

# HORMIGÓN y acero

Nº 201

*Asociación  
Técnica Española  
del Pretensado*

*Instituto de Ciencias  
de la Construcción  
Eduardo Torroja*

*Colegio de Ingenieros  
de Caminos,  
Canales y Puertos*



## **MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO**

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de "**Miembro Protector**", a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de "**Miembros Protectores**" los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

- AGROMAN EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.**—Avenida del Partenón, 4. 28042 Madrid.  
**ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR)**.—Orense, 10. 28020 Madrid.  
**ARPO EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.**—Avda. de la Innovación, s/n. Edificio Espacio, planta 3.<sup>a</sup>, mód. 4-7. 41020 Sevilla.  
**AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.**—Plaza Gala Placidia, 1. 08006 Barcelona.  
**AUXINI, S.A.**—Velázquez, 134. 28006 Madrid.  
**CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.L.**—Grialba, 9. 28006 Madrid.  
**CEMENTOS MOLINS, S.A.**—C.N. 340, Km. 329,300. 08620 Sant Vicenc dels Horts (Barcelona).  
**COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.**—Almagro, 42. 28010 Madrid.  
**COLEGIO DE INGENIEROS TECNICOS DE OBRAS PUBLICAS.**—Miguel Angel, 16. 28010 Madrid.  
**COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS. Centro de Documentación "Josep Renat".**—Bon Pastor, 5. 08021 Barcelona.  
**COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.**—Santa Eugenia, 19. 17005 Gerona.  
**COL.LEGI OFICIAL D'ARQUITECTES DE CATALUNYA.**—Plaça Nova, 5. 08002 Barcelona.  
**CONSULTECO, S.L.**—Pintor Lorenzo Casanova, 26. 03003 Alicante.  
**C.T.T. STRONGHOLD, S.A.**—Aribau, 185. 08021 Barcelona.  
**CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.**—Parque Empresarial La Moraleja. Avda. de Europa, 18. 28100 Alcobendas (Madrid).  
**DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.**—Avda. de Tenerife, 4-6. Edificio Agua. 1<sup>a</sup> planta. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).  
**DYWIDAG - SYSTEMS INTERNATIONAL, S.A.**—Azor, 25-27. Polígono Industrial Matagallegos. 28940 Fuenlabrada (Madrid).  
**EMESA-TREFILERIA, S.A.**—Apartado 451. 15080 La Coruña.  
**ENTRECANALES Y TAVORA, S.A. Biblioteca.**—Cardenal Spinola, s/n. Edificio E. 28016 Madrid.  
**ESCUELA TECNICA-SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.**—Ciudad Universitaria. 28040 Madrid.  
**ESTEYCO, S.A.**—Menéndez Pidal, 17. 28036 Madrid.  
**ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A.**—Arapiles, 14-4º Izda. 28015 Madrid.  
**EUROCONSULT, S.A.**—Apartado 99. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).  
**FERROVIAL, S.A.**—Príncipe de Vergara, 125. 28006 Madrid.

*(Continúa en el int. de contraportada)*

FOMENTO DE CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.–Valencia.  
FUERZAS ELECTRICAS DE CATALUÑA, S.A.–Barcelona.  
FUNDACION DE LOS FERROCARRILES ESPAÑOLES.–Madrid.  
G.O.C.S.A.–Orense.  
GRUPO SGS Ciat.–Madrid.  
HORMADISA, S.L.–Valga (Pontevedra).  
IBERICA DE ESTUDIOS E INGENIERIA, S.A. (IBERINSA).–Madrid.  
IDEAM, S.A.–Madrid.  
INDAG, S.A.–Madrid.  
INGENIERIA DE AUTOPISTAS Y OBRAS CIVILES, S.A.–Madrid.  
INGENIERIA Y ECONOMIA DEL TRANSPORTE, S.A. (INECO).–Madrid.  
INGENIERIA FLORS, S.A.–Grao de Castellón.  
INGENIEROS Y ARQUITECTOS ASOCIADOS, S.A.–Madrid.  
INSTITUCIONES COLEGALES PARA LA CALIDAD EN LA EDIFICACION.–Murcia.  
INSTITUT DE TECNOLOGIA DE LA CONSTRUCCIO DE CATALUNYA.–Barcelona.  
INSTITUTO JUAN DE HERRERA.–Madrid.  
JUNTA DE CASTILLA Y LEON.–Consejería de Fomento.–Valladolid.  
JUNTA DE CASTILLA Y LEON.–Dirección General de Transportes y Carreteras. Servicio de Gestión.–Valladolid.  
LABORATORIO GEOCISA. Biblioteca.–Coslada (Madrid).  
LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.–Madrid.  
LABORATORIOS DEL SURESTE, S.L.–El Palmar (Murcia).  
LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).–Castellón de la Plana.  
METALURGICA GALAICA, S.A.–Narón (La Coruña).  
MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS, TRANSPORTES Y MEDIO AMBIENTE. DIRECCION GENERAL PARA LA VIVIENDA Y ARQUITECTURA. SUBDIRECCION GENERAL DE NORMATIVA BASICA Y TECNOLOGICA.–Madrid.  
MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS, TRANSPORTES Y MEDIO AMBIENTE. SUBDIRECCION GENERAL DE NORMATIVA TECNICA Y ANALISIS ECONOMICO.–Madrid.  
O.C.P. CONSTRUCCIONES, S.A.–Madrid.  
POSTENSA, S.A.–Bilbao.  
PREFABRICACIONES Y CONTRATAS, S.A.–Madrid.  
PREFABRICADOS AGRICOLAS E INDUSTRIALES, S.A. (PRAINSA).–Barcelona.  
PREFABRICADOS AGRICOLAS E INDUSTRIALES, S.A. (PRAINSA).–Zaragoza.  
PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).–León.  
PREFABRICADOS POUZA, S.A.–Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).  
PREVALESA, S.L.–Valencia.  
PUENTES Y CALZADAS EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.–Sigueiro (La Coruña).  
RIOJANA DE PREFABRICADOS DE HORMIGON, S.A.–Logroño.  
RUBIERA, S.A. FORJADOS Y CUBIERTAS.–León.  
RUBIERA BURGOS, S.A.–Burgos.  
SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.–Barcelona.  
SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.–Burgos.  
SERVICIO TERRITORIAL DE CARRETERAS.–Gerona.  
SESTRA, S.A.L.–Andoain (Guipúzcoa).  
SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.–Madrid.  
SPANDECK CATALANA, S.A.–Barcelona.  
TECNICA Y PROYECTOS, S.A.–Madrid.  
TERRATEST, S.A.–Madrid.  
TIGNUS, S.A.–Valencia.  
TUBIERAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPSTA).–Madrid.  
UNIVERSIDAD DE CADIZ.–Algeciras (Cádiz).  
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA.– Biblioteca Universitaria.–Santander.  
UNIVERSIDAD DE LA CORUÑA.– Biblioteca.–La Coruña.  
UNIVERSIDAD DE LA CORUÑA.–Rectorado.–La Coruña.  
UNIVERSIDAD DE LA RIOJA.–Logroño (La Rioja).  
UNIVERSIDAD POLITECNICA. Hemeroteca.–Valencia.  
UNIVERSIDAD POLITECNICA.–E.T.S. de Ingenieros Agrónomos.–Departamento de Construcción y Vías Rurales.–Madrid.  
UNIVERSIDAD PUBLICA DE NAVARRA.–Pamplona.

UNIVERSITAT DE GIRONA.—Girona.  
VORSEVI, S.A.—Ingeniería y Control de Calidad.—Sevilla.  
V.S. INGENIERIA Y URBANISMO, S.L.—Sevilla.

## **EXTRANJERO**

ASSOCIACAO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND.—Sao Paulo (Brasil).  
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.—Luanda (República Popular de Angola).  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU.—Lima (Perú).  
POSTES, S.A.—Lima (Perú).  
PUENTES Y TORONES, LTD.—Bogotá (Colombia).  
SWETS SUBSCRIPTION SERVICE.—2160 Lisse (Holanda).  
UNIVERSIDAD CATOLICA DE QUITO.—Biblioteca.—Quito (Ecuador).  
UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAISO.—Biblioteca Central.—Valparaíso (Chile).  
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO.—Biblioteca.—Mayagüez (Puerto Rico).

## **MIEMBRO CORRESPONDIENTE**

ASOCIACION BOLIVIANA DEL PRETENSADO (A.B.P.).—La Paz (Bolivia).

\* \* \*

## **AVISO IMPORTANTE**

### **DISCUSION DE LOS ARTICULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA “HORMIGON Y ACERO”**

Todos los artículos originales que se publican en “Hormigón y Acero”, quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19.002, 28080 Madrid, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestando todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.

# hormigón y acero n.º 20I

## índice

Págs.

457-0-223	<b>Pandeo de pilas de puente con vínculos elastoméricos. Coeficientes adimensionales .....</b>	9-12
	Flambement des piliers de ponts avec liens élastomériques. Coefficients adimensionnels.	
	Buckling of bridge supports with elastomeric links. Dimensionless coefficients.	
	<i>J. C. Paloto y R. Dardo.</i>	
457-0-224	<b>Análisis comparativo del cálculo de las longitudes de pandeo según el Eurocódigo-3 y según la NBE-EA-95 .....</b>	13-26
	Analyse comparative du calcul de la longueur de flambement selon l'Eurocode-3 et selon le NBE-EA-95 (Code espagnol de la construction métallique).	
	Comparative analysis between the Eurocode-3 and NBE-EA-95 (Spanish metallic Code) in the calculation of frames buckling length.	
	<i>E. Hernández Montes y L.M. Gil Martín.</i>	
457-0-225	<b>Efecto del cortante y deterioro de adherencia en la evaluación del daño sísmico en pórticos de hormigón armado .....</b>	27-42
	Influence des forces cortantes et pertes d'adhérence lors de l'évaluation des indices de dommages sismiques de portiques en béton armé.	
	Influence of shear and loss of adherence in the evaluation of seismic damage indices for reinforced concrete frames.	
	<i>R. Aguiar, L. Bozzo, A.H. Barbat y J.A. Canas.</i>	
457-0-226	<b>La banda tesa de hormigón pretensado. Un esquema estructural para pasarelas .....</b>	43-62
	La pont ruban du béton précontraint: un schème structurel pour passerelles.	
	The prestressed concrete stress ribbon bridge. A structural system for pedestrian bridges.	
	<i>D. Cobo del Arco y A.C. Aparicio Bengoechea.</i>	
457-8-187	<b>Modelos constitutivos y su efecto sobre los índices de daño sísmico de pórticos de hormigón armado .....</b>	63-80
	Modèle constitutif et ses effets sur les indices de dommages sismiques appliqués aux portiques en béton armé.	
	Constitutive models and their effect in seismic damage indices for reinforced concrete frames.	
	<i>R. Aguiar, L. Bozzo, A.H. Barbat y J.A. Canas.</i>	

591-2-293	<b>Estructura atirantada para acceso a la torre de toma en el embalse Francisco Abellán. Río Fardes (Granada)</b>	81-94
	Passerelle haubanée d'accès à la tour du barrage Francisco Abellán.	
	Cable stayed footbridge to access the intake tower of the Francisco Abellán Dam.	
	<i>J.A. Llombart y J. Revoltós.</i>	
591-2-294	<b>Proyecto de dos pasarelas en el Ayuntamiento de Paderne, La Coruña</b>	95-101
	Le project de deux passerelles à la Mairie de Paderne, La Coruña.	
	Design of two footbridges in the Paderne, La Coruña.	
	<i>A. González Serrano.</i>	
591-6-17	<b>La cubierta sin soportes</b>	103-113
	Le toiture sans supports.	
	The roof without supports.	
	<i>F. Escrig, J. Sánchez y F. Duarte.</i>	
591-9-54	<b>Innovaciones tecnológicas: carreteras y pavimentos duraderos y baratos. Colectores de hormigón "in situ" con molde deslizante</b>	115-126
	Innovations technologiques: routes et revêtements durables et bon marché. Collecteur de béton "in situ" avec moule glissant.	
	Technological innovations: road and paving durables and cheap. Main sewers of concrete "in situ" with slide form.	
	<i>J.R. Vázquez Ruiz del Arbol.</i>	

\* \* \*

# **Normas que deben cumplir los artículos que se envíen para su publicación en “Hormigón y Acero”**

## **1. CONDICIONES GENERALES**

Los originales de los artículos que se desee publicar en “Hormigón y Acero”, se enviarán a la Secretaría de la ATEP. Deberán cumplir rígidamente las normas que a continuación se especifican. En caso contrario, serán devueltos a sus Autores para su oportuna rectificación.

Los que cumplan los requisitos exigidos pasarán al Comité de Redacción de la Revista el cual, previo informe y evaluación de su calidad por el correspondiente Cuerpo de Censores, decidirá si procede o no su publicación, sugiriendo eventualmente al Autor los cambios que, en su opinión, deben efectuarse para su final publicación en “Hormigón y Acero”. Toda correspondencia en este sentido se mantendrá directamente con el Autor o primero de los Autores que figuren en el Artículo.

Los originales que por cualquier causa no fueran aceptados serán devueltos al Autor.

## **2. PRESENTACION DE ORIGINALES**

Los originales se presentarán mecanografiados a doble espacio, por una sola cara, en hojas tamaño UNE A4. De cada artículo se enviará original y dos copias.

### **2.1. Título**

El título, *en español, francés e inglés* deberá ser breve y explícito, reflejando claramente el contenido del artículo. A continuación se hará constar nombre y apellidos del Autor o Autores, titulación profesional y, si procede, Centro o

Empresa en el que desarrolla sus actividades.

### **2.2. Resumen**

Todo artículo deberá ir acompañado de un resumen, *en español e inglés*, de extensión no inferior a cien palabras (unas ocho líneas mecanografiadas) ni superior a ciento cincuenta palabras (doce líneas).

### **2.3. Gráficos y figuras**

Los gráficos y figuras deberán ir numerados correlativamente en el orden en que se citen en el texto, en el cual deberá indicarse el lugar adecuado de su colocación.

Se presentarán delineados en tinta china negra sobre papel vegetal o sobre papel blanco, o en reproducibles de muy buena calidad. Todas las figuras llevarán su correspondiente pie explicativo.

Los rótulos, símbolos y leyendas deberán ser tales que, tras su reducción a la anchura de una o dos columnas de la Revista (setenta y dos o ciento cincuenta mm, respectivamente) queden letras de tamaño no inferior a 1,5 mm y sean, en todo caso, fácilmente legibles.

### **2.4. Fotografías**

Se procurará incluir sólo las que, teniendo en cuenta la reproducción, sean realmente útiles, claras y representativas. Podrán presentarse en copias de papel opaco negro o en color, en negativo, o en diapositivas. Se tendrán en cuenta las normas sobre tamaño de rótulos y leyendas dadas en el punto 2.3 anterior. Irán

numeradas correlativamente y llevarán su correspondiente pie explicativo.

## 2.5. Tablas y cuadros

Cumplirán las proporciones y dimensiones indicadas para las figuras. Llevarán numeración correlativa, citada en el texto, y un pie con la explicación adecuada y suficiente para su interpretación directa.

## 2.6. Unidades

Las magnitudes se expresarán, preferiblemente, en unidades del Sistema Internacional (S.I.) según las UNE 5001 y 5002.

## 2.7. Fórmulas, letras griegas, subíndices y exponentes

En las fórmulas se procurará la máxima calidad de escritura y emplear las formas más reducidas siempre que no entrañen riesgo de incomprensión. Para su identificación se utilizará, cuando sea necesario, un número entre paréntesis a la derecha de la fórmula.

Se cuidará especialmente que todas las letras griegas, subíndices y exponentes resulten perfectamente identificables, procurando evitar los exponentes complicados y letras afectadas simultáneamente de subíndices y exponentes.

Cualquier expresión que, por su complejidad, pueda dar lugar a interpretaciones equivocadas, se presentará manuscrita. Se diferenciarán claramente mayúsculas y minúsculas y aquellos tipos que puedan inducir a error (por ejemplo, la / y el 1; la O y el cero; la K y la k, etc.).

## 2.8. Referencias bibliográficas

Las referencias bibliográficas citadas en el texto se recogerán al final del mismo dando todos los datos precisos sobre la fuente de publicación, para su localización.

Las citas en el texto se harán mediante números entre paréntesis. En lo posible, se seguirán las normas internacionales utilizadas generalmente en las diversas publicaciones, es decir:

### Referencias de artículos publicados en revistas

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del artículo; nombre de la publicación; número del volumen y fascículo; fecha de publicación, y número de la primera y última de las páginas que ocupa el artículo al que se refiere la cita.

### Referencias de libros

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del libro; edición; editorial, y lugar y año de publicación.

## 3. PRUEBAS DE IMPRENTA

De las primeras pruebas de imprenta se enviará una copia al Autor para que, una vez debidamente comprobadas y corregidas, las devuelva en el plazo máximo de quince días, con el fin de evitar el riesgo de que la publicación de su artículo tenga que aplazarse hasta un posterior número de "Hormigón y Acero".

En la corrección de pruebas no se admitirán modificaciones que alteren sustancialmente el texto o la ordenación del artículo original.

## Pandeo de pilas de puente con vínculos elastoméricos. Coeficientes adimensionales

Ing. Civil Juan Carlos Paloto Almada  
Profesor Titular  
Ing. Civil Roberto Dardo Santos  
Profesor Adjunto

Departamento de Ingeniería. Universidad Nacional del Sur. Bahía Blanca. Argentina

### INTRODUCCION

Siendo necesario para obtener la longitud de pandeo de un pilar, contar con el valor "u", solución de una ecuación implícita [1] en la que intervienen las rigideces al giro y al desplazamiento en los extremos y la longitud en inercia de la pieza, es posible agilizar la resolución, en la etapa previa al dimensionado, si se definen las relaciones entre esos valores en forma de coeficientes adimensionales.

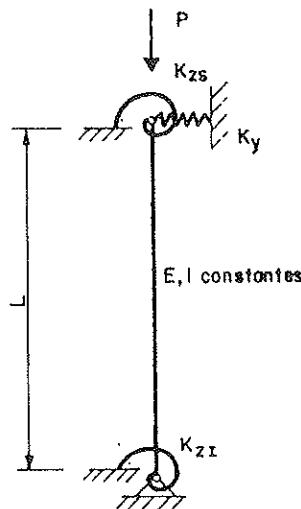
Esta manera de encarar el problema puede resultar ventajosa en la etapa de diseño, en la que no se han concretado medidas ni valores, no estando decididos aún los tipos estructurales en los extremos o las características específicas de los mismos. La difusión autorizada de estudios específicos del tema, pone de manifiesto la necesaria consideración integral de aspectos del diseño estructural

que requieren indudable especialización, como la expuesta en referencia [1] para el caso de pilas de puente.

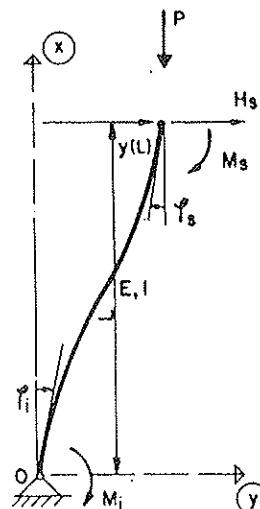
No obstante, siempre es necesaria la obtención de la incógnita fundamental "u", para determinar todos los valores que hay que considerar en el dimensionado de la pieza, según se esquematiza en la figura 1.

Con tal fin, el presente trabajo puede considerarse como una ampliación o agregado al artículo de esa referencia.

Para generalizar la resolución de estos valores posibles, de acuerdo a las distintas combinaciones de las variables, se reformula el sistema algebraico en términos de coeficientes adimensionales [2], programándose la ecuación para probar o "jugar" con las combinaciones de datos o sus tendencias de variación, según las propuestas estructurales que la experiencia puede prescribir como pautas.



(b) Modelo estudiado



(c) Esfuerzos en la pieza deformada

Fig. 1.

## SOLUCION FUNDAMENTAL

El determinante de la matriz de los coeficientes del sistema homogéneo de ecuaciones [1] debe ser cero, siendo su expresión:

$$\begin{vmatrix} 1 - F_y & 1 & 1 \\ 1 - F_y - \frac{\sin u}{u} & 1 - \cos u + F_{zs} \cdot \sin u & 0 \\ \frac{1 - \cos u}{u} & \sin u + F_{zs} \cdot \cos u & -F_{z1} \end{vmatrix} = 0 \quad (1)$$

donde

$$F_y = \frac{u^2 E I}{L^3 K_y} \quad F_{zs} = \frac{u E I}{L K_{zs}} \quad F_{z1} = \frac{u E I}{L K_{z1}}$$

siendo  $K_y$ ,  $K_{zs}$ ,  $K_{z1}$ , las rigideces al desplazamiento y giros en los extremos.

Es aquí, donde se propone definir coeficientes de fijación "relativos" o reducidos, adimensionales, para la obtención de la incógnita "u", en la etapa de predimensionado, no conociéndose todavía los coeficientes reales [2].

Los coeficientes relativos serán:

$$K'_y, \quad K'_s, \quad K'_i$$

surgiendo sus definiciones al expresar:

$$F_y = \frac{u^2}{K'_y} \quad F_s = \frac{u}{K'_s} \quad F_i = \frac{u}{K'_i} \quad (2)$$

es decir

$$K'_y = \frac{L^3 K_y}{E I}; \quad K'_s = \frac{L K_{zs}}{E I}; \quad K'_i = \frac{L K_{z1}}{E I} \quad (3)$$

## EJEMPLOS DE PRUEBA

El planteo de la solución en base a los coeficientes relativos de fijación propuestos, facilita la programación, pudiéndose evaluar las tendencias de los valores "u" según las variantes de las condiciones en los extremos.

## VALORES DE LA SOLUCION "u"

$K'y =$ $K's = 0,30$	$K'y = 0,50$ $K's = 0,35$	$K'y = 0,55$ $K's = 0,40$	$K'y = 0,5893$ $K's = 0,45$	$K'y = 0,60$ $K's = 0,50$	$K'y = 0,65$ $K's = 0,55$
		1,6308	1,6449		1,6589
$K'i = 5,00$ $K's = 0,35$				1,6727	
	1,6699	1,6836			1,6972
$K'i = 5,50$ $K's = 0,3512$ (*) $K'i = 5,6453$ $K's = 0,40$			1,6990		1,7106
		1,7060	1,7194		1,7327
$K'i = 6,00$ $K's = 0,45$	1,7397	1,7528		1,7658	1,7787
$K'i = 6,50$					

(\*) Datos y resultados utilizados en la referencia [1].

En el cuadro se ordenan los resultados con hipótesis de datos próximos, en más o en menos, a los impuestos en el ejemplo de aplicación de referencia [1].

### CONCLUSIONES

La obtención de "u" en base a las propuestas de los coeficientes reducidos, permite conocer de inmediato la longitud de pandeo, ya que

$$L_p = \frac{\pi \cdot L}{u}$$

y también, de la expresión para la carga crítica

$$P_c = (u/L)^2 \cdot E \cdot I$$

de la que se obtendrá el valor necesario de E.I.

Luego, procediendo a la inversa que en el caso estructuralmente completado, contando con el valor E.I se obtienen los coeficientes de rigidez necesarios

$$K_y, K_{zs}, K_{zl}$$

a partir de las expresiones (3).

Con ellos, se evaluarán las hipótesis de comportamiento de la estructura de vinculación en el extremo inferior, y en el tablero superior.

Además, se podrán calcular los valores reales Fy, Fzs, Fzl, a partir de las expresiones (2), para conocer los coeficientes  $\alpha_l(u)$  a  $\alpha_s(u)$  de los esfuerzos de pandeo [I] y comprobar el predimensionado.

### REFERENCIAS

[1] GONZALEZ SANCHEZ, José Luis: "Pandeo de Pilas de Puentes con Tablero sobre Apoyos Elastoméricos"; Hormigón y Acero, A.T.E.P. (Asociación Técnica Española del Pretensado). N° 178, 1º trimestre de 1991, Madrid, España.

[2] PALOTO, J. C.; SANTOS, R. D.: "Cargas críticas de pandeo en dos tramos de columnas con dinteles laterales, distintas relaciones de rigideces y condición de fijación". XX Jornadas Sudamericanas de

Ingeniería Estructural, Colloquia' 83 y VII Simposio Panamericano de Estructuras - 7-11 de diciembre de 1983. Santiago de Chile.

## RESUMEN

En este artículo se presenta una contribución al tratamiento teórico del problema del pandeo de un pilar, de directriz recta e inercia constante, elásticamente vinculado en los extremos.

Así, para la resolución de la ecuación implícita que provee el valor fundamental de la incógnita, sólo es necesario proponer relaciones adimensionales entre las

variables que intervienen en el problema, facilitando la determinación inmediata de la luz de pandeo y de la carga crítica.

## SUMMARY

This paper is a contribution to the theoretical treatment of the buckling of a pillar with straight axis, being elastically linked at both ends.

Dimensionless relationships among the variables of the problem are proposed in order to solve the implicit equation which provides the fundamental unknown value. So the buckling span and the critical load are immediately and easily achieved.

\* \* \*

## Institut de Tecnología de la Construcción de Catalunya Nueva publicación Catálogo CAD núm. 12 de la Biblioteca ITEC de soluciones constructivas

El ITEC ha completado un nuevo volumen de los Catálogos CAD de la Biblioteca ITEC de Soluciones Constructivas, que recoge detalles constructivos de forjados hormigonados en obra con bovedillas de poliestireno expandido. Son soluciones propuestas por la "Asociación Nacional de Poliestireno Expandido-ANAPE", de techos unidireccionales y reticulares, y techos con prelosas de hormigón pretensado. Además de los gráficos de los detalles, incluye la especificación técnica completa de cada uno de los elementos que intervienen.

Este Catálogo CAD, que es el núm. 12 de la Biblioteca ITEC de Soluciones

Constructivas, se ha desarrollado para las versiones 12 y 13 (MS-DOS y Windows) de AutoCAD, y también en formato DXF.

La Biblioteca ITEC de Soluciones Constructivas está preparando la próxima aparición de dos nuevos volúmenes:

- Soluciones de fachadas, cubiertas, forjados, divisorias, soleras, pavimentos flotantes y falsos techos, con lamas minerales, de Cristalería Española.
- Soluciones de cubiertas con láminas flexibles de PVC, de Solvay.

Los interesados pueden dirigirse al ITEC: Tel. (93) 309 34 04 - Fax (93) 300 48 52.

## Análisis comparativo del cálculo de las longitudes de pandeo según el Eurocódigo-3 y según la NBE-EA-95

Enrique Hernández Montes  
 Dr. Ingeniero de Caminos  
 Prof. Asociado Dpto. de Ingeniería Civil.  
 E.T.S. de Ingenieros de Caminos.  
 Universidad de Granada.  
 Luisa María Gil Martín  
 Ingeniero de Caminos  
 Dpto. de Estructuras. Pointec. Granada

### 1. INTRODUCCION

El cálculo del coeficiente de pandeo  $\beta$  para determinar la longitud de pandeo de un pilar es un tema de suma importancia, sobre todo en estructuras metálicas, donde las esbelteces existentes son mayores que en otros tipos de estructuras.

Las normas MV-103 (actualmente NBE-EA-95) y Eurocódigo-3 (próximamente en vigor), usan métodos aproximados para el cálculo de longitudes de pandeo de pilares que pertenecen a estructuras de edificación, compuestas por vigas y pilares.

Ambas formas aproximadas para estructuras translacionales o intraslacionales dan valores ligeramente distintos, sobre todo en el caso de estructuras translacionales. En este artículo se compararan ambas formulaciones, analizando la naturaleza del problema y representando, en varios casos, la solución exacta y la solución aproximada de ambas normas.

### 2. DEFINICION DE LONGITUD DE PANDEO

El término **longitud de pandeo**, bastante conocido por todos, se puede interpretar como: *"la longitud más grande, dentro de una barra, que separa dos puntos de inflexión consecutivos, reales o ficticios, cuando consideramos la deformada producida por la barra al pandear"*. Así, en la figura 1, representamos diversas condiciones de apoyo con sus respectivas longitudes de pandeo.

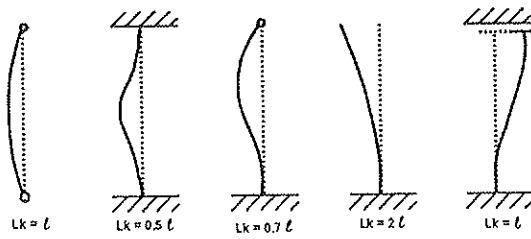


Figura 1.

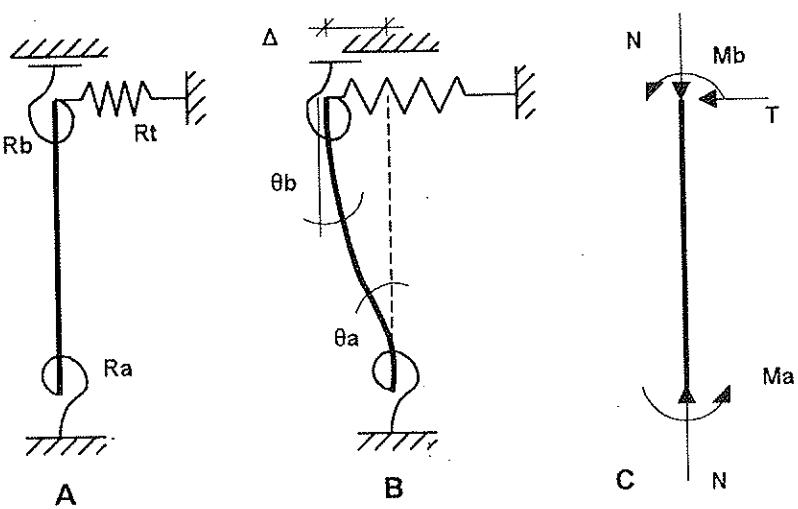


Figura 2.

### 3. ANALISIS DE UNA BARRA AISLADA

Para establecer la expresión general de la longitud de pandeo, vamos a estudiar la inestabilidad de la barra de la figura 2a. Esta representa una barra con unas condiciones genéricas de apoyo.

La barra apoya sobre unos soportes elásticos caracterizados por su rigidez  $R$ , así:

$$m_A = R_A |\theta_A| \quad m_B = R_B |\theta_B| \\ t = R_T |\Delta| \quad (1)$$

donde  $m_A$ ,  $m_B$  y  $t$  son las reacciones sobre los resortes, debidas a las rotaciones  $\theta_A$  y  $\theta_B$  de los apoyos A y B, y al desplazamiento transversal  $\Delta$  del apoyo B.

Para obtener la longitud de pandeo de esta barra, vamos a calcular el esfuerzo normal de pandeo,  $N_{KE}$ , considerando que la barra tiene un comportamiento elástico. Dado que para una barra biarticulada tenemos:

$$N_E = \pi^2 \frac{EI}{L^2} \quad (2)$$

para la barra que estamos estudiando y que tendrá un esfuerzo normal de pandeo,  $N_{KE}$ , la longitud de pandeo valdrá:

$$N_{KE} = \pi^2 \frac{EI}{L_K^2}; \text{ de donde: } L_K = \pi \sqrt{\frac{EI}{N_{KE}}} \quad (3)$$

Cuando aplicamos los momentos  $M_A$  y  $M_B$  a los extremos A y B, de la barra así

como las fuerzas  $N$  y  $T$ , figura 2, obtenemos las deformaciones  $\theta_A$ ,  $\theta_B$  y  $\Delta$ . Despreciamos el acortamiento de la barra, y adoptamos como convenio de signos, el que hace que las acciones y los desplazamientos sean positivos si siguen el sentido indicado en las figuras 2B y 2C.

Como es sabido, en el análisis de estructuras, cuando despreciamos los efectos de segundo orden, tenemos:

$$M_A = \left( \frac{4EI}{L} + R_A \right) \theta_A + \frac{4EI}{L} \theta_B - \frac{6EI}{L^2} \Delta \quad (4)$$

Teniendo en cuenta los efectos de segundo orden, tenemos la siguiente ecuación:

$$M_A = \left( \frac{4EI}{L} C_2 + R_A \right) \theta_A + \frac{2EI}{L} C_3 \theta_B - \frac{6EI}{L^2} C_1 \Delta \quad (5)$$

donde  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  son las tres primeras funciones de estabilidad<sup>1</sup>.

(1) Malcom Gregory (1967). "Elastic Instability". E. y F. N. Spond Limited, Londres.

Tanto en la ecuación anterior como en las siguientes,  $M_A$ ,  $M_B$  y  $T$  representan las variaciones de los esfuerzos en un instante dado, y  $\theta_A$ ,  $\theta_B$  y  $\Delta$  las variaciones correspondientes en las deformaciones. Sin embargo,  $N$ , representa el esfuerzo normal total en el instante considerado. Esta hipótesis se toma por el hecho de que se va a estudiar la inestabilidad producida por el esfuerzo axil  $N$ . Así, al contemplar la barra deformada, sólo va a existir un esfuerzo durante todo el proceso, y éste es el esfuerzo axil.

Relaciones análogas se escriben para los esfuerzos  $M_B$  y  $T$ , y formuladas matricialmente, se expresan:

$$\begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \\ TL \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 4C_2 + R'_A & 2C_3 & -6C_1 \\ 2C_3 & 4C_2 + R'_B & -6C_1 \\ -6C_1 & -6C_1 & 12C_4 + R'_T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \Delta \end{Bmatrix} \quad (6)$$

donde:

$$R'_A = R_A \frac{L}{EI}$$

$$R'_B = R_B \frac{L}{EI}$$

$$R'_T = R_T \frac{L^3}{EI} \quad (7)$$

La inestabilidad se produce cuando no existe equilibrio para un sistema de cargas dado. En ese estado, para un esfuerzo normal determinado, a los valores de las acciones  $M_A$ ,  $M_B$  y  $T$  no le corresponderán unas deformaciones únicas. Este planteamiento equivale a que la ecuación (6) sea un sistema de ecuaciones compatible indeterminado, y para esto el determinante deberá de ser nulo. De este planteamiento, y despejando  $R'_T$  se obtiene:

$$R'_T = \frac{\alpha^3(-\alpha R'_A \cos \alpha - \alpha R'_B \cos \alpha + \alpha^2 \sin \alpha - R'_A R'_B \sin \alpha)}{R'_A R'_B (2 - 2 \cos \alpha - \alpha \sin \alpha) + (R'_A + R'_B)(\alpha \sin \alpha - \alpha^2 \cos \alpha) + \alpha^3 \sin \alpha} \quad (8)$$

Las funciones de estabilidad,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  y  $C_4$ , están expresadas, en función de  $\alpha$ :

$$\alpha = L \sqrt{\frac{N}{EI}} \Rightarrow N = EI \frac{\alpha^2}{L^2} \quad (9)$$

Cuando se cumple la ecuación (8), a  $N$  se le denomina  $N_{KE}$ ; esto es así puesto que la ecuación (8) se ha obtenido suponiendo que existe inestabilidad, luego:

$$N_{KE} = EI \frac{\alpha^2}{L^2} \quad (10)$$

Así, la relación (8) liga el esfuerzo normal de pandeo,  $N_{KE}$ , con las características de la barra,  $E, I, L$ , y de los apoyos,  $R_A$ ,  $R_B$  y  $R_T$ . Operando sobre la expresión (3), la longitud de pandeo vendrá dada por

$$L_K = \pi \sqrt{\frac{EI}{N_{KE}}} = \frac{\pi L}{\alpha} \Rightarrow \beta = \frac{L_K}{L} = \frac{\pi}{\alpha} \quad (11)$$

donde  $\alpha$  está definido por la ecuación (8) y  $\beta$  es el coeficiente de pandeo.

#### 4. ANALISIS DE UNA BARRA PERTENECIENTE A UNA ESTRUCTURA

Los tres resortes introducidos para el estudio de una barra aislada son la representación de las ligaduras que poseería la misma barra en la realidad, cuando ésta forma parte de una estructura. Estas ligaduras se sitúan en los extremos del pilar de la figura (3).

Los coeficientes de rigidez  $R_A$ ,  $R_B$  y  $R_T$  de los resortes, se elegirán de tal forma que equivalgan al efecto de la estructura.

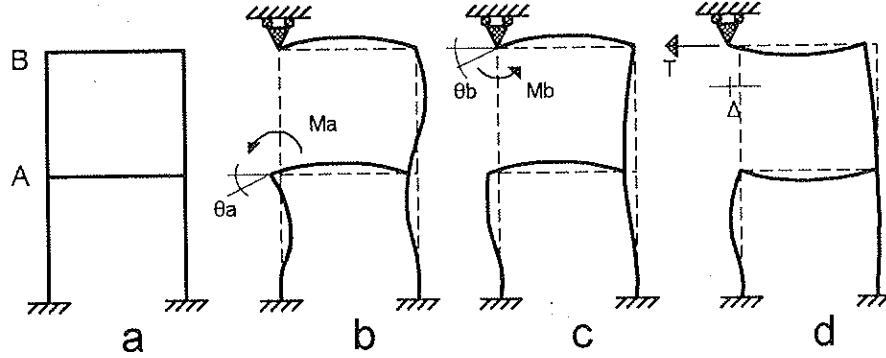


Figura 3.

Por definición, cuando los momentos  $M_A$ ,  $M_B$  y la fuerza  $T$  operan sobre los resortes, de forma aislada, las deformaciones obtenidas en esos resortes son:

$$\theta_A = \frac{M_A}{R_A} \quad \theta_B = \frac{M_B}{R_B} \quad \Delta = \frac{T}{R_T} \quad (12)$$

Por ejemplo: si nosotros aplicamos un momento  $M_A$  a un nudo  $A$  de la estructura, (la barra  $AB$  ha sido previamente retirada), la rotación obtenida en ese nudo es  $\theta_A$  y  $R_A=M_A/\theta_A$  (figura 3b). De la misma forma, si aplicamos separadamente  $M_B$  y  $T$ , se obtienen los desplazamientos  $\theta_B$  y  $\Delta$ ; y  $R_B=M_B/\theta_B$ , y  $R_T=T/\Delta$ , (figuras 3 c y d).

Es necesario hacer notar que se ha efectuado la simplificación de considerar que si un momento  $M_A$  actúa sobre el nudo  $A$ , entonces  $M_B$  y  $T$  permanecen nulos, y se obtienen unos desplazamientos,  $\theta_B$  y  $\Delta$ , nulos. Si la barra pertenece a un bucle formado dentro de la estructura (figura 3a), no tendremos que  $\theta_B=\Delta=0$ . En general, cuando  $M_A$ ,  $M_B$  y  $T$  actúan simultáneamente (la barra  $AB$  continúa retirada), las deformaciones obtenidas se pueden expresar:

$$\begin{pmatrix} M_A \\ M_B \\ TL \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_A & R_{AB} & R_{AT} \\ R_{AB} & R_B & R_{BT} \\ R_{AT} & R_{BT} & R_T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \Delta \end{pmatrix} \quad (13)$$

El término  $R_{AB}$  es nulo si la barra  $AB$  no forma parte de un bucle formado dentro de la estructura (figura 4). Todos los coeficientes de rigidez  $R$ , dependen, en general,

del estado de cargas sobre la estructura: relacionan las variaciones de  $\theta_A$ ,  $\theta_B$  y  $\Delta$  con pequeñas cargas adicionales de  $M_A$ ,  $M_B$  y  $T$ , cuando las cargas totales que actúan sobre la estructura son tales que la barra  $AB$  pandea elásticamente.

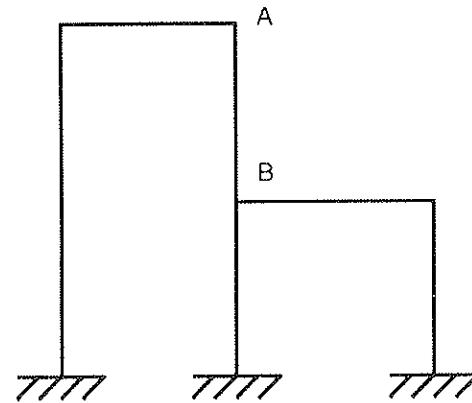


Figura 4.

Dentro de los posibles casos que pueden darse, las normas MV-103 y Eurocódigo 3 sólo tratan dos:

- Estructuras traslacionales o de nudos desplazables, para las cuales  $R_T$  es nulo.
- Estructuras intraslacionales o de nudos fijos, para las cuales  $R_T$  es infinito.

Para calcular los coeficientes  $R_A$  y  $R_B$  en las estructuras a cuadros rectangulares, se adoptan las hipótesis siguientes para ambos casos.

1. Todos los pilares pandean en el mismo instante, o sea que presentan el mismo factor de seguridad para pandeo.

2. El acortamiento de los pilares es despreciable.
3. Las vigas se comportan elásticamente y se unen rígidamente a los pilares.
4. El esfuerzo normal en vigas es despreciable y no modifica su rigidez.

## 5. ESTRUCTURAS TRASLACIONALES

En este caso,  $R'_T$  se anula y la relación 8 queda:

$$\alpha \cot \alpha (R'_A + R'_B) - \alpha^2 + R'_A R'_B = 0 \quad (14)$$

La resolución de la ecuación anterior permitirá obtener la longitud de pandeo,  $L_K$ , ( $L_K = \pi L/\alpha = \beta L$ ), de un pilar perteneciente a una estructura traslacional, en función de  $R'_A$ , ( $R'_A = R_A L/EI$ ), y de  $R'_B$ .

