HORMIGÓN y acero

Nº 197

ASOCIACIÓN TÉCNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA CONSTRUCCIÓN EDUARDO TORROJA

COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de **"Miembro Protector",** a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de **"Miembros Protectores"** los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

AGROMAN EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.—Raimundo Fernández Villaverde, 43. 28003 Madrid.

ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).—Orense, 10. 28020 Madrid.

ARPO EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.—Avda. de la Innovación, s/n. Edificio Espacio, planta 3.ª, mód. 4-7. 41020 Sevilla.

AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.—Plaza Gala Placidia, 1. 08006 Barcelona.

CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.L.—Grijalba, 9. 28006 Madrid.

CEMENTOS MOLINS, S.A.—C.N. 340, Km. 329,300. 08620 Sant Viçenc dels Horts (Barcelona).

CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPERIMENTACION DE OBRAS PUBLICAS (CEDEX). Gabinete de Información y Documentación.—Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.

COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.—Almagro, 42. 28010 Madrid.

COLEGIO DE INGENIEROS TECNICOS DE OBRAS PUBLICAS.—Miguel Angel, 16. 28010 Madrid.

COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS. Centro de Documentación "Josep Renat".–Bon Pastor, 5. 08021 Barcelona.

COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.–Santa Eugenia, 19. 17005 Gerona.

COL. LEGI OFICIAL D'ARQUITECTES DE CATALUNYA.–Plaça Nova, 5. 08002 Barcelona.

COMYLSA, EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.–Lagasca, 88. 28001 Madrid.

CONSULTECO, S.L.–Pintor Lorenzo Casanova, 26. 03003 Alicante.

C.T.T. STRONGHOLD, S.A.–Aribau, 185. 08021 Barcelona.

CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.–Parque Empresarial La Moraleja. Avda. de Europa, 18. 28100 Alcobendas (Madrid).

DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.–Avda. de Tenerife, 4-6. Edificio Agua. 1ª planta. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).

DYWIDAG - SYSTEMS INTERNATIONAL, S.A.—Azor, 25-27. Polígono Industrial Matagallegos. 28940 Fuenlabrada (Madrid).

EMESA-TREFILERIA, S.A.—Apartado 451. 15080 La Coruña.

EMPRESA AUXILIAR DE LA INDUSTRIA, S.A. (AUXINI).—Padilla, 46. 28006 Madrid.

ENTRECANALES Y TAVORA, S.A. Biblioteca.—Cardenal Spínola, s/n. Edificio E. 28016 Madrid.

ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.—Ciudad Universitaria. 28040 Madrid.

ESTEYCO, S.A.—Menéndez Pidal, 17. 28036 Madrid.

ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A. (EPTISA).—Arapiles, 14. 28015 Madrid.

EUROCONSULT, S.A.–Apartado 99. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).

FERROVIAL, S.A.–Príncipe de Vergara, 125. 28006 Madrid.

(Continúa en el int. de contraportada)

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

DECLARADA DE UTILIDAD PUBLICA CON FECHA 4-3-77

INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA CONSTRUCCION EDUARDO TORROJA (C.S.I.C.)

COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

COMITE DE REDACCION

Director:
PIÑEIRO, Rafael

Vocales:
BARREDO, Carlos
JODAR, Juan
JULIA, Manuel
LLOMBART, José Antonio
ROMERO, Rafael
SANCHEZ-GALVEZ, Vicente

Censores:
ALCALA, Juan Luis
CUVILLO, Ramón del
ELICES, Manuel
GONZALEZ VALLE, Enrique
MANTEROLA, Javier
MORAN, Francisco
MORENO TORRES, Juan
MURCIA, Juan
POZO VINDEL, Florencio J. del
SIEGRIST, Carlos

SERVICIO DE ESTUDIOS ESPECIALES

HORMIGÓN y acero

n.º 197

CUOTAS ANUALES **1995**

	ESPAÑA	EXTRANJERO
Miembros "Personales" menores de 27 años.....	1.500 ptas.	
Miembros "Personales" (personas naturales).....	8.500 ptas.	65 dólares
Miembros "Colectivos" (personas jurídicas).....	21.000 ptas.	130 dólares
Miembros "Protectores" (personas naturales o jurídicas que deseen prestar una ayuda económica especial a la A.T.E.P.).....	42.000 ptas.	260 dólares

(Más 16% IVA para España)

La Asociación, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, no se hace responsable del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocine su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

APARTADO 19.002 - 28080 MADRID - TEL. Y FAX: 766 07 03

Depósito Legal: M-853-1958
Imprime: ACOR, S.A.- M. Hernández, 50 - MADRID
ISSN: 0439-5689

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

RELACION DE ENTIDADES QUE, EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO DE LA REVISTA, FIGURAN INSCRITAS, EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO, COMO "MIEMBROS COLECTIVOS".

ESPAÑA

AEPO, S.A.—Estudios y Proyectos.—Madrid.
ASOCIACIO ENGINYERS INDUSTRIALS DE CATALUNYA.—Barcelona.
ASOCIACION DE INVESTIGACION DE LAS INDUSTRIAS DE LA CONSTRUCCION.—Paterna (Valencia).
CASTRO HERMANOS, S.L.—Mislata (Valencia).
CENTRO DE ANALISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS, S.A.—Oviedo.
CENTRO POLITECNICO SUPERIOR DE INGENIEROS.–Area de M.M.C. y T. de Estructuras.–Zaragoza.
CETRES ENGINYERS, S.L.–Barcelona.
CEYD TECNICA, S.A.–Llanera (Asturias).
C.I.C., S.A.–Consultor de Ingeniería Civil, S.A.–Barcelona.
CINSA-EP.–Leioa (Vizcaya).
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de Andalucia Oriental.–Málaga.
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de Galicia.–La Coruña.
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.–La Coruña.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE BALEARES.–Palma de Mallorca.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS.—Demarcación de Valencia.—Valencia.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.–Bilbao.
CONSTRUCCIONES LAIN, S.A.–Madrid.
CONTROLEX.–Alicante.
CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.–Barcelona.
DEPARTAMENTO DE CONSTRUCCIONES ARQUITECTONICAS.–Escuela Técnica Superior de Arquitectura.–Sevilla.
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE LA CONSTRUCCION.–Escuela Universitaria de Arquitectura Técnica.–Universidad de La Laguna (Tenerife).
DEPARTAMENTO DE MECANICA DE MEDIOS CONTINUOS Y TEORIA DE ESTRUCTURAS.–Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica. Madrid.
DIRECCION GENERAL DE CARRETERAS. Diputación Foral de Guipúzcoa. San Sebastián.
E.E.P., S.A.—Elementos Estructurales Prefabricados, S.A.—Sant Fruitos de Bages (Barcelona).
ENAGA, S.A.–Pozuelo de Alarcón (Madrid).
ESCOLA TECNICA SUPERIOR D'ARQUITECTURA DEL VALLÉS.–San Cugat del Vallés (Barcelona).
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA. U.P.C.–Barcelona.
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.–Madrid.
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.–Biblioteca.–San Sebastián.
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.–Sevilla.
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AGRONOMOS.–Biblioteca.–Córdoba.
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.–Barcelona.
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACION.–Bilbao.
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TECNICA.–Granada.
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA INDUSTRIAL.—Zaragoza.
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA MINERA. Biblioteca.—León.
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.—Universidad Castilla-La Mancha. Departamento de Mecánica Aplicada.—Albacete.
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.—Barcelona.
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.—Burgos.
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.—Córdoba.
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA DE MANRESA.–Manresa (Barcelona).
EUROESTUDIOS, S.A.–Madrid.
EXISA.–Barcelona.
FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.–Madrid.
FOMENTO DE CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.–Valencia.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

FUERZAS ELECTRICAS DE CATALUÑA, S.A.–Barcelona.
FUNDACION DE LOS FERROCARRILES ESPAÑOLES.–Madrid.
G.O.C.S.A.–Orense.
GRUPO SGS Ciat.–Madrid.
HORMADISA, S.L.–Valga (Pontevedra).
IBERICA DE ESTUDIOS E INGENIERIA, S.A. (IBERINSA).–Madrid.
IDEAM, S.A.–Madrid.
IMECO, S.A.–Madrid.
INDAG, S.A.–Madrid.
INGENIERIA DE AUTOPISTAS Y OBRAS CIVILES, S.A.–Madrid.
INGENIERIA FLORS, S.A.–Grao de Castellón.
INGENIEROS Y ARQUITECTOS ASOCIADOS, S.A.–Madrid.
INSTITUCIONES COLEGIALES PARA LA CALIDAD EN LA EDIFICACION.–Murcia.
INSTITUT DE TECNOLOGIA DE LA CONSTRUCCIO DE CATALUNYA.–Barcelona.
INSTITUTO JUAN DE HERRERA.–Madrid.
INSTITUTO TURISTICO VALENCIANO, I.T.V.A.–Valencia.
J. CASTRO MATELO, S.A.–Sigueiro (La Coruña).
JUNTA DE CASTILLA Y LEON.–Consejería de Fomento.–Valladolid.
JUNTA DE CASTILLA Y LEON.–Dirección General de Transportes y Carreteras. Servicio de Gestión.–Valladolid.
LABORATORIO GEOCISA. Biblioteca.–Coslada (Madrid).
LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.–Madrid.
LABORATORIOS DEL SURESTE, S.L.–El Palmar (Murcia).
LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).–Castellón de la Plana.
METALURGICA GALAICA, S.A.–Narón (La Coruña).
MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS, TRANSPORTES Y MEDIO AMBIENTE. DIRECCION GENERAL DE CARRETERAS. SUBDIRECCION GENERAL ADJUNTA, TECNOLOGIA Y PROYECTOS.–Madrid.
MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS, TRANSPORTES Y MEDIO AMBIENTE. DIRECCION GENERAL PARA LA VIVIENDA Y ARQUITECTURA. SUBDIRECCION GENERAL DE NORMATIVA BASICA Y TECNOLOGICA.–Madrid.
MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS, TRANSPORTES Y MEDIO AMBIENTE. SUBDIRECCION GENERAL DE NORMATIVA TECNICA Y ANALISIS ECONOMICO.–Madrid.
O.C.P. CONSTRUCCIONES, S.A.–Madrid.
POSTENSA, S.A.–BILBAO.
PRAINSA.–Barcelona.
PREFABRICADOS AGRICOLAS E INDUSTRIALES, S.A. (PRAINSA).–Zaragoza.
PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).–León.
PREFABRICADOS DE HORMIGON, S.A. (CUPRE-SAPRE).–Valladolid.
PREFABRICADOS POUSA, S.A.–Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).
PREVALESA, S.L.–Valencia.
RUBIERA, S.A. FORJADOS Y CUBIERTAS.–León.
RUBIERA BURGOS, S.A.–Burgos.
SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.–Barcelona.
SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.–Burgos.
SERVICIO TERRITORIAL DE CARRETERAS.–Gerona.
SESTRA, S.A.L.–Andoain (Guipúzcoa).
SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.–Madrid.
SPANDECK CATALANA, S.A.–Barcelona.
TECNICA Y PROYECTOS, S.A.–Madrid.
TERRATEST, S.A.–Madrid.
TIGNUS, S.A.–Valencia.
TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPSA).–Madrid.
UNIVERSIDAD DE CADIZ.–Algeciras (Cádiz).
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA. Biblioteca Universitaria.–Santander.
UNIVERSIDAD DE LA CORUNA.–Biblioteca.–La Coruña.
UNIVERSIDAD DE LA CORUÑA.–Rectorado.–La Coruña.
UNIVERSIDAD DE OVIEDO. Biblioteca Universitaria.–Oviedo.
UNIVERSIDAD POLITECNICA. Hemeroteca.–Valencia.
UNIVERSIDAD POLITECNICA.–E.T.S. de Ingenieros Agrónomos.–Departamento de Construcción y Vías Rurales.–Madrid.
UNIVERSIDAD PUBLICA DE NAVARRA.–Pamplona.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

UNIVERSITAD DE GIRONA.–Girona.
VORSEVI, S.A.–Ingeniería y Control de Calidad.–Sevilla.
V.S. INGENIERIA Y URBANISMO, S.L.–Sevilla.

EXTRANJERO

ASSOCIACAO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND.–Sao Paulo (Brasil).
COLTENSA, S.A.–Santa Fé de Bogotá. D.C. (Colombia).
FACULTAD DE INGENIERIA/UBA.–Estados Unidos de Norteamérica.
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.–Luanda (República Popular de Angola).
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU.–Lima (Perú).
POSTES, S.A.–Lima (Perú).
PUENTES Y TORONES, LTD.–Bogotá (Colombia).
SWETS SUBSCRIPTION SERVICE.–2160 Lisse (Holanda).
UNIVERSIDAD CATOLICA DE QUITO. Biblioteca.–Quito (Ecuador).
UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAISO. Biblioteca Central.–Valparaíso (Chile).
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO. Biblioteca.–Mayagüez (Puerto Rico).

MIEMBRO CORRESPONDIENTE

ASOCIACION BOLIVIANA DEL PRETENSADO (A.B.P.).—La Paz (Bolivia).

* * *

AVISO IMPORTANTE

DISCUSION DE LOS ARTICULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA "HORMIGON Y ACERO"

Todos los artículos originales que se publican en "Hormigón y Acero", quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002, 28080 Madrid, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestando todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

hormigón y acero n.º 197

índice

Págs.

Resumen de las principales actividades desarrolladas por la ATEP durante el período Mayo 1994-Mayo 1995 9-10
Principales activités développées pour la ATEP pendant le période Mai 1994-Mai 1995.
The essential activities developed by ATEP from May 1994 to May 1995.
La Junta de Gobierno de la ATEP.

457-0-215 **La fotoelasticidad en el estudio de elementos estructurales singulares** 11-20
La photo-élasticité dans l'étude d'éléments structuraux.
Photoelasticity analysis of special structural elements.
J.C. Paloto y N.F. Ortega.

457-0-216 **Estudio comparativo de los criterios de agotamiento propuestos en la Normativa Española, el método β y el Eurocódigo, para uniones soldadas de ángulo, ante cargas estáticas, en la edificación** 21-25
Étude comparative des critères d'épuisement proposés dans la Normative Espagnole, la méthode β et l'Eurocode, pour unions soudées d'angles, soumises à des charges statiques, dans l'édification.
Comparative analysis of the criteria of failure proposed by the Spanish Code, the β formula and Eurocode number 3 for angled welded junctions under static loads, in edification.
J.I. Pérez Calero y J. Saura Martínez.

457-0-217 **El nudo extenso: sobre cómo resolver un error común en los programas de análisis matricial de estructuras de barras, escritos para el proyecto de estructuras que suelen serlo de hormigón armado** 27-40
Le noed étendu: une manière de résoudre un erreur commun aux programmes d'analyse matritiel des structures de barres conçus pour le proyect des structures de béton armé.
The extensive node: a way to solve a common error in programs of matritial analysis of bar structures written for the project of reinforced concrete structures.
J. Cervera.

457-0-218 **Criterios para la determinación de plazos de descimbrado en estructuras de hormigón armado solicitadas a flexión** 41-55
Critères pour la détermination des délais de décintrement dans les structures de béton armé soumises à flexion.
Determination of minimum period before striking on reinforced concrete flexural members.
A.R. Marí e I. Serrá.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

457-0-219 **Redistribución de tensiones en secciones transversales ejecutadas por fases sucesivas** 57-76
Redistribution de contraintes dans des sections transversales réalisées en plusieurs phases.
Stress redistribution in evolutive cross-sections.
C. Iglesias.

457-0-220 **Formulaciones tridimensionales de la retracción y la fluencia del hormigón. Significado y errores de las extrapolaciones unidimensionales de la fluencia** 77-90
Formulation tridimensionelles du retrait et fluage du béton. Signifié et erreurs des extrapolations unidimensionelles du fluage.
3-Dimensional formulations of concrete shrinkage and creep. Meaning and errors of creep 1-dimensional extrapolations.
J. Murcia.

457-5-32 **Influencia del número de líneas resistentes y de los parámetros que controlan la respuesta sísmica no lineal de edificios** ... 91-116
L'effet du nombre des lignes résistantes et des paramètres qui contrôlent la réponse sismique pas linéal des bâtiments.
Influence of number of resisting lines and influence of the control parameters on the nonlineal earthquake response of buildings.
V.I. Fernández-Dávila Gonzáles y E. Cruz Zabala.

837-8-20 **Métodos de reparación localizada de pilares de hormigón, para carga total, basados en encamisado metálico** 117-129
Méthodes de réparation local de poteaux en béton, pour charge totale, basées sur chemise métallique.
Localized repair methods of concrete columns for total load based in steel jackets.
J.L. Ramírez; J.M. Bárcena; J.I. Urreta y J.A. Sánchez.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

Normas que deben cumplir los artículos que se envíen para su publicación en "Hormigón y Acero"

1. CONDICIONES GENERALES

Los originales de los artículos que se desee publicar en "Hormigón y Acero", se enviarán a la Secretaría de la ATEP. Deberán cumplir rigurosamente las normas que a continuación se especifican. En caso contrario, serán devueltos a sus Autores para su oportuna rectificación.

Los que cumplan los requisitos exigidos pasarán al Comité de Redacción de la Revista el cual, previo informe y evaluación de su calidad por el correspondiente Cuerpo de Censores, decidirá si procede o no su publicación, sugiriendo eventualmente al Autor los cambios que, en su opinión, deben efectuarse para su final publicación en "Hormigón y Acero". Toda correspondencia en este sentido se mantendrá directamente con el Autor o primero de los Autores que figuren en el Artículo.

Los originales que por cualquier causa no fueran aceptados serán devueltos al Autor.

2. PRESENTACION DE ORIGINALES

Los originales se presentarán mecanografiados a doble espacio, por una sola cara, en hojas tamaño UNE A4. De cada artículo se enviará original y dos copias.

2.1. Título

El título, *en español, francés e inglés* deberá ser breve y explícito, reflejando claramente el contenido del artículo. A continuación se hará constar nombre y apellidos del Autor o Autores, titulación profesional y, si procede, Centro o Empresa en el que desarrolla sus actividades.

2.2. Resumen

Todo artículo deberá ir acompañado de un resumen, *en español e inglés,* de extensión no inferior a cien palabras (unas ocho líneas mecanografiadas) ni superior a ciento cincuenta palabras (doce líneas).

2.3. Gráficos y figuras

Los gráficos y figuras deberán ir numerados correlativamente en el orden en que se citen en el texto, en el cual deberá indicarse el lugar adecuado de su colocación.

Se presentarán delineados en tinta china negra sobre papel vegetal o sobre papel blanco, o en reproducibles de muy buena calidad. Todas las figuras llevarán su correspondiente pie explicativo.

Los rótulos, símbolos y leyendas deberán ser tales que, tras su reducción a la anchura de una o dos columnas de la Revista (setenta y dos o ciento cincuenta mm, respectivamente) queden letras de tamaño no inferior a 1,5 mm y sean, en todo caso, fácilmente legibles.

2.4. Fotografías

Se procurará incluir sólo las que, teniendo en cuenta la reproducción, sean realmente útiles, claras y representativas. Podrán presentarse en copias de papel opaco negro o en color, en negativo, o en diapositivas. Se tendrán en cuenta las normas sobre tamaño de rótulos y leyendas dadas en el punto 2.3 anterior. Irán

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

numeradas correlativamente y llevarán su correspondiente pie explicativo.

2.5. Tablas y cuadros

Cumplirán las proporciones y dimensiones indicadas para las figuras. Llevarán numeración correlativa, citada en el texto, y un pie con la explicación adecuada y suficiente para su interpretación directa.

2.6. Unidades

Las magnitudes se expresarán, preferiblemente, en unidades del Sistema Internacional (S.I.) según las UNE 5001 y 5002.

2.7. Fórmulas, letras griegas, subíndices y exponentes

En las fórmulas se procurará la máxima calidad de escritura y emplear las formas más reducidas siempre que no entrañen riesgo de incomprensión. Para su identificación se utilizará, cuando sea necesario, un número entre paréntesis a la derecha de la fórmula.

Se cuidará especialmente que todas las letras griegas, subíndices y exponentes resulten perfectamente identificables, procurando evitar los exponentes complicados y letras afectadas simultáneamente de subíndices y exponentes.

Cualquier expresión que, por su complejidad, pueda dar lugar a interpretaciones equivocadas, se presentará manuscrita. Se diferenciarán claramente mayúsculas y minúsculas y aquellos tipos que puedan inducir a error (por ejemplo, la l y el 1; la O y el cero; la K y la k, etc.).

2.8. Referencias bibliográficas

Las referencias bibliográficas citadas en el texto se recogerán al final del mismo dando todos los datos precisos sobre la fuente de publicación, para su localización.

Las citas en el texto se harán mediante números entre paréntesis. En lo posible, se seguirán las normas internacionales utilizadas generalmente en las diversas publicaciones, es decir:

Referencias de artículos publicados en revistas

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del artículo; nombre de la publicación; número del volumen y fascículo; fecha de publicación, y número de la primera y última de las páginas que ocupa el artículo al que se refiere la cita.

Referencias de libros

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del libro; edición; editorial, y lugar y año de publicación.

3. PRUEBAS DE IMPRENTA

De las primeras pruebas de imprenta se enviará una copia al Autor para que, una vez debidamente comprobadas y corregidas, las devuelva en el plazo máximo de quince días, con el fin de evitar el riesgo de que la publicación de su artículo tenga que aplazarse hasta un posterior número de "Hormigón y Acero".

En la corrección de pruebas no se admitirán modificaciones que alteren sustancialmente el texto o la ordenación del artículo original.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

Resumen de las principales actividades desarrolladas por la ATEP durante el período Mayo 1994-Mayo 1995

Para general conocimiento de todos nuestros Asociados, a continuación se incluye un informe resumido de las principales actividades desarrolladas por la ATEP durante el período mayo 1994 –mayo 1995.

–Se han firmado Convenios de colaboración con las siguientes Entidades:

- Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
- Instituto Eduardo Torroja de Ciencias de la Construcción. (CSIC).
- Grupo Español del Hormigón (GEHO).

Como fruto de estos Convenios se han realizado las siguientes actividades:

ATEP-GEHO-COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS-IETCC

- Traducción y publicación de la "Guía FIP de Reparación y Refuerzo de Estructuras de Hormigón".
- Creación de la Beca "Florencio del Pozo Frutos" para la realización de un trabajo de investigación en el IETCC, dirigido por la ATEP y el IETCC y subvencionado por la ATEP, el IETCC y el Colegio de Caminos. El tema de esta Beca es: "Losas postesadas con pretensado no adherente".

ATEP-GEHO

- Acuerdo de promoción conjunta ATEP-GEHO. Difusión de ambas Asociaciones en las Escuelas de Ingeniería y Arquitectura. Se ha fijado una cuota reducida de inscripción conjunta, de 2.000,–Pts, para menores de 27 años.
- Conferencia de D. Antonio Marí sobre "Efectos Estructurales del Terremoto de Northridge, Los Angeles, California –17.01.94", pronunciada en el IETCC en febrero de 1995.
- Colaboración con GEHO en la organización de las "Jornadas de Reparación y Refuerzo de Estructuras de Hormigón", programada para los días 6 y 7 de junio de 1995, en el Colegio de Caminos, coincidiendo con la VII Asamblea Anual del GEHO.

–Se han realizado, por parte de la ATEP, las siguientes actividades:

- Presentación, por D. Juan José Arenas, en el XII Congreso Internacional de la FIP, celebrado en junio de 1994, en Washington, de las principales realizaciones españolas en hormigón pretensado durante los últimos años.
- Edición de un libro en inglés, en el que se describen las realizaciones españolas en hormigón pretensado más destacadas durante los años 1990-1993. Este libro se ha distribuido, como promoción y con carácter gratuito, entre las Administraciones Nacionales, Autonómicas y Locales de nuestro país, responsables de las construcciones pretensadas.
- Colaboración en la reunión internacional COMTECH'94, de la RILEM (Reunión Internacional de Laboratorios de Ensayo de Materiales), "Transferencia tecnológica de las nuevas tendencias en hormigón", celebrada en Barcelona en noviembre de 1994.
- Colaboración en la "Jornada sobre el empleo de tendones no adherentes en edificación" celebrada en la Fundación Cultural del Cole-

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

gio de Arquitectos, en marzo de 1995, dentro del marco de promoción del pretensado en Arquitectura.

- Traducción, a petición de AENOR, de la Prenorma Experimental Europea ANV-1992-1-5 "Estructuras con Tendones no Adherentes y Pretensado Exterior".
- Organización de la Reunión de la Comisión de prefabricación de la FIP, celebrada los días 5 y 6 de mayo de 1995, en Marbella.
- Colaboración en la organización de la "Jornada sobre Puentes" del grupo CTN-140-SC/2 de AENOR, que se celebrará en septiembre de 1995.

PRESENCIA ACTIVA EN COMISIONES

FEDERACION INTERNACIONAL DEL PRETENSADO (FIP)

- La ATEP está representada en diversas Comisiones de la FIP. En estos momentos existe una reorganización de estas Comisiones debido a la prevista fusión entre la FIP y el CEB. Para tratar de ello se ha mantenido una reunión con los Representantes de la ATEP en la FIP.

  Se pretende crear grupos de apoyo a estos Representantes y se va a abrir una sección fija en "Hormigón y Acero", para informar sobre las actividades de las distintas Comisiones de la FIP.

COMISION PERMANENTE DEL HORMIGON (CPH)

- La ATEP está representada en el Pleno y en los diversos Grupos de Trabajo de la CPH: Centrales nucleares, Forjados, Nuevas Instrucciones, etc.

AENOR

- La ATEP está representada en el CTN 140 "Eurocódigos"; en el CTN 140-SC/2 "Eurocódigo 2" y en el Subgrupo "Puentes".

GEHO

- La ATEP está representada en su Comité Ejecutivo y en los Grupos de Trabajo dedicados al estudio de los siguientes temas:
  - Prefabricación de Paneles de Hormigón
  - Demolición de Estructuras de Hormigón.

DIRECCIÓN GENERAL DE CARRETERAS DEL MOPTMA

- Se ha realizado un informe sobre los artículos relacionados con el pretensado del nuevo "Pliego General de Prescripciones para Obras de Carreteras y Puentes".

GRUPOS DE TRABAJO ACTIVOS

GRUPOS ATEP

- Recomendaciones sobre "Anclajes al Terreno". (Terminado; pendiente de publicación).
- Recomendaciones sobre "Pretensado Exterior". (Casi terminado).
- Recomendaciones sobre "Losas postesadas con tendones no adherentes". (Terminado; pendiente de publicación).
- Traducción al español del libro en inglés "Manual de Planificación y Proyecto de Estructuras Prefabricadas de Edificación", de la Comisión de Prefabricación de la FIP.

FUNCIONAMIENTO ADMINISTRATIVO INTERNO DE LA ATEP

–Se han proseguido las labores de modernización en:

- Sistema de cobros mediante soporte informático. Se realizó una campaña para obtención de datos codificados de domiciliación de recibos.
- Se ha modificado el sistema de distribución de la Revista, con nuevo tipo de ensobrado y con una sustancial mejora económica y de plazo.
- Se ha concluido la legalización de la situación jurídica de la ATEP. Los nuevos Estatutos, aprobados en la Asamblea del pasado año, ya están vigentes. Se está a la espera de su registro en el Ministerio correspondiente, para proceder a su distribución.

ELECCIONES

– Se han realizado elecciones para la renovación de la mitad de los Vocales de la Junta de Gobierno de la ATEP, resultando elegidos, como nuevos Miembros de dicha Junta, los siguientes Señores, citados por orden alfabético de apellidos:

D. Angel C. Aparicio Bengoechea

D. Enrique González Valle

D. Manuel Juliá Vilardell

D. Julio Martínez Calzón

D. Carlos Siegrist Fernández

LA JUNTA DE GOBIERNO DE LA ATEP

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

457-0-215

La fotoelasticidad en el estudio de elementos estructurales singulares

Ing. Juan Carlos Paloto Almada
Area de Estabilidad
Ing. Néstor F. Ortega
Area de Hormigón
Departamento de Ingeniería
Universidad Nacional del Sur
Bahía Blanca. Argentina

1. INTRODUCCION

El desarrollo de métodos para el Análisis Experimental de Tensiones, en el amplio campo de la Mecánica Experimental, hace que esta especialidad sea cada vez mejor considerada por su confiabilidad y accesible aplicación en la resolución de los problemas de Mecánica Aplicada, especialmente en los más complejos.

De los procedimientos experimentales para la determinación de tensiones y/o deformaciones, los más comunes son los que utilizan las bandas o galgas extensométricas de la extensometría eléctrica (strain gauges) y las distintas formas de aplicación de la fotoelasticimetría (1); siendo requeridos en muchas oportunidades para confirmar valores empleados en el diseño, análisis o verificación de diversos elementos estructurales, aunque a la vez los mismos hayan sido estudiados mediante modernos métodos, tal como el de los Elementos Finitos, y continúan utilizándose en el análisis de tensiones y deformaciones, surgiendo con frecuencia nuevas técnicas de aplicación (2) (3).

Es conveniente recordar que la fotoelasticidad se basa en la propiedad de la birrefringencia de algunos materiales transparentes, utilizándose actualmente distintos plásticos. La incidencia de la luz polarizada sobre el material tensionado, permite observar y evaluar el efecto óptico del fenómeno mecánico. Los lugares geométricos de las tensiones principales en cada punto, se los evalua mediante las franjas *isocromáticas*, y la posición de las direcciones principales según las franjas *isoclinas*. Para la aplicación del método con fines de análisis mecánico es necesario realizar modelos en un material transparente apropiado y traducir los resultados según las leyes de semejanza. La interpretación es directa en modelos bidimensionales y más compleja en casos tridimensionales (4) (5).

En este artículo se sintetizan aspectos del estudio del efecto de pretensado, visto como un caso de superposición de tensiones, sobre distintos elementos estructurales poco convencionales; determinándose el comportamiento de los mismos en base a la aplicación, separada o simultánea, de los distintos estados de carga en los modelos fotoelásticos.

Se ha buscado obtener una visión integral de la distribución de tensiones producidas; y de acuerdo al método, los valores analizados pertenecen a un medio elástico, lineal, homogéneo, por lo que las comparaciones con resultados teóricos deben hacerse con los que arroja la teoría de la elasticidad o sus aproximaciones.

La construcción de los modelos, aquí presentados, se realizó en Araldit B, de 1 cm de espesor, con un módulo de elasticidad E = 34.000 kgf/cm^2 y una constante fotoelástica de 10,5 kgf/cm^2/nro. ord.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

2. VIGA TRANSVERSAL DE UNA SECCION CAJON

2.1. Consideraciones Generales

En la construcción de puentes del tipo Viga - Cajón, un elemento estructural importante lo constituyen las vigas transversales o tímpanos que, por lo general, solo se construyen en los apoyos. Las tensiones que se originan en estas placas transversales no pueden ser calculadas por la teoría de flexión, debiendo ser tratadas por otros métodos, tales como elementos finitos.

Las vigas transversales tienen como función la de rigidizar a la sección de la viga - cajón; además, deben transmitir a los apoyos los esfuerzos originados en las losas, debido a las acciones del viento, torsión y coacciones provocadas por diferencias de temperatura (6).

Para estudiar este elemento estructural se procedió a construir el modelo que se observa en la Fig 1, que tiene las siguientes relaciones entre sus dimensiones:

máximas en los bordes, las secciones de máxima tensión de corte y las zonas donde aparecen concentración de tensiones debido a los apoyos y a los ángulos.

Los esfuerzos a los que estuvo sometido el modelo fueron los siguientes:

a. Esfuerzo de pretensado superior, S_s;

b. Esfuerzo de pretensado inferior, S_i;

c. Esfuerzo tangencial, T, y apoyo rígido, b = 0,15 L;

d. Esfuerzo tangencial, T, y apoyo elástico, b = 0,15 L;

e. Esfuerzo tangencial, T, y apoyo ancho, b = 0,25 L;

f. Esfuerzo tangencial, T, y menor rigidez de placa lateral, b = 0,15 L.

Se determinaron, en todos los casos, las tensiones σ_s y σ_i ubicadas en el centro de los bordes de cada travesaño y las tensiones máximas τ_a producidas en el centro de la sección a-a. El valor de

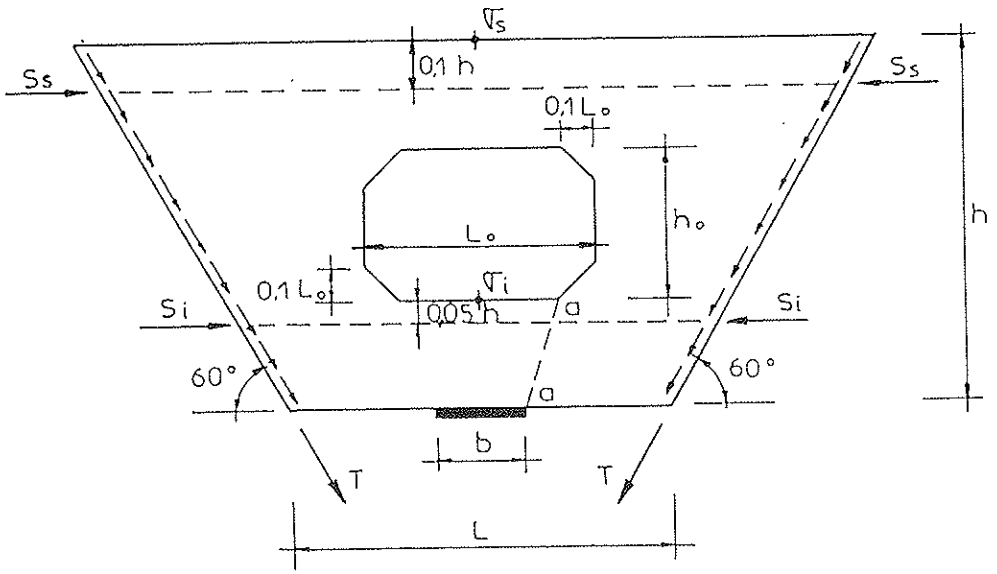


Fig. 1. Detalle de viga transversal de una sección cajón y cargas actuantes.

Estos ensayos fueron realizados con dos anchos de apoyo distintos:

$b = 0{,}15\ L$ $\qquad$ $b = 0{,}25\ L$

2.2. Valores Obtenidos

En las fotografías, se puede apreciar que es fácil determinar la ubicación de las tensiones

dichas tensiones, según actuen S_s, S_i o T, son:

$$\sigma_s = K_s S_s / h\,t \qquad \sigma_s = K_s S_i / h\,t \qquad \sigma_s = K_s T / h\,t$$

$$\sigma_i = K_i S_s / h\,t \qquad \sigma_i = K_i S_i / h\,t \qquad \sigma_i = K_i T / h\,t$$

$$\tau_a = K_a S_s / h\,t \qquad \tau_a = K_a S_i / h\,t \qquad \tau_a = K_a T / h\,t$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

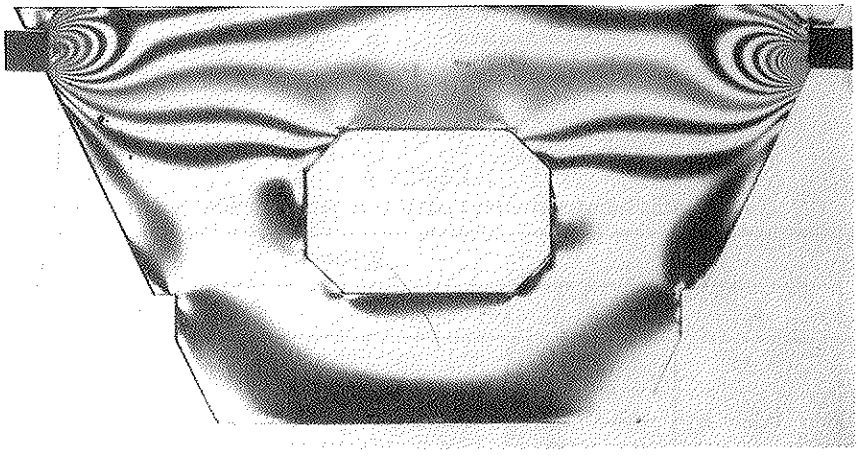


Fig. 2. Acción del pretensado superior.

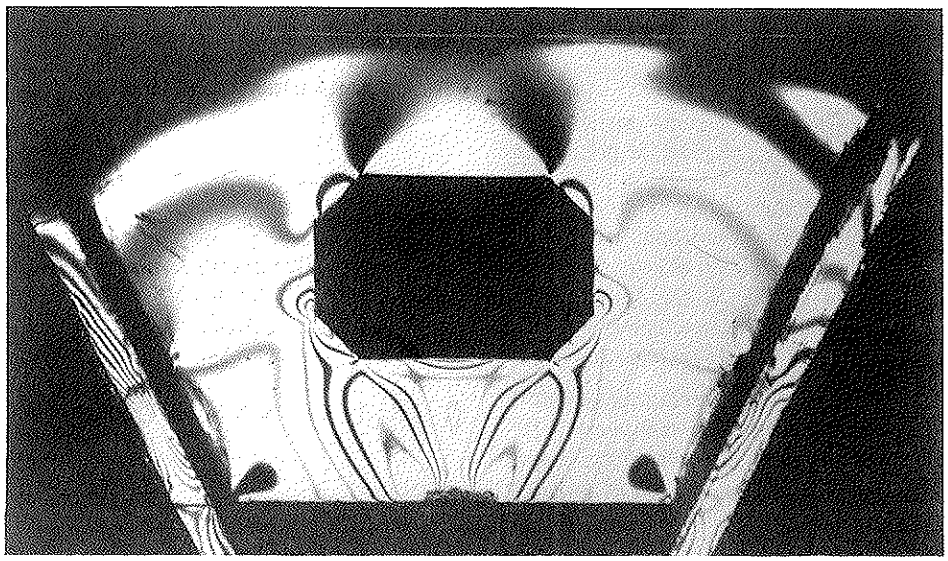


Fig. 3. Acción del esfuerzo tangencial y apoyo rigido.

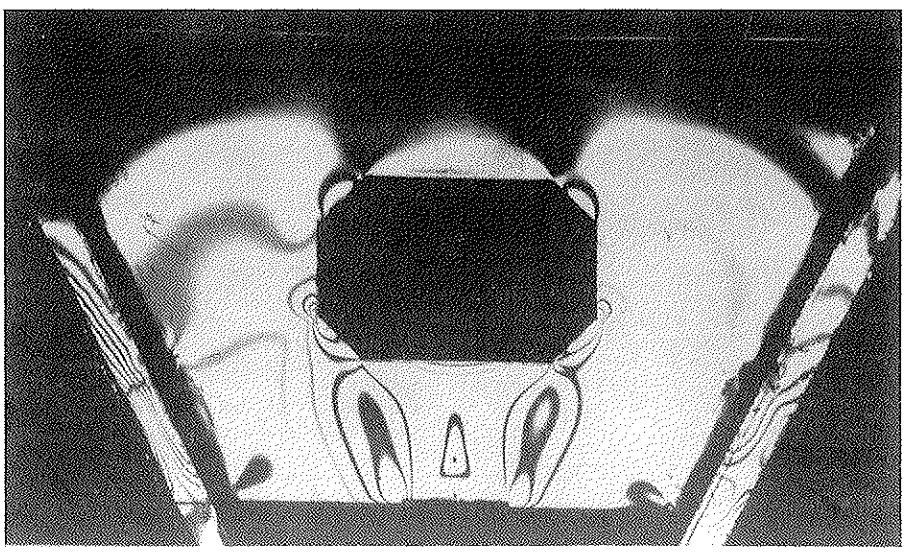


Fig. 4. Acción del esfuerzo tangencial y apoyo elástico.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

En la Tabla 1 se pueden apreciar los valores de los coeficientes adimensionales determinados experimentalmente, donde los que son negativos indican esfueros de tracción.

Como ejemplo de aplicación podemos decir que si tenemos una sección sometida a los estados de carga a, b y c, donde nos interesa anular la tracción máxima, producida por el esfuerzo T

TABLA 1
Coeficientes adimensionales para la determinación de tensiones

	Ensayo					
	a	**b**	**c**	**d**	**e**	**f**
K_s	3,39	–0,53	–1,70	–1,41	–1,41	–1,70
K_i	0,53	3,71	–7,35	–7,07	–6,36	–7,35
K_a	0,11	1,27	3,89	3,74	3,53	4,24

2.3. Análisis de los Resultados

De la observación de las figuras anteriores se desprende que, debido al esfuerzo de pretensado superior S_s, la tensión de compresión producida en el centro del travesaño, donde se aplicó dicho esfuerzo, es prácticamente constante, originando un pequeño efecto de flexión en el otro. Se llega a un resultado similar cuando la carga aplicada es S_i. Esta pequeña flexión desaparece prácticamente al superponer ambos efectos de pretensado.

Por su parte, al aplicar el esfuerzo tangencial T aparecen tracciones en el travesaño superior y flexiones en el inferior, cuya observación es inmediata en las isocromáticas. Además, se advierte que la distribución de este esfuerzo a lo largo de los bordes laterales es bastante uniforme, excepto por la perturbación que introduce el rebaje, que debió realizarse para la aplicación de los esfuerzos de pretensado.

sobre el travesaño superior, es necesario un esfuerzo de pretensado S_s igual a:

$$1,70\ T / h\ t = 3,39\ S_s / h\ t \qquad S_s = 0,52\ T$$

Algo similar ocurre si nos proponemos anular la tracción en el borde superior del travesaño inferior, mediante la acción de S_i:

$$7,35\ T / h\ t = 3,71\ S_i / h\ t \qquad S_i = 1,98\ T$$

Una conclusión interesante es que al variar la rigidez de las placas laterales no se aprecian cambios importantes en el estado de tensiones. En cambio, sí es evidente la influencia del ancho del apoyo, y si es rígido o elástico.

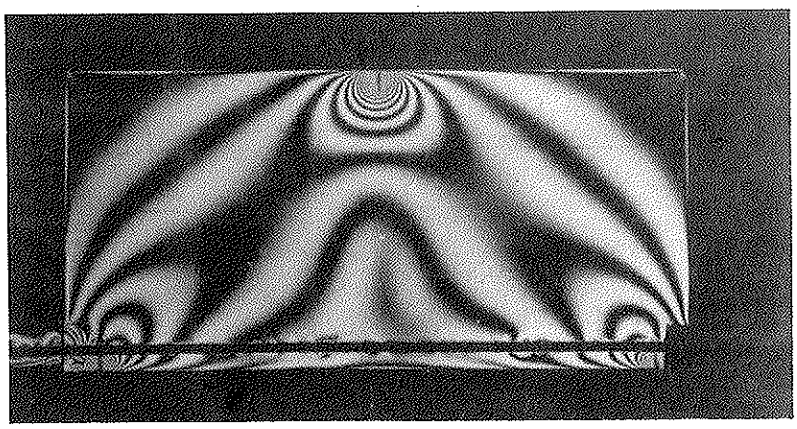


Fig. 5. Viga sin placa superior, L/H = 17/9, fuerza aplicada P.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

3. VIGA Y VIGA - PLACA

3.1. Consideraciones Generales

El siguiente modelo de estudio consistió en una viga de gran altura, simplemente apoyada, sometida a una carga concentrada en el centro del borde superior P y pretensada en el borde inferior S (7). Fueron ensayados varios modelos con distintas relaciones Luz/Altura. Por ejemplo, el de la Fig. 5 corresponde al de una viga, con relación L/H = = 17/9.

fotoelástico, se le adicionó a los modelos de sección rectangular, una placa transversal superior, con un ancho D = 0,6 L (Fig. 6), para poder comparar los resultados de los ensayos con y sin placa.

Nos interesó determinar las tensiones máximas, que se originan en el borde inferior de la viga, producidas por la fuerza P (de tracción) o por la S (de compresión). La unidad de tensión es el equivalente a un orden de isocromática (10,5 kgf/cm^2).

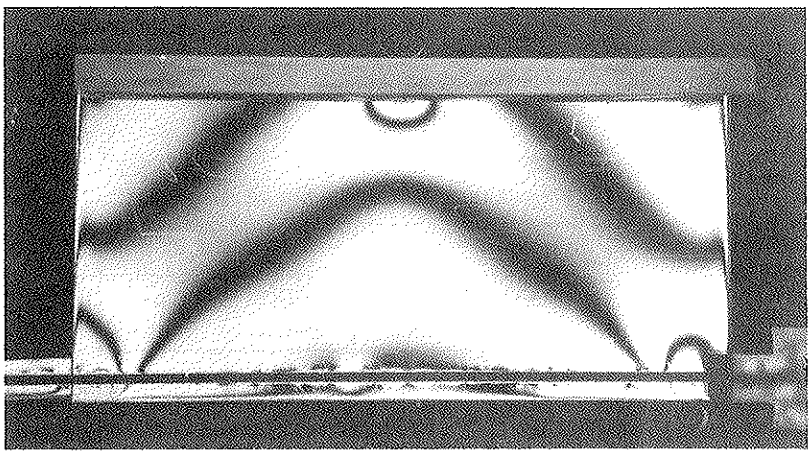


Fig. 6. Viga con placa superior, L/H = 17/9, fuerza aplicada P.

En las estructuras de hormigón armado es frecuente encontrar vigas sometidas a flexión que cuentan con la colaboración de una placa o losa superior, con lo que se obtiene la conocida *Viga - Placa*, donde la losa actúa como cordón comprimido y la viga como alma. Para realizar el estudio

Para las diferentes relaciones L/H se evaluaron las P y S necesarias, por unidad de tensión, para obtener, por superposición de estados de carga, una tensión $\sigma = 0$.

La medición del esfuerzo S, en el cable, se rea-

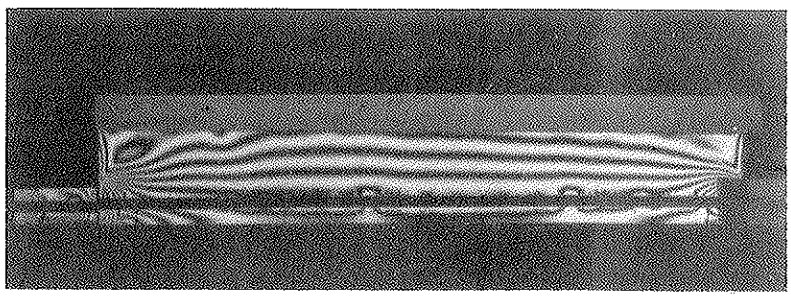


Fig. 7. Viga con placa superior, L/H = 17/3, fuerza aplicada S.

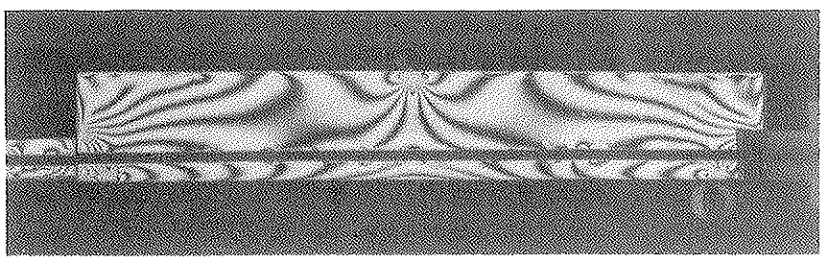


Fig. 8. Viga sin placa superior, L/H = 17/3, fuerzas aplicadas S y P.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

lizó mediante un testigo fotoelástico TF, construido con el mismo material y espesor que el modelo.

3.2. Valores Obtenidos

En las figuras 7 y 8 se muestran las isocromáticas producidas por la acción de P y S, o por la superposición de las mismas. En la Tabla 2 se ha resumido el resultado de los ensayos realizados para las distintas relaciones $\gamma = L/H$.

Por su parte, en la Fig. 9 se representa gráficamente la relación $r = S/P$, en función de $\gamma = L/H$. Se puede apreciar el mayor efecto del pretensado en las vigas más altas y que la presencia de la placa superior es más efectiva en las vigas más bajas, como era razonable suponer.

3.3. Análisis de los Resultados

Se procedió a comparar los resultados conseguidos, con los que se obtienen por otros métodos, por ejemplo con elementos finitos, para lo que se resolvió un modelo de relación $\gamma = L/H = 17/9$, con elementos cuadrados de lado L/12, y en la parte central, con elementos rectangulares de ancho L/24, siendo las funciones aproximativas de los corrimientos del tipo polinómico bilineal. Se obtuvo un valor $r = S/P = 0{,}74$ que significa una diferencia importante con respecto al $r = 0{,}54$ hallado experimentalmente. No obstante, hay que tener en cuenta que, en el caso de elementos finitos, la acción de las cargas y las reacciones concentradas son perfectamente puntuales.

Otra comparación realizada con el valor de la

TABLA 2
Valores de S y P para producir un orden de isocromática

L/H	17/9 = 1,88		17/7 = 2,43		17/5 = 3,40		17/3 = 5,67	
	Sin placa	Con placa	Sin placa	Con placa	Sin placa	Con placa	Sin placa	Con placa
S (kg)	24,15	26,25	21,00	24,15	15,75	21,00	12,60	15,75
P (kg)	44,51	61,60	24,28	35,72	10,27	18,43	3,59	6,70
r = S/P	0,54	0,43	0,86	0,67	1,53	1,14	3,51	2,35

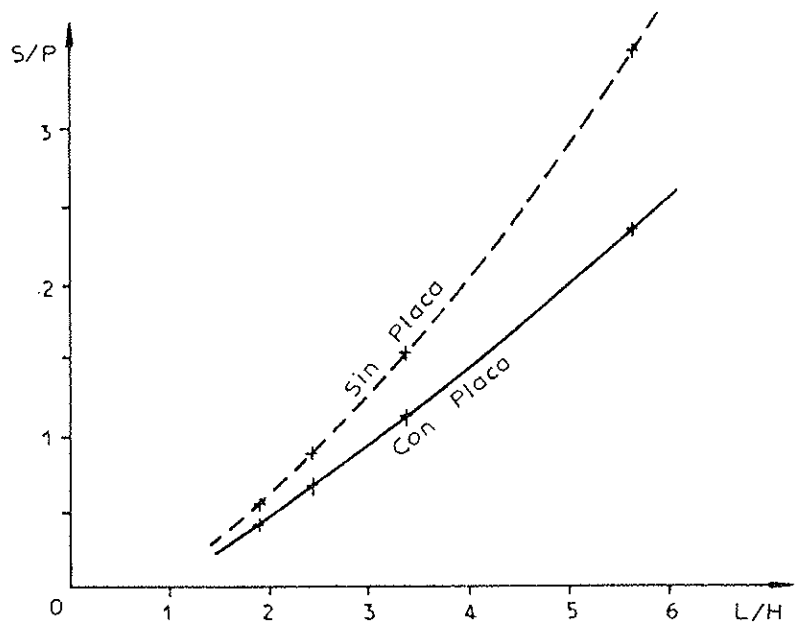


Fig. 9. Variación de S/P en función de L/H.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

carga P para el caso $\gamma = 17/9$, se puede obtener con las tablas de Kalmanok (8), aunque a través de una interpolación. Por ese medio, P resulta ser un 13% superior al experimental, pero considerando las cargas y las reacciones, distribuidas en un ancho arbitrario de 0,05 L.

Estas comparaciones indican que en el modelo experimental en el que las cargas S y P y los apoyos tienen su ancho natural de contacto, se obtienen valores menores de la relación r = S/P con respecto al resultado del modelo matemático.

4. VIGA CON GRAN ABERTURA

4.1. Consideraciones Generales

Suele presentarse en vigas la necesidad de realizar aberturas, muchas veces de dimensiones importantes, para permitir, por ejemplo, el pasaje de conductos, debido a lo cual este elemento estructural ha sido objeto de particular atención, especialmente a través de la aplicación de métodos experimentales, por ejemplo, en una aplicación presentada anteriormente por uno de los autores, en Colloquia 88, en Madrid (9).

Así, en vigas realizadas en hormigón armado, el uso de flexímetros y strain gauges ha permitido hacer comprobaciones de carácter puntual respecto de resultados de aproximación teórica, como ya se han realizado (10).

De acuerdo con los antecedentes en el tratamiento experimental del tema, se construyó un modelo de análisis, en Araldit B, consistente en una viga simplemente apoyada, con una abertura rectangular, ubicada simétricamente, la cual fue sometida a la acción de una carga concentrada ubicada en distintas posiciones (Fig. 10). Como la sección presenta una discontinuidad, se tuvieron en cuenta tres bordes para ubicar el punto de máxima tensión.

Empleando el mismo criterio que para el caso anterior, se procedió a evaluar la relación S/P, donde:

S: esfuerzo en el cable necesario para producir una tensión de tracción correspondiente a un orden de isocromática (10,5 kgf/cm²).

El efecto de dicho esfuerzo se determinó en:

a) borde inferior de la viga (S_a)

b) borde inferior de la abertura (S_b)

c) borde inferior del travesaño superior de la viga (S_c)

P: carga concentrada aplicada en el borde superior de la viga.

4.2. Valores Obtenidos

En la Fig. 11 se muestran las isocromáticas obtenidas en algunos de los ensayos realizados, en los que se evidencian las tensiones máximas en los bordes, por efecto de la carga P y del esfuerzo de pretensado S.

Se determinaron los esfuerzos del cable, para producir un orden de isocromática (n = 1) de compresión, en los distintos bordes, obteniéndose:

$$S_a = 10{,}5 \text{ kgf} \quad S_b = 12{,}60 \text{ kgf} \quad S_c = 36{,}75 \text{ kgf}$$

Con estos valores y los de la carga P necesarios para producir n = 1 en esos bordes, se determinan las relaciones S/P según la posición de la carga.

Con los resultados obtenidos se realizó la Fig. 12, donde se representa gráficamente la relación r = S/P en función de la posición de la carga P. En la citada figura se ha tomado como origen el centro de la viga, debido a que el modelo es simétrico.

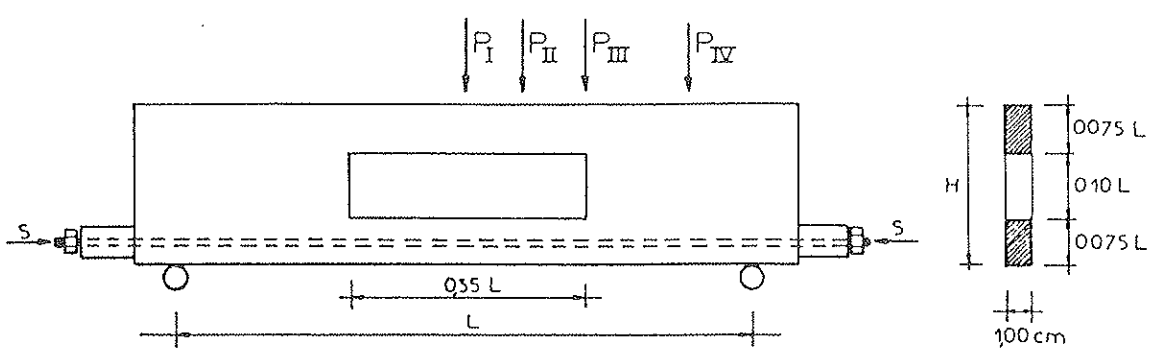


Fig. 10. Detalle de viga con gran abertura y cargas actuantes.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

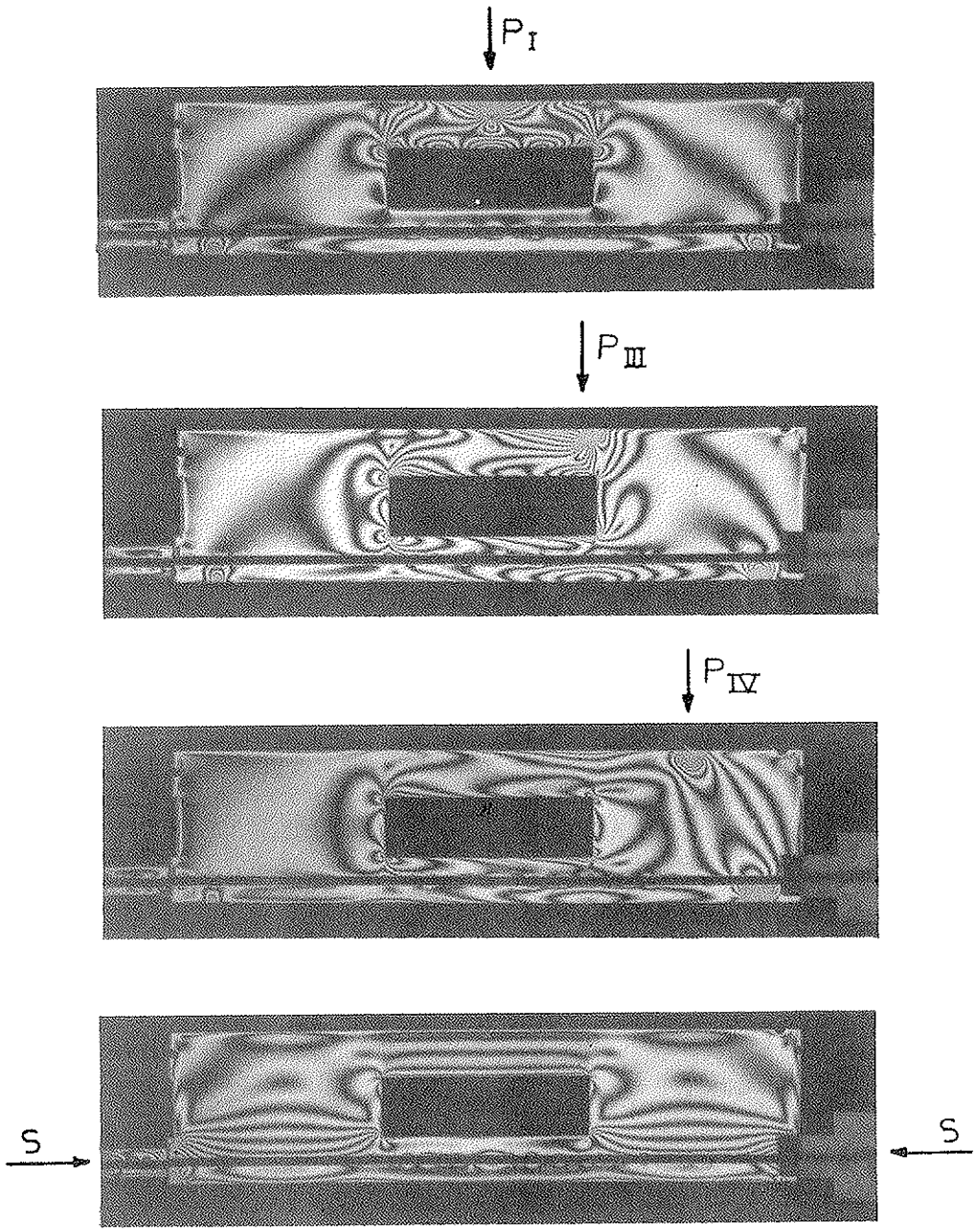


Fig. 11. Isocromáticas obtenidas por la acción de las distintas cargas.

TABLA 3
Valores de S y P_i para producir un orden de isocromática

Carga p/n = 1	En cable	Carga concentrada en el borde superior			
Borde	**S**	**P_I**	**P_{II}**	**P_{III}**	**P_{IV}**
a	10,50	18,80	9,73	7,79	14,25
b	12,60	35,00	13,98	8,91	16,15
c	36,75	7,10	9,12	11,13	20,90

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

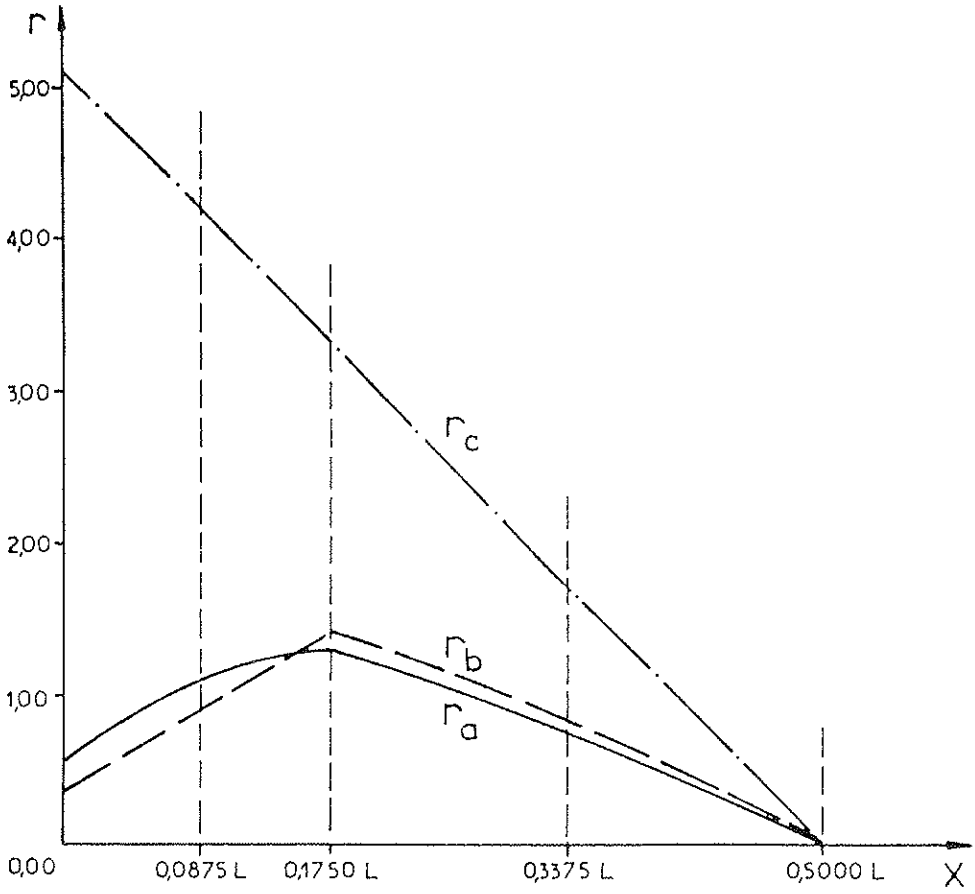


Fig. 12. Variación de S/P en función de la posición de la carga P.

En base a los datos obtenidos experimentalmente, se realizó una aproximación matemática de los mismos, obteniéndose las siguientes ecuaciones:

para $0 <= x <= 0{,}175$ L

$$r_a = 0{,}56 + 7{,}372\ x - 16{,}328\ x^2$$

$$r_b = 0{,}365 + 5{,}997\ x$$

$$r_c = 5{,}075 + 10{,}086\ x$$

para 0.175 L $<= x <= 0{,}50$ L

$$r_a = 1{,}861 - 2{,}492\ x - 2{,}462\ x^2$$

$$r_b = 1{,}921 - 2{,}422\ x - 2{,}840\ x^2$$

$$r_c = 5{,}075 + 10{,}086\ x$$

4.3. Análisis de los Resultados

Se observa que la relación r_c = S/P para el borde superior de la abertura, tiene un comportamiento lineal, pudiendo asegurarse esto debido a que la recta de regresión que se halló posee un $R^2 = 99{,}3\%$ (porcentaje de la variación de la función explicado por la recta de regresión hallada) y con una distribución uniforme de los residuales.

Por su parte, la relación para el borde inferior de la viga, r_a, y el borde inferior de la abertura, r_b, acusan una discontinuidad en el punto $x = 0{,}175$ L (extremo de la abertura), sin duda como consecuencia de la discontinuidad de la sección.

Estos resultados evidencian la escasa influencia de este dispositivo de pretensado para el travesaño superior de la abertura. Para este fin es necesario un pretensado local, ya que en esa zona de carga es $r_c > 3{,}5$.

5. OBSERVACION FINAL

Es conveniente destacar el hecho de que, en una estructura real, la interacción cable - hormigón va a tener características diferentes, que en los modelos estudiados en este trabajo. Sin embargo, es razonable prever que tal situación no

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

altere el comportamiento de conjunto, no modificando apreciablemente los valores obtenidos, expresados en forma de relación.

6. RECONOCIMIENTOS

Los autores hacen presente su agradecimiento a los Profesores Ingenieros Oscar A. Andrés y Patricio A. A. Laura por sus críticas constructivas relativas al desarrollo de este trabajo.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. FOPPL, L; MONCH, E., Praktisdhe Spannungsoptik, Springer Verlas, Berlin, 1959.

2. BENITO, C.; MORENO, C. A., Estudios Fotoelásticos Tridimensionales con Modelos de Gelatina, Lab. Central de Ensayo de Materiales de Construcción, Publicación N° 73, Madrid, 1960.

3. ASUNDI, A., Phase Shifting in Photoelasticity Experimental Technical, SEM (The Society for Experimental Mechanic), Jan. - Feb. 1993.

4. HEYWOOD, R B., Photoelasticity for Designers, Pergamon Press Ltd., Oxford, pág. 432, 1969.

5. DURELLI, A. J.; RULEY, W. F., Introduction to Photomechanics, Prentice Hall Inc., New Jersey, U.S.A., pág. 397, 1965.

6. PALOTO, J. C., Aplicación Fotoelástica al Estudio de la Sección Transversal Pretensada de Vigas, Memorias de las VI Jornadas Argentinas del Hormigón Pretensado, Mendoza, Argentina, 1984.

7. PALOTO, J. C., ORTEGA, N. F., Estudio Fotoelástico del Efecto de Pretensado en Vigas, Memorias del XII Simposio Latinoamericano de Ingeniería Estructural, Montevideo, Uruguay, 1993.

8. KALMANOK, A. S., Cálculo de Vigas Pared, Editorial Interciencia, Uruguay, 1961.

9. PALOTO, J. C., Estudio Fotoelástico de Vigas con Grandes Aberturas, Memorias de Colloquia 88, España, 1988.

10. NASSER, K.; ACAVALOS, A.; DANIEL, H. R., Behavior and Design of Large Openings in Reinforced Concrete Beams, Proc. Journal of the American Concrete Institute, N° 1 v. 64, pág. 25-33, 1967.

RESUMEN

Dentro de los métodos más empleados para el Análisis Experimental de Tensiones, se encuentra la Fotoelasticidad. La misma se ha convertido en una valiosa herramienta para el diseño, el análisis y/o la verificación de diversos elementos estructurales, desde las primeras décadas de este siglo. En particular, las aplicaciones que se han desarrollado en este trabajo son sobre elementos estructurales que podríamos considerar como singulares o de uso no demasiado habitual, tal como lo son las vigas transversales de una sección cajón, las vigas-placa de gran altura y las vigas con grandes aberturas, todas ellas sometidas a la acción del pretensado.

