque González de la Santa Cruz" - bridge between Posadas (Argentina) and Encarnación (Paraguay). <i>C.F. Heckhausen.</i>	



**INTEMAC**

INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES



ENSAYO DE TAPAS DE ARQUETA DE UN HANGAR DE IBERIA, FRENTE A LA SIMULACION DE CARGA DE LA RUEDA DE UN JUMBO.

**MADRID:** Oficina: Monte Esquinza, 30-4<sup>a</sup>-D. Teléfs.: (91) 410 51 58 - 62 - 66. Télex: 49987 INTEM E - Fax: 410 25 80 - 28010 MADRID  
**MADRID:** Laboratorio: Carretera de Loeches, 7 - Teléfs.: (91) 675 31 00 - 04 - 08 - Fax: 677 41 45 - 28850 TORREJON DE ARDOZ (Madrid)  
**BARCELONA:** Oficina y Laboratorio: Avda. de la Riera, 10, Nave 2, Pol. Ind. Tres Santos - Teléf.: (93) 372 83 00 - Fax: 473 03 09  
08960 SANT JUST DESVERN (Barcelona)

**RELACION DE ENTIDADES QUE, EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO DE LA REVISTA, FIGURAN INSCRITAS, EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO, COMO "MIEMBROS COLECTIVOS".**

**ESPAÑA**

AEPO, S.A.— Estudios y Proyectos.— Madrid.  
ALTRESA, S.A.— Aranda de Duero (Burgos).  
ASOCIACION ENGINYERS INDUSTRIALS DE CATALUNYA.— Barcelona.  
ASOCIACION DE INVESTIGACION DE LAS INDUSTRIAS DE LA CONSTRUCCION.— Paterna (Valencia).  
ASOCIACION DE LABORATORIOS HOMOLOGADOS DE LA COMUNIDAD VALENCIANA.—Valencia.  
CASTRO HERMANOS, S.L.—Mislata (Valencia).  
CENTRO DE ANALISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS, S.A.—Oviedo.  
CEYD TECNICA, S.A.— Oviedo  
C.I.C., S.A.— Consultor de Ingeniería Civil, S.A.— Barcelona  
CIISA "CONSULTING E INGENIERIA INT. S.A."—La Coruña.  
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de Andalucía Oriental.—Málaga.  
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de Galicia.—La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.—La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS. Laboratorio de Ensayos.— Tarragona.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE ASTURIAS.— Oviedo.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE BALEARES.— Palma de Mallorca.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE VALENCIA.— Valencia.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.— Bilbao.  
CONTROLEX.—Alicante.  
CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.—Barcelona.  
DEPARTAMENTO DE CONSTRUCCIONES ARQUITECTONICAS.—Escuela Técnica Superior de Arquitectura.—Sevilla.  
DIRECCION DE CARRETERAS Y TRANSPORTE. Diputación Foral de Guipúzcoa. San Sebastián.  
DITECO, S.L.— Valencia .  
E.E.P., S.A.— Elementos Estructurales Prefabricados, S.A.— Sant Fruitos de Bages (Barcelona)  
ENAGA, S.A.— Pozuelo de Alarcón (Madrid).  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Barcelona.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Madrid.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA. Biblioteca.—San Sebastián.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.—Sevilla.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AGRONOMOS. Biblioteca.—Córdoba.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES. Departamento de Teoría de Estructuras. Universidad de Zaragoza.—Zaragoza.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TECNICA.— Castro de Elviña (La Coruña).  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TECNICA.— Granada.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA MINERA. Biblioteca.— León.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.— Alicante.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.— Barcelona.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.—Burgos.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.—Córdoba.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA DE MANRESA.—Manresa (Barcelona).  
ESTRUCTURAS Y ENCOFRADOS RETICULADOS, S.A.—Alicante.  
EUROESTUDIOS, S.A.— Madrid.  
FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.— Madrid.  
FORJADOS DOL.— Esquivias (Toledo).  
FUERZAS ELECTRICAS DE CATALUÑA, S.A.— Barcelona.  
FUNDACION DE LOS FERROCARRILES ESPAÑOLES.—Madrid.  
GIJON E HIJOS, S.A.—Motril (Granada).  
GIRALDEZ OCAÑA CONTROL, S.L., G.O.C.S.L.—Vigo (Pontevedra)

HORMADISA, S.L.—Puenteceseures - Cordeiro (Pontevedra).  
 IDEAM, S.A.—Madrid.  
 INBADELCA, S.A.—Baracaldo (Vizcaya).  
 INDUSTRIAS VEYGA, S.A.—Tarrasa (Barcelona).  
 INGENIERIA Y ECONOMIA DEL TRANSPORTE, S.A.— Centro de Documentación.— Madrid.  
 INGENIERIA FLORS, S.A.— Grao de Castellón.  
 INGENIEROS Y ARQUITECTOS ASOCIADOS, S.A.— Zaragoza.  
 INSTITUCIONES COLEGIALES PARA LA CALIDAD EN LA EDIFICACION.—Murcia.  
 INSTITUT DE TECNOLOGIA DE LA CONSTRUCCIO DE CATALUNYA.—Barcelona.  
 INSTITUTO JUAN DE HERRERA.—Madrid.  
 INSTITUTO NACIONAL DE REFORMA Y DESARROLLO AGRARIO (IRYDA).—Madrid.  
 J. CASTRO MATELO, S.A.—Sigueiro (La Coruña).  
 JUNTA DE CASTILLA Y LEON.— Consejería de Fomento.— Valladolid.  
 JUNTA DE CASTILLA Y LEON.— Dirección General de Carreteras, Servicio de Gestión.— Valladolid.  
 JUNTA DE CASTILLA Y LEON.— Servicio de Obras Públicas.— Avila  
 LA AUXILIAR DE LA CONSTRUCCION.—Santa Cruz de Tenerife.  
 LABORATORIO DE LA EDIFICACION.—Consejería de Obras Públicas.—Las Palmas de Gran Canaria.  
 LABORATORIO GEOCISA. Biblioteca.—Coslada (Madrid).  
 LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.— Madrid.  
 LABORATORIOS DEL SURESTE, S.L.— El Palmar (Murcia).  
 LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).—Castellón de la Plana.  
 METALURGICA GALAICA, S.A.—Narón (La Coruña).  
 MINISTERIO DE DEFENSA, DIRECCION GENERAL DE INFRAESTRUCTURA.— Madrid.  
 MINISTERIO DE DEFENSA, DIRECCION DE INFRAESTRUCTURA DEL MANDO SUPERIOR DE APOYO LOGISTICO DEL EJERCITO.— Madrid.  
 MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y URBANISMO, DIRECCION GENERAL DE CARRETERAS, DEMARCACION CASTILLA-LEON.— Valladolid.  
 MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y URBANISMO, DIRECCION GENERAL DE CARRETERAS, SERVICIO DE PUENTES Y ESTRUCTURAS.—Madrid.  
 MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y URBANISMO.—DIRECCION GENERAL PARA LA VIVIENDA Y ARQUITECTURA, SUBDIRECCION GENERAL DE NORMATIVA BASICA Y TECNOLOGICA.—Madrid.  
 MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y URBANISMO, SUBDIRECCION GENERAL DE INFORMES ECONOMICOS Y TECNOLOGIA.— Madrid.  
 PLACAS DE HORMIGON, S.A.— Lliga d'Amunt (Barcelona).  
 POSTENSA, S.A.—Bilbao.  
 PRAINSA.—Barcelona.  
 PREFABRICACIONES Y CONTRATAS, S.A.—Madrid.  
 PREFABRICADOS AGRICOLAS E INDUSTRIALES, S.A. (PRAINSA).—Zaragoza.  
 PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).—León.  
 PREFABRICADOS DE HORMIGON, S.A. (CUPRE-SAPRE).—Valladolid.  
 PREFABRICADOS POUASA, S.A.—Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).  
 PRODUCTOS DERIVADOS DEL CEMENTO, S.A. (HORTE).—Valladolid.  
 RUBIERA, S.A.—León.  
 SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.—Barcelona.  
 SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.—Burgos.  
 SERVICIO TERRITORIAL DE CARRETERAS.—Gerona.  
 SESTRA, S.A.L.—Andoain (Guipúzcoa).  
 SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.—Madrid.  
 SOCIEDAD ESPAÑOLA DE AUTOMOVILES DE TURISMO (SEAT). Biblioteca.—Barcelona.  
 SPANDECK CATALANA, S.A.—Barcelona.  
 TECHOS ESPECIALES PREFABRICADOS, S.A. (TEPSA).—Tarrasa (Barcelona).  
 TECNOS, GARANTIA DE CALIDAD, S.A.—Madrid.  
 TERRATEST, S.A.— Madrid.  
 TEXSA, S.A.— Barcelona.  
 TIGNUS, S.A.— Valencia.  
 TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPSA).— Madrid  
 UNIVERSIDAD CASTILLA-LA MANCHA.— Albacete.  
 UNIVERSIDAD DE CADIZ.— Algeciras (Cádiz).  
 UNIVERSIDAD DE CANTABRIA. Biblioteca Universitaria.— Santander.

UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA. Departamento Ingeniería de la Construcción. Cátedra Materiales de Construcción.—La Laguna (Tenerife).  
UNIVERSIDAD DE OVIEDO. Biblioteca Universitaria.—Oviedo.  
UNIVERSIDAD POLITECNICA. Hemeroteca.—Valencia.  
UNIVERSIDAD POLITECNICA DE MADRID. Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos.—Madrid.  
VIGUETAS MUBEMI.—Torrente (Valencia).  
VISANFER, S.A.—Totana (Murcia).  
VORSEVI, S.A.—Ingeniería y Control de Calidad.—Sevilla.

#### **EXTRANJERO**

ASSOCIACAO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND.—Sao Paulo (Brasil).  
BIBLIOTECA DEL DIPARTIMENTO DI ENGEENNERIA STRUTTURALE.—Politécnico d'Torino: Torino (Italia).  
CONSULAR. CONSULTORES ARGENTINOS ASOCIADOS.—Buenos Aires (Argentina).  
CONSULBAIRES. INGENIEROS CONSULTORES, S.A.— Buenos Aires (Argentina).  
FILIAL BIBLIOTEKI AKADEMII NAUK SSSR.— Moskva A-219. Rusia.  
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.—Luanda (República Popular de Angola).  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU.—Lima (Perú).  
SARET P.P.B. Cadre Technique.—Le Pontet (Francia).  
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES.—Biblioteca Integrada de Economía, Ciencias e Ingeniería. Dpto. de Selección y Adquisiciones. Mérida (Venezuela).  
UNIVERSIDAD CATOLICA DE QUITO. Biblioteca.—Quito (Ecuador).  
UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAISO. Biblioteca Central.—Valparaíso (Chile).  
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO. Biblioteca.—Mayagüez (Puerto Rico).  
UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA.—Biblioteca Central. Valparaíso (Chile).  
ZENTR. BIBLIOTEKA STRUIT. I ARCHIT. Moskow I-434. Rusia.

#### **MIEMBRO CORRESPONDIENTE**

ASOCIACION BOLIVIANA DEL PRETENSADO (A.B.P.).—La Paz (Bolivia).

\* \* \*

#### **AVISO IMPORTANTE**

##### **DISCUSION DE LOS ARTICULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA "HORMIGON Y ACERO"**

Todos los artículos originales que se publican en "Hormigón y Acero", quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002, 28080 Madrid, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestando todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.

# Normas que deben cumplir los artículos que se envíen para su publicación en "Hormigón y Acero"

## 1. CONDICIONES GENERALES

Los originales de los artículos que se desee publicar en "Hormigón y Acero", se enviarán a la Secretaría de la ATEP. Deberán cumplir rigurosamente las normas que a continuación se especifican. En caso contrario, serán devueltos a sus Autores para su oportuna rectificación.

Los que cumplan los requisitos exigidos pasarán al Comité de Redacción de la Revista el cual, previo informe y evaluación de su calidad por el correspondiente Cuerpo de Censores, decidirá si procede o no su publicación, sugiriendo eventualmente al Autor los cambios que, en su opinión, deben efectuarse para su final publicación en "Hormigón y Acero". Toda correspondencia en este sentido se mantendrá directamente con el Autor o primero de los Autores que figuren en el Artículo.

Los originales que por cualquier causa no fueran aceptados serán devueltos al Autor.

## 2. PRESENTACION DE ORIGINALES

Los originales se presentarán mecanografiados a doble espacio, por una sola cara, en hojas tamaño UNE A4. De cada artículo se enviará original y dos copias.

### 2.1. Título

El título, en *español, francés e inglés* deberá ser breve y explícito, reflejando claramente el contenido del artículo. A continuación se hará constar nombre y apellidos del Autor o Autores, titulación profesional y, si procede, Centro o Empresa en el que desarrolla sus actividades.

### 2.2. Resumen

Todo artículo deberá ir acompañado de un resumen, en *español e inglés*, de extensión no inferior a cien palabras (unas ocho líneas mecanografiadas) ni superior a ciento cincuenta palabras (doce líneas).

### 2.3. Gráficos y figuras

Los gráficos y figuras deberán ir numerados correlativamente en el orden en que se citen en el texto, en el cual deberá indicarse el lugar adecuado de su colocación.

Se presentarán delineados en tinta china negra sobre papel vegetal o sobre papel blanco, o en reproducibles de muy buena calidad. Todas las figuras llevarán su correspondiente pie explicativo.

Los rótulos, símbolos y leyendas deberán ser tales que, tras su reducción a la anchura de una o dos columnas de la Revista (setenta y dos o ciento cincuenta mm, respectivamente) queden letras de tamaño no inferior a 1,5 mm y sean, en todo caso, fácilmente legibles.

### 2.4. Fotografías

Se procurará incluir sólo las que, teniendo en cuenta la reproducción, sean realmente útiles, claras y representativas. Podrán presentarse en copias de papel opaco negro o en color, en negativo, o en diapositivas. Se tendrán en cuenta las normas sobre tamaño de rótulos y leyendas dadas en el punto

2.3 anterior. Irán numeradas correlativamente y llevarán su correspondiente pie explicativo.

### 2.5. Tablas y cuadros

Cumplirán las proporciones y dimensiones indicadas para las figuras. Llevarán numeración correlativa, citada en el texto, y un pie con la explicación adecuada y suficiente para su interpretación directa.

### 2.6. Unidades

Las magnitudes se expresarán, preferiblemente, en unidades del Sistema Internacional (S.I.) según las UNE 5001 y 5002.

### 2.7. Fórmulas, letras griegas, subíndices y exponentes

En las fórmulas se procurará la máxima calidad de escritura y emplear las formas más reducidas siempre que no entrañen riesgo de incomprensión. Para su identificación se utilizará, cuando sea necesario, un número entre paréntesis a la derecha de la fórmula.

Se cuidará especialmente que todas las letras griegas, subíndices y exponentes resulten perfectamente identificables, procurando evitar los exponentes complicados y letras afectadas simultáneamente de subíndices y exponentes.

Cualquier expresión que, por su complejidad, pueda dar lugar a interpretaciones equivocadas, se presentará manuscrita. Se diferenciarán claramente mayúsculas y minúsculas y aquellos tipos que puedan inducir a error (por ejemplo, la  $\ell$  y el 1; la O y el cero; la K y la k, etc.).

### 2.8. Referencias bibliográficas

Las referencias bibliográficas citadas en el texto se recogerán al final del mismo dando todos los datos precisos sobre la fuente de publicación, para su localización.

Las citas en el texto se harán mediante números entre paréntesis. En lo posible, se seguirán las normas internacionales utilizadas generalmente en las diversas publicaciones, es decir:

#### Referencias de artículos publicados en revistas

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del artículo; nombre de la publicación; número del volumen y fascículo; fecha de publicación, y número de la primera y última de las páginas que ocupa el artículo al que se refiere la cita.

#### Referencias de libros

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del libro; edición; editorial, y lugar y año de publicación.

## 3. PRUEBAS DE IMPRENTA

De las primeras pruebas de imprenta se enviará una copia al Autor para que, una vez debidamente comprobadas y corregidas, las devuelva en el plazo máximo de quince días, con el fin de evitar el riesgo de que la publicación de su artículo tenga que aplazarse hasta un posterior número de "Hormigón y Acero".

En la corrección de pruebas no se admitirán modificaciones que alteren sustancialmente el texto o la ordenación del artículo original.

## **Análisis aproximado en el tiempo de secciones de hormigón armado en servicio. Propuesta de un nuevo factor de cálculo de flechas diferidas**

**Juan Murcia Vela**  
**Instituto de Ciencia de Materiales de Barcelona, CSIC**  
**(Comisión de servicios en Dpto. de Ingeniería de la Construcción, UPC/E.T.S.I. Caminos de Barcelona)**

### **INTRODUCCION**

Este estudio aborda un asunto que viene siendo discutido en nuestro entorno en los últimos tiempos, a través de algunas publicaciones recientes (1, 2) y, en particular, en el seno de un grupo de trabajo sobre flechas diferidas (creado en su momento en torno a la Comisión Permanente del Hormigón y que hoy mantiene su actividad en el seno del Grupo Español del Hormigón). Se trata de la adecuación del factor de la Instrucción EH-88 (3) y de la propuesta para la nueva EH-91, que permite pasar de las flechas instantáneas a las diferidas.

A tal objeto, en lo que sigue se realiza un estudio aproximado, en el tiempo, de una sección de hormigón armado en situación de servicio (para acciones permanentes y suponiéndola fisurada), con armadura en ambas caras, teniendo en cuenta la retracción y la fluencia del hormigón en la zona comprimida.

Como consecuencia del mismo, se llega a una fórmula práctica para obtener ese factor de paso, con algunas variantes, proponiéndola como posible alternativa a la existente en la citada norma. En relación a esta última, la primera tiene la ventaja de dejar explícitas por separado las incidencias de la retracción y de la fluencia, propiedades que pueden variar bastante según los casos; además, aunque su forma es muy parecida, ofrece en general resultados cuantitativos bastante diferentes.

### **COMPORTAMIENTO DE UNA SECCION EN EL TIEMPO, CONSIDERANDO FLUENCIA**

Intuir cómo se puede comportar más o menos una sección de hormigón armado en el

tiempo, por fluencia, con armaduras en ambas caras, *bajo sollicitación constante de flexión* es algo fundamental para abordar un estudio analítico que, no perdiendo a priori un cierto rigor, sin el cual de poco valdría, pretenda tener visos prácticos.

Otra cosa es tratar de hacerlo planteando sin más todas las condiciones que entran en juego y resolviendo un problema que, propuesto de esta forma, no parece nada sencillo. Así, de entrada, en el hormigón las leyes de deformaciones y tensiones evolucionan de forma distinta y ya no inmediata cada una con respecto a la otra; por otra parte, como los efectos diferidos hacen que la zona de hormigón fisurada se modifique, el comportamiento diferido de la misma no está muy claro (si las fisuras tienden a cerrarse). Además, es casi obligada la hipótesis de que las deformaciones se mantienen planas en el tiempo: no hacerlo llevaría de hecho a otro nivel superior, y más complejo, en el análisis.

Con tal planteamiento general, la resolución es entonces como la de cualquier otro análisis más o menos complejo: analítica, si se puede y vale la pena abordarla, o numéricamente, en cuyo caso no hay que olvidar que, si se trata de llegar a resultados genéricos (como en nuestro caso), deberá realizarse algún tipo de estudio paramétrico, posterior a la aplicación del consiguiente modelo a una serie de casos concretos.

Volviendo a las posibles intuiciones que permitan abrir caminos más directos, en este caso hay algo que nos ha dado una pista interesante: en servicio (bajo acciones permanentes, que son las operativas con relación a la fluencia) y tomando, como parece razonable, la sección fisurada, el análisis instantáneo indica que el baricentro de las compresiones del hormigón,

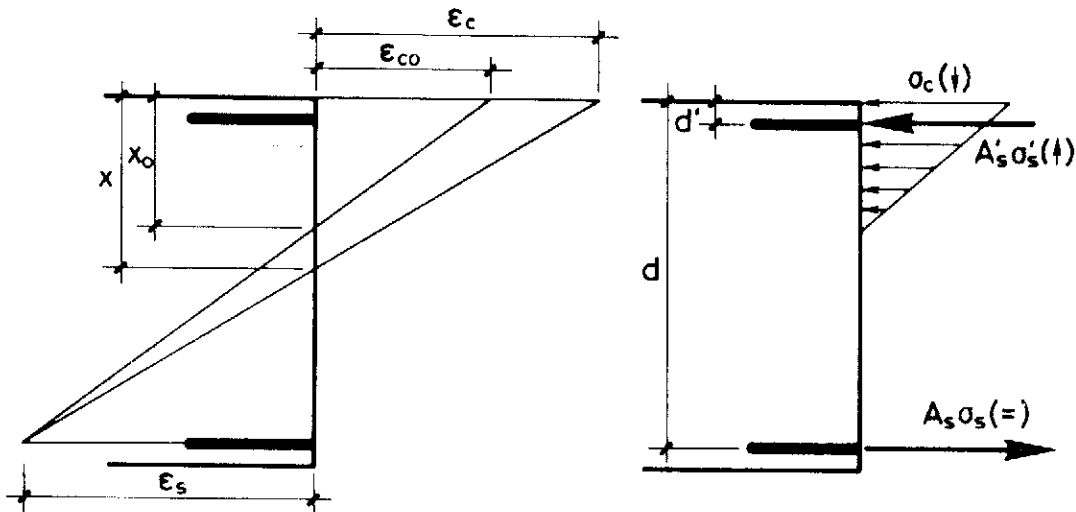
con distribución triangular, viene a estar bastante cercano a la armadura de compresión. Por tanto, puede llegarse a probar como hipótesis de tanteo una muy simple: la compresión que en dicha armadura provoca la fluencia de esa zona es equilibrada por una descarga similar en el hormigón de la misma; con lo que, al coincidir prácticamente los respectivos baricentros, no se modifica la sollicitación (ni el esfuerzo axial ni el momento); si es así, la armadura de tracción debe mantener su tensión y, por tanto, su deformación inicial.

En la hipótesis citada de deformaciones planas en el tiempo, su ley pivota entonces sobre la del acero a tracción; en la zona comprimida las deformaciones crecen por fluencia con arreglo a la evolución de las tensiones en el hormigón. Según lo indicado más arriba, estas tensiones mantienen una ley constante en forma (triangular) y en profundidad, por lo que pueden ponerse en función de la de una sola fibra, tanto para determinar su propia ley como la fluencia que generan; como se verá más adelante, dicha fibra será siempre la extrema de dicha zona.

Al expresar la fluencia en función solamente de la fibra extrema comprimida, parece claro que se está sobreestimando algo la deformación diferida en esa fibra. En efecto, la tendencia inicial que se deriva de la fluencia es que las deformaciones pivoten sobre la fibra neutra. Ello conduciría a un aumento de las tracciones con el consiguiente crecimiento del volumen de compresiones.

Pero, para que todas las condiciones cuadren, en realidad la fibra neutra en deformaciones debe irse desplazando hacia abajo y el triángulo de compresiones del hormigón ha de seguir también esa misma tendencia; dado que su volumen no puede crecer mucho, la compresión máxima será entonces algo menor que la prevista en el planteamiento simplificado previo y, por tanto, lo mismo ocurrirá para la fluencia en esa fibra.

En definitiva, se deduce que realmente la ley final de deformaciones estará en una posición intermedia entre las leyes inicial y final dibujadas en la figura anterior, en casi toda la sección, con una deformación algo mayor en la zona de



La figura adjunta refleja en esquema lo indicado más arriba.

#### Justificación de las hipótesis empleadas

Lo único que no cuadra en todo lo anterior es que la fibra neutra en deformaciones no se mantiene a lo largo del tiempo; pero ello sólo lleva a un ligero error, puesto que la misma se mueve en realidad poco, como puede deducirse de la figura anterior evaluando los valores relativos normales de las deformaciones instantáneas extremas y del coeficiente de fluencia del hormigón. Además, la discordancia se produce en el entorno de una zona de tensiones (y deformaciones) siempre pequeñas, que por tanto cuenta relativamente poco en las condiciones del análisis de la sección.

la armadura de tracción. Aunque, de todos modos, a efectos de la curvatura final resultante, la situación cambia muy poco.

Por otra parte, hay que indicar que la precisión que se obtiene con este planteamiento crece con la cuantía de armadura de compresión, ya que el hormigón se va descargando en similar proporción y su fluencia no es tan grande como a compresión constante (situación cercana al caso en que sólo existe armadura de tracción): el desplazamiento de la fibra neutra en deformaciones se va a su vez reduciendo.

#### Desarrollo analítico

En esta aproximación se considera una situación inicial, cuando se carga (con edad del hor-



migón  $t_0$ ), y una genérica para un tiempo de cálculo posterior (con edad del hormigón  $t$ , que en la práctica viene a ser casi siempre  $t \rightarrow \infty$ ).

Por lo indicado antes, se parte de que la tracción en la armadura inferior se mantiene constante:  $\sigma_s = \sigma_{s0}$ . Emplearemos, por tanto, sólo la variable  $\sigma_s$ .

Por otro lado, según queda dicho, para el hormigón nos referiremos siempre a la fibra extrema comprimida.

Expresemos las curvaturas. Se sabe que:

$$c = \frac{\epsilon_s + \epsilon_c}{d} \text{ y } c_0 = \frac{\epsilon_s + \epsilon_{c0}}{d}$$

Una manera de plantear la deformación de fluencia es (4).

$$\epsilon_c = \epsilon_{c0} \cdot (1 + \varphi) + \frac{\sigma_c - \sigma_{c0}}{E_c} \cdot (1 + k \cdot \varphi),$$

donde  $k < 1$  (salvo aquellos casos con edades del hormigón  $t_0$  y tiempos de carga  $t - t_0$  ya muy elevados, en que prácticamente es 1) y  $\varphi = \varphi(t, t_0)$ , siendo, por supuesto,

$$\epsilon_{c0} = \frac{\sigma_{c0}}{E_c}$$

Por otra parte, en la armadura comprimida se cumple

$$\sigma_s' = E_s \cdot (x - d') \cdot c \text{ y } \sigma_{s0}' = E_s \cdot (x_0 - d') \cdot c_0$$

La condición de que lo que se carga esta armadura se descarga el hormigón es

$$A_s' \cdot (\sigma_s - \sigma_{s0}) + \frac{b \cdot x_0}{2} \cdot (\sigma_c - \sigma_{c0}) = 0,$$

siendo  $b$  la anchura de la sección en la zona comprimida.

Desarrollemos el primer término de la anterior.

$$\begin{aligned} A_s' \cdot (\sigma_s - \sigma_{s0}) &= \frac{A_s' \cdot F_s}{d} \cdot [(x - d') \cdot (\epsilon_s + \epsilon_c) - \\ &- (x_0 - d') \cdot (\epsilon_s + \epsilon_{c0})] = \frac{A_s' \cdot E_s}{d} \cdot [(x - x_0) \cdot \\ &\cdot (\epsilon_s + \epsilon_{c0}) + (x - d') \cdot (\epsilon_c - \epsilon_{c0})]. \end{aligned}$$

Como

$$x = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_s + \epsilon_c} \cdot d \text{ y } x_0 = \frac{\epsilon_{c0}}{\epsilon_s + \epsilon_{c0}} \cdot d,$$

al sustituir estos valores en la expresión previa y operar se llega a

$$\begin{aligned} A_s' \cdot (\sigma_s - \sigma_{s0}) &= A_s' \cdot F_s \cdot \frac{d - d'}{d} \cdot (\epsilon_c - \epsilon_{c0}) = \\ &= A_s' \cdot F_s \cdot \frac{d - d'}{d} \cdot \left[ \epsilon_{c0} \cdot \varphi + \frac{\sigma_c - \sigma_{c0}}{E_c} \cdot (1 + k \cdot \varphi) \right]. \end{aligned}$$

De la condición ya conocida

$$A_s' \cdot (\sigma_s - \sigma_{s0}) = - \frac{b \cdot x_0}{2} \cdot (\sigma_c - \sigma_{c0}),$$

se deduce en seguida que

$$\sigma_c - \sigma_{c0} = - \frac{2 \cdot A_s' \cdot E_s \cdot \frac{d - d'}{d} \cdot \epsilon_{c0} \cdot \varphi}{b \cdot x_0 + 2 \cdot n \cdot A_s' \cdot \frac{d - d'}{d} \cdot (1 + k \cdot \varphi)},$$

donde

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

Por otra parte, la curvatura de la sección se puede poner como  $c = c_0 + c_{\text{dif}}$ , siendo  $c_{\text{dif}}$  el incremento de la curvatura en el tiempo. De ahí se deduce que

$$\begin{aligned} c_{\text{dif}} = c - c_0 &= \frac{\epsilon_c - \epsilon_{c0}}{d} = \\ &= \frac{\epsilon_{c0} \cdot \varphi + \frac{\sigma_c - \sigma_{c0}}{E_c} \cdot (1 + k \cdot \varphi)}{d}, \end{aligned}$$

en función de los valores iniciales (salvo la tensión  $\sigma_c$ ) y del coeficiente de fluencia.

#### Factor de paso de las flechas instantáneas a las diferidas

Parece claro que, en principio, el cociente entre  $c_{\text{dif}}$  y  $c_0$  es lo que debe tomarse como factor para un eventual paso de las flechas instantáneas a las diferidas, si se cumplen algunas condiciones (como su no dependencia del valor de la flexión a lo largo de la pieza, etc.).

Partiendo de la expresión de dicho cociente, y sustituyendo en ella el valor ya obtenido para  $\sigma_c - \sigma_{c0}$ , resulta

$$\begin{aligned} \frac{c_{\text{dif}}}{c_0} &= \frac{\epsilon_{c0} \cdot \varphi + \frac{\sigma_c - \sigma_{c0}}{E_c} \cdot (1 + k \cdot \varphi)}{\epsilon_s + \epsilon_{c0}} = \\ &= \frac{b \cdot x_0 \cdot \epsilon_{c0} \cdot \varphi}{[b \cdot x_0 + 2 \cdot n \cdot A_s' \cdot \frac{d - d'}{d} \cdot (1 + k \cdot \varphi)] \cdot (\epsilon_s + \epsilon_{c0})} \end{aligned}$$

Recordando que

$$x_0 = \frac{\epsilon_{c0}}{\epsilon_s + \epsilon_{c0}} \cdot d, \text{ se obtiene}$$

$$\begin{aligned} \frac{c_{\text{dif}}}{c_0} &= \frac{b \cdot x_0^2 \cdot \varphi}{b \cdot d \cdot x_0 + 2 \cdot n \cdot A_s' \cdot (d - d') \cdot (1 + k \cdot \varphi)} = \\ &= \left( \frac{x_0}{d} \right)^2 \cdot \frac{\varphi}{\frac{x_0}{d} + 2 \cdot n \cdot \frac{A_s'}{b \cdot d} \cdot \frac{d - d'}{d} \cdot (1 + k \cdot \varphi)} \end{aligned}$$

Para el caso particular  $A'_s = 0$ , resulta

$$\frac{c_{dif}}{c_0} = \frac{x_0}{d} \cdot \varphi$$

### COMPORTAMIENTO DE UNA SECCION EN EL TIEMPO, BAJO FLUENCIA Y RETRACCION

Si se considera además la retracción que se produce en la zona comprimida del hormigón desde el comienzo de la carga (edad del hormigón  $t_0$ ) y se desea tener en cuenta también la armadura en la misma ( $A'_s$ ), una opción que parece suficientemente razonable, y que es bastante sencilla, consiste en tomar sólo la parte de área cobaricéntrica con la anterior (de profundidad  $2 \cdot d'$ ).

En la figura adjunta se muestra, junto a las leyes de deformaciones del tipo ya conocido, un esquema de los incrementos de tensiones que, por este efecto y según lo indicado, hay que superponer.

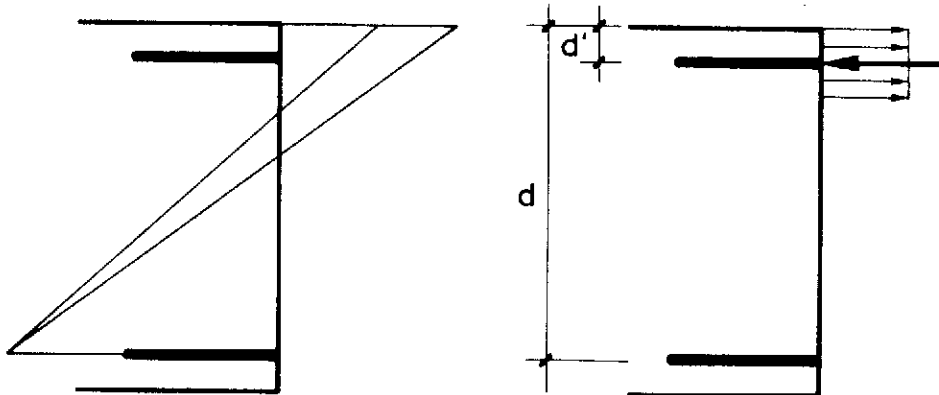
En principio, la retracción que influye en la curvatura es la que se produce a partir del momento en que la sección entra en carga y se comporta según lo indicado en el apartado anterior; por tanto, hay que tomar los mismos tiempos que para la fluencia. Si  $\varepsilon_r$  es el valor de dicha retracción (esto es,  $\varepsilon_r = \varepsilon_r(t, t_0)$ ), el incremento de tensión (de tracción) diferido en el hormigón debido a esta deformación es

$$\Delta\sigma_{cr} = -\varepsilon_r \cdot \frac{A'_s \cdot E_s}{2 \cdot b \cdot d' + n \cdot A'_s}$$

que debe incorporarse al  $\sigma_c - \sigma_{c0}$  obtenido en el apartado anterior; además hay que hacer lo mismo con  $\varepsilon_r$  en el incremento de la deformación del hormigón.

Haciendo todo esto se tiene sucesivamente,

$$\frac{c_{dif}}{c_0} = \frac{\varepsilon_{c0} \cdot \varphi + \frac{\sigma_c - \sigma_{c0}}{E_c} \cdot (1 + k \cdot \varphi) + \varepsilon_r}{\varepsilon_s + \varepsilon_{c0}}$$



$$= \frac{b \cdot x_0 \cdot \varepsilon_{c0} \cdot \varphi + \varepsilon_r \cdot \left[ 1 - \frac{n \cdot A'_s}{2 \cdot b \cdot d' + n \cdot A'_s} \cdot (1 + k \cdot \varphi) \right] \cdot \left[ b \cdot x_0 + 2 \cdot n \cdot A'_s \cdot \frac{d - d'}{d} \cdot (1 + k \cdot \varphi) \right]}{\left[ b \cdot x_0 + 2 \cdot n \cdot A'_s \cdot \frac{d - d'}{d} \cdot (1 + k \cdot \varphi) \right] \cdot (\varepsilon_s + \varepsilon_{c0})}$$

$$= x_0 \cdot \frac{b \cdot x_0 \cdot \varphi + \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_{c0}} \cdot \left[ 1 - \frac{n \cdot A'_s}{2 \cdot b \cdot d' + n \cdot A'_s} \cdot (1 + k \cdot \varphi) \right] \cdot \left[ b \cdot x_0 + 2 \cdot n \cdot A'_s \cdot \frac{d - d'}{d} \cdot (1 + k \cdot \varphi) \right]}{b \cdot d \cdot x_0 + 2 \cdot n \cdot A'_s \cdot (d - d') \cdot (1 + k \cdot \varphi)}$$

donde de nuevo se ha sustituido

$$x_0 = \frac{\epsilon_{c0}}{\epsilon_s + \epsilon_{c0}} \cdot d.$$

Para simplificarla, la anterior se puede poner, de forma bastante aproximada para las cuantías normales, como

$$\frac{c_{dif}}{c_0} = b \cdot x_0^2 \cdot \frac{\varphi + \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{c0}} \cdot [1 - \frac{n \cdot A'_s}{2 \cdot b \cdot d'} \cdot (1 + k \cdot \varphi)]}{b \cdot d \cdot x_0 + 2 \cdot n \cdot A'_s \cdot (d - d') \cdot (1 + k \cdot \varphi)}$$

$$= \left(\frac{x_0}{d}\right)^2 \cdot \frac{\varphi + \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{c0}} \cdot [1 - \frac{n \cdot A'_s}{2 \cdot b \cdot d'} \cdot (1 + k \cdot \varphi)]}{\frac{x_0}{d} + 2 \cdot n \cdot \frac{A'_s}{b \cdot d} \cdot \frac{d - d'}{d} \cdot (1 + k \cdot \varphi)},$$

o bien simplemente, y siempre por el lado de la seguridad,

$$\frac{c_{dif}}{c_0} = \left(\frac{x_0}{d}\right)^2 \cdot \frac{\varphi + \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{c0}}}{\frac{x_0}{d} + 2 \cdot n \cdot \frac{A'_s}{b \cdot d} \cdot \frac{d - d'}{d} \cdot (1 + k \cdot \varphi)}$$

Para el caso particular  $A'_s = 0$ , sea como fuere, resulta:

$$\frac{c_{dif}}{c_0} = \frac{x_0}{d} \cdot \left(\varphi + \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{c0}}\right).$$

## FORMULAS DE CARA A LA NORMATIVA

Del análisis anterior se puede deducir que el cociente entre  $c_{dif}$  y  $c_0$  es un factor adecuado para el paso de las flechas instantáneas a las diferidas, siempre que la zona fisurada sea claramente preponderante en el elemento en cuestión, que es lo normal en hormigón armado. En efecto, si la sección es constante (incluyendo las armaduras), dicho factor viene a ser también constante en el espacio (en particular, para esta situación de flexión simple no depende del valor del momento, que en general es variable en la pieza).

Por tanto, para obtener las flechas diferidas (debidas a las acciones permanentes o de larga duración) pueden multiplicarse las instantáneas por el factor

$$\left(\frac{x_0}{d}\right)^2 \cdot \frac{\varphi + \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{c0}} \cdot [1 - \frac{n \cdot A'_s}{2 \cdot b \cdot d'} \cdot (1 + k \cdot \varphi)]}{\frac{x_0}{d} + 2 \cdot n \cdot \frac{A'_s}{b \cdot d} \cdot \frac{d - d'}{d} \cdot (1 + k \cdot \varphi)},$$

o bien, simplemente, por

$$\left(\frac{x_0}{d}\right)^2 \cdot \frac{\varphi + \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{c0}}}{\frac{x_0}{d} + 2 \cdot n \cdot \frac{A'_s}{b \cdot d} \cdot \frac{d - d'}{d} \cdot (1 + k \cdot \varphi)}.$$

Las expresiones anteriores pueden ponerse como

$$\frac{x_0}{d} \cdot \frac{\varphi + \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{c0}} \cdot [1 - \frac{n \cdot A'_s}{2 \cdot b \cdot d'} \cdot (1 + k \cdot \varphi)]}{1 + 2 \cdot n \cdot \frac{A'_s}{b \cdot d} \cdot \frac{d - d'}{x_0} \cdot (1 + k \cdot \varphi)}$$

$$\text{ó}$$

$$\frac{x_0}{d} \cdot \frac{\varphi + \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{c0}}}{1 + 2 \cdot n \cdot \frac{A'_s}{b \cdot d} \cdot \frac{d - d'}{x_0} \cdot (1 + k \cdot \varphi)},$$

de modo que en la práctica los coeficientes que multiplican a  $\frac{A'_s}{b \cdot d}$  (que llamaremos desde ahora  $\rho'$ ) y a  $\frac{A'_s}{b \cdot d}$  se sustituyan por valores fijos

adecuados. Para ello, debe darse a su vez un valor de tal carácter a  $\frac{d - d'}{x_0}$  y a los demás

parámetros, teniendo en cuenta que el valor operativo de  $\varphi$  es el que corresponde a  $t \rightarrow \infty$ ; estos coeficientes pueden ser del orden de 150 en el denominador y del orden de 10 en el numerador.

Por otra parte, el valor de  $\epsilon_{c0}$  puede tomarse en forma ajustada o simplificada; o incluso, en la práctica, sustituirse sin más por un valor fijo suficientemente pequeño (por ejemplo, del orden de  $2 \times 10^{-4}$ ).

De este modo, se llega a que el factor de paso es susceptible de adoptar una forma muy similar a la que actualmente tiene en la norma EH-88 (3) y en la propuesta de la EH-91:

$$\frac{x_0}{d} \cdot \frac{\varphi + \left(\frac{\epsilon_r}{\epsilon_{c0}}\right) \cdot \left(1 - 10 \cdot \frac{A'_s}{b \cdot d'}\right)}{1 + 150 \cdot \rho'},$$

de modo que

$$1 - 10 \cdot \frac{A'_s}{b \cdot d'} \ll 0,$$

o bien

$$\frac{x_0}{d} \cdot \frac{\varphi + \left(\frac{\epsilon_r}{\epsilon_{c0}}\right)}{1 + 150 \cdot \rho'}$$

El coeficiente  $\frac{x_0}{d}$  ha de sustituirse por su valor en función de las cuantías  $\rho$  (esto es,  $\frac{A_s}{b \cdot d}$ ) y  $\rho'$ , que como se sabe es

$$\frac{x_0}{d} = \sqrt{n^2 \cdot (\rho + \rho')^2 + 2 \cdot n \cdot (\rho + \rho') \cdot \frac{d'}{d}} - n \cdot (\rho + \rho')$$

También puede tomarse un valor aproximado en el que no aparezca la raíz cuadrada, como puede ser

$$\frac{x_0}{d} = 0,15 + 0,81 \cdot n \cdot (\rho + \rho')$$

que es muy sencillo y, como puede apreciarse con facilidad, resulta conservador (al proporcionar valores mayores que los reales) para cuantías pequeñas, pero conduce a valores inseguros para cuantías altas de armadura de tracción; o bien

$$\frac{x_0}{d} = 0,18 + 1,84 \cdot n \cdot \rho + (2,58 \cdot \frac{d'}{d} - 0,74) \cdot n \cdot \rho'$$

que, si bien es algo más complicado (y, de nuevo, conservador para cuantías pequeñas), resulta más seguro.

En cuanto al valor de la deformación  $\epsilon_{c0}$ , puede sustituirse o no, según convenga, por un valor del orden de  $2 \times 10^{-4}$ .

Debe insistirse, finalmente, en que todas las cuantías de las expresiones anteriores están referidas al ancho de la sección en la zona comprimida.

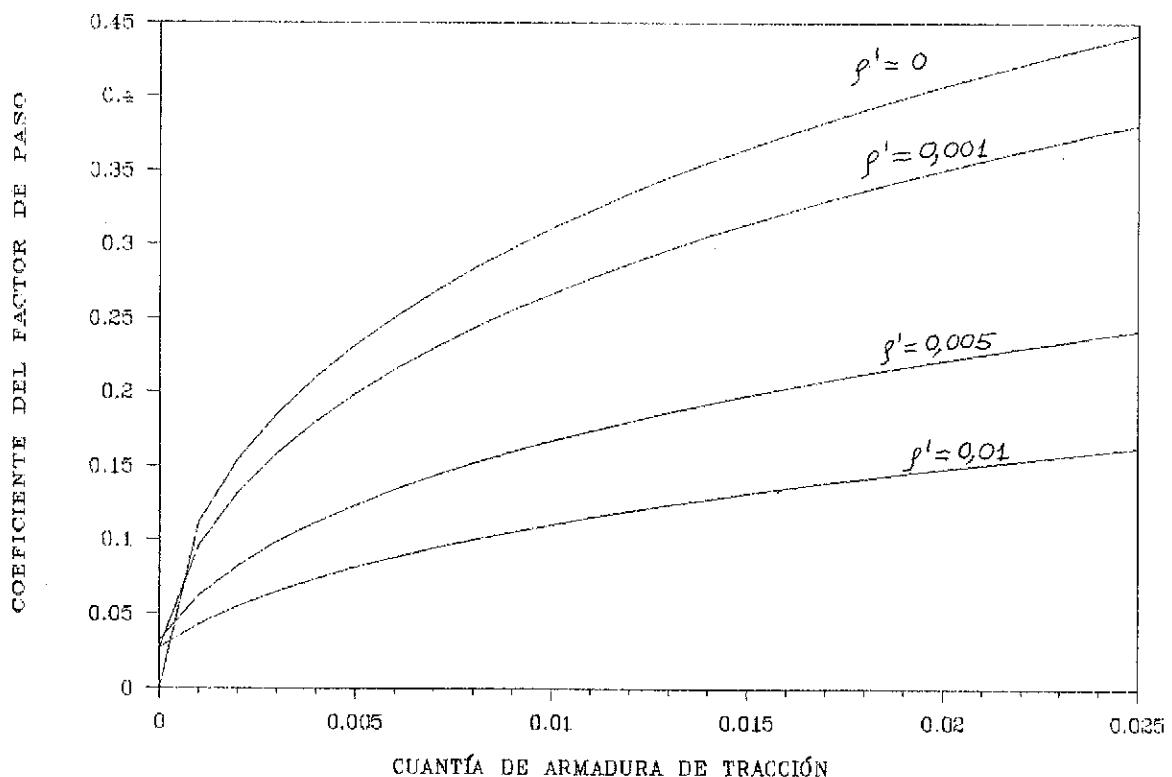
#### Comparación con el actual factor de paso

El factor que permite pasar de las flechas instantáneas a las diferidas en la vigente Instrucción EH-88 (3) es

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50 \cdot \rho'}$$

donde  $\xi$  es un coeficiente que viene tabulado en función de la duración de aplicación de la carga, creciendo con ella hasta el límite de 2 (la propuesta para la nueva EH-91 lo modifica en el sentido de incluir en  $\xi$  no sólo la duración de la carga sino también la edad del hormigón al comienzo de la misma, con lo que su valor es siempre menor).

Por tanto, en condiciones normales (respecto a las acciones permanentes, sobre todo) el valor máximo que alcanza  $\lambda$  (esto es, para una muy alta duración de la carga o, de otro modo,  $t \rightarrow \infty$ ) suele ser más o menos cercano a 2 y, por supuesto, es siempre muy superior a la unidad (con la corrección propuesta para la EH-91, los valores se atenúan algo, salvo en los casos de edades del hormigón altas para los que bajan bastante).



En cuanto al factor de paso obtenido en este trabajo, parece claro que, dejando aparte de momento otros aspectos, tiene de entrada la gran ventaja de hacer explícitas las repercusiones de la fluencia (a través del coeficiente  $\varphi$ ) y de la retracción (relativa a una cierta deformación definida), que pueden variar sensiblemente de unos casos a otros.

Y ello es así manteniendo una notable similitud en su forma con el factor  $\lambda$  de la normativa española, lo que parece en principio un tanto curioso. De hecho, precisamente por tal semejanza formal se podrá ir comprobando en adelante que resulta bastante fácil compararlos casi a simple vista.

Con respecto a su valor, el gráfico anterior muestra el valor del coeficiente

$$\frac{x_0}{d} = \frac{1}{1 + 150 \cdot \rho'}$$

que es precisamente el multiplicador de la suma del coeficiente de fluencia  $\varphi$  y de la retracción relativa (a la deformación  $\epsilon_{c0}$ ), en función de las cuantías de las armaduras de tracción (en abscisas) y de compresión (parámetro que toma cuatro valores), para el caso en que  $n = 7$  y  $(d'/d) = 0,1$ .

Las curvas representadas corresponden a los siguientes valores de la cuantía de compresión: 0, 0,001, 0,005 y 0,01. Estos valores se asocian, respectivamente y como era de esperar, con las curvas tomadas de arriba hacia abajo: conforme va creciendo dicha cuantía los valores del coeficiente en cuestión van disminuyendo.

Como es evidente, las curvas del gráfico carecen de sentido para los valores de la cuantía de tracción cercanos a cero.

Si se establece una comparación entre el factor anterior y el actual factor  $\lambda$  de la norma, se observa cómo, para los valores normales del coeficiente de fluencia  $\varphi$  y de la retracción relativa (con la misma duración de la carga, como es lógico), el valor del segundo suele ser sensiblemente mayor.

De entrada, examinando sus respectivas fórmulas se aprecia en seguida que, si se toma el coeficiente  $\xi$  del factor  $\lambda$  de la norma como equivalente al conjunto de los efectos de ambas deformaciones diferidas, dicho factor resulta muy conservador.

En efecto, sin contar la diferencia en el valor del coeficiente que se encuentra en el denominador, el término que corresponde a la profundidad relativa  $x_0/d$ , por el que más o menos habría entonces que multiplicar al factor  $\lambda$  para equipararlo al otro, es siempre muy inferior a la unidad (un valor normal podría ser del orden de 0,25).

Pero, en realidad, el valor del coeficiente  $\xi$  no es siempre asimilable a la suma de los efectos diferidos que aparece reflejada en el factor de paso al que se ha llegado aquí, sino que resulta en general menor que ella.

De todas formas, el término  $x_0/d$  compensa en grado suficiente la mayor magnitud que pueda tener la citada suma de efectos diferidos, para que al calcular ambos factores, dando valores concretos realistas a sus respectivos parámetros, la tendencia siga siendo que, para un mismo caso, el de la norma resulte todavía bastante más conservador que el otro. Aunque su diferencia se va reduciendo conforme crece la cuantía de la armadura de tracción, que es la variable que más influye sobre dicha profundidad relativa.

Por otra parte, la cuantía de la armadura de compresión, al tener un coeficiente numérico más pequeño, incide menos en el factor de la norma (si se hiciera un gráfico del mismo, similar al anterior, las cuatro curvas estarían más cercanas y no descenderían tan deprisa).

Por tanto, uniendo todas las influencias, ambos factores pueden llegar a tener ya valores cercanos sólo para cuantías de tracción muy altas y cuantías de compresión muy bajas o nula.

## CONCLUSION

A la vista de los resultados del análisis efectuado, surge una primera conclusión: la ya apuntada similitud formal entre el factor de paso (de las flechas instantáneas a las diferidas)  $\lambda$  que figura en la vigente Instrucción española EH-88 (3) y el obtenido en este trabajo.

E inmediatamente surge una segunda: el obtenido aquí posee la gran ventaja de hacer explícitas, por separado, las repercusiones de la fluencia y de la retracción, pudiendo ajustarse a cada caso concreto.

Y a continuación una tercera: el actual factor  $\lambda$  de la norma suele resultar bastante conservador (un poco menos, en general, en la propuesta de la EH-91), lo que está en línea con las discusiones a las que se hizo referencia al principio.

No obstante lo anterior, la diferencia entre ambos factores se va atenuando conforme crece la cuantía de la armadura de tracción. De hecho, pueden llegar a tener un valor más o menos comparable en los casos de cuantías de armadura de tracción muy altas y armadura de compresión inexistente o con cuantías muy bajas.

Esta mayor concordancia no sugiere algo casual, sino más bien lo contrario. Veámoslo.

A este respecto, si se recuerda que el factor  $\lambda$  de la norma es, en su origen, una adaptación a la práctica de ciertos resultados experimentales (1), al parecer su obtención fue entonces debida a un ajuste (con una forma sencilla) realizado a partir de los resultados observados; y, naturalmente, éstos correspondieron al rango concreto, empleado en los ensayos, de las variables que entran en juego en el fenómeno; y, en particular, el de las cuantías de armadura que se usaron.

En esa dirección, justamente por el rango bastante atípico de las relaciones luz/canto (muy altas) de las vigas ensayadas (1), que a su vez lleva siempre a cuantías de tracción muy fuertes, es ya posible encontrar valores más parecidos al evaluar ambos factores (para retracción y fluencia normales), como se acaba de indicar.

Por tanto, todo parece favorecer la idea de que, con independencia de la aparente confusión relativa a la flecha instantánea sobre la que debe aplicarse el actual factor  $\lambda$  (1), la extrapolación efectuada en su momento para definirlo (más allá de un rango experimental concreto, no precisamente habitual) fue tal vez poco acertada.

En fin, y como consecuencia de todo lo que precede, se propone sustituir el ya citado factor  $\lambda$  por una de las variantes presentadas en el apartado anterior, quizá alguna de las formalmente más sencillas como

$$\lambda = \frac{x_0}{d} \frac{\varphi + \left(\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_{c0}}\right) \cdot \left(1 - 10 \cdot \frac{A'_s}{b \cdot d'}\right)}{1 + 150 \cdot \rho'}$$

con

$$1 - 10 \cdot \frac{A'_s}{b \cdot d'} < 0,$$

ó

$$\lambda = \frac{x_0}{d} \cdot \frac{\varphi + \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_{c0}}}{1 + 150 \cdot \rho'}$$

En ambas se cumple lo siguiente:

—para la fluencia,

$$\varphi = \varphi(t, t_0),$$

—para la retracción,

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r(t, t_0),$$

siendo  $t_0$  la edad del hormigón en el comienzo de la carga y  $t$  la edad o tiempo de cálculo.

Además,

$\varepsilon_{c0}$  puede dejarse variable (para evaluar en cada caso) o bien tomarse  $\varepsilon_{c0} = 2 \times 10^{-4}$  (u otro valor fijo adecuado)

y

$$\frac{x_0}{d} = \sqrt{n^2 \cdot (\rho + \rho')^2 + 2 \cdot n \cdot (\rho + \rho') \cdot \frac{d'}{d}} - n \cdot (\rho + \rho').$$

Si se desea obviar la raíz cuadrada, una alternativa para el parámetro anterior puede ser:

$$\frac{x_0}{d} = 0,18 + 1,84 \cdot n \cdot \rho + \left(2,58 \cdot \frac{d'}{d} - 0,74\right) \cdot n \cdot \rho',$$

con una expresión más sencilla que aproxima su valor (pero, por supuesto, no con el mismo grado en todo el rango posible: en particular, es demasiado alto en bastantes casos); o bien otra aproximación semejante.

Por último, hay que recordar que todas las cuantías se refieren a la anchura de la sección en la zona comprimida.

## REFERENCIAS

1. ORTIZ, J. y DEL RIO, A.: Estudio crítico del cálculo de flechas en vigas de hormigón armado según la Instrucción EH-88. *Hormigón y Acero* n.º 173 (pp. 9-26). Madrid, 1989.

2. DEL RIO, A. y ORTIZ, J.: Método simplificado para el cálculo de flechas en vigas de hormigón armado, adaptado al Eurocódigo EC-2. *Hormigón y Acero* n.º 173 (pp. 27-41). Madrid, 1989.

3. COMISION PERMANENTE DEL HORMIGON: EH-88: *Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado*. Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo. Madrid, 1988.

4. MURCIA, J.: Módulo de deformación global equivalente del hormigón. Aplicación al análisis de los efectos de la fluencia en el tiempo. *Hormigón y Acero* n.º 164 (pp. 111-124). Madrid, 1987.

## RESUMEN

Se presenta un estudio aproximado, en el tiempo, de una sección de hormigón armado con armadura en ambas caras, en situación de servicio (bajo acciones permanentes y con fisuración), teniendo en cuenta la retracción y la fluencia del hormigón en la zona comprimida. Por tratarse de una aproximación analítica, se presta una cierta atención a la justificación de las hipótesis fundamentales en que la misma se basa.

Al final, y como consecuencia del anterior, se propone una fórmula práctica, con diversas variantes, para el factor que permite pasar de las flechas instantáneas a las diferidas, que podría constituir una alternativa al existente en la Instrucción EH-88 (y en la reciente propuesta de la EH-91). Dicha fórmula tiene la ventaja de hacer explícitas las repercusiones de la retracción y de la fluencia, las cuales pueden variar bastante según los casos; por otro lado, aunque su forma es muy semejante, ofrece en general resultados cuantitativos bastante diferentes.

## SUMMARY

This paper presents an approximate way for the time-dependent analysis of a reinforced concrete cross-section with reinforcement in

both sides, in serviceability conditions (under permanent loads and after cracking), considering shrinkage and creep in the compressed region. Being an analytical approach involved, some attention is paid to justify its fundamental assumptions.

Finally, as a consequence, for practical calculations a formula, with several optional shapes, is proposed for the factor that permits to obtain delayed deflections from instantaneous ones. It could be an alternative to the current one existing at the Spanish reinforced concrete code (EH-88) and at its new version proposal (EH-91). The formula has the important quality of making explicit the incidence of both shrinkage and creep, properties having variations from one case to another; by other hand, in spite of having a similar formulation, it offers normally rather different numerical results.

\* \* \*

## Nueva Publicación "PREFABRICADOS DE HORMIGÓN"

Por: A.S. Bruggeling y G.F. Huyghe

La prefabricación de estructuras de hormigón constituye uno de los más importantes avances obtenidos, durante las últimas dos décadas, en el campo de los procesos constructivos de estas estructuras. Estos avances están íntimamente relacionados con el desarrollo de las industrias de prefabricados, paso fundamental hacia la industrialización de la edificación.

Este libro, editado en inglés, se refiere especialmente al proyecto de estructuras a base de elementos prefabricados de hormigón, y a las uniones entre elementos prefabricados (detalles y ejecución). Se estudian importantes aspectos relativos al proceso de cálculo y sus relaciones con la fabricación y la construcción.

Los Capítulos 1 a 5 tratan del dimensionamiento y cálculo de importantes detalles tales como juntas y "nodos" en puntales y tirantes. Los Capítulos 6 a 8 se ocupan de modelos ingenieriles de puntales y tirantes que permiten determinar las armaduras, el pretensado y las dimensiones de sus uniones, en las estructuras de hormigón. En los Capítulos 9 a 14 se des-

cribe el proyecto y cálculo de pórticos y estructuras prefabricadas de hormigón, de tal modo que los Arquitectos y Proyectistas puedan estudiar las posibilidades reales de la prefabricación en sus proyectos. En estos Capítulos, se describen los tipos de uniones que pueden utilizarse para el enlace vigas-soportes, soportes-cimentaciones, forjados con sus estructuras de apoyo, etc.

Todos los modelos y métodos de cálculo se estudian sin relación directa con ninguna Norma o Recomendación. Por consiguiente, es posible ajustarlos sin dificultad a cualquier Norma de cálculo.

El libro consta de 397 páginas, con numerosos gráficos y figuras. Su precio es de 90 dólares.

Los interesados en adquirirlo, deberán dirigir sus pedidos a:

Dr. Ir. G.F. Huyghe  
Verde Lansierslaan 5  
B-3300 TIENEN  
Bélgica



# BASES DE DATOS

Consejo Superior de Investigaciones Científicas

Base de Datos Referencial  
especializada en publicaciones  
periódicas españolas de  
**CENCIA Y TECNOLOGIA**

## ICYT

**TEMATICA:** Agronomía, Astronomía, Astrofísica, Ciencias de la Vida, Ciencias de la Tierra y el Espacio, Farmacología, Física, Matemáticas, Química y Tecnología.

**FUENTES:** 525 publicaciones periódicas

**PERIODO DE COBERTURA:** Desde 1979 hasta la actualidad

**VOLUMEN:** 59.000 referencias

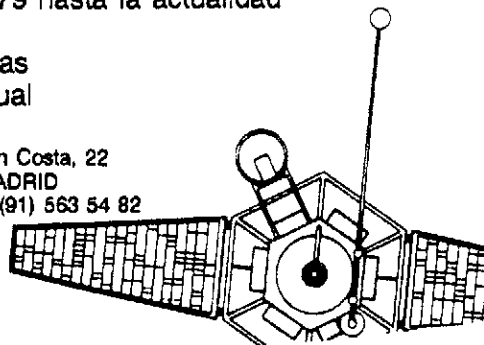
**CRECIMIENTO ANUAL:** 6.500 referencias

**PERIODO DE ACTUALIZACION:** Mensual

**PRODUCTOR:**

INSTITUTO DE INFORMACION Y  
DOCUMENTACION EN CIENCIA Y  
TECNOLOGIA (ICYT)

c/ Joaquín Costa, 22  
28002 MADRID  
Teléfono (91) 563 54 82



### Otras Bases de Datos:

**IME:** Medicina y Areas relacionadas

**ISOC:** Ciencias Sociales y Humanidades

**CIRBIC:** Catálogo Colectivo de Libros y Revistas de las  
Bibliotecas del CSIC

Para información y suscripciones:

**SERVICIO DE DISTRIBUCION DE INFORMACION**

Pinar, 19

28006 MADRID

Teléfono (91) 585 56 48/5649/5668



## **Cálculo de placas mediante asimilación a emparrillados: Una revisión**

**José Luís Manzanares Japón**  
**Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos**  
**Catedrático de Universidad**  
**Dpto. de Mecánica de Medios Continuos,**  
**Teoría de Estructuras e Ingeniería del Terreno**  
**Escuela Técnica Superior de Arquitectura**  
**Universidad de Sevilla**

**Miguel Angel Gil Marti**  
**Dr. Arquitecto**  
**Titular de Universidad (interino)**  
**Dpto. de Mecánica de Medios Continuos,**  
**Teoría de Estructuras e Ingeniería del Terreno**  
**Escuela Técnica Superior de Arquitectura**  
**Universidad de Sevilla**

### **1. INTRODUCCION**

En las circunstancias en que se mueve la construcción en España actualmente, tanto por cuestiones de ritmo de obra como por otras cuestiones económicas y estéticas, la elección de forjados planos de hormigón ha ido tomando un auge cada vez mayor. Dentro de los mismos y en función de su comportamiento estructural se puede elegir entre dos opciones básicas: forjados unidireccionales con vigas planas o forjados bidireccionales de placa maciza o aligerada. Cada uno de estos dos tipos tiene sus ventajas e inconvenientes:

—El forjado plano unidireccional encuentra sus mayores ventajas en la simplicidad constructiva, el uso de elementos prefabricados relativamente baratos y en su menor necesidad de encofrado.

—Las ventajas de los forjados del segundo tipo se derivan fundamentalmente de su comportamiento bidireccional: mayor rigidez transversal debida a una respuesta más continua y homogénea del forjado frente a cargas horizontales; mejor comportamiento frente a cargas puntuales, ya que su transmisión es más directa e involucra a más elementos; posibilidad de menores cantos a igualdad de cajas y luces (o lo que es lo mismo, posibilidad de soportar mayores cargas a igualdad de luces y canto, o posibilidad de mayores luces a igualdad de cargas y canto); mayor libertad en la colocación de los pilares, que no tienen que estar alineados, y, por tanto, mayor libertad para los diseñadores.

El análisis estructural de placas de comportamiento bidireccional, puede efectuarse mediante métodos aproximados, como el de Pórticos Virtuales o el de Diseño Directo, o mediante métodos más exactos, como el de Elementos Finitos; este último método resulta demasiado complejo y poco accesible para su aplicación indiscriminada en proyectos arquitectónicos, por lo que normalmente se utilizan los métodos aproximados, que a su vez tienen la desventaja de ser aplicables solamente en placas de geometría sencilla; todo esto trae como consecuencia, bien un empobrecimiento del diseño, bien una aplicación más allá de lo permitido de los métodos aproximados, previo aumento de los coeficientes de seguridad (o peor aún sin ese aumento).

El método de cálculo de placas por asimilación a emparrillado es un caso particular de análisis por elementos finitos, en el que el elemento elegido es del tipo barra lineal, con un comportamiento en su proceso de deformación bajo carga perfectamente determinado por la teoría general de vigas. Básicamente, el método consiste en sustituir un medio continuo (placa) por un medio discreto (emparrillado de vigas) tal que, sometido a las mismas cargas y con las mismas condiciones de apoyo, tenga idéntica deformada y esfuerzos. Las mayores ventajas de este método se derivan de su generalidad de aplicación (cualquier tipo de forma, de apoyos, de cargas) y de la facilidad de cálculo del emparrillado virtual por métodos, como el matricial de malla de barras, que requieren ordenadores de una capacidad relativamente pequeña (com-

parada con la necesaria para resolver el mismo problema por el método general de elementos finitos). Una dificultad es la falta de programas de cálculo de emparrillados en los cuales la entrada de datos sea sencilla y rápida y los resultados sean fácilmente comprensibles y directamente utilizables por el diseñador.

El método de cálculo de placas mediante asimilación a emparrillados de barras no es de aplicación directa e inmediata, sino que requiere el uso de una metodología que proporcione tanto la manera de pasar de un tipo estructural a otro (teniendo en cuenta la dificultad añadida de que uno es continuo y el otro discreto) como la de interpretar los resultados obtenidos en este último de forma que sean aplicables al primero. Actualmente, en la utilización práctica de este método se recurre a unos criterios, compilados de diversos autores y publicaciones, que en muchos casos dan lugar a errores que caen incluso del lado de la inseguridad.

Los principales problemas que se plantean al aplicar este método de asimilación son los siguientes:

—Discretización de la placa: número de barras que ha de utilizarse y disposición de las mismas.

—Reproducción de las características elasto-mecánicas: rigideces a flexión y torsión que han de asignarse a cada una de las barras del emparrillado virtual; efecto del módulo de Poisson.

—Reproducción del estado de cargas: distribución de las cargas reales actuantes en la placa entre los nudos y/o barras del emparrillado virtual.

—Interpretación de resultados (deformaciones y esfuerzos): aparición de discontinuidades en las leyes de esfuerzos en los nudos del emparrillado virtual; en el caso de placas de hormigón armado, composición de esfuerzos en cada punto para hallar esfuerzos de armado.

En el presente estudio se pretenden elaborar las bases para una correcta aplicación del método de cálculo de placas mediante asimilación a emparrillados de barras, demostrando que puede proporcionar una exactitud similar a la obtenida con el método general de elementos finitos, utilizando un esfuerzo computacional mucho menor. Para facilitar el análisis, en el Centro de Informática de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Sevilla se ha elaborado un programa que posee una entrada de datos interactiva, sencilla y rápida, y proporciona unos resultados de cálculo fácilmente interpretables y directamente utilizables por el proyectista.

Vamos en primer lugar a analizar el caso de

placas macizas, y después generalizaremos al caso de placas aligeradas (normalmente denominados forjados reticulares).

## 2. PLACAS MACIZAS

### 2.1. Formulación básica de placas macizas y de emparrillados

Según la teoría elástica clásica de placas delgadas, isótropas y homogéneas, los valores de los momentos actuantes son:

$$\begin{aligned} M_x &= -\frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \left[ \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} + \mu \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta y^2} \right] \\ M_y &= -\frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \left[ \frac{\delta^2 w}{\delta y^2} + \mu \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} \right] \\ M_{xy} &= -\frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 + \mu)} \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta x \delta y} \end{aligned} \quad [1]$$

y la ecuación diferencial que gobierna el comportamiento de la placa en flexión es:

$$\frac{\delta^4 w}{\delta x^4} + 2 \cdot \frac{\delta^4 w}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 w}{\delta y^4} = \frac{12 \cdot (1 - \mu^2)}{E \cdot h^3} \cdot q \quad [2]$$

En el caso de un emparrillado de vigas de sección rectangular, de canto mucho menor que las luces en ambas direcciones y con deformaciones verticales pequeñas en comparación con el canto, las expresiones anteriores toman la forma:

$$\begin{aligned} M_x^e &= -\frac{E \cdot h^3}{12} \cdot \frac{\delta^2 w^e}{\delta x^2} \\ M_y^e &= -\frac{E \cdot h^3}{12} \cdot \frac{\delta^2 w^e}{\delta y^2} \\ M_{xy}^e &= -\frac{2 \cdot G \cdot h^3}{12} \cdot \frac{\delta^2 w^e}{\delta x \delta y} \\ \frac{\delta^4 w^e}{\delta x^4} + \frac{4 \cdot G}{E} \cdot \frac{\delta^4 w^e}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 w^e}{\delta y^4} &= \frac{12}{E \cdot h^3} \cdot q \end{aligned} \quad [3]$$

$$[4]$$

### 2.2. Planteamiento de condiciones iniciales

#### 2.2.1. Discretización de la placa

A la hora de proceder a la discretización de una placa hay que tener muy en cuenta cual va a ser su comportamiento real, bajo las cargas a que va a estar sometida y con sus condiciones de sustentación; cada placa tendrá su discretización óptima y sólo pueden darse unas reglas genéricas, e incluso, en determinados casos, algunas de ellas pueden no seguirse para encon-

trar la mejor solución.

—Las armaduras de refuerzo de las placas se disponen normalmente según dos direcciones ortogonales; esta circunstancia introduce una cierta ortotropía en su comportamiento. Para reproducir esta circunstancia de la mejor manera posible, es conveniente disponer las barras del emparrillado virtual según esas dos direcciones, formando una retícula ortogonal.

—Deberán disponerse barras que pasen en ambas direcciones por los apoyos puntuales de la placa, de forma que es en el nudo de intersección donde se introducen las condiciones de borde correspondientes. En el caso de apoyos continuos según una línea (por ejemplo apoyos sobre muros) deberán disponerse líneas de barra según sus ejes.

—Deberán disponerse barras coincidiendo con los bordes de la placa; el eje de estas barras deberá colocarse allí donde el flujo de tensiones tangenciales debidas a la torsión de la placa tenga su componente vertical, es decir, alejadas, aproximadamente, 0,3 veces el canto de la placa; en caso de existencia de soportes a lo largo de los bordes, en cambio, la mejor colocación de las barras será siguiendo los ejes de dichos soportes.

—Es conveniente disponer barras que pasen en ambas direcciones por los puntos donde existan cargas concentradas importantes, para facilitar su aplicación sobre el emparrillado virtual y conseguir que los resultados sean lo más parecidos posible a los que realmente se producen. En el caso de cargas lineales (muros de cerramiento, por ejemplo) es conveniente disponer líneas de barras que las recojan.

—En cuanto al número de barras que hay que disponer, dependerá mucho del grado de exactitud requerido y de la capacidad de almacenamiento y velocidad de proceso del ordenador: a mayor número de barras, mayor exactitud de los resultados, pero también mayor requerimiento de almacenamiento y mayor tiempo de proceso. Normalmente, vamos a hablar, más que de número de barras, de dis-

tancia entre ellas, expresando esta distancia como fracción de la luz entre ejes de apoyo,  $L$ . El mínimo razonable (como queda demostrado en 2.4.1) puede ser una disposición cada  $L/4$ , que corresponde a colocar 2 líneas de barras que pasan por los apoyos, una por el centro del vano y otras dos entre las anteriores (esta disposición, además, nos permite conocer los resultados en los puntos clave de la placa: apoyos y centros de vano); a partir de aquí se pueden usar discretizaciones más tupidas, en función tanto de la importancia de la exactitud de los resultados que se van a obtener como de la disponibilidad de tiempo y dinero.

—Es conveniente, cuando sea posible en función de las disponibilidades anteriores, tupir más la malla de barras en las zonas donde los esfuerzos varían más rápidamente (como por ejemplo los apoyos interiores) y en las cercanías de cargas importantes; esta operación, no obstante, habrá que realizarla con precaución y analizando cuidadosamente los resultados que produce, puesto que la coexistencia de barras de muy distinta longitud y ancho de influencia puede dar lugar a errores de condicionamiento de la matriz de rigidez del emparrillado, al mezclar números de muy distinta magnitud. Otro peligro latente en las discretizaciones locales es que las zonas del emparrillado virtual en que eso se produce casi no trabajen, y que los esfuerzos se concentren en los bordes de dichas "sobrediscretizaciones". Para evitar esta circunstancia, lo conveniente es prolongar las barras adicionales que se introduzcan, hasta que se intersecten con otras que pasen por puntos de apoyo.

### 2.2.2. Asignación de características elastomecánicas a las barras del emparrillado. Efecto del Módulo de Poisson

Las rigideces a flexión y torsión que han de asignarse a las vigas del emparrillado virtual deben ser iguales a las correspondientes a la zona de placa que sustituyen; en el caso general de discretización según una malla ortogonal

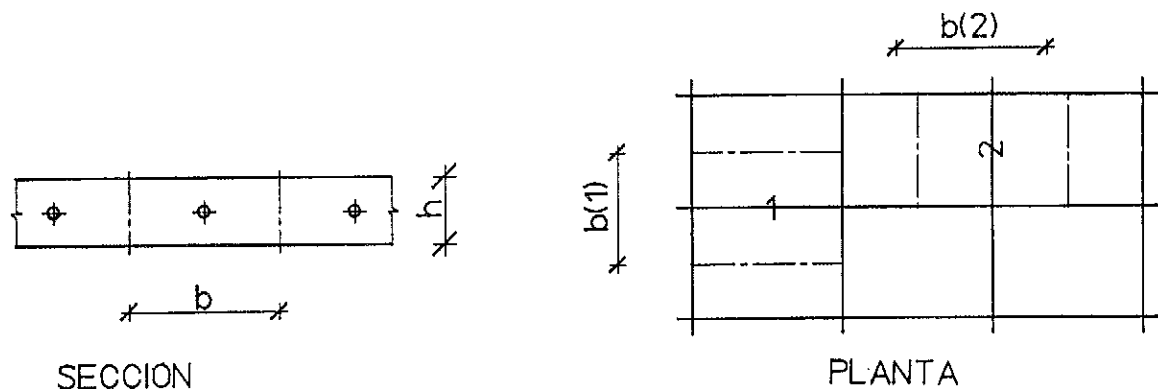


Fig. 1. Asignación de características elastomecánicas.

(Fig. 1), a cada viga se le asignan unas rigideces a flexión y torsión, iguales a las del trozo de placa comprendido entre las líneas medias de los dos cuadrados contiguos de la retícula.

El valor de la rigidez a torsión de una viga de dimensiones  $b \cdot h$  es:

$$M_t = K_t \cdot b \cdot h^3,$$

siendo  $b \leq h$

donde  $K_t$  es un coeficiente cuyo valor, obtenido por Timoshenko y Goodier (1), depende de la relación entre  $b$  y  $h$ :

$$K_t = \frac{1}{3} \cdot \left[ 1 - \frac{192}{\pi^5} \cdot \frac{b}{h} \cdot \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \left[ \frac{1}{n^5} \cdot \tanh \frac{n \cdot \pi \cdot h}{2 \cdot b} \right] \right] \quad [5]$$

El valor de la rigidez a torsión que debe asignarse a cada barra del emparrillado virtual es igual a la mitad del correspondiente a la viga, debido a que en su determinación en el caso de vigas aisladas se integran tanto las tensiones tangenciales longitudinales como las verticales, mientras que en las placas (que es el tipo estructural real que estamos asimilando) sólo se integran las longitudinales (Fig. 2).



Fig. 2. Tensiones tangenciales en placas y vigas.

Así pues:

$$M_t = \frac{1}{2} \cdot K_t \cdot b \cdot h^3$$

Aunque  $K_t$  depende de la relación  $b/h$ , debemos darle un valor fijo igual a  $1/3$ , que corresponde a la relación  $b/h \rightarrow \infty$ , que es la que se da en la placa real. De esta manera, el valor de  $M_t/b$  será igual al de la placa e independiente de la discretización más o menos tupida que hayamos realizado (en el caso de que se tomaran los valores de  $K_t$  en función de la relación  $b/h$  de cada viga del emparrillado virtual, a discretizaciones más tupidas corresponderían valores de  $M_t/b$  menores —véase 2.4.1—). Así pues, el valor de la rigidez a torsión que asignaremos a cada viga será:

$$M_t = \frac{1}{6} \cdot b \cdot h^3$$

El valor de la rigidez a flexión de una viga de dimensiones  $b \cdot h$  es:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}$$

Observamos que interviene el valor del módulo de Poisson del material. La manera normal, hasta el momento, de introducir el efecto del módulo de Poisson en el cálculo de placas mediante asimilación a emparrillados calculados mediante métodos matriciales, ha sido no tenerlo en cuenta en el cálculo de las rigideces a flexión de las barras del emparrillado virtual e incluirlo en el del módulo de elasticidad transversal usado en el cálculo de las matrices de rigidez:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12}, \quad G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}$$

Esta manera de operar, aunque aproximada, es errónea. Comparando dos placas exactamente iguales que sólo varían en el valor de su coeficiente de Poisson  $\mu$  (y haciendo esta comparación para distintos tipos de sustentación —véase 2.4.1—), observamos que en la que tiene un  $\mu$  mayor, las flechas son inferiores en todos los puntos y los momentos superiores en casi todos; haciendo la misma comparación con los dos emparrillados virtuales correspondientes, observamos que en el que  $\mu$  es mayor, las flechas son mayores, mientras que los momentos son generalmente inferiores (dependiendo del tipo de sustentación). Vemos pues que el efecto producido en una placa por un cambio de valor de  $\mu$  es diferente e incluso opuesto al producido en el emparrillado virtual calculado según la manera normal de operar hasta el momento.

Si comparamos las ecuaciones [2] y [4], que gobiernan el comportamiento de placas y emparrillados, respectivamente, observamos que sólo se diferencian en el coeficiente del segundo término ( $2$  y  $4 \cdot G/E$ , respectivamente) y en el término independiente (la ecuación de la placa incluye el factor  $1 - \mu^2$ ). Si calculamos el emparrillado haciendo:

$$\frac{4 \cdot G}{E} = 2 \rightarrow E = 2 \cdot G \rightarrow \mu = 0 \rightarrow I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

hallaremos un campo de flechas  $w^e(x, y)$ ; las flechas de la placa,  $w(x, y)$ , se hallarán, siguiendo con la comparación de las ecuaciones anteriormente citadas, aplicando la siguiente fórmula:

$$w(x, y) = w^e(x, y) \cdot (1 - \mu^2) \quad [6]$$

Para hallar el valor de los momentos en la placa en función de los obtenidos en el emparrillado, sustituimos [6] en [1]:

$$M_x = -\frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \left[ \frac{\delta^2 w_o^e}{\delta x^2} + \mu \cdot \frac{\delta^2 w_o^e}{\delta y^2} \right] \cdot (1 - \mu^2)$$

$$M_{xy} = -\frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 + \mu)} \cdot \frac{\delta^2 w_o^e}{\delta x \delta y} \cdot (1 - \mu^2)$$

$$M_y = -\frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \left[ \frac{\delta^2 w_o^e}{\delta y^2} + \mu \cdot \frac{\delta^2 w_o^e}{\delta x^2} \right] \cdot (1 - \mu^2)$$

Operando y teniendo en cuenta [3], obtenemos:

$$\begin{aligned} M_x &= M_{x_o}^e + \mu \cdot M_{y_o}^e \\ M_{xy} &= (1 - \mu) \cdot M_{xy_o}^e \\ M_y &= M_{y_o}^e = \mu \cdot M_{x_o}^e \end{aligned} \quad [7]$$

Así pues, para analizar una placa de un material con un coeficiente de Poisson cualquiera, se debe proceder, en primer lugar, a calcular matricialmente el emparrillado equivalente supuesto de un material tal que  $\mu$  sea 0; posteriormente, los valores buscados de flechas y momentos en la placa se calculan en función de los hallados para el emparrillado y del módulo de Poisson real, mediante las fórmulas [7] y [6]. En el caso de nudos situados sobre bordes libres hay que realizar algunas consideraciones especiales. En un nudo situado en un borde paralelo al eje Y, un momento  $M_{x_o}^e$  produce una elongación  $\epsilon_{y_o}$  y subsiguientemente otra  $\epsilon_{x_o} = \mu \cdot \epsilon_{y_o}$  en la dirección perpendicular pero no se produce un incremento de  $M_y$  al existir un borde libre que no coacciona la existencia de  $\epsilon_{x_o}$ . En el mismo nudo, un momento  $M_{y_o}^e$  si produce un incremento de  $M_x$ , al no existir libertad para que se produzca la elongación  $\epsilon_{y_o} = \mu \cdot \epsilon_{x_o}$ . Así pues, en nudos situados sobre bordes libres paralelos al eje Y hay que modificar una de las fórmulas [7], que queda de la forma:

$$M_y = M_{y_o}^e$$

De igual forma, en nudos situados sobre bordes libres paralelos al eje X:

$$M_x = M_{x_o}^e$$

En fin, en nudos situados en esquinas libres:

$$M_x = M_{x_o}^e$$

$$M_y = M_{y_o}^e$$

### 2.2.3. Reproducción de las condiciones de apoyo

Todos los puntos, tanto de una placa como del emparrillado virtual equivalente, tienen tres grados de libertad: el corrimiento vertical,  $w$ , y un giro alrededor de cada eje horizontal,  $\theta_x$  y  $\theta_y$ . En los apoyos, uno o varios de estos grados de libertad es coaccionado, bien de forma total, impidiendo radicalmente alguno de los corrimientos anteriores, o bien de forma parcial, oponiendo resistencia pero no impidiendo totalmente dichos corrimientos.

Los tipos de apoyos más normales en los que se coaccionan totalmente algunos o todos los grados de libertad son los empotramientos perfectos y las articulaciones. También aparecen coacciones totales cuando aprovechamos la existencia de ejes de simetría en las placas analizadas, para calcular solamente la porción de placa comprendida entre ellos. La reproducción de coacciones completas es fácil y directa, y se realiza en los nudos correspondientes del emparrillado virtual, impidiéndoles totalmente los corrimientos.

La presencia de pilares aislados de dimensiones finitas se introduce coaccionando los nudos correspondientes del emparrillado virtual, de forma parcial los giros alrededor de ambos ejes y de forma total los corrimientos verticales (consideramos despreciables los acortamientos de los pilares). El modo de introducir estas coacciones parciales es mediante unos factores, llamados coeficientes de balasto (CB), que relacionan, en cada sentido, los momentos actuantes con los giros que inducen. El valor de estos coeficientes en cada punto y para cada sentido es igual a la suma de las rigideces a flexión de los pilares inferior y/o superior a la placa.

### 2.2.4. Reproducción de los estados de carga

Las cargas puntuales se aplican como tales en los nudos correspondientes del emparrillado virtual (Fig. 3a). En el caso de que no se haya cumplido lo dicho en 2.2.1 y no haya nudo bajo la carga (es decir, no existan 2 líneas de barras que se crucen en el punto de aplicación de la carga), ésta se aplicará, bien de forma puntual sobre la barra que pase por su punto de aplicación (Fig. 3b) o bien, en el caso de que tampoco se haya dispuesto una barra bajo ella, se repartirá proporcionalmente entre los cuatro nudos más próximos (Fig. 3c).

Las cargas lineales, en el caso normal de que se haya dispuesto una línea de barras bajo ellas, se aplican directamente sobre las barras (Fig. 4a); en caso contrario, se aplicarán de forma puntual en los puntos de cruce de la línea de carga con las barras (Fig. 4b); en caso extremo, podrían aplicarse de forma puntual sobre los

nudos más próximos a los puntos de cruce del caso anterior (Fig. 4c).

La mejor manera de aplicar las cargas superficiales es de la forma indicada en la figura 5a, es decir, distribuyendo la carga correspondiente a cada recuadro del emparrillado virtual entre las cuatro barras que lo rodean, de forma que cada barra quede cargada con una distribución triangular; otra manera menos exacta de aplicar

este tipo de cargas (aunque proporciona resultados muy aproximados a los del método anterior en caso de mallas muy tupidas), es distribuir las entre los cuatro nudos del recuadro, aplicándolas de forma puntual (Fig. 5b). Un estudio comparativo de estas dos formas de distribuir las cargas superficiales puede verse en 2.4.1.

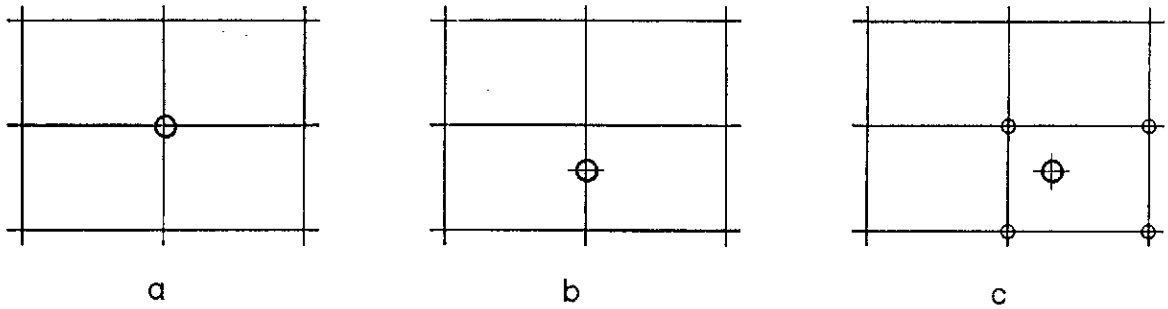


Fig. 3. Aplicación de cargas puntuales.