La MV-103 usa una expresión aproximada, dada por la siguiente ecuación:

$$\beta = \frac{L_K}{L} = \sqrt{\frac{9,6 + 4(R'_A + R'_B) + 1,25R'_A R'_B}{R'_A + R'_B + 1,25R'_A R'_B}} \quad (15)$$

Ambas igualdades, ecuaciones (14) y (15), las hemos representado en curvas que relacionan  $L_K/L$ , ( $L_K/L = \beta$ ), con  $1/R'_A$ , para

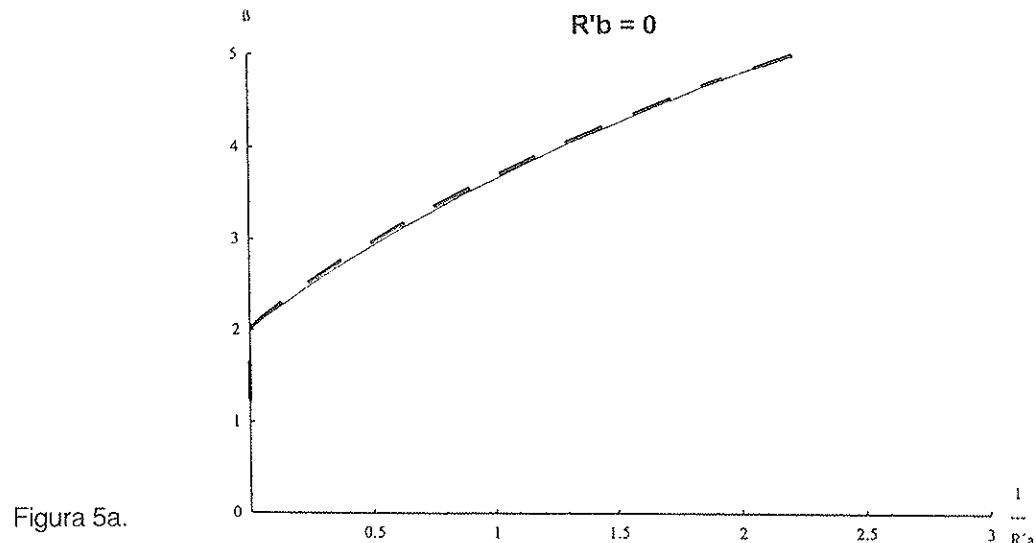


Figura 5a.

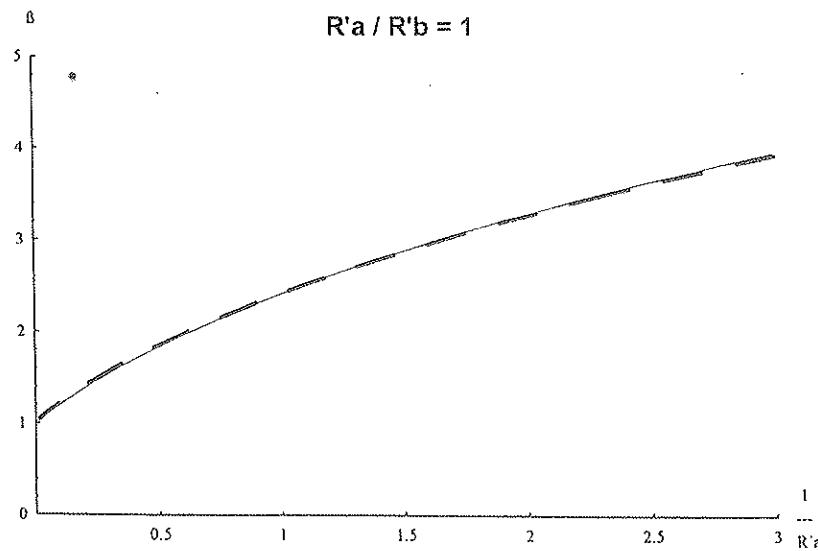


Figura 5b.

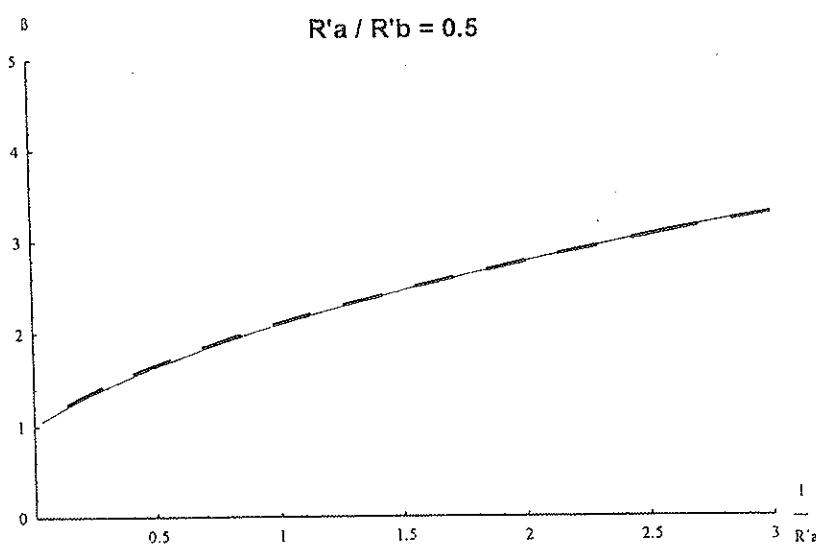


Figura 5c.

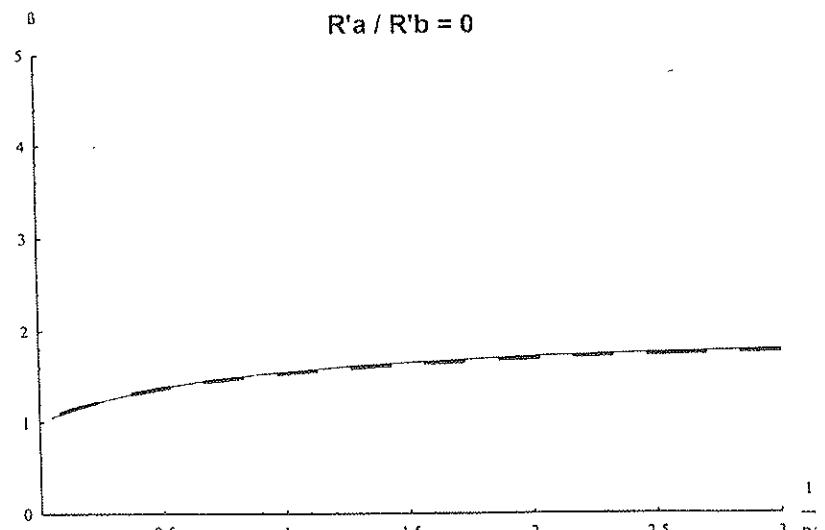


Figura 5d.

diferentes valores de  $r$  ( $r=R'_A/R'_B=R_A/R_B$ ). De esta forma se puede observar la bondad de la aproximación.

Para calcular los coeficientes de rigidez  $R_A$  y  $R_B$ , se considera que la inestabilidad producida en la estructura da una deforma-

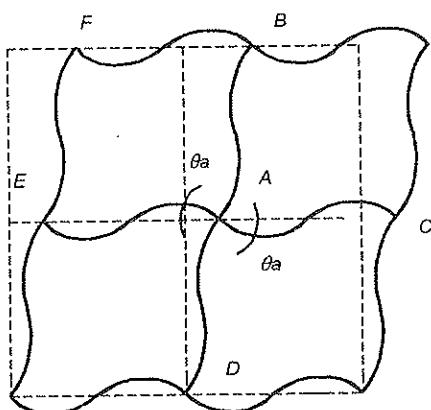


Figura 6.

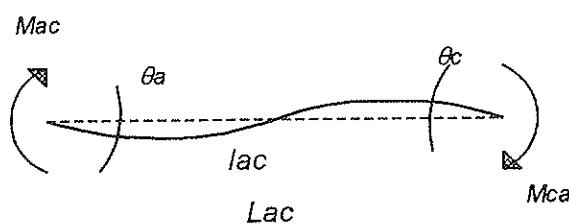


Figura 7.

da tal y como aparece en la figura 6. En el instante de la inestabilidad, todos los pilares pandean. Se considera que la deformada de las vigas  $AC$  y  $AE$ , producida en el estado de inestabilidad, presenta un punto de inflexión en la mitad de la barra (figuras 6 y 7).

Según este desarrollo, se calcula el momento que resiste a rotación en el nudo A, cuando los pilares se hacen inestables; y este momento se distribuye entre los pilares, de forma proporcional a la rigidez de cada uno.

$$M_{AB} = 6E \frac{I_{AB}}{L_{AB}} \frac{\Sigma \left( \frac{I_v}{L_v} \right)_A}{\Sigma \left( \frac{I_p}{L_p} \right)_A} \theta_A \quad (16)$$

y como  $M_{AB} = R_A \theta_A$ , tenemos:

$$R_A = \frac{M_{AB}}{\theta_A} = 6E \frac{I_{AB}}{L_{AB}} \frac{\Sigma \left( \frac{I_v}{L_v} \right)_A}{\Sigma \left( \frac{I_p}{L_p} \right)_A} \quad (17)$$

e igual para B:

$$R_B = \frac{M_{AB}}{\theta_B} = 6E \frac{I_{AB}}{L_{AB}} \frac{\Sigma \left( \frac{I_v}{L_v} \right)_B}{\Sigma \left( \frac{I_p}{L_p} \right)_B} \quad (18)$$

Definimos:

$$K_A = \frac{\Sigma \left( \frac{I_v}{L_v} \right)_A}{\Sigma \left( \frac{I_v}{L_v} \right)_A + \Sigma \left( \frac{I_c}{L_c} \right)_A};$$

$$K_B = \frac{\Sigma \left( \frac{I_v}{L_v} \right)_B}{\Sigma \left( \frac{I_v}{L_v} \right)_B + \Sigma \left( \frac{I_c}{L_c} \right)_B} \quad (19)$$

Usando la definición (19), podemos expresar  $R_A$  y  $R_B$  como:

$$R_A = 6E \frac{I_{AB}}{L_{AB}} \frac{K_A}{1-K_A} ;$$

$$R_B = 6E \frac{I_{AB}}{L_{AB}} \frac{K_A}{1-K_B} \quad (20)$$

y

$$R'_A = 6 \frac{K_A}{1-K_A} ; \quad R'_B = 6 \frac{K_B}{1-K_B} \quad (21)$$

Sustituimos las expresiones (21) en la solución aproximada (15) y obtenemos:

$$\beta = \sqrt{\frac{1,6+2,4(K_A+K_B)+1,1K_AK_B}{K_A+K_B+5,5K_AK_B}} \quad (22)$$

expresión que podemos ver en el apartado 3.4.4 de la norma MV-103, para el cálculo del coeficiente  $\beta$  para pilares de estructuras sin recuadros arriostrados.

## 6. ESTRUCTURAS INTRASLACIONALES

En este caso,  $R'_T$  es infinito y la relación (8) queda de la forma:

$$R'_A R'_B (2 - 2\cos\alpha - \alpha\sin\alpha) + (R'_A + R'_B) \cdot (\alpha\sin\alpha - \alpha^2\cos\alpha) + \alpha^3\sin\alpha = 0 \quad (23)$$

Esta expresión permite determinar la longitud de pandeo,  $L_K$ , ( $L_K = \pi L/\alpha = \beta L$ ), de un pilar de una estructura intrasacional o de nudos fijos. En las figuras 8a a 8d hemos representado varias curvas en trazo continuo, obtenidas de la expresión (23). En abscisas, se ha colocado  $R'_A$  y en ordenadas  $L/L_K$ , y se han representado curvas para distintos valores de  $R'_B/R'_A$  ( $\infty; 1; 0,25$  y  $0$ ).

Una buena aproximación de la ecuación (23), usada por la norma MV-103 y NBE EA-95, donde se ha despejado la longitud de pandeo  $L_K$ , es:

$$L_K = L \frac{3 + 0,7(R'_A + R'_B) + 0,16R'_A R'_B}{3 + R'_A + R'_B + 0,32R'_A R'_B} \quad (24)$$

Con objeto de comparar la approxima-

ción de la MV-103 (24), hemos representado, en trazo discontinuo, sobre las curvas obtenidas con la ecuación (23), otras idénticas pero obtenidas con la expresión (24). Con esta comparación podemos observar la bondad de la aproximación.

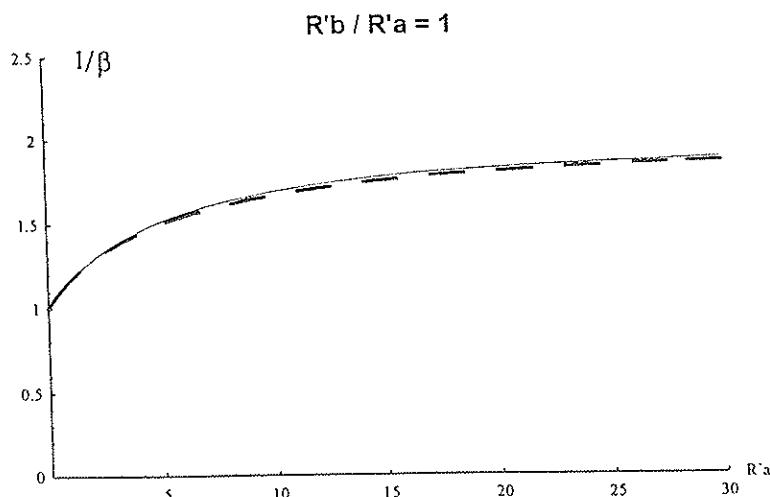
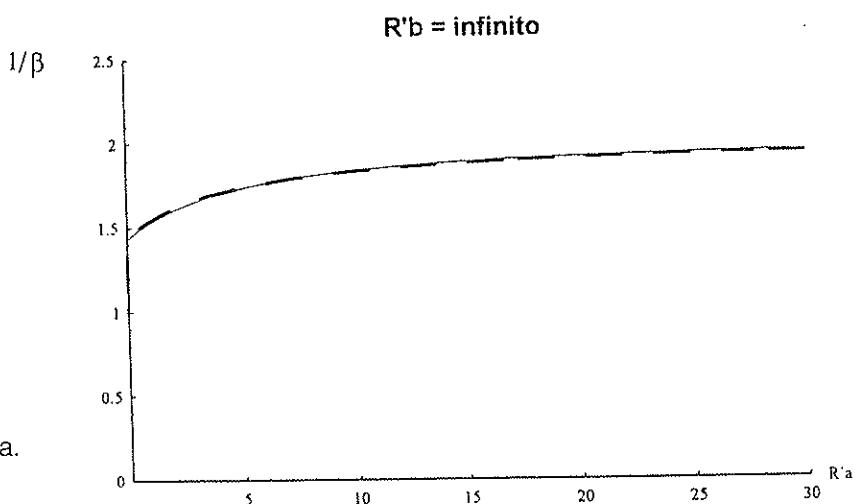


Figura 8b.

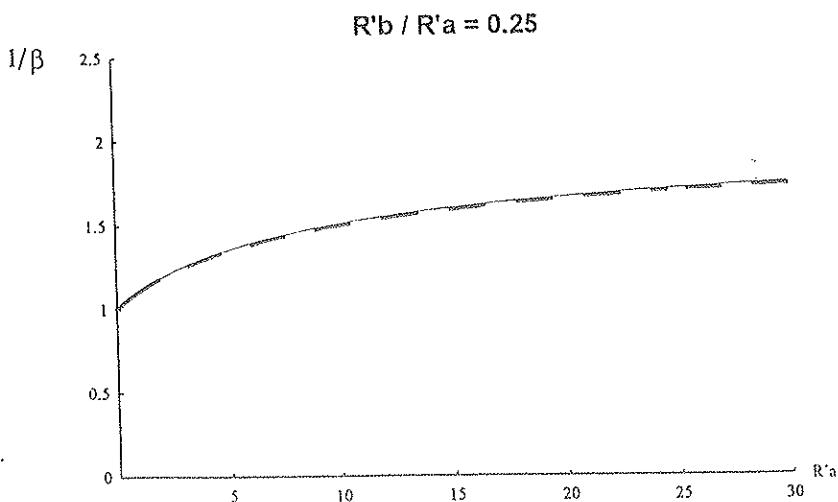


Figura 8c.

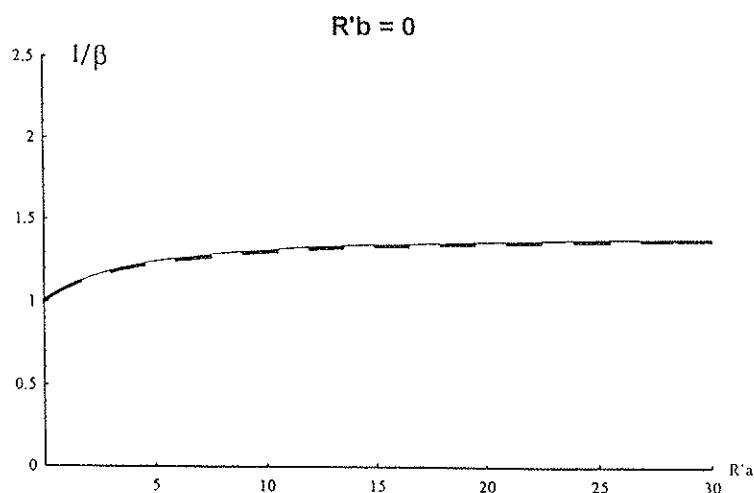


Figura 8d.

Para calcular los coeficientes de rigidez  $R_A$  y  $R_B$ , se considera otra deformada. Así, en el momento de la inestabilidad, las estructuras intraslacionales se comportan tal y como aparece en las figuras 9 y 10.

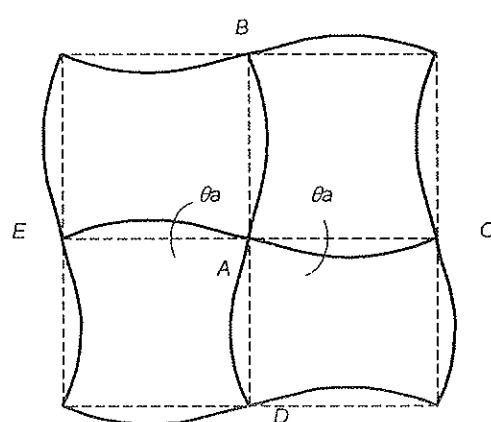


Figura 9.

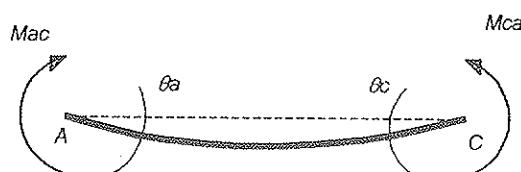


Figura 10.

Operando de forma análoga a como se hizo en el apartado anterior e introduciendo los coeficientes  $K_A$  y  $K_B$  definidos anteriormente en la expresión (19):

$$R_A = 2E \frac{I_{AB}}{L_{AB}} \frac{K_A}{1-K_A} ;$$

$$R_B = 2E \frac{I_{AB}}{L_{AB}} \frac{K_B}{1-K_B} \quad (25)$$

y

$$R'_A = 2 \frac{K_A}{1-K_A} ; \quad R'_B = 2 \frac{K_B}{1-K_B} \quad (26)$$

Reemplazando las igualdades de la expresión anterior en (24), se obtiene:

$$\beta = \frac{L_K}{L} = \frac{3-1,6(K_A+K_B)+0,84K_AK_B}{3-(K_A+K_B)+0,28K_AK_B} \quad (27)$$

Esta fórmula es usada por la norma MV-103, apartado 3.4.4, y por la NBE EA-95, 3.2.4.4, para el cálculo del coeficiente  $\beta$  para pilares de estructuras con recuadros arriostrados.

## 7. CALCULO DE LAS LONGITUDES DE PANDEO EN EL EUROCODIGO 3.

La pre-norma europea, Eurocódigo 3 "Proyecto de Estructuras de Acero", usa el mismo método que la norma MV-103 para el cálculo de las longitudes de pandeo de los pilares de estructuras traslacionales o intraslacionales. Este planteamiento

to queda reflejado en el Anejo E de la norma europea.

El Eurocódigo 3 define unos coeficientes,  $\eta_A$  y  $\eta_B$ , similares a las expresiones (19), anteriormente definidas.

$$\eta_A = \frac{\sum \left( \frac{I_p}{L_p} \right)_A}{\sum \left( \frac{I_v}{L_v} \right)_A + \sum \left( \frac{I_p}{L_p} \right)_A};$$

$$\eta_B = \frac{\sum \left( \frac{I_p}{L_p} \right)_B}{\sum \left( \frac{I_v}{L_v} \right)_B + \sum \left( \frac{I_p}{L_p} \right)_B} \quad (28)$$

y en función de estos coeficientes, calcula la longitud de pandeo de los pilares:

- Para estructuras translacionales

$$\beta = \frac{L_K}{L} = \frac{I}{L} = \sqrt{\frac{1 - 0,2(\eta_1 + \eta_2) - 0,12\eta_1\eta_2}{1 - 0,8(\eta_1 + \eta_2) + 0,6\eta_1\eta_2}} \quad (29)$$

- Para estructuras intraslacionales

$$\beta = \frac{L_K}{L} = \frac{I}{L} = \frac{1 + 0,145(\eta_1 + \eta_2) - 0,265\eta_1\eta_2}{2 - 0,364(\eta_1 + \eta_2) - 0,247\eta_1\eta_2} \quad (30)$$

Las fórmulas anteriores difieren de las usadas en la MV-103. Esta diferencia radica en que las fórmulas de la norma española son una aproximación de los valores reales procedentes del cálculo del problema de autovalores, como se aprecia en las figuras 5 para estructuras translacionales y las figu-

ras 8 para estructuras intraslacionales. Sin embargo, la norma europea es una aproximación que incluye un coeficiente de seguridad, adicional al que se usa en la mayoración de cargas y minoración de resistencias.

Al igual que hicimos anteriormente con la aproximación de la NBE EA-95 (MV-103), vamos a comparar gráficamente los valores dados según el Anejo E del Eurocódigo, para el coeficiente de pandeo de pilares pertenecientes a estructuras, tanto para estructuras translacionales como intraslacionales. Compararemos los coeficientes de pandeo del Eurocódigo, con los obtenidos de la solución del problema teórico [ecuaciones (14) y (23)].

- *Estructuras Traslacionales.* Se compararán las fórmulas de cálculo de las longitudes de pandeo según el Eurocódigo y según la resolución del problema teórico, ecuación (14).

Comparamos los coeficientes  $\eta_A$  y  $\eta_B$ , usados por la norma europea, con  $R_A$  y  $R_B$ , usados en (20) para la aplicación del método de la MV-103 en el cálculo de longitudes de pandeo en *estructuras translacionales*.

$$R_A = 6E \frac{I_{AB}}{L_{AB}} \frac{1 - \eta_A}{\eta_A} ;$$

$$R_B = 6E \frac{I_{AB}}{L_{AB}} \frac{1 - \eta_B}{\eta_B} \quad (31)$$

y

$$R'_A = 6 \frac{1 - \eta_A}{\eta_A} ; \quad R'_B = 6 \frac{1 - \eta_B}{\eta_B}. \quad (32)$$

despejando  $\eta_A$  y  $\eta_B$  de las igualdades (32) e introduciéndolos en (29), podemos representar los valores de esbeltez ( $\beta$ ) obtenidos mediante ambos procedimientos, para diversos valores de  $R'_A$  y  $R'_B$ . Observamos que sobre cada línea continua -valores de la

fórmula (14)- le corresponde una línea discontinua (valores del Eurocódigo). Los valores del Eurocódigo dan coeficientes  $\beta$  mayores que el caso real, incluyendo así

un nuevo coeficiente de seguridad adicional al de mayoración de cargas y minoración de resistencias. (Véanse Figuras 11a a 11c).

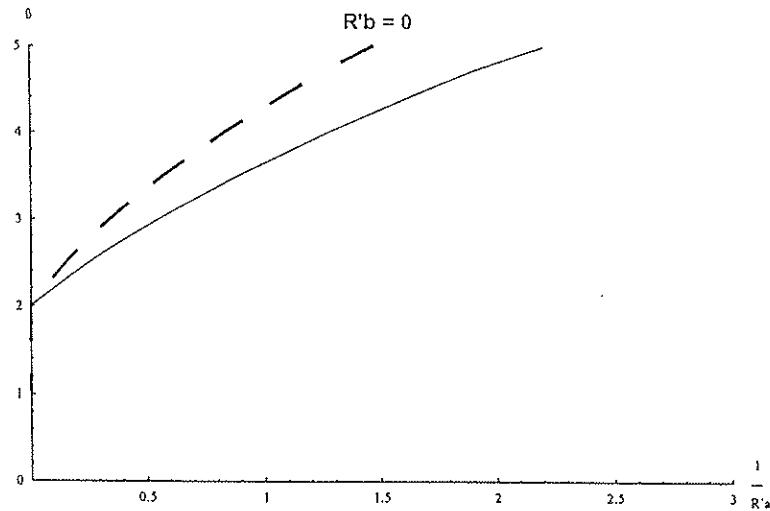


Figura 11a.

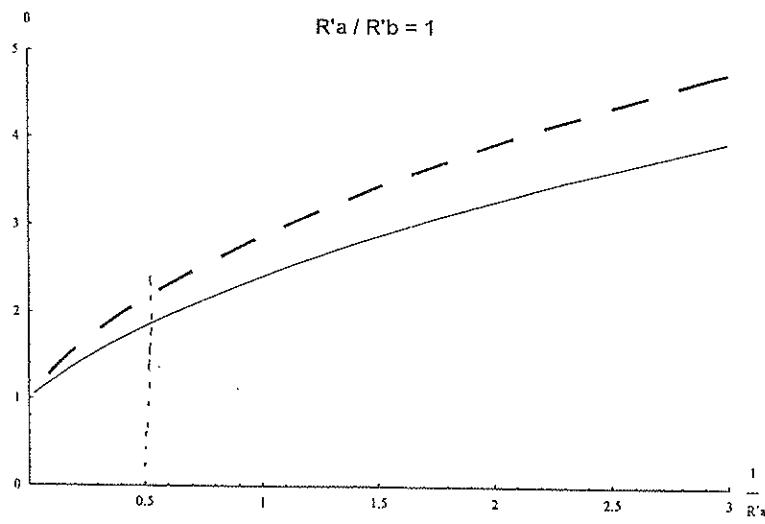


Figura 11b.

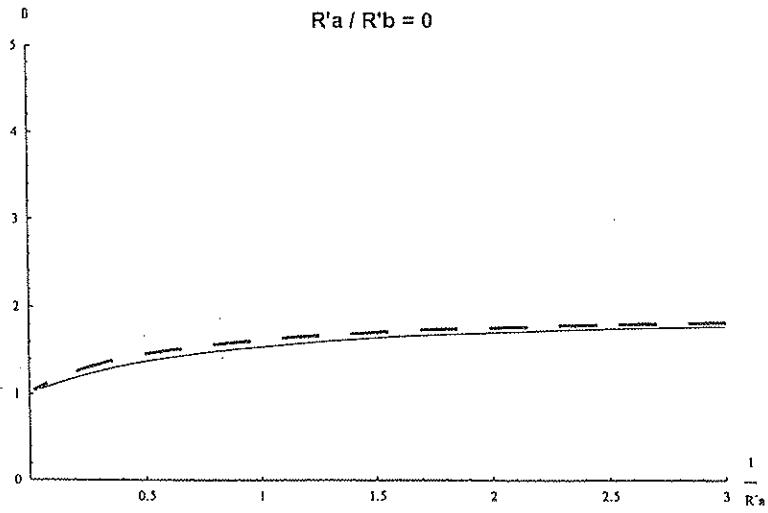


Figura 11c.

- *Estructuras Intraslacionales.* Se compararán las fórmulas de cálculo de las longitudes de pandeo según el Eurocódigo, y según la resolución del problema teórico, ecuación (23).

Igualmente, comparamos los coeficientes  $\eta_A$  y  $\eta_B$ , usados por la norma europea, con  $R'_A$  y  $R'_B$ , pero en *estructuras intraslacionales*.

$$R_A = 2E \frac{I_{AB}}{L_{AB}} \frac{1 - \eta_A}{\eta_A} ;$$

$$R_B = 2E \frac{I_{AB}}{L_{AB}} \frac{1 - \eta_B}{\eta_B} \quad (33)$$

y

$$R'_A = 2 \frac{1 - \eta_A}{\eta_A} ; \quad R'_B = 2 \frac{1 - \eta_B}{\eta_B} \quad (34)$$

Despejando  $\eta_A$  y  $\eta_B$  de las igualdades (34) e introduciéndolos en (30), podemos igualmente representar los valores de la esbeltez ( $\beta$ ) obtenidos mediante ambas normas, para diversos valores de  $R'_A$  y  $R'_B$ , (figuras 12a a 12c). Observamos que sobre cada línea continua (valores de la solución exacta) le corresponde una línea discontinua (valores del Eurocódigo), quedando los valores del Eurocódigo, ligeramente, del lado de la inseguridad.

$R'^b = \text{infinito}$

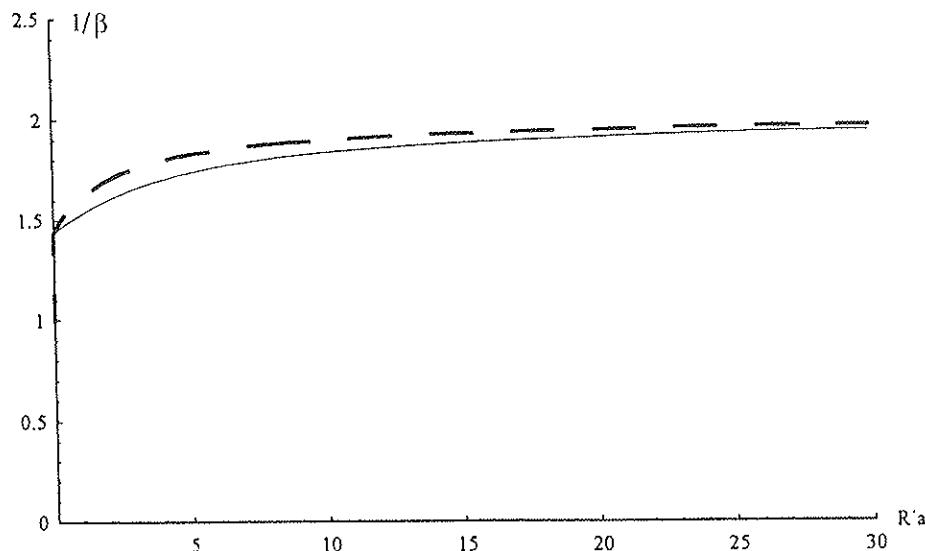


Figura 12a.

$R'^b / R'^a = 1$

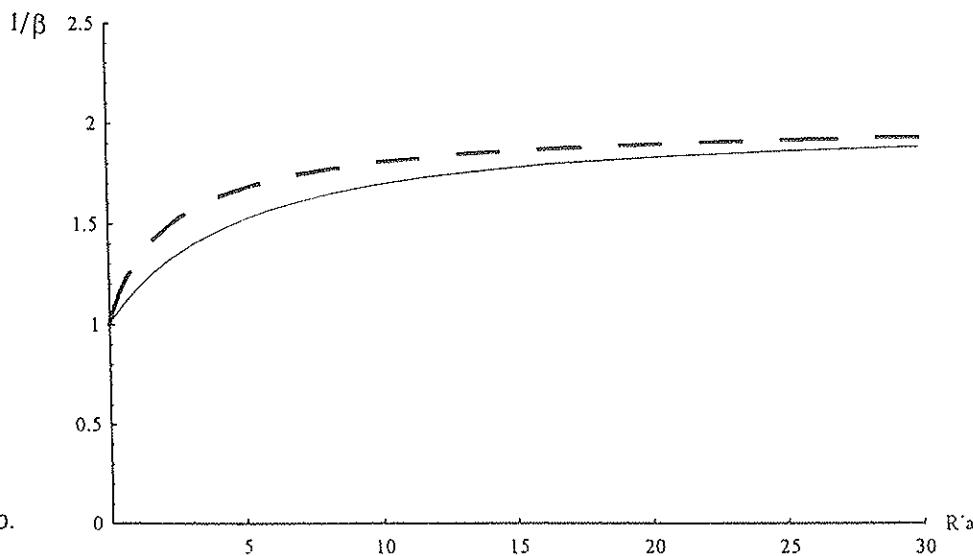
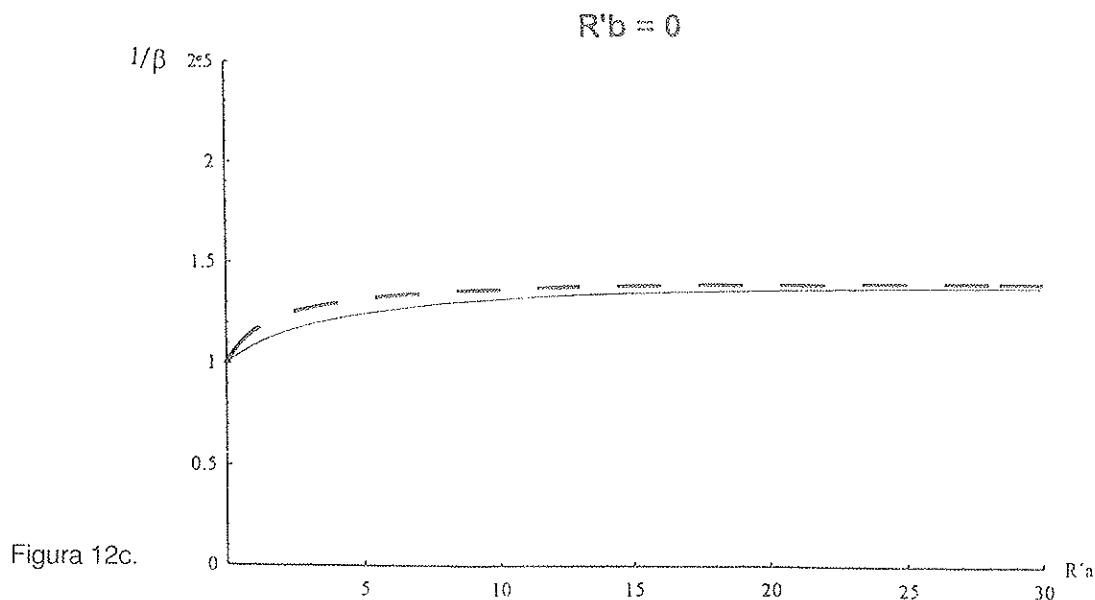


Figura 12b.



## 8. EJEMPLO DE APLICACION

En el pórtico de la figura 13 adjunta, vamos a calcular el coeficiente de pandeo  $\beta$  del pilar de trazo grueso. Este pórtico es traslacional y aplicamos la formulación de la MV-103 y del Eurocódigo-3.

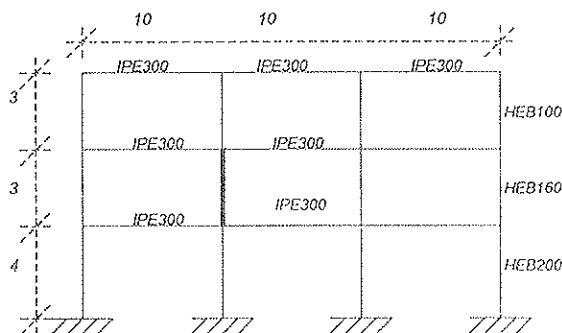


Figura 13.

Los resultados de aplicar ambas formulaciones, son:

$$\beta_{MV-103} = 1,32258$$

$$\beta_{EUROCODIGOS} = 1,45299$$

Para continuar con el ejemplo, el pórtico de la figura 13 lo hemos arriostrado, para poder calcular el mismo pilar como perteneciente a una estructura intrasladacional, obteniéndose así la figura 14.

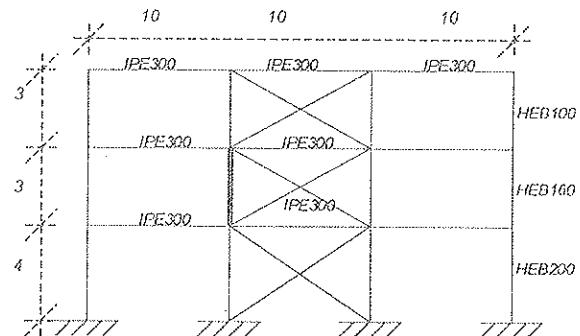


Figura 14.

Los resultados obtenidos son:

$$\beta_{MV-103} = 0,76057$$

$$\beta_{EUROCODIGOS} = 0,67374$$

Observamos que, efectivamente, en estructuras traslacionales el Eurocódigo da valores por encima de los obtenidos mediante la MV-103, usando un coeficiente de seguridad adicional al previsto por la norma. En estructuras intrasladacionales el Eurocódigo se queda ligeramente del lado de la inseguridad.

## BIBLIOGRAFIA

- Eurocódigo n° 3.

- Apuntes del Prof. Yvon Lescouarc'h, del CTICM. (Centre Technique Industriel de la Construction Métallique).

solución exacta y la solución aproximada de ambas normas. Finalmente, se incluye un ejemplo aclarativo.

## RESUMEN

Las normas MV-103 (actualmente NBE-EA-95) y Eurocódigo-3 (próximamente en vigor), usan métodos aproximados para el cálculo de longitudes de pandeo de pilares que pertenecen a estructuras de edificación, compuestas por vigas y pilares.

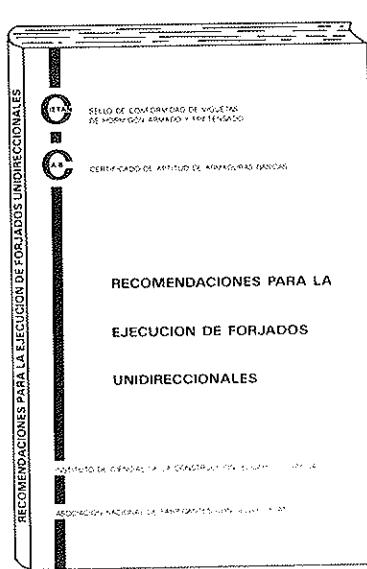
Ambas formas aproximadas para estructuras traslacionales o intraslacionales dan valores ligeramente distintos, sobre todo en el caso de estructuras traslacionales. En este artículo se compararán ambas formulaciones, analizando la naturaleza del problema y representando, en varios casos, la

## SUMMARY

The Spanish Code MV-103 (nowadays NBE-EA-95) and the Eurocode-3 (next to be published), use approximate methods to obtain the buckling length for columns in building structures, which are composed by beams and columns.

Both approximate formulas, for sway and non-sway frames give lightly different values. In sway frames the difference increase. In this paper we will compare both expresions analizing the nature of the problem and representing the exact formulation versus each one of the approximations. Finally we will see an example.

\* \* \*



Los interesados en esta publicación deberán dirigirse a:

**Secretaría Sello CIETAN**  
Instituto de Ciencias de la Construcción  
"EDUARDO TORROJA"  
C/Serrano Galvache, s/n.  
28033 MADRID  
Tel.: (91) 302 04 40

## RECOMENDACIONES PARA LA EJECUCION DE FORJADOS UNIDIRECCIONALES (EDICION REVISADA)

La Asociación Nacional de Fabricantes con Sello CIETAN, en colaboración con el INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA CONSTRUCCIÓN "EDUARDO TORROJA", continuando con la labor divulgadora iniciada con la edición del libro "RECOMENDACIONES PARA LA EJECUCION DE FORJADOS UNIDIRECCIONALES", publica una segunda edición del mismo, revisada, adecuándola a la Normativa vigente.

El libro persigue un doble objetivo: El primero, informar y dar a conocer a los técnicos y constructores que intervienen en la realización de un forjado, las distintas soluciones constructivas idóneas de acuerdo con la vigente Normativa, según sean los diversos tipos de forjados y apoyos, desde un punto de vista eminentemente práctico, intentando paliar la escasez en España de bibliografía que lo aborde. El segundo es dar a conocer, a todos los sectores implicados en la ejecución de forjados, la existencia de productos con Sello CIETAN.

La obra ofrece un amplio y detallado compendio de soluciones constructivas, desarrolladas de forma gráfica para su mejor y más fácil interpretación. En su redacción han participado todos los sectores implicados: técnicos, fabricantes y organismos públicos y privados ligados a la construcción.

# Efecto del cortante y deterioro de adherencia en la evaluación del daño sísmico en pórticos de hormigón armado

Roberto Aguiar F.<sup>(1)</sup>

Luis Bozzo R.<sup>(2)</sup>

Alex H. Barbat<sup>(2)</sup>

y Josep A. Canas<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>Centro de Investigaciones Científicas  
Escuela Superior Politécnica del Ejército

Valle de los Chillos, Quito - Ecuador

<sup>(2)</sup>E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
Universitat Politècnica de Catalunya

## 1. INTRODUCCION

En 1984, Park y Ang han propuesto un modelo para la evaluación del daño sísmico en edificios de hormigón armado<sup>(12)</sup>, basado en resultados experimentales y teóricos. Este modelo ha sido ampliado posteriormente por Park, Reinhorn y Kunnath<sup>(1)</sup>, siendo una de las primeras propuestas para evaluar el daño de estructuras aporticadas de hormigón armado sometidas a acciones sísmicas. Es conveniente comparar esta metodología con otras que tengan el mismo objetivo<sup>(4-6)</sup>, especialmente para calibrar los parámetros que describen los modelos. En lo referente a la metodología propuesta por Park, Reinhorn y Kunnath<sup>(7)</sup>, en la referencia (2) se considera que la variación de curvatura a lo largo de un elemento en el rango anelástico es no lineal y también se considera no lineal la variación de la inercia a flexión en los elementos. En la misma referencia ha sido efectuado el análisis de columnas circulares con refuerzo helico-

dal, mientras que en la referencia (8) se han considerado diferentes modelos constitutivos del material. En otros estudios se han incorporado resultados obtenidos a partir de ensayos cíclicos del hormigón y el acero<sup>(9)</sup> en el comportamiento de las vigas<sup>(10)</sup>. El problema de adherencia y el de las variables que influyen en el comportamiento no lineal de las estructuras, como la cuantificación de la deformación del acero en las zonas plásticas cuando se sobrepasa el límite de fluencia del mismo, o los esfuerzos de adherencia que se tienen en las armaduras longitudinales por efecto del desplazamiento lateral, ha sido tratado en la referencia (11).