Se muestra así, una vez más, la versatilidad de este método para adaptarse a distintas geometrías y estados de carga; debido a esto es que la Fotoelasticidad resulta ser un método objetivo y de campo completo, presentando además, desde el punto de vista didáctico, excelentes posibilidades de aplicación en el campo de la ingeniería estructural.

SUMMARY

Photoelasticity is one of the methods of the most frequently used for the Experimental Stress Analysis. From the first decades of the century, it became a valuable tool for the design, analysis and/or verification of different structural elements. Particularly, the applications developed in this paper have relation to special or non - conventional structural elements, such as stiffening beams in box girders, high plate T beams and girders with big holes, all of them under the prestress action.

Once again it is shown here the versatility of the method to be adapted to different geometries and load conditions; due to this reason the Photoelasticity is an objetive method which offers a global view of the elements analysed. Moreover, from the didactic viewpoint, it offers excellent possibilities to be applied in the field of structural engineering.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

Estudio comparativo de los criterios de agotamiento propuestos en la Normativa Española, el método β y el Eurocódigo, para uniones soldadas de ángulo, ante cargas estáticas, en la edificación

José Ignacio Pérez Calero
Doctor Arquitecto, Diplomado en Ciencias Físicas,
Profesor Titular de Universidad
Juan Saura Martínez
Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, Licenciado en Ciencias Matemáticas, Profesor Titular de Universidad.
Profesores del Departamento de "Mecánica de Medios Continuos, Teoría de Estructuras e Ingeniería del Terreno". E.T.S. de Arquitectura Sevilla.

INTRODUCCION

La rápida evolución de la tecnología de la edificación conlleva, muy a menudo, un desfase progresivamente creciente en relación con la normativa técnica que la regula y le sirve de base de cálculo y/o de aplicación.

La norma española NBE-MV-103-1972 "Cálculo de las estructuras de acero laminado en edificación", tiene más de dos décadas desde que se puso en vigor, por lo que, a pesar de su rigurosidad teórica y su alta calidad técnica, son muchos los especialistas que opinan que existe la necesidad de su puesta al día en algunos de sus presupuestos. A ello se suma el necesario acoplamiento y convergencia hacia las normativas europeas.

Cuanto exponemos es de especial aplicación a las uniones soldadas, tan importantes en la edificación, ya que la base teórica-experimental de Vandeperre y Van der Eb data del ya lejano año 1952 y es el fundamento de la formulación ISO, adoptada por la Normativa española.

Como es sabido, el I. I. S. propuso, en 1974, la formulación β para recoger el avance habido en este campo tras completar la Serie Internacional de Ensayos de su Comisión XV (con 700 ensayos en 11 países), que ha servido de base a una forma más estricta de abordar la cuestión, al tener en cuenta la importancia de la tensión de rotura y no la de plastificación, así como al hacer distinción entre los distintos tipos de acero (con sus diferentes resistencias metal soldadura / metal base) y sin olvidar que el gran avance en la tecnología de la soldadura ha propiciado el uso de cargas más elevadas. Estos planteamientos son totalmente válidos en esta metodología.

Pese al avance que supuso el método β, sólo un número limitado de países lo ha adoptado en sus códigos nacionales, entre otros motivos porque la resistencia real es mucho más elevada que la que predice este método, porque la resistencia del metal de aportación sólo se tiene en cuenta indirectamente, por su relativa complejidad de aplicación y, finalmente, porque se fundamenta en el criterio de Von Mises que, como es sabido, abarca sólo hasta el comienzo de la plastificación, que está alejado de la rotura real de la soldadura.

Finalmente, el Eurocode n° 3 aborda el cálculo de uniones soldadas, en su Anexo M, mediante el "Método de los componentes de la tensión", y en el artículo 6.6.5. del texto principal, al propiciar el "Método de la tensión media". Es, de nuevo, hilo conductor de esta nueva formulación, la convergencia entre el avance alcanzado en esta tecnología y su plasmación en una nueva normativa de aplicación, al introducir, entre otros conceptos, por primera vez, la tensión de rotura en lugar de la resistencia de cálculo del acero, lo cual va a conllevar un mayor apuramiento de la soldadura por este método, además de coincidir conceptualmente con la forma de producirse el fallo.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

PLANTEAMIENTO Y DESARROLLO DEL ESTUDIO COMPARATIVO

Siendo los criterios de agotamiento los mecanismos que permiten la comprobación de seguridad de la unión soldada, es claro el interés del estudio comparativo de los mismos, para los distintos métodos de cálculo.

El análisis, para que tenga el mayor interés y plena rigurosidad, debe realizarse en forma adimensional y entre tipos de acero similares, aún cuando no coincidan exactamente los recogidos en cada normativa. No obstante, hemos de convenir que los contemplados en la formulación β como de valores 0,7 y 0,8 se corresponden, con una gran aproximación, con nuestros A-37 y A-52, respectivamente, e igual ocurre con los tipos Fe 360, Fe 430 y Fe 510 del Eurocódigo, en relación, respectivamente, a los A-37, A-42 y A-52.

Para realizar el estudio, representamos las curvas elípticas correspondientes a las diferentes superficies de rotura que conforman los distintos criterios de agotamiento, con referencia a eje de abscisas (τ_n/σ_u) y de ordenadas (σ/σ_u).

La intersección de las distintas curvas con los ejes da lugar a los diferentes puntos A y B, recogidos en la figura n° 1 y cuadro n° 1.

Claramente, las curvas se organizan en dos familias, sin intersecciones entre ellas, una externa correspondiente a los aceros más dúctiles (curvas que a su vez no se encuentran entre sí, envolviéndose unas con otras) y otra familia interna correspondiente al acero de tensión de rotura más elevada (curvas de las metodologías β y Eurocódigo, sin cortarse entre ellas) que intersecta a la curva elíptica de MV-103, en sendos puntos F (con β = 0,85) y G (correspondiente al acero Fe 510 de la normativa europea).

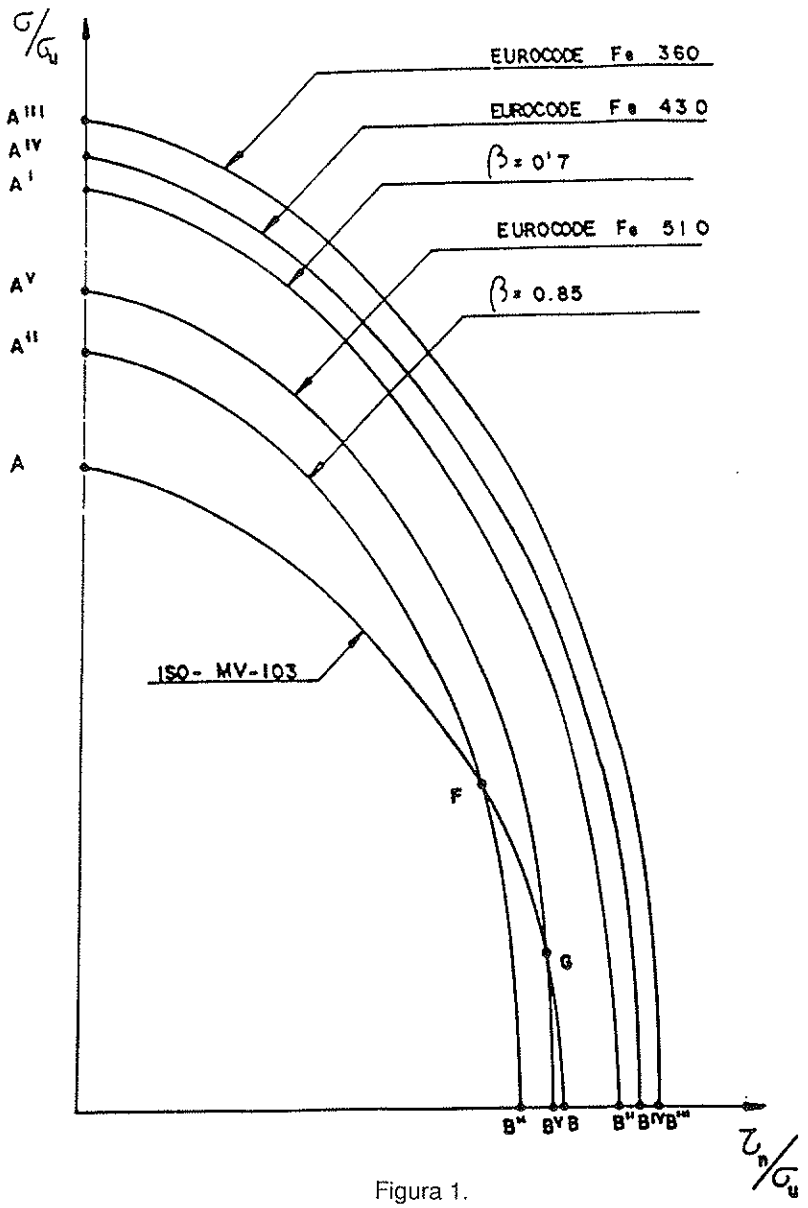


Figura 1.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

CUADRO 1

Método	Formulación	Puntos (σ/σ_u)		Puntos (τ_n/σ_u)	
ISO-MV-103	$\sqrt{\sigma^2 + 1.8\ \tau_n^2} = \sigma_u$	**A**	**1**	**B**	**0,745**
β	$\beta \sqrt{\sigma^2 + 3\ \tau_n^2} = \sigma_u$	A'	1,4285	B'	0,8247
Para 0,70					
Para 0,85		A"	1,1764	B"	0,6792
EUROCODE Nº 3 (Componentes tensión)	$\sqrt{\sigma^2 + 3\ \tau_n^2} = \frac{\sigma r}{\gamma mw\ \beta_w}$				
Fe 360		A'''	1,531	B'''	0,884
Fe 430		A^{IV}	1,4716	B^{IV}	0,8495
Fe 510		A^{V}	1,277	B^{V}	0,737

Nomenclatura:

σ = Tensión normal en la soldadura, mayorada.
τ_n = Tensión tangencial en la soldadura, mayorada.
σ_r = Tensión de rotura del acero.
σ_u = Tensión de cálculo o tensión última del acero.
$\gamma mw = 1,25$ (factor parcial de seguridad, en Eurocode 3).
β_w, toma los valores 0,80 para Fe 360; 0,85 para Fe 430 y 0,90 para Fe 510.

El cálculo del punto F lo realizamos mediante la intersección de ambas curvas:

$$0,7225\ (\sigma/\sigma_u)^2 + 2,1675\ (\tau_n/\sigma_u) = 1 \qquad \beta = 0,85$$
$$(\sigma/\sigma_u)^2 + 1,8\ (\tau_n/\sigma_u)^2 = 1 \qquad \text{MV-103}$$

Cuya solución es F (0,5655835; 0,4242076).

Por su parte, el punto G se obtiene como solución de las ecuaciones:

$$(\sigma/\sigma_u)^2 + 3\ (\tau_n/\sigma_u)^2 = 1,63 \qquad \text{Eurocode Fe 510}$$
$$(\sigma/\sigma_u)^2 + 1,8\ (\tau_n/\sigma_u)^2 = 1 \qquad \text{MV-103}$$

proporcionándonos las coordenadas del mismo:

G (0,7245688; 0,2345207)

La interrelación entre los campos encerrados por las curvas $\beta = 0,85$ y MV - 103, se analiza teniendo en cuenta que tienen como frontera el punto F; y por ello podemos exponer:

– El método β es más conservador que el ISO-MV-103 para valores en desarrollo entre F y B", o sea tales que:

$$0,5655835 < \tau_n/\sigma_u < 0,745$$
$$o < \sigma/\sigma_u < 0,4242076$$

Como nos estamos refiriendo a calidades de acero tipo A-52 o su homólogo europeo aproximado, tendremos que las condiciones anteriores se dan cuando se cumple simultáneamente que:

$$2.036,1 < \tau_n < 2.682$$
$$o < \sigma < 1.527,14$$

expresado en Kp/cm².

Por su parte, la interrelación correspondiente a los respectivos campos entre Eurocode Fe-510 y MV-103, tienen como frontera el punto G, por lo que aún se acentúan las ventajas de la normativa

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

europea. Los límites que buscamos serán:

$$0{,}7245688 < \tau_n/\sigma_u < 0{,}745$$
$$o < \sigma/\sigma_u < 0{,}2545207$$

por lo que estamos en la situación apuntada, cuando se cumpla, simultáneamente:

$$2.608{,}4 < \tau_n < 2.682$$
$$o < \sigma < 916{,}27$$

asimismo en Kp/cm².

Como vemos, (gráfica y analíticamente) son muy estrechos los rangos de valores de tensiones, para aceros de muy alto límite elástico, en los que el Eurocode 3 no aventaja a los otros dos métodos de cálculo.

ANALISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Cuanto antecede nos lleva directamente a expresar el siguiente análisis de los resultados obtenidos:

a) *Comparando los métodos* β *y Eurocode*, vemos que éste último, es siempre menos conservador que aquél, para todo tipo de acero, lo cual es lógico pensando que estamos empleando tensiones en rotura en este último, frente a las tensiones últimas de cálculo en el primero, menores que las de rotura.

b) *Si ahora comparamos el método* β *con el MV-103*, vemos que éste es siempre más conservador que aquél para los aceros de menor límite elástico, o sea para los más dúctiles, mientras que cuando se comparan los aceros de menor ductilidad, en general, el método β apura más las secciones de soldadura, aunque existen zonas de tensiones, (en las que predominan las tangenciales), en que el comportamiento es a la inversa.

c) *Comparando*, finalmente, *el Eurocode con la MV-103*, el comportamiento es similar al caso anterior, esto es, para los aceros más dúctiles el Eurocode apura más la soldadura que la Norma española en dos tipos de acero. Sólo en el de mayor límite elástico, existe un comportamiento mixto, con la mayoría del rango de valores de tensiones más favorable al Eurocode, pero existiendo una estrecha franja de valores de tensiones, predominantemente tangenciales, en que se invierte la tendencia apuntada.

Por lo expuesto anteriormente, podemos indicar que los métodos MV-103, β y Eurocode son, progresivamente, menos conservadores siempre en los aceros más dúctiles, tendencia que se mantiene, en general, para los de mayor límite elástico. También, que en los aceros más dúctiles, capaces de desarrollar mejor su capacidad plástica, se produce una mejora sustancial de la nueva Normativa Eurocode 3 respecto a la MV-103, en todos los casos.

También concluimos que el Eurocode 3 es más económico, casi siempre, en su cálculo de uniones soldadas, no sólo que MV-103, según hemos visto, sino también que otros muchos códigos nacionales actuales, basados esencialmente en las formulaciones tipo β reseñadas.

Finalmente, debemos apuntar, en aras de nuevas mejoras tecnológicas, que sería de gran interés que en los futuros códigos se tuviese en cuenta, explícitamente, *la resistencia mecánica del metal de aportación*, de forma que se apurase aún más la soldadura, en la línea de utilización de los códigos respectivos de Estados Unidos y Suecia, ya que ello supondría una profundización y aproximación a la verdadera realidad del comportamiento último de la unión soldada.

BIBLIOGRAFIA

Buthler I. J., G. L. Kulak. 1971. "Strength of filled welds as a fuction of direction of load". Welding Journal. Nueva York.

Cañas J. y F. París. 1992. "Análisis y Diseño de Uniones Soldadas". E.T.S.I. Industriales. Sevilla.

Cañas J. y F. París 1992. Curso Master en Soldadura. "Welding Engineer". E.T.S.I.I. Sevilla.

Eurocode n° 3. 1992. "Design of Steel Structures". Eurocode 3. Edit. Group.

Gresnigt A.M. 1987. "The significance of weld discontinuities regarding plastic failure". Eng. J. Am. Inst. Steel Constr., 24 (2).

Gresnigt A.M. 1989. "Welding calculation in Eurocode n° 3" Doc. IIS/IIW-XV- 714-89.

Gresnigt A.M. 1992. "Método de cálculo de las soldaduras de ángulo según el Eurocode n° 3". I.I.S. Revista de Soldadura Madrid. 22 (I) pág. 3 a 13.

Ligtenberg F. K. 1969. "International test series-Final report". Doc IIS/IIW-330-69-Z.

MOPU. 1972 "Norma Básica de la Edificación MV-103.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

MOPU. 1966 "Norma Básica de la Edificación MV-104.

Norma UNE 14.035. "Cálculo de cordones de soldadura solicitados por cargas estáticas".

Norma UNE 14402-79. "Cálculo de soldaduras en ángulo, solicitadas por esfuerzos estáticos de manera que su sección transversal no esté sometida a tensión normal".

Norma UNE 14401-79. "Valores límites de gargantas en soldaduras en ángulo, en uniones de perfiles y chapas".

Snijder H. H., Bijlaard F.S.K., y Stark J. W. B. 1989. "Comparison of weld strength according to Eurocode núm. 3 with weld strength according to national standards". Background documentation to Eurocode núm. 3. TNO-IBBC Report BI-89-047. Delft.

Van der Eb W. J. 1952. "The testing of end filled welds". Vorberich 4, Kongress Int. Ver. für Brückenbau und Hochbau.

RESUMEN

La norma española NBE-MV-103, la formulación β del I. I. S. y el Eurocode-3 nos proponen distintos criterios de agotamiento para el cálculo de uniones soldadas de ángulo, ante cargas estáticas, en la edificación. Por este motivo es de gran interés el análisis comparativo entre ellos.

El estudio se realiza entre tipos de aceros similares y sobre gráficos elipsoidales adimensionales. Encontramos que todas las metodologías son progresivamente menos conservadoras en los aceros más dúctiles y que existe, en los de mayor límite elástico, un comportamiento más complejo.

Concluimos, además, que el Eurocode 3 propone un mejor aprovechamiento de las soldaduras, no sólo frente a la MV-103, sino también respecto a la mayoría de los códigos nacionales actuales.

SUMMARY

Spanish code MV 103-1972, the β formula of the International Institute Weld (IIW) and Eurocode number 3, propose different criteria of failure for the calculation of angled welded junctions under static loads in construction. For this reason, the comparative analysis between them is of great interest. The study has been carried out on similar types of steels and on adimensional ellipsoid graphic representations. It is observed that all methodologies are progressively less conservative in the most yielding steels, and there is a more complex behaviour in those with a greater yield strength. Furthermore, it is concluded that Eurocode number 3 proposes an improved usage for welding in relation to spanish Regulation MV 103-1972 and the majority of national codes.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

NUEVA PUBLICACION
MANUAL H.P.7-92

RECOMENDACIONES PARA LA CONSERVACION DE PUENTES PRETENSADOS

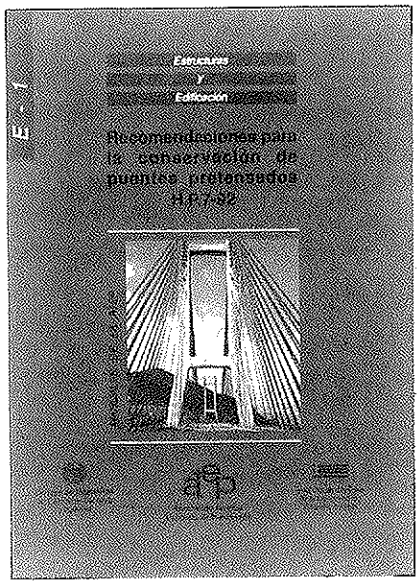
Continuando con la serie de Manuales que esta Asociación Técnica Española del Pretensado viene publicando, en los cuales se recogen las recomendaciones que se consideran idóneas para conseguir una adecuada realización de las obras pretensadas y su buen comportamiento a lo largo de su vida de servicio, se ha editado ahora el Manual H.P. 7-92, con el título "Recomendaciones para la conservación de puentes pretensados".

La necesidad de la conservación de las obras, cualquiera que sea su tipo y el material utilizado en su construcción, nace del inevitable deterioro que sufren en el transcurso del tiempo, y de las propias deficiencias inherentes, tanto a su proyecto como a su construcción, que se ponen de manifiesto, así mismo, a lo largo del tiempo. Por otra parte, la conservación permite también evitar la progresión de los daños hasta situaciones en que puede llegar a ser muy costosa, o incluso imposible, la reparación de la obra.

Pero no es esto sólo. Ocurre, además, que la conservación, tomada en su más amplio sentido, es fuente importantísima de enseñanzas para el proyecto, la construcción y la propia conservación de las futuras obras, evitando la repetición de errores.

Por todo ello, y a falta de una normativa oficial específica sobre el tema, se ha considerado de la mayor importancia preparar este Manual, con las recomendaciones necesarias para conseguir una buena conservación de los puentes pretensados, salvándose así la laguna hasta ahora existente en nuestro país en relación con este problema que en la actualidad tanto preocupa a todas las naciones del mundo, como lo demuestra la numerosa bibliografía existente sobre el particular y el que, en diversas Organizaciones y Reuniones Internacionales, la conservación de estas construcciones se haya elegido como tema fundamental de estudio.

Por otra parte, se ha estimado también interesante recoger en este Manual las oportunas recomendaciones para la mejor



aplicación de la técnica del pretensado en la realización de reparaciones y refuerzos de puentes.

Es evidente que, en numerosas ocasiones, se recurre a este tipo de actuaciones como a una operación más de la conservación. Y también lo es que la utilización del pretensado en estos casos, constituye uno de los medios más eficaces y de más creciente uso, con amplias aplicaciones en estructuras construidas con toda clase de materiales.

El precio de este Manual, de 166 páginas, tamaño DIN-A 4, con numerosas fotografías y tablas, es de DOS MIL QUINIENTAS PESETAS, IVA incluido, (VEINTIUN DOLARES USA, para el extranjero). No obstante, como siempre, a los Miembros de la A.T.E.P. se les concede un sensible descuento y podrán adquirir cuantos ejemplares deseen, al precio especial de MIL QUINIENTAS PESETAS, IVA incluido, (TRECE DOLARES USA, para el extranjero) cada uno.

Los pedidos deben dirigirse a esta Asociación Técnica Española del Pretensado, Apartado 19002, 28080 Madrid.

Debe tenerse en cuenta que,de conformidad con las normas al efecto establecidas, sólo podrán ser atendidas aquellas peticiones que vengan acompañadas, bien de cheque extendido a nombre de la Asociación por el importe total del pedido formulado, o bien de copia de la correspondiente orden de transferencia efectuada a la cuenta que la A.T.E.P. tiene abierta, con el número 1560/271, en la sucursal de Potosí, calle Bolivia nº 11, 28016 Madrid, del Banco Español de Crédito.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

El nudo extenso: sobre cómo resolver un error común en los programas de análisis matricial de estructuras de barras, escritos para el proyecto de estructuras que suelen serlo de hormigón armado.

Jaime Cervera Bravo
Dr. Arquitecto
Catedrático de Universidad
Departamento de Estructuras de Edificación
Escuela Técnica Superior de Arquitectura
Universidad Politécnica de Madrid

LOS PROGRAMAS DE ANALISIS Y ARMADO PARA HORMIGON

José Luis De Miguel, Catedrático de la ETSAM, ha mostrado, en un reciente y certero opúsculo distribuido entre los profesores de la ETSAM, la total inadecuación de los programas de análisis al uso para la peritación de estructuras, y para el control del proyecto de estructuras.

De Miguel muestra, en dicho artículo, cómo la mayor parte de los programas existentes, ya sean comerciales, ya sean de propiedad y uso exclusivo de organizaciones o empresas privadas, aunque pueden considerarse *adecuados* como herramientas auxiliares, de utilidad en los problemas del proyecto de las estructuras de hormigón armado, no son de ningún modo correctos para verificar la adecuación –estabilidad, resistencia o rigidez– de tales estructuras, **dada su incapacidad para representar correctamente la geometría de la estructura, lo que hace que sus resultados violen casi sistemáticamente las meras condiciones de equilibrio.**

De los programas que De Miguel cita, todos menos el STRUDL presentan tales problemas, de los que paso a señalar los dos más importantes:

1. Tales programas son incapaces de describir, de manera natural, los descentramientos de soportes, en plantas sucesivas, derivados de las leyes de crecimiento reales de los soportes que casi sistemáticamente lo son a caras fijas, tanto en fachadas, como en regiones sensibles en las distribuciones de la planta –junto a habitaciones técnicas, etc.–. Esto hace que los esfuerzos obtenidos para los nudos de fachada en los que hay tal descentramiento, correspondan a valores que no proporcionan el equilibrio en la geometría real de la estructura, con errores muy considerables en los momentos por carga gravitatoria en soportes –el error puede ser del mismo orden de magnitud que el valor obtenido–.

2. Asimismo, los programas citados son incapaces de definir con precisión las luces efectivas de las piezas cuando en el nudo concurren barras de canto relativo muy diferente. Esto es de la mayor importancia en el análisis de la rigidez, y por lo tanto, el de la deformación de las vigas esbeltas que acometan a soportes de cierta dimensión.

En la figura 1 siguiente, se observa la geometría de ambos problemas: en el primero, el descentramiento de normales supone un momento que resultará desequilibrado tras el análisis si no se ha considerado dicho descentramiento en el programa –que es lo usual–. En el segundo, la luz con que se analiza la rigidez de las piezas puede ser irreal, puesto que la existencia del nudo supone una coacción muy importante al desplazamiento y a la deformación.

Parece evidente que la solución al primero de los errores exige considerar rigurosamente la geometría real –empleando las directrices reales de la estructura, y por lo tanto, contando con la existencia del descentramiento en el nudo–.

La solución al segundo de los errores está acordada y consensuada normativamente: la norma del hormigón que convenimos en emplear, establece como luz efectiva la que sea menor de los dos valores siguientes: la luz entre ejes, o la luz

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

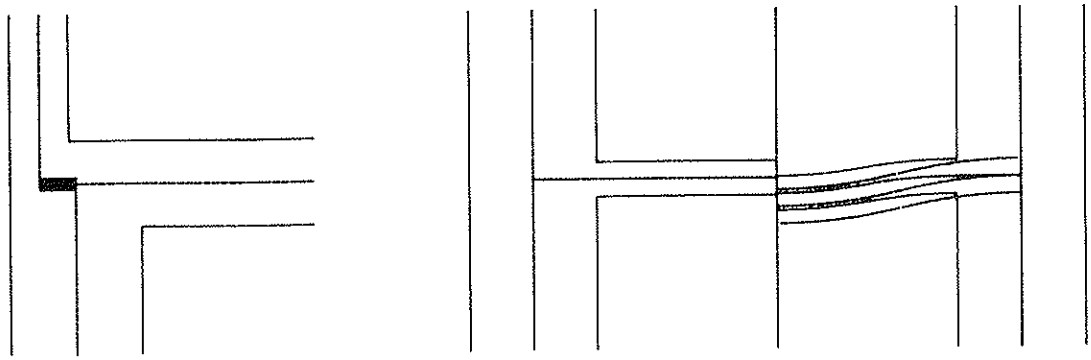


Fig. 1. Problemas incorrectamente representados en los programas de análisis matricial. En el primero, no se considera el descentramiento de las secciones en el equilibrio, por lo que los resultados no están en equilibrio en la geometría real; en el segundo, las luces efectivas pueden suponer una rigidez mucho mayor de la considerada: el dibujo muestra las deformadas con idénticas curvaturas para dos interpretaciones diferentes de la luz.

neta más un canto –lo que interpretado para cada extremo, supone que la luz de la viga *penetra* en el soporte la cantidad que sea menor: bien la distancia necesaria hasta su eje, bien medio canto de la viga considerada–.

Hay que hacer constar que este segundo problema es un tema clásico en la literatura sobre análisis matricial de estructuras apantalladas con huecos –los clásicos nucleos de hormigón perforados para los pasos de los accesos al hueco de ascensores en cada planta, etc. Véase, por ejemplo, (1)– y por ello resulta ahora curioso que la solución que se propone en este artículo no esté ya generalizada. Pues en efecto, y tratándose como aquí se hace de un problema de sistemas de referencia, su sencillez podría haber generalizado su empleo desde hace tiempo.

Cómo incorporar de modo concreto las dos decisiones apuntadas más arriba en los programas de análisis matricial es algo que podría considerarse relativamente clásico –como sugiere la estrategia del programa STRUDL–, pero no se encuentra descrito en la literatura de análisis matricial al uso. Véase (2), por ejemplo, capítulos 3 y 4, o cualquier otro texto de análisis matricial reciente, como (3). Por ello, el problema ha pasado hasta ahora desapercibido en la formulación utilizada para redactar tales programas.

Pueden sugerirse muchas alternativas, aunque todas ellas deberán llevar a la misma descripción algebraica del problema. Prever la existencia de trozos de barras extremadamente rígidas en los extremos de las que no alcanzan al eje de las demás piezas es una de las estrategias que reclaman mayores devociones, como es clásico en la ya citada literatura sobre estructuras apantalladas: véase, por ejemplo, la referencia (1), y en particular el capítulo 10. A mi juicio, se trata de un recurso artificioso totalmente innecesario: lo natural es aceptar la existencia independiente de los extremos de las barras, en sus posiciones geométricas correctas –sobre la directriz– o convenidas, –como en el caso del medio canto con que las vigas *penetran* en las pantallas. De este modo, en general, todas las barras que concurren en un

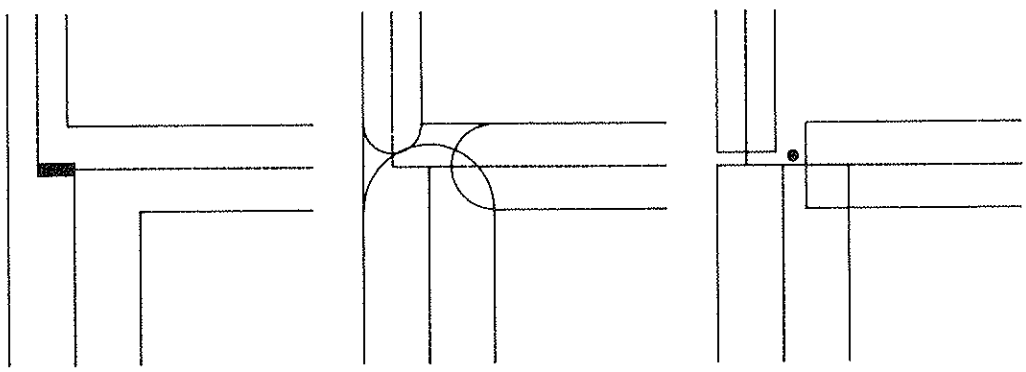


Fig. 2. Configuración convencional de los nudos. Pueden observarse las directrices, la posición del medio canto de las piezas, y posiciones convenidas para los extremos de las barras y para el nudo. Las coordenadas de los extremos de las barras y las del nudo son, en general, diferentes.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

nudo tendrán sus extremos en puntos diferentes del mismo.

Aceptado tal hecho, bastará adoptar como punto para el análisis del equilibrio y del movimiento del nudo en que las barras se conectan, un punto cualquiera de conveniencia –empleando palabras de De Miguel al referirse a la estrategia del programa STRUDL–. Es decir, el nudo se representa por un punto arbitrario, al que se refiere rigurosamente toda la geometría y mecánica de las barras que acometen al mismo. El nudo mismo se interpreta como un sólido rígido.

En las líneas que siguen se muestra, con algún detalle, cómo puede emplearse dicha estrategia.

ANALISIS MATRICIAL DE ESTRUCTURAS DE BARRAS, CON EMPLEO DE LA GEOMETRIA REAL DE LA ESTRUCTURA

Geometría

Para definir todas y cada una de las barras, se emplean las coordenadas de ambos **extremos,** que se situarán sobre la directriz real de la pieza, y a una distancia hacia el interior del nudo que no exceda del eje de cualesquiera otras de las barras que a él acometen, o de medio canto de la pieza misma[1]. Las denotaremos por C^e_{ei}, donde el superíndice *e* denota pieza, o elemento, y los subíndices *e, i*, denotan, respectivamente, el extremo 0 o 1 considerado, y la componente coordenada pertinente, en 2D, o 3D.

Para definir los nudos se emplea, en primer lugar, y como es lógico, la conectividad que exista en ellos, es decir, la lista de barras conectadas al mismo; pero ahora será esencial identificar cuál es el extremo de éstas que se conecta. Además, se definirá una coordenada de conveniencia para el nudo mismo –un análisis ulterior podría matizar si existe un punto especialmente adecuado desde el punto de vista de la estabilidad numérica de la formulación, pero en principio, disponiendo de precisión numérica suficiente, nada impediría adoptar para todos los *nudos* de la estructura un mismo punto como coordenada de conveniencia, por ejemplo, el origen de coordenadas elegido para la estructura. Esta idea es la más elegante desde la perspectiva formal, pero parece claro que podría presentar problemas numéricos, por lo que en lo que sigue se elegirán coordenadas arbitrarias para cada nudo de la estructura, cercanas a las posiciones de los extremos que acometen al mismo[2]–. Denotaremos las coordenadas de cualquiera de los *nudos* de la estructura por C^E_i, de significado evidente.

En cada extremo *e* de una barra dada se produce, en general, por lo tanto, un desfase entre las coordenadas del *nudo*, designadas por conveniencia, y las del extremo, tal y como se han convenido; desfase del valor $c_i = C^E_i - C^e_{ei}$, en componentes medidas en los ejes generales de la estructura.

Por otro lado, en cada extremo de la barra estarán definidos ejes locales orientados con la directriz de ésta, y con las direcciones principales de inercia de su sección, siendo α_{ij} los cosenos directores de tales direcciones, expresados en los ejes de la estructura[3].

Características mecánicas de las barras

La descripción geométrica y topológica anterior no impide que las características mecánicas de la barra sean exactamente las clásicas, referidas a sus extremos. Es decir, que tanto la descripción de los movimientos, como la de las deformaciones, o las de los esfuerzos –tensiones y solicitaciones en secciones internas o en los extremos– no se alteran en lo más mínimo, dado que se refieren a los movimientos y resultantes considerados en las coordenadas de los extremos de sus directrices.

Tanto si el modelo es lineal, como si es no lineal, consideraremos, pues, conocida la matriz de rigidez K_{ij} –o la matriz tangente correspondiente a cada estado de un análisis no lineal– de cada barra, referida a los nudos y ejes propios de la barra, matriz que, en general, será de 12 x 12, al considerar como grados de libertad todos los desplazamientos y giros de ambos nudos. En lo que sigue se considerará que dichos grados de libertad están ordenados por nudos, y que para cada nudo se consideran, sucesivamente, las tres componentes del desplazamiento y las tres componentes del giro, en la forma usual –la primera componente del giro corresponde a la rotación en torno al eje que define la primera componente del desplazamiento, etc.–.

Inserción de las barras en la estructura: resultantes y movimientos

Todo el problema mecánico asociado a los dos

(1) En estructuras en 3D, en general, los cantos en las dos direcciones transversales a la directriz serán distintos, y lo correcto no es siempre evidente, por lo que para la redacción de un programa totalmente general de tales características debería considerarse la cuestión con mayor detalle. En lo que sigue consideraremos que el *canto* pertinente para el problema considerado es conocido –como es el caso de las estructuras ortogonales de pisos–, o es designado por el usuario.

(2) Un buen punto de conveniencia puede venir dado por las coordenadas del extremo de la primera barra contabilizada en las conexiones del nudo. Puede también usarse el punto de replanteo de la familia de pilares que concurren en él, y algunos tal vez prefieran la media aritmética de las coordenadas de todos los extremos, etc.

(3) El primero de los subíndices denota eje global, y el segundo eje local.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

problemas descritos por De Miguel, puede resolverse ahora sin dificultad, sin más que referir adecuadamente las magnitudes necesarias para el análisis, correspondientes a los extremos de las barras, a los puntos elegidos para representar los nudos comunes en que se insertan éstas en la estructura.

Desde la perspectiva del análisis matricial tales magnitudes son, bien escalares –el trabajo, *virtual* o no, asociado al producto de un vector cualquiera de fuerzas nodales por otro de desplazamientos nodales–, bien vectoriales –cualquiera de los vectores que expresan movimientos correspondientes a los diversos grados de libertad, o fuerzas (momentos) asociadas a tales grados de libertad– o bien matriciales (tensoriales) –la matriz de rigidez de cada barra, o la de la estructura–.

Las escalares no dependen del sistema de ejes elegidos, pero es fácil comprender que tanto las magnitudes vectoriales como las matriciales sí que dependen de éste. Al decir ejes, no sólo debe tratarse de las orientaciones de éstos, sino también de su origen.

El caso de la resultante de las fuerzas sobre cada extremo de una barra es muy fácil de ver: su representación, vista desde la barra, refiere fuerzas y momentos resultantes al centro de gravedad de la sección en el extremo, de coordendas C^e_{ei}, y a los ejes locales de la barra en dicho extremo. Es decir, se determinan las resultantes de fuerza y momento en dicho punto, y se expresan sus componentes en ejes locales orientados según la barra. Visto desde la estructura, lo pertinente será representar las mismas resultantes de fuerza y momento, refiriéndolas al punto empleado para representar el nudo, de coordenadas C^E_i, –trasladándolas, por lo tanto a dicho punto– y expresándolas mediante componentes sobre ejes globales, orientados de modo común para toda la estructura(4). De este modo, en todos los nudos, las resultantes de las fuerzas que actúan en el mismo se refieren a un punto y una *base* común, y los movimientos del nudo se representan mediante un movimiento rígido en dicho punto, única forma de poder plantear, con rigor y sencillez, las condiciones de equilibrio. Como ya se ha dicho, se interpreta el nudo extenso como un sólido rígido referenciado en el punto elegido.

Llamaremos F, M a las fuerzas y momentos en uno de los extremos de una barra, cuyas componentes F_i, M_i deben estar referidas a un sistema de ejes definido. Denotaremos F^e, M^e cuando se empleen ejes locales, F^{Ee}, M^{Ee} cuando se empleen ejes orientados como los del nudo de la estructura, pero situados en el extremo de la barra, y F^E, M^E cuando se trate de ejes de estructura, orientados y situados según el nudo considerado.

En términos algebraicos, la rotación de las orientaciones de los ejes locales a las de los ejes de estructura exige transformar la representación de las resultantes en la forma usual.

Tenemos entonces:

$$F_i^{Ee} = \alpha_{ij}\, F_j^e$$
$$M_i^{Ee} = \alpha_{ij}\, M_j^e$$

o expresándolo de forma desarrollada

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}^{Ee} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}^e ;$$

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix}^{Ee} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix}^e$$

$\alpha = \alpha_{ij}$ no es más que la matriz de los cosenos directores que transforma las componentes en ejes locales, a la orientación de los ejes globales.

Las resultantes siguen, de todos modos, referidas al extremo de la barra, lo que, como se ha dicho, se representa en la notación con el superíndice Ee: la E denota componentes orientadas según los ejes globales, y la e, que están referidas al extremo (local) de la barra. Referirlas a las coordenadas de conveniencia del nudo, exige modificar la expresión de los momentos: las fuerzas resultantes son iguales, $F_i^E = F_i^{Ee}$, pero los momentos no lo son. Como puede verse en la figura 3 siguiente:

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix}^E = \begin{bmatrix} 0 & c_3 & -c_2 \\ -c_3 & 0 & c_1 \\ c_2 & -c_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}^E + \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix}^{Ee}$$

que puede expresarse de forma más sencilla con(5)

$$M_i^E = \gamma_{ij}\, F_j^E + M_i^{Ee}$$

(4) En rigor, no es preciso emplear ejes comunes para la descripción de las componentes en todos los nudos de la estructura: se trata de grados de libertad independientes, cuya ligazón existe sólo a través del comportamiento mecánico de las barras que los unen; es necesario y suficiente que los ejes –incluso el origen– elegidos en cada nudo sean los utilizados para la descripción global de las fuerzas y movimientos de todos los extremos de barras que confluyen en ellos.

(5) γ es una matriz bien conocida que tiene la propiedad de ser el complemento a cero de su propia traspuesta: $\gamma = -\gamma^T$.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

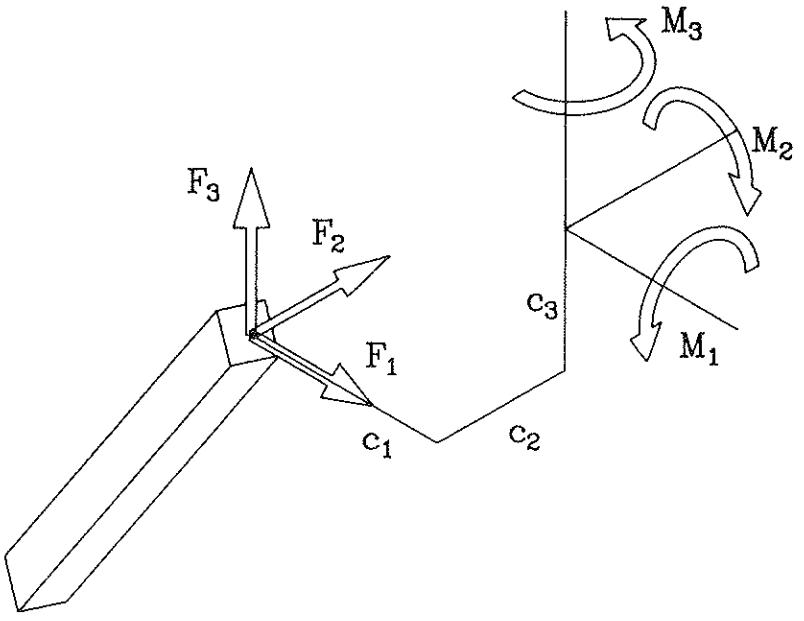


Fig. 3. Desplazamiento del punto de referencia, y equilibrio de momentos.

Expresando ahora, en la ecuación anterior, las fuerzas F_i^E en función de su representación local, F_i^e resulta:

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix}^E =$$

$$= \begin{bmatrix} c_3\,\alpha_{21} - c_2\,\alpha_{31} - c_3\,\alpha_{22} - c_2\,\alpha_{32} - c_3\,\alpha_{23} - c_2\,\alpha_{33} \\ c_1\,\alpha_{31} - c_3\,\alpha_{11} - c_1\,\alpha_{32} - c_3\,\alpha_{12} - c_1\,\alpha_{33} - c_3\,\alpha_{13} \\ c_2\,\alpha_{11} - c_1\,\alpha_{21} - c_2\,\alpha_{12} - c_1\,\alpha_{22} - c_2\,\alpha_{13} - c_1\,\alpha_{23} \end{bmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}^e + \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix}^{Ee}$$

o en forma más compacta y preferible –donde expresamos además $M_i^{E,e}$ en función de M_i^e– según la expresión siguiente:

$$M_i^E = \gamma_{ij}\,\alpha_{jk}\,F_k^e + \alpha_{ij}\,M_j^e$$

$$M_i^E = \beta_{ij}\,F_{ej}^e + \alpha_{ij}\,M_{ej}^e$$

siendo $\beta = \beta_{ij} = \gamma\alpha = \gamma_{ik}\,\alpha_{kj}$, la matriz que permite el traslado de las fuerzas de uno a otro de los puntos empleados para referenciarlas.

De tal modo que el cambio de referencia de las fuerzas y momentos exige:

$$F_i^E = \alpha_{ij}\,F_j^e + 0_{ij}\,M_j^e$$

$$M_i^E = \beta_{ij}\,F_j^e + \alpha_{ij}\,M_j^e$$

donde se usa $\mathbf{0} = 0_{ij}$ para representar una matriz de 3 x 3 llena de ceros.

Agrupando de forma completa todas las solicitaciones de un extremo de una barra $\mathbf{s} = s_i$ como lista de fuerzas y momentos:

$$s_i^E = t_{ij}\,s_j^e \qquad (1)$$

siendo $\mathbf{t}$ la matriz que expresa la transformación coordenada realizada, y que no es más que la matriz:

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ \gamma\alpha & \alpha \end{bmatrix} \qquad (2)$$

Puede verse en (2) que la matriz de transformación presentada difiere de la comúnmente empleada, precisamente en el término $\gamma\alpha$, como corresponde al abandono de la identificación entre el punto que representa el nudo, y el que representa el extremo de la barra.

Menos evidente geométricamente puede parecer la transformación –complementaria de la anterior– de las componentes de los movimientos, pero puede darse una demostración mecánica bastante inmediata (Fig. 4):

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

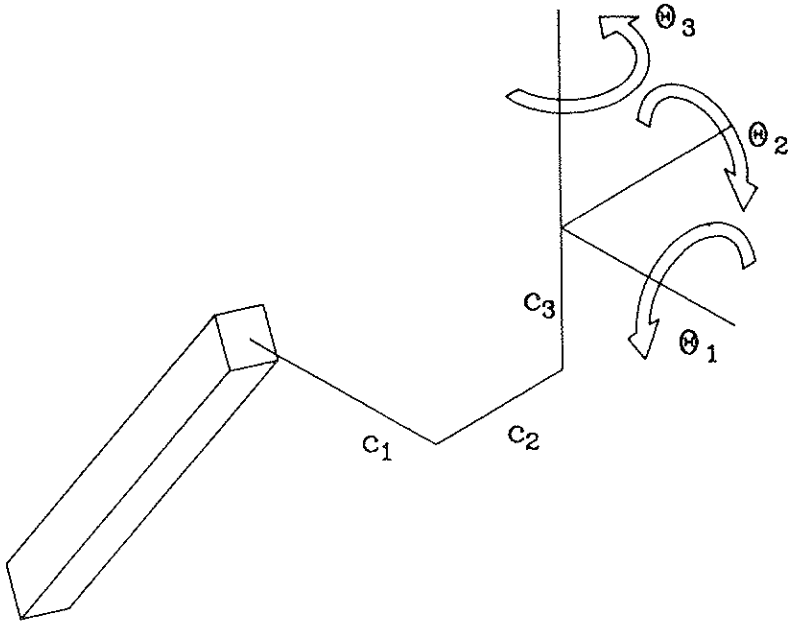


Fig. 4. Movimientos de extremo de barra, por rotación rígida en torno al punto de referencia del nudo.

Imagínense representadas cualesquiera fuerzas de extremo $\mathbf{s} = s_i$, en ejes locales, s_i^e y también en ejes generales, s_i^E, pudiendo transformarse una representación en otra mediante la aplicación de la fórmula (1). Imagínese representado un caso de movimiento arbitrario en el nudo considerado, mediante un vector w_i que recoge componentes de todos los grados de libertad considerados en la representación de s_i. Dicho vector de movimientos, dicho movimiento, w_i, también tendrá representación en ejes locales w_i^e, y en ejes generales w_i^E. Es fácil comprender que en ejes locales representa los movimientos del extremo considerado de la barra.

Para que ambas representaciones del movimiento de extremo sean correctas, deberá asegurarse que el trabajo realizado por cualquier vector de fuerzas arbitrario en ese movimiento es idéntico en ambas representaciones, es decir:

$$w_i^E \, s_i^E = w_j^e \, s_j^e$$

Empleando la expresión (1)

$$w_i^E \, s_i^E = w_i^E \, (t_{ij} \, s_j^e) = (w_i^E \, t_{ij}) \, s_j^e = w_j^e \, s_j^e$$

por lo que debe ser

$$w_i^e = w_j^E \, t_{ji}$$

de modo que las transformaciones de los vectores fuerza y movimiento, deben hacerse de la forma:

$$\begin{aligned} s_i^E &= t_{ij} \, s_j^e \\ w_i^e &= w_j^E \, t_{ji} \end{aligned} \qquad (3)$$

Puede darse una imagen geométrica a esta última expresión.

En efecto, para detallar más, consideremos que describimos los movimientos w mediante sus componentes de desplazamiento u, y de giro θ, y consideremos el movimiento rígido del nudo, descrito en ejes de estructura por u^E, θ^E. En este movimiento rígido, el extremo de la barra que estamos analizando, rota, siendo su rotación idéntica a la del movimiento rígido del nudo. Si describiésemos la rotación en ejes locales, tendríamos componentes θ^e. Por las reglas empleadas en el cambio de ejes, tendremos que $\theta_i^E = \alpha_{ij} \, \theta_i^e$, o lo que es lo mismo, $\theta_i^e = \theta_j^E \, \alpha_{ji}$[6]. Para los desplazamientos del extremo de la barra tendremos, por un lado, los del movimiento rígido u^E, que en ejes de barra deben ser escritos como $\alpha_{ji} \, u_j^E$, y por otro lado, tendremos los desplazamientos añadidos por la rotación θ^E en torno al origen considerado para

(6) Puede hacerse con facilidad:

$$\theta^E = \theta_i^E = \alpha_{ij} \, \theta_j^e = \alpha\theta^e$$

$$\alpha_{ik} \, \theta_i^E = \alpha_{ik} \, \alpha_{ij} \, \theta_j^e$$

$$\alpha_{ik} \, \theta_i^E = \delta_{kj} \, \theta_j^e = \theta_j$$

$$(\alpha^T \, \theta^E = \alpha^T \, \alpha\theta^e = \mathbf{I}\theta^e)$$

donde se ha empleado la delta de Kronecker, δ_{ij}, para representar la identidad, es decir:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si } i = j \\ 0 \text{ si } i \neq j \end{cases}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

el nudo, que añaden, en ejes de estructura, las componentes:

$$\begin{bmatrix} 0 & -c_3 & c_2 \\ c_3 & 0 & -c_1 \\ -c_2 & c_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}^E, \text{ es decir, que}$$

$$u_i^e = \alpha_{ji} \, (u_j^E + \gamma_{lj} \, \theta_l^E)$$

con lo que el cambio en el sistema de referencia se hace con las expresiones:

$$\begin{aligned} u_i^e &= \alpha_{ji} \, u_j^E + \alpha_{ji} \, \gamma_{lj} \, \theta_l^E \\ \theta_i^e &= \alpha_{ji} \, \theta_j^E \end{aligned} \qquad (4)$$

o lo que resulta en forma más compacta

$$w_i^e = t_{ji} \, w_j^E$$

dado que ahora tenemos:

$$t_{ji} = \begin{bmatrix} \alpha^T & \alpha^T \gamma^T \\ \mathbf{0} & \alpha^T \end{bmatrix} = t^T$$

que es la matriz traspuesta de la empleada en la transformación de la fórmula (1), tal y como se obtuvo en forma más abstracta en (3)[7].

Puede añadirse que las transformaciones descritas pueden realizarse extremo por extremo, separadamente, de modo que para la barra completa la expresión sería:

$$S_i^E = T_{ij} \, S_j^e = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 \end{bmatrix}^E = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{t}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 \end{bmatrix}^e$$

$$U_i^e = U_j^E \, T_{ji} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{bmatrix}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_1^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{t}_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{bmatrix}^E$$

donde la expresión $\mathbf{t}^T$ representa la traspuesta de la matriz $\mathbf{t}$, y donde, en general, $\mathbf{t}_1$ y $\mathbf{t}_2$ –que son las matrices de transformación para cada extremo de la barra– pueden ser diferentes, ya que pese a que su orientación puede ser la misma, si se han empleado sistemas de ejes paralelos en ambos nudos, sus inserciones tendrán posiciones relativas al nudo, diferentes[8].

Matrices de rigidez de barras en ejes de estructura

Finalmente, las matrices de rigidez han de depender obviamente de la elección de los ejes para los nudos en que se insertan, pero cualquiera que sea la representación que se emplee, la forma cuadrática representada por la matriz debe expresar el mismo valor para cualesquiera mismos pares de movimientos en todas las representaciones. O lo que es lo mismo, el trabajo virtual debido al producto de un desplazamiento arbitrario por las fuerzas asociadas a un segundo desplazamiento, debe ser invariante en todas las representaciones.

Por lo tanto, y empleando la notación K^e para denotar la matriz de rigidez representada en los ejes locales propios de la barra, y K^E para su representación en los ejes elegidos de estructura

$$\bar{U}_i^E \, S_i^E = \bar{U}_i^E \, K_{ij}^E \, U_j^E = \bar{U}_k^e \, S_k^e = \bar{U}_k^e \, K_{kl}^e \, U_l^e$$

$$\bar{U}_k^e \, K_{kl}^e \, U_l^e = \bar{U}_i^E \, T_{ik} \, K_{hl}^E \, T_{jl} \, U_j^e$$

y como la expresión ha de ser cierta para todo $\bar{U}_i$ arbitrario, deberá ser:

$$K_{ij}^E = T_{ik} \, K_{kl}^e \, T_{jl}$$

como es usual, e independientemente de la forma que tenga la matriz de transformación $\mathbf{T} = T_{ij}$.

Como la anterior expresión obtiene la matriz en ejes de estructura premultiplicando por una matriz y posmultiplicando por su traspuesta, y como la matriz de rigidez en ejes locales es simétrica, la matriz en ejes de estructuras también lo es, como no podría dejar de ser.

De este modo, quedan determinados todos los términos necesarios para la formulación matricial del problema geométrico real.

Análisis

Conocidos los términos del problema, el proceso de análisis es el usual en el método, a saber:

(1) Obtención de los esfuerzos de extremo que provocan las cargas en las barras –ahora conven-

(7) El juego completo de transformaciones es, sencillamente, el siguiente, aunque en la práctica sólo se necesiten las descritas en el texto:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix}^E = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ \gamma\alpha & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix}^e; \quad \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix}^e = \begin{bmatrix} \alpha^T & 0 \\ \alpha^T \gamma^T & \alpha^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix}^E,$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \theta \end{bmatrix}^E = \begin{bmatrix} \alpha & \alpha\gamma \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \theta \end{bmatrix}^e; \quad \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \theta \end{bmatrix}^e = \begin{bmatrix} \alpha^T & \alpha^T \gamma^T \\ 0 & \alpha^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \theta \end{bmatrix}^E,$$

lo que puede comprobarse fácilmente, pues al ser $\alpha\alpha^T = \mathbf{I}$, $\gamma - -\gamma^T = \mathbf{0}$, las transformaciones compuestas por el producto de las dos matrices empleadas, bien en ambas transformaciones de fuerzas, bien en ambas de movimientos, son exactamente la transformación identidad, –el producto de tales matrices es la matriz unidad– como debe corresponder al hecho de pasar la referencia de ejes locales a globales, y volver nuevamente a ejes locales.

(8) Puestas así las cosas, no sería tampoco ninguna frivolidad formular por fin la matriz de barra en ejes propios a cada extremo, ejes que se orientarían siempre desde el extremo considerado hacia el opuesto, opción que rompe con el empleo de ejes paralelos definitivamente, pero que a cambio produce una tabla de términos cuyos signos son más evidentes en la matriz de rigidez, haciendo además intercambiable el orden en que deben considerarse dichos extremos en el análisis.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

cionales– con la hipótesis de movimiento nulo. Tales esfuerzos, son cargas sobre los nudos, y están referidas a los citados extremos. A estas cargas deben añadirse las ejercidas sobre los nudos mismos, y entre éstas no deben olvidarse las procedentes de las fracciones de longitud de las directrices de las vigas que no se contabilicen en sus dimensiones convencionales: ahora, los nudos son potencialmente extensos, y las cargas sobre éstos pueden y deben situarse en sus posiciones precisas, de modo que deben evaluarse las resultantes de éstas en el punto elegido como referencia. Esto resuelve, además, un tercer problema, de los cuatro planteados por De Miguel en su opúsculo: el de los errores a que puede llevar el no considerar la posición real de las cargas del cerramiento de fachada. Todas la cargas, referidas a coordenadas globales, formarán el vector de cargas.

(2) Ensamblaje de la matriz de rigidez, en la forma usual.

(3) Obtención de los desplazamientos correspondientes al equilibrio, –o resolución del sistema de ecuaciones–.

(4) Obtención de los esfuerzos de extremo en las barras, empleando los movimientos obtenidos y sus respectivas matrices de rigidez, etc...

Ahora, los resultados estarán en equilibrio en la geometría real de la estructura, y habiéndose además empleado criterios más realistas para determinar las rigideces de las piezas, cabrá también esperar mayor adecuación en los movimientos y esfuerzos obtenidos.

CONCLUSIONES

Como afirma José Luis De Miguel, no representar la geometría real de una estructura de hormigón armado, puede conducir a errores inaceptables, que pueden, aún así, suponer el proyecto de estructuras seguras –pues en una parte muy importante de los casos se trata de errores del lado de la seguridad– pero que de ninguna manera permiten hacer afirmaciones ciertas sobre la (in)seguridad o la deformabilidad de estructuras reales.

Por otro lado, tales errores suponen el empleo de coeficientes de seguridad desconocidos y diferentes según la geometría de la estructura.

La consideración de la geometría real, no presenta ninguna complicación empleando el procedimiento propuesto en este artículo, pues sólo se exige, por un lado, el mantenimiento de alguna información adicional sobre los nudos, información que está ya presente en algunos programas para su empleo en los resultados gráficos; y por otro, la modificación, sencilla, de las matrices de transformación usadas para referir las barras a la estructura completa. Dada la secillez con que queda resuelto el problema, y con él la fuente de errores señalada, debería exigirse, en el futuro, que dicha geometría sea la empleada –al menos– tanto en los análisis realizados en las tareas de control de Proyectos, como en las de control de estructuras existentes, siendo altamente deseable su empleo generalizado en el proyecto de las estructuras futuras.

BIBLIOGRAFIA QUE SE CITA

(1) Strafford Smith, B. & Coull, A.; Tall building structures: analysis and design. John Wiley & Sons, 1991.

(2) Dawe, D.J.; Matrix and finite element displacement analysis of structures. Clarendon Press, Oxford 1984.

(3) Armenàkas A.E.; Modern structural analysis. Mc Graw Hill 1991.

ANEJO: Ejemplo resuelto

Para describir en detalle las implicaciones del procedimiento propuesto, se adjunta un ejemplo resuelto que corresponde al análisis para carga vertical de un pórtico de dos plantas y un vano –simplificado, por simetría, para reducir las dimensiones de las matrices empleadas– en el que aparecen los dos problemas citados: de un lado, los descentramientos entre soportes, y del otro, las luces efectivas de vigas, diferentes de las distancias entre ejes. Para mostrar las diferencias que resultan del análisis, se compararán los resultados obtenidos por el procedimiento propuesto, con los obtenidos por el procedimiento clásico, para el que se han adoptado, como dimensiones generales de la estructura, las correspondientes a su replanteo –6 m de luces de vigas y 3 m de altura de soportes–. Son estas dimensiones las adoptadas por alguno de los programas; en otros, se emplearían como luces valores 40 cm menores, si se acotasen los ejes de los soportes en la planta inferior. En gran parte de los casos, no sería evidente la interpretación de los valores empleados.

En el procedimiento propuesto, los nudos se representan por los puntos elegidos para el replanteo de la estructura: caras exteriores de soportes, y cota de acabado del forjado. Los extremos de las barras se eligen según la regla apuntada en el texto, tal como se detallan en la figura 5 siguiente, que permite comprobar que la geometría puede describirse con total exactitud. Las dimensiones elegidas tratan de ilustrar todas las implicaciones del método.

Por sencillez de la exposición, se adoptarán como rigideces de las barras las correspondientes a la sección bruta del hormigón sin fisurar, y sin considerar el armado. Es evidente que esto ha de conducir a resultados defectuosos en la medida en

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

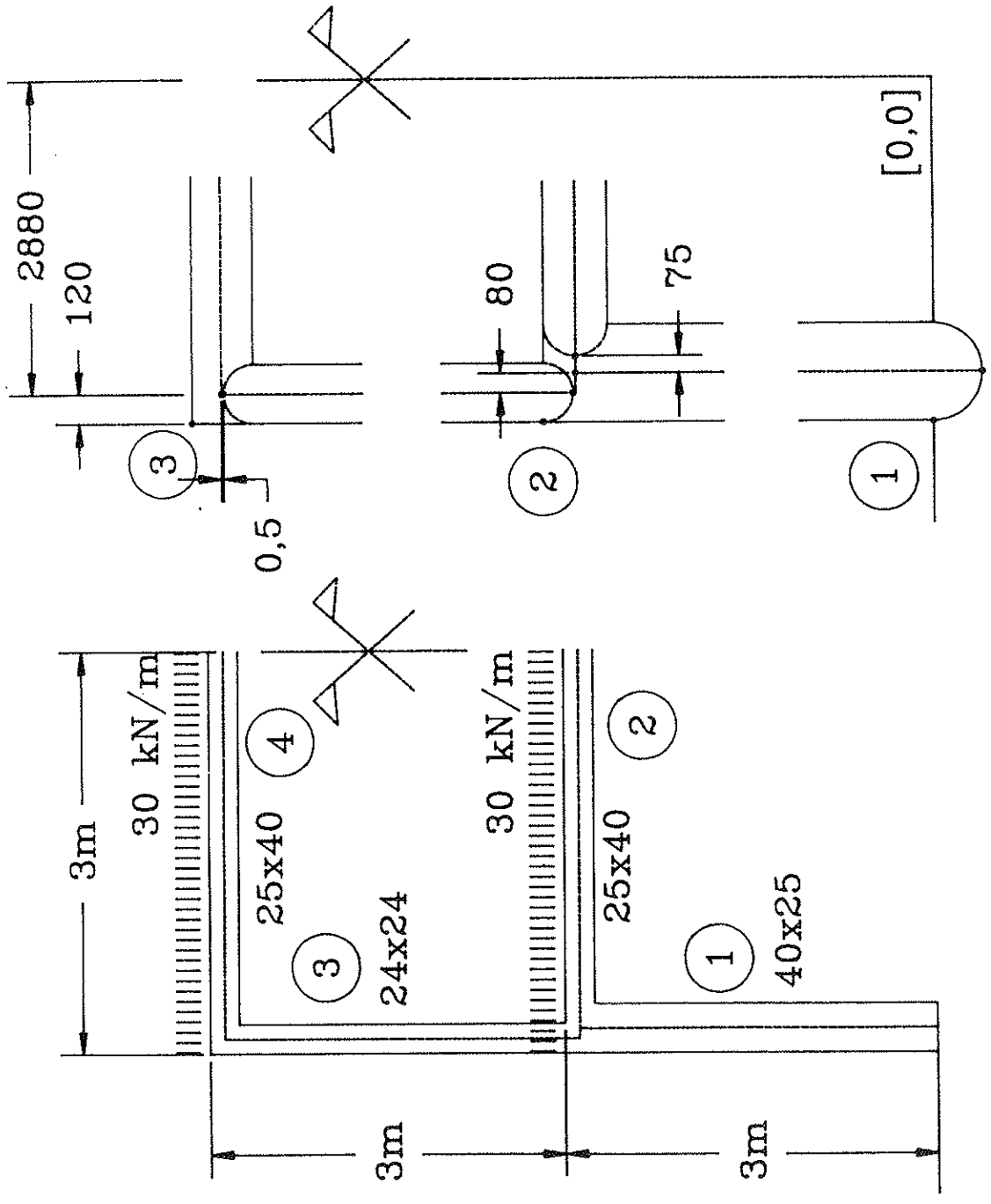


Fig. 5. Problema resuelto: geometría y cargas adoptadas. Se numeran nudos y barras, cuyos extremos 1 y 2 serán los de menores y mayores coordenadas, respectivamente, sitos en los puntos que se identifican gráficamente.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

que las vigas, fisuradas, tendrán rigideces diferentes –menores– regidas por las áreas de armado existente, y los soportes rigideces mayores, en la medida en que a su menor o nula fisuración ha de añadirse la rigidez aportada por la armadura. Pero no se trata aquí de tales problemas y su consideración añadiría una dificultad en el seguimiento del ejemplo. Ahora bien, como se ha dicho en el texto, nada impide el empleo de expresiones más realistas para las matrices de rigidez de las barras que la que ahora se usará, que es la conocida matriz

$$E\begin{bmatrix} \frac{A}{l} & 0 & 0 & -\frac{A}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12I}{l^3} & \frac{6I}{l^2} & 0 & -\frac{12I}{l^3} & \frac{6I}{l^2} \\ 0 & \frac{6I}{l^2} & \frac{4I}{l} & 0 & -\frac{6I}{l^2} & \frac{2I}{l} \\ -\frac{A}{l} & 0 & 0 & \frac{A}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12I}{l^3} & -\frac{6I}{l^2} & 0 & \frac{12I}{l^3} & -\frac{6I}{l^2} \\ 0 & \frac{6I}{l^2} & \frac{2I}{l} & 0 & -\frac{6I}{l^2} & \frac{4I}{l} \end{bmatrix}.$$

El análisis que sigue se ha realizado a mano, con auxilio de calculadora y de una hoja de cálculo, de tal modo que los resultados acusan, en ocasiones, problemas de precisión numérica, que, de todos modos, no afectan ni a la inteligibilidad del ejemplo, ni a las dos primeras cifras de los resultados finales.