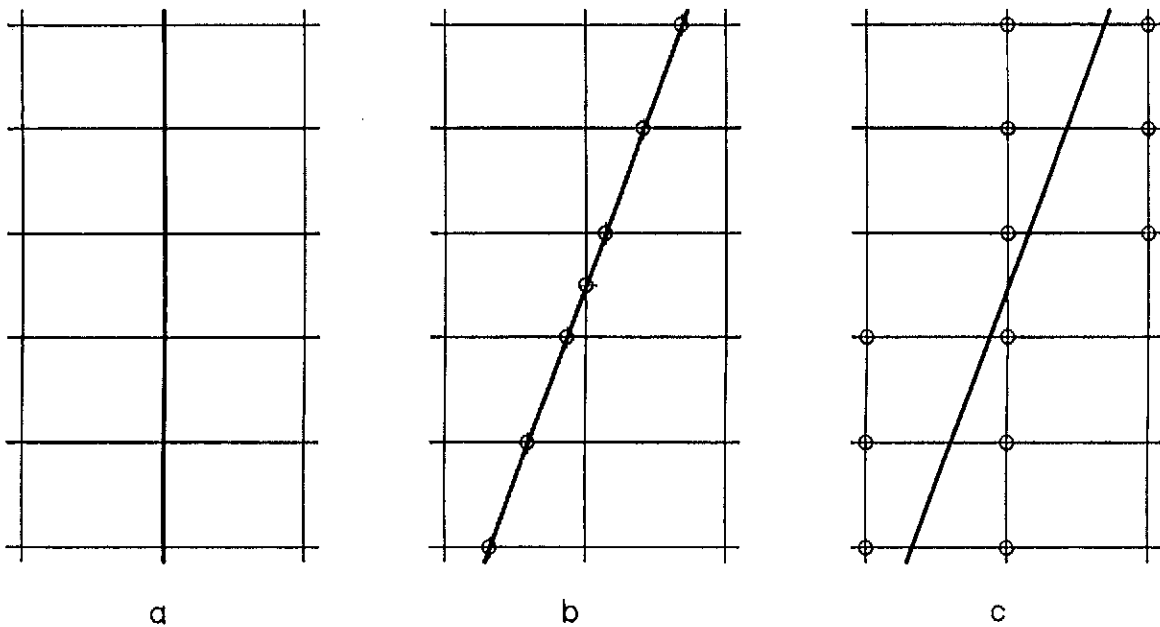


Fig. 4. Aplicación de cargas lineales.

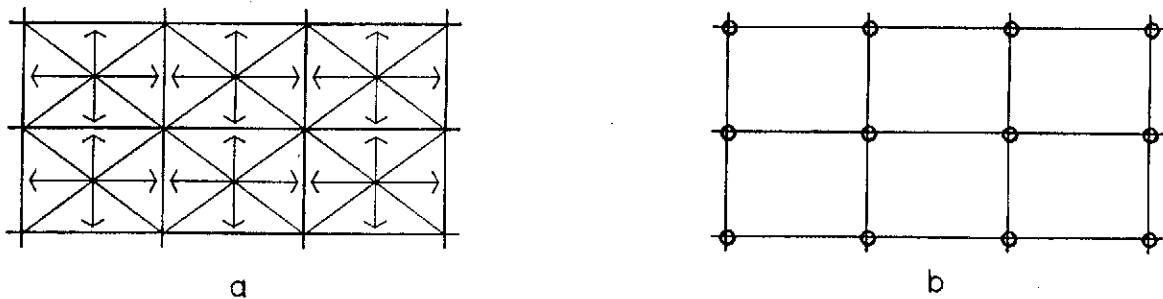


Fig. 5. Aplicación de cargas superficiales.

### 2.3. Obtención de los resultados de la placa

Las flechas en los nudos de la placa se hallan en función de las de los nudos correspondientes del emparrillado virtual y del módulo de Poisson del material, aplicando la fórmula [6].

Las reacciones en los soportes de la placa coinciden con las obtenidas en los nudos correspondientes del emparrillado virtual.

La resolución del emparrillado virtual nos proporciona los esfuerzos en los dos extremos de cada barra; para obtener esfuerzos en puntos intermedios puede suponerse que las leyes de variación de esfuerzos entre ellos son lineales (hipótesis suficientemente aproximada en el caso de haber realizado discretización adecuada). Para obtener el campo de esfuerzos de la placa real, en primer lugar habrá que calcular los esfuerzos por unidad de anchura en cada barra, para obtener resultados comparables en el caso de no usar una discretización en malla cuadrada (y aún en el caso de usarla, puesto que las barras de borde tienen una zona de influencia mitad que las demás).

Una vez hecho esto, si dibujamos una ley de esfuerzos típica (Fig. 6), podemos observar que se producen discontinuidades en los nudos del emparrillado, mientras que en la realidad de la placa, lógicamente, no se producen; vamos a usar, como esfuerzos de cálculo en cada nudo, los valores promedios de los de las barras que en él concurren, consiguiendo de esta manera una ley continua a través de la placa y un campo concreto de esfuerzos en cada nudo; naturalmente, este procedimiento se seguirá en todos los nudos excepto en los correspondientes a soportes, en los cuales el salto en las leyes de esfuerzos no es atribuible a la asimilación a

emparrillado sino a la propia presencia del soporte que es el que absorbe la diferencia (esto también sucede en los nudos donde hay cambios bruscos de sección de la losa, como por ejemplo en las esquinas de huecos interiores). Una vez hecho esto, para hallar los momentos en cualquier punto de la placa real, basta con aplicar las fórmulas [7].

Para proceder al armado de una placa de hormigón sometida a momentos flectores y torsores, teóricamente la solución es determinar el valor de los momentos principales, y disponer las armaduras necesarias siguiendo las direcciones principales. Esta solución no es viable en la práctica, por demasiado costosa, aparte de que diferentes estados de carga darían lugar a momentos y direcciones principales distintos. La solución normal es disponer las armaduras en dos direcciones ortogonales, y es por esto que se han desarrollado métodos que determinan el valor de los momentos flectores ("momentos de armado") que, actuando según dos direcciones (ortogonales normalmente), cubren un campo dado de flectores y torsores. La solución que adoptamos es la obtenida por Wood<sup>(3)</sup> y Gupta<sup>(4)</sup>, siguiendo caminos ligeramente distintos. Posteriormente, Gupta<sup>(5)</sup> la ha desarrollado para tener en cuenta la interacción entre armaduras inferiores y superiores, pero la complejidad del método, que requiere iteraciones sucesivas, y la muy poco frecuente existencia de armaduras negativas y positivas trabajando al mismo tiempo (sólo en caso de torsores superiores a los flectores), nos lleva a quedarnos con la solución primitiva, resumida a continuación:

Dado un campo de momentos  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_{xy}$ , los momentos de armado  $M_x^*$ ,  $M_y^*$  son:

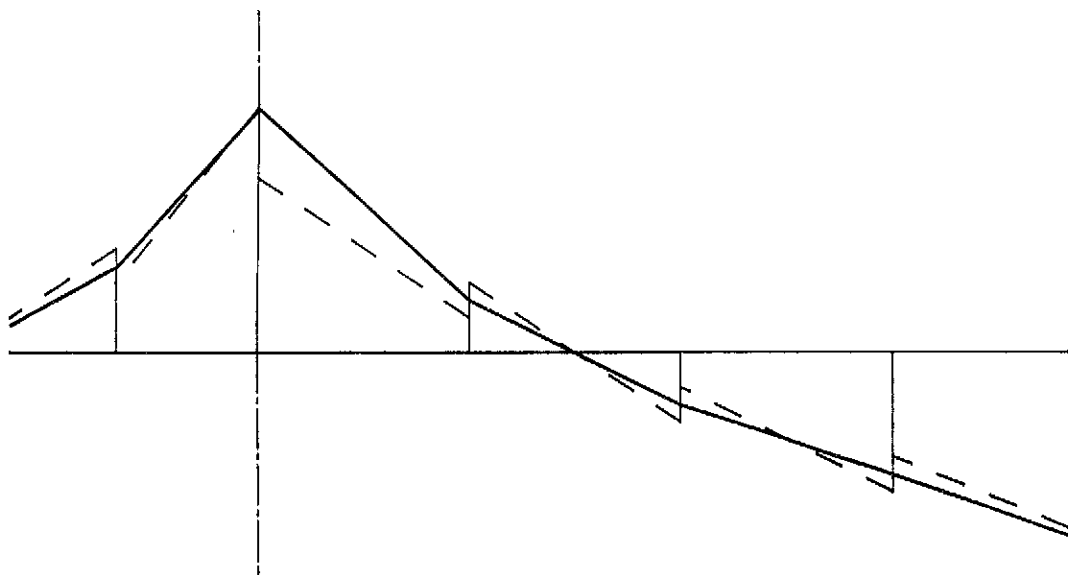


Fig. 6. Discontinuidades en las leyes de esfuerzos.

—Armaduras superiores:

$$\begin{aligned} M_x^* &= M_x - |M_{xy}| \\ M_y^* &= M_y - |M_{xy}| \end{aligned} \quad [8]$$

A) Si tanto  $M_x^*$  como  $M_y^*$  son positivos en la fórmula anterior, no hace falta colocar armaduras en la cara superior de la placa.

B) Si en [8]  $M_x^*$  es mayor que 0:

$$\begin{aligned} M_x^* &= 0 \\ M_y^* &= M_y - \left| \frac{M_{xy}^2}{M_x} \right| \end{aligned} \quad [9]$$

Si  $M_y^*$  es positivo no hay que colocar armadura superior.

C) Si en [8]  $M_x^*$  es mayor que 0:

$$\begin{aligned} M_x^* &= M_x - \left| \frac{M_{xy}^2}{M_x} \right| \\ M_y^* &= 0 \end{aligned} \quad [10]$$

Si  $M_x^*$  es positivo no hay que colocar armadura superior.

—Armaduras inferiores:

$$\begin{aligned} M_x^* &= M_x + |M_{xy}| \\ M_y^* &= M_y + |M_{xy}| \end{aligned} \quad [11]$$

A) Si tanto  $M_x^*$  como  $M_y^*$  son negativos, no hay que colocar armadura en la cara inferior de la placa.

B) Si en [11]  $M_x^*$  es menor que 0:

$$\begin{aligned} M_x^* &= 0 \\ M_y^* &= M_y + \left| \frac{M_{xy}^2}{M_x} \right| \end{aligned} \quad [12]$$

Si  $M_y^*$  es negativo no hay que colocar armadura inferior.

C) Si en [11]  $M_y^*$  es menor que 0:

$$\begin{aligned} M_x^* &= M_x + \left| \frac{M_{xy}^2}{M_x} \right| \\ M_y^* &= 0 \end{aligned} \quad [13]$$

Si  $M_x^*$  es negativo no hay que colocar armadura inferior.

Fórmulas parecidas a las anteriores existen para calcular los momentos de armado según dos direcciones no ortogonales (Wood<sup>(3)</sup>, Mills<sup>(6)</sup>, y Armer<sup>(7)</sup>), e incluso según tres direcciones cualesquiera (Gupta<sup>(4)</sup>).

## 2.4. Comprobación de resultados

Para comprobar la validez del método, hemos comparado los resultados obtenidos con él, en diversas placas, con los obtenidos por diversos autores usando otros métodos (Bares<sup>(8)</sup> utiliza el método de las diferencias finitas y el de desarrollos en serie simple; Stiglat y Wippel<sup>(9)</sup> utilizan el método de las diferencias finitas) y con los proporcionados por el método de elementos finitos (utilizando el programa HP-FE-I, realizado por Hewlett-Packard Desktop Computer Division e implementado en un ordenador Hewlett-Packard serie 9000).

### 2.4.1. Placas cuadradas con doble simetría de sustentación

Hemos calculado tres placas cuadradas, sometidas a cargas uniformemente repartidas en toda su superficie, con las siguientes condiciones de vinculación: la primera, empotrada a lo largo de sus cuatro lados; la segunda, articulada, también en todo su perímetro; y la tercera, articulada en las cuatro esquinas (Fig. 7).

Los resultados (momentos y flechas en el centro de las placas y en los puntos medios de los bordes) obtenidos con 6 discretizaciones distintas y dos formas distintas de reproducir el estado de carga, están reflejados en las tablas I,

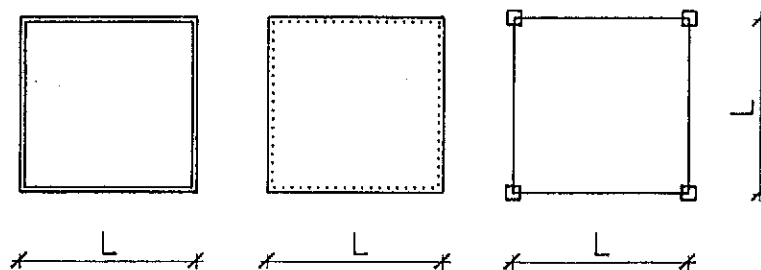


Fig. 7. Placas cuadradas, con doble simetría de vinculación.  $L = 10$  m;  $h = 0,2$  m;  $E = 2.100.000$  t/m<sup>2</sup>;  $\mu = 0$ ;  $q = 2$  t/m<sup>2</sup>.



TABLA 1

Placa cuadrada empotrada en los cuatro lados

Momentos flectores y flechas en el centro de la placa y en el punto medio de los lados.

$$L = 10 \text{ m}; h = 0,20 \text{ m}; E = 2.100.000 \text{ t/m}^2; \mu = 0; q = 2 \text{ t/m}^2$$

A) Reparto de la carga: puntual en los nudos

Discret.	$M_o$		$M_{z1}$		$W_o$	
	mt/m	$\epsilon$ (%)	mt/m	$\epsilon$ (%)	cm	$\epsilon$ (%)
L/2	6,250	+ 77,56	- 6,250	-39,32	1,860	+ 2,14
L/4	4,507	+ 28,04	- 9,495	- 7,82	1,918	+ 5,33
L/6	3,996	+ 13,52	- 9,984	- 3,07	1,865	+ 2,42
L/8	3,795	+ 7,81	-10,114	- 1,81	1,842	+ 1,15
L/10	3,699	+ 5,08	-10,169	- 1,27	1,830	+ 0,49
L/20	3,567	+ 1,34	-10,239	- 0,59	1,813	-0,43

B) Reparto de la carga: triangular en las barras

Discret.	$M_o$		$M_{z1}$		$W_o$	
	mt/m	$\epsilon$ (%)	mt/m	$\epsilon$ (%)	cm	$\epsilon$ (%)
L/2	3,646	+ 3,58	- 8,854	-14,04	1,860	+ 2,14
L/4	3,856	+ 9,55	-10,146	- 1,50	1,918	+ 5,33
L/6	3,707	+ 5,31	-10,275	- 0,24	1,865	+ 2,42
L/8	3,632	+ 3,18	-10,277	- 0,22	1,842	+ 1,15
L/10	3,595	+ 2,13	-10,273	- 0,26	1,830	+ 0,49
L/20	3,541	+ 0,60	-10,265	- 0,34	1,813	-0,43
HP-EF-1	3,606	+ 2,44	-10,040	- 2,52	1,814	- 0,38
Stiglat	3,521	+ 0,03	-10,309	+ 0,09		
Bares	3,520		-10,300		1,821	

$\epsilon$  = Diferencia en % respecto a los valores obtenidos por Bares.

TABLA 2

Placa cuadrada articulada en los cuatro lados

Momentos flectores y flechas en el centro de la placa.  $L = 10 \text{ m}; h = 0,20 \text{ m}; E = 2.100.000 \text{ t/m}^2;$

$$\mu = 0; q = 2 \text{ t/m}^2$$

A) Reparto de la carga: puntual en los nudos

Discret.	$M_o$		$W_o$	
	mt/m	$\epsilon$ (%)	cm	$\epsilon$ (%)
L/2	9,375	+ 27,38	4,650	-19,80
L/4	8,053	+ 9,42	5,547	- 4,33
L/6	7,685	+ 4,42	5,690	- 1,86
L/8	7,547	+ 2,54	5,740	- 1,00
L/10	7,483	+ 1,67	5,763	- 0,60
L/20	7,388	+ 0,38	5,788	- 0,17

B) Reparto de la carga: triangular en las barras

Discret.	$M_o$		$W_o$	
	mt/m	$\epsilon$ (%)	cm	$\epsilon$ (%)
L/2	8,073	+ 9,69	5,813	+ 0,26
L/4	7,727	+ 4,99	5,874	+ 1,31
L/6	7,540	+ 2,45	5,840	+ 0,72
L/8	7,466	+ 1,44	5,824	+ 0,45
L/10	7,431	+ 0,96	5,817	+ 0,33
L/20	7,375	+ 0,20	5,801	+ 0,05
Stiglat	7,353	-0,10		
Bares	7,360		5,798	

$\epsilon$  = Diferencia en % respecto a los valores obtenidos por Bares.

2 y 3, y en los gráficos 1 y 2. Como resultados de comparación hemos usado los proporcionados por Bares, que son muy parecidos a los de Stiglat y Wippel.

Tanto en los casos de momentos flectores como en los de flechas y para los tres tipos de vinculación estudiados, podemos comprobar observando los gráficos que, conforme la discretización se hace más tupida, los resultados se van aproximando a los correctos según una ley asintótica, llegando casi a coincidir para L/20 (error inferior al 1% en todos los casos).

Los resultados obtenidos con una discretización de L/2, es decir, introduciendo una sola barra virtual en el vano, son bastante irregulares, sorprendentemente buenos en algunos casos y muy mediocres en otros; como norma general, este tipo de discretización mínima no es aconsejable.

Podemos observar que los resultados obtenidos con un reparto triangular de la carga son bastante mejores que los que proporciona un reparto puntual en los nudos (el error es entre 2 y 4 veces menor, según los casos). En los restantes ejemplos del artículo se utiliza siempre el reparto triangular de la carga.

En las tres placas analizadas se produce una mayor exactitud en los resultados obtenidos para las flechas que para los momentos flectores, como era de esperar. En todo caso, a partir de una discretización de L/4 los errores son

TABLA 3

Placa cuadrada articulada en las cuatro esquinas

Momentos flectores y flechas en el centro de la placa y en el punto medio de los lados.

$L = 10 \text{ m}$ ;  $h = 0,20 \text{ m}$ ;  $E = 2.100.000 \text{ t/m}^2$ ;  $\mu = 0$ ;  $q = 2 \text{ t/m}^2$

A) Reparto de la carga: puntual en los nudos.

Discret.	$M_o$		$M_{z1}$		$W_o$		$W_1$	
	mt/m	$\epsilon$ (%)	mt/m	$\epsilon$ (%)	cm	$\epsilon$ (%)	cm	$\epsilon$ (%)
L/2	16,667	-21,01	33,333	+ 3,91	29,762	-26,12	18,601	-25,60
L/4	19,423	- 7,95	33,999	+ 5,98	37,643	- 6,56	23,705	- 5,18
L/6	20,324	- 3,68	33,466	+ 4,32	39,230	- 2,62	24,570	- 1,72
L/8	20,671	- 2,03	33,158	+ 3,36	39,766	- 1,29	24,833	- 0,67
L/10	20,838	- 1,24	32,943	+ 2,69	40,012	- 0,68	24,932	- 0,27
L/20	21,068	- 0,15	32,410	+ 1,03	40,257	- 0,07	24,986	- 0,06

B) Reparto de la carga: triangular en las barras

Discret.	$M_o$		$M_{z1}$		$W_o$		$W_1$	
	mt/m	$\epsilon$ (%)	mt/m	$\epsilon$ (%)	cm	$\epsilon$ (%)	cm	$\epsilon$ (%)
L/2	16,667	-21,01	33,333	+ 3,91	34,412	-14,58	20,926	-16,30
L/4	19,423	- 7,95	33,999	+ 5,98	38,806	- 3,67	24,287	- 2,85
L/6	20,324	- 3,68	33,466	+ 4,32	39,746	- 1,34	24,828	- 0,69
L/8	20,671	- 2,03	33,158	+ 3,36	40,067	- 0,54	24,978	- 0,09
L/10	20,838	- 1,24	32,943	+ 2,69	40,202	- 0,21	25,026	+ 0,10
L/20	21,068	- 0,15	32,410	+ 1,03	40,313	+ 0,07	25,001	0,00
HP-EF-I	21,080	- 0,09	31,840	-0,75	40,010	-0,68	24,750	- 1,00
Stiglat	20,986	- 0,54	31,596	-1,51	40,584	+ 0,74		
Bares	21,100		32,080		40,286		25,000	

$\epsilon$  = Diferencia en % respecto a los valores obtenidos por Bares.

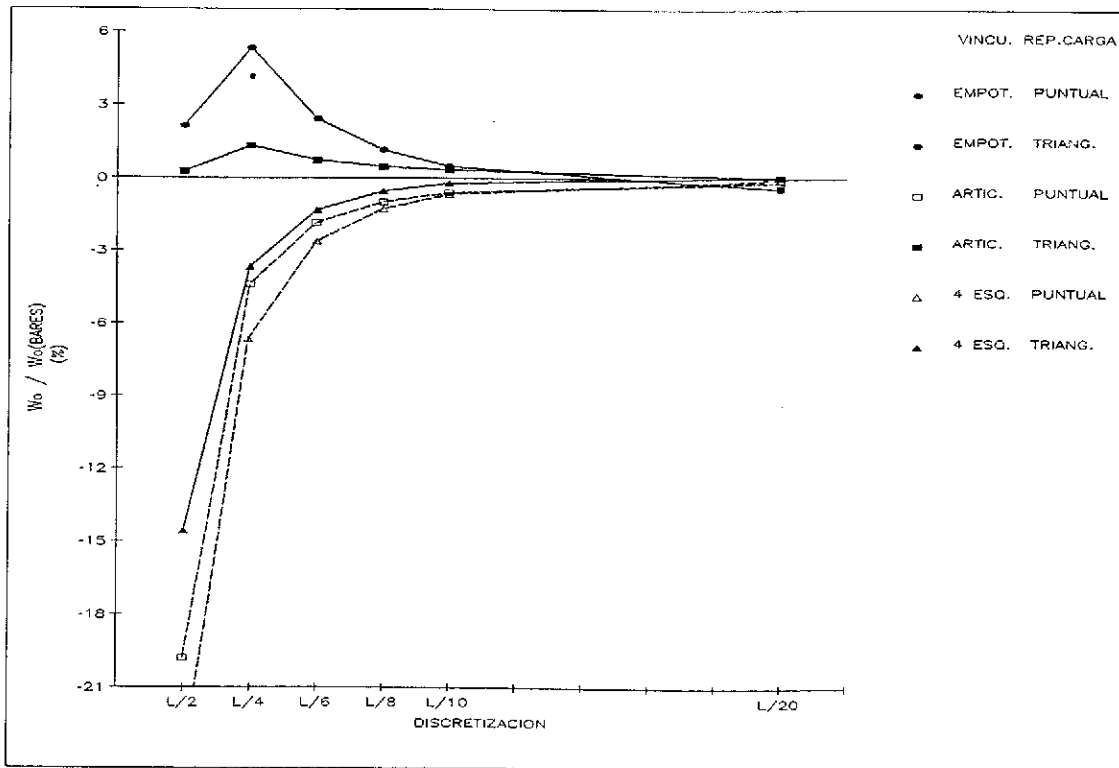


Gráfico 1. Placas cuadradas con doble simetría de vinculación. Flechas en el centro de las placas.  $L = 10 \text{ m}$ ;  $h = 0,2 \text{ m}$ ;  $E = 2.100.000 \text{ t/m}^2$ ;  $\mu = 0$ ;  $q = 2 \text{ t/m}^2$ .

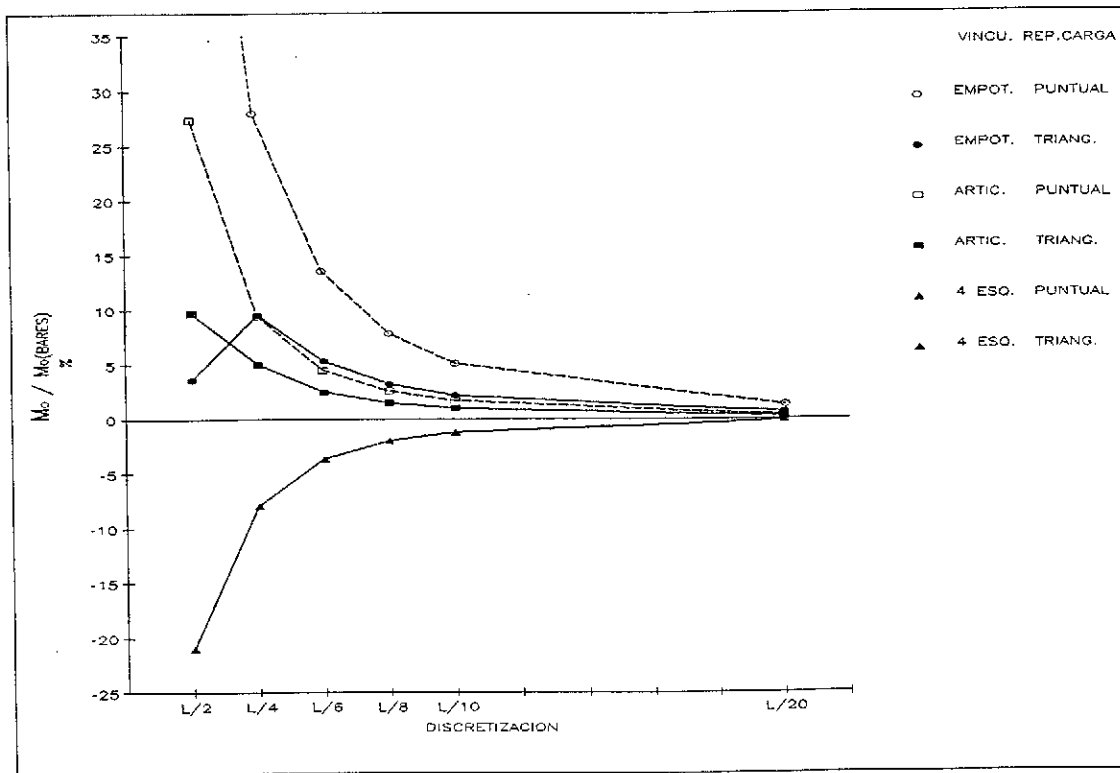


Gráfico 2. Placas cuadradas con doble simetría de vinculación. Momentos en el centro de las placas.  $L = 10$  m;  $h = 0,2$  m;  $E = 2.100.000$  t/m<sup>2</sup>;  $\mu = 0$ ;  $q = 2$  t/m<sup>2</sup>.

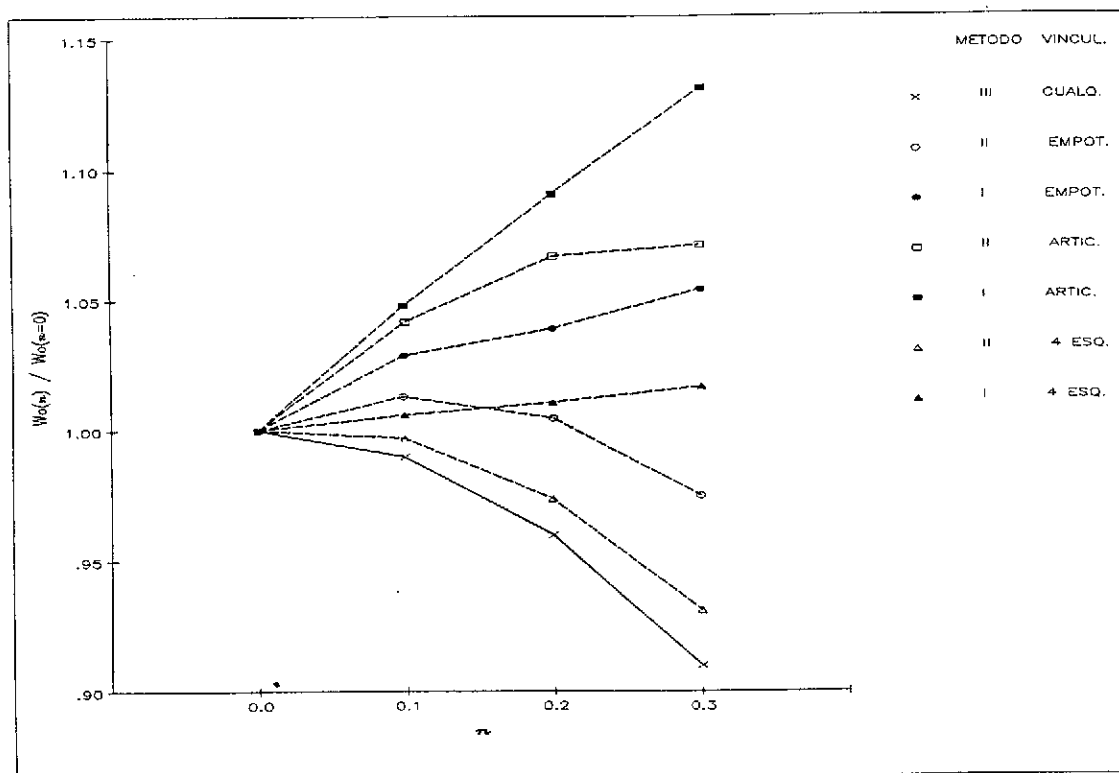


Gráfico 3. Efecto del módulo de Poisson. Placas cuadradas con doble simetría de vinculación. Flechas en el centro de las placas.  $L = 10$  m;  $h = 0,2$  m;  $E = 2.100.000$  t/m<sup>2</sup>;  $q = 2$  t/m<sup>2</sup>; Discr.:  $L/10$ .

**TABLA 4**

**Efecto del módulo de Poisson.**

Momentos y flechas en el centro de las placas.  $L = 10$  m;  $h = 0,20$  m;  $E = 2.100.000$  t/m<sup>2</sup>;  $q = 2$  t/m<sup>2</sup>.  
Discretización:  $L/10$

**A) Placa cuadrada empotrada en los cuatro lados.**

$\mu$	$M_o$ (método I)		$M_o$ (método II)		$M_o$ (método III)	
	mt/m	$\Omega$	mt/m	$\Omega$	mt/m	$\Omega$
0,0	3,699	1,000	3,699	1,000	3,699	1,000
0,1	3,799	1,026	3,804	1,028	4,069	1,100
0,2	3,877	1,048	3,915	1,058	4,439	1,200
0,3	3,951	1,068	4,034	1,091	4,809	1,300

$\mu$	$W_o$ (método I)		$W_o$ (método II)		$W_o$ (método III)	
	cm	$\Theta$	cm	$\Theta$	cm	$\Theta$
0,0	1,830	1,000	1,830	1,000	1,830	1,000
0,1	1,868	1,021	1,853	1,013	1,812	0,990
0,2	1,901	1,039	1,839	1,005	1,757	0,960
0,3	1,929	1,054	1,785	0,975	1,665	0,910

**B) Placa cuadrada articulada en los cuatro lados.**

$\mu$	$M_o$ (método I)		$M_o$ (método II)		$M_o$ (método III)	
	mt/m	$\Omega$	mt/m	$\Omega$	mt/m	$\Omega$
0,0	7,483	1,000	7,483	1,000	7,483	1,000
0,1	7,849	1,049	7,889	1,054	8,231	1,100
0,2	8,184	1,094	8,342	1,115	8,980	1,200
0,3	8,491	1,135	8,848	1,182	9,728	1,300

$\mu$	$W_o$ (método I)		$W_o$ (método II)		$W_o$ (método III)	
	cm	$\Theta$	cm	$\Theta$	cm	$\Theta$
0,0	5,762	1,000	5,762	1,000	5,762	1,000
0,1	6,036	1,048	6,005	1,042	5,704	0,990
0,2	6,286	1,091	6,147	1,067	5,532	0,960
0,3	6,514	1,131	6,169	1,071	5,243	0,910

**C) Placa cuadrada articulada en las cuatro esquinas.**

	$M_o$ (método I)		$M_o$ (método II)		$M_o$ (método III)	
	mt/m	$\Omega$	mt/m	$\Omega$	mt/m	$\Omega$
0,0	20,842	1,000	20,842	1,000	20,842	1,000
0,1	20,488	0,983	20,460	0,982	22,926	1,100
0,2	20,155	0,967	20,008	0,960	25,010	1,200
0,3	19,852	0,952	19,445	0,933	27,095	1,300

$\mu$	$W_o$ (método I)		$W_o$ (método II)		$W_o$ (método III)	
	cm	$\Theta$	cm	$\Theta$	cm	$\Theta$
0,0	39,991	1,000	39,991	1,000	39,991	1,000
0,1	40,211	1,006	39,866	0,997	39,591	0,990
0,2	40,441	1,011	39,948	0,974	38,391	0,960
0,3	40,689	1,017	37,242	0,931	36,392	0,910

$$\Omega = \frac{M_o(\mu)}{M_o(\mu = 0)}$$

$$\Theta = \frac{W_o(\mu)}{W_o(\mu = 0)}$$

inferiores al 6% en la mayoría de los resultados analizados.

Podemos observar, asimismo, que los resultados obtenidos con el programa HP-FE-I, usando el elemento 2BH4 (plano y rectangular con tres grados de libertad en cada uno de los cuatro nodos, y con una formulación lineal de momentos), con una discretización L/10, reflejan una gran coincidencia con los obtenidos por el método de asimilación a emparrillado.

### Efecto del módulo de Poisson

Como dijimos en 2.2.2., una manera incorrecta de introducir el módulo de Poisson en el cálculo nos puede llevar a resultados erróneos; en la tabla 4 y los gráficos 3 y 4 están reflejados los resultados obtenidos en los emparrillados virtuales correspondientes a los tres tipos de sustentación, con una discretización de L/10, introduciendo el efecto de  $\mu$  de tres formas diferentes:

$$\text{I) } I = \frac{E \cdot h^3}{12} \quad G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}$$

$$\text{II) } I = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \quad G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}$$

### III) Método propuesto en 2.2.2.

Observamos que los resultados obtenidos con el segundo método son mejores que los que proporciona el primero, como era previsible, pero en ambos casos sucede que a mayores valores de  $\mu$  se van obteniendo flechas mayores en el centro de la placa, contrariamente al comportamiento real de la placa, que es emulado perfectamente con el tercer método; asimismo, podemos ver que los momentos flectores en el centro de la placa aumentan bastante menos de lo que deberían al aumentar  $\mu$  (en los casos de placa articulada y empotrada en el perímetro) e incluso disminuyen (placa articulada en las 4 esquinas). Así pues, vemos que, partiendo de errores de  $1 \div 2\%$  en momentos y de  $0,2 \div 0,4\%$  en flechas, para  $\mu = 0$ , para  $\mu = 0,3$  con el método I se llega a errores de 28% y 24%, respectivamente, y con el método II a 29% y 17%, mientras que con el método III los errores se mantienen en los mismos valores que para  $\mu = 0$ .

### Efecto de la geometría de las barras virtuales

Hemos visto que los resultados son mejores conforme la discretización es más tupida; es evidente que esto es debido al mayor número de barras y a la menor distancia entre ellas, pero pudiera pensarse que se debiera también a una

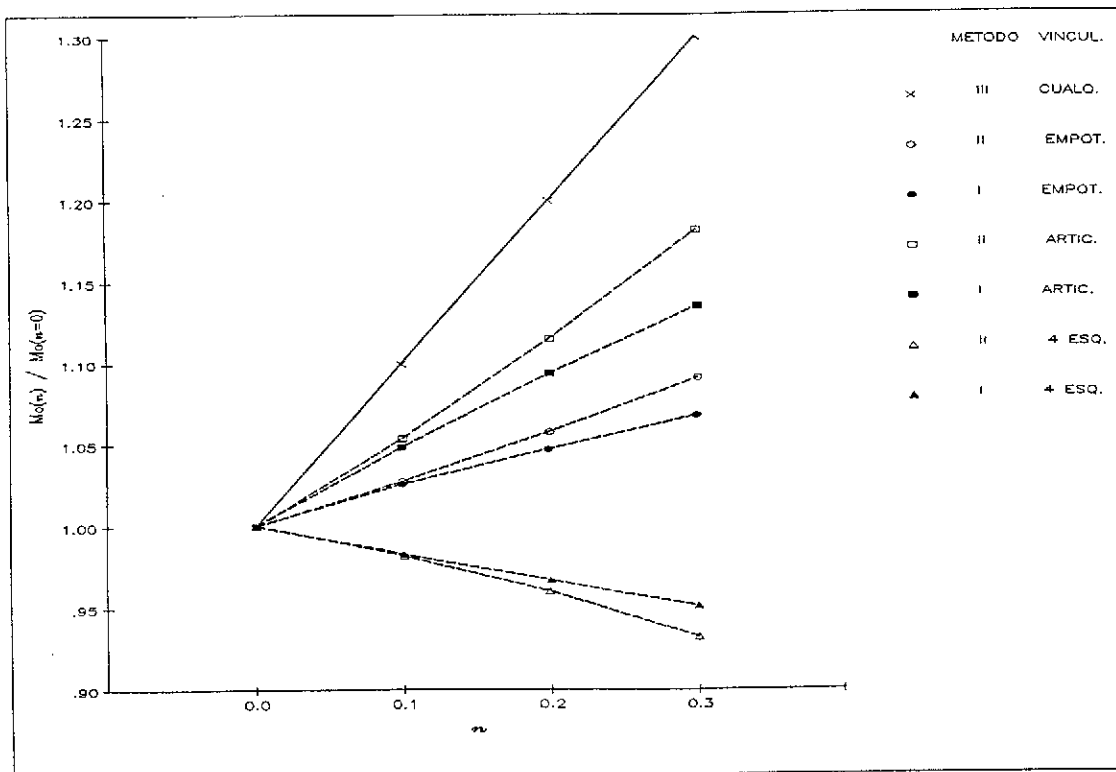


Gráfico 4. Efecto del módulo de Poisson. Placas cuadradas con doble simetría de vinculación. Momentos flectores en el centro de las placas. L = 10 m; h = 0,2 m; E = 2.100.000 t/m²; q = 2 t/m²; Discr.: L/10.

especial relación ancho-canto de las barras virtuales (para discretizaciones  $L/10$  esta relación es  $5/1$ , mientras que para  $L/4$  es  $12,5/1$ ). Viendo la tabla 5, en la que se reflejan los resultados de cinco placas cuadradas articuladas en las esquinas calculadas con una misma discretización ( $L/10$ ) y en las que sólo varía su canto, podemos comprobar que, aunque la relación ancho-canto de las vigas del emparrillado virtual varía entre  $1/0,1$  y  $1/2$ , los resultados obtenidos son prácticamente iguales (las pequeñas diferencias son achacables a errores numéricos de redondeo en el ordenador).

Esta falta de conexión entre la relación ancho-canto de las vigas del emparrillado virtual y la bondad de los resultados es posible porque, como comentamos en 2.2.2., tomamos

un valor del coeficiente  $K_t$  constante e igual a  $1/3$ . En los gráficos 5 y 6 podemos observar las distorsiones que se producen al calcular los emparrillados virtuales correspondientes a las mismas tres placas de los apartados anteriores, con 3 discretizaciones distintas, calculando la rigidez de las barras virtuales con los valores estrictos de  $K_t$  dados por Timoshenko y Goodier<sup>(1)</sup> (menores siempre a  $1/3$ ). Comprobamos que el hecho de tomar menores rigideces a torsión, da lugar a un aumento de las flechas y momentos flectores en el centro de las placas; asimismo, es resaltable que se pierde la convergencia de la solución, como puede verse perfectamente en los gráficos, ya que los resultados obtenidos con  $L/6$  (e incluso con  $L/4$  en algunos casos) son generalmente mejores que los obtenidos con  $L/10$ .

TABLA 5

Efecto de la geometría de las barras.

Placa cuadrada articulada en las cuatro esquinas.  $L = 10$  m;  $E = 2.100.000$ ;  $\mu = 0$ ;  $q = 2$  t/m<sup>2</sup>.  
Discretización:  $L/10$

h m	$M_o$ mt/m	$M_b$ mt/m	$W_o \cdot h^3 \cdot 100$	$W_1 \cdot h^3 \cdot 100$
0,1	20,834	32,943	32,158	20,020
0,2	20,838	32,945	32,162	20,021
0,5	20,847	32,948	32,171	20,025
1,0	20,847	32,948	32,168	20,023
2,0	20,850	32,951	32,168	20,024

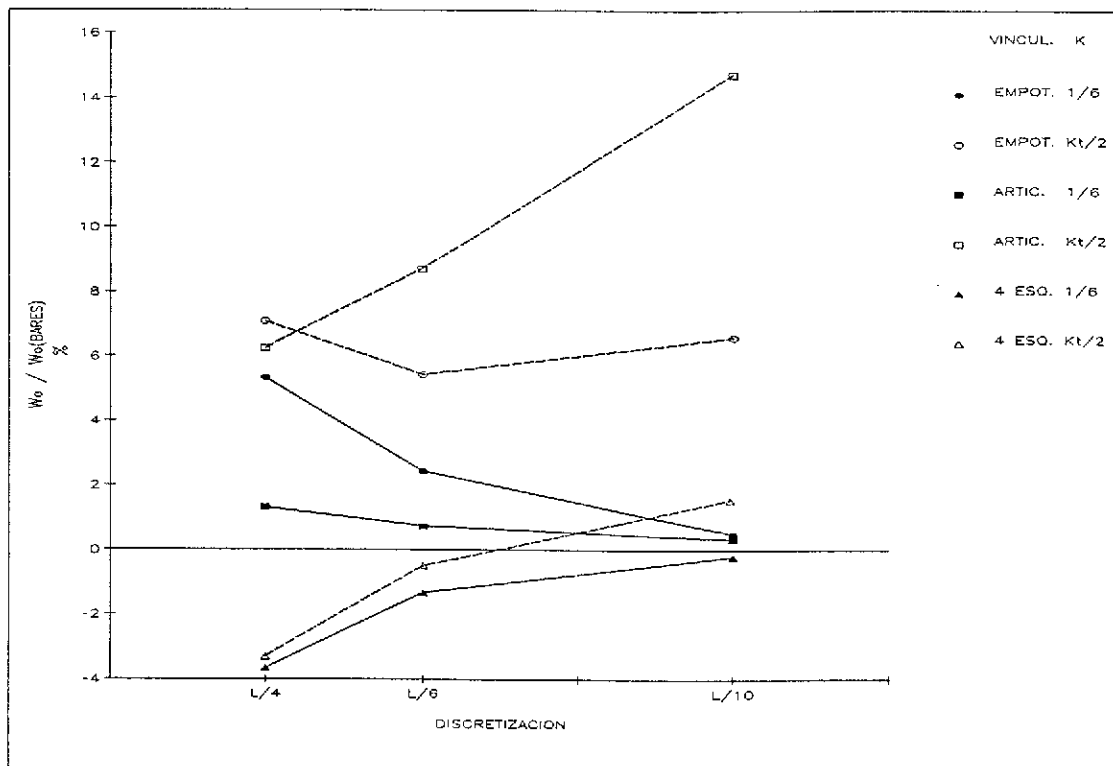


Gráfico 5. Efecto de la rigidez torsional. Placas cuadradas con doble simetría de vinculación. Flecha en el centro de las placas.  $L = 10$  m;  $h = 0,2$  m;  $E = 2.100.000$  t/m<sup>2</sup>;  $\mu = 0$ ;  $q = 2$  t/m<sup>2</sup>.

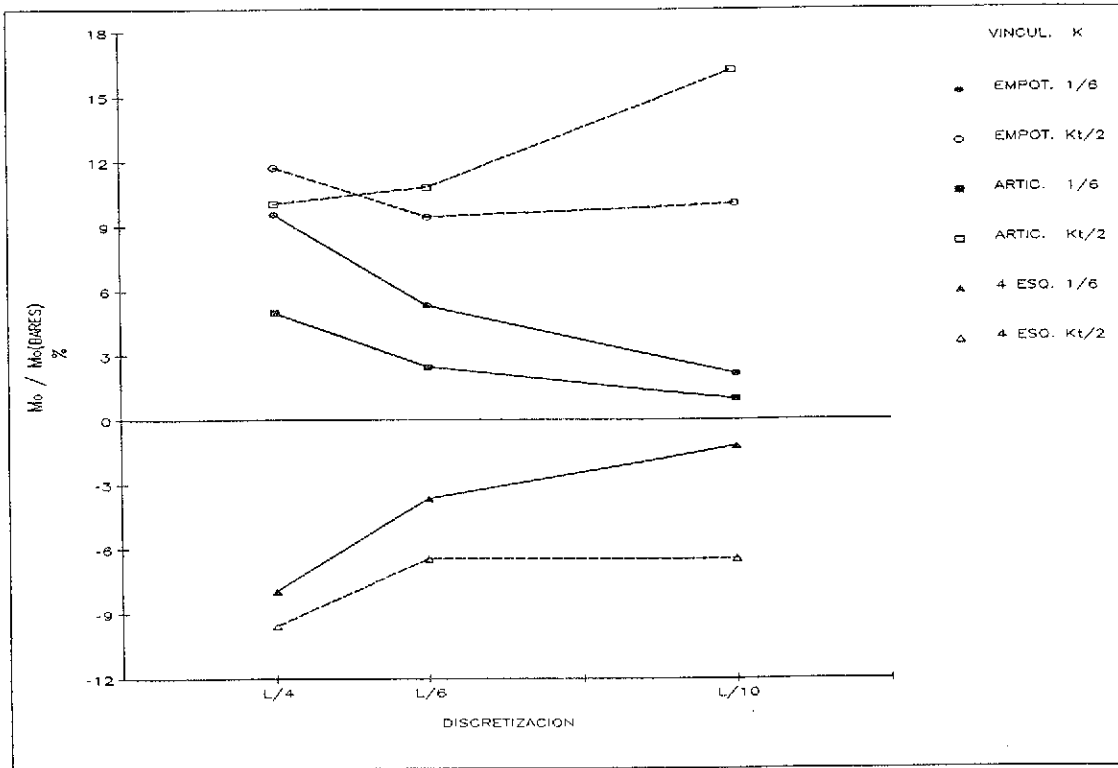


Gráfico 6. Efecto de la rigidez torsional. Placas cuadradas con doble simetría de vinculación. Momentos flectores en el centro de las placas.  $L = 10$  m;  $h = 0,2$  m;  $E = 2.100.000$  t/m<sup>2</sup>;  $\mu = 0$ ;  $q = 2$  t/m<sup>2</sup>.

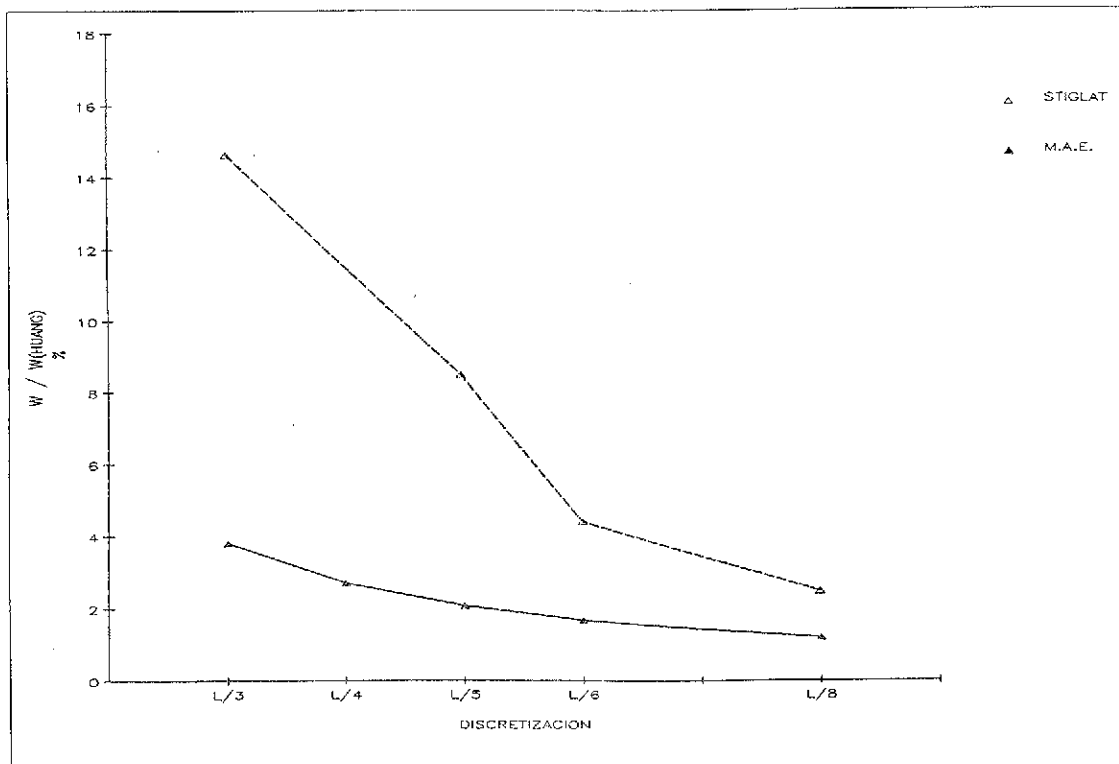


Gráfico 7. Placa cuadrada empotrada en dos lados contiguos. Flecha en la esquina libre de la placa.  $L = 10$  m;  $h = 0,2$  m;  $\mu = 0$ ;  $q = 2$  t/m<sup>2</sup>.

#### 2.4.2. Placa cuadrada empotrada en dos lados contiguos

También hemos calculado una placa cuadrada, con dos lados contiguos empotrados y los otros dos libres, sometida a una carga uniformemente repartida en toda su superficie. Huang y Conway<sup>(10)</sup> calcularon la solución exacta de la flecha en la esquina libre de esta placa y Stiglat y Wippel<sup>(9)</sup> tabularon los valores de dicha flecha utilizando el método de las diferencias finitas. En el gráfico 7 podemos comprobar cómo la exactitud en la solución obtenida con el método de asimilación a emparrillado es mucho mayor que la obtenida por Stiglat y Wippel (los errores respecto al valor dado por exacto por Huang y Conway, son, respectivamente, 4% y 15% para una discretización de  $L/3$ , bajando a 1% y 2,5% para  $L/8$ ).

#### 2.4.3. Placa circular

Asimismo, se ha calculado una placa circular empotrada en todo el perímetro, sometida a dos estados de carga: carga superficial uniformemente repartida y carga puntual en el centro; los resultados, obtenidos con una discretización  $R/5$  y comparados con los obtenidos por García Monge<sup>(11)</sup>, están reflejados en la tabla 6. En el caso de carga uniforme, la coincidencia de resultados es casi total (errores inferiores al 2%

en todos los puntos, tanto en flechas como en momentos); las cargas puntuales inducen mayores distorsiones en los puntos situados en su cercanía, pero en el resto de la placa la situación es similar a lo comentado para la carga uniforme (diferencias del 1% en flechas y entre 1% y 10% en momentos).

#### 2.4.4. Placa continua sobre apoyos interiores aislados

Un nuevo cálculo de comprobación se ha realizado sobre una placa de extensión infinita sustentada sobre apoyos aislados dispuestos según una retícula cuadrada, sometida a dos estados de carga: carga uniformemente repartida en toda su superficie y cargas puntuales aplicadas en los puntos centrales de los vanos. Los resultados obtenidos (tabla 7) podemos compararlos con los proporcionados por Stiglat y Wippel<sup>(9)</sup> (momentos en tres puntos singulares), comprobando que las diferencias son menores al 7% con discretizaciones  $L/8$  y  $L/10$ .

### 3. PLACAS ALIGERADAS

#### 3.1. Formulación básica

Según la teoría clásica de placas ortótropas,

TABLA 6

Placa circular empotrada en el perímetro.

Momentos flectores y flechas a lo largo de un radio.  $R = 5$  m;  $h = 0,20$  m;  $E = 2.100.000$  t/m<sup>2</sup>;  $\mu = 0,15$ .

#### A) Carga uniformemente repartida: 2 t/m<sup>2</sup>

Nudo	$M_r$ (mt/m)			$M_t$ (mt/m)			W (cm)		
	G. Monge	M.A.E.	$\epsilon$ (%)	G. Monge	M.A.E.	$\epsilon$ (%)	G. Monge	M.A.E.	$\epsilon$ (%)
0	3,595	3,614	+ 0,53	3,595	3,614	+ 0,53	1,362	1,373	+ 0,81
1	3,200	3,222	+ 0,69	3,410	3,431	+ 0,62	1,257	1,266	+ 0,72
2	2,020	2,043	+ 1,14	2,870	2,882	+ 0,42	0,960	0,969	+ 0,94
3	0,050	-0,015		1,965	1,958	+ 0,36	0,559	0,562	+ 0,54
4	-2,705	-2,664	-1,52	0,695	0,698	+ 0,43	0,175	0,179	+ 2,29
5	-6,250	-6,351	+ 1,62	-0,935	-0,953	+ 1,93	0,000	0,000	

#### B) Carga puntual en el centro: 100 t.

Nudo	$M_r$ (mt/m)			$M_t$ (mt/m)			W (cm)		
	G. Monge	M.A.E.	$\epsilon$ (%)	G. Monge	M.A.E.	$\epsilon$ (%)	G. Monge	M.A.E.	$\epsilon$ (%)
0		29,235			29,235		3,474	3,526	+ 1,50
1	6,770	5,383	-20,49	13,530	14,574	+ 7,72	2,880	2,929	+ 1,70
2	0,430	-0,074		7,190	7,095	-1,32	1,903	1,918	+ 0,79
3	-3,280	-3,676	+ 12,07	3,480	3,395	-2,44	0,943	0,950	+ 0,74
4	-5,920	-5,909	- 0,19	0,850	0,884	+ 4,00	0,262	0,260	-0,76
5	-7,960	-7,996	+ 0,45	-1,190	-1,199	+ 0,76	0,000	0,000	

$\epsilon$  = Diferencia en % respecto a los valores obtenidos por García Monge.



TABLA 7

Placa infinita sobre apoyos aislados.

Momentos flectores en apoyo, centros de vano y puntos medios entre apoyos. L = 10 m; μ = 0

A) Carga uniformemente repartida: 2 t/m<sup>2</sup>

Discret.	M <sub>v</sub>		M <sub>2</sub>		M <sub>z1</sub>		M <sub>x1</sub>	
	mt/m	ε (%)	mt/m	ε (%)	mt/m	ε (%)	mt/m	ε (%)
L/4	4,453	-20,51	-33,880	-29,70	13,203	+ 13,54	-5,130	-17,40
L/6	4,994	-10,85	-40,547	-15,87	12,141	+ 4,41	-5,495	-11,53
L/8	5,222	- 6,78	-45,239	- 6,13	11,890	+ 2,25	-5,753	- 7,37
L/10	5,330	- 4,86	-48,834	+ 1,33	11,755	+ 1,09	-5,830	- 6,13
Stiglat	5,602		-48,183		11,628		-6,211	

B) Cargas puntuales en centros de vanos: 20 t.

Discret.	M <sub>v</sub>		M <sub>2</sub>		M <sub>z1</sub>		M <sub>x1</sub>	
	mt/m	ε (%)	mt/m	ε (%)	mt/m	ε (%)	mt/m	ε (%)
L/4	3,833	-28,70	-3,833	-28,70	1,833	+ 2,63	-1,833	+ 2,63
L/6	4,554	-15,29	-4,554	-15,29	1,764	-1,23	-1,764	-1,23
L/8	5,046	- 6,14	-5,046	- 6,14	1,764	-1,23	-1,764	-1,23
L/10	5,416	+ 0,74	-5,416	+ 0,74	1,758	-1,57	-1,758	-1,57
Stiglat	5,376		-5,376		1,786		-1,786	

ε = Diferencia en % respecto a los valores obtenidos por Stiglat.

• los momentos actuantes pueden expresarse de la forma:

$$M_x = D_x \cdot \left[ \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} + \mu_y \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta y^2} \right]$$

$$M_{xy} = D_{xy} \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta x \delta y} \quad [14]$$

$$M_y = D_y \cdot \left[ \frac{\delta^2 w}{\delta y^2} + \mu_x \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} \right]$$

siendo D<sub>x</sub> y D<sub>y</sub> las rigideces a flexión de la placa ortótropa según las direcciones X e Y, y D<sub>xy</sub> la rigidez torsional:

$$D_x = \frac{E_x \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu_x \cdot \mu_y)}$$

$$D_y = \frac{E_y \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu_x \cdot \mu_y)}$$

$$D_{xy} = \frac{G_{xy} \cdot h^3}{6}$$

Si llamamos 2 · H a la rigidez torsional efectiva de la placa ortótropa, la ecuación diferencial general de una placa ortótropa, o Ecuación de Huber, queda de la siguiente manera:

$$D_x \cdot \frac{\delta^4 w}{\delta x^4} + 2 \cdot H \cdot \frac{\delta^4 w}{\delta x^2 \delta y^2} + D_y \cdot \frac{\delta^4 w}{\delta y^4} = q \quad [15]$$

siendo:

$$2 \cdot H = D_x \cdot \mu_y + D_y \cdot \mu_x + 2 \cdot D_{xy} = D_1 + D_2 + 2 \cdot D_{xy}$$

La determinación de las rigideces D<sub>x</sub>, D<sub>y</sub>, D<sub>xy</sub> y 2 · H de una manera lo más exacta posible es uno de los factores más determinantes en la resolución del problema de las placas ortótropas.

Vamos a referirnos a partir de aquí a un tipo específico de placa ortótropa: la placa de hormigón rigidizada por dos sistemas ortogonales de nervios rectangulares del mismo material (Fig. 8). Al venir la ortotropía dada por la forma y no por el material, tenemos que:

$$E_x = E_y = E$$

$$\mu_x = \mu_y = \mu$$

$$G_{xy} = G$$

### 3.1.1. Rigideces a flexión

Las fórmulas generalmente usadas para el cálculo de las rigideces a flexión de la placa nervada (Szilard<sup>(12)</sup>, Manterola<sup>(2)</sup>) son:

$$D_x = \frac{E \cdot I_x}{b_x}$$

$$D_y = \frac{E \cdot I_y}{b_y}$$

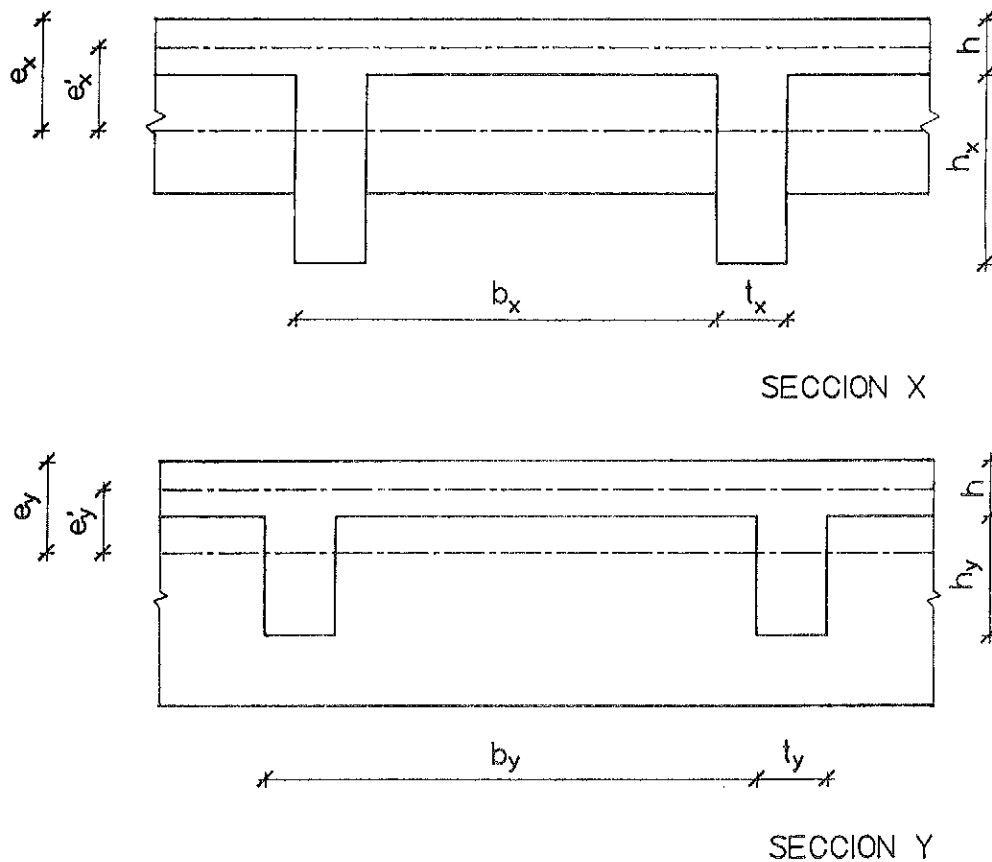


Fig. 8. Secciones-tipo de una placa nervada.

donde  $I_x$  e  $I_y$  son los momentos de inercia de la sección tipo T de la placa con respecto al eje neutro de la misma. Como vemos, se ha despreciado el efecto del módulo de Poisson, al considerarlo muy pequeño.

Cusens, Zeidan y Pama<sup>(13)</sup> realizaron un análisis exhaustivo de las rigideces de las placas nervadas en estado elástico, considerando el efecto del módulo de Poisson tanto en toda la losa superior como en la superficie de contacto entre los nervios que se cruzan.

$$M_x = D_x \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} + C_y \cdot \mu \cdot D_y \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta y^2} \quad [16]$$

$$M_y = D_y \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} + C_x \cdot \mu \cdot D_x \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta x^2}$$

Los valores de los coeficientes que aparecen en estas fórmulas son:

$$D_x = D'_x + D^*_x$$

$$D_y = D'_y + D^*_y$$

$$D^*_x = D^*_y = \frac{E^* \cdot h^3}{12}$$

$$D^*_x = \frac{E^* \cdot t_x}{24 \cdot b_x} \cdot [2 \cdot h_x - 2 \cdot e_x + h]^2 \cdot (2 \cdot h_x + e_x + h) - (2 \cdot e_x - h)^2 \cdot (c_x + h)$$

$$D^*_y = \frac{E^* \cdot t_y}{24 \cdot b_y} [2 \cdot h_y - 2 \cdot e_y + h]^2 \cdot (2 \cdot h_y + e_y + h) - (2 \cdot e_y - h)^2 \cdot (c_y + h)$$

$$C_x = \frac{D'_x + D^*_x \cdot \frac{t_y}{s_y}}{D_x}$$

$$C_y = \frac{D'_y + D^*_y \cdot \frac{t_x}{s_x}}{D_y}$$

Los valores de  $c_x$  y  $c_y$  (distancia entre los ejes neutros de la placa nervada en cada dirección y el centro de la placa superior) dependen de las curvaturas de la placa en cada punto, es decir, no tienen unos valores fijos sino que dependen de las cargas actuantes y de las deformaciones por ellas inducidas, y por tanto el problema se vuelve indeterminado (Trenks<sup>(14)</sup> propone una solución que lleva a una ecuación diferencial de

octavo orden). Sin embargo, esta dependencia es muy pequeña y en los casos normales encontrados en la práctica, con módulos de Poisson pequeños, podemos despreciarla. De esta manera, los valores de  $e_x$  y  $e_y$  son:

$$e_x = \frac{t_x \cdot h_x \cdot (h_x + h)}{2 \cdot \left[ \frac{E'}{E^*} \cdot h \cdot b_x + t_x \cdot h_x \right]}$$

$$e_y = \frac{t_y \cdot h_y \cdot (h_y + h)}{2 \cdot \left[ \frac{E'}{E^*} \cdot h \cdot b_y + t_y \cdot h_y \right]}$$

Kennedy y Bali<sup>(15)</sup> analizaron las rigideces de las placas nervadas tanto en estado elástico como después de producirse la fisuración. Los valores que dan para las rigideces a flexión en estado elástico (fórmulas [19]) son muy parecidos a los anteriores, incluyendo además la influencia (muy pequeña) de las armaduras situadas en la parte inferior de los nervios.

### 3.1.2. Rigidez torsional

La rigidez torsional calculada según la fórmula obtenida por Huber<sup>(16)</sup> para placas ortótropas, da lugar a valores muy superiores a los reales en el caso de placas nervadas:

$$D_{xy} = (1 - \mu) \cdot \sqrt{D_x \cdot D_y}$$

El método generalmente usado para el cálculo de la rigidez torsional de este tipo de placa nervada (Rowe<sup>(17)</sup> y Manterola<sup>(2)</sup>), consiste, simplemente, en sumar los valores de la rigidez torsional de la placa y de los nervios, por separado:

$$D_{xy} = \frac{G \cdot h^3}{6} + \frac{G \cdot K_{tx} \cdot h_x \cdot t_x^3}{b_x}, \text{ para } t_x \leq h_x \quad [17]$$

siendo  $K_{tx}$  el coeficiente cuyo valor está expresado en [5]. Esta simple adición de rigideces no tiene en cuenta, en absoluto, el efecto del módulo de Poisson.

Timoshenko y Woinoswsky-Krieger<sup>(18)</sup> incluyen dicho efecto en la placa, pero no en los nervios.

Giencke<sup>(19)</sup>, en su evaluación de la rigidez torsional efectiva, exagera el efecto del módulo de Poisson, ya que realiza la formulación como si los nervios transversales estuvieran enteramente en contacto con los longitudinales, cuando en realidad la superficie de contacto es normalmente muy pequeña.

Jackson<sup>(20)</sup> propuso una técnica para el cálculo de la rigidez torsional de placas nervadas, consistente en realizar una analogía a una membrana, basándose en que la ecuación diferencial de una membrana sometida a una presión constante y a una tensión uniforme en sus bordes y la ecuación diferencial dada por Timoshenko y Goodier<sup>(1)</sup> para la torsión son muy parecidas. Esta técnica, que divide la sección tipo del forjado en rectángulos, cortándola por planos verticales, no considera la continuidad de la placa superior sobre los nervios y lleva a unos valores de la rigidez torsional superiores a los reales.

Cusens, Zeidan y Pama<sup>(13)</sup>, en el estudio citado anteriormente, incluyeron el efecto del módulo de Poisson tanto en la placa como en los nervios; el valor por ellos obtenidos para la rigidez torsional, aún proporcionando valores próximos a los reales, se queda un poco por debajo en su evaluación, según Kennedy y Bali<sup>(15)</sup>. Estos autores, en su estudio teórico ya citado anteriormente (comprobado mediante ensayos de laboratorio con modelos a escala reducida) sostienen que en las fórmulas [17] no se tiene en cuenta el efecto rigidizador que sobre la rigidez torsional de la placa en una dirección tiene la presencia de nervios en la dirección transversal; además incluyen la contribución (muy pequeña) de las armaduras situadas en la parte inferior de los nervios. Las fórmulas que proponen podemos expresarlas de la siguiente forma:

$$2 \cdot H = D_{xy}^p + D_{xy}^n + D_{xy}^a + D_{yx}^p + D_{yx}^n + D_{yx}^a + \mu \cdot D_x + \mu \cdot D_y \quad [18]$$

siendo:

$$D_{xy}^p = \frac{G \cdot h^3}{6} \cdot \frac{\frac{b_y \cdot h^3}{6} + \frac{K_{ty} \cdot h_y \cdot t_y^3}{b_y}}{\frac{b_y \cdot h^3}{6}}$$

$$D_{yx}^p = \frac{G \cdot h^3}{6} \cdot \frac{\frac{b_x \cdot h^3}{6} + \frac{K_{tx} \cdot h_x \cdot t_x^3}{b_x}}{\frac{b_x \cdot h^3}{6}}$$

$$D_{xy}^n = \frac{G \cdot K_{tx} \cdot h_x \cdot t_x^3}{b_x}$$

$$D_{xy}^n = \frac{G \cdot K_{ty} \cdot h_y \cdot t_y^3}{b_y}$$

$$D_{xy}^a = \frac{4 \cdot G \cdot K_t \cdot (n - 1) \cdot A_{sx}^2}{\pi \cdot b_x}$$

$$D_{yx}^a = \frac{4 \cdot G \cdot K_t \cdot (n-1) \cdot A_{sy}^2}{\pi \cdot b_y}$$

$$D_x = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} + \frac{E \cdot h \cdot \left[ e'_x - \frac{h}{2} \right]^2}{1 - \mu^2} + \frac{E \cdot I'_x}{b_x} \quad [19]$$

$$D_y = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} + \frac{E \cdot h \cdot \left[ e'_y - \frac{h}{2} \right]^2}{1 - \mu^2} + \frac{E \cdot I'_y}{b_y}$$

$$I'_x = t_x \cdot h_x \cdot \left[ h + \frac{h_x}{2} - e'_x \right]^2 + \frac{t_x \cdot h_x^3}{12} +$$

$$+ A_{sx} \cdot (n-1) \cdot (h + h_x - r_x - e'_x)^2$$

$$I'_y = t_y \cdot h_y \cdot \left[ h + \frac{h_y}{2} - e'_y \right]^2 + \frac{t_y \cdot h_y^3}{12} +$$

$$+ A_{sy} \cdot (n-1) \cdot (h + h_y - r_y - e'_y)^2$$

$$e'_x = \frac{t_x \cdot h_x \cdot \left[ h + \frac{h_x}{2} \right] + A_{sx} \cdot (n-1) \cdot (h + h_x - r_x) + \frac{b_x \cdot h^2}{2 \cdot (1 - \mu^2)}}{t_x \cdot h_x + A_{sx} \cdot (n-1) + \frac{b_x \cdot h}{1 - \mu^2}}$$

$$e'_y = \frac{t_y \cdot h_y \cdot \left[ h + \frac{h_y}{2} \right] + A_{sy} \cdot (n-1) \cdot (h + h_y - r_y) + \frac{b_y \cdot h^2}{2 \cdot (1 - \mu^2)}}{t_y \cdot h_y + A_{sy} \cdot (n-1) + \frac{b_y \cdot h}{1 - \mu^2}}$$

$$t_x \leq h_x$$

$$t_y \leq h_y$$

donde  $A_{sx}$  y  $A_{sy}$  son las áreas de las armaduras situadas en la parte inferior de los nervios, en cada dirección, y  $r_x$  y  $r_y$  los recubrimientos respectivos. En la práctica, los valores de  $A_{sx}$  y  $A_{sy}$  no se saben de antemano, y como además su influencia en los valores de  $D_x$  y  $D_y$  es mínima, lo normal es no tenerlos en cuenta.

### 3.2. Planteamiento de condiciones iniciales

Todo lo dicho en 2.2 sobre reproducción de condiciones de apoyo y de estado de cargas en placas macizas es aplicable directamente a las placas nervadas; en lo referente a los otros dos temas tratados en ese apartado (disposición espacial de las barras y cálculo de las características elastomecánicas de las mismas incluido el efecto del módulo de Poisson), describimos a continuación una serie de normas específicas.

#### 3.2.1. Discretización de la placa

En principio, son válidas las consideraciones básicas enunciadas en 2.2.1 para placa macizas, pero además podemos añadir algunas más, derivadas de la existencia de los nervios rigidizadores y de borde:

—La disposición de las barras del emparrillado virtual deberá seguir direcciones paralelas a las de los nervios; a efectos del presente estudio, sólo estamos considerando las placas rigidizadas por nervios en dos direcciones ortogonales, pero en general pueden darse casos de placas rigidizadas por dos familias de nervios no ortogonales o por nervios dispuestos según más de dos direcciones.

—Deberán disponerse barras que coincidan con los ejes de los nervios de borde, sean éstos paralelos a los nervios principales o no.

—En cuanto al número de barras que conviene disponer, la situación ideal sería aquella en que hubiera un nervio de cálculo por cada nervio real (o aún más, en caso de que estuvie-

ran muy separados), pero esto a veces será irrealizable por problemas de capacidad de almacenamiento o de velocidad del ordenador disponible, por lo que habrá que agrupar varios nervios reales en cada nervio de cálculo.

#### 3.2.2. Asignación de características elastomecánicas a las barras del emparrillado. Efecto del Módulo de Poisson

Como sabemos, las rigideces a flexión y torsión que han de asignarse a las vigas del emparrillado virtual, deben ser iguales a las de la zona de placa que sustituyen. En el caso de placas nervadas, primero hay que distribuir las rigideces a lo largo y ancho de la placa, es decir, repartir uniformemente el efecto rigidizador de los nervios; para ello calcularemos las rigideces de las secciones-tipo de la placa en cada dirección, y las dividiremos por la distancia entre nervios (naturalmente, esto será tanto más válido cuanto más cercanos estén los nervios

entre sí; en el caso de los forjados reticulares normalmente usados en la edificación, esta hipótesis simplificativa está plenamente justificada).

El cálculo del momento de inercia de la sección tipo no presenta ningún problema. El módulo de torsión se calcula de acuerdo con la fórmula de Timoshenko y Goodier, ya citada anteriormente:

$$M_t = \frac{G \cdot h^3}{6} + \frac{G \cdot K_t \cdot h_x \cdot t_x^3}{b_x}, \text{ si } t_x \leq h_x$$

Para estudiar las condiciones en que podemos realizar la asimilación a emparrillado de una placa nervada, vamos a proceder, igual que en 2.2.2, comparando las ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento de los dos tipos estructurales, [15] y [4] respectivamente. Podemos expresar ambas ecuaciones de la siguiente forma (hacemos  $D_x = D_y = D$ , que es la situación normal en forjados reticulares):

$$D \cdot (1 - \mu^2) \cdot \left[ \frac{\delta^4 w}{\delta x^4} + \frac{\delta^4 w}{\delta y^4} \right] + 2 \cdot H \cdot (1 - \mu^2) \cdot \frac{\delta^4 w}{\delta x^2 \delta y^2} = q \cdot (1 - \mu^2)$$

$$E \cdot I^e \cdot \left[ \frac{\delta^4 w^e}{\delta x^4} + \frac{\delta^4 w^e}{\delta y^4} \right] + 4 \cdot G^e \cdot I^e \cdot \frac{\delta^4 w^e}{\delta x^2 \delta y^2} = q$$

Ambas ecuaciones serían idénticas, excepto en el término independiente, si se cumplieran simultáneamente las dos condiciones siguientes:

$$\begin{aligned} D \cdot (1 - \mu^2) &= E \cdot I^e \\ 2 \cdot H \cdot (1 - \mu^2) &= 4 \cdot G^e \cdot I^e \end{aligned}$$

La primera condición es fácil de cumplir, bastando con tomar como valor de la inercia de las vigas del emparrillado equivalente, el cociente:

$$I^e = \frac{D \cdot (1 - \mu^2)}{E} \quad [20]$$

La segunda condición podemos expresarla de la forma:

$$G^e = \frac{2 \cdot H \cdot (1 - \mu^2)}{4 \cdot I^e} \quad [21]$$

El cumplimiento de [21] implicaría el uso de un módulo de deformación transversal,  $G^e$ , variable en cada barra, lo cual no es compatible

con la filosofía de los programas de cálculo matricial. No obstante, en este tipo de cálculo, el valor de  $G$  va siempre multiplicado por el del módulo de torsión  $M_t$  de cada barra; basándonos en esta circunstancia, podemos cumplir la segunda condición anterior tomando un módulo de torsión ficticio en cada barra,  $M_t^e$ , tal que:

$$M_t^e \cdot G = M_t \cdot G^e$$

Asignándole a  $G^e$  el valor expresado en [21] y sustituyendo los valores de  $I^e$  y  $G$ , obtenemos:

$$M_t^e = \frac{M_t \cdot H \cdot (1 - \mu^2)}{2 \cdot G \cdot I^e} = \frac{M_t \cdot H \cdot (1 + \mu)}{D} \quad [22]$$

Así pues, tomando estos valores de  $I^e$  y  $M_t^e$  (calculados con los valores de  $D$  y  $H$  expresados en [19] y [18]) como características elastomecánicas de las vigas del emparrillado virtual, calcularemos las flechas  $w^e$  y los momentos  $M_x^e$ ,  $M_y^e$  y  $M_{xy}^e$  de dicho emparrillado.

Las flechas de la placa nervada se hallarán en función de las del emparrillado, afectándolas del coeficiente  $(1 - \mu^2)$  en que difieren los términos independientes de las dos ecuaciones diferenciales:

$$w(x, y) = w^e(x, y) \cdot (1 - \mu^2) \quad [23]$$

Calculemos a continuación la relación entre los momentos del emparrillado y los de la placa. Sustituyendo [23] en [16] y [14] obtenemos, respectivamente, las expresiones de los momentos flectores y torsores de la placa nervada en función de  $w^e$ :

$$M_x = -D \cdot (1 - \mu^2) \cdot \frac{\delta^2 w^e}{\delta x^2} + C_y \cdot \mu \cdot D \cdot (1 - \mu^2) \cdot$$

$$\frac{\delta^2 w^e}{\delta y^2}$$

$$M_{xy} = -D_{xy} \cdot (1 - \mu^2) \cdot \frac{\delta^2 w^e}{\delta x \delta y} \quad [24]$$

$$M_y = -D \cdot (1 - \mu^2) \cdot \frac{\delta^2 w^e}{\delta y^2} + C_x \cdot \mu \cdot D \cdot (1 - \mu^2) \cdot$$

$$\frac{\delta^2 w^e}{\delta x^2}$$

Según [3], los momentos obtenidos en el emparrillado son:

$$M_x^e = -E \cdot I^e \cdot \frac{\delta^2 w^e}{\delta x^2}$$

$$M_{xy}^e = -2 \cdot G^e \cdot I^e \cdot \frac{\delta^2 w^e}{\delta x \cdot \delta y}$$

$$M_y^e = -E \cdot I^e \cdot \frac{\delta^2 w^e}{\delta y^2}$$

Sustituyendo en estas expresiones los valores de  $I^e$  y  $G^e$  calculados en [20] y [21] resulta:

$$M_x^e = -D \cdot (1 - \mu^2) \cdot \frac{\delta^2 w^e}{\delta x^2}$$

$$M_{xy}^e = -H \cdot (1 - \mu^2) \cdot \frac{\delta^2 w^e}{\delta x \delta y}$$

$$M_y^e = -D \cdot (1 - \mu^2) \cdot \frac{\delta^2 w^e}{\delta y^2}$$

Introduciendo estos valores en [24] y teniendo en cuenta [23] obtenemos las relaciones que buscamos entre los momentos en la placa nervada y los del emparrillado virtual:

$$M_x = M_x^e + C_x \cdot \mu \cdot M_y^e$$

$$M_{xy} = \frac{D_{xy}}{H} \cdot M_{xy}^e \quad [25]$$

$$M_y = M_y^e + C_x \cdot \mu \cdot M_x^e$$

Siguiendo el mismo razonamiento que en 2.2.2, en nudos situados sobre bordes paralelos al eje Y:

$$C_x = 0$$

en nudos situados sobre bordes paralelos al eje X:

$$C_y = 0$$

y en nudos de esquina:

$$C_x = 0$$

$$C_y = 0$$

En resumen, para analizar una placa nervada por el método de asimilación a emparrillado, se procede a calcular matricialmente el emparrillado equivalente formado por vigas de inercia y módulo de torsión ficticios, cuyos valores vienen dados por [20] y [22]; posteriormente, los valores de flechas y momentos en la placa se calculan en función de los obtenidos en cada barra del emparrillado, mediante las relaciones [23] y [25].

Como puede verse, el método es muy parecido al desarrollado para las placas macizas; de

hecho, podemos considerar esas placas como un caso particular de las nervadas en las que:

$$t_x = t_y = h_x = h_y = 0, \quad [26]$$

y comprobar que aplicando la formulación de placas nervadas se llega a las mismas conclusiones que en 2.2.2.:

Los valores de las rigideces  $D_x$ ,  $D_y$ ,  $D_{xy}$  y  $H$  de una placa maciza podemos calcularlos sustituyendo [26] en [19], [17] y [18]:

$$D = D_x = D_y = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}$$

$$D_{xy} = D_{yx} = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 + \mu)}$$

$$2 \cdot H = \frac{E \cdot h^3}{6 \cdot (1 - \mu^2)}$$

Las fórmulas [20] y [22] quedan de la forma:

$$I^e = \frac{h^3}{12}$$

$$M_i^e = M_i \cdot (1 + \mu)$$

Estas expresiones son equivalentes a la operación que hacíamos en 2.2.2, consistente en tomar un valor del coeficiente de Poisson igual a 0, con lo cual desaparecía el factor  $(1 - \mu^2)$  de la fórmula de la inercia (igual que aquí), y el factor  $(1 + \mu)$  de la del módulo de deformación transversal (equivalente a multiplicar el módulo de torsión por el mismo factor, como aquí, al ir siempre asociados en el cálculo).

### 3.3. Obtención de los resultados de la placa

Las flechas en los nudos de la placa se hallan en función de las de los nudos correspondientes del emparrillado virtual y del módulo de Poisson del material, aplicando la fórmula [23]. Las reacciones en los soportes de la placa coinciden con las obtenidas en los nudos correspondientes del emparrillado virtual.

Al igual que en la asimilación de placas macizas, vamos a suponer que las leyes de variación de esfuerzos entre los nudos extremos de las barras del emparrillado es lineal; también de igual manera, obtendremos los esfuerzos por unidad de anchura y evitaremos las discontinuidades que se producen en las leyes tomando en cada nudo los valores promedio de las barras concurrentes en él (excepto en los nudos que sean soportes o en los que haya cambios bruscos de sección).

Una vez hecho todo esto, los momentos de armado definitivos en cada punto de la placa

nervada los hallaremos aplicando las fórmulas [8], [9], [10], [11], [12] y [13].

### 3.4. Comprobación de resultados

#### 3.4.1. Placa cuadrada empotrada en el perímetro

Se ha calculado una placa nervada, de forma cuadrada, empotrada en los cuatro lados y sometida a una carga superficial uniforme. Como resultados de comparación usaremos los

proporcionados por Bares; este autor tabuló los momentos flectores en el centro de la placa y en el punto medio de los lados de una placa ortótropa, en función de un coeficiente K, que depende de las rigideces  $H$ ,  $D_x$  y  $D_y$ , y cuyo valor oscila entre 1 (en el caso de losa maciza sin ningún rigidizador:  $h_x = 0$ ) y 0 (en el caso de emparrillado puro, sin capa de compresión que una las barras entre sí:  $h = 0$ ).

$$K = \frac{H}{\sqrt{D_x \cdot D_y}}$$

TABLA 8

Placa nervada cuadrada empotrada en el perímetro.

Momentos flectores en el centro de la placa y en el punto medio de los lados:  $L = 10 \text{ m}$ ;  $\mu = 0$ ;  $q = 2 \text{ t/m}^2$

K	$M_o$ (mt/m)					$M_{11}$ (mt/m)				
	Bares	L/10	$\epsilon$ (%)	L/6	$\epsilon$ (%)	Bares	L/10	$\epsilon$ (%)	L/6	$\epsilon$ (%)
1,00	3,348	3,595	+ 7,38	3,707	+ 10,72	-10,480	-10,273	-1,97	-10,275	-1,96
0,95	3,406	3,688	+ 8,28	3,790	+ 11,27	-10,512	-10,362	-1,43	-10,354	-1,50
0,90	3,467	3,790	+ 9,32	3,881	+ 11,94	-10,546	-10,455	-0,86	-10,437	-1,03
0,80	3,600	3,993	+ 10,92	4,063	+ 12,86	-10,620	-10,633	+ 0,12	-10,597	-0,22
0,70	3,748	4,178	+ 11,47	4,228	+ 12,81	-10,702	-10,786	+ 0,78	-10,734	+ 0,30
0,60	3,915	4,352	+ 11,16	4,383	+ 11,95	-10,795	-10,921	+ 1,16	-10,855	+ 0,56
0,50	4,104	4,523	+ 10,21	4,535	+ 10,50	-10,900	-11,046	+ 1,34	-10,968	+ 0,62
0,40	4,320	4,664	+ 7,96	4,660	+ 7,87	-11,020	-11,144	+ 1,13	-11,056	+ 0,33
0,30	4,466	4,783	+ 7,10	4,766	+ 6,71	-11,105	-11,223	+ 1,06	-11,127	+ 0,20
0,20	4,637	4,877	+ 5,18	4,850	+ 4,59	-11,203	-11,284	+ 0,72	-11,181	-0,20
0,10	4,838	4,966	+ 2,64	4,929	+ 1,88	-11,320	-11,339	+ 0,17	-11,231	-0,79
0,05	4,953	5,033	+ 1,62	4,988	+ 0,71	-11,387	-11,379	-0,07	-11,267	-1,05
0,00	5,080	5,050	- 0,59	5,003	- 1,52	-11,460	-11,389	-0,62	-11,276	-1,60

$\epsilon$  = Diferencia en % respecto a los valores obtenidos por Bares.