El objetivo de este artículo es presentar una alternativa de cálculo de la curvatura en el punto de fluencia  $\phi_y$ , considerando el comportamiento no lineal del hormigón una vez que el elemento ha superado el punto de agrietamiento del hormigón y empiezan a formarse grietas. En la figura 1

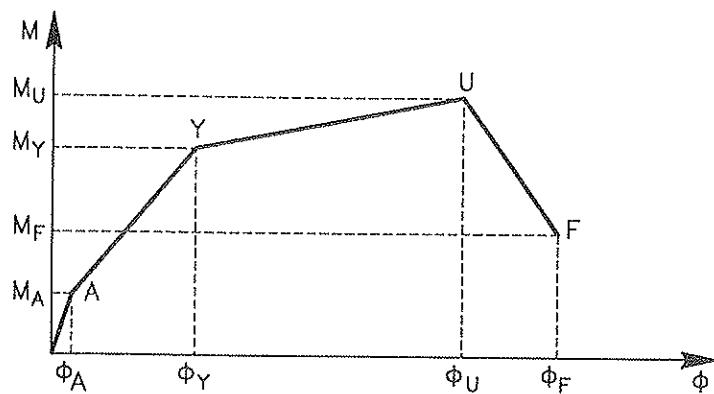


Figura 1. Diagrama momento curvatura.

se indica el modelo utilizado para definir la relación momento curvatura. La curvatura de fluencia viene definida<sup>(12)</sup> por la siguiente ecuación

$$\phi_y = \phi_{yf} + \phi_{ye} + \phi_{yb} + \phi_{ya} \quad (1)$$

donde  $\phi_{yf}$  es la curvatura por flexión,  $\phi_{ye}$  es la curvatura por cortante elástico,  $\phi_{yb}$  es la curvatura por deterioro de adherencia y  $\phi_{ya}$  es la curvatura por cortante anelástico. Se destaca que la inelasticidad es debida a la fisuración del hormigón.

En este artículo se presenta una forma de cálculo de la curvatura de fluencia por cortante anelástico y deterioro de adherencia, la cual se obtiene de la solución de la ecuación diferencial que relaciona la adherencia entre el hormigón y el acero. Los resultados obtenidos son comparados con el modelo de Park<sup>(12)</sup>. Dicha comparación se realiza construyendo trayectorias de daño para cinco modelos de daño, empleando los dos movimientos sísmicos anotados. Se denominarán trayectorias de daño a la variación en el tiempo del índice de daño de la estructura hasta alcanzar el colapso. Como se verá posteriormente, utilizando las hipótesis adoptadas con el modelo de Park se obtienen valores más altos de la curvatura de fluencia, que mediante el método que se propone.

## 2. MODELOS DE DAÑO

En esta sección se presentan los modelos de índice de daño,  $I_D$ , que se van a utilizar en el estudio. Estos modelos son los de: Lybas y Sozen<sup>(13)</sup>, Banon y Veneziano<sup>(14)</sup>, Park y Ang<sup>(1,12)</sup>, Daalit<sup>(15)</sup>, Soo, Meyer y Shinozuka<sup>(16)</sup>. En edificios de hormigón armado, en general, los índices de daño  $I_D$  dependen del desplazamiento máximo registrado durante la excitación sísmica,  $\delta_m$ , dividido por el desplazamiento de fluencia bajo cargas monotónicas,  $\delta_y$ , o por el desplazamiento último debido a cargas monotónicas,  $\delta_u$ . Alternativamente, se formulan con respecto a la relación entre la energía anelástica,  $E_h$ , y la energía elástica,  $E_s$ . También existen modelos basados en el

número de ciclos en que la estructura permanece en el rango no lineal, con el consiguiente deterioro de su resistencia, aunque se utilicen conceptos energéticos<sup>(16)</sup>.

### 2.1. Modelo de Lybas y Sozen

El modelo de Lybas y Sozen es uno de los primeros utilizados en la evaluación del índice de daño<sup>(13)</sup> y relaciona la rigidez a flexión del elemento ante cargas monotónicas, con la rigidez a flexión correspondiente a la máxima deformación que alcanza el elemento durante la respuesta dinámica

$$I_D = \frac{(EI)_y}{(EI)_m} \quad (2)$$

Al sustituir la rigidez a flexión por una función del momento y curvatura, la ecuación (2) se transforma en

$$I_D = \frac{M_y \phi_m}{\phi_y M_m} \quad (3)$$

donde  $M_y$  es el momento de fluencia debido a cargas monotónicas,  $\phi_y$  es la curvatura de fluencia debido a cargas monotónicas,  $\phi_m$  es la curvatura máxima alcanzada en la respuesta dinámica y  $M_m$  es el momento asociado a la curvatura máxima.

### 2.2. Modelo de Banon y Veneziano

Este modelo<sup>(14)</sup> tiene dos parámetros de daño:  $d_1$  y  $d_2$ . El primer parámetro expresa el desplazamiento máximo,  $\delta_m$ , en función del desplazamiento de fluencia,  $\delta_y$ . El segundo, expresa la energía anelástica disipada,  $E_h$ , en función de la energía elástica,  $E_s$ . Por lo tanto, se tiene

$$d_1 = \frac{\delta_m}{\delta_y}, \quad d_2 = \frac{E_h}{E_s} \quad (4)$$

Los parámetros  $d_1$  y  $d_2$  son modificados de la siguiente manera

$$d_1^* = d_1 - 1, \quad d_2^* = ad_2^b \quad (5)$$

donde  $a$  y  $b$  son parámetros que caracterizan el problema estructural y se obtienen experimentalmente. Para elementos de hormigón armado se recomienda utilizar los siguientes valores:  $a = 1,1$  y  $b = 0,38$ . El valor de  $a$  caracteriza el deterioro cíclico del elemento y varía entre 1,1 y 2. En el plano  $d_1^*, d_2^*$ , la circunferencia con centro en el origen define las líneas con igual probabilidad de colapso. En consecuencia, la función de daño para el modelo es

$$I_D = \sqrt{(d_1^*)^2 + (d_2^*)^2} \quad (6)$$

Nótese que  $d_2$  viene a ser una normalización de la energía anelástica con respecto a la energía elástica, y el parámetro  $d_1$  es la demanda de ductilidad cinemática  $\mu_s$ . En consecuencia, el modelo de Banon y Veneziano combina dos variables: ductilidad y energía anelástica. Mahin y Bertero definen la ductilidad anelástica de la siguiente manera

$$\mu_e = \frac{E_h}{F_y \delta_y} + 1 \quad (7)$$

donde  $F_y$  es la máxima fuerza que soporta la estructura en el rango elástico. En función de  $\mu_s = \delta_m/\delta_y$  y  $\mu_e$ , y empleando las ecuaciones (4)-(7), los parámetros  $d_1$  y  $d_2$  se transforman en:

$$d_1 = \mu_s, \quad d_2 = 2(\mu_e - 1) \quad (8)$$

### 2.3. Modelo de Park y Ang

La función de daño de Park y Ang<sup>(1,12)</sup> viene definida por la expresión (9)

$$I_D = \frac{\mu_s}{\mu_{mono}} + \frac{\beta E_h}{F_y \delta_y \mu_{mono}} \quad (9)$$

donde  $\mu_{mono}$  es la ductilidad del elemento debido a cargas monótonicas y  $\beta$  es el factor experimental de calibración del deterioro de esfuerzos. Al reemplazar (7) en (9) se obtiene

$$I_D = \frac{\mu_s + \beta(\mu_e - 1)}{\mu_{mono}} \quad (10)$$

El parámetro  $\beta$  es función de la carga axial, de la luz de cortante, de la sección transversal y de la armadura longitudinal y transversal. Investigaciones realizadas<sup>(5)</sup> han demostrado que  $\beta$  varía entre 0,03 y 1,2 con un valor medio de 0,15. En el presente trabajo se considera  $\beta = 0,15$ .

### 2.4. Modelo de Daali

El modelo de daño propuesto por Daali<sup>(15)</sup> es una modificación del de Park<sup>(1)</sup>. Efectivamente, se mantiene el primer término de la ecuación (9) y, en el segundo término, se relaciona la energía disipada anelásticamente con la deformación residual plástica

$$I_D = \frac{\mu_s}{\mu_{mono}} + \frac{\beta \Sigma (\mu_i - 1)}{\mu_{mono}} \quad (11)$$

$$\mu_i = \frac{\delta_{rp_i}}{\delta_y} + 1 \quad (12)$$

donde  $\delta_{rp_i}$  es el desplazamiento residual plástico en el ciclo  $i$ .

### 2.5. Modelo de Soo, Meyer y Shinozuka

El modelo de daño propuesto por Soo, Meyer y Shinozuka<sup>(16)</sup> presenta una forma de cálculo un tanto diferente de las anteriores. Está basado en el número de ciclos que la estructura actúa en el rango no lineal, y en la curvatura del momento de fallo, que se explicará posteriormente. La ecuación (13) define el índice de daño

$$I_D = \sum_i \left( \alpha_i^+ \frac{n_i^+}{N_i^+} + \alpha_i^- \frac{n_i^-}{N_i^-} \right) \quad (13)$$

donde  $i$  es el indicador del nivel de desplazamiento o curvatura,  $N_i$  es el número total de ciclos que causan el fallo en el nivel de curvatura  $i$  –definido en (14)–,  $n_i$  es el número actual de ciclos en el nivel de curvatura  $i$ , y  $\alpha_i$  es un parámetro modificador del daño. El significado de los signos + y - está relacionado con la curvatura del elemento, indicando concavidad o convexidad de la forma de flexión del mismo. Es arbitrario considerar cuando es positivo o negativo. Lo importante es reconocer que se tienen los dos signos en los elementos. No todos los ciclos de carga son contabilizados, sino únicamente aquellos que superan la curvatura de fluencia y que se encuentren dentro del área rayada de la figura 2.

$$N_i = \frac{M_i - M_{fi}}{\Delta M_i} \quad (14)$$

donde  $M_{fi}$  es el momento de fallo para el nivel de curvatura  $i$ , definido como

$$M_{fi} = M_f \frac{2\Phi_i}{\Phi_i + 1} \quad (15)$$

$$\Phi_i = \frac{\phi_i}{\phi_f} \quad (16)$$

y  $M_f$  es el momento de fallo,  $\phi_f$  es la curvatura de fallo y  $\Delta M_i$  está definido en la figura 2.

El modelo considera la historia de la carga a que ha estado sometida la estructura, por medio del parámetro  $\alpha_i$ , que considera la energía disipada anelásticamente.

$$\alpha_i^+ = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^+} K_{ij}^+}{n_i^+ \times \bar{K}_i^+} \times \frac{\phi_i^+ + \phi_{i-1}^+}{2\phi_i^+} \quad (17)$$

$$\alpha_i^+ = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^+} M_{ij}^+}{n_i^+ \left[ M_{in}^+ - \frac{(N_i^+ - 1)\Delta M_i^+}{2} \right]} \times \frac{\phi_i^+ + \phi_{i-1}^+}{2\phi_i^+} \quad (18)$$

donde  $K_i^+$  es la rigidez durante el ciclo de carga  $j$  en el nivel  $i$ ;  $\bar{K}_i^+$  es la rigidez promedio durante  $N_i^+$  ciclos de carga en el nivel  $i$ , definidas según

$$K_i^+ = \frac{M_{ij}^+}{\phi_i^+} \quad , \quad (19)$$

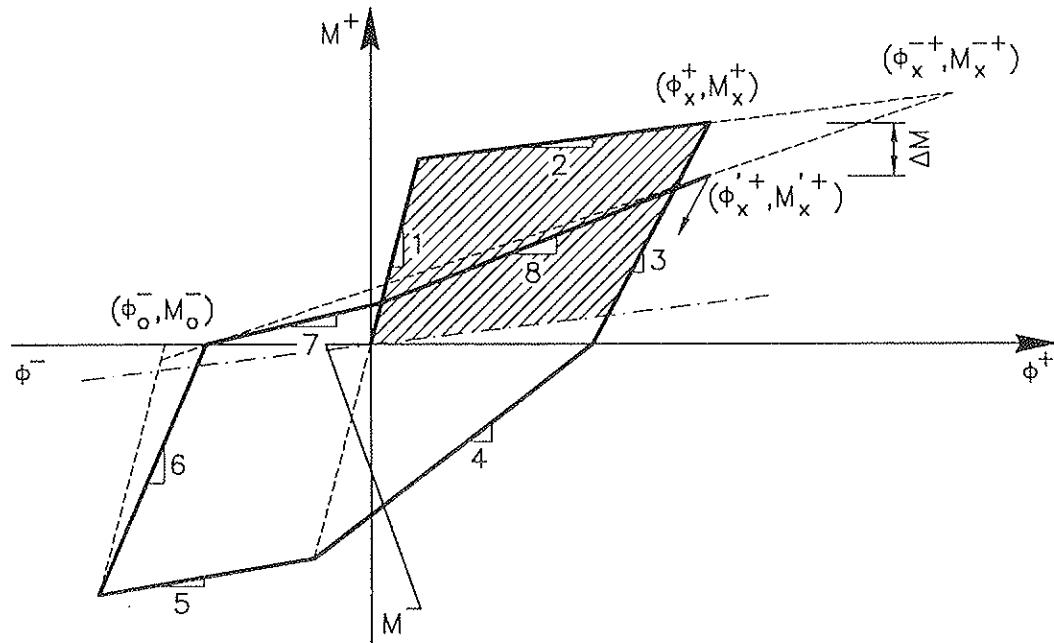


Figura 2. Modelo constitutivo de Roufaiel y Meyer<sup>(17)</sup>.

$$\bar{K}_i^+ = \frac{1}{N_i^+} \sum_{j=1}^{N_i^+} K_{ij}^+ \quad (20)$$

$M_{ij}^+$  es el momento alcanzado en el ciclo de carga j para el nivel i,

$$M_{ij}^+ = M_{in}^+ - (j-1) \Delta M_i^+ \quad (21)$$

Las ecuaciones (17)-(21) son similares para el signo menos "-".

## 2.6. Normalización del índice de daño

Para poder comparar los valores del índice de daño obtenido con los diferentes modelos presentados en el apartado anterior, es necesario normalizarlo de alguna manera. En este artículo, la normalización se realiza de la siguiente forma: si la estructura se encuentra en el rango elástico,  $I_D = 0$ ; si la estructura colapsa,  $I_D = 1$ .

Las funciones de daño indicadas son a nivel local del elemento. Para encontrar el índice de daño total de la estructura, se considera que el daño total es proporcional a la energía de deformación y a la energía anelástica de cada elemento

$$I_{Dt} = \sum_{i=1}^n I_{Di} \frac{E_i}{E_t} \quad (22)$$

donde  $I_{Di}$  es el índice de daño del elemento i,  $I_{Dt}$  es el índice de daño de la estructura,  $E_i$  es la energía del elemento i, y  $E_t$  es la energía total de la estructura.

## 3. MODELO CONSTITUTIVO DE ROUFAIEL Y MEYER

El modelo de Roufaiel y Meyer<sup>(17)</sup> para definir la no linealidad del material, está presentado en la figura 2, y considera deter-

rioro de rigidez, deterioro de resistencia y cierre de grietas por cortante. Las ecuaciones que definen las rigideces a flexión en cada una de las diferentes ramas del modelo constitutivo, no se incluyen en este trabajo pero pueden consultarse en la referencia (17).

## 4. CURVATURA EN EL PUNTO DE FLUENCIA

La ecuación (1) define la curvatura de fluencia,  $\phi_f$ , que se analiza. En este apartado únicamente se detalla el cálculo de la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia y cortante anelástico, primero de la forma que se propone, y después según el modelo de Park<sup>(1,12)</sup>. Las curvaturas de fluencia por flexión y cortante elástico son relativamente sencillas de obtener y están descritas en el programa IDARC<sup>(1)</sup>.

### 4.1. Curvatura de fluencia por deterioro de adherencia

La ecuación diferencial de adherencia entre el hormigón y el acero, en función del esfuerzo de adherencia  $\tau(x)$  es

$$S''(x) = \alpha \tau(x) \quad (23)$$

$$\alpha = \frac{4(1+n_p)}{D_b E_s} \quad (24)$$

$$n_p = \frac{A_s E_s}{A_c E_c} \quad (25)$$

donde  $A_s$  es el área de la armadura a tracción,  $A_c$  es el área del hormigón a tracción,  $E_s$  es el módulo de elasticidad del acero,  $E_c$  es el módulo de elasticidad del hormigón,  $D_b$  es el diámetro de la armadura a tracción y  $S(x)$  es el deslizamiento de la armadura con respecto al hormigón. La solución de la ecuación diferencial (23) es<sup>(18)</sup>

$$S(y) = 2 A^* \left\{ \text{Cosh}(\lambda y) - \frac{(\lambda y)^2 \text{Cosh}(\lambda)}{2} + \right. \\ \left. + \gamma^2 [\text{Cosh}(\lambda) - 1] [1 - \text{Cos}(\frac{\pi y}{2})] - 1 \right\} \quad (26)$$

$$2A^* = \frac{\varepsilon_o^* L_t}{\lambda \{ \operatorname{Senh}(\lambda) - \lambda \operatorname{Cosh}(\lambda) + \gamma [\operatorname{Cosh}(\lambda) - 1] \}} \quad (27)$$

donde  $y = x/L_t$ ;  $\lambda = \sqrt{\alpha k L_t}$ ;  $\gamma = 2\lambda/\pi$ ;  $\varepsilon_o^*$  es la deformación unitaria en el refuerzo,  $L_t$  es la longitud de transferencia, que es la distancia desde el origen (centro de la zona de hormigón agrietado) al extremo de la grieta, y  $x$  es la abscisa medida desde la mitad de una zona de hormigón agrietada en sus extremos. Como valor de  $k$  en la referencia (18) se recomienda considerar 816,57 MPa/cm. Por otra parte, interesa evaluar la ecuación (26) en el borde de la grieta, para lo cual, al reemplazar  $y = 1$  se tiene

$$S(y=1) = 2A^* * \left\{ [\operatorname{Cosh}(\lambda) - 1] (1 + \gamma^2) - \frac{\lambda^2 \operatorname{Cosh}(\lambda)}{2} \right\} \quad (28)$$

El modelo adoptado<sup>(3)</sup> considera que las grietas por cortante se forman a  $45^\circ$ , como lo ilustra la figura 3. La primera grieta se forma a 5 cm de la cara de la columna o viga y con un patrón uniformemente definido. Todas las grietas se forman a una distancia  $z$ , que es la distancia entre las armaduras a tracción y compresión. En el elemento de longitud  $L_s$  se tiene que  $l'$  es la longitud donde no se forman grietas, y  $(L_s - l')$  la longitud donde se forman grietas a una distancia  $z$  entre ellas. En el punto de aparición de la primera grieta actúa un

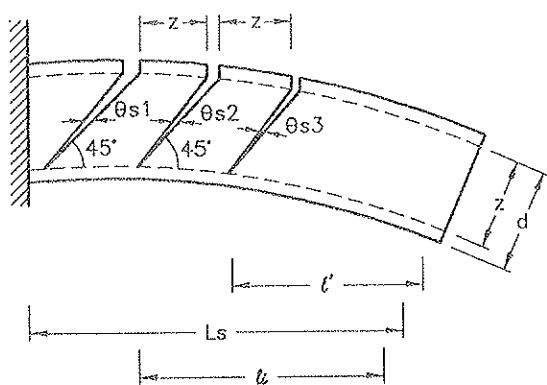


Figura 3. Patrón de grietas adoptado.

momento determinado, que se obtiene considerando el diagrama de momentos. Para la segunda grieta, el momento actuante es menor, y así sucesivamente. Por lo tanto, el deslizamiento  $s_1$  en la primera grieta será mayor que el deslizamiento  $s_2$  de la segunda, etc. La suma de todos estos deslizamientos se denomina  $S$ , y es lo que se desliza la armadura a tracción en el nudo, y lo que provoca la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia. En la figura 3 se observa que la rotación por cortante,  $\theta_s$ , varía en cada una de las grietas, la mayor será  $\theta_{s1}$ , y las restantes serán menores. Park<sup>(1,12)</sup> considera que las rotaciones por cortante son iguales en todas las grietas.

Para determinar la longitud  $l'$  donde no se forman grietas, se emplea la ecuación (29), que se obtiene considerando el diagrama de momentos triangular y la definición del patrón de grietas del modelo

$$l' = \frac{M_A}{M_y} L_s + z \quad (29)$$

donde  $L/d$  es la relación de la luz de cortante,  $d$  es la altura efectiva de la sección y  $M_A$  es el momento de agrietamiento. Posteriormente, se evalúa la longitud del elemento donde se van a formar grietas ( $L_s - l'$ ). De acuerdo con el patrón de grietas indicado anteriormente, en cada punto se calcula el momento que actúa, después la deformación unitaria,  $\varepsilon_o^*$ , en la armadura y el deslizamiento  $s$ , en cada grieta, utilizando la ecuación (28). Con la nomenclatura indicada y el patrón de grietas definido, se tiene  $L_t = z/2$ .

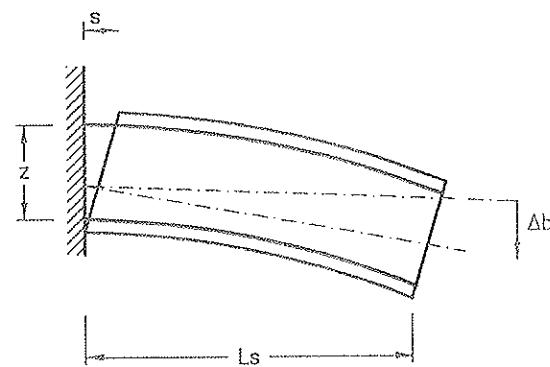


Figura 4. Modelo de deterioro de adherencia.

Como se indicó, el sumatorio de  $s_i$  proporciona el valor de  $S$ , que está representado en la figura 4 correspondiente al modelo de Park<sup>(1,12)</sup>. Del gráfico se desprende que

$$\Delta b = \frac{L_s S}{z} \quad (30)$$

Por otra parte, la relación que existe entre el corrimiento vertical  $\Delta$  y la curvatura  $\phi$  para el modelo(1,12), viene dado, en general, por

$$\phi = \frac{3\Delta}{L_s^2} \quad (31)$$

Para el presente caso, al sustituir (30) en (31) y llamando  $\phi_{yb}$  a la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia, se obtiene

$$\phi_{yb} = \frac{3S}{zL_s} \quad (32)$$

#### 4.2. Curvatura de fluencia por cortante anelástico

Sea  $\Delta_s$  el corrimiento vertical en el extremo libre. De forma similar a la ecuación (30) y manteniendo el modelo de Park(1,12), se tiene

$$\Delta_s = \sum l_i \theta_{si} \quad (33)$$

donde  $\theta_{si}$  es la rotación por cortante de la grieta  $i$ , que se evalua con la ecuación (34).

$$\theta_{si} = \frac{s_i}{\sqrt{2z}} \quad (34)$$

donde  $s_i$  es el deslizamiento por deterioro de adherencia. Al sustituir (33) en (31) y

llamando  $\phi_{ys}$  a la curvatura de fluencia por cortante anelástico, se encuentra

$$\phi_{ys} = \frac{3 \sum l_i \theta_{si}}{L_s^2} \quad (35)$$

donde el sumatorio se extiende a todas las grietas, que en total son  $(L_s - l') / z$ .

#### 4.3. Modelo de Park

El modelo empleado por Park<sup>(1,12)</sup> para relacionar el deslizamiento  $S$  con el esfuerzo de adherencia promedio,  $\tau$ , es el indicado en la ecuación (36).

$$\frac{\tau}{\tau_m} = \left(\frac{S}{S_o}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (36)$$

donde  $\tau_m$  es el esfuerzo máximo de adherencia y  $S_o$  es el deslizamiento correspondiente al máximo valor de  $\tau_m$ ,  $S_o \sim D_b/40$ . Ferguson<sup>(19)</sup> recomienda los siguientes valores para  $\tau_m$ : 10,546 MPa para armaduras inferiores y 6,328 MPa para armaduras superiores. En base a la ecuación (36), Park obtiene la siguiente solución para encontrar el deslizamiento  $S$ <sup>(1,12)</sup>:

$$S = 0,0003 f_y^{1.5} \tau_m^{-0.75} D_b \quad (37)$$

Finalmente, la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia se obtiene con las ecuaciones (30) y (31).

Para el cálculo de la curvatura de fluencia por cortante anelástico, se considera que la rotación por cortante es igual en todas las grietas y la cuantificación viene dada por las ecuaciones (38) a (41), que fueron deducidas en forma experimental

$$\theta_s = \frac{0,002}{\frac{L_s}{d} - 0,5} \quad \text{para } u < 5 \text{ ó } \frac{L_s}{d} > 4 \quad (38)$$

$$\theta_s = \frac{0,002}{\frac{L_s}{d} - 0,5} [1 + 0,27(u - 5)]$$

para  $u > 5$ , y  $2,5 < \frac{L_s}{d} < 4$       (39)

$$\theta_s = \frac{0,002}{\frac{L_s}{d} - 0,5} \left[ 1 + 0,185 \sqrt{\rho_s - 0,4} \right]$$

para  $u > 5$ , y  $\frac{L_s}{d} < 2,5$       (40)

donde  $u = \tau_b/\sqrt{f_c}$  es el esfuerzo de adherencia normalizado promedio, y  $\tau_b$  es el promedio efectivo del esfuerzo de adherencia a lo largo del elemento

$$\tau_b = \frac{\Delta F}{\psi(L_s - 1,71nd_e)} \quad (41)$$

donde  $\Delta F$  es la diferencia de las fuerzas en los extremos armados de un elemento calculado por flexión,  $\psi$  es el perímetro de la armadura longitudinal,  $n$  es el número de pares de estribos en  $L_s$ , y  $d_e$  es el diámetro de los estribos. Adicionalmente, se deberá tener en cuenta que, si  $L_s/d < 1,5$ , se sustituirá  $L_s/d$  por 1,5. Ello es debido a la gran dispersión que existe en los resultados experimentales para este rango de valores. En consecuencia,  $\theta_s$  no depende de esta relación en el rango indicado. Por otra parte, si  $\rho_s < 0,2\%$ , se reemplazará por  $\rho_s = 0,2$ . Una vez calculado  $\theta_s$ , se utiliza la ecuación (39) para encontrar la curvatura en el punto de fluencia por cortante anelástico, aunque considerando que  $\theta_s$  es constante en cada una de las grietas.

## 5. ESTRUCTURA ANALIZADA

La estructura analizada corresponde a un pórtico plano de una sola planta y de un solo vano, que tiene una luz de 4,00 m y una altura de 2,50 m. Todos los elementos tienen la misma sección transversal, 30 cm x 30 cm. Las columnas tienen, como armadura longitudinal, 8 φ de 12 mm, repartidos uniformemente

en su perímetro, con un recubrimiento de 5 cm; y la viga tiene 2 φ de 14 mm, que pasan a todo lo largo del elemento. Además tiene en la cara superior, un refuerzo de 1 φ de 14 mm, en los extremos y en la parte central del elemento. Igualmente, el recubrimiento es de 5 cms. Los estribos se consideran de 10 mm de diámetro, dispuestos a 10 y 20 cm de separación, tal como lo estipula la normativa ACI-89.

En el análisis dinámico se considera que los elementos son axialmente rígidos y transversalmente flexibles, de tal forma que el modelo matemático tiene 3 grados de libertad; un corrimiento horizontal de piso y dos rotaciones en los nudos.

Respecto al material, se considera que el hormigón y el acero tienen las siguientes características: módulo de elasticidad del hormigón  $E_c = 21,000$  MPa; módulo de cortante  $G = 8,400$  MPa; módulo de elasticidad del acero  $E_s = 210,000$  MPa; límite de fluencia del acero  $f_y = 280$  MPa; resistencia máxima del hormigón  $f_c = 30$  MPa; deformación del hormigón correspondiente a la máxima resistencia  $\epsilon_o = 0,002$ ; deformación del hormigón en la rotura  $\epsilon_u = 0,004$ ; deformación del hormigón por aplastamiento  $\epsilon_m = 0,006$ . La masa vale 10.000  $Ns^2/m$ . La estructura tiene un período fundamental, en el rango elástico, de 0,163 s y se considera un coeficiente de amortiguamiento del 5%.

El criterio de colapso de la estructura viene dado por una de las siguientes condiciones:

- El momento actuante es mayor o igual al momento último.
- La curvatura actuante es mayor o igual a la curvatura última.
- La matriz de rigidez de la estructura no es definida positiva.

## 6. SISMOS UTILIZADOS EN EL ANÁLISIS

Se han considerado dos movimientos sí-

micos, uno de alta frecuencia, el de Loma Prieta, en 1989, registrado en Corralito Eureka Canyon, y otro, de frecuencia intermedia, el de Tokachi Oki, en 1968.05.16, registrado en Hachinoe Harbour.

Con el objeto de que se pueda realizar una buena comparación de los resultados, el sismo de Loma Prieta ha sido normalizado a una aceleración máxima de 0,19 g. Con el acelerograma de Tokachi Oki no se realiza ninguna normalización. En las figuras 5 y 6 se presentan los acelerogramas utilizados.

## 7. TRAYECTORIAS DE DAÑO

Esta sección presenta diversas trayectorias de daño para el pórtico considerado, el cual tiene una ductilidad local por curvatura, de alrededor de 17 en la viga y de 15 en las columnas. La ductilidad por curvatura es la relación entre la curvatura última y la curvatura de fluencia. Realmente, se tiene una estructura dúctil, lo cual permite que el colapso no se presente en un solo elemento, sino en más de uno.

Es importante destacar que con el mode-

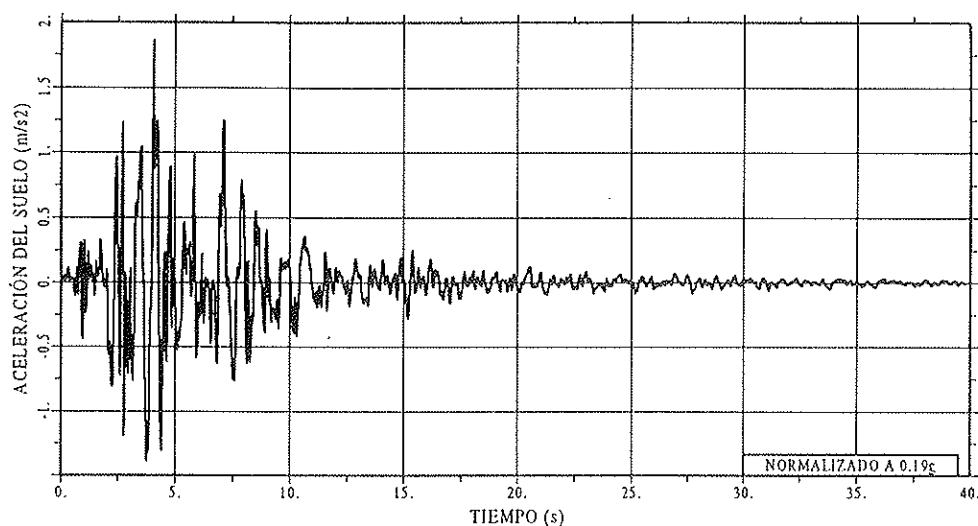


Figura 5. Registro del sismo de Loma Prieta (89.10.18).

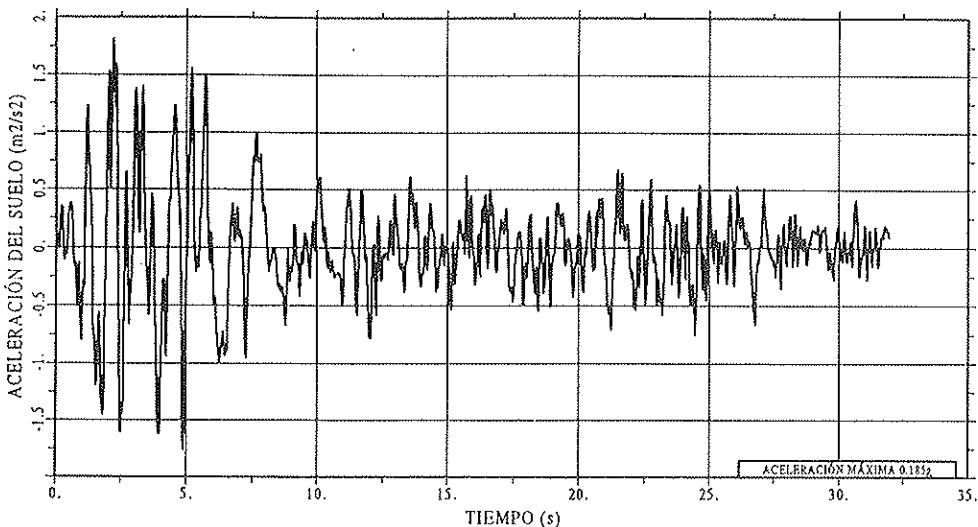


Figura 6. Acelerograma del sismo de Tokachi Oki (68.05.16).

lo de Park, Reinhorn y Kannath la curvatura de flexión se incrementa en alrededor del 20%, al considerar el cortante anelástico y deterioro de adherencia. En cambio, con el modelo propuesto, éste incremento está alrededor del 7% en el estudio realizado. El modelo de Park, Reinhorn y Kannath ha presentado valores superiores en un 10%, aproximadamente, con respecto al propuesto en la curvatura fluencia, en el

estudio realizado. Esto se debe a las hipótesis de cálculo.

### 7.1. Estructuras sometidas al sismo de Tokachi Oki

En la figura 7 se indican las trayectorias de daño para los diferentes modelos anali-

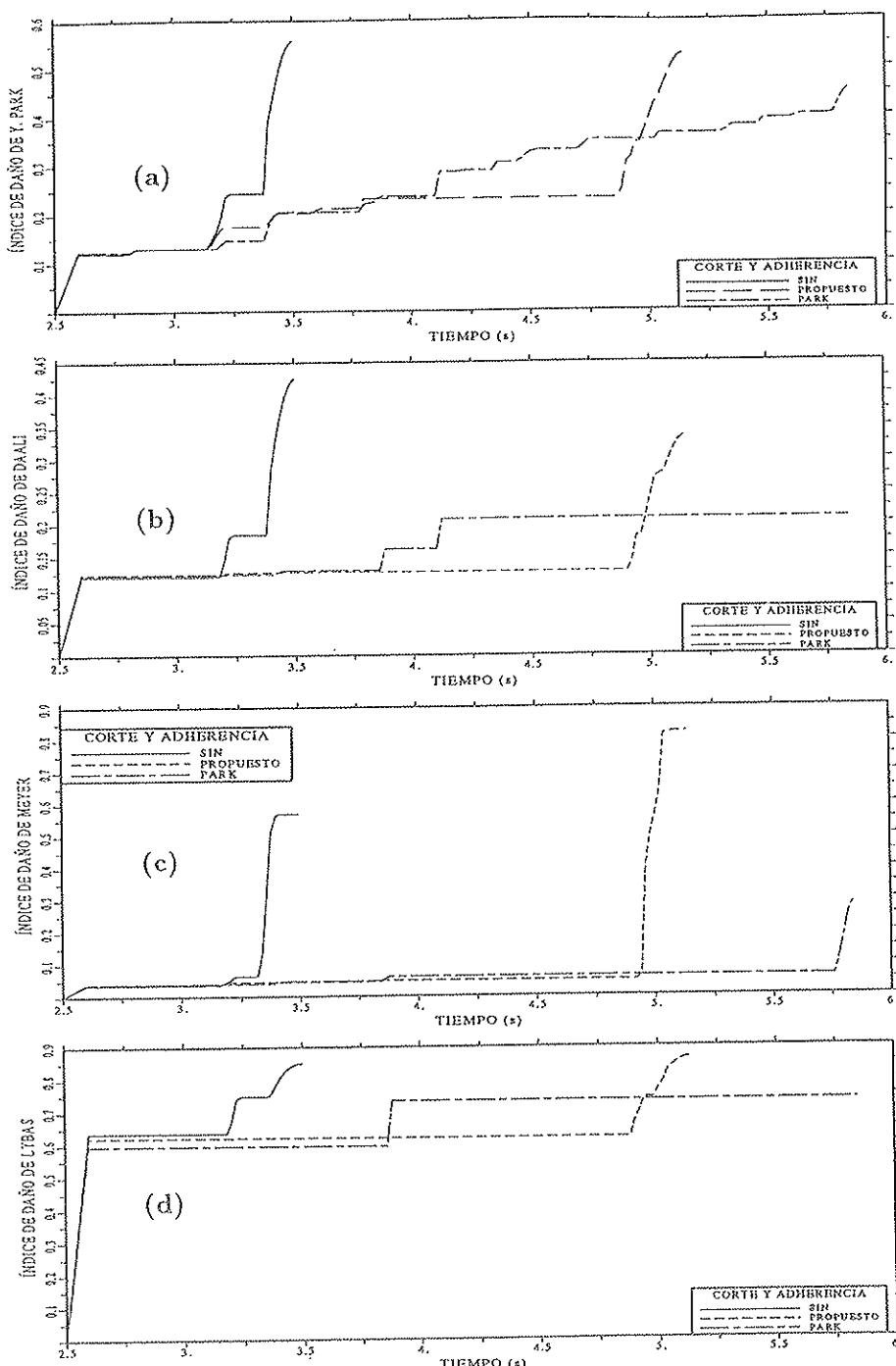


Figura 7. Comparación de las trayectorias de daño obtenidas empleando los diferentes modelos de daño. Sismo de Tokachi Oki.

zados, con tres formas de cálculo de la curvatura de fluencia. La primera considera solamente el efecto de flexión; la segunda utiliza el modelo que evalúa la curvatura de fluencia por cortante anelástico y deterioro de adherencia, y la tercera emplea el modelo de Park. Para el modelo de daño de Park se aprecia, en la figura 7. (a), que la trayectoria de daño se incrementa considerablemente cuando se considera la ecuación (1) en la evaluación de la curvatura de fluencia, en relación con cuando se considera únicamente la flexión. Esta es la característica general de comportamiento que se obtiene cuando se utiliza el sismo de Tokachi Oki. Por otra parte, el índice de daño, cuando se considera el cortante elástico, el inelástico y el deterioro de adherencia, es ligeramente menor al que se obtiene cuando la curvatura de fluencia es calculada únicamente por flexión. La trayectoria que se obtiene con el modelo propuesto, se puede considerar similar al de Park; pero el fallo se produce antes, siendo un caso intermedio entre las dos curvas.

Con relación a los resultados obtenidos al emplear el modelo de Daali, figura 7. (b), se puede indicar que el modelo de Park proporciona un valor de daño en el colapso, que es aproximadamente la mitad del que se obtiene cuando se considera solo flexión; y el modelo propuesto da un promedio de ambos, aproximadamente.

Cuando se emplea el modelo de daño de Meyer, figura 7. (c), el modelo propuesto

presenta valores superiores y el modelo de Park valores inferiores a los que se obtienen al considerar sólo flexión en el cálculo de la curvatura de fluencia. Esta es la característica de comportamiento del modelo propuesto, con la función de daño de Meyer en la estructura analizada y para las dos acciones sísmicas consideradas.

Al calcular el índice de daño con los modelos de Lybas y Sozen<sup>(13)</sup> y Banon y Veneziano<sup>(14)</sup>, se obtuvieron las mismas trayectorias de daño; razón por la cual en la figura 7. (d) se indica solamente la obtenida con el modelo de Lybas y Sozen. De la gráfica se observa, nuevamente, que el modelo propuesto presenta igual índice de daño que el obtenido al considerar únicamente flexión; pero la incursión en el rango no lineal es mayor durante un largo tiempo, para luego colapsar.

En la figura 8 se comparan las trayectorias de daño obtenidas con los modelos de Daali, Park, Meyer y Lybas al emplear, en el cálculo de la curvatura de fluencia por cortante anelástico y deterioro de adherencia, el modelo propuesto. Se observa que el modelo de Lybas es una cota superior y, como se indicó anteriormente, el modelo de Banon presenta los mismos resultados. Por otro lado, el colapso en el modelo de Meyer presenta valores muy altos. Finalmente, se observa que las trayectorias de daño obtenidas con los modelos de Park y Daali tienen similar comportamiento, con valores superiores en el modelo de Park.

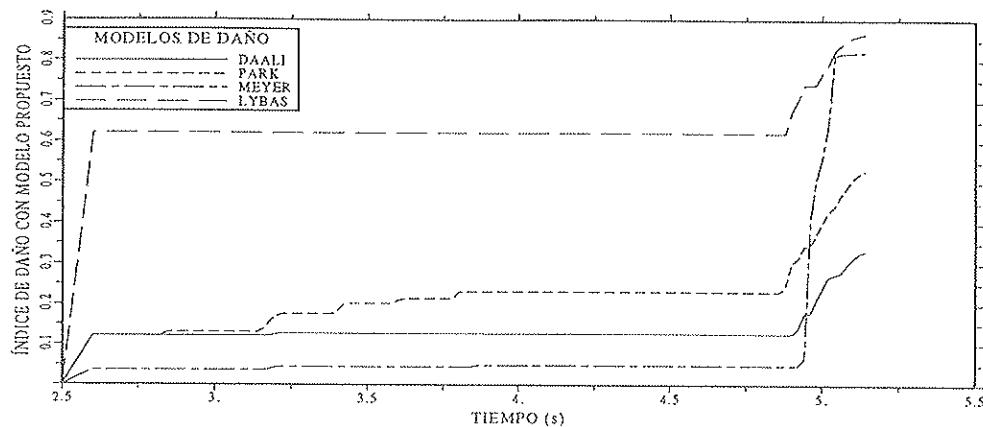


Figura 8. Comparación de las trayectorias de daño obtenidas empleando el modelo propuesto, en la evaluación de la curvatura de fluencia por cortante anelástico y deterioro de adherencia. Sismo de Tokachi Oki.