Se obtienen, a continuación, las matrices de rigidez de cada barra, para las longitudes consideradas en las piezas, según los convenios descritos en el texto, y para sus dimensiones, que responden a la siguiente tabla:

Barra	Longitud	Canto	Ancho
1	3,05	40	25
2	5,45	25	40
3	2,99	24	24
4	5,76	25	40

El siguiente cuadro de matrices de rigidez, se expresa en ejes propios de cada barra. Se incluyen pilares y vigas en unidades SI, y siendo E el módulo de elasticidad considerado, que se extrae como factor común de las matrices:

$$K_{ij}^1 = E \cdot 10^{-6} \begin{bmatrix} 32786 & 0 & 0 & -32786 & 0 & 0 \\ 0 & 563,92 & 859,98 & 0 & -563,92 & 859,98 \\ 0 & 859,98 & 1748,6 & 0 & -859,98 & 874,31 \\ -32786 & 0 & 0 & 32786 & 0 & 0 \\ 0 & -563,92 & -859,98 & 0 & 563,92 & -859,98 \\ 0 & 859,98 & 874,31 & 0 & -859,98 & 1748,6 \end{bmatrix}$$

$$K_{ij}^2 = E \cdot 10^{-6} \begin{bmatrix} 18348 & 0 & 0 & -18348 & 0 & 0 \\ 0 & 38,609 & 105,20 & 0 & -38,609 & 105,20 \\ 0 & 105,20 & 382,26 & 0 & -105,20 & 191,13 \\ -18348 & 0 & 0 & 18348 & 0 & 0 \\ 0 & -38,609 & -105,20 & 0 & 38,609 & -105,20 \\ 0 & 105,20 & 191,13 & 0 & -105,20 & 382,26 \end{bmatrix}$$

$$K_{ij}^3 = E \cdot 10^{-6} \begin{bmatrix} 19264 & 0 & 0 & -19264 & 0 & 0 \\ 0 & 124,11 & 185,55 & 0 & -124,11 & 185,55 \\ 0 & 185,55 & 369,87 & 0 & -185,55 & 184,93 \\ -19264 & 0 & 0 & 19264 & 0 & 0 \\ 0 & -124,11 & -185,55 & 0 & 124,11 & -185,55 \\ 0 & 185,55 & 184,93 & 0 & -185,55 & 369,87 \end{bmatrix}$$

$$K_{ij}^4 = E \cdot 10^{-6} \begin{bmatrix} 17361 & 0 & 0 & -17361 & 0 & 0 \\ 0 & 32,704 & 94,190 & 0 & -32,704 & 94,190 \\ 0 & 94,190 & 361,68 & 0 & -94,190 & 180,84 \\ -17361 & 0 & 0 & 17361 & 0 & 0 \\ 0 & -32,704 & -94,190 & 0 & 32,704 & -94,190 \\ 0 & 94,190 & 180,84 & 0 & -94,190 & 361,68 \end{bmatrix}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

Puede verse que tales valores son levemente diferentes de los que se obtendrían empleando las longitudes entre ejes, o entre cotas de replanteo, a saber, 3 y 6 m, que serían los siguientes:

$$K_{ij}^{1} = E \cdot 10^{-6} \begin{bmatrix} 33333 & 0 & 0 & -33333 & 0 & 0 \\ 0 & 592{,}59 & 888{,}88 & 0 & -592{,}59 & 888{,}88 \\ 0 & 888{,}88 & 1777{,}7 & 0 & -888{,}88 & 888{,}88 \\ -33333 & 0 & 0 & 33333 & 0 & 0 \\ 0 & -592{,}59 & -888{,}88 & 0 & 592{,}59 & -888{,}88 \\ 0 & 888{,}88 & 888{,}88 & 0 & -888{,}88 & 1777{,}7 \end{bmatrix}$$

$$K_{ij}^{2} = K_{ij}^{4} = E \cdot 10^{-6} \begin{bmatrix} 16666 & 0 & 0 & -16666 & 0 & 0 \\ 0 & 28{,}935 & 86{,}805 & 0 & -28{,}935 & 86{,}805 \\ 0 & 86{,}805 & 347{,}22 & 0 & -86{,}805 & 173{,}61 \\ -16666 & 0 & 0 & 16666 & 0 & 0 \\ 0 & -28{,}935 & -86{,}805 & 0 & 28{,}935 & -86{,}805 \\ 0 & 86{,}805 & 173{,}61 & 0 & -86{,}805 & 347{,}22 \end{bmatrix}$$

$$K_{ij}^{3} = E \cdot 10^{-6} \begin{bmatrix} 19200 & 0 & 0 & -19200 & 0 & 0 \\ 0 & 122{,}88 & 184{,}32 & 0 & -122{.}88 & 184{,}32 \\ 0 & 184{,}32 & 368{,}64 & 0 & -184{,}32 & 184{,}32 \\ -19200 & 0 & 0 & 19200 & 0 & 0 \\ 0 & -122{,}88 & -184{,}32 & 0 & 122{,}88 & -184{,}32 \\ 0 & 184{,}32 & 184{,}32 & 0 & -184{,}32 & 368{,}64 \end{bmatrix}$$

Para construir las matrices de transformación se emplean las matrices de orientación de los ejes locales –o de cosenos directores– α_{ij}, que son, respectivamente para las vigas, y para los soportes:

$$\alpha_{ij}^{v} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \alpha_{ij}^{p} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

los descentramientos entre los extremos de las barras y los nudos, $c_i = C_i^E - C_i^e$, que son, ordenados por barras e, y por extremos x de éstas, los siguientes: c_{xi}^{e}.

$$c_{1-2,i}^{1} = \begin{bmatrix} -0{,}2 & 0{,}2 \\ -0{,}2 & 0{,}125 \end{bmatrix}, \quad c_{1-2,i}^{2} = \begin{bmatrix} -0{,}275 & 0{,}125 \\ 0{,}275 & 0{,}125 \end{bmatrix},$$

$$c_{1-2,i}^{3} = \begin{bmatrix} -0{,}12 & 0{,}12 \\ -0{,}12 & 0{.}13 \end{bmatrix}, \quad c_{1-2,i}^{4} = \begin{bmatrix} -0{,}12 & 0{,}125 \\ 0{,}12 & 0{,}125 \end{bmatrix}.$$

Al tratarse de un problema bidimensional, la matriz de transformación para cada extremo $\mathbf{t} = t_{ij} = \begin{bmatrix} \alpha & \mathbf{0} \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$ se reduce significativamente, de 6 x 6 a 3 x 3:

$$\beta = \gamma\alpha = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -c_2 \\ 0 & 0 & c_1 \\ c_2 & -c_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

y de la primera matriz resulta significativa solamente la tercera fila del producto; como además sólo es pertinente el tercero de los momentos, resulta, en cada extremo:

$$t_{ij} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 \\ \beta_{31} & \beta_{32} & 1 \end{bmatrix}$$

Resultan así las matrices de transformación T_{ij}^{e} siguientes, para cada elemento e de la estructura:

$$T_{ij}^{1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}2 & -0{,}2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}2 & -0{,}125 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{ij}^{2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}125 & 0{,}275 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}125 & -0{.}275 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{ij}^{3} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}12 & -0{,}12 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}12 & -0{,}13 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{ij}^{4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}125 & 0{,}12 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}125 & -0{,}12 & 1 \end{bmatrix}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

Consideremos ahora las simetrías: para ambas vigas, puede emplearse la siguiente condensación de grados de libertad:

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ T_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ T_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 \\ T_1 \\ M_1 \\ -N_1 \\ T_1 \\ -M_1 \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} \frac{A}{l} & 0 & 0 & -\frac{A}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12I}{l^3} & \frac{6I}{l^2} & 0 & -\frac{12I}{l^3} & \frac{6I}{l^2} \\ 0 & \frac{6I}{l^2} & \frac{4I}{l} & 0 & \frac{6I}{l^2} & \frac{2I}{l} \\ -\frac{A}{l} & 0 & 0 & \frac{A}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12I}{l^3} & -\frac{6I}{l^2} & 0 & -\frac{12I}{l^3} & -\frac{6I}{l^2} \\ 0 & \frac{6I}{l^2} & \frac{2I}{l} & 0 & -\frac{6I}{l^2} & \frac{4I}{l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ -u_1 \\ v_1 \\ -\theta_1 \end{bmatrix}$$

que puede escribirse de la forma:

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ T_1 \\ M_1 \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} \frac{2A}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2I}{l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix}$$

sin más que acumular –con sus signos– las correspondientes columnas y eliminar las tres últimas filas.

Las matrices resultantes en ejes locales son:

$$K_{ij}^2 = E \cdot 10^{-6} \begin{bmatrix} 36697 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 191{,}13 \end{bmatrix},$$

$$K_{ij}^4 = E \cdot 10^{-6} \begin{bmatrix} 34722 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 180{,}84 \end{bmatrix}.$$

Obtenemos, pues, ahora las matrices en ejes de estructura, empleando las transformaciones $K_{ij}^p = T_{ik}\, K_{kl}^p\, T_{jl}$:

$$K_{ij}^1 = E \cdot 10^{-6} \begin{bmatrix} 563{,}92 & 0 & -747{,}19 & -563{,}92 & 0 & -930{,}4 \\ 0 & 32786 & 6557{,}3 & 0 & -32786 & -6557{,}3 \\ -747{,}19 & 6557{,}3 & 2738{,}6 & 747{,}19 & -6557{,}3 & -515{,}7 \\ -563{,}92 & 0 & 747{,}19 & 563{,}92 & 0 & 930{,}47 \\ 0 & -32786 & -6557 & 0 & 32786 & 6557{,}3 \\ -930{,}47 & -6557{,}3 & -515{,}7 & 930{,}47 & 6557{,}3 & 3283{,}9 \end{bmatrix},$$

$$K_{ij}^3 = E \cdot 10^{-6} \begin{bmatrix} 122{,}88 & 0 & -169{,}57 & -122{,}88 & 0 & -200{,}29 \\ 0 & 19200 & 2304 & 0 & -19200 & -2304 \\ -169{,}57 & 2304 & 602{,}65 & 169{,}57 & -2304 & -92{,}23 \\ -122{,}88 & 0 & 169{,}57 & 122{,}88 & 0 & 200{,}29 \\ 0 & -19200 & -2304 & 0 & 19200 & 2304 \\ -200{,}29 & -2304 & -92{,}23 & 200{,}29 & 2304 & 695{,}11 \end{bmatrix},$$

$$K_{ij}^2 = E \cdot 10^{-6} \begin{bmatrix} 36697 & 0 & 4587{,}1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4587{,}1 & 0 & 764{,}52 \end{bmatrix}, \quad K_{ij}^4 = E \cdot 10^{-6} \begin{bmatrix} 34722 & 0 & 4340{,}2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4340{,}2 & 0 & 723{,}37 \end{bmatrix}.$$

La matriz de estructura, considerando sólo los dos nudos libres, es ahora:

$$K_{ij} = E \cdot 10^{-6} \begin{bmatrix} 37384 & 0 & 5348{,}05 & -122{,}88 & 0 & -200{,}29 \\ 0 & 51986 & 8861{,}3 & 0 & -19200 & -2304 \\ 5348{,}05 & 8861{,}3 & 4651{,}0 & 169{,}57 & -2304 & -92{,}23 \\ -122{,}88 & 0 & 169{,}57 & 34845 & 0 & 4540{,}5 \\ 0 & -19200 & -2304 & 0 & 19200 & 2304 \\ -200{,}29 & -2304 & -92{,}23 & 4540{,}5 & 2304 & 1418{,}4 \end{bmatrix},$$

y la matriz de flexibilidad, inversa de la anterior es:

$$f_{ij} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 36{,}181 & 12{,}969 & -64{,}84 & -3{,}625 & 1{,}4412 & 31{,}221 \\ 12{,}969 & 48{,}4181 & -89{,}59 & -3{,}523 & 33{,}978 & 30{,}738 \\ -64{,}84 & -89{,}59 & 447{,}95 & 17{,}618 & -17{,}39 & -153{,}6 \\ -3{,}625 & -3{,}523 & 17{,}618 & 60{,}287 & 27{,}771 & -243{,}1 \\ 1{,}4412 & 33{,}978 & -17{,}39 & 27{,}771 & 109{,}46 & -212{,}4 \\ 31{,}221 & 30{,}738 & -153{,}6 & -243{,}1 & -212{,}4 & 1872{,}7 \end{bmatrix}.$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

Consideremos ahora las acciones: deben tenerse en cuenta las cargas sobre cada barra –mediante el recurso a los esfuerzos de extremo de *empotramiento perfecto*, es decir, los correspondientes a movimientos totalmente impedidos–, pero también las que se ejercen sobre los nudos, que ahora son extensos, y en los que cargan tramos de forjado que en los modelos clásicos lo harían sobre las vigas –si éstas se miden según las dimensiones totales de la planta–, o se ignorarían –si las vigas se miden a ejes de soportes, en cuyo caso las dimensiones de la planta serían mayores que las consideradas en el modelo–. Nuevamente, el automatismo asociado a nuestro modelo no sólo permite, sino que exige el empleo de la geometría exacta.

En nuestro caso tenemos, sobre extremos de vigas, los esfuerzos, que son cargas sobre la estructura y que referenciados a tales extremos, en ejes de vigas son:

$$\begin{bmatrix} N \\ T \\ M \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -81{,}75 \\ -74{,}25 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} N \\ T \\ M \end{bmatrix}^4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -86{,}4 \\ -82{,}94 \end{bmatrix},$$

mientras que las cargas ejercidas propiamente sobre los nudos, referenciadas a los puntos elegidos son:

$$\begin{bmatrix} H \\ V \\ M \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -8{,}25 \\ -1{,}134 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} H \\ V \\ M \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -3{,}6 \\ -0{,}216 \end{bmatrix},$$

por lo que las cargas resultantes son, en ejes de nudo:

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -81{,}75 \\ -96{,}73 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -8{,}25 \\ -1{,}134 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -90 \\ -97{,}87 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix}^4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -86{,}4 \\ -93{,}31 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -3{,}6 \\ -0{,}216 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -90 \\ -93{,}52 \end{bmatrix},$$

El producto de la matriz de flexibilidad por el vector de cargas será el desplazamiento, que resulta referido a ejes de nudo, y que referido a los extremos de cada una de las barras permite, premultiplicándolo por la matriz de rigidez de la barra, obtener los esfuerzos de extremo de éstas. En la figura 6 siguiente se muestran los resultados obtenidos, así como los que resultan en un análisis realizado mediante el procedimiento clásico, y empleando las mismas herramientas que en el análisis precedente, por lo que las consideraciones apuntadas más arriba sobre la precisión del resultado son también de aplicación.

Como puede observarse en los resultados, que corresponden a esfuerzos en los extremos de barra, en el método propuesto se respeta perfectamente el equilibrio en los nudos, y de hecho, si se acepta que el comportamiento del nudo es rígido fuera de las zonas en que las barras *penetran* en él, se respeta igualmente de modo riguroso la compatibilidad. Frente a ello, los resultados del procedimiento tradicional no sólo emplean rigideces poco realistas, que no permitirían respetar rigurosamente las condiciones de compatibilidad, sino que, lo que es peor, violan las condiciones de equilibrio. Esto último puede ser muy grave si los soportes tienen una carga apreciable.

Para mostrar tales efectos puede considerarse un segundo caso de carga, suponiendo que los nudos de planta alta están cargados con 400 kN centrados en el eje del soporte superior. La carga que actúa propiamente en el nudo aumenta en $\begin{bmatrix} 0 \\ -400 \\ -48 \end{bmatrix}$, refiriendo la citada carga al punto que representa el nudo. Para la nueva condición de carga, los resultados obtenidos son los de la figura 7 siguiente.

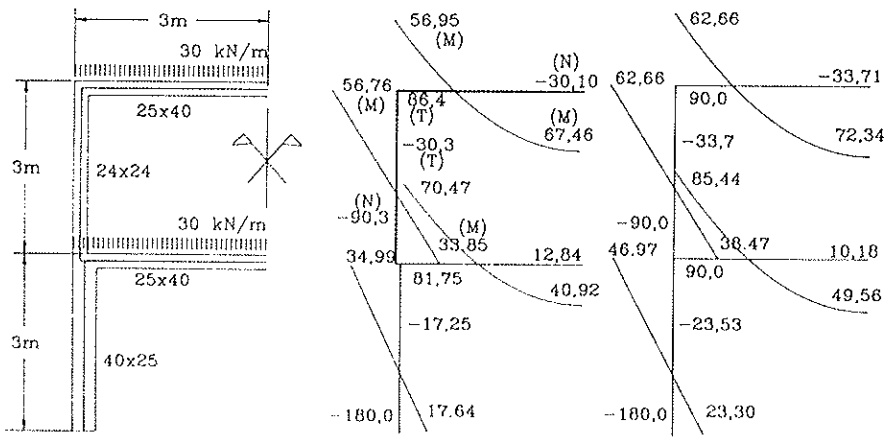


Fig. 6. Esfuerzos del pórtico del ejemplo. A la izquierda, según el método del nudo extenso, a la derecha, según la formulación tradicional. En las barras regruesadas se identifican los esfuerzos a que corresponde cada uno de los números.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

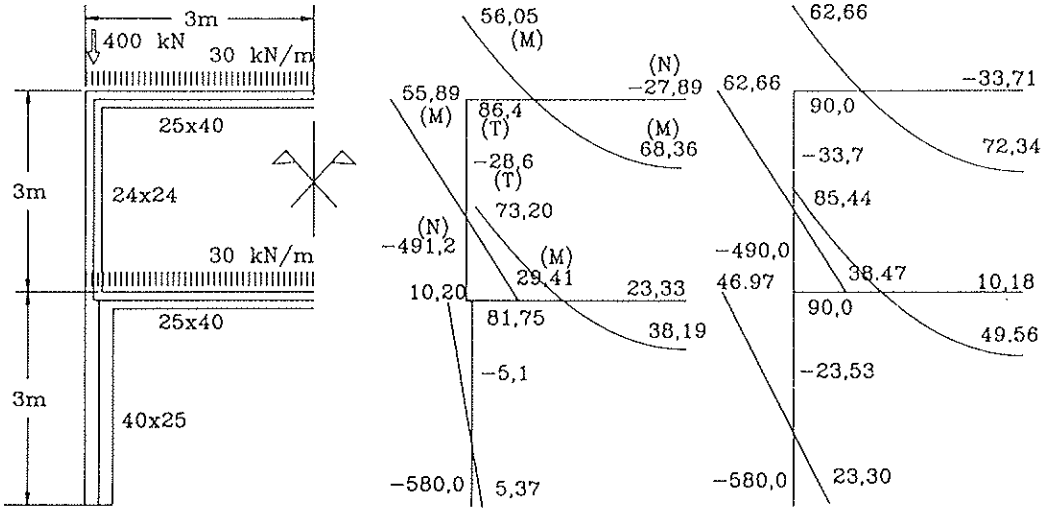


Fig. 7. Esfuerzos del pórtico, con soportes con compresiones importantes. A la izquierda, según el método del nudo extenso, a la derecha, según la formulación tradicional.

Como se observa, los esfuerzos en el soporte inferior son radicalmente diferentes a los que predice el método tradicional, que, aunque aporta valores seguros para el proyecto del mismo, si ése fuese el objetivo del análisis, es sin embargo totalmente incorrecto para la peritación del pórtico, si es éste, en cambio, el objetivo de dicho análisis.

Si se considera el efecto reductor en el diagrama de momentos en soportes que resulta de la compresión excéntrica en el soporte inferior, deberá ahora prestarse especial atención al problema de la evaluación de cargas, tal y como plantea De Miguel en el cuarto y último error que cita en su opúsculo: las convenciones que se adoptan para los valores de las cargas no han de tener los mismos efectos para los elementos últimos de la estructura –las viguetas del forjado–, que para los intermedios –las vigas– o elementos que, como los soportes, acumulan las cargas de multitud de elementos de menor orden; si para aquéllas las sobrecargas convencionales han de considerar todo tipo de efectos locales, como los derivados del impacto, etc., tales efectos no deben acumularse, en su totalidad, en los elementos del siguiente orden, dada la menor probabilidad de su simultaneidad. Esto hace que considerar, y utilizar, las reducciones de sobrecarga –las prescritas por la normativa que se refiere a las cargas serían inexcusables– sea absolutamente necesario si la existencia de compresiones reduce los valores de los momentos en algunos de los soportes. Por ello, los programas que adopten el método que aquí se propone, deberían ser extremadamente rigurosos con esta cuestión.

RESUMEN

Considerando los graves errores que puede suponer el empleo de los programas de análisis matricial de estructuras de barras en la comprobación del equilibrio en estructuras en las que las directrices de las piezas no concurren realmente en un único punto en los nudos –lo que es siempre el caso en hormigón armado y bastante usual en acero laminado– se propone en el artículo abandonar la idea de que los extremos de las barras que concurren en un nudo deban hacerlo en un punto común. Adoptados extremos convenidos para las barras, geométricamente adecuados a la geometría de ésta, el análisis del equilibrio y del movimiento del nudo puede referirse a otro único punto que le representa de manera rigurosa, eliminándose así toda posibilidad a tal tipo de errores. Como demuestra el artículo, basta emplear una nueva forma para la matriz de transformación de ejes para resolver la cuestión de forma natural y definitiva.

SUMMARY

Seeing the deep errors that result on the use of the matritial analysis programs in structures where the bars center lines do not converge in one unique point on the nodes, –that´s always the case in reinforced concrete structures, but is also usual in steel structures–, the author proposes to leave the idea that the bars that connect on a node have their ends on a common point. Using conventional ends geometrically correct for each of that´s bars, all that has to be done is to refer to another unique point, that represents the node, in a rigourous manner, all the analysis of it´s equilibrium and movement, clearing in that way all the possibilities for that kind of errors. This article shows that the use of a new form of the transformation matrix of the axis is all that is needed to solve that problem in a natural and definitive manner.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

457-0-218

Criterios para la determinación de plazos de descimbrado en estructuras de hormigón armado solicitadas a flexión

A. R. Marí
Dr. Ingeniero de Caminos. Catedrático de la Universidad Politécnica de Cataluña. Departamento de Ingeniería de la Construcción. ETS Ingenieros de Caminos de Barcelona.
I. Serrá
Dra. Arquitecto. Profesora Titular Escuela Universitaria Politécnica de Barcelona. Departamento de Construcciones Arquitectónicas II. Universidad Politécnica de Cataluña.

1. INTRODUCCION

En la gran mayoría de las obras de hormigón armado construidas in situ, la reducción del plazo de descimbrado puede tener una influencia notable en la duración total de la obra. Ello conlleva ventajas económicas evidentes, tanto para el contratista como para la propiedad. A pesar de ello, el establecimiento del momento en que pueden retirarse las cimbras o puntales es una tarea que a menudo se obvia, bien debido con frecuencia a la existencia de experiencias previas, bien debido a la ausencia de criterios prácticos y objetivos para ello.

En algunas ocasiones, por ejemplo cuando debe avanzarse a gran ritmo para cumplir los plazos de ejecución impuestos, se impone una determinación precisa del plazo de descimbrado. Si se trata, además, de una obra lineal en la que la ejecución de una fase condiciona la construcción de las siguientes, esta determinación puede tener repercusiones muy importantes en el coste de la obra y en el plazo total.

Con cierta frecuencia, las cargas durante la construcción son comparables e incluso mayores que las cargas de servicio. Ello ocurre, generalmente, a edades tempranas del hormigón para las que este material aún no ha alcanzado los valores característicos de sus propiedades mecánicas. Consecuencia de ello podría ser la reducción del nivel de seguridad durante las construcción, la generación de una considerable fisuración por tracción y microfisuración por compresión creando un daño quizás irreparable, la disminución de la rigidez a flexión de la estructura y la producción de deformaciones de fluencia muy elevadas al tratarse de hormigón joven sometido a niveles altos de tensión en relación a su resistencia en ese momento. Según Kaminetzky [1], un número considerable de los colapsos de edificios han tenido lugar durante la construcción.

El descimbrado debe llevarse a cabo de forma que no afecte negativamente a la seguridad, funcionalidad y durabilidad de la estructura. Así pues, un estudio detenido del tema requerirá evaluar tanto la solicitación como la respuesta estructural, considerando las cargas actuantes, el esquema estructural y las propiedades del hormigón puesto en obra en el instante de la comprobación.

En este artículo se presenta una metodología relativamente simple, derivada de la condición de satisfacción de los estados límites últimos y de servicio, que permite determinar la resistencia a compresión y el módulo de deformación exigibles al hormigón para poder descimbrar sin disminuir los niveles de seguridad, funcionalidad y durabilidad establecidos en proyecto.

2. TRATAMIENTO EN DIVERSAS NORMATIVAS

La **Instrucción española EH-91** [2], en su artículo 21, titulado "Descimbrado, desencofrado y desmoldeo", establece que para desencofrar el hormigón deberá haber alcanzado la resistencia necesaria para soportar, con suficiente seguridad y sin deformaciones excesivas, los esfuerzos a que va a estar sometido durante y después del descimbrado. En el caso de obras de importancia, y cuando no se posea experiencia de casos análogos, o cuando los perjuicios que pudieran derivarse de

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

una fisuración prematura fueran grandes, se deberán realizar ensayos de información para estimar la resistencia real del hormigón y poder fijar convenientemente los plazos de desencofrado.

En los comentarios se llama la atención a la necesidad de verificar, no sólo la resistencia, sino también el módulo de deformación, en hormigones jóvenes. Se establece, a título orientativo, unos plazos de desencofrado dados por la siguiente expresión, aplicable sólo a hormigones fabricados con cemento portland y en el supuesto de que su endurecimiento se haya llevado a cabo en condiciones ordinarias:

$$j = \frac{400}{\left(\frac{Q}{G} + 0{,}5\right)(T + 10)} \qquad (1)$$

donde:

- j = número de días
- T = temperatura media, en grados centígrados, de las máximas y mínimas diarias durante los j días
- G = carga que actúa sobre el elemento al descimbrar (incluido el peso propio)
- Q = carga que actuará posteriormente ($Q + G$ = = carga máxima total)

Finalmente, se recomienda que la seguridad de la obra no resulte, en ningún momento, inferior a la prevista en servicio.

Los criterios establecidos en la EH-91 pueden considerarse adecuados, aunque de carácter muy general. Además, según Fernández Gómez [3], la anterior fórmula resulta ser muy conservadora.

El **Eurocódigo EC-2** [4], en el apartado 6.3.2.4 "Retirada de encofrados y andamiajes", establece, como criterio general, que la determinación del momento de retirada de las cimbras y encofrados deberá hacerse teniendo en cuenta las tensiones que se originan en el hormigón y la resistencia del mismo cuando se retiran aquéllos, las condiciones climatológicas y las medidas que se deban tomar para proteger el hormigón después de retirado el encofrado. EC-2 recomienda un período de 10 días para la retirada de encofrados con cargas directas, tales como las tablas de fondo de vigas o losas, aunque no especifica datos concretos para la retirada de los puntales o cimbras.

El **Código Modelo CEB/FIP 1990** [5] en su apartado 11.9 "Descimbrado" establece, como criterio general, la necesidad de mantener intactos cimbras y encofrados hasta que el hormigón haya alcanzado la resistencia suficiente para soportar las tensiones y deformaciones a las que será sometido. A continuación puntualiza algunos aspectos particulares que se deben tener en cuenta, siempre de forma cualitativa. En el apartado 11.9.2 "Período mínimo previo al descimbrado" cita que éste depende de la evolución de la resistencia del hormigón, del curado, de las condiciones de deformabilidad y de la relación de carga muerta actuante. En ausencia de más información, se recomiendan, para estructuras de hormigón armado construidas con cemento de endurecimiento normal, los plazos que se indican en la Tabla 1.

Los anteriores plazos, según MC-90 pueden tener que ser aumentados para limitar una fisuración prematura, especialmente si hay elementos con espesores muy diferentes o para reducir deformaciones por fluencia. En caso de utilizar cemento de alta resistencia inicial puede disminuirse el plazo de descimbrado propuesto.

La **Norma ACI 318-89** [6], en su apartado 6.2 "Retirada de encofrados y cimbras" plantea, además de aspectos generales sobre seguridad y deformabilidad excesiva similares a las anteriores normativas, la necesidad de demostrar, mediante un análisis estructural, la resistencia de la estructura, de las cimbras y de los encofrados frente a las cargas de construcción. La resistencia del hormigón debe basarse en ensayos sobre probetas curadas in situ o en otros procedimientos aprobados por el director de la obra. No se acepta que haya zonas sin cimbrar que deban soportar cargas de construcción que superen la combinación de la carga muerta y las sobrecargas de proyecto. Por otra parte, el **Comité 347 del ACI,** en su **Manual para encofrados del hormigón** [7], añade a lo anterior, en el apartado 3.7 "Retirada de encofrados y cimbras", que en ningún caso deberán retirarse las cimbras hasta que la resistencia del hormigón sea, de acuerdo con los ensayos sobre probetas in situ, curadas en condiciones de obra, al

TABLA 1

Plazos de descimbrado sugeridos por el Código Modelo CEB/FIP-1990

Código	Elemento estructural	Temperatura de la superficie del hormigón			
		≥ 24º	16º	8º	2º
CM-90	Losas	7 días	10 días	15 días	25 días
	Vigas	10 días	14 días	21 días	36 días

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 2

Plazos de descimbrado sugeridos por el Comité ACI 347

Elemento	Luz ≤ 3 m		3 m. < Luz ≤ 6 m		Luz > 6 m	
	Q/G ≤ 1	Q/G > 1	Q/G ≤ 1	Q/G >1	Q/G ≤ 1	Q/G > 1
Vigas	7 días	4 días	14 días	7 días	21 días	14 días
Losas(3)	4 días	3 días	7 días	4 días	10 días	7 días

(3) Losas unidireccionales.

menos del 70 por ciento de la resistencia especificada en proyecto. Igualmente, sugiere unos valores aproximados de plazos de descimbrado, válidos para temperaturas ambientales superiores a 10°C, para el caso en que éstos no sean especificados por el ingeniero o arquitecto, que son los que se resumen en la Tabla 2.

Como se observa de la revisión anterior, si bien los criterios generales sobre cómo y cuando descimbrar son coincidentes en todas las normativas, no lo son tanto las recomendaciones prácticas a la hora de establecer los plazos de descimbrado. El ACI introduce, además, la luz de la viga como parámetro que hay que considerar.

3. EFECTOS ESTRUCTURALES DEL DESCIMBRADO A TEMPRANAS EDADES, EN PIEZAS FLECTADAS DE HORMIGON ARMADO

La determinación del plazo de descimbrado debe realizarse teniendo en cuenta que la estructura puede entrar en carga a tempranas edades del hormigón, con las implicaciones que supone en cuanto al desarrollo de los mecanismos resistentes. Numerosos autores han realizado estudios sobre el comportamiento mecánico del hormigón a tempranas edades, como queda recogido en el estado del conocimiento de RILEM [8]. Sin embargo, muchos menos se han centrado en el estudio de la evolución de los mecanismos resistentes del hormigón armado con la edad. Entre ellos destacan Byfors [9], Chapman y Shah [10], Clark y Johnston [11] y Fernández Gómez [3], que abordaron la adherencia; Shah, Miller y Virding [12], y Wilson [13] que estudiaron la capacidad resistente de vigas, y Yamamoto [14] que estudió la fluencia de vigas cargadas a tempranas edades.

Recientemente, se ha realizado en la Universidad Politécnica de Cataluña una investigación experimental orientada a determinar el comportamiento de vigas de hormigón armado descimbradas a tempranas edades [15]. Se ensayaron dos series de ocho vigas, que se descimbraron por pares a los 2, 4, 7 y 28 días. De cada par de vigas, una de ellas se llevaba de inmediato a rotura (flexión en la primera serie y cortante en la segunda) y la otra se sometía a un ensayo de fluencia, manteniendo una carga similar a la prevista como carga permanente en servicio, alrededor de un año, para finalmente llevarse a rotura también. Más detalles sobre este trabajo experimental pueden encontrarse en la Tesis Doctoral de I. Serrà [16].

Ello permitió estudiar, entre otros aspectos, la influencia de la edad de carga en la forma de rotura y en la capacidad portante a flexión y cortante, así como la influencia que en la resistencia a largo plazo pudiera tener la existencia de cargas prematuras. Igualmente, se evaluó la influencia de la edad de carga en la deformabilidad instantánea y diferida, en la evolución de la fisuración y en la resistencia al deslizamiento entre hormigón y acero. Se aprovechó, además, para evaluar la aplicabilidad de los métodos de dimensionamiento y comprobación propugnados por la EH-91, EC-2 y MC-90 al caso de estructuras cargadas prematuramente.

A continuación se enumeran los resultados más relevantes del estudio, en relación con el tema que nos ocupa:

- En todos los casos, la carga última medida experimentalmente en los ensayos a flexión fue muy parecida a la predicha analíticamente utilizando, en los modelos habituales, la resistencia del hormigón correspondiente a la edad del ensayo.
- No se detectó influencia apreciable de la edad del hormigón al cargar en la resistencia a corto plazo a flexión de las piezas, aunque sí, ligeramente, en la resistencia a cortante.
- La carga prematura no influyó en la capacidad a flexión a largo plazo pero sí disminuyó la resistencia a cortante a largo plazo.
- La resistencia a cortante medida fue siempre superior a la predicha analíticamente incluyendo en las fórmulas las características del hormigón en el momento de ser cargado.
- No se observaron cambios en la forma de rotura en función de la edad del hormigón, ni

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

roturas frágiles por flexión ni agotamiento del alma por compresiones oblicuas.

- Los cercos que atravesaban la grieta principal en los ensayos a cortante llegaron al límite elástico, mostrando por tanto su efectividad, de acuerdo con lo previsto en el proyecto.
- Se constató la validez a cualquier edad de la fórmula aditiva $V_{u2} = V_{cu} + V_{su}$, en la que la contribución del hormigón deducida experimentalmente resultó ser superior a la obtenida analíticamente utilizando la resistencia a compresión f_{cj}.
- No se detectó agotamiento de la adherencia o del anclaje. Sólo en las vigas cargadas a los 2 y 4 días se midieron unos pequeños deslizamientos relativos para niveles de carga próximos a rotura.
- Se constató una gran influencia de la edad de carga en la deformabilidad instantánea y diferida. En el caso de cargas a 2 y 4 días, la flecha diferida medida en los ensayos superaba ampliamente las predicciones de los métodos simplificados de cálculo de flechas.
- La separación entre fisuras no pareció depender de la edad del hormigón al cargar. El ancho y la separación de fisuras medidos experimentalmente concordaron, en general, con las predicciones analíticas realizadas en base a los modelos europeos vigentes, utilizando la resistencia f_{cj} a los j días.

Las conclusiones anteriores, junto con las procedentes de estudios previos de otros autores, permiten establecer una serie de premisas o hipótesis de partida de la metodología que se propone. Estas son:

- Los modelos propuestos por la Instrucción Española EH-91, por el Eurocódigo EC-2 y por el Código Modelo del CEB/FIP 1990 para el cálculo a flexión y cortante se han mostrado válidos para predecir el comportamiento a tempranas edades, adoptando para el hormigón las características mecánicas del mismo en el momento del descimbrado.
- Para las edades habituales de descimbrado en estructuras reales, la adherencia entre hormigón y acero parece haberse desarrollado suficientemente como para hacer posible los mecanismos resistentes propios del hormigón armado.
- La deformabilidad diferida constituye el aspecto más problemático y, por tanto, el que requiere un mayor control. Los métodos simplificados de cálculo de flechas diferidas propuestos por las normativas consultadas han resultado insatisfactorios para estructuras cargadas a tempranas edades. Se recomienda el uso de métodos que lleven explícitos en su formulación el coeficiente de fluencia y la retracción.

4. PLANTEAMIENTO DEL METODO PROPUESTO

Partiendo de las premisas anteriores se ha desarrollado una metodología consistente en determinar, para cada uno de los estados límites, las características mecánicas que debe presentar el hormigón a fin de que dicho estado límite quede satisfecho, tanto en el momento del descimbrado como durante la vida útil de la estructura. Ello nos proporciona expresiones en las que intervienen, además de la relación de cargas Q/G, la cuantía de armaduras longitudinal y transversal, la geometría de la pieza y las propiedades mecánicas de los materiales, entre otros parámetros conocidos en proyecto y durante la construcción.

Los estados límites últimos (E.L.U.) y de servicio (E.L.S.) que se han considerado para el establecimiento de los criterios de descimbrado son:

- E.L.U. de agotamiento por solicitaciones normales.
- E.L.U. de agotamiento por esfuerzo cortante
- E.L.U. de anclaje
- E.L.U. de adherencia
- E.L.S. de deformabilidad y
- E.L.S. de microfisuración por compresión.

En principio, se consideran piezas sometidas a flexión simple en las que no se producen torsiones apreciables.

4.1. Estado límite último de agotamiento por flexión

En los ensayos realizados se ha podido comprobar que, a pesar de las particularidades del diagrama tensión-deformación del hormigón a tempranas edades, los principios formulados para el comportamiento a flexión de secciones con hormigón maduro son extrapolables al caso de hormigones jóvenes, siempre que pueda considerarse aceptable la hipótesis de adherencia perfecta entre el hormigón y las armaduras. Así pues, en una pieza sometida a flexión simple, la evolución de la capacidad resistente seccional, en función de la resistencia del hormigón, tiene un gráfico tal como el de la Figura 1.

Cuando la rotura es frágil, esto es, cuando el hormigón alcanza su deformación última ε_{cu} antes de que el acero en tracción haya llegado a su límite elástico, el momento último se ve muy influido por la resistencia a compresión del hormigón. Sin embargo, cuando la rotura es dúctil (el acero plastifica antes de agotarse el hormigón) el valor de la resistencia del hormigón influye mucho menos en el momento último, estando éste influido básicamente por la cuantía de armadura de tracción.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

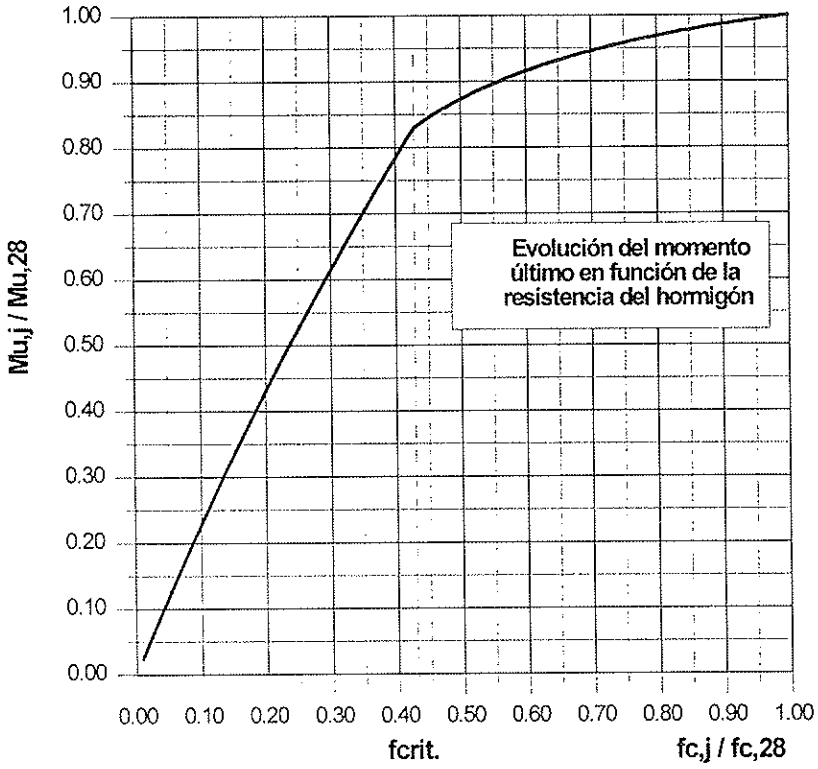


Figura 1. Relación entre el momento flector último y la resistencia a compresión del hormigón.

Existe un valor mínimo de la resistencia del hormigón a partir del cual la rotura deja de ser frágil (rotura crítica). Este valor se puede obtener estableciendo las ecuaciones de equilibrio seccional que, para sección rectangular o asimilable en E.L.U., son:

$$0 = \psi f_{cd}\, bx + A'_s\, \sigma'_s - A_s\, \sigma_s \qquad (2)$$

$$M_d = \psi f_{cd}\, bx(d - \lambda x) + A'_s\, \sigma'_s(d - d') \qquad (3)$$

De la ecuación de equilibrio de fuerzas se tiene:

$$f_{cd} = \frac{A_s \sigma_s - A'_s \sigma'_s}{\psi\, b\, x} \qquad (4)$$

Si la rotura es crítica, $\varepsilon_s = \varepsilon_{cu}$, $\varepsilon'_s = \varepsilon_y$, $\sigma_s = \sigma'_s = f_{yd}$, $\psi = 0{,}688$, y la profundidad x de la fibra neutra es:

$$x = \frac{d}{1 + \dfrac{\varepsilon_y}{\varepsilon_{cu}}} \qquad (5)$$

con lo cual, sustituyendo estos valores en la ecuación (1):

$$f_{cd} = 1{,}453\,(\rho - \rho')\, f_{yd} \left(1 + \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_{cu}}\right) \qquad (6)$$

De cara a establecer un criterio práctico, conviene utilizar los valores usuales por el lado de la seguridad, esto es, $f_{yd} \cong 500/\gamma_s = 435\ MPa$; $f_{cd} = f_{cj}/\gamma_c$ y $\varepsilon_{cu} = 0{,}0035$, aunque para hormigones jóvenes se sabe que es algo superior. Todo ello conduce a la fórmula que se propone a continuación:

$$f_{cj} \geq 1.500\,(\rho - \rho') \qquad (f_{cj}\ en\ MPa) \qquad (7)$$

en donde f_{cj} es la resistencia del hormigón a la edad de carga (j días) y ρ y ρ' son las cuantías geométricas de armadura de tracción y de compresión, respectivamente. En piezas con sección en T, I, $\prod$ o cajón, se tomará para b el ancho de la cabeza comprimida.

La resistencia f_{cj}, obtenida según (7), es la necesaria para garantizar que, prácticamente, la sección alcanza su momento último para el que fue proyectada. Con ello se evita tener que verificar la resistencia a flexión de cada sección crítica frente a los esfuerzos solicitantes en el momento del descimbrado. Esto es, la condición $S_d \leq R_u$ queda automáticamente satisfecha.

4.2. Estado límite último de agotamiento por esfuerzo cortante

La experimentación realizada ha permitido concluir que, en principio, las fórmulas estableci-

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

das en la Instrucción EH-91 para la verificación de este estado límite para hormigones maduros parecen extrapolables al caso de hormigones jóvenes, utilizando la resistencia f_{cj} correspondiente al momento del descimbrado:

$$V_d \leq V_{u1} = 0{,}30\, f_{cd}\, b\, d\, (1 + cotg\, \alpha) \qquad (8)$$

$$V_d \leq V_{u2} = f_{cv}\, b\, d + 0{,}9\, d\, A_{st} f_{td}\, (sen\, \alpha + cos\, \alpha) \qquad (9)$$

Sin perjuicio de que en casos especiales se deban verificar estas ecuaciones en todas las secciones críticas, en el momento del descimbrado, cuando el hormigón es joven (y por tanto f_{cj} es muy reducido), la rotura más preocupante es la debida a las compresiones oblicuas del alma que además es de carácter frágil. Por tanto, conviene establecer, como criterio general, que en el momento del descimbrado la resistencia a compresión del hormigón f_{cj} supere el umbral para el que la rotura deja de ser frágil (Figura 2). En este caso, del mismo modo que en flexión, si al descimbrar las cargas son menores que las previstas en el proyecto, se tiene garantizada la satisfacción del estado límite puesto que, además de cumplirse la condición de rotura cortante-compresión, se satisface, casi con seguridad, la de cortante-tracción ya que V_{su} es constante e independiente de f_c.

Así pues, la ecuación que se debe establecer es:

$$V_{u1} \geq V_{u2} = V_{cu} + V_{su} \qquad (10)$$

y para el caso de cercos o estribos verticales ($\alpha = 90°$):

$$0{,}30\, f_{cd}\, bd \geq f_{cv}\, bd + 0{,}9\, A_{st} df_{td} \qquad (11)$$

Para simplificar, quedando del lado de la seguridad, puede establecerse que $f_{cv} = 0{,}04\, f_{cd}$, con lo que la ecuación anterior queda:

$$f_{cj} \geq 5\, \frac{A_{st} f_{td}}{b} \qquad (12)$$

Expresión aplicable a vigas y losas con armadura transversal.

4.3. Estado límite último de adherencia

La adherencia entre hormigón y acero va aumentando con el paso del tiempo. Para un hormigón maduro, la resistencia adherente media puede relacionarse con la resistencia a compresión del hormigón a través de las expresiones propuestas por la Instrucción EH-91:

$$\tau_{bm} = \frac{\tau_{bu}}{1{,}6} \sqrt[3]{\left(\frac{f_{ck}}{225}\right)^2} \quad \text{para barras corrugadas} \qquad (13)$$

$$\tau_{bm} = \frac{1{,}2}{\gamma_c} \sqrt{f_{ck}} \quad \text{para barras lisas} \qquad (14)$$

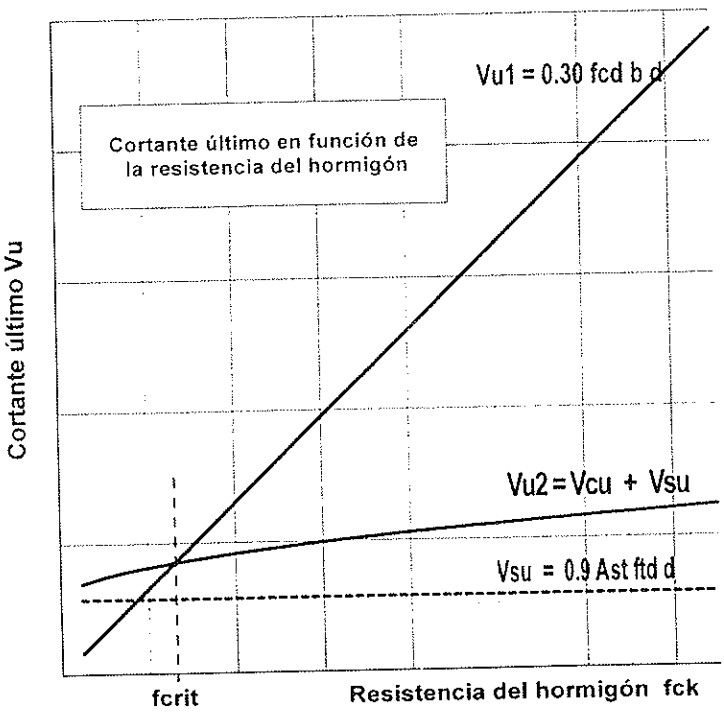


Figura 2. Relación entre el cortante último (V_{u1} y V_{u2}) y la resistencia a compresión del hormigón.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

Para barras de diámetro entre 8 y 32 mm: $\tau_{bu} = 130 - 1{,}9\,\phi$ (con τ_{bu} en Kg/cm² y ϕ en mm).

Fernández Gómez [3], en su investigación experimental, encontró que también a tempranas edades la potencia 2/3 es la más adecuada para relacionar la tensión media de adherencia y la resistencia del hormigón. Por ello se empleará esta expresión, utilizando la resistencia correspondiente a los *j* días.

La tensión de adherencia generada por las cargas puede expresarse así:

$$\tau_b = \frac{V_d}{0{,}9\, n\, d\, \pi\, \phi_l} \qquad (15)$$

donde V_d es el esfuerzo cortante solicitación, d es el canto útil, ϕ_l el diámetro de las armaduras longitudinales y n el número equivalente de ellas supuestas todas de diámetro igual al mayor de los existentes en la sección considerada.

La verificación del estado límite se lleva a cabo a través de la inecuación:

$$\tau_b \leq \tau_{bm} \qquad (16)$$

Para quedar del lado de la seguridad, se ha adoptado el valor mínimo de τ_{bu} que corresponde a $\phi_l = 32$ mm. Por otra parte, se ha identificado el cortante solicitación con el máximo cortante resistido, aunque se supone que a tempranas edades la resistencia virtual a cortante es despreciable, es decir $V_d = V_{su}$. Entonces, la ecuación (16) se transforma en:

$$f_{cj} = K \left(\frac{A_{st} f_{td}}{n\, \pi\, \phi_l} \right)^{\frac{3}{2}} \qquad (17)$$

donde:

K = 0,80 si las unidades utilizadas son *Kp* y cm

K = 0,25 si las unidades utilizadas son *t* y *m*

K = 2,50 si las unidades utilizadas son *N* y *mm*

Esta ecuación proporciona un valor de la resistencia a compresión que garantiza la satisfacción del estado límite de adherencia en el momento del descimbrado y que resulta ser tanto más aproximada cuanto menor es la edad del hormigón.

4.4. Estado límite último de anclaje

La longitud de anclaje de las armaduras se dimensiona con el criterio de que, bajo los esfuerzos de calculo, se produzca antes el agotamiento del acero que la rotura del anclaje. Para el caso de anclajes por prolongación recta, que son los más usuales, la longitud de anclaje necesaria puede determinarse a través de la ecuación:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \frac{f_{yd}}{\tau_{bm}} \qquad (18)$$

donde τ_{bm} es la tensión media de adherencia que se puede desarrollar entre la barra y el hormigón, la cual depende de la resistencia del hormigón, del tipo de barra (lisa o corrugada) y del diámetro de la misma; ϕ es el diámetro de la barra y f_{yd} es la resistencia de cálculo del acero. La tensión media de adherencia se calcula (según la EH-91) a través de las expresiones (14) y (15).

Al descimbrar una pieza a temprana edad, las tensiones de adherencia que pueden desarrollarse son menores que las que se desarrollarían a los 28 días, al serlo también f_{cj}. Sin embargo, si las cargas que actúan en el momento del descimbrado son también menores, es posible que la longitud de anclaje definida en el proyecto sea válida. Llamando G a las cargas que actúan al descimbrar y Q a las cargas posteriores ($G + Q$ = Carga total), la tensión mayorada generada en la armadura de tracción en el momento del descimbrado puede aproximarse por:

$$\sigma_s = f_{yd} \frac{G}{G+Q} \qquad (19)$$

La longitud de anclaje necesaria sería, a los *j* días:

$$l'_b = \frac{\phi}{4} \frac{f_{yd}}{\tau'_{bm}} \frac{G}{G+Q} \qquad \text{(a los } j \text{ días)} \quad (20)$$

Estableciendo la inecuación $l'_b \leq l_b$ entre ambas longitudes (**ecuaciones 18 y 20**) y teniendo en cuenta la ecuación (**13**) se tiene:

$$f_{cj} \geq f_{c,28} \left(\frac{G}{G+Q} \right)^{\frac{3}{2}} \qquad (21)$$

Ecuación que garantiza la satisfacción del E.L.U. de anclaje en el momento del descimbrado para piezas con diámetros inferiores a 32 mm.

4.5. Estados límites de utilización

Normalmente, las estructuras de hormigón armado se dimensionan con el criterio de satisfacer los estados límites últimos, comprobando posteriormente que los estados límites de utilización (E.L.S.) se satisfacen. Por ello, dado que en los E.L.S. la inecuación $S_d \leq R_u$ no se satisface estrictamente, no es posible llegar a criterios objetivos

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

como los alcanzados en los E.L.U. que se han visto. Sin embargo, como planteamiento preliminar se propone la metodología que a continuación se expone.

4.5.1. Estado límite de deformabilidad

De los resultados experimentales se extrajo como conclusión la necesidad de evaluar la deformabilidad con métodos más precisos que los de la EH-91, para el caso de descimbrado a tempranas edades. Ello es debido a que la fluencia y la retracción del hormigón dan lugar a flechas diferidas importantes, siendo necesarios métodos que expliciten el valor del coeficiente de fluencia y la retracción.

La flecha instantánea (a_{ins}) puede expresarse como λ veces la flecha elástica (a_{el}), siendo λ un factor que introduce el efecto de la fisuración, el cual adopta diversas expresiones según se utilice la fórmula de Branson, el método del Eurocódigo EC-2, o la propuesta por otros autores, pero siempre depende, básicamente, de la relación entre el momento flector de fisuración y el de servicio y de la relación entre las rigideces elástica y totalmente fisurada.

La flecha diferida, que es la más preocupante en el caso de un descimbrado a tempranas edades, puede considerarse proporcional a la instantánea. De acuerdo con la propuesta de A. Marí [17], se puede aproximar por:

Flecha debida a fluencia

$$a_{\varphi} = a_{ins} \frac{x}{d} \varphi \frac{1}{1 + 4\, n\, \rho'} \qquad (22)$$

Flecha debida a retracción

$$a_{cs} = \frac{\varepsilon_{cs}}{d} \frac{l^2}{8} \frac{1}{1 + 4\, n\, \rho'} k_b \qquad (23)$$

donde φ es el coeficiente de fluencia, ε_{cs} es la retracción unitaria, n es el coeficiente de equivalencia entre hormigón y acero, x/d es la profundidad relativa de la fibra neutra en servicio, l es la luz de la viga, k_b es una constante dependiente de las vinculaciones de la estructura y ρ' es la cuantía geométrica de armadura de compresión.

Para simplifcar, por una parte conviene agrupar la flecha de retracción y la fluencia y, por otra, para quedar del lado de la seguridad pueden hacerse las siguientes hipótesis:

$x/d \cong 0{,}5$ (normalmente oscila entre 0,25 y 0,40, según la cuantía de armadura)

$\rho' = 0$ (se desprecia el efecto restrictivo de la armadura comprimida)

De esta forma, la flecha debida a cargas permanentes puede expresarse por:

$$a_{tot} = a_{ins}\,(1 + 0{,}5\,\varphi) = \lambda\, a_{el}\,(1 + 0{,}5\,\varphi) \qquad (24)$$

Designando por a_j la flecha a largo plazo generada por las cargas permanentes aplicadas a los j días y por a_{adm} la flecha admisible debida a carga permanente se tiene:

$$a_{28} = K \frac{G l^4}{E_{c,28} I} \lambda_{28}\,(1 + 0{,}50\,\varphi_{28}) < a_{adm} \qquad (25)$$

$$a_j = K \frac{G l^4}{E_{cj} I} \lambda_j\,(1 + 0{,}50\,\varphi_j) = a_{adm} = \frac{a_{adm}}{a_{28}} a_{28} \qquad (26)$$

donde K es un coeficiente adimensional que depende de las condiciones de vinculación de la pieza ($K = 5/384$ para piezas biapoyadas). Sustituyendo en (26) el valor de a_{28} de la expresión (25) se obtiene:

$$E_{cj} = E_{c,28} \frac{\lambda_j}{\lambda_{28}} \frac{1 + 0{,}5\,\varphi_j}{1 + 0{,}5\,\varphi_{28}} \frac{a_{28}}{a_{adm}} \qquad (27)$$

La fórmula anterior puede expresarse así:

$$E_{cj} = E_{c,28} f(j) \frac{a_{28}}{a_{adm}} \qquad (28)$$

donde $f(j)$ es una función dependiente de la edad del hormigón y que se presenta en la curva de la Figura 3 y en la Tabla 3.

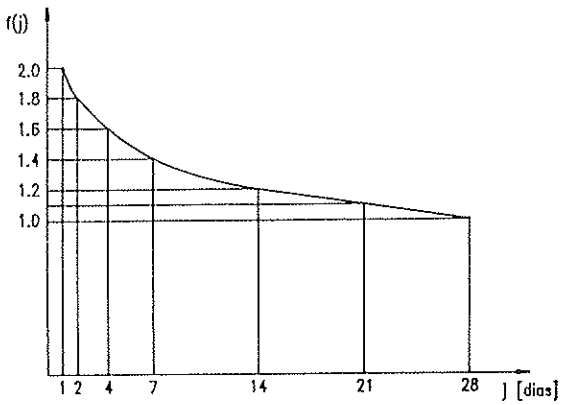


Figura 3. Evolución de la función f(j) en función de la edad de carga.

TABLA 3

Valores de la función f (j)

j [días]	λ_j/λ_{28}	φ_j	$f(j)$
1	1,30	5,0	2,0
2	1,25	4,5	1,8
4	1,20	4,0	1,6
7	1,15	3,5	1,4
14	1,10	3,0	1,2
21	1,05	2,7	1,1
28	1,00	2,5	1,0

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

Esta expresión (28) permite calcular el módulo de deformación necesario a la edad del descimbrado para garantizar que la flecha a largo plazo, debida a la carga permanente, no supere el valor admisible. Como se observa, este criterio no es independiente del valor absoluto de las solicitaciones y requiere el conocimiento de la flecha a_{28} y de la flecha admisible, que para cargas permanentes podría considerarse $\ell/500$.

4.5.2. Estado límite de fisuración

En referencia a este estado límite, dos son los aspectos en que puede afectar un descimbrado temprano: el ancho de fisura en tracción y la microfisuración por compresiones excesivas.

Por una parte, la baja resistencia a tracción de un hormigón joven afecta al momento de fisuración, el cual también es reducido. Por ello, la tensión en la armadura, para un nivel de carga fijo, es mayor cuanto menor es la edad del hormigón y el ancho de fisura aumenta. Sin embargo, establecer un criterio objetivo para este estado límite es complicado, como lo son las expresiones del ancho de fisura.

Por otra parte, debido a la reducida resistencia a compresión del hormigón, las tensiones de compresión deben limitarse ya que, de lo contrario, podrían producir microfisuración longitudinal del hormigón. Las repercusiones de ello pueden ser, desde generar unos niveles de fluencia muy superiores a los esperados, hasta mermar la capacidad resistente del hormigón a largo plazo por haberse producido un daño irreparable en el mismo.

En este trabajo se establece como criterio limitar las tensiones de compresión σ_{cj} a los j días a una fracción de la resistencia del hormigón a dicha edad $\sigma_{cj} = k\, f_{cj}$; $k < 1$ (generalmente k = = 0,4).

Normalmente, las piezas de hormigón armado trabajan fisuradas a flexión bajo las cargas de servicio. En tales secciones, que es donde el hormigón sufre mayores tensiones, la tensión σ_c puede expresarse, para sección rectangular o asimilable (vigas en T o doble T si la fibra neutra cae en la cabeza de compresiones, que suele ser lo más normal) del siguiente modo:

$$\sigma_{cj} = \frac{2\,M_j}{b\,x_j\left(d - \frac{x_j}{3}\right)} \leq k\,f_{cj} \qquad (29)$$

Si se considera el descimbrado cuando el hormigón ha alcanzado la resistencia especificada f_{ck}:

$$\sigma_{ck} = \frac{2\,M_k}{b\,x_k\left(d - \frac{x_k}{3}\right)} \leq k\,f_{ck} \qquad (30)$$

donde:

x_j y x_k son las profundidades de la fibra neutra al descimbrar y cuando el hormigón adquiere la resistencia de proyecto, respectivamente.

M_j y M_k son el momento flector al descimbrar y el momento total.

Dividiendo miembro a miembro y considerando los momentos proporcionales a las cargas se obtiene:

$$f_{cj} \geq f_{ck}\,\frac{G}{G+Q}\,\alpha \qquad (31)$$

El factor α depende de la cuantía de armaduras y del coeficiente de equivalencia $n = E_s / E_c$, el cual varía a lo largo del tiempo. Un simple estudio con secciones rectangulares, variando cuantías desde $\rho = 0{,}2\%$ hasta $\rho = 2\%$, con $n = 8$ y $n = 12$ demuestra que α varía entre 0,84 y 0,89. Por tanto, un valor conservador puede ser $\alpha = 1$, el cual satisface la relación anterior para $j = k$ si todas las cargas aparecen en el momento del descimbrado.

Consecuentemente, puede obtenerse la siguiente expresión de la resistencia a compresión a los j días para evitar la microfisuración longitudinal por compresiones excesivas en el hormigón:

$$f_{cj} = f_{c,28}\,\frac{G}{G+Q} \qquad (32)$$

donde:

G es la carga en el momento de descimbrar y

$G + Q$ es la carga total

Esta relación siempre es más restrictiva que la correspondiente al anclaje dada por la ecuación (21).

5. EJEMPLO DE APLICACION: ESTRUCTURA DEL CINTURON LITORAL DE BARCELONA A SU PASO POR LA VILLA OLIMPICA

El cinturón litoral de Barcelona, construido en la etapa previa a las Olimpíadas de 1992, discurre bajo la Villa Olímpica en una longitud de varios kilómetros. Debido a la limitación de plazos existente, al carácter lineal de la obra y al carácter estratégico de la misma en el conjunto de infraestructuras, se imponía un estudio detallado del plazo de desencofrado, a fin de minimizar la duración total del período de construcción de la obra.

La estructura objeto de este estudio consiste en un cajón bicelular simétrico, de hormigón armado, de 266 m de longitud. Las dimensiones inte-

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

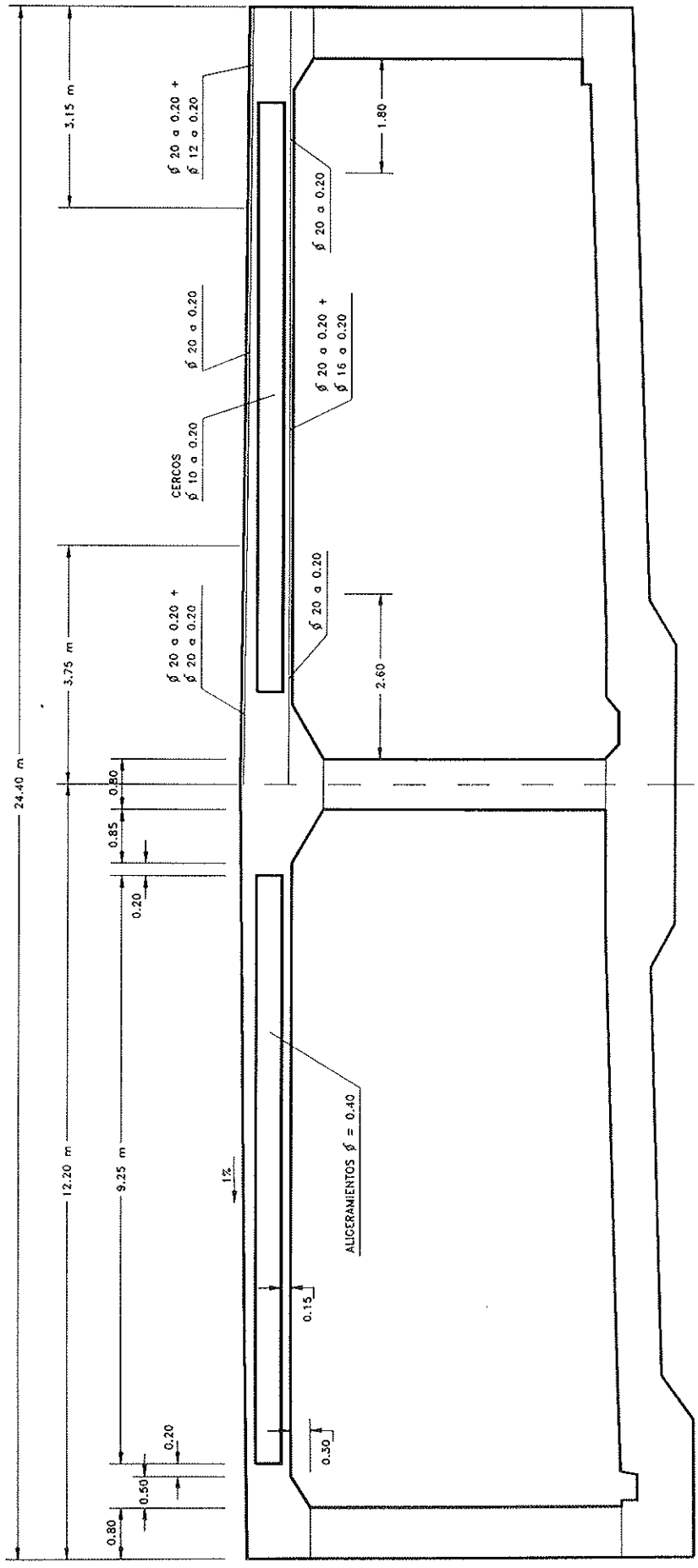


Figura 4. Sección tipo. Geometría y armado de la losa superior.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 4

Características de las secciones estudiadas

Sección	d [m]	b [m]	b_w [m]	ρ [%]	A_{st} [cm²/cm]	nπφ [cm]
Junto a la cartela lateral	0,65	1,00	1,00	0,33	0,144	50,265
Centro de vano	0,65	1,00	0,42	0,40	0,112	56,548
Junto a la cartela central	0,65	1,00	1,00	0,48	0,144	62,830

riores de las células de la sección tipo son de 11,00 m de ancho por 5,30 m de alto. La solera consiste en una losa maciza, de 0,70 m de canto. Los muros laterales son macizos, de 0,80 m de espesor constante, mientras que el muro central está aligerado mediante alveolos curvos separados 5,00 m entre ejes, longitudinalmente. El dintel es una losa de hormigón armado, de 0,70 m de canto, aligerada mediante tubos circulares, de 0,40 m de diámetro, separados 0,70 m entre ejes. La unión de la losa-dintel con los muros laterales y con el muro central se realiza mediante cartelas de 0,50 x 0,30 m y 0,85 x 0,49 m, respectivamente. La Figura 4 muestra la geometría y el armado de la sección tipo.

La resistencia característica de proyecto del hormigón era de 25 *MPa* (H-250) y el acero era AEH-400 N, de límite elástico 400 *MPa*. Se utilizaban barras de alta adherencia, en diámetros de 20, 16 y 12 mm para la armadura longitudinal. La armadura transversal consistía en cercos de 10 mm de diámetro separados 20 cm.

El proceso constructivo previsto era el siguiente: Una vez hormigonada la solera y los hastiales, se procedía a la ejecución de la losa superior. Para ello se dispuso un sistema de mesas móviles (cuatro en cada célula) que soportaban el encofrado, y entre ellas se colocaron tres puntales con husillos, equidistanciados en la luz libre del cajón. Una vez el hormigón alcanzaba las características de resistencia y rigidez suficientes, las mesas se desplazaban longitudinalmente, dejando los puntales sólo en caso de necesidad. Se finalizaba así un ciclo constructivo, procediéndose al hormigonado del siguiente módulo.

El estudio realizado en su momento [18] consistió en determinar las propiedades del hormigón para poder descimbrar sin perjuicio para la seguridad y funcionalidad de la estructura a corto y a largo plazo en las hipótesis de dejar tres, uno o ningún puntal intermedio. En este último caso, las recomendaciones fueron:

- Resistencia a compresión $f_{cj} > 10\ MPa$
- Módulo de deformación $E_{cj} > 20.000\ MPa$
- Resistencia a tracción $f_{ct} > 1\ MPa$

En lo que sigue a continuación, se aplican los criterios desarrollados en este trabajo. Para ello, se estudiarán las tres secciones críticas, esto es, la de centro de luz y las dos de las zonas próximas a los apoyos antes de comenzar las cartelas. Las características de estas secciones para poder realizar los cálculos vienen indicadas en la Tabla 4 adjunta.

Las cargas previstas en proyecto eran, por unidad de longitud del marco, las siguientes:

- Peso propio (peso específico 2,5 t/m³) $g_1 = 1,66$ t/ml
- Altura de tierras (0,5 m, p. esp. 1,8 t/m³) $g_2 = 0,9$ t/ml
- Pavimento (8 cm) $g_3 = 0,192$ t/ml
- Sobrecarga repartida $q = 0,4$ t/ml
- Sobrecarga equivalente al carro de 60 t $q_2 = 2,0$ t/ml

En el momento de descimbrar sólo actuaba el peso propio, con lo que la relación carga permanente/carga total resulta ser de 0,33. La flecha total debida a las cargas permanentes, supuestas actuantes a los 28 días, aplicando las fórmulas propuestas por la Instrucción EH-91 es de 16,25 mm. La flecha admisible para este tipo de cargas se supone L/500 = 26 mm.

Aplicando las expresiones deducidas anteriormente y que se resumen en la Tabla 7, se obtienen los valores mínimos de la resistencia a compresión que garantizan el cumplimiento de los distintos estados límites estudiados, los cuales se detallan en la Tabla 5.