(Valores obtenidos por Bares para losas macizas [ $K = 1$ ]:  $M_o = 3,520 \text{ mt/m}$ ,  $M_{11} = - 10,300 \text{ mt/m}$ ).

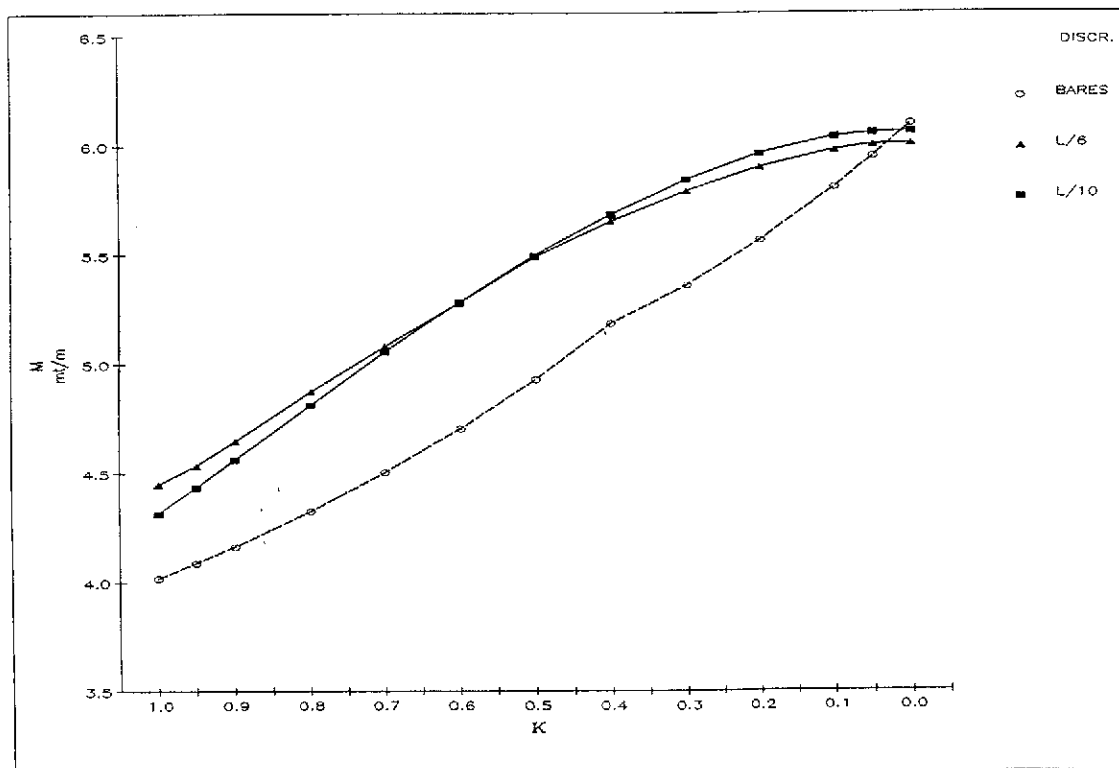


Gráfico 8. Placa nervada cuadrada empotrada en el perímetro. Momento flector en el centro de la placa.  $L = 10 \text{ m}$ ;  $\mu = 0,2$ ;  $q = 2 \text{ t/m}^2$ .

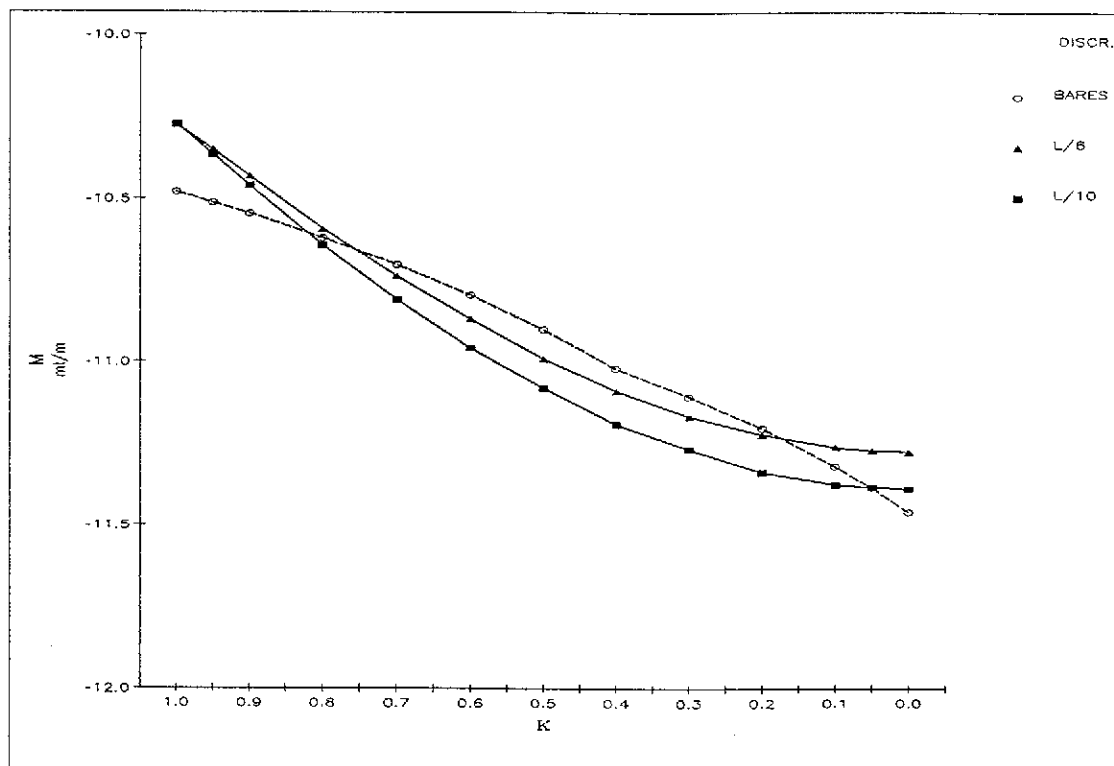


Gráfico 9. Placa nervada cuadrada empotrada en el perímetro. Momento flector en el punto medio de los lados.  $L = 10 \text{ m}$ ;  $\mu = 0,2$ ;  $q = 2 \text{ t/m}^2$ .

En la tabla 8 y los gráficos 8 y 9 están reflejados los resultados obtenidos variando el espesor  $h$  de la capa de compresión para conseguir cubrir todo el campo de variación de  $K$ .

Lo primero que es necesario resaltar es que los momentos flectores proporcionados por Bares<sup>(8)</sup> para  $K = 1$  no son iguales a los que él mismo da para placas macizas (tabla 1), sino que son un 5% inferiores en el centro de la placa y un 2% superiores en el punto medio de los lados; los resultados obtenidos con el método de asimilación a emparrillado son mejores, ya que esas diferencias, calculando con una discretización  $L/10$ , son bastante menores (+ 2% y -0,2%, respectivamente). Así pues, partimos de diferencias entre Bares y M.A.E. ( $L/10$ ) para  $K = 1$ , del 7% en momentos flectores en el centro de la placa y del 2% en el punto medio de los lados; en el centro, las diferencias aumentan conforme disminuye  $K$  hasta un valor de 0,6, donde son del 12%, para después disminuir hasta hacerse prácticamente nulas para  $K = 0$ ; en el punto medio de los lados, las diferencias se mantienen siempre en valores inferiores al 2% para cualquier valor de  $K$ , haciéndose también casi nulas para  $K = 0$ . Es también resaltable el hecho de que los resultados obtenidos con una discretización  $L/6$  sean casi idénticos a los obtenidos con  $L/10$ .

Los valores que tiene el coeficiente  $K$  en los forjados reticulares normalmente usados en la construcción (todos los recogidos en la Norma NTE/EHR) oscilan entre 0,08 y 0,17, es decir, en el ámbito donde los resultados de Bares y los obtenidos mediante el M.A.E. más se asemejan.

#### 3.4.2. Placa cuadrada articulada en el perímetro

Deb y Booton<sup>(21)</sup> calcularon, mediante el método de los elementos finitos, la flecha en el punto medio de una placa cuadrada, articulada en los cuatro lados, sometida a una carga superficial uniforme y con un número variable de nervios rigidizadores; para ello usaron dos elementos distintos: el propuesto por Mukhopadhyay<sup>(22)</sup> y<sup>(23)</sup> y el formulado por ellos mismos. En el gráfico 10 podemos ver cómo las flechas calculadas con el método de asimilación a emparrillado son muy semejantes a las calculadas con los dos tipos de elementos finitos, acercándose incluso más (sobre todo en el caso de pocos rigidizadores) a las proporcionadas por el elemento de Mukhopadhyay (más exacto) que las del elemento de Deb y Booton, basado en una formulación aproximada que desprecia la contribución a la rigidez a torsión que proporcionan los nervios rigidizadores.



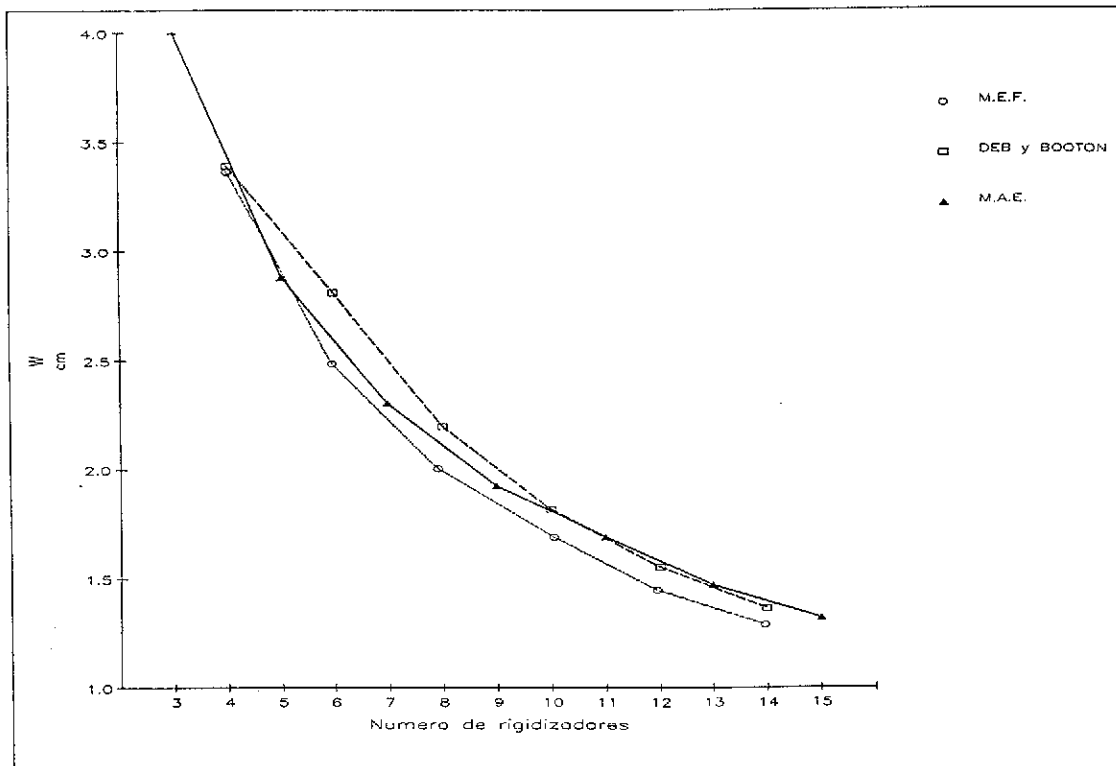


Gráfico 10. Placa nervada cuadrada articulada en el perímetro. Flecha en el centro de la placa.  $L = 2$  m;  $E = 21.000.000$  t/m<sup>2</sup>;  $\mu = 0,2$ ;  $q = 6$  t/m<sup>2</sup>;  $h = 0,02$  m;  $h_x = h_y = 0,1$  m;  $t_x = t_y = 0,01$  m.

#### 4. CONCLUSIONES

1. El método de cálculo de placas por asimilación a emparrillados consiste, como todos los métodos de asimilación, en un proceso de ida y vuelta, que podemos dividir en tres partes:

—Sustitución de la estructura que se va a analizar (placa de espesor constante o placa nervada) por otra en la cual el proceso de cálculo es conocido (emparrillado de barras).

—Realización del cálculo de esta estructura virtual.

—Cálculo de los resultados de la placa real en función de los obtenidos en el emparrillado virtual.

La resolución por métodos matriciales de un emparrillado es un problema perfectamente conocido y resoluble fácilmente mediante ordenador; los problemas se plantean al hacer y deshacer la asimilación.

2. La disposición de las barras del emparrillado virtual debe hacerse siguiendo direcciones paralelas a las de los nervios (en caso de placas nervadas) o las de las armaduras (en caso de placas macizas). Deben disponerse barras coincidiendo con los ejes de los nervios de borde de las placas, sean éstos paralelos o no a los ner-

vios o armaduras principales. Deben disponerse barras en ambas direcciones que pasen por los ejes de los soportes en que reposa la placa; en caso de apoyos continuos no puntuales, deben colocarse barras según sus ejes. Es conveniente colocar barras que pasen en ambas direcciones por los puntos donde existen cargas concentradas importantes; en el caso de cargas lineales, las barras se colocarán según sus ejes de aplicación. Todas las líneas de barras que no pasen por soportes deben disponerse de manera que intersecten líneas que sí lo hagan, para lograr una correcta transmisión de cargas y evitar el efecto 'shear lag' que puede producirse en caso contrario.

3. El número total de barras que habrá que disponer depende del grado de exactitud requerido y de las características del ordenador que se vaya a utilizar. Es necesaria, al menos, una discretización  $L/4$ , que corresponde a colocar, además de las líneas de barras que pasan por los apoyos, una línea de barras por el centro de los vanos y otras dos líneas entre las anteriores (que pasarán por bordes de ábacos en caso de placas nervadas); se ha comprobado que ya con esta mínima discretización se consiguen resultados suficientemente aproximados a los reales. También se ha comprobado la convergencia del método, ya que discretizaciones más tupidas proporcionan mejores resultados.

4. Las rigideces a torsión y flexión que se asignen a las vigas del emparrillado virtual deben ser iguales a las de la zona de placa que sustituyen (con la salvedad que se indica más adelante); en el caso de placas rigidizadas mediante nervios dispuestos de una manera uniforme y con una separación pequeña entre ellos (que es lo más normal en edificación), el reparto uniforme del efecto rigidizador entre toda la superficie es la solución más cómoda y proporciona resultados muy cercanos a los reales.

5. Tal como se ha venido aplicando hasta ahora el método de cálculo de placas por asimilación a emparrillado, no se tenía adecuadamente en cuenta el efecto que el Módulo de Poisson tiene en el comportamiento de las placas, produciéndose errores de cierta importancia en los resultados, tanto cuantitativamente como conceptualmente, puesto que un aumento del Módulo de Poisson, que debe producir un aumento de los flectores y una disminución de las flechas, producía el efecto contrario (aumento de flechas y disminución de flectores).

Los cambios que se proponen en la aplicación del método de asimilación para incluir correctamente el efecto del Módulo de Poisson, inciden en tres aspectos:

—En el cálculo de las rigideces a flexión y torsión de las placas nervadas, que debe hacerse según las fórmulas [18] y [19].

—En el cálculo de las características elasto-mecánicas (inercia y módulo de torsión) de las barras del emparrillado virtual, que debe hacerse asignándoles unos valores ficticios calculados según las fórmulas [20] y [21], en función de los reales.

—En el cálculo de los corrimientos y esfuerzos de la placa real, que debe hacerse en función de los obtenidos en el emparrillado virtual, aplicando las fórmulas de conversión [23] y [25] (con las correcciones correspondientes en caso de bordes).

6. En el cálculo del módulo de torsión de las barras interviene el valor del coeficiente  $K_t$  de Timoshenko y Goodier, que es variable en función de la relación entre las dos dimensiones de la sección de la barra considerada; por tanto, una diferente discretización de una placa de espesor constante daría lugar a diferentes módulos de torsión globales. La solución que debe adoptarse es asignar siempre a  $K_t$  un valor de 1/3 (correspondiente a secciones de ancho infinito). De igual modo hay que proceder en el caso de la capa de compresión de las placas nervadas.

7. Las condiciones de apoyo de las placas deben introducirse en los nudos correspondientes del emparrillado virtual; las coacciones totales de algún desplazamiento (empotramientos, articulaciones, ejes de simetría, etc.) se introdu-

cen fácilmente; en el caso de soportes aislados de dimensión finita, la reproducción fiel de las condiciones de apoyo se consigue coaccionando totalmente el desplazamiento vertical (hipótesis normalmente admitida) y parcialmente los giros de los nudos-soportes, mediante coeficientes de balasto, de valor igual al de las rigideces de los soportes.

8. Las cargas puntuales y lineales que actúan sobre la placa deben aplicarse sobre los nudos y barras correspondientes del emparrillado virtual. Las cargas superficiales es mejor distribuirlas en forma de cargas triangulares sobre las barras; una distribución en forma de cargas puntuales sobre los nudos proporciona peores resultados y sólo es igual de admisible cuando la discretización es muy tupida.

9. Las leyes de esfuerzos obtenidas en el emparrillado virtual son discontinuas (tienen saltos en los nudos); como esfuerzos en la placa real deben considerarse los valores promedio de los obtenidos a cada lado de los nudos, excepto cuando la discontinuidad tiene una razón de ser estructural (nudos-soportes, nudos-esquina, etc.).

10. El cálculo nos proporciona momentos flectores y torsores en los nudos; el armado de la placa a partir de los momentos principales en cada nudo siguiendo sus direcciones no es viable, como tampoco lo es disponer armaduras distintas que absorban por separado flectores y torsores. El cálculo de las armaduras necesarias para absorber cualquier campo de momentos generados por una combinación dada de flectores y torsores debe hacerse a partir de unos "momentos de armado", calculados según las fórmulas [8], [9], [10], [11], [12] y [13] en función de los flectores y torsores en cada nudo.

11. Los resultados obtenidos en el análisis de placas con diversas condiciones de sustentación, forma y cargas, mediante el presente método de asimilación a emparrillados, han sido excelentes, incluso con discretizaciones muy poco tupidas.

#### NOTACION:

- $u$ : Desplazamiento según dirección X.
- $v$ : Desplazamiento según dirección Y.
- $w$ : Desplazamiento según dirección Z.
- $\epsilon_x$ : Deformación lineal relativa, en dirección X.
- $\epsilon_y$ : Deformación lineal relativa, en dirección Y.
- $\mu$ : Coeficiente de Poisson.
- $I_x$ : Inercia de sección perpendicular a eje X.
- $I_y$ : Inercia de sección perpendicular a eje Y.

$M_t$ : Módulo de torsión.  
 $I^c$ : Inercia de las vigas del emparrillado virtual.  
 $M_t^c$ : Módulo de torsión de las vigas del emparrillado virtual.  
 $M_x$ : Momento flector de eje X.  
 $M_y$ : Momento flector de eje Y.  
 $M_{xy}$ : Momento torsor.  
 $w^c$ : Flecha en emparrillado virtual.  
 $w_o^c$ : Flecha en emparrillado virtual ( $\mu = 0$ ).  
 $M_{x_o}^c$ : Momento flector de eje X, en emparrillado virtual ( $\mu = 0$ ).  
 $M_{y_o}^c$ : Momento flector de eje Y, en emparrillado virtual ( $\mu = 0$ ).  
 $M_{x_y_o}^c$ : Momento torsor, en emparrillado virtual ( $\mu = 0$ ).  
 $M_x^*$ : Momento de armado de eje X.  
 $M_y^*$ : Momento de armado de eje Y.

## BIBLIOGRAFIA

- (1) TIMOSEHNKO, S.P. y GOODIER, J.N.: "Theory of elasticity". United Engineering Trustees. Nueva York, 1934 (trad. al español por Fuentes Pérez, A.: "Teoría de la elasticidad". Ediciones Urmo. Bilbao, 1968).
- (2) MANTEROLA, J.: "Cálculo de tableros por el método de emparrillado". Hormigón y Acero, n<sup>o</sup> 122, 1977, p. 93-149.
- (3) WOOD, R.H.: "The reinforcement of slabs in accordance with a pre-determined field of moments". Concrete, n<sup>o</sup> 2, 1968, pp. 69-76.
- (4) GUPTA, A.K. y SEN, S.: "Design of flexural reinforcement in concrete slabs". Jour. Struc. Div. A.S.C.E., vol. 103, n<sup>o</sup> 4, 1977, pp. 793-804.
- (5) GUPTA, A.K.: "Combined membrane and flexural reinforcement in plates and shells". Jour. Struc. Eng. A.S.C.E., vol. 112, n<sup>o</sup> 3, 1986, pp. 550-557.
- (6) MILLS, H.B.: 1968 "Discussion of 'The reinforcement of slabs in accordance with a pre-determined field of moments', de Wood, R.H.", Concrete, n<sup>o</sup> 8, 1968.
- (7) ARMER, G.S.T.: "Discussion of 'The reinforcement of slabs in accordance with a predetermined field of moments', de Wood, R.H.", Concrete, n<sup>o</sup> 8, 1968.
- (8) BARES, R.: "Tabulky pro vypočet desek a sten, Státní nakladatelství technické literatury". Praga, 1964. (trad. al español de Canal, J.M.: "Tablas para el cálculo de placas y vigas

pared". 2<sup>a</sup> edición ampliada, revisada por Kappelmacher, C. Editorial Gustavo Gili, Barcelona, 1981).

(9) STIGLAT, K. y WIPPEL, H.: "Platten". Wilhelm ernst und sohn. Berlín, 1966. (trad. al español por Batanero, J. y Morán, F.: "Placas". Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento. Madrid, 1968).

(10) HUANG, M.K. y CONWAY, H.D.: "Bending of a uniformly loaded rectangular plate with two adjacent edges clamped and the others simply supported or free". Jour. of Applied Mechanics, vol. 12, 1952.

(11) GARCIA MONGE, F.: "Placas circulares". Monografía n<sup>o</sup> 105. Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y el Cemento. Madrid, 1963.

(12) SZILARD, R.: "Theory and analysis of plates classical and numerical methods". Prentice-Hall Inc. Nueva Jersey, 1974.

(13) CUSENS, A.R., ZEIDAN, M.A. y PAMA, R.P.: "Elastic rigidities of ribbed plates". Building Science. Vol. 7, 1972, pp. 23-32.

(14) TRENKS, K.: "Beitrag zur Berechnung orthogonal-anisotroper Rechteckplatten". Der Bauingenieur, vol. 29, 1954, pp. 372-377.

(15) KENNEDY, JOHN B. y BALI, S.K.: "Rigidities of concrete waffle-type slab structures". Can. Jour. Civ. Eng., vol. 6, 1979, pp. 65-74.

(16) HUBER, M.T.: "Die Theorie der Kreuzweise bewehrten Eisenbetonplatten". Der Bauingenieur, vol. 4, 1923, pp. 354-392.

(17) ROWE, R.E.: "Concrete bridge design". C.R. Books Ltd. Londres, 1962.

(18) TIMOSHENKO, S.P. y WOINOWSKY-KRIEGER, S.: "Theory of plates and shells". McGraw-Hill. Nueva York, 1959 (trad. al español por Medina Salanova, F.J.: "Teoría de placas y láminas". Ediciones Urmo, Bilbao).

(19) GIENCKE, E.: "Die Grundgleichungen für die Orthotropic Platte mit Steifen Exzentrischen". Der Stahlbau, vol. 24, 1955, pp. 128 y ss.

(20) JACKSON, N.: "The torsional rigidity of concrete bridge decks". Concrete, vol. 2, 1968, pp. 468-474.

(21) DEB, A. y BOOTON, M.: "Finite element models for stiffened plates under transverse loading". Computers and structures, vol. 28, n<sup>o</sup> 3, 1988, pp. 361-372.

(22) MUKHOPADHYAY, M.: "Stiffened plate plane stress elements for the analysis of ships' structures". Computers and structures, vol. 13, 1981, pp. 563-573.

(23) MUKHOPADHYAY, M. y SATSANGI,

S.K.: "Isoparametric stiffened plate bending element for the analysis of ships' structures". Trans. R. Inst. Naval Arch., vol. 126, 1984, pp. 141-151.

## RESUMEN

El método de cálculo de placas mediante asimilación a emparrillados de barras no es de aplicación directa e inmediata, sino que requiere el uso de una metodología que proporcione tanto la manera de pasar de un tipo estructural a otro como la de interpretar los resultados obtenidos en este último, de forma que sean aplicables al primero; actualmente, en la utilización práctica de este método se recurre a unos criterios, compilados de diversos autores y publicaciones, que en muchos casos dan lugar a errores que caen incluso del lado de la inseguridad.

El presente trabajo pretende sentar las bases para una correcta utilización del método en el cálculo de placas planas de forma cualquiera, sometidas a cualquier tipo de cargas perpendiculares a su plano y sustentadas de cualquier manera. La bondad del método se ha comprobado mediante comparaciones de los resultados

obtenidos, en diversos tipos de placas, con los proporcionados por otros autores y métodos.

## SUMMARY

The method of calculating slabs by grillage analogy does not lend itself to direct or immediate application, but requires the use of a methodology which provides both the means of passing from one structural type to another, and the manner of interpreting the results obtained in the latter case in such a way that they are applicable to the former. Currently, the practical utilization of this method involves falling back on certain criteria, compiled from various authors and publications, and which in many cases give rise to errors which can actually lie on the side of unsafeness.

This paper endeavours to establish a basis for the correct use of the method in calculating flat slabs of any shape subjected to loads of any type acting perpendicular to their plane and supported in any way. The worth of the method has been demonstrated by comparing the results obtained on various types of slabs with those provided by other authors and methods.

\* \* \*

## Nueva Publicación HORMIGON ARMADO, 13ª Edición

**Título: Hormigón Armado, 13ª Edición**  
**Autores: P. Jiménez Montoya, A. García Meseguer y F. Morán Cabré**  
**Editor: Gustavo Gill, Barcelona, diciembre 1991**  
**Características: 2 volúmenes de 21 x 28 cm, 1.244 págs., encuadernados en tela con sobrecubiertas**

Dado el éxito obtenido por las anteriores ediciones de esta obra durante más de veinte años, los autores se han visto obligados a preparar una nueva edición de la misma, revisando y actualizando su contenido.

En la redacción de la misma se han tenido en cuenta la "Instrucción Española para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado - EH-91", de reciente aparición; el Pliego para la Recepción de Cementos RC-88, así como la normativa europea e internacional más actual, en especial el Eurocódigo EC-2 de 1991 y el Código Modelo MC-90 del CEB.

Se han revisado en profundidad los capítulos de cementos, de preparación del hormigón, del control de calidad y de deformaciones, en los

que se han producido los mayores cambios al aparecer las nuevas normas indicadas.

En el tomo II se ha redactado de nuevo el apartado dedicado a programas de ordenador, introducido a partir de la 12ª edición, que ha sido ampliado hasta su extensión actual de 150 páginas. Se presentan en total 10 programas para el cálculo de esfuerzos en pórticos y para el armado de secciones y piezas de hormigón. Si bien los programas son análogos a los de la edición anterior, se han introducido en los mismos cambios importantes que facilitan su uso.

Por otra parte, los programas se presentan ahora en lenguaje GW-BASIC para ordenadores personales compatibles, incluyendo una documentación completa y detallada de cada uno de ellos, que abarca organigramas, descripción de datos y resultados, formulación aplicada, listados fuente y ejemplos numéricos. De estos programas es posible solicitar un disco que contiene los listados fuente en GW-BASIC y, optativamente, versiones compiladas y optimizadas de los mismos para su uso profesional.

## **Sistema de diseño asistido por ordenador para estribos de puentes de tramo recto**

**Autores: Gonzalo Ramos Schneider - Ing. Caminos  
Joan R. Casas i Rius - Dr. Ing. Caminos  
Departamento de Ingeniería de la Construcción  
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona  
Universitat Politècnica de Catalunya**

### **1. INTRODUCCION**

Tradicionalmente, el diseño de estribos se ha realizado a partir de criterios bastante subjetivos y sin desarrollar estudios de optimización ni del diseño ni de la tipología; ya que, un estudio encaminado a la obtención de la tipología óptima desde el punto de vista económico, podría suponer un coste mayor que el ahorro conseguido. La complejidad del problema radica, en gran medida, en la aparición de un elemento generalmente poco conocido, el terreno; elemento difícil de poner en ecuación en términos generales, así como en el distinto comportamiento estructural de cada una de las tipologías.

El presente sistema proporciona una herramienta eficaz y rápida que permite al proyectista poder escoger, con suficiente garantía, la solución más adecuada bajo todos los puntos de vista (funcional, resistente, económico y estético) en cada caso; y, una vez escogida la solución, obtener una definición completa de geometría y de armaduras a nivel de proyecto, así como mediciones y presupuesto. Un sistema con estas características debía ser lo más general posible y para ello se debían fijar previamente unas tipologías, para ser desarrolladas en el sistema, que fueran las más comúnmente usadas. Pocas veces se diseñan puentes empotrados en sus extremos y cada caso es distinto, siendo muy difícil una generalización. Por dicho motivo nos limitamos a los estribos de puentes de tramo recto.

El sistema de diseño asistido que aquí se presenta es el resultado de la Tesina de Especialidad [1] que se desarrolló en el Departamento de Ingeniería de la Construcción de la U.P.C.

### **2. SISTEMA DE DISEÑO ASISTIDO POR ORDENADOR PARA EL PROYECTO DE ESTRIBOS DE PUENTES DE TRAMO RECTO**

Las tipologías de estribos elegidas para ser desarrolladas en el sistema han sido:

- Estribo cerrado con muro frontal (muro de canto constante o variable).
- Estribo cerrado de contrafuertes.
- Estribo abierto (con 3 tipologías de fustes distintas).
- Estribo flotante sobre terraplén.
- Estribo flotante sobre macizo de tierra armada.

Se eligieron estas tipologías por cubrir ampliamente la gran mayoría de estribos que usualmente se proyectan.

En cuanto a las aletas, se han adoptado las tipologías compatibles con los estribos estudiados; es decir, aletas en vuelta (muros en vuelta o voladizos) y aletas en prolongación recta o quiebro.

Las cimentaciones adoptadas han sido cimentaciones superficiales (zapatas) y cimentaciones profundas (encepados y pilotes), que se dimensionan a partir de datos geotécnicos proporcionados por el usuario.

#### **2.1. Esquema de funcionamiento**

El paquete se subdivide en un módulo principal y varios módulos dependientes de éste. Su esquema puede consultarse en la Fig. 1.

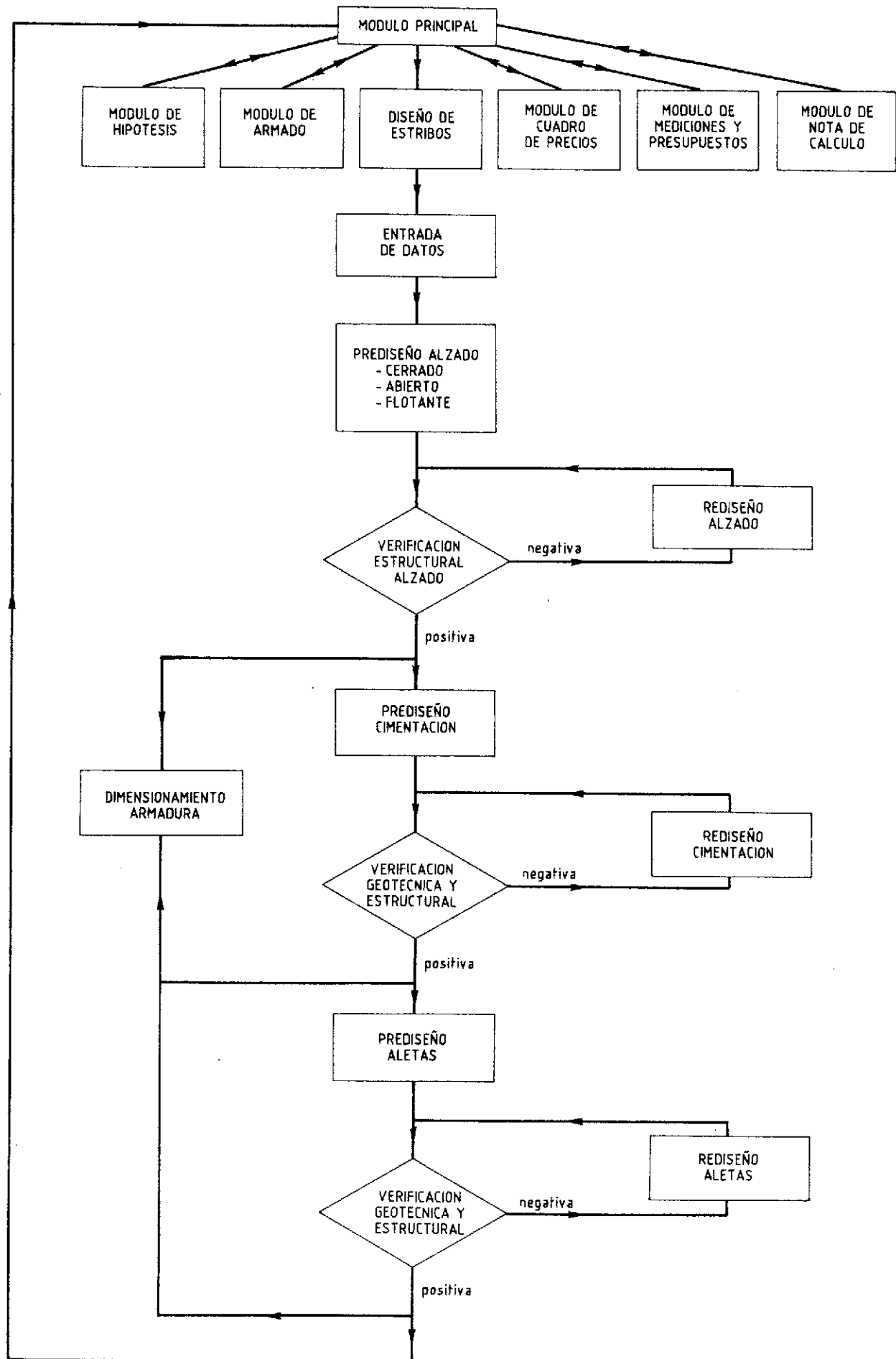


Fig. 1. Esquema de funcionamiento del sistema de diseño asistido por ordenador.

## Programa de diseño automático de estribos

### MENU PRINCIPAL :

- 1- Diseño de un estribo
- 2- Mediciones y presupuesto
- 3- Visualización del armado
- 4- Visualización o modificación de hipótesis
- 5- Cuadro de precios
- 6- Nota de cálculo
- 7- Salir al sistema

Opción : █

Fig. 2. Menú principal del sistema.

El trasvase de datos entre módulos se realiza mediante archivos auxiliares. El módulo principal es el que conecta con los distintos módulos y el que inicia y genera los archivos auxiliares.

A continuación se describe cada módulo y su objetivo concreto.

a) Módulo principal: Es el módulo que diseña los estribos y aletas y que dirige la totalidad del paquete. Consta de:

a.1) Submódulo principal: En él se halla el menú principal del sistema (Fig. 2).

También gestiona la entrada de datos para estribos y aletas.

a.2) Submódulo de estribos cerrados: En él se dimensiona el alzado de los estribos cerrados de muro frontal, evaluándose su armado.

a.3) Submódulo de estribos de contrafuertes: En él se realiza el diseño, la verificación y el armado del alzado y cargadero de los estribos de contrafuertes.

a.4) Submódulo de estribos abiertos: Se encarga del dimensionamiento de los fustes y del cargadero de los estribos abiertos.

a.5) Submódulo de estribos flotantes: Dimensiona y verifica tanto los estribos flotantes sobre terraplén como los estribos flotantes sobre tierra armada.

a.6) Submódulo de cimentaciones superficia-

les: Procede al dimensionamiento y verificación, estructural y geotécnica, de las zapatas de los estribos cimentados superficialmente.

a.7) Submódulo de cimentaciones profundas: Diseña y verifica, geotécnica y estructuralmente, encepados y pilotes de estribos cimentados profundamente, incluyendo la armadura de los mismos.

a.8) Submódulo de aletas: Dimensiona aletas, tanto en vuelta como en prolongación recta o en quiebro.

En todos los submódulos se evalúan las mediciones correspondientes y se guardan en un fichero, al igual que las armaduras.

b) Módulo de mediciones y presupuestos: Este módulo gestiona las mediciones y presupuestos.

c) Módulo de cuadro de precios: Es el que gestiona el cuadro de precios que se utiliza para realizar el presupuesto.

d) Módulo de armado: En él se visualiza e imprime el armado de los distintos elementos que componen el estribo, de las aletas y de las cimentaciones, proporcionando: tipo de armadura, diámetro, posición y colocación.

e) Módulo de hipótesis: El paquete tiene unas hipótesis de partida para materiales, coeficientes de seguridad y códigos de verificación. Los coeficientes y los códigos iniciales son los

de la EH-91, y los materiales son los que se han considerado más usuales para los distintos elementos del estribo. Todos estos datos pueden visualizarse y modificarse en este módulo a voluntad del usuario, lo que le permite conocer cómo influye la variación, derivada de la utilización de otro código o norma, de estas hipótesis, en el diseño y presupuesto del estribo.

f) Módulo de nota de cálculo: Este módulo permite imprimir una nota de cálculo completa del estribo y de sus aletas, proporcionando los esfuerzos en todas sus secciones características.

En cuanto a los aspectos puramente informáticos, es interesante indicar que el programa se ha realizado en lenguaje BASIC compilable. Por ello, el trabajo se ha desarrollado en un ordenador de tipo personal (AT). Al ser un lenguaje compilado se obtiene una velocidad de ejecución muy aceptable y puede ejecutarse sin necesidad de ningún programa soporte.

## 2.2. Diseño de estribos: Fundamentos teóricos y aplicación al sistema de diseño asistido

El esquema de diseño de estribos y aletas es el siguiente:

1) Diseño previo del elemento, basado en unos determinados criterios y que permite la evaluación de las acciones.

2) Evaluación de las acciones que actúan sobre el elemento.

3) Combinación de acciones según las hipótesis más desfavorables.

4) Cálculo de las solicitaciones actuantes en las secciones más significativas.

5) Cálculo de la respuesta estructural de dichas secciones.

6) Si la respuesta estructural es inferior a las solicitaciones, se procede a un rediseño geométrico, volviendo al punto 2).

Los criterios básicos de diseño inicial que han servido como punto de partida son los que aparecen en [2], donde pueden encontrarse ampliamente documentados.

En lo que hace referencia a las acciones que hay que considerar en el proyecto de cualquier estribo y que hemos adoptado para el sistema de diseño, tenemos:

- a) Peso propio del estribo.
- b) Acciones del tablero transmitidas al estribo [3].
- c) Acción de las tierras sobre el estribo [4] y [5].
- d) Efectos de la subpresión de agua [6].

La ponderación de todas estas acciones se realiza para cada caso teniendo en cuenta su condición de favorable o desfavorable y de permanente o variable. En cada ocasión se les aplican los coeficientes de seguridad correspondientes, de acuerdo a los ya definidos en el módulo de hipótesis.

### 2.2.1. Alzados

De forma general, es importante señalar que la verificación de las secciones se ha realizado de acuerdo con los siguientes puntos:

a) Verificación del estado límite último de rotura por solicitaciones normales, por el método del momento tope, según el anejo 7 de la norma EH-91 ref. [7] y según [8], atendiendo, además, al condicionante de ductilidad de las secciones.

b) Verificación del estado límite último de agotamiento por solicitaciones tangenciales, según el artículo 39 de la misma instrucción [7].

En cuanto al armado, se han tenido en cuenta las recomendaciones recogidas en [2], [7] y [9].

En el caso de un estribo cerrado con muro frontal, el programa ofrece al usuario tres posibilidades:

—Muro frontal de canto constante, sin armadura de cortante.

—Muro frontal de canto constante, con armadura de cortante.

—Muro frontal de canto variable.

Para un estribo de contrafuertes, el diseño es automático. Cabe destacar que el contrafuerte se prolonga hasta el final de la zapata o del encepado, para evitar un inadecuado comportamiento estructural de la cimentación. Se observa que las soluciones de muro frontal y de contrafuertes son idénticas en cuanto a funcionalidad y estética, diferenciándose en el volumen de materiales utilizado y en la superficie que hay que encofrar. El sistema de diseño es una herramienta muy útil para conocer cuál de las dos es la tipología óptima, desde el punto de vista económico, en cada caso concreto.

En el caso de un estribo abierto, se permite al usuario la elección entre tres tipologías de fustes, diferenciándose entre ellas por la variación de canto que presentan (Fig. 3).

Los estribos flotantes consisten en una viga-zapata con murete de guarda que transmite las cargas a un relleno de tierras que se derrama frontal y lateralmente; o bien es contenido por un paramento de placas de hormigón ancladas (conocido como tierra armada).

El diseño del murete de guarda es común a todas las tipologías de estribo contempladas.



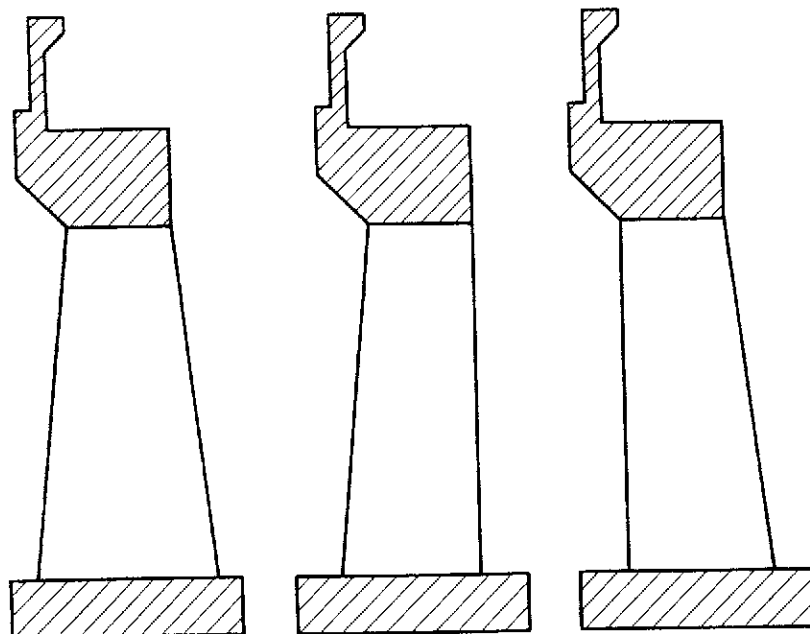


Fig. 3. Esquema de las tres tipologías de estribos abiertos consideradas.

No se ha previsto la posibilidad de diseñar un estribo sin murete de guarda, por ser poco usual.

La necesidad de disponer o no la losa de transición es función de su coste, de la intensidad y tipo de tráfico, de la altura del terraplén, de su compactación, de su drenaje, etc... Hemos creído oportuno dejar al usuario la decisión sobre su conveniencia. Además, para poder valorar su impacto económico sobre el total de la obra, se ha desglosado su presupuesto del presupuesto total.

### 2.2.2. Cimentaciones

Como ya se ha señalado, uno de los objetivos del sistema es permitir al usuario elegir el tipo de cimentación deseada, en función de las características geotécnicas del terreno, y facilitarle la toma de decisiones entre uno u otro tipo.

El sistema diseña cimentaciones superficiales (zapatas) y cimentaciones profundas (pilotes con encepados). En ambos casos, el sistema permite una sencilla introducción de los datos geotécnicos, permitiendo caracterizar cada tipo de terreno mediante múltiples parámetros geotécnicos. Por ejemplo, en el caso de cimentaciones profundas, permite introducir, para ser considerados, hasta cuatro estratos distintos y tiene en cuenta el coeficiente de balasto del terreno. En el caso de cimentación superficial, considera la fracción de empuje pasivo que pueda movilizarse, y permite fijar el empuje activo que actúa sobre el estribo. Esta generalidad es fundamen-

tal, pues la diversidad de terrenos que se encuentran en la realidad deben poder ser considerados en un sistema que sea realmente operativo. (Véase Fig. 4).

El cálculo de la longitud de los pilotes, a partir de sus resistencias por fuste y por punta, se ha realizado de acuerdo con la ref. [10], así como en base a las normas básicas y tecnológicas correspondientes.

El cálculo de esfuerzos sobre los pilotes se ha hecho de acuerdo con [11], habiéndose verificado el método mediante simulaciones numéricas en las que se tuvo en cuenta el coeficiente de balasto del terreno. Este método da resultados más cercanos a la realidad que los tradicionales, basados en un empotramiento ideal, a una determinada profundidad, en función del diámetro del pilote.

En los estribos abiertos, se disponen sendas riostras entre los encepados, para dar una mayor rigidez frente a acciones sísmicas. Dichas riostras se dimensionan para un axil igual al décimo del axil de los fustes [12].

### 2.2.3. Aletas

Las aletas son el elemento del estribo que realiza la función de contener las tierras lateralmente, evitando que sus taludes invadan la vía inferior.

Tienen una gran importancia en la estética del conjunto del estribo y en algunos casos en su funcionalidad. Por ejemplo, una aleta en prolongación recta, en un estribo de un paso supe-

## Programa de diseño automático de estribos

### Dimensionamiento del estribo

#### Características del terreno de cimentación

- ángulo de rozamiento interno .....	30
- cohesión en kp/cm <sup>2</sup> .....	0
- tensión máxima admisible en kp/cm <sup>2</sup> .....	4
- fracción del empuje pasivo a tener en cuenta (0 a 1) 0 (empuje pasivo = 3.00)	0
- empuje activo a considerar (por defecto 0.33).....	0.33

Fig. 4. Ejemplo de entrada de datos para una cimentación superficial.

rior, produce en el tráfico inferior un efecto pared, con las consiguientes consecuencias de disminución de la velocidad y separación del obstáculo.

Las tipologías de aletas adoptadas han sido las más comunes; siendo, a su vez, compatibles con los estribos estudiados. Estas son dichas tipologías:

- Aletas en voladizo.
- Muros en vuelta.
- Aletas en prolongación recta o quiebro.

En las figs. 5, 6 y 7 pueden verse los croquis de las tres tipologías, indicándose en ellas los datos de entrada solicitados por el programa.

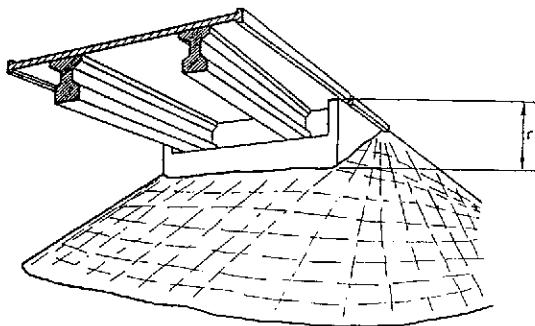


Fig. 5. Perspectiva de un estribo con aletas en voladizo. Se indican los datos requeridos por el sistema.

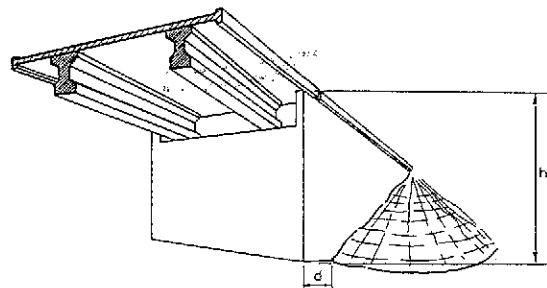


Fig. 6. Perspectiva de un estribo con muros en vuelta. Se indican los datos requeridos por el sistema.

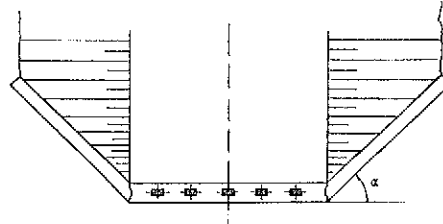


Fig. 7. Perspectiva de un estribo con aletas en prolongación recta o quiebro. Se indican los datos requeridos por el sistema.

## Programa de diseño automático de estribos

### Armaduras de un estribo cerrado con muro de contrafuertes

Contrafuertes :

Posición	Fi	Tipo	Número	Separación(cm)
1 2 3 4 5	25	Barra	11	25
	8	Cerco		
	10	Cerco		
	12	Barra		
	12	Barra		

Pulse cualquier tecla para continuar

Fig. 8. Ejemplo de salida de armaduras.

Si las aletas requieren cimentación, ésta es del mismo tipo que para el estribo, excepto si el estribo está cimentado profundamente, en cuyo caso el programa permite escoger el tipo de cimentación.

### 2.3. Armado de los estribos

El módulo de armado de estribos visualiza, y permite imprimir, las armaduras de los distintos elementos que constituyen un estribo.

De cada armadura se da (Fig. 8):

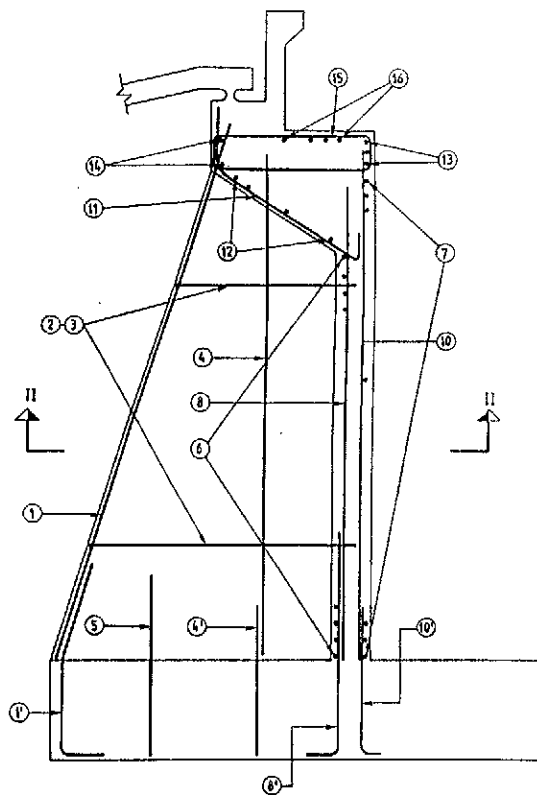
a) Posición. Es un número de referencia que puede consultarse en los croquis de armado. Como ejemplo véase la Fig. 9.

b) Diámetro. Se han utilizado los diámetros más usuales.

c) Tipo. Permite diferenciar entre barras longitudinales y cercos cerrados.

d) Separación. En caso de darse, indica la separación con que se deben disponer las barras o cercos. La longitud sobre la que debe extenderse se puede colegir a partir de los croquis.

e) Número. Si no se da separación, se indica el número de barras o cercos que hay que disponer.



SECCION I - I

Fig. 9. Croquis de armaduras del alzado de un estribo de contrafuertes.

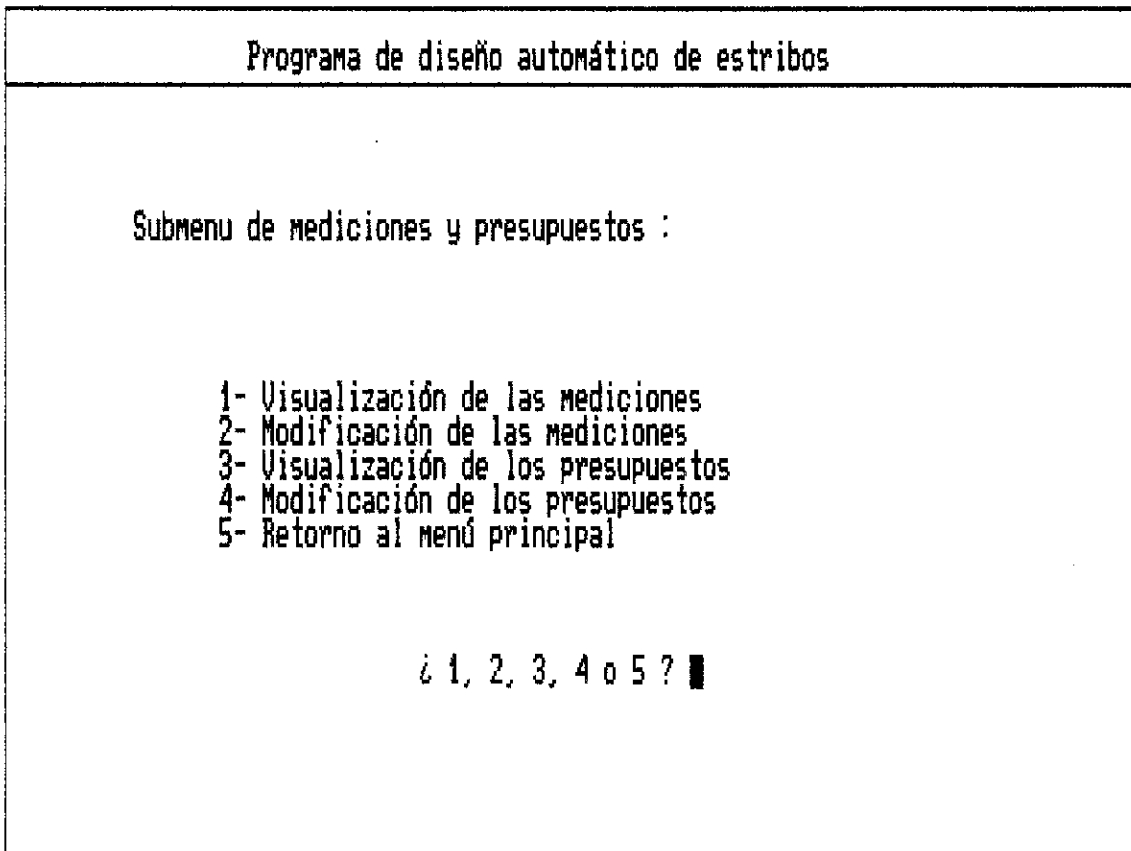


Fig. 10. Submenú de mediciones y presupuestos.

Programa de diseño automático de estribos		
ESTRIBOS (1)	PRECIO UNITARIO	PRECIO TOTAL
a) 70.2 m3 de hormigón en alzados	9144.0	641908.8
b) 6141.2 Kg de acero pasivo en alzados	105.0	644826.0
c) 26.4 m3 de hormigón en cargaderos	9144.0	241401.6
d) 382.5 Kg de acero pasivo en cargaderos	105.0	40162.5
e) 70.7 m3 de hormigón en zapatas	8504.0	601232.8
f) 2199.9 Kg de acero pasivo en zapatas	98.0	215590.2
g) 7.1 m3 de hormigón de limpieza y nivelación	6753.0	47946.3
	<b>PRESUPUESTO PARCIAL</b>	<b><u>2433068.3</u></b>
Pulse cualquier tecla para continuar		

Fig. 11. Ejemplo de visualización de presupuestos.

Se ha intentado realizar un armado lo más racional posible, dentro de la dificultad que comporta la variedad de elementos estudiados y las dificultades que conlleva el intentar hacer un esquema de diseño asistido lo más general posible. Se ha comprobado, en cada caso, que la armadura no rebase el espacio físico disponible, pudiéndose colocar fácilmente.

#### 2.4. Mediciones y presupuestos

En este módulo del paquete se visualizan las mediciones y presupuesto del estribo. Se pueden modificar cada uno de estos precios, de forma que se puede estudiar cómo afectaría la variación de un precio concreto al coste global.

También se puede variar cada una de las mediciones, lo cual permite intentar prever el efecto que, sobre el presupuesto global o parcial de un determinado elemento, tendrían variaciones imprevistas de las mismas. Véanse Figs. 10 y 11.

#### 2.5. Cuadro de precios

En este módulo se visualizan y se pueden modificar tanto el cuadro de precios permanente del programa como el cuadro de precios para el estribo particular en estudio. Al iniciar la ejecución del paquete, el cuadro de precios actual toma los valores del cuadro de precios permanente. A partir de este momento se puede variar, con total libertad, dicho cuadro de precios actual sin que tenga repercusión en el permanente.

Evidentemente, también se pueden cambiar los precios del cuadro de precios permanente, con lo cual se pueden ir actualizando para mantenerlos siempre al día.

### 3. APLICACIONES

Las aplicaciones más importantes de este sistema son:

- Proyecto de un estribo dado.
- Optimización del diseño de un estribo. La aplicación principal del sistema es comparar la solución de un estribo, resuelto mediante distintas tipologías. En la tabla I se muestran algunos de los resultados obtenidos al comparar un estribo cerrado con muro frontal y otro de contrafuertes. Con estos resultados, que se pueden obtener con gran rapidez, se puede elegir la solución económicamente óptima. También puede observarse porque una solución es más económica que la otra. El estribo estudiado en este caso corresponde a un puente de vigas de 30 m de luz. Los datos que deben introducirse para diseñar estos estribos se limitan a:

—Anchura del tablero 14 m, canto 1,5 m, esviaje 100<sup>o</sup>.

—Altura del estribo 10 m, altura de tierras sobre la puntera anterior 1 m.

—Cimentación superficial con un terreno de características:  $\phi 30^{\circ}$ ,  $c = 0$ ,  $\alpha_{\max} = 4$ ,  $\lambda = 0,33$ , y sin ninguna resistencia pasiva.

—No interviene el nivel freático.

—Se disponen 9 aparatos de apoyo, con una reacción máxima vertical de 49,5 t, mínima de 33,8 t y horizontal (trans. y long.) de 2 t.

En las Figs. 12, 13 y 14 puede verse la geometría de la solución de contrafuertes, tal como la proporciona el sistema.

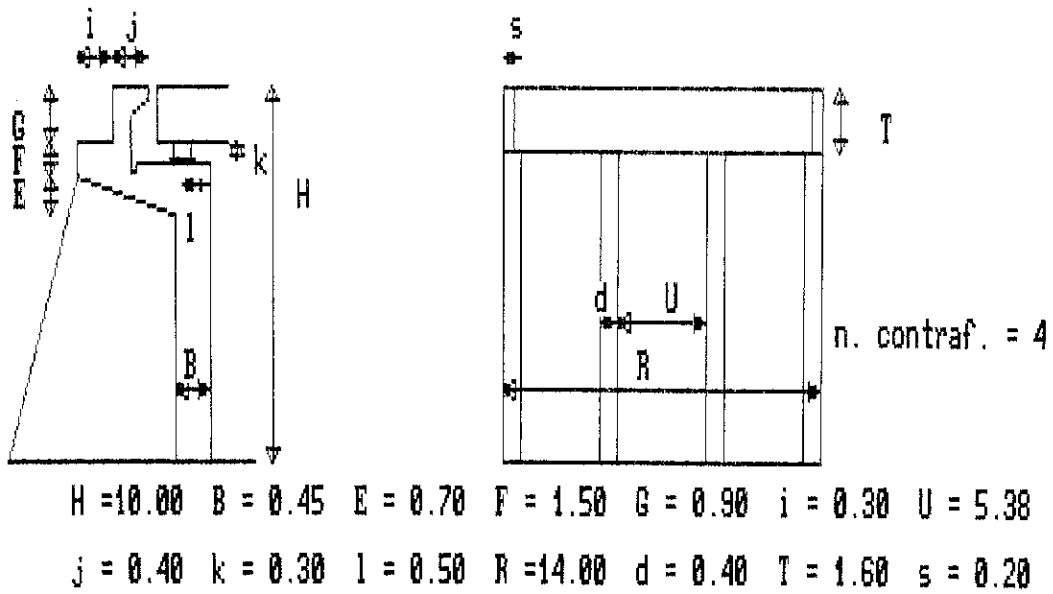
c) Estudio de la influencia de distintos parámetros (materiales, coeficientes de seguridad, códigos de verificación, terrenos de cimentación, etc...) en el diseño de estribos. Como ejemplo, se presentan, en las figs. 15, 16, 17 y

TABLA I

Comparación entre un estribo cerrado con muro frontal y uno de contrafuertes

Unidad	Precio unitario (ptas.)	Muro frontal		Contrafuertes	
		Medición presupuesto (uds.)	Medición presupuesto (ptas.)	Medición presupuesto (uds.)	Medición presupuesto (ptas.)
m <sup>3</sup> Hor. alzado	9.144	208,80	1.909.267	93,4	854.049
kg. Acero alzado	105	7.058,8	741.174	6.824	716.520
m <sup>3</sup> Hor. cargado	9.144	0	0	26,4	241.401
kg. Acero cargado	105	0	0	382,5	40.162
m <sup>3</sup> Hor. zapatas	8.504	93,80	797.675	88,6	753.454
kg. Acero zapatas	105	5.278	554.190	3.040	319.200
m <sup>3</sup> Hor. limpio	6.753	9,4	63.478	8,1	54.699
m <sup>2</sup> Encof. visto	4.448	117,6	523.085	117,6	523.085
m <sup>2</sup> Encof. oculto	2.339	152,6	356.931	303,8	710.588
m <sup>2</sup> Enc. incl. ocu.	3.554	11,30	40.160	24,2	86.006
m <sup>3</sup> Terraplén	141	523,6	73.827	461,2	65.029
<b>COSTE TOTAL</b>		5.059.787 ptas.		4.364.193 ptas.	

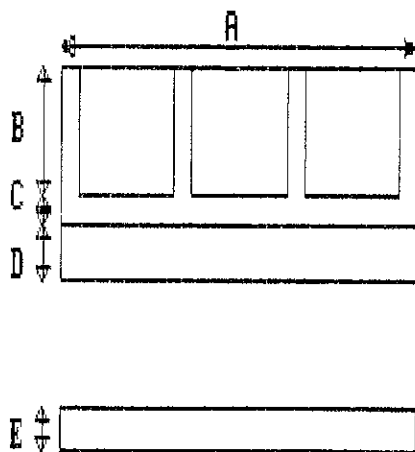
Programa de diseño automático de estribos



Pulse cualquier tecla para continuar

Fig. 12. Salida de la geometría del alzado de un estribo de contrafuertes.

Programa de diseño automático de estribos



Croquis de la zapata

- $A = 14.00$
- $B = 4.20$
- $C = 0.45$
- $D = 1.90$
- $E = 1.30$

¿ Desea ver el dibujo a escala (S/N) ?S

Fig. 13. Salida de la geometría de la cimentación superficial del estribo de contrafuertes de la Fig. 32.

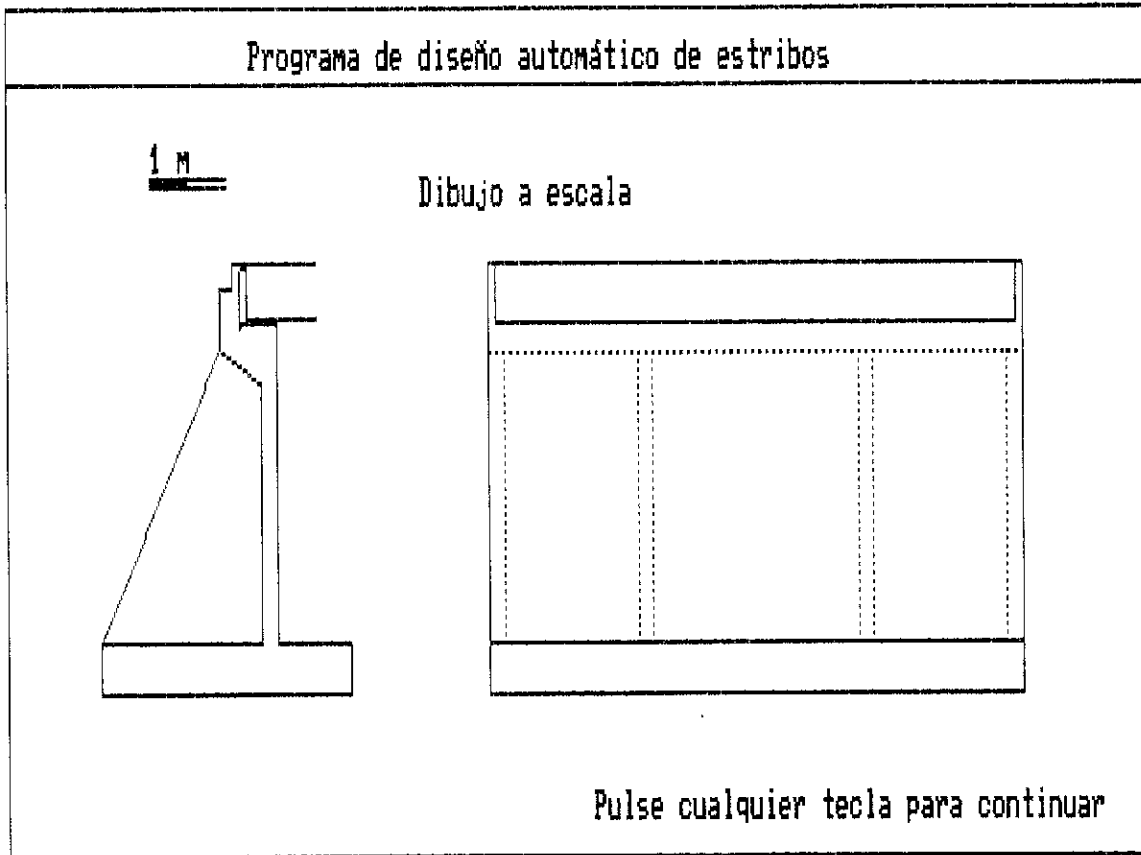


Fig. 14. Salida, a escala, del estribo de contrafuertes de las Figs. 12 y 13.

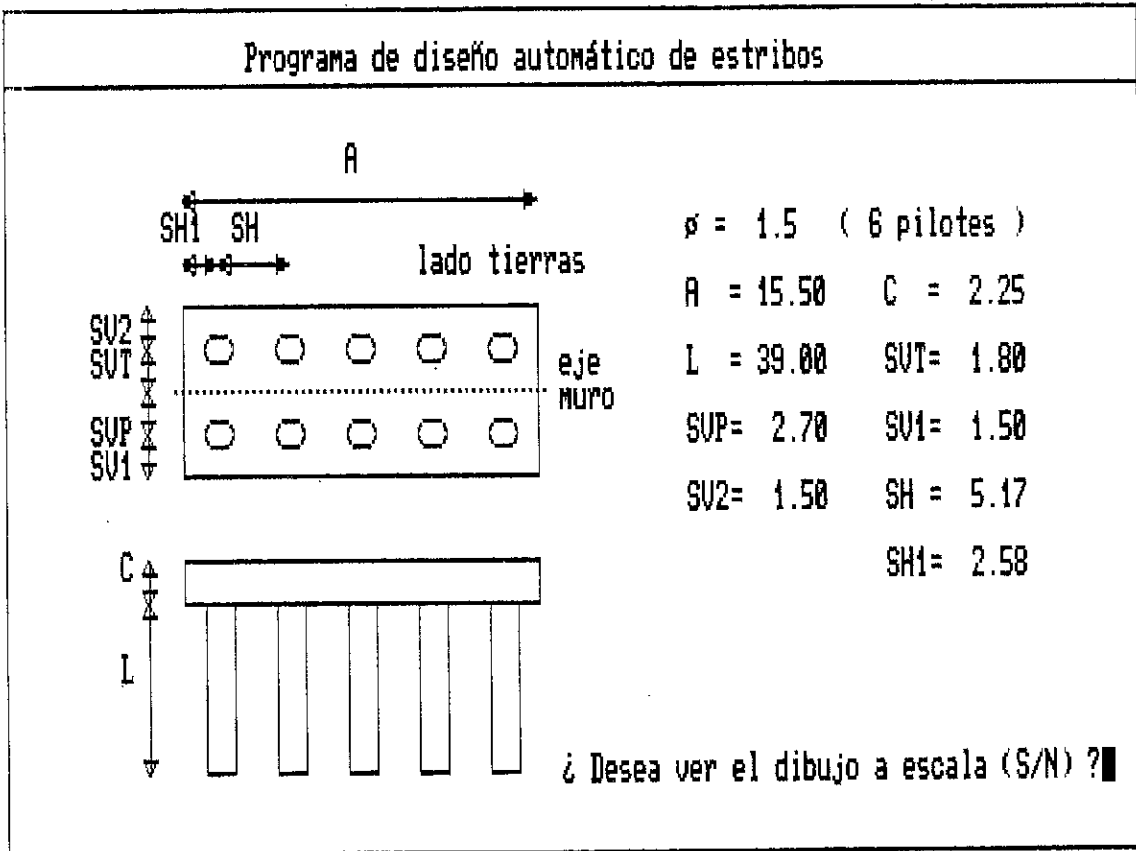


Fig. 15. Salida de la geometría de la cimentación profunda correspondiente al terreno tipo arena.

Programa de diseño automático de estribos		
ESTRIBOS (3)	PRECIO UNITARIO	PRECIO TOTAL
a) 402.9 m3 de hormigón en pilotes	19198.0	7734874.0
b) 64034.2 Kg de acero pasivo en pilotes	105.0	6723591.0
c) 261.6 m3 de hormigón en encepados	8504.0	2224646.5
d) 14312.7 Kg de acero pasivo en encepados	105.0	1502833.5
e) 0.0 m3 de hormigón en riostras	8504.0	0.0
f) 0.0 Kg de acero en riostras	105.0	0.0
g) 103.5 m2 de encofrado de encepados	2339.0	242086.5
h) 0.0 m2 de encofrado en riostras	2339.0	0.0
	<b>PRESUPUESTO PARCIAL</b>	<b>18428032.0</b>
Pulse cualquier tecla para continuar		

Fig. 16. Visualización del presupuesto correspondiente a la cimentación de la Fig. 15.

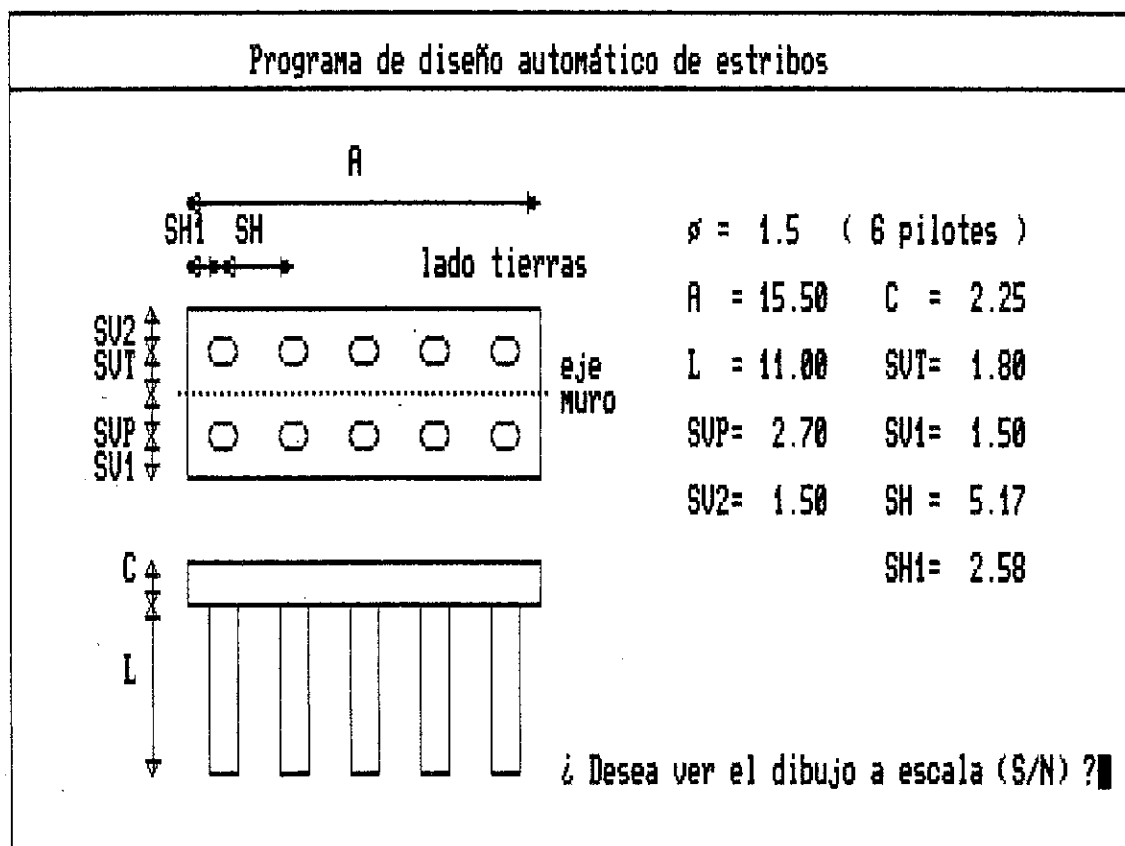


Fig. 17. Salida de la geometría de la cimentación profunda correspondiente al terreno tipo grava.



Programa de diseño automático de estribos		
ESTRIBOS (3)	PRECIO UNITARIO	PRECIO TOTAL
a) 116.6 m <sup>3</sup> de hormigón en pilotes	19198.0	2238486.8
b) 18536.2 Kg de acero pasivo en pilotes	105.0	1946300.9
c) 261.6 m <sup>3</sup> de hormigón en encepados	8504.0	2224646.5
d) 11755.4 Kg de acero pasivo en encepados	105.0	1234317.0
e) 0.0 m <sup>3</sup> de hormigón en riostras	8504.0	0.0
f) 0.0 Kg de acero en riostras	105.0	0.0
g) 103.5 m <sup>2</sup> de encofrado de encepados	2339.0	242086.5
h) 0.0 m <sup>2</sup> de encofrado en riostras	2339.0	0.0
	<b>PRESUPUESTO PARCIAL</b>	<b>7885837.5</b>
Pulse cualquier tecla para continuar		

Fig. 18. Visualización del presupuesto correspondiente a la cimentación de la Fig. 17.

18, la geometría y el presupuesto de dos cimentaciones profundas para un mismo estribo. La primera solución corresponde a un terreno de tipo arena fina de ribera. Se han introducido 3 estratos de arena de 10, 30 y 30 m, con un valor del standard penetration test de 5, 50 y 100, respectivamente. El coeficiente de balasto estimado ha sido de  $1 \times 10^2 \text{ t/m}^3$ . El segundo es una grava mediana con arena fina. También se han considerado 3 estratos de grava de 10, 30 y 30 m. El primer estrato es de GP y los otros dos de GW (según clasificación de Casagrande). El coeficiente de balasto estimado ha sido de  $1 \times 10^3 \text{ t/m}^3$ .

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren expresar su agradecimiento a D. Angel C. Aparicio Bengoechea por sus comentarios y sugerencias en el desarrollo del sistema de diseño, cuyos criterios de diseño básicos se hallan recogidos en el libro del que es coautor con el Profesor Arenas [2].

#### REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. Ramos, G.: "Diseño asistido por ordena-

dor de estribos de puentes de tramo recto". Tesina de Especialidad. Servicio de Publicaciones E.T.S. de Ingenieros de Caminos (Barcelona, 1990).

2. Arenas, J.J., Aparicio A.C.: "Estribos de puente de tramo recto". Departamento de Tecnología de las Estructuras (Santander, 1984).

3. MOPU: "Instrucción relativa a las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera". Servicio de Publicaciones (Madrid, 1972).

4. MV-101: "Acciones en la edificación". MOPU, Servicio de Publicaciones (Madrid).

5. MOPU: "Colección de estribos de hormigón armado tipo EV1, EV2 y EV3. Obras de paso de carreteras". Servicio de Publicaciones (Madrid, 1979).

6. Jiménez Salas J.A., Justo Alpañes J.L., Serrano A.: "Geotecnia y Cimientos II". Ed. Rueda (Madrid, 1976).

7. MOPU: "Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado. EH-91". Servicio de Publicaciones (Madrid, 1991).

8. Jiménez Montoya P., García Meseguer A., Morán Cabré F.: "Hormigón Armado". Gus-

tavo Gili (Barcelona, 1987).

9. Calavera, J.: "Muros de contención y muros de sótano". INTEMAC (Madrid, 1987).

10. Schulze W.E., Simmer K.: "Cimentaciones". Blume (Madrid, 1970).

11. Calgaro J.A., Virlogeux M.: "Projet et Construction des Ponts". Presses de l'Ecole Nationale de Ponts et Chaussées (Paris, 1987).

12. Calavera, J.: "Cálculo de estructuras de cimentación". INTEMAC (Madrid, 1986).

## RESUMEN

El sistema, que aquí se presenta, de diseño asistido por ordenador de estribos de puentes de tramo recto, resulta una herramienta importante de ayuda al proyectista a la hora del diseño de un estribo, en el sentido de que le proporciona unos criterios claros de elección entre las distintas alternativas posibles. Para ello, este sistema permite diseñar y valorar un estribo con diversas tipologías, tipos de cimentación, terrenos de cimentación, condiciones de nivel freático, etc. en un tiempo mínimo. Así, cabe la posibilidad de plantear distintas soluciones, compararlas y decidirse por una de ellas. Para facilitar la comparación se realiza un detallado armado de los estribos, la medición de las principales unidades de obra y, a partir de ellos,

se elabora un presupuesto tanto global como desglosado del mismo. Asimismo, se realiza un detallado diseño geométrico de todos los elementos constituyentes del estribo (alzado, cimentación, aletas,...). Todos estos resultados se visualizan por pantalla y además pueden imprimirse. El presupuesto de cada solución puede ser objeto de un "análisis de sensibilidad", lo cual facilita la elección de la tipología óptima. El sistema también permite modificar todas las variables que influyen en el diseño de estribos, como pueden ser los materiales, códigos de verificación y coeficientes de seguridad.

## SUMMARY

A computer aided design system for bridge abutments is presented. The system is an useful tool for designers in order to optimize the design of abutments is presented. The system is an useful tool for designers in order to optimize the design of abutments. It helps designers to choice the best system provides the complete geometry (including superficial or deep foundation), all the reinforcing bars, amount of materials and a very detailed estimation of cost. These results are displayed and they can be also printed. A "sensitivity analysis" concerning both amount of materials and unit costs could be also performed. The system allows to change materials, verification codes and safety factors in order to be as general as possible.

\* \* \*

## NUEVA PUBLICACION DE LA NORWEGIAN CONCRETE ASSOCIATION

La Norwegian Concrete Association nos comunica que ha sido puesta a la venta la nueva publicación "Nordic Concrete Research 1991, Yearbook nº 10", en la cual se dan a conocer los resultados de los últimos estudios realizados en Noruega en el campo de la técnica del hormigón.

El precio de este libro es de 200 coronas noruegas.

Los interesados en adquirirlo deberán dirigir sus pedidos a:

NORSK BETONG FORENING  
Postboks 2312, Solli  
N-0201 OSLO (Noruega)

## Aportaciones al estudio de la abolladura de las almas de las secciones mixtas hormigón-acero estructural

Alfonso del Río Bueno,  
Dr. Arquitecto

Jesús Ortiz Herrera

Dr. Ingeniero de Caminos

Departamento de Estructuras de Edificación

E.T.S. de Arquitectura de Madrid

### 1. INTRODUCCION

El análisis de los fenómenos de pandeo local de las chapas componentes de una sección mixta hormigón-acero, se efectúa aplicando los mismos principios que para dichos fenómenos se aplican en las secciones metálicas puras. Sin embargo, algunas situaciones características de los problemas de abolladura de las secciones mixtas no son típicos en la construcción metálica, y por ello no están adecuadamente contemplados en la bibliografía y normativa clásicas.

Como ejemplo característico de la posible especificidad de las circunstancias de las secciones mixtas en lo que a abolladura de chapas se refiere, destaca el problema de la abolladura de almas de vigas flectadas *con predominio de las tracciones*, situación típica de las secciones mixtas en *flexión positiva*, cuando la fibra neutra de tensiones se encuentra situada en el interior del alma (Fig. 1).

En tales secciones mixtas, típicamente se tiene  $\psi < -1$  ó  $\Theta < 1/2$  (predominio de las zonas traccionadas del alma, sobre las comprimidas), situación que, por el contrario, es relativamente poco frecuente en las almas de las piezas metálicas puras. Por la relativamente reducida frecuencia de dicha situación en la construcción metálica (no mixta), y por ciertas dificultades de índole numérica que se agudizan en la obtención de la tensión crítica de abolladura a medida que  $\psi$  disminuye, los textos y normas clásicos sobre la inestabilidad de estructuras metálicas asimilaban (conservadoramente) las situaciones con predominio de la tracción ( $\psi < -1$ ) al caso  $\psi = -1$  (alma en flexión pura).

Esta simplificación, que ignora el carácter progresivamente más estabilizante de las tracciones cuando  $\psi$  se reduce por debajo de  $-1$ , puede resultar excesivamente conservadora en el diseño de las secciones mixtas de cantos elevados con almas esbeltas, obligando, bien a un

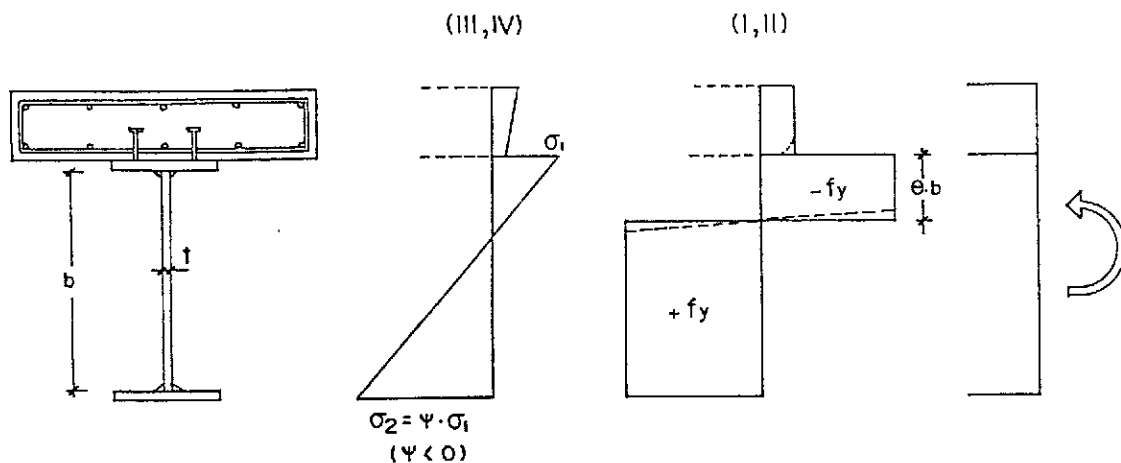


Fig. 1. Distribuciones de tensiones normales en secciones mixtas solicitadas en flexión positiva y con la fibra neutra ubicada en el interior del alma.

incremento generalmente innecesario de su espesor  $t$ , o bien a la disposición o adición de rigidizadores longitudinales, cuya incidencia en el coste final de la pieza es normalmente bastante más importante que su relativamente reducida incidencia en peso, debido al incremento de los costes de fabricación que su disposición conlleva.

Por ello, el análisis más afinado de la abolladura de almas con predominio de la tracción ( $\psi < -1$ ) está perfectamente justificado desde el punto de vista práctico.

En apartados posteriores, donde se revisa el estado actual de la cuestión, se señala que el caso  $-2 < \psi < -1$  está ya contemplado en algunos reglamentos recientes. El objetivo de este trabajo es el de extender y profundizar el estudio del problema, obteniendo valores que sean de aplicación inmediata para el diseño de almas correspondientes a secciones mixtas, en situaciones de predominio de las tensiones de tracción.

En cuanto a la metodología seguida en este trabajo, que se expone posteriormente, puede anticiparse ya en este primer apartado, que se circunscribe al contexto de la *teoría linealizada del pandeo* de chapas (material elástico *hook-keano*; ausencia de imperfecciones geométricas y mecánicas; estudio de la bifurcación del equilibrio sin análisis postcrítico).