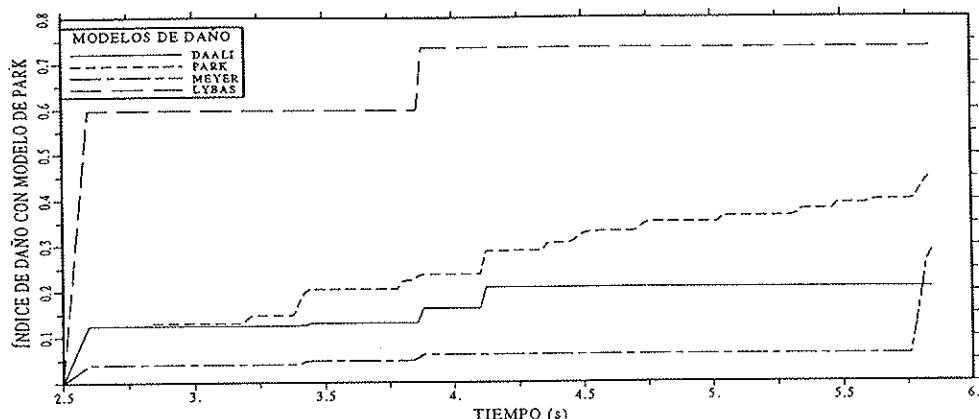


Figura 9. Comparación de las trayectorias de daño obtenidas empleando el modelo de Y. Park, en la evaluación de la curvatura de fluencia por corte anelástico y deterioro de adherencia. Sismo de Tokachi Oki.

La comparación de las trayectorias de daño obtenidas al utilizar el modelo de Park, Reinhorn y Kunnath en la cuantificación de la curvatura de fluencia por cortante anelástico y deterioro de adherencia, se indican en la figura 9. En general, se pueden hacer comentarios similares a los hechos sobre el modelo propuesto, con la salvedad de que ahora el índice de daño obtenido con el modelo de Meyer presenta valores muy bajos. Por otra parte, con este modelo, la incursión en el rango no lineal tiene un tiempo, hasta llegar al colapso, ligeramente mayor al encontrado mediante el modelo propuesto hasta llegar al colapso.

## 7.2. Estructuras sometidas al sismo de Loma Prieta

En la figura 10 se indica el daño para los diferentes modelos analizados y que ha sido obtenido para el registro de Corralito Eureka Canyon, durante el sismo de Loma Prieta, en 1989. Con el propósito de centrar la atención en la comparación de las trayectorias de daño obtenidas con el modelo propuesto y con el modelo de Park, para el cálculo de la curvatura de fluencia, por cortante anelástico y por deterioro de adherencia, se omite la curva correspondiente al caso en el cual se considera únicamente la flexión, en la obtención de la curvatura de fluencia. En las figuras (10). (a) y 10. (b) se encuentran las trayectorias de daño obtenidas con los modelos de daño de Lybas y Sozen<sup>(13)</sup>, y Banon y Veneziano<sup>(14)</sup>. Es interesante notar que, las trayectorias obtenidas

mediante el modelo propuesto y mediante el de Park, muestran un comportamiento muy similar, destacándose que el modelo propuesto presenta valores ligeramente menores en el instante de colapso. Los resultados encontrados al utilizar los modelos de daño de Daali y Park, se indican en las figuras 10. (c) y 10. (d). Puede apreciarse el mismo comportamiento en las trayectorias del modelo propuesto y en las de Park, tal como se indica en párrafos anteriores. Con todos los modelos de daño indicados, a excepción del modelo de Meyer, de la figura 10. (e), se observa que existe una buena correlación entre las curvas obtenidas con el modelo propuesto y con el de Park, con una pequeña diferencia cerca del colapso. Al calcular las trayectorias mediante el modelo de daño de Meyer, se observa que hasta los 4,4s, las dos curvas presentan prácticamente los mismos resultados, y que cerca del colapso, se separan notablemente.

En resumen, ante el sismo de Loma Prieta, la diferencia entre las trayectorias obtenidas con el modelo propuesto y el de Park, Reinhorn y Kunnath se da prácticamente en el colapso. En cambio, ante el sismo de Tokachi Oki, la diferencia es mayor en la trayectoria y en el colapso. En la figura 11 se comparan las trayectorias de daño obtenidas con las diferentes metodologías analizadas y empleando el modelo propuesto en la cuantificación de la curvatura de fluencia, apreciándose un comportamiento similar al indicado utilizando el sismo de Tokachi Oki. Finalmente, en la figura 12 se comparan las trayectorias de daño, aunque

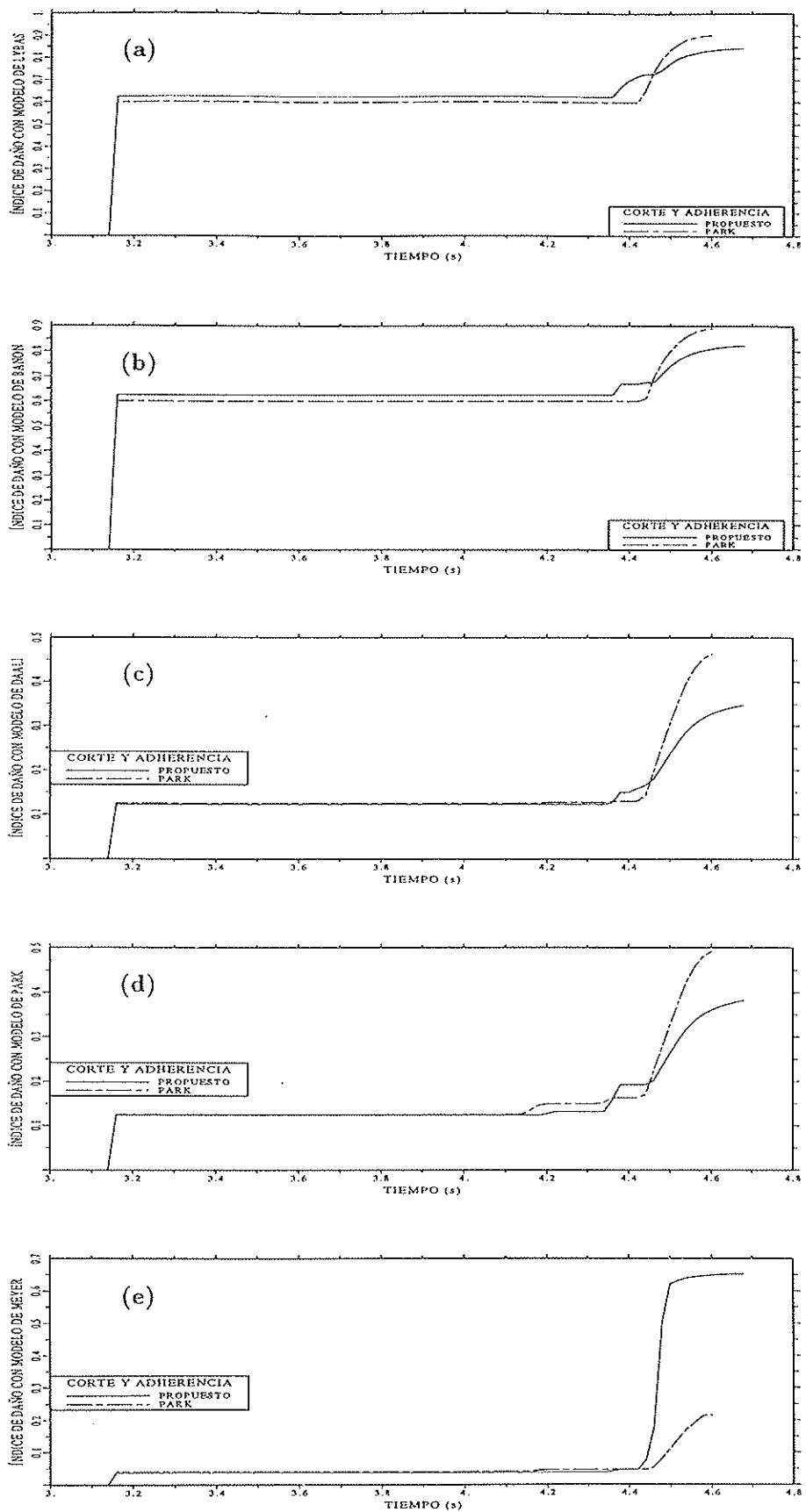


Figura 10. Comparación de las trayectorias de daño obtenidas empleando los diferentes modelos de daño. Sismo de Loma Prieta.

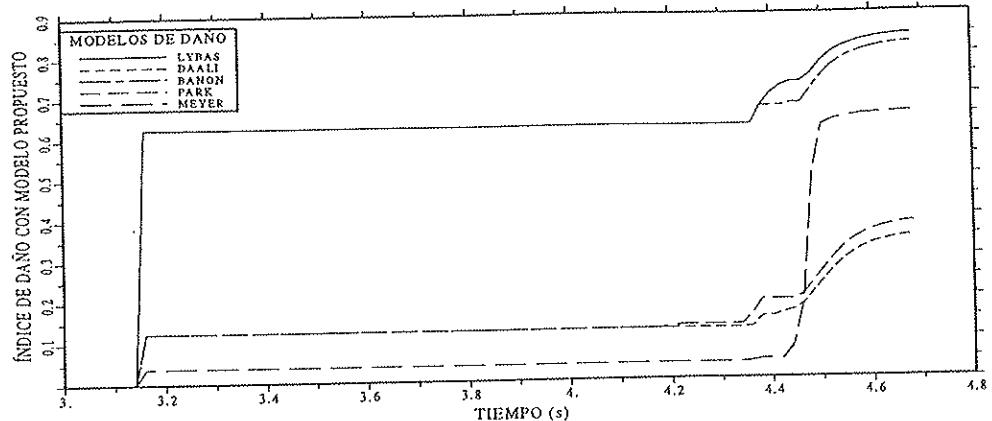


Figura 11. Comparación de las trayectorias de daño obtenidas empleando diferentes funciones de daño, con las que resultan utilizando el modelo propuesto, para evaluación de la curvatura de fluencia. Sismo de Loma Prieta.

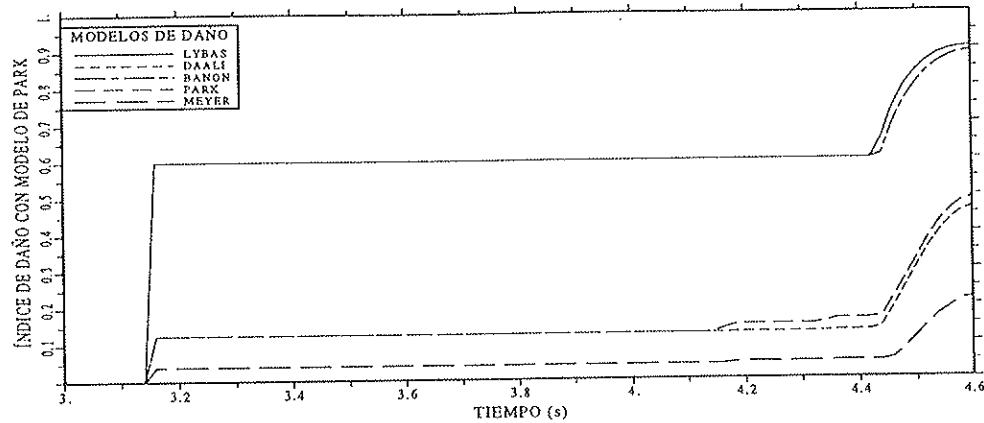


Figura 12. Comparación de las trayectorias de daño obtenidas empleando diferentes funciones de daño, con las que resultan utilizando el modelo propuesto, para evaluación de la curvatura de fluencia. Sismo de Loma Prieta.

en este caso empleando el modelo de Park en la evaluación de la curvatura de fluencia. Los comentarios que se pueden hacer al respecto son los mismos que ya se han expuesto.

Tan importante como la selección del modelo constitutivo para definir la no linealidad del material, es la consideración de las curvaturas por cortante elástico, y anelástico y por deterioro de adherencia, en el cálculo de la curvatura por fluencia, ya que de ésta manera se puede obtener un modelo que se aproxima mejor a la realidad. La omisión permite que el daño en la estructura llegue a tener un valor más alto. Por otra parte, no se puede predecir un comportamiento de la estructura, al considerar las variables indicadas en el párrafo anterior,

ya que la respuesta no lineal depende de varios factores, entre ellos, la propia excitación sísmica y el modelo constitutivo utilizado para la no linealidad del material, conjuntamente con la característica geométrica de la estructura y el modelo empleado para calcular el índice de daño.

## 8. CONCLUSIONES

En este artículo se ha presentado un método de cálculo de la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia y cortante anelástico, debido al agrietamiento del hormigón. El método está basado en la solución de la ecuación diferencial que define la adherencia entre el hormigón y el acero. La

metodología de cálculo y los resultados obtenidos al analizar el daño sísmico en un pórtico plano ante dos sismos, han sido comparados con los correspondientes al modelo de Park, Reinhorn y Kunnath.

Como primera conclusión del estudio realizado, se puede afirmar que es más realista considerar que el giro por cortante, en cada una de las grietas del elemento dañado, varía en función de la distribución de esfuerzos a lo largo del elemento. A partir de esta hipótesis, se ha propuesto un método de cálculo de la curvatura de fluencia por cortante anelástico.

El cálculo de la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia, se modela mejor considerando el deslizamiento entre el hormigón y el acero que se genera en cada grieta de la zona dañada; el deslizamiento total es igual a la suma de los valores parciales obtenidos en cada grieta. Así es como se obtiene el deslizamiento total para calcular la curvatura de fluencia por deterioro de adherencia en el método propuesto.

La curvatura de fluencia calculada mediante el modelo propuesto es un 10% menor que la que se obtiene al utilizar el modelo de Park, Reinhorn y Kunnath. Por todo ello es claro que el modelo propuesto es una alternativa más precisa de cálculo de la curvatura de fluencia por cortante anelástico y deterioro de adherencia.

## REFERENCIAS

1. Y. Park, A. Reinhorn, S. Kunnath, *IDARC: Inelastic damage analysis of reinforced concrete frame shear-wall structures*, Technical Report NCEER-87-0008, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1987.
2. S. Kunnath, A. Reinhorn, F. Lobo, *IDARC Version 3.0: A program for the inelastic damage analysis of reinforced concrete structures*, Technical Report NCEER-92-0022, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1992.
3. R. Aguiar, *Indices de daño sísmico en edificios de hormigón armado*, Monografía de Ingeniería Sísmica. Centro Internacional de Métodos Numéricos IS-17, 1996.
4. P. Fajfar, P. Gašperšič, "The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **25** (1) 31-46, 1996.
5. E. Cosenza, G. Manfredi, R. Ramasco, "An evaluation of the use of damage functionals in earthquake-resistant design", *Proceedings of Ninth European Conference on Earthquake Engineering*, 303-312, Moscow, 1990.
6. Y. Chai, K. Romstad, S. Bird, "Energy-based linear damage model for high-intensity seismic loading", *Journal of Structural Engineering ASCE* **121** (5), 857-864, 1995.
7. S. Kunnath, A. Reinhorn, J. Abel, "A computational tool for seismic performance of reinforced concrete buildings", *Computers and Structures, Pergamon Press*, **41** (1) 157-173, 1992.
8. S. Kunnath, A. Reinhorn, Y. Park, "Analytical modeling of inelastic seismic response of R/C structures", *Journal of Structural Engineering ASCE* **116** (4), 996-1017, 1990.
9. P. Soroushian, J. Sim, "Axial behavior of reinforced concrete columns under dynamics loads", *Journal of the American Concrete Institute, ACI*, **83** (6), 1986.
10. M. Al-Haddad, "Curvature ductility of reinforced concrete beams under low and high strain rates", *Journal of the American Concrete Institute, ACI*, **92** (5), 526-534, 1995.
11. T. Ichinose, "Splitting bond failure of columns under seismic action", *Journal of the American Concrete Institute, ACI*, **92** (5), 535-542, 1995.
12. Y. Park, *Seismic damage analysis and damage limiting design of R/C structures*, PhD Thesis, Department of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana, 1984.

13. J. Lybas, M. Sozen, *Effect of beam strength and stiffness on dynamic behavior of reinforced concrete couple walls*, Civil Engineering Studies, Structural Research, Series N.- 444, University of Illinois, Urbana, 1977.
14. Banon H., Veneziano D., "Seismic safety of reinforced concrete members and structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **10** (2) 179-193, 1982.
15. M. Daali, "Damage assessment in steel structures", *Proceedings of Seventh Canadian Conference on Earthquake Engineering, Montreal, Canada*, 1995.
16. Y. Soo, C. Meyer, M. Shinozuka, "Modeling of concrete damage", *American Concrete Institute Structural Journal ACI*, **86** (3), 259-271, 1989.
17. M. Roufaeil, C. Meyer "Analytical modeling of hysteretic behavior of R/C frames", *Journal of Structural Engineering ASCE* **113** (3), 429-444, 1987.
18. S. Yang, J. Chen, "Bond slip and crack width calculations of tension members", *American Concrete Institute Structural Journal*, **85** (4), 1988.
19. P. Ferguson, *Reinforced concrete fundamentals*, New York, John Wiley, 1973.

## RESUMEN

Este artículo presenta diversas alternativas para evaluar el daño sísmico en pórticos de hormigón armado, calculando la curvatura en el punto de fluencia, incluyendo el efecto del cortante y del deterioro de adherencia. En especial, se desarrolla un método de cálculo de la curvatura de fluencia por esfuerzo cortante anelástico debido al agrietamiento del hormigón

y por deterioro de la adherencia. Esta última se determina a partir de la ecuación diferencial que gobierna el problema de adherencia. Las soluciones obtenidas con el método propuesto son comparadas con las obtenidas empleando el método de Park, Reinhorn y Kunnath calculando el daño en estructuras sometidas a acciones sísmicas. La no linealidad del material está definida mediante el modelo constitutivo de Roufaeil y Meyer. Se han considerado los siguientes modelos de daño: Lybas y Sozen, Banon y Veneziano, Park y Ang, Daali, y el de Soo, Meyer y Shinozuka. Se presentan soluciones numéricas para un pórtico de un vano y de una planta, considerando tres grados de libertad, sometido a dos movimientos sísmicos.

## SUMMARY

The article presents various alternatives to evaluate the seismic damage in reinforced concrete buildings. The damage is evaluated obtaining the yielding curvature including shear stresses and loss of adherence in the cracked section. The article focusses on the evaluation of the yielding curvature and it proposes a more general procedure to obtain it. The formulation for the bond deterioration is based on the solution of the differential equation governing the problem. The numeric solutions obtained with the proposed yielding curvature model are compared with the method proposed by Park, Reinhorn and Kunnath in a building subjected to seismic motions. The nonlinear behavior of the material is defined by the Roufaeil and Meyer constitutive model. The damage is simulated using the models proposed by Lybas and Sozen; Banon and Veneziano; Park and Ang; Daali; and Soo, Meyer and Shinozuka. Finally, the article includes numeric solutions for a single story frame with three degrees of freedom subjected to two different seismic actions.

## La banda tesa de hormigón pretensado. Un esquema estructural para pasarelas

Diego Cobo del Arco  
Ingeniero de Caminos.

Departamento de Ingeniería de la Construcción.  
Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona.

Universitat Politècnica de Catalunya.

Angel C. Aparicio Bengoechea.

Catedrático.

Departamento de Ingeniería de la Construcción.

Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona.

Universitat Politècnica de Catalunya.

### 1. INTRODUCCION

La construcción de puentes colgantes por civilizaciones indígenas de Asia, Sudamérica y África Ecuatorial se remonta, seguramente, a varios siglos antes de Cristo. En una de sus formas más sencillas, los cables portantes solos (sin péndolas ni viga

de tablero) son aprovechados para apoyar unos travesaños con el fin de permitir el paso de las personas por encima de la misma catenaria (*Foto 1*). En Sudamérica es conocida la construcción por la civilización Inca de un gran número de puentes colgantes, el más notable de los cuales, sobre el río Apurímac, tenía una luz del

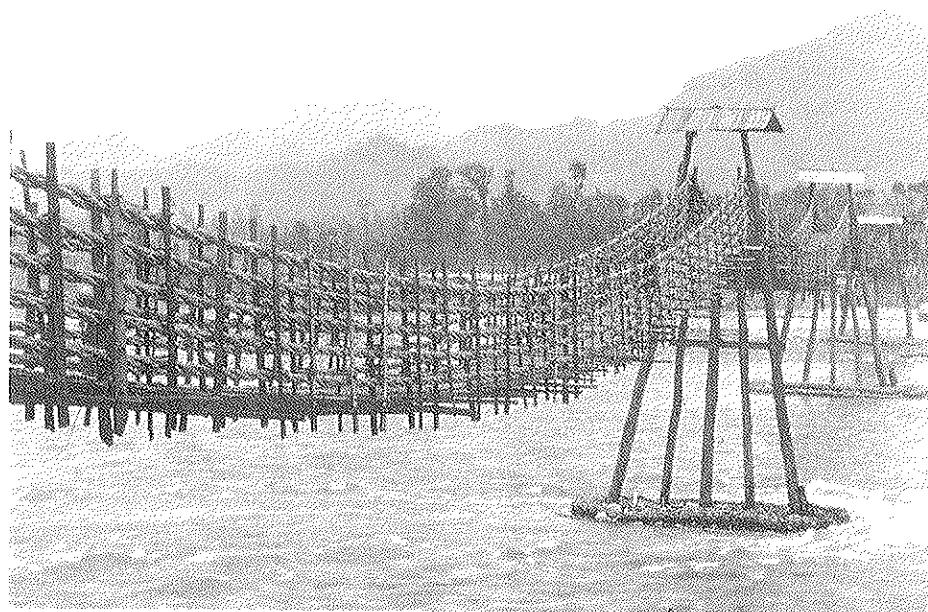


Foto 1. Pasarela en China.

orden de 45 metros, a una altura de 40 sobre el cauce y estuvo en uso durante casi 500 años (sometido por supuesto a la renovación periódica de los cables) hasta finales del siglo pasado. Generalmente, estos puentes estaban constituidos por tres o más

cables de fibras vegetales por los que se caminaba y dos cables más que se utilizaban a modo de barandilla. El *tablero* se complementaba extendiendo cañas o ramas transversales sobre los cables inferiores para formar una sección en V o en U. La



Foto 2. Reconstrucción moderna de un puente colgante en el Perú. Trasladando los cables. (Fotos 2 a 4 tomadas de *National Geographic*, Dec. 1973).

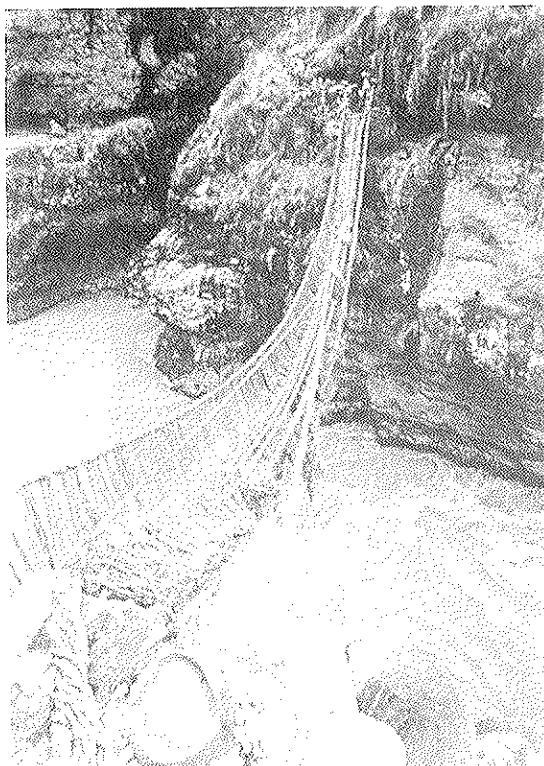


Foto 3. Reconstrucción moderna de un puente colgante en el Perú. Colocación de los cables utilizando la estructura del puente antiguo.

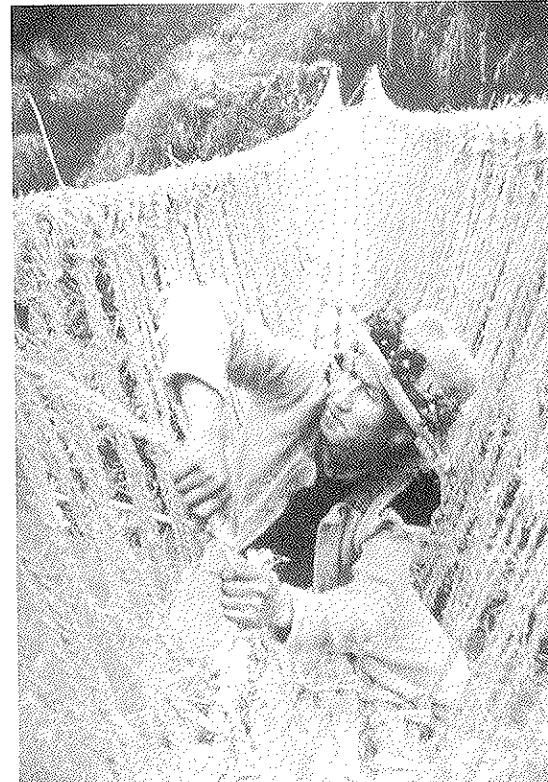


Foto 4. Reconstrucción moderna de un puente colgante en el Perú. Sección transversal.

reconstrucción hace dos décadas de un puente de estas características puede verse en las *Fotos 2 a 4*. Parece ser que la visión de estas estructuras *sorprendió a los españoles y que, como permitían el paso a caballo, ellos usualmente lo hacían al galope con el fin de mostrar menos temor*. La historia de los puentes colgantes en China está documentada por J. Needham [1]. Acerca de los puentes colgantes construidos por los Incas existe un excelente artículo de H. Gallegos [2].

La idea primitiva de utilizar el cable portante para dar paso a los peatones fue recuperada modernamente, en los años 60, en diferentes concursos y realizaciones [3] a través del concepto de banda tesa. Los problemas de deformabilidad de un cable suspendido se intentan reducir mediante una combinación de incremento de peso propio y de sección transversal resistente, pero manteniendo una relación flecha/luz pequeña (típicamente menor que 1/50) para asegurar la funcionalidad. Algunas de estas primeras realizaciones son una pasarela en Freiburg (1970, *Foto 5*) o el puente de carretera sobre el río Maldonado, en Uruguay.

Uno de los principales inconvenientes de este sistema estructural es la existencia de

grandes esfuerzos horizontales de tracción que deben resistirse en los estribos. En contrapartida, la banda tesa destaca, en general, por su esbeltez y por sus cualidades estéticas, por lo que, a partir de ese momento, las realizaciones se suceden en diferentes países (Japón, Suiza, Reino Unido, Antigua Checoslovaquia, Estados Unidos,...) y con diferentes materiales (hormigón pretensado, acero, madera,...). En España existe, en Almazán (Soria), un brillante ejemplo proyectado por J. A Torroja y J. M. del Villar (*Foto 6*). Destaca asimismo, en opinión de los autores, la obra de J. Strasky, con realizaciones como la pasarela sobre el río Vltava [4] o sobre el río Sacramento, en California (*Foto 7, [5]*), con una luz de 130 metros para un canto de sólo 38 centímetros. Suyas son también las contribuciones más reseñables relacionadas con el diseño y análisis de esta tipología estructural [6-7].

El proceso de construcción más habitual de una banda tesa de hormigón pretensado comienza colgando una familia de cables portantes desde los estribos. Se suspenden entonces dovelas prefabricadas de hormigón (*Foto 8*) y se hormigonan las juntas. Finalmente, el sistema se pretensa tesando otra familia de cables desde detrás de los estribos, de manera que las compresiones aparecen al actuar las fuerzas de desviación

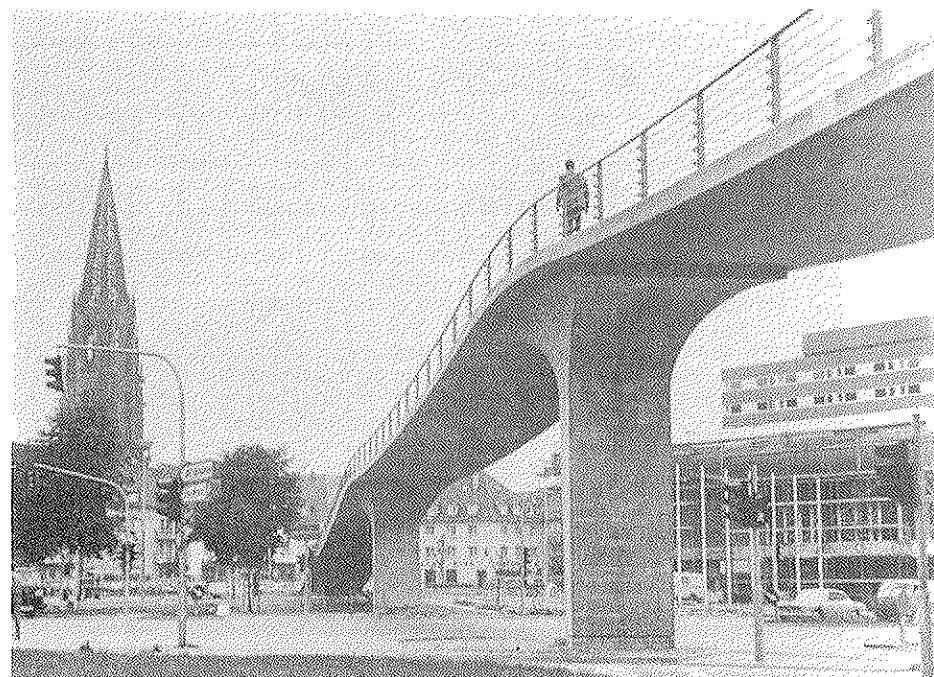


Foto 5. Pasarela en Freiburg (tomado de *Dywidag, Report No 7*).

sobre un esquema de arco invertido. También es posible, como se hizo en la pasarela de Almazán, pretensar la estructura precargándola antes de cerrar las juntas.

Los principales problemas del análisis

estructural de una banda tesa se concretan en modelizar su marcado comportamiento no lineal geométrico y su gran sensibilidad a los fenómenos diferidos de fluencia. Por otro lado, debido a su esbeltez, estas estructuras son susceptibles de ser excitadas



Foto 6. Pasarela en Almazán (Soria).

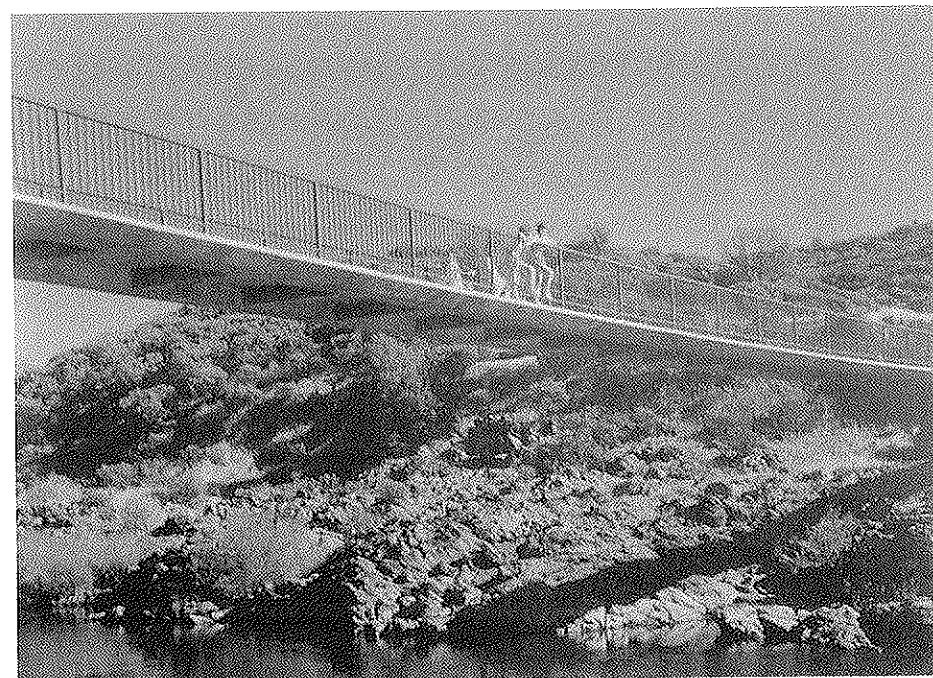


Foto 7. Pasarela en Sacramento, California [5].

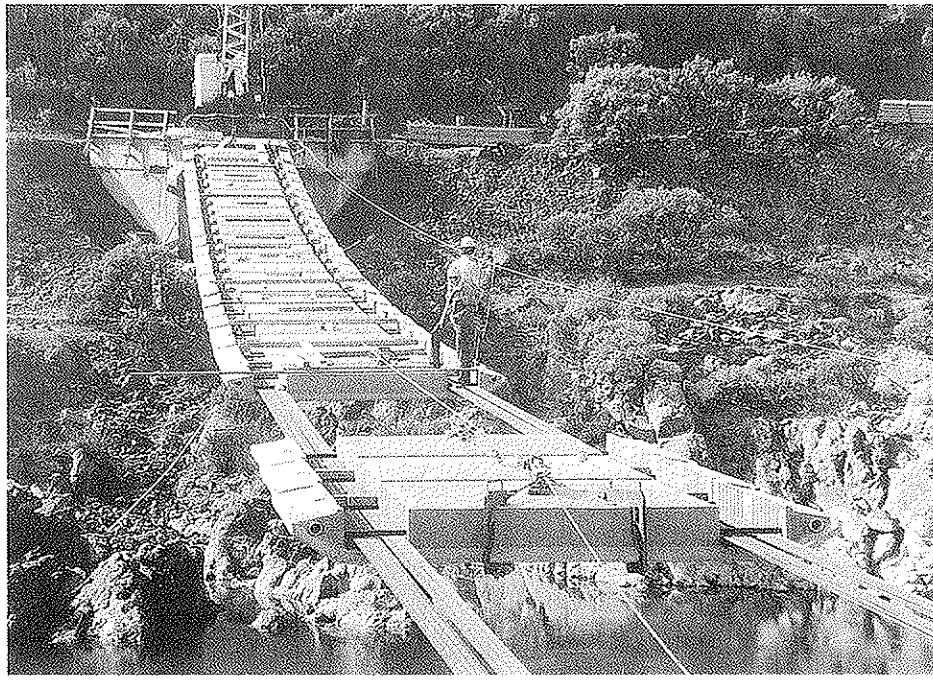


Foto 8. Proceso constructivo en la pasarela de Sacramento [5].

dinámicamente.

Con el objetivo de presentar esta tipología estructural y de entender su comportamiento, en este artículo se introducen primero sus ecuaciones analíticas de gobierno. Se muestra a continuación, para el caso particular de una banda tesa biempotrada, la integración de las ecuaciones para la evaluación de los efectos del postesado y de la evolución de éstos en el tiempo. En este caso se obtienen también las frecuencias de vibración. Por último, la formulación presentada se aplica al predimensionamiento de una banda tesa biempotrada de 80 metros de luz.

Este artículo coincide esencialmente con la ponencia *La banda tesa: un esquema estructural para puentes y cubiertas*, presentada por los autores en el *II Congreso Internacional sobre Estructuras Ligeras para Grandes Luces*, celebrado en Murcia, en Abril de 1995, organizado por la *Fundación Emilio Pérez Piñero*.

## 2. ECUACIONES DE GOBIERNO

### 2.1. Geometría inicial

Una vez se han colocado las dovelas pre-

fabricadas, la geometría de una banda tesa es la de un cable suspendido, bajo su peso propio. Para las relaciones flecha/luz habituales se puede admitir que el peso propio  $q_0$  es una carga aproximadamente constante sobre la horizontal, por lo que la geometría de la banda tesa se aproxima correctamente por una parábola. Con la notación de la *Figura 1* se verifica:

$$\frac{d^2Z_0}{dX^2} = - \frac{q_0}{H_0} \quad Z_0(X) = \frac{q_0}{2H_0} X(1-X)$$

$$f_0 = \frac{q_0 \ell^2}{8H_0} \quad (1)$$

en donde  $Z_0$  es el perfil que da la geometría inicial de la banda y  $H_0$  la fuerza horizontal inicial sobre los cables portantes.

### 2.2. Ecuaciones de Gobierno de la banda tesa

Una vez se conectan las juntas, debe introducirse la rigidez a flexión ( $E_c I_c$ ) en las ecuaciones de equilibrio de la banda tesa. Bajo la acción de una carga vertical reparti-

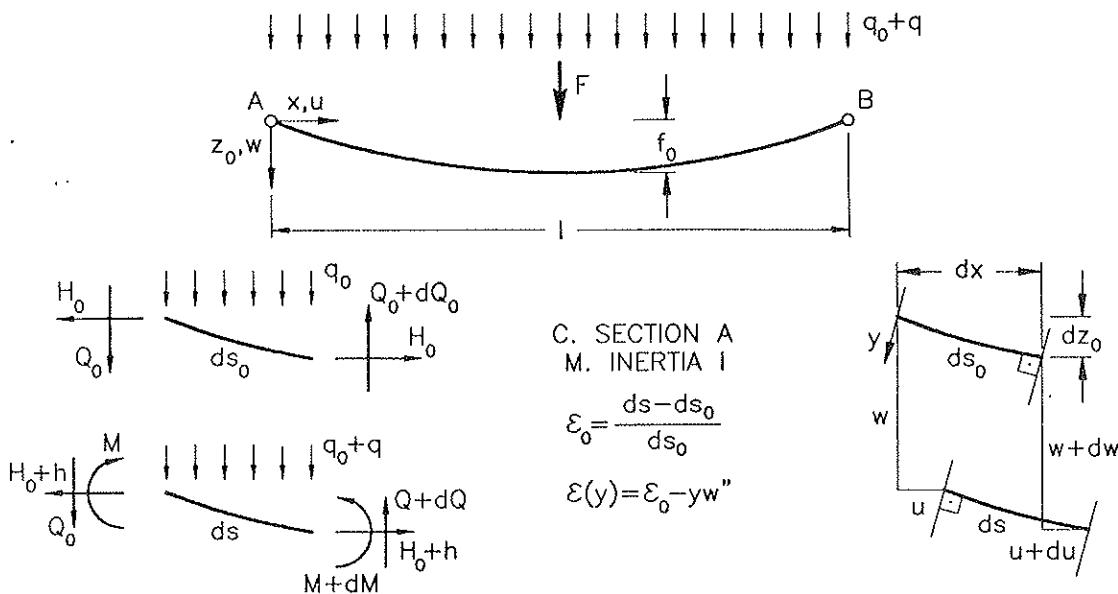


Figura 1. Geometría inicial y configuración deformada de la banda.

da  $q(X)$  y de un incremento de temperatura  $\Delta t$  la banda se deforma desde la geometría de referencia (Figura 1). Estableciendo el equilibrio en la posición deformada, siendo  $h$  el incremento de fuerza horizontal sobre la banda y verificándose  $(Z_0')^2 \ll 1$ ,  $(w)^2 \ll 1$ ,  $u \ll 1$ , la ecuación diferencial de equilibrio vertical puede expresarse como:

$$E_c I_c \frac{d^4 w}{dX^4} - (H_0 + h) \frac{d^2 w}{dX^2} = q(X) + h \frac{d^2 Z_0}{dX^2} = q(X) - h \frac{q_0}{H_0} \quad (2)$$

$$\frac{M(X)}{E_c I_c} = - \frac{d^2 w}{dX^2} \quad (3)$$

en donde se suponen pequeñas deformaciones, linealidad del material y la hipótesis

habitual de Navier-Bernoulli. El incremento de fuerza horizontal sobre la banda viene dado por la ecuación de compatibilidad para un cable suspendido [8]:

$$h \approx \frac{EA}{\ell} [u_B - u_A + w_B (\frac{dZ_0}{dx})_B - w_A (\frac{dZ_0}{dx})_A + \frac{q_0}{H_0} \int_A^B w dX] - EA\alpha\Delta T \quad (4)$$

en donde EA representa la rigidez a esfuerzo axial de la banda tesa en ese momento y  $\alpha \Delta T$  la deformación no tensional debida al incremento uniforme de temperatura.

Las Ecuaciones 2 a 4 son las que gobiernan el comportamiento estructural de una banda tesa (ya sea de uno o varios vanos) y deben ser resueltas añadiendo las condiciones de contorno correspondientes. El carácter no lineal geométrico de las ecuaciones

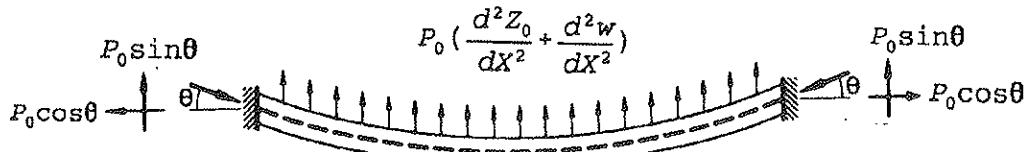


Figura 2. Acción del postesado en una banda tesa biempotrada.

aparece al haber impuesto el equilibrio en la posición deformada. Es interesante notar que estas ecuaciones son las mismas que las que se obtienen, en el análisis estructural de un puente colgante, por la teoría de segundo orden (*deflection theory*) [8, 9].

### 2.3. Introducción del pretensado

Si el postesado de la banda se realiza desde detrás de los estribos (Figura 2), el postesado introduce únicamente fuerzas de desviación. Suponiendo una fuerza de postesado  $P_0$  constante, la Ecuación 2 se reescribe como:

$$E_c I_c \frac{d^4 w}{dX^4} - (H_0 + P_0 + h) \frac{d^2 w}{dX^2} = q(X) + \\ + (h + P_0) \frac{d^2 Z_0}{dX^2} = q(X) - (h + P_0) \frac{q_0}{H_0} \quad (5)$$

La resolución de la Ecuación 5, junto con la Ecuación 4 y las condiciones de contorno, proporciona el incremento de fuerza horizontal provocado por el postesado (tómese  $q(X)=0$ ). Nótese que, al ser las fuerzas de desviación ascendentes, el incremento de fuerza horizontal que se produce es menor que cero. Si la banda no fuera deformable, los movimientos serían nulos y la simple sustitución en la Ecuación 5 permitiría obtener  $h=-P_0$ . En la práctica, al ser la banda tesa deformable, los movimientos ascendentes que genera el postesado producirán una reducción de la flecha y con ello un aumento de las tracciones sobre la banda, por lo que las compresiones serán siempre menores que  $P_0$ . Debe señalarse además que la fuerza  $h$  es resistida tanto por la sección de hormigón (rigidez  $E_c A_c$ ) como por la sección de acero de los cables portantes (rigidez  $E_{st} A_{st}$ ) verificándose:

$$h_c = \frac{E_c A_c}{E_c A_c + E_{st} A_{st}} h \quad (6)$$

en donde  $h_c$  es la parte del incremento de

fuerza resistido por el hormigón.