TABLA 5

Resistencia f_{cj} requerida en el momento del descimbrado [MPa]

Criterio	Sección estudiada		
	Junto a la cartela lateral	Centro de vano	Junto a la cartela central
Flexión	4,95	6,0	7,2
Cortante	2,6	4,76	2,6
Adherencia	2,6	1,5	1,87
Anclaje	4,8	4,8	4,8
Fisuración	8,3	8,3	8,3

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

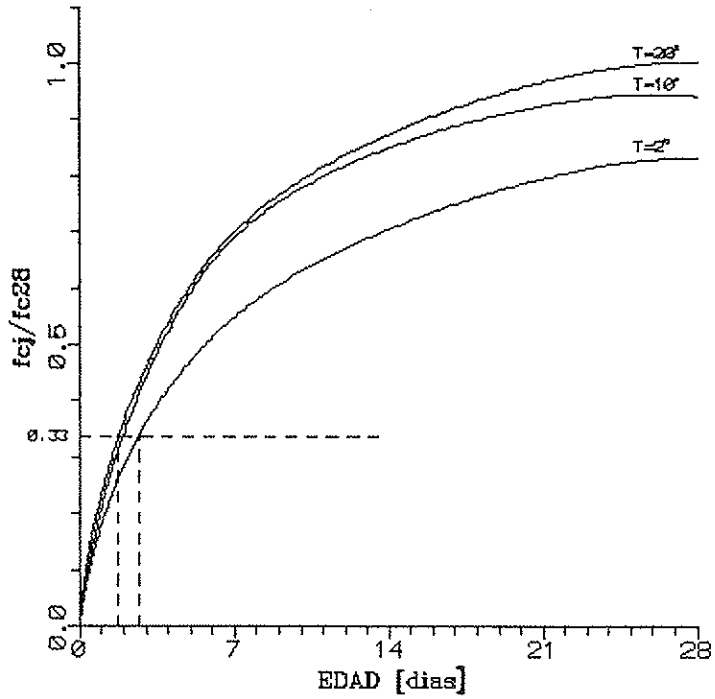


Figura 5. Evolución de la resistencia a compresión. Determinación de la edad mínima de descimbrado.

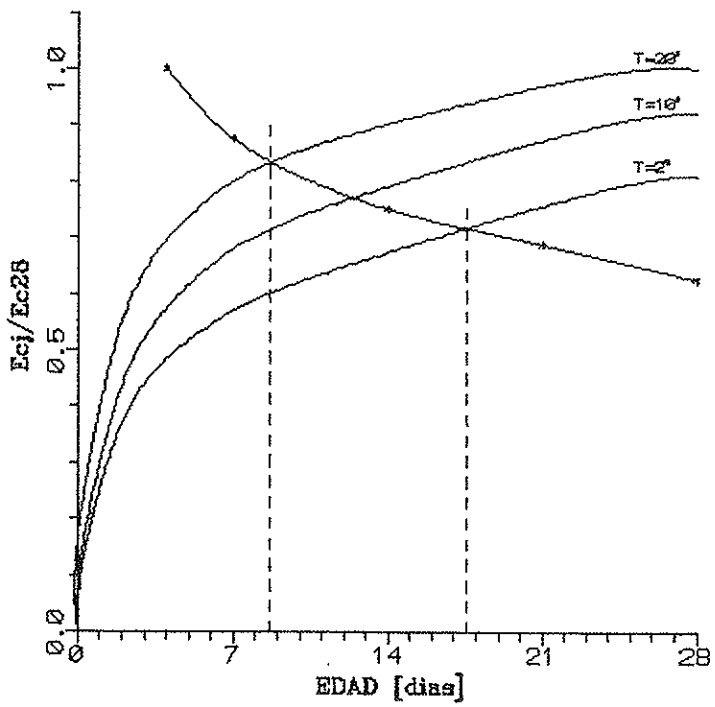


Figura 6. Evolución del módulo de deformación. Determinación de la edad mínima de descimbrado, según el criterio de deformabilidad.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 6

Relación E_c/E_{c28} requerida en el momento del descimbrado

Edad j [días]	1	2	4	7	14	21	28
f (j)	2,0	1,8	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0
E_{cj}/E_{c28}	1,25	1,125	1	0,875	0,75	0,6875	0,625

Se observa que el criterio más restrictivo, en cuanto a resistencia a compresión, es el de fisuración, el cual proporciona una resistencia necesaria de 8,3 *MPa*.

Utilizando las curvas de evolución de la resistencia a compresión del hormigón, propuestas por J. Fernández Gómez [3], para el caso de un hormigón fabricado con cemento P-350 y conservado en ambiente húmedo (la obra estaba situada al lado del mar), esta resistencia se alcanzaría entre los 2 y 3 días después del hormigonado, dependiendo de la temperatura ambiente, según se muestra en la Figura 5.

Por razones de deformabilidad, la relación entre el módulo de deformación del hormigón requerido y el de los 28 días depende de la edad del hormigón, puesto que de ella también depende la función f(j). En la Tabla 6 se presentan los resultados obtenidos de aplicar el criterio de deformabilidad. Se observa que, para edades inferiores a 4 días, el módulo necesario es superior al correspondiente a los 28 días, lo cual resulta imposible.

Utilizando las curvas de evolución del módulo de deformación del hormigón, también propuestas por el mismo autor [3], y superponiendo la curva generada con los valores obtenidos mediante la aplicación del criterio de deformabilidad (véase Figura 6), se deduce que la edad mínima de descimbrado varía entre 9 y 18 días, dependiendo de la temperatura ambiente.

En concreto, suponiendo T = 20°C, se satisfacen todas las condiciones impuestas para una edad de descimbrado de 9 días, siendo las características exigibles al hormigón: $f_{cj} > 8{,}3$ *MPa* y $E_{cj} > 19.000$ *MPa*.

6. CONCLUSIONES

1. Se ha presentado una metodología orientada a determinar la resistencia del hormigón necesaria para garantizar, suponiendo que la estructura esté correctamente dimensionada para resistir las cargas previstas en el proyecto, la satisfacción de los estados límites últimos y de utilización tanto en el momento del descimbrado como en servicio.

TABLA 7

Criterios propuestos para establecer plazos de descimbrado

Estado límite	Condición a cumplir
Flexión (f_{cj} en *MPa*)	$f_{cj} \geq 1500\ (\rho - \rho')$
Cortante	$f_{cj} \geq 5 \dfrac{A_{st} f_{td}}{b}$
Adherencia	$f_{cj} \geq K \left(\dfrac{A_{st} f_{td}}{n \pi \phi_l} \right)^{\frac{3}{2}}$
Anclaje	$f_{cj} \geq f_{c,28} \left(\dfrac{G}{G+Q} \right)^{\frac{3}{2}}$
Deformabilidad	$E_{cj} \geq E_{c,28} f(j) \dfrac{a_{28}}{a_{adm}}$
Fisuración	$f_{cj} \geq f_{c,28} \dfrac{G}{G+Q}$

2. Las fórmulas propuestas, derivadas de la satisfacción de los estados límites de flexión, cortante, adherencia, anclaje, fisuración y deformabilidad, pueden resumirse en la Tabla 7. En ellas se observa que intervienen parámetros relativos a la geometría, armado y nivel de cargas en construcción. La resistencia obtenida mediante la aplicación de las fórmulas correspondientes a los estados límites de flexión y cortante, evita la rotura frágil por aplastamiento del hormigón.

3. A partir de las expresiones anteriores, y adoptando unas curvas de evolución de las

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

propiedades del hormigón, que tengan en cuenta el tipo de cemento y las condiciones de curado, es posible estimar, previamente a la construcción de la obra, unos plazos de descimbrado que no perjudiquen a la seguridad, funcionalidad y durabilidad de la estructura.

4. La metodología planteada se ha aplicado a un tramo del cinturón litoral construido en Barcelona antes de los Juegos Olímpicos de 1992, habiéndose obtenido resultados razonables y muy similares a los encontrados en su día en un estudio específico realizado para determinar el instante del descimbrado. La estructura se construyó sin dificultades especiales, disminuyendo el plazo de ejecución respecto del previsto y no habiéndose detectado, hasta la fecha, patologías derivadas del proceso constructivo.

AGRADECIMIENTOS:

El presente artículo plasma parte de los trabajos llevados a cabo en el proyecto de investigación PB89-0506 financiado por la Dirección General de Investigación Científica y Técnica del M.E.C. Los autores desean agradecer, además, la colaboración de Dragados por el apoyo técnico y económico que nos prestó en la construcción de los ensayos y a la empresa INTECA, S.A. que colaboró en el control de calidad.

7. REFERENCIAS

[1] **Kaminetzky D., Stivaros P. C., 1994**, "Early-Age Concrete: Construction Loads, Behavior, and Failures", Concrete International, Vol. 16, nº 1, January 1994, pp. 58-63.

[2] **EH-91**, "Instrucción para el Proyecto y la Ejecución de Obras de Hormigón en Masa y Armado", Ministerio de Obras Públicas y Transportes, Madrid, 1991.

[3] **Fernández Gómez J. A., 1986**, "Estudio experimental de la evolución de las características mecánicas del hormigón curado en diversas condiciones y su aplicación al cálculo de los procesos de descimbrado", Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid.

[4] **EC-2, 1991**, "Proyecto de estructuras de hormigón. Eurocódigo nº 2: Parte 1. Reglas generales y reglas para edificación". Versión en castellano. CEDEX. Madrid.

[5] **CEB-FIP 1990**, "CEB-FIP Model Code 1990", Bulletin d'Information nº 213/214, Comite Euro-International du Béton, 1993.

[6] **ACI 318-89** "Building Code Requirements for Reinforced Concrete", American Concrete Institute, Detroit, 1989.

[7] **ACI Committee 347** "Guide to Formwork for Concrete", ACI Structural Journal, Vol. 85, nº 5, Sep-Oct. 1988, pp. 530-563.

[8] **RILEM, 1981**. "Properties of set concrete at early ages. State-of-the-art-report", Materials and Structures, Vol. 14, nº 84.

[9] **Byfors J., 1980**, "Plain concrete at early ages" Swedish Cement and Concrete Research Institute, Fo. 3, nº 80, 345 p.

[10] **Chapman R. A., Shah S. P., 1986**, "Early bond Strength in Reinforced Concrete", ACI Materials Journal, Title nº 84-M44, pp. 501-510.

[11] **Clark C. R., Johnston D. W., 1983**, "Early Loading Effects on Bond Strength", ACI Journal, Title nº 80-49, pp. 532-539.

[12] **Shah, S. P., Miller R. A., Virding T. E., 1986**, "Early-Age Shear Strength of Reinforced Concrete Beams", Properties of Concrete at Early Ages, ACI SP-95, ed. J. F. Young. ACI, Detroit, pp. 71-82.

[13] **Wilson R., 1982,** "Short term behaviour of reinforced concrete loaded at early ages", RILEM International Conference of Concrete at Early Ages, École National des Ponts et Chaussées, París, Vol. 1, pp. 273-278.

[14] **Yamamoto T., 1982**, "Long term deflections of reinforced concrete slabs subjected to overloading at an early age", RILEM International Conference on Concrete at Early Ages, Ecole National des Ponts et Chaussées, París, Vol. 1, pp. 103-108.

[15] **Serrà I., Marí A. R., López Almansa F., 1993**, "Estudio experimental del comportamiento de vigas de hormigón armado descimbradas a tempranas edades", Hormigón y Acero nº 189, pp. 93-105, (4º Trimestre).

[16] **Serrà I., 1994,** "Estudio experimental del comportamiento de vigas de hormigón armado descimbradas a tempranas edades", Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.

[17] **Marí A. R., 1995,** "Simplified Method for the Calculation of Deflections in Reinforced Concrete Beams and one Way Slabs". Enviado al Canadian Journal of Civil Engineering.

[18] **Marí A. R., 1988,** "Estudio de las características mecánicas del hormigón de la losa superior de un cajón, en el Cinturón Litoral de Barcelona, exigibles en función del proceso de descimbrado", Estudio realizado para OCISA, Julio 1988.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

RESUMEN

La reducción de los plazos de descimbrado en una obra de hormigón armado puede tener importantes repercusiones económicas, tanto para el constructor como para la propiedad. Sin embargo, en la práctica constructiva no suelen utilizarse criterios objetivos para establecer el momento del descimbrado. En el presente trabajo se propone una metodología para el establecimiento de plazos de descimbrado en elementos de hormigón armado solicitados a flexión, orientada a garantizar la satisfacción de los estados límites últimos y de servicio, tanto durante la construcción como a lo largo de la vida útil de la estructura. Se proponen unas fórmulas muy simples que proporcionan valores mínimos de las propiedades mecánicas del hormigón que deben ser alcanzadas en el instante del descimbrado, en función de los parámetros geométricos, de la relación entre el nivel de cargas al descimbrar y el de cargas totales de proyecto, de las cuantías de armaduras longitudinales y transversales y de los valores característicos de las propiedades mecánicas de los materiales. Así, mediante la realización de ensayos de información durante la construcción es posible determinar in situ el momento del descimbrado. También es posible, conociendo las curvas de evolución de las propiedades del hormigón en función del tipo de cemento y de las condiciones de curado, establecer a priori plazos de descimbrado. El método se ha utilizado en varios casos reales construidos en Barcelona en la fase pre-olímpica que requerían una gran velocidad de construcción, habiendo mostrado resultados muy satisfactorios, como se muestra en uno de los casos que se documenta a través de un ejemplo.

SUMMARY

Reduction of the minimum period before striking of a reinforced concrete structure can lead to important economical consequences both for the contractor and for the owner. However, objective criteria to determine the time when shores can be removed are not always used in practice. In the present paper a methodology to determine the minimum period before striking in reinforced concrete flexural members is presented. The method is based on the satisfaction of the serviciability and the ultimate limit states both during the construction and throughout the structure service life. A set of simple formulae are provided to determine the minimum values of certain mechanical properties of concrete which must be reached before striking, as a function of the structure dimensions, dead load ratio, amount of longitudinal and transverse reinforcements and design values of the concrete and steel strengths. The practical interest of the method is shown by means of an example consisting of a structure constructed in Barcelona before the 1992 Olympic Games, where a high velocity of construction was required. The application of the proposed method allowed to reduce the duration of the construction with respect to the one initially foreseen. The results show that for this particular case, the deformability condition was the limit state controlling the period before striking.

* * *

TECNOLOGIA DE LA CONSTRUCCION

EL INSTITUT DE TECNOLOGIA DE LA CONSTRUCCIO DE CATALUNYA (ITEC) ha publicado el segundo fascículo de la colección "Papeles de la Construcción", en el que se describen varias tecnologías presentadas por la empresa japonesa Taisei Corporation en el transcurso de la Jornada celebrada en "Construmat-93".

Estar al acecho de lo que hacen otros países en una determinada rama de la industria, tendría que ser una constante. Las industrias de la construcción habitualmente se excusan con el argumento de que ellas siguen una dinámica propia en cada país. Es cierto que la construcción tradicional, como el idioma, se ha ido adaptando a la manera de ser de los diferentes países y acaba siendo un elemento casi tan diferenciador como aquél; pero hoy en día hay dinámicas considerables que impulsan hacia la homogeneidad y la estandardización en la industria de los materiales. La intervención de arquitectos y de constructores en concursos internacionales y, sobre todo, las limitaciones que impone un espacio económico que hoy se extiende por todo el planeta, hacen que la tendencia a uniformizar los sistemas de construir sea incuestionable.

Este fascículo es una "mirada" hacia el Japón y a sus técnicas de construir. Una ojeada hacia un sistema constructivo que considera aspectos de industrialización, de monolitismo, (a causa de los sismos) y de robótica, muy por encima de lo que habitualmente hacemos nosotros. Sin embargo, se debe constatar que no hay nada que no hubiésemos podido desarrollar nosotros en nuestro marco tecnológico. Sólo ha faltado, para estar al mismo nivel, invertir un poco más de cero en investigación sobre métodos constructivos.

Los interesados en obtener esta publicación, deberán dirigirse a:

INSTITUT DE TECNOLOGIA DE LA CONSTRUCCIO DE CATALUNYA
Wellington, 19
08018 Barcelona
Tel.: (93) 309 34 04
Fax: (93) 300 48 52

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

CENTROS EUROPEOS DE INFORMACION EMPRESARIAL. Euroventanillas

ESTE SIMBOLO LE VA A AYUDAR A ENTRAR EN EUROPA

El Mercado Unico Europeo será una realidad en 1993, abriéndose a los empresarios españoles la oportunidad de un mercado de 320 millones de consumidores.

Para ayudar a los empresarios a abordar profesionalmente este mercado la C.E.E. ha desarrollado un "Programa de Acción para las Pequeñas y Medianas Empresas", una de cuyas primeras actuaciones fue la creación y puesta en marcha de las **EUROVENTANILLAS.**

Estas **EUROVENTANILLAS,** distribuidas por toda la geografía nacional, le van a ayudar desinteresadamente a:

— CONOCER las actividades, programas y legislación de la C.E.

- Política comercial.
- Contratación pública.
- Normativa y reglamentación comunitaria.
- Programas de investigación y desarrollo.
- Ayudas y préstamos de la C.E.

— BENEFICIARSE de una orientación apropiada sobre:

1. Cómo cooperar con otras empresas europeas.
2. Cómo encontrar a un distribuidor para sus productos.
3. Cómo presentar la candidatura de la empresa a un programa comunitario.

— TRASLADAR a la Comisión propuestas y sugerencias de su Empresa.

EUROVENTANILLAS EN ESPAÑA:

ANDALUCIA

CONFEDERACION EMPRESARIAL
DE ANDALUCIA (CEA)
Avda. San Francisco Javier, 9
Edificio Sevilla 2, 9° planta. 41018-SEVILLA
Telf. (95) 465 05 55 Fax (95) 464 12 42.

PROYECTO EUROPA, S.A.
Plaza de la Constitución, 9
29008-MALAGA
Tel. (952) 22 09 59 Fax (952) 22 09 36

ARAGON

CONFEDERACION REGIONAL
DE EMPRESARIOS DE ARAGON (CREA)
Plaza Roma. Urbanización Parque de Roma, F-1 1° planta
50010-ZARAGOZA.
Tels. (976) 32 58 99/32 00 00
Fax: (976) 32 29 56

ASTURIAS

INSTITUTO DE FOMENTO REGIONAL
DEL PRINCIPADO DE ASTURIAS (IFR)
Parque Tecnológico de Asturias. 33420 LLANERA (ASTURIAS)
Tel. (98) 526 00 68 Fax: (98) 526 44 55

ANTENA OVIEDO (FEDERACION ASTURIANA
DE EMPRESARIOS)
Dr. Alfredo Martínez, 6 2° 33005-OVIEDO
Tel. (98) 523 21 05. Fax. (98) 524 41 76

CANARIAS

CONSEJERIA DE ECONOMIA Y HACIENDA
D. G. Política Financiera y Promoción Económica.
Tomás Miller, 38 35007-LAS PALMAS DE GRAN CANARIA
Tels. (928) 22 35 50
Fax: (928) 22 23 47

CASTILLA-LA MANCHA

CAMARA OFICIAL DE COMERCIO E INDUSTRIA
DE TOLEDO
Plaza de San Vicente, 3 45001-TOLEDO
Tels. (925) 21 44 50/21 44 54.
Fax: (925) 21 47 27/21 39 00
Telex: 42844 CCTO E

CONFEDERACION DE EMPRESARIOS
DE CASTILLA-LA MANCHA
Rosario, 29 3° planta. 02001-ALBACETE
Tels. (967) 21 73 61/00/01
Fax (967) 24 02 02.

CASTILLA-LEON

SODICAL-CECALE
Claudio Moyano, 4 1° 47001 VALLADOLID
Tel. (983) 35 40 33. Fax: (983) 35 47 38.

CATALUÑA

CENTRE D'INFORMACIO I DESENVOLUPAMENT EMPRESARIAL (CIDEM)
Avda. Diagonal, 403/1r. 08008-BARCELONA.
Tel. (93) 416 08 30. Fax (93) 416 08 18

CENTRO EUROPEO DE INFORMACION BANCO EXTERIOR DE ESPAÑA
Manila, 56-58 08034-BARCELONA.
Tel (93) 204 13 66 Fax (93) 205 73 35

CAMBRA OFICIAL DE COMERC, INDUSTRIA
I NAVEGACIO DE BARCELONA
Avda. Diagonal, 452 08006-BARCELONA
Tel. (93) 415 16 00 Fax. (93) 416 07 35

EXTREMADURA

SOCIEDAD PARA EL DESARROLLO INDUSTRIAL
DE EXTREMADURA (SODIEX)
Doctor Marañón, 2 10002-CACERES
Tel. (927) 22 48 78 Fax (927) 24 33 04

GALICIA

CONFEDERACION DE EMPRESARIOS
DE GALICIA (CEG)
Romero Donallo, 7-A, entresuelo
15706-SANTIAGO DE COMPOSTELA
Tels. (981) 59 76 50/54
Fax (981) 56 57 88.

ISLAS BALEARES

CONSORCI CENTRE DE DOCUMENTACIO EUROPEA DE LES ILLES BALEARS
Patronato Obrero, 30
07006-PALMA DE MALLORCA
Tel. (971) 46 10 02 Fax (971) 46 30 70

MADRID

ICEX-IMPI
P° de la Castellana, 141 2° planta
28046-MADRID
Tels. (91) 571 54 04/571 46 40
Fax (91) 571 59 12

CONFEDERACION ESPAÑOLA
DE ORGANIZACIONES EMPRESARIALES (CEOE)
Diego de León, 50 28006-MADRID
Tel (91) 563 96 41 Fax (91) 564 01 35

INSTITUTO MADRILEÑO DE DESARROLLO (IMADE)
Mariano Ben, 18 15 28902-GETAFE
Tel. (91) 696 11 11 Fax (91) 695 61 74 / 319 42 90

CAMARA OFICIAL DE COMERCIO E INDUSTRIA DE MADRID
Pza. de la Independencia, 1 28001-MADRID
Tel. (91) 538 36 10 Fax (91) 538 36 43

MURCIA

INSTITUTO DE FOMENTO DE LA REGION
DE MURCIA - CROEM
Pza. San Agustín, 5-6 30005-MURCIA
Tel.. (968) 28 08 18. Fax: (968) 29 32 45

NAVARRA

ASOCIACION DE LA INDUSTRIA NAVARRA (AIN)
P.O Box 439 31191-CORDOVILLA (Pamplona)
Tel. (948) 10 11 01 Fax. (948) 10 11 00

PAIS VASCO

CAMARA OFICIAL DE COMERCIO, INDUSTRIA Y NAVEGACION DE BILBAO
Alameda de Recalde, 50 48008-BILBAO
Tel. (94) 444 40 54 Fax (94) 443 61 71

FUNDACION EUROVENTANILLA DEL PAIS VASCO
Tomás Gros, 3 bajo. 20001-SAN SEBASTIAN.
Tel. (943) 27 22 88 Fax (943) 27 16 57

LA RIOJA

FEDERACION DE EMPRESARIOS DE LA RIOJA (FER)
Hermanos Moroy, 8 4° planta
26001-LOGROÑO
Tel (941) 25 70 22 Fax (941) 20 25 37

COMUNIDAD VALENCIANA

CAMARA OFICIAL DE COMERCIO, INDUSTRIA Y NAVEGACION DE VALENCIA
Poeta Querol, 15 46002-VALENCIA
Tel (96) 351 13 03
Fax (96) 351 63 49/351 35 58

GRUPO BANCO POPULAR ESPAÑOL
Rambla de Méndez Núñez, 12
03002-ALICANTE
Tels (96) 521 62 91/521 16 86
Fax (96) 520 19 54.

Para cualquier información sobre la Red de Euroventanillas dirigirse a:

IMPI
INSTITUTO DE LA PEQUEÑA Y MEDIANA EMPRESA INDUSTRIAL
MINISTERIO DE INDUSTRIA, COMERCIO Y TURISMO

P° de la Castellana, 141, planta 2.° - 28071 MADRID
Teléfono: 900 - 19 00 92
Fax: (91) 582 93 99

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

457-0-219

Redistribución de tensiones en secciones transversales ejecutadas por fases sucesivas

Celso Iglesias
Ingeniero de Caminos
M. S. (E.N.P.C.)
CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.L.

1.PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Cuando la sección transversal de un puente se construye en 2 fases, haciendo solidaria la segunda de la primera, se desarrolla de forma progresiva, en la sección transversal, un estado de autotensión. Lo anterior se debe a que cada una de las partes, considerada individualmente, quiere llevar a cabo las deformaciones diferidas que le corresponderían en el caso de encontrarse aislada del resto de la sección; deformaciones por retracción y por fluencia, que no tienen, en principio, por qué ser compatibles entre sí.

Dado que ambas partes son solidarias, las fibras que están en contacto desarrollan idéntica deformación longitudinal y curvatura. El estado de autotensión que se desarrolla en cada parte, corresponde a la diferencia entre esta deformación de conjunto que toma la sección total y la deformación propia o ficticia que tendría cada parte considerada aisladamente. Se trata de un estado de autotensión, ya que el conjunto de tensiones desarrollado en la sección transversal, para conseguir la compatibilidad, ha de equilibrar un sistema nulo de fuerzas exteriores. Lo anterior se denomina hiperestatismo a nivel transversal.

Además de un hiperestatismo a nivel transversal, si la estructura es hiperestática, las deformaciones diferidas de la sección total (ω, ε) no tienen por qué ser, en general, compatibles con los vínculos externos, por lo que aparecen reacciones hiperestáticas que modifican las tensiones en cada sección y, por tanto, la fluencia diferencial que se produce a nivel transversal. Por tanto, el hiperestatismo a nivel estructura modifica los estados de autotensión que genera el hiperestatismo a nivel transversal.

2. OBJETIVOS DEL PRESENTE TRABAJO

La solución a este problema se conoce, desde un punto de vista conceptual y desde diversos planteamientos numéricos, desde hace más de 25 años. En general, la mayor dificultad estriba en lo tediosos que resultan los cálculos al tener que utilizar una función de fluencia de tipo general, en un método incremental paso-a-paso en el tiempo; cálculos que sólo son abordables utilizando el ordenador.

El objetivo de este trabajo es recordar conceptualmente cuál es el problema que hay que resolver en un cálculo de este tipo, y obtener una serie de expresiones de tipo práctico que permitan a un proyectista de estructuras estimar, con una precisión aceptable, a nivel de anteproyecto e incluso de proyecto de ejecución, el orden de magnitud de los estados de autotensión generados al construir secciones transversales de puentes en varias fases.

Los materiales constituyentes pueden ser cualesquiera de los cuatro que habitualmente aparecen en la construcción de puentes, es decir, hormigones de diferentes edades, acero pasivo, acero activo y acero estructural.

Las tipologías transversales pueden ser todas las clásicas de la tecnología actual de construcción de puentes, que resultan de la combinación de los cuatro materiales anteriormente citados, es decir, secciones transversales hormigonadas por fases, secciones transversales armadas o pretensadas y secciones mixtas armadas o pretensadas.

3. EQUILIBRIO DE AUTOTENSION

La hipótesis básica que permite escribir el equilibrio de autotensión es la Ley de Navier, que establece la conservación de las secciones planas después de la deformación. Dada una sección transversal hormigonada en n partes, cada parte quiere realizar una deformación ε_i; y como se ve obligada a seguir la deformación total de la sección ε, las tensiones que se desarrollan en un intervalo de tiempo $(t, t + \Delta t)$ son las siguientes:

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

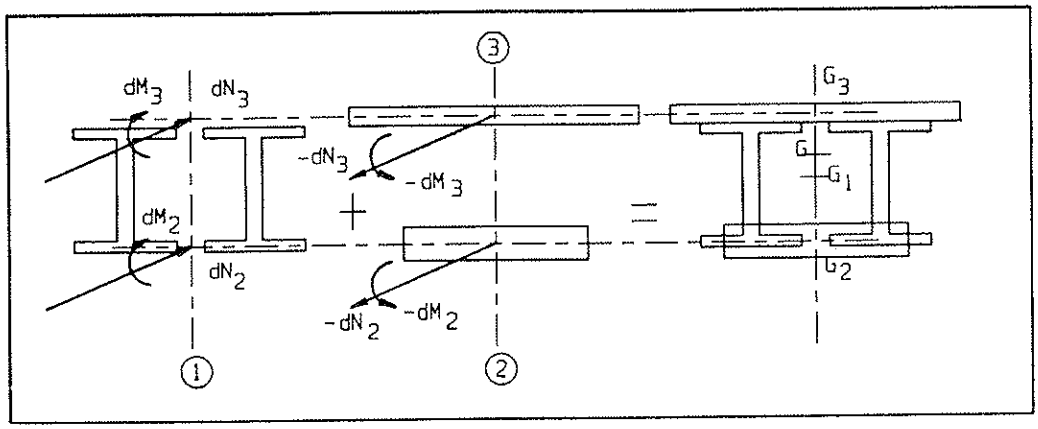


Fig. 1. Sección transversal hormigonada en n partes.

$$\Delta \sigma_i = E_i \, [\varepsilon - \varepsilon_i + y \, (\omega - \omega_i) \,] \qquad (1)$$

De acuerdo con la Ley de Navier, la deformación de la capa i se describe con una ley lineal del tipo:

$$\delta_i = \varepsilon_i + y_i \, \omega_i \qquad (2)$$

Si se aplica un axil y un flector (N_i, M_i) en el centro de gravedad de la parte i, la tensión será:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i} + \frac{M_i}{I_i} \, y_i \qquad (3)$$

Suponiendo que la capa 1, con centro de gravedad en G_1, es la que se hormigona en primera fase, las demás capas, con centro de gravedad en G_i, se sitúan geométricamente respecto a la primera, dando las distancias $\overline{G_1 G_2}=a_2$, $\overline{G_1 G_3}=a_3$, $\overline{G_1 G_i}=a_i$ ... Las n–1 capas hormigonadas en fases posteriores se ven sometidas, en sus centros de gravedad respectivos, a los esfuerzos siguientes:

$$\begin{aligned} &PARTE\ 2\ EN\ G_2: && (-\Delta N_2, -\Delta M_2) \\ &PARTE\ 3\ EN\ G_3: && (-\Delta N_3, -\Delta M_3) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots && \\ &PARTE\ i\ EN\ G_i: && (-\Delta N_i, -\Delta M_i) \end{aligned} \qquad (4)$$

Puesto que estos incrementos de carga han de equilibrar un sistema de fuerzas exteriores nulo, la parte 1 se verá sometida a los siguientes esfuerzos:

$$\begin{aligned} &EN\ G_2: && (\Delta N_2, \Delta M_2) \\ &EN\ G_3: && (\Delta N_3, \Delta M_3) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots && \\ &EN\ G_i: && (\Delta N_i, \Delta M_i) \end{aligned} \qquad (5)$$

En el sistema de referencia (G_1, y), con el conjunto de esfuerzos anteriores, se obtiene la distribución de tensiones siguientes:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_1 &= \frac{\sum_{i=2}^{N} \Delta N_i}{A_1} + \frac{\sum_{i=2}^{N} \Delta M_i + \sum_{i=2}^{N} a_i \Delta N_i}{I_1} y \\ \Delta \sigma_2 &= -\frac{\Delta N_2}{A_2} - \frac{\Delta M_2}{I_2} (y - a_2) \\ \Delta \sigma_3 &= -\frac{\Delta N_3}{A_3} - \frac{\Delta M_3}{I_3} (y - a_3) \end{aligned} \qquad (6)$$

.....

$$\Delta \sigma_i = -\frac{\Delta N_i}{A_i} - \frac{\Delta M_i}{I_i} (y - a_i)$$

El equilibrio de autotensión se expresa igualando las ecuaciones anteriores al valor de la autotensión que generan las deformaciones impedidas, a cada una de las N capas, por el hecho de colaborar conjuntamente en la sección transversal:

$$\frac{\sum_{i=2}^{N} \Delta N_i}{A_1} + \frac{\sum_{i=2}^{N} \Delta M_i + \sum_{i=2}^{N} a_i \Delta N_i}{I_1} \, y = E_1 \, [\varepsilon - \varepsilon_1 + (\omega - \omega_1) \, y \,]$$

$$\begin{aligned} -\frac{\Delta N_2}{A_2} - \frac{\Delta M_2}{I_2} (y - a_2) &= E_2 \, [\varepsilon - \varepsilon_2 + (\omega - \omega_2) \, y \,] \\ -\frac{\Delta N_3}{A_3} - \frac{\Delta M_3}{I_3} (y - a_3) &= E_3 \, [\, \varepsilon - \varepsilon_3 + \omega - \omega_3) \, y \,] \end{aligned} \qquad (7)$$

.....

$$-\frac{\Delta N_i}{A_i} - \frac{\Delta M_i}{I_i} (y - a_i) = E_i \, [\, \varepsilon - \varepsilon_i + (\omega - \omega_i) \, y \,]$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

Identificando los términos constantes y los términos que afectan a la variable y en la segunda de las ecuaciones de (7), se obtiene:

$$\begin{aligned} -\frac{\Delta N_2}{A_2} + \frac{\Delta M_2}{I_2}\, a_2 &= E_2\,(\varepsilon - \varepsilon_2) \\ -\frac{\Delta M_2}{I_2}\, y &= E_2\,(\omega - \omega_2)\, y \end{aligned} \qquad (8)$$

De la segunda ecuación de (8), se obtiene ΔM_2:

$$\Delta M_2 = -E_2 I_2\,(\omega - \omega_2) \qquad (9)$$

Con lo que se obtiene también el valor de ΔN_2:

$$\begin{aligned} -\frac{\Delta N_2}{A_2} - E_2 a_2\,(\omega - \omega_2) &= E_2\,(\varepsilon - \varepsilon_2) \\ \Delta N_2 = A_2 E_2 a_2\,(\omega - \omega_2) - A_2 E_2\,(\varepsilon - \varepsilon_2) \end{aligned} \qquad (10)$$

Si se procede de la misma manera en las siguientes N-2 ecuaciones de (7) y se resumen los resultados, se obtiene:

$$\begin{aligned} \Delta M_2 &= -E_2 a_2\,(\omega - \omega_2) \\ \Delta N_2 &= A_2 E_2 a_2\,(\omega - \omega_2) - A_2 E_2\,(\varepsilon - \varepsilon_2) \\ \Delta M_3 &= -E_3 a_3\,(\omega - \omega_3) \\ \Delta N_3 &= A_3 E_3 a_3\,(\omega - \omega_3) - A_3 E_3\,(\varepsilon - \varepsilon_3) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \Delta M_i &= -E_i I_i\,(\omega - \omega_3) \\ \Delta N_i &= A_i E_i a_i\,(\omega - \omega_i) - A_i E_i\,(\varepsilon - \varepsilon_i) \end{aligned} \qquad (11)$$

Sustituyendo los valores anteriores en la primera ecuación de (7), se obtiene, tras simplificar adecuadamente, un sistema de 2 ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{aligned} A_{11}\,\varepsilon + A_{12}\,\omega &= C_{11} \\ A_{21}\,\varepsilon + A_{22}\,\omega &= C_{21} \end{aligned} \qquad (12)$$

Este sistema de ecuaciones con incógnitas (ε, ω), es decir, deformación longitudinal y curvatura de la sección transversal total, tiene como solución:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{C_{11} A_{22} - A_{12} C_{21}}{A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21}} \\ \omega &= \frac{A_{11} C_{21} - A_{21} C_{11}}{A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21}} \end{aligned} \qquad (13)$$

El valor de cada uno de los coeficientes A_{ij} es el siguiente:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{1}{A_1} \sum_{i=1}^{N} A_i E_i \\ A_{12} &= \frac{1}{A_1} \sum_{i=1}^{N} A_i E_i a_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{1}{A_1} \left[\sum_{i=1}^{N} A_i E_i \varepsilon_i + \sum_{i=1}^{N} A_i E_i a_i \omega_i \right] \\ A_{21} &= \frac{1}{I_1} \sum_{i=1}^{N} A_i E_i a_i \\ A_{22} &= \frac{1}{I_1} \sum_{i=1}^{N} (A_i a_i^2 + I_i)\, E_i \end{aligned} \qquad (14)$$

$$C_{21} = \frac{1}{I_1} \left[\sum_{i=1}^{N} A_i E_i a_i \varepsilon_i + \sum_{i=1}^{N} (A_i a_i^2 + I_i)\, E_i \omega_i \right]$$

Conociendo la deformación longitudinal y la curvatura (ε_i, ω_i), que desarrollaría cada capa i que integra la sección transversal considerada por separado, se puede deducir el valor de la deformación longitudinal y la curvatura total (ε, ω) de la sección transversal formada por todas las capas i. A partir de ahí se pueden deducir los valores de las autotensiones $\Delta\sigma_i$ en la parte i, correspondientes al intervalo temporal (t, $t + \Delta t$), mediante la ecuación (1). En las ecuaciones anteriores E_i es el módulo instantáneo de la parte i en el instante t, por lo que los coeficientes A_{ij} dependen del tiempo, cuado el Módulo de Elasticidad es variable. Si se consideran materiales sin envejecimiento, entonces E_i es constante y no importa la edad de cada parte en el momento de la puesta en carga, pudiendo obtener directamente lo que sucede a tiempo infinito sustituyendo el Módulo Instantáneo por un Módulo Diferido.

4. MODELO CEB-1970

4.1. Fluencia

La deformación total por unidad de tensión constantemente aplicada (función de fluencia) se expresa como:

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

$$J(t_0, t) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_0(t_0, t)}{E_0(t_0)} \qquad (15)$$

El módulo de deformación inicial en el tiempo t_0 se correlaciona con $f_{cm}(t_0)$ mediante expresiones que dependen de f_{cm}. La dependencia con t_0, es decir, el aumento de f_{cm} con t_0, se proporciona en una tabla en la que se tiene en cuenta el tipo de cemento:

Edad Hormigón	3	7	28	90	360
CP normal	0,40	0,65	1	1,20	1,35
CP rápido	0,55	0,75	1	1,15	1,20

Si el hormigón es joven (edad j < 28 días), la ley de variación del Módulo de Young que dan algunos reglamentos antiguos para el Modelo CEB-1970 es:

$$E_c(t_0) = 5490 \sqrt{f_{cm}(t_0)} \ [Mpa] \cong 7590 \sqrt{f'_{cj}}$$
$$f'_{cj} = 0{,}685\, f'_{c28} \cdot \log (j + 1) \qquad (16)$$

El envejecimiento se tiene en cuenta a través del coeficiente de fluencia, mediante una función:

$$\varphi_0 (t_0, t) = [K_c \cdot K_b \cdot K_e] \cdot K_d(t_0) \cdot [K_t (t - t_0)] \qquad (17)$$

en donde:

A) **COEFICIENTES K_c, K_b, K_e: tienen en cuenta el efecto de humedad relativa, composición de la mezcla y tamaño del elemento.**

- El coeficiente K_c tiene en cuenta el efecto de la humedad relativa, y en atmósfera normal toma un valor aproximado de $K_c \cong 27{,}5\text{–}30 \times 10^{-5}$.
- El coeficiente K_b tiene en cuenta la composición de la mezcla, a través de la relación AGUA/CEMENTO y de la dosificación de cemento (K_b=1 para A/C=0,4 y C=500 kg/m^3).
- El coeficiente K_e depende del tamaño del elemento a través del espesor ficticio (K_e=0,7 para e_{fict}=25 cm).

B) **COEFICIENTE $K_d(t_0)$: Representa el efecto de envejecimiento y viene dado en función de la edad de carga t_0, temperatura y velocidad de endurecimiento del hormigón (velocidad de disminución del desarrollo de la fluencia).**

C) **COEFICIENTE $K_t(t–t_0)$: Representa la velocidad de desarrollo de la deformación de fluencia y depende del espesor ficticio.**

La dependencia con el tiempo se da mediante curvas que se suelen aproximar mediante representaciones analíticas del coeficiente $K_t(t–t_0)$:

$$K_t (t–t_0) = K_t (\Delta t) = 1 - e^{-\alpha \sqrt{t}} = f(t)$$

$$\alpha = -\frac{1}{\sqrt{t}} \log [\, 1 - f(t) \,] \qquad (18)$$

t	α
1	0,105
3	0,094
7	0,089
14	0,099
28	0,103
90	0,097
180	0,095
365	0,090
730	0,082
1825	0,066

La dependencia con el espesor ficticio se consigue definiendo el denominado tiempo ficticio $t_f = t\sqrt{10/e_{fict}}$, donde e_{fict} es el espesor ficticio que interviene en las deformaciones diferidas, en sus valores finales, a través de los coeficientes K, e igualmente en la velocidad de adquisición de estas deformaciones a través de las diferentes leyes f(t) que se obtienen para cada valor de e_{fict}:

$$\varepsilon_f = \frac{\sigma}{E_c(t_0)} \cdot K \cdot K_d (t_0) \cdot f(t)$$

$$K = K_c \cdot K_b \cdot K_e \qquad (19)$$
$$f(t) = K_t(t–t_0)$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

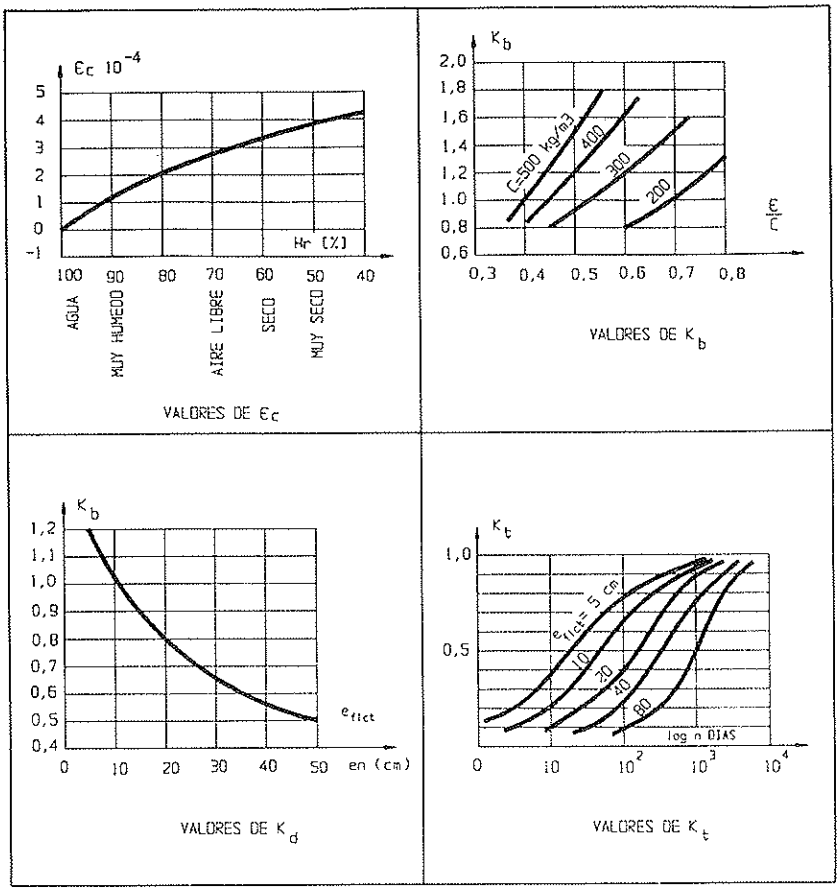


Fig. 2a. Curvas CEB-1970 (Retracción).

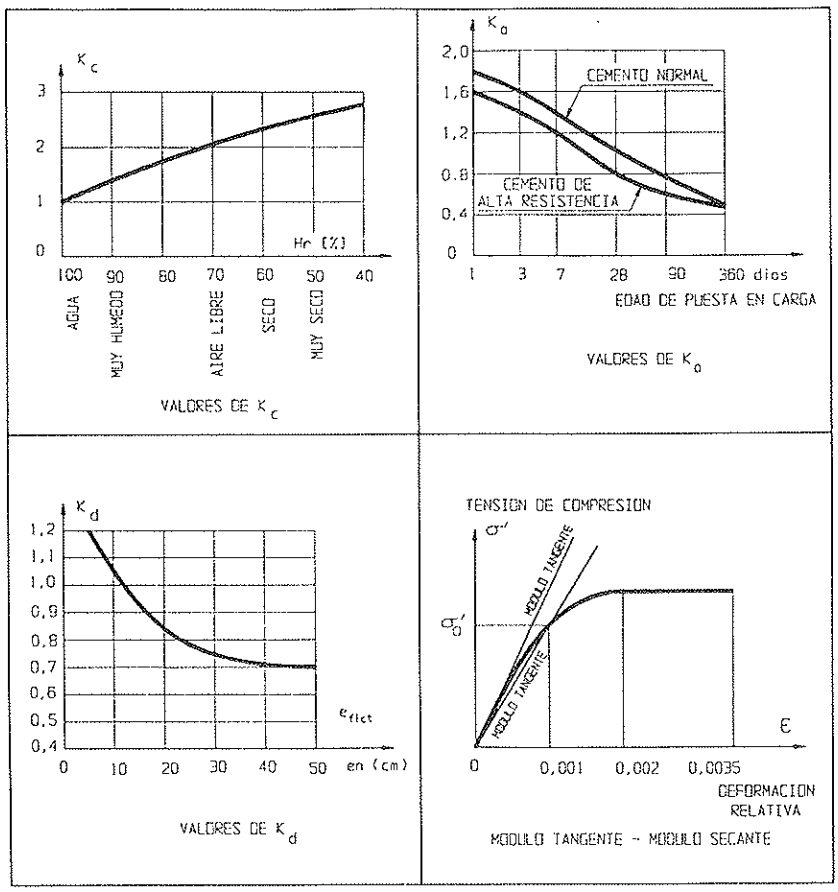


Fig. 2b. Curvas CEB-1970 (fluencia).

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

4.2. Retracción

La deformación de retracción se expresa como:

$$\varepsilon = \varepsilon_c \cdot K_b \cdot K_e \cdot K_p \cdot K_t = \varepsilon_r \cdot f(t)$$
$$\varepsilon_r = \varepsilon_c \cdot K_b \cdot K_e \cdot K_p \qquad (20)$$

donde ε_c es un valor de retracción de referencia, que es función exclusiva de la humedad relativa y que se puede estimar en $\varepsilon_r = 27{,}5\ 10^{-5}$, en condiciones de humedad normales (70%). El coeficiente K_p depende del porcentaje de armaduras longitudinales adherentes:

$$K_p = \frac{1}{1+n\,\bar{\omega}} \qquad (21)$$

Este coeficiente refleja en qué medida las armaduras longitudinales impiden la retracción, ya que éstas se oponen al acortamiento del hormigón, entrando en compresión, mientras que éste se pone en compresión, es decir, se crea un estado de autotensión. Como se ve en (20), la forma de variación de la retracción es una curva afín de la curva de fluencia.

5.2. Ambito de aplicación

Su aplicabilidad satisface las necesidades más habituales de los proyectistas de estructuras, siendo válido para hormigones estructurales de densidad normal, con curado normal a temperatura ambiente normal, sometido a cargas que no sobrepasen el límite de $0{,}4\ f_c(t_0)$ a la edad de carga t_0, en una atmósfera con humedad relativa media del 40% y temperaturas desde 5°C hasta 30°C.

5.3. Datos mínimos que es preciso conocer

Para calcular el coeficiente de fluencia es necesario conocer al menos los siguientes datos:

- Resistencia media o resistencia característica del hormigón a compresión.
- Dimensiones de la pieza.
- Humedad relativa media ambiente.
- Edad del hormigón en el momento de puesta en carga.

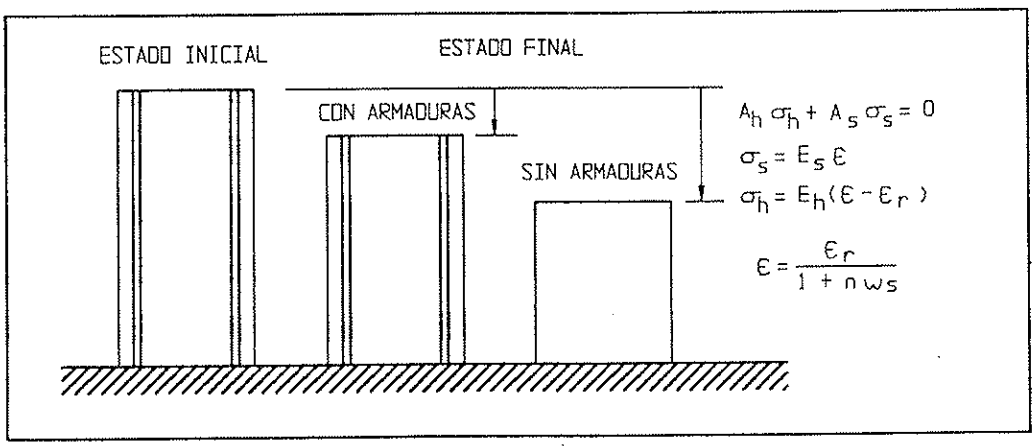


Fig. 3. Significado del coeficiente Kp.

5. MODELO CEB-1990

5.1. Características generales del modelo

El **Modelo CEB-1990** es un **Modelo Producto** lineal de fluencia que no separa la deformación total en componentes dependientes del tiempo sumables **(Modelo Suma)**, sino que supone la deformación de fluencia del **hormigón virgen** como el **producto de funciones dependientes de la edad y duración de la carga**. Este tipo de función de fluencia ya se utiliza en el **Modelo-1970**, **Modelo ACI-1971 y Modelo BAZANT-PANULA**.

- Duración de la carga.

Lo anterior constituye la aplicación del modelo en su mínima expresión. Las ampliaciones que se han hecho del mismo, permiten estimar varios efectos adicionales sobre el valor final de fluencia, entre los que destacan:

- Tipo de cemento.
- Temperatura de curado del hormigón.
- Aumentos y disminuciones de temperatura.
- Tensiones altas en el rango $0{,}4\ f_c(t_0) < \sigma_c \leq \leq 0{,}6\ f_c(t_0)$.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

5.4. Mejoras respecto al Modelo CEB-1970

El **Modelo CEB-1990** se parece al **Modelo CEB-1970** en sus características principales, aunque introduce algunas mejoras interesantes:

1°) El efecto del tamaño del elemento en el desarrollo con el tiempo de la fluencia, se modeliza de forma que se respetan los resultados de la Teoría de la Difusión, cambiando de forma considerable respecto a la versión anterior.

2°) Los efectos de la atmósfera ambiente y tamaño del elemento están interrelacionados.

3°) En la definición del modelo sólo se utilizan aquellos parámetros que normalmente son conocidos para el proyectista de estructuras.

4°) Los efectos de otros parámetros se han ajustado y el rango de aplicabilidad (tensiones altas, efecto de la temperatura) se ha extendido considerablemente.

5°) Las deficiencias de los **Modelo Producto** para el cálculo de deformaciones de fluencia bajo cargas variables se han reducido considerablemente en comparación con el **Modelo CEB-1970**.

5.5. Coeficiente de fluencia

El coeficiente de fluencia $\varphi\,(t_0, t)$ se puede calcular a partir de la fórmula siguiente:

$$\varphi\,(t_0, t) = \varphi_0 \cdot \beta_c\,(t-t_0)$$
$$\varphi_0 = K_c \,.\, K_b \,.\, K_e \,.\, K_d\,(t_0) \qquad (22)$$
$$K_t\,(t-t_0) = \beta_c\,(t-t_0)$$

donde el significado de los términos es el siguiente:

- φ_0 es el **coeficiente de fluencia ficticio**.
- β_c es un coeficiente que proporciona el desarrollo de la deformación de fluencia en función del tiempo transcurrido después de la puesta en carga.
- t edad del hormigón [días] en el momento calculado.
- t_0 edad del hormigón [días] en el momento de cargar.

El valor del coeficiente de fluencia ficticio y del coeficiente que da el desarrollo de la fluencia con el tiempo, se estima a partir de las siguientes funciones, que se identifican fácilmente con las del Modelo CEB-1970:

1) COEFICIENTE DE FLUENCIA FICTICIO:

$$\varphi_0 = \varphi_{hc} \cdot \beta\,(f_{cm}) \cdot \beta\,(t_0)$$
$$\varphi_{hc} = 1 + \frac{1 - \dfrac{h_e}{100}}{0{,}1 \,.\, \sqrt[3]{h_0}} = K_c \,.\, K_e \qquad (23)$$
$$\beta\,(f_{cm}) = \frac{16{,}8}{\sqrt{f_{cm}}} = K_b$$
$$\beta\,(t_0) = \frac{1}{0{,}1 + t_0^{0{,}2}} = K_d(t_0) \qquad h_0 = \frac{2Ac}{u}$$

donde el significado de los términos es el siguiente:

- f_{cm} es la **resistencia media a compresión** del hormigón en [N/mm^2], a 28 días de edad. Si este valor no se conoce a partir de ensayos, se puede calcular a partir del Módulo de Elasticidad, tal y como se indica más adelante.
- h_e es la **humedad relativa ambiente**, en [%].
- $h_0 = 2A_c/u$ es el **espesor ficticio** de la pieza, en [mm], donde A_c es el área de la sección transversal y u es el perímetro de la pieza en contacto con la atmósfera.

2) DESARROLLO DE LA FLUENCIA CON EL TIEMPO:

$$\beta_c(t-t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0}\right]^{0.3} \qquad (24)$$

$$\beta_H = 1{,}5 \cdot [1 + (0{,}012 \cdot h_e)^{18}] \cdot h_0 + 250 \le 1500 \text{ días}$$

En la ecuación anterior se puede obtener $\beta_H >$ > 1.500 días, valor que, en todo caso, se limitará a $\beta_H = 1.500$ días.

5.6. Módulo de elasticidad

El Módulo de Elasticidad se define aquí como la pendiente de la curva tensión-deformación en el origen (**Módulo de Elasticidad Tangente**). Es aproximadamente igual a la pendiente de la secante de la rama de descarga para el caso de descarga rápida. De ello se deduce que al utilizar el **Módulo de Elasticidad Tangente** no se tienen en cuenta ni las deformaciones plásticas iniciales ni las diferidas o de fluencia, mientras que el utilizar el **Módulo de Elasticidad Secante** supone asumir alguna deformación irreversible. La relación entre ambos módulos de elasticidad es $E_{cs} \approx 0{,}85\, E_c$.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

El valor del Módulo Tangente E_c para hormigones de densidad normal se puede estimar a partir de la resistencia media a compresión del hormigón f_{cm};

$$E_c = 10.000 \cdot (f_{cm})^{1/3} \qquad (25)$$

donde se tiene:

- E_c es el **Módulo de Elasticidad Tangente** del hormigón a los 28 días de edad, en [N/mm^2].
- f_{cm} es la **Resistencia Media a Compresión** del hormigón a los 28 días de edad, en [N/mm^2]. El valor f_{cm} se determina a partir de ensayos en probeta cilíndrica de 150 mm de diámetro y 300 mm de altura, almacenadas en agua a 20°C y ensayadas a los 28 días de edad de acuerdo con las normas ISO 1920, ISO 2736/2 e ISO 4012.

5.6.1. Obtención de la resistencia media a compresión

La resistencia media a compresión f_{cm} se puede obtener a partir de la resistencia característica f_{ck} del hormigón mediante la siguiente ecuación:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ N/mm}^2 \qquad (26)$$

La **Resistencia Característica** f_{ck} se define como aquella por debajo de la cual, sólo un 5% de los ensayos a compresión proporciona resistencias menores.

5.6.2. Influencia del tipo de árido empleado

El módulo de elasticidad depende no sólo de la resistencia sino también del tipo de áridos, por lo que la ecuación (25) es válida para hormigones con contenido en áridos de cuarzo. Para hormigones con otro tipo de áridos debe corregirse el valor del módulo de elasticidad multiplicando E_c por el coeficiente α_E de la tabla siguiente:

α_E	**TIPO DE ARIDO**
1,2	basalto, piedra caliza densa
0,9	piedra caliza ordinaria
0,7	piedra arenisca

5.6.3. Influencia de la edad del hormigón y tipo de cemento empleado

El módulo de elasticidad de un hormigón a una edad diferente a 28 días se puede estimar a partir de las ecuaciones siguientes:

$$E_{cj} = E_c(t) = \beta_E \cdot E_c$$

$$\beta_E = e^{\left[\frac{s}{2} \cdot \left(1-\sqrt{\frac{28}{t}}\right)\right]} \qquad (27)$$

donde β_E es un coeficiente adimensional que depende de la edad del hormigón expresada en [días]. El coeficiente s depende del tipo de cemento, de acuerdo con la tabla siguiente:

s	**TIPO DE CEMENTO**
0,20	RS
0,25	N, R
0,38	SL

La clasificación de los cementos se corresponde con la que proporciona el apéndice d del Código Modelo-1990:

- RS: cemento rápido y alta resistencia.
- N: cemento de fraguado normal.
- R: cemento de fraguado rápido.
- SL: cemento de fraguado lento.

El desarrollo con el tiempo del módulo de elasticidad del hormigón no es igual al desarrollo de su resistencia. No obstante, por simplicidad, el Modelo CEB-1990 opta por elegir una función que defina ambos valores simultáneamente:

$$\frac{f_c(t)}{f_{cm}} = (\beta_E)^2 \qquad (28)$$

5.6.4. Influencia de la temperatura

Las altas temperaturas aceleran el fraguado, mientras que las bajas temperaturas lo hacen más lento. **La temperatura de referencia para el Modelo CEB-1970 es de 20°C**. Cuando se quiere tener en cuenta el efecto de la temperatura sobre el valor del módulo de elasticidad, hay que distinguir dos tipos de temperaturas, según que éstas tengan lugar antes o después de la puesta en carga:

1°) TEMPERATURA ANTES DE CARGAR: Para temperaturas actuando antes de la puesta en carga, sensiblemente diferentes de

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

20°C, se puede estimar su efecto sobre el valor del módulo de elasticidad, en el tiempo de cálculo t, corrigiendo la edad del hormigón t según la ecuación (32).

2°) TEMPERATURAS EN EL MOMENTO DE LA PUESTA EN CARGA: El efecto del aumento o reducción de temperatura, sobre el módulo de elasticidad del hormigón en el momento de cargar, en el rango de 5°C ≤ T ≤ 80°C, se puede estimar a partir de la ecuación:

$$E_c(T) = E_c \cdot (1{,}06 - 0{,}003 \cdot T) \qquad (29)$$

donde el significado de los términos es el siguiente:

- $E_c(T)$ módulo de elasticidad a la temperatura T.
- E_c módulo de elasticidad a la temperatura T=20°C.
- T temperatura en [°C].

La ecuación (29) se puede utilizar para hormigones de edades diferentes a t=28 días.

5.6.5. Influencia de la humedad relativa

A igualdad de otros factores, los hormigones saturados presentan módulos de elasticidad mayores que los correspondientes a los hormigones sometidos a desecación. El estado de hidratación del hormigón depende también de la temperatura, aunque no se tiene en cuenta en la ecuación (29) que en principio se aplica a hormigones sin intercambio higrométrico con el exterior. No obstante, (29) se puede utilizar como primera aproximación para estimar el módulo de elasticidad de hormigones sometidos a altas temperaturas y a desecación.

5.6.6. Utilización del módulo secante de elasticidad

Si se quiere hacer un cálculo estructural elástico debe utilizarse el **Módulo de Elasticidad Secante** E_{cs}, para así tener en cuenta la deformación plástica inicial.

5.7 Efecto del tipo de cemento en el valor del coeficiente de fluencia

El efecto del tipo de cemento en el valor del coeficiente de fluencia se puede tener en cuenta corrigiendo la edad de carga t_0, según la ecuación siguiente:

$$t_0 = t_{0,T} \cdot \left[\frac{9}{2+t_{0,T}^{1,2}} + 1\right]^{\alpha} \geq 0{,}5 \text{ días} \qquad (30)$$

donde el significado de los términos es el siguiente:

- $t_{0,T}$ edad en [días] corregida por temperatura del hormigón, según la ecuación (32).
- α coeficiente que depende del tipo de cemento, según la siguiente tabla:

α	TIPO DE CEMENTO
−1	SL
0	N, R
1	RS

Tal y como se expresa en la ecuación (38), el límite inferior para t_0 se establece en 0,5 días. El valor que se obtenga de la ecuación (38) debe sustituirse en la ecuación (23) para calcular $\beta(t_0)$. El valor de la duración de la carga $(t - t_0)$ que hay que utilizar en la ecuación (24), debe ser el valor actual de la duración de la carga en [días]. Esto se cumple también para el caso en que se tengan en cuenta aumentos o disminuciones de temperatura.

5.8. Efecto del aumento o disminución de temperatura sobre el valor del coeficiente de fluencia

Se consideran temperaturas comprendidas en el rango de 5°C ≤ T ≤ 80°C. El coeficiente de fluencia a temperaturas diferentes a la de referencia (T=20°C) se puede calcular mediante la ecuación siguiente:

$$\varphi(t_0, t, T) = \varphi_{T,st}(t_0, t) + \Delta\varphi_{T,trans} \qquad (31)$$

donde el significado de los términos es el siguiente:

- $\varphi_{T,st}$ **coeficiente de fluencia del estado estable,** correspondiente al **estado estable de temperatura,** que se calcula a partir de la ecuación (22), haciendo $\varphi_{T,st}(t_0, t) = \varphi(t_0, t)$, junto con (23), (24) y (30) y las modificaciones introducidas por las ecuaciones (32) a (34).
- $\Delta\varphi_{T,trans}$ **coeficiente de fluencia del estado transitorio,** correspondiente a un **estado transitorio de temperatura** mientras la pieza está cargada, que se puede calcular a partir de la ecuación (35).

5.8.1 Fluencia en el estado estable de temperatura

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

5.8.1.1. Efecto de la temperatura antes de cargar

El efecto de la temperatura sobre el hormigón, antes de aplicar la carga, se tiene en cuenta con la **edad corregida de puesta en carga**, según la ecuación siguiente:

$$t_{0,T} = \sum_{i=1}^{n} \Delta t_i \cdot e^{-\left[\frac{4000}{273+T(\Delta t_i)} - 13{,}65\right]} \qquad (32)$$

donde el significado de los términos es el siguiente:

- $t_{0,T}$ edad en [días], en la puesta en carga, corregida por temperatura, que hay que introducir en la ecuación (30).
- $T(\Delta\ t_i)$ temperatura en [°C], en el intervalo temporal $\Delta\ t_i$.
- $\Delta\ t_i$ número de días en que predomina la temperatura T.
- n número de intervalos temporales que se consideren en el cálculo.

5.8.1.2. Efecto de la temperatura en el desarrollo de la deformación de fluencia con el tiempo

Este efecto se tiene en cuenta mediante el coeficiente $\beta_{H,T}$ que se expresa mediante la ecuación:

$$\beta_{H,T} = \beta_H \cdot \beta_T$$
$$\beta_T = e^{\left[\frac{1500}{273+T} - 5{,}12\right]} \qquad (33)$$

donde el significado de los términos es el siguiente:

- $\beta_{H,T}$ coeficiente dependiente de la temperatura y que sustituye al coeficiente β_H de la ecuación (24).
- β_H coeficiente obtenido de la ecuación (24).

5.8.1.3. Efecto de la temperatura en el valor del coeficiente de fluencia ficticio

El efecto de la temperatura en el valor del coeficiente de fluencia φ_0 de la ecuación (23), se puede calcular así:

$$\varphi_{he,T} = \varphi_T + [\varphi_{he} - 1] \cdot \varphi_T^{1,2}$$
$$\varphi_T = e^{0{,}015[T-20]} \qquad (34)$$

donde el significado de los términos es el siguiente:

- $\varphi_{he,T}$ es un coeficiente, dependiente de la temperatura, que sustituye a φ_{he} en la ecuación (23).
- φ_{he} coeficiente obtenido de la ecuación (23).

5.8.2. Fluencia en el estado transitorio de temperatura

Condiciones transitorias de temperatura como, por ejemplo, **un aumento de temperatura en un hormigón ya cargado,** conduce a la deformación de fluencia adicional $\Delta\ \varphi_{T,trans}$, que se puede estimar mediante la ecuación siguiente:

$$\Delta\ \varphi_{T,trans} = 0{,}0004 \cdot (T-20)^2 \qquad (35)$$

donde T es la temperatura en [°C] que alcanza la pieza.

5.9. Efecto de los niveles altos de tensión sobre el valor del coeficiente de fluencia

En niveles altos de tensión, de $0{,}4 f_c(t_0) \le \sigma_c \le 0{,}6\ f_c(t_0)$, el aumento de la deformación de fluencia por efectos no lineales, se puede tener en cuenta con la ecuación siguiente:

$$\varphi_{0,\bar{\sigma}} = \begin{cases} \varphi_0 \cdot e^{1{,}5(\bar{\sigma}-0{,}4)} & \text{si } 0{,}4 < \bar{\sigma} \le 0{,}6 \\ \varphi_0 & \text{si } \bar{\sigma} \le 0{,}4 \end{cases} \qquad (36)$$

donde el significado de los términos es el siguiente:

- $\varphi_{0,\bar{\sigma}}$ **coeficiente de fluencia no lineal ficticio**, que sustituye a φ_0 en la ecuación (22).
- φ_0 **coeficiente de fluencia ficticio** de (23).
- $\bar{\sigma} = \sigma_c / f_c(t_0)$.

Hay que resaltar que el **Principio de Superposición ya no es válido** si se utiliza la ecuación (36).

5.10 Retracción

5.10.1. Características del modelo

El **Modelo CEB-1990** proporciona la deformación media de retracción, dependiente del tiempo,

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

en un elemento macizo de hormigón estructural, situado en atmósfera seca o húmeda después del curado. El modelo es válido para hormigones de densidad normal, curados con agua a temperaturas normales durante no más de 14 días, y expuestos a atmósfera con humedad relativa media del orden del 40% y con temperaturas medias de 5°C a 30°C. Algunas ampliaciones del modelo permiten tener en cuenta el efecto de los aumentos y disminuciones de temperatura sobre la deformación de retracción.

Se precisan los siguientes datos para el cálculo de la deformación de retracción:

- Resistencia media o resistencia característica a compresión del hormigón.
- Dimensiones del elemento.
- Duración de la desecación.
- Humedad relativa media de la atmósfera ambiente.
- Temperatura de la atmósfera ambiente.

El modelo se formula con funciones matemáticas, en lugar de con tablas y diagramas; y ha sido optimizado a partir de bases de datos de ensayos de laboratorio con hormigón estructural.

5.10.2. Valor de la deformación de retracción

La deformación de retracción o hinchamiento del hormigón, se puede calcular a partir de la ecuación siguiente:

$$\varepsilon_s(t_s, t) = \varepsilon_{s0} \cdot \beta_s(t - t_s) \qquad (37)$$

donde el significado de los términos es el siguiente:

- ε_{s0} es el **coeficiente de retracción ficticio**.
- β_s es el coeficiente que describe el desarrollo de la retracción con el tiempo.
- t es la edad del hormigón en [días].
- t_s es la edad del hormigón en [días] al comienzo de la retracción o hinchamiento.