Este nivel de análisis puede parecer muy limitado, ya que aparentemente deja fuera del estudio las secciones de clase I y II (*secciones plásticas y compactas*), donde el acero entra en plasticidad en el estado límite último<sup>1</sup>. Incluso para las secciones de clase III y IV (*secciones semicompactas y esbeltas*) el estudio, aparentemente, ignora los efectos de las combaduras iniciales de las chapas, de las tensiones residuales de laminación y soldadura, y otros defectos de las chapas "reales".

Sin embargo, las tensiones críticas ideales de abolladura  $\sigma_{ki}$  son más bien un instrumento o dato intermedio para el correcto control de los fenómenos de abolladura:

—En la escuela clásica, es bien conocido que, en determinados dominios de comportamiento, la *tensión crítica real o reducida* ( $\sigma_{k,red}$ ) que se debe adoptar es inferior a  $\sigma_{ki}$ , y es función de esta última y del límite elástico del acero.

—Modernamente, el comportamiento en estado último de las chapas se modeliza de diversas formas (métodos de tensiones últimas; métodos de ancho eficaz), pero en general todos ellos adoptan como parámetro significativo la llamada *esbeltez relativa*:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{ki}}}$$

parámetro que juega un papel similar al de igual denominación en el pandeo de soportes y que, obviamente, depende del límite elástico del acero ( $f_y$ ) y de la tensión crítica ideal ( $\sigma_{ki}$ ).

Así pues, a pesar de sus aparentes limitaciones, la tensión crítica ideal de abolladura es el vehículo idóneo para abordar el problema de inestabilidad de chapas estudiado en este trabajo.

## 2. ESTADO ACTUAL DE LA FORMULACION DE LOS FENOMENOS DE ABOLLADURA DE CHAPAS

No es posible efectuar aquí más que una brevísima referencia del estado actual de la formulación de los fenómenos de abolladura de chapas, dada la enorme cantidad de textos, trabajos científicos y reglamentos que abordan la descripción y estudio de dichos fenómenos.

La teoría clásica puede seguirse, entre otras muchas obras, en las de Bleich (Ref. 1), Brush y Almroth (Ref. 2), Timoshenko y Gere (Ref. 3), Troitsky (Ref. 4), etc. Información compendiada para uso práctico en el diseño puede encontrarse en la publicación SSRC-76 (Ref. 5), en el manual CECM-76 (Ref. 6), en el capítulo de Ostapenko de la obra editada por Tall (Ref. 7), y en el tratado clásico de Zignoli (Ref. 8), aunque por la rápida evolución del estado actual de la cuestión en los últimos años, estas obras de carácter general no están completa o adecuadamente actualizadas.

Entre las *normas clásicas* merece ser especialmente destacada la instrucción española em-62 (Ref. 9), en la cual el profesor Batanero introdujo, sobre la base de la norma DIN 4114 (Ref. 10), importantes correcciones, como los coeficientes de Massonnet (Ref. 11) para las chapas rigidizadas, mucho antes de los gravísimos accidentes ocurridos entre 1969 y 1971 durante el montaje de cuatro grandes puentes metálicos de sección en cajón<sup>2</sup>. Estos accidentes, de acuerdo con el manual CECM (Ref. 6), pueden atribuirse parcialmente a la aplicación de la *teoría linealizada del pandeo*, conjuntamente con la adopción de coeficientes de seguridad reducidos, así como detalles constructivos y tolerancias de ejecución inadecuadas. Además, puede afirmarse que incluso dentro del propio contexto de la *teoría linealizada del pandeo*, en general, las normas y textos clásicos no formulan, o no lo hacen adecuadamente, determinados problemas, como por ejemplo el dimensionamiento de los rigidizadores longitudinales y transversales en chapas

<sup>1</sup> Véase figura 1. La nomenclatura de clasificación de secciones es la establecida en los Eurocódigos EC3/1989 (Ref. 19) y EC4/1990 (Ref. 20).

<sup>2</sup> Estos accidentes aparecen descritos, entre otras, en la obra ya citada de Zignoli (Ref. 8).

con más de dos rigidizadores longitudinales. Esto es así incluso en el caso de la anteriormente citada instrucción española **em-62** (Ref. 9) que, por otra parte, lógicamente, no reproduce las enseñanzas de la enorme cantidad de investigaciones posteriores. En consecuencia, el proyectista debe ser muy crítico y cauto en el uso de estas normas y reglamentos *clásicos* en materia de abolladura de chapas. Las precauciones deben extremarse en relación con la norma **DIN 4114** (Ref. 10), la norma española **MV-103** (Ref. 12), las normas americanas **AISC-78** (Ref. 13) y **AASHTO-77** (Ref. 14) y muchas otras.

Entre las *normas intermedias*, que comienzan ya a reflejar adecuadamente algunos aspectos del problema, pueden citarse el manual **AISI-77** (Ref. 15), en lo que respecta al comportamiento postcrítico de chapas no rigidizadas; las recomendaciones **CECM-78** (Ref. 16), en materia de detalles constructivos y tolerancias de chapas rigidizadas; y las "**Normas Merrison**" (Ref. 17), en relación con el cálculo de chapas rigidizadas.

Las *normas modernas* han cambiado profundamente el planteamiento del cálculo de los fenómenos de inestabilidad de chapas. Como textos fundamentales pueden citarse la reciente norma británica **BS-5400, parte 3** (Ref. 18); los Eurocódigos **EC3-1989** (Ref. 19) y **EC4-1990** (Ref. 20), salvo para chapas rigidizadas; y las propuestas de instrucciones españolas **IPM-91** (Ref. 21) e **IPX-91** (Ref. 22).

Los trabajos publicados sobre abolladura y rigidización de chapas son numerosísimos, pudiendo destacarse por su interés los siguientes: **ICE-73** (Ref. 23); **Rockey, Evans y otros** (Ref. 24); **ASCE-AASHTO-74** (Ref. 25); **ASCE-AASHTO-78** (Ref. 26); **ASCE-LFRD-78** (Ref. 27); **Balaz, Djubek, Maquoi y Massonnet** (Ref. 28); **Dubas** (Ref. 29); **Eisharkawi y Walker** (Ref. 30); **Hasegawa, Ota y Nishino** (Ref. 31); **Horne** (Ref. 32); **Jetteur, Maquoi, Massonnet y Skaloud** (Ref. 33); y **Wolchuk** (Ref. 34).

Por su parte, para el *análisis linealizado* por métodos numéricos de la bifurcación de equilibrio de las chapas solicitadas en su plano medio, podrían darse asimismo infinidad de referencias bibliográficas. No obstante, se prefiere citar tan sólo dos textos fundamentales: la obra de **Zienkiewicz** (Ref. 35), donde puede seguirse de manera idónea el método de la *matriz de rigidez geométrica o matriz de tensiones iniciales*, adoptado en este trabajo; y la publicación de **Dahlquist y Björk** (Ref. 36), para lo relativo a métodos de obtención de autovalores y otras técnicas numéricas específicas.

## 2.1. Descripción General de los fenómenos de abolladura de chapas

Se efectúa en este apartado una breve des-

cripción cualitativa de los fenómenos de pandeo local de chapas, con objeto de establecer un marco conceptual que permita situar en su justo contexto las aportaciones puntuales al tema que se efectúan en este trabajo.

En las **figuras 2a y 2b**, se representan los modos de pandeo local de cabezas comprimidas con distintas vinculaciones. La teoría "linealizada" del pandeo de chapas, predice la aparición de deformadas onduladas similares a las indicadas en las citadas figuras, cuando la tensión de compresión alcanza un determinado valor  $\sigma_{ki}$ , denominado "tensión crítica ideal". El mismo fenómeno ocurre en chapas cuya distribución de tensiones normales es variable (por ejemplo en las almas de piezas en flexión pura o compuesta); en las chapas solicitadas por tensiones tangenciales con o sin tensiones normales concomitantes (por ejemplo, en las almas de vigas en flexión simple); y, en general, en toda chapa solicitada en su plano medio cuyas tensiones principales no sean íntegramente de tracción en todo el dominio.

Las hipótesis de la *teoría linealizada del pandeo de chapas* son las siguientes:

—Teoría de segundo orden en deformaciones (se consideran los efectos de la no linealidad geométrica, pero suponiendo pequeños los giros). En virtud de esta hipótesis, esta teoría puede dar cuenta de la bifurcación de equilibrio, pero no del comportamiento postcrítico.

—Material elástico lineal (*hookeano*). No se considera el comportamiento anelástico, que influye sobre todo en las chapas poco esbeltas.

—No se consideran las imperfecciones geométricas (curvaturas iniciales) ni mecánicas (tensiones residuales) que, en realidad, tienen una notable influencia sobre los valores de las tensiones últimas.

—Hipótesis de *Kirchoff* y otras hipótesis particulares de la flexión de placas delgadas.

Las tensiones críticas de abolladura son pues una referencia muy pobre del comportamiento real de las chapas, arrojando valores, tanto muy favorables a la seguridad (caso de las chapas muy esbeltas no rigidizadas), como muy contrarios a la seguridad (caso de los grandes paneles rigidizados), a pesar de lo cual fundamentan todavía una escuela de diseño de secciones metálicas.

El interés de las tensiones críticas ideales de abolladura,  $\sigma_{ki}$ , subsiste en los métodos actuales de cálculo práctico de los fenómenos de abolladura, fundamentalmente como dato intermedio para la determinación de la denominada *esbeltez relativa*.

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{ki}}}$$

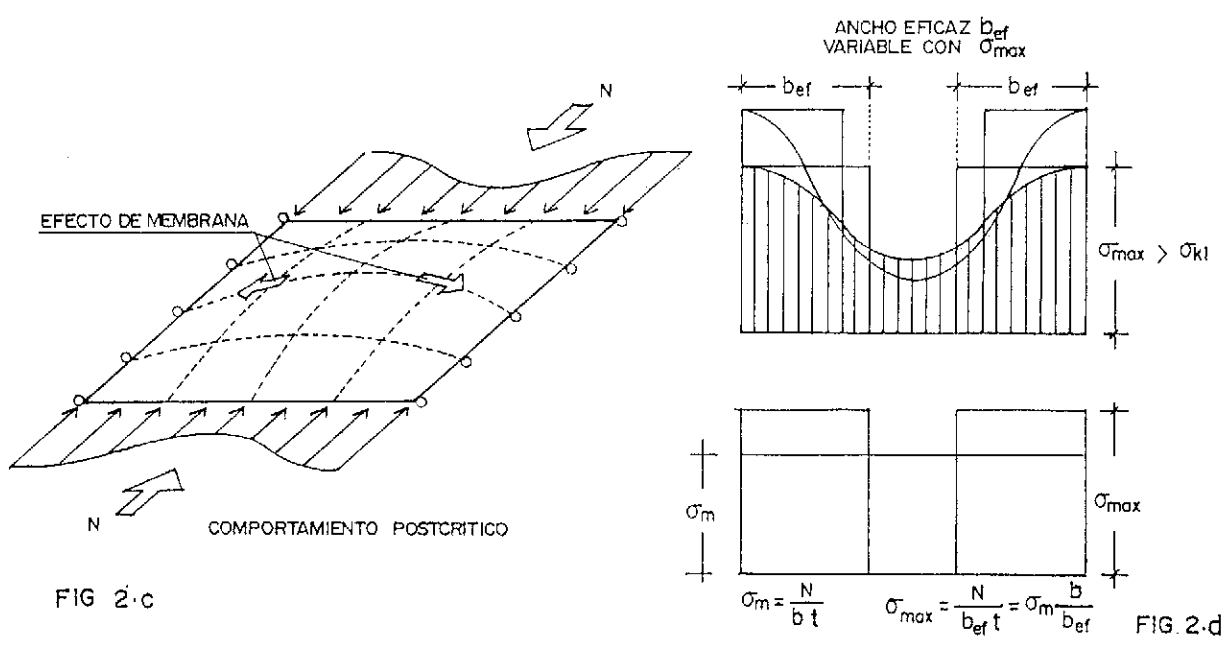
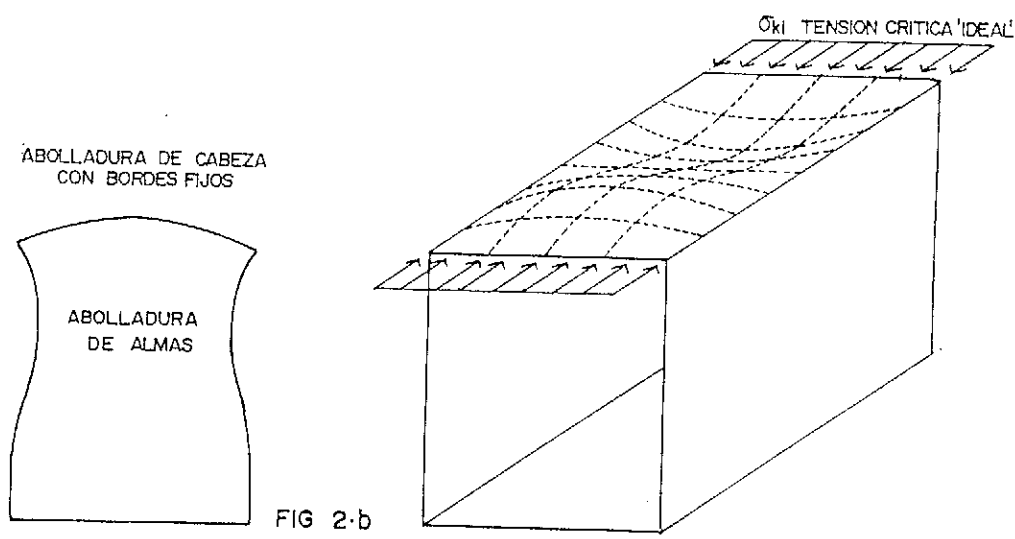
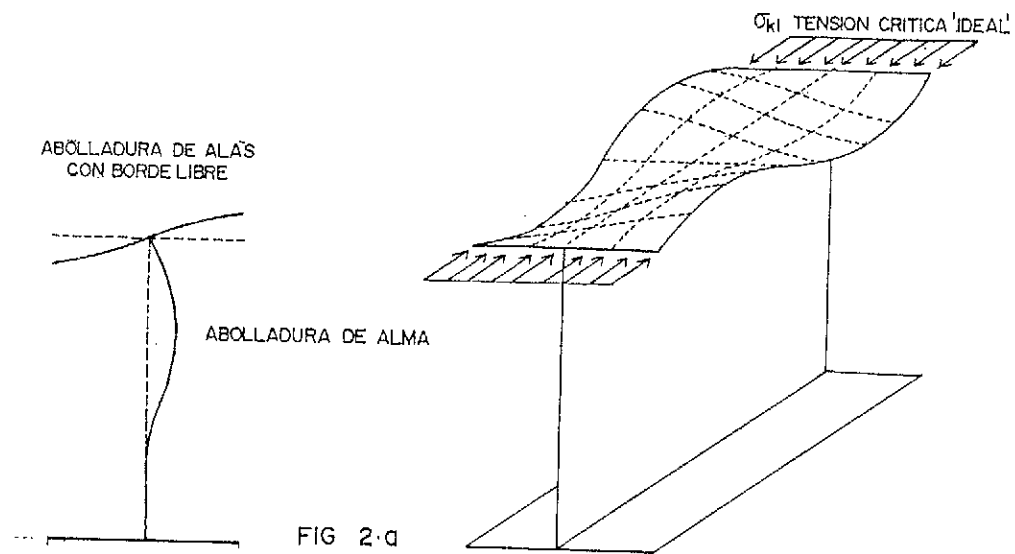


Fig. 2. Abolladura de chapas no rigidizadas.

Este parámetro interviene, tanto en los métodos denominados de tensiones últimas (que formulan la tensión última "aparente" de la chapa,  $\sigma_u$ ), como en los métodos de ancho eficaz (que modelizan los efectos de la abolladura a través de una reducción ficticia del ancho de la chapa).

Una visualización física del comportamiento postcrítico de una chapa no rigidizada puede observarse en la **figura 2c**. Después del pandeo, las bandas longitudinales pueden absorber carga adicional, al verse obligadas las bandas transversales a trabajar como membrana traccionada para acomodarse al desplazamiento transversal. Suponiendo que los bordes cargados permanecen rectos (hipótesis de deformación plana de la sección transversal de la pieza), las cargas absorbidas por las bandas longitudinales centrales serán menores que las tomadas por las bandas longitudinales laterales, ya que éstas se encuentran transversalmente más coaccionadas y son por ello más rígidas. En consecuencia, las tensiones longitudinales se reparten de manera no uniforme, tal y como se indica en la **figura 2d**. El concepto de *ancho eficaz* permite formulaciones convenientes de uso práctico, de manera análoga al fenómeno del retraso del cortante. La diferencia fundamental es que, en este caso, el ancho eficaz depende de la tensión  $\sigma_{m\acute{a}x}$ , lo cual complica su determinación. En la práctica, esta dificultad se obvia adoptando  $\sigma_{m\acute{a}x} = f_y$  (estado último) en la expresión que proporciona el ancho eficaz.

El comportamiento de una chapa esbelta no rigidizada viene representado en la **figura 3** por la curva que presenta una rama postcrítica acusadamente ascendente. Las imperfecciones geométricas y mecánicas perjudican el comportamiento de la chapa (representado por la línea de puntos). El agotamiento se produce, convencionalmente, cuando la tensión  $\sigma_{m\acute{a}x}$  alcanza el límite elástico del material,  $f_y$ , si bien existe una reserva resistente plástica adicional, generalmente pequeña. Aunque la tensión crítica ideal  $\sigma_{ki}$  decrece, lógicamente, con la esbeltez de la chapa, en cambio, la tensión última  $\sigma_u$  es mayor que  $\sigma_{ki}$ , y la relación  $\sigma_u/\sigma_{ki}$  crece con la esbeltez, motivo por el cual las chapas esbeltas son más resistentes que lo que predice la *teoría linealizada del pandeo*.

Para chapas poco esbeltas no rigidizadas, la incidencia del efecto de membrana es menos acusada, por crecer cúbicamente la rigidez de flexión de la chapa con su espesor; en consecuencia, la rama postcrítica presenta una pendiente menos favorable, tal y como también se aprecia en la **figura 3**. El efecto conjunto de las imperfecciones mecánicas y geométricas y de la anelasticidad del material, reducen la tensión última  $\sigma_u$  por debajo de  $\sigma_{ki}$ . Para chapas de *secciones semicompactas* ( $\sigma_{ki} \geq 1,8 \cdot f_y$ ), la tensión última es prácticamente igual al límite elástico ( $0,95 \cdot f_y \leq \sigma_u \leq f_y$ ).

En la **figura 4** se representa la variación de  $\sigma_{ki}$  y  $\sigma_u$  en función de la esbeltez relativa  $\bar{\lambda}$ , para

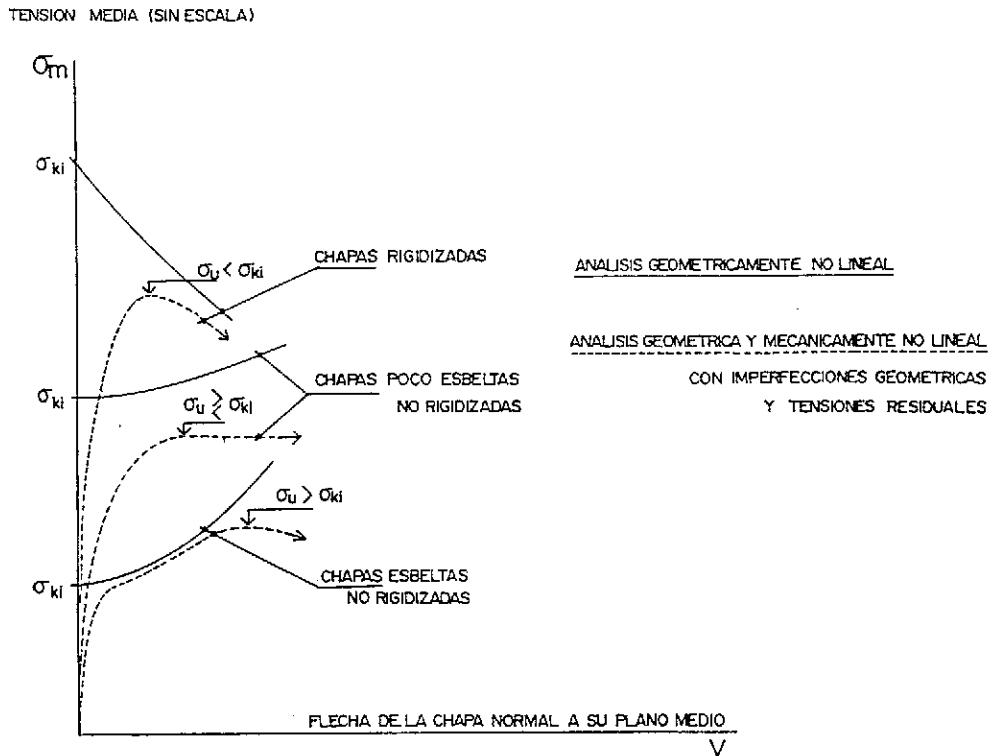


Fig. 3. Diferentes comportamientos postcríticos de las chapas.

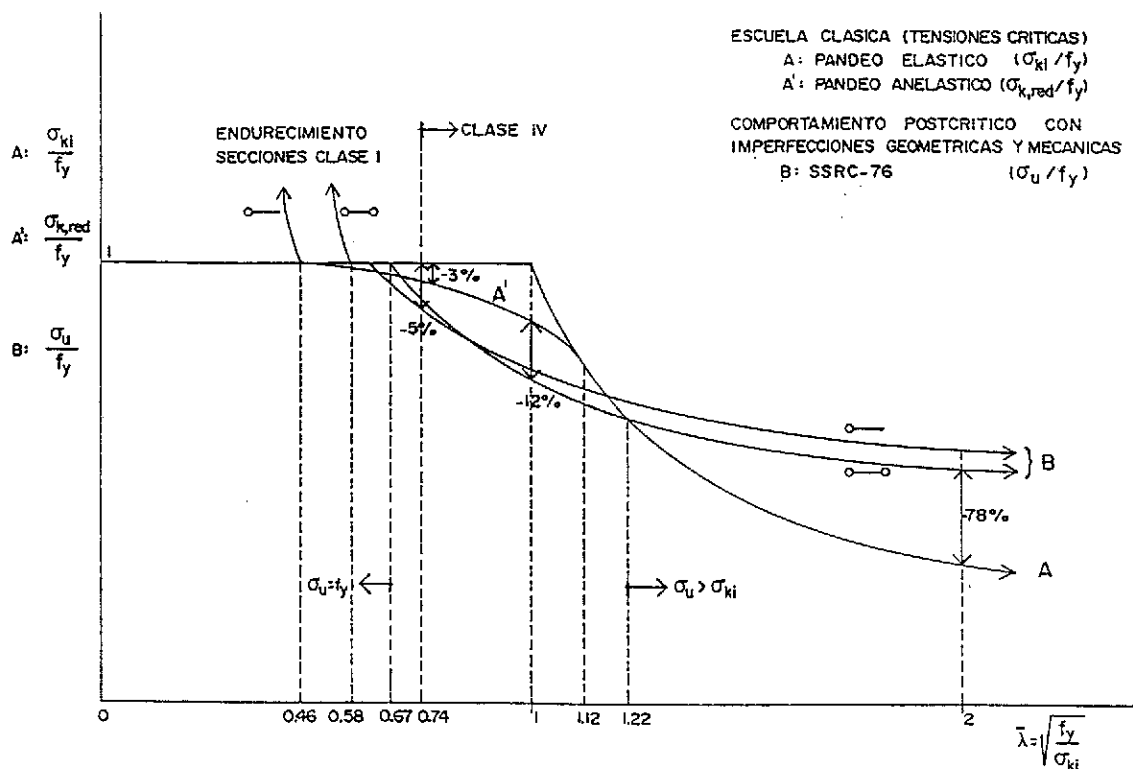


Fig. 4. Inestabilidad de chapas no rigidizadas uniformemente comprimidas.

chapas no rigidizadas solicitadas en compresión simple. En este gráfico se ponen de manifiesto las grandes diferencias de valores adoptados por las diferentes escuelas actuales en el diseño de chapas comprimidas.

Para los grandes paneles rigidizados longitudinalmente, la relación entre el mecanismo de membrana y la rigidez de flexión se altera tan drásticamente que el comportamiento postcrítico cambia tan sustancialmente como para presentar ramas decrecientes, según se indica en la figura 3. Ello configura un sistema muy sensible a las imperfecciones geométricas y mecánicas. Como ya se ha comentado, el desconocimiento del carácter contrario a la seguridad de la teoría linealizada del pandeo para este tipo de elementos ha supuesto a la construcción metálica la acumulación de cuatro gravísimos colapsos recientes. Las correcciones oportunas de dicha teoría pueden encontrarse en la bibliografía citada al inicio del apartado 2.

El comportamiento postcrítico de las almas solicitadas por esfuerzo cortante requiere un comentario aparte, ya que se basa en mecanismos específicos. Si el alma carece de rigidizadores intermedios, en la fase postcrítica varía la orientación de las tensiones principales respecto a la inclinación de  $\pm 45^\circ$  en el instante de la abolladura, manteniéndose constantes las compresiones e incrementándose las tracciones, lo que proporciona una reserva resistente postcrítica apreciable. Esta reserva postcrítica es sus-

tancialmente superior en las almas dotadas de rigidizadores transversales adecuadamente diseñados gracias a la aparición, tras la abolladura, de un campo de tracciones oblicuas, que se superpone al estado tensional del alma en el instante de la bifurcación de equilibrio. Dichas tracciones representan el mismo papel que las diagonales de una viga Pratt (aunque su inclinación no corresponde exactamente con las diagonales de los recuadros del alma), al tiempo que los rigidizadores verticales trabajan en compresión. Los rigidizadores de extremo de pieza quedan solicitados en flexión o compresión compuestas, y su correcto diseño es fundamental en el comportamiento último de la pieza. Las cabezas de la viga también colaboran en el mecanismo de colapso por esfuerzo cortante, desarrollándose rótulas plásticas de flexión local en las mismas.

## 2.2. Tensiones críticas ideales de las almas solicitadas por tensiones normales longitudinales con predominio de las tracciones

Se entiende por *tensión crítica ideal* aquella que produce la bifurcación de equilibrio de acuerdo con la teoría linealizada del pandeo. En general, más que de una tensión, se trata de un parámetro que caracteriza la amplitud de una determinada distribución de esfuerzos aplicados en el plano medio de la chapa, suponién-



dose un crecimiento proporcional con respecto al de dicho parámetro. Por ejemplo, en el caso III-IV de la figura 1, se toma como parámetro representativo la tensión  $\sigma_1$  (o más propiamente su valor absoluto, si las compresiones se consideran negativas), siendo la tensión crítica ideal,  $\sigma_{ki}$ , el valor de la misma correspondiente a la bifurcación de equilibrio (en todo el proceso la proporción  $\sigma_2/\sigma_1 = \psi$  se supone constante).

Las tensiones críticas ideales para caso de un alma solicitada por tensiones normales longitudinales con ley de repartición lineal (fig. 1, casos III y IV) dependen de:

—Los módulos elásticos E y  $\nu$  (módulo de Young y coeficiente de Poisson).

—La relación  $t/b$ .

—La relación  $\alpha = a/b$  entre la dimensión longitudinal y transversal del recuadro, siendo  $a$  la separación entre *rigidizadores verticales ultrarrígidos*, dimensionados de manera de poder garantizar que mantengan de forma efectiva el carácter de *línea nodal* de la deformada postcrítica.

—El parámetro  $\psi$ , que en este trabajo se supone  $\psi \leq -1$ .

—Las condiciones de vinculación de los bordes, que generalmente se suponen articulados. En la figura 5 se comparan valores, tomados de SSRC-76 (Ref. 5), del coeficiente de abolladura  $k_\sigma$  (que interviene en la formulación posterior de  $\sigma_{ki}$ ), para diferentes condiciones de los bordes longitudinales. Las almas de vigas mixtas, aun cuando se consideren articuladas en sus bordes a efectos de abolladura, en realidad están generalmente empotradas en uno de ellos; la no consideración de este empotramiento obviamente introduce un cierto margen de seguridad adicional en los cálculos.

—Hipótesis simplificativas del modelo analítico o numérico adoptado para la evaluación de  $\sigma_{ki}$ . Por ejemplo, el valor  $k_\sigma = 23,9$  del coeficiente de abolladura que consta en la figura 5 se obtiene resolviendo la ecuación en derivadas parciales del problema por un método armónico

(Ref. 3), con un número limitado de términos (tres), lo cual sobrevalora ligeramente dicha magnitud. Por otra parte, si bien suele considerarse un valor constante del parámetro  $k_\sigma$  dentro de unos límites de la relación  $\alpha$ , la solución analítica presenta ligeras variaciones. Así, en el caso  $\psi = -1$  y bordes articulados, el valor  $k_\sigma = 23,9$  generalmente adoptado para  $\alpha \geq 2/3$ , es el correspondiente precisamente a  $\alpha = 2/3$ , en tanto que para  $\alpha = 1$  es en realidad  $k_\sigma = 25,6$ . Para  $\alpha < 2/3$  y bordes articulados, la expresión práctica del coeficiente de abolladura es:

$$k_\sigma = 15,87 + 8,6 \cdot \alpha^2 + \frac{1,87}{\alpha^2} (> 23,9)$$

El valor  $k_\sigma = 23,9$  es pues una aproximación al valor mínimo de  $k_\sigma$ , cuando  $\psi = -1$  y los cuatro bordes están articulados.

La expresión de la tensión crítica ideal es:

$$\sigma_{ki} = k_\sigma \cdot \sigma_E$$

donde  $\sigma_E$  responde a la expresión:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 \cdot D}{b^2 \cdot t} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot t^2}{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot b^2} = 18,62 \frac{N}{mm^2} \cdot \left(\frac{100 \cdot t}{b}\right)^2$$

y  $k_\sigma$  es un coeficiente adimensional, función de  $\alpha$ ,  $\psi$  y de las condiciones de borde.

Asumiendo  $\alpha \geq 2/3$  (por ejemplo,  $\alpha = 1$ ),  $\psi \leq -1$ , y bordes articulados, el objetivo de este trabajo se concreta en la obtención, suficientemente aproximada, de valores del coeficiente de abolladura  $k_\sigma$  para el rango  $\psi \leq -1$ . Hay que señalar que, a medida que  $\psi$  se reduce por debajo de  $-1$ , el método armónico que permite resolver el caso  $\psi = -1$  se torna menos eficiente, requiriéndose mayor número de términos en el correspondiente desarrollo en serie de Fourier, y complicándose mucho el proceso de solución. Por ello, se ha preferido abordar el problema por métodos no analíticos, según se

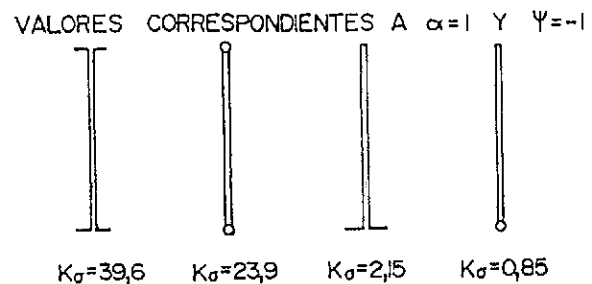
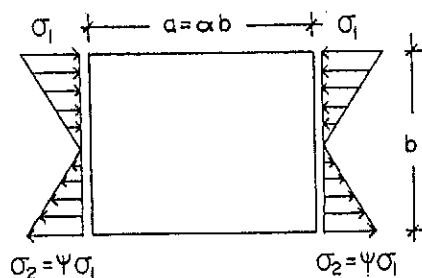


Fig. 5. Valores de  $K_\sigma$  correspondientes a  $\psi = -1$ , y  $\alpha = 1$ , para diferentes vinculaciones de los bordes.

expone en apartados posteriores.

Recientemente, el Eurocódigo EC3/1989 (Ref. 19) ha incluido la siguiente expresión aproximada, válida en el rango  $-2 \leq \psi \leq -1$ :

$$k_\sigma = 5,98 \cdot (1 - \psi)^2 = 23,9 \cdot \left(\frac{1 - \psi}{2}\right)^2$$

La fórmula anterior, a pesar de que sólo aparece refrendada para el mencionado rango  $-2 \leq \psi \leq -1$ , presenta un comportamiento coherente tanto en el límite  $\psi \rightarrow -1$  ( $k_\sigma \rightarrow 23,9$ ), como para  $\psi \rightarrow -\infty$  ( $k_\sigma \rightarrow \infty$ ), ya que para  $\psi \rightarrow \infty$  las tensiones de tracción se extienden a todo el alma, imposibilitando la abolladura (tensión crítica ideal infinita). Además, dicha fórmula tiene una justificación heurística sencilla y elegante: puesto que la altura del intervalo comprimido del alma es  $b_c = b/(1 - \psi)$ , si se presupone que  $\sigma_{ki}$  varía aproximadamente de forma inversamente proporcional a  $b_c^2$  (presunción razonable si se observa la expresión general de  $\sigma_{ki}$ ), ello permite conjeturar que  $k_\sigma$  puede ser directamente proporcional a  $(1 - \psi)^2$ , tal y como refleja la fórmula aproximada citada.

Por ello, entre los objetivos de este trabajo, se pretende analizar la posible validez de la fórmula de  $k_\sigma$  planteada en el Eurocódigo, para un rango amplio de variación de  $\psi$ , por debajo incluso de  $-2$ . Las conclusiones correspondientes se recogen en el apartado 6.

### 3. CALCULO DE LA TENSION CRITICA IDEAL DE ABOLLADURA POR EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

El Método de los Elementos Finitos resulta una herramienta adecuada para determinar, con suficiente aproximación, la tensión crítica ideal de abolladura de chapas solicitadas por tensiones normales, entendida como aquella que produce la bifurcación de equilibrio, de acuerdo con la teoría linealizada del pandeo (Ref. 35).

Considérese una placa cargada exclusivamente en su propio plano, en la que no se contempla la existencia de imperfecciones geométricas ni mecánicas. En estas condiciones, en el estado inicial, la matriz de grandes desplazamientos o de desplazamientos iniciales,  $K_L$ , es idénticamente nula. Consecuentemente, conocido el estado de tensiones,  $\sigma$ , la matriz de rigidez (tangente) de la estructura puede escribirse según:

$$K = \frac{df}{du} = K_\sigma + K_o$$

donde  $f$  representa las fuerzas nodales internas,  $u$  es el vector de desplazamientos generalizados,  $K_o$  es la matriz de rigidez lineal (usual para el

caso de pequeños desplazamientos), y  $K_\sigma$  la matriz de tensiones iniciales o de rigidez geométrica. Se hace notar que esta última matriz,  $K_\sigma$  no contiene explícitamente los desplazamientos y es proporcional al estado de tensiones  $\sigma$ . Dado que, en este trabajo, no se introducen en el modelo tensiones residuales de laminación o soldadura, dichas tensiones, y también  $K_\sigma$ , se expresan directamente en función de las sollicitaciones conocidas de la pieza.

Para mayor claridad, los vectores y matrices considerados pueden descomponerse en dos partes que contengan, respectivamente, los términos correspondientes a la deformación en el plano de la placa (caracterizados por el superíndice<sup>p</sup>), y a la deformación de flexión (caracterizados por el superíndice<sup>b</sup>):

$$u = \begin{bmatrix} u^p \\ u^b \end{bmatrix}; f = \begin{bmatrix} f^p \\ f^b \end{bmatrix}; K_\sigma = \begin{bmatrix} K_\sigma^p & 0 \\ 0 & K_\sigma^b \end{bmatrix}; K_o = \begin{bmatrix} K_o^p & 0 \\ 0 & K_o^b \end{bmatrix}$$

Para la geometría y condiciones de contorno del problema objeto de estudio, pueden desprejarse los términos de la matriz de rigidez geométrica correspondientes a la deformación en el plano de la placa,  $K_\sigma^p \approx 0$ . De este modo (Ref. 35), es posible simplificar la expresión de la matriz de rigidez geométrica, al considerar significativa dentro de ella, exclusivamente la submatriz correspondiente a los grados de libertad de flexión de placa,  $K_\sigma^b$ :

$$K_\sigma \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_\sigma^b \end{bmatrix}$$

Con esta simplificación, la condición de pandeo de la placa se expresa en la forma:

$$(K_\sigma^b + \lambda \cdot K_o^b) \cdot u^b = 0$$

Cada autovalor real  $\lambda$ , para el cual la ecuación anterior admite soluciones no nulas ( $u^b \neq 0$ ), representa un factor tal que si se multiplican por él las tensiones de membranas consideradas, se obtiene un estado de equilibrio indiferente (inestabilidad). Alcanzado este nivel de carga, se produce un pandeo inicial por cambio del modo de deformación (bifurcación) en el que pueden aparecer corrimientos laterales sin carga lateral alguna, salvo fenómenos postcríticos no considerados aquí.

El producto del menor autovalor real (no nulo) por la tensión máxima de compresión de la distribución considerada, o más precisamente su valor absoluto si las compresiones se consideran negativas es, por definición, la tensión crítica ideal de abolladura,  $\sigma_{ki} = \lambda \cdot \sigma_1$ . Resulta evidente que convenientemente elegida la escala de las tensiones de membrana, de modo que la

máxima tensión de compresión sea igual a la unidad, el menor autovalor real (no nulo),  $\lambda$ , coincide con la tensión crítica ideal,  $\sigma_{ki}$ . Como se expuso en apartados precedentes, la tensión crítica ideal es propiamente un parámetro que caracteriza la amplitud de una determinada distribución de esfuerzos aplicados en el plano medio de la chapa, suponiendo un crecimiento proporcional de los mismos.

En las condiciones expuestas, la formulación matemática del problema de la obtención de la tensión crítica ideal de abolladura para una chapa y una distribución de tensiones dadas es sencilla. Como se expone en detalle a lo largo de los apartados que siguen, el proceso consiste en discretizar la chapa según el tipo de elemento considerado; calcular la matriz de rigidez lineal de flexión de placa,  $K_o^b$ ; calcular la matriz de tensiones iniciales que corresponda al estado de tensiones de membrana considerado,  $K_o^h$ ; y obtener el menor autovalor real no nulo, para lo cual se procede, en general, por iteración. Como se indicó, el producto del autovalor obtenido, por la tensión máxima de compresión de la distribución considerada, es la tensión crítica ideal de abolladura,  $\sigma_{kj}$ .

Los valores de la carga para los que aparece la inestabilidad se han determinado en la literatura para un número considerable de placas, con diversas distribuciones de tensiones y condiciones de sustentación, utilizándose diferentes elementos y discretizaciones. Aún cuando la metodología propuesta presenta un carácter general, en el presente trabajo se han considerado exclusivamente placas rectangulares, con un solo material (acero), sección constante, y apoyadas en todo su perímetro. En estas condiciones y en base a la experiencia acumulada y a las pruebas de calibración del método realizadas, se ha optado por utilizar una malla rectangular con todos los elementos iguales. El tipo de elemento utilizado ha sido rectangular, con 4 nodos y, consecuentemente, 12 grados de libertad de flexión de placa. La justificación del mismo, así como los sistemas de discretización adoptados y la convergencia del modelo por refinamiento de malla hacia las tensiones críticas correctas, se discuten posteriormente.

### 3.1. Matriz de rigidez lineal

Al utilizarse una malla rectangular con todos sus elementos iguales, la matriz de rigidez lineal del sistema se obtiene a partir del ensamblaje de matrices de rigidez idénticas de todos los elementos, que solamente necesitan ser generadas una vez a lo largo del proceso.

Si se prescinde por el momento de las simplificaciones propias del problema, en cada nodo  $i$  del elemento se tienen 5 grados de libertad; dos

de tensión plana (los corrimientos  $u_i, v_i$ ), y tres de flexión de placa (la flecha lateral  $w_i$  y los giros  $\Theta_{xi}$  y  $\Theta_{yi}$ ).

$$u_i = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \Theta_{xi} \\ \Theta_{yi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i^p \\ u_i^b \end{bmatrix} \text{ siendo } u_i^p = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix}; u_i^b = \begin{bmatrix} w_i \\ \Theta_{xi} \\ \Theta_{yi} \end{bmatrix}$$

Utilizando el elemento rectangular de 4 nodos (fig. 6), la matriz de rigidez de este elemento presenta la siguiente estructura simétrica:

$$K_{oe} = \begin{bmatrix} K_{11} & \cdot & \cdot & \cdot \\ K_{21} & K_{22} & \cdot & \cdot \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \cdot \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix}$$

donde  $\dim(K_p) = 5 \times 5$ ; y  $\dim(K_{oe}) = 20 \times 20$

Para su aplicación en el problema objeto de estudio, interesa reordenar la matriz del elemento, separando los términos correspondientes a los grados de libertad de laja,  $u_i^p$ , y de placa,  $u_i^b$ . De este modo se tiene:

$$K_{oe} = \begin{bmatrix} K_{oe}^p & 0 \\ 0 & K_{oe}^b \end{bmatrix}$$

donde  $K_{oe}^p$  y  $K_{oe}^b$  responden a las conocidas expresiones integrales:

$$K_{oe}^p = \iint_{A_e} B_p^T D_p B_p dx dy$$

$$K_{oe}^b = \iint_{A_e} B_b^T D_b B_b dx dy$$

Al no considerarse significativos los términos asociados a los grados de libertad de laja de la matriz de tensiones iniciales ( $K_{oe}^p \approx 0$ ), a efectos de calcular la carga crítica ideal, sólo es necesario formar la matriz de rigidez lineal correspondiente a los grados de libertad de flexión de placa. En cualquier caso, cada uno de los términos de la matriz de rigidez lineal del elemento puede obtenerse eficazmente por integración numérica. Asimismo, para el elemento rectangular de 4 nodos considerado en el trabajo, todos los términos se encuentran formulados explícitamente en la literatura (Ref. 35). Este último procedimiento ha sido precisamente el utilizado en el presente trabajo.

La matriz de rigidez lineal de flexión del sistema, se genera a partir de la matriz de rigidez de flexión del elemento (común a todos los elementos de la placa), según la técnica usual de ensamblaje. Posteriormente, se introducen las

coacciones, anulando todos los términos de la fila y columna correspondientes al grado de libertad coaccionado, excepto el de la diagonal principal que se hace igual a la unidad. En el desarrollo del trabajo se han considerado, en todos los casos, placas apoyadas en su contorno en las que, consecuentemente, se ha coaccionado la flecha y el giro de eje perpendicular al borde, en todos los nudos del perímetro. En cualquier caso, se debe indicar que la flexibilización del sistema derivada de eliminar las coacciones al giro paralelo al borde es irrelevante para mallas mínimamente refinadas.

### 3.2. Matriz de Rigidez Geométrica

La matriz de tensiones iniciales o de rigidez geométrica de la placa, se forma igualmente mediante el ensamblaje de las matrices de los elementos en que resulta discretizada. Como ya se ha indicado, para la geometría y condiciones de contorno del problema objeto de estudio, los términos correspondientes a los grados de libertad de la placa no son significativos ( $K_{\sigma}^b \approx 0$ ). Consecuentemente, sólo es necesario calcular los términos correspondientes a los grados de libertad de la placa,  $K_{\sigma}^b$ .

La matriz de rigidez geométrica de cada elemento,  $K_{\sigma_e}^b$ , depende de su estado de tensiones,  $\sigma$ , que para el problema considerado viene dado por las tensiones de membrana:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

Por otra parte, al tratarse de un problema de pandeo linealizado, dichas tensiones coinciden con las tensiones iniciales que, para una chapa sometida a compresión uniaxial contenida en su plano medio, son:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -\sigma_1 \cdot \left[ \psi + (1 - \psi) \frac{y}{b} \right] \\ \sigma_y &= 0 \\ \tau_{xy} &= 0 \end{aligned}$$

Como ya se expuso anteriormente, resulta conveniente adoptar  $\sigma_1 = 1$ , de modo que el autovalor  $\lambda$  posteriormente calculado coincida con el valor crítico ideal de  $\sigma_1$ .

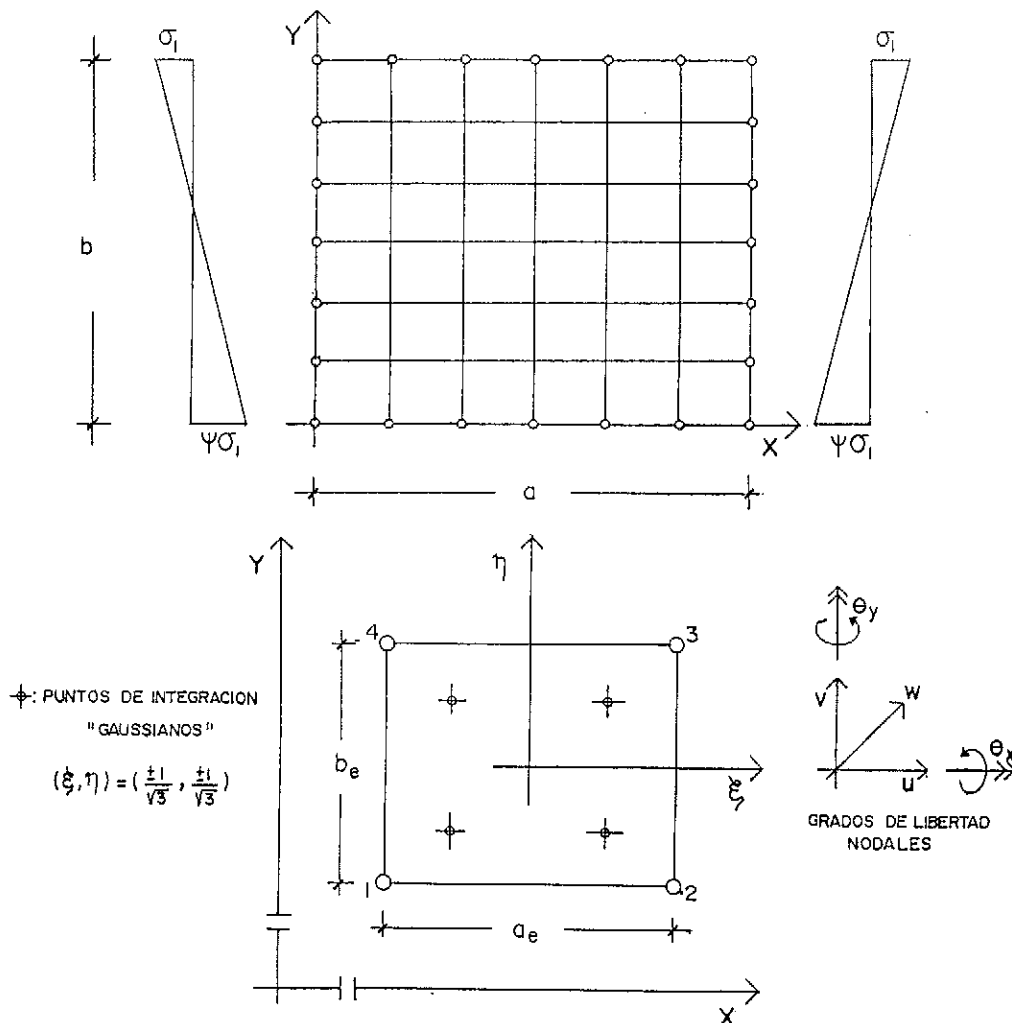


Fig. 6. Discretización en elementos rectangulares de 4 nodos.

En otro orden de cosas, dadas las características del problema objeto de estudio y la malla de discretización adoptada,  $K_{\sigma_e}$  es común para cada "fila" de elementos, al ser todos los elementos iguales y variar el estado de tensiones  $\sigma$  exclusivamente con la ordenada  $y$ .

Cada uno de los términos de la matriz de rigidez geométrica del elemento, puede calcularse eficazmente por integración numérica a partir de las expresiones:

$$(K_{\sigma_e})_{ij} = t \iint_{A_e} \left( \frac{\partial N_i^b}{\partial x} \frac{\partial N_j^b}{\partial x} \sigma_x \right) dx dy = \\ = \frac{a_e b_e t}{4} \sum_{k=1}^4 \left( \frac{\delta N_i^b}{\partial x} \frac{\delta N_j^b}{\partial x} \sigma_x \right)_k$$

donde el integrando se evalúa en los cuatro puntos gaussianos del elemento (fig. 6), siendo:

—  $a_e$ ,  $b_e$  y  $t$ , la base, la altura y el espesor del elemento rectangular.

—  $\sigma_x$ , la tensión en el punto considerado, dada por la expresión anteriormente señalada.

—  $N_i^b$ ,  $N_j^b$  las funciones de forma correspondientes a los grados de libertad considerados ( $w$ ,  $\Theta_x$ ,  $\Theta_y$ ), para las cuales, en este trabajo, se han adoptado las expresiones siguientes:

$$N_{wi} = \frac{1}{8} (\xi_o + 1) (\eta_o + 1) (2 + \xi_o + \eta_o - \xi^2 - \eta^2)$$

$$N_{\Theta_{xi}} = -\frac{b_e}{16} \eta_i (\xi_o + 1)^2 (\eta_o + 1)^2 (\eta_o - 1)$$

$$N_{\Theta_{yi}} = \frac{a_e}{16} \xi_i (\xi_o + 1)^2 (\xi_o + 1) (\eta_o + 1)$$

que conducen a las siguientes derivadas parciales con respecto a la coordenada  $x$ :

$$\frac{\partial N_{wi}}{\partial x} = \frac{1}{4 a_e} (\eta_o + 1) [\xi_i (2 + \xi_o + \eta_o - \xi^2 - \eta^2) + (\xi_o + 1) (\xi_i - 2 \xi)]$$

$$\frac{\partial N_{\Theta_{xi}}}{\partial x} = \frac{-b_e}{8 a_e} \xi_i \eta_i (\eta_o + 1)^2 (\eta_o - 1)$$

$$\frac{\partial N_{\Theta_{yi}}}{\partial x} = \frac{1}{8} (\eta_o + 1) [2 (\xi_o^2 - 1) + (\xi_o + 1)^2]$$

donde  $\xi$  y  $\eta$  son las coordenadas normalizadas de los puntos de integración,  $\xi_i$  y  $\eta_i$  son las coordenadas normalizadas de los nudos, y  $\xi_o$  y  $\eta_o$  responden a los productos:

$$\xi_o = \xi \cdot \xi_i$$

$$\eta_o = \eta \cdot \eta_i$$

La consideración del efecto estabilizador de las tracciones, introduciendo valores positivos de  $\sigma_x$  en las expresiones anteriores cuando así corresponde, determina la aparición de problemas numéricos en los casos en que las tracciones son predominantes. En tales casos se obtienen autovalores negativos, cuyo valor absoluto es, precisamente, el correspondiente a la distribución de tensiones considerada cambiada de signo y, por tanto, con predominio de compresiones. (Efectivamente, el valor absoluto del autovalor negativo así obtenido, verifica ser inferior al del autovalor realmente buscado). A fin de evitar estos problemas, se han ensayado diversas soluciones, optándose finalmente por prescindir del mencionado efecto estabilizador de las tensiones, anulando  $\sigma_x$  en las expresiones precedentes siempre que su signo es positivo (tracción). Como puede comprobarse por los resultados obtenidos, el error así introducido es limitado y, en todo caso, está del lado de la seguridad.

La matriz de rigidez geométrica de la placa se genera a partir de las matrices de rigidez geométrica de cada "fila" de elementos, en base a las técnicas usuales de ensamblaje. Finalmente, al igual que se hacía en la matriz de rigidez geométrica, se introducen las coacciones del sistema, anulando todos los términos de la fila y columna correspondientes al grado de libertad coaccionado, excepto el de la diagonal principal que se hace igual a la unidad.

### 3.3. Obtención de la carga crítica por iteración inversa

Una vez formadas y almacenadas en banda las matrices de rigidez lineal,  $K_o$ , y de tensiones iniciales,  $K_\sigma$ , de la placa, es necesario determinar los autovalores  $\lambda$  que permiten soluciones no nulas de la ecuación:

$$(K_o + \lambda K_\sigma) u = 0$$

o bien:

$$K_o u = -\lambda K_\sigma u$$

a partir de la cual es posible explicitar el autovalor  $\lambda$  en forma del llamado cociente de Rayleigh:

$$\lambda = \frac{u' K_\sigma u}{-u' K_o u}$$

Para la obtención del menor autovalor real (no nulo) puede procederse por iteración inversa, técnica que se encuentra descrita en la literatura (Ref. 35). En esencia, se trata de una aproximación inicial del modo de pandeo  $u$ . En base a ella, se calculan el vector  $r$  de acciones equivalentes de segundo orden, y el vector  $s$  de acciones nodales resultantes de los esfuerzos interiores:

$$r = -K_o u$$

$$s = K_o u$$

Obtenidos los vectores  $r$  y  $s$  el autovalor  $\lambda$  puede estimarse a partir del *cociente de Rayleigh*:

$$\lambda = \frac{u' s}{u' r} = \frac{\sum u_i s_i}{\sum u_i r_i}$$

El autovalor  $\lambda$  así calculado se comparará con el correspondiente a la iteración anterior,  $\lambda_{ant}$  (en la primera aproximación se adopta  $\lambda_{ant} = 0$ ). La condición de tolerancia del autovalor calculado, que en caso de verificarse determina el fin de las iteraciones, es:

$$|\lambda - \lambda_{ant}| < \delta \cdot |\lambda|$$

donde  $\delta$  es una constante numérica "pequeña", calibrada en el proceso y que, en general, ha tomado el valor  $\delta = 10^{-4}$ .

En caso de no cumplirse la condición de convergencia, es necesario aproximar nuevamente el vector de desplazamientos (modo de pandeo),  $u$ . Para ello se resuelve el sistema de ecuaciones:

$$K_o u = p$$

donde  $p$  es el vector unitario en la dirección del vector de acciones equivalentes de segundo orden,  $r$ , calculado según:

$$p = \frac{r}{m}$$

siendo  $m$  el módulo de  $r$ , dado por:

$$m = \sqrt{r'r} = \sqrt{\sum r_i^2}$$

El vector  $u$  así calculado se adopta como nueva aproximación del modo de pandeo, procediéndose a repetir el procedimiento, iterativamente, hasta verificar la condición de convergencia impuesta.

La elección de una aproximación inicial del modo de pandeo suficientemente ajustada, reduce considerablemente el número de iteraciones necesarias. También evita la posibilidad de no localizar el menor autovalor (correspondiente al modo fundamental de pandeo) sino otros correspondientes a modos de pandeo de orden superior. En el presente trabajo, la aproximación inicial adoptada ha sido:

$$\text{Si } y < y_o, w = 0$$

$$\theta_x = 0$$

$$\theta_y = 0$$

$$\text{Si } y > y_o, w = \text{sen} \frac{\pi x}{a} \text{sen} \frac{\pi (y - y_o)}{b - y_o}$$

$$\theta_x = \frac{-\pi}{b - y_o} \text{sen} \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi (y - y_o)}{b - y_o}$$

$$\theta_y = \frac{\pi}{a} \cos \frac{\pi x}{a} \text{sen} \frac{\pi (y - y_o)}{b - y_o}$$

siendo  $y_o$  la ordenada de la fibra neutra de la placa, siempre positiva en los casos estudiados en el trabajo, definida por:

$$y_o = \frac{-\psi}{1 - \psi} b \geq 0$$

En cuanto a la solución del sistema de ecuaciones,  $K_o \cdot u = p$ , puede aplicarse cualquier técnica apropiada para una matriz  $K_o$  simétrica, definida positiva, y almacenada en banda. En el trabajo se ha utilizado el método de *Choleski*, basado en la descomposición de la matriz  $K_o$  en una matriz triangular superior y otra inferior:

$$K_o = L \cdot L'$$

Se hace notar que la matriz triangular  $L$  sólo es necesario formarla una vez para cada placa y sistema de discretización considerado, siendo válida para diferentes distribuciones de tensiones de membrana y valores de  $\psi$ .

### 3.4. Estrategia de discretización adoptada y convergencia observada

El modelo desarrollado ha sido verificado y calibrado, en relación al problema objeto de estudio, para geometrías de placa y distribuciones de carga suficientemente documentadas en la literatura. Las distribuciones correspondientes a  $\psi = 1$ ,  $\psi = 0$  y  $\psi = -1$ , aplicadas a placas cuadradas, han servido para ajustar y verificar la sistemática propuesta, calibrando las constantes del proceso. En base a ellas se ha estudiado también la precisión y convergencia del modelo por refinamiento de malla, lo que ha permitido decidir el sistema de discretización adoptado en el resto de casos que se iban a analizar.

En general, se han utilizado mallas basadas en elementos cuadrados o rectangulares con lados aproximadamente iguales. Se han evitado en todo caso las discretizaciones basadas en elementos rectangulares de lados muy desiguales ( $a_i/b_i \geq 2,0$  ó  $a_i/b_i \leq 0,5$ ).

El cuadro adjunto muestra los valores de la *tensión crítica ideal*,  $\sigma_{ki}$ , y del *coeficiente de abolladura*,  $k_o$ , obtenidos para una placa cuadrada con las distribuciones de carga mencionadas ( $\psi = 1$ ;  $\psi = 0$ ;  $\psi = -1$ ), correspondientes a diferentes tipos de malla. Como puede apreciarse, los resultados obtenidos para la mayor parte de mallas ensayadas resultan satisfactorios: considerando el caso  $\psi = 1$ , la malla de  $8 \times 8$  elementos proporciona ya una razonable aproximación, con un error del  $-1,50\%$ ; este error se reduce hasta el  $-0,75\%$  para la malla de  $12 \times 12$  elementos; y hasta el  $0,25\%$  para la malla de  $16 \times 16$  elementos. A pesar de lo satisfactorio de

Malla de discretización adoptada	$\psi = 1$		$\psi = 0$		$\psi = -1$	
	$\sigma_{ki}$ (t/cm <sup>2</sup> )	$k_{\sigma}$	$\sigma_{ki}$ (t/cm <sup>2</sup> )	$k_{\sigma}$	$\sigma_{ki}$ (t/cm <sup>2</sup> )	$k_{\sigma}$
2 x 2	0,630	3,32	1,252	6,59	6,962	36,70
4 x 4	0,715	3,77	1,395	7,35	4,143	21,83
8 x 8	0,747	3,94	1,459	7,68	4,045	21,31
12 x 12	0,754	3,97	1,472	7,76	4,038	21,27
16 x 16	0,757	3,99	1,477	7,78	4,038	21,27
SOLUCION TEORICA	—	4,00	—	7,64	—	25,60

los resultados obtenidos con mallas menos refinadas, dado el número relativamente reducido de casos que se iban a analizar, se ha optado por utilizar predominantemente la malla de 16 x 16 elementos en el desarrollo del trabajo.

Se hace notar que, para valores negativos del parámetro  $\psi$ , la simplificación efectuada en el modelo, consistente en despreciar el efecto estabilizador de las tracciones, reduce las *tensiones críticas ideales y coeficientes de abolladura* que se obtienen. Ello justifica las diferencias que pueden observarse en los resultados, que en cualquier caso son relativamente poco significativas.

#### 4. RESUMEN DE RESULTADOS

El método anteriormente descrito ha sido utilizado para placas rectangulares con relaciones de lados  $\alpha = a/b$  comprendidas en el rango  $0,5 \leq \alpha \leq 2,0$ , si bien el estudio se ha concentrado en placas de lados iguales ( $\alpha = a/b = 1$ ). Se han considerado relaciones de carga  $\psi = \sigma_2/\sigma_1$

comprendidas en el rango  $1,0 \geq \psi \geq -5,0$ , variando las mismas en intervalos de 0,5.

En todos los casos analizados el proceso ha convergido satisfactoriamente con un número de iteraciones entre 3 y 4, para una tolerancia definida por la condición ya comentada,  $|\lambda - \lambda_{ant}| < 10^{-4} |\lambda|$ .

Los resultados obtenidos para placas cuadradas, de 100 x 100 x 1 cm, discretizadas 16 x 16 elementos se recogen en el cuadro adjunto. En él se exponen los valores obtenidos tanto para la *tensión crítica ideal de abolladura*,  $\sigma_{ki}$ , como para el *coeficiente de abolladura*,  $k_{\sigma}$ . Los mismos resultados pueden visualizarse más fácilmente en la **figura 7**. En ambas representaciones, se ofrece el valor que tanto para la tensión crítica ideal como para el *coeficiente de abolladura* se deduce de aplicar las formulaciones establecidas en el Eurocódigo EC3/89 (Ref. 19), extrapolarlo a la ya comentada expresión correspondiente al intervalo  $-1,0 \leq \psi \leq -2,0$  a valores inferiores del parámetro  $\psi$ .

$\psi$	Método de Elementos Finitos		Formulación Eurocódigo EC-3	
	$\sigma_{ki}$ (t/cm <sup>2</sup> )	$k_{\sigma}$	$\sigma_{ki}$ (t/cm <sup>2</sup> )	$k_{\sigma}$
1,00	0,757	4,038	0,759	4,000
0,50	1,006	5,230	1,004	5,290
0,0	1,477	7,784	1,482	7,810
-0,50	2,451	12,91	2,543	13,40
-1,00	4,038	21,27	4,536	23,90
-1,50	6,388	33,65	7,095	37,38
-2,00	9,540	50,26	10,215	53,82
-2,50	13,930	73,39	13,905	73,26
-3,00	18,716	98,61	18,160	95,68
-3,50	27,109	142,83	22,985	121,10
-4,00	33,752	177,83	28,375	149,50
-4,50	43,527	229,33	34,334	180,90
-5,00	60,723	319,93	40,860	215,28

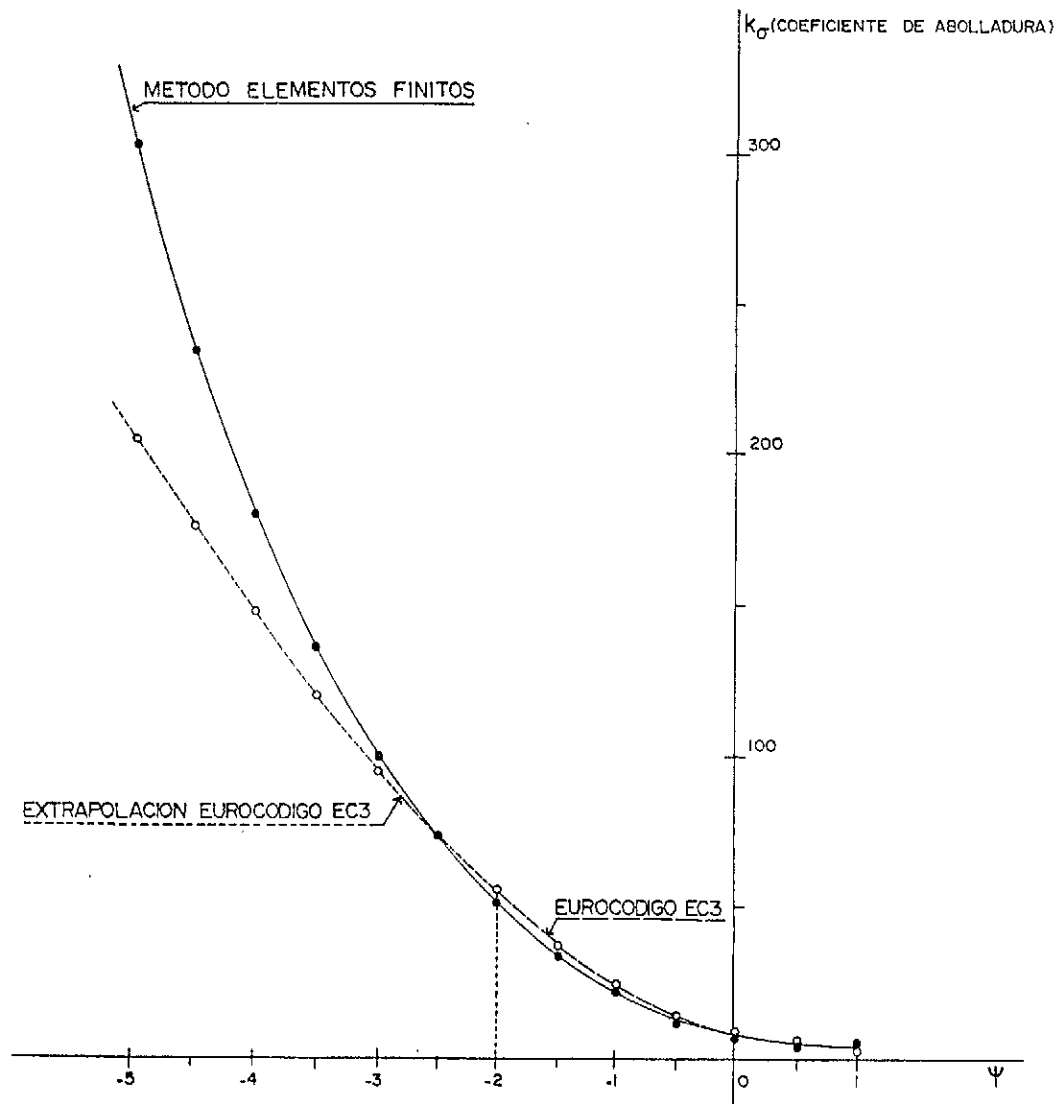


Fig. 7. Resumen comparativo de resultados.

Comparando los resultados obtenidos numéricamente, con los que resultan de aplicar la fórmula del Eurocódigo, puede comprobarse el carácter apropiado de la misma, incluso para valores del parámetro  $\psi$  fuera del rango de validez inicial de la expresión.

Así, para valores de  $\psi$  comprendidos entre 2,0 y 3,0 las diferencias entre los resultados obtenidos numéricamente y aquéllos deducidos de la aplicación de la citada fórmula son prácticamente inapreciables, con un error máximo del 7,0% y un error medio del 3,4%. Para valores superiores del parámetro  $\psi$ , las diferencias crecen considerablemente, si bien siempre la fórmula del Eurocódigo proporciona valores del coeficiente de abolladura inferiores y, por tanto, seguros.

## 5. EJEMPLO DE APLICACION A UN CASO PRACTICO

En la figura (Fig. 8) se representa esquemáticamente una sección mixta hormigón-acero estructural, de la cual no se indican las armaduras de la losa, los conectadores, ni los rigidizadores transversales, diafragmas, etc. Se considera una sección de la pieza solicitada en flexión pura positiva y, en dicha zona, las almas se suponen carentes de rigidizadores longitudinales, y de considerable esbeltez ( $t/b = 8/1257 = 0,00636$ , próxima al límite 0,006 del artículo 8.7 de em62). Se supone además que durante el proceso constructivo el cajón metálico se encuentra apeado, de manera que todas las solicitaciones actúan sobre la sección mixta.



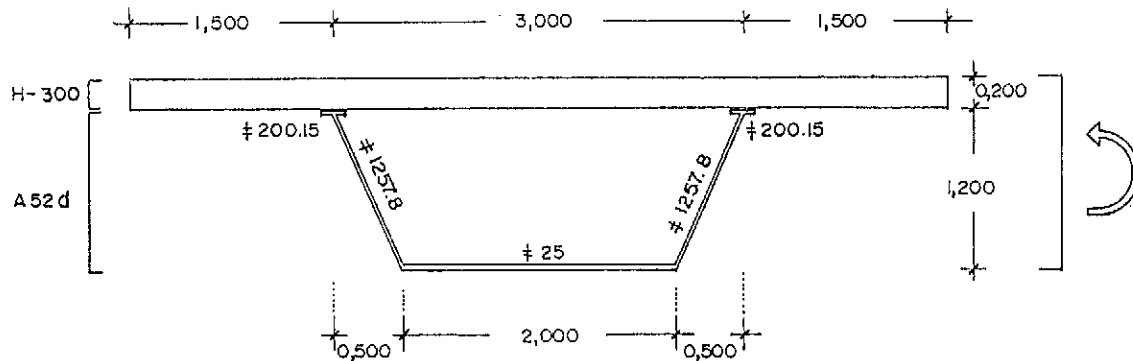


Fig. 8. Sección esquemática de un cajón mixto hormigón acero estructural solicitado en flexión pura "positiva".

Si dicha sección se supone de clase IV, es decir, perteneciente a la categoría de secciones que requieren *cálculo elástico* y control explícito de las tensiones de abolladura, llevando a cabo el correspondiente cálculo de las constantes estáticas por el método de la sección homogeneizada, se encuentra que el baricentro de la sección mixta se halla a 18,4 cm de profundidad respecto a la fibra superior de las almas. Consecuentemente, se tiene  $\psi = -(116 - 18,4)/18,4 = -5,30$ .

Si se aplican los coeficientes de abolladura "clásicos", tomados por ejemplo de la instrucción em62 (Ref. 9), se tendrá  $k_{\sigma} = 23,9$  y por lo tanto:

$$\sigma_{ki} = 23,9 \cdot 18,62 \cdot \left(\frac{100 \cdot 8}{1257}\right)^2 = 180 \frac{N}{mm^2}$$

valor muy inferior al límite elástico del acero,  $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$ . Aunque la sección no tendría problemas de abolladura en flexión pura positiva (ya que  $\sigma_2 \leq f_y$ , y, por tanto,  $|\sigma_1| \leq |f_y/\psi| \leq 67 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{k,reg}$ ), sin embargo, la sección no admitiría —teóricamente— el cálculo plástico, ni mucho menos la rotación de rótula plástica en estado último. De hecho, la esbeltez relativa resultaría:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{ki}}} = 1,40$$

claramente dentro del dominio de las secciones de clase IV o "esbeltas".

Así pues, según los criterios "clásicos", no podría aprovecharse la reserva resistente plástica ni a nivel de sección, ni a nivel de pieza completa, en su caso.

Por el contrario, si se adopta  $k_{\sigma} = 5,98 \cdot (1 - \psi)^2 = 237,35$ , se obtiene,  $\sigma_{ki} = 1790 \text{ N/mm}^2$ , y,  $\bar{\lambda} = 0,45$ , inferior al límite 0,55 establecido por IPX-91 (Ref. 22) para permitir el cálculo del momento último de la sección por aplicación del *cálculo rígido-plástico*.

Como confirmación necesaria de lo anterior, determinando la posición de la fibra neutra de tensiones en rotura, la misma se encuentra a 21,37 cm de profundidad respecto a la fibra superior de las almas, por lo que el coeficiente  $\Theta$  de la figura 1 (casos I, II), resulta  $\Theta = 21,37/116 = 0,184$ . Para este valor, y para  $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$ , el límite de relación ancho/espesor de las almas, según el Eurocódigo EC3/89 (Ref. 19), es de  $41,5 \cdot 0,81/\Theta = 182$  en clase II, y de  $36 \cdot 0,81/\Theta = 158$  en clase I. Ninguno de tales valores es sobrepasado, ya que  $1257/8 = 157 < 158 < 182$ .

La sección considerada es pues de clase I (no de clase IV) en *flexión pura positiva* y, por tanto, ante este tipo de sollicitación ostenta plena capacidad de formación de rótula plástica, tanto a efectos resistentes como cinemáticos, por lo que a las almas metálicas respecta.

## 6. CONCLUSIONES

1. El *método de la matriz de rigidez geométrica* resulta apropiado para resolver el problema de bifurcación de equilibrio analizado, si bien se propone (y se contrasta con los resultados conocidos) una simplificación consistente en prescindir del efecto estabilizante de las zonas traccionadas. Esta simplificación permite obviar determinados problemas de índole numérica en al rutina de obtención de autovalores.

2. La fórmula  $k_{\sigma} = 5,98 \cdot (1 - \psi)^2$ , propuesta en el Eurocódigo EC3/89 para el intervalo  $-2 \leq \psi \leq -1$ , puede considerarse aplicable no sólo en dicho intervalo, sino también para valores de  $\psi$  bastante inferiores a  $-2$ .

3. La toma en consideración de valores de  $k_{\sigma}$  superiores a 23,9 para casos con  $\psi < -1$ , permite un control más apropiado de la abolladura de las almas de determinados tipos de secciones de vigas mixtas con almas esbeltas. La justificación de la posible supresión de rigidizadores

longitudinales que esto conlleva, redundando en la mejora de la economía y simplificación de la fabricación de ese tipo de piezas. También, para secciones sin rigidizadores longitudinales, se amplía el campo de aplicación del cálculo plástico (secciones de clase I y II) para relaciones altura/espesor de alma elevadas, en determinadas situaciones.

## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. BLEICH, F., "Buckling Strength of Metal Structures", Mc Graw-Hill, N. York, 1952.
2. BRUSH, D.O., ALMROTH, B.O., "Buckling of bars, plates and shells", Mc Graw-Hill, N. York, 1975.
3. TIMOSHENKO, S., GERE, J.M., "Theory of elastic stability", Mc Graw-Hill, N. York, 1961.
4. TROITSKY, M.S., "Stiffened plates: Bending stability and vibrations", Elsevier, 1976.
5. S.S.R.C., "Guide to stability design criteria for metal structures", 3<sup>rd</sup> edition, Wiley, 1976.
6. E.C.C.S., "Manual on stability of steel structures", European Convention for Constructional Steelwork, 1976.
7. TALL, L. et al., "Structural steel design", Ronald, 1974.
8. ZIGNOLI, V., "Construcciones metálicas", 2 vol., Dossat, 1978.
9. em62, "Instrucción para estructuras de acero", Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, 1969.
10. DIN 4114, "Bases del cálculo sobre inestabilidad de las estructuras de acero (pandeo, pandeo lateral, abolladura)", 1952-1953.
11. MASSONNET, C., "Stability considerations in the design of steel plate girders", Journal of the A.S.C.E., Structural Div., January 1960.
12. NBE-MV-103, "Cálculo de las estructuras de acero laminado en la edificación", M.O.P.U., 1972.
13. A.I.S.C., "Specification for the design, fabrication and erection of structural steel for buildings", American Institute for Steel Construction, 1978.
14. A.A.S.H.T.O., "Standard specification for highway bridges", American Association of State Highways and Transportation Officials, 1977.
15. A.I.S.I., "Cold formed steel design manual", Part I - Specification (1968), Part V - Comentario (1970), Part II - Supplementary Information (1971), American Iron and Steel Institute.
16. E.C.C.S., "European recommendations for steel construction" ECCS-EG-7-2E, European Convention for Constructional Steelwork, 1978.
17. MERRISON, A.W., FLINT, A.R., HARPER, W.J., HORNE, M.R., SCRUBY, G.F.B., "Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box-Girders Bridges", Department of the Environment, H.M.S.O., London, 1975.
18. BS-5400, "Steel, concrete and composite bridges", Part 3 (Code of practice for design of steel bridges), British Standards Institution, 1982.
19. EUROCODE no. EC-3, "Design of Steel Structures", Nov. 1989.
20. EUROCODE no. EC-4, "Design of composite steel and concrete structures", Oct. 1990.
21. IPM-91, "Propuesta de Instrucción para el proyecto de puentes metálicos", M.O.P.U., 1991.
22. IPX-91, "Propuesta de Instrucción para el proyecto de puentes mixtos", M.O.P.U., 1991.
23. I.C.E., "Steel box girders bridges", Proc. Int. Conf., Institute of Civil Engineering, London, 1973.
24. ROCKEY, K.C., EVANS, H.R., "The Design of Steel Bridges", Granada, 1981.
25. ASCE-AASHTO, "Committee on Flexural Members: Steel Box Girders Bridges - Ultimate Strength Considerations", Journal of the A.S.C.E., Structural Div., Dec. 1974.
26. ASCE-AASHTO, "Committee on Flexural Members: Theory and Design of Longitudinally Stiffened Plate Girders", Journal of the A.S.C.E., Structural Div., April 1976.
27. COOPER, P.B., GALAMBOS, T.V., RAVINDRA M.K. "LFRD Criteria for Plate Girders", Journal of the A.S.C.E., Structural Div., Sept. 1978.
28. BALAZ, I., DJUBECK, J., MAQUOI, R., MASSONNET, Ch., "Etat limite des plaques orthotropes comprimées", Construction Métallique, C.T.I.C.M., No. 2, 1979.
29. DUBAS, P., "Voilement postcritique des poutres à âme mince sans raidisseurs longitudinaux", Construction Métallique, C.T.I.C.M., No. 4, 1983.
30. ELSHARKAWI, K., WALKER, A.C., "Buckling of Multibay Stiffened Plate Panels", Journal of the A.S.C.E., Structural Div., Aug. 1980.
31. HASEGAWA, A., OTA, K., NISHINO, F. "Buckling Strength of Multiple Stiffened

Plates", Methods of Structural Analysis, vol. II, A.S.C.E., 1976.

32. HORNE, M.R., NARAYANAN, R., "Design of Axially loaded Stiffened Plates", Journal of the A.S.C.E., Structural Div., Nov. 1977.

33. JETTEUR, Ph., MAQUOI, R., MASSONNET, Ch., SKALLOUD, M., "Calcul des âmes et semelles raidies des ponts en acier", Construction Métallique, No. 4, 1983.

34. WOLCHUK, R., "Proposed Specifications for Steel Box Girders Bridges", Journal of the A.S.C.E., Structural Div. Dec. 1980.

35. ZIENKIEWICZ, O.C., "El método de los elementos finitos", Reverté, 1980.

36. DAHLQUIST, G., BJÖRCK, A., "Numerical Methods", Prentice Hall, 1974.

## RESUMEN

Los fenómenos de abolladura de almas metálicas en las que predominan las zonas traccionadas sobre las comprimidas, presentan una considerable incidencia en el diseño de secciones mixtas en flexión positiva. A pesar de ello, dichos fenómenos se encuentran recogidos a menudo de forma insuficiente o inadecuada en gran parte de la bibliografía y normativa, lo que puede determinar en la práctica incrementos innecesarios de espesor o disposición sobrea-bundante de rigidizadores longitudinales, con la

consiguiente repercusión económica.

En el presente trabajo, previa revisión del estado actual de conocimientos en la materia, se profundiza en el análisis de este problema. El estudio se efectúa dentro del marco de la teoría linealizada del pandeo y utilizando como herramienta el Método de Elementos Finitos, y permite extraer conclusiones y resultados de aplicación práctica en el diseño y comprobación de almas con predominio de las tensiones de tracción.

## SUMMARY

Buckling phenomena in axially loaded steel webs with predominance of tension stresses, can condition the design of composite steel and concrete sections subjected to positive bending. In spite of this, such phenomena are often insufficiently or inadequately analyzed in most of the literature and codes. This fact can determinate unnecessary increases of thickness or superfluous disposition of longitudinal stiffeners, with considerable economical consequences.

This work, after a review of the state of the art, deepen into the mentioned problem, assuming linear theory of buckling, and using Finite Element Method. The study allows to obtain several conclusions and results for the practical design and assessment of steel webs with predominance of tension stresses.

\* \* \*

## El MDI de la Politécnica se inaugura en Chile

La Escuela de Construcción Civil de la Universidad Católica de Chile ha inaugurado el **Master en Dirección de Empresas Constructoras e Inmobiliarias** que imparte la E.T.S.A. de Madrid.

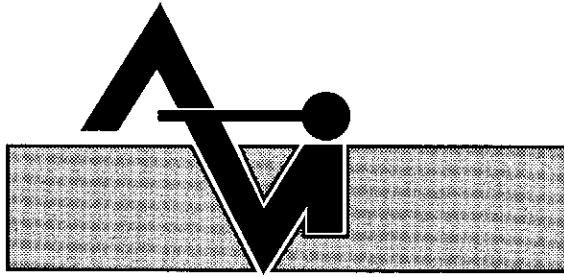
La apertura de este Curso Master se debe al acuerdo firmado el pasado mes de marzo entre ambas universidades en virtud del cual la Escuela Técnica Superior de Arquitectura llevaría a Santiago de Chile el **MDI** diseñado y dirigido por su Departamento de Construcción y Tecnología Arquitectónicas.

Al acto de apertura asistieron Alberto Etche-garay, Ministro de la Vivienda y Urbanismo de Chile, Eduardo Varas, Decano de la Facultad de Ingeniería, Pablo Aspée, Director de la Escuela de Construcción Civil, Josefina Arago-

neses, Directora General Académica y Jorge Alliende, Director del MDI en Chile. Por parte de la E.T.S.A.M. estuvo presente Jaime Rubio Landart, Director Ejecutivo del Master en España.

Con esta apertura, el **MDI** se confirma como el primer Master español impartido por una universidad española fuera de España, debido, en primer lugar a su excelente calidad formativa y además, a los resultados competitivos que reporta en el sector.

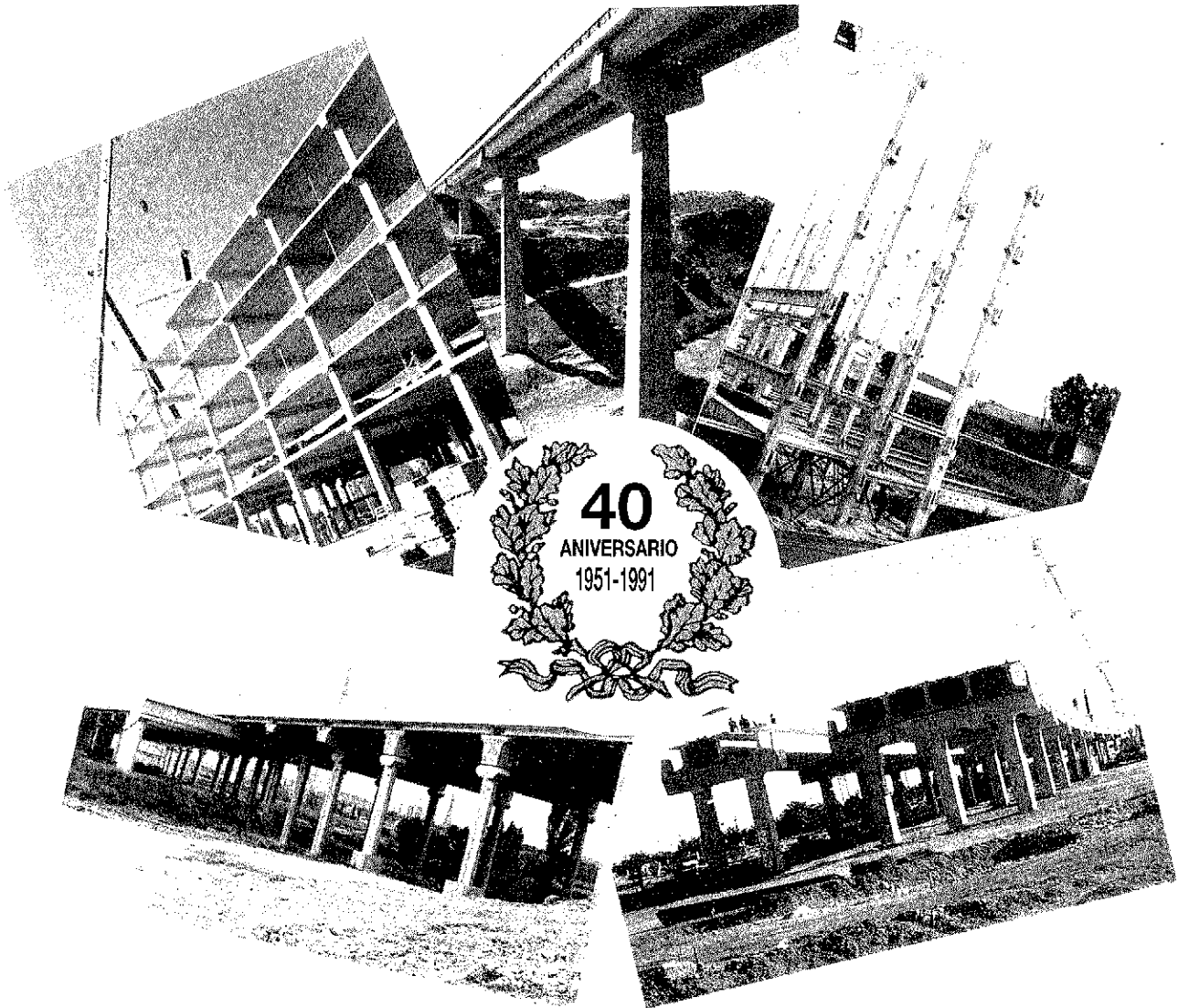
Asimismo, está prevista, en muy breve plazo, la firma de acuerdos similares con universidades de Argentina, Colombia, Ecuador, México y Venezuela, con lo que el **MDI** contribuye de manera sustancial al prestigio de la formación universitaria y profesional española.