Por último, resolviendo la Ecuación 5 con carga  $q(X)$  y con un incremento de temperatura  $\Delta T$ , se pueden hallar los esfuerzos y movimientos en la banda tesa, a tiempo inicial, en situación de servicio.

### 2.4. Adimensionalización de las ecuaciones

Las ecuaciones que se han presentado pueden ser adimensionalizadas de una manera sencilla. Siguiendo a M. Irvine [8] se define:

$$\bar{X} = \frac{X}{\ell}; \bar{w} = \frac{H_0 w}{q_0 \ell^2} = \frac{w}{8f_0}; \bar{P}_0 = \frac{P_0}{H_0} \\ \bar{h} = \frac{h}{H_0}; \bar{M} = \frac{M}{q_0 \ell^2}; \bar{q} = \frac{q}{q_0}; \Theta = \frac{EA_0 \Delta T}{H_0} \quad (7)$$

con lo que las Ecuaciones 3-5 quedan:

$$\alpha^2 \frac{d^4 \bar{w}}{d\bar{X}^4} - (1 + \bar{h} + \bar{P}_0) \frac{d^2 \bar{w}}{d\bar{X}^2} = \bar{q}(\bar{X}) - (\bar{h} + \bar{P}_0) \quad (8)$$

$$\bar{M} = -\alpha^2 \frac{d^2 \bar{w}}{d\bar{X}^2} \quad (9)$$

$$\bar{h} = \lambda^2 \int_A^B \bar{w} d\bar{X} - \Theta \quad (10)$$

en donde se definen, además:

$$\alpha^2 = \frac{E_c I_c}{H_0 \ell^2} = \frac{E_c I_c}{q_0 \ell^3} \frac{8f_0}{\ell} \quad (11)$$

$$\lambda^2 = \left( \frac{q_0 \ell}{H_0} \right)^2 \frac{EA}{H_0} = 64 \left( \frac{f_0}{\ell} \right)^2 *$$

$$*\frac{EA}{H_0} = 512 \left(\frac{f_0}{\ell}\right)^3 \frac{EA}{q_0 \ell} \quad (12)$$

Nótese que EA es, de nuevo, la rigidez axial de la banda tesa en el momento de aplicación de las cargas, suma de las rigideces axiles del hormigón y de los cables adherentes en ese momento. El comportamiento estructural de una banda tesa depende esencialmente de los parámetros  $\lambda^2, \alpha^2$ . El parámetro  $\alpha^2$  representa la influencia de la rigidez a flexión en las ecuaciones y suele ser muy pequeño en bandas tesas; por ejemplo, para la banda tesa de Sacramento [5]  $\alpha^2=1,3*10^{-3}$ . Se entiende entonces que el comportamiento de una banda tesa es básicamente el de un cable suspendido.

Por otro lado, el comportamiento de un cable depende esencialmente de  $\lambda^2$ . En efecto, si en la Ecuación 8, para una banda tesa de un vano, se supone una carga q uniformemente repartida y se desprecia la rigidez a flexión, se tiene integrando (suponiendo nulos los movimientos en los extremos):

$$\bar{w}(\bar{X}) = \frac{\bar{q} - (\bar{h} + \bar{P}_0)}{2(1+\bar{h}+\bar{P}_0)} \bar{X}(1-\bar{X}) \quad (13)$$

e introduciendo esta expresión en la Ecuación 10:

$$\bar{h} = \lambda^2 - \frac{\bar{q} - (\bar{h} + \bar{P}_0)}{12(1+\bar{h}+\bar{P}_0)} \quad (14)$$

Es fácil justificar ahora que:

$$\begin{aligned} \lambda^2 \rightarrow 0 &\Rightarrow \bar{h} \rightarrow 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{\omega}(\bar{X}) &\rightarrow \frac{\bar{q} - \bar{P}_0}{2(1+\bar{P}_0)} \bar{x}(1-\bar{x}) \quad (15) \end{aligned}$$

$$\lambda^2 \rightarrow \infty \Rightarrow \bar{h} \rightarrow \bar{q} - \bar{P}_0 \Rightarrow \bar{w}(\bar{X}) \rightarrow 0 \quad (16)$$

Es decir, cuando  $\lambda^2$  es pequeño, el cable se deforma sin apenas incremento de fuerza para alcanzar el antifunicular de las cargas. En cambio, cuando  $\lambda^2$  tiende a infinito, el cable se comporta como inextensible, los movimientos son nulos porque, si el incremento de fuerza varía convenientemente, el perfil inicial ya es el antifunicular de las cargas. Si lo que se quiere es controlar que los movimientos no sean excesivos, interesa que  $\lambda^2$  sea suficientemente elevado (para los cables de los puentes colgantes modernos,  $\lambda^2$  está en el entorno de 100-400). Si no se introduce pretensado,  $EA/H_0 \approx 400$  (pues a la rigidez axial sólo contribuye el área de los cables portantes) por lo que para la relación usual  $f_0/\ell=1/50$  se obtiene  $\lambda^2 \approx 10$ . Manteniendo la relación  $f_0/\ell$  y el valor del peso propio, la única manera de garantizar que  $\lambda^2$  sea suficientemente elevado es aumentar la rigidez axial. Esto es lo que se consigue con el pretensado.

Sin embargo, el pretensado no basta por sí solo para estabilizar los movimientos de una banda tesa sometida a carga antisimétrica. En este caso, el incremento de fuerza horizontal es necesariamente nulo (pues en la Ecuación 10 la integral se cancela) y los movimientos sólo pueden controlarse reduciendo la relación sobrecarga/peso propio. La banda tesa aparece entonces como una estructura posible, gracias a la doble rigidización introducida por el pretensado y el peso propio.

## 2.5. Resolución analítica de las ecuaciones para una banda tesa biempotrada

Las Ecuaciones (3-5) o en su forma no dimensional las Ecuaciones (8-10) pueden ser integradas analíticamente en algunos casos de carga. Por ejemplo, en el caso de una banda tesa biempotrada sometida a un postesado con fuerza  $P_0$  y a una carga repartida uniforme  $q$ , se puede justificar [10] que el incremento de fuerza horizontal  $h$  sobre la banda se obtiene resolviendo iterativamente la ecuación:

$$h = \lambda^2 \left( \frac{1}{6} + \frac{2}{\gamma^2} - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{\bar{q} - \bar{h} - \bar{P}_0}{2(1+\bar{h}+\bar{P}_0)} - \Theta$$

$$\gamma^2 = \frac{1+\bar{h}+\bar{P}_0}{\alpha^2} \quad (17)$$

que, como se puede comprobar, coincide con la Ecuación 14 cuando se desprecia la rigidez a flexión. Una vez se ha determinado el incremento de fuerza horizontal, el movimiento en centro de luz y los momentos flectores en los apoyos se pueden obtener como:

$$\bar{w}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\bar{q} \cdot (\bar{h} + \bar{P}_0)}{2(1+\bar{h}+\bar{P}_0)} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\gamma}\right) \quad (18)$$

$$\bar{M}(0) = -(\gamma-2) \alpha^2 \frac{\bar{q} \cdot (\bar{h} + \bar{P}_0)}{2(1+\bar{h}+\bar{P}_0)}$$

$$\bar{M}\left(\frac{1}{2}\right) = 2\alpha^2 \frac{\bar{q} \cdot (\bar{h} + \bar{P}_0)}{2(1+\bar{h}+\bar{P}_0)} \quad (19)$$

Es interesante observar que, mientras el momento en centro de luz es proporcional a  $\alpha^2$ , el momento en apoyos es, aproximadamente, proporcional a  $\alpha$ , por lo que suele ser mucho mayor. Este hecho motiva que el canto de algunas bandas tesas se recrezca ligeramente en la zona de apoyos. Como aumentando la rigidez a flexión ( $\alpha^2$ ) no se consigue reducir sustancialmente los movimientos (Ecuación 18) y aumentan los momentos flectores, interesa, en general, que  $\alpha^2$  sea pequeño.

## 2.6. Introducción de los fenómenos diferidos de fluencia

La banda tesa de hormigón pretensado es un esquema estructural muy sensible a los fenómenos diferidos de fluencia. La fluencia provoca una variación de las compresiones en el hormigón, por dos motivos. Por un lado, al ser el hormigón y el acero dos materiales de características reológicas diferentes, existe un fenómeno diferido de redistribución interna de tensiones. Pero, por otro lado, los movimientos iniciales que provoca el postesado se amplifican por la fluencia, se pierde por lo tanto flecha, con lo que se incrementa la tracción sobre

la banda tesa. Como sea que esto provoca que, a tiempo infinito, se pierdan gran parte de las compresiones iniciales en el hormigón, se entiende que una de las hipótesis críticas en el diseño de una banda tesa sea la aplicación de la sobrecarga uniformemente repartida y del decremento de temperatura a tiempo infinito.

Con el objeto de evaluar los efectos de la fluencia, sean  $w_0(X)$ ,  $M_0(X)$ ,  $h_0$  los movimientos, los momentos flectores y el incremento de fuerza horizontal sobre la banda tesa, justo después del postesado  $P_0$  y de la aplicación de la carga permanente, que se considerará uniforme y de valor  $q$  (la evaluación de  $w_0(X)$ ,  $M_0(X)$ ,  $h_0$  puede hacerse con ayuda de las Ecuaciones 17 a 19, en el caso de una banda tesa biempotrada). Sean  $\Delta w(X)$ ,  $\Delta M(X)$  y  $\Delta h$  los incrementos de movimientos, de momentos flectores y de fuerza horizontal provocados por la fluencia en el tiempo  $t$ . Planteando las ecuaciones de equilibrio en  $t$  y restando las ecuaciones de equilibrio en  $t_0$  se puede poner:

$$-\frac{d^2 \Delta \bar{M}}{dX^2} - (1+\bar{h}_0+\bar{P}_0+\Delta h) \frac{d^2 \Delta \bar{w}}{d\bar{X}^2} = \\ = -\Delta h \left(1 - \frac{d^2 \bar{w}_0}{d\bar{X}^2}\right) \quad (20)$$

Esta ecuación debe resolverse con las condiciones de contorno de la banda y con ayuda de las ecuaciones constitutivas que relacionan los incrementos de esfuerzos con los movimientos. Si se adopta el modelo simplificado de Trost-Bazan, recomendado por el CEB [11], se puede justificar que a tiempo infinito el incremento de fuerza horizontal ( $\Delta h$ ) sobre la banda y los incrementos de momento ( $\Delta M$ ) se obtienen como:

$$\Delta \bar{h} = \lambda_{\infty}^2 \int_0^1 \Delta \bar{w} d\bar{X} - \bar{h}_{0c} \frac{\Phi}{1+\chi\Phi} \quad \chi \approx 0,8 \quad (21)$$

$$\Delta \bar{M}(X) = -\frac{\alpha^2}{1+\chi\Phi} * \frac{d^2 \Delta \bar{w}}{d\bar{X}^2} - \bar{M}_0(\bar{X}) *$$

$$*\frac{\Phi}{1+\chi\Phi} \quad \chi \approx 0,8 \quad (22)$$

$$\lambda^2 = \left( \frac{q_0 \ell}{H_0} \right)^2 \frac{1}{H_0} \left( \frac{E_c A_c}{1+\chi\Phi} + E_{s1} A_{s1} + E_{s2} A_{s2} \right) \quad (23)$$

en donde  $\phi$  es el coeficiente de fluencia,  $\chi$  es el parámetro de envejecimiento y en donde  $h_{0c}$  es la fuerza horizontal inicial sobre el hormigón (obtenida según la Ecuación 6). Nótese que en la Ecuación 23 se introduce la rigidez axial de los cables de acero como suma de la contribución de los cables portantes  $E_{s1} A_{s1}$  y de los cables de postesado  $E_{s2} A_{s2}$ .

La integración de las Ecuaciones 20 a 23, en el caso de una banda tesa biempotraza, es posible, pero compleja [10]. Sin embargo, se puede obtener una buena aproximación a los resultados si se desprecia la rigidez a flexión en la Ecuación 20. En este caso, se puede obtener el incremento de fuerza horizontal resolviendo la Ecuación 24:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{h}^2 + \Delta \bar{h} (1 + \bar{h}_0 + \bar{P}_0 + \bar{h}_{0c}) \frac{\Phi}{1+\chi\Phi} + \\ + \lambda^2 \frac{1 + \bar{q}}{12 (1 + \bar{h}_0 + \bar{P}_0)} + (1 + \bar{h}_0 + \bar{P}_0) * \\ * \bar{h}_{0c} \frac{\Phi}{1+\chi\Phi} = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

Obtenido el incremento de fuerza horizontal, el incremento de fuerza horizontal sobre el hormigón ( $\Delta h_c$ ) se determina como:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{h}_c = & \frac{\frac{E_c A_c}{1+\chi\Phi}}{\frac{E_c A_c}{1+\chi\Phi} + E_{s1} A_{s1} + E_{s2} A_{s2}} \Delta \bar{h} - \\ - & \frac{\frac{E_{s1} A_{s1} + E_{s2} A_{s2}}{1+\chi\Phi}}{\frac{E_c A_c}{1+\chi\Phi} + E_{s1} A_{s1} + E_{s2} A_{s2}} \bar{h}_{0c} \frac{\Phi}{1+\chi\Phi} \end{aligned} \quad (25)$$

en donde el primer término aparece debido al comportamiento no lineal de la banda

tesa y el segundo a causa de la redistribución interna de tensiones.

Finalmente, el movimiento y el momento flector en centro de luz pueden determinarse como:

$$\Delta \bar{w} \left( \frac{1}{2} \right) = \frac{-\Delta \bar{h} (1 + \bar{q})}{8(1 + \bar{h}_0 + \bar{P}_0 + \Delta \bar{h})(1 + \bar{h}_0 + \bar{P}_0)} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{M} \left( \frac{1}{2} \right) = & -\frac{\alpha^2}{1+\chi\Phi} \frac{\Delta \bar{h} (1 + \bar{q})}{(1 + \bar{h}_0 + \bar{P}_0 + \Delta \bar{h})(1 + \bar{h}_0 + \bar{P}_0)} - \\ - & \bar{M}_0 \left( \frac{1}{2} \right) \frac{\Phi}{1+\chi\Phi} \end{aligned} \quad (27)$$

y la evaluación del momento flector en el empotramiento puede hacerse por equilibrio, según:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{M} (0) = \Delta \bar{M} \left( \frac{1}{2} \right) + \Delta \bar{h} \left[ \frac{1}{8} + \bar{w}_0 \left( \frac{1}{2} \right) + \right. \\ \left. + \Delta \bar{w} \left( \frac{1}{2} \right) \right] + (1 + \bar{h}_0 + \bar{P}_0) \Delta \bar{w} \left( \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (28)$$

Así como la aproximación que dan las expresiones 24 a 27 es muy correcta, no lo es tanto la expresión 28.

## 2.7. Obtención de las frecuencias de vibración verticales

La banda tesa es una estructura susceptible de ser excitada dinámicamente. Las ecuaciones incrementales del movimiento libre se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} \alpha^2 \frac{\partial^4 \Delta \bar{w}}{\partial X^4} - (1 + \bar{h}_0 + \bar{P}_0 + \Delta \bar{h}) \frac{\partial^2 \Delta \bar{w}}{\partial X^2} = \\ = - \frac{\partial^2 \Delta \bar{w}}{\partial t^2} - \Delta h \left( 1 - \frac{d^2 \bar{w}_0}{dX^2} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

que debe ser integrada con las condiciones de contorno habituales. Se define el tiempo no dimensional como:

$$\bar{t} = \frac{t}{\ell} \sqrt{\frac{H_0}{m}} \quad (30)$$

en donde  $m$  es la masa de la banda tesa por unidad de longitud. Si además se desprecian los términos de inercia longitudinales se tiene:

$$\Delta \bar{h} = \lambda^2 \int_0^l \Delta \bar{w} d\bar{X} \quad (31)$$

La Ecuación 31 justifica que el incremento de fuerza provocado por vibraciones antisimétricas es nulo. En este caso, las frecuencias de vibración verticales de carácter antisimétrico vienen dadas, en forma no dimensional, por:

$$\bar{\omega} \approx 2n\Pi \frac{\gamma}{\gamma-2} \sqrt{1+\bar{h}_0+\bar{P}_0} \sqrt{1 + \frac{4n^2\Pi^2}{(\gamma-2)^2}} \\ \gamma^2 = \frac{1+\bar{h}_0+\bar{P}_0}{\alpha^2} \quad (32)$$

La frecuencia de vibración se puede obtener, en forma dimensional, mediante la transformación:

$$\omega = \frac{\bar{\omega}}{\ell} \sqrt{\frac{H_0}{m}} \quad (33)$$

Obsérvese que la Ecuación 32 puede servir para estimar el efecto de la rigidez a flexión de un cable en las frecuencias de vibración antisimétricas. En ese caso, con la notación de M. Irvine [8], se tiene:

$$\bar{\omega} \approx 2n\Pi \frac{1}{1-2\alpha} \sqrt{1 + \frac{4n^2\Pi^2\alpha^2}{(1-2\alpha)^2}} \quad (34)$$

que coincide, para  $\alpha^2=0$ , con el teórico resultado de  $2n\Pi$ .

En general, la primera frecuencia de vibración vertical en una banda tesa biempotrada suele ser la antisimétrica. La determinación de las frecuencias de vibración simétricas es considerablemente más com-

pleja. Sin embargo, despreciando la rigidez a flexión puede obtenerse una aproximación a las frecuencias de vibración simétricas resolviendo:

$$\tan \left( \frac{f}{2} \right) = \frac{f}{2} - \frac{4}{\lambda^2} \frac{(1+\bar{h}_0+\bar{P}_0)^2}{1+\bar{q}} \left( \frac{f}{2} \right)^3$$

$$\bar{\omega} = \sqrt{1+\bar{h}_0+\bar{P}_0} f \quad (35)$$

### 3. PREDIMENSIONAMIENTO DE UNA BANDA TESA

Como ejemplo de aplicación de la formulación presentada se plantea el predimensionamiento de una pasarela en banda tesa biempotrada, de 80 metros de luz y 5 metros de ancho. Este ejemplo no se corresponde con ninguna pasarela existente o proyectada.

#### 3.1. Planteamiento

Para una banda tesa de 80 metros de luz, la flecha máxima debería estar en el entorno de  $80/50=1,6$  metros. Flechas mayores provocarán menores fuerzas horizontales para resistir en los estribos, pero a costa de una menor funcionalidad. En este tanteo se toma  $f_0=2,0$  metros. El postesado y la actuación de la fluencia acercarán este valor al deseable. Por otro lado, en la sección transversal de la banda se deben poder alojar los cables portantes y los de postesado, por lo que una primera sección para el tanteo puede ser la de la *Figura 3* en donde además pueden observarse algunas de las características de los materiales que se emplearán.

El predimensionamiento se plantea con el único objetivo de que el hormigón de la sección centro de luz no quede traccionado bajo ninguna combinación de acciones. Los momentos flectores en la sección de apoyos suelen ser bastante importantes, por lo que, en fase de proyecto, deberían dimensionarse esas secciones para resistir esos esfuerzos.

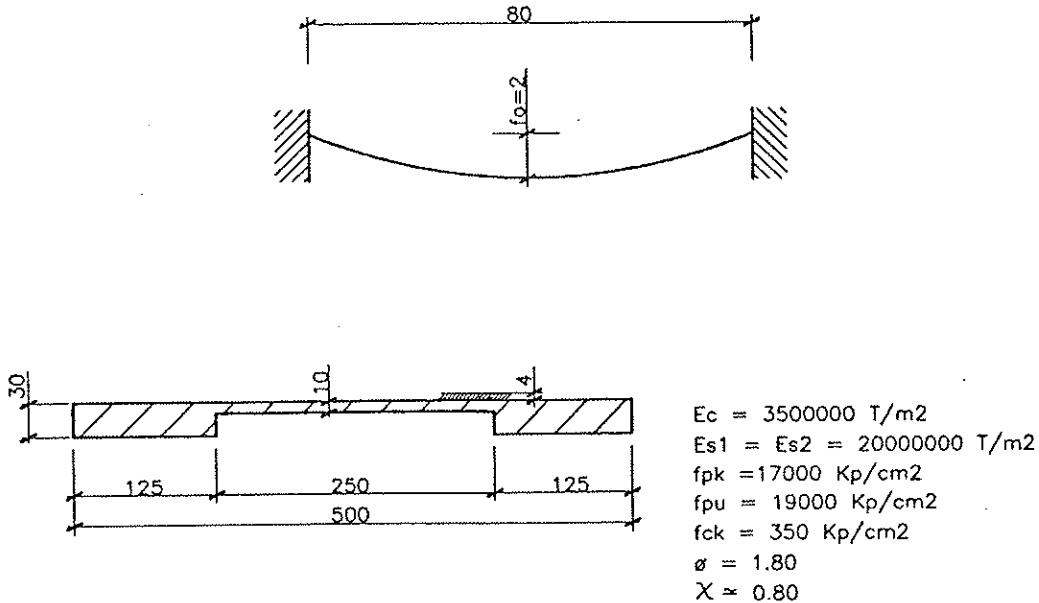


Figura 3. Predimensionamiento de sección transversal.

### 3.2. Acciones y características mecánicas

En base a la sección determinada se tiene:

$$A_c \approx 1,0 \text{ m}^2 \quad I_c \approx 0,0077 \text{ m}^4 \quad (36)$$

En cuanto a las acciones, se considera el peso propio de hormigón, una carga permanente que representa la barandilla y unos 4 centímetros de pavimento y la sobrecarga repartida de la Instrucción de Puentes. Se considera también una variación uniforme de temperatura, de unos  $10^\circ\text{C}$ . Así:

$$g_1 = q_0 \approx 1,0 * 2,50 = 2,50 \text{ t/ml}$$

$$g_2 \approx 5,0 * 0,04 * 2,50 + 2 * 0,05 = 0,60 \text{ t/ml}$$

$$q = 0,40 * 5,0 = 2,0 \text{ t/ml}$$

$$\Delta T = \pm 10^\circ\text{C} \quad (37)$$

### 3.3. Determinación del área de los cables portantes

Justo después de la colocación de las dovelas prefabricadas y del hormigonado de las juntas el peso propio de la banda está siendo resistido únicamente por los cables portantes. Según la Ecuación 1:

Esta situación permite determinar el área de los cables portantes. En efecto, el postesado posterior de la banda tesa va a reducir la tensión de tracción en los cables portantes. Los posteriores incrementos de tracción serán resistidos por la sección transversal completa, por lo que serán, en general, pequeños. Un posible criterio para dimensionar el área de los cables portantes puede ser el limitar  $H_0/A_{sl}$  a 0,40  $f_{max}$  con lo que, en principio, se eliminarán los problemas de relajación y de fatiga. De este modo:

$$\begin{aligned}
 A_{sl} &> \frac{H_0}{0,40 f_{max}} = \frac{1000000}{0,40 * 19000} = \\
 &= 131,6 \text{ cm}^2 \Rightarrow 4 \text{ c}24 \phi 0,6 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow A_{sl} = 134,40 \text{ cm}^2 \quad (39)
 \end{aligned}$$

Los cables portantes estarán constituidos, por lo tanto, por 4 cables formados por 24 cordones de 0,6" de  $1,40 \text{ cm}^2$  de área unitaria.

### 3.4. Determinación de los parámetros $\lambda^2$ y $\alpha^2$

Al no conocer todavía el área de los cables de postesado, la evaluación de  $\lambda^2$  se hace únicamente en base al área de hormigón y la de los cables portantes. En cuanto a la evaluación de  $\alpha^2$  se considera que los cables se colocan al nivel del centro de gravedad de la sección, de modo que la inercia se debe únicamente a la sección de hormigón. Así, según las Ecuaciones 11 y 12:

$$EA = E_c A_c + E_s A_s = (3,50 + 0,27) * 10^6 = 3,77 * 10^6 \text{ t}$$

$$\lambda^2 = \frac{2,50 * 80^2}{1000} - \frac{3,77 * 10^6}{1000} \approx 150$$

$$\alpha^2 \approx \frac{3500000 * 0,0077}{1000 * 80^2} \approx 0,0042 \quad (40)$$

pérdidas iniciales) en  $P_0 = 2000$  t. El incremento de fuerza horizontal sobre la banda debido al postesado y a la carga permanente puede obtenerse resolviendo la Ecuación 17:

$$\bar{q} = \frac{0,6}{2,5} = 0,24 \quad \bar{P}_0 = \frac{2000}{1000} = 2,0$$

$$\bar{h} = 150 \left( \frac{1}{6} + \frac{2}{\gamma^2} - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{0,24 - \bar{h} - 2,0}{2(1 + \bar{h} + 2,0)}$$

$$\gamma^2 = \frac{1 + \bar{h} + 2,0}{0,0042} \quad (41)$$

### 3.5. Análisis a tiempo 0. Postesado y carga permanente

Tras sucesivos tanteos se estima la fuerza inicial de postesado (después de

La Ecuación 41 puede resolverse iterando, despreciando las variaciones de  $h$  en el denominador. Así:

$$1^{\text{a}} \text{ iteración} \Rightarrow \bar{h} = 0 \Rightarrow \gamma^2 = \frac{1+0+2}{0,0042} = 714 \Rightarrow \gamma = 26,73 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{h} = 150 \left( \frac{1}{6} + \frac{2}{714} - \frac{1}{26,73} \right) \frac{0,24 - \bar{h} - 2}{2(1+0+2)} \Rightarrow \bar{h} = -1,35$$

$$2^{\text{a}} \text{ iteración} \Rightarrow \bar{h} = -1,35 \Rightarrow \gamma^2 = \frac{1-1,35+2}{0,0042} = 392,9 \Rightarrow \gamma = 19,82 \Rightarrow \quad (42)$$

$$\Rightarrow \bar{h} = 150 \left( \frac{1}{6} + \frac{2}{392,9} - \frac{1}{19,82} \right) \frac{0,24 - \bar{h} + 2}{2(1-1,35+2)} \Rightarrow \bar{h} = -1,49$$

$$3^{\text{a}} \text{ iteración} \Rightarrow \bar{h} = -1,49 \Rightarrow \gamma^2 = \frac{1-1,49+2}{0,0042} = 359,5 \Rightarrow \gamma = 19,0 \Rightarrow \bar{h} = -1,51 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \gamma^2 = 355 \Rightarrow \gamma = 18,84$$

La aplicación del postesado y de la carga permanente provoca, por lo tanto, una compresión en el hormigón y los cables portantes que se reparte de acuerdo con sus rigideces axiles. Así se puede calcular la tensión media de compresión en el hormigón ( $\sigma_c$ ) como:

$$h = -1,51 * H_0 = -1,51 * 1000 = -1510 t$$

$$h_c = \frac{E_c A_c h}{E_c A_c + E_{s1} A_{s1}} = -\frac{3,50}{3,50+0,27} 1510 =$$

$$= -1401 t ; \sigma_c \approx -\frac{h_c}{A_c} = \frac{1401}{1,0} = 1401 t/m^2$$

(43)

Asimismo, utilizando las Ecuaciones 18 y 19 se pueden conocer los movimientos en centro de luz y los momentos flectores:

$$\bar{w}(1/2) = \frac{0,24 - (-1,51 + 2,0)}{2(1 - 1,51 + 2,0)} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{18,84} \right) =$$

$$= -0,0165$$

$$w(1/2) = -0,0165 * 8 f_0 = -0,26 m$$

$$\bar{M}(1/2) = 2 * 0,0042 \frac{0,24 - (-1,51 + 2,0)}{2(1 - 1,51 + 2,0)} =$$

$$= -7,05 * 10^{-4}$$

$$M(1/2) = -7,05 * 10^{-4} * 2,5 * 80^2 =$$

$$= -11,3 m.t$$

(44)

Finalmente, se tantea el área de los cables de postesado, suponiendo que se tesa a 0,70 fmax. De este modo:

$$A_{s1} > \frac{P_0}{0,70 f_{max}} = \frac{2000000}{0,70 * 19000} =$$

$$= 150,37 cm^2 \Rightarrow 6t19 \phi 0,6 \Rightarrow A_{s2} =$$

$$= 159,60 cm^2 \Rightarrow E_{s2} A_{s2} = 0,30 * 10^6 t$$

(45)

### 3.6. Análisis a tiempo t=0. Postesado, carga permanente, sobrecarga y temperatura

Después de la aplicación del postesado y de la carga permanente, la sobrecarga y el decremento de temperatura producirán un incremento de fuerza en la banda, que reducirá las compresiones en el hormigón. Si, para simplificar el análisis, no se homogeneiza la sección transversal resistente con el área de los tendones de postesado, la fuerza horizontal de tracción se obtiene resolviendo de nuevo la Ecuación 17:

$$\bar{q} = \frac{2,0+0,6}{2,5} = 1,04 ; \bar{P}_0 = \frac{2000}{1000} = 2,0$$

$$\theta = -\frac{10 * 10^{-5} * 3,77 * 10^6}{1000} = -0,38$$

$$\bar{h} = 150 \left( \frac{1}{6} + \frac{2}{\gamma^2} - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{1,04 - \bar{h} - 2,0}{2(1 + \bar{h} + 2,0)} +$$

$$+ 0,38 ; \gamma^2 = \frac{1 + \bar{h} + 2,0}{0,0042} \quad (46)$$

La Ecuación 46 puede resolverse como anteriormente la Ecuación 41:

$$1^a \text{ iteración} \Rightarrow \bar{h} = -1,0 \Rightarrow \gamma^2 = \frac{1 - 1 + 2}{0,0042} =$$

$$= 476,2 \Rightarrow \gamma = 21,80 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{h} = 4,68 (-0,96 - \bar{h}) + 0,38 \Rightarrow \bar{h} = -0,72$$

$$2^a \text{ iteración} \Rightarrow \bar{h} = -0,72 \Rightarrow \gamma^2 = \frac{1 - 0,72 + 2}{0,0042} =$$

$$542,9 \Rightarrow \gamma = 23,3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{h} = 4,19 (-0,96 - \bar{h}) + 0,38 \Rightarrow \bar{h} = -0,70$$

$$3^a \text{ iteración} \Rightarrow \bar{h} = -0,70 \Rightarrow \gamma^2 = 547,6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \gamma = 23,4 \Rightarrow \bar{h} = -0,70$$

(47)

La sobrecarga y la temperatura provocan, por lo tanto, que las compresiones en la banda pasen de -1510 t a -0,7\*1000=-700 t. La tensión media en el hormigón puede calcularse finalmente como:

$$h = -0,70 \cdot H_0 = -0,70 \cdot 1000 = -700 \text{ t}$$

$$h_c = \frac{E_c A_c h}{E_c A_c + E_s A_s} = \frac{3,50}{3,50 + 0,27} 700 = -651 \text{ t}$$

$$\sigma_c \approx -\frac{h_c}{A_c} = \frac{651}{1,0} = 651 \text{ t/m}^2 \quad (48)$$

La flecha total en centro de luz aumenta y los momentos flectores varían y pueden calcularse como:

$$\bar{w}(1/2) = \frac{1,04 - (-0,7 + 2,0)}{2(1 - 0,7 + 2,0)} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{23,4} \right) = -0,0117$$

$$w(1/2) = -0,0117 \cdot 8 f_0 = -0,19 \text{ m}$$

$$\bar{M}(1/2) = 2 \cdot 0,0042 \frac{1,04 - (-0,7 + 2,0)}{2(1 - 0,7 + 2,0)} = -4,75 \cdot 10^{-4}$$

$$M(1/2) = -4,75 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5 \cdot 80^2 = -7,6 \text{ m.t} \quad (49)$$

Obsérvese que la variación de movimiento en centro de luz es de 0,07 m.

### 3.7 Análisis a tiempo $t = \infty$ . Postesado y carga permanente

Para la evaluación de los fenómenos provocados por la fluencia se tomará el coeficiente de fluencia como  $\phi = 1,80$  y el parámetro de relajación como  $\chi = 0,8$ . De este modo:

$$\frac{E_c A_c}{1 + \chi \Phi} = \frac{3,50 \cdot 10^6}{1 + 0,8 \cdot 1,8} = 1,43 \cdot 10^6 \text{ t}$$

$$\lambda_{\infty}^2 = \left( \frac{2,5 \cdot 80}{1000} \right)^2 \frac{1}{1000} (1,43 + 0,27 + 0,30) *$$

$$* 10^6 = 80,2$$

$$\bar{h}_0 = -1,51; \bar{h}_{0c} = -1,40; \bar{h}_{0c} \frac{\Phi}{1 + \chi \Phi} = -1,03 \quad (50)$$

Para obtener la variación de fuerza horizontal sobre la banda se puede resolver la Ecuación 24, resultando:

$$\Delta \bar{h}^2 + \Delta \bar{h} (1 - 1,51 + 2,0 - 1,03 + 80,2 * \\ * \frac{1 + 0,24}{12(1 - 1,51 + 2,0)}) - \\ - (1 - 1,51 + 2,0) 1,03 = 0$$

$$\Delta \bar{h} = 0,24 \quad (51)$$

Obtenido el incremento de fuerza horizontal, se puede obtener la variación de tensiones en el hormigón calculando el incremento de fuerza horizontal sobre el hormigón ( $\Delta h_c$ ) como (véase Ecuación 25):

$$\Delta \bar{h}_c = 0,715 \Delta \bar{h} - 0,285 \bar{h}_{0c} \frac{\Phi}{1 + \chi \Phi} = \\ = 0,715 \cdot 0,24 + 0,285 \cdot 1,03 = 0,47$$

$$\Delta h_c = 0,47 \cdot 1000 = 470 \text{ t} \Rightarrow h_{0c,\infty} = \\ = -1401 + 470 = -930 \text{ t}$$

$$\sigma_{c,\infty} = \frac{930}{1,0} = 930 \text{ t/m}^2 \quad (52)$$

La fluencia provoca también una amplificación de los movimientos iniciales y una variación de los momentos flectores que puede evaluarse con ayuda de las Ecuaciones 26 y 27:

$$\Delta \bar{w} (1/2) = \frac{-0,24 * (1+0,24)}{8(1-1,51+2,0+0,24)(1-1,51+2)} = -0,0144$$

$$\Delta w(1/2) = -0,0144 * 8f_0 = -0,23 \text{ m} ; w(1/2)_\infty = -0,26 - 0,23 = -0,49 \text{ m}$$

$$\Delta \bar{M}(1/2) = - \frac{0,0042}{1+0,8*1,8} \frac{0,24*(1+0,24)}{(1-1,51+2,0)(1-1,51+2,0+0,24)} + \quad (53)$$

$$+ 7,05 * 10^{-4} \frac{1,8}{1+0,8*1,8} = 3,21 * 10^{-4}$$

$$\Delta M(1/2) = 3,21 * 10^{-4} * 2,5 * 80^2 = 5,14 \text{ m. t} ; M(1/2) = -11,3 + 5,14 = -6,16 \text{ m. t}$$

Nótese que a tiempo infinito la flecha inicial se ha reducido hasta 1,51 metros, lo cual proporciona una relación algo menor que  $f/\ell = 1/50$  y asegura una pendiente máxima inferior al 8%.

### 3.8. Análisis a tiempo $t = \infty$ . Postesado, carga permanente, sobrecarga y temperatura

La aplicación de la sobrecarga y el decrecimiento de temperatura sobre la banda a tiempo infinito produce la situación crítica en cuanto al peligro de que el hormigón de la banda tesa quede traccionado. Una estimación de la fuerza horizontal que producen estas acciones es el valor obtenido a tiempo 0. Otra posibilidad más correcta es *actualizar* la geometría y considerar una nueva situación de referencia a tiempo infinito. Se redefine entonces:

$$q_0 = 2,50 + 0,60 = 3,10 \text{ t}$$

$$H_0 = (1+2-1,51+0,24) * 1000 = 1730 \text{ t}$$

$$EA = E_c A_c + E_{s1} A_{s1} + E_{s2} A_{s2} = (3,50 + 0,27 + 0,30) *$$

$$* 10^6 = 4,07 * 10^6 \text{ t}$$

$$\lambda^2 = \left( \frac{3,10 * 80}{1730} \right)^2 \frac{4,07 * 10^6}{1730} \approx 48,3$$

$$\alpha^2 \approx \frac{3500000 * 0,0077}{1730 * 80^2} \approx 0,0024 \quad (54)$$

Obsérvese que debido a la existencia de momentos flectores la Ecuación 1 no es, en este caso, correcta. Para obtener el incremento de tracción sobre la banda debe resolverse de nuevo la Ecuación 17:

$$\bar{q} = \frac{2,0}{3,1} = 0,64 ; \bar{P}_0 = 0 ;$$

$$\Phi = - \frac{10 * 10^{-5} * 4,07 * 10^6}{1730} = -0,24$$

$$\bar{h} = 48,3 \left( \frac{1}{6} + \frac{2}{\gamma^2} - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{0,64 - \bar{h}}{2(1+\bar{h})} + 0,24$$

$$\lambda^2 = \frac{1+\bar{h}}{0,0024}$$

(55)

En la Ecuación 56 se puede despejar la fuerza horizontal procediendo como anteriormente:

$$1^{\text{a}} \text{ iteración} \Rightarrow \bar{h} = 0,40 \Rightarrow \gamma^2 = \frac{1+0,40}{0,0024} =$$

$$= 583 \Rightarrow \gamma = 24,15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{h} = 2,22 (0,64 - \bar{h}) + 0,24 \Rightarrow \bar{h} = 0,52$$

$$2^{\text{a}} \text{ iteración} \Rightarrow \bar{h} = 0,52 \Rightarrow \gamma^2 = \frac{1+0,52}{0,0024} = \bar{w}(1/2) = \frac{0,64-0,51}{2(1+0,51)} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{25,1} \right) = 0,00905$$

$$= 633 \Rightarrow \gamma = 25,2 \Rightarrow w(1/2) = 0,00905 * \frac{q_0 \ell^2}{H_0} = 0,10 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{h} = 2,07 (0,64 - \bar{h}) + 0,24 \Rightarrow \bar{h} = 0,51 \Rightarrow f = 1,51 + 0,10 = 1,61 \text{ m}$$

$$3^{\text{a}} \text{ iteración} \Rightarrow \bar{h} = 0,51 \Rightarrow \gamma^2 = 629 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \gamma = 25,08 \Rightarrow \bar{h} = 0,51$$

$$(56) \quad \Delta \bar{M}(1/2) = 2 * 0,0024 \frac{0,64-0,51}{2(1+0,51)} = 2,07 * 10^{-4}$$

$$\Delta M(1/2) = 2,07 * 10^{-4} * 3,1 * 80^2 = 4,1 \text{ m.t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M(1/2) = -6,16 + 4,1 = -2,06 \text{ m.t}$$

(58)

A tiempo infinito se produce, por lo tanto, debido a la sobrecarga y la temperatura, un incremento de tracción sobre la banda de  $0,51 * 1730 = 882 \text{ t}$ . Esto provoca una disminución de las compresiones en el hormigón que se calcula como sigue:

$$h = 0,51 * H_0 = 0,51 * 1730 = 882 \text{ t}$$

$$h_c = \frac{E_c A_c h}{E_c A_c + E_{s1} A_{s1} + E_{s2} A_{s2}} = \\ = \frac{3,50}{3,50 + 0,27 + 0,30} 882 = 758 \text{ t}$$

$$\sigma_c \approx 930 - \frac{758}{1,0} = 172 \text{ t/m}^2$$

(57)

Como sea que el hormigón en centro de luz no queda traccionado, puede aceptarse en principio el predimensionamiento efectuado. Finalmente se evalúan los movimientos y los momentos flectores en centro de luz como:

El movimiento en centro de luz es ahora de 10 centímetros, por lo que la banda es ligeramente más flexible a tiempo infinito que a tiempo cero.