– COEFICIENTE DE RETRACCION FICTICIO

$$\varepsilon_{s0} = \varepsilon_s(f_{cm}) \cdot \beta_{he}$$

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = [160 + \beta_{sc} \cdot (90 - f_{cm})] \cdot 10^{-6} \qquad (38)$$

donde el significado de los términos es el siguiente:

- β_{sc} es un coeficiente que depende del **tipo de cemento**, de acuerdo con la siguiente tabla:

β_{sc}	TIPO DE CEMENTO
4	SL
5	N, R
8	RS

- f_{cm} es la **resistencia media a compresión** en [N/mm^2].
- h_e es la **humedad relativa ambiente**, en [%].
- β_{he} se define en función de la **humedad relativa** ambiente, h_e, según la ecuación siguiente:

$$\beta_{he} = \begin{cases} -1{,}55 \cdot \beta_{she} & \text{si } 40\% < h_e \le 99\,\% \\ +0{,}25 & \text{si } h_e \ge 99\% \end{cases}$$

$$\beta_{she} = 1 - \left(\frac{h_e}{100}\right)^3 \qquad (39)$$

– DESARROLLO DE LA RETRACCION CON EL TIEMPO

$$\beta_s(t - t_s) = \left(\frac{t - t_s}{\beta_{sH} + t - t_s}\right)^{0.5}$$

$$\beta_{sH} = 0{,}035 \cdot h_0^2 \qquad (40)$$

donde el valor $h_0 = 2A_c/u$ es el **espesor ficticio** en [mm].

5.10.3. Efecto de la temperatura sobre la retracción

El modelo contempla temperaturas comprendidas en el rango de 5°C ≤ T ≤ 80°C. La temperatura influye, tanto en el desarrollo con el tiempo de la deformación de retracción, como en su valor total.

- **El efecto de la temperatura en el desarrollo con el tiempo de la retracción** se tiene en cuenta sustituyendo el valor β_{sH} de la ecuación (40) por el valor $\beta_{sH,T}$, que se puede calcular a partir de la ecuación:

$$\beta_{sH,T} = \beta_{sH} \cdot \beta_{sHT}$$

$$\beta_{sHT} = e^{-0{,}06(T-20)} \qquad (41)$$

donde β_{sH} se calcula a partir de la ecuación (40) y T es la temperatura en [°C].

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

– **El efecto de la temperatura sobre el coeficiente de retracción ficticio**, se tiene en cuenta sustituyendo β_{he} en la ecuación (38) por $\beta_{he,T}$, calculado mediante la ecuación:

$$\beta_{he,T} = \beta_{he} \cdot \beta_{sT}$$

$$\beta_{sT} = 1 + \left(\frac{8}{103-h_e}\right) \cdot \left(\frac{T-20}{40}\right) \qquad (42)$$

donde β_{he} se calcula a partir de la ecuación (39), h_e se expresa en [%] y T en [°C].

6. METODO DE RESOLUCION PASO-PASO EN UNA SECCION TRANSVERSAL

6.1. Retracción diferencial

Sean los tiempos t_0, t_1, t_2,...,t_j, una división en intervalos del período de tiempo en que se estudia la estructura. La deformación real en el instante t_{j+1} vale:

$$\varepsilon_{j+1} = \varepsilon_j + \Delta\varepsilon_{j+1} \qquad (43)$$

El valor $\Delta\varepsilon_{j+1}$ se puede calcular imponiendo el equilibrio de autotensión planteado con anterioridad, a partir de los valores $\Delta\varepsilon^i_{j+1}$ en cada parte i, o sea, de las que se han denominado deformaciones ficticias de la parte i considerada aisladamente. A su vez, estas deformaciones se pueden dividir en 2 términos diferentes, provenientes de la deformación de retracción (r) y de fluencia (f):

$$\Delta\varepsilon^i_{j+1} = \Delta\varepsilon^{ri}_{j+1} + \Delta\varepsilon^{fai}_{j+1} \qquad (44)$$

– $\Delta\varepsilon^{ri}_{j+1}$ es la retracción de la parte i entre t_j y t_{j+1}:

$$\Delta\varepsilon^{ri}_{j+1} = \varepsilon^i_f [f^i(t_{j+1}) - f^i(t_j)] \qquad (45)$$

– $\Delta\varepsilon^{far,i}_{j+1}$ es la parte de fluencia entre t_j y t_{j+1} de la autotensión que aparece por retracción (far) en los instantes t_k, $k \le j$. Viene dada por:

Se trata, pues, de un Método Paso-a-Paso que obliga a conservar la historia de deformaciones ($\Delta\varepsilon_{tk}$, $\Delta\varepsilon^i_{tk}$, i=1,N y k=1,j) completa; de ahí la necesidad de limitar el número de pasos de tiempo en un programa de cálculo. El tiempo t_0 corresponde al hormigonado de la capa 2; y la capa 3 y sucesivas no se tienen en cuenta más que a partir de su hormigonado. Los tiempos de hormigonado diferentes y los espesores medios diferentes de cada capa, obligan a emplear funciones $f^i(t)$ diferentes para cada parte.

6.2. Fluencia diferencial

El problema es idéntico y consiste en calcular las deformaciones ficticias de cada capa i aislada para, imponiendo el equilibrio de autotensión, calcular la deformación real de la sección.

Las deformaciones ficticias de cada sección son:

$$\Delta\varepsilon^i_{j+1} = \Delta\varepsilon^{f,i}_{j+1} \Delta\varepsilon^{faf,i}_{j+1} \qquad (47)$$

– $\Delta\varepsilon^{f,i}_{j+1}$ es la fluencia de las tensiones exteriores aplicadas a la parte i a lo largo de los diferentes intervalos de tiempo (t_k, t_{k+1}), $k \le j$, o sea $\Delta\sigma^{ei}_k$:

$$\Delta\varepsilon^{f,i}_{j+1} = \frac{\Delta\sigma^{e,i}_j}{E(t_j)} K^i \cdot K^i_d(t_j) f^i(_{j+1} - t_j) +$$

$$+ \sum_{k=0}^{j-1} \frac{\Delta\sigma^{e,i}_k}{E_i(t_j)} K^i \cdot K^i_d(t_k) [f^i(t_{j+1} - t_k) - f^i(t_j - t_k)] \qquad (48)$$

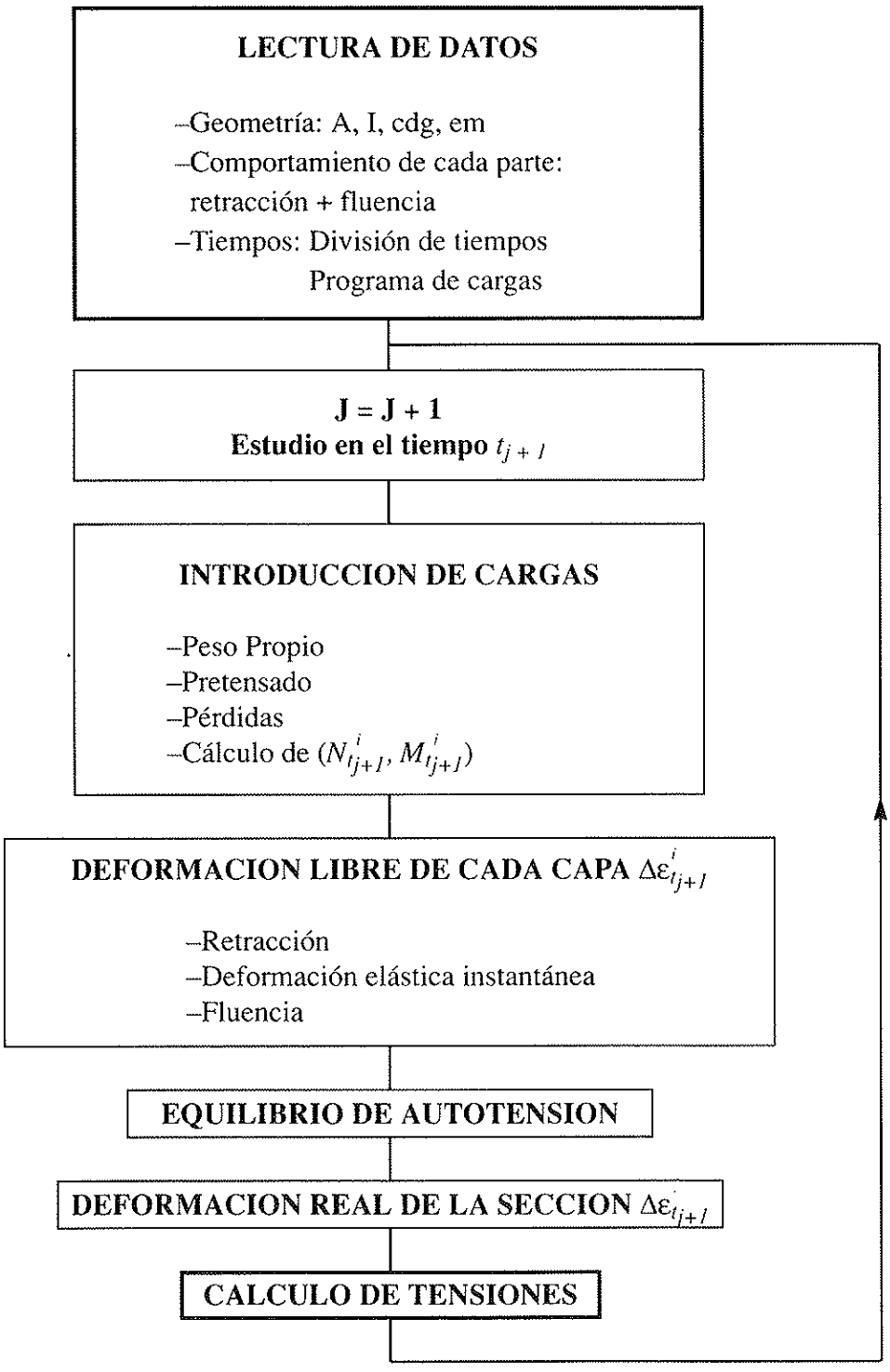
– $\Delta\varepsilon^{faf,i}_{j+1}$ es la fluencia de las autotensiones que aparecen por fluencia (faf), con igual expresión que en el caso de la retracción:

$$\Delta\varepsilon^{far,i}_{j+1} = K^i \cdot K^i_d(t_j) f^i(t_{j+1} - t_j)(\Delta\varepsilon_j - \Delta\varepsilon^{ri}_j) +$$

$$+ \sum_{k-0}^{j-1} K^i \cdot K^i_d(t_k) \underbrace{[f_i(t_{j+1} - t_k) - f_i(t_j - t_k)]}_{\text{PARTE DE FLUENCIA ENTRE } t_{j+1} \text{ Y } t_j} \cdot \underbrace{\frac{(\Delta\varepsilon^i_k - \Delta\varepsilon^{ri}_k)}{\frac{\Delta\sigma^{r,i}(t_k)}{E_i(t_k)}}}_{\text{AUTOTENSION DE LA PARTE i EN } t_k} \qquad (46)$$

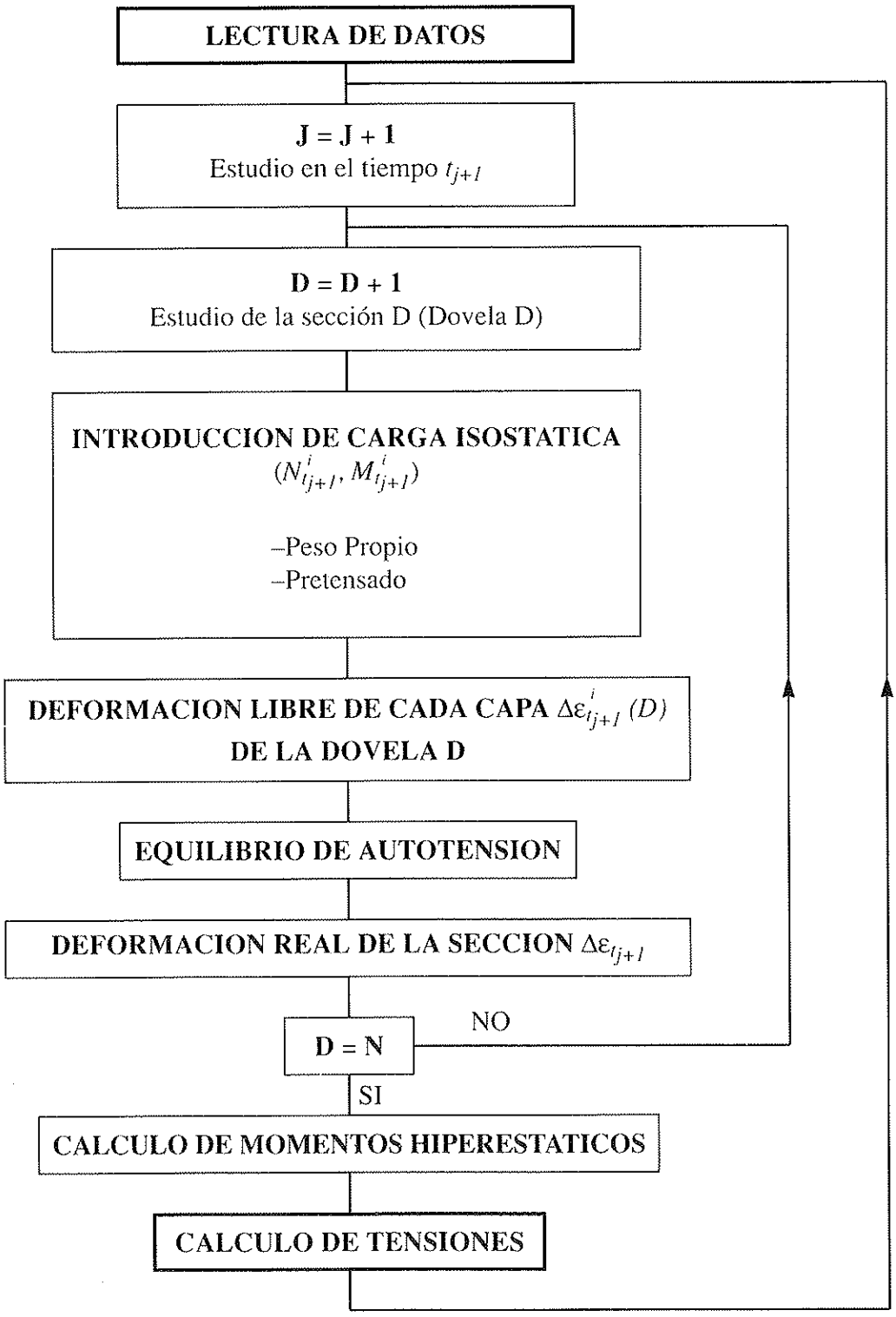
Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

ORGANIGRAMA DE CALCULO EN UNA SECCION



Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

ORGANIGRAMA DE CALCULO EN UNA ESTRUCTURA COMPLETA



Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

$$\Delta \varepsilon_{j+1}^{faf,i} = K^i . K_d^i (t_j) . f^i (t_{j+1} - t_j) \, (\Delta \varepsilon_j - \Delta \varepsilon_j^{fi}) +$$

$$+ \sum_{k=0}^{j-1} K^i . K_d^i (t_k) \underbrace{[f^i(t_{i+1} - t_k) - f^i(t_j - t_k)]}_{\text{PARTE DE FLUENCIA ENTRE } t_{j+1} \text{ y } t_j} \underbrace{(\Delta \varepsilon_k^i - \Delta \varepsilon_k^{fi})}_{\text{AUTOTENSION DE LA PARTE } i \text{ en } t_k} \underbrace{\frac{\Delta \sigma^{f,i} (t_k)}{E_i (t_k)}}_{} \quad (49)$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (46) y (49), se obtiene:

$$\Delta \varepsilon_{j+1}^{fa,i} = \Delta \varepsilon_{j+1}^{far,i} + \Delta \varepsilon_{j+1}^{faf,i}$$

$$\frac{\Delta \sigma^i (t_k)}{E_i (t_k)} = \frac{\Delta \sigma^{r,i} (t_k)}{E_i (t_k)} + \frac{\Delta \sigma^{f,i} (t_k)}{E_i (t_k)} \quad (50)$$

Además, hay que tener en cuenta el efecto de aplicar las tensiones exteriores sobre la estructura. Se supone que en una estructura isostática corresponde a:

- Aplicación del peso propio y cargas permanentes.
- Puesta en carga de los cables de pretensado.
- Pérdidas de pretensado.

En general, los incrementos de tensión, provenientes de la aplicación sobre la parte i de un incremento de axil ΔN^i_{tj+1} y un incremento de flector ΔN^i_{tj+1}, valen:

$$\Delta \sigma_{tj+1}^{e,i} = \frac{\Delta N^i_{tj+1}}{A_i} + \frac{\Delta M^i_{tj+1}}{I_i} \; y \quad (51)$$

La deformación elástica instantánea de la parte i es:

$$\Delta \varepsilon_{j+1}^{el,i} = \frac{\Delta \sigma^{e,i}_{t_{j+1}}}{E^i (t_{j+1})} \quad (52)$$

El valor de la autotensión entre t_k y t_{k+1} vale, en cada capa i:

$$\Delta \sigma^i (t_k) = E^i (t_k) \, (\varepsilon_{tk} - \Delta \varepsilon^i_{tk}) \quad (53)$$

La tensión en el instante t_{j+1} vale, en cada capa i:

$$\Delta \sigma^i_{t_{j+1}} = \sigma^i_{t_j} + \left[\frac{\Delta N^i_{t_{j+1}}}{A_i} + \frac{\Delta M^i_{t_{j+1}}}{I_i} \, y \right] + \Delta \sigma^i (t_{j+1}) \quad (54)$$

La deformación en el instante t_j+1 vale, en cada capa:

$$\Delta \varepsilon^i_{t_{j+1}} = \underset{(44)}{\Delta \varepsilon^{r,i}_{j+1}} + \underset{(52)}{\Delta \varepsilon^{el,i}_{j+1}} + \underset{(48)}{\Delta \varepsilon^{f,i}_{j+1}} + \underset{(50)}{\Delta \varepsilon^{fa,i}_{j+1}} \quad (55)$$

El valor de $\Delta \varepsilon_{tk}$ de la ecuación (53) se calcula imponiendo el equilibrio de autotensión explicado en el apartado 3.

7. APLICACION A UNA SECCION HORMIGONADA EN DOS FASES

Basta aplicar las fórmulas (13) y (14) para i=2 y suponer que E_1=E_2, lo que implica no considerar la variación del Módulo de Elasticidad, o sea, suponer material sin envejecimiento. Estas hipótesis permiten obtener expresiones muy sencillas para calcular una cota del lado de la seguridad, tanto de los efectos de retracción como de fluencia.

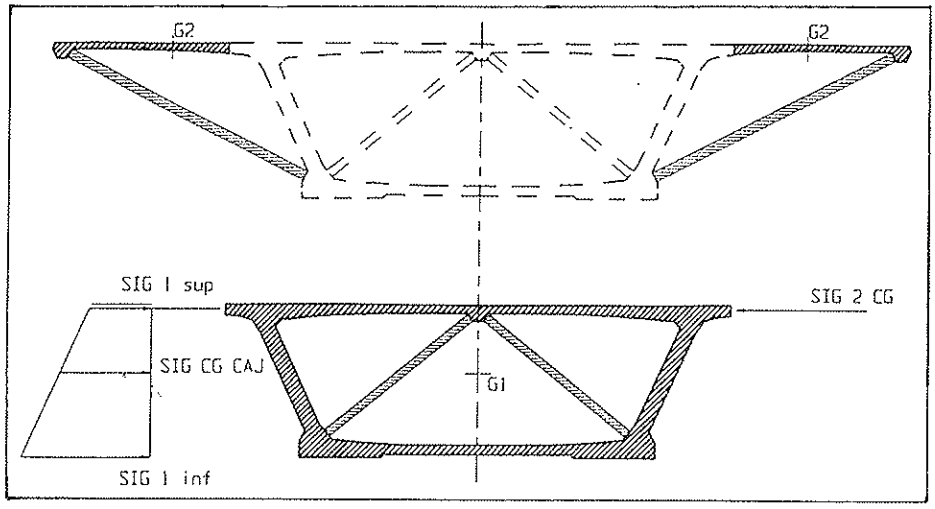


Fig. 4. Sección hormigonada en 2 fases.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

7.1. Retracción diferencial

Suponiendo que la parte 1 (vigas prefabricadas) ya ha realizado toda su retracción, las deformaciones de cada parte serán las siguientes:

$$\varepsilon_1 = 0 \quad \omega_1 = 0 \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_r \quad \omega_2 = 0$$
$$a_1 = 0 \qquad a_2 = \overline{G_1 G_2} \tag{56}$$

Los coeficientes del sistema de ecuaciones (12) son:

$$A_{11} = \left(1 + \frac{A_2}{A_1}\right) E \qquad A_{12} = \frac{A_2 a_2}{A_1} E$$

$$A_{21} = \frac{A_2 a_2}{I_1} E \qquad A_{22} = \left(1 + \frac{A_2 a_2^2 + I_2}{I_1}\right) E$$

$$C_{11} = \frac{A_2}{A_1} \varepsilon_2 E$$

$$C_{21} = \frac{A_2 a_2}{I_1} \varepsilon_2 E \tag{57}$$

La solución del sistema de ecuaciones (12) permite conocer las deformaciones de la sección completa (ε, ω):

$$\varepsilon = \frac{\dfrac{A_2}{A_1} + \dfrac{A_2 I_2}{A_1 I_1}}{1 + \dfrac{I_2}{I_1} + \dfrac{A_2 a_2^2}{I_1} + \dfrac{A_2}{A_1}\left(1 + \dfrac{I_2}{I_1}\right)} \varepsilon_r$$

$$\omega = \frac{\dfrac{A_2 a^2}{I_1}}{1 + \dfrac{I_2}{I_1} + \dfrac{A_2 a_2^2}{I_1} + \dfrac{A_2}{A_1}\left(1 + \dfrac{I_2}{I_1}\right)} \varepsilon_r \tag{58}$$

Si se utiliza la inercia de la sección completa y su área total, se pueden simplificar las ecuaciones (58):

$$A = A_1 + A_2 \qquad I = I_1 + I_2 + a_2^2 \frac{A_1 A_2}{A}$$

$$\varepsilon = \frac{A_2 (I_1 + I_2)}{A\, I} \varepsilon_r$$

$$\omega = \frac{a_2 A_1 A_2}{A\, I} \varepsilon_r \tag{59}$$

7.2. Fluencia diferencial

Sean los esfuerzos (N, M) aplicados a la parte 1 justo antes del hormigonado de la parte 2 (sería el caso de una viga prefabricada pretensada-pretesada antes de hormigonar la losa superior). Las deformaciones de fluencia de la parte 1 considerada aisladamente, se pueden estimar utilizando el Módulo Diferido de Elasticidad:

$$E_{dif} = \frac{E}{3}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{N}{\frac{E}{3} A_1} \qquad \omega_1 = \frac{M}{\frac{E}{3} I_1} \qquad \varepsilon_2 = 0 \qquad \omega_2 = 0 \tag{60}$$

$$a_1 = 0 \qquad a_2 = \overline{G_1 G_2}$$

Los coeficientes del sistema de ecuaciones (12) son:

$$A_{11} = \left(1 + \frac{A_2}{A_1}\right) E_{dif} \qquad A_{12} = \frac{A_2 a_2}{A_1} E_{dif}$$

$$A_{21} = \frac{A_2 a_2}{I_1} E_{dif}$$

$$A_{22} = \left(1 + \frac{A_2 a_2^2 + I_2}{I_1}\right) E_{dif} \tag{61}$$

$$C_{11} = \varepsilon_1 E_{dif}$$

$$C_{21} = \omega_1 E_{dif}$$

La solución del sistema de ecuaciones (12) permite conocer las deformaciones de la sección completa (ε, ω):

$$\varepsilon = \frac{\dfrac{N}{A_1 I_1}(I_1 + a_2^2 A_2 + I_2) - \dfrac{a_2 A_2}{A_1 I_1} M}{\left[1 + \dfrac{I_2}{I_1} + \dfrac{A_2 a_2^2}{I_1} + \dfrac{A_2}{A_1}\left(1 + \dfrac{I_2}{I_1}\right)\right] E_{dif}}$$

$$\omega = \frac{\left(1 + \dfrac{A_2}{A_1}\right)\dfrac{M}{I_1} - \dfrac{A_2 a_2}{I_1}\dfrac{N}{A_1}}{\left[1 + \dfrac{I_2}{I_1} + \dfrac{A_2 a_2^2}{I_1} + \dfrac{A_2}{A_1}\left(1 + \dfrac{I_2}{I_1}\right)\right] E_{dif}} \tag{62}$$

Si se utiliza la inercia de la sección completa y su área total, se pueden simplificar las ecuaciones (62):

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

$$A = A_1 + A_2 \qquad I = I_1 + I_2 + a_2^2 \frac{A_1 A_2}{A}$$

$$\varepsilon = \frac{\left(I + \frac{a_2^2 A_2^2}{A} \right) N - a_2 A_2 M}{A\, I} \; x \; \frac{3}{E} \qquad (63)$$

$$\omega = \frac{A\, M - A_2 a_2 N}{A\, I} \; x \frac{3}{E}$$

7.3. Estudio comparativo

Se ha realizado un estudio comparativo, para la sección transversal de la Fig. 4, entre el método simplificado, a partir de las ecuaciones (56) a (63) y un único paso de tiempo, y el Método General Paso-a-Paso, con una función de fluencia CEB-1990.

En el esquema de la Fig. 6 se resumen los resultados de los listados de la Fig. 5. A la vista de los resultados obtenidos, se pueden extraer las conclusiones siguientes:

1°) Para el caso de la retracción, considerada actuando aisladamente, el cálculo aproximado con las ecuaciones (59) a (62) y utilizando un coeficiente de fluencia igual a 3 (u otro según las condiciones del proyecto, lo que equivale a dividir por este valor elegido el resultado del cálculo en tensiones) coincide exactamente con el cálculo paso-a-paso en el tiempo.

2°) El valor obtenido en t=0 con las ecuaciones (59) a (63) no aproxima en absoluto el cálculo realizado paso-a-paso. Esto se debe a que, aunque la retracción es un fenómeno relativamente rápido en el tiempo (más rápido que la fluencia) no es, ni mucho menos, instantáneo. Utilizar las ecuaciones (59) a (63) equivale a concentrar toda la deformación de retracción en el instante inicial.

3°) Para el caso de la fluencia, se aproxima peor el resultado paso-a-paso en el tiempo, aplicando las ecuaciones (59) a (63) y suponiendo un coeficiente de fluencia igual a 3. No obstante, si se tiene la certeza, a priori, de que los valores transferidos de tensiones son pequeños, puede resultar una buena aproximación.

4°) En general, se comprueba cómo, a tiempo infinito, la fluencia compensa casi exactamente las tensiones de tracción a que da lugar la retracción diferencial de la losa hormigonada a posteriori in situ. Este resultado se obtiene tanto en el cálculo paso-a-paso como en el simplificado, con las ecuaciones (59) a (63) y en un solo paso de tiempo, con un coeficiente de fluencia igual a 3.

5°) Como conclusión final, señalar que se pueden obtener resultados muy aproximados y, en todo caso, valores del lado de la seguridad, realizando el cálculo de secciones evolutivas, sean mixtas, de hormigón armado o pretensado, con hormigones de diferentes edades, en un único paso de tiempo y discretizando por capas. El planteamiento expuesto es más fácil de aplicar cuando se trata de deformaciones impuestas a cada una de las capas que forman la sección transversal, ya que permite el cálculo de la deformación y curvatura total de la sección, así como del estado de autotensión que ello genera. Si la sección es mixta, habría que homogeneizar a un único material.

6°) Este planteamiento es muy útil cuando lo que se pretende es calcular tensiones y deformaciones a nivel sección, en un método general paso-a-paso, y cuando lo que se hace es discretizar la sección transversal en capas elementales en las que, en cada paso de tiempo, se conoce el axil y momento (o incrementos de axil y momento) que, una vez tenidas en cuenta las redistribuciones por fluencia, solicitan a cada una de las capas.

BIBLIOGRAFIA

FAUCHART, J. "Effets du retrait et du fluage dans les ponts en béton précontraint à poutre préfabriquées rendues continues". AIPC, SYMPOSIUM sur l'influence du fluage et du retrait, et l'effet des changements de temperature sur les constructions en béton. MADRID, 1970.

FAUCHART, J. "Cours de béton précontraint". Tomo I (Pág. 243). ÈCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSES. París, 1970.

CEB, "Evaluation of the time dependent behavior of concrete". 1990.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

DATOS DEL PROBLEMA DE RETRACCION

A(i)	I(i)	V(i)	VP(i)	e(i)	S
14.229800	52.158800	2.232430	2.565700	0.000000	3800000.
2.652200	0.023562	0.133129	0.488515	2.099300	3800000.

EPSILON(i)	OMEGA(i)
0.000202000	0.000000000
0.000260000	0.000000000

RESULTADOS

EPSILON TOTAL= 0.000209665
OMEGA TOTAL= 0.000004388

TENSIONES A t=0	TENSIONES A t=inf (Coef Flu=3)
CAPA = 1	CAPA = 1
TENSION SUPERIOR = 66.35 t/m2	TENSION SUPERIOR = 22.12 t/m2
TENSION INFERIOR = -13.65 t/m2	TENSION INFERIOR = -4.55 t/m2
CAPA = 2	CAPA = 2
TENSION SUPERIOR =-154.05 t/m2	TENSION SUPERIOR = -51.35 t/m2
TENSION INFERIOR =-164.42 t/m2	TENSION INFERIOR = -54.81 t/m2

DATOS DEL PROBLEMA DE FLUENCIA

AXIL(i) [t]	FLECTOR(i) [tm]
8200.0	-7400.0
0.0	0.0

RESULTADOS

EPSILON TOTAL= 0.000047320
OMEGA TOTAL= -0.000014288

TENSIONES A t=0	TENSIONES A t=inf (Coef Flu=3)
CAPA = 1	CAPA = 1
TENSION SUPERIOR = -27.90 t/m2	TENSION SUPERIOR = -9.30 t/m2
TENSION INFERIOR = 5.70 t/m2	TENSION INFERIOR = 1.90 t/m2
CAPA = 2	CAPA = 2
TENSION SUPERIOR = 58.62 t/m2	TENSION SUPERIOR = 19.54 t/m2
TENSION INFERIOR = 92.37 t/m2	TENSION INFERIOR = 30.79 t/m2

RETRACCION + FLUENCIA SIMULTANEAS

I	COEF FLU	COEF RET	TC	EM	AREA	INERCIA	CDG
1	1.600	.202E-03	0	65.	14.230	.522E+02	.000
2	3.700	.260E-03	100	35.	2.652	.236E-01	2.099
3	3.700	.260E-03	122	35.	.000	.100E-05	-2.568

DE(1,J)	DW(1,J)	DE(2,J)	DW(2,J)	DELTAE	DELTAW	T(J)
.153E-03	-.378E-04	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	100
.729E-05	-.172E-05	.139E-04	.000E+00	.419E-05	-.120E-05	101
.155E-04	-.350E-05	.170E-04	-.974E-06	.163E-04	-.306E-05	104
.555E-05	-.104E-05	.572E-05	-.172E-05	.539E-05	-.113E-05	107
.104E-04	-.201E-05	.113E-04	-.791E-06	.108E-04	-.175E-05	114
.106E-04	-.202E-05	.125E-04	-.165E-05	.109E-04	-.181E-05	121
.127E-05	-.224E-06	.108E-05	-.204E-06	.125E-05	-.235E-06	122
.122E-05	-.216E-06	.112E-05	-.193E-06	.122E-05	-.218E-06	123
.117E-05	-.209E-06	.119E-05	-.175E-06	.118E-05	-.202E-06	124
.328E-05	-.585E-06	.345E-05	-.449E-06	.334E-05	-.550E-06	127
.345E-05	-.627E-06	.321E-05	-.441E-06	.344E-05	-.619E-06	130
.752E-05	-.136E-05	.676E-05	-.981E-06	.752E-05	-.134E-05	137
.641E-05	-.115E-05	.592E-05	-.968E-06	.639E-05	-.114E-05	144
.711E-05	-.121E-05	.643E-05	-.100E-05	.707E-05	-.123E-05	153
.929E-05	-.153E-05	.839E-05	-.131E-05	.925E-05	-.156E-05	167
.146E-04	-.229E-05	.129E-04	-.195E-05	.146E-04	-.237E-05	195
.213E-04	-.305E-05	.182E-04	-.269E-05	.210E-04	-.323E-05	251
.158E-04	-.220E-05	.146E-04	-.211E-05	.156E-04	-.227E-05	307
.192E-04	-.260E-05	.159E-04	-.216E-05	.189E-04	-.278E-05	397
.139E-04	-.192E-05	.134E-04	-.201E-05	.138E-04	-.197E-05	487
.200E-04	-.253E-05	.163E-04	-.184E-05	.194E-04	-.246E-05	667
.132E-04	-.191E-05	.151E-04	-.237E-05	.133E-04	-.184E-05	847
.867E-05	-.104E-05	.397E-05	-.272E-06	.826E-05	-.127E-05	1027
.133E-04	-.174E-05	.132E-04	-.227E-05	.131E-04	-.183E-05	1392
.486E-05	-.127E-05	.406E-06	-.253E-06	.455E-05	-.144E-05	1757

E TOT 1	W TOT 1	E TOT 2	W TOT 2	E TOTAL	W TOTAL
.388E-03	-.757E-04	.220E-03	-.286E-04	.235E-03	-.379E-04

SIG CG CAJ	SIG 2 CG	SIG 1sup	SIG 1inf	T(J)
.576E+03	.000E+00	.278E+03	.941E+03	100
.580E+03	-.181E+02	.286E+03	.939E+03	101
.583E+03	-.336E+02	.292E+03	.938E+03	104
.582E+03	-.306E+02	.291E+03	.938E+03	107
.584E+03	-.395E+02	.293E+03	.937E+03	114
.585E+03	-.447E+02	.298E+03	.936E+03	121
.585E+03	-.443E+02	.297E+03	.936E+03	122
.585E+03	-.442E+02	.297E+03	.936E+03	123
.585E+03	-.444E+02	.297E+03	.936E+03	124
.585E+03	-.477E+02	.298E+03	.936E+03	127
.585E+03	-.480E+02	.298E+03	.936E+03	130
.585E+03	-.481E+02	.298E+03	.936E+03	137
.585E+03	-.476E+02	.298E+03	.936E+03	144
.585E+03	-.470E+02	.298E+03	.936E+03	153
.585E+03	-.459E+02	.297E+03	.936E+03	167
.584E+03	-.427E+02	.296E+03	.937E+03	195
.583E+03	-.363E+02	.293E+03	.937E+03	251
.583E+03	-.339E+02	.292E+03	.938E+03	307
.581E+03	-.277E+02	.290E+03	.938E+03	397
.581E+03	-.257E+02	.289E+03	.938E+03	487
.579E+03	-.143E+02	.284E+03	.939E+03	667
.579E+03	-.167E+02	.285E+03	.939E+03	847
.576E+03	-.853E+01	.282E+03	.940E+03	1027
.577E+03	-.532E+01	.281E+03	.940E+03	1392
.576E+03	.847E+00	.278E+03	.941E+03	1757

RETRACCION

I	COEF FLU	COEF RET	TC	EM	AREA	INERCIA	CDG
1	1.600	.202E-03	0	65.	14.230	.522E+02	.000
2	3.700	.260E-03	100	35.	2.652	.236E-01	2.099
3	3.700	.260E-03	122	35.	.000	.100E-05	-2.568

DE(1,J)	DW(1,J)	DE(2,J)	DW(2,J)	DELTAE	DELTAW	T(J)
.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	100
.310E-06	.000E+00	.139E-04	.000E+00	.150E-03	.684E-06	101
.106E-05	.852E-07	.116E-04	.533E-06	.237E-05	.833E-06	104
.109E-05	.117E-06	.173E-05	.357E-06	.811E-06	-.488E-07	107
.209E-05	.660E-07	.783E-05	.271E-07	.281E-05	.478E-06	114
.209E-05	.136E-06	.477E-05	.569E-06	.257E-05	.407E-06	121
.300E-06	.248E-07	.170E-06	.109E-07	.279E-06	.127E-07	122
.297E-06	.245E-07	.277E-06	.148E-07	.292E-06	.214E-07	123
.284E-06	.182E-07	.421E-06	.249E-07	.304E-06	.294E-07	124
.515E-06	.403E-07	.144E-05	.868E-07	.910E-06	.944E-07	127
.804E-06	.438E-07	.113E-05	.981E-07	.862E-06	.773E-07	130
.179E-05	.920E-07	.260E-05	.194E-06	.190E-05	.154E-06	137
.170E-05	.838E-07	.183E-05	.129E-06	.173E-05	.101E-06	144
.204E-05	.879E-07	.218E-05	.137E-06	.207E-05	.106E-06	153
.297E-05	.110E-06	.292E-05	.161E-06	.293E-05	.118E-06	167
.530E-05	.155E-06	.478E-05	.220E-06	.523E-05	.126E-06	195
.881E-05	.181E-06	.729E-05	.228E-06	.863E-05	.737E-07	251
.693E-05	.892E-07	.649E-05	.635E-07	.687E-05	.515E-07	307
.861E-05	.121E-06	.702E-05	.209E-06	.843E-05	.143E-07	397
.637E-05	.577E-07	.601E-05	.276E-07	.630E-05	.165E-07	487
.982E-05	.961E-07	.656E-05	.185E-06	.941E-05	-.137E-06	667
.609E-05	.220E-07	.742E-05	.234E-06	.620E-05	.455E-07	847
.445E-05	.362E-07	.144E-05	.304E-06	.412E-05	-.131E-06	1027
.660E-05	-.353E-07	.697E-05	.448E-06	.671E-05	-.879E-07	1392
.171E-07	.970E-08	-.302E-05	.504E-06	-.247E-06	-.141E-06	1757

E TOT 1	W TOT 1	E TOT 2	W TOT 2	E TOTAL	W TOTAL
.806E-06	.164E-05	.100E-03	.337E-05	.830E-04	.290E-05

SIG CG CAJ	SIG 2 CG	SIG 1sup	SIG 1inf	T(J)
.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	100
.445E+01	-.241E+02	.988E+01	-.211E+01	101
.939E+01	-.504E+02	.207E+02	-.442E+01	104
.83%E+01	-.447E+02	.184E+02	-.392E+01	107
.110E+02	-.593E+02	.243E+02	-.519E+01	114
.128E+02	-.688E+02	.282E+02	-.603E+01	121
.127E+02	-.684E+02	.281E+02	-.600E+01	122
.127E+02	-.683E+02	.280E+02	-.599E+01	123
.128E+02	-.687E+02	.282E+02	-.602E+01	124
.132E+02	-.706E+02	.290E+02	-.619E+01	127
.134E+02	-.718E+02	.295E+02	-.629E+01	130
.138E+02	-.740E+02	.304E+02	-.648E+01	137
.139E+02	-.746E+02	.306E+02	-.654E+01	144
.140E+02	-.752E+02	.309E+02	-.659E+01	153
.141E+02	-.755E+02	.310E+02	-.662E+01	167
.139E+02	-.745E+02	.305E+02	-.653E+01	195
.132E+02	-.707E+02	.290E+02	-.620E+01	251
.129E+02	-.694E+02	.285E+02	-.608E+01	307
.122E+02	-.636E+02	.269E+02	-.575E+01	397
.120E+02	-.662E+02	.263E+02	-.562E+01	487
.104E+02	-.580E+02	.230E+02	-.491E+01	667
.109E+02	-.583E+02	.239E+02	-.511E+01	847
.964E+01	-.517E+02	.212E+02	-.454E+01	1027
.930E+01	-.499E+02	.205E+02	-.437E+01	1392
.830E+01	-.445E+02	.183E+02	-.391E+01	1757

FLUENCIA

I	COEF FLU	COEF RET	TC	EM	AREA	INERCIA	CDG
1	1.600	.000E+00	0	65.	14.230	.522E+02	.000
2	3.700	.000E+00	100	35.	2.652	.236E-01	2.099
3	3.700	.000E+00	122	35.	.000	.100E-05	-2.568

DE(1,J)	DW(1,J)	DE(2,J)	DW(2,J)	DELTAE	DELTAW	T(J)
.153E-03	-.378E-04	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	100
.698E-05	-.172E-05	.000E+00	.000E+00	.668E-05	-.189E-05	101
.144E-04	-.358E-05	.541E-05	-.133E-05	.139E-04	-.389E-05	104
.444E-05	-.116E-05	.745E-05	-.208E-05	.458E-05	-.109E-05	107
.830E-05	-.207E-05	.350E-05	-.818E-06	.803E-05	-.223E-05	114
.847E-05	-.215E-05	.771E-05	-.222E-05	.835E-05	-.222E-05	121
.969E-06	-.249E-06	.913E-06	-.215E-06	.971E-06	-.248E-06	122
.925E-06	-.235E-06	.867E-06	-.207E-06	.923E-06	-.239E-06	123
.888E-06	-.227E-06	.771E-06	-.200E-06	.880E-06	-.231E-06	124
.246E-05	-.625E-06	.201E-05	-.536E-06	.243E-05	-.645E-06	127
.264E-05	-.671E-06	.208E-05	-.559E-06	.260E-05	-.696E-06	130
.572E-05	-.145E-05	.436E-05	-.118E-05	.562E-05	-.151E-05	137
.471E-05	-.121E-05	.410E-05	-.110E-05	.466E-05	-.124E-05	144
.306E-05	-.130E-05	.426E-05	-.114E-05	.300E-05	-.133E-05	153
.637E-05	-.164E-05	.548E-05	-.147E-05	.630E-05	-.144E-05	167
.949E-05	-.244E-05	.811E-05	-.217E-05	.938E-05	-.250E-05	195
.125E-04	-.323E-05	.109E-04	-.292E-05	.124E-04	-.331E-05	251
.882E-05	-.229E-05	.816E-05	-.218E-05	.876E-05	-.232E-05	307
.106E-04	-.272E-05	.891E-05	-.237E-05	.104E-04	-.279E-05	397
.756E-05	-.197E-05	.735E-05	-.198E-05	.753E-05	-.199E-05	487
.102E-04	-.263E-05	.771E-05	-.203E-05	.100E-04	-.272E-05	667
.712E-05	-.189E-05	.766E-05	-.213E-05	.713E-05	-.189E-05	847
.422E-05	-.110E-05	.253E-05	-.576E-06	.414E-05	-.114E-05	1027
.646E-05	-.170E-05	.621E-05	-.182E-05	.640E-05	-.174E-05	1392
.484E-05	-.128E-05	.343E-05	-.756E-06	.480E-05	-.130E-05	1757

E TOT 1	W TOT 1	E TOT 2	W TOT 2	E TOTAL	W TOTAL
.308E-03	-.773E-04	.120E-03	-.322E-04	.152E-03	-.408E-04

SIG CG CAJ	SIG 2 CG	SIG 1sup	SIG 1inf	T(J)
.576E+03	.000E+00	.278E+03	.941E+03	100
.575E+03	.598E+01	.276E+03	.941E+03	101
.573E+03	.168E+02	.272E+03	.942E+03	104
.574E+03	.142E+02	.273E+03	.942E+03	107
.575E+03	.197E+02	.270E+03	.942E+03	114
.572E+03	.221E+02	.269E+03	.942E+03	121
.572E+03	.221E+02	.269E+03	.942E+03	122
.572E+03	.221E+02	.269E+03	.942E+03	123
.572E+03	.223E+02	.269E+03	.942E+03	124
.572E+03	.230E+02	.269E+03	.943E+03	127
.572E+03	.236E+02	.269E+03	.943E+03	130
.571E+03	.259E+02	.268E+03	.943E+03	137
.571E+03	.269E+02	.267E+03	.943E+03	144
.571E+03	.282E+02	.267E+03	.943E+03	153
.571E+03	.296E+02	.266E+03	.943E+03	167
.570E+03	.318E+02	.265E+03	.943E+03	195
.570E+03	.344E+02	.264E+03	.944E+03	251
.570E+03	.355E+02	.264E+03	.944E+03	307
.569E+03	.379E+02	.263E+03	.944E+03	397
.569E+03	.385E+02	.263E+03	.944E+03	487
.568E+03	.417E+02	.261E+03	.944E+03	667
.569E+03	.415E+02	.261E+03	.944E+03	847
.568E+03	.432E+02	.261E+03	.944E+03	1027
.568E+03	.446E+02	.260E+03	.944E+03	1392
.568E+03	.454E+02	.260E+03	.944E+03	1757

Fig. 5. Listado de resultados.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

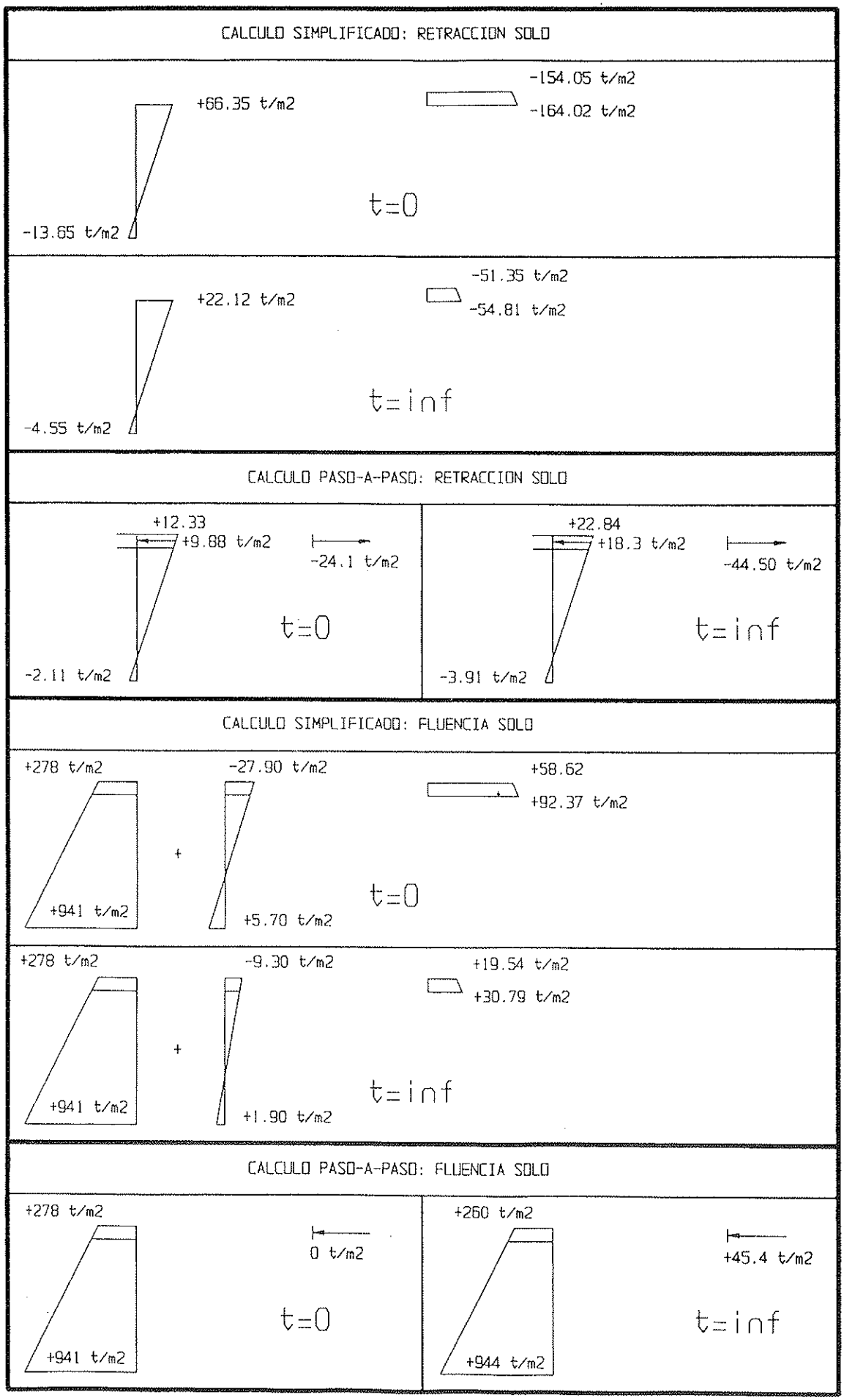


Fig. 6. Esquema de resultados.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

RESUMEN

En este trabajo se recuerda un método clásico, conocido desde hace más de 25 años, que permite calcular el estado de autotensión que aparece en una sección transversal genérica, que se comporta siguiendo la Ley de Navier. La sección puede estar compuesta por materiales diferentes: hormigones de diferentes edades, acero activo o pasivo e incluso acero estructural.

Se deducen las fórmulas generales para una sección compuesta por n capas y se particularizan éstas para el caso de 2 capas, obteniendo, en cualquier caso, expresiones muy sencillas de programar.

Si se considera una discretización en el tiempo, basta aplicar esta formulación con la correspondiente función de fluencia. Dado que parece que se vuelve de nuevo a los modelos Producto, se recuerda la formulación del Modelo CEB-1970 y se compara con la versión simplificada del Modelo CEB-1990.

Se estudia, finalmente, un caso sencillo de sección hormigonada en dos fases, para ver qué grado de precisión se obtiene aplicando las fórmulas simplificadas, en un único paso de tiempo, suponiendo un módulo diferido de fluencia, y el Método General Paso-a-Paso.

De cara a una sistematización de los problemas de fluencia y retracción, se propone la aplicación de esta formulación simplificada a secciones evolutivas, como primer paso para una aproximación a nivel de anteproyecto de los efectos de las deformaciones diferidas en el nivel tensional de éstas. El proyectista se ahorraría así el realizar el cálculo paso a paso, interesante sólo para problemas donde el control de las deformaciones es determinante.

SUMMARY

In this paper a well-known method of calculating the self-stress state appearing in a section following Navier's Law is presented. The cross-section may be formed by concrete of different ages, prestressed and non-prestressed reinforcement, and even by a section of steel.

General formulae are deduced from equilibrium and compatibility requirements at each layer's interface. For the analysis of the time-dependent changes, the consideration of a particular creep function is needed. Thus, simplified CEB-1990 Product-Model is compared to the CEB-1970 one; and a particular case of cross-section fabricated in two parts within a time-interval of 100 days is studied. The use of simplified formulae and a single step of time, seems to be a quiet good accurate approach as compared to the namely exact step-by-step calculation approach.

* * *

Nueva Publicación del Ministerio de Obras Públicas, Transportes y Medio Ambiente. Dirección General para la Vivienda, el Urbanismo y la Arquitectura

"INDICES DE DISPOSICIONES RELACIONADAS CON LA EDIFICACION"

La presente publicación mantiene la idea básica de recoger toda la normativa vigente relacionada con la edificación en dos publicaciones independientes: una dedicada a la legislación del Estado y otra a la de las Comunidades Autónomas.

Esta novena edición recoge la legislación estatal publicada hasta el 1 de abril de 1995, ordenada por una serie alfabética de apartados, que permiten conocer la normativa aplicable en cada una de las materias relacionadas directa o indirectamente con la edificación.

Cada uno de los apartados se estructura en varios subapartados para permitir al usuario un acceso más fácil e inmediato a la materia concreta que le interesa.

Los nuevos ejemplares ya están a disposición del público en el Centro de Publicaciones del Ministerio de Obras Públicas, Transportes y Medio Ambiente, Paseo de la Castellana nº 67, Madrid 28071, teléfono 597 64 49, en donde pueden solicitarse por escrito o telefónicamente.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

457-0-220

Formulaciones tridimensionales de la retracción y la fluencia del hormigón. Significado y errores de las extrapolaciones unidimensionales de la fluencia.

Juan Murcia Vela
Profesor de Investigación del CSIC (ICMAB).
Anteriormente en Comisión de Servicios en el Dpto. de Ing. de la Construcción, UPC (ETSICCP Barcelona)

1. INTRODUCCION

Las estructuras de hormigón experimentan a lo largo del tiempo deformaciones originadas por las propiedades diferidas de dicho material, retracción y fluencia. En el caso de las tridimensionales, por supuesto, las deformaciones actúan en todas direcciones.

La retracción es una deformación de contracción de la masa del hormigón que tiene un carácter atensional, esto es, no se debe a la presencia de tensiones en el material; pero genera tensiones si está restringida, lo que ocurre en muchas estructuras y es normal en al menos alguna región de las tridimensionales o masivas.

La fluencia es una deformación de carácter tensional, producida por la existencia de tensiones permanentes en el hormigón, y a su vez da origen a redistribuciones de tensiones, especialmente cuando se deriva de las tensiones por acciones geométricas, como asientos diferenciales del terreno, las propias deformaciones de retracción o las debidas a cambios de temperatura u otras causas. Por lo tanto, ambas propiedades diferidas interaccionan entre sí con frecuencia, particularmente en las estructuras masivas.

Cuando, por otra parte, la construcción de la obra implica un cambio de esquema estructural, se dan asimismo redistribuciones de tensiones en el tiempo, por causa de la retracción y la fluencia.

Estos efectos, que no suelen ser despreciables, han de tenerse en cuenta en el análisis de la estructura para su proyecto y construcción. En particular, en las presas y otras estructuras masivas de hormigón cuya construcción es evolutiva, se dan en mayor o menor medida, y de forma interactiva, todos los fenómenos citados; además, la retracción y la fluencia, así como las acciones térmicas debidas al calor de fraguado del hormigón (en estas estructuras especialmente), pueden ser muy fuertes durante las primeras etapas.

Para ello, debe partirse de formulaciones adecuadas para la retracción y la fluencia en el ámbito tridimensional. La retracción no presenta problemas de formulación; pero la fluencia es más compleja.

Así pues, de cara al análisis en el tiempo de tales estructuras, en este trabajo se lleva a cabo una revisión del tratamiento que en rigor procede aplicar a la fluencia en el contexto tridimensional. Asimismo, dentro del mismo, se estudian el significado y los errores de las aproximaciones que se basan en extrapolar a tres dimensiones el comportamiento unidimensional, a saber, la tradicionalmente empleada y otra que aquí se propone.

Ello responde a que, en el análisis práctico de las estructuras masivas, las formulaciones normales de la fluencia no son, en puridad, tridimensionales sino, como se verá, extrapolaciones de la formulación unidimensional. Por otro lado, expe-

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

rimentos recientes confirman no sólo la vigencia del tratamiento tridimensional sino, para complicar aún más las cosas, su dependencia de las tensiones existentes, incluso en niveles normalmente considerados aún como de servicio.

2. ANALISIS UNIDIMENSIONAL DE RETRACCION Y FLUENCIA

Como se ha indicado, la retracción del hormigón es una deformación de contracción, en todas direcciones. Su ley de evolución en el tiempo es conocida, no presentando, en principio, problemas especiales de cara al análisis. Según lo ya apuntado, da origen a tensiones cuando se encuentra restringida, las cuales a su vez generan fluencia, con lo que entonces ambas propiedades interaccionan entre sí.

La fluencia del hormigón presenta mayor complejidad, por lo que conviene detenerse en ella un poco más. De momento, se revisarán aquí los aspectos básicos relativos al comportamiento unidimensional; más adelante, se tratará el que corresponde al marco propio de las estructuras que aquí interesan, el tridimensional.

Dado que en el análisis en el tiempo normalmente no se sale del rango de servicio, puesto que la fluencia implica a las acciones con carácter de permanencia, puede tomarse un *comportamiento viscoelástico lineal*. El mismo viene definido por

$$\varepsilon_t(t, t_0) = \sigma(t_0) \cdot c(t, t_0) + \int_{t_0}^{t} \sigma'(\tau) \cdot c(t, \tau) \cdot d\tau \,, \tag{1}$$

siendo t el tiempo, t_0 la edad del hormigón al comienzo del proceso tensional (τ es la misma para todo instante posterior), $c(t, t_0)$ su ley o función de fluencia, para cada caso concreto, y ε_t y σ, respectivamente, la deformación total y la tensión en un punto genérico del material.

Por otro lado, en el hormigón la función de fluencia se suele expresar como [5]

$$c(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t,t_0)}{E_c} \,, \tag{2}$$

siendo $E_c(t_0)$ el módulo de deformación instantánea o módulo de elasticidad, variable con la edad, E_c el valor del mismo para una cierta edad fija (normalmente 28 días) y $\varphi(t,t_0)$ el llamado coeficiente de fluencia.

Existen otras formulaciones para la función de fluencia, como por ejemplo [4]

$$c(t,t_0) = \frac{1 + \varphi(t,t_0)}{E_c(t_0)} \,, \tag{3}$$

que refieren todo al módulo de deformación inicial.

No obstante, en este trabajo para dicha función se sigue la recogida en [5], que se resume en la expresión 2.

Entonces, llamando ε_d exclusivamente a la deformación diferida de (1), y tomando la parte diferida de (2), se tiene

$$\varepsilon_d(t,t_0) = \sigma(t_0) \cdot \frac{\varphi(t,t_0)}{E_c} + \int_{t0}^{t} \sigma'(\tau) \cdot \frac{\varphi(t, \tau)}{E_c} \cdot d\tau \cdot \tag{4}$$

También cabe establecer una formulación similar a (4), pero referida a las deformaciones instantáneas ε (cuyos incrementos en el tiempo actúan como iniciales a partir de su aparición):

$$\varepsilon_d(t,t_0) = \varepsilon(t_0) \cdot \varphi(t,t_0) + \int_{t_0}^{t} \varepsilon'(\tau) \cdot \varphi(t,\tau) \cdot d\tau \,, \tag{5}$$

donde dichas deformaciones vienen definidas como las ligadas directamente a las tensiones, esto es, las que en todo momento cumplen $\varepsilon(t) = \sigma(t) / E_c$ (de forma que, sumadas a las diferidas ε_d, dan lugar a las totales ε_t).

Por supuesto, en el análisis unidimensional las expresiones 4 y 5 coinciden, puesto que E_c es una constante.

Sin embargo, de cara a las extrapolaciones del anterior a tres dimensiones, ámbito en que las relaciones entre deformaciones y tensiones no son ya tan sencillas, interesa reflejar ahora ambas formulaciones, sobre las cuales se volverá más tarde.

Como es natural, en las expresiones 1, 4 y 5 hay que añadir un término relativo a la retracción, $\varepsilon_r(t)$.

3. ANALISIS TRIDIMENSIONAL DE FLUENCIA

Cuestiones previas

Se ha mencionado ya que es normal que el comportamiento unidimensional en fluencia del hormigón se extrapole a tres dimensiones. Así, en la práctica se emplea el conocido φ como único coeficiente de fluencia para obtener las seis deformaciones diferidas, en lugar de utilizar dos coeficientes, lo correcto más allá de una dimensión, como se verá en seguida, si existe isotropía, situación que, salvo excepciones, se supone siempre en las estructuras masivas de hormigón.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

La retracción del hormigón, en condiciones de isotropía, es una deformación hidrostática (las tres deformaciones longitudinales iguales y las tres angulares nulas), con una ley conocida a lo largo del tiempo.

Como la anterior no presenta problemas, este apartado se centra en el tratamiento tridimensional de la fluencia, con dos coeficientes, revisándose algunas formulaciones de tal tipo. La importancia de ello es grande, ya que los experimentos citados después no sólo confirman la vigencia de ambos coeficientes sino su dependencia de las tensiones, aún dentro del rango normalmente considerado como de servicio. Al final del apartado se apuntan posibles razones de la tradicional carencia de formulaciones tridimensionales propiamente dichas.

Debe advertirse que en lo que sigue, como regla general, no se dividen las deformaciones y las tensiones en sus componentes hidrostático y desviador. Ello pretende, por un lado, resaltar el paralelismo con la Elasticidad, sobre todo en su formulación más genuina, clásica y conocida, lo que redunda en la claridad de la formulación de fluencia; y, por otro, no complicar el texto en las fórmulas, evitando sumar dos componentes matriciales para expresar las deformaciones y tensiones.

Lo anterior se enmarca en que, para un mejor seguimiento, de manera deliberada se ha empleado una notación poco compacta, en general, la cual refleja todos las variables una a una y sus relaciones.

Por último, conviene indicar que en este trabajo se consideran positivas las deformaciones y tensiones de compresión.

Formulaciones tridimensionales en función de deformaciones

En condiciones de isotropía, las de máxima sencillez, la fluencia viene regida por dos coeficientes, lo mismo que en dos dimensiones. En efecto, por analogía con las dos constantes independientes de la Elasticidad con isotropía (como, por ejemplo, el módulo de Young E y el coeficiente de Poisson υ), que ligan un tensor de tensiones y otro de deformaciones, los coeficientes que relacionan dos tensores similares, pero ambos de deformaciones, han de ser asimismo dos. Las posibles formulaciones al respecto se van a ver a continuación.

Para tensiones constantes en el tiempo, si ε_x, ε_y y ε_z son las deformaciones instantáneas (iniciales) para tres direcciones ortogonales entre sí, cualesquiera, y $\varepsilon_{x,d}$, $\varepsilon_{y,d}$ y $\varepsilon_{z,d}$ las respectivas diferidas, llamando φ_1 y φ_2 a los coeficientes de fluencia, se puede poner

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{x,d} \\ \varepsilon_{y,d} \\ \varepsilon_{z,d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_2 \\ \varphi_2 & \varphi_1 & \varphi_2 \\ \varphi_2 & \varphi_2 & \varphi_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{pmatrix} \qquad (6)$$

siguiendo el citado paralelismo con la Elasticidad, donde se tiene

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\upsilon}{E} & -\frac{\upsilon}{E} \\ -\frac{\upsilon}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\upsilon}{E} \\ -\frac{\upsilon}{E} & -\frac{\upsilon}{E} & \frac{1}{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} \qquad (7)$$

Por supuesto, φ_1 y φ_2 son en realidad $\varphi_1\ (t, t_0)$ y $\varphi_2\ (t, t_0)$. Por otro lado, se observa que su correspondencia no es exactamente con E y υ sino con $\frac{1}{E}$ y $-\frac{\upsilon}{E}$.

Hasta ahora, sólo se han manejado deformaciones longitudinales, por lo que puede surgir la duda de cómo tratar las deformaciones angulares en relación a la fluencia. Esto es algo que se ve mejor al examinar otra formulación para el mismo asunto, en lo que sigue.

Más allá de una dimensión y sobre todo en el caso de tres dimensiones, es frecuente que los dos coeficientes de fluencia se formulen como coeficiente volumétrico o hidrostático φ_h y como coeficiente desviador φ_d [6], en lugar de hacerlo como φ_1 y φ_2, formulación paralela a la que, asimismo, se emplea en Elasticidad.

Por definición,

$$\varphi_h = \frac{\varepsilon_{h,d}}{\varepsilon_h}$$

$$\varphi_d = \frac{\varepsilon_{ij,d}}{\varepsilon_{ij}} \quad ,$$

donde $i \neq j$ y tanto i como j pueden ser x, y ó z ; ε_h y ε_{ij} son, respectivamente, los componentes hidrostático y desviadores del tensor de deformaciones iniciales, mientras que $\varepsilon_{h,d}$ y $\varepsilon_{ij,d}$ son los mismos para el tensor de deformaciones diferidas.

Las relaciones entre unos y otros coeficientes son las que siguen:

$$\varphi_h = \varphi_1 + 2\varphi_2 \qquad (8)$$

$$\varphi_d = \varphi_1 - \varphi_2 \cdot \qquad (9)$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

De la última relación se desprende que, entre las deformaciones angulares de ambos tensores, ha de cumplirse

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xy,d} \\ \varepsilon_{xz,d} \\ \varepsilon_{yz,d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_1 - \varphi_2 & & \\ & \varphi_1 - \varphi_2 & \\ & & \varphi_1 - \varphi_2 \end{pmatrix} =$$

$$= (\varphi_1 - \varphi_2) \begin{pmatrix} \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{pmatrix} \qquad (10)$$

La anterior, junto con la expresión 6, para las deformaciones longitudinales, completa la relación existente entre las deformaciones iniciales y diferidas en el marco tridimensional. Sólo a efectos formales del texto, se tratarán aquí de forma separada las deformaciones longitudinales y las angulares, al objeto de simplificar las expresiones (no valiendo la pena mostrar la expresión global, cuya matriz tiene siempre dos cuadrantes completos vacíos y otros términos nulos).

Relaciones entre los distintos coeficientes de fluencia

En este epígrafe se demuestran las expresiones 8 y 9, que ligan los coeficientes de fluencia, así como el paralelismo también existente con la Elasticidad respecto a las diversas formulaciones y constantes. El lector no interesado en ello puede pasar al siguiente epígrafe.

En primer lugar, hay que insistir en que, por supuesto, las deformaciones diferidas, al igual que las instantáneas, conforman un tensor.

Veamos la relación entre los componentes hidrostáticos de ambos tensores, esto es, φ_h.

La deformación hidrostática diferida es

$$\varepsilon_{h,d} = \frac{\varepsilon_{x,d}+\varepsilon_{y,d}+\varepsilon_{z,d}}{3} \quad .$$

mientras que la hidrostática instantánea (inicial) es

$$\varepsilon_h = \frac{\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z}{3} \quad .$$

Teniendo en cuenta las dos anteriores y (6), se cumple

$$\varepsilon_{h,d} = \frac{\varphi_1+2\varphi_2}{3} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) = (\varphi_1 + 2\varphi_2) \cdot \varepsilon_h \cdot$$

En consecuencia, la citada relación es $\varphi_h = \varphi_1 + 2\varphi_2$.

Veamos ahora la relación entre los respectivos desviadores φ_d.

Consideremos, de momento, la deformación longitudinal en una dirección cualquiera; por ejemplo, la x.

En tales condiciones, se tiene, sucesivamente, lo siguiente:

$$\varepsilon_{x,d} - \varepsilon_{h,d} =$$
$$= \varphi_1 \cdot \varepsilon_x + \varphi_2 \cdot \varepsilon_y + \varphi_2 \cdot \varepsilon_z - \frac{\varphi_1 + 2\varphi_2}{3} \cdot$$
$$\cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_x) =$$

$$= \frac{2(\varphi_1-\varphi_2)}{3} \cdot \varepsilon_x - \frac{\varphi_1-\varphi_2}{3} \cdot \varepsilon_y - \frac{\varphi_1-\varphi_2}{3} \cdot \varepsilon_z =$$

$$= (\varphi 1 - \varphi 2) \cdot (\varepsilon_x - \varepsilon_h) \cdot$$

La relación que se obtiene es, pues, $\varphi_1 - \varphi_2$. Por supuesto, si se toma otra deformación, cambiando x por y o por z, el resultado es el mismo.

Comprobemos ahora que, para las deformaciones angulares, la relación que se obtiene es idéntica. Para ello, tomemos una deformación cualquiera entre las citadas; por ejemplo, ε_{xy}, en el plano x–y.