PREFABRICACION LIGERA Y PESADA

ALVISA

**PUENTES - NAVES INDUSTRIALES - FORJADOS**



**ANDUJAR**  
Polígono Industrial Ave María - Apart. 248.  
Tel: 953/50 63 00 JAEN

**BARCELONA**  
Avda. Josep Tarradellas, 8-10, 5º, 1º.  
Tel: 93/439 82 33

**GRANADA**  
c/ Divina Pastora, 9. Portal 11 - Bajo.  
Tel: 958/27 46 86

**HUESCA**  
Paseo Lucas Mallada, s/n.  
Tel: 974/22 39 00

**MONZON**  
Carretera de Lérida, s/n.  
Tel: 974/40 07 80 HUESCA

**TORREJON DE ARDOZ**  
Carretera de Torrejón-Loeches, km. 4,200.  
Tel: 91/675 04 50 MADRID

**ZARAGOZA**  
Paseo de la Constitución, 31.  
Tel: 976/23 75 02

**MADRID: DIRECCION COMERCIAL**  
c/Orense, 10-12. Tel: 91/555 05 35

## **Comentarios relativos al control de calidad de las estructuras de hormigón según la EH-91 (Diferencias fundamentales respecto a la EH-88)**

**I. Sirvent Casanova**  
*Arquitecto Técnico*

**Director General del INSTITUTO TECNICO DE LA CONSTRUCCION**

La primera gran INSTRUCCION PARA EL PROYECTO Y LA EJECUCION DE OBRAS DE HORMIGON EN MASA O ARMADO, coloquialmente conocida como EH, apareció en el año 1973 y estuvo inspirada en las recomendaciones del CEB, Comité Europeo del Hormigón, hoy Comité *Eurointernacional* del Hormigón, cuyo calificativo ha dejado perplejo a más de uno aunque, en este momento, no viene al caso explicar la razón de este cambio de denominación.

Conceptuado como documento básico, la EH-73 ha venido sufriendo revisiones parciales en los años 1980, 1982, 1988 y la última vez en 1991, dando lugar a las EH correspondientes. En general, las modificaciones introducidas en cada una de estas revisiones han sido poco creativas y relevantes, manteniéndose casi por completo el texto original, quizás porque los acontecimientos de carácter técnico-histórico, desde el gran cambio que supuso pasar de los métodos clásicos al de los estados límites, tampoco dieron lugar a muchos cambios. En cualquier caso, bien es verdad que a algunos más de los que se han venido reflejando en sus contenidos, unas veces por un excesivo conservadurismo, otras porque no daba para más.

Creo sinceramente que, en líneas generales, la Instrucción Española es una buena Instrucción en lo que a contenido técnico se refiere, aunque se echa de menos la colaboración de un Ceta de turno que, sin duda, con su facilidad de redacción podría haber contribuido a una mejor comprensión. Sobre este aspecto he podido observar verdaderas filigranas de redacción, unas veces para justificar lo injustificable, otras para permitir lo prohibido y otras para prohibir lo autorizado, que han dado lugar a párrafos confusos y difíciles de interpretar.

La reciente integración de nuestro país en la Europa Comunitaria, que creo que es algo más que la CEE a la que se refiere la Instrucción en muchos de sus párrafos, unido a otros aspectos —revisión del Código ACI/318 y aparición de los Eurocódigos— hace aconsejable una revisión en profundidad de la EH-91. En este sentido no he querido desaprovechar la ocasión de ejercitar el derecho que me asiste a emitir algunas críticas y, cómo no, también algunas alabanzas, en relación con determinados artículos y comentarios de la EH-91, relativos al control de calidad.

Lo que a continuación expongo, eso sí, con respeto pero también sin reservas, se refiere, más que a una crítica en sí, a criterios y puntos de vista particulares, con la única intención y al mismo tiempo esperanza de que algunos conceptos puedan ser recogidos en futuras ediciones.

En los próximos párrafos se expondrán, a modo de resumen, todos los temas que recoge la nueva Instrucción EH-91 relacionados con el control de calidad de las estructuras de hormigón, ya sea de los materiales o de la propia ejecución, añadiéndose algunos comentarios al respecto sobre los cambios, novedades y también algunas ausencias.

### **Artículo 4º: DOCUMENTOS DEL PROYECTO**

Pocos cambios, y además poco significativos, los que se introducen en el Artículo 4º. Si acaso, se sigue observando que al Control de Proyecto tan sólo se le concede un párrafo en Comentarios.

Cuando está demostrado y admitido que un

alto porcentaje de las patologías detectadas en nuestro país se deben a defectos y errores de Proyecto, ¿por qué razón no se conceptúa como preceptivo su control? Estoy convencido de que una prescripción de este tipo conduciría a Proyectos más elaborados y consecuentemente de mayor calidad técnica.

#### Artículo 5º: EL CEMENTO

Gran acierto el que ha supuesto la modificación introducida en el Artículo 5º de la EH-91 (cementos utilizables) en relación con el galimatías de citas que parecía vislumbrarse en la EH-88 sobre la *Reglamentación Vigente, Pliego Oficial y Norma UNE*.

*EH-88: "Podrá utilizarse cualquier tipo de cemento con tal de que cumpla la Reglamentación Vigente para dicho material".*

*EH-91: "Podrá utilizarse cualquier tipo de cemento con tal de que cumpla el Vigente Pliego de Prescripciones Técnicas Generales para la Recepción de Cementos".*

El breve cambio introducido se refiere muy probablemente a un error en las fechas de publicación de la Instrucción EH-88 (15/7/88) y del Pliego RC-88 (28/10/88). Evidentemente, al publicarse con anterioridad la EH-88 —*la Reglamentación Vigente en ese momento correspondía al anterior Pliego RC-75*— se producía una controversia al referirse la Instrucción a una normativa de ensayo que, en absoluto, se correspondía con la del Pliego RC-75. En este sentido, la modificación introducida en el articulado de la EH-91 corrige esta pequeña incongruencia producida por tan sólo tres meses de diferencia entre las fechas de las citadas publicaciones.

#### Artículo 8º: OTROS COMPONENTES DEL HORMIGÓN

Parecen oportunas, al tiempo que más precisas, las modificaciones introducidas en relación con el empleo y utilización de adiciones en la fabricación del hormigón. Si acaso, la exclusividad que se concede a la fabricación de hormigones con adiciones a tan sólo Centrales con control de producción o Centrales con Sello, me parece un tanto discriminatoria. Ya que se admite la incorporación de adiciones al hormigón, ¿por qué no permitir su utilización en instalaciones fijas de obra que justifiquen un control de producción externo independiente?

#### Artículo 9º: ARMADURAS

Si bien no se han introducido muchas modificaciones en lo relativo a las armaduras, los

cambios experimentados en un par de apartados, por significativos, merecen la pena ser comentados.

Uno de ellos se refiere a las condiciones de adherencia, fijando que será suficiente la comprobación de la geometría del corrugado.

El otro, es mucho más significativo. Me ha parecido observar alguna contradicción entre el articulado relativo al ensayo de doblado simple y las normas UNE-36.068/88 y UNE-36.088/88, fundamentalmente en lo relativo a aceros soldables. Esta contradicción se refiere a que la Tabla de mandriles que figura en la EH-91 no se corresponde con la que figura en las normas. Evidentemente, al referirse a que las barras de acero deberán cumplir, entre otras condiciones, la ausencia de grietas tras haberse efectuado los ensayos de doblado y doblado-desdoblado, indica que el ensayo se realizará sobre los mandriles que figuran en la Tabla 9.3.b, de la EH-91. Por otra parte, cita que los ensayos se ajustarán a las normas UNE-36.088/I/88 y UNE-36.068/88. Pues bien, ni en la 36.088/I/88 figuran los aceros soldables, ni en la 36.068/88 se incluye el ensayo de doblado simple. Parece claro que habrán de revisarse las normas, o la Instrucción.

#### Artículo 10º: HORMIGONES

Pocos cambios los introducidos en el Artículo, aunque uno de ellos, por significativo y novedoso, interesa reproducirlo y posteriormente comentarlo.

##### *Apartado 10.3: Características mecánicas*

*"La resistencia del hormigón a compresión, a los efectos de esta Instrucción, se refiere a la resistencia de la unidad de producto o amasada y se obtiene a partir de los resultados de ensayo de rotura a compresión, en número igual o superior a tres, realizados sobre probetas cilíndricas de 15 cm de diámetro y 30 de altura, de veintiocho días de edad, fabricadas a partir de la amasada, conservadas según UNE-83.301/84, refrentadas según UNE-83.304/84 y rotas por compresión, según el método de ensayo indicado en UNE-83.304/84".*

Resulta particularmente significativa la modificación introducida en relación con el muestreo y ensayo a compresión de probetas de hormigón. ¿Por qué tres probetas, en lugar de dos para obtener un resultado de determinación de resistencia, cuando la mayoría de Códigos recomiendan tan sólo una, o en algunos casos, los menos, dos? Lamento discrepar totalmente de tal concepto, entre otras, por dos razones fundamentales.

La primera de ellas porque el reciente Real Decreto 1230/89 sobre Acreditación de Laboratorios de Ensayos, mucho más exigente y selectivo que el anterior, bien podría permitir una sola probeta, sin que existieran muchos riesgos de incertidumbre.

La segunda porque, puestos a admitir dos, con el mismo costo que el que correspondería a tres probetas ( $4 \times 3 = 12$  ó  $6 \times 2 = 12$ ), se permitiría obtener un mayor número de determinaciones de resistencia para juzgar un Lote, lo que implicaría el poder aplicar estimadores más altos. De esta forma, se reducirían sensiblemente las probabilidades de incertidumbre. Verdaderamente, no alcanzo a entender la justificación de este cambio.

### **Artículo 13º: COLOCACION DE LAS ARMADURAS**

Resultan ciertamente confusas las frases introducidas en el párrafo del Apartado 13.1, correspondientes a la sujeción de los cercos a las armaduras o barras principales, frases que cabría calificarlas como auténticas filigranas de redacción para permitir la autorización de lo que anteriormente suponía una expresa prohibición. Transcribo literalmente el párrafo:

*“Se autoriza el uso de la técnica de la soldadura para la elaboración de la ferralla, siempre que la operación se realice con las debidas garantías y normas de buena práctica y que el acero sea apto para la soldadura y se efectúe previamente a la colocación de la ferralla en el encofrado. Los cercos o estribos se sujetarán a las barras principales mediante simple atado u otro procedimiento idóneo, prohibiéndose expresamente la fijación mediante puntos de soldadura, una vez introducida la ferralla en los moldes o encofrados”.*

Si bien parece claro que la fijación de cercos mediante puntos de soldadura puede dañar la barra, resulta igualmente claro que, cuando el acero es apto para el soldeo y éste se realiza mediante el empleo de técnicas adecuadas, la sujeción por soldadura debe considerarse como un procedimiento totalmente autorizable. ¿No habría resultado más simple suprimir en su totalidad el párrafo de prohibición y sustituirlo por el de autorización?, sin más. Por otra parte, me resulta particularmente difícil imaginar como se puede soldar la ferralla una vez introducida en el encofrado, especialmente en pilares.

Los añadidos correspondientes a la disposición de calzos o separadores, aunque tan sólo se haya concedido su inclusión en *Comentarios*, me parecen oportunos y totalmente acertados. En cualquier caso, se echa de menos una mayor precisión en la descripción de las recomendaciones sobre su uso y formas de disposición,

máxime cuando se trata de un procedimiento constructivo de suma importancia para garantizar la durabilidad de las estructuras. Me permito insistir en el concepto de durabilidad, porque creo que sigue siendo el gran olvidado.

En el Apartado 13.2.2, ¿porqué la inclusión, en *Comentarios*, de que el agrupamiento de barras tan sólo resulta recomendable en los casos en que se utilice hormigón de buena calidad?

Primero, me ha parecido entender en el espíritu de la Instrucción que todos los hormigones utilizados en la ejecución de una estructura deben ser de buena calidad, (*creo que se confunden los conceptos de calidad y resistencia*). Segundo, y principal, utilizaría esta técnica *siempre*, particularmente en los casos de cuantías de armadura importantes, por supuesto sin hacer ningún tipo de distinciones, ni sobre la *calidad*, ni sobre la *resistencia*.

### **Artículo 24º: PREVENCIÓN CONTRA ACCIONES FÍSICAS Y QUÍMICAS**

Me parecen totalmente oportunas las nuevas indicaciones introducidas en el Apartado de Durabilidad del Hormigón, más por la intencionalidad que me ha parecido observar que por el contenido en sí, en mi opinión escaso y todavía muy distante de lo que debería incluirse sobre este importante aspecto. Creo que, de esta forma, se va creando un clima de concienciación sobre la *durabilidad de las estructuras*, concepto básico y fundamental desgraciadamente olvidado por la mayoría de los profesionales intervinientes en un proceso edificatorio.

### **Artículo 63º: CONTROL DE LOS COMPONENTES DEL HORMIGÓN**

En lo referente al control de los componentes del hormigón, entendiéndose por componentes, cemento, agua de amasado, áridos, aditivos y adiciones, la EH-91 establece:

*“El control de los componentes del hormigón se realizará de la siguiente manera:*

*a) En el caso de hormigones fabricados en una central que disponga de un servicio de laboratorio propio, o de un laboratorio contratado que cumpla con lo establecido en el Real Decreto 1230/1989 de 13 de Octubre, y disposiciones que lo desarrollan, no será necesaria la realización de ensayos de recepción en obra de los materiales componentes, siendo obligación de la central el control de estos materiales.*

*b) En el caso de hormigones no fabricados en central, o bien fabricados en una central que no cumpla con lo prescrito en a), se estará a lo dispuesto en los apartados de este artículo”.*

Queda suficientemente claro que tan sólo será preceptiva la realización de ensayos de recepción sobre los materiales componentes del hormigón que no estén sometidos a ensayo en las propias instalaciones de la central de hormigón o, en su caso, cuando éstas tengan contratado este servicio a un Laboratorio Acreditado.

Por otra parte, se me crea la duda sobre la necesidad, o no, de que el *servicio de laboratorio propio* de la Central cumpla con lo establecido en el Real Decreto 1230/1989, sobre Acreditación de Laboratorios. De no ser así, creo que no se tratan con el mismo rigor a los *Laboratorios Independientes* que a los *Laboratorios Dependientes*, lo que no parece justo.

### Apartado 63.1. CEMENTO

Se puede observar una clara tendencia al reconocimiento de Sellos y Marcas, así como a una significativa disminución de controles para los productos que ostenten este reconocimiento, lo que, a primera vista, parece justo y loable. No obstante, de seguir así, llegaría a suprimirse en su totalidad el control, lo que ni me parece justo, ni loable, máxime cuando todavía se detectan bajas de calidad en productos acogidos a este tipo de ventajas.

En el caso concreto del cemento me parece oportuno que, al menos, se recomiende la custodia y conservación de muestras preventivas, aunque el breve párrafo en el que ello se indica resulte poco explícito. ¿Por cuánto tiempo deben conservarse las muestras?

Aún considerando que los cementos nacionales gozan de un merecido prestigio, me parece excesiva la *eliminación total* de ensayos de control que recoge la nueva Instrucción —*no de, al menos, tres ensayos por obra, como me ha parecido leer en algunos comentarios al respecto* (1)—. De esta forma se obvian, aparte de otros aspectos, las posibles alteraciones que se pudieran producir en las características iniciales del cemento como consecuencia de un almacenamiento prolongado.

Por seguir un orden, los criterios sobre otros materiales con este tipo de reconocimiento serán tratados más adelante.

(1) La eliminación de la exigencia de tres ensayos en el transcurso de la obra quedó recogida en la EH-88, para los cementos poseedores de Sello, exigiéndose tan sólo un ensayo completo *antes de comenzar el hormigonado*. La nueva EH-91, en mi opinión desafortunadamente, ha suprimido este único ensayo. Me ha parecido oportuno introducir esta pequeña matización, cuya redacción, en la EH-88, fue causante de no pocos quebraderos de cabeza a los que tenían que interpretarla.

### Artículo 64º: CONTROL DE CALIDAD DEL HORMIGÓN

Tanto el texto del articulado como los propios comentarios del artículo 64º sobre el control de calidad del hormigón de la Instrucción EH-91 permanecen invariables respecto a la EH-88, indicando que se extenderá normalmente a la determinación de la consistencia y resistencia, con independencia de la comprobación de otras características que vinieran especificadas en el Pliego de Prescripciones Técnicas Particulares. Asimismo, señala que las actuaciones de control se realizarán de acuerdo con los artículos 65º a 70º, y que la toma de muestras se realizará de acuerdo con la norma UNE-83.300/84.

### Artículo 65º: CONTROL DE LA CONSISTENCIA DEL HORMIGÓN

Tampoco ha habido modificación alguna, en relación con este artículo, entre la EH-91 y EH-88. Si acaso, existen unas pequeñas y significativas diferenciaciones relativas a las especificaciones y norma de ensayo que más adelante se indicarán.

En cuanto a los ensayos indica que el valor de la consistencia se determinará mediante el método del cono de Abrams, en correspondencia con la norma UNE-83.313/87, en los siguientes casos:

—*Siempre que se fabriquen probetas para controlar la resistencia.*

—*En los casos previstos en 69.3.1 de esta Instrucción (control reducido).*

—*Cuando lo ordene el Director de Obra.*

Respecto a las condiciones de *aceptación o rechazo*, establece:

“*Si la consistencia se ha definido por su tipo, la media aritmética de los tres valores obtenidos según UNE-83.313/87 tiene que estar comprendida dentro del intervalo correspondiente y ninguno de los tres valores debe quedar fuera del intervalo resultante después de aplicar su tolerancia.*

*Si la consistencia se ha definido por su asiento, las tres medidas deben estar comprendidas dentro de la tolerancia.*

*El no cumplimiento de las condiciones anteriores implicará el rechazo automático de la amada correspondiente y la corrección de la dosificación”.*

Resultan ciertamente confusas las referencias a normas correspondientes a la determinación de la consistencia del hormigón.

a) Cuanto se remite a la norma UNE-83.313/87, se debe referir a la UNE-83.313/90, que es ade-



más la que viene en la relación de normas UNE de referencia de la EH-91.

b) Cuando nos remite a las especificaciones lo hace refiriéndose al apartado 10.6, correspondiente a Docilidad del Hormigón, en el que, en la parte de **comentarios**, hace referencia a la norma UNE-7.103, señalando que la consistencia del hormigón se mide por su asiento en el cono de Abrams, expresado en un número entero de centímetros, lo que parece no corresponderse con la norma UNE-83.313/90, ya que en el apartado de obtención de resultados indica que se expresará en centímetros con aproximación de  $\pm 0,5$  centímetros.

Respecto al número de determinaciones para obtener un resultado de consistencia observo que se sigue el mismo criterio anterior, es decir, tres conos para una determinación. En mi particular opinión este concepto es exagerado, entre otras razones, porque atendiendo a las recomendaciones de cantidad de muestra y tiempo máximo para la preparación de la muestra y ensayos con el hormigón fresco, muy probablemente se superen las limitaciones impuestas, máxime cuando además hay que fabricar también tres probetas para el ensayo a compresión.

#### **Artículo 66º: CONTROL DE LA RESISTENCIA DEL HORMIGÓN**

Sobre el control de la resistencia, la Instrucción EH-91, que coincide en su totalidad con lo expuesto en la EH-88, se remite, aparte de a los ensayos de los materiales componentes y de la consistencia, además de los prescritos en el Pliego de Prescripciones Técnicas Particulares, a los ensayos indicados con carácter de preceptivos en el Artículo 69º, sobre el hormigón fresco, y a los denominados ensayos de información del Artículo 70º, que establece con carácter de recomendables en determinados casos.

Asimismo, e igualmente con carácter de recomendables, se refiere a los ensayos previos y/o ensayos característicos, cuya metodología y procedimiento de ensayo coinciden con los expuestos en la anterior Instrucción EH-88.

#### **Artículo 69º: ENSAYOS DE CONTROL DEL HORMIGÓN**

##### *“69.1. Generalidades”*

*Estos ensayos son preceptivos en todos los casos y tienen por objeto comprobar, a lo largo de la ejecución, que la resistencia característica del hormigón de la obra es igual o superior a la de proyecto.*

*El control podrá realizarse en dos modalidades:*

*—Control total (control al 100 por 100), cuando se conozca la resistencia de todas las amasadas.*

*—Control estadístico del hormigón, cuando sólo se conozca la resistencia de una fracción de las amasadas que se controlan. En este caso, en función del valor adoptado para  $\gamma_c$  y de acuerdo con el Artículo 31º, se establecen tres niveles de control estadístico de la calidad del hormigón:*

- Control estadístico a nivel reducido.*
- Control estadístico a nivel normal.*
- Control estadístico a nivel intenso.*

*En ambas modalidades los ensayos se realizarán sobre probetas ejecutadas en obra, conservadas y rotas según UNE-83.301/84, UNE-83.303/84 y UNE-83.304/84.*

*Para edificación, los ensayos de control del hormigón, serán realizados por laboratorios que cumplan lo establecido en el Real Decreto 1230/1989 y disposiciones que lo desarrollan”.*

En este apartado, la Instrucción EH-91, como única modificación, introduce en el articulado el último párrafo que hemos destacado en negrilla.

#### **Apartado 69.2: CONTROL TOTAL (CONTROL AL 100 POR 100)**

*“Esta modalidad de control es de aplicación a cualquier obra y cualesquiera que sean los valores adoptados para  $\gamma_c$  de conformidad con el Artículo 31º de esta Instrucción.*

*El control se realiza determinando la resistencia de todas las amasadas componentes de la parte de obra sometida a control y calculando, a partir de sus resultados, el valor de la resistencia característica real, según 26.1.*

*Para que el conjunto de amasadas sometidas a control sea aceptable, es preciso que se cumpla:*

$$f_{c, real} \geq f_{ck}$$

En el apartado de **comentarios** resulta interesante destacar el primer párrafo, que dice textualmente:

*“En la mayoría de las obras, este tipo de control no deberá utilizarse, por el elevado número de probetas que implica confeccionar, conservar y romper, la complejidad de todo orden que supone para la obra y el elevado costo del control”.*

En este sentido mercede la pena hacer una aclaración digna de señalar. Esta se refiere a que normalmente no se suele tener en cuenta una serie de condicionantes que darían lugar a planteamientos, para la determinación de la resistencia estimada, muy distintos de los que habitual y equivocadamente se vienen utilizando.

Entre otros, estos condicionantes serían:

—Contrariamente con el supuesto que indica la Instrucción, la mayoría de obras corresponden a promociones de menos de 8 viviendas (1).

—En la actualidad, lo normal es utilizar hormigón de central, empleando para ello camiones que llegan a transportar hasta 12 m<sup>3</sup>.

Resulta fácil comprender cómo tan sólo estos dos condicionantes convertirían un plan de control inicialmente previsto por muestreo estadístico, en un control continuo, o control 100 por 100, puesto que 12 m<sup>3</sup> podrían bastar para completar un lote de pilares o un lote de forjado, no debiéndose utilizar, en estos casos, ningún tipo de estimador, circunstancia que no se suele tener en cuenta.

### **Apartado 69.3: CONTROL ESTADÍSTICO DEL HORMIGÓN**

La Instrucción EH-91, al igual que la EH-88 y anteriores, establece para el control estadístico del hormigón tres niveles:

- Control estadístico a nivel reducido.
- Control estadístico a nivel normal.
- Control estadístico a nivel intenso.

#### **Apartado 69.3.1: ENSAYOS DE CONTROL A NIVEL REDUCIDO**

*“En este nivel el control se realiza por medición de la consistencia del hormigón, fabricado de acuerdo con dosificaciones tipo.*

*Con la frecuencia que se indique en el Pliego de Prescripciones Técnicas Particulares o por el Director de Obra, y con no menos de cuatro determinaciones espaciadas a lo largo del día, se realizará un ensayo de consistencia, según el Artículo 65º.*

*De la realización de tales ensayos quedará en obra la correspondiente constancia, a través de los valores obtenidos y decisiones adoptadas en cada caso”.*

A partir de este párrafo, la Instrucción EH-91 establece dos modificaciones, de las que una de ellas merece la pena comentar.

Esta se refiere a la elevación de la resistencia característica exigida en Proyecto para permitir efectuar control reducido, situándola en **175 Kp/cm<sup>2</sup>** en lugar de los **150 Kp/cm<sup>2</sup>** que figuraba en la Instrucción EH-88 y anteriores. La otra modificación se refiere exclusivamente a la

denominación del cemento, en correspondencia con el Pliego RC-88.

Me parece oportuna la elevación de 150 Kp/cm<sup>2</sup> a 175 Kp/cm<sup>2</sup>, más que por el hecho de permitir acogerse al tipo de control a nivel reducido en Proyectos con esta especificación de resistencia, por la presumible tendencia de ir elevándola a valores más acordes con la actualidad. Aún así, el 175 Kp/cm<sup>2</sup> lo considero todavía escaso. Bueno sería haberlo elevado a 200 Kp/cm<sup>2</sup>, conscientes del incumplimiento sistemático del límite de los 300 Kg de contenido en cemento, con el grave riesgo que supone para la durabilidad.

En otro orden de cosas, me pregunto si no servirá esta modificación para que algunos proyectistas se acojan masivamente a la modalidad de control reducido. De ser así, creo que se habría perdido la filosofía que me ha parecido observar en la aludida elevación de resistencia.

#### **Apartado 69.3.2: ENSAYOS DE CONTROL A NIVEL NORMAL**

*“Esta modalidad de control es de aplicación a obras en cuyo proyecto se haya adoptado para  $\gamma_c$  un valor  $\gamma_c \geq 1,5$ , en correspondencia con el Artículo 31º.*

*A efectos de control, salvo excepción justificada, se dividirá la obra en partes sucesivas (lotes) inferiores cada una al menor de los límites señalados en el Cuadro 69.3.2.a. No se mezclarán en un mismo lote elementos de función resistente distinta, es decir, que pertenezcan a columnas distintas del Cuadro.*

*El control tiene por objeto determinar si el hormigón de cada lote es aceptable con arreglo a los criterios de esta Instrucción.*

*El control se realiza determinando la resistencia de  $N$  amasadas (véase 10.2) en número  $N \geq 2$  y frecuencia que fijará el Director de Obra de no estar prevista en el Pliego de Prescripciones Técnicas Particulares, tomadas al azar entre los componentes de la obra sometida a control. Cuando el lote abarque a dos plantas el hormigón de cada una de ellas deberá dar origen, al menos, a una determinación.*

*En todo caso, el contratista podrá utilizar un número de determinaciones superior al mencionado anteriormente, siendo a su costa el sobre costo del ensayo.*

*Ordenados los resultados de las determinaciones de resistencia, de las  $N$  amasadas controladas, en la forma:*

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_m \dots \leq x_N$$

*se define como resistencia característica estimada, en este nivel, la que cumple las siguientes expresiones:*

(1) Un reciente estudio efectuado por la C.O.F.U.T. ha puesto de manifiesto que el 50% de las promociones de la Comunidad Valenciana son de menos de 10 viviendas y que el 85% son de menos de 20 viviendas.

$$\text{Si } N < 6; f_{est} = K_N \cdot x_1$$

$$\text{Si } N \geq 6; f_{est} = 2 \cdot \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{m-1}}{m-1} - x_m \leq K_N \cdot x_1$$

siendo:

$K_N$  = Coeficiente dado en el Cuadro 69.3.2.b, en función de  $N$  y del tipo de instalación en que se fabrique el hormigón.

$x_1$  = Menor resistencia de la amasada.

$m = N/2$ , si  $N$  es par.

$m = (N-1)/2$ , si  $N$  es impar.

El lote sometido a control será aceptado si se verifica que:

$$f_{est} \leq f_{ck}$$

Hasta aquí, el articulado de la Instrucción EH-91 permanecía invariable respecto a la EH-88, produciéndose en este momento un significativo cambio que se reproduce en los párrafos siguientes.

*“En el caso de hormigones fabricados en Central de Hormigón Preparado en posesión de un Sello de Calidad oficialmente reconocido, se podrá reducir el muestreo al 50% de los lotes, realizando éste al azar, siempre y cuando se den además las siguientes condiciones:*

—Los resultados de control de producción exigidos por el sello están a disposición del utilizador y sus valores son satisfactorios.

—El número mínimo de lotes que deberá muestrearse en obra será de tres, correspondiendo a los lotes relativos a los tres tipos de elementos estructurales que figuran en el Cuadro 69.3.2.a. En caso de que haya más lotes corresponderán preferentemente a elementos trabajando a compresión.

En el caso de que en algún lote la  $f_{est}$  fuera menor que la resistencia característica de proyecto se muestreará en obra el 100% de los lotes hasta que cuatro lotes consecutivos obtengan resultados correctos”.

Es de destacar la modificación introducida en la EH-91, en la que, como gran novedad, establece la distinción sobre el hormigón suministrado por una Central que disponga de **Sello de Calidad** oficialmente reconocido, llegando a concederle una reducción del 50% del muestreo, respecto a los hormigones fabricados en una central sin Sello. Recordemos que la anterior Instrucción tan sólo distinguía, para el caso de hormigones suministrados por una Central, el que el control de producción fuese realizado con, o sin, supervisión externa independiente, permitiendo la aplicación de coeficientes más altos para la determinación de la resistencia estimada del lote, en los casos en que el control de producción fuese realizado por organismos

independientes, concepto que también supuso un cambio sustancial respecto a la Instrucción EH-82 y anteriores.

A propósito de la pequeña modificación introducida en el CUADRO 69.3.2.a y del reconocimiento para las Centrales de Hormigón Preparado poseedoras de Sello de Conformidad, interesa hacer algunos comentarios más.

La supresión del número de amasadas para el establecimiento de los Lotes de control (véanse Tablas 69.3.2.a. de las Instrucciones EH-88 y EH-91), habida cuenta de que todavía se están empleando en obras de poca importancia hormigoneras de hasta 125 litros, me parece del todo oportuna. Interesa señalar que esta supresión tan sólo se admite para obras de edificación, lo que resulta conceptualmente coherente, ya que es difícil imaginar el empleo de este tipo de instalaciones en obra civil.

Si bien parece justo que se vaya primando el buen hacer de las Centrales de Hormigón Preparado, la reducción del 50% de muestreo para las que estén en posesión del Sello de Calidad me parece, en principio, un tanto excesiva. Creo que se trata de un material que todavía presenta poca regularidad. ¿No sería más justo primar precisamente la regularidad? En este sentido, bueno sería que se fuera aplicando para el hormigón el mismo criterio que el que recoge el nuevo Pliego para el cemento, es decir, limitar las resistencias por abajo, y también por arriba. Además, admitida la reducción de muestreo para Centrales con Sello, ¿por qué razón no concederle la misma prerrogativa a las instalaciones de obra con control externo independiente que demuestren su cualificación para fabricar un hormigón de calidad adecuada?

### Apartado 69.3.3: ENSAYOS DE CONTROL A NIVEL INTENSO

*“Este tipo de control es preceptivo siempre que la resistencia de proyecto sea mayor de 250 Kp/cm<sup>2</sup>, o cuando para  $\gamma_c$  se adopte un valor menor de 1,5, de conformidad con el Artículo 31<sup>a</sup>.*

*A los efectos de control se dividirá la obra en lotes, con arreglo a los criterios del Cuadro 69.3.2.a., siendo el objeto del control determinar si el hormigón componente de cada uno de los lotes es aceptable, con arreglo al contenido de esta Instrucción.*

*El control de cada lote se realiza sobre un número  $N$  de determinaciones de resistencia de otras tantas amasadas, tomadas al azar, entre las componentes del lote controlado. Los valores de  $N$  se establecerán de acuerdo con la sistemática que se define en este Artículo.*

*En general, obtenidas las resistencias de  $N$  amasadas y ordenadas de menor a mayor en la forma:*

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_m \leq \dots \leq x_N$$

se define la resistencia característica estimada, de la parte del lote sometido a control, por:

$$f_{est} = 2 \cdot \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{m-1}}{m-1} - x_m \leq K_N \cdot x$$

siendo:

$m = N/2$  ó  $(N-1)/2$ , según sea  $N$  par o impar, respectivamente.

$K_N$  = Parámetro definido en 69.3.2, para el caso de control a nivel normal, función del valor  $N$  y del tipo de instalación en que se fabrica el hormigón.

El lote sometido a control será aceptable si se verifica que:

$$f_{est} \geq f_{ck}$$

La sistemática de la aplicación de este nivel de control a la totalidad de la obra, será la siguiente:

Al comienzo del control, se tomará  $N = 12$ ; cuando en cuatro lotes consecutivos, con  $N = 12$  se haya obtenido aceptación ( $f_{est} \geq f_{ck}$ ), se tomará en los siguientes,  $N = 6$ . Se volverá a tomar  $N = 12$ , a partir del momento en que, con  $N = 6$ , se obtenga  $f_{est} \leq f_{ck}$ , volviéndose a tomar  $N = 6$  tan pronto como en cuatro lotes consecutivos se obtenga  $f_{est} \geq f_{ck}$ .

Este proceso se repetirá tantas veces como sea preciso".

Como comentario, se puede añadir que esta modalidad de control no suele ser práctica habitual en la mayoría de las obras, lo que sorprende, ya que resulta fácil comprender cómo la utilización del control en este nivel conduce a estructuras más económicas, por el simple hecho de permitir rebajar los coeficientes de ponderación en general, ( $\gamma_c = 1,4$ ;  $\gamma_s = 1,1$ ;  $\gamma_f = 1,5$ ), comparados con los utilizados en el nivel normal, ( $\gamma_c = 1,5$ ;  $\gamma_s = 1,15$ ;  $\gamma_f = 1,6$ ) y más aún si los comparamos con los del nivel reducido, ( $\gamma_c = 1,7$ ;  $\gamma_s = 1,2$ ;  $\gamma_f = 1,8$ ).

Interesa asimismo añadir que, salvo en los casos en que la distancia y situación geográfica de la obra encarezca en exceso la utilización de los niveles *normal* o *intenso*, el control en el *nivel reducido* comporta un encarecimiento de la estructura, no sólo por los coeficientes de ponderación requeridos en este nivel, sino, más aún, por el imperativo de tener que calcular con una calidad de acero  $f_{yk} \leq 2.200 \text{ Kp/cm}^2$ , según veremos más adelante, circunstancia que infravalora en exceso las características resistentes de cualquiera de los tipos de acero que se suelen utilizar en la actualidad.

#### Apartado 69.4: DECISIONES DERIVADAS DEL CONTROL DE RESISTENCIA

En este apartado se indicarán los criterios

que recoge la Instrucción EH-91, que coinciden exactamente con los de la anterior EH-88.

"Cuando en un lote de obra, sometido a cualquiera de los niveles de control expuestos, sea  $f_{est} \geq f_{ck}$ , tal lote se aceptará.

Si resultase  $f_{est} < f_{ck}$ , a falta de una explícita previsión del caso en el Pliego de Prescripciones Técnicas Particulares de la obra y sin perjuicio de las sanciones contractuales previstas (véase apartado 4.4), se procederá como sigue:

a) Si  $f_{est} \geq 0,9 \cdot f_{ck}$ , el lote se aceptará.

b) Si  $f_{est} < 0,9 \cdot f_{ck}$  se podrán utilizar, a juicio del Director de Obra y a costa del Constructor, los estudios y ensayos que procedan de entre los siguientes:

—Estudio de la seguridad de los elementos que componen el lote, en función de la  $f_{est}$  deducida de los ensayos de control, para estimar la variación del coeficiente de seguridad global respecto del previsto en el Proyecto.

—Ensayos de información para estimar la resistencia del hormigón puesto en obra, de acuerdo con lo especificado en el Artículo 70<sup>º</sup>, realizando un estudio análogo al mencionado en el párrafo anterior, basados en los nuevos valores de resistencia obtenidos.

—Ensayos estáticos de puesta en carga (prueba de carga), de acuerdo con 73.2, en elementos estructurales sometidos a flexión. La carga de ensayo no excederá del valor característico de la carga tenida en cuenta en el cálculo.

En función de los estudios y ensayos ordenados por el Director de Obra y con la información adicional que el constructor pueda aportar a su costa, aquél decidirá si los elementos que componen el lote se aceptan, refuerzan o demuecen, habida cuenta también de los requisitos referentes a la durabilidad y a los estados límites de servicio".

Resulta particularmente importante el concepto de este último párrafo, ya que la decisión de reforzar o demoler es la última que, en cualquier caso, se debe tomar. Es por ello que, con anterioridad a la toma de cualquiera de estas dos decisiones, se deberá tener un conocimiento preciso sobre los condicionantes resistentes del elemento o zona presuntamente afectada de baja de resistencia, aparte de una claridad conceptual sobre la trascendencia de lo que se decide, lo que no quiere decir que, en definitiva, cualquiera de estas decisiones sea la acertada.

En términos generales, con anterioridad a la toma de decisiones, es aconsejable llevar a cabo las siguientes comprobaciones:

—Evaluar, con la necesaria sensatez y racionalidad, si la baja de resistencia obtenida es merecedora de las actuaciones que se decidan llevar a efecto.

—Verificación del instrumental y metodolo-

gía de ensayo que dieron lugar a los valores de resistencia, en el sentido de estimar si la baja de resistencia ha podido tener que ver en el, o los, procedimientos utilizados. Esta verificación es particularmente importante en los casos en que el rechazo ha estado motivado por una baja de escasa entidad.

—Intensificar el muestreo de la zona de estructura cuestionada, a partir de los ensayos de información que se expondrán en el próximo apartado.

—Siempre resultará muy recomendable recurrir a procedimientos de análisis de tipo determinista, de forma que se pueda evaluar si la baja de resistencia es localizada o, por el contrario, extensiva a todo el lote.

—Analizar los supuestos e hipótesis de cálculo del proyecto, en el sentido de comprobar si éstos se han tomado muy ajustados o, por el contrario, con ciertos criterios de conservadurismo. De igual forma, habrá que tener en cuenta la cuantía y tipo de sollicitación, ya que no se debe conceptuar de igual forma una baja de resistencia en el hormigón de una pieza sollicitada a flexión que si lo está a compresión, o, en el caso de estar sollicitada a compresión, si ésta es importante o escasa (pilar de sótano o de última planta), ya que en muchos casos los propios imperativos de dimensionado conducen a piezas calculadas muy del lado de la seguridad.

—Siempre será necesario evaluar otros condicionantes —*durabilidad, deformabilidad, fisurabilidad, etc.*— que, en muchas ocasiones, pueden comportar decisiones por otros aspectos distintos a los que exclusivamente competen a la propia seguridad. Pensemos que una comprobación a seguridad de un pilar con una resistencia estimada de menos de 100 Kp/cm<sup>2</sup>, puede proporcionar un  $\gamma_f > 1,6$ , y por condicionantes de durabilidad no ser aceptable.

—En cualquier caso, de acuerdo con lo expuesto en los párrafos de comentarios de la EH-91, “antes de tomar la decisión de reforzar o demoler, el Director de Obra, para estimar la disminución de la seguridad, podrá consultar con el Proyectista y/o con Organismos Especializados.

En definitiva, siempre será prudente que, con anterioridad a la toma de cualquier decisión, sean considerados los planteamientos expuestos para permitir obtener los datos necesarios que avalen la decisión.

#### **Artículo 70º: ENSAYOS DE INFORMACION DEL HORMIGON**

Tanto el texto del articulado como el correspondiente a los comentarios de la EH-91 permanecen invariables respecto a la EH-88. No obstante, puesto que se trata de un tipo de ensayos que proporcionan datos de gran interés

sobre la estructura ya realizada, me permito reproducir literalmente el texto de Comentarios así como algunas indicaciones al respecto.

#### *“Comentarios:*

*La realización de estos ensayos tiene interés, entre otros, en los siguientes casos:*

—*Cuando no se dispone de suficiente número de resultados de control, o en los casos previstos en 69.4.*

—*Cuando existan dudas razonables sobre las condiciones de ejecución de la obra (transporte, vertido, compactación y curado del hormigón).*

—*Para seguir el desarrollo de resistencia de hormigones jóvenes, estimando así el momento idóneo para realizar el descimbrado o la puesta en carga de elementos estructurales.*

—*En estructuras con síntomas de deterioro o que han estado sometidas a determinadas acciones que podrían haber afectado a su capacidad resistente (sobrecargas excesivas, fuego, heladas, etc.).*

—*Cuando por cambios de uso, una determinada estructura va a soportar acciones no previstas en el Proyecto inicial.*

—*Para la rehabilitación de edificios”.*

Se puede observar cómo sigue la tendencia de limitar la utilización de los ensayos de información a lotes con presunción de bajas de resistencia o a obras con evidentes signos de deterioro. ¿No es mejor prevenir que curar? Bueno sería que los ensayos con hormigón fresco fueran complementados con otros ensayos, destructivos y no destructivos, una vez finalizada la estructura, concepto que bien podría dar lugar a un nuevo articulado sobre *pruebas finales de servicio*.

En mi particular opinión, los ensayos de información que se incluyen en el texto del articulado, a los que habría que añadir los ensayos de puesta en carga y otros no destructivos, deberían ser contemplados como ensayos preceptivos, que habría que realizar una vez finalizada la construcción de la estructura, bajo la denominación de *pruebas finales de servicio*. La conveniencia de la realización de este tipo de ensayos podría quedar justificada, entre otros casos, para comprobar las alteraciones que hubiera podido sufrir el hormigón durante las operaciones de ejecución —*transporte, vertido, compactado, vibrado, curado, etc.*—, para comprobar las *condiciones de homogeneidad* y, sobre todo, porque se trataría de un muestreo mucho más aleatorio que el que se efectúa a partir de muestras con tan sólo hormigón fresco. El reservar un pequeño porcentaje de la totalidad de probetas de hormigón fresco que hay que tomar en el establecimiento de un Plan de Control, para extraerlas de la propia estructura,

podría resultar un procedimiento de muestreo más acorde con la realidad.

#### **Artículo 71º: CONTROL DE CALIDAD DEL ACERO**

Al igual que lo indicado para el control de resistencia del hormigón, en base al coeficiente de minoración adoptado,  $\gamma_s$ , la Instrucción EH-91, en correspondencia con las indicaciones apuntadas en el Artículo 31º, establece los siguientes niveles para controlar el acero:

- Control a nivel reducido.
- Control a nivel normal.
- Control a nivel intenso.

Si bien los apartados correspondientes al control de calidad del acero de la Instrucción EH-91, tanto en relación al articulado como a los propios comentarios, permanecen invariables respecto a los de la EH-88, el relativo a las condiciones de aceptación o rechazo presenta una serie de significativas modificaciones que interesa indicar y comentar. Los siguientes párrafos (en cursiva) se refieren al texto literal de la EH-91, añadiéndose a continuación algunos comentarios a propósito de lo que podrían suponer contradicciones sobre la intención que parece adivinarse en el articulado.

*“Según el resultado de los ensayos a que ha sido sometido el acero y según los tres tipos de control admitidos, se ajustará la Dirección de Obra a los siguientes criterios de aceptación o rechazo:*

##### **a) Control a nivel reducido:**

*Comprobación de la sección equivalente: Si las dos verificaciones que han sido realizadas resultan satisfactorias, la partida quedará aceptada. Si las dos resultan no satisfactorias, la partida será rechazada. Si se registra un solo resultado no satisfactorio, se verificarán cuatro nuevas muestras correspondientes a la partida que se controla, y si alguna de estas nuevas cuatro verificaciones resulta no satisfactoria, la partida será rechazada. En caso contrario, será aceptada.*

*Formación de grietas o fisuras en los ganchos de anclaje: La aparición de grietas o fisuras en los ganchos de anclaje de cualquier barra, obligará a rechazar toda la partida a la que la misma corresponda.*

##### **b) Control a nivel normal o a nivel intenso.**

*Comprobación de la sección equivalente: Se efectuará igual que en el caso de control a nivel reducido.*

*Características geométricas de los resaltes de las barras corrugadas: El incumplimiento de los límites admisibles establecidos en el certificado de homologación, será condición suficiente para que se rechace la partida correspondiente.*

*Ensayos de doblado simple y de doblado-desdoblado: Si los resultados obtenidos en las dos probetas ensayadas son satisfactorios, la partida quedará aceptada. Si fallase uno de los resultados, se someterán a ensayo cuatro nuevas probetas. Cualquier fallo registrado en estos nuevos ensayos obligará a rechazar la partida correspondiente. Finalmente, si los resultados obtenidos en las dos probetas inicialmente ensayadas no son satisfactorios, la partida será rechazada.*

*Ensayos de tracción para determinar el límite elástico, la carga de rotura, y el alargamiento en rotura: Mientras los resultados de los ensayos sean satisfactorios, se aceptarán las barras del diámetro correspondiente. Si se registra algún fallo, todas las barras de este mismo diámetro existentes en obra y las que posteriormente se reciban, serán clasificadas en lotes correspondientes a las diferentes partidas suministradas, sin que cada lote exceda de las 20 toneladas. Cada lote será controlado mediante ensayos sobre dos probetas. Si los dos resultados fuesen no satisfactorios, el lote será rechazado, y si solamente uno de ellos resulta no satisfactorio, se efectuará un nuevo ensayo completo de todas las características mecánicas que deben comprobarse, sobre 16 probetas. El resultado se considerará satisfactorio si la media aritmética de los dos resultados más bajos obtenidos superan el valor garantizado y todos los resultados superan el 95% de dicho valor. En caso contrario, el lote será rechazado.*

*Ensayo de soldeo: En caso de registrarse algún fallo en el control del soldeo en obra, se interrumpirán las operaciones de soldadura y se procederá a una revisión completa de todo el proceso”.*

Hasta ahora, los sub-apartados a) y b) de ambas Instrucciones EH-88 y EH-91 permanecen invariables, produciéndose las modificaciones a que me he referido anteriormente en el apartado c), correspondiente al control de aceros homologados, en obras de edificación.

A continuación se expone el articulado correspondiente al apartado c) de cada una de las Instrucciones EH-88 y EH-91, en los que se pueden observar, en negrilla, las modificaciones introducidas, modificaciones que por referirse a nuevos conceptos de muestreo para los aceros homologados y presentar notables diferencias y ciertas reservas en su interpretación serán comentadas en los próximos párrafos.

*EH-88: En las obras de edificación, si el material ostenta el Sello de Conformidad CIETSID, homologado por el Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, se procederá de la siguiente manera:*

c1) Si el proyectista prescribe el empleo de acero con este Sello y adopta un  $\gamma_s = 1,15$ , el control que habrá que realizar será el correspondiente a nivel normal, pero reduciendo en un 50% la intensidad de muestreo. Si adopta un  $\gamma_s = 1,10$ , el control que se deberá realizar será el de nivel normal, sin reducir la intensidad de muestreo. No se considera necesario aplicar a materiales con este Sello el control a nivel intenso.

c2) Si no figura en el Proyecto el empleo de acero con este Sello y en él se prevé control a nivel normal, la Dirección de Obra podrá reducir en un 50% la intensidad de muestreo. Si en el Proyecto estaba previsto control a nivel intenso, la Dirección de Obra podrá autorizar el control a nivel normal. En el caso de que se registre algún fallo en cualquiera de los ensayos, se procederá según lo indicado en el apartado b).

***EH-91: En las obras de edificación, si el material ostenta el Sello de Conformidad CIETSID, homologado por el Ministerio de Obras Públicas y Transportes o bien otro sello homologado en un Estado Miembro de la Comunidad Económica Europea que tenga un nivel de seguridad equivalente, se procederá de la siguiente manera:***

c1) Si el proyectista prescribe el empleo de acero con este Sello, y adopta  $\gamma_s = 1,15$ , el control que habrá que realizar será el correspondiente a nivel normal, pero estableciendo el muestreo sobre lotes de 20 t o fracción, del total del acero, procedente de cada uno de los fabricantes, empleado en obra. Asimismo, la comprobación de las características mecánicas se realizará sobre una probeta de cada marca de acero empleada. Si adopta un  $\gamma_s = 1,10$ , el control que se deberá realizar será el de nivel normal, sin reducir la intensidad de muestreo. No se considera necesario aplicar a materiales con este Sello el control a nivel intenso.

c2) Si no figura en el Proyecto el empleo de acero con este Sello y en él se prevé control a nivel normal, la Dirección de Obra, podrá reducir la intensidad del muestreo con los mismos criterios establecidos en el apartado c1), correspondientes al nivel normal. Si en el Proyecto estaba previsto control a nivel intenso, la Dirección de Obra podrá autorizar el control a nivel normal.

c3) En el caso de que se registre algún fallo en cualquiera de los ensayos, se procederá según lo indicado en b). Cuando se haya adoptado un  $\gamma_s = 1,15$ , el contraensayo, para el ensayo de tracción indicado en b), se realizará sobre dos probetas por cada diámetro y lote de todas las barras existentes en obra procedentes del fabricante de aquéllas en las que se ha registrado el fallo y de las que posteriormente se reciban del mismo, sin que cada lote exceda de las 20 t.

En primer lugar, interesa señalar que la totalidad del texto del apartado c), concretamente en el que se han producido las modificaciones,

se refiere exclusivamente a los aceros homologados que se vayan a utilizar **en obras de edificación**. ¿Por qué tan sólo en obras de edificación?

La modificación incluida en el apartado c) se refiere a la utilización, no sólo de los aceros homologados que posean el Sello CIETSID, sino a cualquier otro que esté homologado en un Estado Miembro de la Comunidad Económica Europea y que tenga un nivel de seguridad equivalente.

Por su parte, la modificación introducida en el apartado c1) es mucho más significativa, al tiempo que novedosa. Indica que el muestreo deberá hacerse sobre lotes de 20 toneladas, o fracción, pero procedente de cada uno de los fabricantes que suministren material a obra. Quiere esto decir que, en el supuesto de que se utilice una sola marca, la totalidad del acero a emplear habría que distribuirla en lotes de 20 t, o fracción, debiendo llevarse a cabo sobre cada uno de los lotes los ensayos establecidos para el nivel normal, es decir *características geométricas, doblado simple a 180° y doblado-desdoblado a 90°*, sobre dos probetas por cada lote, y tan sólo un *ensayo mecánico*, sobre el total del acero acopiado, en el que se determinará el *límite elástico, la carga de rotura y el alargamiento en rotura*. En el supuesto de que el material acopiado en obra fuese de más de un fabricante, los ensayos indicados habría que repetirlos para cada uno de ellos.

Lo que a primera vista parece suponer una reducción de ensayos según el criterio que establece la EH-91, salvo en los casos en los que tan sólo intervenga un fabricante y además se trate de cuantías de acopio escasas, el número de ensayos que habría que realizar sería mayor, ya que la reducción del 50% del muestreo que la EH-88 concede a los aceros con Sello no queda contemplada en la EH-91.

Otra circunstancia que interesa señalar, y que puede repercutir en gran medida sobre el número de ensayos que hay que realizar, se refiere a la toma de muestras, ya que su realización de forma adecuada puede resultar poco menos que inviable, máxime cuando se trata de establecer lotes por fabricante en lugar de por diámetros, como ocurría en el caso que contemplaba la Instrucción EH-88.

Cuando el acero que se vaya a utilizar en una determinada obra proceda del propio fabricante o, en su caso, de un almacenista al que se le haya solicitado una marca concreta, el establecimiento de lotes y posterior toma de muestras puede resultar, en cierta medida, una operación más o menos sencilla y en términos generales adecuada. Por el contrario, cuando el acero empleado proceda de un taller de ferralla, que en la actualidad suele ser lo frecuente, la toma de muestras de forma adecuada puede llegar a complicarse extraordinariamente.

Evidentemente, cuando la toma de muestras se realiza en el propio taller de ferralla, como normalmente se suele suministrar de varios fabricantes, puede que el acero tomado no se corresponda con el que realmente se utilice en la obra objeto de control. Si se toma de la obra, tampoco puede garantizarse que las barras que se van a ensayar sean fiel reflejo de la totalidad del acero empleado. En los casos en que la Constructora posea su propio almacén o, en su caso, taller de ferralla, el tomarlo de obra o del almacén no parece tener gran trascendencia, ya que presenta idénticas dudas en relación con lo que debe ser considerado como un muestreo realizado de forma adecuada.

Por todo ello, aún considerando que una distribución de lotes por fabricantes es mucho más coherente que por simples diámetros, la práctica imposibilidad de que la toma de muestras pueda llevarse a cabo adecuadamente, hace que el control sobre este material no quede definido de forma satisfactoria.

Creo que, conceptualmente, el nuevo establecimiento de lotes por fabricantes que estén en posesión de Sello de Conformidad CIETSID se trata, en términos generales, de un acierto. No así la limitación de los ensayos mecánicos a una probeta de cada marca de acero empleada, que me parece un tanto excesiva. No obstante, analizado este concepto desde el prisma de la más estricta realidad y apoyado en la redacción del texto relativo a las Condiciones de Aceptación y Rechazo, no puedo ocultar que se me presentan muchas dudas sobre su correcta interpretación que no quisiera dejar de manifestar.

a.—Admitido que en la mayoría de los casos la ferralla de la obra procede de talleres especializados, en los que se suelen mezclar partidas de fabricantes distintos, una toma de muestras de forma adecuada, bien en obra, bien en taller, se trata de un aspecto casi inabordable. Si la toma de muestras se hace en obra, mal, ya que normalmente la ferralla se suele suministrar en forma de jaulas. Si se hace sobre el acopio del taller, peor aún, pues puede que las muestras que se tomen pertenezcan a una obra distinta de la que se controla.

b.—El no hacer distinción de la totalidad del acopio, hace que sea tratado el control de una vivienda unifamiliar ( $\approx 5$  t) con el mismo criterio que el de un edificio de cien, o más viviendas, que los hay ( $\approx 300$  t), lo que no parece, ni prudente, ni razonable. O se comprueban las características mecánicas, o no se comprueban, pero el limitarlo a un solo ensayo resulta poco menos que ridículo. En mi particular opinión, se debería dejar un solo ensayo por marca o fabricante, pero por cada Lote de 20 toneladas.

c.—Si bien he puesto de manifiesto reiterativamente el acierto conceptual que supone la distinción entre los muestreos por diámetro o,

en su caso, por fabricante, el pretender extrapolarlo a la determinación de las características geométricas no me parece tan acertado. Resulta evidente que cuando hablamos de las características mecánicas de una determinada marca no cabe distinción entre un  $\phi$  25 y un  $\phi$  10, ya que dependerá de la calidad del material, presumiblemente igual en ambos diámetros.

Por contra, cuando hablamos de la geometría de los resaltos, no se debe emplear el mismo concepto, ya que ésta dependerá del procedimiento de laminación, que nada tiene que ver con la propia calidad del material.

d.—No acabo de entender a qué se refiere cuando dice que se podrá pasar de nivel intenso a normal *sin reducir la intensidad de muestreo*. Creo que la reducción de la intensidad de muestreo quedaba reflejada tan sólo en la Instrucción EH-88. A no ser que, la EH-91, conceptúe como reducción el hecho de distribuir los *Lotes por fabricante*, en lugar de *por diámetros*. Si es así, me parece entender que se pierde el concepto de muestrear por marcas o fabricantes.

e.—Una última apreciación. Un mismo fabricante puede hacer varias calidades, 400, 500, soldables, no soldables, etc., lo que implica distinciones en la composición del material. En mi opinión, la palabra *fabricante y/o marca* debería ir acompañada de *tipo y/o calidad*.

En definitiva, se han podido observar una serie de aspectos dudosos, desde la misma toma de muestras, pasando por la correcta interpretación de las intensidades de muestreo para aceros con, o sin, Sello, y algunas circunstancias más; lo que hace que la realización del control de calidad de este material de forma adecuada sea ciertamente complicada. Sinceramente, creo que este Capítulo necesita una revisión en profundidad.

## ALGUNAS NOVEDADES Y AUSENCIAS

Se sigue echando de menos la ampliación de algunos artículos que presentan dudas razonables sobre su correcta interpretación, así como ausencias totales de otros que la propia racionalidad viene reclamando desde hace mucho tiempo.

—Se observa una total ausencia de especificaciones sobre los cálculos, tipo de reconocimientos, normas de actuación y control, etc., de estructuras ya existentes. En esta época, en que la rehabilitación de edificios está cobrando gran interés, y no pocos quebraderos de cabeza, sería bueno la inclusión de algún artículo que tratara en profundidad el escabroso tema de los refuerzos, acondicionamientos y reparación de las estructuras existentes.

—Aunque se hacen algunas citas a las accio-



nes durante la construcción, la ubicación de acopios importantes en forjados, el indiscriminado tratamiento de los cimbrados consecutivos, el excesivo conservadurismo en el descimbrado, las heladas, y un sinfín más de circunstancias, hace aconsejable que este tema deba ser tratado de forma más extensa y precisa.

—Creo que el tema referente a juntas en general, dilatación, hormigonado, retracción, etc., debería ser más preciso, sobre todo en esta época en que las fisuraciones en los elementos que conforman las estructuras, fundamentalmente en capas de reparto de forjados, losas y grandes macizos, están a la orden del día.

—Pocos cambios, más bien ninguno, respecto al Control de la Ejecución, cuando esta etapa se presenta como otra de las protagonistas de las patologías en nuestro país. Justo reconocimiento merecen algunas Administraciones Autonómicas que han demostrado inquietud sobre este grave problema. En este sentido, mi particular felicitación a la pionera C. Valenciana que, con la promulgación del reciente I.C-91 —*Libro de Control*— ha institucionalizado, entre otros aspectos, el Control de la Ejecución, obligando a que se documenten y justifiquen las actuaciones en este campo.

—Si bien la durabilidad del hormigón ha sido merecedora de que, al menos, se le haya concedido una definición, se echa de menos una significativa ampliación sobre este importantísimo tema. Me parece totalmente oportuna la inclusión de un nuevo parámetro capaz de medir la durabilidad. Me refiero concretamente al ensayo para la determinación de la profundidad de penetración de agua, que proporciona datos de interés sobre el grado de compactación del hormigón. En cualquier caso, si bien parece oportuno que se recuerde que el contenido máximo de cemento en el hormigón está limitado a 400 Kg/m<sup>3</sup>, salvo casos especiales, también habría resultado oportuno recordar que el contenido mínimo queda establecido en 250 Kg/m<sup>3</sup> o 300 Kg/m<sup>3</sup> cuando se acogen al control reducido, circunstancias estas últimas que, desde que se vienen utilizando los plastificantes y fluidificantes, se han convertido en un incumplimiento sistemático. Recordemos también la regla de las cuatro CES, en palabras de Alvaro García Meseguer, tomadas a su vez del profesor Aguado, para asegurar una adecuada durabilidad:

*Cemento  
Compactación  
Curado  
reCubrimiento*

—Se sigue echando de menos una mayor concreción en el contenido y redacción del Artículo 55º relativo a las Placas Sobre Apoyos Aislados. Si los forjados tradicionales —*unidirec-*

*cionales*— fueron merecedores de una Instrucción propia, EF-88, ¿por qué no revisar otros tipos de forjados que casi han desplazado a los anteriores? —*bidireccionales*—.

—Totalmente oportuno el novedoso Apartado 9.5., relativo a las condiciones de suministro y almacenamiento de las barras de acero. Entre otros aspectos, permite la utilización de barras con una ligera capa de óxido adherente. Al menos se ha evitado ver en las obras, quizás con demasiada frecuencia, cómo se ordenaba el cepillado de barras con anterioridad a su disposición. Justo y merecido reconocimiento que ofrece la Instrucción a un grupo de expertos que, bajo la dirección del profesor Calavera, realizaron trabajos de investigación en este sentido.

—Ya para finalizar, una última apreciación que, por ser motivo de conflictos y controversias entre los que tienen capacidad de decidir y los que son receptores del control, merece la pena indicar. Me refiero concretamente a las tolerancias y a las condiciones de aceptación o rechazo. Debería ser considerada como preceptiva su inclusión, de forma clara y precisa, en el Pliego de Prescripciones Técnicas Particulares.

## RESUMEN

Siempre que tiene lugar una revisión de la Instrucción, surgen espontáneamente multitud de comentarios al respecto.

Yo no he querido ser menos y, ya que mi actividad profesional se desarrolla fundamentalmente en el control de calidad de las estructuras de hormigón armado, me he permitido exponer algunas observaciones en relación con los artículos que tratan sobre este tema.

Creo que la Instrucción Española, en líneas generales, es una buena Instrucción en lo que a contenido técnico se refiere. Sin embargo, se echa de menos una redacción más fluida que, sin duda, ayudaría a interpretar correctamente algunos párrafos que se presentan algo confusos, realmente difíciles de entender. Me refiero concretamente, entre otros, a los relacionados con el control del acero.

Los comentarios que incluyo, desde el respeto pero sin reservas, se refieren, más que a críticas, a criterios y puntos de vista particulares, con la única intención de que algunos conceptos puedan ser recogidos en futuras ediciones.

## SUMMARY

Always that it takes place a re-edition of the Code, multitude of spontaneous remarks arise on this matter.

I don't want to be less and, since my professional activity is essentially developed about the quality control of the reinforced concrete structures, I have decided to expose some observations in relation with articles about this subject.

I think that Spanish Code, in broad outline, it is a good Code from the point of view of technical content. However, if it should had a better wording it would help us to understand and to

interpret correctly some paragraphs that are confused. I refer specifically to the related with control of the steel.

The remarks that I include, with respect but without reserves, refer, rather than criticisms, to personal criterions and viewpoints, with the aim that some concepts will be included in further editions.

\* \* \*

## Premio Internacional Puente de Alcántara

Convocado por la Fundación San Benito de Alcántara.—Convocatoria 1990-1992

### BASES DEL CONCURSO

La Fundación San Benito de Alcántara, convoca el Premio Internacional Puente de Alcántara, que se otorgará de acuerdo con las siguientes bases:

1.º: A este premio podrán optar las Obras Públicas (construcción o conjunto de construcciones de Ingeniería Civil) finalizadas entre el 1 de agosto de 1990 y el 31 de julio de 1992, en España, Portugal y países iberoamericanos.

2.º: El Puente de Alcántara, símbolo universal de la importancia cultural y tecnológica de las obras públicas de todos los tiempos, se considerará paradigma representativo de las características ideales de las obras a las que va dirigido este Premio que lleva su nombre. El Jurado estimará, por tanto, de forma fundamental, la importancia cultural, tecnológica, estética, funcional y social de las obras que se presenten al concurso, así como la calidad técnica y estética de los proyectos y la perfección alcanzada en la ejecución de los mismos.

3.º: El Premio se otorgará conjuntamente a los promotores, proyectistas y constructores de la Obra Pública elegida.

Estos tres destinatarios del Premio recibirán una idéntica distinción.

4.º: Podrán tomar la iniciativa para concurrir a este Premio los promotores, proyectistas o constructores de las Obras Públicas, así como las Instituciones relacionadas con la Ingeniería Civil, en España, Portugal y países iberoamericanos.

5.º: Los candidatos al premio deberán enviar sus propuestas a la sede de la Fundación San Benito de Alcántara en Madrid, Calle Serrano nº 26, no más tarde del 31 de julio de 1992.

6.º: Se debe enviar la siguiente documentación:

—Motivación de la propuesta.

—Ficha en la que consten todos los datos de la obra y autores (promotor, proyectista y constructor).

—Material suficiente (planos, fotografías, etc.) para la más completa valoración de la obra por parte del Jurado.

—Paneles de 1,00 x 0,70 metros recogiendo las características de la Obra que servirán para facilitar la exposición de las Propuestas presentadas al Premio.

—El Jurado estará compuesto por representantes eminentes del mundo de la cultura y de la técnica de España, Portugal y de los países iberoamericanos.

8.º: El Jurado actuará colegiadamente y tomará sus acuerdos por mayoría de votos. En caso de empate en la segunda vuelta, el Presidente lo dirimirá mediante su voto de calidad.

9.º: Corresponde al Jurado la interpretación de las presentes bases y la resolución de cuantas cuestiones puedan presentarse en la adjudicación del Premio.

10.º: Las decisiones del Jurado serán inapelables.

11.º: A todas las obras presentadas al Concurso se les otorgará un Diploma, y a la que resulte ganadora, un Premio consistente en una escultura de Miguel Berrocal.

De acuerdo con lo establecido en el punto tercero de estas Bases, el Premio será idéntico para los promotores, proyectistas y constructores de la obra elegida.

El Premio no podrá declararse desierto, ni concederse ex aequo.

12.º: La obra ganadora exhibirá una placa, cuyo diseño normalizado será propuesto por la Fundación, en la que se mencionará el Premio y el año de concesión.

13.º: Según las características de la obra premiada, la Fundación estimará la conveniencia de realizar una publicación sobre dicha obra.

14.º: El Premio se entregará en un acto solemne, dentro del año 1992, en el Monasterio-Convento de San Benito, en la Villa de Alcántara (Cáceres-España), sede de la Fundación.

El lugar y la fecha de la entrega del Premio podrán ser cambiados si alguna circunstancia especial lo aconsejara.

## Un método alternativo para el cálculo de flechas instantáneas en piezas de hormigón armado

Fernando Fargueta Cerda\*  
Miguel Angel Fernández Prada\*\*  
Pedro Miguel Sosa\*\*

### 1. INTRODUCCION

De entre los diversos fenómenos que influyen en la deformabilidad de las piezas de hormigón armado, sometidas fundamentalmente a sollicitaciones de flexión, la fisuración es uno de los que mayor incidencia tiene sobre el comportamiento estructural en condiciones de servicio. Por ello, los diferentes modelos de cálculo de deformaciones tienen en cuenta, de una forma u otra, la influencia de la fisuración para evaluar la respuesta estructural.

Los modelos más difundidos actualmente para el cálculo de flechas instantáneas, y que por otra parte son los que se recogen con más frecuencia en los diferentes reglamentos y normas, son los desarrollados por D.E. Branson (adoptado por el Código A.C.I. (1) y por la Instrucción EH-91 (4)) y R. Favre (adoptado por el Eurocódigo EC-2 (6)). Todos ellos ampliamente recogidos y comparados por J. Calavera en la referencia (3).

En el presente artículo se desarrolla un modelo de cálculo de flechas instantáneas en piezas de hormigón armado sometidas fundamentalmente a sollicitaciones de flexión, tal como es el caso habitual de las vigas en las estructuras de edificación, a partir de las bases establecidas en el Model Code 90 del C.E.B.-

F.I.P., para el estudio de la fisuración y concretamente del efecto stiffening, llegando a la conclusión de que puede definirse en cada caso una inercia equivalente de la pieza,  $I_c$ , mediante una expresión de interpolación de inercias, obtenida por integración de curvaturas, que, a diferencia de la propuesta por Branson, interpola inversas de inercias, y tiene en cuenta el estado de fisuración de cada una de las secciones de la pieza, de acuerdo con la ley de momentos flectores correspondiente al caso de carga estudiado.

Un intento de justificación teórica de la expresión de interpolación de inercias para el cálculo de flechas, utilizada en el método de Branson, ha sido realizado, para vigas simplemente apoyadas, por A. Marí en la referencia (8).

El estudio que sigue se desarrolla básicamente para el caso de piezas de sección constante sometidas a cargas uniformemente distribuidas, caso usual en las estructuras de edificación, y para leyes de momentos flectores simétricas con respecto a la sección central de la pieza, esto es, con momentos flectores iguales en ambos extremos de la pieza. Se considera, así mismo, que el armado del elemento es invariable dentro de cada una de las zonas de momentos positivos y negativos.

\* Ingeniero de Caminos - Departamento Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras - Universidad Politécnica de Valencia.

\*\* Doctor Ingeniero de Caminos - Departamento Ingeniería de la Construcción - Universidad Politécnica de Valencia.

## 2. OBJETIVOS Y PLANTEAMIENTO GENERAL

El objetivo principal del trabajo planteado consiste básicamente en obtener una expresión de inercia equivalente teórica,  $I_e$ , de la pieza considerada, que permita calcular la flecha instantánea en cada caso concreto, según la hipótesis de carga estudiada.

El punto de partida para la obtención de esta inercia equivalente se basa en la idea original de Branson de representar el comportamiento global de la pieza, en cuanto a deformaciones se refiere, mediante una única magnitud de la rigidez del elemento, que tenga en cuenta el estado de fisuración en que se encuentran los diferentes tramos de la pieza, en función del momento flector actuante.

El modelo de Branson (2) se fundamenta en la determinación de una inercia equivalente,  $I_e$ , que tiene en cuenta el estado de fisuración de la pieza. A nivel sección, se define la inercia equivalente de acuerdo con la siguiente expresión:

$$I_e = \left(\frac{M_f}{M}\right)^3 I_b + \left[1 - \left(\frac{M_f}{M}\right)^3\right] I_f$$

siendo  $I_b$  e  $I_f$  las inercias correspondientes a sección bruta y completamente fisurada, respectivamente.  $M_f$  es el momento nominal de fisuración de la sección y  $M$  es el momento flector actuante en la sección para el estado de carga considerado.

Puesto que el momento flector es variable a lo largo de la pieza, de acuerdo con la ley de momentos flectores correspondiente al caso de carga estudiado, la inercia equivalente difiere de unas secciones a otras. Por ello, y de una forma simplificada, Branson define una inercia equivalente a nivel de pieza, en función de las condiciones de vinculación de la misma, dependiente de las inercias equivalentes correspondientes a las secciones central y extremas de la pieza.

Al objeto de caracterizar de la forma más aproximada posible el comportamiento real del elemento, se ha partido, en el presente trabajo, de la obtención de una inercia fisurada media (o lo que es equivalente, una curvatura media) que represente el comportamiento zonal de la pieza, de forma semejante a como se realiza en el modelo de Favre.

El modelo de Favre (7) consiste en considerar, a nivel sección, una curvatura intermedia,  $1/r_m$ , entre las correspondientes a sección no fisurada,  $1/r_I$ , y completamente fisurada,  $1/r_{II}$ . Dicha curvatura media viene dada por la expresión:

$$\frac{1}{r_m} = (1 - \zeta) \frac{1}{r_I} + \zeta \frac{1}{r_{II}}$$

donde  $\zeta$  es un factor de interpolación definido por:

$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2$$

siendo:

— $\beta_1$  un coeficiente función de las propiedades de adherencia de las armaduras.

— $\beta_2$  un coeficiente función de la duración o repetición de las cargas.

— $\sigma_s$  la tensión de tracción del acero calculada en la hipótesis de sección fisurada.

— $\sigma_{sr}$  la tensión de tracción del acero correspondiente al instante en que se inicia la fisuración de la sección considerada.

La relación  $\sigma_{sr}/\sigma_s$  puede sustituirse, para estados de carga en los que predomine fundamentalmente la sollicitación de flexión, por el cociente  $M_f/M$ , siendo  $M_f$  el momento de fisuración de la sección y  $M$  el momento flector actuante.

Definida de esta forma la curvatura media de una sección cualquiera de la pieza, el cálculo de la flecha instantánea debida al estado de carga considerado debe realizarse mediante la correspondiente integración de curvaturas.

De acuerdo con el método desarrollado en el presente artículo, se puede definir una inercia equivalente,  $I_e$ , a nivel global de la pieza, que permita calcular la flecha instantánea correspondiente al caso de carga estudiado, mediante una expresión del tipo:

$$\frac{1}{I_e} = (a + b) \frac{1}{I_b} + (1 - a) \frac{1}{I_{fc}} - b \frac{1}{I_{fe}}$$

donde  $I_b$  es la inercia correspondiente a sección bruta,  $I_{fc}$  e  $I_{fe}$  son las inercias fisuradas correspondientes a la zona central (de momentos positivos) y a las zonas extremas (de momentos negativos) de la pieza, respectivamente, y los factores  $a$  y  $b$  son dos parámetros que dependen del momento de fisuración,  $M_f$ , y de la propia ley de momentos flectores para la cual desea evaluarse la flecha instantánea.

El planteamiento general del método de obtención de la inercia equivalente consiste en igualar la flecha máxima teórica obtenida con esta inercia, a la flecha obtenida por integración de curvaturas a lo largo de la pieza.

La integración de curvaturas se ha realizado para el caso concreto cuyas características se relacionan a continuación:

—Elemento lineal de directriz recta y sección de hormigón constante.

—Carga exterior uniformemente distribuida en toda la longitud del elemento.

—Distribución de momentos flectores solicitantes, simétrica con respecto a la sección media de la pieza. Esto es, momentos flectores iguales en las secciones extremas de la pieza y momento flector máximo en la sección central.

—Armado invariable del elemento dentro de cada una de las zonas de momentos positivos y negativos, salvo las longitudes correspondientes a desplazamiento de la ley y anclaje.

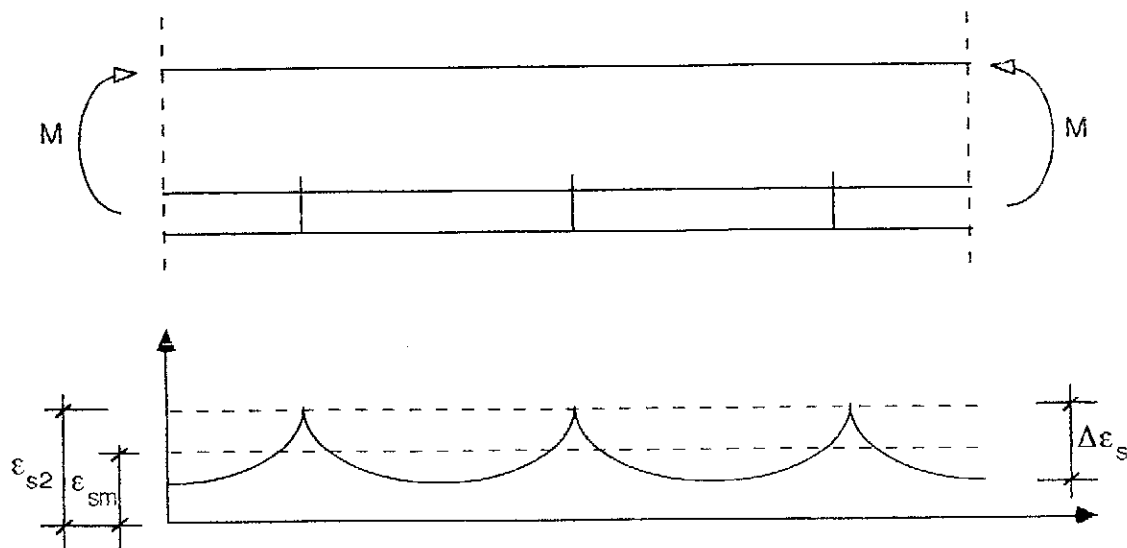
La inercia fisurada media utilizada en el método desarrollado en este artículo se ha obtenido como una inercia interpolada entre la inercia correspondiente a las secciones sin fisurar y la correspondiente a las secciones completamente fisuradas, para caracterizar las zonas de la pieza en las que el momento de fisuración es superior al momento solicitante, siguiendo las bases establecidas en el Model Code 90 para el estudio de la fisuración (efecto stiffening).

En adelante, al procedimiento seguido para la obtención de la inercia equivalente teórica de la pieza lo denominaremos "método analítico".

### 3. METODO ANALITICO DE RESOLUCION

#### 3.1. Interpolación de curvaturas

Consideremos un elemento de pieza sometido a un estado de flexión pura bajo la sollicitación de un momento flector  $M$  (figura 1). Si el valor de  $M$  es superior al momento de fisuración  $M_f$ , se producirá en este elemento un estado de fisuración discreta.



deformaciones de la armadura correspondientes a secciones fisuradas y secciones sin fisurar viene dada por  $\Delta\epsilon_s$ , que, por otra parte, es constante e independiente del momento flector actuante  $M$ .

En secciones no fisuradas (situación I) la tensión y la deformación en la armadura vienen dadas por (figura 2):

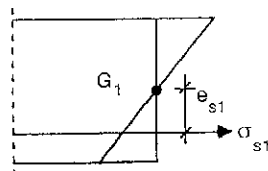


Fig. 2.

$$\sigma_{s1} = m = \frac{M}{I_b} e_{s1}$$

$$\epsilon_{s1} = \frac{M}{E_c I_b} e_{s1}$$

En secciones completamente fisuradas (situación II) la tensión y la deformación en la armadura son (figura 3):

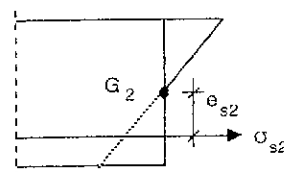


Fig. 3.

$$\sigma_{s2} = m = \frac{M}{I_f} e_{s2}$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{M}{E_c I_f} e_{s2}$$

En el instante de la fisuración, esto es cuando  $M = M_f$ , la deformación de la armadura en las secciones en situación I y en situación II, respectivamente, son:

$$\epsilon_{s1r} = \frac{M_f}{E_s I_b} e_{s1}$$

$$\epsilon_{s2r} = \frac{M_f}{E_s I_f} e_{s2}$$

En estas condiciones, la deformación unitaria de la armadura en las secciones fisuradas viene representada por  $\epsilon_{s2}$ , la deformación unitaria media de la armadura en el elemento está definida por  $\epsilon_{sm}$  y la diferencia máxima entre las

En consecuencia, la diferencia entre las deformaciones en la armadura, correspondientes a ambas situaciones es:

$$\Delta\epsilon_s = \epsilon_{s2r} - \epsilon_{s1r} = \frac{M_f}{E_c} \left( \frac{e_{s2}}{I_f} - \frac{e_{s1}}{I_b} \right)$$

De acuerdo con el Model Code 90, la deformación media de la armadura en el elemento viene dada por:

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \beta \Delta \epsilon_s \quad (1)$$

siendo  $\beta$  un factor dependiente de la duración de las cargas aplicadas, de valor  $\beta = 0,40$  para cargas instantáneas y  $\beta = 0,25$  para cargas de larga duración, siempre que se trate de fisuración estabilizada.

Entrando en la expresión (1) con los valores obtenidos para  $\epsilon_{s2}$  y  $\Delta \epsilon_s$ , resulta:

$$\epsilon_{sm} = \frac{M}{E_s I_f} e_{s2} - \beta \frac{M_f}{E_s I_f} \left( \frac{e_{s2}}{I_f} - \frac{e_{s1}}{I_b} \right) \quad (2)$$

Considerando unos valores medios, tanto para la excentricidad,  $e_{sm}$ , como para la inercia de la sección,  $I_{fm}$ , que caracterizaran el comportamiento del elemento considerado, podríamos escribir:

$$\epsilon_{sm} = \frac{M}{E_s I_{fm}} e_{sm} \quad (3)$$

Estos valores medios deben ser tales que se verifique la igualdad de los resultados proporcionados por las expresiones (2) y (3). Por lo tanto, debe resultar:

$$\frac{e_{sm}}{I_{fm}} = \frac{e_{s2}}{I_f} - \beta \frac{M_f}{M} \left( \frac{e_{s2}}{I_f} - \frac{e_{s1}}{I_b} \right)$$

y suponiendo, como simplificación, que  $e_{s1} \approx e_{s2} \approx e_{sm}$  se obtiene:

$$\frac{1}{I_{fm}} = \beta \frac{M_f}{M} \frac{1}{I_b} + (1 - \beta \frac{M_f}{M}) \frac{1}{I_f} \quad (4)$$

expresión que proporciona un valor de la inercia media que hay que considerar en toda zona fisurada ( $M \geq M_f$ ) de una pieza sometida fundamentalmente a solicitaciones de flexión.

La expresión (4) puede, abreviadamente, escribirse en la forma:

$$\frac{1}{I_{fm}} = (1 - \zeta) \frac{1}{I_b} + \zeta \frac{1}{I_f}$$

siendo:

$$\zeta = 1 - \beta \frac{M_f}{M}$$

un factor de interpolación que depende de la relación entre el momento de fisuración y el momento flector actuante, y de la duración de las cargas a través del coeficiente  $\beta$ . Este factor de interpolación, evidentemente, debe ser nulo para los casos en que  $M < M_f$ .

La expresión obtenida para la interpolación de inercias permite, directamente, obtener una expresión de interpolación de curvaturas sin más que multiplicar todos los términos de la ecuación por la relación  $M/E_c$ , siendo  $E_c$  el módulo de deformación longitudinal del hormigón:

$$\frac{1}{r_m} = (1 - \zeta) \frac{1}{r_f} + \zeta \frac{1}{r_{II}}$$

Esta expresión de la curvatura media es formalmente igual a la de Favre, con la diferencia de que el factor de interpolación es función lineal y no cuadrática de la relación  $M_f/M$ , lo cual facilita la integración "manual" para la obtención de flechas en los casos de carga sencillos.

### 3.2. Integración

En este apartado vamos a proceder a la integración de la expresión obtenida para la curvatura media en el epígrafe anterior, al objeto de obtener la flecha en el punto medio, para el caso usual en estructuras de edificación, de vigas sometidas a cargas uniformemente distribuidas en toda su longitud. Como ya hemos comentado anteriormente, la integración va a realizarse para el caso de leyes de momentos flectores simétricas con respecto a la sección media de la viga.

Consideremos, en consecuencia, una viga aislada de un pórtico de edificación de longitud  $l$  y sometida a una carga distribuida  $q$ . Designaremos por  $qL^2/K_e$  a los momentos en las secciones extremas de la viga y por  $qL^2/K_m$  al momento máximo en el centro del vano, de forma que los factores  $K_e$  y  $K_m$  vienen ligados por la relación:

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{K_m} + \frac{1}{K_e}$$

En estas condiciones, la ley de momentos flectores viene representada en la figura 4, en la que las zonas rayadas corresponden a las partes de la viga en las que el momento solicitante supera al momento de fisuración.

Según queda reflejado en la figura 4, en el caso general, la viga queda dividida en cinco zonas diferenciadas, en función de la relación  $M_f/M$ . Dos zonas extremas, junto a los apoyos, que de acuerdo con la expresión (4) se caracterizan por la correspondiente inercia media,  $I_{fem}$ . Una zona central que análogamente queda caracterizada por su inercia media,  $I_{fem}$ . Y por último, dos zonas intermedias entre las anteriores en las que, por ser  $M < M_f$ , no se produce fisuración y, en consecuencia, quedan definidas

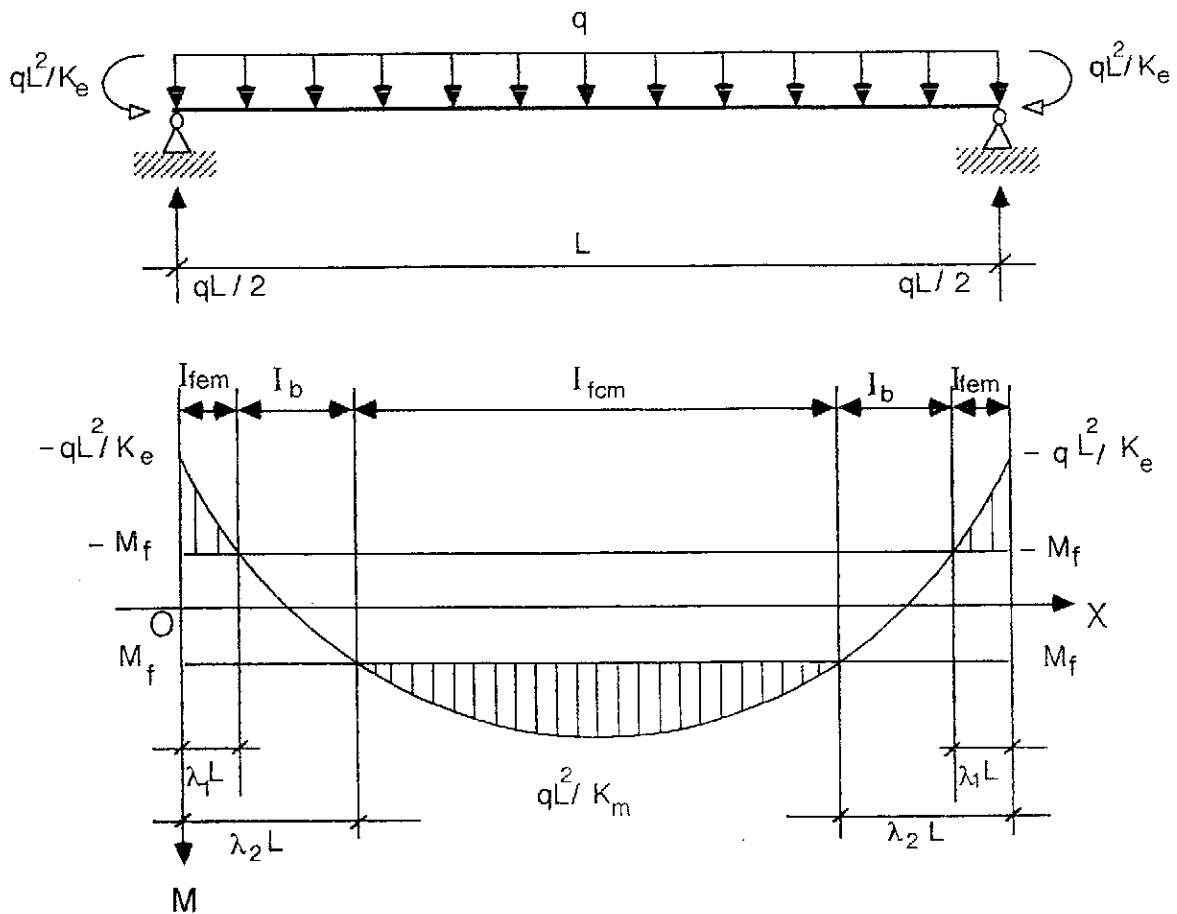


Fig. 4.

por la inercia de la sección bruta de hormigón,  $I_b$ .