### 3.9. Determinación de las frecuencias de vibración

Un primer tanteo de las frecuencias de vibración a tiempo inicial, puede obtenerse rápidamente aplicando las Ecuaciones 32 y 33 con los valores de la Ecuación 42. Así, la primera frecuencia de vibración antisimétrica vendrá dada por:

$$\bar{\omega} \approx 2 \Pi \frac{18,8}{18,8-2} \sqrt{1-1,51+2,0} \quad *$$

$$* \sqrt{1 + \frac{4\Pi^2}{16,8^2}} \approx 9,16 \Rightarrow \omega = \frac{9,16}{80,0} \sqrt{\frac{10000}{3,1}} \approx$$

$$\approx 6,50 \text{ rad/s} = 1,04 \text{ Hz} \quad (59)$$

por lo que, al estar esta frecuencia suficientemente alejada de 2Hz, no parece que

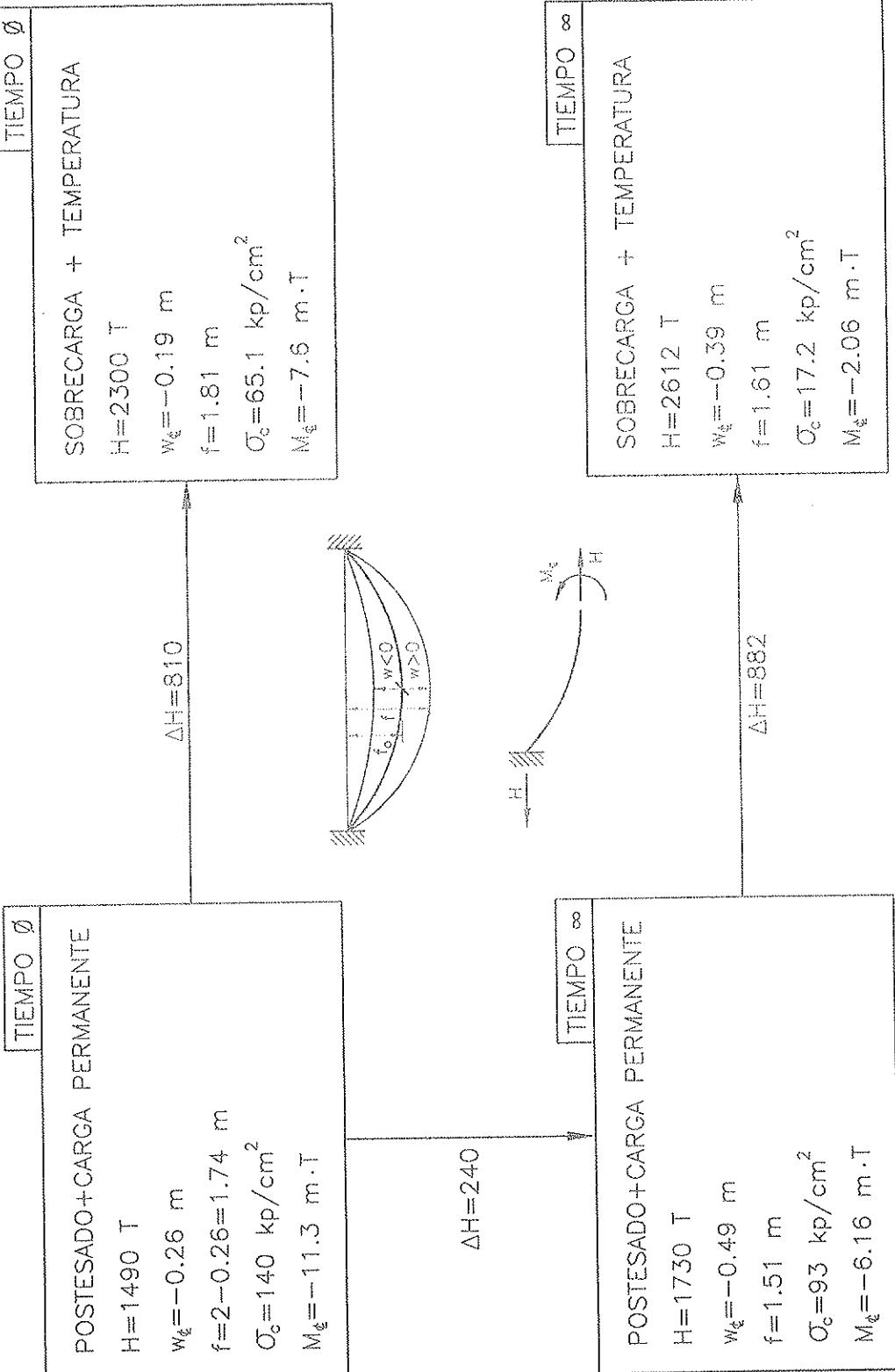


Figura 4. Resumen del análisis efectuado.

vaya a haber, en primera aproximación, problemas de vibraciones asociadas a las excitaciones provocadas por los peatones. Las frecuencias de vibración a tiempo infinito varían ligeramente y pueden calcularse de manera análoga.

### 3.10. Resumen del análisis

En la Figura 4 se muestra un resumen de la historia de esfuerzos, tensiones y movimientos de los análisis efectuados. En concreto, se presenta la evolución de la fuerza horizontal total que debe resistirse en los estribos ( $H$ ), la tensión media en el hormigón en centro de luz y los movimientos y momentos flectores en centro de luz.

Con los valores determinados puede procederse a realizar el anteproyecto de la banda tesa. Una posible sección transversal, así como un alzado longitudinal pueden observarse en la Figura 5. Una comparación de las fórmulas propuestas con algunos resultados numéricos sobre este diseño pueden obtenerse en [10], en donde se observa una correcta concordancia.

#### 4. CONCLUSIONES

En este artículo se ha introducido el concepto de la banda tesa de hormigón pretensado y se han visto algunas de las características principales de su comportamiento estructural en base a los parámetros que lo gobiernan. Destacan, principalmente, el comportamiento altamente no lineal geométrico y los fenómenos de evolución diferida provocados por la fluencia.

Se han obtenido las ecuaciones diferenciales de equilibrio y compatibilidad y se han integrado en algunas situaciones de carga, para el caso particular de una banda tesa biempotrada. Las expresiones obtenidas permiten evaluar los efectos del postesado, de la sobrecarga uniformemente repartida y de la variación de temperatura. Se puede calcular también la evolución de los esfuerzos y movimientos causada por la fluencia. Se han obtenido asimismo expresiones para determinar las frecuencias de vibración. En base a la aplicación de la formulación propuesta, se ha presentado el predimensionamiento de una banda tesa biempotrada.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer a la Fundación Emilio Pérez Piñero, a E. Pérez Belda, a su familia y a la organización del *II Encuentro Internacional de Estructuras Ligeras para Grandes Luces*, el haber tenido la oportunidad de presentar esta ponencia y las atenciones y el trato recibido. Este trabajo ha sido posible gracias a una beca concedida al primer autor por el *Comissionat per a Universitats i Recerca, Generalitat de Catalunya*, para la realización de su Tesis Doctoral.

## REFERENCIAS

- [1] J. Needham, *Science and Civilization in China*, Cambridge University Press, Vol. 4 (3), véase capítulo sobre *Suspension Bridges*.

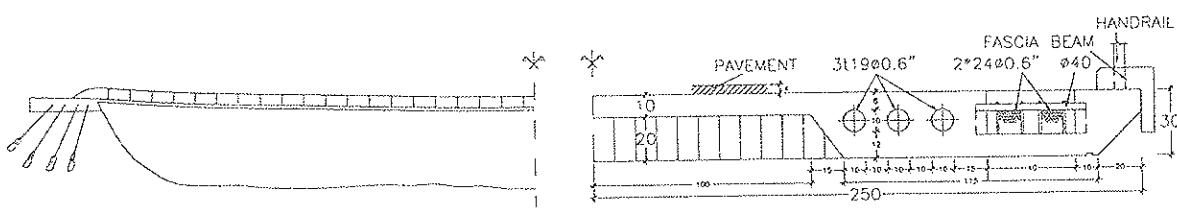


Figura 5. Anteproyecto de sección transversal.

- [2] H. Gallegos, *Los puentes colgantes en el Perú precolombino*, El Ingeniero Civil.
- [3] H. Wittfoht, *Building Bridges*, Beton Verlag, 1984.
- [4] J. Strasky, *The stress ribbon bridge across the River Vltava in Prague*. L'Industria Italiana del cemento, N° 615, 1987.
- [5] C. Redfield, T. Kompfner and J. Strasky, *Pedestrian prestressed concrete bridge across the Sacramento River at Redding, California*, L'Industria Italiana del cemento, N° 633, 1992.
- [6] J. Strasky, *Precast Stress Ribbon Pedestrian Bridge in Czechoslovakia*, PCI Journal, May-June 1987, pp. 51-73.
- [7] J. Strasky and M. Pirner, *DSL Stress Ribbon Footbridges*, Dopravni stavby, Brno, Czechoslovakia, 1986.
- [8] M. Irvine, *Cable Structures*, M.I.T. Press, 1981.
- [9] D. Cobo y A. C. Aparicio, *Una aproximación al estudio de los puentes colgantes*, Hormigón y Acero, N° 199, 1996, pp. 9-35.
- [10] D. Cobo and A. C. Aparicio, *Analytical and Numerical Static Analysis of Stress Ribbon Bridges*, Developments in Civil Engineering, 45, Elsevier, 1994, pp. 341-346.
- [11] CEB. *Model Code' 90*.

## RESUMEN

La construcción de puentes colgantes en donde los propios cables portantes son utilizados para permitir el paso de los peatones, era frecuente en algunas civilizaciones

indígenas de Asia, Sudamérica y África Ecuatorial. En los años 60, esta idea primitiva se recuperó mediante el concepto de banda tesa de hormigón pretensado. De este modo, manteniendo una relación flecha/luz pequeña para asegurar la funcionalidad, se intentan reducir los problemas de deformabilidad de una estructura tipo cable mediante una combinación de incremento de peso propio y de sección transversal resistente.

En este artículo se introducen, primero, las ecuaciones analíticas de gobierno del comportamiento estructural de una banda tesa de hormigón pretensado. Posteriormente, se efectúa, para el caso particular de una banda tesa biempotrada, la integración de estas ecuaciones para la evaluación de los fenómenos de postesado y de la evolución de estos en el tiempo, debido a la fluencia. Por último, la formulación presentada se aplica al predimensionamiento de una pasarela de 80 metros de luz.

## SUMMARY

The construction of rope pathways was common by some of the early civilizations of Asia, South America and Africa. This old idea was recovered in the 1960's with the prestressed concrete stress ribbon concept. Adopting a small sag/span ratio (due to functionality requirements) the flexibility problems of a cable-like structure are solved by means of increasing the dead weight and the cross sectional area.

In this paper the structural behaviour governing equations are presented first. Then, these equations are solved, for the particular case of a biembodied stress ribbon bridge, for the evaluation of the pre-tressing response and their evolution with time. Finally, the formulation is applied to a draft design of a 80 meter span stress ribbon pedestrian bridge.

## Modelos constitutivos y su efecto sobre los índices de daño sísmico de pórticos de hormigón armado

Roberto Aguiar F.<sup>(1)</sup>  
 Luis Bozzo R.<sup>(2)</sup>  
 Alex H. Barbat<sup>(2)</sup> y  
 Josep A. Canas<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>Centro de Investigaciones Científicas  
 Escuela Superior Politécnica del Ejército  
 Valle de los Chillos, Quito - Ecuador

<sup>(2)</sup>E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
 Universitat Politècnica de Catalunya

### 1. INTRODUCCION

En las últimas décadas se ha trabajado intensamente en modelos que definan el comportamiento sísmico de edificios mediante el denominado índice de daño. En efecto, existe abundante información relacionada con este índice, incluyendo metodologías de cálculo y programas de computación que las implementan<sup>(1,2,3,4,5)</sup>. Estas metodologías suelen necesitar diversos parámetros de definición del modelo de cálculo, ocasionando una complicación adicional en su empleo. Por ello, recientemente se investigaron procedimientos simplificados de cálculo<sup>(6,7,8,9)</sup> para evaluar el daño en edificios de hormigón armado. De igual forma, en el análisis no lineal espacial de edificios de hormigón armado se ha propuesto<sup>(10)</sup> una solución simplificada de cálculo que incluye la torsión espacial. Es claro que el estudio de estos índices de daño es importante para minimizar la vulnerabilidad de las estructuras nuevas o existentes. En diseño sismorresistente es importante desarrollar metodologías de cálculo que evaluen el comportamiento de un edificio ante un potencial movimiento sísmico. Las metodologías propuestas, en

general, permiten obtener el índice de daño a nivel local del elemento; información muy valiosa que permite tomar acciones correctivas si el caso lo merece, o encontrar el índice de daño total de la estructura.

Este artículo presenta un estudio comparativo entre diversos índices de daño propuestos para el diseño sismorresistente de edificios de hormigón armado. Los índices de daño se obtienen como funciones del tiempo, denominándose estas funciones *trayectorias de daño*. Los modelos de daño empleados en la comparación son los de Lybas y Sozen<sup>(12)</sup>, Banon y Veneziano<sup>(13)</sup>, Park y Ang<sup>(14)</sup>, Daali<sup>(15)</sup>, Soo, Meyer y Shinozuka<sup>(16)</sup>. En la Tabla 1 se indican las ecuaciones de cálculo de los modelos de daño indicados. Estos índices de daño han sido previamente comparados<sup>(11)</sup> pero trabajando con un sistema simple de un sólo grado de libertad. En el presente trabajo se realiza una comparación más real, considerando un portico de hormigón armado, con varios grados de libertad. Además, se estudia el efecto de la variación de la capacidad de ductilidad de una sección, en las trayectorias de daño.

**Tabla 1**  
**Modelos de índices de daño**

Indice de daño	Autores
$I_D = \frac{(EI)_y}{(EI)_m}$ $(EI)_y$ Rigidez elástica inicial $(EI)_m$ Rigidez máxima deformación	Lybas y Sozen
$I_D = \sqrt{(d_1^*)^2 + (d_2^*)^2}$ $d_1^* = d_1 - 1 ; d_2^* = ad_2^b$ $d_1 = \mu_s ; d_2 = 2(\mu_e - 1)$ $\mu_s = \frac{\delta_m}{\delta_y} ; \mu_e = \frac{E_h}{E_y \delta_y} + 1$ $\delta_m$ Desplazamiento máximo $\delta_y$ Desplazamiento de fluencia $E_h$ Energía anelástica $E_s$ Energía elástica $F_y$ Fuerza máxima elástica $\mu_s$ Ductilidad cinemática $\mu_e$ Ductilidad anelástica $a,b$ Deterioro cíclico, ( $a=1,1; b=0,38$ )	Banon y Veneziano
$I_D = \frac{\mu_s + \beta(\mu_e - 1)}{\mu_{mono}}$ $\beta$ Deterioro cíclico (0,15) $\mu_{mono}$ Ductilidad monotónica Restantes variables ya definidas	Park y Ang
$I_D = \frac{\mu_s}{\mu_{mono}} + \frac{\beta \sum(\mu_i - 1)}{\mu_{mono}}$ $\mu_i = \frac{\delta_{rpi}}{\delta_y} + 1$ $\delta_{rpi}$ Desplazamiento residual plástico, ciclo i	Daali

**Tabla 1**  
**Modelos de índices de daño (Cont.)**

$I_D = \sum_i \left( \alpha_i^+ \frac{n_i^+}{N_i^+} + \alpha_i^- \frac{n_i^-}{N_i^-} \right)$ $N_i = \frac{M_i - M_{fi}}{\Delta M_i}$ $M_{fi} = M_f \frac{2\Phi_i}{\Phi_i + 1}; \Phi_i = \frac{\Phi_i}{\Phi_f}$ $\alpha_i^+ = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^+} K_{ij}^+}{n_i^+ \times \bar{K}_i^+} \times \frac{\phi_i^+ + \phi_{i-1}^+}{2\phi_i^+}$ $\alpha_i^- = \frac{\sum_{j=1}^{n_i^-} M_{ij}^+}{n_i^- \left[ M_{ii}^+ \frac{(N_i^+ - 1)\Delta M_i^+}{2} \right]} \times \frac{\phi_i^+ + \phi_{i-1}^+}{2\phi_i^+}$ $K_{ij}^+ = \frac{M_{ij}^+}{\phi_i^+}; K_i^+ = \frac{1}{N_i^+} \sum_{j=1}^{N_i^+} K_{ij}^+$ $M_{ij}^+ = M_{i1}^+ - (j - 1)\Delta M_i^+$	Soo, Meyer, Shinozuka
$N_i$	Número total de ciclos, en curvatura i
$n_i$	Número real de ciclos en curvatura i
$\alpha_i$	Parámetro modificador del daño
$M_{fi}$	Momento de fallo en curvatura i
$M_f$	Momento de fallo
$\phi_f$	Curvatura de fallo
$\Delta M_i$	Definido en figura 3
$K_i^+$	Rigidez en ciclo de carga j, para curvatura i
$\bar{K}_i^+$	Rigidez promedio, durante $N_i$ ciclos
$M_{ij}^+$	Momento alcanzado en ciclo de carga j

## 2. MODELO CONSTITUTIVO DE ROUFAIEL Y MEYER

El modelo constitutivo propuesto por Roufaiel y Meyer incluye diversos efectos no lineales del comportamiento del hormigón armado, tales como el deterioro de rigidez, cierre de grietas por cortante y deterioro de resistencia. Estos efectos se describen brevemente a continuación.

### 2.1. Deterioro de rigidez

Este apartado presenta la pérdida de rigidez en el modelo constitutivo propuesto por Roufaiel y Meyer<sup>(17)</sup>. Con el objeto de describir este modelo es conveniente, en primer término, definir el punto de coordenadas ( $\phi_o^+, M_o^+$ ) mostrado en la figura 1. Para ello, la recta que une este punto con el punto ( $\phi_x^+, M_x^+$ ) tiene la misma pendiente

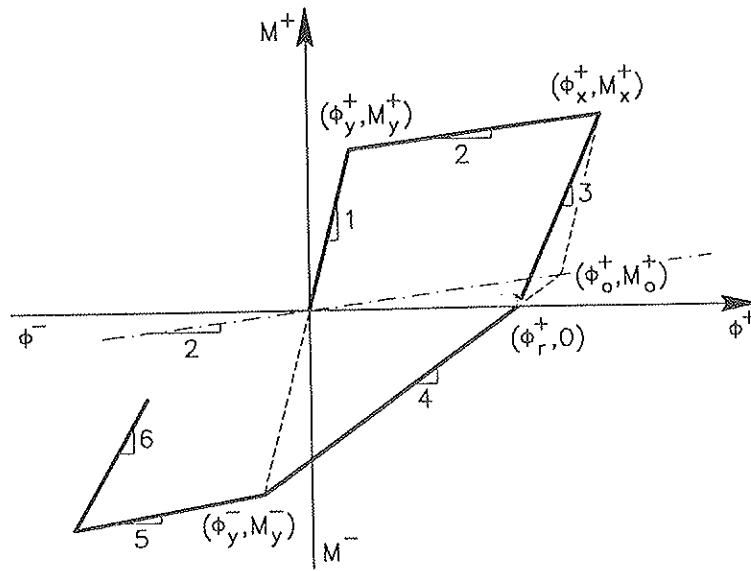


Figura 1, Deterioro de rigidez en modelo de Roufaiel y Meyer.

que la carga (recta denominada 1). La recta que define la rigidez anelástica pasa por el origen, (recta 2) y por el mencionado punto  $(\phi_o^+, M_o^+)$ . Con estas dos condiciones se obtiene

$$\phi_o^+ = \frac{M_x^+ - \phi_x^+ (EI)_1}{(EI)_2 - (EI)_1} \quad (1)$$

$$M_o^+ = \phi_o^+ (EI)_2 \quad (2)$$

donde

$$(EI)_1 = \frac{M_y^+}{\phi_y^+} \quad (3)$$

$$(EI)_2 = \frac{M_u^+ - M_y^+}{\phi_u^+ - \phi_y^+} \quad (4)$$

y  $M_x^+$ ,  $\phi_x^+$  son el momento y la curvatura máximos alcanzados en el ciclo de carga en rango anelástico. Los puntos  $(\phi_o^+, M_o^+)$  y  $(\phi_y^-, M_y^-)$  definen una línea, en el primer ciclo, que determina el punto  $(\phi_r^+, 0)$  como lo ilustra la figura 1. En los ciclos subsiguientes, el punto  $(\phi_o^+, M_o^+)$  y el punto  $(\phi_x^-, M_x^-)$  definen una recta. En consecuencia, para el primer ciclo se tiene

$$\phi_r^+ = \frac{M_y^- \phi_o^+ - M_o^+ \phi_y^-}{M_o^+ + M_y^-}. \quad (5)$$

y para los subsiguientes ciclos de carga se obtiene

$$\phi_r^+ = \frac{M_x^- \phi_o^+ - M_o^+ \phi_x^-}{M_o^+ + M_x^-} \quad (6)$$

Finalmente, la rigidez  $(EI)_3$  se evalúa con la siguiente ecuación

$$(EI)_3 = \frac{M_x^+}{\phi_x^+ - \phi_r^+} \quad (7)$$

En forma similar se obtienen las ecuaciones para  $(\phi_o^-, M_o^-)$ ,  $(\phi_r^-, 0)$  y la rigidez a flexión correspondiente a la descarga que, de acuerdo con la figura 1, es  $(EI)_6$ .

## 2.2. Cierre de grietas de cortante

La figura 2 presenta el modelo de Roufaiel y Meyer, considerando deterioro de rigidez y el cierre de grietas por cortante.

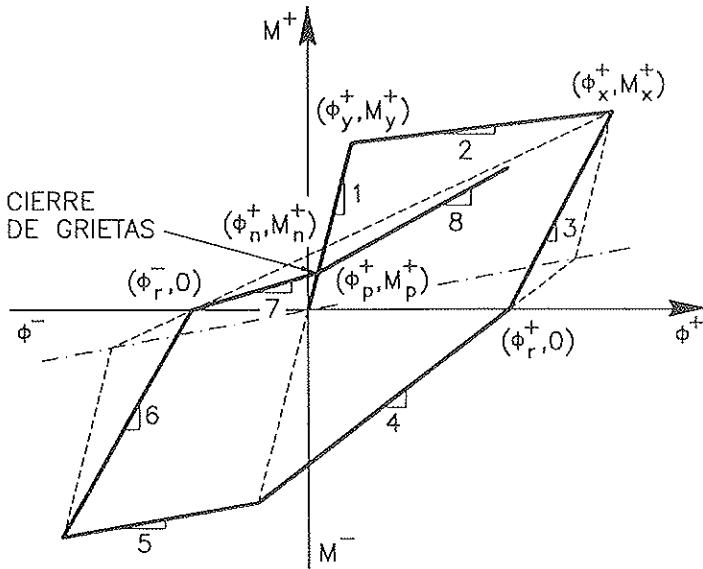


Figura 2. Modelo de Roufaiel y Meyer sin considerar deterioro de resistencia.

Para tal efecto, los puntos  $(\phi_r^-, 0)$  y  $(\phi_x^+, M_x^+)$ , definen una línea (pendiente 6), y determinan el punto de coordenadas  $(\phi_n^+, M_n^+)$ . Este punto se encuentra en la intersección con la recta de pendiente 1, tal como se ilustra en la figura, y se obtiene como

que varía entre 0 y 1. Un valor de  $\alpha_p = 1$  significa que el efecto de cierre de grietas no es importante. En consecuencia, las rectas 7 y 8 son una sola. Por el contrario,  $\alpha_p = 0$  significa que el efecto de cierre de grietas es muy importante.

Las rigideces para las rectas 7 y 8 son

$$\phi_n^+ = \frac{\phi_r^- (EI)_6}{(EI)_6 - (EI)_1} \quad (8)$$

$$M_n^+ = \phi_n^+ (EI)_1 \quad (9)$$

donde

$$(EI)_6 = \frac{M_x^+}{\phi_x^+ - \phi_r^-} \quad (10)$$

y  $\phi_r^-$  es la curvatura negativa asociada a momento nulo. El punto de cierre de grietas o "pinching" se define por  $(\phi_p^+, M_p^+)$  de la siguiente forma

$$M_p^+ = \alpha_p M_n^+ \quad (11)$$

$$\phi_p^+ = \frac{M_p^+}{(EI)_1} \quad (12)$$

donde  $\alpha_p$  es el factor de quiebro de recta,

$$(EI)_7 = \frac{M_p^+}{\phi_p^+ - \phi_r^-} \quad (13)$$

$$(EI)_8 = \frac{M_x^+ - M_p^+}{\phi_x^+ - \phi_p^+} \quad (14)$$

y, nuevamente, las ecuaciones para el momento negativo son similares. Finalmente, las curvaturas en las ramas de rigidez 7 y 8, son

$$\phi = \phi_r^- + \frac{M}{(EI)_7} \quad \text{si } M \leq M_p^+ \quad (15)$$

$$\phi = \phi_p^+ + \frac{M - M_p^+}{(EI)_8} \quad \text{si } M > M_p^+ \quad (16)$$

### 2.3. Deterioro de resistencia

En base a la figura 2, la incorporación

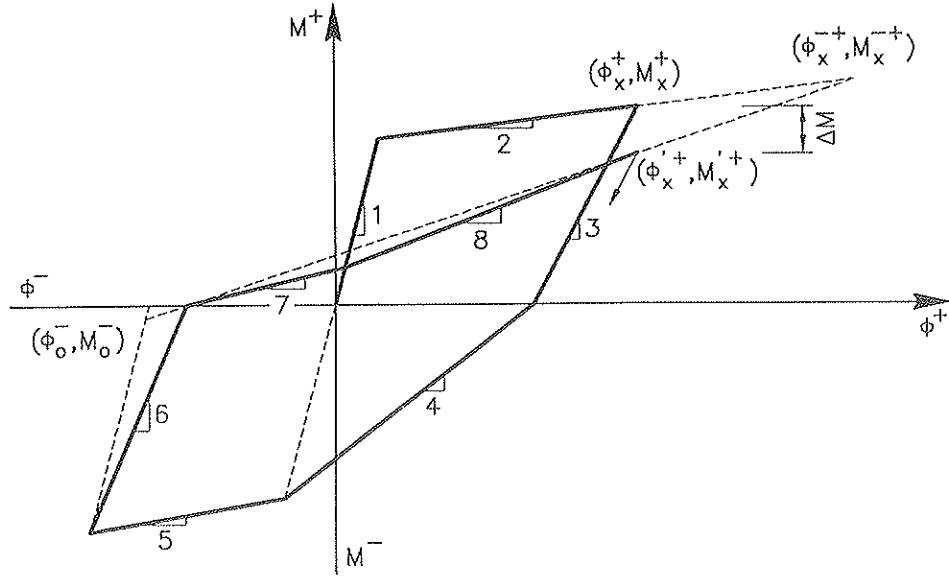


Figura 3. Modelo constitutivo de Roufaiel y Meyer.

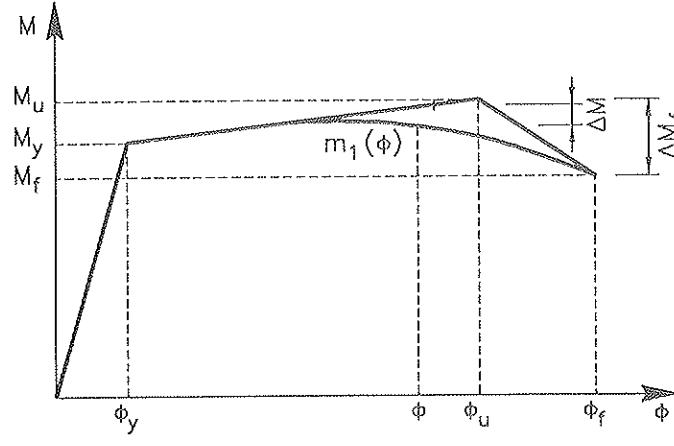


Figura 4. Diagrama momento-curvatura con deterioro de resistencia.

del deterioro de resistencia en el modelo constitutivo queda como se ilustra en la figura 3, donde sólo se presentan las variables principales asociadas al tema del deterioro de resistencia. Después de un ciclo de carga, se produce una reducción del momento  $\Delta M$ , como lo ilustran las figuras 3 y 4. Se define el índice de reducción de resistencia<sup>(16)</sup>  $S_d$  como

$$S_d = \frac{\Delta M}{\Delta M_f} = \left( \frac{\phi - \phi_y}{\phi_f - \phi_y} \right)^w \quad (17)$$

donde  $w$  es un parámetro de calibración<sup>(16)</sup>,

que suele considerarse igual a 1,5. La nueva resistencia del diagrama momento-curvatura viene definida por  $m_1(\phi)$

$$m_1(\phi) = M_y + (\phi - \phi_y)(EI)_2 -$$

$$- [(\phi_f - \phi_y)(EI)_2 + M_y - M_f] \left( \frac{\phi - \phi_y}{\phi_f - \phi_y} \right)^w \quad (18)$$

Cada vez que el momento sobre pasa al momento de fluencia, se hace presente el deterioro de resistencia. El procedimiento

de cálculo para determinar el deterioro de resistencia es el siguiente:

- a) El momento ya no es el mismo del diagrama momento curvatura inicial. Ahora, el momento de la sección llega a un valor máximo  $m_1(\phi)$  definido en la ecuación (18). De acuerdo con la figura 3, para  $\phi = \phi_x^+$  el valor de  $m_1$  se convierte en  $M_x^{+}$ .
- b) Sea  $(\bar{EI})$  la rigidez de la recta que une los puntos  $(\phi_v^+, M_v^+)$  y  $(\phi_o^-, M_o^-)$  de la figura 3, la cual viene definida por

$$(\bar{EI}) = \frac{M_x^+ - M_o^-}{\phi_x^+ - \phi_o^-} \quad (19)$$

$$(\bar{EI}) = \frac{\bar{M}_v^+ - M_o^-}{\bar{\phi}_v^+ - \phi_o^-} \quad (20)$$

y con la ecuación (19) se determina  $(\bar{EI})$

- c) Se determinan las coordenadas del punto crítico  $(\bar{\phi}_x^+, \bar{M}_x^+)$  utilizando las ecuaciones (20) y (21)

$$(EI)_2 = \frac{\bar{M}_v^+ - M_y^+}{\bar{\phi}_x^+ - \phi_y^+} \quad (21)$$

De las ecuaciones (20) y (21) se obtiene

$$\begin{aligned} \phi_x^+ &= \frac{1}{(\bar{EI}) - (EI)_2} \times \\ &\times [M_y^+ - M_o^- - \phi_y^+(EI)_2 + \phi_o^-(\bar{EI})] \end{aligned} \quad (22)$$

$$\bar{M}_x^+ = M_x^+ + (EI)_2 [\bar{\phi}_x^+ - \phi_y^+] \quad (23)$$

- d) Se determinan las rigideces 7 y 8, en base al punto imaginario  $(\bar{\phi}_v^+, \bar{M}_v^+)$ . Con este punto se evaluará  $\phi_r$  para el deterioro de rigidez.

### 3. MODELO CONSTITUTIVO DE CLOUGH

El modelo constitutivo de Clough, ampliamente empleado en diseño sismorresistente, no considera de forma explícita, deterioro de rigidez, cierre de grietas y deterioro de resistencia. Este modelo constitutivo considera la degradación del hormigón únicamente variando la rama de rigidez anelástica. Esta rama tiene una rigidez a flexión  $(EI)_2$  para el primer cuadrante y  $(EI)_4$  para el tercer cuadrante, tal como se ilustra en la figura 5.

Las ecuaciones  $(EI)_1$ ,  $(EI)_2$  y  $(EI)_6$  corresponden a las anteriormente definidas. Las restantes rigideces a flexión son

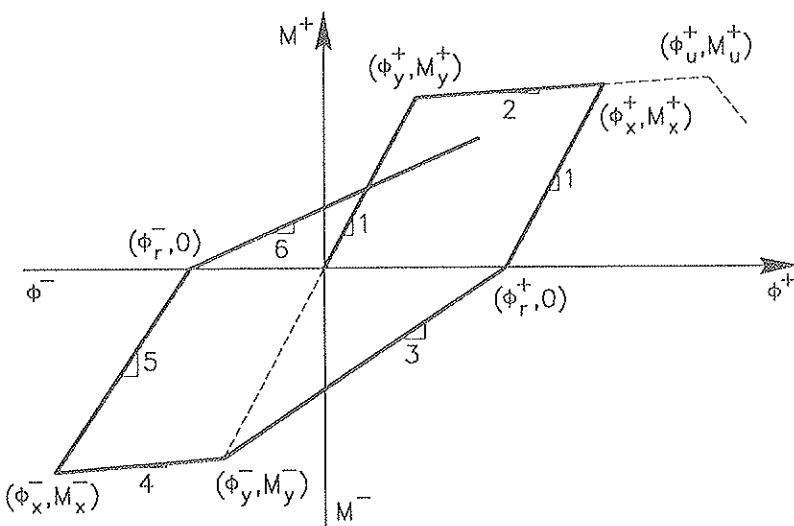


Figura 5. Modelo constitutivo de Clough, modificado.

$$(EI)_3 = \frac{M_y^-}{\phi_y^- - \phi_r^+} \quad (24)$$

$$(EI)_4 = \frac{M_u^- - M_y^-}{\phi_u^- - \phi_y^-} \quad (25)$$

$$(EI)_5 = \frac{M_y^-}{\phi_y^-} \quad (26)$$

Para poder determinar el punto de momento nulo asociado a la curvatura  $\phi_r^+$  y  $\phi_r^-$ , se considera que la descarga tiene la misma rigidez a flexión que la zona elástica, es decir, la misma pendiente. Por tanto

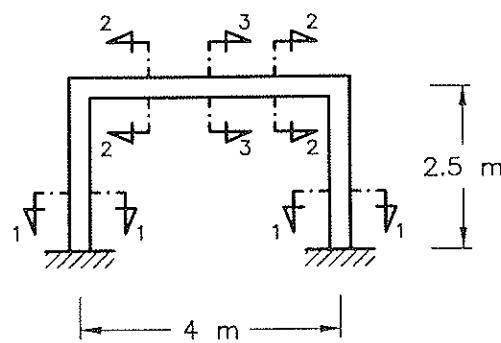
$$\phi_r^+ = \phi_x^+ - \frac{M_x^+}{(EI)_1} \quad (27)$$

$$\phi_r^- = \phi_x^- - \frac{M_x^-}{(EI)_5} \quad (28)$$

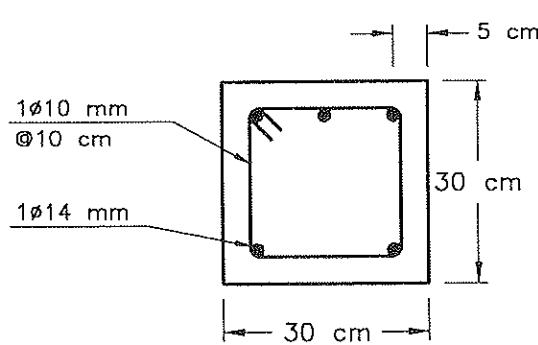
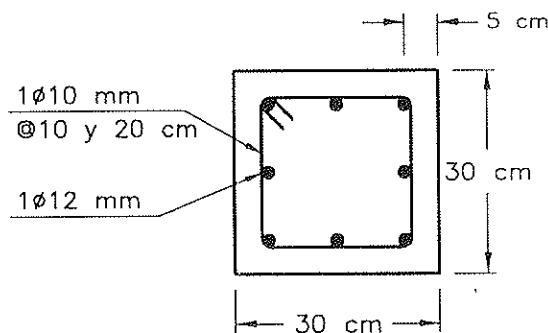
En ambos modelos constitutivos del material se considera, en la evaluación de la curvatura en el punto de fluencia, la contribución del cortante elástico, anelástico y deterioro de adherencia, además de la curvatura de flexión. El procedimiento propuesto en la referencia (18) se ha utilizado en la evaluación de la curvatura de fluencia por cortante anelástico y deterioro de adherencia, entre la aparición de las primeras fisuras y el punto de fluencia.

#### 4. ESTRUCTURAS Y REGISTROS SISMICOS

El pórtico plano descrito en la referencia (18) y mostrado en la figura 6 servirá de base para encontrar las trayectorias de daño. Se consideran 3 grados de libertad, un corrimiento horizontal de piso y las rotaciones en los nudos. Un factor fundamental que hay que tener en cuenta en el comportamiento anelástico de la estructura es su ductilidad. El pórtico plano mostrado en la figura 6, se considera dúctil debido a



CORTE 1-1



CORTE 3-3

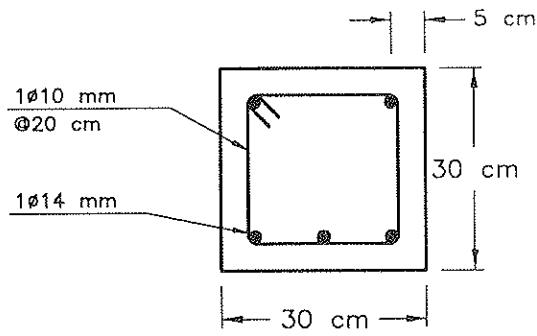


Figura 6. Estructura de análisis y detalles constructivos.

que la ductilidad local por curvatura, sin considerar deterioro de adherencia, es alrededor de 17 en la viga y de 15 en las columnas. Con objeto de mantener el mismo período fundamental en el rango elástico, se cambia la resistencia del hormigón de 30 MPa a 21 MPa, y la fluencia del acero se sube de 280 MPa a 420 MPa. En estas condiciones, la ductilidad por curvatura de la nueva estructura se halla alrededor de 8 en la viga y de 7 en columnas, pudiéndose considerar como una estructura frágil. Es de esta forma como se las identificará a continuación.

Se han considerado dos registros sísmicos. Uno de alta frecuencia, como es el registro de Corralito Eureka Canyon, durante el sismo de Loma Prieta, en 1989. El otro registro tiene un contenido de frecuencias intermedias y corresponde al de Hachinoe Harbour, durante el sismo de Tokachi Oki, en 1968. Con objeto de producir daño, éstos registros han sido normalizados adecuadamente. Para la estructura frágil, el sismo de Loma Prieta ha sido normalizado a 0,275 g y el de Tokachi Oki a 0,27 g. Para la estructura dúctil, el sismo de Loma Prieta se ha normalizado a 0,19 g y el Tokachi Oki a 0,185 g.

## 5. ESTUDIO COMPARATIVO

### 5.1. Desplazamientos y energía disipada

La figura 7. (a) presenta la respuesta en el tiempo del desplazamiento horizontal de piso, para la estructura frágil sometida al sismo de Loma Prieta, considerando los modelos constitutivos presentados. Empleando el modelo constitutivo de Roufaiel, la estructura permanece mayor tiempo en el rango no lineal, con desplazamientos mayores en comparación al modelo de Clough. Esta observación, sin embargo, no es una regla general y, en efecto, ante el sismo de Tokachi Oki se invierte el comportamiento. Frente a este sismo de frecuencias intermedias, el modelo de Clough proporciona mayores desplazamientos, tal como lo muestra la figura 7 (b). En las figuras 8. (a) y 8. (b) se presentan resultados similares a los de las figuras 7, pero con la estructura denominada dúctil. Se observa que, en general, los desplazamientos son menores a los obtenidos con la estructura frágil. Las observaciones antes indicadas son igualmente válidas con la estructura dúctil.

En este artículo, la energía se ha calculado por unidad de masa. En la figura 9. (a)

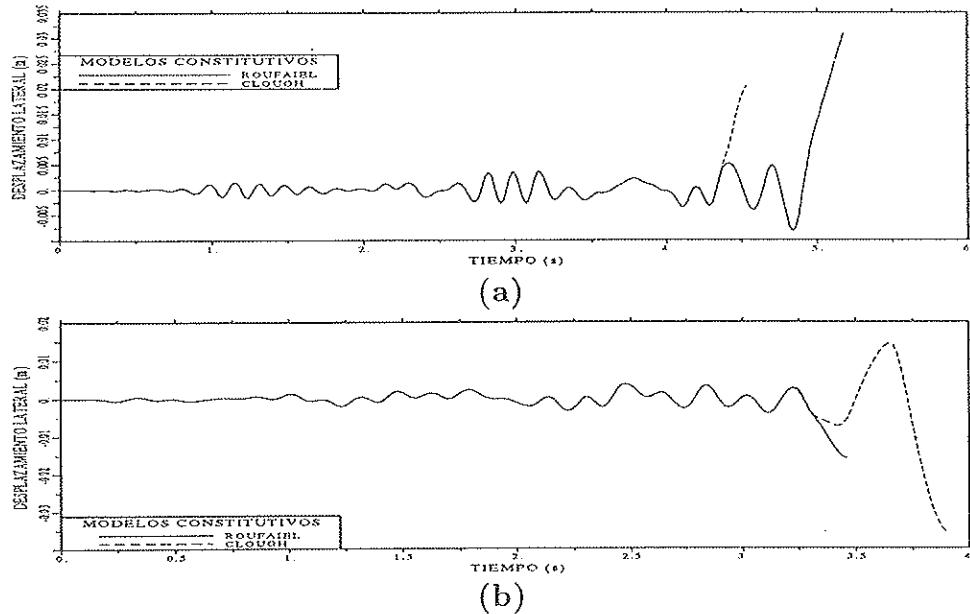


Figura 7. Respuesta en el tiempo de estructura frágil. (a) Sismo de Loma Prieta. (b) Sismo de Tokachi Oki.

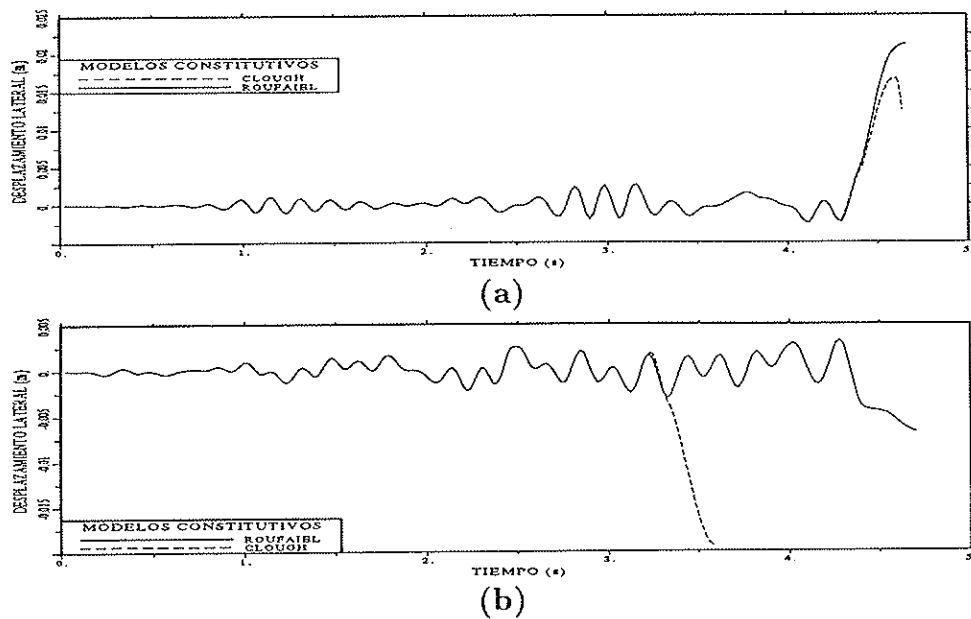


Figura 8. Respuesta en el tiempo de estructura dúctil. (a) Sismo de Loma Prieta. (b) Sismo de Tokachi Oki.