Dado que la situación es de isotropía, como se ha indicado, no existe rotación alguna de los ejes principales al pasar del tensor de deformaciones instantáneas (iniciales) al de diferidas, lo que se muestra en la figura 1 mediante sendos círculos de Mohr. Por tanto, en el plano considerado se cumple

$$\frac{\varepsilon_{xy,d}}{\varepsilon_{x,d}-\varepsilon_{y,d}} = \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_x-\varepsilon_y} \quad ;$$

con lo que, se tiene

$$\frac{\varepsilon_{xy,d}}{\varepsilon_{xy}} = \frac{\varepsilon_{x,d}-\varepsilon_{y,d}}{\varepsilon_x-\varepsilon_y} =$$
$$= \frac{\varphi_1\cdot\varepsilon_x+\varphi_2\cdot\varepsilon_y-\varphi_2\cdot\varepsilon_x-\varphi_1\cdot\varepsilon_y}{\varepsilon_x-\varepsilon_y} = \varphi_1 - \varphi_2 \cdot$$

De nuevo, si se toma otro plano, cambiando x por y o por z e y por z o por x, el resultado es idéntico.

Por tanto, la relación entre los desviadores es $\varphi_d = \varphi_1 - \varphi_2$.

De todo lo cual se deduce que

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_h + 2\varphi_d}{3} \qquad (11)$$

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_h - \varphi_d}{3} \qquad (12)$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

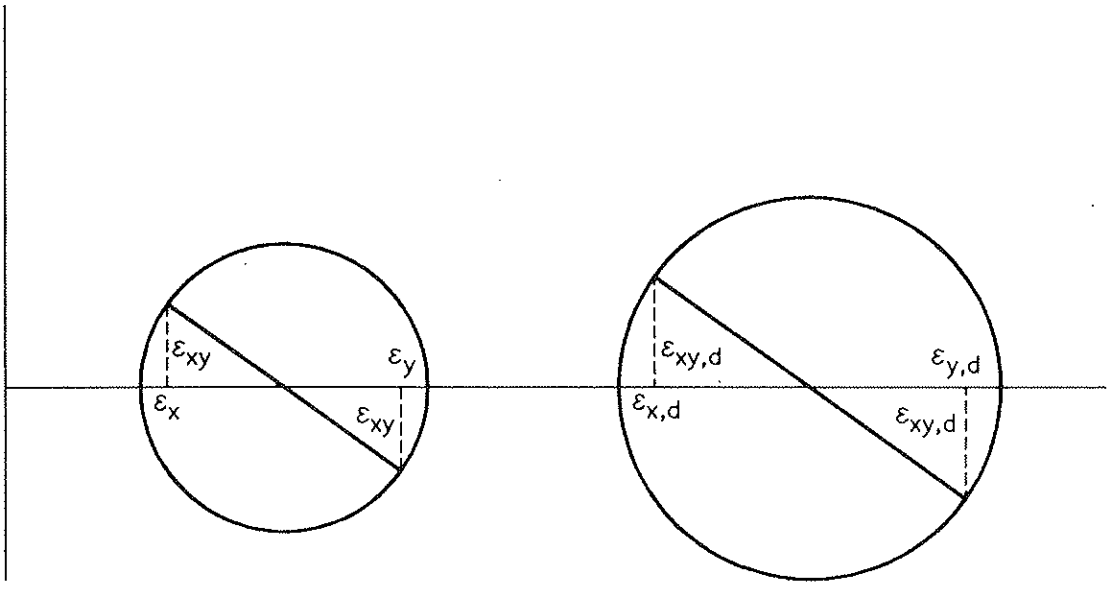


Fig. 1.

Retornando al paralelismo entre los coeficientes de fluencia con las dos constantes de la Elasticidad, en condiciones de isotropía, conviene en este punto recordar las relaciones de las constantes K y G, que ligan respectivamente los componentes hidrostáticos y desviadores de deformaciones y tensiones, con E y υ.

Como es sabido, en Elasticidad K viene definida por

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 3\varepsilon_h = \frac{\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z}{3K}$$

Así, la relación entre los citados componentes hidrostáticos es $\frac{1}{3K}$.

Por el citado paralelismo, al igual que $\varphi_h=\varphi_1+2\varphi_2$, la anterior relación ha de mantener la misma expresión con las dos constantes elásticas que se corresponden exactamente con φ_1 y φ_2 : en efecto,

$\frac{1}{E} + 2\,(-\frac{\upsilon}{E}) = \frac{1-2\upsilon}{E}$ es igual a $\frac{1}{3K}$, ya que

$K = \frac{E}{3(1-2\upsilon)}$.

Por otro lado, la constante G viene definida por

$$\varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ji} = 2\varepsilon_{ij} = \gamma_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{G} \quad ,$$

donde $i \neq j$ y tanto i como j pueden ser x, y ó z. Así, la relación entre los términos de dichos desviadores es $\frac{1}{2G}$.

De nuevo, al igual que $\varphi_d = \varphi_1 - \varphi_2$, dicha relación ha de ser la diferencia entre las mismas constantes: en efecto, esa diferencia es $\frac{1}{E} - (-\frac{\upsilon}{E}) = \frac{1+\upsilon}{E}$ ya que $G = \frac{E}{2(1+\upsilon)}$, con lo cual

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1+\upsilon}{E} & & \\ & \frac{1+\upsilon}{E} & \\ & & \frac{1+\upsilon}{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} = \quad (13)$$

$$= \frac{1+\upsilon}{E} \begin{pmatrix} \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix}$$

Formulaciones tridimensionales en función de tensiones

Dado que la fluencia es una propiedad tensional (las deformaciones iniciales son siempre tensionales), conviene obtener las expresiones entre deformaciones diferidas y tensiones. Dichas expresiones, derivadas de (6), (7), (10) y (13), son las que siguen:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{x,d} \\ \varepsilon_{y,d} \\ \varepsilon_{z,d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_2 \\ \varphi_2 & \varphi_1 & \varphi_2 \\ \varphi_2 & \varphi_2 & \varphi_1 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\upsilon}{E} & -\frac{\upsilon}{E} \\ -\frac{\upsilon}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\upsilon}{E} \\ -\frac{\upsilon}{E} & -\frac{\upsilon}{E} & \frac{1}{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} =$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

$$= \begin{pmatrix} \frac{\varphi_1-2\upsilon\varphi_2}{E} & \frac{\varphi_2-\upsilon(\varphi_1+\varphi_2)}{E} & \frac{\varphi_2-\upsilon(\varphi_1+\varphi_2)}{E} \\ \frac{\varphi_2-\upsilon(\varphi_1+\varphi_2)}{E} & \frac{\varphi_1-2\upsilon\varphi_2}{E} & \frac{\varphi_2-\upsilon(\varphi_1+\varphi_2)}{E} \\ \frac{\varphi_2-\upsilon(\varphi_1+\varphi_2)}{E} & \frac{\varphi_2-\upsilon(\varphi_1+\varphi_2)}{E} & \frac{\varphi_1-2\upsilon\varphi_2}{E} \end{pmatrix} \cdot$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} \qquad (14)$$

y

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xy,d} \\ \varepsilon_{xz,d} \\ \varepsilon_{yz,d} \end{pmatrix} = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \frac{1+\upsilon}{E} \begin{pmatrix} \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{(1+\upsilon)\cdot(\varphi_1-\varphi_2)}{E} \begin{pmatrix} \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} \qquad (15)$$

Otra formulación relativa a tensiones, utilizable en el análisis tridimensional de la fluencia, es la basada en la extrapolación de los módulos elásticos transversal G y volumétrico K [6].

Según lo visto en el epígrafe anterior, en Elasticidad (deformaciones iniciales)

$$K = \frac{E}{3(1-2\upsilon)} \quad \text{y} \quad G = \frac{E}{2(1+\upsilon)} \cdot$$

Pues bien, si K_d y G_d son los mismos módulos relativos a las deformaciones diferidas, al relacionar las distintas formulaciones de la fluencia, resulta

$$K_d = \frac{E}{\varphi_h} \quad \text{y} \quad G_d = \frac{G}{\varphi_d} \cdot$$

En efecto, operando con (14) y (15) y considerando (8) y (9), se tiene

$$\frac{\varepsilon_{x,d}+\varepsilon_{y,d}+\varepsilon_{z,d}}{3} = \frac{\varphi_1-2\upsilon\varphi_2+2[\varphi_2-\upsilon(\varphi_1+\varphi_2)]}{E} \cdot$$

$$\cdot \frac{\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z}{3} = (\varphi_1 + 2\varphi_2) \cdot$$

$$\cdot \frac{1-2\cdot\upsilon}{E} \cdot \frac{\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z}{3} =$$

$$= \varphi_h \cdot \frac{1-2\upsilon}{E} \cdot \frac{\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z}{3}$$

y

$$\varepsilon_{ij,d} = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \frac{1+\upsilon}{E} \cdot \sigma_{ij} = \varphi_d \cdot \frac{1+\upsilon}{E} \cdot \sigma_{ij} \ ,$$

donde $i \neq j$ y tanto i como j pueden ser x, y ó z.

Por tanto, si K_t y G_t son los mismos módulos para las deformaciones totales, se cumple

$$K_t = \frac{K}{1+\varphi_h} \qquad \text{y} \qquad G_t = \frac{G}{1+\varphi_d} \cdot$$

Se observa que las constantes hidrostáticas elásticas y de fluencia, por un lado, y las de los desviadores, por otro, se acoplan. Además, K_t y G_t tienen la misma forma que la bien conocida y equivalente expresión del análisis unidimensional (en la misma situación de tensión constante en el tiempo), a saber,

$$E_t = \frac{E}{1+\varphi} \cdot$$

Comentarios finales

El hecho de que, para la fluencia, la literatura no refleje las formulaciones tridimensionales mediante dos coeficientes de fluencia, puede deberse a:

1) La ausencia habitual, hasta hace poco, de resultados experimentales en forma de relaciones entre deformaciones diferidas e iniciales, siendo normales los dados como relaciones entre deformaciones diferidas y tensiones; lo que encubre ciertas cosas.
2) La circunstancia de que el llamado factor de Poisson diferido tenga un valor pequeño, según se verá más tarde.
3) La aproximación que, a pesar de todo, existe en ciertos casos, sobre todo en los de tensión uniaxial, los más comunes en las fuentes, como asimismo se verá más adelante.

4. EXTRAPOLACIONES DE LA FLUENCIA UNIDIMENSIONAL A TRES DIMENSIONES

Extrapolación directa sobre deformaciones

En el marco examinado antes, la forma que parece más inmediata para extrapolar la fluencia unidimensional a tres dimensiones, a través del coeficiente φ, sería tomar $\varphi_1 = \varphi$ y $\varphi_2 = 0$. En efecto, se considera sólo la fluencia en la dirección de la deformación inicial correspondiente, sin que exista fluencia "cruzada".

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

Así, sustituyendo en (6) y (10), se tendría

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{x,d} \\ \varepsilon_{y,d} \\ \varepsilon_{z,d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi & & \\ & \varphi & \\ & & \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{pmatrix} = \varphi \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (16)$$

y

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xy,d} \\ \varepsilon_{xz,d} \\ \varepsilon_{yz,d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi & & \\ & \varphi & \\ & & \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{pmatrix} = \varphi \begin{pmatrix} \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{pmatrix} \quad (17)$$

Se observa entonces que el coeficiente de fluencia se aplica por igual a todas las componentes del tensor de deformaciones iniciales.

Ello supone, a la vista de (8) y (9), admitir que los coeficientes de fluencia hidrostático y desviador son iguales entre sí, e iguales precisamente a φ; lo que no sucede, como se verá más adelante.

Al adoptar tal simplificación, se trata sobre todo de no dificultar el modelo de fluencia. En efecto, como se verá más adelante, incluso en el rango considerado aún como de servicio, los dos coeficientes de fluencia tridimensional dependen de las tensiones principales, además de las variables habituales (edad del hormigón, tiempo de carga, humedad, temperatura, etc.), lo que complica más el cálculo.

Por otro lado, puede simplificarse así el comportamiento del material, ya que existen bastantes casos del análisis en que ello no supone un error excesivo. Esto se discutirá más tarde a la vista de resultados experimentales.

Si se desarrollan (16) y (17) en tensiones, con (7) y (13), resulta

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{x,d} \\ \varepsilon_{y,d} \\ \varepsilon_{z,d} \end{pmatrix} = \varphi \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\upsilon}{E} & -\frac{\upsilon}{E} \\ -\frac{\upsilon}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\upsilon}{E} \\ -\frac{\upsilon}{E} & -\frac{\upsilon}{E} & \frac{1}{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} \quad (18)$$

y

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xy,d} \\ \varepsilon_{zx,d} \\ \varepsilon_{yz,d} \end{pmatrix} = \varphi \cdot \frac{1+\upsilon}{E} \begin{pmatrix} \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} \quad (19)$$

Esta aproximación, en la forma de (18) y (19), es usual en la práctica del análisis tridimensional de fluencia [1, 3, 7]. Tomando υ como $\upsilon(t, t_0)$ [4], podría aceptarse como formulación tridimensional, por tener ya dos funciones del tipo $f(t, t_0)$; pero, al mezclar lo elástico con lo diferido, resulta muy confusa, en especial cuando se tratan en conjunto la deformabilidad elástica y la fluencia [4]. Mientras que φ_1 y φ_2 (o φ_h y φ_d) quedan con claridad en la parte que liga deformaciones diferidas e iniciales (fluencia) y dejan las constantes elásticas relacionando deformaciones iniciales y tensiones.

Extrapolación directa sobre tensiones

No obstante, cabe asimismo otro tipo inmediato de extrapolación a tres dimensiones, mediante la aplicación directa y por igual del coeficiente φ a las tensiones, evitando los términos cruzados, en paralelo a lo hecho antes con las deformaciones; esto es, simplemente,

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{x,d} \\ \varepsilon_{y,d} \\ \varepsilon_{z,d} \end{pmatrix} = \frac{\varphi}{E} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} \quad (20)$$

y

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xy,d} \\ \varepsilon_{xz,d} \\ \varepsilon_{yz,d} \end{pmatrix} = \frac{\varphi}{E} \begin{pmatrix} \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} \quad (21)$$

El alcance de esta opción aquí propuesta, tan sencilla si se compara con (14) y (15), será examinado, junto con el de la anterior, más adelante.

5. RESULTADOS EXPERIMENTALES TRIDIMENSIONALES Y FLUENCIA UNIDIMENSIONAL

Algunos resultados experimentales para la fluencia tridimensional

Los coeficientes de fluencia tridimensional dependen, además de las variables habituales (edad del hormigón, tiempo de carga, condiciones termo-higrométricas, etc.), de los valores de las tres tensiones principales, incluso en el rango de tensiones que suele corresponder a las condiciones estructurales de servicio.

En efecto, estudios experimentales recientes [6] efectuados con hormigón de resistencia a compresión $f_c \cong 43$ Mpa, sobre probetas cilíndricas de 15 x 40 cm comprimidas longitudinal y transversalmente con célula de presión (tensión transversal única o falso ensayo triaxial), según esquema de la figura 2, concluyen que en dicho rango, y en rangos de tensiones superiores, los coeficientes de fluencia que se obtienen varían con las tensiones σ_l y σ_r.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

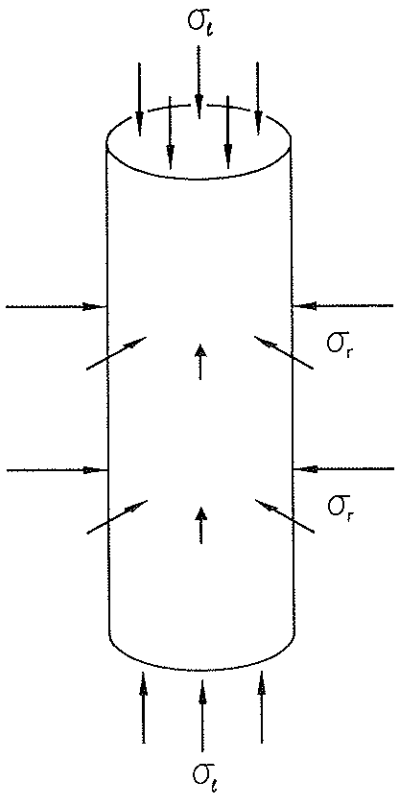


Fig. 2.

Aparte de recientes, son estudios bastante completos (valores de σ_l / f_c de hasta 2,1), con la ventaja de dar resultados directos de los coeficientes de fluencia, que por supuesto son dos: φ_h y φ_d.

De los resultados obtenidos se deduce que siempre φ_1 es positivo y, dado que se observa que, prácticamente, siempre $\varphi_h > \varphi_d$, φ_2 también lo es, no siendo por tanto nulo de ningún modo. Esto último quiere decir, entre otras cosas, que existe un cierto efecto simila: al de Poisson entre deformaciones diferidas e iniciales, esto es, un efecto Poisson diferido (continuación, a lo largo del tiempo, del instantáneo).

Dentro ya del citado rango de servicio, por ejemplo, para la relación $\sigma_l / f_c = 0{,}3$, el coeficiente φ_h va decreciendo según aumenta la relación entre tensiones σ_r / σ_l, al tiempo que φ_d varía en el mismo sentido pero tomando valores menores. Ello queda reflejado en la figura 3, que corresponde a un tiempo de medida de 2 años [6].

Lo anterior supone, según las expresiones 11 y 12, que φ_1 decrece de forma más o menos constante, mientras que φ_2 tiene un valor casi constante, en torno a 0,6, como se ve en la figura 4.

Entre los resultados que proporcionan los mencionados estudios [6] en torno a estos coeficientes, uno muy importante es su valor para tensión uniaxial (por ejemplo, $\sigma_l = \sigma_x \neq 0, \sigma_r = \sigma_y = \sigma_z = 0$). Para los citados tiempo de medida y tensión σ_l, en este caso $\varphi_h \cong 2{,}7$ y $\varphi_d \cong 1{,}2$, con lo que $\varphi_1 \cong 1{,}7$ y $\varphi_2 \cong 0{,}5$ (véanse figuras 3 y 4).

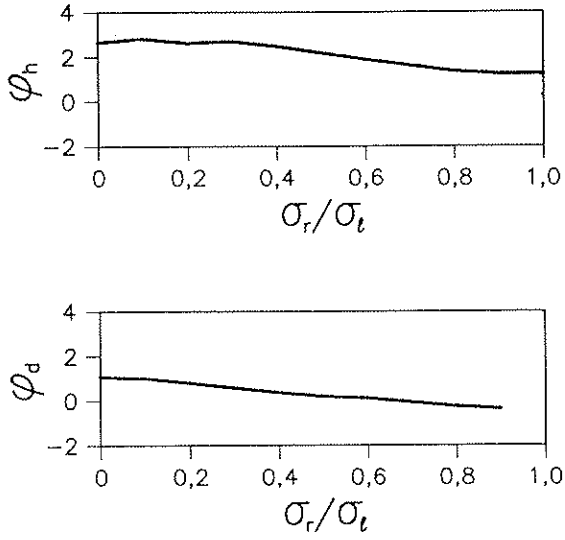


Fig. 3. (extraida de Stöckl et al. [6]).

En principio, para este caso uniaxial puede parecer que φ_1 corresponde al coeficiente φ del análisis unidimensional; y que, al haber sólo una tensión, es como si φ_2 fuera nulo. Pero, como se verá en seguida, en realidad no es así en el ámbito tridimensional.

Conviene indicar que, ante la eventualidad de que E y υ varíen también algo con las tensiones en el rango contemplado, los valores que se toman en lo que sigue son los relativos a tensión uniaxial. En este caso, y en las mismas condiciones anteriores, el coeficiente de Poisson que se deriva de los ensayos es $\upsilon = 0{,}23$.

Valores de los factores de fluencia relativos a las tensiones

Es interesante examinar los factores que, divididos por el módulo E, llenan la matriz de (14), expresión general entre deformarciones diferidas y tensiones; esto es, $\varphi_1 - 2\upsilon\varphi_2$ y $\varphi_2 - \upsilon(\varphi_1 + \varphi_2)$. Tales factores, que definen respectivamente la fluencia longitudinal y el efecto Poisson diferido, se muestran asimismo en la figura 4.

En el caso de tensión uniaxial, la deformación diferida en la dirección de la tensión impuesta tiene el mismo sentido que ésta, ya que se observa que $\varphi_1 - 2\upsilon\varphi_2 > > 0$. Pero, según crecen las tensiones transversales, el mismo va disminuyendo su valor, llegando incluso a ser ligeramente negativo cuando dichas tensiones son importantes.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

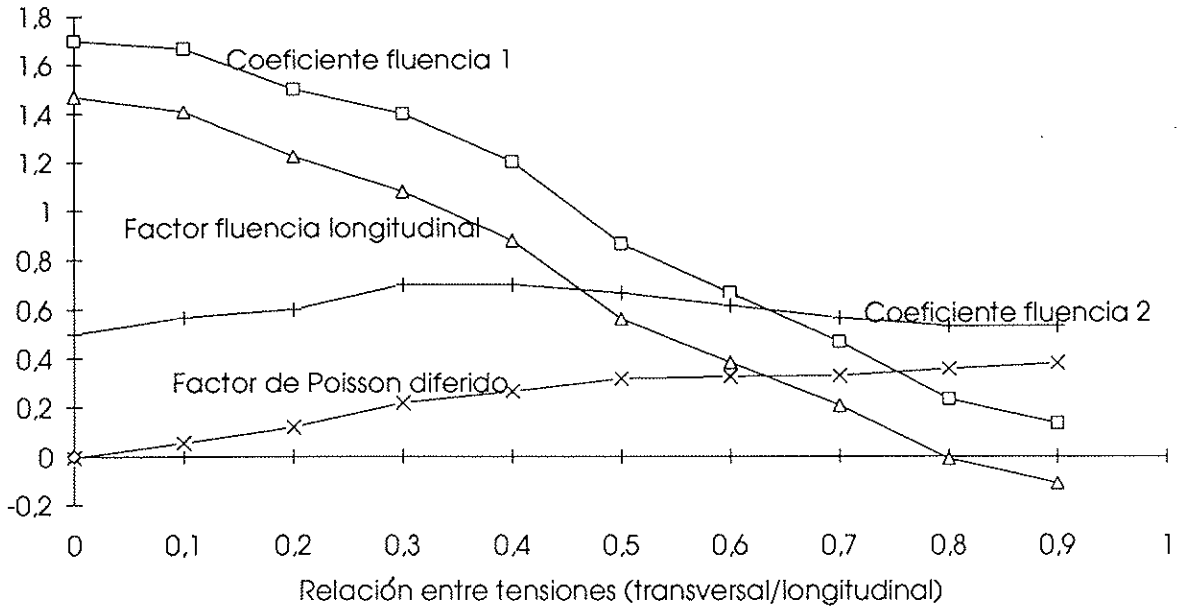


Fig. 4.

En cuanto al sentido de las deformaciones diferidas transversales, ello viene ligado al signo de $\varphi_2 - \upsilon(\varphi_1 + \varphi_2)$. Para el caso de tensión uniaxial, se observa que su valor es casi nulo, pero resulta negativo: el efecto Poisson diferido es poco apreciable, aunque su sentido coincide con el instantáneo. Al crecer las tensiones transversales, dicho factor va aumentando y pasa en seguida a ser positivo, manteniéndose ya así pero siempre con un valor pequeño: el efecto Poisson diferido se produce entonces en distinto sentido que el instantáneo.

En cuanto al factor que, dividido por E, aparece en (15), la otra expresión general tridimensional para las deformaciones angulares, esto es, $(1 + \upsilon) \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)$, puede verse en la figura 5.

Significado del análisis unidimensional a la vista de los resultados experimentales de fluencia en tres dimensiones

En el análisis unidimensional, basado en el coeficiente de fluencia φ, la dirección que se toma se estudia por su lado, sin que importen las restantes. Entonces, considerando a la vez todas las posibles direcciones del análisis, la expresión que las englobara carecería de términos cruzados; en efecto, resultaría como si se tuviera

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{x,d} \\ \varepsilon_{y,d} \\ \varepsilon_{z,d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi & & \\ & \varphi & \\ & & \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & & \\ & \frac{1}{E} & \\ & & \frac{1}{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} = \frac{\varphi}{E} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix}$$

que coincide con la extrapolación sobre tensiones (expresión 20).

De cualquier modo, hay que analizar el caso de tensión uniaxial (por ejemplo, $\sigma_x \neq 0$, $\sigma_y = \sigma_z = 0$) en el contexto tridimensional. Precisamente en este caso, básico para una dimensión, se determina experimentalmente el coeficiente φ de dicho análisis.

El coeficiente φ se deduce en dicho caso, por definición, de

$$\varepsilon_{x,d} = \varphi \cdot \varepsilon_x = \varphi \cdot \frac{\sigma_x}{E} ,$$

sin dar entrada a las ε_y y ε_z que aparecen en el mismo. No obstante, al considerar ya tres dimensiones, según (6) se tiene

$$\varepsilon_{x,d} = \varphi_1 \cdot \varepsilon_x + \varphi_2(\varepsilon_y + \varepsilon_z) ,$$

donde, según los datos experimentales citados para este caso, ninguno de los dos coeficientes de fluencia es nulo; con lo que

$$\varphi = \frac{\varepsilon_{x,d}}{\varepsilon_x} = \varphi_1 + \varphi_2 \cdot \frac{\varepsilon_y + \varepsilon_z}{\varepsilon_x} = \varphi_1 - 2\upsilon\varphi_2 \cdot$$

Por supuesto, se llega a lo mismo aplicando al caso la expresión 14. Así, al obtener experimentalmente el coeficiente φ unidimensional, lo que se mide es realmente $\varphi_1 - 2\upsilon\varphi_2$, expresado en términos tridimensionales; y ello para $(\sigma_y/\sigma_x) = (\sigma_z/\sigma_x) = 0$, dada la variación de los coeficientes de fluen-

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

cia con las tensiones. Todo esto, que es muy importante, se tendrá en cuenta ya en lo que sigue.

6. ERRORES AL EXTRAPOLAR LA FLUENCIA UNIDIMENSIONAL A TRES DIMENSIONES

A la vista de todo lo anterior, se muestran ya con claridad los errores inducidos por la extrapolación del análisis unidimensional de la fluencia a tres dimensiones:

- Se considera un solo coeficiente de fluencia y no dos.

- Al basarse todo en el coeficiente φ unidimensional, relativo a la situación de tensión uniaxial, no es posible considerar la dependencia existente entre el (los) coeficiente(s) de fluencia y el estado multiaxial de tensiones, incluso en condiciones de servicio. A este respecto, se han indicado más arriba las variaciones que, por esto, sufren los coeficientes de fluencia.

Como se dijo, existen dos opciones:

1) Aplicar el coeficiente φ a cada deformación inicial para obtener su correspondiente diferida, sin términos cruzados.

2) Aplicar φ (dividido por E) a las tensiones respectivas, asimismo sin términos cruzados.

Por supuesto, estas opciones no coinciden; y, en particular, aunque sus respectivos errores no siempre son importantes, según los resultados experimentales, tampoco son iguales.

Examinemos más a fondo esta cuestión relativa a los errores. De entrada, recordando que $\varphi=\varphi_1 - 2\upsilon\varphi_2$, con sus valores para el caso de tensión uniaxial, hay que insistir en que siempre existe el error asociado a su variación con el estado multiaxial de tensiones.

–Opción 1 (sobre deformaciones):

Al aplicar el coeficiente φ directamente a las deformaciones (iniciales) y sustituirlo por su citado valor tridimensional en (16) y (17), es posible comparar lo que resulta con las expresiones 6 y 10, generales en el ámbito tridimensional. Procediendo así se tiene:

a) Para las deformaciones longitudinales, la diagonal principal contiene términos iguales a $\varphi_1 - 2\upsilon\varphi_2$ en lugar de ser iguales a φ_1 (expresión 6) y los restantes son nulos en vez de ser iguales a φ_2 (expresión 6).

b) Para las deformaciones angulares, el factor común es asimismo $\varphi_1 - 2\upsilon\varphi_2$ en lugar de $\varphi_1 - \varphi_2$ (expresión 10).

Pero, como la fluencia es una propiedad tensional, conviene referir lo anterior a tensiones. Así, sustituyendo de nuevo φ por su valor tridimensional, pero ahora en las expresiones 18 y 19, se tiene

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{x,d} \\ \varepsilon_{y,d} \\ \varepsilon_{z,d} \end{pmatrix} = (\varphi_1 - 2\upsilon\varphi_2) \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\upsilon}{E} & -\frac{\upsilon}{E} \\ -\frac{\upsilon}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\upsilon}{E} \\ -\frac{\upsilon}{E} & -\frac{\upsilon}{E} & \frac{1}{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} \quad (22)$$

y

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xy,d} \\ \varepsilon_{xz,d} \\ \varepsilon_{yz,d} \end{pmatrix} = \frac{(1+\upsilon)\cdot(\varphi_1 - 2\upsilon\varphi_2)}{E} \begin{pmatrix} \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} \quad (23)$$

–Opción 2 (sobre tensiones):

Al aplicar el coeficiente φ directamente a las tensiones, sustituyéndolo de igual modo en las expresiones 20 y 21, se tiene

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{x,d} \\ \varepsilon_{y,d} \\ \varepsilon_{z,d} \end{pmatrix} = \frac{\varphi}{E} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\varphi_1 - 2\upsilon\varphi_2}{E} & & \\ & \frac{\varphi_1 - 2\upsilon\varphi_2}{E} & \\ & & \frac{\varphi_1 - 2\upsilon\varphi_2}{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_2 \end{pmatrix} \quad (24)$$

y

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xy,d} \\ \varepsilon_{xz,d} \\ \varepsilon_{yz,d} \end{pmatrix} = \frac{\varphi}{E} \begin{pmatrix} \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{\varphi_1 - 2\upsilon\varphi_2}{E} \begin{pmatrix} \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} \quad (25)$$

Entonces, (22) y (23), o bien (24) y (25), sustituirían a (14) y (15), expresiones generales tridimensionales donde respectivamente

- la diagonal principal es idéntica pero los restantes términos (factor de Poisson diferido) existen y son iguales a $\frac{\varphi_2 - \upsilon(\varphi_1+\varphi_2)}{E}$;

- el factor común es $\frac{(1+\upsilon)\cdot(\varphi_1-\varphi_2)}{E}$.

Según los datos experimentales referidos, en el rango que cubren, el error es menor en esta última opción sobre las tensiones, lo que se va a ver sobre la figura 5. (Recuérdese que, aunque en

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

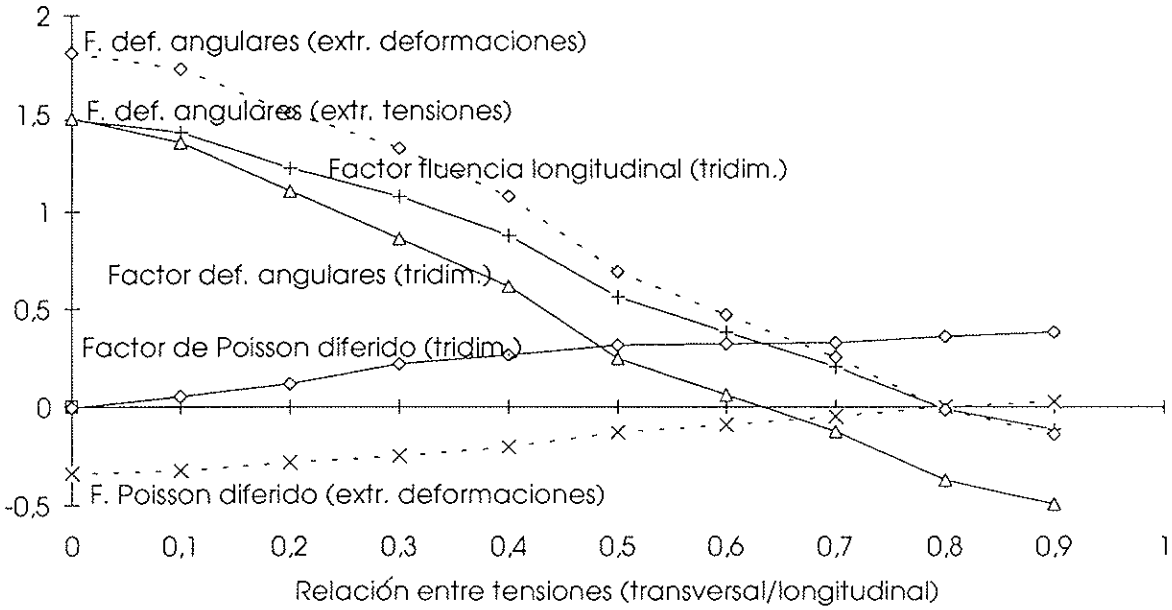


Fig. 5.

esta figura aparecen punteadas las curvas enteras de los factores de las extrapolaciones, para distinguirlos, en realidad sus valores son los relativos a tensión uniaxial (sobre el eje de ordenadas); así, permanecerían constantes con respecto a la relación de tensiones).

En efecto, en la parte longitudinal, mientras que la diagonal principal, con el factor de fluencia longitudinal, es exacta en el origen (y con idéntico error en el resto) para ambas opciones, los términos restantes, iguales al factor de Poisson diferido, son más próximos al factor real, $\varphi_2 - \upsilon(\varphi_1+\varphi_2)$, en la opción sobre tensiones, donde son nulos (eje de abscisas), que en la opción sobre deformaciones, negativos, según se aprecia en la figura 5.

Para las deformaciones angulares los errores son asimismo menores en la opción sobre tensiones, como se ve en las misma figura, donde la horizontal trazada sobre la ordenada $\varphi_1 - 2\upsilon\varphi_2$, sin multiplicar por $1 + \upsilon$, está más cerca de la curva del factor real, $(1 + \upsilon) \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)$.

Es curioso observar, en la figura 5, que para cada uno de los dos últimos factores comparados la curva (virtual) para la extrapolación sobre tensiones viene a quedar entre la curva (real) para la formulación tridimensional y la curva (virtual) para la extrapolación sobre deformaciones.

En relación precisamente a la opción sobre tensiones, una variante que cabría emplear, por paralelismo a la Elasticidad, consistiría en el uso, para la parte angular, del divisor $2G$ en lugar de E. Pero ello, aparte de cancelar el trato por igual a todas las tensiones, empeora el ajuste de esta opción: el factor que entonces resulta coincide con el de la opción sobre deformaciones.

Por supuesto, en el caso básico de tensión uniaxial (por ejemplo, $\sigma_x \neq 0$, $\sigma_y = \sigma_z = 0$) ambas opciones son exactas al obtener la deformación diferida en el eje de la tensión. Pero, además, la relativa a tensiones lo es globalmente, en la práctica, para dicho caso (origen, en la figura 5).

Asi pues, en todos los casos, los errores van aumentando al crecer la relación entre tensiones; pero, siempre, la opción sobre tensiones presenta menor error.

Contraste entre algunos resultados del análisis basados en las extrapolaciones unidimensionales de fluencia y otros experimentales

Aunque los resultados experimentales tomados para evaluar y comparar los parámetros de las formulaciones revisadas no son muy amplios (ya se apuntó su ventaja al ser acordes con la formulación tridimensional aquí planteada), de cara a las conclusiones de este trabajo, más bien cualitativas, parecen representativos de la situación de servicio en las estructuras masivas de hormigón. No obstante, conviene dejar constancia del contraste entre algunos resultados del análisis estructural basado en las citadas extrapolaciones de fluencia y otros experimentales, que confirma las tendencias ya encontradas.

Como ya se dijo, en diversas referencias [1,3,7] se emplea de hecho la extrapolación que aplica directamente φ a las deformaciones.

Así, una de ellas, la referencia 3, utiliza un modelo de análisis basado en dicha extrapolación y lo aplica a estructuras que coinciden con casos experimentales sencillos de [2], para tensiones

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

uniaxiales y multiaxiales, comparando después sus resultados. Pues bien, los errores registrados van en la dirección mencionada más arriba.

En efecto, para tensión uniaxial, aunque los errores son pequeños (no incide el error debido a la influencia de las tensiones multiaxiales), el efecto Poisson diferido obtenido en el modelo es algo mayor en valor absoluto que el experimental, que es prácticamente nulo: las deformaciones transversales casi no se modifican en el tiempo. Todo ello resulta como era de esperar, ya que en este caso, según muestra la figura 5, entre el factor de Poisson diferido de la extrapolación sobre deformaciones y el tridimensional se cumple $|-\upsilon(\varphi_1-2\upsilon\varphi_2)| > |\varphi_2-\upsilon(\varphi_1+\varphi_2)| \cong 0$.

Conforme asimismo a lo previsto, en la misma referencia [3] se muestra que para tensiones multiaxiales los errores son ya más fuertes. Además, si σ_x es la tensión mayor, la $\varepsilon_{x,d}$ experimental es menor que en el análisis; lo que se debe sobre todo a que en la realidad (figuras 4 y 5) $\varphi_1-2\upsilon\varphi_2$ se reduce de forma apreciable con respecto al caso uniaxial. En cuanto a $\varepsilon_{y,d}$ y $\varepsilon_{z,d}$, los valores experimentales son positivos (contracción) y mayores que en el análisis, ya que ahora todos los factores reales de las tensiones (expresión 14) son positivos; mientras que en el análisis (expresión 22) hay factores negativos $-\upsilon(\varphi_1-2\upsilon\varphi_2)$ que compensan el que el $\varphi_1-2\upsilon\varphi_2$ empleado sea mayor que el real.

7. EMPLEO DE LAS EXTRAPOLACIONES UNIDIMENSIONALES DE LA FLUENCIA EN EL CASO GENERAL

A continuación se examina la incidencia de las dos formas de extrapolar la fluencia a tres dimensiones para la situación general de tensiones variables a lo largo del tiempo y sus formulaciones, ya mostradas al principio para el ámbito unidimensional.

Formulación clásica en función de tensiones

Si se emplea la extrapolación de la fluencia sobre tensiones (expresiones 20 y 21), como no hay términos cruzados en ellas, es ideal el empleo de la formulación clásica en tensiones vista al principio, resumida en la expresión 4. Así, suponiendo la vigencia del principio de superposición, *para cada una de las seis deformaciones diferidas* se cumple de hecho la respectiva expresión unidimensional, en función de la tensión que le corresponde:

$$\varepsilon_d(t,t_0) = \sigma(t_0)\cdot\frac{\varphi(t,t_0)}{E_c} + \int_{t_0}^{t}\sigma'(\tau)\cdot\frac{\varphi(t,\tau)}{E_c}\cdot d\tau\cdot$$

Como entonces, pero tan sólo para las deformaciones longitudinales ($\varepsilon_{x,d}$, $\varepsilon_{y,d}$ y $\varepsilon_{z,d}$), en la anterior hay que añadir un término único relativo a la deformación de retracción, $\varepsilon_r(t)$, puesto que la misma es hidrostática.

Por el contrario, la combinación de la formulación anterior con la extrapolación sobre deformaciones (expresiones 18 y 19), da lugar a términos cruzados, con lo que procede el uso de una expresión integral de tipo matricial.

Por otro lado, deben recordarse ahora las apreciaciones hechas respecto a los errores de ambos tipos de extrapolación, al comparar las expresiones que resultan con las generales entre deformaciones diferidas y tensiones.

Por tanto, la extrapolación directa sobre tensiones no sólo es más aproximada sino también más sencilla de aplicar, para el caso general de tensiones variables, con la formulación clásica de la viscoelasticidad lineal.

Formulación en función de deformaciones instantáneas

La extrapolación directa sobre deformaciones (expresiones 16 y 17) puede emplearse, sin que resulten términos cruzados, con la formulación similar relativa a las deformaciones instantáneas cuyos incrementos actúan como iniciales en cada intervalo de tiempo, vista asimismo al principio y que se resume en la expresión 5. En efecto, aplicando de nuevo el principio de superposición, *para cada una de las seis deformaciones diferidas* se cumple la expresión unidimensional.

$$\varepsilon_d(t,t_0) = \varepsilon(t_0)\cdot\varphi(t,t_0) + \int_{t_0}^{t}\varepsilon'(\tau)\cdot\varphi(t,\tau)\cdot d\tau\cdot$$

La anterior expresión unidimensional se aplica a cada una de las deformaciones diferidas, partiendo de la deformación instantánea correspondiente $\varepsilon(t)$, ligada directamente a las tensiones existentes a través de las expresiones 7 y 13. Por tanto, si se sigue este proceso, ello obliga a ir obteniendo estas deformaciones por separado a lo largo del mismo, teniéndolas por tanto desglosadas dentro de las totales.

De nuevo, para las tres deformaciones longitudinales, en la expresión anterior hay que añadir un término único relativo a la retracción.

Comentarios finales

En un próximo trabajo sobre análisis en el tiempo de estructuras masivas de hormigón, que será publicado en esta misma revista, entre otras

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

cosas se comprobará el alcance estructural de emplear estas aproximaciones para la fluencia del material.

8. CONCLUSION

Se ha justificado, de forma previa, la necesidad de estudiar los efectos que la retracción y la fluencia generan a lo largo del tiempo en las estructuras masivas de hormigón, para su proyecto y construcción. Así, tales deformaciones, que actúan en todas direcciones, producen tensiones si están restringidas e interaccionan entonces con los efectos térmicos y entre sí; siendo todo ello habitual en al menos alguna región de dichas estructuras. Si, por otro lado, la construcción de la obra da lugar a una evolución de esquema estructural, aparecen asimismo redistribuciones de tensiones por causa de las mismas. Todos estos fenómenos diferidos no suelen ser despreciables; sobre todo en las presas y otras grandes estructuras de hormigón de construcción evolutiva, donde la retracción y la fluencia, junto con el calor de fraguado del hormigón, pueden ser muy fuertes al principio.

En este trabajo se ha llevado a cabo un estudio tridimensional de la fluencia, con sus diversas formulaciones a partir de dos coeficientes, que es lo que parece correcto (a pesar de que ello no se refleja en la literatura); se ha hecho hincapié en la paralela a la más clásica entre deformaciones y tensiones en Elasticidad. Al mismo tiempo, se han revisado las aproximaciones que extrapolan a tres dimensiones el comportamiento unidimensional de fluencia, tanto la que es habitual en el análisis diferido de estas estructuras como otra que ha sido propuesta aquí, y se ha analizado el significado de ambas dentro del marco tridimensional.

Además, se han estudiado los errores, distintos, que ocasionan ambas aproximaciones y sus causas: a) se emplea un solo coeficiente de fluencia y no dos; b) como se basa todo en el coeficiente φ unidimensional, relativo a tensión uniaxial, no puede considerarse la dependencia existente entre tales coeficientes y el estado multiaxial de tensiones, incluso en condiciones de servicio.

Ante la opción por una u otra extrapolación, esto es, aplicar φ a cada deformación inicial para obtener su respectiva diferida, sin términos cruzados, o φ dividiudo por E a las tensiones, de forma similar, esta última, la propuesta en este trabajo, presenta menores errores y mantiene la fórmula clásica en tensiones del caso general de fluencia para cada una de las seis deformaciones diferidas, por separado.

Antes de finalizar, parece oportuno remitir al lector a los comentarios finales del apartado 3.

AGRADECIMIENTOS

Este artículo es fruto de los trabajos ligados al proyecto de investigación DGICYT PB90-0611 *Comportamiento térmico de presas de hormigón*, financiado por el Plan Nacional de I + D, que concluyó oficialmente en Agosto de 1994. El autor formó parte del equipo del proyecto y estuvo por ello en comisión de servicios en el Departamento de Ingeniería de la Construcción de la UPC (Escuela T. S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona), por convenio entre el CSIC y la UPC. Todo lo cual se desea reconocer desde aquí, con el agradecimiento a las instituciones citadas. Asimismo, el autor agradece los comentarios de su buen amigo y compañero Ignacio Carol.

REFERENCIAS

1. **J. W. Chuang, T. W. Kennedy, E. S. Ferry** and **J. N. Thompson**. *Prediction of Multiaxial Creep from Uniaxial Creep Tests*, en ACI Special Publication nº 34, *Concrete for Nuclear Reactors* (pp. 701-734). Detroit, 1972.

2. **J. E. McDonald**. *An Experimental Study of Multiaxial Creep in Concrete*, en ACI Special Publication n° 34 , *Concrete for Nuclear Reactors* (pp. 735-768). Detroit, 1972.

3. **M. Emborg**. *Temperature Stress in Massive Concrete Structures. Viscoelastic Models and Laboratory Tests*. Licenciate Thesis. Lulea University of Technology, 1985.

4. **Z. P. Bazant, J. W. Dougill, C. Huet, T. Tsubaki** and **F. H. Wittmann**. *Material Models for Structural Creep Analysis*, en *Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete* (pp. 99-215) (ed. Z. P. Bazant). John Wiley and Sons. Chichester, 1988.

5. **CEB**. *CEB-FIP Model Code 1990* (Final Draft). Bulletins d'Information n° 203, 204 y 205. Comité Euro-International du Béton. Lausanne, 1991.

6. **S. Stöckl, H. Bierwirth, N. Lanig** and **H. Kupfer.** *Creep Behaviour of Concrete under Compressive Stresses*, en *Creep and Shrinkage of Concrete* (pp. 27-32) (eds. Z. P. Bazant and I. Carol). E & FN Spon. London, 1993.

7. **E. M. R. Fairbairn**. L' expérience brésilienne dans l'utilisation du modèle rhéologique de la chaîne de Maxwell pour la résolution du probléme thermo-mécanique des barrages en béton. *Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics* n° 520 (pp. 150-180). Paris, 1994.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

RESUMEN

Las estructuras masivas de hormigón experimentan en el tiempo deformaciones (en todas direcciones) por retracción y fluencia, que producen diversos efectos diferidos e interaccionan con las acciones térmicas. Estos efectos, no despreciables en general, han de tenerse en cuenta en su proyecto y construcción; en particular, en las presas y otras grandes estructuras de hormigón de construcción evolutiva, donde además la retracción y la fluencia, junto con el calor de fraguado del hormigón, pueden ser muy fuertes en las primeras etapas.

Este trabajo incluye un estudio tridimensional de la fluencia, con sus diversas formulaciones basadas en dos coeficientes, que es lo que procede (aunque la literatura no lo refleja). Asimismo, se ha analizado el significado, en el marco tridimensional, de las aproximaciones que extrapolan a tres dimensiones el comportamiento unidimensional de fluencia, tanto la que es habitual en el análisis diferido de estas estructuras como otra nueva que se ha propuesto dentro del propio trabajo.

Además, se han estudiado los errores propios de dichas aproximaciones, distintos, y sus causas: a) se considera un solo coeficiente de fluencia y no dos; b) el coeficiente φ unidimensional se basa en la situación de tensión uniaxial y no puede considerar que los coeficientes reales dependen del estado multiaxial de tensiones.

Ante la alternativa entre aplicar φ a cada deformación inicial para obtener su respectiva diferida, sin términos cruzados, o aplicar φ dividido por el módulo E a las tensiones, de forma similar, esta segunda opción, que es la propuesta aquí, presenta menores errores y mantiene la formulación clásica en tensiones del caso general de fluencia, para cada una de las deformaciones diferidas.

SUMMARY

Massive concrete structures suffer deformations along the time (in all directions) due to shrinkage and creep. These deformations produce different delayed effects and interact with thermal actions. Such effects, in general not negligible, must be taken into account in the design and the construction of such structures; in particular, for dams and other large concrete structures having an evolutive construction and considering that for therm at first stages creep and shrinkage, as well as hardening heat, can be very important.

In this work, a revision of creep formulations in three dimensions (3-D), based on two coefficients (which seems the correct one, in spite of the bibliography), has been developed. For this framework, it has been stablished the meaning of the simple approaches consisting of extrapolations of one-dimensional creep behaviour to 3-D, both the one normally used at the time-dependent analysis of these structures and another that has been proposed here.

Besides, the errors of such approaches have been studied and their causes: a) only one creep coefficient, instead of two, is taken into account; b) one-dimensional coefficient φ corresponds to uniaxial stress conditions, so making impossible to consider that creep coefficients depend on the multiaxial stress state.

The option of applying coefficient φ divided by modulus E to every stress for obtaining its corresponding delayed strain, without coupled terms, the one proposed here, has less errors in comparison with the option of applying φ to every initial strain, in the same way. On the other hand, for each delayed deformation, the first one keeps the classic stress formulation of the creep general case.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

457-5-32

Influencia del número de líneas resistentes y de los parámetros que controlan la respuesta sísmica no lineal de edificios

Víctor Iván Fernández-Dávila Gonzáles
Estudiante de Magister en Ciencias de la Ingeniería.
Departamento de Ingeniería Estructural y Geotécnica,
Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile
Ernesto Cruz Zabala
Profesor Adjunto. Departamento de Ingeniería Estructural y Geotécnica,
Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile

INTRODUCCION

En países de gran sismicidad es muy importante contar con normas y prácticas de diseño sismoresistente, lo más realistas posibles, que permitan predecir en forma adecuada el comportamiento de un edificio real ante la presencia de un movimiento sísmico severo que deberá soportar, sin colapsar, al menos una vez durante su vida útil.

Por esta razón, estudiar el comportamiento del modelo en la situación no lineal que precede al colapso, permitirá detectar deformaciones inelásticas en muchos de sus elementos resistentes, confirmándose que, en tales circunstancias, no sólo las fuerzas (como los cortantes a nivel de cada piso), sino también las deformaciones y especialmente las demandas de ductilidad son de gran importancia para el diseño sísmico del edificio.

Realizar esta labor en edificios comunes, normalmente rebasa las posibilidades técnico-económicas de las oficinas de cálculo estructural, ya que se presentan múltiples interrogantes sobre la excitación sísmica que se debe emplear, las características no lineales de la estructura y la interpretación misma de los resultados.

Recientes estudios de la respuesta no lineal de estructuras tridimensionales que presentan efectos de torsión en planta debido a excentricidad en masa o rigidez [2, 6, 8, 9, 10], permiten adquirir una mejor comprensión del problema; sin embargo, es muy difícil generalizar tales resultados para tomarlos como guías de diseño que sean aplicables a la mayoría de las estructuras, debido a que la respuesta no lineal ha mostrado ser muy dependiente de las características propias de cada modelo y de la excitación sísmica aplicada.

El comportamiento lineal elástico de sistemas de un piso, con excentricidad en una sola dirección [3], se define mediante tres parámetros: el período fundamental desacoplado, el grado de acoplamiento torsional y la excentricidad estática normalizada. Sin embargo, en el estudio de la respuesta no lineal es necesario especificar otros detalles del modelo estructural, tales como la ubicación en planta y el comportamiento carga-deformación de las líneas resistentes. En adición a tales parámetros, los sistemas de varios pisos poseen la complicación adicional de las variaciones en la altura de las características de masa y de rigidez, incluso en el rango elástico, y de resistencia en el caso inelástico. De esta manera, la mayor dificultad que se presenta en el estudio de la respuesta no lineal de edificios es el gran número de parámetros necesarios para definir el modelo.

En vista de la complejidad de los modelos tridimensionales que sirven para representar a los edificios reales, en este artículo se presenta una metodología para estudiar la influencia de algunos de los parámetros que los describen en cuanto a su comportamiento elástico, sobre la respuesta no lineal de un modelo simple de más de un piso, con distinto número de líneas resistentes paralelas a la dirección del sismo [1].

METODOLOGIA

Características generales: El modelo general corresponde a una estructura de cinco pisos, con idénticas plantas rectangulares, simétrica respecto a la dirección perpendicular a la acción del sismo. Posee un sistema de marcos planos, de masa despreciable, con razón de rigideces relativas viga-columna $\rho = 0{,}125$ [5] y con matrices de rigidez lateral proporcionales entre sí [7]. Están ubicados en una parrilla ortogonal y conectados en cada nivel de piso por un diafragma rígido, en cuyo centro de masa (CM) se supone concentrada la masa del edificio.

Se han considerado tres modelos particulares, con dos, tres y cuatro marcos paralelos a la dirección de la acción del sismo (Fig. 1a, 1b, 1c), similar a los empleados por Goel y Chopra [2] para el estudio de la influencia del número de líneas resistentes en la respuesta inelástica del edificio de un solo piso. Cada marco, de cinco pisos y un

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

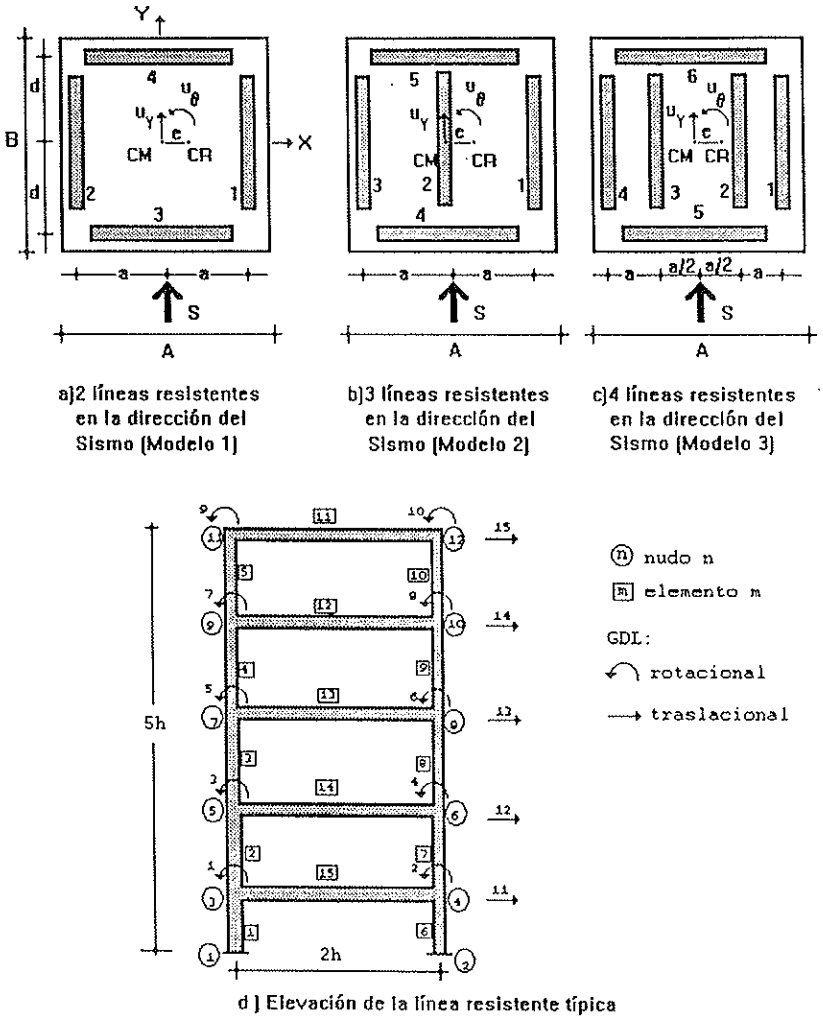


Figura 1. Características generales del modelo.

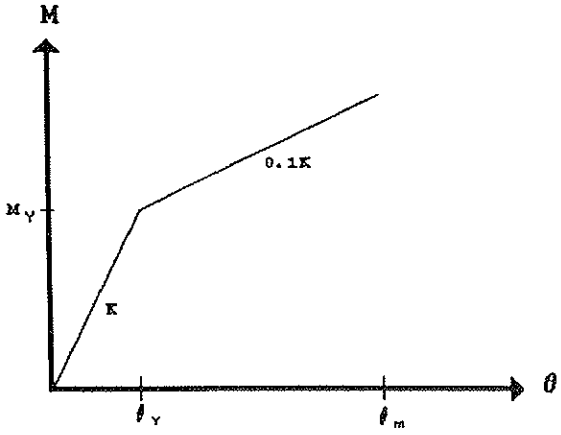
vano (Fig. 1d) es similar al empleado por Hejal y Chopra [3], con relación h/L = 2, con elementos resistentes rectangulares, de sección uniforme. Se desprecian las deformaciones axiales y de corte. Todas las vigas poseen la misma rigidez flexural EI_v y la rigidez de la columna EI_c no varía con la altura. Las columnas del primer piso se encuentran perfectamente empotradas en la base. El marco sólo contribuye a la rigidez del edificio en la dirección de su propio plano, despreciándose su rigidez torsional alrededor de algún eje vertical ubicado dentro de él, así como la rigidez de los elementos en la dirección transversal al plano del marco. Se han adoptado propiedades físicas y geométricas de los modelos, acordes a estructuras reales de hormigón armado, fijándose una planta con relación A/B igual a 1,5.

El modelo de comportamiento del material (Fig. 2a), se especifica usando una curva momento-rotación bilineal, en la que la pendiente del segundo tramo corresponde al 10% de la pendiente del primer tramo y se restringen las incursiones en el rango inelástico que pueden ocurrir sólo en los extremos de los elementos. Se considera el mismo valor del momento de fluencia M_Y, tanto para los momentos positivos como para los momentos negativos. El modelo de comportamiento utilizado corresponde al que se denomina "Elemento Viga Columna" (Tipo 2) en el programa de cómputo para el cálculo de la Respuesta Sísmica No Lineal de Estructuras Tridimensionales DRAIN-TABS [4].

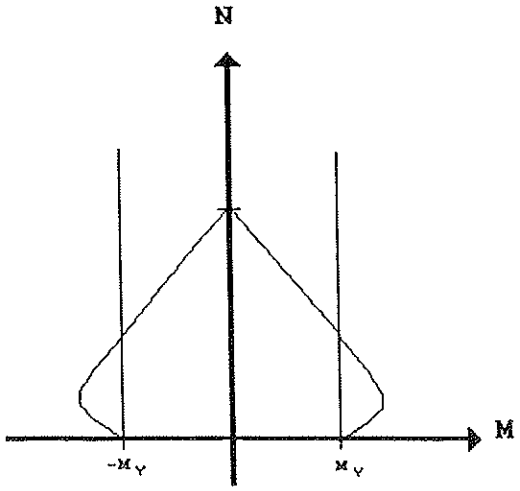
Debido a que los esfuerzos axiales de los elementos son ignorados, se supone un diagrama de interacción momento-carga axial, con momento de fluencia constante o independiente del esfuerzo axial, tal como se muestra en la Fig. 2b.

Matriz de Rigidez: Debido a la simetría del edificio según el eje X, para analizar el problema (sismo de dirección Y) basta con considerar que el vector de desplazamientos del sistema queda definido por $u^T = < u_Y{}^T \; ru_\theta{}^T >$, siendo u_Y el vector de desplazamientos traslacionales del CM de cada piso a lo largo del eje Y, y u_θ el vector de desplazamientos torsionales del piso alrededor de

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024



a) Curva de comportamiento del material



b) Diagrama de interacción Momento-Carga Axial utilizado

Figura 2. Comportamiento no lineal de los elementos.

un eje verticasl, en el que r es el radio de giro de cada planta y es igual en cada piso. La matriz de rigidez del edificio estará dada por:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{YY} & \frac{1}{r}\mathbf{K}_{Y\theta} \\ \frac{1}{r}\mathbf{K}_{\theta Y} & \frac{1}{r^2}\mathbf{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (1)$$

siendo:

$$\mathbf{K}_{YY} = \sum_i \mathbf{K}_{Yi} \quad (2a)$$

$$\mathbf{K}_{Y\theta} = K_{\theta Y} = \sum_i X_i \mathbf{K}_{Yi} \quad (2b)$$

$$\mathbf{K}_{\theta\theta} = \sum_i (X_i^2 \mathbf{K}_{Yi} + Y_i^2 \mathbf{K}_{Xi}) \quad (2c)$$

Las ecuaciones (1) y (2) corresponden a una familia de edificios constituidos por un sistema ortogonal de marcos simétricos en rigidez alrededor del eje X. Si se considera que la estructura está conformada por una serie de marcos con matrices de rigidez lateral proporcionales a la que posee un marco patrón, se tendrá que:

$$\mathbf{K}_{Xi} = \mathbf{K}_L \quad y \quad \mathbf{K}_{YI} = \alpha_i \mathbf{K}_L \quad (3a, b)$$

siendo $\mathbf{K}_L$ la matriz de rigidez lateral del marco patrón, α_i la constante de proporcionalidad para el i-ésimo marco orientado según el eje Y, y los marcos orientados según el eje X idénticos a dicho marco. Reemplazando la ecuación (3) en la ecuación (2):

$$\mathbf{K}_{YY} = (\sum_i \alpha_i)\,\mathbf{K}_L = C_Y \mathbf{K}_L \quad (4a)$$

$$\mathbf{K}_{Y\theta} = \mathbf{K}_{\theta Y} = (\sum_i \alpha_i X_i)\,\mathbf{K}_L = C_{Y\theta}\mathbf{K}_L = \frac{C_{Y\theta}}{C_Y}\mathbf{K}_{YY} \quad (4b)$$

$$\mathbf{K}_{\theta\theta} = \sum_i (\alpha_i X_i^2 + Y_i^2)\,\mathbf{K}_L = C_\theta \mathbf{K}_L = \frac{C_\theta}{C_Y}\mathbf{K}_{YY} \quad (4c)$$

Se comprueba que la razón que existe entre las matrices $\mathbf{K}_{\theta Y}$ y $\mathbf{K}_{YY}$ es igual a la excentricidad estática "e" del edificio y que las matrices $\mathbf{K}_{\theta\theta}$ y $\mathbf{K}_{YY}$ se relacionan mediante la expresión (e^2 + + $C_{\theta R}/C_Y$). Finalmente, la matriz de rigidez del edificio queda expresada como:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{YY} & \frac{e}{r}\mathbf{K}_{YY} \\ \frac{e}{r}\mathbf{K}_{YY} & \left[(\frac{e}{r})^2 + \frac{C_{\theta R}}{r^2 C_y}\right]\mathbf{K}_{YY} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Ecuaciones del movimiento: Las ecuaciones del movimiento de un edificio sin amortiguamiento, con comportamiento lineal y elástico, sujeto a una aceleración del suelo a_{gY} (t) a lo largo del eje Y, pueden escribirse como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_Y(t) \\ r\,\ddot{\mathbf{u}}_\theta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{YY} & \frac{e}{r}\mathbf{K}_{YY} \\ \frac{e}{r}\mathbf{K}_{YY} & \left[(\frac{e}{r})^2 + \frac{C_{\theta R}}{r^2 C_y}\right]\mathbf{K}_{YY} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_Y(t) \\ r\,\mathbf{u}_\theta(t) \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix} a_{gY}(t) \quad (6)$$

siendo: $\mathbf{M}$ una matriz diagonal, con términos igua-

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

les a la masa concentrada "m" de cada piso del edificio; **1** y **0** vectores con términos iguales a uno y a cero respectivamente.

Resolviendo el problema de valores propios de la ecuación (6) es posible encontrar las frecuencias de vibración natural y las formas de modo del edificio, con lo cual:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{YY} - \omega^2 \mathbf{M} & \frac{e}{r}\mathbf{K}_{YY} \\ \frac{e}{r}\mathbf{K}_{YY} & \left[\left(\frac{e}{r}\right)^2 + \frac{C_{\theta R}}{r^2 C_y}\right]\mathbf{K}_{YY} - \omega^2 \mathbf{M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \phi_Y \\ \phi_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Los movimientos traslacional y torsional quedarán totalmente desacoplados haciendo e = 0, reduciéndose la ecuación (7) a dos ecuaciones desacopladas:

$$(\mathbf{K}_{YY} - \omega_{Yj}^2 \mathbf{M})\, \psi_{Yj} = \mathbf{0}$$

$$\text{y} \quad \left[\frac{C_{\theta R}}{r^2 C_Y}\mathbf{K}_{YY} - \omega_{\theta j}^2 \mathbf{M}\right]\psi_{\theta j} = \mathbf{0} \quad (8a, b)$$

Las frecuencias de vibración traslacional, ω_{Yj}, y las formas de modo, ψ_{Yj}, se obtienen de la ecuación (8a); de la forma de las expresiones, es claro que las formas de vibrar en ambas ecuaciones es la misma, con lo cual las frecuencias de vibración correspondientes quedarán relacionadas mediante:

$$\Omega_\theta = \frac{\omega_{\theta j}}{\omega_{Yj}} = \sqrt{\frac{C_{\theta R}}{r^2 C_Y}} \quad (9)$$

que es igual a la razón de las j-ésimas frecuencias de vibración torsional y traslacional del edificio, desacoplado torsionalmente o con centros de masa y de rigidez coincidentes (e = 0) en cada piso, pero con las mismas propiedades del edificio acoplado. Se aprecia que Ω_θ es único, debido a que depende sólo de la configuración estructural del edificio.

Goel y Chopra [2] sugieren el empleo de dos parámetros adicionales para identificar la ubicación y las propiedades de rigidez de los marcos orientados perpendicularmente a la dirección del sismo:

–Razón de las frecuencias traslacionales desacopladas ω_{X1}/ω_{Y1}, cuya expresión es la siguiente para el modelo considerado:

$$\frac{\omega_{X1}}{\omega_{Y1}} = \sqrt{\frac{2}{C_Y}} \quad (10)$$

parámetro que indica la proporción de rigidez traslacional que posee el edificio en ambas direcciones, careciendo de sentido si los marcos perpendiculares a la acción de sismo no existen.

–Razón de las rigideces torsionales γ_X, definido como la rigidez torsional que aportan los marcos ubicados a lo largo del eje X, dividida por la rigidez torsional total que posee el edificio en su centro de rigidez:

$$\gamma_X = \mathbf{K}_{\theta R} = \sum_i Y_i^2 \mathbf{K}_{Xi} \quad (11)$$

en donde $\mathbf{K}_{\theta R} = \mathbf{K}_{\theta\theta} - e^2\, \mathbf{K}_{YY}$. Sustituyendo $\mathbf{K}_{\theta R}$ con las ecuaciones (3a) y (4a) en la ecuación (11):

$$\gamma_X = \frac{\sum_i Y_i^2}{\Omega_\theta^2 r^2 C_Y} \quad (12)$$

Nótese que $\gamma_X = 0$ señala que la estructura carece de marcos orientados perpendicularmente a la acción sísmica.