Los puntos de delimitación de cada una de estas zonas quedan definidos mediante los parámetros  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ .

La ley de momentos flectores, tomando como origen el extremo izquierdo de la viga, viene dada por:

$$0 \leq x \leq L: M(x) = -\frac{qx^2}{2} + \frac{qL}{2}x - \frac{qL^2}{K_e}$$

Los valores de los parámetros que definen los tramos no fisurados se obtienen igualando la ley de flectores a  $-M_f$  y  $M_f$ , respectivamente:

$$\begin{aligned} M(\lambda_1 L) &= -M_f \rightarrow \lambda_1 = \\ &= \frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{8}{K_m} \left( 1 + \frac{M_f}{M_m} \right)} \right] \\ M(\lambda_2 L) &= M_f \rightarrow \lambda_2 = \\ &= \frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{8}{K_m} \left( 1 - \frac{M_f}{M_m} \right)} \right] \end{aligned}$$

Donde  $M_m$  es el momento en la sección central del vano, es decir,  $M_m = qL^2/K_m$ .

El cálculo de la flecha en el punto medio del vano se realiza por el método de la carga unitaria (principio de los trabajos virtuales):

$$y = \int_0^L \frac{M M^1}{E_c I} dx = 2 \int_0^{L/2} \frac{M M^1}{E_c I} dx$$

donde  $M^1$  es la ley de momentos flectores que produce, en la viga biapoyada, una carga puntual unidad actuando en el punto medio de la luz:

$$0 \leq x \leq L/2: M^1(x) = x/2$$

La integral anterior debe descomponerse, para su resolución, de la siguiente forma:

$$y = 2 (J_1 + J_2 + J_3)$$

siendo:

$$J_1 = \int_0^{\lambda_1 L} \frac{M M^1}{E_c I_{fem}} dx$$

$$J_2 = \int_{\lambda_1 L}^{\lambda_2 L} \frac{M M^1}{E_c I_b} dx$$

$$J_3 = \int_{\lambda_2}^{L/2} \frac{M M'}{E_c I_{fcm}} dx$$

Para la resolución de las integrales  $J_1$  y  $J_3$  debe entrarse con los valores de las inercias fisuradas medias,  $I_{fem}$  e  $I_{fcm}$ , dados por la expresión (4), esto es:

$$\frac{1}{I_{fem}} = \beta \frac{M_f}{M} \frac{1}{I_b} + (1 - \beta) \frac{M_f}{M} \frac{1}{I_{fe}}$$

$$\frac{1}{I_{fcm}} = \beta \frac{M_f}{M} \frac{1}{I_b} + (1 - \beta) \frac{M_f}{M} \frac{1}{I_{fc}}$$

siendo  $I_{fe}$  e  $I_{fc}$  las inercias fisuradas correspondientes a las zonas extremas y a la zona central de la viga, respectivamente.

La resolución de las integrales proporciona los siguientes resultados:

$$J_1 = -\frac{1}{2} \frac{q L^4}{E_c I_{fc}} \left[ \frac{1}{H_1} + \frac{\beta}{2 K_m} \left( 1 - \frac{I_{fe}}{I_b} \right) \frac{M_f}{M_m} \lambda_1^2 \right]$$

$$J_2 = \frac{1}{2} \frac{q L^4}{E_c I_b} \left[ \frac{1}{H_1} + \frac{1}{H_2} \right]$$

$$J_3 = \frac{1}{2} \frac{q L^4}{E_c I_{fc}} \left[ \left( \frac{1}{H_3} - \frac{1}{H_2} \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{\beta}{2 K_m} \left( 1 - \frac{I_{fc}}{I_b} \right) \frac{M_f}{M_m} (0,25 - \lambda_2^2) \right]$$

con los siguientes valores de los parámetros  $H_1$ ,  $H_2$  y  $H_3$ :

$$\frac{1}{H_1} = \frac{\lambda_1^2}{2 K_e} - \frac{\lambda_1^3}{6} + \frac{\lambda_1^4}{8}$$

$$\frac{1}{H_2} = -\frac{\lambda_2^2}{2 K_e} + \frac{\lambda_2^3}{6} - \frac{\lambda_2^4}{8}$$

$$\frac{1}{H_3} = \frac{48 - K_m}{384 K_m}$$

Con estos resultados, el valor de la flecha en el centro del vano puede escribirse en la forma:

$$y = \frac{q L^4}{E_c} \cdot$$

$$\cdot \left[ \left( \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} \right) \frac{1}{I_b} + \left( \frac{1}{H_3} - \frac{1}{G_2} \right) \frac{1}{I_{fc}} - \frac{1}{G_1} \frac{1}{I_{fe}} \right] \quad (5)$$

donde los parámetros  $G_1$  y  $G_2$  vienen dados por:

$$\frac{1}{G_1} = \frac{1}{H_1} + \frac{\beta}{2 K_m} \frac{M_f}{M_m} \lambda_1^2$$

$$\frac{1}{G_2} = \frac{1}{H_2} + \frac{\beta}{2 K_m} \frac{M_f}{M_m} (0,25 - \lambda_2^2)$$

### 3.3. Inercia equivalente

Igualando la expresión (5), obtenida en el apartado anterior, a la flecha en el punto medio de una viga ideal de sección constante cuya inercia fuera equivalente a la inercia de la viga dada, obtendremos el valor del momento de inercia equivalente,  $I_e$ .

La flecha en esta viga ideal podemos expresarla en la forma:

$$y = k \frac{5 q L^4}{384 E_c I_e}$$

siendo  $k$  un factor que depende de la relación entre el momento flector en la sección media de la viga y el momento isostático:

$$k = 1,20 \frac{M_m}{M_o} - 0,20 \quad \text{con } M_o = \frac{q L^2}{8}$$

o lo que es lo mismo:

$$k = \frac{9,60}{K_m} - 0,20$$

En consecuencia, se obtiene la siguiente expresión para la inercia equivalente,  $I_e$ , de la viga:

$$\frac{1}{I_e} = (a + b) \frac{1}{I_b} + (1 - a) \frac{1}{I_{fc}} - b \frac{1}{I_{fe}} \quad (6)$$

en la que, por simplificación, se han definido los parámetros  $a$  y  $b$ :

$$a = \frac{384}{5 k G_2} \quad b = \frac{384}{5 k G_1}$$

La expresión (6) muestra que la inercia equivalente de la viga se obtiene mediante una interpolación de las inversas de las inercias correspondientes a la sección bruta,  $I_b$ , a la sección fisurada central,  $I_{fc}$ , y a la sección fisurada extrema,  $I_{fe}$ , ya que, en efecto, la curvatura es inversamente proporcional a la inercia.

Los parámetros  $a$  y  $b$ , que indican la influencia en el valor de la inercia equivalente de cada uno de los términos de inercia de la viga, dependen, como se observa, del momento de fisuración,  $M_f$ , de la ley de flectores a que se encuentre sometida la viga, a través del factor  $K_m$ , y de la duración de las cargas aplicadas, a través del coeficiente  $\beta$ .



Por otra parte, aunque el desarrollo se ha efectuado trabajando con un solo valor del momento de fisuración, puede observarse que en las expresiones obtenidas los parámetros que afectan a los valores de  $a$  y  $b$  se encuentran perfectamente desacoplados, de manera que el factor "a" depende exclusivamente de los términos que definen la zona fisurada central de la viga, en tanto que el factor "b" es función únicamente de los términos que definen las zonas fisuradas extremas de la viga.

Ello quiere decir que pueden evaluarse independientemente los valores de los parámetros  $a$  y  $b$ , trabajando con valores diferentes para los momentos de fisuración correspondientes a la zona central y a las zonas extremas de la viga.

En el caso particular de viga biapoyada, en el que resultaría  $b = 0$ , la expresión (6) queda reducida a:

$$\frac{1}{I_c} = a \frac{1}{I_b} + (1 - a) \frac{1}{I_{fc}}$$

#### 4. APLICACION PRACTICA DEL METODO

Las expresiones que proporcionan directamente los valores de los coeficientes  $a$  y  $b$ , para el cálculo de la inercia equivalente mediante la ecuación (6), pueden escribirse en la forma siguiente:

$$a = 1 + \frac{48}{48 - K_m} \left[ \left[ \frac{1}{2} + \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \frac{M_f}{M_m} \right] A + \frac{2}{3} \left[ (3\beta - 1) \frac{M_f}{M_m} - 2 \right] A^{1/2} \right]$$

$$b = \frac{48}{48 - K_m} \left[ \left[ \frac{K_m}{48} - \left( 1 - \beta \frac{M_f}{M_m} \right) \right] - \left[ \frac{1}{2} - \left( \frac{1}{2} + \beta \right) \frac{M_f}{M_m} \right] B - \frac{2}{3} \left[ \left( 1 + 3\beta \right) \frac{M_f}{M_m} - 2 \right] B^{1/2} \right]$$

siendo:

$$A = \frac{8}{K_m} \left( 1 - \frac{M_f}{M_m} \right) \quad \text{y} \quad B = \frac{8}{K_m} \left( 1 + \frac{M_f}{M_m} \right)$$

El cálculo de los coeficientes  $a$  y  $b$ , correspondientes a cada caso concreto, puede realizarse mediante un sencillo programa de ordenador. No obstante, para simplificar la aplicación práctica del método pueden confeccionarse tablas, gráficos e incluso fórmulas simplificadas que faciliten la determinación de dichos coeficientes.

##### 4.1. Tablas y gráficos

En los anejos 1 y 2 se adjuntan, respectiva-

mente, valores tabulados de los coeficientes  $a$  y  $b$ , así como sus representaciones gráficas. En ambos casos se ha trabajado con los valores extremos del factor  $\beta$  de duración de la carga. Para valores intermedios del factor  $\beta$  puede interpolarse linealmente.

##### 4.2. Fórmulas simplificadas

Mediante tratamiento estadístico, se han ajustado las siguientes fórmulas simplificadas a los valores de los coeficientes  $a$  y  $b$ , para los valores extremos del factor  $\beta$  de duración de la carga:

$$a = 1 + \frac{384}{K_m (48 - K_m)} \left[ \alpha_1 \left( 1 - \frac{M_f}{M_m} \right) + \alpha_2 \left( \frac{K_m}{8} \right)^{\alpha_3} \left( 1 - \frac{M_f}{M_m} \right)^{\alpha_4} \right]$$

con los siguientes valores de los parámetros  $\beta_i$ :

$\beta$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$
0,25	0,416	-1,237	0,537	0,453
0,40	0,210	-1,039	0,590	0,503

$$b = \beta_1 \left( \frac{K_m}{8} - 1 \right)^{\beta_2} \left( 1 - \frac{K_m}{8} + \frac{M_f}{M_m} \right)^{\beta_3} + \beta_3 \left( \frac{K_m}{8} - 1 \right)^{\beta_4} \left( 1 - \frac{K_m}{8} + \frac{M_f}{M_m} \right)^2$$

con los siguientes valores de los parámetros  $\beta_i$ :

$\beta$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$
0,25	0,090	-0,741	0,130	0,315
0,40	0,106	-0,730	0,146	0,318

#### 5. EJEMPLO

A título comparativo, vamos a analizar un mismo ejemplo por el método de Branson, por el EC-2 y por el método analítico. Consideremos un vano interior, de un entramado de edificación, de 5,00 m de luz y sección bruta constante de hormigón, de 50 cm de ancho y 26 cm de canto total. La viga se encuentra sometida a una carga uniformemente distribuida de 3,50 t/m, de las cuales 2,50 t/m corresponden a cargas permanentes y 1,00 t/m a sobrecargas.

El diagrama de momentos resultante del cálculo lineal es el indicado en la figura 5 a). El dimensionamiento se ha realizado con el diagrama obtenido al realizar una redistribución

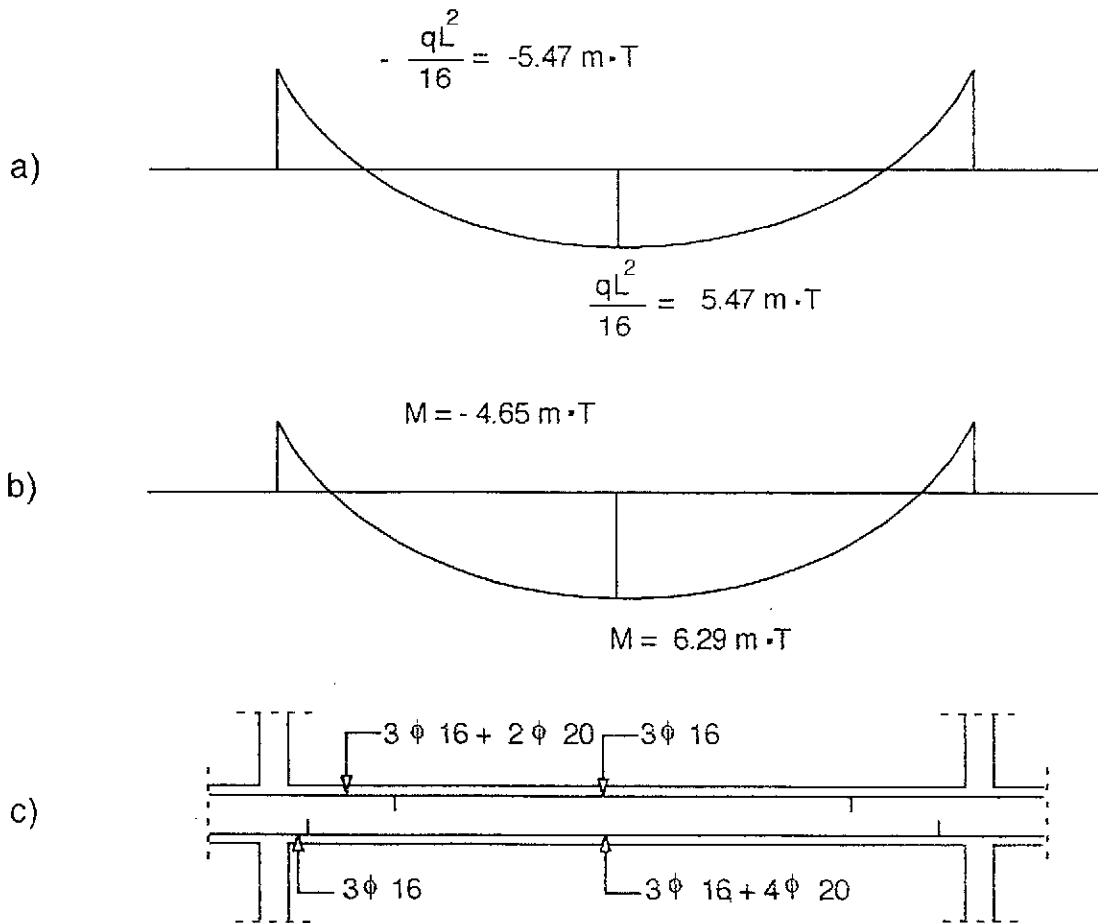


Fig. 5.

del 15% de los momentos negativos, figura 5 b). La distribución de armaduras obtenidas es la indicada en la figura 5 c).

Las características adoptadas para el dimensionamiento han sido las siguientes: hormigón tipo H-175, acero tipo AEH-400N y coeficientes de seguridad:  $\gamma_f = 1,60$ ;  $\gamma_c = 1,50$ ;  $\gamma_s = 1,15$ .

El canto útil considerado ha sido  $d = 22$  cm ( $d' = 4$  cm).

Los valores de los módulos de deformación del hormigón y del acero son:  $E_c = 19.000 \cdot (175)^{1/2} = 251.346$  Kp/cm<sup>2</sup>, y  $E_s = 2,1 \cdot 10^6$  Kp/cm<sup>2</sup>, y su relación es  $m = E_s/E_c = 8,355$ .

La resistencia a flexotracción del hormigón resulta:  $f_{cr} = 0,8 \cdot (175)^{2/3} = 25$  Kp/cm<sup>2</sup>, y la inercia de la sección bruta es:  $I_b = 73.233$  cm<sup>4</sup>, por lo que el momento de fisuración correspondiente vale:  $M_f = 1,40$  m x t.

Las inercias de las secciones completamente fisuradas correspondientes a las secciones extremas y central de la viga son:  $I_{fe} = 29.257$  cm<sup>4</sup>, e  $I_{fc} = 39.556$  cm<sup>4</sup>, respectivamente.

De acuerdo con el modelo de Branson, las inercias equivalentes de las secciones extremas y central de la viga son:  $I_{ee} = 29.994$  cm<sup>4</sup>, e  $I_{ec} =$

$= 40.121$  cm<sup>4</sup>, respectivamente. Y por tanto, la inercia equivalente de la viga resulta:  $I_e = 0,70 \cdot I_{ee} + 0,30 \cdot I_{ec} = 37.083$  cm<sup>4</sup>. En consecuencia, la flecha instantánea en el centro de la viga es:

$$y = 0,40 \cdot \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E_c \cdot I_e} = 12,2 \text{ mm}$$

El cálculo de la flecha de acuerdo con el EC-2 se ha realizado mediante integración de curvaturas, habiendo tomado para el factor  $\beta_1$  el valor 1,00 y para el factor  $\beta_2$  un valor interpolado en función de las cargas:

$$\beta_2 = \frac{0,50 \cdot 2,50 + 1,00 \cdot 1,00}{3,50} = 0,64$$

Resultando para la flecha el valor:  $y = 11,0$  mm.

Según el método analítico, para  $K_m = 16$  y  $M_f/M_m = 1,40/5,47 = 0,256$ , y tomando para el factor  $\beta$  un valor interpolado entre 0,25 y 0,40, de acuerdo con las cargas actuantes:

$$\beta = \frac{0,25 \cdot 2,50 + 0,40 \cdot 1,00}{3,50} = 0,29$$

los valores resultantes de los coeficientes a y b son:

$$a = 0,06886, \text{ y } b = 0,03643$$

En consecuencia, la inercia equivalente para el cálculo de la flecha instantánea, de acuerdo con la expresión (6), es:

$$I_e = 42.137 \text{ cm}^4$$

Y, por tanto, el valor de la flecha instantánea en el centro de la viga es:

$$y = 0,40 \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E_c \cdot I_e} = 10,8 \text{ mm}$$

En el cuadro siguiente se recogen los resultados del ejemplo estudiado.

Flecha instantánea, en mm

Branson	EC-2	M. analítico
12,2	11,0	10,8

## 6. CONCLUSIONES

Los métodos de cálculo de flechas instantáneas recogidos en los diferentes reglamentos y normas tienen en cuenta, de una forma u otra, el estado de fisuración de la pieza. En el presente trabajo se ha obtenido una expresión de la inercia equivalente de una viga, sometida predominantemente a solicitaciones de flexión, para el cálculo de flechas instantáneas, a partir de las bases establecidas en el Model Code 90 para el estudio de la fisuración (efecto stiffening).

La obtención de una inercia fisurada media, para las zonas de la viga en las que el momento solicitante es superior al momento de fisuración, permite calcular, sin demasiada dificultad, la flecha en el centro de la luz mediante integración de curvaturas. El método propuesto, en consecuencia, tiene una sencillez de aplicación similar al método de Branson, con la ventaja adicional de no tener que hacer la interpolación de inercias equivalentes en el caso de que la viga presente en sus extremos vinculaciones diferentes a las del simple apoyo. Por otra parte, el método es totalmente equivalente a un método de integración de curvaturas, donde la curvatura media en cada sección se interpola entre la curvatura en sección no fisurada y sección completamente fisurada, tal como ocurre en el planteamiento del EC-2.

La expresión obtenida para la inercia equivalente recoge de una forma clara el estado de

fisuración de la viga, según la ley de momentos flectores que la solicite. Teniendo en cuenta, además, la duración y/o repetición de las cargas.

La aplicación del método analítico presentado en este artículo puede hacerse extensiva a otros supuestos, tal como es el caso, por ejemplo, de ley de flectores no simétrica.

Por otra parte, la idea de expresar la rigidez de la viga mediante un valor de inercia equivalente, puede también aplicarse a la determinación de la ley de flectores adecuada para el cálculo de la flecha. En efecto, mediante un planteamiento similar al realizado en el presente trabajo, pueden determinarse valores de inercia equivalente para el cálculo de giros en las secciones extremas de la pieza y para el cálculo de momentos de empotramiento perfecto, de forma que mediante un proceso iterativo puedan llegarse a calcular, mediante cálculo lineal, los momentos finales en los extremos de todas las piezas de una estructura, y con ello los diagramas de flectores, teniendo en cuenta el estado de fisuración de las vigas de la estructura.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE: "A.C.I. 318-89. Building Code Requirements for Reinforced Concrete". A.C.I., 1989.
2. BRANSON, D.E.: "Deformation of Concrete Structures". Ed. Mc Graw-Hill, 1977.
3. CALAVERA, J.: "Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón Armado para Edificios". 2ª Edición. Intemac, 1991.
4. COMISION PERMANENTE DEL HORMIGON: "EH-91. Instrucción para el Proyecto y la Ejecución de Obras de Hormigón en Masa o Armado". Ministerio de Obras Públicas y Transportes, 1991.
5. COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON: "C.E.B.-F.I.P. Model Code 1990". C.E.B. Bulletin nº 203, 204 y 205, 1991.
6. EUROCODE nº 2: "Design of Concrete Structures. Part 1. General Rules for Buildings". Commission of the European Communities, 1989.
7. FAVRE, R.; KOPRNA, M.; RADOJIC, A.: "Effets differés, fissuration et deformations des structures en béton". Ed. Georgi. Saint Saphorin, 1980.
8. MARI, F.; LOPEZ ALMANSA, F.; MIRABELI, E.: "Interpretación Analítica de la Fórmula de Branson para el Cálculo de Flechas en Piezas de Hormigón Armado". Hormigón y Acero nº 174, 1990.

## RESUMEN

En este artículo se presenta un modelo de cálculo de flechas instantáneas en elementos de hormigón armado, sometidos fundamentalmente a solicitaciones de flexión, en base al planteamiento que en el Model Code 90 del C.E.B.-F.I.P. se establece para el efecto stiffening. De acuerdo con dicho planteamiento, se ha obtenido una inercia fisurada media (o lo que es igual, una curvatura media) que representa el comportamiento zonal de la pieza, en función de la relación entre el momento de fisuración y el momento solicitante, de forma semejante a como se realiza en el modelo de Favre.

Mediante la correspondiente integración de curvaturas a lo largo de la pieza se ha obtenido la flecha en el punto medio y, consecuentemente, se ha podido definir una inercia equivalente que represente el comportamiento global de la pieza y permita calcular la flecha instantánea en el caso de carga estudiado.

La inercia equivalente aquí obtenida se expresa, a diferencia del modelo de Branson, mediante una interpolación de inversas de inercias, en función de la inercia bruta de la sección de hormigón y de las inercias fisuradas corres-

pondientes a las zonas central y extremas de la pieza.

## SUMMARY

A method for the calculation of instantaneous deflections in reinforced concrete beams is presented in this paper. This method is based on the tension stiffening principles of the C.E.B.-F.I.P. Model Code 90.

The average behaviour of a section of the beam is represented by means of an average cracked inertia, according to the Model Code 90, in a similar way to the method used by Favre.

By means of the corresponding integration of curvatures along the beam, deflection at midspan is obtained, and accordingly, an equivalent inertia, representing the global behaviour of the beam, is defined. With this equivalent inertia the instantaneous deflection at midspan can be calculated for each loading state.

Unlike Branson's method, this equivalent inertia is obtained from an interpolation of inverses of the gross and the cracked section inertias, at the sections ends and midspan sections of the beam.

## ANEJO 1

### Tablas de valores de los coeficientes a y b

#### VALORES DEL COEFICIENTE a CON $\beta = 0,25$

$M_r/M_m$	$K_m = 8$	$K_m = 12$	$K_m = 16$	$K_m = 20$	$K_m = 24$
0,000	0,0000000	-0,0071050	-0,0392136	-0,1027555	-0,2062673
0,050	0,0150161	0,0091399	-0,0218636	-0,0839581	-0,1854127
0,100	0,0301331	0,0257260	-0,0040363	-0,0645714	-0,1638509
0,150	0,0454643	0,0427562	0,0143688	-0,0444931	-0,1414729
0,200	0,0611394	0,0603481	0,0334662	-0,0236059	-0,1181539
0,250	0,0773081	0,0786376	0,0533881	-0,0017746	-0,0937500
0,300	0,0941443	0,0977823	0,0742884	0,0211580	-0,0680936
0,350	0,1118530	0,1179682	0,0963481	0,0453768	-0,0409879
0,400	0,1306776	0,1394163	0,1197826	0,0711020	-0,0121982
0,450	0,1509124	0,1623935	0,1448519	0,0985996	0,0185586
0,500	0,1729185	0,1872273	0,1718750	0,1281955	0,0516297
0,550	0,1971472	0,2143271	0,2012510	0,1602977	0,0874497
0,600	0,2241765	0,2442176	0,2334908	0,1954285	0,1265747
0,650	0,2547682	0,2775895	0,2692675	0,2342760	0,1697374
0,700	0,2899628	0,3153869	0,3095011	0,2777803	0,2179393
0,750	0,3312500	0,3589616	0,3555081	0,3272875	0,2726141
0,800	0,3809041	0,4103765	0,4092988	0,3848525	0,3359499
0,850	0,4427320	0,4730854	0,4742381	0,4539147	0,4116098
0,900	0,5241146	0,5537843	0,5568498	0,5411426	0,5066964
0,950	0,6439938	0,6696578	0,6738764	0,6636508	0,6394363
1,000	1,0000000	1,0000000	1,0000000	1,0000000	1,0000000

VALORES DEL COEFICIENTE b CON  $\beta = 0,25$

$M_f/M_m$	$K_m = 8$	$K_m = 12$	$K_m = 16$	$K_m = 20$	$K_m = 24$
0,000	0,0000000	0,0071050	0,0392136	0,1027555	0,2062673
0,050	0,0000000	0,0073220	0,0402691	0,1049333	0,2098503
0,100	0,0000000	0,0069659	0,0403312	0,1057920	0,2117898
0,150	0,0000000	0,0061968	0,0395559	0,1054912	0,2122558
0,200	0,0000000	0,0051599	0,0380845	0,1041755	0,2114021
0,250	0,0000000	0,0039874	0,0360460	0,1019764	0,2093692
0,300	0,0000000	0,0028002	0,0335580	0,0990144	0,2062851
0,350	0,0000000	0,0017094	0,0307288	0,0954001	0,2022677
0,400	0,0000000	0,0008172	0,0276580	0,0912353	0,1974254
0,450	0,0000000	0,0002181	0,0244378	0,0866142	0,1918586
0,500	0,0000000	0,0000000	0,0211536	0,0816243	0,1856602
0,550	0,0000000	0,0000000	0,0178849	0,0763466	0,1789168
0,600	0,0000000	0,0000000	0,0147058	0,0708571	0,1717092
0,650	0,0000000	0,0000000	0,0116858	0,0652267	0,1641128
0,700	0,0000000	0,0000000	0,0088897	0,0595215	0,1561984
0,750	0,0000000	0,0000000	0,0063786	0,0538043	0,1480323
0,800	0,0000000	0,0000000	0,0042100	0,0481336	0,1396773
0,850	0,0000000	0,0000000	0,0024380	0,0425648	0,1311922
0,900	0,0000000	0,0000000	0,0011138	0,0371502	0,1226327
0,950	0,0000000	0,0000000	0,0002858	0,0319393	0,1140516
1,000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0269792	0,1054988
1,050	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0223143	0,0970219
1,100	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0179870	0,0886660
1,150	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0140377	0,0804740
1,200	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0105048	0,0724868
1,250	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0074250	0,0647437
1,300	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0048334	0,0572818
1,350	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0027637	0,0501371
1,400	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0012478	0,0433436
1,450	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0003167	0,0369344
1,500	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0309409
1,550	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0253933
1,600	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0203207
1,650	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0157512
1,700	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0117117
1,750	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0082282
1,800	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0053259
1,850	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0030289
1,900	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0013607
1,950	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0003437
2,000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000

VALORES DEL COEFICIENTE a CON  $\beta = 0,40$

$M_f/M_m$	$K_m = 8$	$K_m = 12$	$K_m = 16$	$K_m = 20$	$K_m = 24$
0,000	0,0000000	-0,0071050	-0,0392136	-0,1027555	-0,2062673
0,050	0,0240103	0,0187230	-0,0117003	-0,0729925	-0,1732807
0,100	0,0480857	0,0447099	0,0160256	-0,0429714	-0,1399875
0,150	0,0722998	0,0709225	0,0440296	-0,0126257	-0,1063168
0,200	0,0967382	0,0974385	0,0723871	0,0181218	-0,0721862
0,250	0,1215004	0,1243482	0,1011862	0,0493611	-0,0375000
0,300	0,1467036	0,1517579	0,1305305	0,0811983	-0,0021454
0,350	0,1724874	0,1797942	0,1605432	0,1137591	0,0340118
0,400	0,1990195	0,2086092	0,1913727	0,1471953	0,0711331
0,450	0,2265048	0,2383889	0,2232000	0,1816920	0,1094157
0,500	0,2551977	0,2693640	0,2562500	0,2174790	0,1491042
0,550	0,2854196	0,3018260	0,2908068	0,2548467	0,1905081
0,600	0,3175869	0,3361530	0,3272384	0,2941713	0,2340281

0,650	0,3522544	0,3728481	0,3660353	0,3359543	0,2801977
0,700	0,3901888	0,4126067	0,4078750	0,3808880	0,3297549
0,750	0,4325000	0,4564361	0,4537387	0,4299754	0,3837679
0,800	0,4809016	0,5058906	0,5051408	0,4847648	0,4438853
0,850	0,5382952	0,5636028	0,5646463	0,5478780	0,5128992
0,900	0,6103723	0,6347359	0,6372855	0,6244568	0,5962865
0,950	0,7119173	0,7327027	0,7361264	0,7278595	0,7082730
1,000	1,0000000	1,0000000	1,0000000	1,0000000	1,0000000

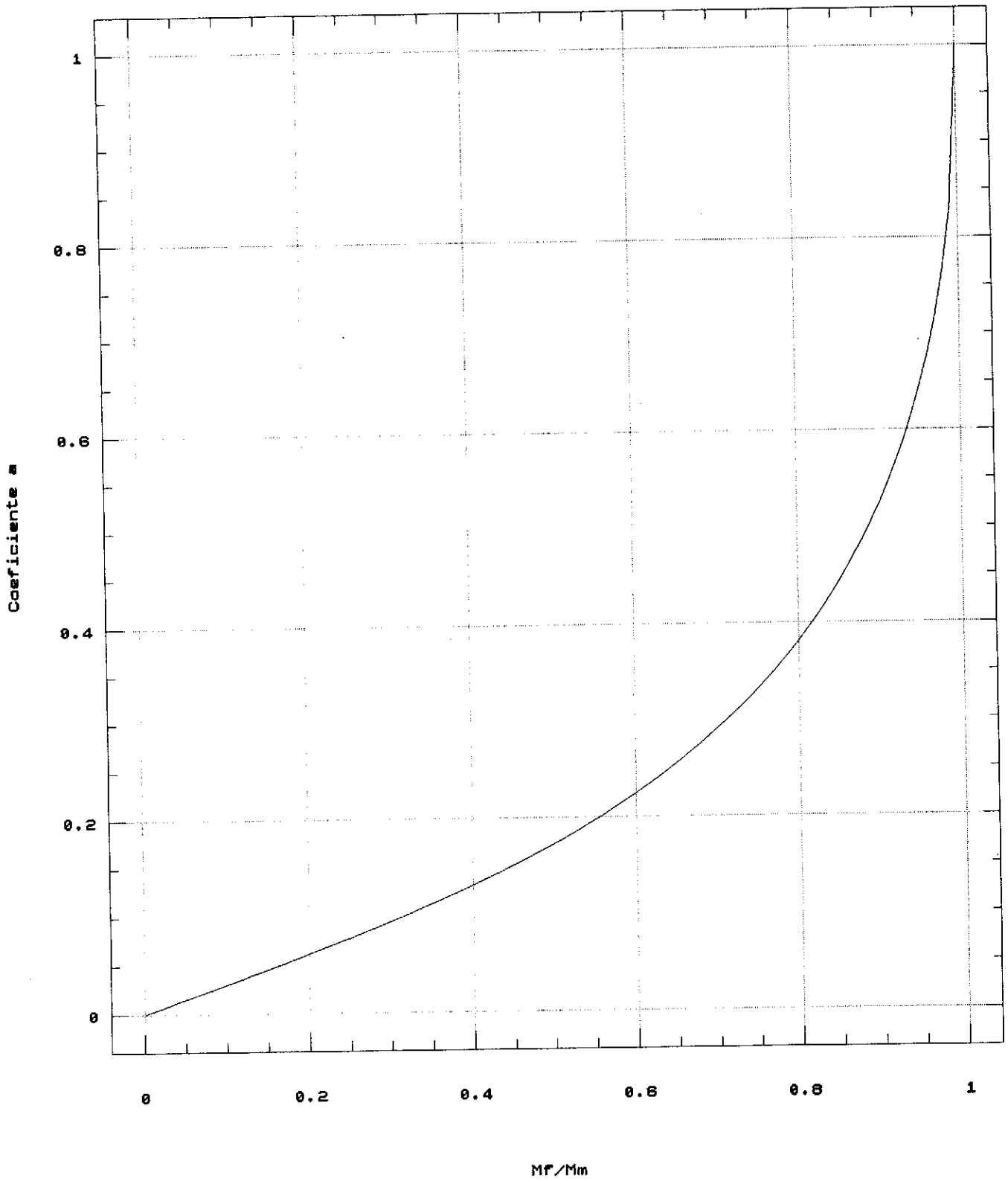
VALORES DEL COEFICIENTE b CON  $\beta = 0,40$

$M_r/M_m$	$K_m = 8$	$K_m = 12$	$K_m = 16$	$K_m = 20$	$K_m = 24$
0,000	0,0000000	0,0071050	0,0392136	0,1027555	0,2062673
0,050	0,0000000	0,0075888	0,0411226	0,1065257	0,2123521
0,100	0,0000000	0,0073786	0,0418333	0,1087067	0,2164580
0,150	0,0000000	0,0066611	0,0415277	0,1094847	0,2187832
0,200	0,0000000	0,0056057	0,0403708	0,1090282	0,2195074
0,250	0,0000000	0,0043670	0,0385131	0,1074912	0,2187946
0,300	0,0000000	0,0030863	0,0360925	0,1050146	0,2167946
0,350	0,0000000	0,0018937	0,0332356	0,1017276	0,2136454
0,400	0,0000000	0,0009092	0,0300592	0,0977500	0,2094742
0,450	0,0000000	0,0002436	0,0266715	0,0931921	0,2043987
0,500	0,0000000	0,0000000	0,0231729	0,0881565	0,1985281
0,550	0,0000000	0,0000000	0,0196568	0,0827390	0,1919643
0,600	0,0000000	0,0000000	0,0162105	0,0770286	0,1848023
0,650	0,0000000	0,0000000	0,0129157	0,0711088	0,1771310
0,700	0,0000000	0,0000000	0,0098490	0,0650579	0,1690338
0,750	0,0000000	0,0000000	0,0070825	0,0589497	0,1605892
0,800	0,0000000	0,0000000	0,0046840	0,0528534	0,1518709
0,850	0,0000000	0,0000000	0,0027175	0,0468345	0,1429487
0,900	0,0000000	0,0000000	0,0012436	0,0409550	0,1338886
0,950	0,0000000	0,0000000	0,0003196	0,0352733	0,1247529
1,000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0298452	0,1156009
1,050	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0247235	0,1064889
1,100	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0199585	0,0974704
1,150	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0155980	0,0885964
1,200	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0116877	0,0799156
1,250	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0082715	0,0714746
1,300	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0053908	0,0633177
1,350	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0030858	0,0554875
1,400	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0013948	0,0480248
1,450	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0003544	0,0409688
1,500	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0343570
1,550	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0282256
1,600	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0226093
1,650	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0175416
1,700	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0130547
1,750	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0091798
1,800	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0059468
1,850	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0033848
1,900	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0015217
1,950	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0003847
2,000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000

ANEJO 2-  
Gráficas de los coeficientes a y b

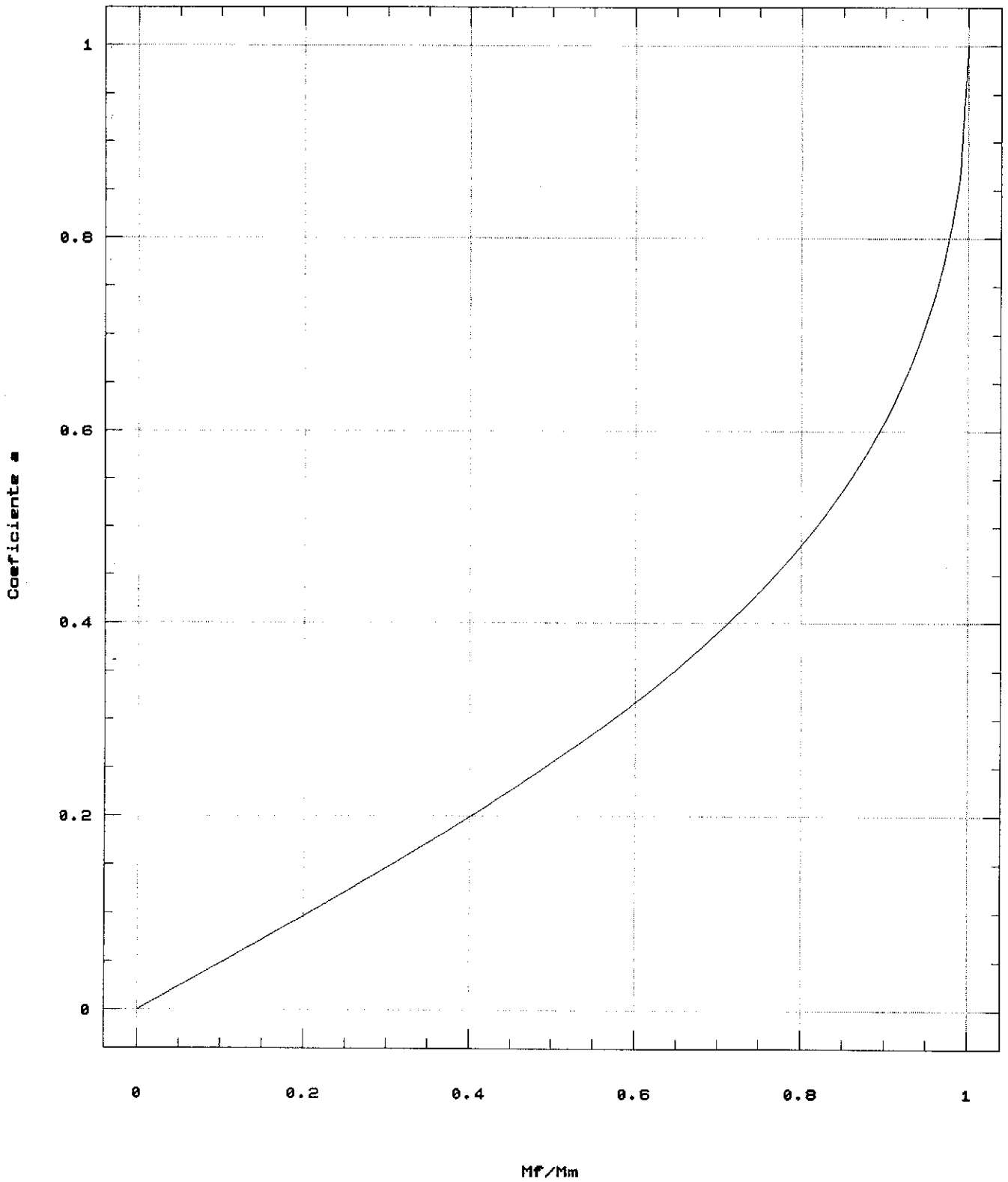
CM-90 con  $\beta=0.25$

$K_m=8$



CM-90 con  $\beta=0.40$

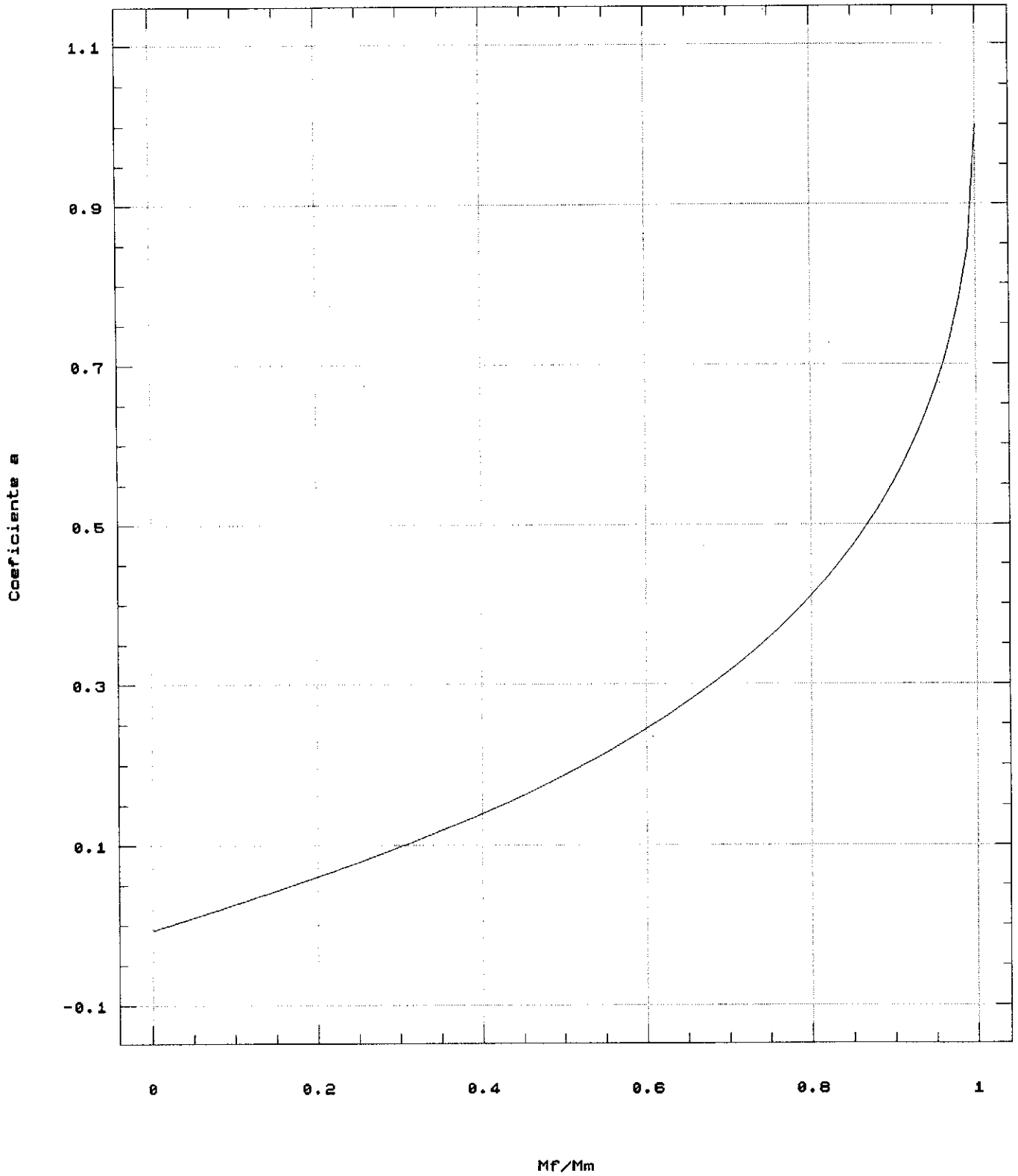
$K_m=8$





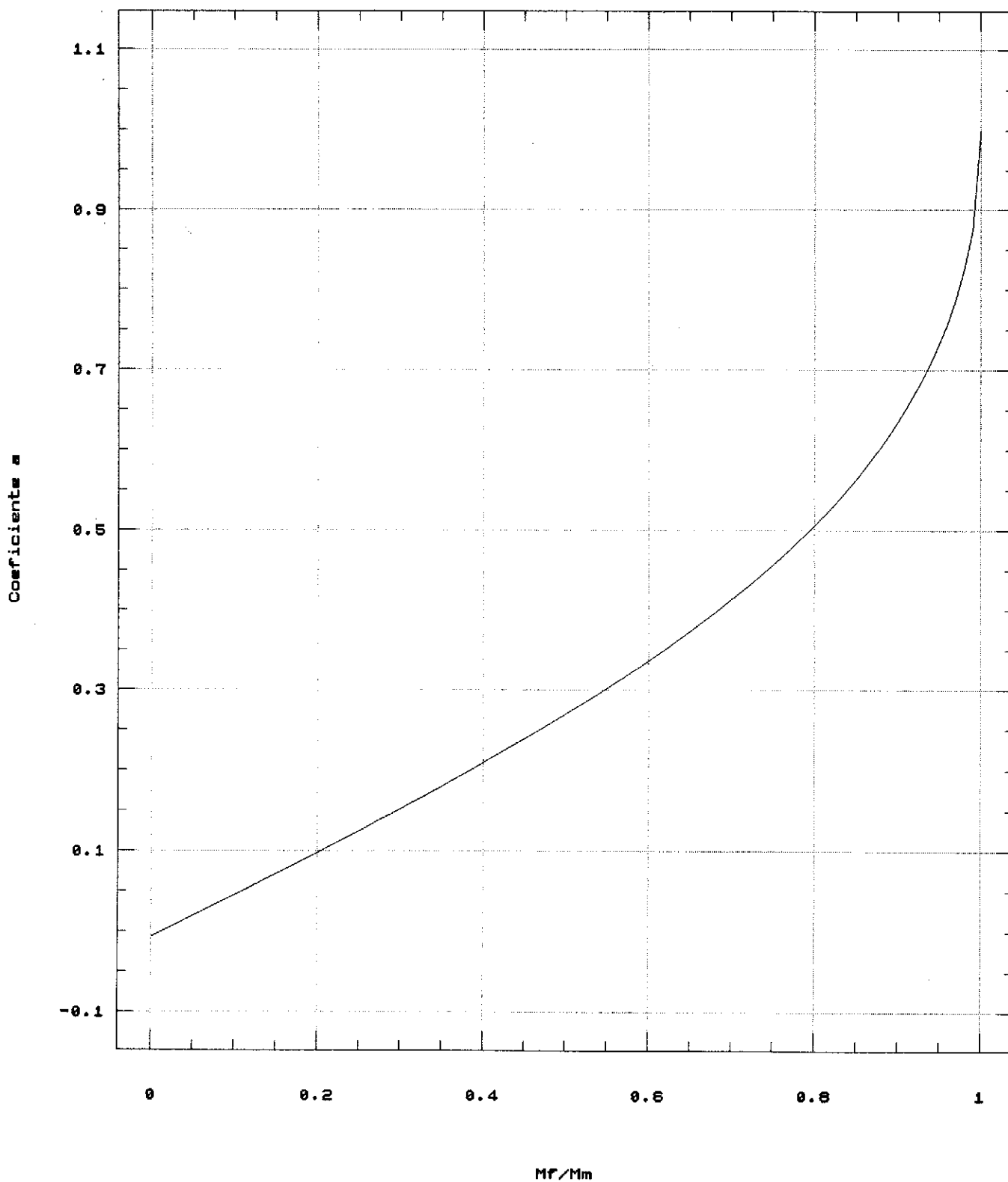
CM-90 con  $\beta=0.25$

$K_m=12$



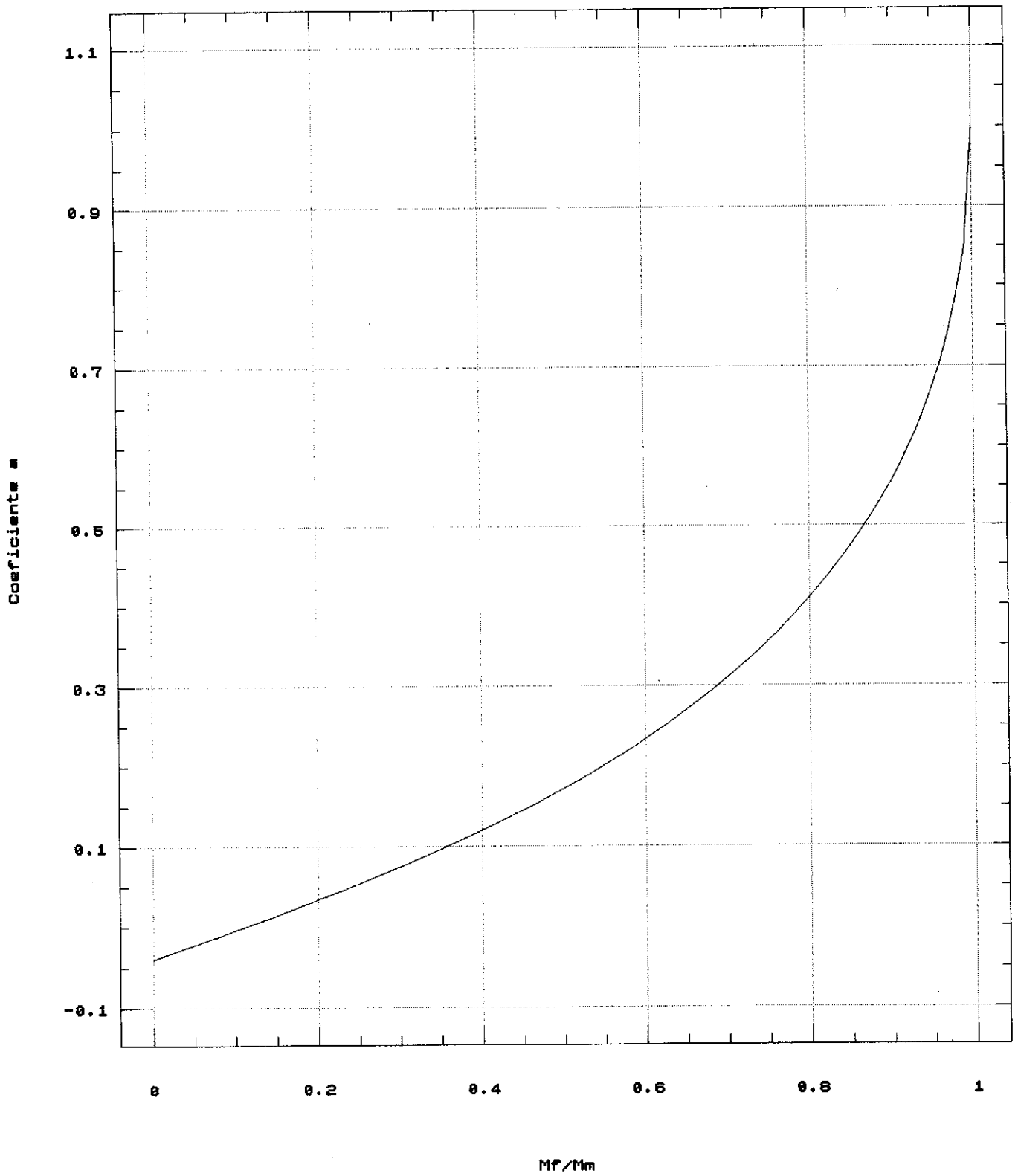
CM-90 con  $\beta=0.40$

Km=12



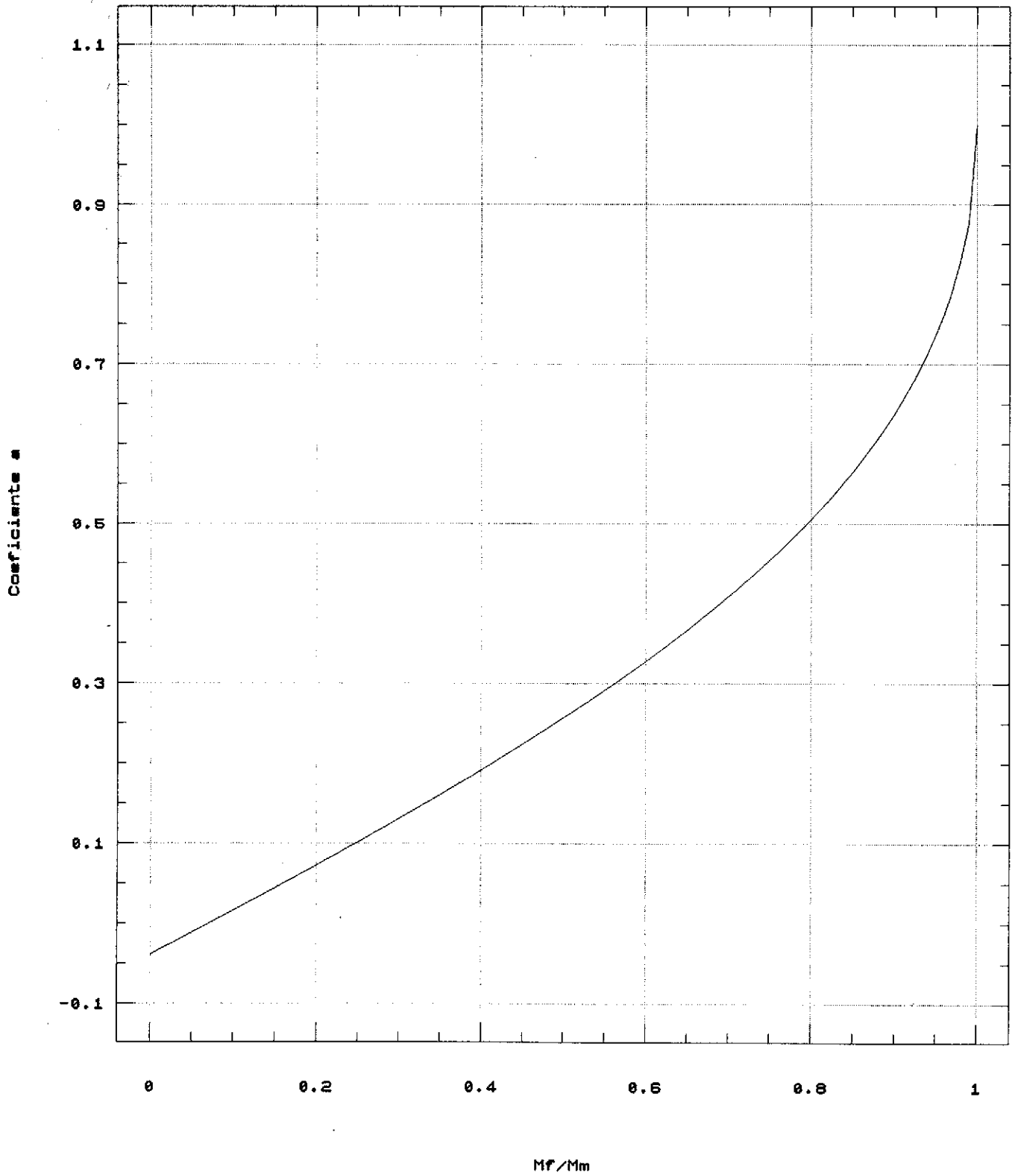
CM-90 con  $\beta=0.25$

$K_m=18$



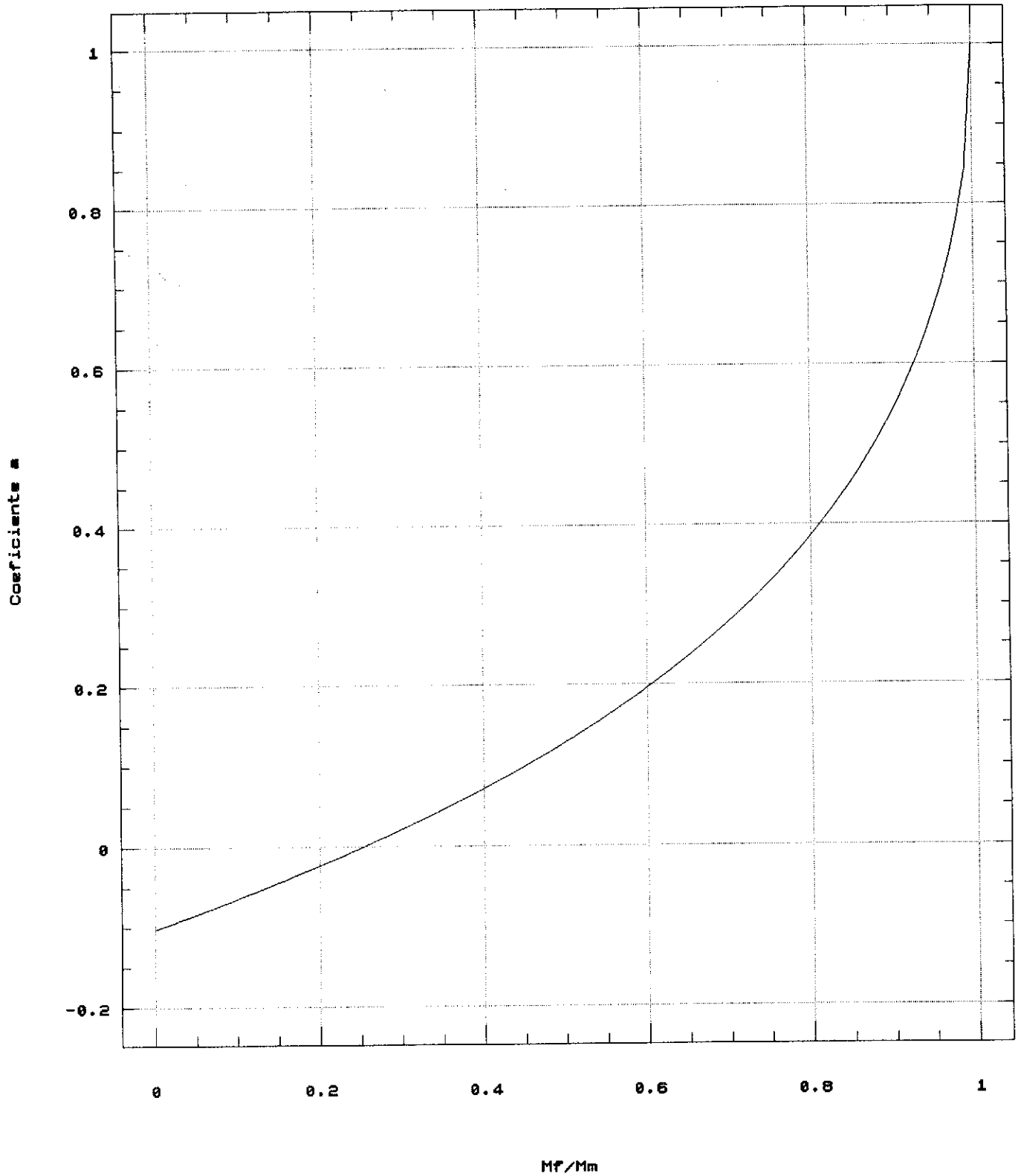
CM-90 con  $\beta=0.40$

$K_m=16$



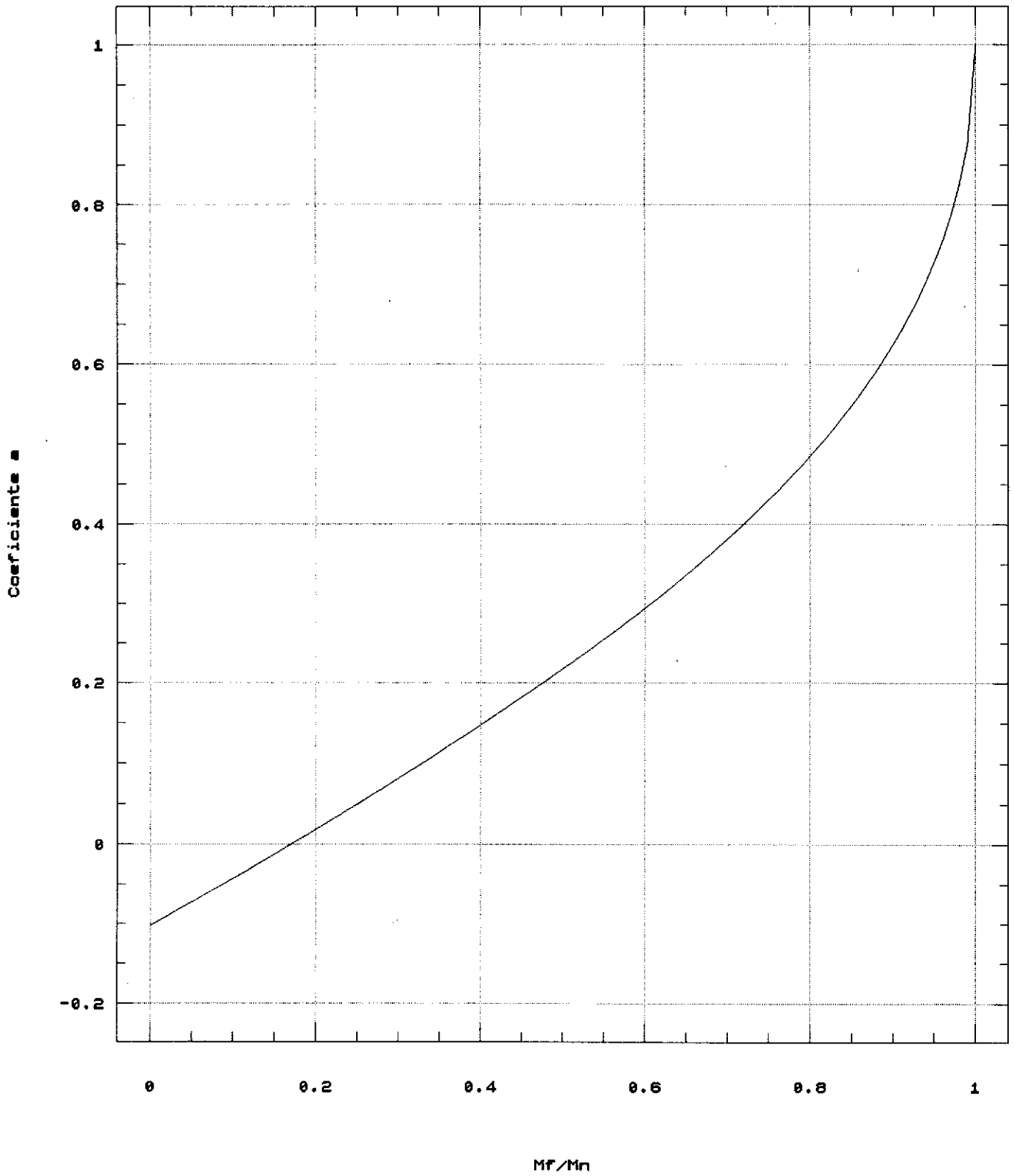
CM-90 con  $\beta=0.25$

$K_m=20$



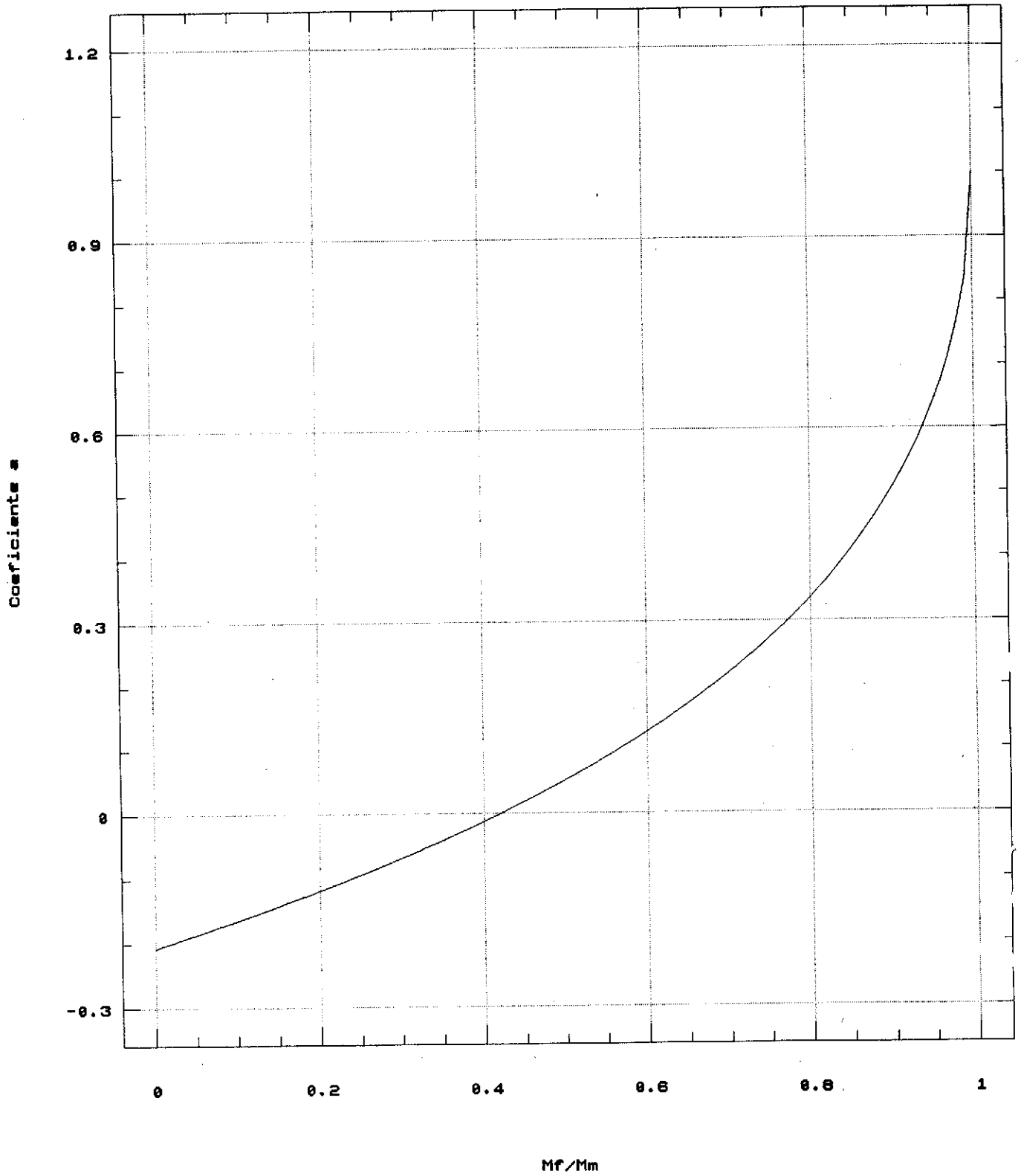
CM-90 con  $\beta=0.40$

$K_m=20$



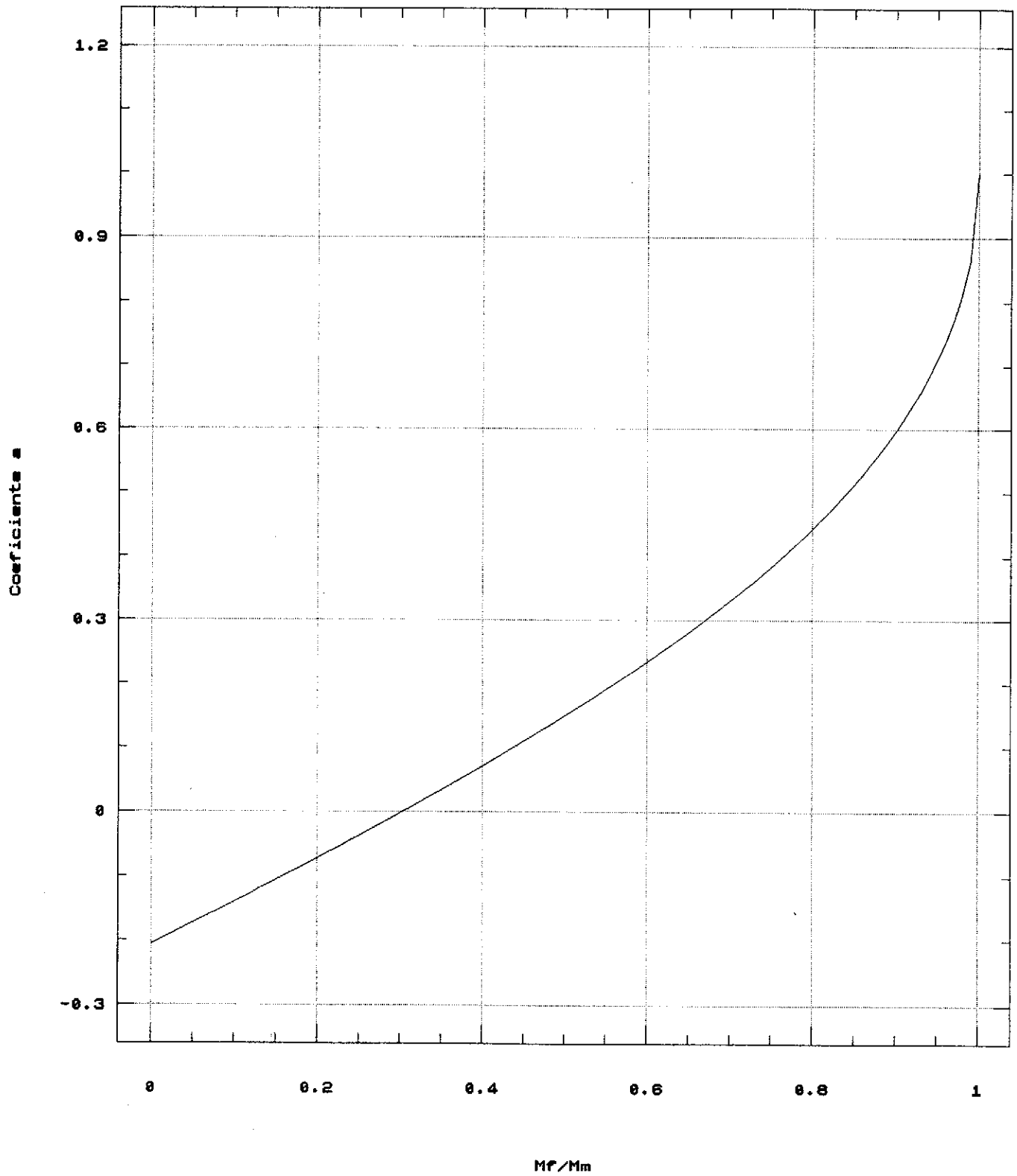
CM-98 con  $\beta=0.25$

$K_m=24$



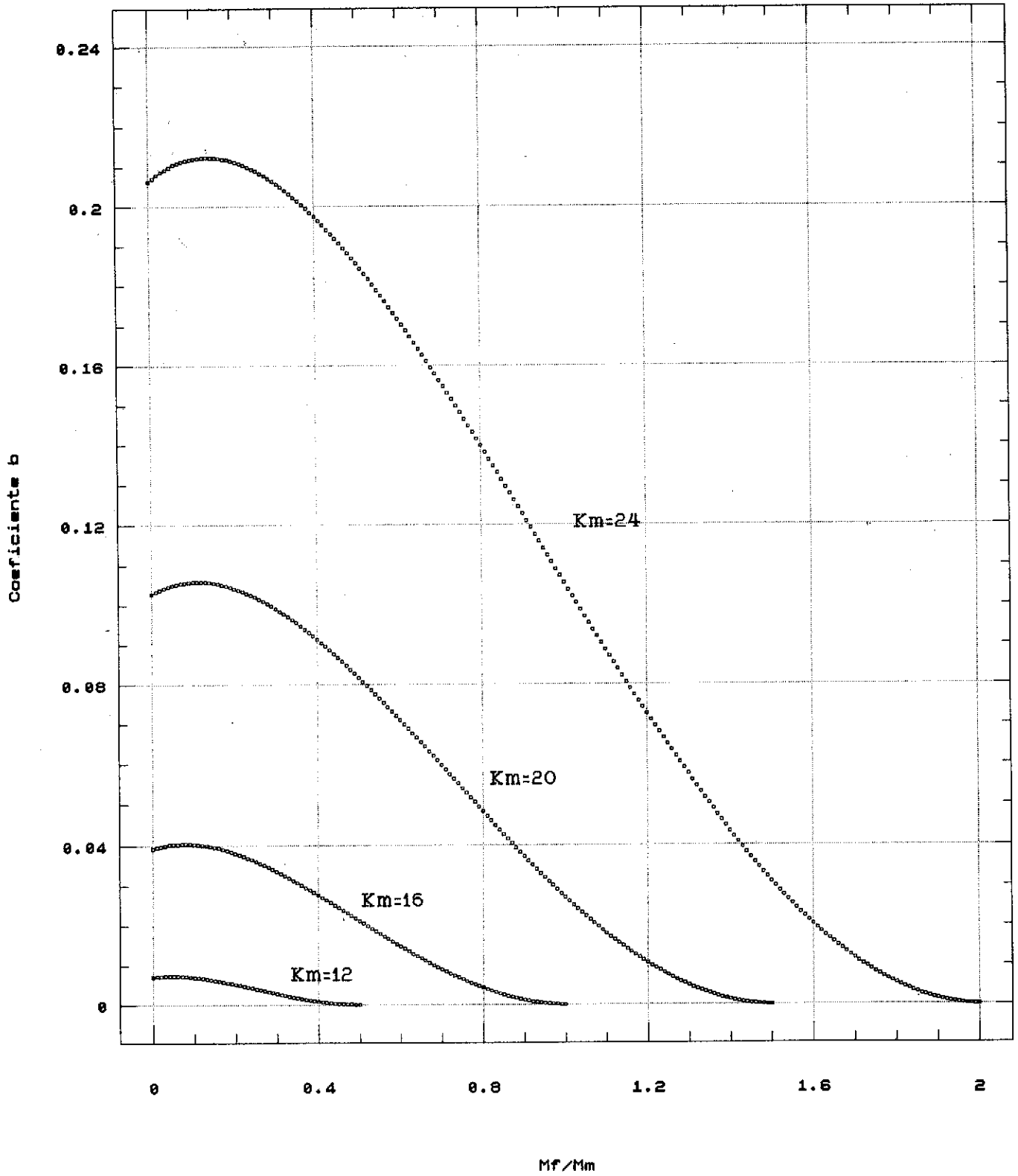
CM-90 con  $\beta=0.40$

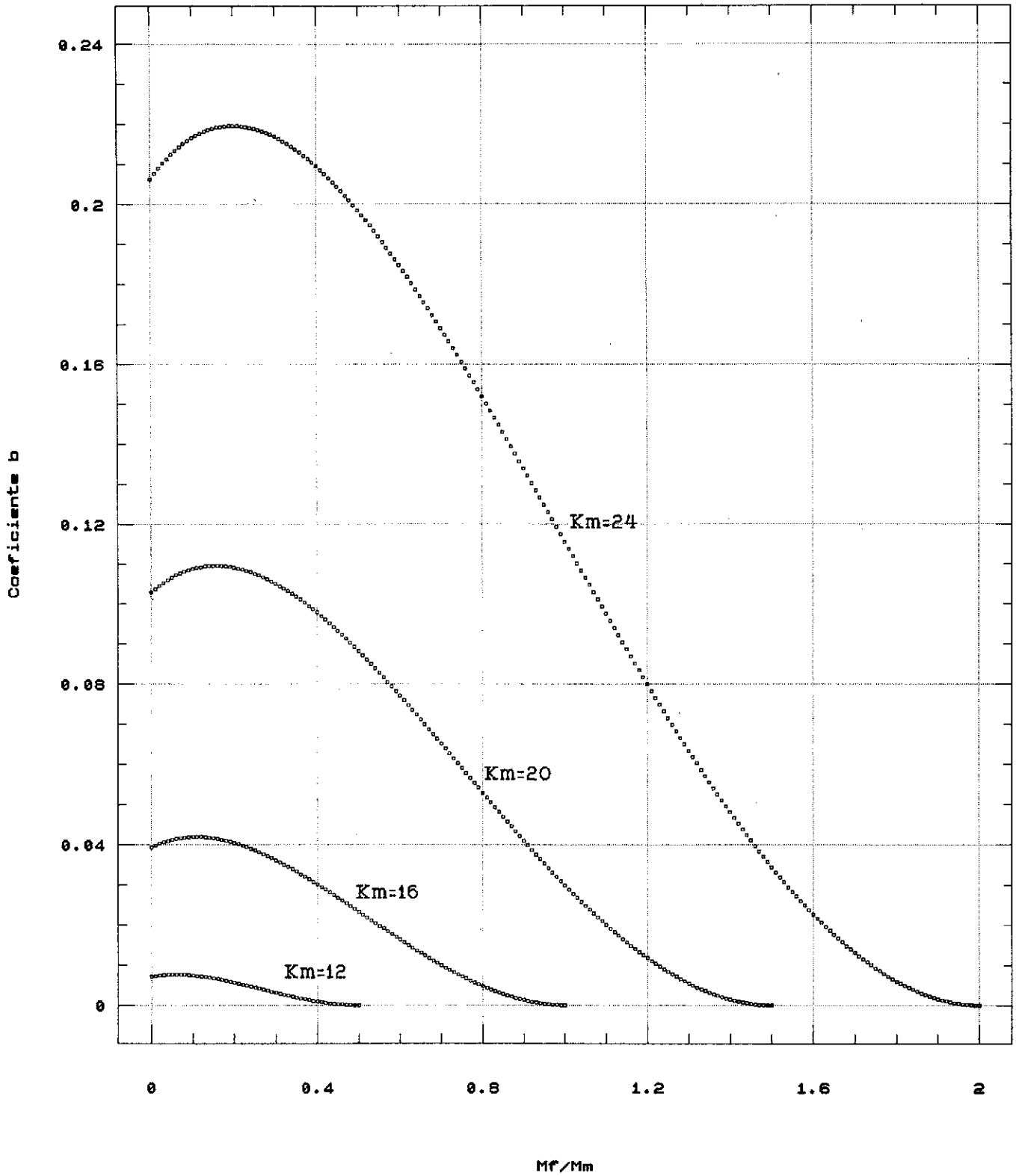
$K_m=24$





CM-90 con  $\beta=0.25$





## Puente "Pegaso" en el nuevo acceso a Barajas (puente de 17,30 m de ancho, sobre apoyo único)

Santiago P. Fadón  
J. Emilio Herrero  
Ingenieros de Caminos C. y P.  
Oficina Técnica Ferroviaria

### 1. INTRODUCCION

El nuevo acceso al aeropuerto de Barajas (véase Fig. 1), de seis kilómetros y medio de longitud, enlaza la vía borde de Hortaleza con dicho aeropuerto, desarrollando todo su trazado por terrenos del término municipal de Madrid.

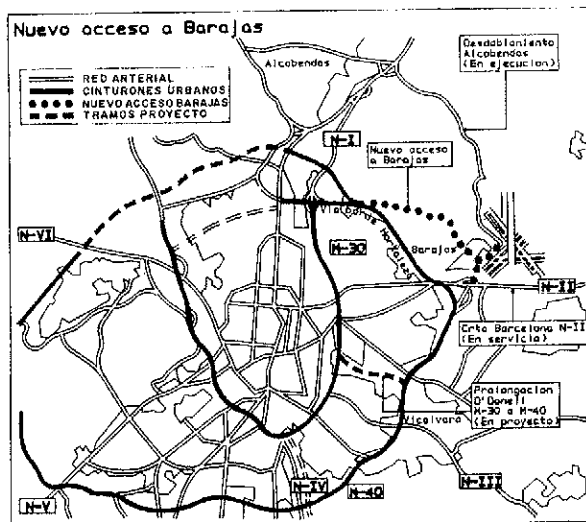


Fig. 1

La sección del tronco de autovía consta de dos calzadas, con dos carriles cada una, más arcenes, hasta un ancho total de 10,50 m por calzada. La mediana tiene un ancho de cuatro metros, lo que totaliza un ancho de plataforma de 25 metros. En el tramo se incluyen cuatro enlaces. El primero, de conexión con la vía borde de Hortaleza; el segundo, para acceso a

los nuevos recintos feriales; el tercero, de acceso al distrito de Barajas, y el último es el que permite conectar con todas las instalaciones del aeropuerto.

En un momento en que se habla tanto de la estética de los puentes y de si éstos deben ser o no una expresión de la lógica resistente que toda estructura implica, en este artículo se va a tratar de un puente (véase Fig. 2), que lleva al límite el ancho de tablero que se puede apoyar en un fuste único por pila (Fig. 3). Esta es, a nuestro juicio, la forma estructuralmente adecuada de resolver el número de fustes de las pilas, de un puente losa, hormigonado "in situ". Este puente pretende acabar con los proyectos de esos pasos superiores, que todos hemos visto sobre nuestras autovías, diseñados como losas "in situ", apoyadas en palizadas de dos, tres e incluso más fustes por pila.

Si estuviéramos hablando de un puente de vigas, efectivamente habría que dar apoyo a cada viga con varios fustes o dinteles (Fig. 4). Pero en un puente losa, la potencia de los materiales modernos permite dar apoyo único, resistiendo las flexiones transversales del tablero, a losas de hasta unos 10 m de ancho sobre la pila, con el propio espesor de la losa trabajando como traviesa de hormigón armado, y de hasta unos 20 m, con hormigón pretensado transversalmente, en las riostras.