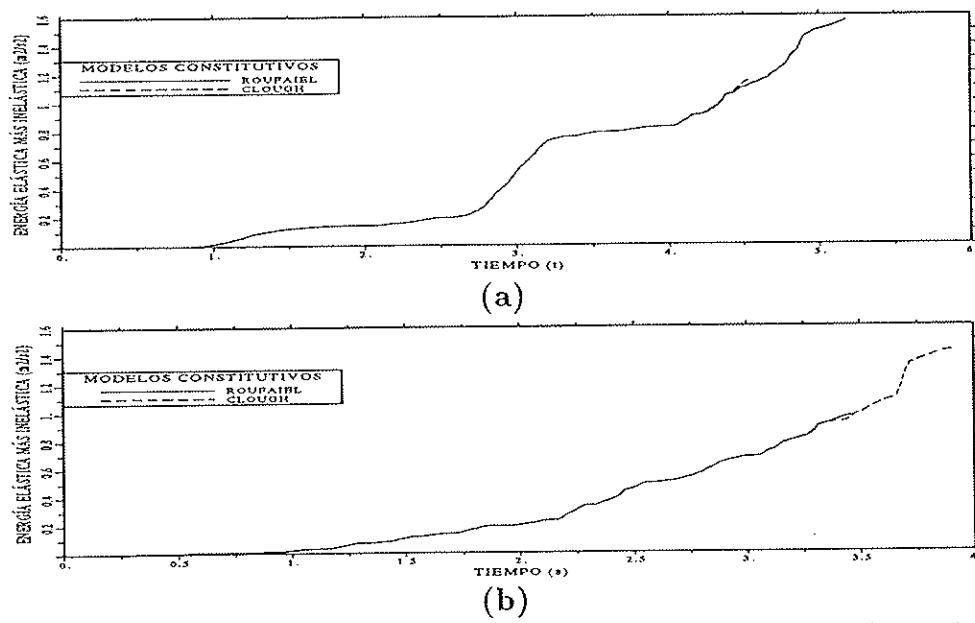


Figura 9. Variación de energía elástica más anelástica en estructura frágil. (a) Sismo de Loma Prieta. (b) Sismo de Tokachi Oki.

se presenta la energía elástica, más la energía anelástica disipada por la estructura frágil ante el sismo de Loma Prieta. En concordancia con los desplazamientos, el modelo de Roufaeil disipa mayor energía que el modelo de Clough. En cambio, cuando se trata del sismo de Tokachi Oki, es con el modelo de Clough con el que se obtiene una mayor cantidad de energía, como lo muestra la figura 9. (b). En las

figuras 10.(a) y 10.(b) se indican las energías anelásticas disipadas por la estructura frágil ante los dos eventos sísmicos analizados. En las figuras 11 y 12 se tienen curvas similares a las figuras 9 y 10, pero obtenidas en la estructura dúctil. En todos los casos, la estructura dúctil ha disipado una menor cantidad de energía anelástica y esto es consecuencia de que las fuerzas y desplazamientos son menores en rela-

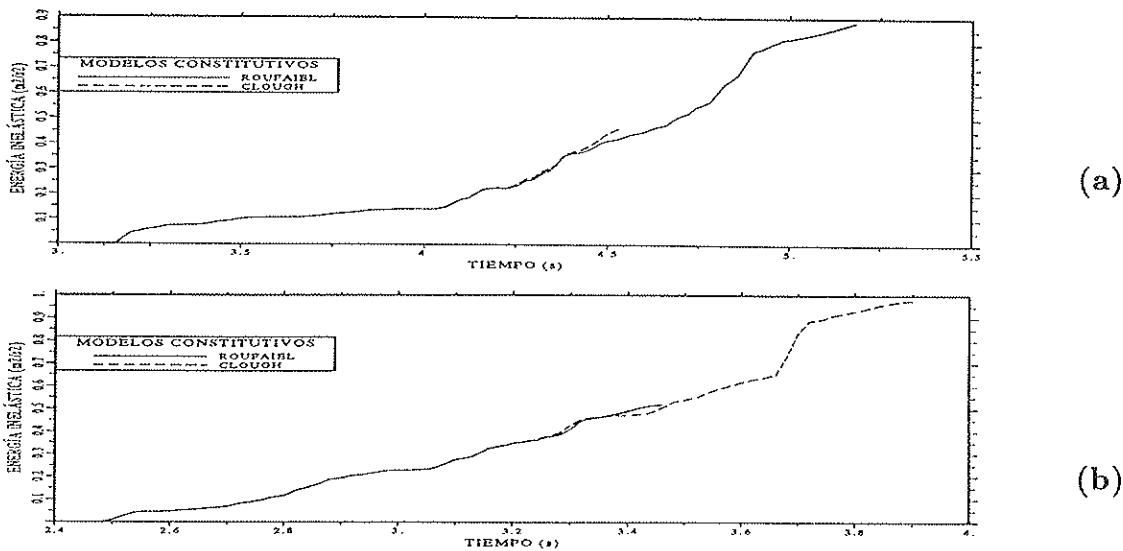


Figura 10. Variación de energía anelástica en estructura frágil. (a) Sismo de Loma Prieta. (b) Sismo de Tokachi Oki.

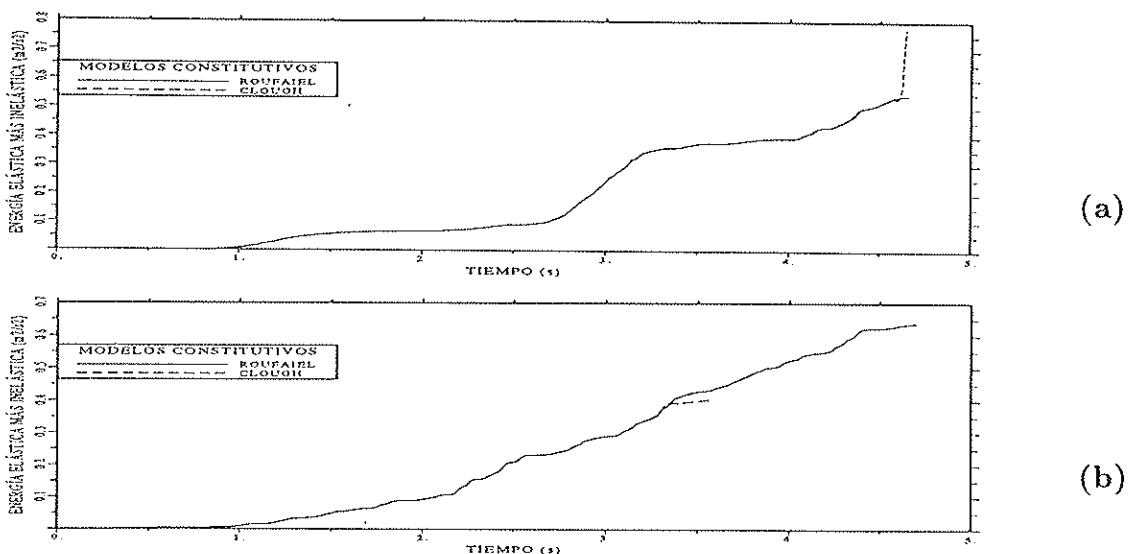


Figura 11. Variación de energía elástica más anelástica en estructura dúctil. (a) Sismo de Loma Prieta. (b) Sismo de Tokachi Oki.

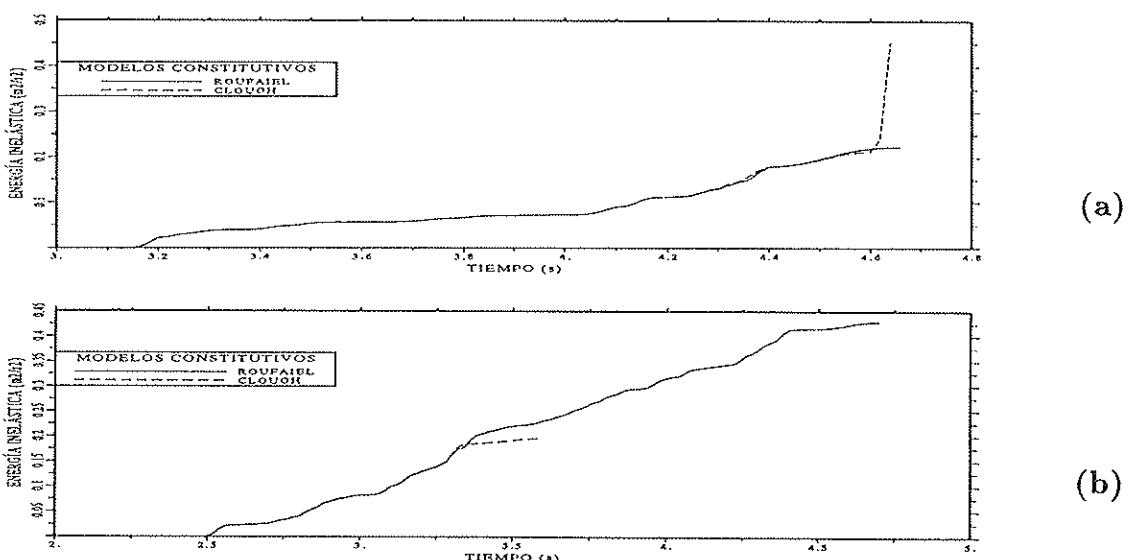


Figura 12. Variación de energía anelástica en estructura dúctil. (a) Sismo de Loma Prieta. (b) Sismo de Tokachi Oki.

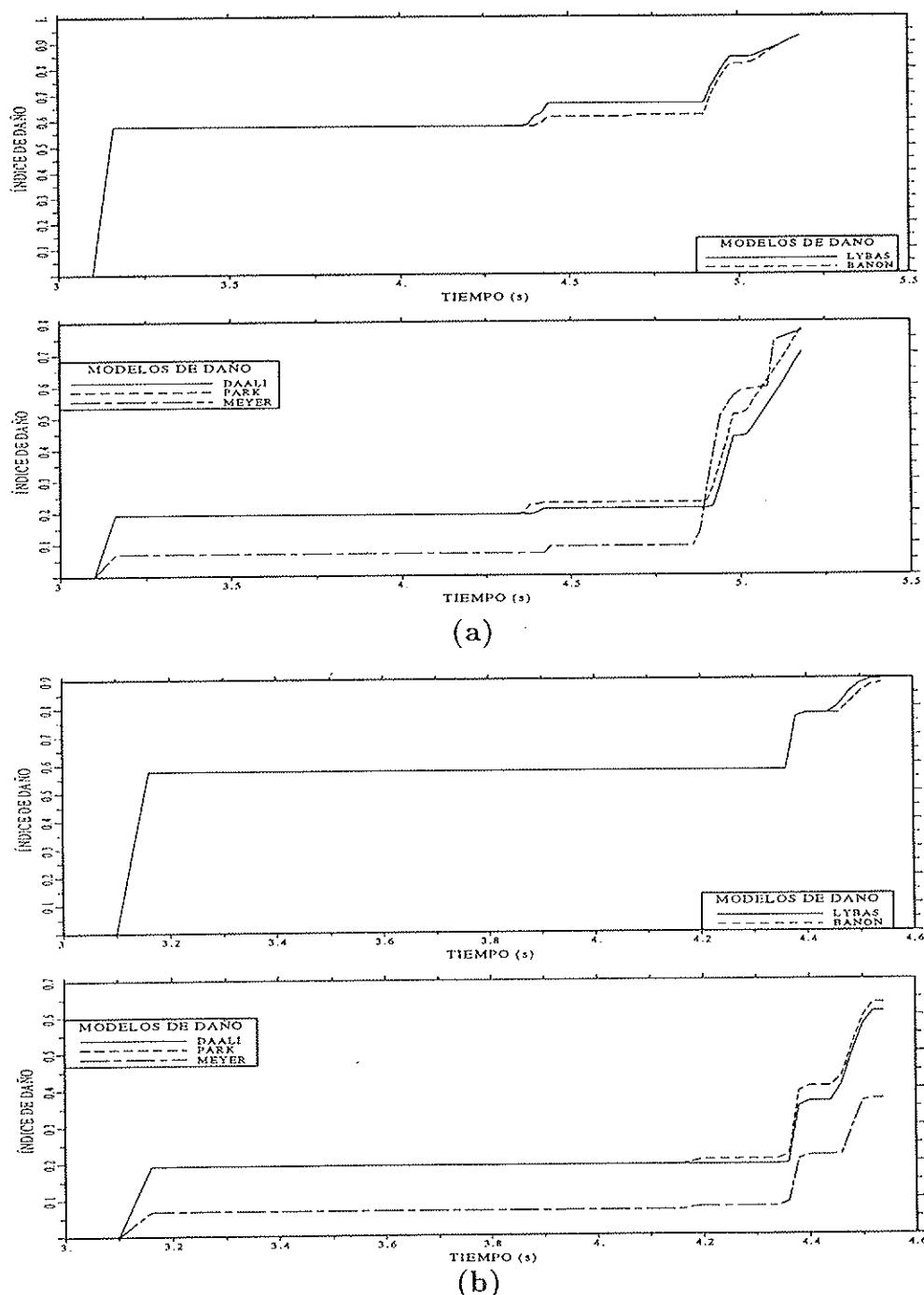


Figura 13. Comparación de trayectorias de daño obtenidas en estructura frágil, empleando los diferentes modelos de daño ante el sismo de Loma Prieta, considerando los siguientes modelos constitutivos del material: (a) Roufael y Meyer y (b) Clough.

ción a la estructura frágil. Desde un punto de vista de diseño sismorresistente, el pórtico dúctil es una estructura bien diseñada y por ello el deterioro de rigidez del modelo constitutivo ocasiona que la disipación de energía anelástica sea mayor. Esta es una de las razones por la cual en la figura 12. (b) la disipación de energía

anelástica obtenida con el modelo de Roufael y Meyer sea mucho mayor que la encontrada con el modelo de Clough. Para el sismo de Loma Prieta la energía disipada anelásticamente obtenida con los dos modelos constitutivos es prácticamente la misma; únicamente se diferencian en el colapso.

## 5.2. Trayectorias de daño

En todas las gráficas de las trayectorias de daño se han agrupado los modelos de daño de Lybas y Banon, y los de Daali, Park y Meyer, para distinguir claramente sus resultados.

Los modelos de daño de Lybas y Sozen<sup>(12)</sup> y Banon y Veneziano<sup>(13)</sup> presentan una muy buena correlación en las trayectorias de daño, tal como se observa en la figura 13, correspondiente a la estructura frágil, y en la figura 15, que corresponde a la estructura dúctil. Para las dos estructuras, el sismo de

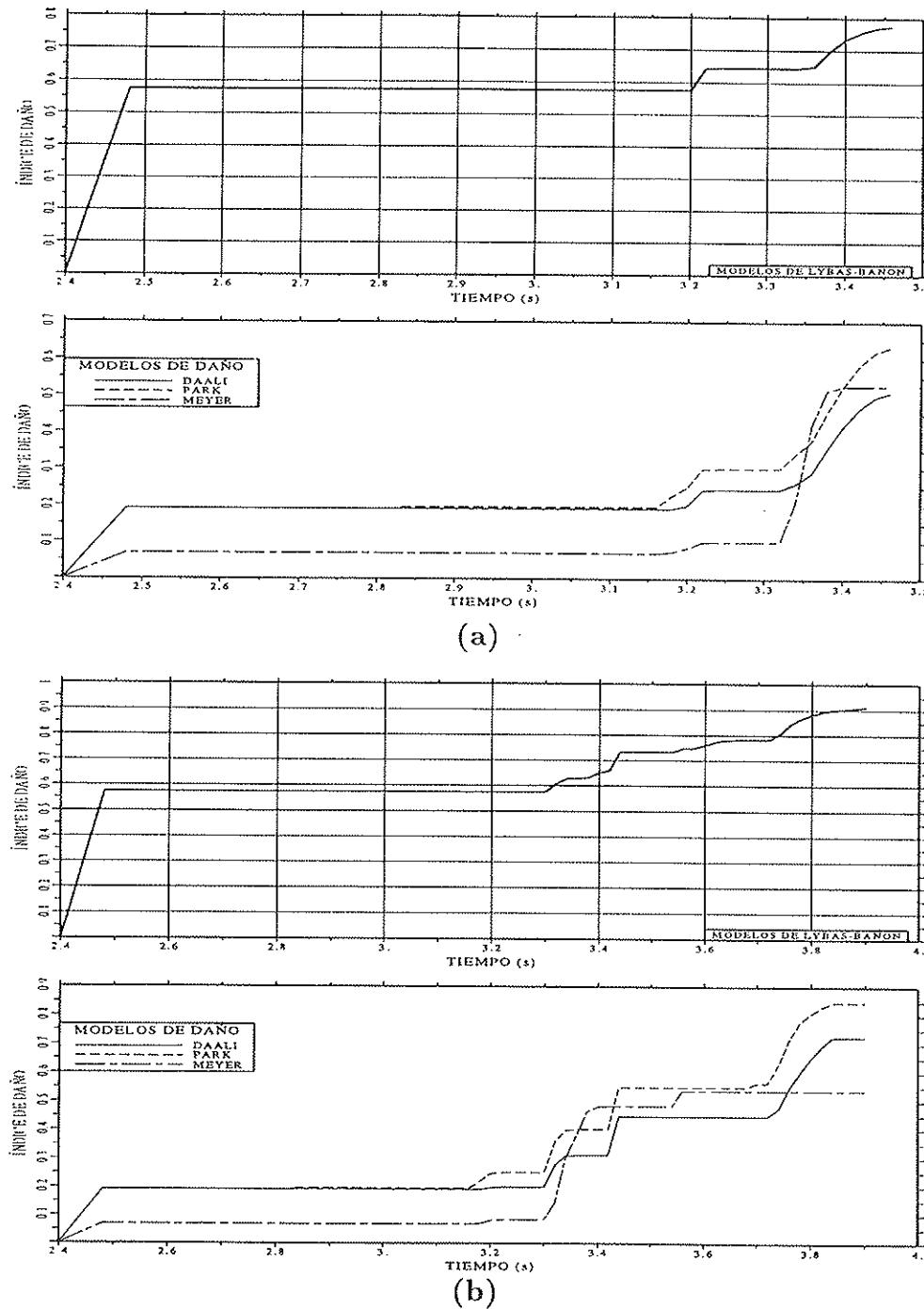


Figura 14. Comparación de trayectorias de daño obtenidas en estructura frágil, empleando los diferentes modelos de daño ante el sismo de Tokachi Oki, considerando los siguientes modelos constitutivos del material: (a) Roufaiel y Meyer y (b) Clough.

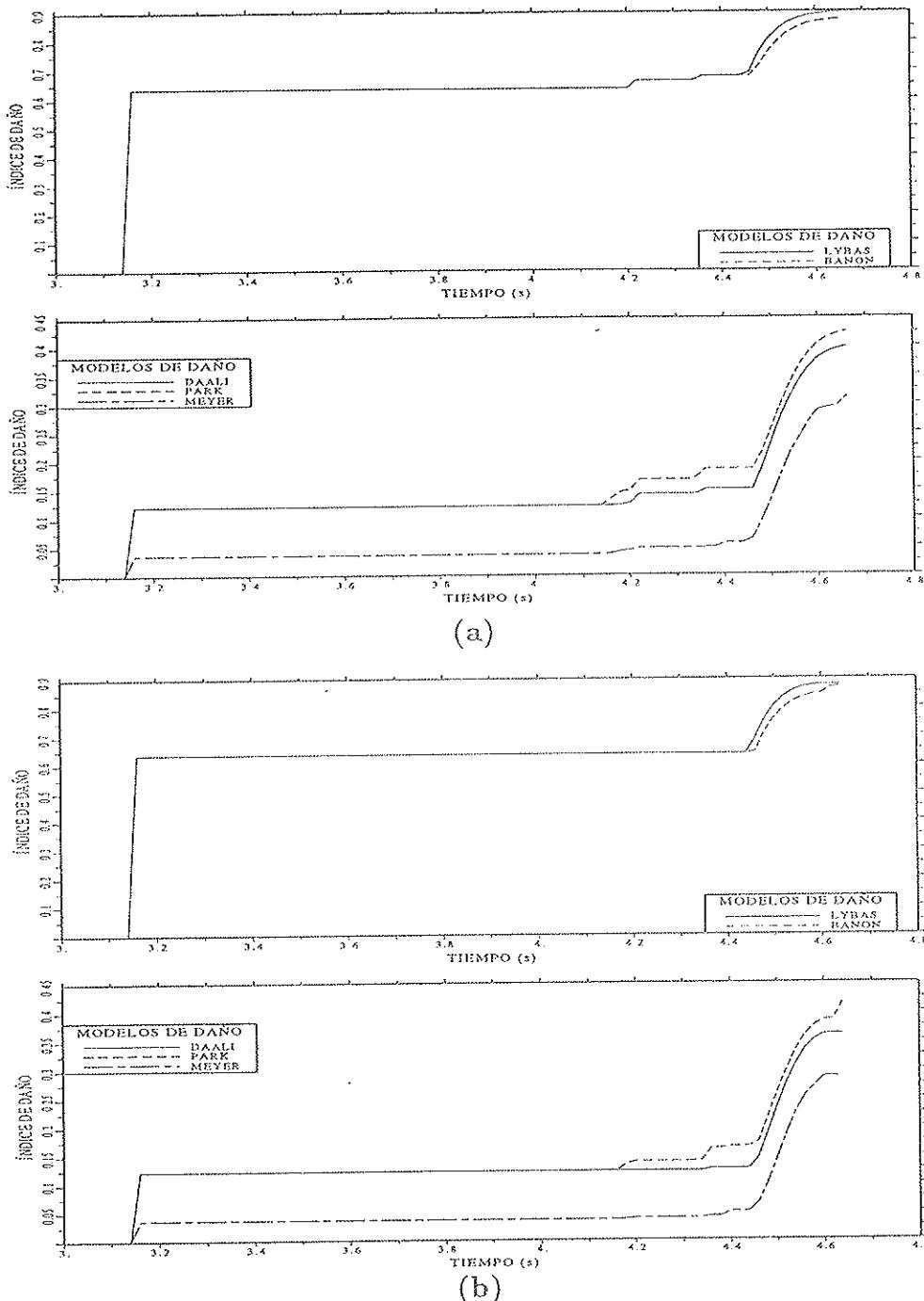


Figura 15. Comparación de trayectorias de daño obtenidas en estructura dúctil empleando los diferentes modelos de daño ante el seísmo de Loma Prieta, considerando los siguientes modelos constitutivos del material: (a) Roufaiel y Meyer y (b) Clough.

análisis es el de Loma Prieta. El modelo de Lybas y Sozen es el que presenta los mayores valores, aunque se destaca que la diferencia es mínima. Para el sismo de Tokachi Oki se obtuvo la misma trayectoria de daño, como se observa en las figuras 14 y 16.

La razón por la que el modelo de daño

de Lybas y Sozen se correlaciona muy bien con el modelo de Banon y Veneziano se debe a que los dos modelos de daño, en su evaluación, consideran definida la ductilidad cinemática  $\mu_s$ , como la relación entre el desplazamiento máximo  $\delta_m$  que alcanza la estructura durante el sismo, y el desplazamiento de fluencia  $\delta_y$ . Cuando la energía

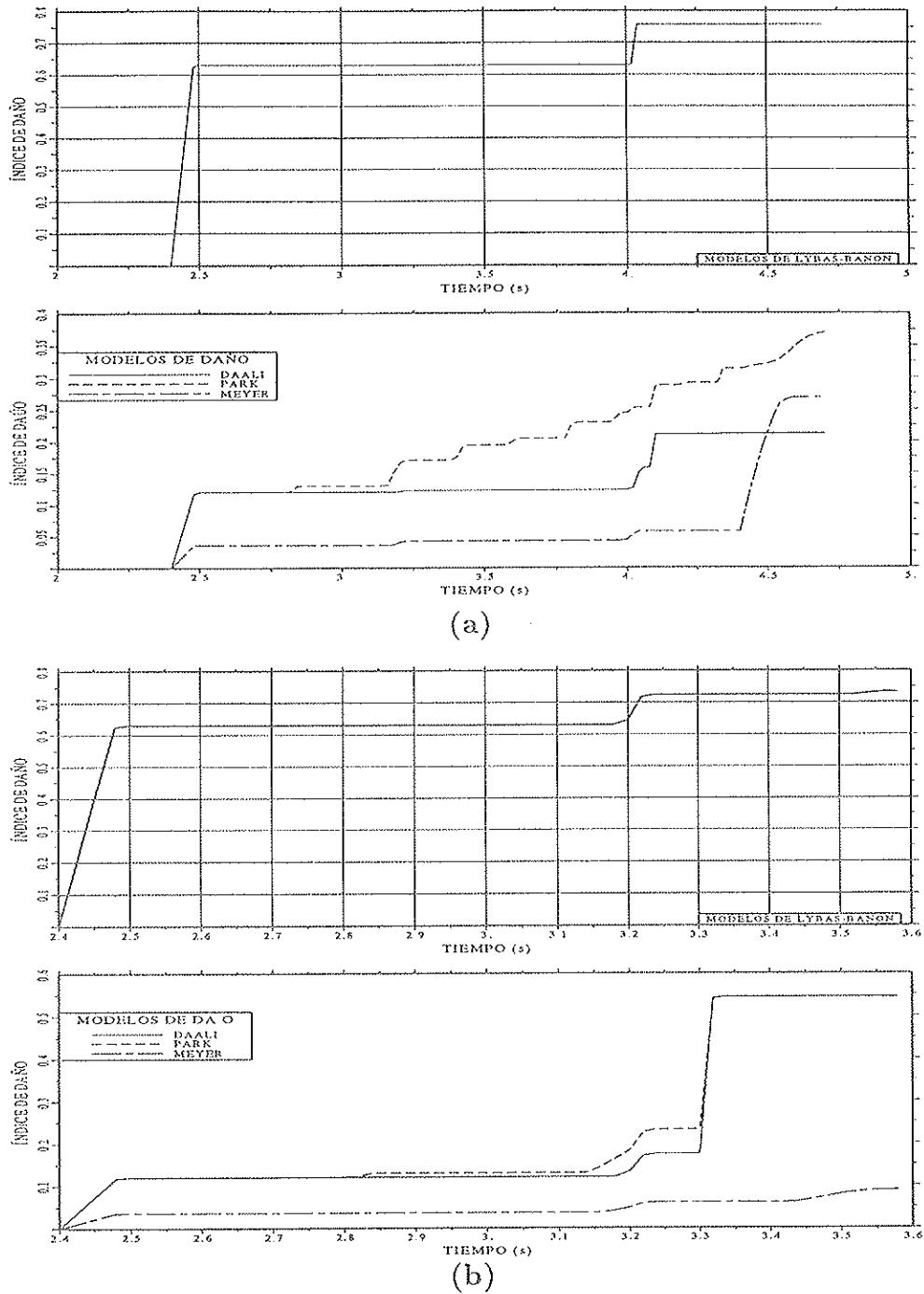


Figura 16. Comparación de trayectorias de daño obtenidas en estructura dúctil empleando los diferentes modelos de daño ante el sismo de Tokachi Oki, considerando los siguientes modelos constitutivos del material: (a) Roufael y Meyer y (b) Clough.

disipada anelásticamente no alcanza valores muy altos, como en el presente estudio, el índice de daño sísmico viene gobernado por los desplazamientos. Para estos modelos, el valor del índice de daño, sin normalizarlos, es mayor que uno, y los dos presentan resultados diferentes. Al normalizarlos entre cero y uno, tienden a unificarse.

Las trayectorias de daño obtenidas con estos dos modelos presentan valores superiores a los encontrados con los otros índices de daño analizados, y ésto es debido a que se considera la ductilidad cinemática en la evaluación. En los modelos de daño de Park y Ang<sup>(14)</sup> y Daali<sup>(15)</sup>, en el cálculo del índice de daño se relaciona, además de la

energía, la ductilidad cinemática con respecto a la ductilidad debida a cargas monotónicas  $\mu_{mono}$ , lo que conduce a la relación del desplazamiento máximo  $\delta_m$  al desplazamiento último  $\delta_u$  y ésta relación es menor que uno.

Por otra parte, las trayectorias de daño obtenidas con las funciones de Daali, Park y la de Soo, Meyer y Shinozuka(16) son comparables entre sí, como se aprecia en las figuras 13, 14, 15 y 16. En general, el modelo de Soo, Meyer y Shinozuka presenta los menores valores, especialmente al inicio de la trayectoria de daño. Este resultado se debe a que el modelo empieza a medir el daño una vez que se tiene un ciclo de carga en el rango no lineal, y los restantes modelos tienen cierto daño cuando el de Meyer inicia la cuantificación.

Para el sismo de Loma Prieta y cuando se trabaja con el modelo constitutivo de Roufaiel, figura 13. (a), es interesante notar que, en el colapso, las cinco funciones de daño presentan resultados muy similares, con la estructura frágil. Cabe destacar que en esta estructura el colapso se ha presentado, normalmente, en un sólo elemento. En la estructura dúctil, figura 15. (a), no se aprecia que en el colapso las cinco funciones de daño tengan valores similares, siendo la diferencia notable.

Al comparar el daño obtenido entre la estructura frágil y la estructura dúctil, ante los eventos sísmicos normalizados de diferente manera, se ha encontrado que la estructura dúctil presenta menores valores de daño que la estructura frágil; y lo fundamental es que en la estructura dúctil el colapso nunca se presentó en un solo elemento, característica normal para la estructura frágil.

Existe una muy buena correlación entre las funciones de daño de Park y Daali. En efecto, en la figura 13, las trayectorias de daño de la estructura frágil ante el sismo de Loma Prieta son muy parecidas; y en el colapso se puede decir que sus valores coinciden. Para el sismo de Tokachi Oki, la diferencia es ligeramente mayor entre estos dos modelos, pero existe la correlación en la forma de las trayectorias y en sus valo-

res, figura 14. Con relación a la estructura dúctil, en la figura 15 se observa que las trayectorias de daño obtenidas con los modelos de Park y Daali tienen una gran aproximación y llegan a ser la misma para el sismo de Tokachi Oki, cuando se trabaja con el modelo constitutivo de Clough, figura 16. b.

## 8. CONCLUSIONES

En el presente artículo se comparan las trayectorias de daño que se obtienen al emplear los modelos de daño de Lybas y Sozen, Banon y Veneziano, Park y Ang, Daali y el de Soo, Meyer y Shinozuka, en dos estructuras que tienen el mismo período en el rango no lineal, pero con diferente ductilidad de curvatura ante dos eventos sísmicos. La no linealidad del material ha sido definida con los modelos de Roufaiel y Meyer, que consideran degradación de rigidez, cierre de grietas por cortante y degradación de resistencia, y el modelo de Clough que no los considera implícitamente. Por otra parte, se ha considerado el efecto del cortante y deterioro de adherencia en el agrietamiento del hormigón, para la evaluación de la curvatura de fluencia. Los resultados encontrados en el presente estudio, son:

El modelo de daño de Lybas y Sozen conduce a valores que se pueden considerar iguales a los del modelo de Banon y Veneziano. Para fines prácticos, se puede indicar que el modelo de Banon y Veneziano, para  $a=1,1$  y  $b=0,38$  proporciona resultados iguales a los del modelo de Lybas y Sozen.

El modelo de daño de Park y Ang presenta una muy buena correlación con el modelo de Daali. El modelo de Park, por lo general, presenta valores superiores a los del modelo de Daali.

A pesar de que en la referencia (11) se ha indicado que hay una buena correlación entre los resultados obtenidos mediante el índice de daño de Banon y Veneziano y el modelo de Park y Ang, en el presente trabajo no ha sido apreciada dicha correla-

ción.

El modelo de daño de Soo, Meyer y Shinozuka tiende a relacionarse de mejor forma con los modelos de Park y Daali que con los de Lybas y Banon.

## REFERENCIAS

1. Y. Park, A Reinhorn, S. Kunnath, *IDARC: Inelastic damage analysis of reinforced concrete frame shear-wall structures*, Technical Report NCEER-87-0008, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1987.
2. A. Reinhorn, S. Kunnath, N. Panahashi, *Modeling of R/C building structures with flexible floor diaphragms (IDARC-2D)*, Technical Report NCEER-88-0035, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1988.
3. S. Kunnath, A. Reinhorn, *Inelastic three-dimensional response analysis of reinforced concrete building structures (IDARC-3D) Part I Modeling*, Technical Report NCEER-89-0011, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1989.
4. S. Kunnath, A. Reinhorn, F. Lobo, *IDARC Version 3.0: A program for the inelastic damage analysis of reinforced concrete structures*, Technical Report NCEER-92-0022, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1992.
5. Y. Chung, C. Meyer, M. Shinozuka, *Seismic damage assessment of reinforced concrete members*, Technical Report NCEER-87-0022, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Buffalo, 1987.
6. P. Fajfar, P. Gašperšič, "The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **25** (1) 31-46, 1996.
7. J. Flores, "Simplified model of unilateral damage for RC frames", *Journal of Structural Engineering ASCE* **121** (12), 1765-1772, 1995.
8. Y. Chai, K. Romstad, S. Bird, "Energy-based linear damage model for high-intensity seismic loading", *Journal of Structural Engineering ASCE* **121** (5), 857-864, 1995.
9. K. Shen, T. Soong, "Design of energy dissipation devices based on concept of damage control", *Journal of Structural Engineering ASCE* **122** (1), 76-82, 1996.
10. J. De la Llera, A. Chopra, "A simplified model for analysis and design of asymmetric-plan buildings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **24** (4) 573-594, 1995.
11. E. Cosenza, G. Manfredi, R. Ramasco, "The use of damage functionals in earthquake engineering: a comparison between different methods", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **22** (6) 855-868, 1993.
12. J. Lybas, M. Sozen, *Effect of beam strength and stiffness on dynamic behavior of reinforced concrete coupled walls*, Civil Engineering Studies, Structural Research, Series N. 444, University of Illinois, Urbana, 1977.
13. Banon H., Veneziano D., "Seismic safety of reinforced concrete members and structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **10** (2) 179-193, 1982.
14. Y. Park, *Seismic damage analysis and damage limiting design of R/C structures*, PhD Thesis, Department of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana, 1984.
15. M. Daali, "Damage assessment in steel structures", *Proceedings of Seventh Canadian Conference on Earthquake Engineering*, Montreal, Canada, 1995.
16. Y. Soo, C. Meyer, M. Shinozuka, "Modeling of concrete damage", *Ameri-*

*can Concrete Institute Structural Journal ACI*, **86** (3), 259-271, 1989.

17. M. Roufael, C. Meyer "Analytical modeling of hysteretic behavior of R/C frames", *Journal of Structural Engineering ASCE* **113** (3), 429-444, 1987.

18. R. Aguiar, *Indices de daño sísmico en edificios de hormigón armado*, Monografía de Ingeniería Sísmica. Centro Internacional de Métodos Numéricos IS-17, 1996.

## RESUMEN

Se compara la variación en el tiempo del índice de daño en pórticos de hormigón armado sometidos a acciones sísmicas empleando los modelos de Lybas y Sozen, Banon y Veneziano, Park y Ang, Daali, y el de Soo, Meyer y Shinozuka. La comparación se realiza con estructuras de período similar pero con distintas capacidades de ductilidad de sección o local. El análisis emplea los modelos constitutivos de Roufael y Meyer, y el modificado de Clough. Se incluye la no linealidad ocasionada por la fisuración

del hormigón, por lo que la curvatura en el punto de fluencia considera, tanto el efecto por cortante elástico como por el cortante anelástico, además del efecto de deterioro de adherencia.

## SUMMARY

The article presents a comparison between various damage index models proposed in reinforced concrete building subjected to seismic actions. The damage index is evaluated and compared along time during the seismic actions. The damage models included are the ones proposed by Lybas and Sozen, Banon and Veneziano, Park and Ang, Daali, and Soo, Meyer and Shinozuka. The comparisons are made using buildings with similar period but with different local ductility capacities. The nonlinear analysis uses the constitutive models by Roufael and Meyer, and Clough. The nonlinearity caused by concrete cracking is included, so the yielding curvature considers the elastic and anelastic shear as well as the bond deterioration causes by the lost of adherence.

\* \* \*

## INFORMACION DIRECTA PARA SU EMPRESA

A través de este teléfono le informamos puntualmente sobre ayudas de la Administración y creación de empresas, y le facilitamos el acceso a las bases de datos del IMPI:

- Ayudas públicas.
- Concursos públicos.
- Empresas subcontratistas
- Empresas industriales.
- Oferta tecnológica española.
- Laboratorios de ensayo.
- Ferias y Exposiciones.
- Empresas de servicio.

**900-190092**

**IMPI AL HABLA**

Paseo de la Castellana, 141, planta 2º 28071 MADRID  
Fax: (91) 582 93 99



## Estructura atirantada para acceso a la torre de toma en el embalse Francisco Abellán. Río Fardes (Granada)

José Antonio Llombart

Jordi Revoltós

Ingenieros de Caminos

(Estudio de Ingeniería y Proyectos. EIPSA. Madrid)

### INTRODUCCION

El acceso a la torre de toma en el Embalse Francisco Abellán (Río Fardes), en la provincia de Granada, se ha resuelto mediante la construcción de una estructura atirantada para uso peatonal y, eventualmente, para paso de un camión de 17 toneladas de carga total.

El diseño de la estructura se llevó a cabo teniendo en cuenta, en primer lugar, una exigencia estética motivada por su emplazamiento, caracterizado por la belleza natural del paisaje y por la grandiosidad de una obra hidráulica, realizada casi en su totalidad, constituida por una presa de materiales sueltos, junto con sus construcciones accesorias magníficamente ejecutadas y cuidadas en sus acabados y detalles. Se

requería, por tanto, la aportación de una solución elegante, para crear un elemento de paso desde la ladera del valle a la torre de toma.

El proyecto exigía, por otra parte, la adopción de un proceso constructivo especial, motivado por las difíciles condiciones de trabajo en una ladera abrupta, así como la circunstancia propia de la gran altura de la torre de toma, cuya coronación se encuentra a más de 80 metros por encima del fondo del valle.

La solución, finalmente desarrollada, consistió en la creación de una estructura atirantada de gran esbeltez (Fig. 1), proyectada con un sistema constructivo que, por su espectacularidad y, al mismo tiempo, sencillez, constituye la característica más singular de la obra realizada.

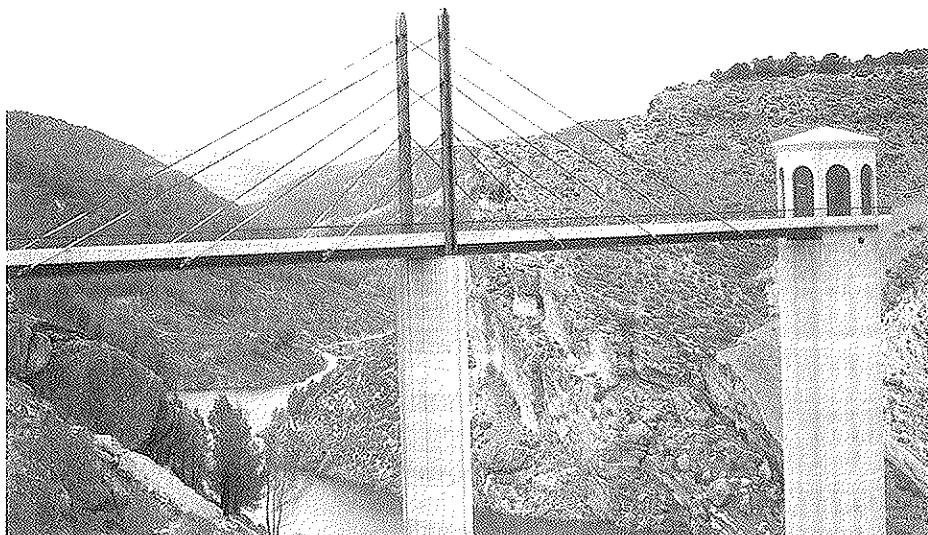
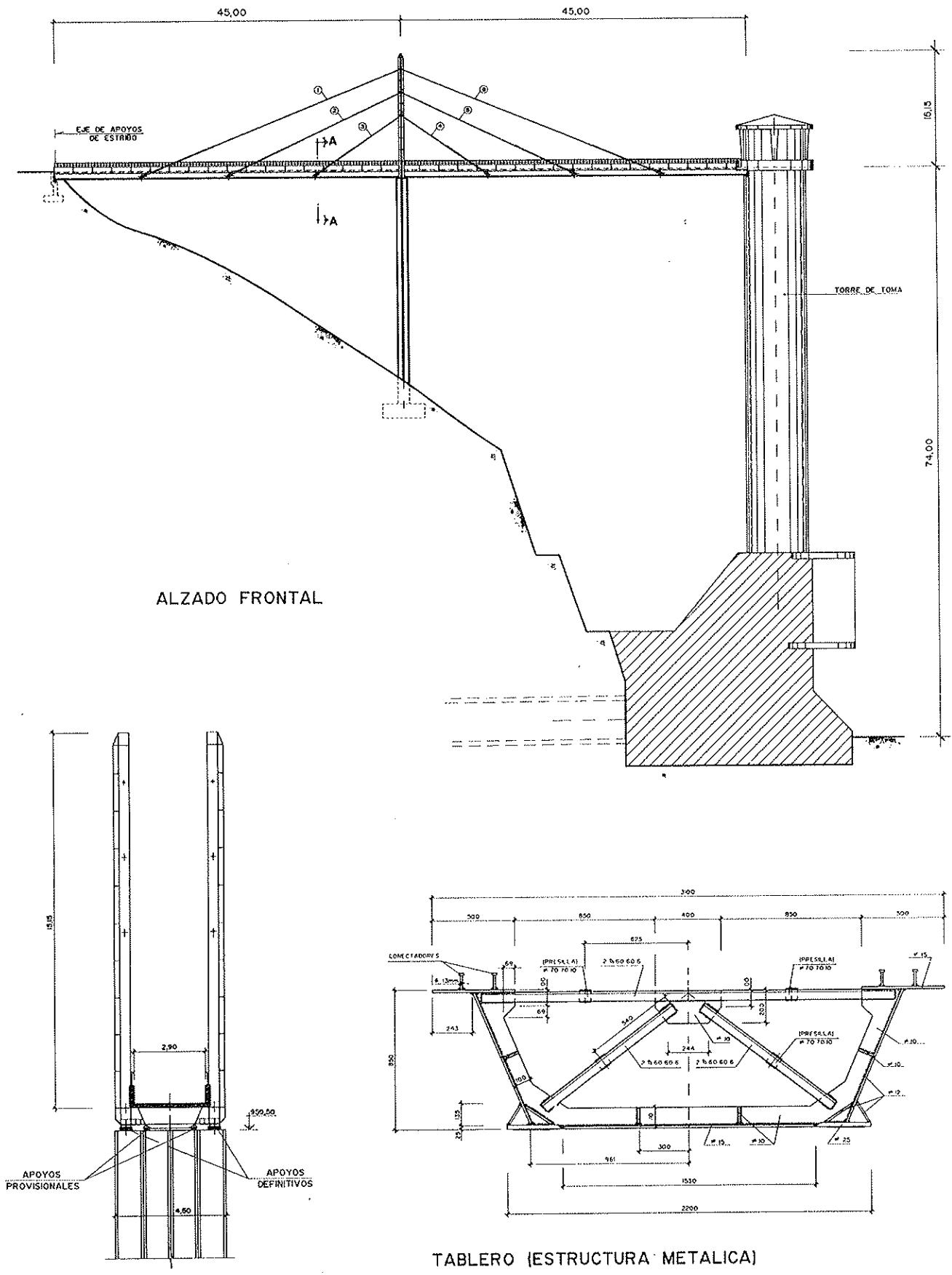


Fig. 1.