En consecuencia, el edificio se caracteriza por los siguientes parámetros:

1) Período de vibración traslacional desacoplado, T_{Y1} ($T_{Y1} = 2\pi/\omega_{Y1}$)
2) Grado de acoplamiento torsional, Ω_θ
3) Excentricidad de rigidez normalizada, e/r
4) Razón de las frecuencias traslacionales desacopladas, ω_{X1}/ω_{Y1}
5) Razón de las rigideces torsionales, γ_X

Modelos considerados: De acuerdo con el número de líneas resistentes paralelas a la dirección del sismo, se definirá la ubicación, las constantes de proporcionalidad y las inercias de los elementos de los marcos que constituyen cada modelo particular.

a) Modelo con dos líneas resistentes (véase Fig. 1.a):

$$\frac{a}{r} = \sqrt{\left(\frac{e}{r}\right)^2 + \Omega_\theta^2 (1 - \gamma_X)} \quad (13)$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{\omega_{X1}}{\omega_{Y1}}\right)^{-2} \frac{\left(\frac{a}{r}\right) + \left(\frac{e}{r}\right)}{\left(\frac{a}{r}\right)} \quad (14)$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{\omega_{X1}}{\omega_{Y1}}\right)^{-2} \frac{\left(\frac{a}{r}\right) - \left(\frac{e}{r}\right)}{\left(\frac{a}{r}\right)} \quad (15)$$

$$I_c = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_{X1}}{\omega_{Y1}}\right)^2 \left(\frac{\omega_{Y1}}{\lambda_{Y1}}\right)^2 \frac{mh^3}{E} \quad (16)$$

$$I_{c1} = \alpha_1 I_c \quad e \quad I_{c2} = \alpha_2 I_c \quad (17a,b)$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

Como los marcos deben de estar dentro de la planta, se deberán satisfacer las siguientes desigualdades:

$$\frac{\left(\frac{a}{r}\right)^2+\left(\frac{d}{r}\right)^2}{3}<1\ ,\ a<\frac{A}{2}\quad y\quad d<\frac{B}{2} \tag{18a,b,c}$$

b) Modelo con tres líneas resistentes (véase Fig. 1.b):

$$\frac{a}{r}=\frac{1}{4}\left[-\left(\frac{e}{r}\right)+\sqrt{25\left(\frac{e}{r}\right)^2+24\,\Omega_\theta^2\,(1-\gamma_X)}\right] \tag{19}$$

$$\alpha_i=\frac{2}{3}\left(\frac{\omega_{X1}}{\omega_{Y1}}\right)^{-2}\ \frac{\left(\frac{a}{r}\right)+2\left(\frac{e}{r}\right)}{\left(\frac{a}{r}\right)} \tag{20}$$

$$\alpha_2=\alpha_3=\frac{2}{3}\left(\frac{\omega_{X1}}{\omega_{Y1}}\right)^{-2}\ \frac{\left(\frac{a}{r}\right)-\left(\frac{e}{r}\right)}{\left(\frac{a}{r}\right)} \tag{21}$$

$$I_c=\frac{1}{2}\left(\frac{\omega_{X1}}{\omega_{Y1}}\right)^2\left(\frac{\omega_{Y1}}{\lambda_{Y1}}\right)^2\ \frac{mh^3}{E} \tag{22}$$

$$I_{c1}=\alpha_1 I_c\quad e\quad I_{c2}=I_{c3}=\alpha_3 I_c \tag{23a,b,c}$$

Nótese que se deberán satisfacer las desigualdades (18).

c) Modelo con cuatro líneas resistentes (véase Fig. 1.c):

$$\frac{a}{r}=\sqrt{\frac{4}{5}}\ \sqrt{\left(\frac{e}{r}\right)^2+\Omega_\theta^2\,(1-\gamma_X)} \tag{24}$$

$$\alpha_1=\alpha_2=\frac{1}{2}\left(\frac{\omega_{X1}}{\omega_{Y1}}\right)^{-2}\ \frac{\left(\frac{a}{r}\right)+\left(\frac{e}{r}\right)}{\left(\frac{a}{r}\right)} \tag{25}$$

$$\alpha_3=\alpha_4=\frac{1}{2}\left(\frac{\omega_{X1}}{\omega_{Y1}}\right)^{-2}\ \frac{\left(\frac{a}{r}\right)-\left(\frac{e}{r}\right)}{\left(\frac{a}{r}\right)} \tag{26}$$

$$I_c=\frac{1}{2}\left(\frac{\omega_{X1}}{\omega_{Y1}}\right)^2\left(\frac{\omega_{Y1}}{\lambda_{Y1}}\right)^2\ \frac{mh^3}{E} \tag{27}$$

$$I_{c1}=I_{c2}=\alpha_1 I_c\quad e\quad I_{c3}=I_{c4}=\alpha_4 I_c \tag{28a,b,c,d}$$

La ubicación del marco perpendicular a la dirección del movimiento, es la misma para cada modelo y se expresa como:

$$\frac{d}{r}=\frac{\Omega_\theta\sqrt{\gamma_X}}{\left(\frac{\omega_{X1}}{\omega_{Y1}}\right)} \tag{29}$$

Excitación Sísmica. Como excitación sísmica se utilizan las dos componentes horizontales de cada uno de los cuatro registros de aceleración del suelo obtenidos durante el sismo del 3 de marzo de 1985, en la zona central de Chile, mostrados en la Tabla 1. Los registros fueron normalizados a una aceleración máxima de 0,4 g.

El análisis dinámico no lineal se efectúa sometiendo cada modelo estructural a un movimiento basal representado por cada uno de los 8 registros sísmicos normalizados, obteniéndose 8 valores para cada respuesta relevante. Dado que el comportamiento no lineal de una estructura es muy sensible a las particularidades de la excitación sísmica, se ha considerado conveniente promediar las respuestas sobre el conjunto de los registros sísmicos utilizados.

Método de análisis. El cálculo de la respuesta sísmica de los modelos tridimensionales se realizó empleando el programa computacional DRAIN-TABS [4], que usa el método de integración paso a paso, con aceleración constante de Newmark. El programa exige idealizar el edificio considerando la planta de cada piso como un diafragma rígido en su propio plano y con líneas resistentes arbitrariamente orientadas y ubicadas en planta. Esta técnica reduce drásticamente el esfuerzo computacional, si se compara con un análisis tridimensional completo, a pesar de que aun no es posible compatibilizar los desplazamientos verticales y rotacionales en los nudos comunes a dos o más marcos. Finalmente, el acoplamiento entre las distintas líneas resistentes se realiza a través de tres grados de libertad (u,v,θ) ubicados en los CM de los diafragmas de piso.

Se ha considerado que la matriz de amortiguamiento viscoso, **C**, es una combinación lineal de las matrices de masa y de rigidez del edificio, es decir:

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 1

Registros de aceleración sísmica

Nombre	Contenido (1)	NP (2)	Duración (3)	$a_{máx}$ (4)
REG1	ALN50E	4939	87,848	0,2939
REG2	ALS40E	5060	87,837	0,1624
REG3	UTN70E	6432	78,104	0,1763
REG4	UTS20E	6445	79,425	0,1669
REG5	VIN70W	3247 (3003)	112,635 (99,977)	0,2256
REG6	VIS20W	4532 (4171)	112,640 (99,993)	0,3596
REG7	LLN10E	5667 (5195)	116,432 (99,971)	0,6680
REG8	LLS80E	4880 (4450)	116,440 (99,958)	0,4243

(1) Los contenidos de los registros se codifican de acuerdo al lugar en que se obtuvieron (AL = El Almendral, Valparaíso; UT = Universidad Federico Santa María, Valparaíso; VI = Viña del Mar; LL = Llo-lleo) y a la dirección de la componente correspondiente (N50E = ángulo de 50° con la dirección N-S, hacia el este; S20W = ángulo de 20° con la dirección N-S, hacia el oeste).

(2) El número de pares tiempo-aceleraciónen cadaacelerograma es diferente, ya que están digitizados a intervalos de tiempo variable. Las cantidades entre paréntesis indican el número efectivamente usado para los registros de duración superior a 100 segundos.

(3) Las duraciones de los registros son diferentes. Por una limitación del programa de análisis no-lineal utilizado, aquellos superiores a 100 segundos debieron ser truncados a los tiempos indicados entre paréntesis. Esto no afectó, en ninguno de los casos, los máximos de aceleración.

(4) Las aceleraciones máximas de cada registro, son expresadas como una fracción de la aceleración de la gravedad (g = 981 cm/seg^2).

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \qquad (30)$$

en donde α y β, son constantes que pueden calcularse con las siguientes expresiones:

$$\alpha = \frac{4\pi (T_j \xi_j - T_i \xi_i)}{T_j^2 - T_i^2} \qquad (31a)$$

$$\beta = \frac{T_i T_j (T_j \xi_i - T_i \xi_j)}{\pi (T_j^2 - T_i^2)} \qquad (31b)$$

Para evaluarlas se consideró el primer y último modo de vibrar (i=1 y j=15), con razones de amortiguamiento crítico iguales a $\xi_1 = \xi_{15} = 5\%$, típico de un edificio de hormigón armado.

Resistencia de los elementos. El momento de fluencia de las vigas y columnas de cada marco, se calcula como el máximo momento elástico, en valor absoluto, y promedio sobre un total de 8 sismos, dividido por un factor de reducción R que es función de la ductilidad global de diseño. Este factor resulta de igualar las energías de deformación elástica y elastoplástica en un sistema de un grado de libertad, obteniéndose la expresión $R = \sqrt{2\mu - 1}$. El momento de fluencia queda expresado como:

$$M_Y = \frac{\overline{M}_{máx.elástico}}{R} \qquad (32)$$

asignándose a las columnas una sobre-resistencia del 25%.

Parámetros y Respuesta Máximas Analizadas. Para estudiar la influencia de los distintos parámetros que definen a los modelos, se han elegido los siguientes valores: Ω_θ=0,50;0,75 y 1,50. T_{Y1}=0,25;0,75;1,50 y 2,00 seg. e/r=0,25;0,50 y 0,75. ω_{X1}/ω_{Y1}=0,80;1,00 y 1,25. γ_X=0,25;0,50 y 0,75. μ=1,2 y 4.

Se analizaron los desplazamientos translacionales y torsionales que se producen en el diafragma rígido de cada piso de la estructura (Respuestas Globales). En cada línea resistente se analizaron: los desplazamientos traslacionales que se producen en cada piso y las ductilidades de rotación máxima y acumuladas en las vigas y en las bases de las columnas del primer piso (Respuestas Locales).

Se definen las ductilidades de rotación máxima, μ_θ, y acumulada, $\mu_{\theta ac}$, mediante las expresiones:

$$\mu_\theta = \frac{\theta_m}{\theta_Y} = 1 + \frac{\theta_p}{\theta_Y} \qquad (33)$$

$$\mu_{\theta ac} = 1 + \frac{\theta_{ac}}{\theta_Y} \qquad (34)$$

en donde θ_m es la rotación máxima en el extremo del elemento, θ_p es la rotación de la rótula plástica, θ_{ac} es la suma de las rotaciones plásticas (de

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

un mismo sentido) y θ_Y es la rotación de fluencia que se alcanza cuando el momento en dicho extremo es igual a M_Y.

INFLUENCIA DEL NUMERO DE LINEAS RESISTENTES

Para estudiar la influencia de un parámetro, se escogieron los casos más representativos que permitan mostrar las tendencias que se originan al comparar las respuestas sísmicas máximas promedio que sufren los elementos resistentes de los distintos modelos. La comparación se realizó evaluando las siguientes expresiones:

$$\Delta\ 2\text{–}1\ (\%) = \left| \frac{R_{mod2} - R_{mod1}}{R_{mod1}} \right| * 100 \qquad (35)$$

$$\Delta\ 3\text{–}1\ (\%) = \left| \frac{R_{mod3} - R_{mod1}}{R_{mod1}} \right| * 100 \qquad (36)$$

siendo: Δ2-1 y Δ3-1, las diferencias porcentuales de los modelos 2 y 3 con respecto al modelo 1; R_{mod1}, R_{mod2} y R_{mod3}, las respuestas sísmicas máximas promedio comparables en cada uno de los tres modelos en estudio.

Respuestas Globales. En las Tablas 2 a 11 se muestra la influencia que tienen los cinco parámetros de estudio, sobre el desplazamiento traslacional y torsional de los diafragmas rígidos de piso, al variar el número de líneas resistentes en la estructura tridimensional, a través de las diferencias porcentuales calculadas, para cada valor de ductilidad global de diseño, según el sentido positivo o negativo del movimiento sísmico.

Se aprecia que, en general, las diferencias no superan el 5%, lo cuál para fines prácticos significa que la influencia del número de líneas resistentes en la respuesta global del edificio no es significativa, cuando se tiene baja ductilidad global de diseño ($\mu \leq 4$) y moderada excentricidad estática ($e/r \leq 2$).

TABLA 2

Influencia del parámetro Ω_θ en el desplazamiento traslacional de los modelos 1, 2 y 3
($\gamma_X = 0{,}50$; $\omega_{X1}/\omega_{Y1} = 1{,}25$; $e/r = 0{,}50$; $T_{Y1} = 0{,}75$ seg.)

$\Omega_\theta = 0{,}50$

Piso	μ = 1				μ = 2				μ = 4			
	Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	0,05	0,03	0,03	0,02	0,55	0,15	0,07	3,55	0,45	0,85	1,70	2,24
2	0,06	0,03	0,04	0,04	0,52	0,03	0,16	3,41	0,41	0,61	0,05	0,60
3	0,06	0,04	0,04	0,04	0,17	0,02	0,98	2,53	0,44	0,95	0,73	0,50
4	0,05	0,05	0,05	0,05	0,33	0,12	1,48	2,17	0,30	0,86	0,64	1,28
5	0,04	0,02	0,04	0,02	0,43	0,13	1,77	1,68	0,22	0,56	0,48	0,91

$\Omega_\theta = 0{,}75$

1	0,00	0,00	0,00	0,01	1,26	1,62	0,11	3,50	2,58	0,95	3,57	2,32
2	0,00	0,02	0,00	0,02	1,57	0,48	1,28	1,95	2,07	0,01	4,17	0,51
3	0,01	0,03	0,00	0,02	1,46	0,11	1,29	0,53	2,11	0,32	4,57	1,75
4	0,01	0,01	0,00	0,01	1,40	0,01	1,32	0,07	1,65	0,63	3,57	2,05
5	0,01	0,00	0,01	0,01	1,33	0,12	1,44	0,13	1,53	0,57	2,97	1,96

$\Omega_\theta = 1{,}50$

1	0,00	0,00	0,01	0,01	0,13	0,03	0,06	0,17	0,29	0,04	0,66	0,16
2	0,01	0,00	0,00	0,01	0,04	0,10	0,08	0,07	0,21	0,06	0,53	0,11
3	0,01	0,00	0,00	0,01	0,00	0,15	0,03	0,04	0,15	0,03	0,39	0,24
4	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00	0,13	0,03	0,12	0,22	0,00	0,47	0,19
5	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,05	0,01	0,20	0,26	0,04	0,52	0,01

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 3

Influencia del parámetro Ω_θ en el desplazamiento torsional de los modelos 1, 2 y 3
(γ_X = 0,50; ω_{X1}/ω_{Y1} = 1,25; e/r = 0,50; T_{Y1} = 0,75 seg.)

$\Omega_\theta = 0{,}50$

Piso	$\mu = 1$				$\mu = 2$				$\mu = 4$			
	Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	0,05	0,00	0,03	0,04	1,01	0,45	4,89	1,66	0,74	0,63	2,90	0,33
2	0,05	0,00	0,03	0,04	0,76	0,27	1,77	0,05	1,34	0,28	3,60	0,11
3	0,07	0,03	0,06	0,02	0,09	0,35	0,71	0,19	1,62	0,03	2,98	0,41
4	0,06	0,02	0,04	0,03	0,19	0,20	1,33	1,28	1,20	0,09	1,63	0,45
5	0,03	0,01	0,00	0,01	0,25	0,27	1,27	1,82	1,05	0,20	2,14	1,03

$\Omega_\theta = 0{,}75$

1	0,01	0,01	0,02	0,00	1,38	0,31	0,04	0,03	1,59	0,84	0,52	2,06
2	0,03	0,01	0,02	0,01	0,88	0,27	0,54	0,90	0,65	0,46	0,87	2,81
3	0,02	0,00	0,01	0,00	0,73	0,73	0,30	1,15	0,87	0,26	1,08	0,60
4	0,03	0,01	0,01	0,01	0,66	0,44	0,20	1,50	1,26	0,58	1,80	0,06
5	0,01	0,01	0,00	0,01	0,48	0,33	0,01	1,47	0,98	0,59	2,13	0,50

$\Omega_\theta = 1{,}50$

1	0,01	0,02	0,03	0,03	0,39	0,98	0,27	1,91	0,28	0,90	0,34	2,22
2	0,01	0,02	0,03	0,02	0,21	0,39	0,02	0,98	0,02	0,67	0,63	1,68
3	0,01	0,02	0,03	0,02	0,06	0,28	0,39	0,79	0,12	0,48	0,96	1,32
4	0,01	0,02	0,03	0,02	0,05	0,04	0,42	0,60	0,48	0,59	1,80	1,42
5	0,01	0,01	0,03	0,02	0,02	0,28	0,72	0,86	0,00	0,45	1,14	1,24

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 4

Influencia del parámetro T_{Y1} en el desplazamiento traslacional de los modelos 1, 2 y 3
($\gamma_X = 0{,}50$; $\omega_{X1}/\omega_{Y1} = 1{,}25$; $e/r = 0{,}50$; $\Omega_\theta = 0{,}75$)

$T_{Y1} = 0{,}25$ seg.

Piso	μ = 1				μ = 2				μ = 4			
	Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	0,03	0,03	0,02	0,02	0,49	0,12	0,41	0,28	0,17	0,81	1,26	1,44
2	0,01	0,03	0,01	0,02	0,29	0,13	0,57	0,49	0,00	0,60	1,06	0,46
3	0,01	0,03	0,01	0,02	0,23	0,40	0,42	0,60	0,45	0,25	0,48	2,63
4	0,02	0,03	0,02	0,02	0,21	0,26	0,16	0,94	0,59	0,97	0,12	3,42
5	0,02	0,03	0,02	0,02	0,18	0,16	0,12	1,15	0,64	0,93	0,18	3,24

$T_{Y1} = 0{,}75$ seg.

1	0,00	0,00	0,00	0,01	1,26	1,62	0,11	3,50	2,58	0,95	3,57	2,32
2	0,00	0,02	0,00	0,02	1,57	0,48	1,28	1,95	2,07	0,01	4,17	0,51
3	0,01	0,03	0,00	0,02	1,46	0,11	1,29	0,53	2,11	0,32	4,57	1,75
4	0,01	0,01	0,00	0,01	1,40	0,01	1,32	0,07	1,65	0,63	3,57	2,05
5	0,01	0,00	0,01	0,01	1,33	0,12	1,44	0,13	1,53	0,57	2,97	1,96

$T_{Y1} = 1{,}50$ seg.

1	0,00	0,00	0,01	0,01	1,91	0,09	4,39	1,94	1,95	0,16	5,35	1,52
2	0,00	0,00	0,02	0,00	1,32	0,26	2,45	2,41	1,17	0,12	1,14	1,75
3	0,00	0,00	0,02	0,00	0,92	0,21	1,62	0,30	0,69	0,07	0,21	1,15
4	0,00	0,01	0,02	0,01	0,92	0,54	1,17	0,46	1,12	0,18	0,18	0,48
5	0,00	0,00	0,01	0,01	1,11	0,02	2,33	0,60	1,36	0,22	1,73	0,19

$T_{Y1} = 2{,}00$ seg.

1	0,01	0,02	0,02	0,03	0,29	0,95	0,42	2,30	0,49	0,19	0,32	0,85
2	0,00	0,02	0,00	0,05	0,09	0,53	0,74	1,89	0,55	0,25	0,14	1,25
3	0,00	0,00	0,03	0,01	0,10	0,34	1,50	1,79	0,04	0,44	1,30	0,65
4	0,00	0,00	0,00	0,02	0,06	0,04	1,69	1,29	0,32	0,47	2,05	0,08
5	0,01	0,00	0,02	0,02	0,26	0,28	2,40	0,23	0,81	0,61	2,55	0,09

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 5

Influencia del parámetro T_{Y1} en el desplazamiento torsional de los modelos 1, 2 y 3
($\gamma_X = 0{,}50$; $\omega_{X1}/\omega_{Y1} = 1{,}25$; $e/r = 0{,}50$; $\Omega_0 = 0{,}75$)

$T_{Y1} = 0{,}25$ seg.

Piso	$\mu = 1$				$\mu = 2$				$\mu = 4$			
	Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	0,04	0,01	0,02	0,01	0,16	1,58	2,22	0,16	0,56	2,39	3,26	3,95
2	0,04	0,01	0,02	0,01	0,40	0,97	1,74	0,14	0,22	0,90	1,30	0,67
3	0,02	0,01	0,00	0,01	0,38	0,73	1,03	0,39	0,03	0,12	0,51	1,40
4	0,01	0,01	0,00	0,01	0,38	0,54	0,99	0,35	0,02	0,33	0,38	1,27
5	0,01	0,01	0,01	0,01	0,38	0,31	1,00	0,00	0,25	0,07	0,38	1,13

$T_{Y1} = 0{,}75$ seg.

1	0,01	0,01	0,02	0,00	1,38	0,31	0,04	0,03	1,59	0,84	0,52	2,06
2	0,03	0,01	0,02	0,01	0,88	0,27	0,54	0,90	0,65	0,46	0,87	2,81
3	0,02	0,00	0,01	0,00	0,73	0,73	0,30	1,15	0,87	0,26	1,08	0,60
4	0,03	0,01	0,01	0,01	0,66	0,44	0,20	1,50	1,26	0,58	1,80	0,06
5	0,01	0,01	0,00	0,01	0,48	0,33	0,01	1,47	0,98	0,59	2,13	0,50

$T_{Y1} = 1{,}50$ seg.

1	0,00	0,00	0,01	0,01	0,73	0,14	2,78	0,29	1,22	0,82	4,66	0,43
2	0,00	0,00	0,01	0,00	0,38	0,36	1,45	0,43	1,24	0,16	4,40	0,77
3	0,00	0,00	0,00	0,01	0,34	0,17	1,66	0,34	0,79	0,90	1,87	2,35
4	0,00	0,00	0,01	0,01	0,23	0,60	1,09	0,88	0,20	0,62	0,34	2,50
5	0,00	0,00	0,01	0,01	0,32	0,43	0,88	1,93	0,26	0,30	0,18	0,30

$T_{Y1} = 2{,}00$ seg.

1	0,01	0,02	0,03	0,05	0,21	0,70	0,83	2,39	1,01	0,34	2,59	3,78
2	0,01	0,02	0,02	0,05	0,21	0,57	1,13	1,54	0,00	0,62	0,70	2,60
3	0,00	0,01	0,02	0,05	0,47	0,49	2,83	1,58	0,01	0,28	1,45	1,11
4	0,01	0,00	0,01	0,02	0,58	0,42	2,84	0,31	0,26	0,47	2,14	1,90
5	0,00	0,00	0,03	0,01	1,17	0,63	3,73	0,53	0,73	0,51	2,06	0,02

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 6

Influencia del parámetro e/r en el desplazamiento traslacional de los modelos 1, 2 y 3
(γ_X = 0,50; ω_{X1}/ω_{Y1} = 1,25; Ω_θ = 0,50; T_{Y1} = 0,75 seg.)

e/r = 0,25

Piso	μ = 1				μ = 2				μ = 4			
	Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	0,00	0,01	0,01	0,01	0,64	0,31	1,00	0,27	0,31	0,13	0,79	0,61
2	0,00	0,02	0,01	0,01	0,42	0,15	0,76	0,19	0,44	0,12	0,73	0,30
3	0,00	0,01	0,01	0,00	0,36	0,00	0,64	0,04	0,49	0,20	0,75	0,33
4	0,00	0,01	0,01	0,01	0,27	0,05	0,55	0,03	0,56	0,01	0,86	0,02
5	0,00	0,01	0,02	0,01	0,22	0,12	0,52	0,24	0,61	0,10	0,79	0,14

e/r = 0,50

1	0,00	0,00	0,00	0,01	1,26	1,62	0,11	3,50	2,58	0,95	3,57	2,32
2	0,00	0,02	0,00	0,02	1,57	0,48	1,28	1,95	2,07	0,01	4,17	0,51
3	0,01	0,03	0,00	0,02	1,46	0,11	1,29	0,53	2,11	0,32	4,57	1,75
4	0,01	0,01	0,00	0,01	1,40	0,01	1,32	0,07	1,65	0,63	3,57	2,05
5	0,01	0,00	0,01	0,01	1,33	0,12	1,44	0,13	1,53	0,57	2,97	1,96

e/r = 0,75

1	0,03	0,02	0,03	0,03	0,05	2,45	2,27	9,29	0,58	2,77	9,21	4,28
2	0,02	0,03	0,03	0,03	0,56	1,80	4,69	7,52	0,20	2,30	7,78	4,92
3	0,03	0,02	0,03	0,02	1,12	1,43	4,75	6,49	0,20	2,31	8,57	7,09
4	0,04	0,02	0,02	0,03	0,73	1,49	3,92	6,67	0,64	2,73	9,17	8,08
5	0,04	0,02	0,02	0,03	0,62	1,49	2,85	5,76	1,00	2,60	8,27	6,38

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 7

Influencia del parámetro e/r en el desplazamiento torsional de los modelos 1, 2 y 3
(γ_X = 0,50; ω_{X1}/ω_{Y1} = 1,25; Ω_θ = 0,75; T_{Y1} = 0,75 seg.)

e/r = 0,25

Piso	μ = 1				μ = 2				μ = 4			
	Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	0,01	0,01	0,01	0,01	2,23	1,04	3,97	1,65	0,41	0,10	1,57	0,34
2	0,02	0,01	0,00	0,01	1,43	0,82	2,34	1,25	0,53	0,34	0,02	0,68
3	0,02	0,02	0,00	0,01	1,48	1,02	2,49	1,76	0,40	0,03	0,10	0,44
4	0,01	0,02	0,00	0,01	1,29	0,98	2,14	1,69	0,41	0,44	0,39	0,62
5	0,01	0,02	0,00	0,00	0,95	0,61	1,71	1,22	0,22	0,48	0,08	0,93

e/r = 0,50

1	0,01	0,01	0,02	0,00	1,38	0,31	0,04	0,03	1,59	0,84	0,52	2,06
2	0,03	0,01	0,02	0,01	0,88	0,27	0,54	0,90	0,65	0,46	0,87	2,81
3	0,02	0,00	0,01	0,00	0,73	0,73	0,30	1,15	0,87	0,26	1,08	0,60
4	0,03	0,01	0,01	0,01	0,66	0,44	0,20	1,50	1,26	0,58	1,80	0,06
5	0,01	0,01	0,00	0,01	0,48	0,33	0,01	1,47	0,98	0,59	2,13	0,50

e/r = 0,75

1	0,02	0,04	0,00	0,00	0,02	0,71	0,63	0,23	1,18	0,30	1,47	2,35
2	0,02	0,04	0,01	0,01	0,19	0,32	0,88	0,06	0,67	0,33	6,88	1,92
3	0,01	0,03	0,01	0,00	0,06	0,49	0,01	0,71	0,60	0,27	4,64	1,15
4	0,03	0,04	0,01	0,00	0,12	0,44	1,37	0,77	0,77	0,46	3,50	1,45
5	0,04	0,05	0,01	0,01	0,13	0,49	1,33	0,63	0,57	0,39	2,61	1,28

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 8

Influencia del parámetro ω_{X1}/ω_{Y1} en el desplazamiento traslacional de los modelos 1, 2 y 3 (γ_X = 0,50; Ω_θ = 0,75; T_{Y1} = 0,75 seg.; e/r = 0,50)

$\omega_{X1}/\omega_{Y1} = 1{,}25$

Piso	μ = 1				μ = 2				μ = 4			
	Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	0,00	0,00	0,00	0,01	1,26	1,62	0,11	3,50	2,58	0,95	3,57	2,32
2	0,00	0,02	0,00	0,02	1,57	0,48	1,28	1,95	2,07	0,01	4,17	0,51
3	0,01	0,03	0,00	0,02	1,46	0,11	1,29	0,53	2,11	0,32	4,57	1,75
4	0,01	0,01	0,00	0,01	1,40	0,01	1,32	0,07	1,65	0,63	3,57	2,05
5	0,01	0,00	0,01	0,01	1,33	0,12	1,44	0,13	1,53	0,57	2,97	1,96

TABLA 9

Influencia del parámetro ω_{X1}/ω_{Y1} en el desplazamiento torsional de los modelos 1, 2 y 3 (γ_X = 0,50; Ω_θ = 0,75; T_{Y1} = 0,75 seg.; e/r = 0,50)

$\omega_{X1}/\omega_{Y1} = 1{,}25$

Piso	μ = 1				μ = 2				μ = 4			
	Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	0,01	0,01	0,02	0,00	1,38	0,31	0,04	0,03	1,59	0,84	0,52	2,06
2	0,03	0,01	0,02	0,01	0,88	0,27	0,54	0,90	0,65	0,46	0,87	2,81
3	0,02	0,00	0,01	0,00	0,73	0,73	0,30	1,15	0,87	0,26	1,08	0,60
4	0,03	0,01	0,01	0,01	0,66	0,44	0,20	1,50	1,26	0,58	1,80	0,06
5	0,01	0,01	0,00	0,01	0,48	0,33	0,01	1,47	0,98	0,59	2,13	0,50

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 10

Influencia del parámetro γ_X en el desplazamiento traslacional de los modelos 1, 2 y 3
($\Omega_\theta = 0{,}75$; $T_{Y1} = 0{,}75$ seg.; e/r = 0,50; $\omega_{X1}/\omega_{Y1} = 1{,}25$)

$\gamma_X = 0{,}25$

Piso	μ = 1				μ = 2				μ = 4			
	Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	0,01	0,02	0,00	0,00	1,55	1,88	0,24	2,70	2,03	1,48	0,90	3,14
2	0,00	0,02	0,00	0,01	1,93	0,39	1,08	1,21	2,69	0,23	2,49	0,06
3	0,00	0,02	0,01	0,01	1,97	0,12	1,42	0,04	2,92	0,14	3,73	1,23
4	0,00	0,01	0,01	0,00	2,02	0,04	1,76	0,36	1,91	0,28	2,71	1,24
5	0,01	0,02	0,00	0,00	2,00	0,17	1,97	0,62	1,60	0,20	2,91	1,32

$\gamma_X = 0.50$

1	0.00	0,00	0,00	0,01	1,26	1,62	0,11	3,50	2,58	0,95	3,57	2,32
2	0.00	0,02	0,00	0,02	1,57	0,48	1,28	1,95	2,07	0,01	4,17	0,51
3	0,01	0,03	0,00	0,02	1,46	0,11	1,29	0,53	2,11	0,32	4,57	1,75
4	0,01	0,01	0,00	0,01	1,40	0,01	1,32	0,07	1,65	0,63	3,57	2,05
5	0,01	0,00	0,01	0,01	1,33	0,12	1,44	0,13	1,53	0,57	2,97	1,96

$\gamma_X = 0.75$

1	0.00	0,01	0,00	0,00	1,33	0,78	1,83	4,25	1,43	0,50	5,17	2,34
2	0.00	0,01	0,00	0,01	1,33	0,50	2,09	2,08	0,98	0,17	4,63	0,33
3	0.00	0,01	0,01	0,02	1,11	0,31	1,90	0,97	0,93	0,23	4,24	0,59
4	0.00	0,01	0,01	0,00	1,01	0,27	1,70	0,89	0,72	0,26	3,65	0,92
5	0.00	0,01	0,01	0,00	0,91	0,19	1,38	1,15	0,70	0,27	3,33	1,29

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 11

Influencia del parámetro γ_X en el desplazamiento torsional de los modelos 1, 2 y 3
($\Omega_\theta = 0{,}75$; $T_{Y1} = 0{,}75$ seg.; e/r = 0,50; $\omega_{X1}/\omega_{Y1} = 1{,}25$)

$\gamma_X = 0{,}25$

Piso	$\mu = 1$				$\mu = 2$				$\mu = 4$			
	Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	0,02	0,02	0,01	0,01	1,20	0,20	0,51	2,17	1,17	0,20	1,02	1,16
2	0,01	0,00	0,02	0,00	1,19	0,44	1,26	2,06	1,15	0,13	0,85	2,01
3	0,01	0,00	0,01	0,00	1,27	0,25	1,65	1,63	1,20	0,16	0,94	1,56
4	0,01	0,01	0,02	0,00	1,56	0,37	1,52	2,01	1,79	0,12	1,42	1,06
5	0,01	0,01	0,00	0,01	1,33	0,71	1,05	2,60	1,37	0,33	1,75	1,73

$\gamma_X = 0{,}50$

1	0,01	0,01	0,02	0,00	1,38	0,31	0,04	0,03	1,59	0,84	0,52	2,06
2	0,03	0,01	0,02	0,01	0,88	0,27	0,54	0,90	0,65	0,46	0,87	2,81
3	0,02	0,00	0,01	0,00	0,73	0,73	0,30	1,15	0,87	0,26	1,08	0,60
4	0,03	0,01	0,01	0,01	0,66	0,44	0,20	1,50	1,26	0,58	1,80	0,06
5	0,01	0,01	0,00	0,01	0,48	0,33	0,01	1,47	0,98	0,59	2,13	0,50

$\gamma_X = 0{,}75$

1	0,01	0,00	0,01	0,01	0,38	0,57	0,59	3,05	1,25	0,34	2,00	3,56
2	0,01	0,00	0,02	0,01	0,80	0,51	0,36	1,25	0,84	0,13	1,17	2,08
3	0,01	0,00	0,02	0,01	0,66	0,47	1,17	1,07	0,68	0,10	1,28	2,22
4	0,01	0,00	0,02	0,00	0,72	0,15	1,41	0,46	0,42	0,21	1,91	0,47
5	0,00	0,01	0,01	0,01	0,50	0,09	0,89	0,21	0,14	0,29	1,49	0,47

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

Respuestas Locales. Tanto en los desplazamientos traslacionales como en los dos tipos de ductilidades de rotación, la influencia del número de líneas resistentes resulta más apreciable en los marcos paralelos al movimiento sísmico que en los que se ubican perpendicularmente a él.

En las Tablas 12 a 14 se muestra la influencia del número de líneas resistentes, sobre el desplazamiento traslacional del marco 1, para sólo tres de los parámetros considerados. se observa que a mayor número de líneas resistentes en la dirección del sismo, mayores son las diferencias porcentuales que se alcanzan.

TABLA 12

Influencia del parámetro Ω_θ en el desplazamiento traslacional del marco 1
($\gamma_X = 0{,}50$; $\omega_{X1}/\omega_{Y1} = 1{,}25$; e/r = 0,50; $T_{Y1} = 0{,}75$ seg.)

$\Omega_\theta = 0{,}50$

Piso	$\mu = 1$				$\mu = 2$				$\mu = 4$			
	Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	1,6	1,2	14,9	12,9	1,4	0,9	12,8	10,1	0,0	0,5	4,5	6,7
2	1,3	1,1	14,0	12,9	1,3	1,2	12,7	12,6	0,6	0,9	7,1	10,3
3	1,3	1,2	13,2	12,6	1,3	1,5	11,7	15,2	1,0	1,2	9,2	12,5
4	1,2	1,1	12,8	13,3	1,4	1,7	12,3	16,9	1,2	1,4	11,3	14,1
5	1,2	0,9	12,6	14,0	1,4	1,7	12,7	17,5	1,3	1,5	12,3	15,7

$\Omega_\theta = 0{,}75$

1	2,0	2,6	11,3	16,0	1,0	3,6	8,7	14,5	0,3	1,7	6,1	7,8
2	2,1	2,6	11,9	16,2	1,4	3,1	9,4	14,1	1,0	1,0	7,0	7,0
3	2,3	2,5	12,3	15,9	1,3	2,6	10,0	13,3	1,0	0,9	7,1	6,1
4	2,2	2,4	12,1	15,9	1,6	2,3	10,7	12,9	1,3	0,9	7,9	5,4
5	2,2	2,5	11,8	16,2	1,6	2,4	10,7	13,1	1,3	1,1	8,2	5,3

$\Omega_\theta = 1{,}50$

1	4,5	5,8	12,0	15,7	3,1	5,4	8,8	13,3	1,9	4,6	6,8	9,5
2	4,6	5,7	12,1	15,4	3,6	5,6	9,5	14,2	2,3	4,7	7,3	11,3
3	4,5	5,7	11,9	15,5	3,8	5,0	9,7	13,4	2,5	4,2	7,6	11,0
4	4,7	5,7	12,3	15,4	3,9	5,0	10,3	13,5	2,7	3,3	7,9	9,3
5	4,8	5,6	12,4	15,5	3,9	4,7	10,6	12,5	2,8	3,2	8,1	9,1

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 13

Influencia del parámetro T_{Y1} en el desplazamiento traslacional del marco 1
($\gamma_X = 0{,}50$; $\omega_{X1}/\omega_{Y1} = 1{,}25$; $e/r = 0{,}50$; $\Omega_\theta = 0{,}75$)

$T_{Y1} = 0{,}25$ seg.

Piso	$\mu = 1$				$\mu = 2$				$\mu = 4$			
	Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	0,9	1,5	12,0	12,5	0,8	1,8	6,0	11,2	0,9	0,8	1,9	5,2
2	1,0	1,8	12,7	13,2	0,1	1,6	7,4	10,8	0,8	0,0	0,3	6,3
3	1,1	2,0	13,4	13,8	0,2	1,6	7,7	10,4	1,4	0,2	0,2	5,9
4	1,1	1,7	14,0	13,9	0,4	1,5	8,8	10,2	1,8	0,3	0,5	6,1
5	1,1	1,7	14,5	13,7	0,7	1,4	9,7	10,2	1,9	0,5	0,6	6,6

$T_{Y1} = 0{,}75$ seg.

1	2,0	2,6	11,3	16,0	1,0	3,6	8,7	14,5	0,3	1,7	6,1	7,8
2	2,1	2,6	11,9	16,2	1,4	3,1	9,4	14,1	1,0	1,0	7,0	7,0
3	2,3	2,5	12,3	15,9	1,3	2,6	10,0	13,3	1,0	0,9	7,1	6,1
4	2,2	2,4	12,1	15,9	1,6	2,3	10,7	12,9	1,3	0,9	7,9	5,4
5	2,2	2,5	11,8	16,2	1,6	2,4	10,7	13,1	1,3	1,1	8,2	5,3

$T_{Y1} = 1{,}50$ seg.

1	2,0	2,7	15,8	15,4	0,4	2,1	9,0	16,8	0,5	0,2	5,2	5,3
2	2,0	2,6	14,4	15,5	1,8	2,9	11,4	18,4	1,3	2,2	8,9	10,2
3	2,1	2,4	13,3	14,1	2,1	3,3	12,2	17,0	1,9	2,7	10,4	11,7
4	2,1	2,3	11,8	12,6	2,2	3,2	11,9	15,6	2,1	2,9	10,5	12,9
5	2,0	1,9	10,8	11,4	2,2	3,4	12,6	16,4	2,3	3,1	11,5	15,0

$T_{Y1} = 2{,}00$ seg.

1	2,4	2,7	12,7	15,4	0,8	1,3	9,2	9,3	1,2	1,6	7,7	7,0
2	2,3	2,7	13,0	14,8	1,5	1,2	10,9	8,8	1,2	1,9	9,1	9,2
3	2,5	2,5	14,0	13,3	1,8	1,3	10,4	8,4	1,4	1,8	9,9	9,0
4	2,4	1,9	12,8	12,8	1,9	1,7	9,1	9,8	1,6	1,8	9,8	8,8
5	2,4	1,8	12,8	10,8	1,8	1,8	9,8	10,7	2,1	2,1	11,7	9,7

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 14

Influencia del parámetro e/r en el desplazamiento traslacional del marco 1
(γ_X = 0,50; ω_{X1}/ω_{Y1} = 1,25; Ω_θ = 0,75; T_{Y1} = 0,75 seg.)

e/r = 0,25

Piso	μ = 1				μ = 2				μ = 4			
	Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)		Δ 2-1 (%)		Δ 3-1 (%)	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	3,1	2,9	8,9	8,3	2,4	1,8	6,8	6,2	1,5	2,4	5,1	7,0
2	3,0	3,0	8,4	8,5	2,6	2,0	7,5	6,7	2,0	2,5	5,9	7,0
3	2,8	3,0	8,0	8,5	2,7	2,4	7,7	7,1	2,2	2,4	6,0	6,5
4	2,6	3,0	7,6	8,3	2,7	2,5	7,8	7,5	2,5	2,5	6,8	6,7
5	2,6	3,0	7,6	8,3	2,9	2,7	8,2	7,9	2,6	2,5	6,9	6,6

e/r = 0,50

1	2,0	2,6	11,3	16,0	1,0	3,6	8,7	14,5	0,3	1,7	6,1	7,8
2	2,1	2,6	11,9	16,2	1,4	3,1	9,4	14,1	1,0	1,0	7,0	7,0
3	2,3	2,5	12,3	15,9	1,3	2,6	10,0	13,3	1,0	0,9	7,1	6,1
4	2,2	2,4	12,1	15,9	1,6	2,3	10,7	12,9	1,3	0,9	7,9	5,4
5	2,2	2,5	11,8	16,2	1,6	2,4	10,7	13,1	1,3	1,1	8,2	5,3

e/r = 0,75

1	0,8	0,8	15,2	17,8	2,9	0,8	30,7	5,1	2,2	0,5	22,2	7,7
2	1,0	0,9	16,3	18,4	2,2	0,5	27,1	6,1	2,0	0,1	20,3	10,8
3	1,1	0,6	17,3	18,1	1,5	0,4	26,2	5,8	2,0	0,1	19,6	11,9
4	1,0	0,6	17,8	17,6	2,3	0,2	26,1	6,8	2,1	0,1	20,9	13,2
5	1,0	0,8	18,0	17,6	2,4	0,2	25,9	8,0	2,1	0,2	22,1	14,3

INFLUENCIA DE LOS PARAMETROS ELASTICOS EN UN MODELO TRIDIMENSIONAL SIMPLE

Después de comparar las respuestas comunes a los distintos modelos definidos paramétricamente, con la finalidad de estudiar la influencia del número de líneas resistentes, queda la inquietud por conocer cómo es que tales parámetros influyen también en dichas respuestas. Para realizar éste estudio se escogió al modelo 1 (Fig. 1a) por tener la configuración estructural más simple.

Por razones de espacio e importancia, sólo se muestran, en las Figuras 3 a 5 y en las Tablas 15 a 18, los resultados correspondientes a la influencia del grado de acoplamiento torsional Ω_θ, y se mantienen constantes los parámetros restantes, con valores γ_X=0,50; ω_{X1}/ω_{Y1}= 1,25; e/r= 0,50 y T_{Y1}= 0,75 seg. Pero en las observaciones que a continuación se señalan, relativas a las distintas respuestas, se ha tenido presente la influencia del total de parámetros que caracterizan al modelo.

Respuestas Globales. Los desplazamientos traslacionales y torsionales del diafragma rígido de cada piso, disminuyen cuando aumenta el valor de la ductilidad global de diseño. Además, los desplazamientos traslacionales disminuyen en estructuras que posean alguna de las siguientes características: grado de acoplamiento torsional cercano a la unidad, bajo período de vibración traslacional (estructura muy rígida) o elevada excentricidad estática. Por otro lado, el desplazamiento torsional disminuye a medida que crece el grado de acoplamiento torsional y aumenta en estructuras que sean cada vez más flexibles o más excéntricas. Es importante señalar que la influencia en ambos desplazamientos de la razón de frecuencias traslacionales y de la razón de rigideces torsionales es prácticamente nula.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

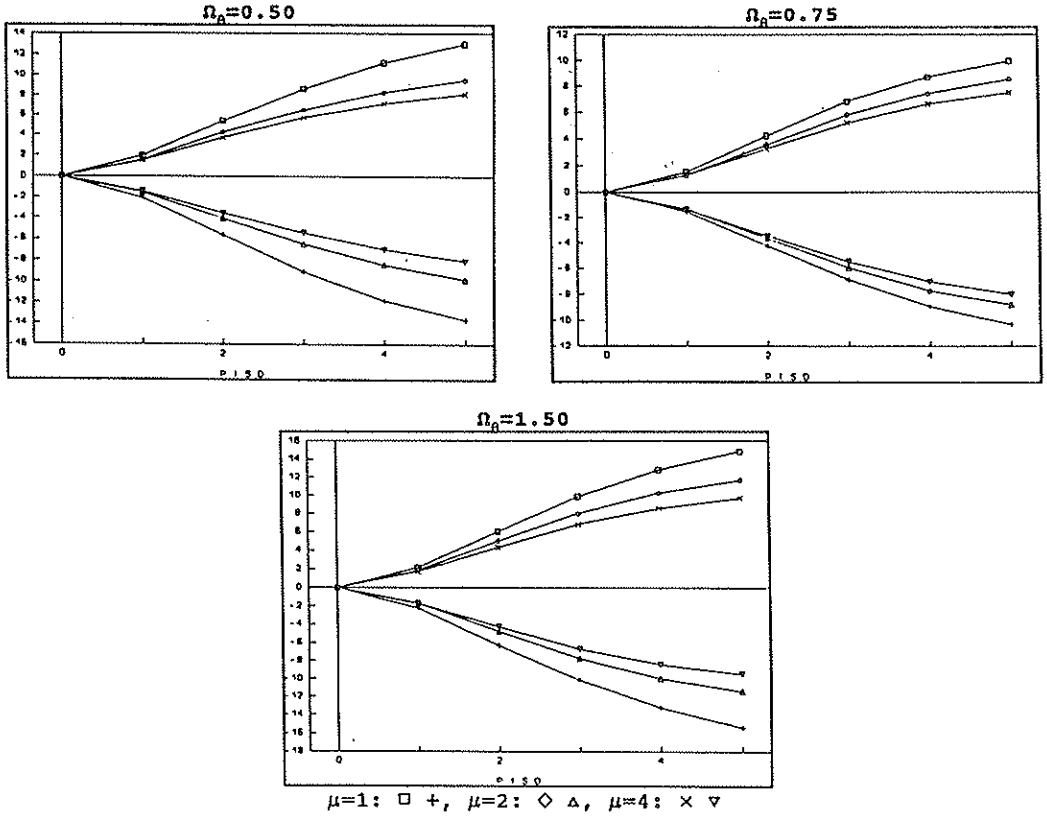


Figura 3. Influencia del parámetro Ω_θ en el desplazamiento traslacional del diafragma.

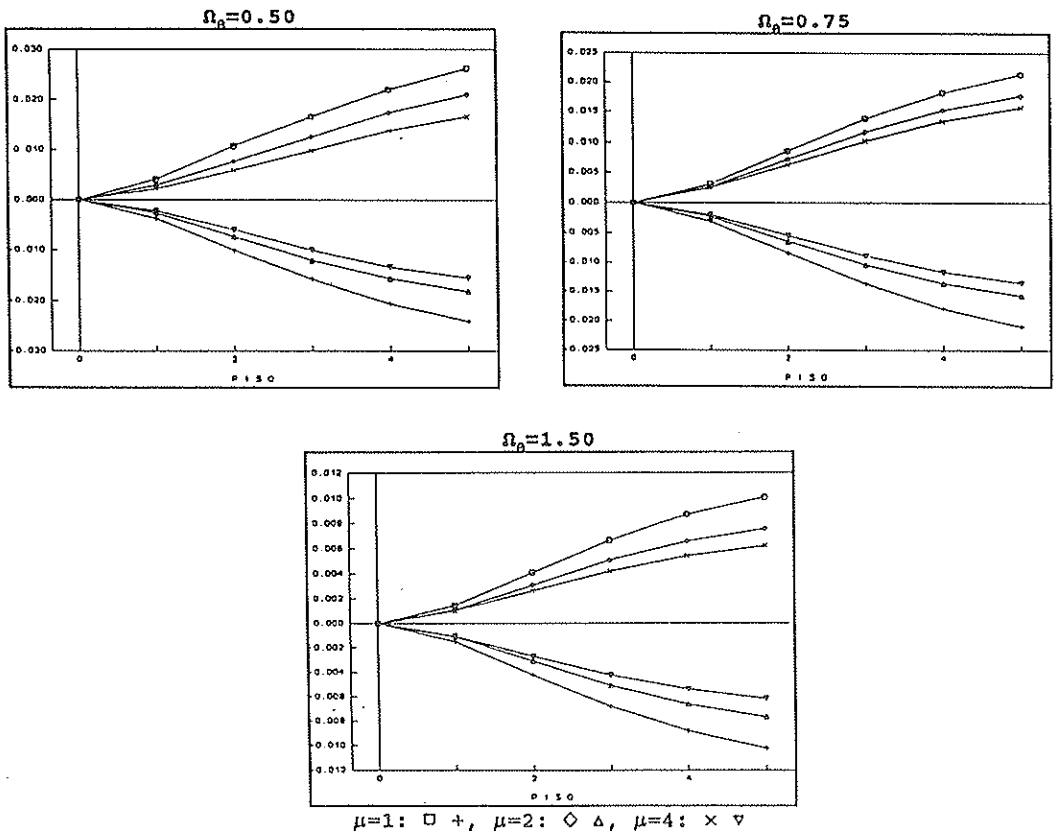


Figura 4. Influencia del parámetro Ω_θ en el desplazamiento torsional del diafragma.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

Respuestas Locales. Los desplazamientos traslacionales de cada marco, disminuyen con aumentos del valor de la ductilidad global de diseño. Exactamente lo contrario sucede con las ductilidades de rotación máxima y acumulada, en las vigas y bases de las columnas del primer piso, observándose una clara tendencia a aumentar con éste parámetro. El marco 1 (en el "lado rígido") alcanza grandes desplazamientos en situaciones en que la estructura posea bajo acoplamiento torsional o sea muy flexible o presente poca excentricidad. En cambio, el marco 2 (en el "lado flexible") y el marco 3 (en la dirección perpendicular) alcanzan grandes desplazamientos en aquellas estructuras con acoplamientos superiores a la unidad o que sean muy flexibles o que tengan elevada excentricidad. Finalmente, en los marcos que son paralelos a la acción del movimiento sísmico, la influencia de la razón de frecuencias traslacionales y de la razón de rigideces torsionales es nuevamente nula, mientras que en el marco perpendicular los desplazamientos disminuyen a medida que crece el primer parámetro o decrece el segundo.

El marco del lado rígido alcanza grandes ductilidades de rotación máxima, en las vigas y en la base de las columnas del primer piso, cuando la estructura posee fuerte acoplamiento torsional o es muy rígida. En cambio, el marco del lado flexible y el marco perpendicular, alcanzan grandes desplazamientos en aquellas estructuras con acoplamientos cercanos a la unidad o que sean muy rígidas. En todos los marcos, la influencia de la excentricidad estática, de la razón de frecuencias traslacionales y de la razón de rigideces torsionales, sobre las ductilidades de rotación máximas en vigas y columnas es prácticamente nula.

Las ductilidades de rotación máxima acumulada, en las vigas y en la base de las columnas del primer piso, tienden a disminuir en el marco del lado rígido y a aumentar en el marco perpendicular, cuando la estructura posee un grado de acoplamiento torsional cercano a la unidad. En el marco del lado flexible, la variación con éste parámetro es directa. En estructuras muy flexibles, las ductilidades en todos los marcos disminuyen. En estructuras muy excéntricas, las ductilidades acumuladas, en los marcos paralelos al sismo resultan menores, mientras que en el marco perpendicular la misma situación se presenta, en aquellas estructuras, con excentricidades normalizadas diferentes al 50%. Igual que en la ductilidad de rotación máxima, la influencia de la razón de frecuencias traslacionales y de la razón de rigideces torsionales, sobre las ductilidades de rotación acumuladas, en vigas y columnas es prácticamente nula.

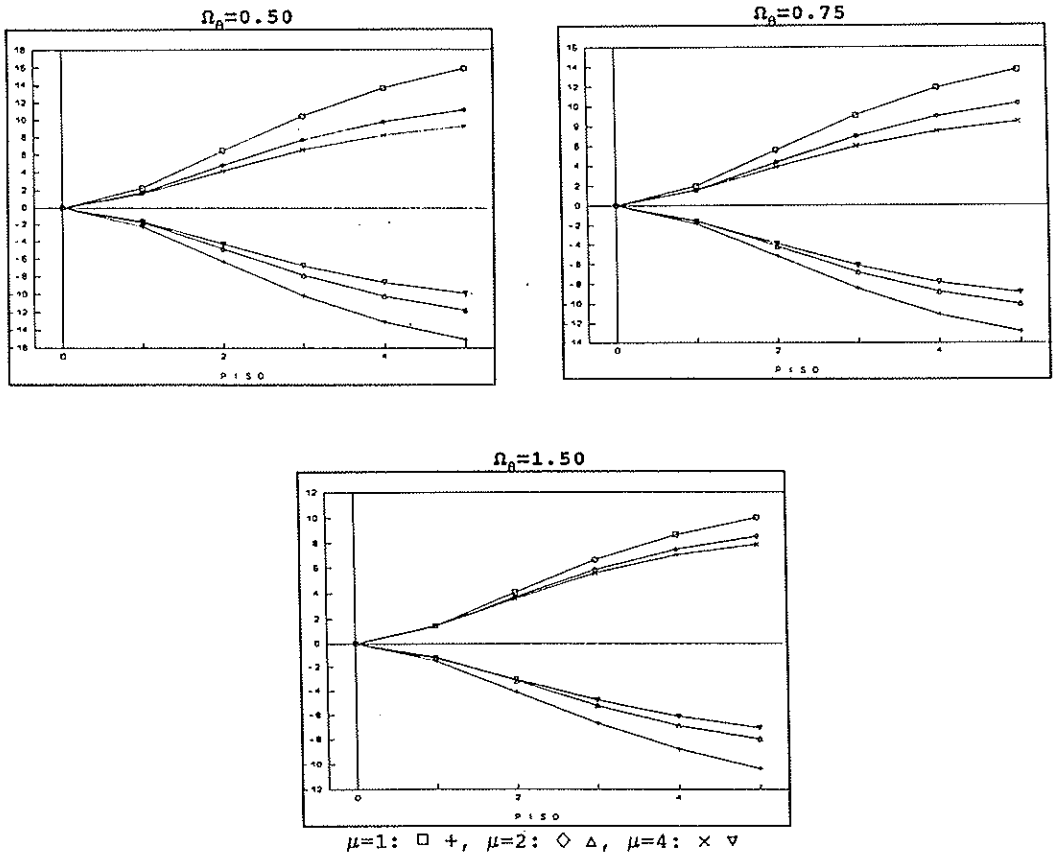


Figura 5a. Influencia del parámetro Ω_θ en el desplazamiento traslacional del marco 1.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

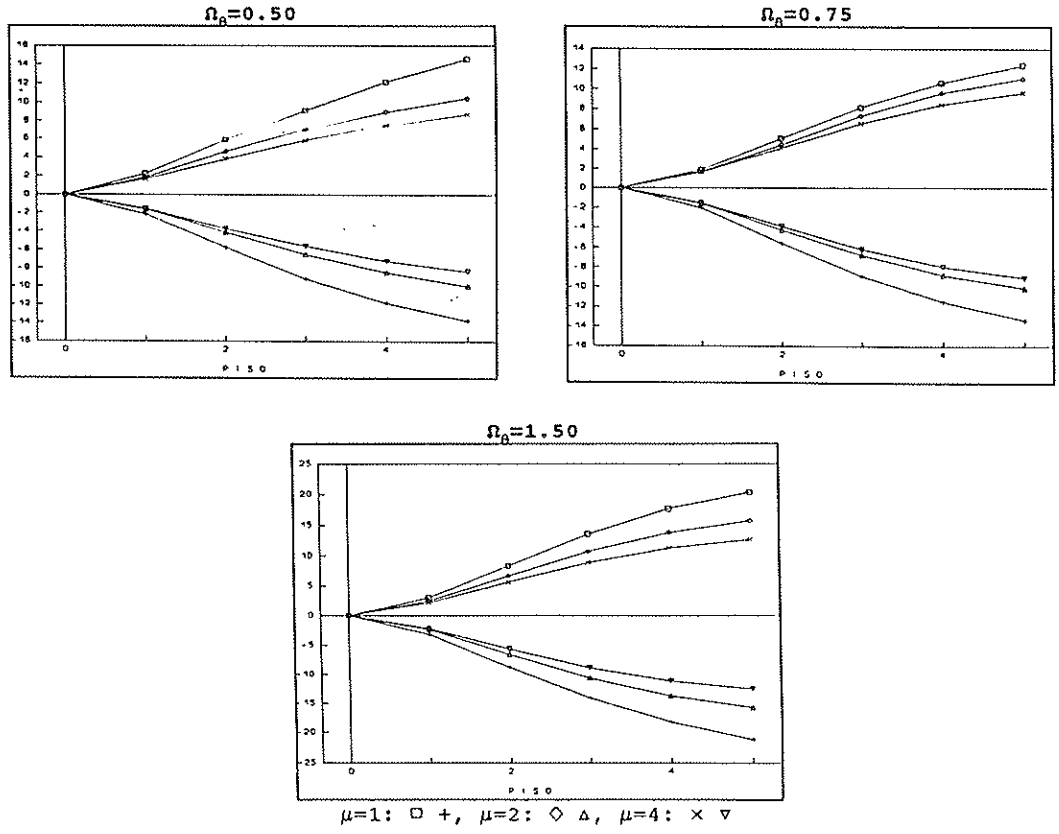


Figura 5b. Influencia del parametro Ω_θ en el desplazamiento traslacional del marco 2.

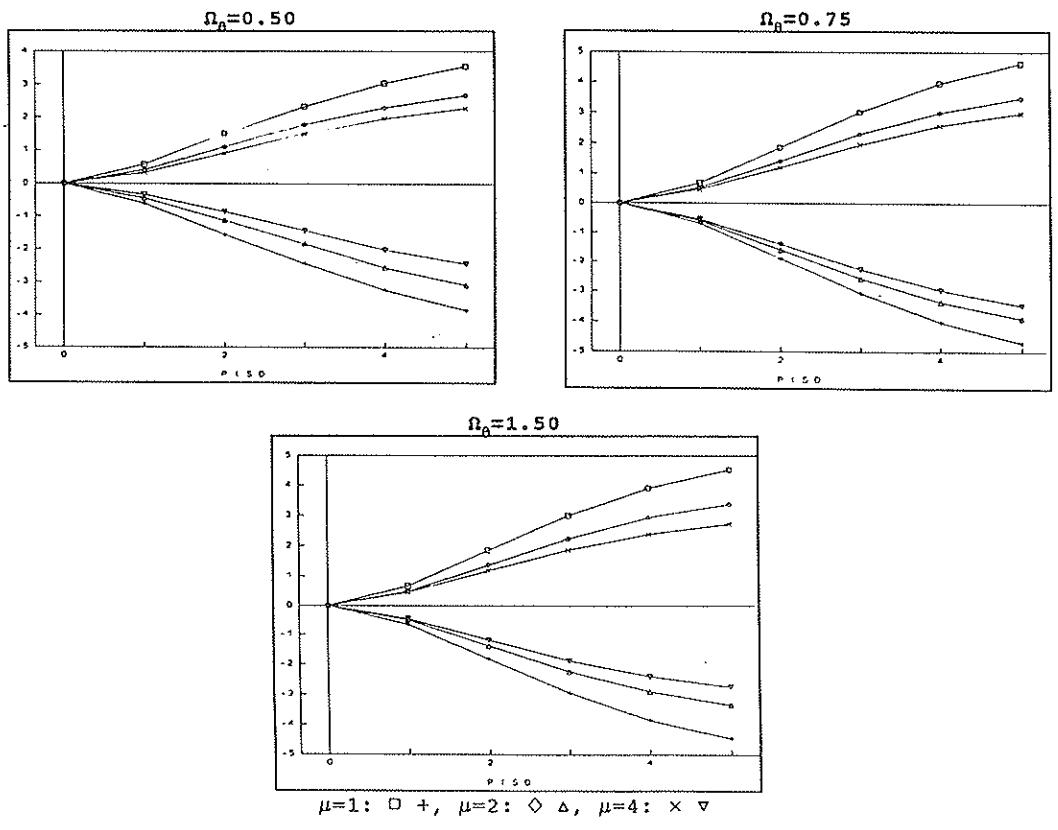


Figura 5c. Influencia del parametro Ω_θ en el desplazamiento traslacional del marco 3.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 15a

Influencia del parámetro Ω_θ en la ductilidad de rotación de las vigas del marco 1

Piso	$\Omega_\theta = 0{,}50$				$\Omega_\theta = 0{,}75$				$\Omega_\theta = 1{,}50$			
	$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$	
	+	–	+	–	+	–	+	–	+	–	+	–
1	1,20	1,17	1,53	1,50	1,18	1,20	1,63	1,59	1,22	1,43	1,74	2,03
2	1,41	1,37	1,78	1,72	1,40	1,44	1,86	1,77	1,50	1,61	2,00	2,28
3	1,29	1,19	1,58	1,44	1,21	1,23	1,58	1,44	1,39	1,40	1,83	1,86
4	1,01	–	1,15	1,03	–	–	1,10	1,02	1,05	1,06	1,32	1,25
5	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	1,01	–

TABLA 15b

Influencia del parámetro Ω_θ en la ductilidad de rotación de las vigas del marco 2

Piso	$\Omega_\theta = 0{,}50$				$\Omega_\theta = 0{,}75$				$\Omega_\theta = 1{,}50$			
	$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$	
	+	–	+	–	+	–	+	–	+	–	+	–
1	1,20	1,31	1,58	1,61	1,21	1,29	1,62	1,74	1,19	1,23	1,53	1,53
2	1,36	1,40	1,73	1,77	1,43	1,58	1,96	2,07	1,44	1,43	1,77	1,76
3	1,33	1,30	1,64	1,69	1,35	1,51	1,75	1,94	1,27	1,23	1,52	1,47
4	1,24	1,20	1,53	1,51	1,13	1,21	1,39	1,55	1,01	1,01	1,14	1,07
5	–	1,03	1,11	1,20	–	–	1,05	1,14	–	–	–	–

TABLA 15c

Influencia del parámetro Ω_θ en la ductilidad de rotación de las vigas del marco 3

Piso	$\Omega_\theta = 0{,}50$				$\Omega_\theta = 0{,}75$				$\Omega_\theta = 1{,}50$			
	$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$	
	+	–	+	–	+	–	+	–	+	–	+	–
1	1,26	1,20	1,37	1,42	1,31	1,17	1,69	1,45	1,18	1,16	1,49	1,50
2	1,47	1,43	1,77	1,80	1,59	1,43	2,08	1,83	1,43	1,43	1,76	1,73
3	1,55	1,31	1,92	1,74	1,45	1,31	1,94	1,72	1,24	1,28	1,53	1,54
4	1,30	1,12	1,60	1,44	1,16	1,11	1,53	1,35	–	1,01	1,13	1,15
5	–	–	1,16	1,07	1,00	–	1,08	1,04	–	–	–	–

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 16a

Influencia del parámetro Ω_θ en la ductilidad de rotación en la base de las columnas del primer piso del marco 1

Piso	$\Omega_\theta = 0{,}50$				$\Omega_\theta = 0{,}75$				$\Omega_\theta = 1{,}50$			
	$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	1,14	1,15	1,50	1,50	1,14	1,13	1,64	1,68	1,41	1,19	2,00	1,76

TABLA 16b

Influencia del parámetro Ω_θ en la ductilidad de rotación en la base de las columnas del primer piso del marco 2

Piso	$\Omega_\theta = 0{,}50$				$\Omega_\theta = 0{,}75$				$\Omega_\theta = 1{,}50$			
	$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	1,19	1,08	1,55	1,43	1,16	1,15	1,64	1,58	1,20	1,09	1,50	1,50

TABLA 16c

Influencia del parámetro Ω_θ en la ductilidad de rotación en la base de las columnas del primer piso del marco 3

Piso	$\Omega_\theta = 0{,}50$				$\Omega_\theta = 0{,}75$				$\Omega_\theta = 1{,}50$			
	$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	1,03	1,06	1,19	1,17	1,11	1,20	1,40	1,62	1,07	1,12	1,45	1,43

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 17a

Influencia del parámetro Ω_θ en la ductilidad de rotación acumulada de las vigas del marco 1

Piso	$\Omega_\theta = 0{,}50$				$\Omega_\theta = 0{,}75$				$\Omega_\theta = 1{,}50$			
	$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$	
	+	–	+	–	+	–	+	–	+	–	+	–
1	2,39	2,44	7,73	7,82	1,99	2,07	7,07	7,11	2,83	2,84	7,75	7,75
2	7,11	7,15	17,30	17,35	5,85	5,86	15,66	15,70	7,06	7,08	15,96	15,95
3	2,96	3,01	8,18	8,19	2,44	2,50	7,32	7,34	3,98	3,96	10,21	10,14
4	1,01	–	1,25	1,18	–	–	1,16	1,10	1,16	1,17	2,32	2,30
5	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	1,01	–

TABLA 17b

Influencia del parámetro Ω_θ en la ductilidad de rotación de las vigas del marco 2

Piso	$\Omega_\theta = 0{,}50$				$\Omega_\theta = 0{,}75$				$\Omega_\theta = 1{,}50$			
	$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$	
	+	–	+	–	+	–	+	–	+	–	+	–
1	1,69	1,73	3,67	3,76	1,65	1,65	4,46	4,39	2,40	2,34	5,85	5,79
2	2,45	2,56	5,99	6,06	3,37	3,39	8,78	8,85	6,51	6,50	13,84	13,82
3	2,07	2,12	5,80	5,89	2,60	2,58	6,84	6,88	3,30	3,26	7,85	7,76
4	1,58	1,61	4,41	4,46	1,30	1,28	2,62	2,50	1,02	1,01	1,35	1,30
5	–	1,03	1,36	1,45	–	–	1,13	1,14	–	–	–	–

TABLA 17c

Influencia del parámetro Ω_θ en la ductilidad de rotación acumulada de las vigas del marco 3

Piso	$\Omega_\theta = 0{,}50$				$\Omega_\theta = 0{,}75$				$\Omega_\theta = 1{,}50$			
	$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$	
	+	–	+	–	+	–	+	–	+	–	+	–
1	1,64	1,64	2,88	2,83	2,39	2,37	5,28	5,37	1,68	1,78	4,55	4,64
2	3,25	3,18	6,60	6,58	5,84	5,92	13,75	13,76	5,06	5,09	11,77	11,81
3	2,94	2,90	6,72	6,67	3,84	3,88	9,38	9,36	2,42	2,46	6,40	6,45
4	1,53	1,49	4,36	4,24	1,33	1,36	3,02	3,03	–	1,01	1,24	1,30
5	–	–	1,22	1,13	1,00	–	1,10	1,06	–	–	–	–

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

TABLA 18a

Influencia del parámetro Ω_θ en la ductilidad de rotación acumulada en la base de las columnas del primer piso del marco 1

Piso	$\Omega_\theta = 0{,}50$				$\Omega_\theta = 0{,}75$				$\Omega_\theta = 1{,}50$			
	$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	1,66	1,61	6,33	6,21	1,47	1,43	5,76	5,72	2,00	1,96	6,12	6,07

TABLA 18b

Influencia del parámetro Ω_θ en la ductilidad de rotación acumulada en la base de las columnas del primer piso del marco 2

Piso	$\Omega_\theta = 0{,}50$				$\Omega_\theta = 0{,}75$				$\Omega_\theta = 1{,}50$			
	$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	1,24	1,19	2,74	2,58	1,29	1,32	3,31	3,45	1,52	1,54	4,06	4,06

TABLA 18c

Influencia del parámetro Ω_θ en la ductilidad de rotación acumulada en la base de las columnas del primer piso del marco 3

Piso	$\Omega_\theta = 0{,}50$				$\Omega_\theta = 0{,}75$				$\Omega_\theta = 1{,}50$			
	$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$		$\mu = 2$		$\mu = 4$	
	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−	+	−
1	1,06	1,07	1,49	1,54	1,53	1,51	3,57	3,47	1,23	1,17	3,06	2,93

CONCLUSIONES

Del estudio paramétrico realizado en estructuras tridimensionales que incursionan en el rango de comportamiento no lineal, se desprenden las siguientes conclusiones generales:

1) Las respuestas globales (desplazamiento traslacional y torsional a nivel de cada piso) no son influenciadas por el número de líneas resistentes paralelas a la dirección del movimiento sísmico, cuando se tienen estructuras con excentricidad estática moderada ($e/r \leq 0{,}50$) y baja ductilidad global de diseño ($\mu \leq 4$).