### 2. SINGULARIDAD DEL PUENTE

En realizaciones nuestras anteriores, puente de Villabaso (15,40 m de ancho) en Bilbao

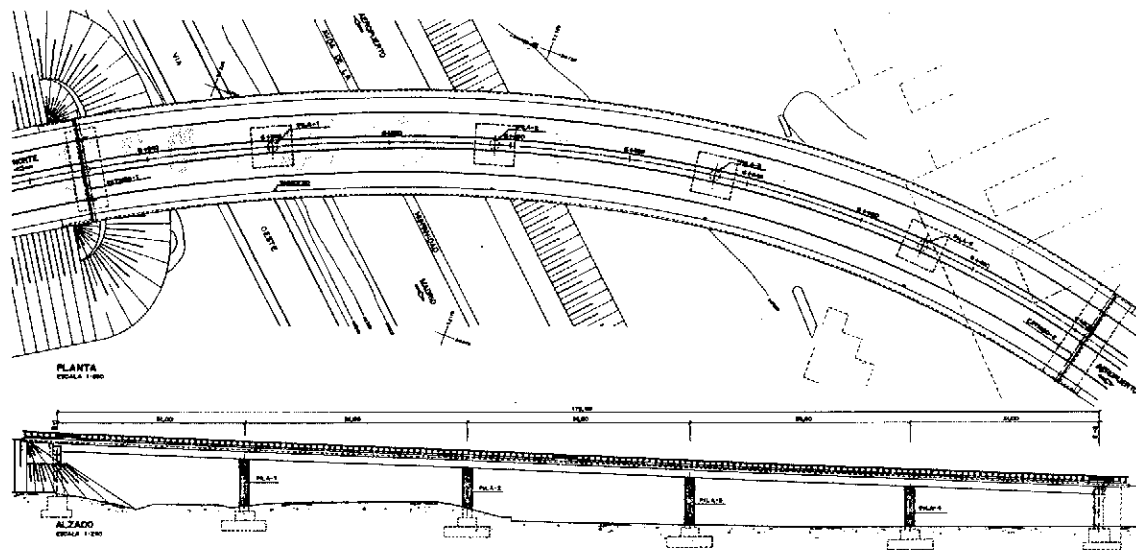


Fig. 2

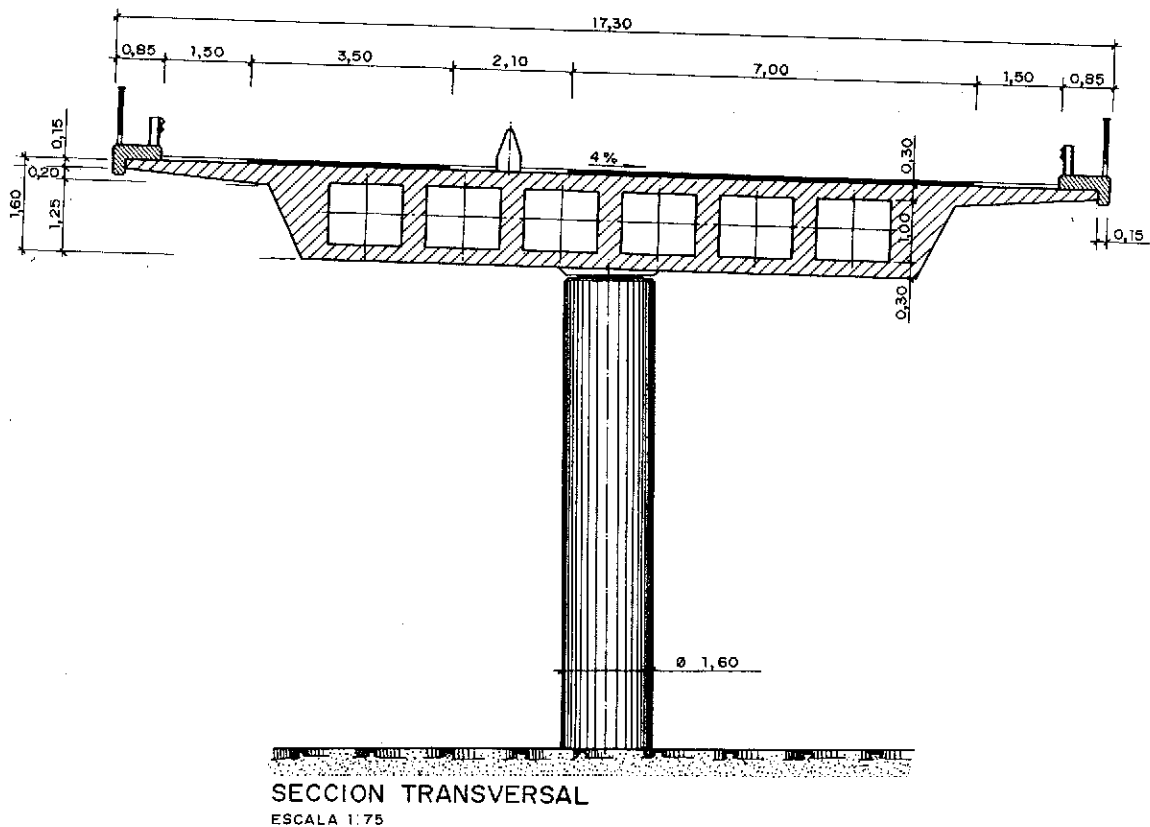


Fig. 3

(fotografía 1), ya habíamos tanteado la aplicación del pretensado transversal para diseñar y construir tableros muy anchos con un fuste único por pila. En la estructura del nuevo acceso a Barajas, sobre la Avenida de la Hispanidad, que hemos llamado puente de Pegaso por su proximidad a la escultura del mitológico corcel, hemos llevado esta idea al límite (foto

grafía 2). Se trata de un tablero de 17,30 m de ancho, que inicialmente tenía tres vanos, de 36,80 m de luz el central y 31,0 m los extremos. Dado que el puente está en curva y es muy esviado, pide disponer un solo fuste para la pila sobre la mediana de la Avenida de la Hispanidad; y, por ende, fustes únicos en todas las demás pilas.

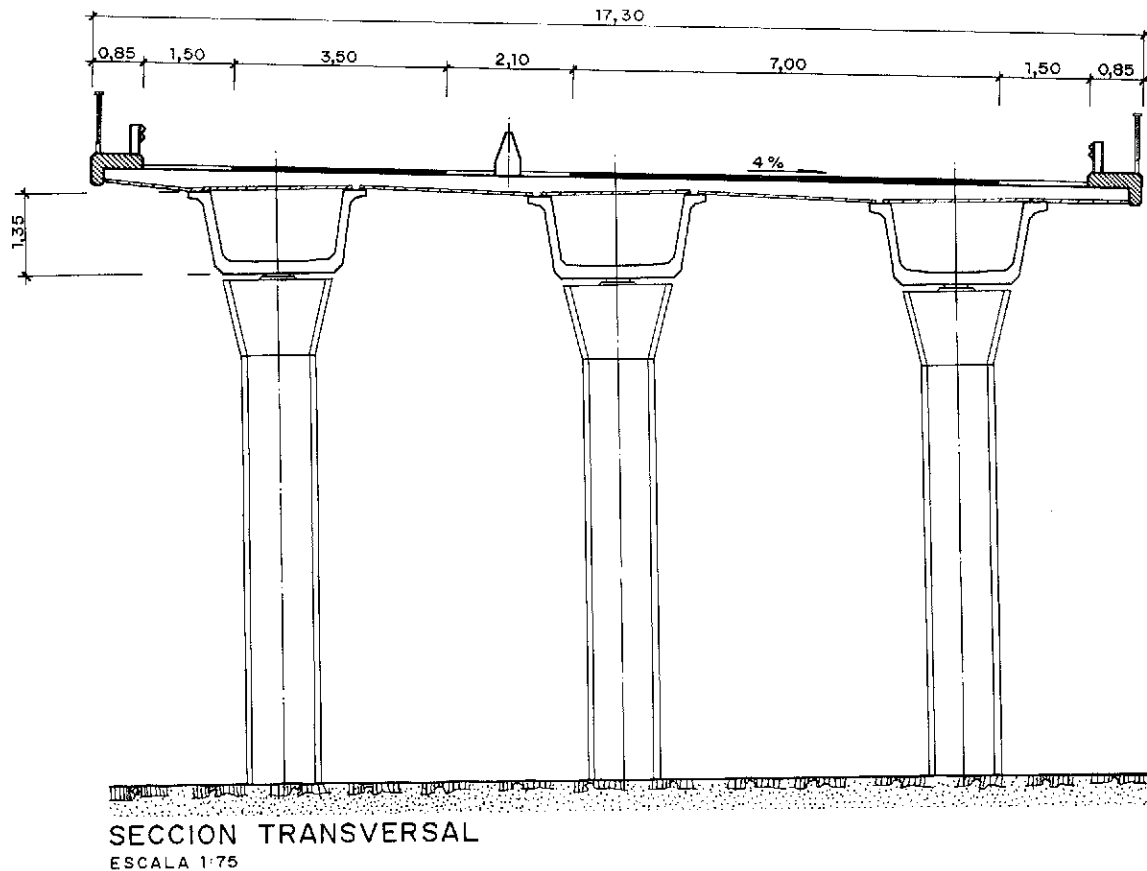
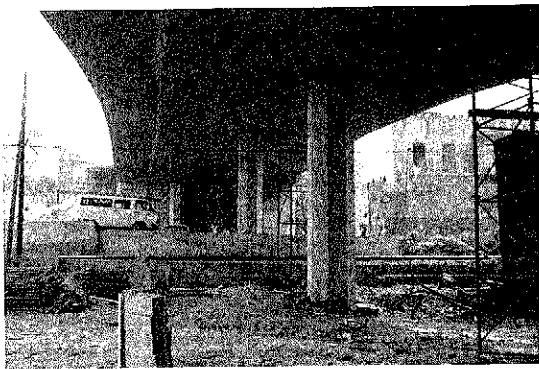
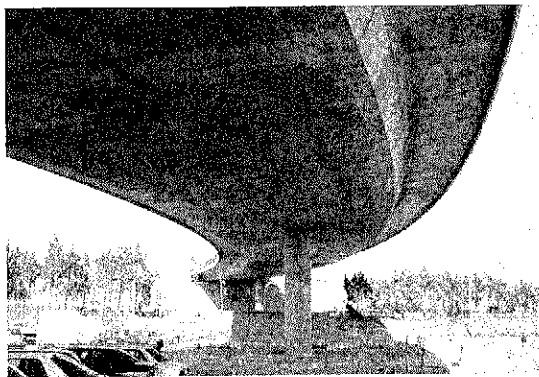


Fig. 4



Fotografía 1



Fotografía 2

La dirección de obra consideró necesario, para no invadir con las tierras un aparcamiento adyacente, aumentar el número de vanos de tres a cinco, manteniendo el esquema de apoyo único en pilas, y aumentando así su longitud, de unos 100 m hasta 172,40 metros.

### 3. DESCRIPCION DEL PUENTE

El tablero del puente es una viga continua de cinco vanos, los interiores de 36,80 m y los extremos de 31,0 metros. La sección transversal es la de una losa aligerada, pretensada, hormigonada "in situ". El ancho total es de 17,30 m que se reparten entre dos voladizos transversales de 2,65 m cada uno y un nucleo de 12,00 m de ancho. El canto de la losa es de 1,60 m y en su interior lleva 6 aligeramientos rectangulares de 1,00 m por 1,30 m. Sobre las pilas, la sección se maciza en una longitud de 2,0 m a cada lado del apoyo.

El pretensado longitudinal está constituido por 6 cables de 19  $\phi$  0,6" y 10 cables de 16  $\phi$  0,6", teniendo como misión soportar las flexiones longitudinales, concentrándose los más potentes en el centro del tablero. Existen, además, otros cuatro cables longitudinales (dos de 19  $\phi$  0,6" y otros dos de 15  $\phi$  0,6") de trazado

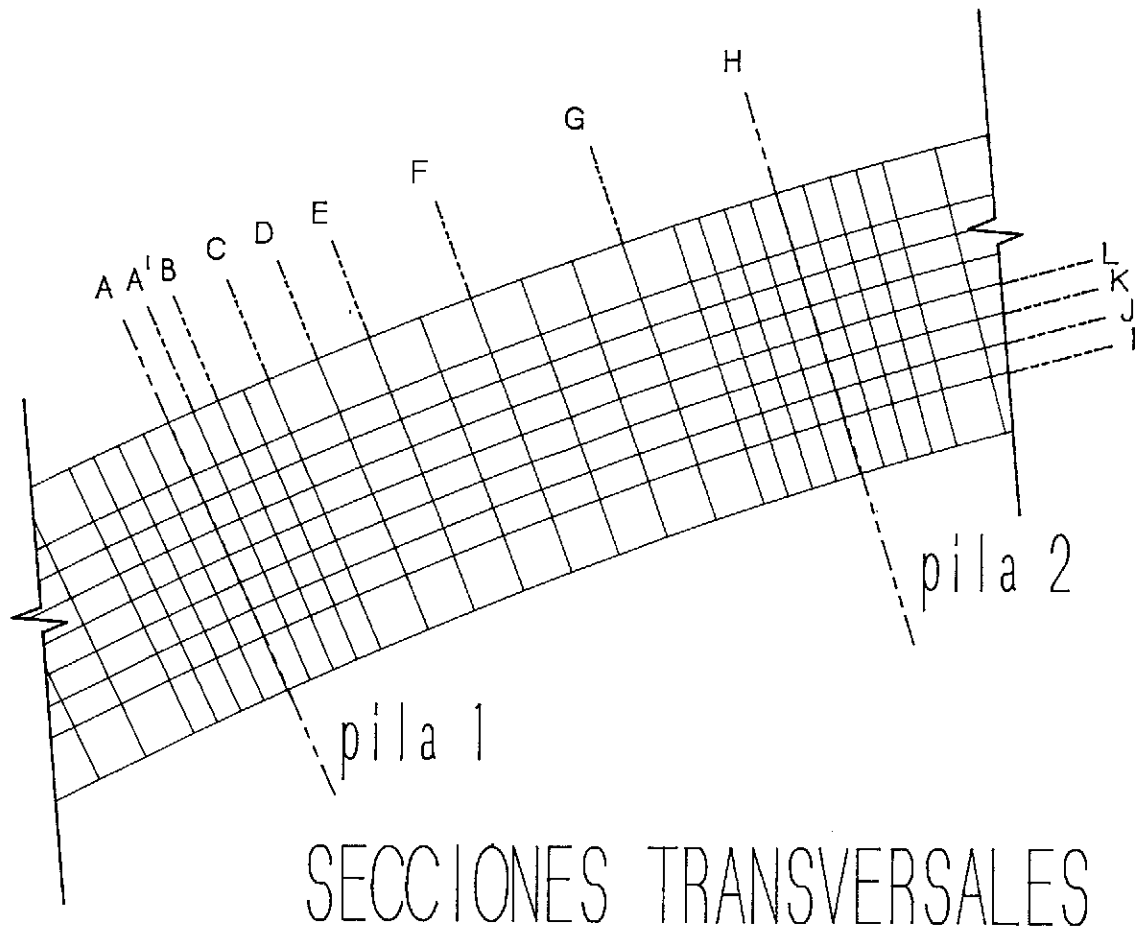


Fig. 5

recto y situados en las esquinas de la sección transversal de la losa, con el fin de resistir las tracciones longitudinales que se derivan de las grandes torsiones de este tablero. El pretensado transversal está constituido por 11 cables de 19  $\phi$  0,6" en la riostra de cada pila. Todos los cables se tesaron al 80% de su carga de rotura.

Las pilas son de sección circular y de 1,6 m de diámetro, y los estribos son abiertos para dejar pasar las tierras a través de ellos.

#### 4. MODELO DE CALCULO

Para el cálculo del tablero se utilizó un modelo de emparrillado (véase Fig. 5) discretizando todo el tablero en una malla de 1.232 barras y 657 nudos, que reproducía en planta la clotoide y el radio del trazado del eje de la autovía. La cuadrícula era más densa en la zona sobre apoyos, dado que se disminuía la distancia entre barras transversales a la mitad, en los 4 m a cada lado del apoyo. Las barras longitudinales se distribuyeron de forma que coincidiesen con el centro de cada alma y una en cada extremo de voladizo, resultando así 9 barras longitudinales.

En el cálculo del emparrillado se tuvo en cuenta la deformación por cortante, siendo particularmente importante en las barras transversales, debido al efecto de viga Vierendeel, acentuado por el hecho de que los aligeramientos fueran rectangulares.

Respecto a las características mecánicas de las barras longitudinales se dió inercia cero a las barras extremas del voladizo. De esta forma, una carga situada en el extremo del voladizo se transmite transversalmente (sin reparto longitudinal) hasta llegar al primer nervio, a partir del cual se transmite en ambos sentidos. Para las demás barras se tomó la inercia correspondiente a la parte de sección cobaricéntrica con ellas, calculándose la inercia respecto al eje correspondiente al centro de gravedad de la sección completa. De esta forma la suma de las inercias de todas las barras es igual a la inercia del tablero completo.

#### 5. PARTICULARIDADES DEL CALCULO Y SU INCIDENCIA EN EL DISEÑO

El diseño de un tablero muy ancho, sobre

apoyo único en todas las pilas, plantea principalmente tres problemas: Llevar las torsiones a los estribos, resolver las tracciones transversales en la traviesa de pila y absorber con el pretensado longitudinal la distribución transversal de la flexión longitudinal. En lo que sigue se desarrollan, con algún detalle, estos tres temas y la forma en que se han resuelto. Lo primero se hizo utilizando hormigón de 400 Kg/cm<sup>2</sup> de resistencia característica a 28 días, aligeramientos rectangulares y macizado de los vanos extremos. Lo segundo, con pretensado transversal en la riostra; y lo tercero, por una distribución adecuada del pretensado longitudinal.

### 5.1. Torsión

En el cálculo de torsiones se tuvo en cuenta el efecto de la forma curva del puente en planta y al mismo tiempo la posibilidad de cargas excéntricas. De este cálculo se desprende que los torsosres máximos mayorados llegan a ser, en el estribo, de casi 3.000 m.t. (Fig. 6). La limitación de compresión en la biela, debida a cortante y torsor, condicionó el diseño, obligando a aumentar la calidad del hormigón a H-400. Además, se macizó el tablero en los 6 metros más cercanos a los estribos, para aumentar el  $V_{ut}$  y disminuir la compresión de la biela debida al cortante. Por otra parte, el espesor de la sección hueca eficaz debía ser lo mayor posible. Para ello se diseñaron aligeramientos rectangulares que tienen el mismo área que uno circular, pero dejando una losa de hormigón superior e

inferior mayor (30 cm en lugar de 15 cm). De este modo, la circulación de las tensiones tangenciales,  $\tau$ , debidas al torsor, no provoca tensiones principales de tracción por encima de los valores admisibles.

Además, se introdujo un pretensado longitudinal recto, situando un cable en cada esquina de la sección hueca eficaz. Estos cordones se distribuyeron de forma que no introdujesen flexiones longitudinales, dando así una compresión centrada que no se tuvo en cuenta como efecto favorable en el cálculo de las tensiones debidas a flexiones longitudinales. Estos axiles mejoran las condiciones del tablero frente a la fisuración por torsión, disminuyendo la tensión principal de tracción debida al torsor y flexión a 20 kg/cm<sup>2</sup>.

### 5.2. Flexión transversal

Del estudio del cálculo del emparrillado se dedujo que las flexiones transversales debidas a las cargas gravitatorias tenían una distribución muy diferente a la que daba el pretensado transversal.

Las cargas permanentes y las sobrecargas concentran fuertes flexiones sobre el apoyo, mientras que los momentos del pretensado transversal se reparten a otras secciones alejadas de éste. En las figuras 7, 8, 9 y 10 puede observarse la ley de flectores transversales debida a peso propio, superestructura y sobrecargas, en diferentes secciones transversales. Se

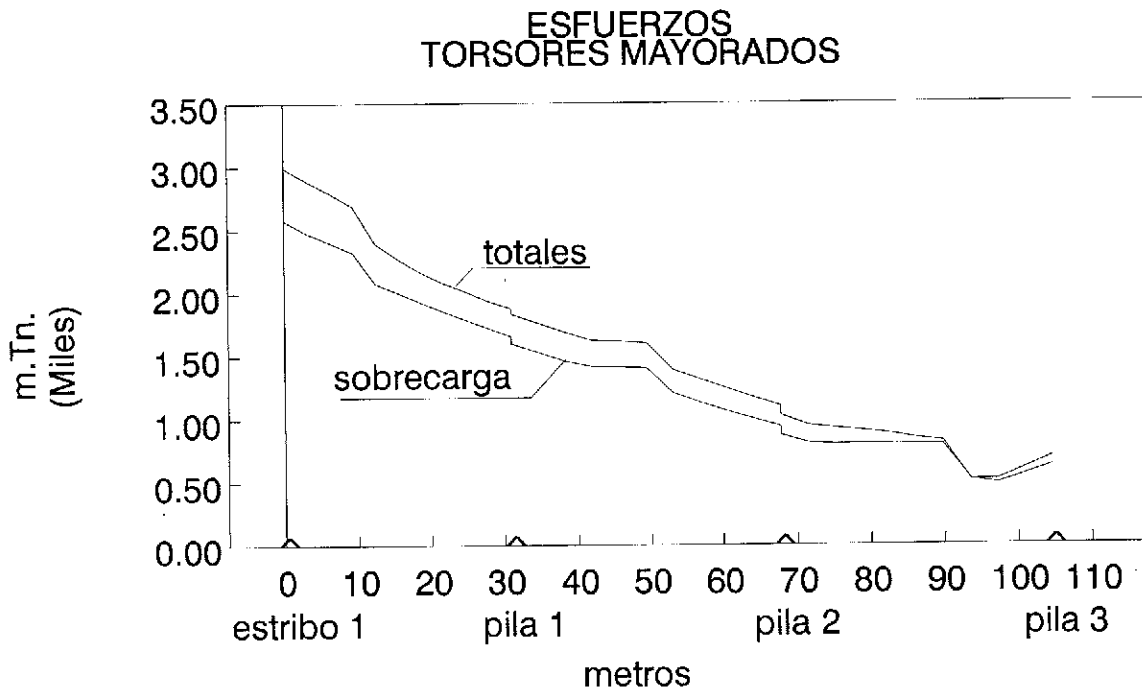


Fig. 6

# FLEXION TRANSVERSAL EN SECC TRANSV

Peso Propio

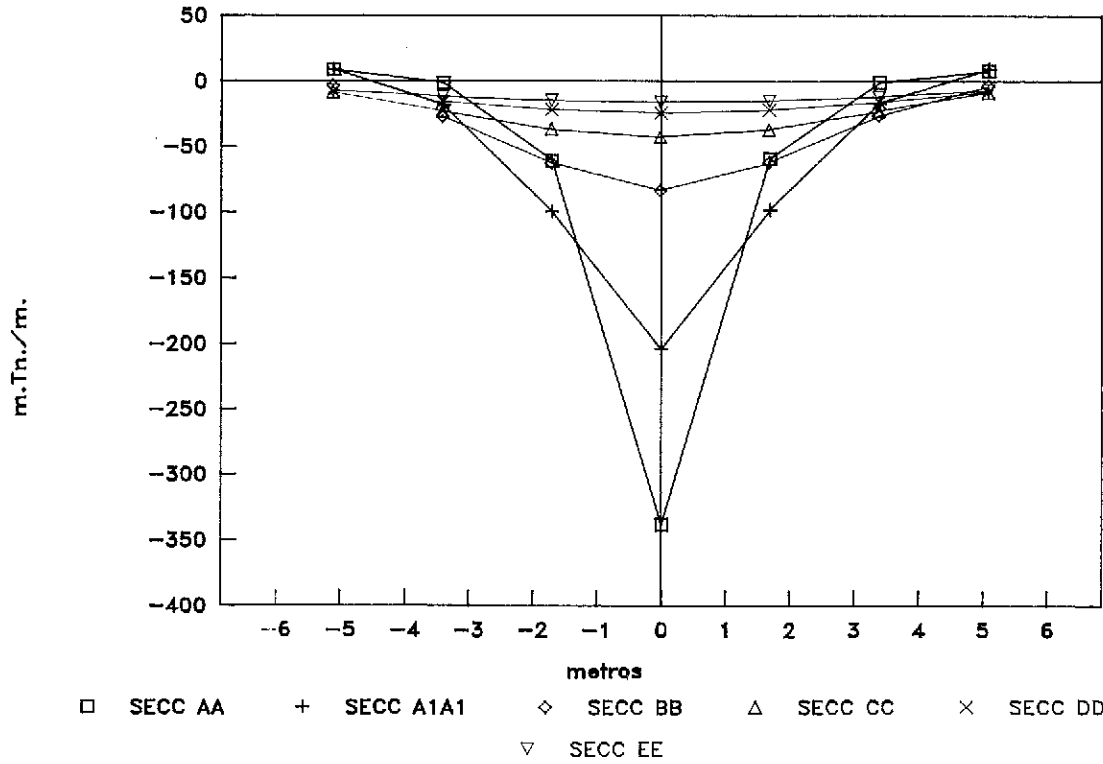


Fig. 7

# FLEXION TRANSVERSAL EN SECC TRANS

Superestructura

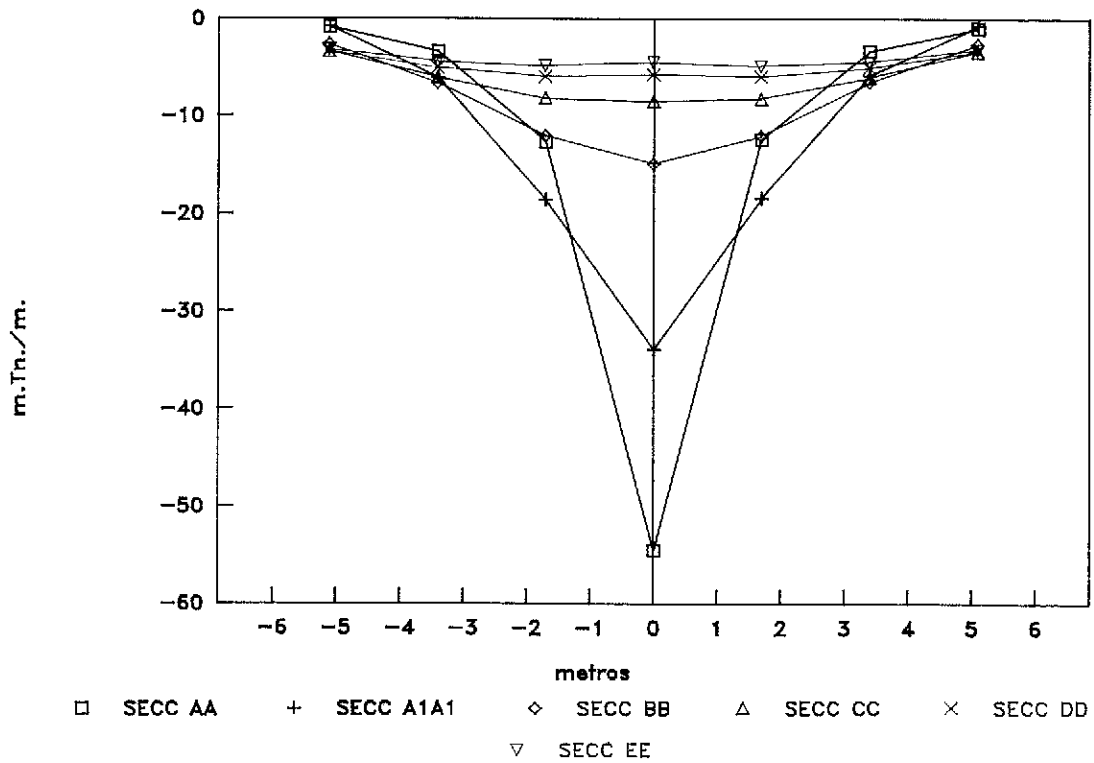


Fig. 8



# FLEXION TRANSVERSAL EN SECC TRANS

SC 400 kg/m<sup>2</sup> Todo el tablero

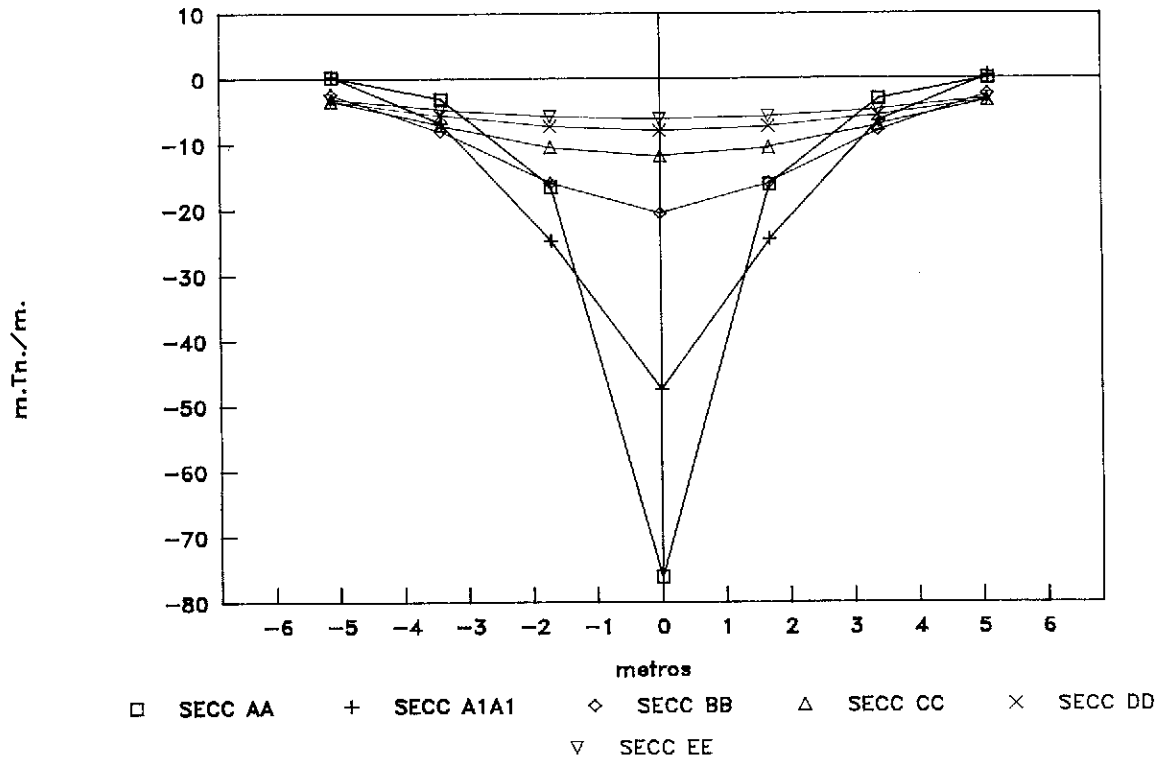


Fig. 9

# FLEXION TRANSVERSAL EN SECC TRANS

Tanque 60 Tn. Plla 1

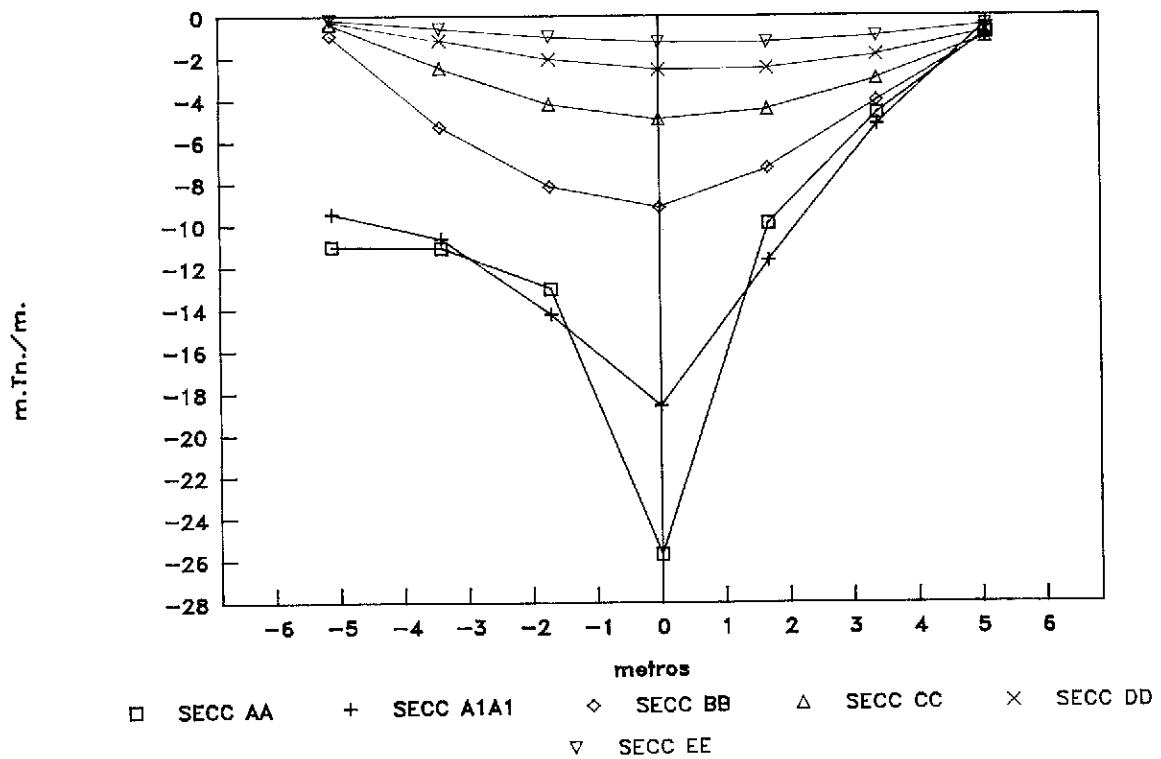


Fig. 10

# FLEXION TRANSVERSAL EN SECC TRANS

Pretensado Longitudinal

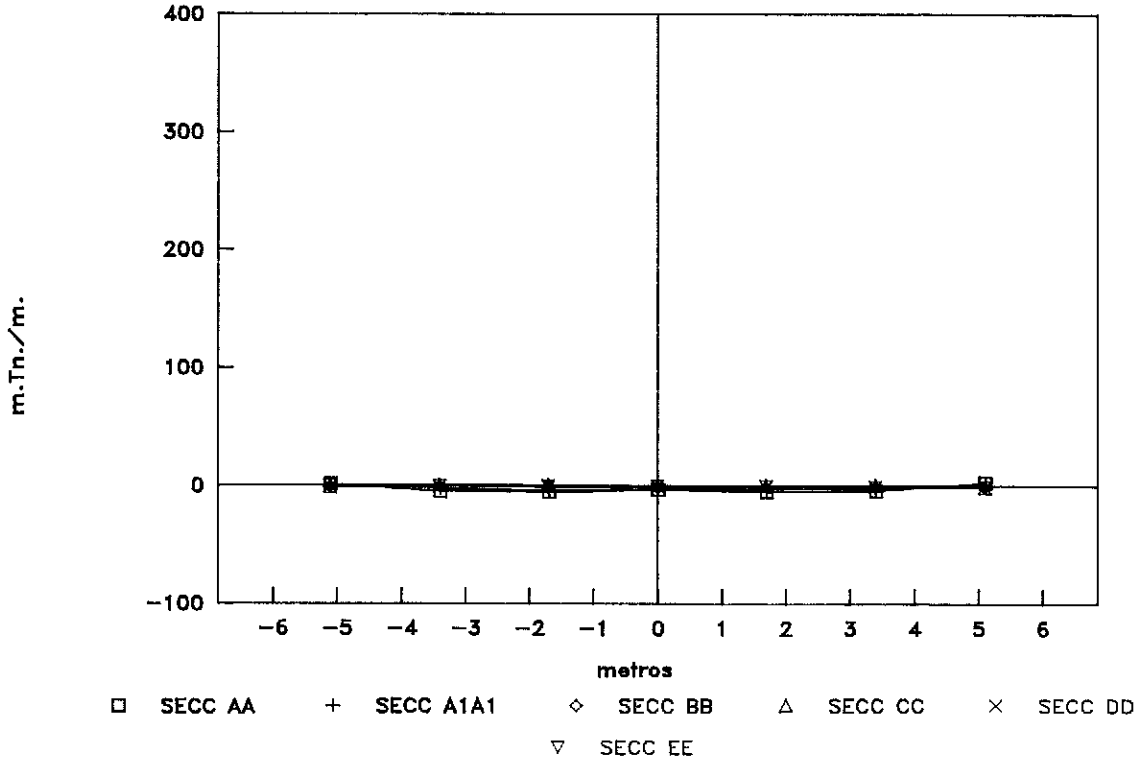


Fig. 11

# FLEXION TRANSVERSAL EN SECC TRANS

Pretensado Transversal

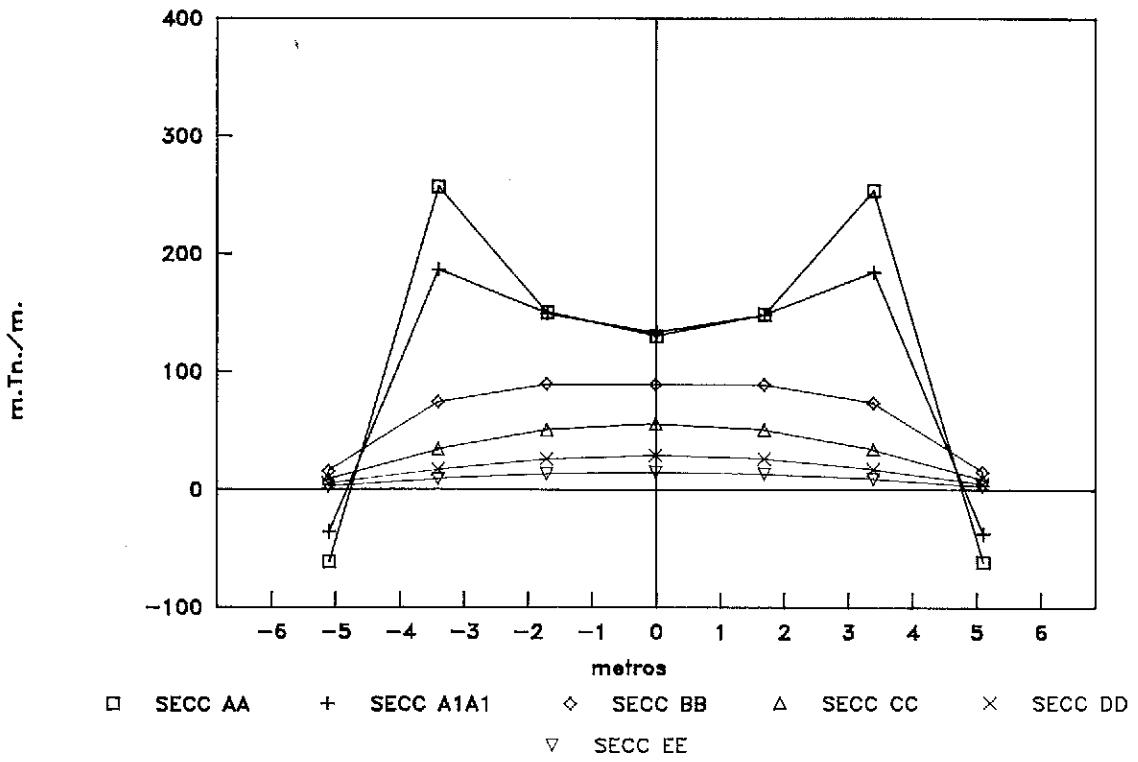


Fig. 12

# DISTRIBUCION DE AXILES TRANSVERSALES

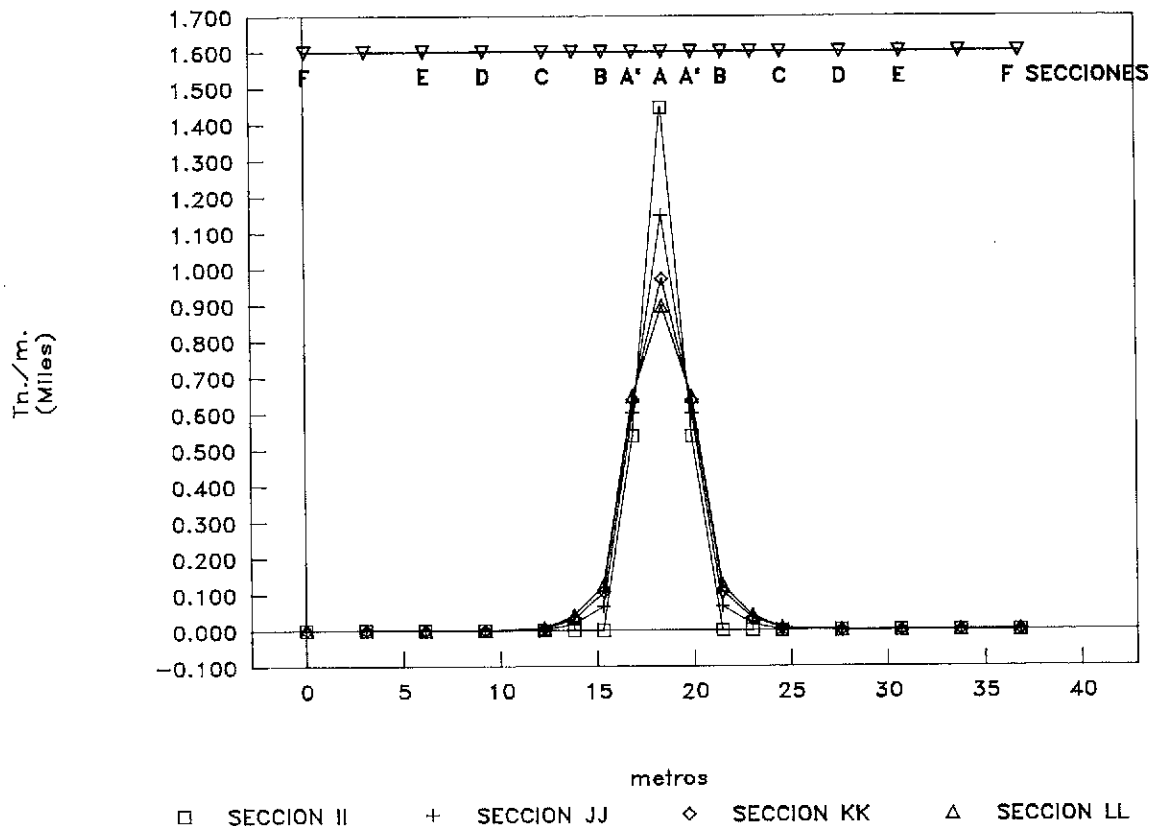


Fig. 13

observa lo rápidamente que se disipa la concentración de flexiones según nos alejamos de la pila en sentido longitudinal. En las figuras 11 y 12 se han representado las leyes de flectores transversales debidas al pretensado longitudinal y transversal, en las mismas secciones. Se observa que el pretensado longitudinal apenas tiene influencia en la flexión transversal. Sin embargo, el pretensado transversal muestra una menor concentración de flexiones que en las figuras 7 a 10 y una disminución de éstas de una forma más uniforme, según nos alejamos longitudinalmente.

Por otra parte, el reparto de axiles (Fig. 13) que introduce el pretensado transversal, fue estudiado con un modelo local de elementos finitos de dos dimensiones. El resultado fue que se producía un reparto longitudinal, de forma que a la sección transversal de la riostra sobre el apoyo sólo llegaba el 80% del axil introducido en el extremo de la riostra.

En el cálculo de tensiones se encontró un punto, encima de cada apoyo, que tenía tensiones muy elevadas. Estos resultados se consideraron poco representativos de la realidad, ya

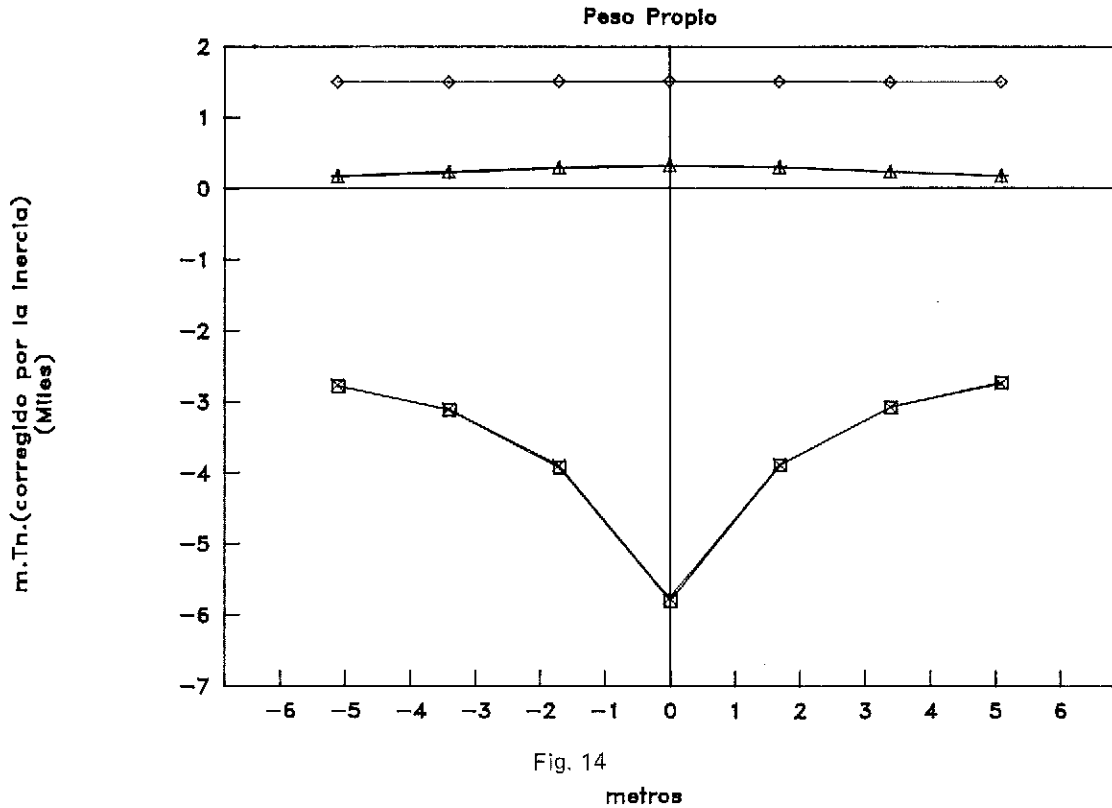
que lo que se había modelizado como apoyo puntual tenía unas dimensiones (apoyo de neopreno de  $\phi$  1,25 m) semejantes al tamaño de la malla (distancia entre barras 1,53 m). Estos puntos se estudiaron mediante un modelo de elementos finitos que confirmó la singularidad de este punto sobre cada pila.

Del estudio de tensiones en diferentes estados de construcción y de servicio, se obtuvieron como tracciones máximas 3 Kg/cm<sup>2</sup> en construcción, en fibra inferior, y 9,5 Kg/cm<sup>2</sup> en servicio, en fibra superior.

## 5.3. Flexión longitudinal

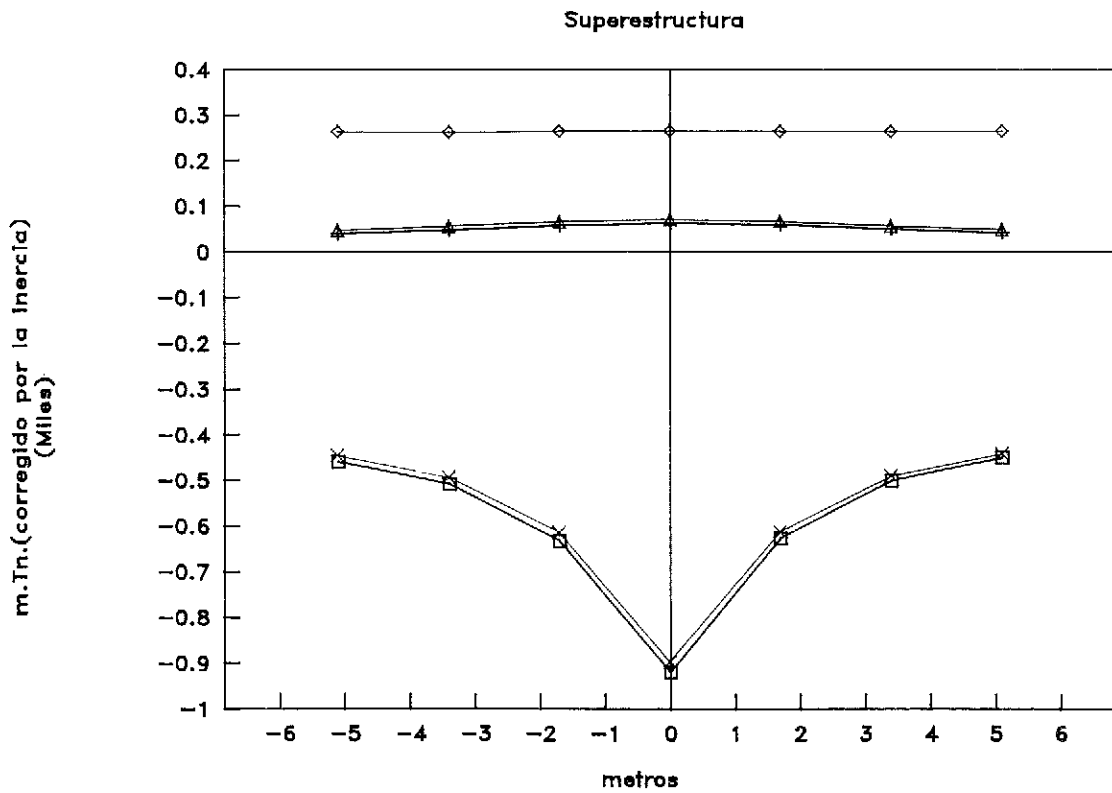
a) **Peso propio, cargas uniformes y pretensado longitudinal.** En la distribución transversal de las flexiones longitudinales se observó un comportamiento diferente para el peso propio y cargas uniformes, por una parte, y para el pretensado longitudinal, por otra. Si representamos en secciones transversales las flexiones longitudinales del peso propio y cargas uniformes (figuras 14 a 16), se puede observar que en la curva correspondiente a la sección sobre pila

## FLEXION LONGITUDINAL EN SECC TRANSV



□ SECC AA    + SECC DD    ◇ SECC FF    △ SECC GG    × SECC HH

## FLEXION LONGITUDINAL EN SECC TRANSV



□ SECC AA    + SECC DD    ◇ SECC FF    △ SECC GG    × SECC HH

Fig. 15

# FLEXION LONGITUDINAL EN SECC TRANSV

SC 400 kg/cm<sup>2</sup> Todo el Tablero

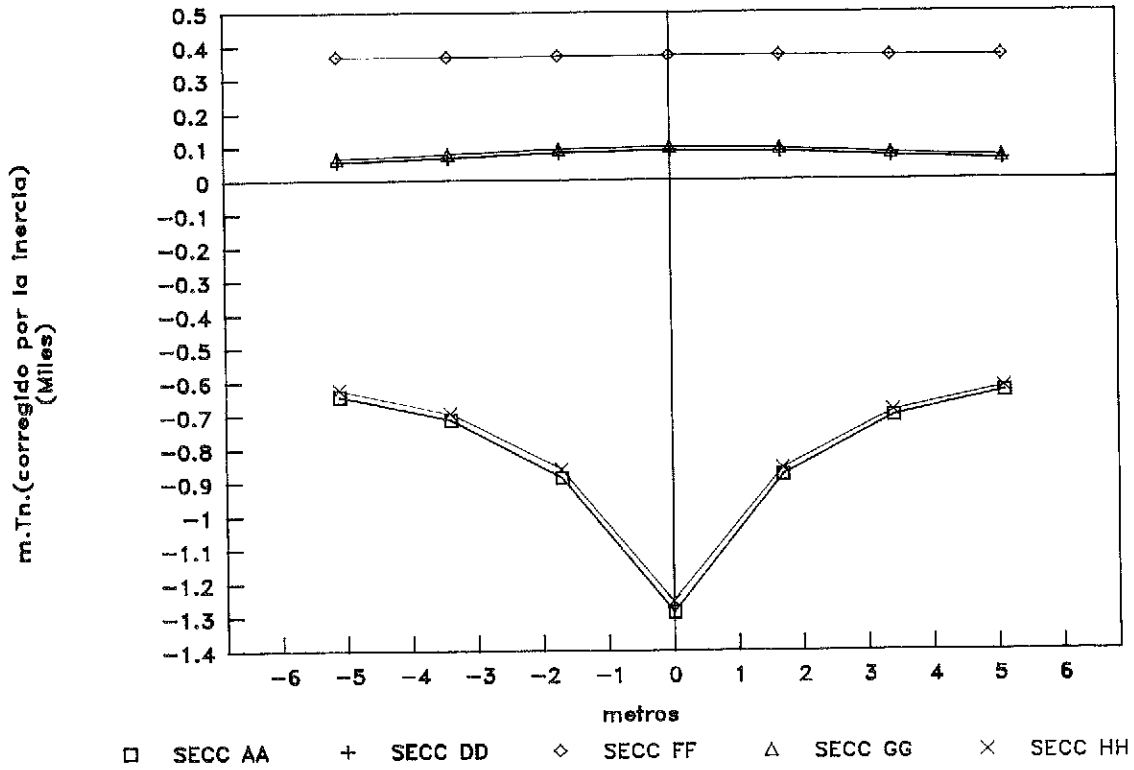


Fig. 16

# FLEXION LONGITUDINAL EN SECC TRANSV

Pretensado Longitudinal

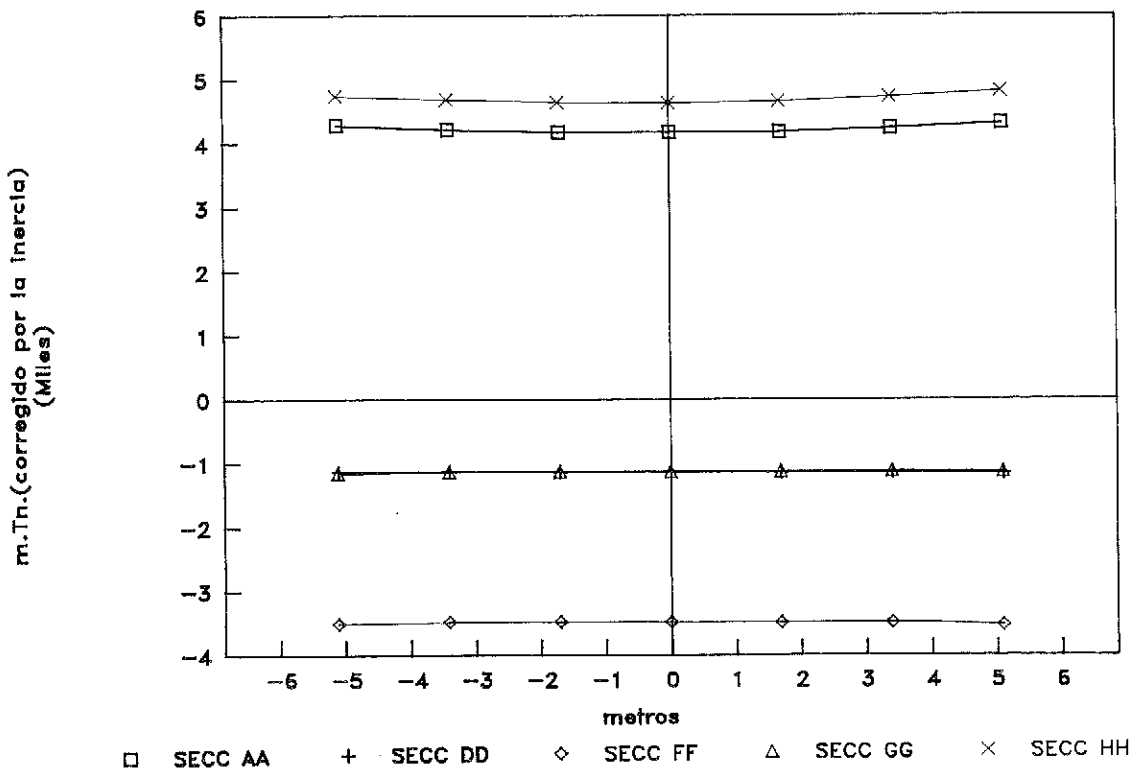


Fig. 17

(sección AA) el valor de la flexión longitudinal en el centro es del orden del doble que en los bordes del tablero (teniendo en cuenta que en este gráfico no se han representado las alas). Sin embargo, en una sección situada a 1/4 de la luz (sección DD), esta diferencia entre el centro y los bordes se ha disipado, dando una distribución uniforme de las flexiones. En la figura 17 se ha representado la distribución de flexiones longitudinales debida al pretensado longitudinal. Se puede observar una uniformidad casi total de las flexiones longitudinales en sentido transversal, dando lugar a una deformada casi cilíndrica.

Este comportamiento diferente de la distribución de las flexiones del peso propio y cargas uniformes por una parte, y del pretensado por otra, parecía sugerir la modificación de la distribución de los tendones del pretensado longitudinal, a fin de concentrar cables en el centro del tablero. Sin embargo, una vez hecho esto, se observó que los cables concentrados no daban una flexión longitudinal igualmente concentrada, sino que se repartía en todo el ancho del tablero, tendiendo a dar una distribución mucho más uniforme. Por ello, además de concentrar algunos cables, hubo que aumentar la

cantidad total del pretensado longitudinal, en el correspondiente coeficiente de excentricidad.

### b) Pretensado transversal

En la figura 18 se ha representado la distribución de las flexiones longitudinales debidas al pretensado transversal, a lo largo de diferentes secciones, AA a HH. En la sección de pila, (sección AA), se observan momentos flectores longitudinales cuyo valor es significativo respecto de los producidos por el pretensado longitudinal. Los momentos son de signo positivo en la banda central del tablero y cambian de signo al aproximarse a los anclajes en los bordes laterales del mismo. Este cambio de signo no es sencillo de explicar, ya que se debe al alto grado de hiperestaticidad interna del tablero, considerado como losa de dos dimensiones. El efecto del pretensado transversal en la riostra de pila, considerada aisladamente del resto del tablero, sería una deformada cóncava hacia arriba, levantando más los nervios longitudinales cuanto más alejados están del apoyo en la pila. Al considerar que la riostra está, en la realidad, unida al resto del tablero, esta deformada estará coaccionada por la rigidez de las barras trans-

## FLEXION LONGITUDINAL EN SECC TRANSV

### Pretensado Transversal

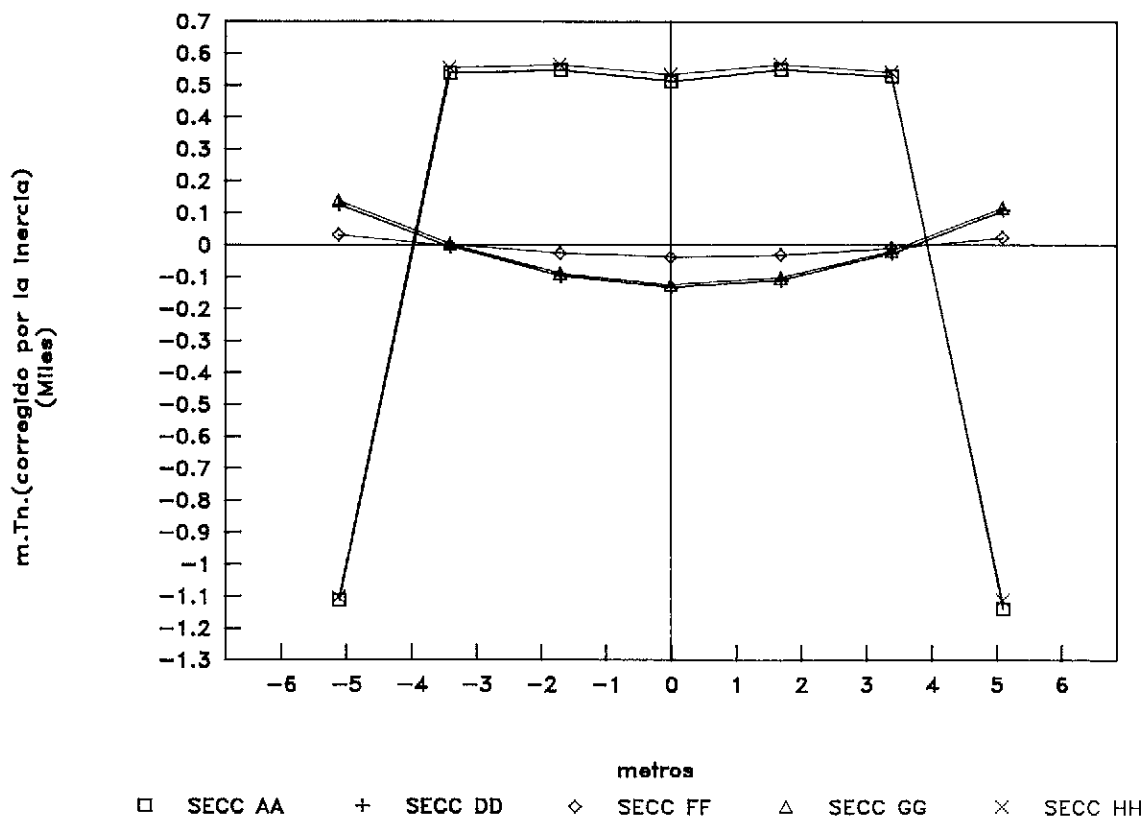
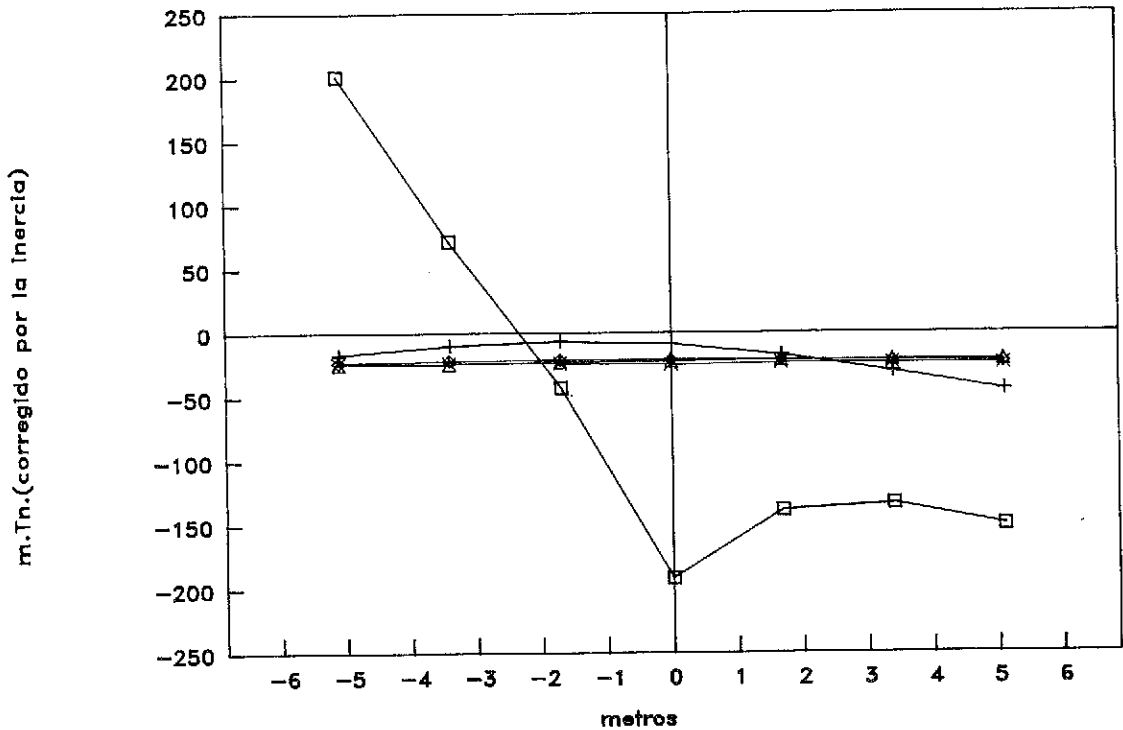


Fig. 18

# FLEXION LONGITUDINAL EN SECC TRANSV

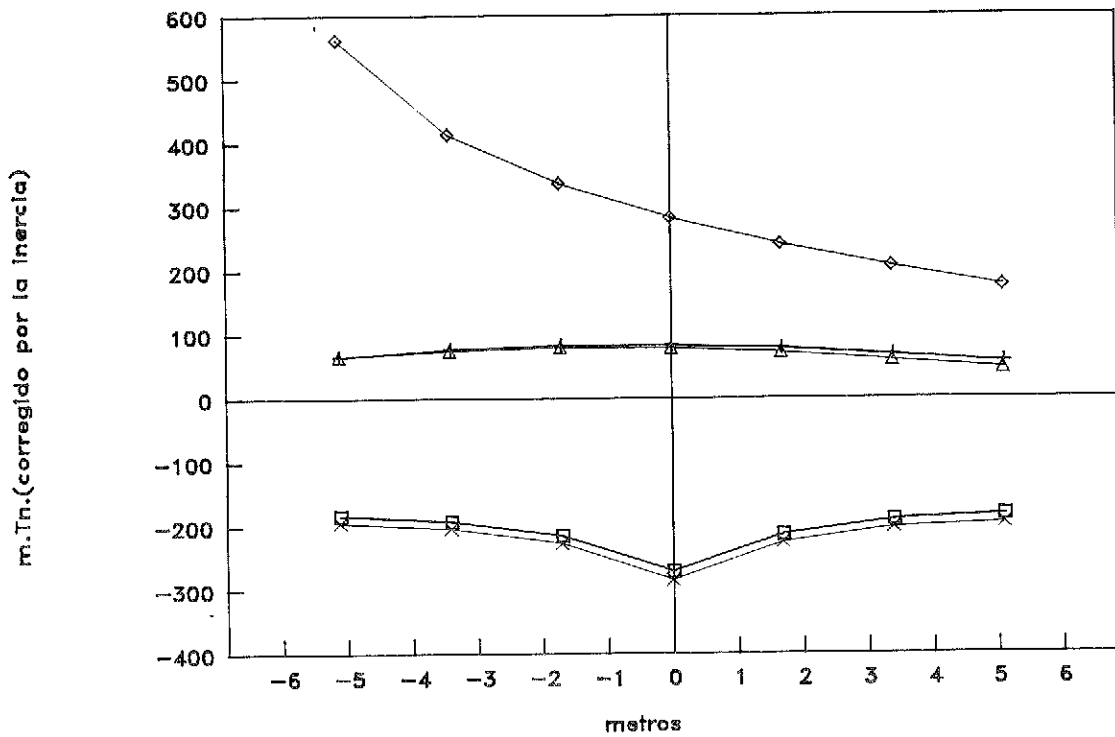
Tanque 60 Tn. Pila 1



□ SECC AA + SECC DD ◇ SECC FF △ SECC GG × SECC HH  
Fig. 19

# FLEXION LONGITUDINAL EN SECC TRANSV

Tanque 60 Tn. Vano 2



□ SECC AA + SECC DD ◇ SECC FF △ SECC GG × SECC HH  
Fig. 20

# FLEXION TRANSVERSAL EN EL EJE

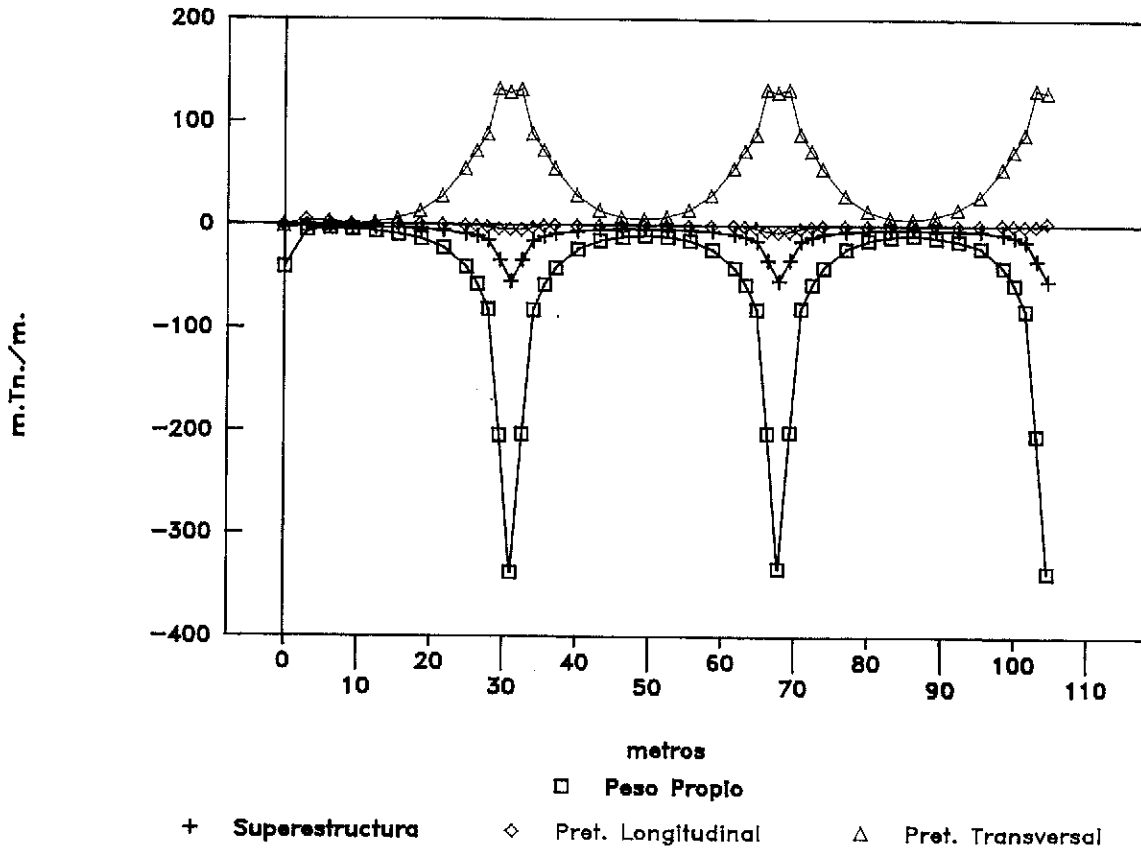


Fig. 21

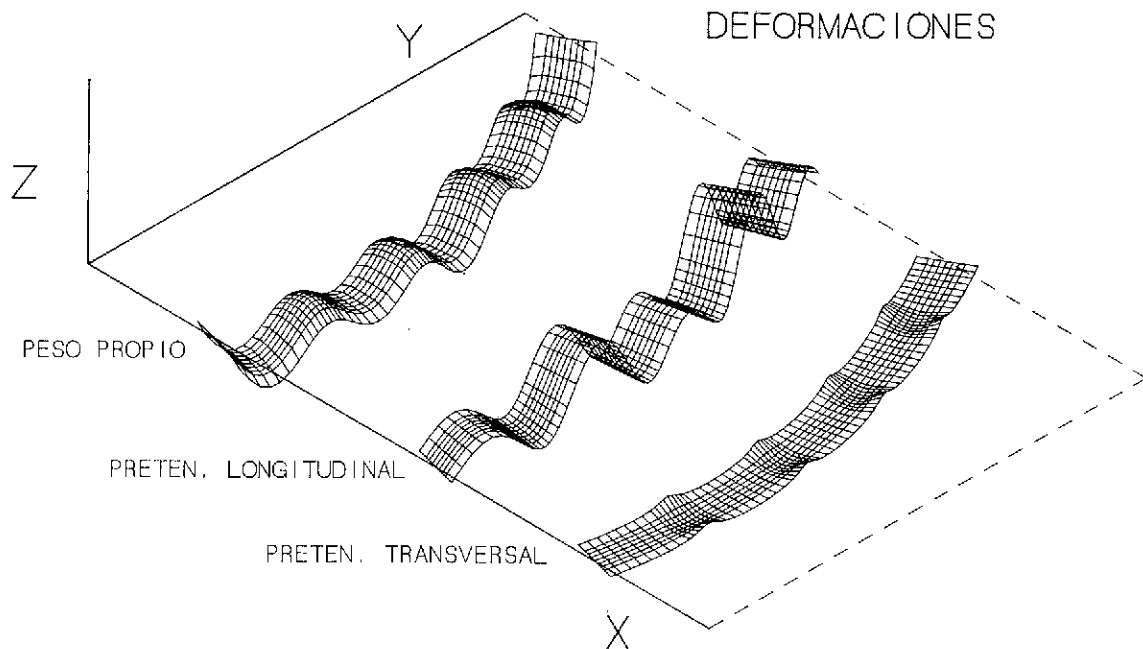


Fig. 22



versales de la zona del vano que no llevan pretensado transversal. Esta rigidez se transmite principalmente a través de la flexión de las barras longitudinales. De este modo, los nervios extremos, cuya flecha es positiva en la sección de pila, se curvan hacia abajo, dando momentos longitudinales negativos, debido a la coacción de las secciones transversales de la zona del vano. Estas secciones transversales son solicitadas por las barras longitudinales, dando lugar a una deformada también cóncava hacia arriba. En particular, el nervio longitudinal central tendrá, en consecuencia, flecha positiva en el centro del vano. Por lo tanto, su deformada longitudinal dará momentos negativos en la sección centro de vano y positivos en la sección de pila, como nos muestra la figura 18.

Añadiendo a todas las flexiones descritas las correspondientes a las generadas por la actuación de la sobrecarga (figuras 19 y 20) se obtuvo la envolvente de esfuerzos. Para esta envolvente de esfuerzos pésimos, se han aceptado tensiones máximas de tracción de  $11 \text{ Kg/cm}^2$ .

En la figura 21 se representa la distribución de flexiones transversales debidas al peso propio, al de la superestructura, al pretensado longitudinal y al pretensado transversal, y en la figura 22 las deformaciones por peso propio, y los pretensados longitudinal y transversal.

## 6. PROCESO CONSTRUCTIVO

Debido a las dificultades para hormigonar de una sola vez todo el tablero, se dividió en dos zonas de hormigonado. La primera comprendía los vanos 5 y 4, y 13 metros del vano 3; la segunda, el resto del vano tres y los vanos 2 y 1.

El proceso fue el siguiente:

—Colocación de dos puntales por pila, constituidos por sendos perfiles HEB-600 (dimensionados por condición de deformación menor de 2 mm) para soportar una parte importante de la carga que recibirá la riostra de pila cuando aún no tenga el pretensado transversal.

—Cimbrado, ferrallado y hormigonado de la primera zona.

—Pretensado longitudinal de la primera zona, al 65% de la fuerza de tesado total.

—Descimbrado de la primera zona, excepto los puntales citados.

—Cimbrado, ferrallado y hormigonado de la segunda zona.

—A partir de este momento, se alternan los diferentes pretensados longitudinal y transversal de las dos zonas, introduciéndose cada uno en dos fases.

—Una vez introducido todo el pretensado transversal, se retiraron los puntales de las riostras.

De este modo quedó terminado el puente y listo para las operaciones de remates y acabados.

Al tener dos zonas de hormigonado con tesaos independientes, hubo que colocar acopladores, para dar continuidad a los cables del pretensado longitudinal. De esta forma, en la primera zona ambos extremos tenían anclajes activos; mientras que en la segunda, un extremo era activo y el otro era pasivo, al tratarse del propio acoplador.

Debido a que la sección transversal lleva aligeramientos rectangulares, el hormigón no entra bien debajo de ellos y por lo tanto el hormigonado de cada zona hubo de hacerse en dos fases. En la primera, se hormigonó la losa inferior; posteriormente, se colocaron los aligeramientos y se terminó de ferrallar. A continuación se hormigonó la segunda fase que comprendía el resto de la sección. Se estudió la deformación de la cimbra bajo el peso del hormigón fresco de la segunda fase, para que la losa inferior de primera fase, ya endurecida, no se fisurase. Debido a los resultados de este estudio hubo que disminuir la flecha de la cimbra, acortando la luz de sus vigas principales.

## RESUMEN

En el presente artículo se describe un puente losa construido "in situ", de 17,30 m de ancho, diseñado con apoyos en fustes únicos en cada pila. Este puente pretende ser un ejemplo que acabe con esas losas "in situ" apoyadas en palizadas de dos, tres y más fustes. Este tipo de pilas es más adecuada para un puente de vigas y rara vez se justifica en una losa.

Se abordan después las particularidades de cálculo a que da lugar este diseño cuando, como en este caso, se lleva al límite. Y en particular se tratan los siguientes aspectos: Transmisión de las torsiones a los estribos; Cálculo y dimensionamiento de las flexiones transversales de pila, y Distribución de la flexión longitudinal.

## SUMMARY

This paper describes a cast in place slab deck bridge of 17,30 m width, designed with supports of only one shaft by pier. This bridge pretends to be an example in order to put an end to those cast in place slab decks supported on two, three or more shafts by pier. This sort of piers is more adequate for beam deck bridges than for slab deck bridges. Afterwards this report relates the special design items that this support scheme implies, when dimensions are taken near the limits. Particular attention is paid to: Deck torsion moments strength from the centre span to the abutment. Deck transverse flexion strength over piers. And transverse distribution of the longitudinal flexion.

# ferrovia

Nuevo acceso al Aeropuerto de Barajas - Madrid

*Construimos el futuro*

## El puente San Roque González de la Santa Cruz

**Carlos F. Heckhausen**  
Ingeniero Civil  
Buenos Aires. Argentina

El puente que une las ciudades de Posadas (Argentina) y Encarnación (Paraguay), cruzando el Río Paraná, fue inaugurado el día 2 de abril de 1990 por los Presidentes Dr. Carlos S. Menem y Gral. Andrés Rodríguez, y bautizado con el nombre "San Roque González de la Santa Cruz".\*

Este puente ha cobrado ahora renombre internacional por los importantes premios que ha merecido.

En el XI Congreso de la FIP (Federación Internacional de Pretensado), celebrado en Hamburgo, en el mes de junio de 1990, ha sido



El Duque de Calabria y sus acompañantes en el acto del descubrimiento de la placa recordatoria.

\* San Roque González fue un sacerdote de la Compañía de Jesús, nacido en Asunción del Paraguay y muerto por los indios, que en la época de la Colonia Española vivió en esta región de las Misiones Jesuíticas, evangelizando a los indígenas. Fue fundador de varias poblaciones, entre ellas las que hoy son las ciudades de Posadas y Encarnación que el puente vincula.

distinguido con la primera mención especial en el "Award for Outstanding Structures".

A principios del año 1991 la Fundación San Benito de Alcántara de España le ha otorgado el "Premio Internacional Puente de Alcántara" por sus características técnicas sobresalientes y



Placa recordatoria descubierta en la cabecera del Puente Posadas-Encarnación por el Duque de Calabria y su comitiva.

su importancia estética, cultural y de funcionamiento.

En efecto, como lazo de unión entre las repúblicas vecinas, ha reforzado la vinculación amistosa entre ellas y ha modificado sustancialmente las relaciones culturales y comerciales entre las dos ciudades que une y de toda la zona contigua. Espontáneamente se ha generado un tránsito vehicular y un tráfico comercial muy superior a las estimaciones previas.

El puente es mixto: es carretero y ferroviario. Al producirse la conexión de los ferrocarriles Gral. Urquiza, argentino, y Carlos A. López, paraguayo, se ha valorizado notablemente el funcionamiento de esos medios de transporte.

Otra característica de este puente es que fue construido enteramente de hormigón, en gran parte de hormigón pretensado; con lo cual, el puente principal a obanques, con tablero de hormigón, como puente mixto que es, con su vano central de 330 m, establece un record en su tipo.

La elaboración del hormigón merece una mención especial. Las estructuras en general y especialmente las superestructuras, requirieron utilizar hormigones de alta calidad. En el trans-

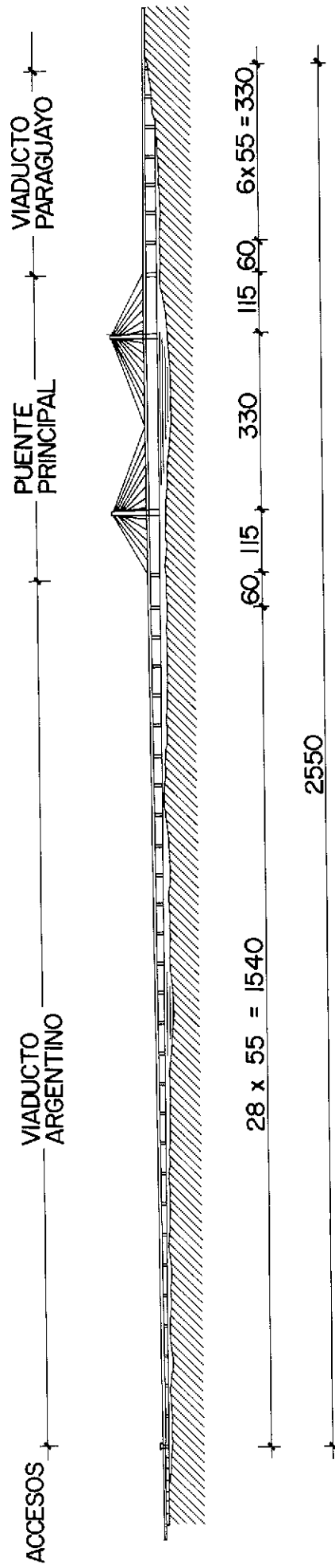
curso de toda la ejecución se sometió el hormigón a un control sistemático y riguroso, y los valores de resistencia obtenidos han sido excelentes. Además, se han realizado estudios reológicos especiales, como por ejemplo el de la deformación lenta bajo carga creciente en etapas (que interesaba para la estimación de las flechas en el montaje del puente principal).

Es de destacar que el proyecto de esta obra ha sido elaborado en la Argentina. El "Estudio Leonhardt, Andrae & Partner", de Stuttgart, ha dado el aval técnico para las estructuras. La firma "Stahlton", de Zürich, ha colaborado en el suministro de los obanques (cables de alambres paralelos, con anclajes "Hi-Am").

La gestión de esta obra se inició, en 1971, con el convenio entre los gobiernos para comenzar los estudios.

El proyecto se realizó entre 1978 y 1980. Para ello, previamente, la Dirección Nacional de Vialidad llamó a un Concurso de Proyectistas.

Como resultado de éste, la DNV encomendó el proyecto al Consorcio COPPEN, integrado por el Estudio Cabjolsky-Heckhausen, por las Consultoras CONSULAR, CADIA, COARA y el Estudio Becerra Ferrer-Lange.



VISTA GENERAL





Vista general durante la construcción del puente.



Vista desde el lado argentino: en primer plano: terraplenes, Centro de Frontera, Accesos carretero y ferroviario, ambos curvos. En el borde izquierdo, la planta de prefabricación de dovelas. (El terraplén que se introduce en el río, a la izquierda del puente, es una obra aparte: la toma de agua para la ciudad de Posadas).

Aprobado el proyecto por la DNV, ésta llamó a licitación para la construcción de la obra (Septiembre de 1980). Entre los varios consorcios y renombradas firmas oferentes, resultó con menor precio la oferta del Consorcio formado por las firmas Sideco Americana, EACA y Girola Argentina. Adjudicada la ejecución en diciembre de 1980, la construcción se inició inmediatamente.

El desarrollo de los trabajos fue demorado por diversos motivos, entre ellos, las inundaciones extraordinarias del Río Paraná de los años 82 y 83, la guerra de las Malvinas (mayo/junio de 1982), e incluso ocasionales condicionamientos por restricciones de importación.

Para dar una idea de la magnitud del Río Paraná puede decirse que su caudal normal local es de 10.000 a 15.000 m<sup>3</sup>/s, según las épocas del año. La profundidad máxima del cauce varía entre 10,00 m y 18,00 m, para los estiajes y las crecientes, respectivamente. El caudal máximo que se produjo en las citadas inundaciones fue de aproximadamente 45.000 m<sup>3</sup>/s, y el nivel de las aguas llegó a alcanzar casi los 81,00 m. Se han constatado velocidades del agua del orden de 3 m/s. (Los caudales máximos del Rhin y del Danubio alcanzan de 10 a 15.000 m<sup>3</sup>/s).