2) Las respuestas locales (desplazamientos laterales de los marcos y ductilidades de rotación máxima y acumulada), en cambio, sí son influenciados por el número de líneas resistentes, siendo este efecto más apreciable cuanto mayor sea la cantidad de marcos paralelos al movimiento sísmico.

3) Del estudio realizado en un modelo tridimensional simple, se tiene que, tanto las respuestas sísmicas globales como locales (desplazamientos traslacionales por marco) disminuyen con aumentos del valor de la ductilidad global de diseño. Lo contrario sucede con las ductilidades de rotación máxima y acumulada, en las vigas y bases de las columnas del primer piso, observándose una tendencia a crecer con éste parámetro.

4) Los parámetros que mayor influencia tienen sobre la respuesta no lineal de la estructura son el grado de acoplamiento torsional, Ω_θ, el período de vibración traslacional desacoplado, T_{Y1} y la excentricidad estática normalizada, e/r.

5) La excentricidad estática, solamente influye en las ductilidades de rotación acumulada de las vigas y en la base de las columnas del primer piso de cada marco.

6) Los parámetros que influyen exclusivamente en la respuesta no lineal de los marcos perpendiculares a la dirección del sismo son la razón de frecuencias traslacionales, ω_{X1}/ω_{Y1}, y la razón de rigideces torsionales, γ_X.

7) Los mayores ductilidades observadas en todos los marcos, se localizan en las vigas del segundo piso, debido a que son más débiles que las columnas y su momento de fluencia es uniforme en altura. En general, el marco 1 (del lado rígido) alcanza grandes ductilidades de rotación acumulada.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

AGRADECIMIENTOS

El primer autor, agradece a la Vicerrectoría Académica y al Programa de Post-grado de la Escuela de Ingeniería, de la Pontificia Universidad Católica de Chile, por el apoyo brindado a través de las distintas becas otorgadas y por el Fondo de Apoyo para la realización de la tesis de Magister. Finalmente, ambos autores agradecen al Fondo de Ciencia y Tecnología, por el financiamiento prestado mediante los proyectos FONDECYT 764-91 y FONDECYT 1930626-93, del cual forma parte la presente investigación.

REFERENCIAS

1. Fernández-Dávila Gonzáles, V. I. *Efecto del número de líneas resistentes en la respuesta inelástica tridimensional de edificios.* Tesis para optar al Grado de Magister en Ciencias de la Ingeniería. Pontificia Universidad Católica de Chile, Escuela de Ingeniería, Depto. de Ingeniería Estructural y Geotécnica, Mayo 1994.

2. Goel, R. K. y Chopra, A. K. *Inelastic Seismic Response of One-Story, Asymmetric-plan Systems.* Earthquake Engineering Research Center, Report Nº UCB/EERC-90/14, University of California, Berkeley, October 1990.

3. Hejal, R. y Chopra, A. K. *Earthquake Response of Torsionally-Coupled Buildings.* Earthquake Engineering Research Center, Report Nº UCB/EERC-87/20, University of California, Berkeley, December 1987.

4. Guendelman-Israel, R. y Powell, G. H. *Drain-Tabs: A Computer Program for Inelastic Earthquake Response of Three-Dimensional Buildings.* Earthquake Engineering Research Center. Report Nº UCB/EERC 77-08, University of California, Berkeley, March 1977.

5. Cruz, E. F. y Cominetti, S. *Análisis no lineal de Edificios bajo solicitación sísmica.* Publicación DIE 90-12, Pontificia Universidad Católica de Chile, Escuela de Ingeniería, Depto. de Ingeniería Estructural y Geotécnica, Octubre 1990.

6. Cruz, E. F. y Cominetti, S. *Influencia del Acoplamiento Torsional en el Comportamiento no lineal de Edificios.* Proc. 6tas. Jornadas Chilenas de Sismología e Ingeniería Antisísmica. Vol. 1, págs. 241-250, Agosto 1993.

7. Vásquez, J. y Riddell, R. *Existence of Centers of Resistance and Torsional Uncoupling of Earthquake Response of Buildings.* Proc. Eighth World Conference on Earthquake Engineering San Francisco, California. Vol. IV, págs. 187-194, July 1984.

Conferencia Mundial de Ingeniería Antisísmica. San Francisco, California. Vol. IV, págs. 187-194, Julio 1984.

8. Maheri, M. R., Chandler, A. M. y Bassett, R. H. *Coupled Lateral-Torsional Behavior of Frame Structures Under Earthquake Loading.* Earthquake Engineering & Structural Dynamics. The Journal of the International Association for Earthquake Engineering. Vol. 20, Nº 1, págs. 61-85, January 1991.

9. Cruz, E. F. y Cominetti, S. *Nonlinear Response of Buildings, A Parametric Study.* Proc. Tenth World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 7, págs. 3.663-3.666, Madrid, Spain, July 1992.

10. Bruneau, M. *A Proposed Simple Model for the Study of Seismic Inelastic Torsional Coupling.* Proc. Tenth World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 7, págs. 3.875-3.880, Madrid, Spain, July 1992.

RESUMEN

Se estudia el comportamiento de los edificios cuando se encuentran sometidos a eventos sísmicos severos que los obliguen a incursionar en el rango no lineal. Usando modelaciones simples de estructuras tridimensionales, se evalúa la influencia que tienen sobre la respuesta sísmica: el número de líneas resistentes paralelas al sismo; el grado de acoplamiento torsional Ω_θ; el período fundamental desacoplado T_{Y1}; la excentricidad estática normalizada e/r; la razón de frecuencias traslacionales desacopladas ω_{X1}/ω_{Y1}; la razón de rigideces torsionales γ_x, y la ductilidad global de diseño μ.

SUMMARY

A study is made of the behaviour of buildings subjected to severe earthquakes, which cause them to enter into the nonlineal range. Using simple models of tridimensional structures, an evaluation is made of the influence that have on the seismic response: the number of resisting lines parallel to seismic action, the degree of torsional coupling Ω_θ, the fundamental uncoupled period T_{Y1}, the normalized static excentricity e/r, the ratio of uncoupled traslational frequencies ω_{X1}/ω_{Y1}, the ratio of torsional stiffnesses γ_X and the overall ductility of design μ.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

Métodos de reparación localizada de pilares de hormigón, para carga total, basados en encamisado metálico

J. L. Ramírez
Dr. Ing. Ind.
J. M. Bárcena
Dr. Ing. Ind.
J. I. Urreta
Dr. Ing. Ind.
J. A. Sánchez
Ing. Ind.
LABEIN - Bilbao

INTRODUCCION

En publicación anterior [1] se han expuesto dos métodos de reparación localizada para columnas de hormigón que han perdido la totalidad de la resistencia, diseñados y ensayados por los autores. En el presente artículo se presentan dos nuevas alternativas, explicándose el método de cálculo utilizado y el comportamiento experimental obtenido.

Las características generales de los métodos son el diseño para carga centrada, así como el propósito de que la reparación sea localizada, es decir, que la longitud de transferencia del esfuerzo a cada lado de la zona dañada sea la menor posible.

En la presente ocasión, los métodos utilizados se basan en encamisado de chapa de acero soldada, con inyección de huecos, o en encamisado a base de chapas de acero y angulares adheridos entre sí y con el pilar.

1. DISEÑO DE LAS COLUMNAS ORIGINALES

Se ha partido, como en la ocasión anterior, del esquema de la figura 1 con las siguientes consideraciones:

- El pequeño recubrimiento establecido tiene la finalidad de proporcionar una mayor rigidez a la flexión, dando mayor seguridad frente a eventuales roturas por manejo de los pilares durante las tareas de reparación.
- La cuantía ha sido lo más reducida posible, para que la resistencia residual de la sección que simula la rotura del pilar fuera la menor posible.
- La pérdida de resistencia del pilar, o su rotura previa al refuerzo, se ha simulado por la interrupción del hormigón con una plancha de plástico expandido, colocado en la correspondiente posición en el encofrado, aunque las dos partes del pilar quedaran unidas por las armaduras.

2. FABRICACION DE LAS COLUMNAS ORIGINALES

Un molde metálico sextuple fué hormigonado tres veces, insertando, en la posición adecuada, una lámina de plástico poroso para simular la rotura del pilar (Foto n° 1).

Cada amasada, que confeccionaba una serie de seis columnas, permitía comparar una de referencia, sin rotura simulada, con cinco procedimientos diferentes de reparación, dos de los cuales se presentan aquí. Al haber hormigonado el molde por tres veces, se han obtenido tres valores para cada tipo de ensayo.

Una vez desencofrados los pilares (Foto n° 2) se transportaron a LABEIN para su almacenamiento hasta el momento de realizar las reparaciones previstas y ensayos. El almacenamiento ha durado del orden de 9 meses a la intemperie, y unos pocos meses en ambiente protegido.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

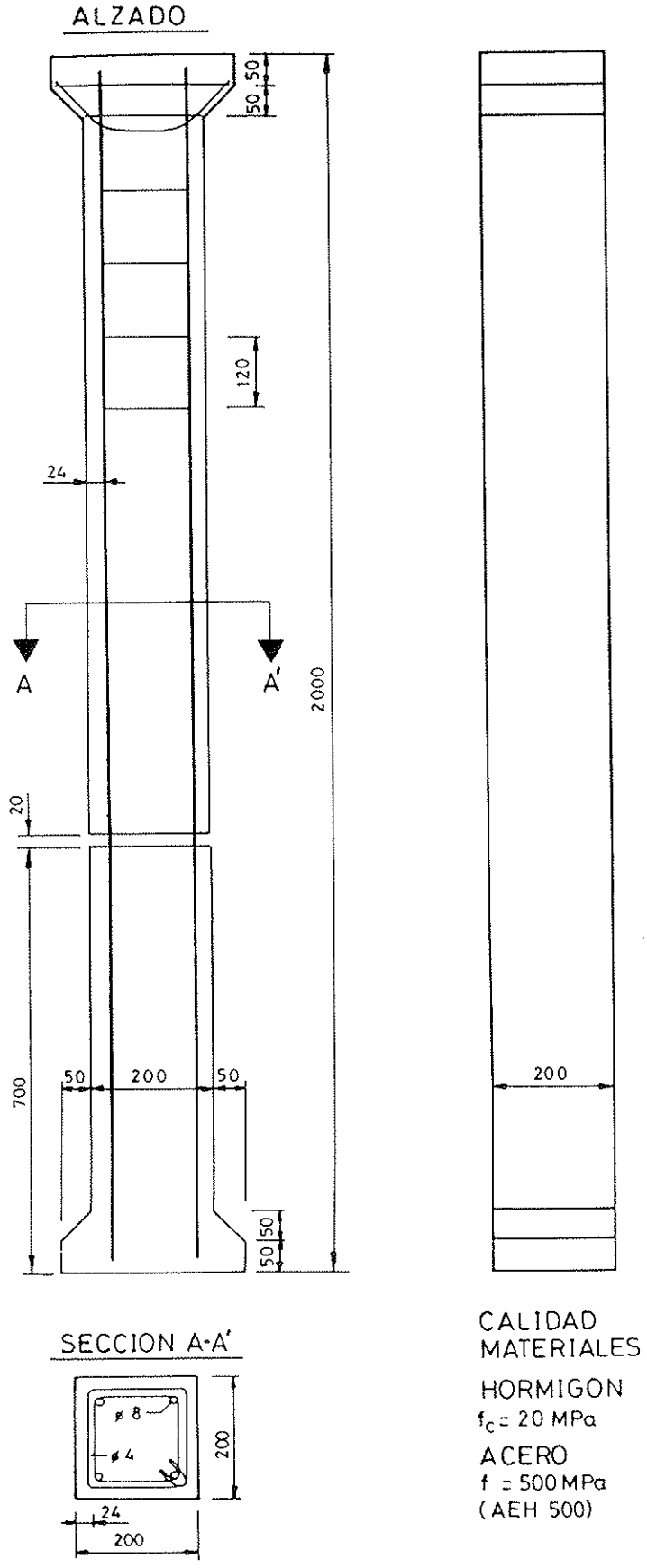
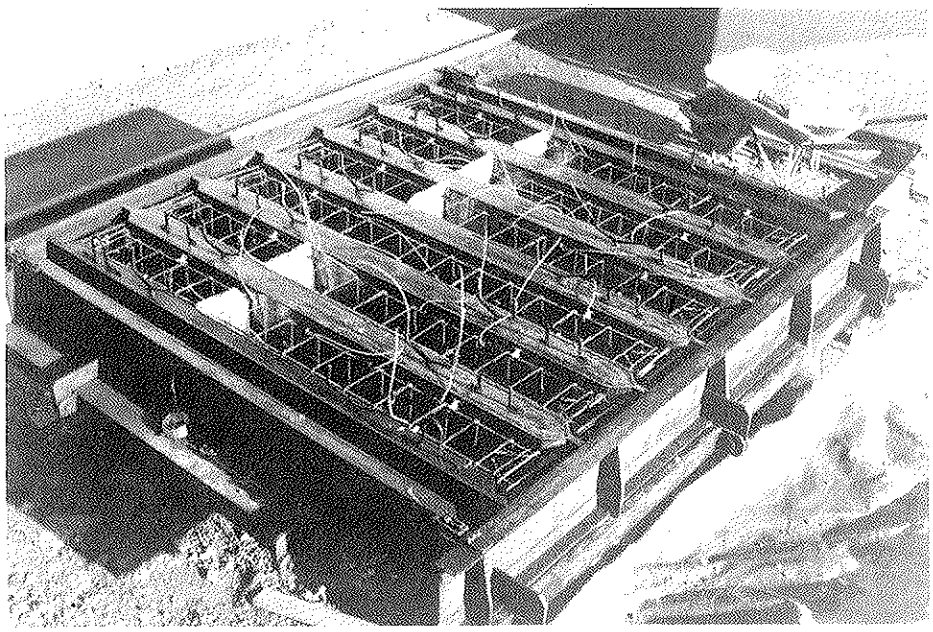
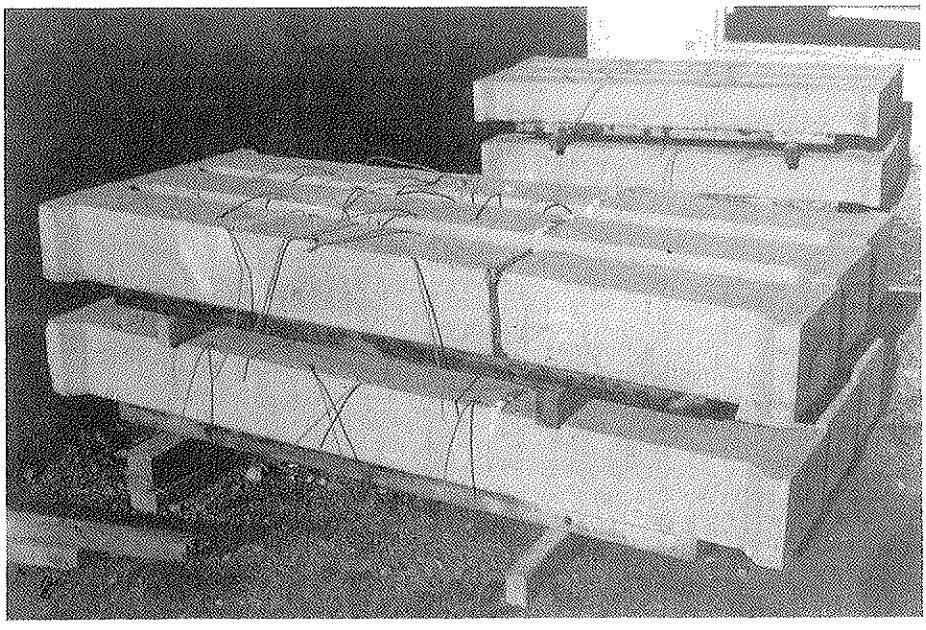


Figura 1.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024



Fotografía N° 1.



Fotografía N° 2.

3. PROYECTO DE DOS TIPOS DE REPARACION, PARA CARGA TOTAL

3.1. Planteamiento general

Los dos nuevos métodos ensayados han consistido en:

- Encamisado de chapa de acero soldada, con inyección de huecos.
- Encamisado de chapa y ángulos de acero pegados.

Su cálculo se ha realizado con el propósito de que la rotura se produjera a una carga de alrede-

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

dor del 80% de la del pilar, de forma que el fallo esperable correspondiese a la zona del refuerzo, y se pudiera valorar el comportamiento de los mismos en comparación con los cálculos teóricos.

3.2. Encamisado de chapa de acero soldada, con inyección de huecos

Se basa en la transferencia de esfuerzo por adherencia y fricción entre el hormigón original y un encamisado hecho con dos chapas dobladas en L y soldadas longitudinalmente, con inyección posterior del hueco entre ambos.

Las diferentes fases del cálculo, utilizando las características mecánicas teóricas de los materiales, han sido las siguientes:

- La sección transversal del encamisado metálico debe ser capaz de absorber la carga vertical.
- La resistencia a esfuerzo rasante entre columna y encamisado metálico responde a la fórmula

$$\tau = f_{ct} + \mu \cdot \sigma_h$$

siendo:

μ = 0,7 para superficie lisa

f_{ct} = resistencia a tracción del hormigón original

σ_h = presión de zunchado debido al efecto Poisson entre columna y encamisado, para el que se asume distribución lineal

- Comprobación del espesor de la chapa y del cordón de soldadura para el efecto horizontal de la presión σ_h.

Las dimensiones finales resultantes de este cálculo y las suposiciones hechas, se presentan en la Figura 2.

3.3. Encamisado de chapas y ángulos de acero pegados

El planteamiento de cálculo es idéntico al anterior, pues se trata de un encamisado metálico. La diferencia está en que, en vez de ser continuo en el sentido perimetral, está formado por ocho piezas pegadas entre si. Las cuatro chapas están adheridas a las caras laterales del pilar y los angulares se adhieren a las chapas laterales, cerrando de esta manera el encamisado.

El esquema anterior exige la comprobación de otro punto crítico de rotura, que es la resistencia

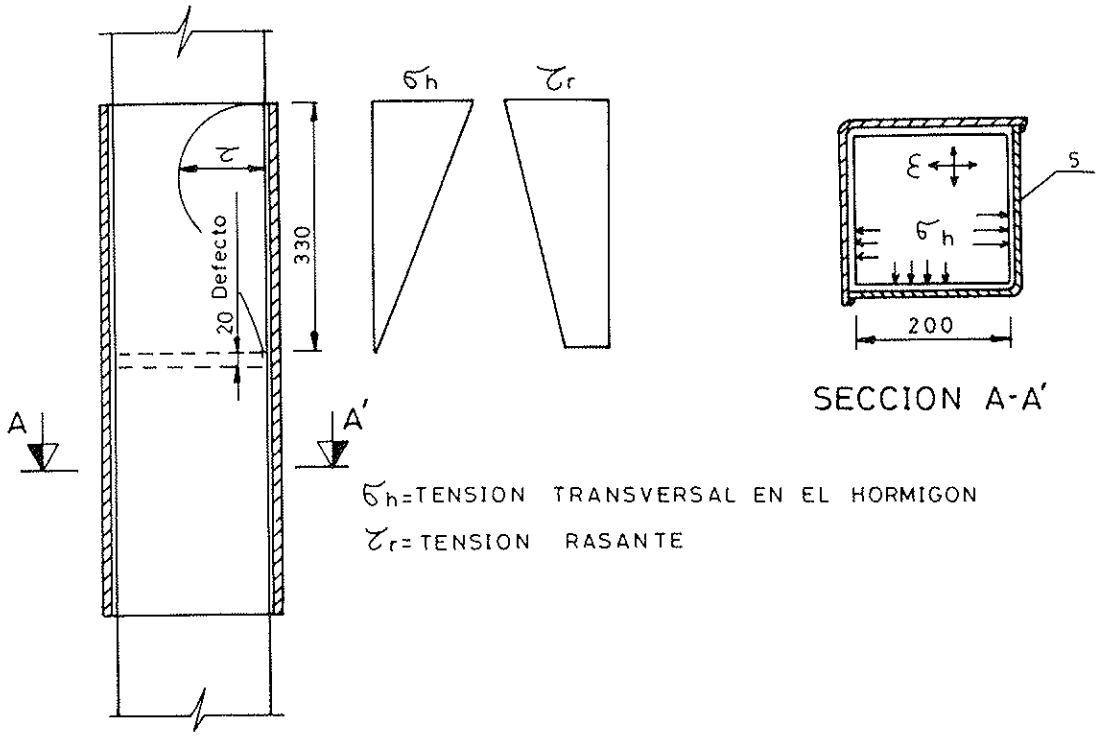


Figura 2.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

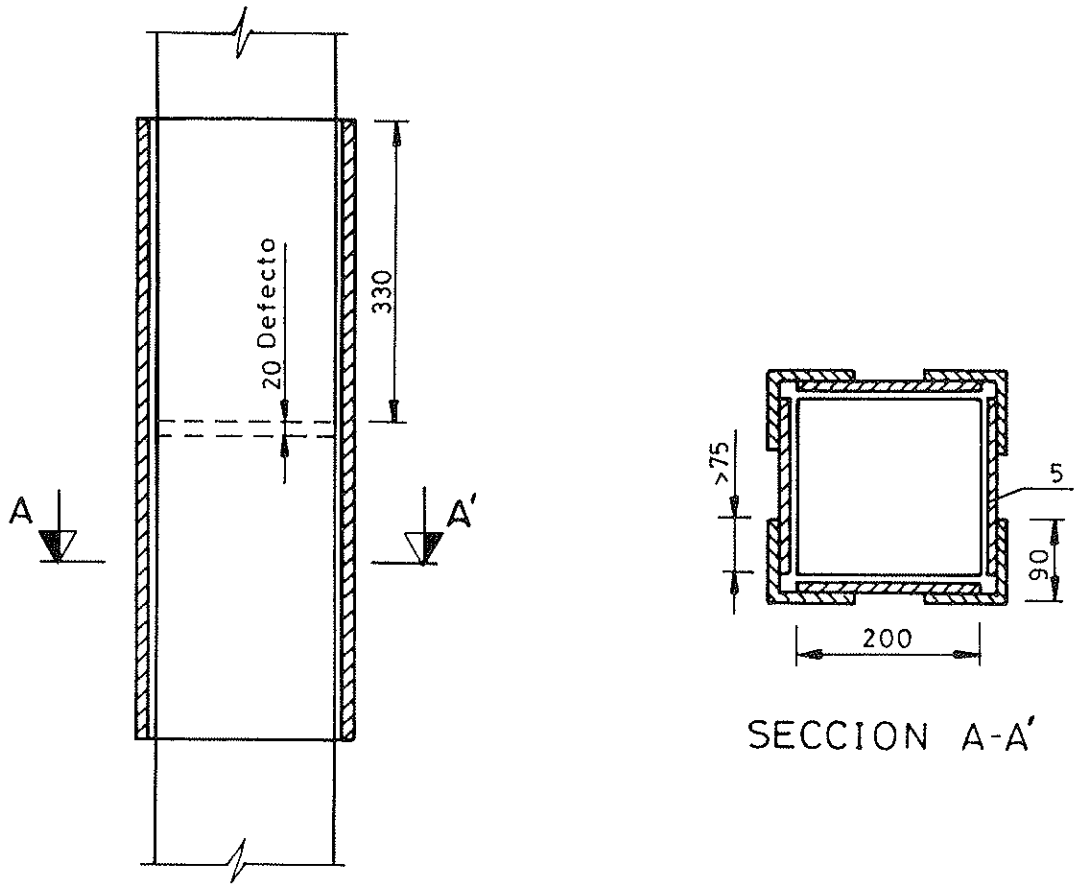


Figura 3.

de los angulares y chapas pegadas para el efecto horizontal de la presión σ_h.

Las dimensiones resultantes son las mismas que en el caso anterior y vienen reflejadas junto con el sistema en la Figura 3.

4. TECNICAS DE REPARACION

4.1. Preparación general

Previamente a iniciar la reparación, se hicieron una serie de operaciones a los pilares objeto de ensayo.

En primer lugar, se trataron con cepillo de alambre las superficies de los mismos, en la zona donde el hormigón iba a entrar en contacto con el refuerzo. De esta manera se eliminaba la lechada superficial y se mejoraba la adherencia entre los materiales. Estas superficies se soplaron posteriormente, para evitar la presencia de polvo superficial.

Posteriormente, se rellenó con yeso la parte exterior de la rotura simulada en los pilares, con objeto de que los materiales de reparación no penetraran en este hueco y dotasen de continuidad al pilar.

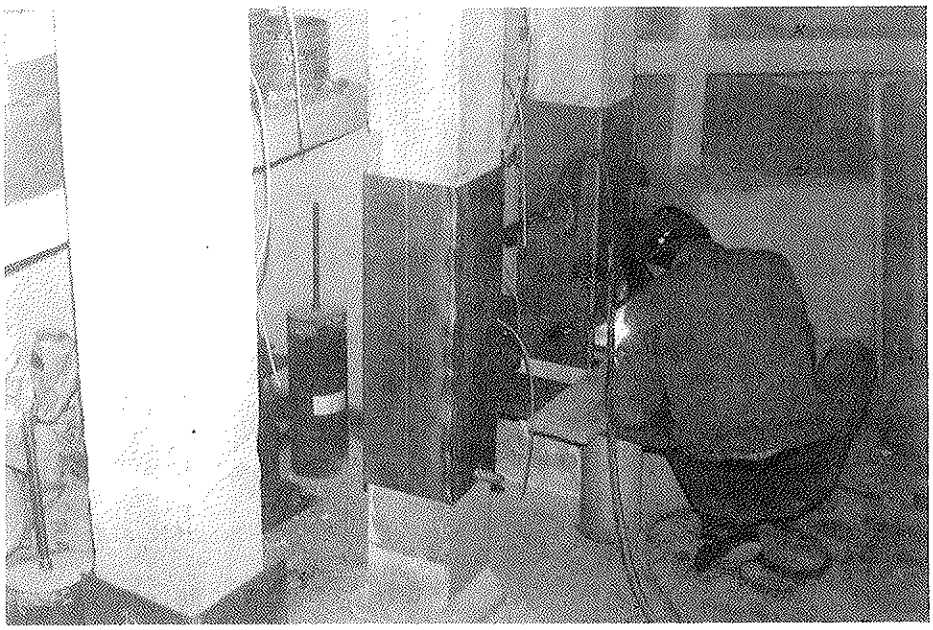
4.2. Encamisado de chapa de acero soldada, con inyección de huecos

Para este tipo de reparación, se cortaron y doblaron en un taller dos chapas, uno de cuyos bordes longitudinales, en cada una, se preparó en bisel al objeto de permitir una soldadura resistente.

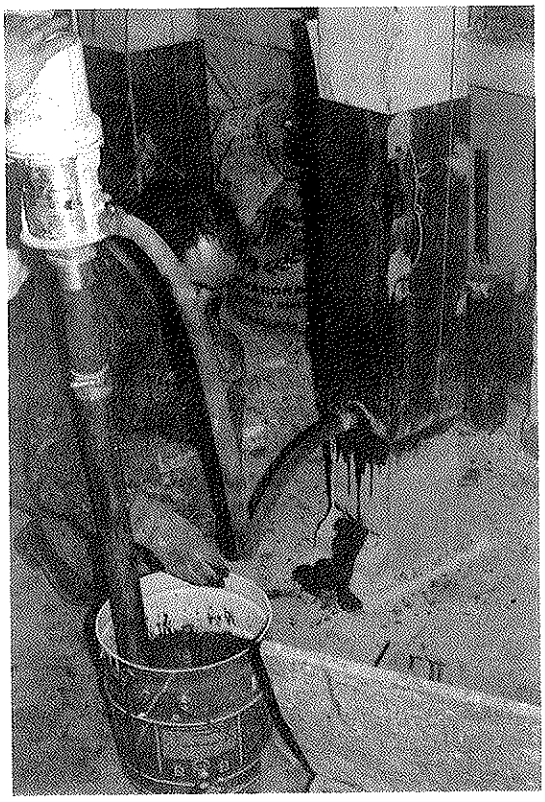
Con objeto de garantizar un espacio mínimo entre encamisado y columna, que permitiera la inyección del hueco, se soldaron alambres de 2 mm de diámetro a la parte interior de las chapas. Igualmente se limpiaron estas últimas, mecánica y químicamente.

Después de la colocación de las chapas en posición y su soldadura en dos aristas longitudinales (Foto n° 3) se realizó, por una casa especializada, la inyección de un material formulado a base de resina epoxi y arena fina. (Foto n° 4).

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024



Fotografía N° 3.



Fotografía N° 4.

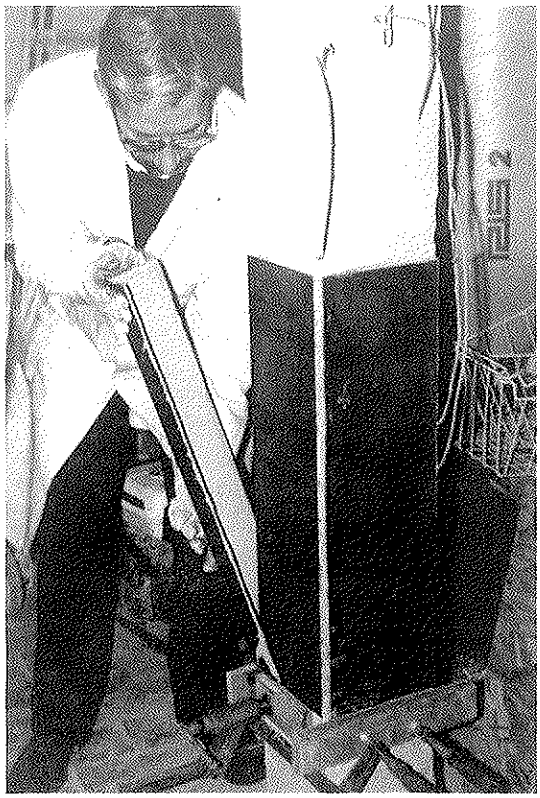
Una de las tres columnas reparadas fué instrumentada con extensómetros ohmicos en la superficie externa del encamisado metálico.

4.3. Encamisado de chapas y angulares de acero pegados

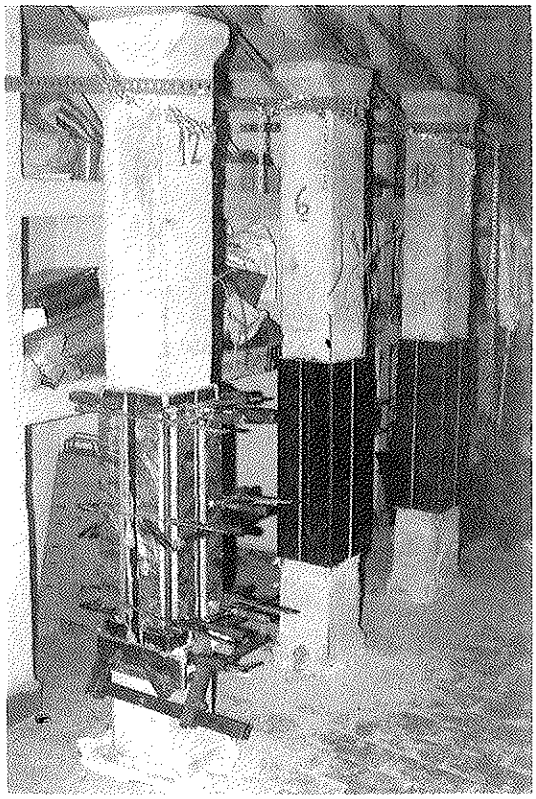
Este método ha consistido en la adhesión a las caras del pilar de 4 chapas de acero, y en cuatro angulares de acero adheridos a su vez a las chapas, formando de esta manera un encamisado cerrado. El adhesivo ha consistido en un mastic epoxídico, habiéndose realizado una limpieza mecánica y química de las superficies metálicas, antes de la aplicación de la cola.

El proceso de adhesión de las chapas y ángulos a las columnas fué bastante laborioso y complicado debido al número de elementos, la facilidad con que deslizaban entre ellos, la dificultad para proporcionar una presión uniforme en las superficies de contacto entre acero y hormigón y la necesidad de un cierto tiempo de fraguado del adhesivo. (Fotos núms. 5 y 6).

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024



Fotografía N° 5.



Fotografía N° 6.

5. DESARROLLO Y RESULTADOS DE LOS ENSAYOS

5.1. Características de los materiales de reparación

5.1.1. Chapas de acero

Fueron de la calidad A-42, con un límite elástico f_{yk} = 260 MPa.

5.1.2. Mortero de inyección

Se utilizó un mortero de base epoxídica, con arena muy fina, correspondiente a formulación comercial. La inyección se realizó a una presión de 7 bar.

5.1.3. Mastic epoxídico

El mastic utilizado presentaba las propiedades siguientes, referidas en su hoja de características:

Densidad	1,55 kg/dm^3
Pot life	2 horas
Tiempo de endurecimiento	48 horas
Contenido en sólidos	100%
Resistencia a la compresión (28 días)	90 MPa
Resistencia a la tracción (28 días)	20 MPa

5.2. Resultados de los ensayos sobre pilares

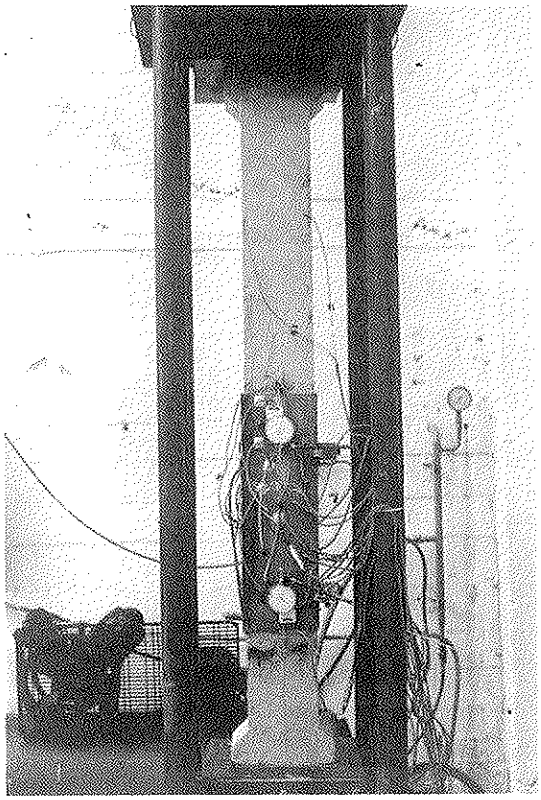
De cada tipo de refuerzo se han ensayado 3 pilares, perteneciendo cada uno a una amasada distinta.

Previamente, se habían ensayado los tres pilares de referencia de cada serie a los que no se les había practicado la rotura simulada y que han servido de término de comparación.

El procedimiento de carga ha sido el llegar a la rotura a través de dos secuencias de carga: la primera, hasta el 40% de la carga teórica de rotura, y la segunda, hasta rotura, haciendo una descarga entre ambas (Foto n° 7).

Las columnas reparadas han sido ensayadas alrededor de una semana después de completar las reparaciones.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024



Fotografía N° 7.

5.2.1. Valores numéricos

CUADRO 1

Pilares de referencia		
Serie	**Edad rotura (meses)**	**Carga rotura (kN)**
N-1	≈ 12	787,1
N-2	≈ 12	932,9
N-3	≈ 12	779,9

CUADRO 2

Encamisado de chapa soldada, con inyección de huecos		
Serie	**Edad rotura (meses)**	**Carga rotura (kN)**
N-1	≈ 12	803,4
N-2	≈ 12	848,6
N-3	≈ 12	841,1

CUADRO 3

Encamisado de chapa y ángulos de acero pegados		
Serie	**Edad rotura (meses)**	**Carga rotura (kN)**
N-1	≈ 24	448,7
N-2	≈ 24	733,4
N-3	≈ 23	448,7

5.2.2. Formas de rotura

Columnas de referencia

En los tres casos, la rotura se presentó en la sección central, con pandeo localizado de alguna de las armaduras.

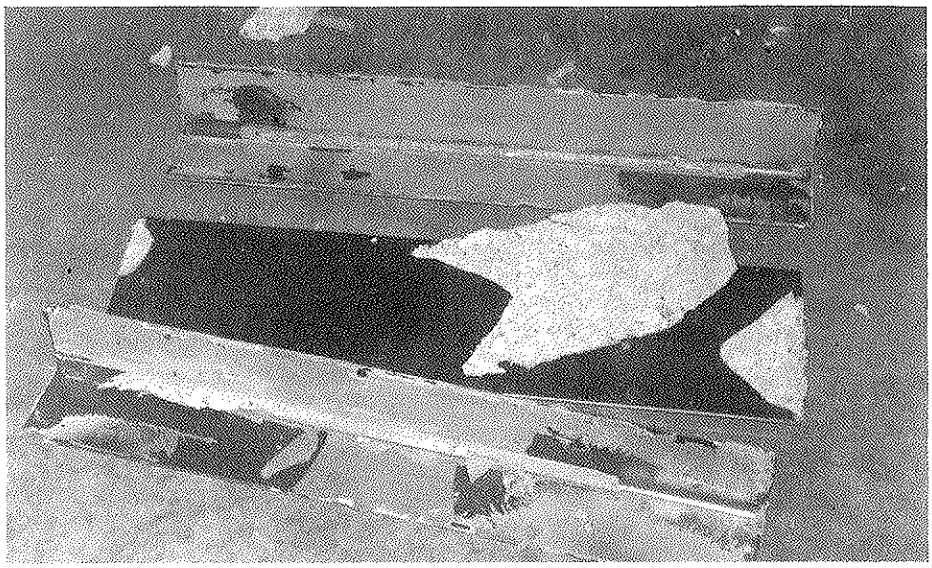
Encamisado de chapa soldada, con inyección de huecos

Se observa, en la proximidad de la carga de rotura, un deslizamiento relativo puesto de manifiesto por los captadores de desplazamiento, entre las columnas de hormigón y el encamisado, como consecuencia de una penetración relativa. La rotura se produce por esfuerzo rasante entre los extremos del encamisado y la columna.

Encamisado de chapas y angulos de acero pegados

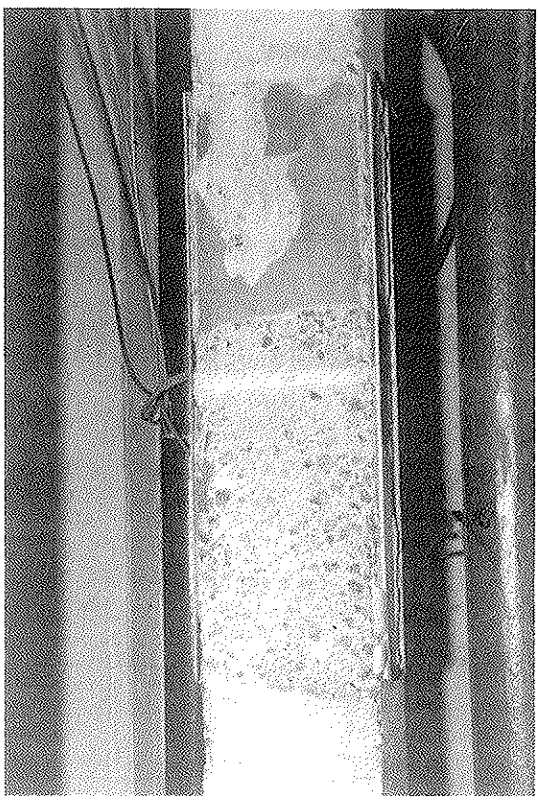
Los fallos se han producido de dos maneras. En dos de las columnas reparadas se ha observado un despegue entre angulares y chapas, con una carga de rotura baja, del orden de 450 kN. Por otra parte, el proceso de carga fué acompañado por un ruido continuo de agrietamiento del mastic aplicado entre chapa y angular, rompiendo finalmente con brusquedad (Foto n° 8).

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024



Fotografía N° 8.

En la columna restante, el fallo se produce por pérdida de adherencia entre chapas y hormigón, apreciándose solamente un deslizamiento extremadamente pequeño entre ángulos y chapa, siendo la carga bastante alta, alrededor de 730 kN. La rotura fué brusca, con ruido de agrietamiento solamente al final (Foto n° 9).



Fotografía N° 9.

6. COEFICIENTES DE SEGURIDAD Y TRANSFERENCIA DE CARGAS

Con el propósito de analizar la eficacia de los dos refuerzos, se ha hecho una comparación de las resistencias teóricas esperables en las pruebas, con las reales, y las de los dos tipos de reparación entre sí.

6.1. Valores teóricos de la resistencia en el ensayo de rotura de los pilares

Utilizando los valores reales de las características de los materiales y los parámetros adecuados para un ensayo normal a compresión, se han calculado las cargas esperables en los ensayos, de acuerdo con los supuestos teóricos generales utilizados en el diseño inicial de las reparaciones.

6.2. Eficiencia resistente y comparación de deformaciones

Las relaciones teórico/experimental y su comportamiento relativo en las dos reparaciones, se muestran en los cuadros siguientes:

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

6.2.1. Pilares originales de referencia

CUADRO 4

Referencia	Carga rotura (kN)		γ_n (2/1)
	N_u cálculo (1)	N_u real (2)	
N-1	634,1	787,1	1,24
N-2	842,5	932,9	1,10
N-3	786,8	780,0	0,99
Media	754,5	833,3	1,11

6.2.2. Pilares reforzados por encamisado de chapa soldada, con inyección de huecos

Se comparan las resistencias teóricas de los refuerzos, con las resistencias reales obtenidas tras el ensayo en prensa de los pilares. Se ha descontado la resistencia transmitida a través de las armaduras, ya que éstas poseían continuidad a lo largo de todo el pilar sin verse afectados por la simulación de rotura.

6.2.4. Comparación de deformaciones

A través de las medidas de deformación de los pilares en el proceso de carga, se han obtenido curvas medias carga-deformación para cada tipo de refuerzo (gráfico 1). Este tipo de determinación se hizo, fundamentalmente, para detectar algún deslizamiento anormal entre pilar original y refuerzo que pudiera ser significativo de fallo o debilidad de este último.

En el gráfico se muestran a la vez las curvas medias correspondientes a los tres tipos de columnas ensayadas. Quizás en la curva correspondiente al encamisado inyectado, puedan notarse, avanzada la carga, ciertos signos de escalones horizontales que pudieran significar pequeños (< 0,1 mm) deslizamientos, acorde con el tipo de solicitación del encamisado.

7. CONCLUSIONES

Del trabajo realizado y con independencia de ulteriores consideraciones de los datos, podemos extraer las siguientes conclusiones:

• El método de cálculo usado para el diseño de

CUADRO 5

Encamisado chapa soldada Inyección huecos	Carga rotura (kN)		γ_n (2/1)	γ_n Relativo resp. referencia
	N_u cálculo (1)	N_u real (2)		
N-1	604,6	746,9	1,24	1,00
N-2	675,8	771,5	1,14	1,04
N-3	654,7	791,6	1,21	1,22
Media	645,0	770,0	1,20	1,09

6.2.3. Pilares reforzados por encamisado de chapa y ángulos de acero pegados

CUADRO 6

Encamisado chapa y ángulos pegados	Carga rotura (kN)		γ_n (2/1)	γ_n Relativo resp. referencia
	N_u cálculo (1)	N_u real (2)		
N-1	459,4	413,8	0,90	0,72
N-2	652,1	672,5	1,03	0,94
N-3	506,9	411,2	0,81	0,82
Media	539,5	499,2	0,91	0,83

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

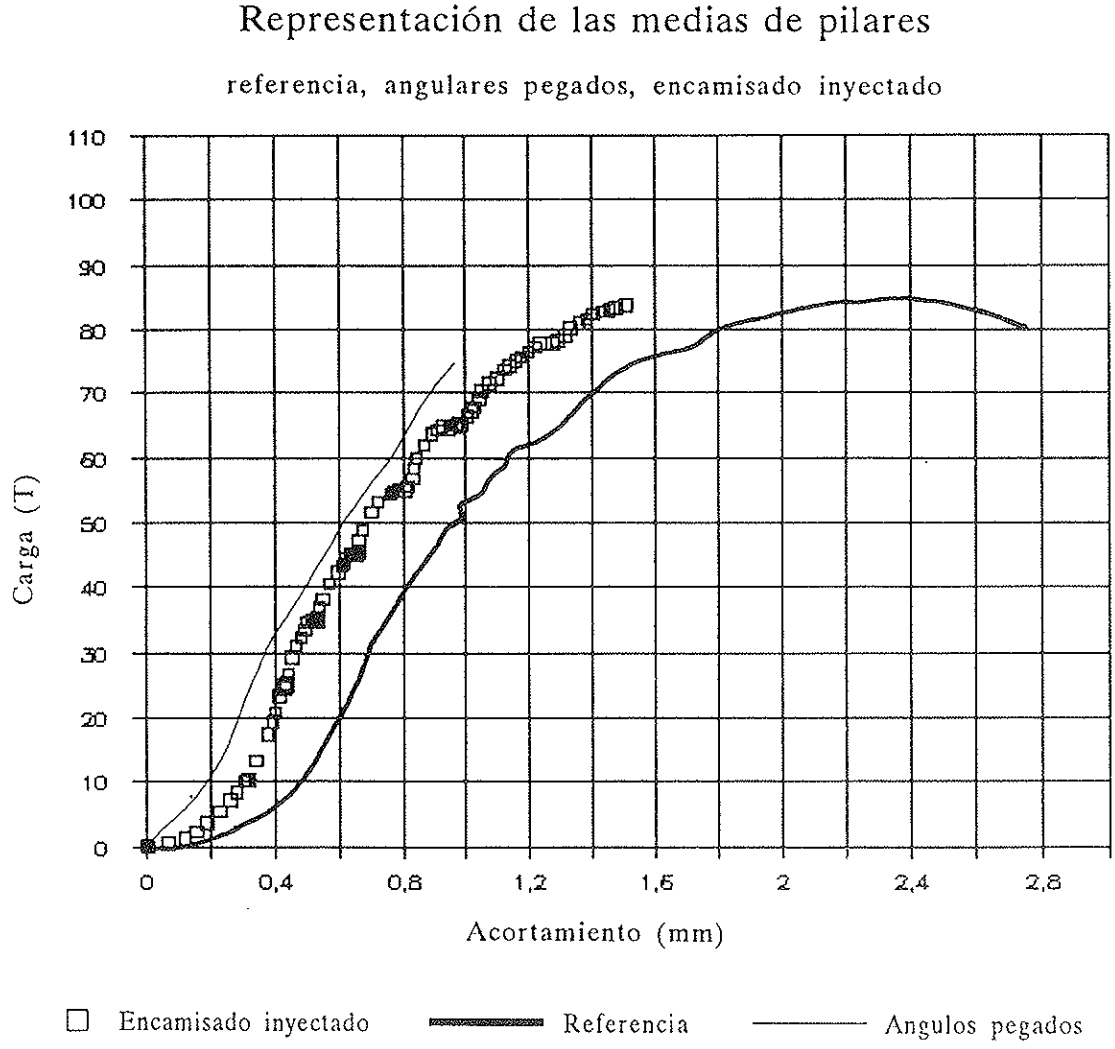


GRAFICO 1

la reparación del tipo encamisado de chapa, con inyección de huecos (Figs. 2 y 3), ha conducido a resultados satisfactorios, aunque la suposición de presión lateral de zunchado, σ_h constante, en una sección cuadrada no sea correcta.

La relación entre la resistencia real del pilar reparado y la teórica (descontando la fuerza transmitida por las armaduras) ha tenido un valor medio de 1,20, mayor que el obtenido para las columnas originales de referencia, 1,11 (Cuadro 5).

- Por el contrario, la aplicación del método de cálculo a la reparación a base de chapas y angulares pegados no ha sido significativa, debido a los bajos y dispersos resultados encontrados con el prematuro despegue de chapa y angulares.

La relación entre la resistencia real y la teórica ha sido, en este caso, de 0,91, contra 1,11 obtenido para las columnas de referencia (Cuadro 6). La elección del mastic epoxi ha sido equivocada, por su baja trabajabilidad y alta fragilidad.

Considerando, sin embargo, los valores individuales y específicamente la columna de la serie N-2 que no presenta una rotura anormalmente débil, se obtiene una relación resistente real/teórica de 1,03, es decir más alta carga resistida que proyectada, aunque el valor es menor que el de las columnas de referencia, 1,11.

Parece pues que el método de cálculo sería aplicable a este tipo de reparación también, si se encontrara un adhesivo fiable acorde con las especificaciones de cálculos. Es, sin

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

embargo, un procedimiento con más puntos con riesgo de fallo.

- La sensibilidad a la calidad del adhesivo resulta muy alta en la reparación a base de chapas y angulares pegados, ya que un mal adhesivo repercutirá negativamente en los dos términos de la fórmula

$$\tau_r = f_{ct} + \mu \cdot \sigma_h$$

Sin embargo, en el caso del encamisado de chapa de acero con inyección de huecos la componente de fricción se mantendrá siempre, por lo que dicho método resulta menos sensible a la calidad del adhesivo.

- El método de encamisado metálico inyectado, ha funcionado bien en la absorción de cargas, dando lugar a una dispersión de resultados reducida. Avanzado el proceso de carga, parecen detectarse algunos muy pequeños deslizamientos < 0,1 mm, encamisado-pilar, al ir transfiriéndose la carga.
- Desde el punto de vista del coste de los materiales de reparación es más caro el encamisado metálico inyectado que el sistema de angulares y chapas de acero pegadas. En el primer caso, se necesitan equipos de soldadura e inyección, habiendo supuesto en nuestro caso triple coste que el otro.

  Sin embargo, el método de chapas y angulares pegados es muy laborioso de realizar y sucio, debido al deslizamiento entre superficies metálicas cuando el adhesivo está fresco y el escurrido del adhesivo fuera de las juntas.
- Una de las grandes ventajas de estos métodos es el aumento insignificante de tamaño de la sección transversal de la columna. Sin embargo, habrá que prever una protección contra fuego, ya que las resinas pierden sus propiedades a temperaturas alrededor de 100°C.
- Los cálculos deberían hacerse basados en las propiedades garantizadas de las resinas para cargas mantenidas, que usualmente son mucho menores que para cargas de corta duración.
- El método de reparación a base de encamisado de chapa con inyección de huecos, aparece como un método confiable, mientras que el de chapas y ángulos pegados resulta método inseguro, de acuerdo con nuestra experiencia.

8. AGRADECIMIENTOS

Este artículo presenta, en parte, resultados del proyecto BREU P3091 "Assessment of Performance and optimal strategies for inspection and maintenance of concrete structures using reliability based expert systems". Este proyecto ha estado subvencionado por el programa BRITE-EURAM de la E.E.C. siendo sus socios:

* C. S. R., Aalborg, Dinamarca
* University of Aberdeen, Aberdeen
* Hallam University, Sheffield, Gran Bretaña
* Jahn Ingenieur Bureau, Hellevoetsluis, Holanda
* Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal
* LABEIN, Bilbao, España

Cabe reseñar, igualmente, que el proyecto ha recibido ayuda del Plan Nacional de I + D de la Comisión Internacional de Ciencia y Tecnología.

9. BIBLIOGRAFIA

[1] Ramírez J. L., Bárcena J. M., Urreta J. I., Sánchez J. A., Hernández B. "Reparación localizada de columnas de hormigón con pérdida total de resistencia". Hormigón y Acero nº 188. 3er trimestre 1993.

[2] Ramírez, J. L., Bárcena J. M., "Strength efficiency of bad quality reinforced concrete colums strengthened by two different ways". Colloquium Inter Association: Behaviour in service of concrete structures - Liege 4-5-6 June 1975.

[3] C. E. B. 162 Bulletin d' information "Assessment of concrete structures and design procedures for upgrading". August 1983.

[4] Tassios T. P. "Physical and mathematical models for re-design of damaged structures". Introductory report IABSE Symposium, Venice, 1983.

[5] Nigel Priestley M. J., Seible F., Xiao Y., Verma R. "Steel jacket retrofitting of reinforced concrete bridge columns for enhanced shear strength". A. C. I. Structural Journal V. 91, nº 4 July-August 1994.

[6] Frangou M., Pilakoutas K., Dritsos S. "Repair/strengthening of columns by a simple localised strengthening technique". Fifth International Conference on Structural Faults and Repair. Edinburgh June 1993.

RESUMEN

Como continuación a dos métodos de refuerzo localizado investigados: encamisados de hormigón polimérico o de angulares con tornillos pretensados, (Hormigón y Acero nº 188), se presen-

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

tan en esta ocasión otros dos basados en encamisados de chapa.

Uno de ellos consiste en dos chapas dobladas en ángulo recto que abrazan el pilar y se sueldan en dos aristas longitudinales, dejando un pequeño espacio respecto a la superficie del pilar original, que finalmente se inyecta con un mortero de resina.

En el otro, el encamisado se realiza por adhesión de chapas de acero a las cuatro caras de la columna y cierre del perímetro por medio de cuatro ángulos de acero pegados a dichas chapas.

Se plantea un cálculo basado en adhesión y fricción y se compara con los resultados experimentales, que proporcionan buena concordancia y comportamiento en el caso de encamisado soldado e inyectado. El encamisado a base de chapas y ángulos adheridos proporciona malos resultados.

SUMMARY

In previous article (Hormigón y Acero nº 188) it has been described the behaviour of two localized concrete columns repair method: polymeric concrete and steel angles with prestressed bolts jackets. Now it is dealt with another two, based in steel plate jackets.

One of them consists of two steel plates L shaped welded in two longitudinal corners leaving a small clearance with respect the original column surface that, finally, is injected with resin mortar.

The other is built by adhesion of steel plates to the four sides of the column, closing the jacket by means of four steel angles glued to the plates.

A method of calculation based in adhesion and friction is established and compared with experimental results that give good agreement with the method of welded and injected jacket. The jacket made with adhered steel plates and angles shows bad behaviour.

* * *

SEMINARIOS TORROJA
Tecnología de la Construcción y de sus Materiales
Ciclo nº 20: Otoño de 1995

El Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja, del CSIC, viene organizando seminarios monográficos sobre temas de actualidad en el ámbito de la Tecnología de la Construcción y de sus Materiales, a cargo de destacados investigadores nacionales y extranjeros del Sector.

Estos Seminarios se celebran en el Aula Eduardo Torroja del Instituto, que está situado en la c/ Serrano Galvache s/n (acceso por Arturio Soria, frente al núm. 278), y tienen lugar los jueves alternos, a las 12:00 horas. Su duración aproximada es de dos horas, incluyendo la ponencia y el coloquio que se realiza a continuación. La asistencia a los mismos tiene carácter libre y gratuito.

Los seminarios programados para el vigésimo ciclo, correspondiente al **otoño de 1995**, son los siguientes:

Fecha	Ponente	Tema
19 Octubre	Miguel Angel **Sanjuán Barbudo** Dr. en Ciencias Químicas Instituto E. Torroja.	*Microestructura del hormigón*
2 Novbre.	Nicanor **Prendes Rubiera** Lic. en Ciencias Geológicas. Lab. Central Estructuras, CEDEX	*Proceso digital de imágenes en patologías de monumentos*
16 Novbre.	Tomás **Gil Pérez** Dr. Arquitecto. ETS de Arquitectura de Madrid	*Ventilación de garajes-aparcamientos y túneles*
30 Novbre.	Antonio **J. Más Guindal** Dr. Arquitecto ETS de Arquitectura de Madrid	*Proyecto y soluciones a problemas de estabilidad de bóvedas de fábrica*
14 Dicbre.	Mª Dolores **García Alonso** Arquitecto Instituto E. Torroja	*Influencia de la corrosión de las armaduras en el comportamiento resistente de estructuras*

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

Segunda Conferencia Internacional sobre

"ESTRUCTURAS MOVILES Y DE RAPIDO MONTAJE". MARAS' 96

Esta Conferencia se celebrará del 17 al 19 de Junio de 1996, en Sevilla, España, organizada por el Instituto de Tecnología Wissex de Southampton, UK, y la Escuela de Arquitectura de la Universidad de Sevilla, España.

Idioma

El idioma de la Conferencia será el inglés.

Facilidades para una pequeña exposición

Habrá una exposición en el hall del Salón de las Conferencias para la exhibición de productos, servicios y literatura relacionados con el tema de la Conferencia. Los interesados en participar en ella deberán contactar con la Secretaría de la Conferencia.

Lugar de la Conferencia

Sevilla es una de las más hermosas e históricas ciudades de Europa, conocida particularmente por su herencia milenaria y la variedad y belleza de sus monumentos. La ciudad todavía refleja una gran influencia árabe y tiene una variedad única de edificios históricos. Sus orígenes datan de la era Neolítica. Se han hecho algunas reparaciones y modificaciones en áreas específicas, que han añadido esplendor a la arquitectura de Sevilla, sin destruir su encanto histórico.

Objetivos

Las estructuras que se mueven durante su utilización normal o que deben ser montadas a gran velocidad en un lugar relativamente poco preparado, ofrecen un desafío particular al proyectista. La velocidad de montaje, y lo que esto significa en términos de logística, materiales y coste, es un factor importante en muchas estructuras.

Hay problemas comunes, tales como el diseño eficiente de uniones de ensamblaje, la resistencia al daño de láminas y chapas metálicas, y las limitaciones impuestas a su utilización. En algunos casos estos problemas ya están bien resueltos; por ejemplo, el diseño estructural de aviones, barcos, coches y piezas de ferrocarril. Sin embargo, todavía queda una gran variedad de estructuras para las cuales hay muy pocas normas para su diseño tanto en libros de texto, como en "Recomendaciones" ó "Códigos de buena práctica".

El propósito de esta Conferencia es reunir a diseñadores, investigadores y analistas de las muchas áreas de estos temas, para intercambiar ideas y experiencias; lo que puede llevar a conseguir nuevas formas estructurales móviles y a un mejor conocimiento de los problemas del ensamblaje rápido y la movilidad.

En esta segunda Conferencia participarán ingenieros, arquitectos e investigadores preocupados por el diseño, el análisis, y la fabricación y colocación de estructuras rápidamente ensambladas. En ella se espera conseguir el mismo éxito logrado en la primera, celebrada en Southampton, en 1991.

Los que deseen mayor información, pueden contactar con:

Sue Owen, Secretariat - MARAS 96
Wessex Institute of Technology
Ashurst Lodge, Ashurst, Southampton
S040 7AA, UK
Tel.: +44 (0) 1703 293223
Fax: +44 (0) 1703 292853

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

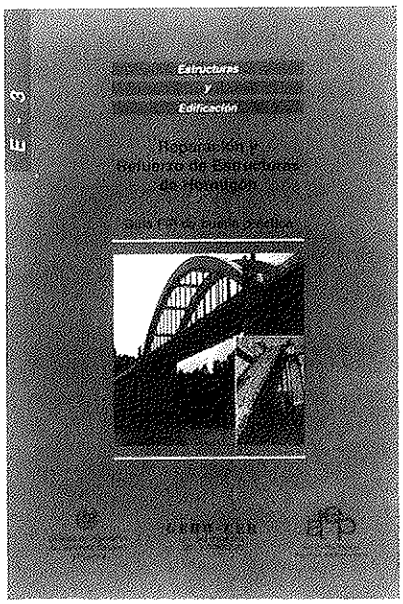
JORNADAS sobre TECNICAS DEL HORMIGON ARMADO Y PRETENSADO EN CENTRALES NUCLEARES

EDITADO POR:

asociación técnica
española del pretensado

Precio del ejemplar: 3.000 ptas.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024



NUEVA PUBLICACION "REPARACION Y REFUERZO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGON"

Continuando con la serie de manuales que esta Asociación Técnica Española del Pretensado viene publicando, en los cuales se recogen las recomendaciones que se consideran idóneas para conseguir una adecuada realización, mantenimiento y utilización de las obras pretensadas, se ha editado ahora la versión en español de la Guía FIP de Buena Práctica "Reparación y refuerzo de estructuras de Hormigón".

El término durabilidad, en el sentido técnico aplicado en los Códigos, se asocia a la resistencia de los materiales y elementos de la edificación en general y de las estructuras de hormigón en particular, en relación con la potencial agresividad físico-química del ambiente en que han de servir a los usuarios. Sin embargo, la **duración** de una estructura de hormigón no depende exclusivamente de esta resistencia medioambiental, sino también de cualquier otra fuente de problemas que pueda reducir su vida de servicio. Así, los errores de cálculo, los defectos de materiales o los cambios en las cargas de servicio que puedan afectar a una estructura, reducen las expectativas de vida en servicio.

Lo anterior pone de manifiesto que, si importantes son las acciones preventivas, importante es también el desarrollo de técnicas y tecnologías para la **reparación y refuerzo** de las estructuras afectadas. La conexión entre este aspecto y la durabilidad reside en la necesidad de que, no sólo se restituya la capacidad de servicio, sino que el resultado de la intervención reparadora sea también capaz de enfrentarse al medio ambiente general al que está sometido la estructura afectada.

Hoy día se ha despertado una conciencia de cierta precariedad de las estructuras de hormigón que nos ha sacado de la ingenuidad de creer que la preocupación por las estructuras no iba a afectar a la generación que las había construido. Esta misma Guía habla de una vida de servicio entre 70 y 100 años. El despertar ha traido consigo la intensificación de los estudios sobre vida de servicio (CIB W 80/RILEM 140 TSL "Prediction of service life of buildings materials and components") y el desarrollo práctico de materiales, técnicas y tecnologías de reparación y refuerzo.

Este desarrollo ha dado lugar a una especialidad con personalidad propia, de la que forman parte materiales contradictorios como los compuestos epoxi (sofisticados en sus prestaciones, pero que desfallecen con las altas temperaturas) y decisiones complejas sobre el método de reparación más adecuado en cada caso, dado el coste relativamente alto de las operaciones que hay que ejecutar, especialmente cuando el defecto o el daño se detecta en una fase avanzada de la construcción o cuando la obra está ya en servicio.

Por todo lo anterior la ATEP ha considerado que resultaba de gran interés la traducción de esta guía FIP "Reparación y refuerzo de estructuras de hormigón". Esta iniciativa es por otra parte, la primera acción editorial conjunta en el marco del acuerdo de colaboración establecido entre ATEP y GEHO, las dos Asociaciones que se ocupan del hormigón en nuestro país.

Los interesados en adquirir esta publicación, cuyo precio es de 1.500,–pesetas para los Miembros de la ATEP y 2.000,–pesetas para los no Miembros, deberán dirigirse as:

ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO
Apartado de Correos 19002
280080 MADRID
Tel.: (91) 766 07 03
Fax: (91) 766 07 03

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

(Continuación de Int. Portada)

FOMENTO DE CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A. (FCCSA).–Acanto, 22. 28045 Madrid.
FORMIGONS GIRONA, S.A.—Carretera C-250 de Girona a Sant Feliú de Guixols, Km. 4,3. 17242 Quart (Gerona).
FREYSSINET, S.A.—General Perón, 24. 28020 Madrid.
GRACE, S.A.–Apartado 523. 08080 Barcelona.
GRUPO ESPAÑOL DEL HORMIGON (GEHO).–Universidad Politécnica de Madrid.–Laboratorio de Estructuras de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, C. y Puertos.–Ciudad Universitaria, s/n. 28040 Madrid.
H.I.S., S.A.–Luis Montoto, 105, 4º K. 41007 Sevilla.
HUARTE, S.A.–Oficina Técnica.–Avda. General Perón, 40-C-4.º. 28020 Madrid.
IBERDROLA, S.A. Servicio Formación.–Referencia 3001. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.
IBERDROLA, S.A. Servicio Formación.–Referencia 8501. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.
INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.–Portal de Gamarra, 46. 01013 Vitoria.
INSTITUTO ESPAÑOL DEL CEMENTO Y SUS APLICACIONES (IECA).—José Abascal, 53-2.ª planta. 28003 Madrid.
INSTITUTO TECNICO DE LA CONSTRUCCION, S.A.—Avda. de Elche, 164. 03008 Alicante.
INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES (INTEMAC).—Monte Esquinza, 30. 28010 Madrid.
INTERNACIONAL DE INGENIERIA Y ESTUDIOS TECNICOS (INTECSA). Biblioteca.—Orense, 70. 28020 Madrid.
JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA, S.A.—Príncipe de Vergara, 103. 28006 Madrid.
LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES. CEDEX.–Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.
MECANOGUMBA, S.A.–Apartado 23. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).
MEKANO-4, S.A.–Polígono Can Magarola. Carretera N-152, Km. 19,8. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).
PACADAR, S.A.–Hermosilla, 57. 28001 Madrid.
PREFABRICACIONES Y CONTRATAS, S.A.–Apartado 138. 36600 Villagarcía de Arosa (Pontevedra).
PRETENSADOS DEL LOURO, S.A.–Polígono Industrial Atios. 36400 Porriño (Pontevedra).
PROYECTOS Y ESTRUCTURAS, S.A. (PROES).–Padre Damián, 42-1º-D. 28036 Madrid.
SENER, INGENIERIA Y SISTEMAS, S.A.–Avda. de Zugazarte, 56. 48930 Las Arenas (Vizcaya).
TECPRESA, S.A.–Velázquez, 105. 28006 Madrid.
TREFILERIAS QUIJANO, S.A.–Fábrica de Forjas de Buelna. 39400 Los Corrales de Buelna (Cantabria).
TRENZAS Y CABLES, S.L. (TYC, S.L.).–Monturiol, 5. 08210 Barberá del Vallés (Barcelona).
VSL IBERICA, S.A.–Aribau, 185, 3º, 2ª. 08021 Barcelona.

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las Entidades citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024

atep

asociación técnica
española del pretensado

Documento descargado de www.e-ache.com el 20/04/2024