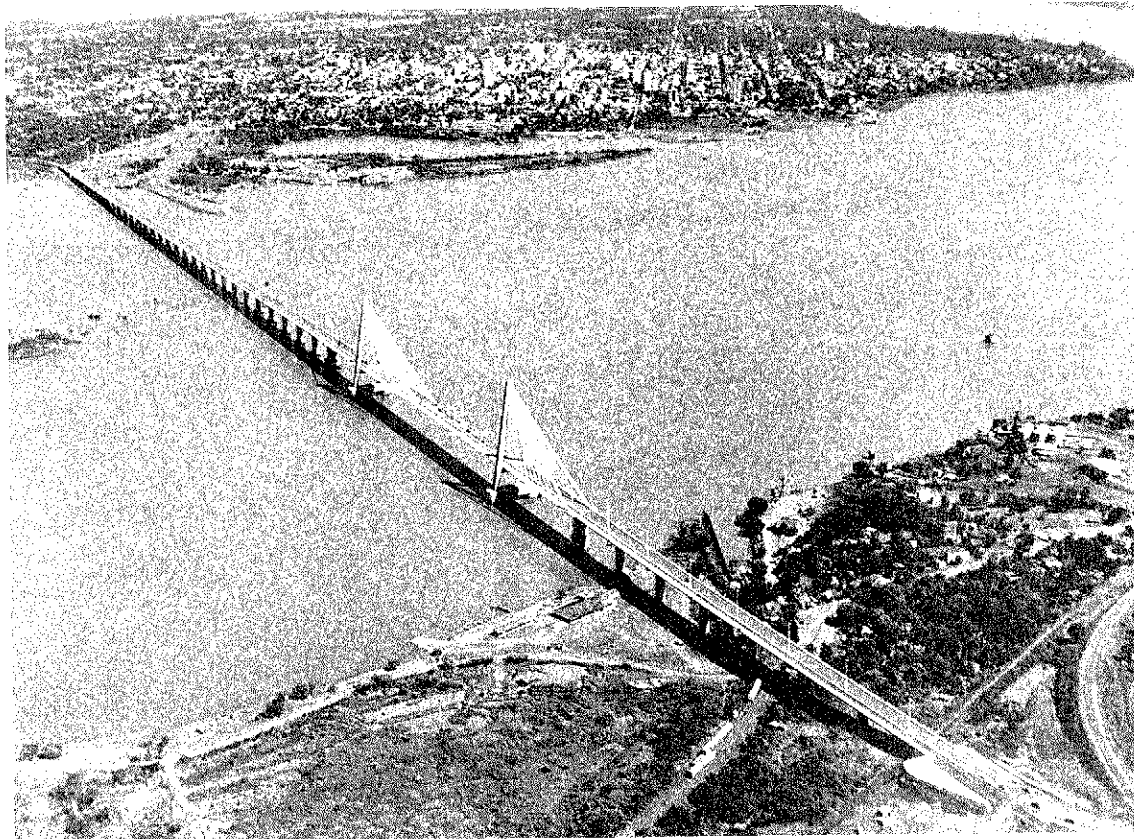
Las continuas dificultades económicas que sufrió el país y la crónica inflación, originaron

distorsiones en la relación costo/precio, que repercutieron muy desfavorablemente en el rendimiento de la encomienda. El Consorcio constructor ha demostrado que —dentro de su tipo y a nivel mundial— la obra ha resultado ser una de las de menor costo para el comitente.

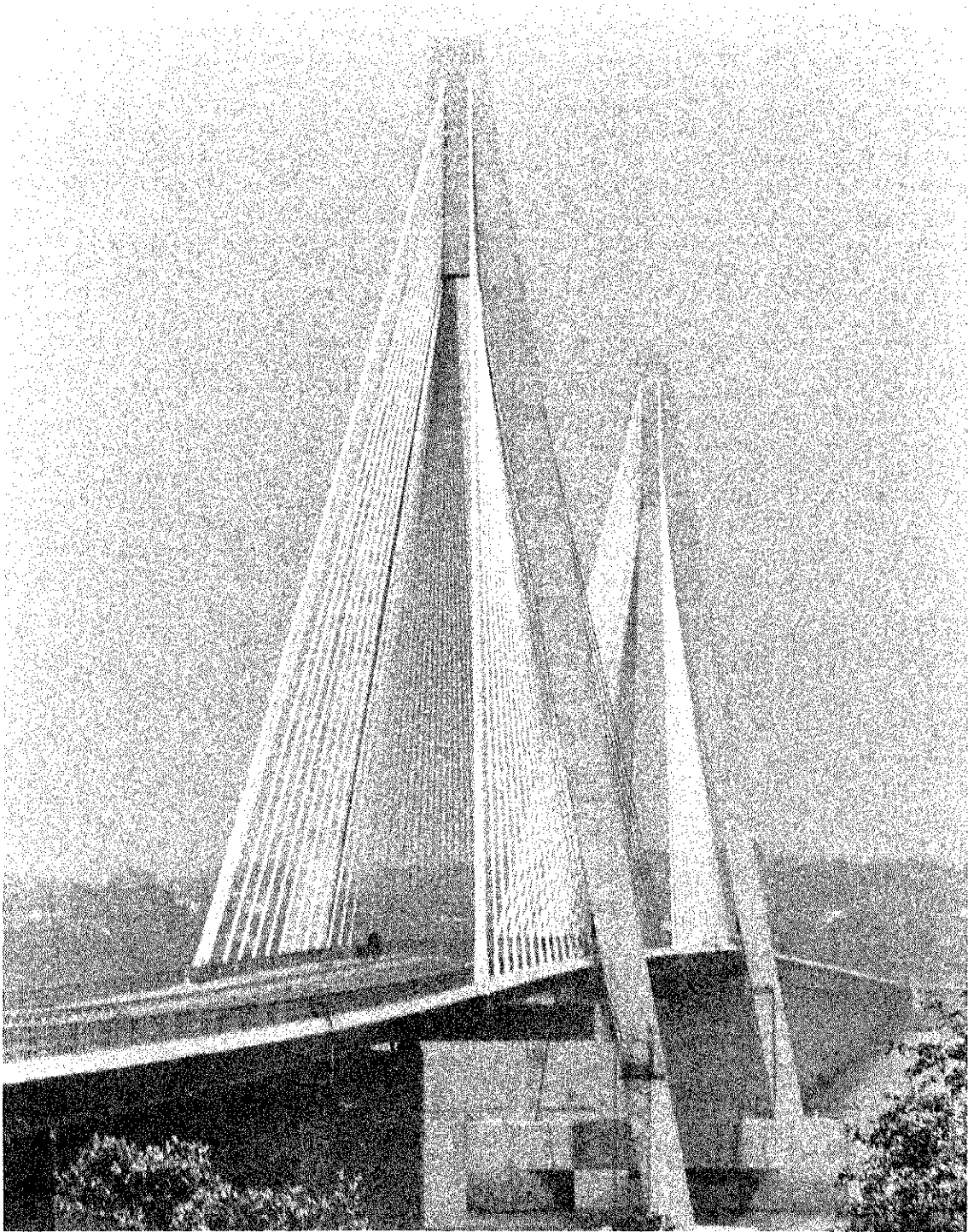
La construcción de las estructuras propiamente dichas se concluyó a principios de 1988 con la terminación de la prolongación del viaducto de acceso ferroviario, que había sido contratado adicionalmente. A fines de 1986 se había “cerrado” el tablero del puente principal, con lo que se había cumplido con el objeto del contrato original, en lo referido a estructuras. Luego siguieron las instalaciones y terminaciones a un ritmo más lento.

Apenas la Dirección Nacional de Vialidad había adjudicado la obra al Consorcio antes nombrado, éste encomendó al Estudio Cabjolsky-Heckhausen el asesoramiento en los procedimientos constructivos, la ejecución de los planos de ejecución y la adaptación del proyecto oficial al sistema de pretensado BBRV.

Las fundaciones de las pilas y los pilones se apoyan todas sobre la roca basáltica de gran espesor que se encuentra en la zona a poca profundidad. A veces, en los accesos y los viaductos, la fundación es directa mediante zapatas; otras veces, está realizada mediante pilotes de gran diámetro, hormigonados “in situ”, empo-



Vista general desde el lado paraguayo, aguas arriba.



Vista desde el lado paraguayo, aguas abajo.



trados en la roca, la que para ello fue perforada con equipos muy eficientes. Sobre los pilotes van dispuestos cabezales de hormigón pretensado, que soportan las pilas de sección hueca hexagonal.

Los pilones (Núms. 30 y 31) del puente a obenques, emplazado en la zona más profunda del río, se apoyan sobre pares de grandes cilindros de hormigón, bajados hasta la roca sana con excavación bajo aire comprimido. Una de las pilas laterales (Nº 32) del mismo puente principal, se apoyó igualmente sobre un cilindro, amarrado éste a la roca subyacente mediante tensores pretensados de 10 MN de potencia, una realización primeriza en la Argentina. La otra pila lateral (Nº 29) se apoya sobre un grupo de 12 pilotes, de 1,65 m de diámetro, dispuestos en círculo y empotrados 3 m en la roca.

Para la fundación de los pilones se prefirió utilizar cilindros, por su gran resistencia a los choques de embarcaciones. El choque de embarcaciones se previó en el proyecto aplicando a los pilones, a la altura del nivel de agua, una fuerza convencional estática, sucedánea, horizontal, de 5.000 t.

Cabe aclarar que los cabezales de las pilas de los viaductos, construidos por encima del nivel normal de las aguas y hoy día visibles, quedarán sumergidos cuando se haya producido el embalse de la represa de Yacyretá, actualmente

en construcción, ubicada a unos 70 km río abajo. (Cota nivel + 83).

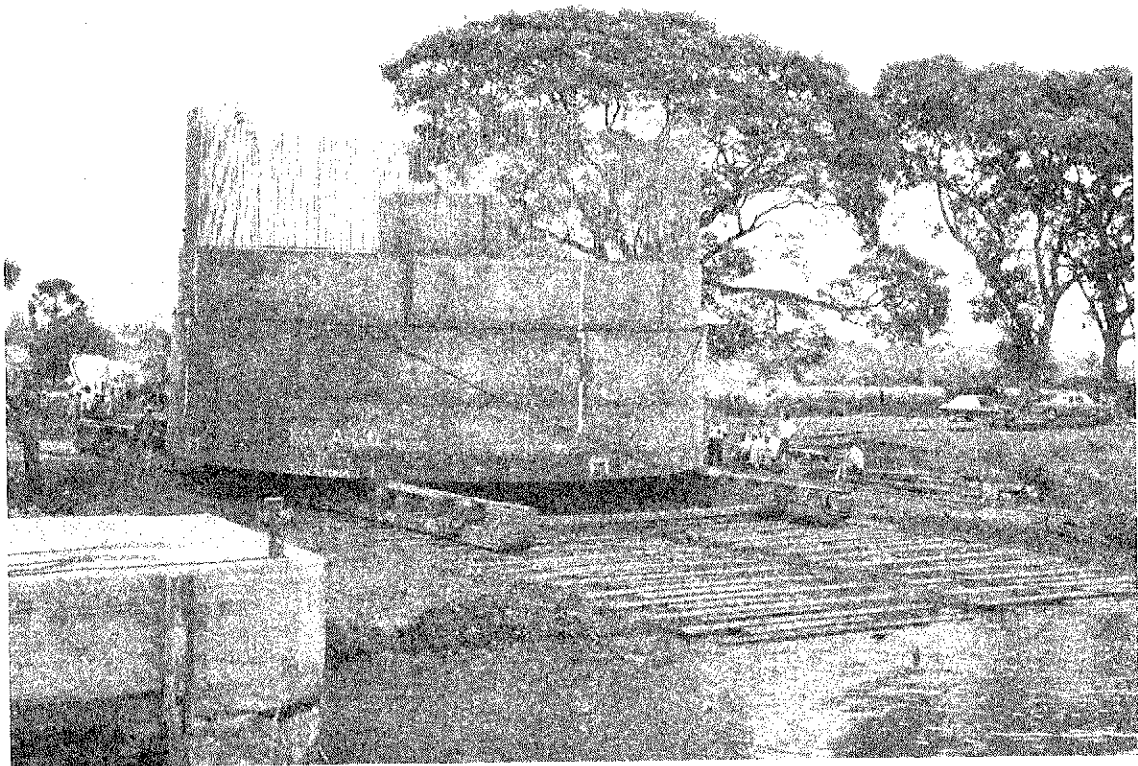
Se puede subdividir el conjunto de la obra, cuya longitud total es de unos 3 km, en varias partes cuyas superestructuras son totalmente diferentes entre sí, a saber:

1. El Acceso Carretero.
2. El Acceso Ferroviario.
3. El Viaducto Argentino.
4. El Viaducto Paraguayo y
5. El Puente Principal.

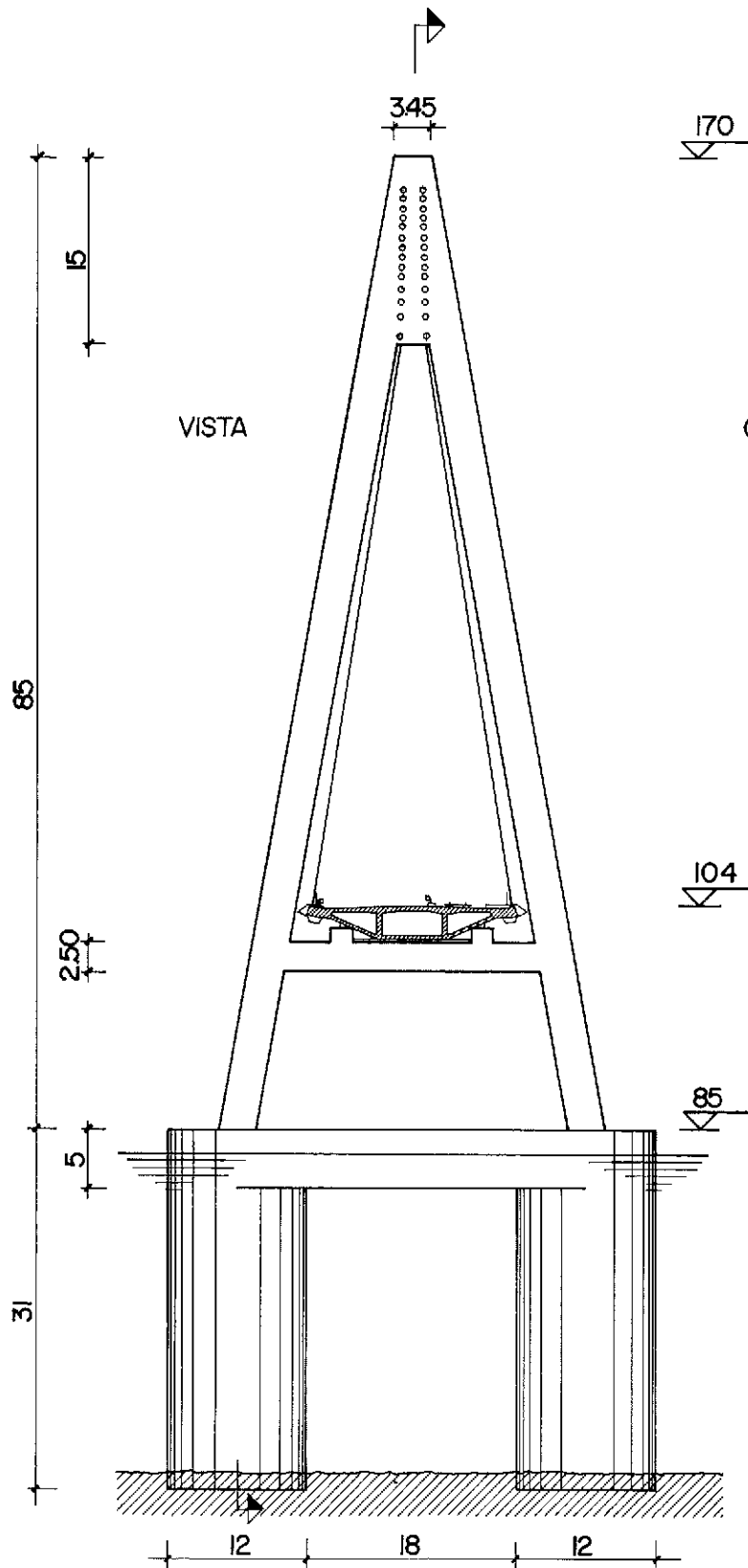
Por ser diferentes entre sí, los métodos constructivos también son diferentes, lo que trajo consigo una muy interesante variedad de tecnologías.

1. El tablero del Acceso Carretero (de 112 m de longitud) en la ribera argentina es una losa continua hueca, de cinco luces (20 + 3 x 24 + 20 m), que fue construida sobre cimbra convencional apoyada en el suelo, ya que allí normalmente no hay agua. Los tramos se hormigonaron sucesivamente, disponiéndose, en parte, tensores enhebrados de continuidad.

2. El acceso ferroviario (de 500 m de longitud), ubicado también en la ribera argentina, consta de 26 tramos isostáticos, de 20 m de luz. Seis de estos tramos, que son rectos en planta, fueron hormigonados sobre cimbra común (tramo tras tramo) y los 19 tramos restantes,



Botadura del encofrado metálico flotante para los cilindros de los pilones.

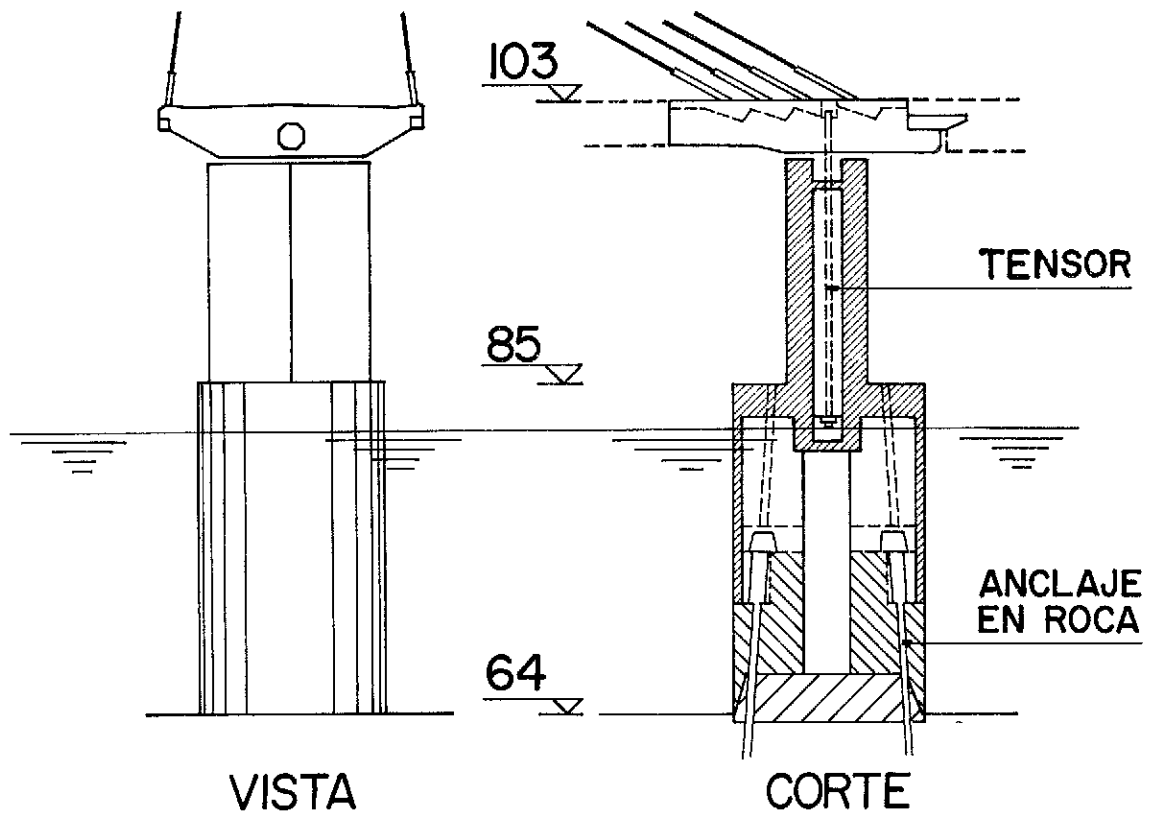


VISTA

CORTE

PILON 30

## PILA 32



ubicados sobre una curva, fueron construidos por un procedimiento original, en el cual se empujaron los tramos, sucesivamente hormigonados en un extremo del viaducto, dándoles provisionalmente continuidad mediante tensores de pretensado. Ubicados todos los tramos en su posición definitiva, se soltaron las vinculaciones provisionales, convirtiendo a los tramos en isostáticos. (Véase C.F. Heckausen: "Acceso Ferroviario construido por Empuje": VIII. Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural).

3. El Viaducto Argentino (de 1.595 m de longitud) está constituido por 29 tramos de 55 m de luz. La longitud total está subdividida en varias secciones de vigas continuas: una sección de 4 tramos y cinco de 5 tramos. Los tramos fueron hormigonados, sucesivamente, sobre una cimbra corrediza, tipo "Thyssen", importada de Alemania. El tablero tiene una sección transversal en forma de cajón con amplios voladizos laterales. La continuidad se produjo mediante tensores de pretensado de dos tramos de longitud, alternativamente acoplados, de manera que para el descimbrado sólo se hacía efectiva la mitad de los tensores tesos.

4. El tablero del Viaducto Paraguayo (cuya

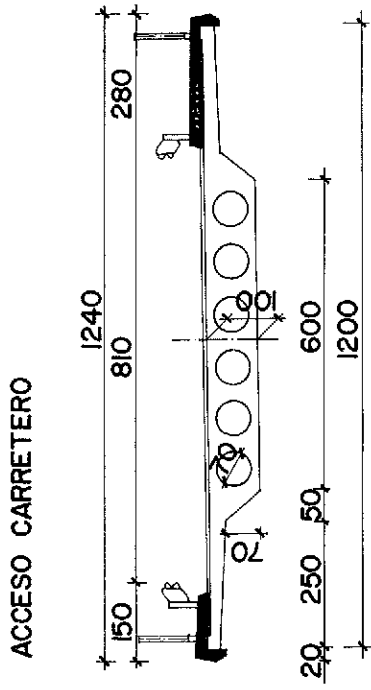
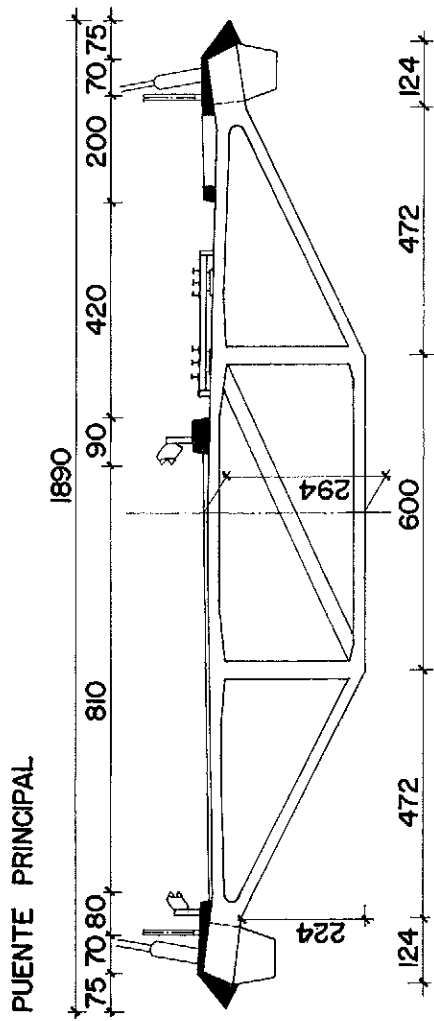
longitud es de 385 m) tiene la misma sección transversal que el Viaducto Argentino. Consta de 7 tramos continuos, de 55 m de luz, y en principio debía haber sido construido con la misma cimbra corrediza "Thyssen". Pero, por razones de plazo, para ganar tiempo en la terminación de la obra, se prefirió ejecutar estos 7 tramos continuos, por el procedimiento de empuje acompasado. Para eso debía rehacerse el proyecto del tablero, adaptándolo a este método. El procedimiento se aplicó allí por primera vez en la Argentina y con éxito tal, que luego se volvió a emplear en la construcción del Acceso Ferroviario (párrafo 2).

Sobre esta realización se informó en las VII Jornadas Argentinas de Hormigón Pretensado (La Plata, noviembre de 1987).

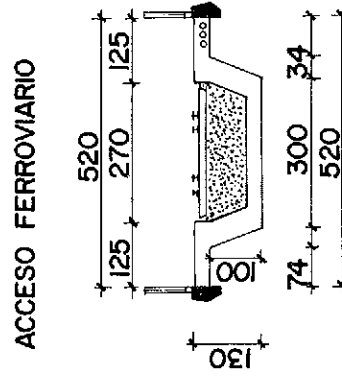
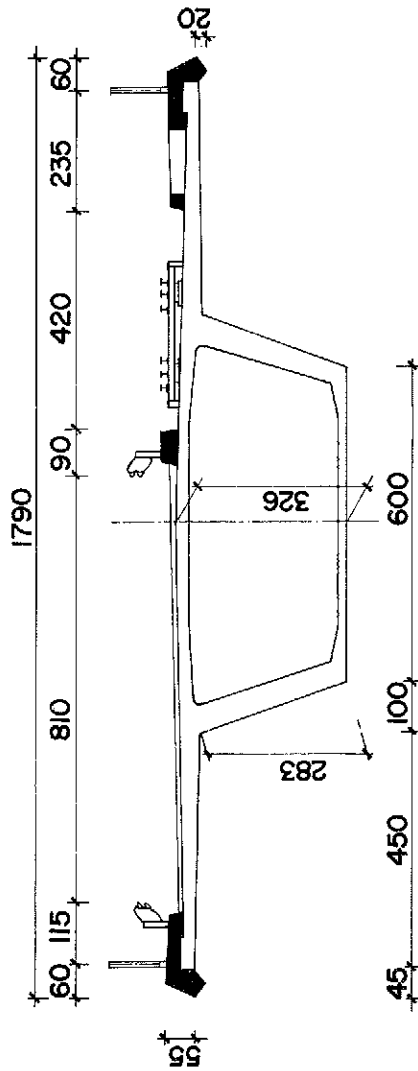
5. El Puente Principal, ubicado en coincidencia del talweg, del Río Paraná, es indudablemente la parte más llamativa del conjunto de estructuras.

Se trata de un puente a obenques con tablero de hormigón. Las luces laterales tienen 115 m y el vano central 330 m.

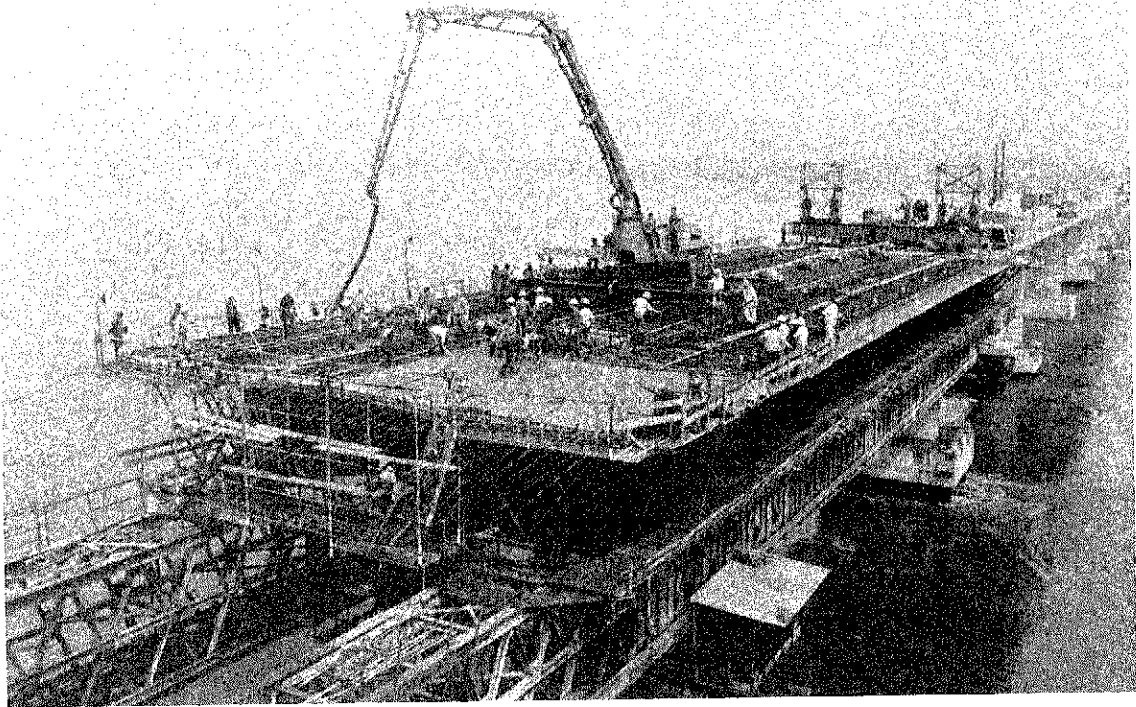
Una vez concluido el embalse de Yacretá, la altura libre entre el intrados del puente y el nivel



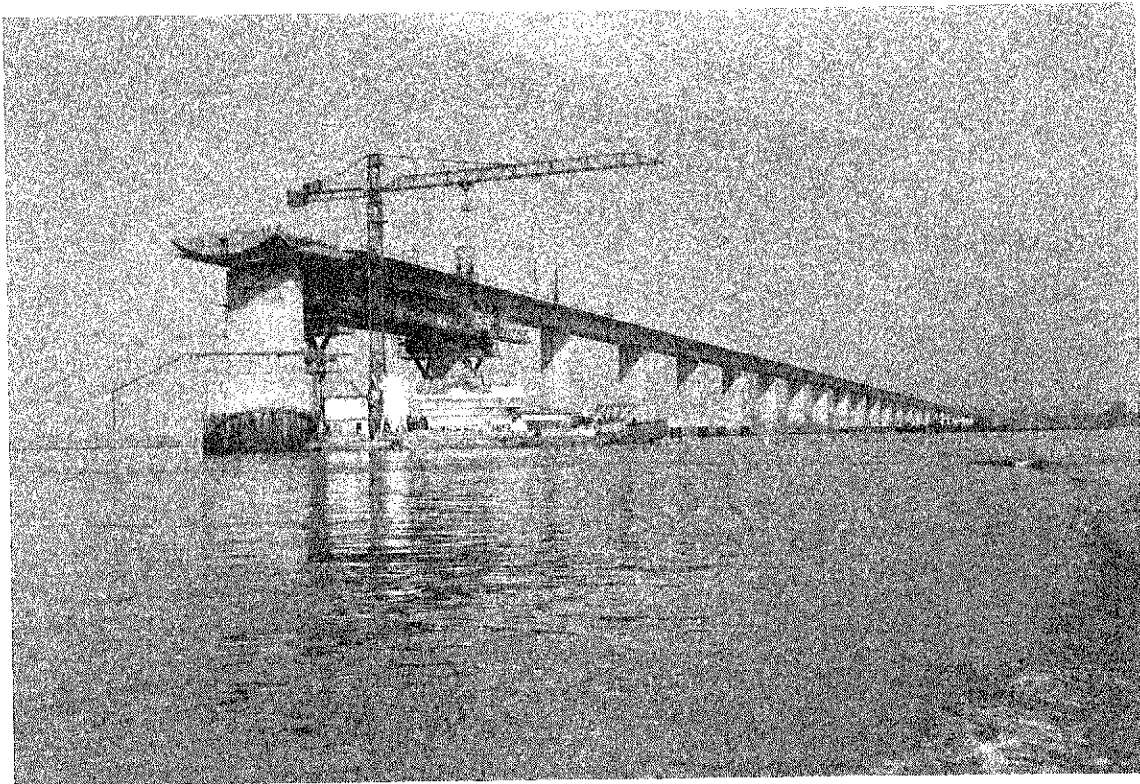
**VIADUCTO ARGENTINO Y VIADUCTO PARAGUAYO**



**SECCIONES TRANSVERSALES**

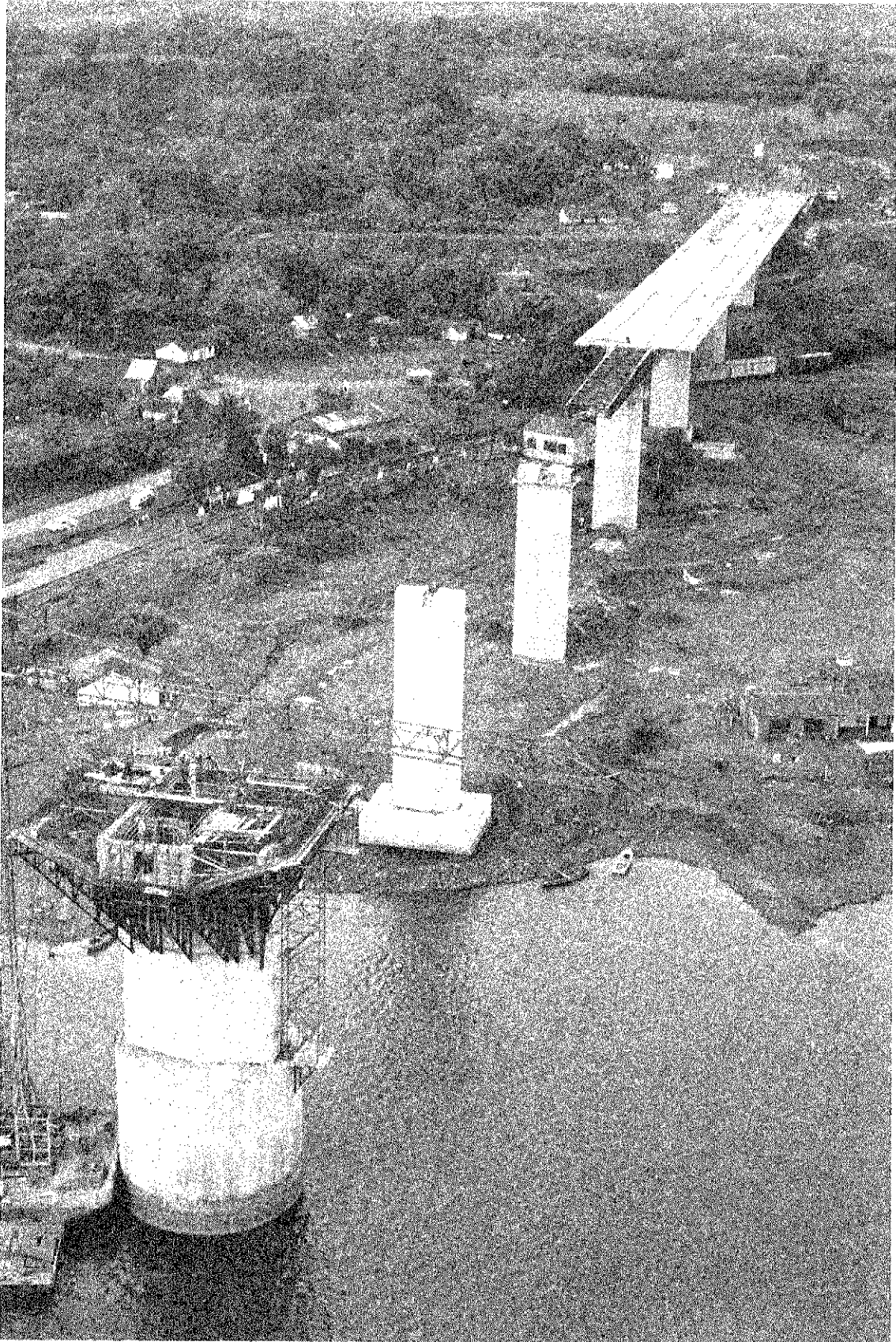


Hormigonado del Viaducto Argentino sobre la cimbra corrediza.

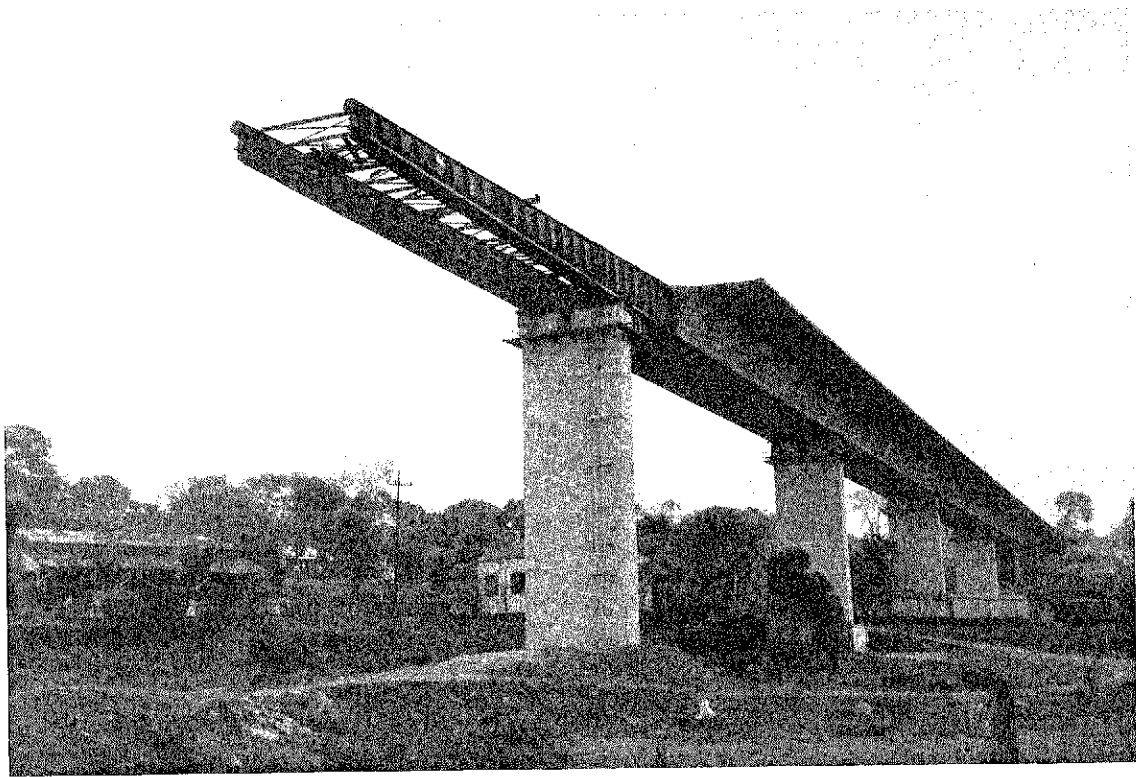


El Viaducto Argentino concluido. La cimbra correriza llegó a la Pila 29.

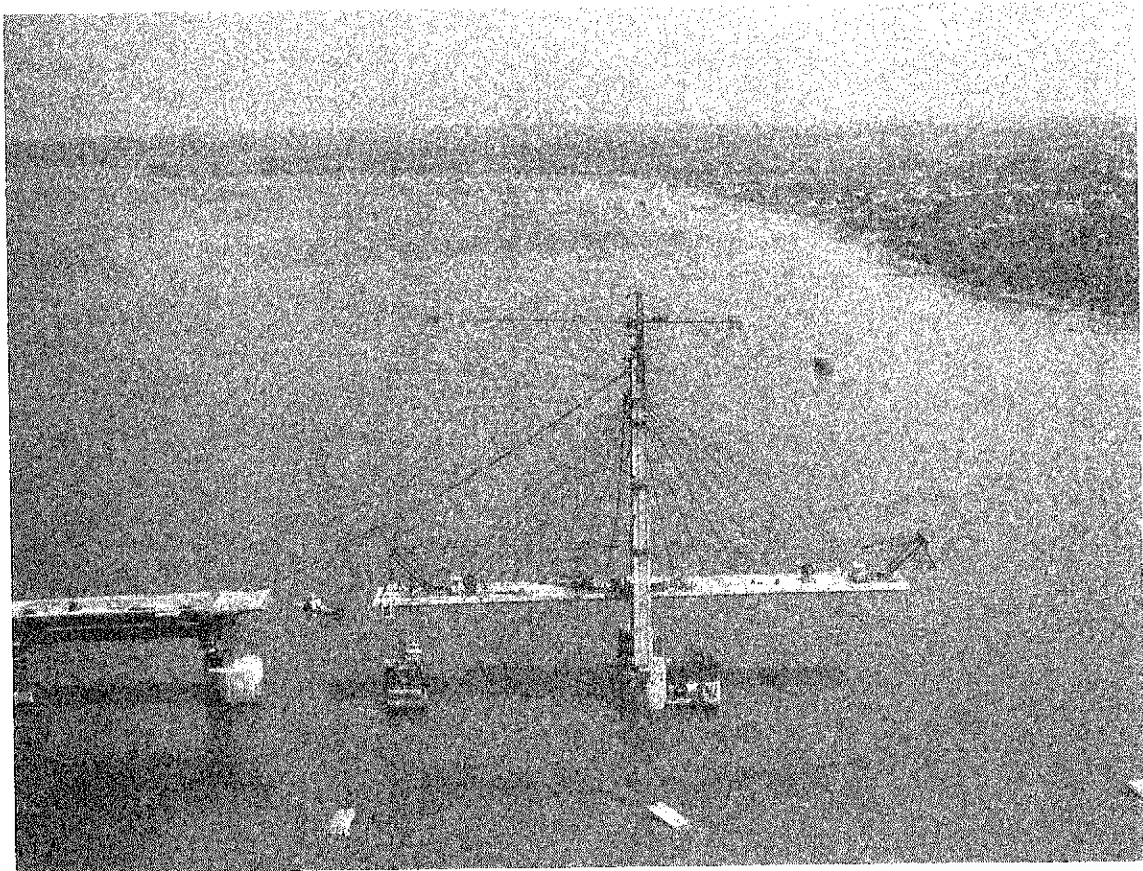




Viaducto Paraguayo construido por el procedimiento de empuje acompasado.

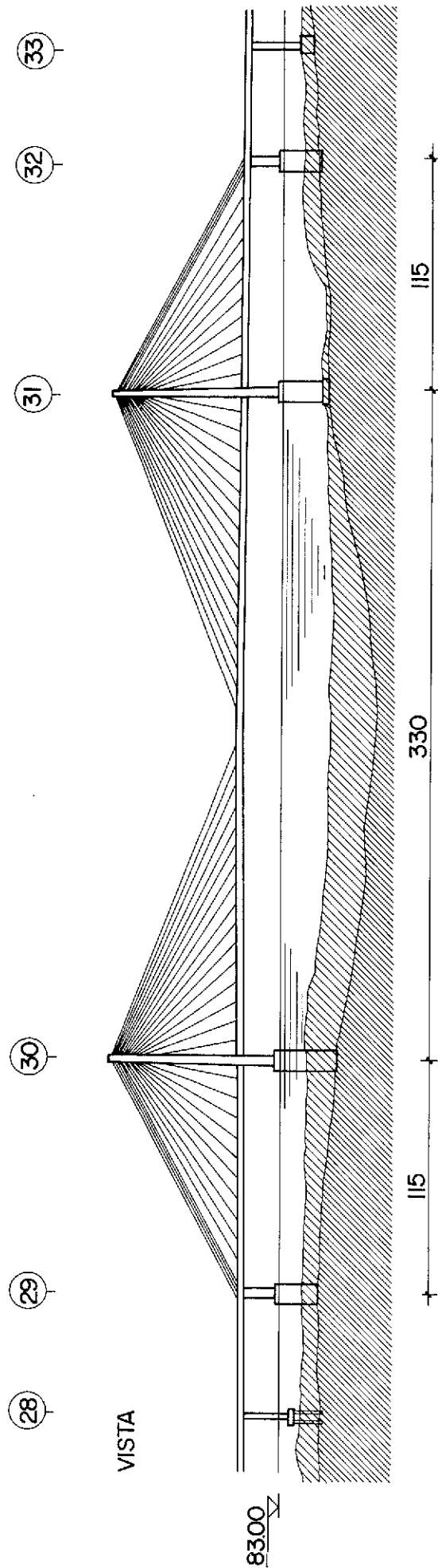


El Viaducto Paraguayo en construcción.



Puente Principal en montaje. Obsérvense los obenques de retención entre la pila extrema 29 y el pilón 30.

PUENTE PRINCIPAL





del agua será de 18 m, permitiendo el paso de las embarcaciones, cuya navegación está prevista.

El tablero tiene un ancho de casi 19 m y su sección es un cajón de tres celdas, conformando un reticulado en el cual las losas inclinadas laterales y la losa inferior son elementos traccionados, pretensados. La sección es tan rígida a la torsión que, aunque la carga es muy excéntrica (ferrocarril), los obenques son iguales en ambos lados del puente.

Este tablero fue prefabricado en dovelas de 10 m de longitud, en una planta situada a la orilla del río, en el lado argentino. Las dovelas, que pesan aproximadamente 300 t, fueron transportadas desde la planta de premoldeo, por el agua, en pontones, y desde ellos fueron izadas por grúas-derrick especialmente construidas para ese fin.

Cada dovela es soportada por un par de obenques que se fijan en los bordes de ella; es decir, que con cada dovela izada se montaban 2 obenques. Las dovelas se iban ubicando por avance en voladizo hacia ambos lados de los pilones, alternadamente, siempre en primer término la dovela que emerge hacia la luz central.

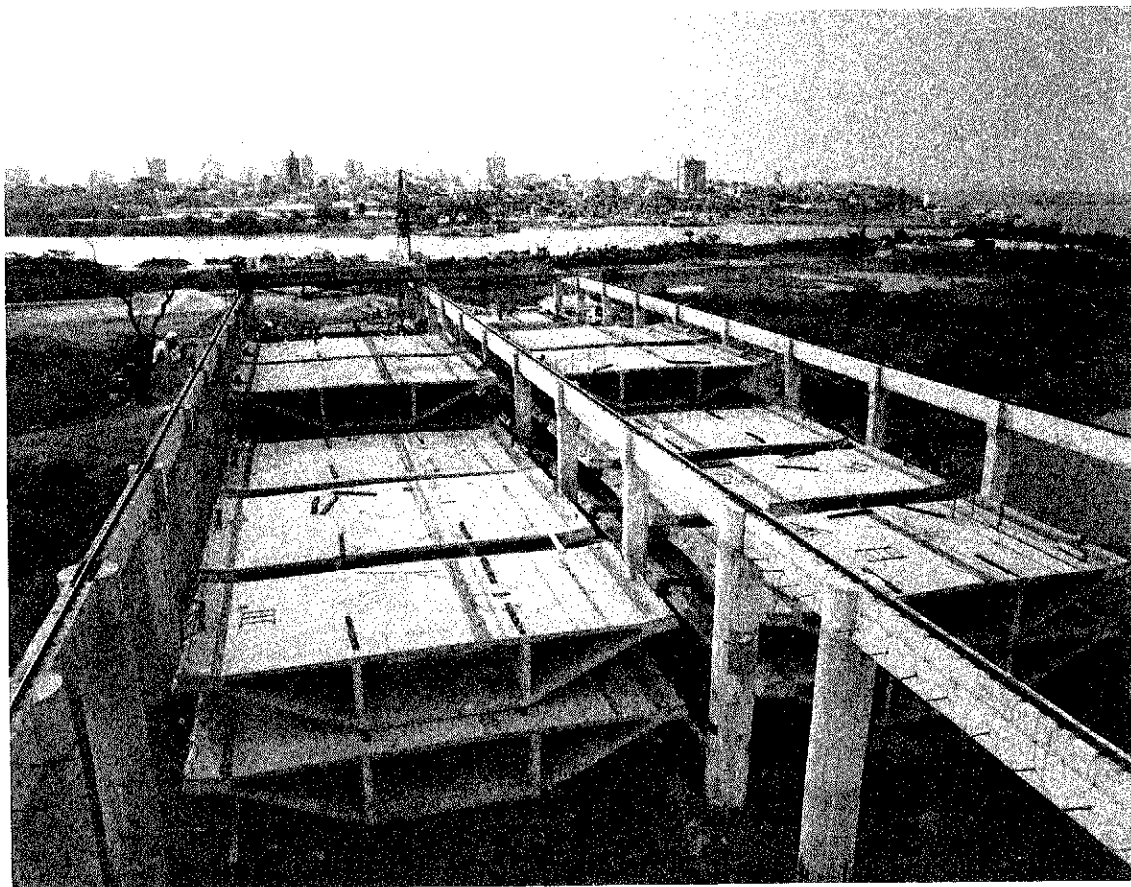
Debido a que las luces laterales (115 m) son menores que la mitad de la luz central, se cerraron primero los tramos laterales. Una vez cerrados éstos, se siguió con las restantes dovelas de la luz central, tomando los obenques de retención, anclados en las pilas laterales, las fuerzas producidas por el desequilibrio.

Los obenques convergen hacia arriba en las cabeceras de los pilones, por lo que esas partes de los pilones fueron de esmerada construcción, por la exactitud que requiere la perfecta ubicación de los anclajes y la concentración de solicitaciones.

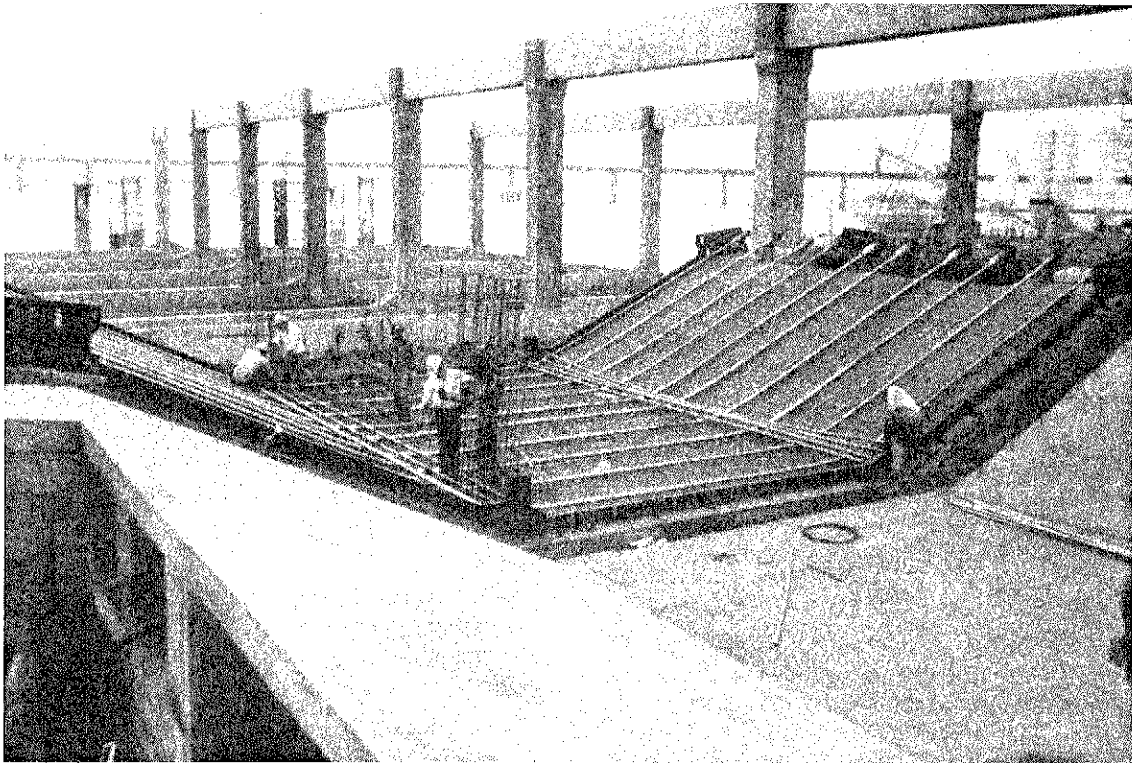
Los pilones tienen una altura de más de 100 m sobre el lecho del río: unos 90 m sobre el futuro nivel de agua del lago de Yacyretá. Los pilones tienen forma de A; sus piernas son huecas y fueron construidas con encofrados deslizantes.

A nivel intermedio, debajo del tablero se encuentra un travesaño. En uno de los pilones (Nº 31) este travesaño fue premoldeado sobre el cabezal e izado hidráulicamente.

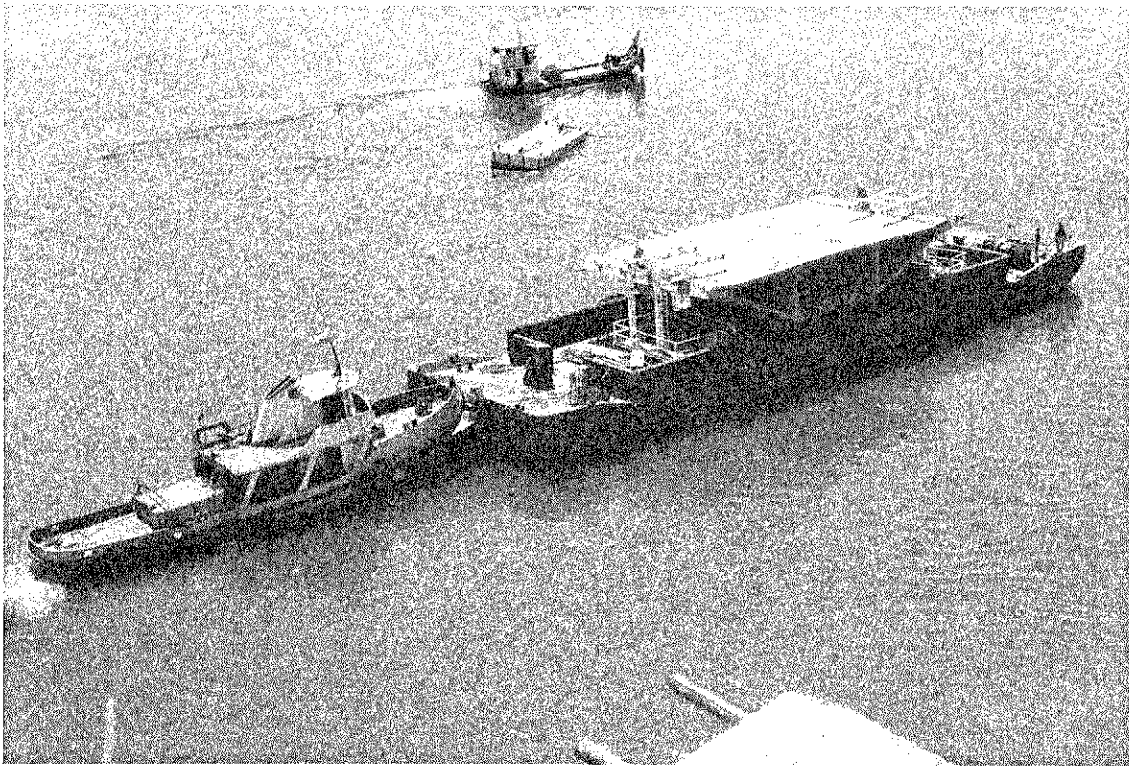
Cabe aclarar que el tablero no apoya en estos travesaños de los pilones. El tablero sólo apoya, en sus extremos, en las pilas laterales. En los 560 m que median entre estas pilas laterales sólo es soportado por los obenques.



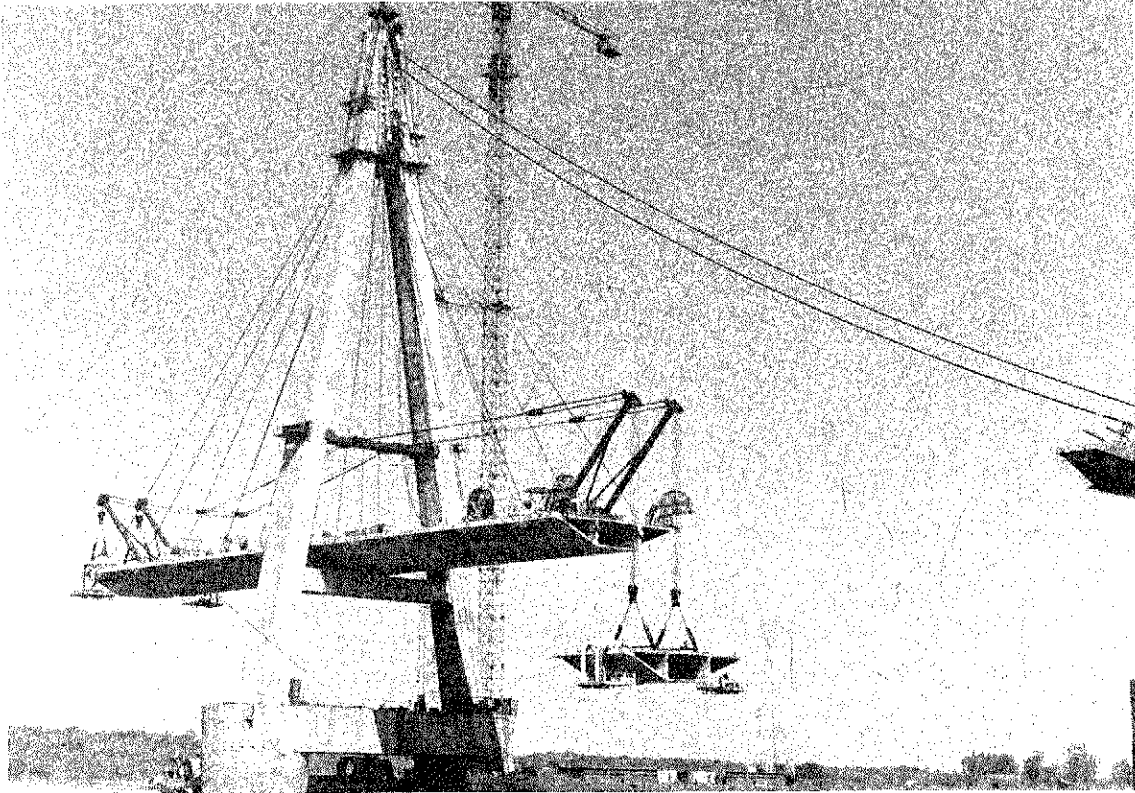
Depósito de dovelas prefabricadas.



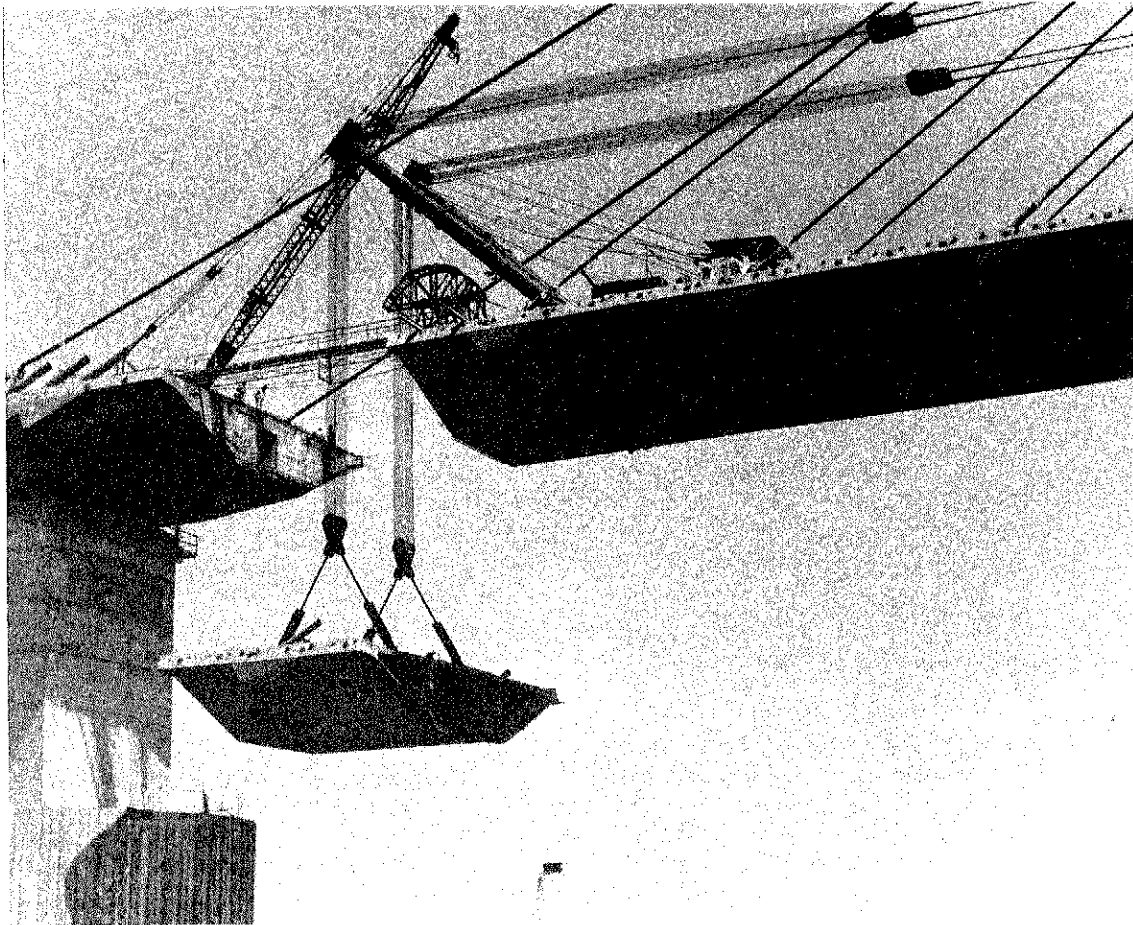
Prefabricación de dovelas: losas inferiores.



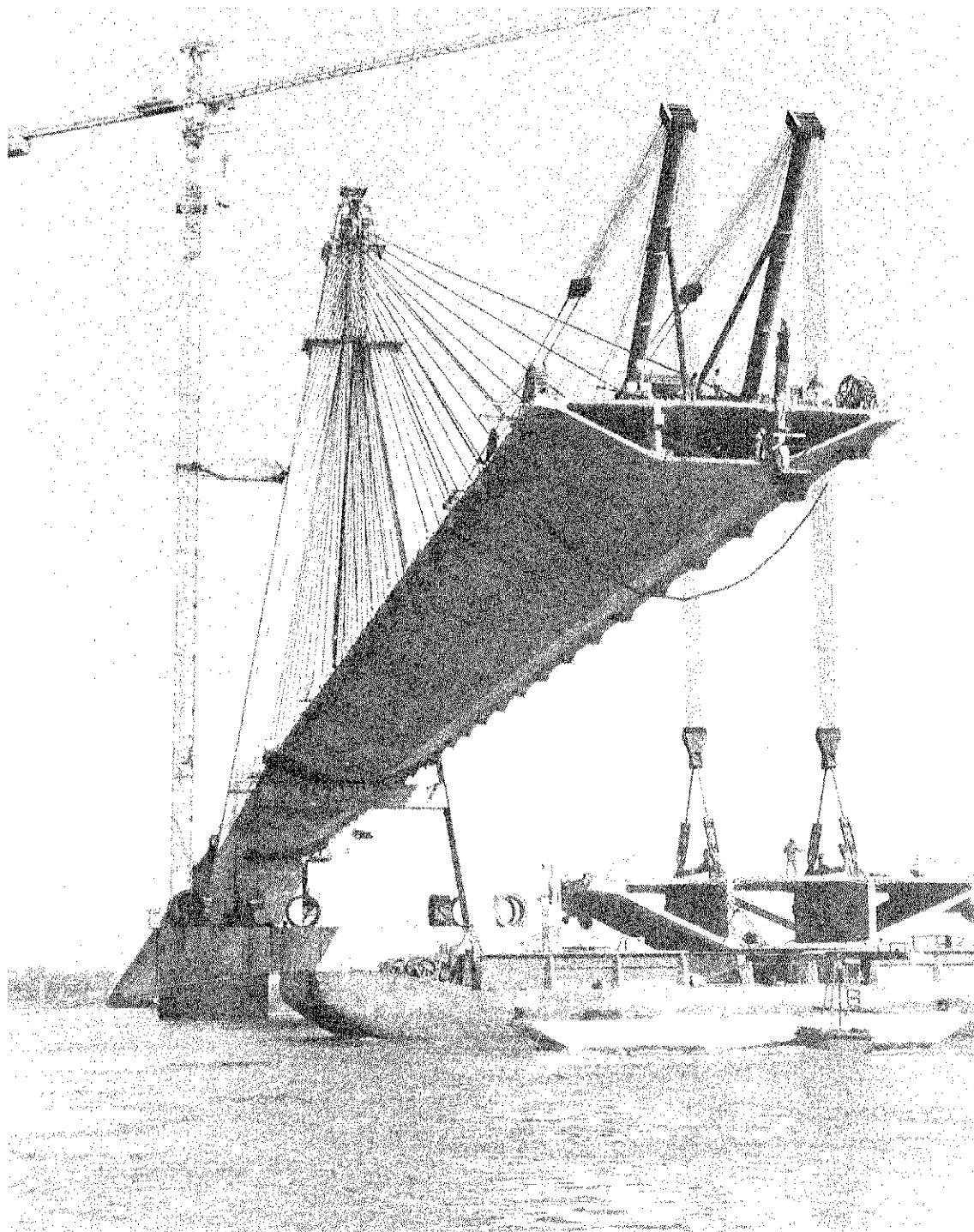
Transporte de las dovelas hacia el lugar de su montaje.



Puente Principal: Izado de una dovela del tramo lateral. Obsérvense los obenques de retención, flojos.



Puente Principal: Cierre del tramo lateral en la Pila 29.



Puente Principal: Izado de dovelas desde el pontón de transporte, en el tramo central. El tramo lateral está cerrado.

Cada una de las piernas de los pilones apoya (en cota + 85) sobre sendos cilindros que bajan las cargas a la roca. En su parte superior, estos cilindros están unidos por una gran viga que arriostra los cabezales de los cilindros entre sí. La construcción de estas vigas se ha realizado también por avance en voladizo, desde uno de los cilindros hacia el otro.

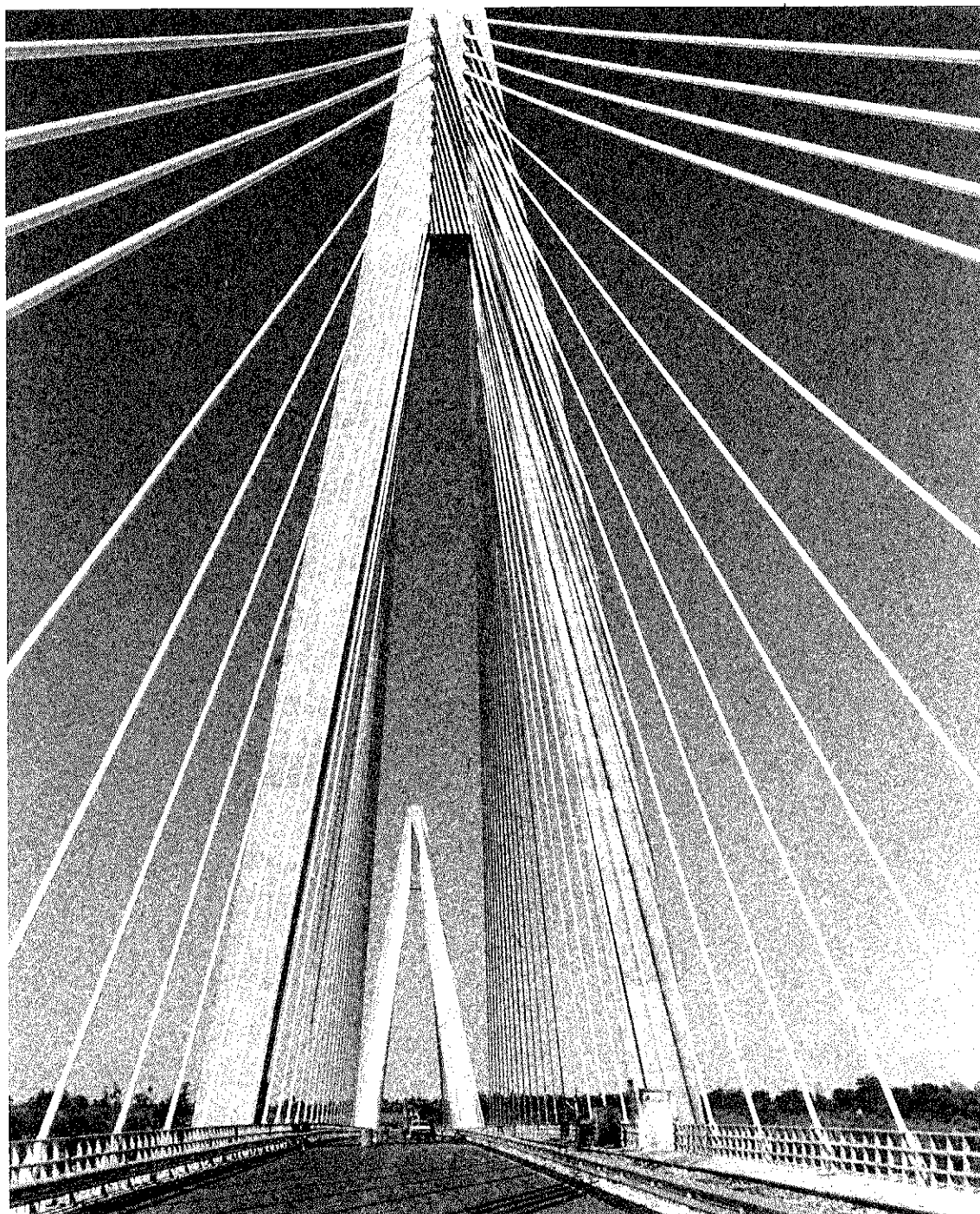
H.F. Cabjolsky, en las VII Jornadas Argentinas de Hormigón Pretensado, presentó un trabajo más extenso sobre el montaje del puente principal. Además, presentó contribuciones que se refieren a esta obra, en el IX Congreso de la FIP, en Estocolmo (1982), y en el X Congreso de la FIP, en Nueva Delhi (1980).



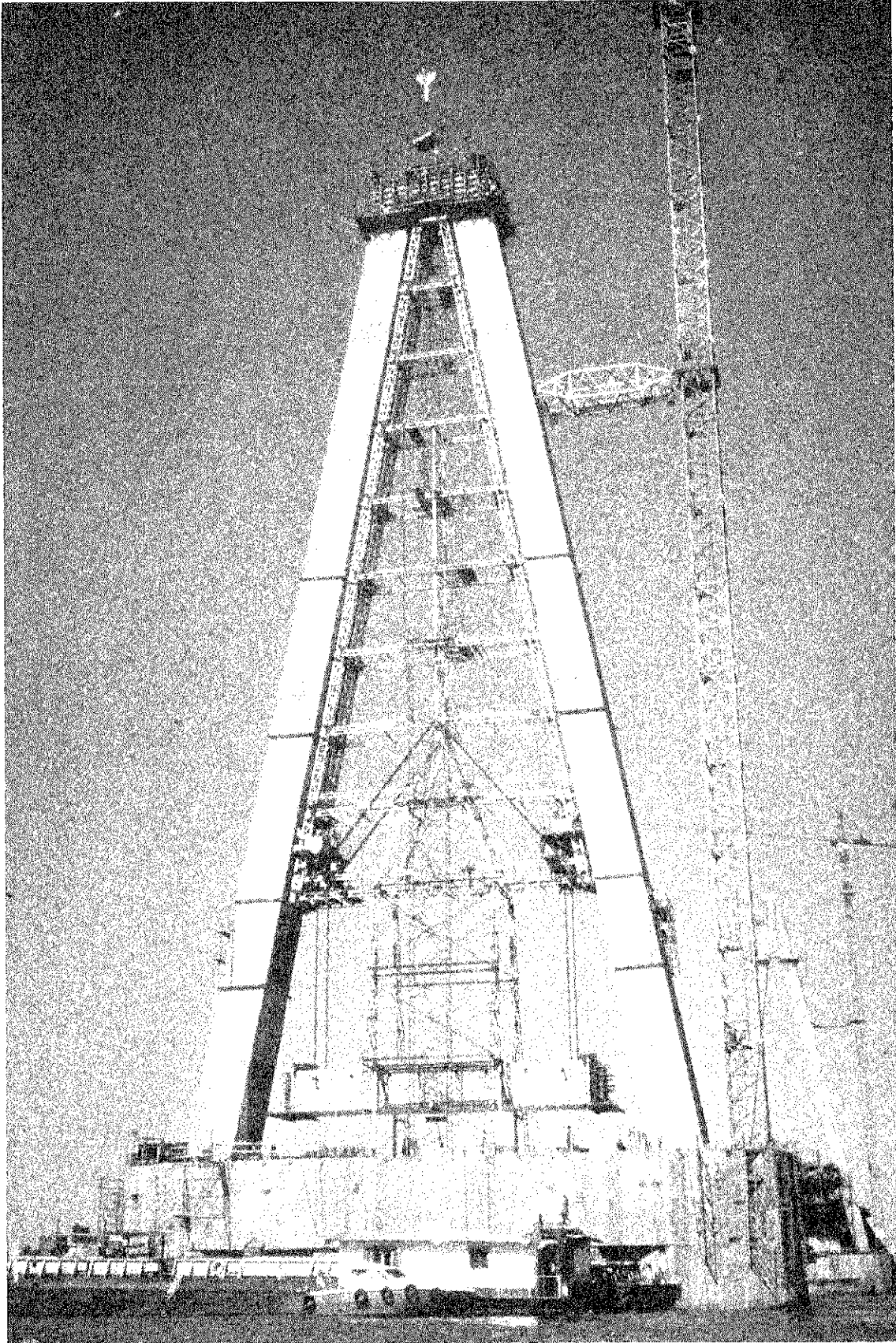
Se entiende que la forma en A de los pilones ayuda a soportar las fuerzas laterales de viento, que en ese lugar son importantes. En efecto, la estructura del puente principal ha sido calculada para soportar esfuerzos de sismo (2% del peso propio) y esfuerzos de tornados, que ocurren con cierta frecuencia en la zona.

Para valorar estas solicitaciones, se han llevado a cabo ensayos en el túnel de viento del CEBTP (Centre Experimental du Batiment et des Travaux Publics) en París, en lo que se refiere al "Fluttering".

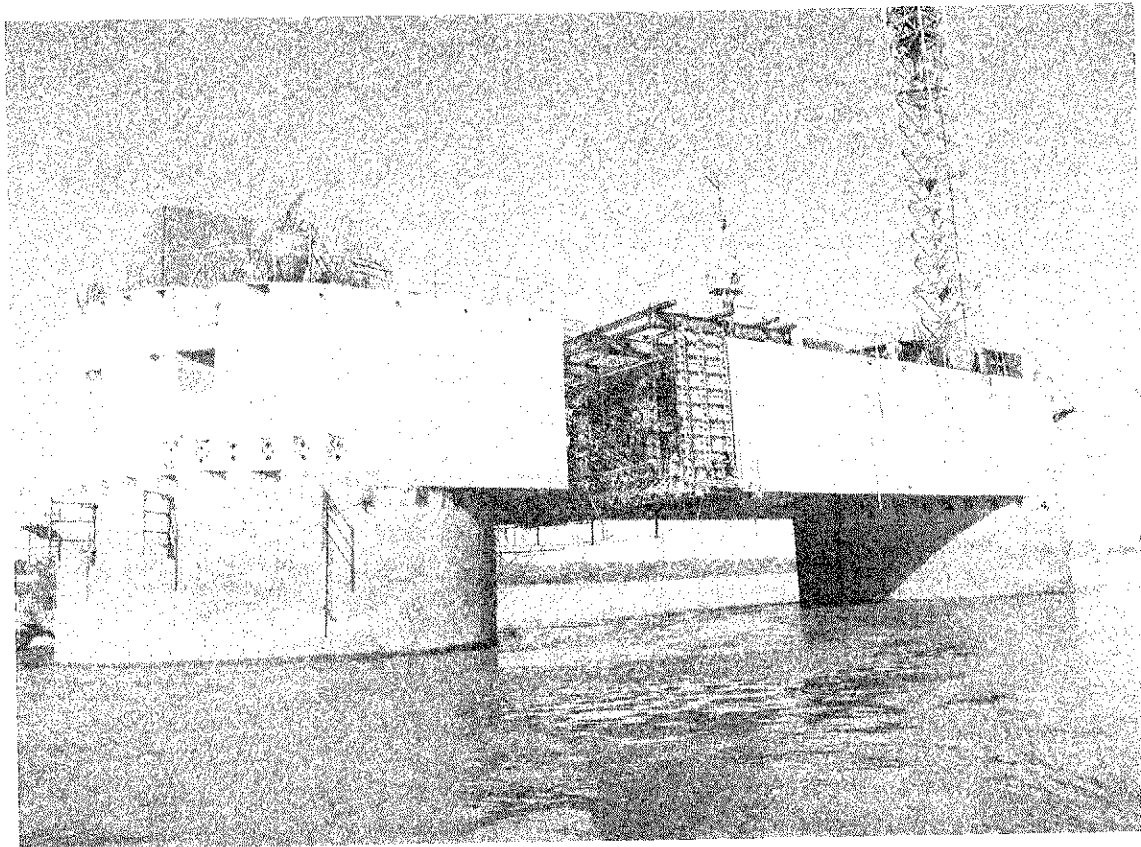
Para estudiar la acción del empuje lateral del tornado sobre el tablero, se hicieron ensayos en el laboratorio de la Universidad de Stuttgart, demostrándose la eficacia de la sección aerodinámica del tablero y la necesidad de adoptar tal sección. (Véase "Zur Grosse des Windwiderstandes bei sehr hohen Windgeschwindigkeiten (Tornados)": Revista "Bauingenieur" 59 (1984); y "La Resistencia al Viento de Altas Velocidades": II. Jornadas Ibero-Latinoamericanas del Hormigón Pretensado, Buenos Aires (1991).



Detalle de los obanques.



Pilón N.º 31: Izado hidráulico del travesaño premoldeado.



Construcción de un cabezal de cilindros por avance en voladizo.



Puente Principal: Vía férrea, calzada bituminosa, junta de dilatación.

El conjunto de las obras del Puente Posadas-Encarnación se completó con las siguientes obras complementarias:

—Los terraplenes de acceso carretero (1.500 m) y ferroviario (1.200 m), en la ribera argentina, de varios kilómetros de longitud.

—El Centro de Frontera, en la cabecera argentina, sobre una superficie de unos 15.000 m<sup>2</sup> de terreno, que alberga los Organismos Administrativos de seguridad y control propios de áreas limítrofes.

—La iluminación del puente, con sus equipos de suministro de energía.

—El balizamiento fluvial y aéreo.

—Las carpetas de rodamiento.

—La señalización vial, vertical y horizontal.

—La vía férrea.

—La instalación de extinción de incendios.

—Los ascensores de acceso a los topes de los pilones.

Cantidades de materiales utilizados		
Puente Posadas-Encarnación		
Pilotes $\phi$ 1,65 m		934 m
Hormigones:		
a) Pilones	3.100 m <sup>3</sup>	
b) Superestructura Puente Principal	5.500 m <sup>3</sup>	
c) Superestructuras Accesos	2.000 m <sup>3</sup>	
d) Superestructuras Viaductos	17.000 m <sup>3</sup>	
e) Pilas	5.900 m <sup>3</sup>	
f) Cabezales de cilindros de pilones	7.500 m <sup>3</sup>	
g) Cabezales de pilotes	3.500 m <sup>3</sup>	
h) Fundaciones directas	4.300 m <sup>3</sup>	
i) Cilindros de fundación	4.000 m <sup>3</sup>	
j) Estribos	1.300 m <sup>3</sup>	
k) Rellenos de cilindros	8.500 m <sup>3</sup>	
l) Varios	5.000 m <sup>3</sup>	67.600 m <sup>3</sup>
Aceros:		
Armadura no tesa, tipo A 420		4.300 t
Armadura tesa $\phi$ 7 mm 1.500/1.700 MPa		1.450 t
Armadura tesa $\phi$ 26 mm 800/1.000 MPa		32 t
Obenques $\phi$ 7 mm		580 t

## RESUMEN

El puente sobre el río Paraná que comunica las ciudades de Posadas (Argentina) y Encarnación (Paraguay), ha adquirido renombre por los premios que le fueron otorgados.

Se informa someramente sobre la gestión de su proyecto, las características técnicas de sus estructuras y el desarrollo de su construcción.

La obra se compone de varias partes bien diferentes entre sí, por lo que en cada una de ellas el procedimiento constructivo fue distinto.

Resalta especialmente el método seguido para el montaje del Puente Principal, un puente a obenques, carretero y ferroviario, con tablero constituido por dovelas de hormigón premoldeado.

## SUMMARY

The Paraná-Bridge between Posadas (Argentina) and Encarnación (Paraguay) has acquired a certain renown since to it has been awarded several international prizes.

The paper describes the development of the project, the design of the structures and the construction methods.

The crossing consists of several sections with various structures applying different techniques for each section.

The construction proceedings of the main bridge are especially interesting, showing the erection of a cable-stayed bridge using precast concrete segments.



# MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

(Continuación de Int. Portada)

- FOMENTO DE OBRAS Y CONSTRUCCIONES, S.A. (FOCSA).**—Paseo de la Castellana, 118-4.ª planta. 28046 Madrid.
- FREYSSINET, S.A.**—General Perón, 24. 28020 Madrid.
- GRACE, S.A.**—Apartado 523. 08080 Barcelona.
- HIDROELECTRICA DE CATALUÑA, S.A.**—Almogávares, 11-17. 08018 Barcelona.
- HORMIGONES GERONA, S.A.**—Lorenzana, 45. 17002 Gerona.
- HORMIGONES PROYECTADOS, S.A.**—Avda. Príncipe de Asturias, 63. 08012 Barcelona.
- HUARTE, S.A.—Oficina Técnica.**—Avda. General Perón, 40-C-4.º. 28020 Madrid.
- IBERDUERO, S.A. Servicio Formación.**—Referencia 3001. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.
- IBERDUERO, S.A. Servicio Formación.**—Referencia 8501. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.
- IBERICA DE ESTUDIOS E INGENIERIA, S.A. (IBERINSA).**—Avda. de Burgos, 11. 28036 Madrid.
- INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.**—Portal de Gamarra, 46. 01013 Vitoria.
- INFORMES Y PROYECTOS, S.A. (INYPISA).**—General Díaz Porlier, 49-51. 28001 Madrid.
- INGENIERIA DEL ATLANTICO, S.A. (IDASA).**—Pérez Cepeda, 5 y 7. 15004 La Coruña.
- INSTITUTO ESPAÑOL DEL CEMENTO Y SUS APLICACIONES (IECA).**—Velázquez, 11-3.ª-izda. 28001 Madrid.
- INSTITUTO TECNICO DE LA CONSTRUCCION, S.A.**—Avda. de Elche, 164. 03008 Alicante.
- INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES (INTEMAC).**—Monte Esquinza, 30. 28010 Madrid.
- INTERNACIONAL DE INGENIERIA Y ESTUDIOS TECNICOS (INTECSA). Biblioteca.**—Orense, 70. 28020 Madrid.
- JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA, S.A.**—Príncipe de Vergara, 103. 28006 Madrid.
- LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES.**—Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.
- MECANOGUMBA, S.A.**—Apartado 23. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).
- PACADAR, S.A.**—Hermosilla, 57. 28001 Madrid.
- PRETENSADOS DEL LOURO, S.A.**—Polígono Industrial Atios. 36400 Porriño (Pontevedra).
- PROYECTOS Y ESTRUCTURAS, S.A. (PROES).**—Padre Damián, 42-1.º-D. 28036 Madrid.
- SENER, TECNICA INDUSTRIAL Y NAVAL, S.A.**—Avda. del Triunfo, 56. 48930 Las Arenas (Vizcaya).
- SIKA, S.A.**—Carretera Madrid-Irún, Km. 14,500. Polígono Industrial. 28100 Alcobendas (Madrid).
- SOCIEDAD ESPAÑOLA DE ESTUDIOS PARA LA COMUNICACION FIJA A TRAVES DEL ESTRECHO DE GIBRALTAR, S.A. (SECEGSA).**—Estébanez Calderón, 3-1.º-A. 28020 Madrid.
- TECNICAS DEL PRETENSADO, S.A. (TECPRESA).**—Príncipe de Vergara, 135. 28006 Madrid.
- TREFILERIAS DEL NORTE, S.A.**—Carretera de Zorroza a Castrejana, 150. Apartado 590. 48080 Bilbao.
- TREFILERIAS QUIJANO, S.A.**—Fábrica de Forjas de Buelna. 39400 Los Corrales de Buelna (Cantabria).
- TRENZAS Y CABLES DE ACERO, S.A. (TYCSA).**—Monturiol, 5. 08210 Barberá del Vallés (Barcelona).

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las Entidades citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.



**asociación técnica  
española del pretensado**