### SECCION A-A

Fig. 2.

## DESCRIPCION GENERAL

El tablero está constituido por una estructura mixta acero-hormigón atranada, de dos vanos simétricos de 45 m de luz cada uno. Los pilones son totalmente metálicos y están rígidamente unidos al tablero (Fig. 2).

El tablero está soportado, en uno de sus extremos, por un estribo de hormigón situado en la ladera y cubierto por mamostería careada. El apoyo simétrico se realiza sobre la torre de toma, y el intermedio está constituido por una pila de hormigón armado.

La estructura metálica ha sido elaborada con acero CORTEN, cuya textura y coloración contrasta con la del hormigón de la infraestructura y la parte superior del tablero, formada por una franja longitudinal, que contiene la losa de cierre del cajón metálico y las barreras laterales, sobre las que se ha dispuesto una barandilla metálica, guardando armonía con los restantes elementos de protección existentes en las zonas de paso de la obra hidráulica (coronación de presa, accesos, aliviadero, etc.).

Cada uno de los tirantes está compuesto por una barra de acero especial, de 40 mm de diámetro, envuelta por una vaina de

polietileno, cuyo espacio interior libre se ha inyectado con lechada de cemento.

Los apoyos del tablero sobre la infraestructura son de neopreno zunchado, y en los dos extremos (estribo y torre de toma), el tablero está anclado verticalmente con barras de acero especial, de 25 mm de diámetro y de las mismas características que el de los tirantes.

## PROCESO CONSTRUCTIVO

La estructura metálica, construida en taller en fracciones con dimensiones adecuadas para el transporte por carretera, se montó en su totalidad sobre unos apoyos provisionales situados en tierra firme (Fig. 3). El tablero está compuesto por una vigacajón metálica, abierta en su parte superior, en la que existe un plano de arriostramientos, formados por perfiles.

Una vez finalizado el montaje de la estructura metálica, la correspondiente verificación de soldaduras y el control geométrico, se inició el montaje de tirantes y se realizó un primer tesoado, apropiado para transferir el 90% de la carga debida al peso propio del tablero, que estaba uniformemente distribuida en los apoyos provisionales, a la zona situada en el centro, en la

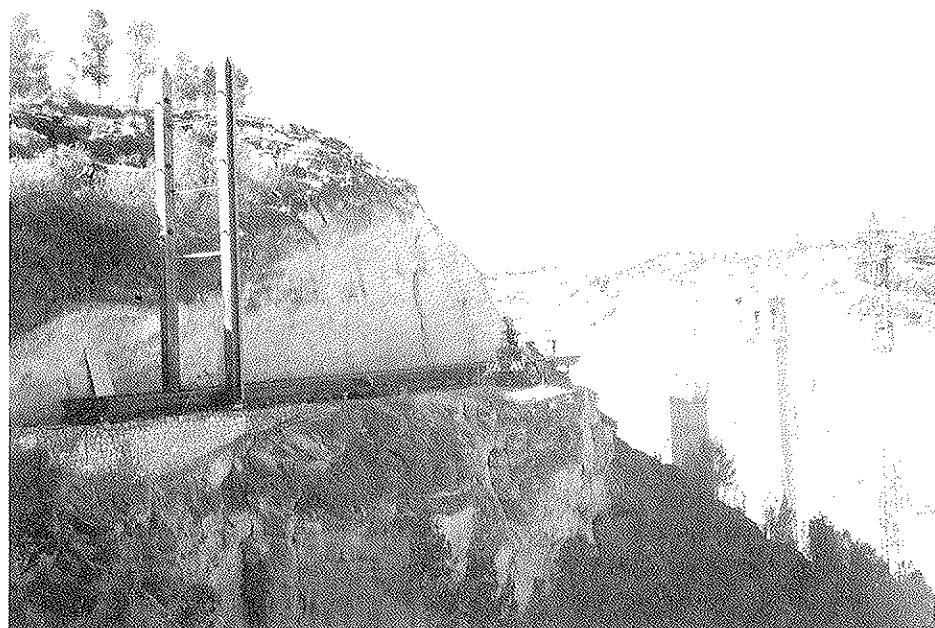


Fig. 3.

intersección con los pilones. Previamente al inicio de la siguiente fase, de empuje, se montaron dos torres metálicas auxiliares en el tramo comprendido entre el estribo y la pila de hormigón. En la parte trasera del tablero se montó un pequeño contrapeso, a fin de proporcionar la debida seguridad frente al vuelco en la totalidad de la estructura durante la última fase de empuje.

A continuación, se inició el empuje de la estructura metálica (Fig. 4) hasta alcanzar la posición definitiva. La circunstancia propia de la gran ligereza de la estructura metálica, desprovista de la losa superior de hormigón, unida a la capacidad resistente del conjunto del sistema atirantado, permitió

la realización del empuje con el tramo delantero totalmente en voladizo, hasta su posicionado sobre la torre de toma, tras la recuperación de la flecha elástica, mediante el empleo de dos pequeños gatos hidráulicos accionados a mano.

La existencia de los tirantes proporcionó la rigidez adecuada al conjunto durante la fase de empuje, por lo que la magnitud de la flecha resultante (19 centímetros) en el extremo de la zona volada, antes de alcanzar el apoyo sobre la torre de toma, puede considerarse moderada, teniendo en cuenta la gran esbeltez del tablero metálico, que puede apreciarse en la fotografía de la figura 5.

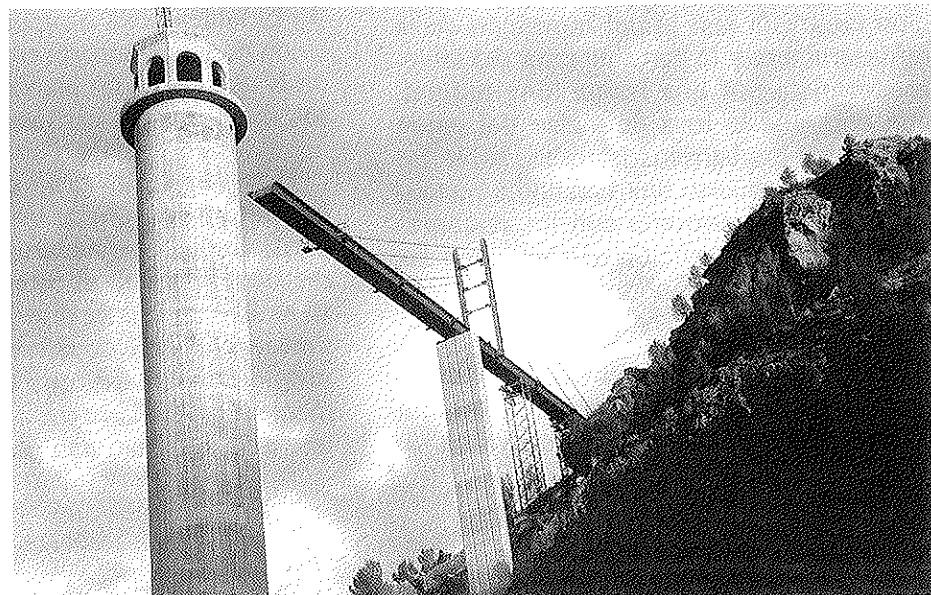


Fig. 4.



Fig. 5.

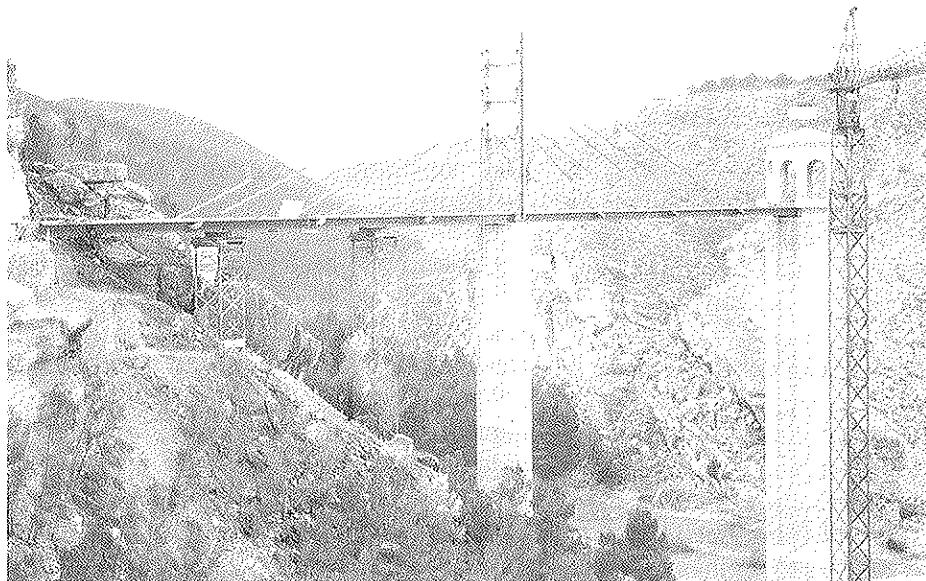
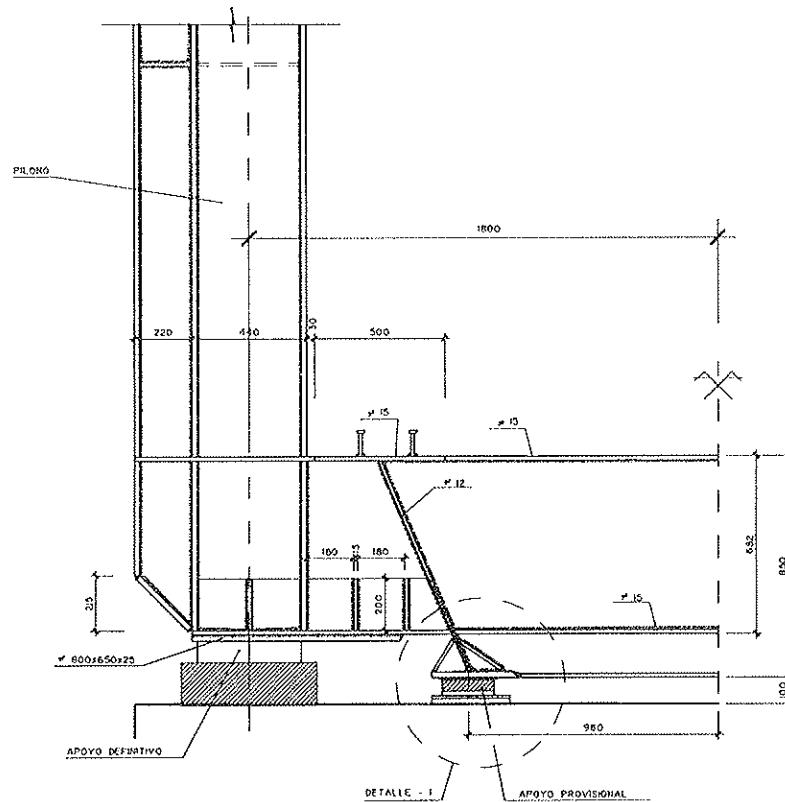


Fig. 6.



**APOYOS SOBRE PILA INTERMEDIA**

Fig. 7.

La maniobra correspondiente al empuje de la práctica totalidad de la estructura metálica se realizó en un día, durante unas 10 horas, aproximadamente.

Una vez alcanzada la posición definitiva

(Fig. 6), se procedió a la sustitución de los apoyos deslizantes provisionales de la viga-cajón sobre la pila central, por los definitivos, situados debajo de los pilones (Fig. 7), mediante el levantamiento con gatos hidráulicos. Se montaron los anclajes

verticales del tablero en sus extremos (estribo y torre de toma) y se procedió al tesado definitivo de los tirantes, con lo que los anclajes verticales entraron en carga y se produjo una considerable contraflecha elástica en los dos vanos del tablero.

Posteriormente, se efectuó el hormigonado de la losa sobre la viga-cajón, quedando constituida la estructura mixta definitiva; y en una fase posterior, se construyeron las barreras laterales, de hormigón. La acción del peso propio del hormigón produjo una deformación, que neutralizó casi por completo la contraflecha originada anteriormente por el tesado de tirantes, quedando la rasante del tablero según una línea sensiblemente recta y con una contraflecha final de 1 centímetro en cada vano, coincidiendo con las previsiones y el cálculo de flechas realizado en el proyecto.

## DETALLES ESTRUCTURALES Y SISTEMA DE LANZAMIENTO

El tablero está formado por una viga-cajón metálica, compuesta por chapas de acero CORTEN, con rigidizadores interiores del mismo material. La sección metálica es abierta, existiendo un plano horizontal de arriostramientos, en forma de cruces

de San Andrés, a nivel de la cabeza superior.

Sobre las chapas que forman el cordón superior, se han dispuesto conectadores para la unión con la losa superior de hormigón, constituidos por pernos de 13 mm de diámetro.

Cada tirante está formado por una barra de acero especial, de 40 mm de diámetro y 132 toneladas de carga de rotura, alojada en el interior de una vaina de polietileno de 90 mm de diámetro interior. El espacio interior libre se ha inyectado con lechada de cemento, una vez concluidas las fases de tesado definitivo. El anclaje en ambos extremos se realiza mediante un sistema de tuerca convencional. En el extremo inferior, preparado para realizar las operaciones de tesado (Fig. 8), existe una ristra metálica con sección en doble T, que atraviesa el tablero y sobresale en ambos lados, para recoger el anclaje de cada tirante (Fig. 9). En la parte superior, realizada en el interior del pilono, existe un pequeño espacio libre formado por un anillo metálico de refuerzo, colocado antes del ensamblaje de las chapas que forman el pilono, en el que se sitúan las placas de asiento de las tuercas (Fig. 10). Con este sistema, se ha resuelto la totalidad del anclaje en el interior del pilono (Fig. 11), sin precisarse ensancha-



Fig. 8.

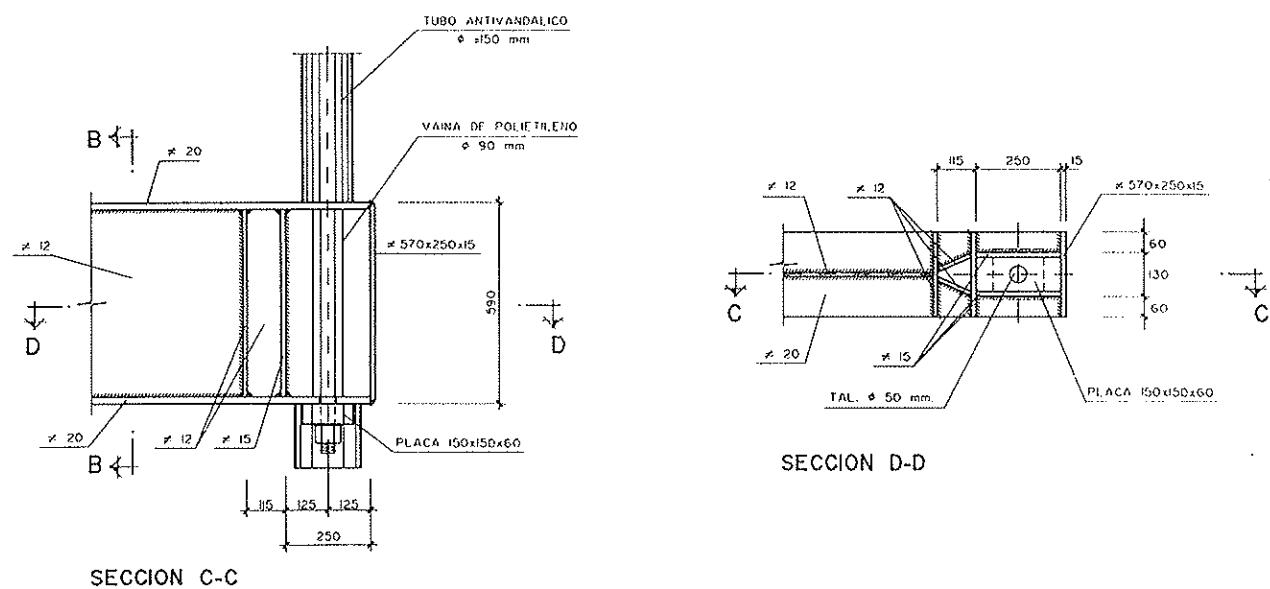
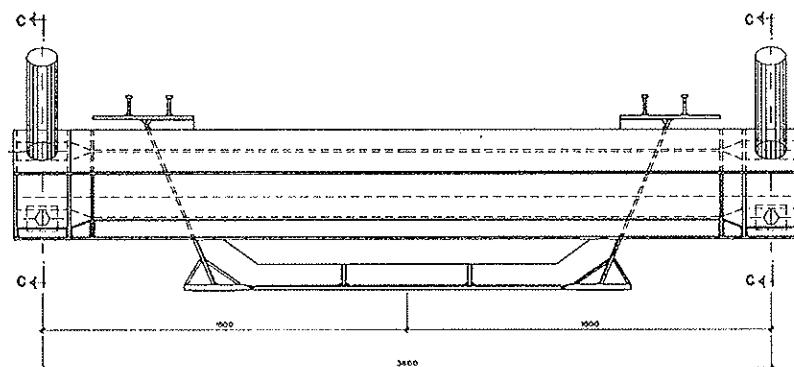
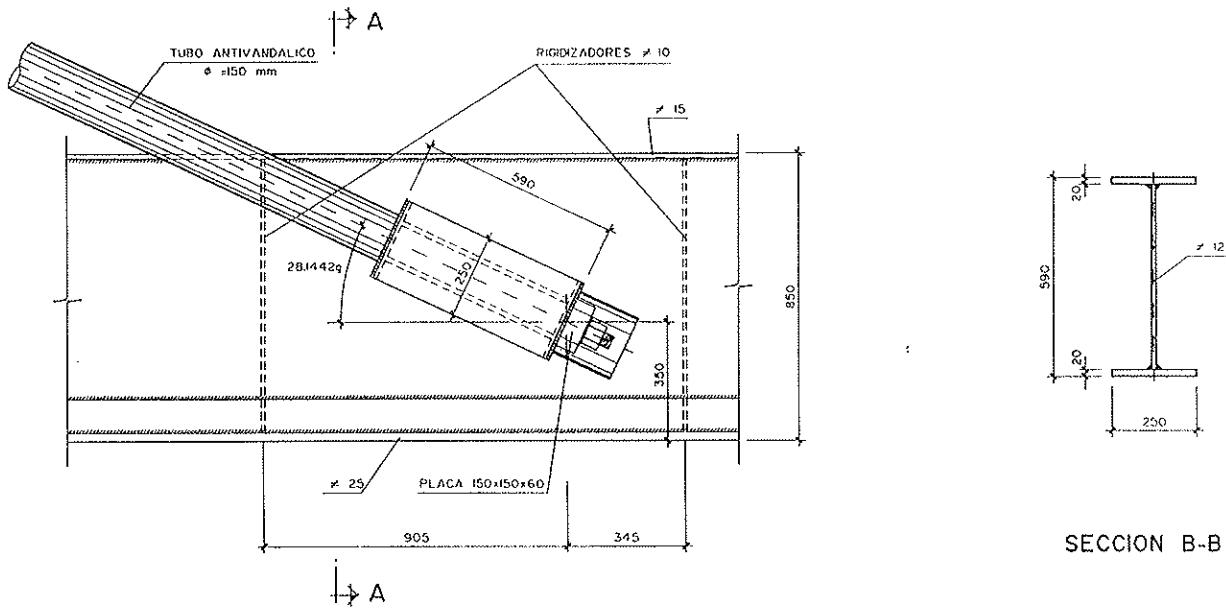
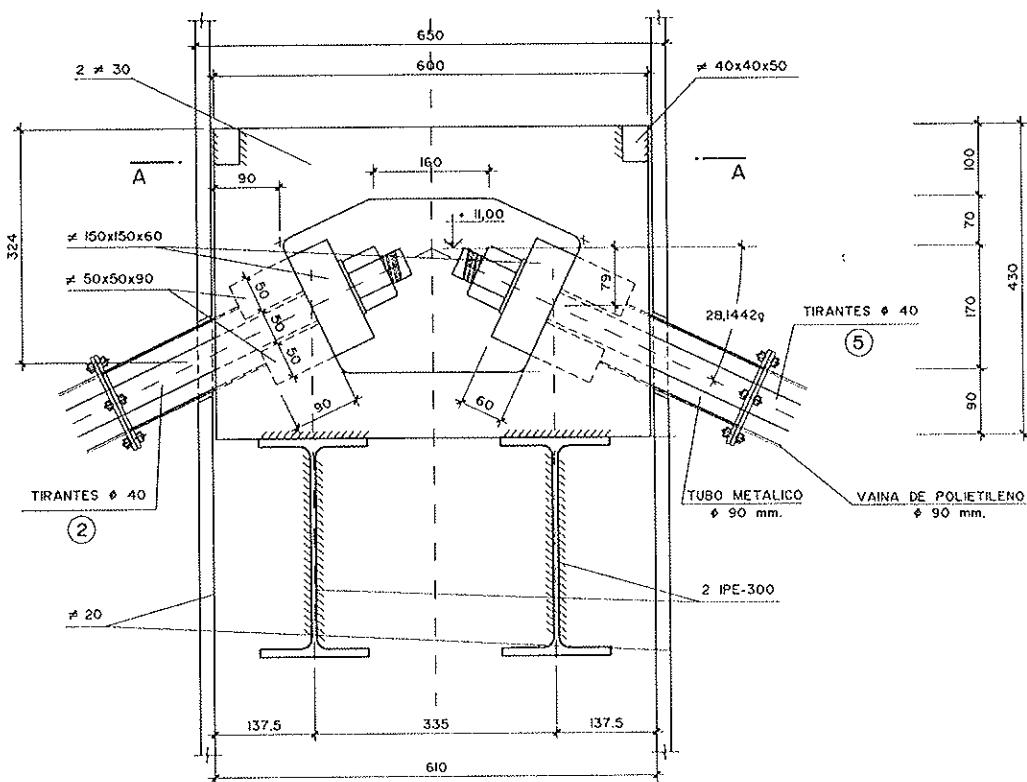
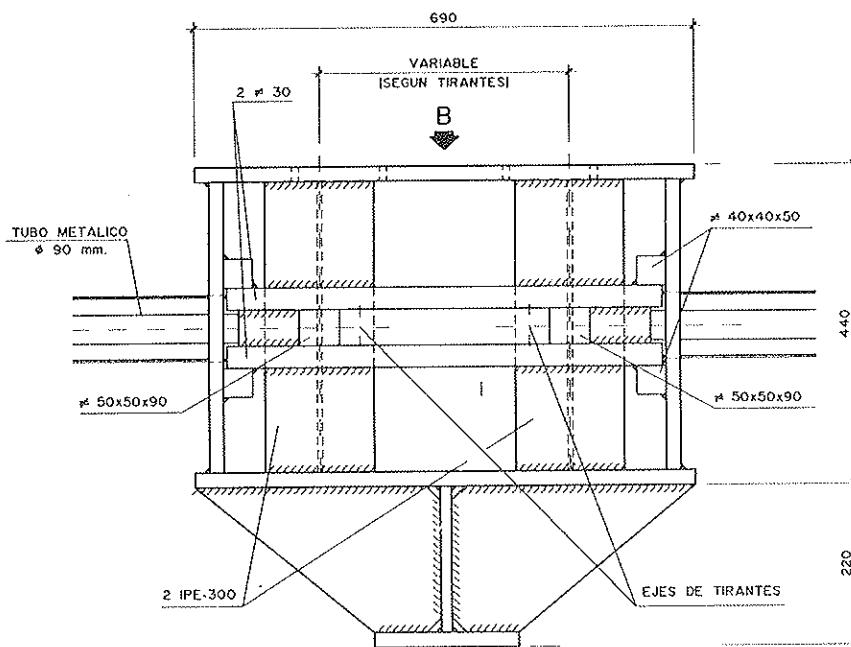


Fig. 9.



DETALLE DE TIRANTES 2 Y 5



SECCION A-A

Fig. 10.

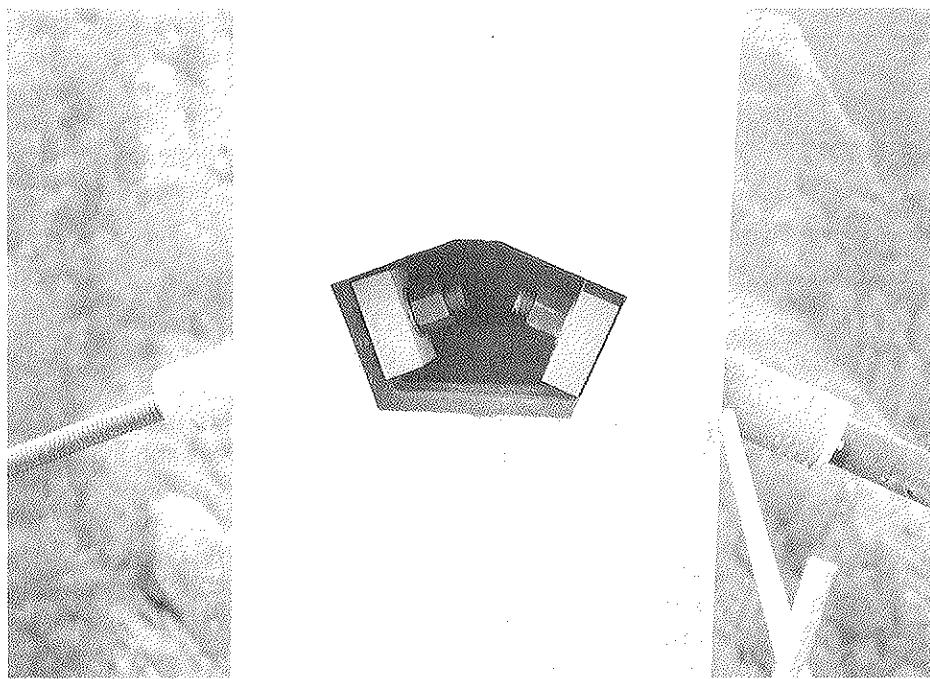


Fig. 11.

miento alguno, cosa que en ocasiones suele ser necesario en puentes y pasarelas atirantadas. Cada uno de los pilones tiene una sección rectangular hueca, de 440 x 650 mm, provista de una rigidización exterior. Se mantiene constante en toda su altura y carece de elementos exteriores vistos, relacionados con el sistema de atirantamiento (Fig. 12).

El sistema de empuje se ha resuelto con elementos de gran simplicidad. En la base de la viga-cajón y en toda su longitud, se soldaron dos chapas de acero inoxidable, de 4 mm de espesor y 220 mm de anchura, cuya función es la propia de unos patines de deslizamiento.

Los apoyos provisionales situados en tierra firme (estribo, torres metálicas auxiliares y pila de hormigón), estaban compuestos por unos bloques de neopreno zuncharado, con una lámina de teflón en la cara superior (Fig. 13). Se dispusieron, además, unas guías metálicas laterales, al objeto de asegurar que el movimiento fuese exclusivamente en la dirección del empuje. Con el sistema de deslizamiento constituido por los patines longitudinales de acero inoxidable, apoyos de teflón y chapas de guiado, no se precisó la utilización de las clásicas almohadillas, que constituyen un elemento usual en la mayor parte de los puentes con tablero construido por empuje, así como

tampoco se precisó la intervención de personal alguno en las zonas de apoyos, durante la maniobra de lanzamiento.

La fuerza horizontal de empuje se transmitió mediante dos cordones de pretensado, de 0,6 pulgadas de diámetro y 26,6

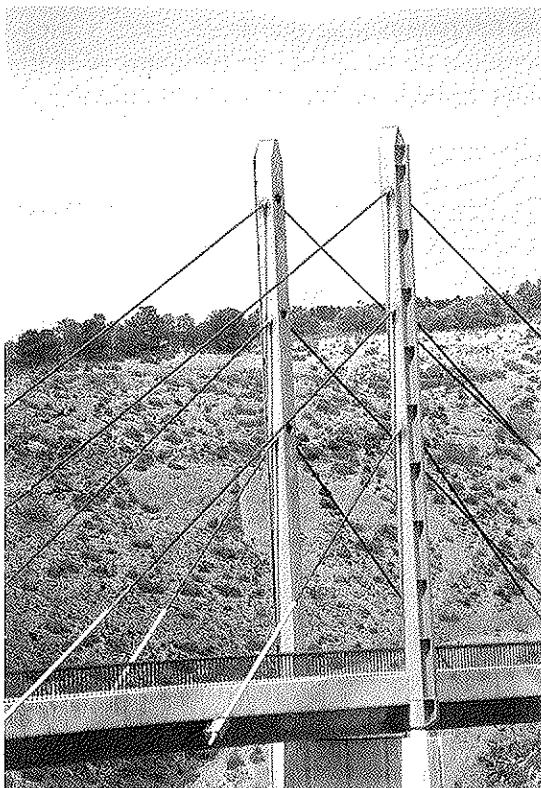
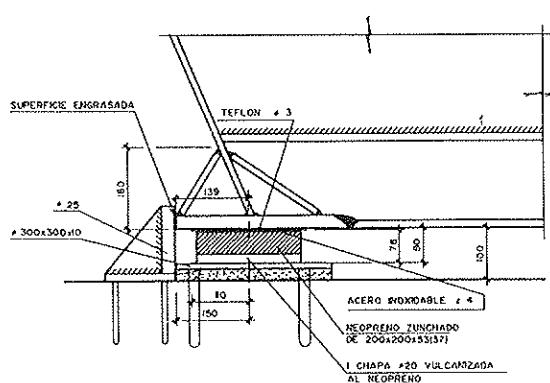


Fig. 12.



**DETALLE-I (APOYO PROVISIONAL)**

Fig. 13.

toneladas de carga de rotura, anclados por uno de sus extremos en el estribo y pasando a través de unos gatos unifilares de pretensado (Fig. 14), montados en el extremo trasero de la viga-cajón y provistos de un sistema que impedía el retroceso de cuñas, de forma automática, durante la recuperación de la carrera del émbolo. El accionamiento de los gatos se llevó a cabo mediante una central hidráulica situada sobre la propia viga-cajón, de tal forma que la maniobra de empuje se produjo de forma continua y sin interrupción, ya que todas las operaciones de puesta en carga y recuperación de la carrera de los gatos se realizaba desde la propia central hidráulica.

Los patines longitudinales de acero inoxidable no se desmontaron una vez terminado el montaje, sino que quedarán permanentemente vistos, como un elemento decorativo y como un exponente del sistema constructivo llevado a cabo.

### **TESADO DE TIRANTES Y HORMIGONADO DE LA LOSA DE TABLERO**

La determinación de las fases de tesado y la magnitud de las fuerzas aplicadas se ha llevado a cabo tras un estudio que ha tenido por objeto optimizar el proceso constructivo, estrechamente ligado al funcionamiento del sistema atirantado, así como las condiciones de servicio de la estructura terminada.

Los criterios de determinación de dichas fases han sido los siguientes:

- Minimizar, en la medida de lo posible, las veces que se actúa sobre los tirantes.
- Controlar las deformaciones en el extremo del voladizo del tablero en proceso de empuje, así como acotar los esfuerzos de flexión que se producen en el dintel y los pilones.

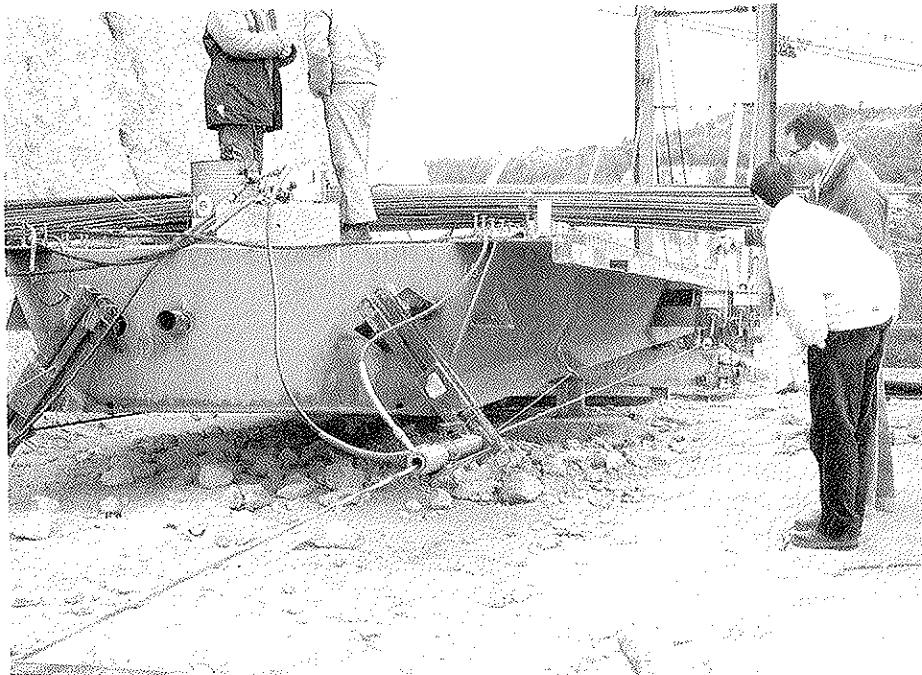
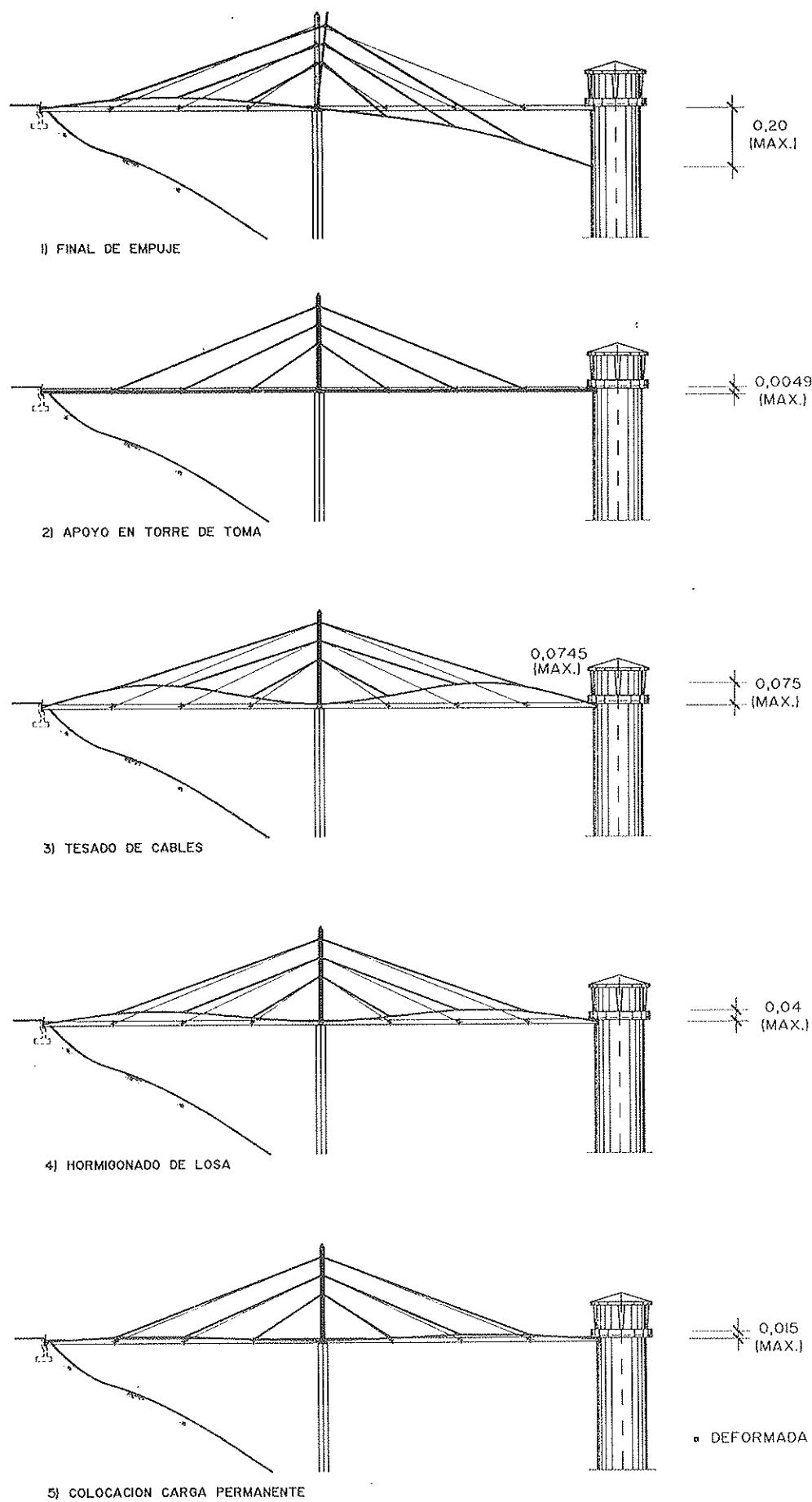
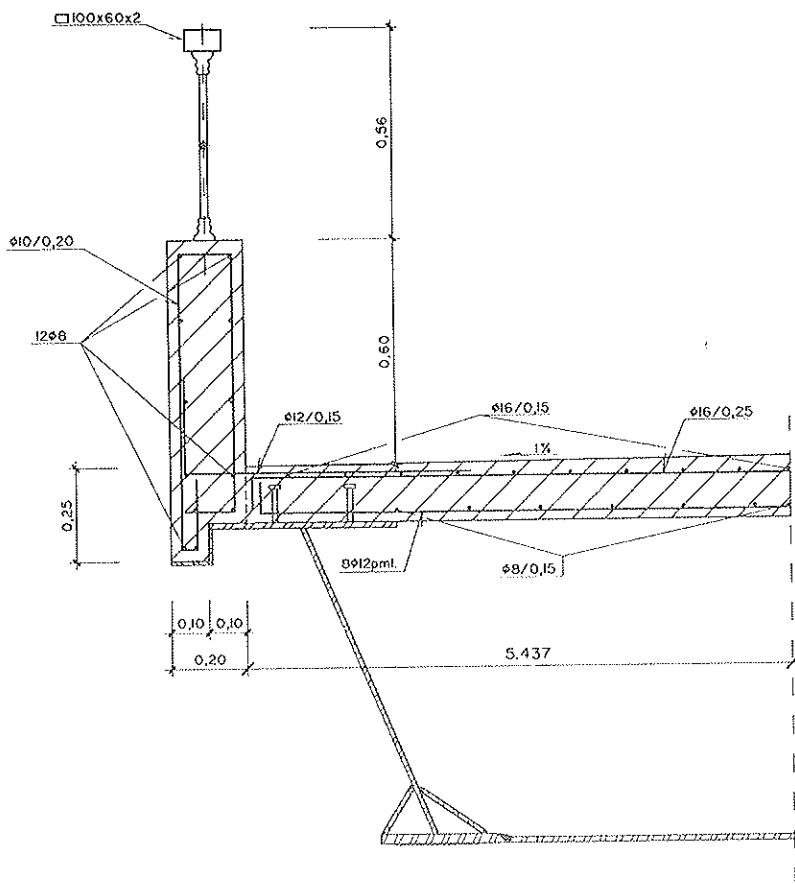


Fig. 14.



DEFORMADAS SEGUN EL PROCESO CONSTRUCTIVO

Fig. 15.



SEMI-SECCION TIPO DE TABLERO

Fig. 16.

- Garantizar que la geometría definitiva, una vez concluida la obra, sea la propia de un tablero sin flechas residuales no deseadas y los pilones sin desplome; todo ello sin la necesidad de efectuar el montaje del tablero con contraflechas geométricas previas.
- Conseguir que la ley de momentos flectores del tablero, una vez terminado, sea semejante a la de una viga continua de 8 vanos, de 11,25 m de luz.

Para ello se han definido dos fases fundamentales de tesado:

- 1) Tesado de tirantes con el tablero en bancada, con unas fuerzas tales, que producen una componente vertical total equivalente al 90% del peso propio de la viga metálica. Con ello se consigue dar rigidez al conjunto dintel, pilones y tirantes, para que, en las

fases en que el tablero queda en voladizo, se límite la flecha del extremo frontal, así como los esfuerzos de flexión.

Las fuerzas de tesado en esta fase fueron relativamente bajas, en comparación con las definitivas, por lo que su ajuste y control se realizó cuidadosamente, para evitar desviaciones derivadas de la variación del módulo aparente de deformación de los tirantes. La no linealidad de los cables, reflejada en el módulo de Ernst, se manifiesta de una forma mayor, cuanto menor es el estado tensional del acero de los tirantes. Si bien las correcciones derivadas de la variación aparente del módulo de deformación de los tirantes sólo suelen ser necesarias en el análisis de puentes atirantados de gran magnitud, sin embargo, en este caso concreto, fueron significativas, a pesar de tratarse de una obra pequeña; todo ello debido únicamente a la escasa tensión de

los tirantes en la primera fase de construcción.

- 2) Tesado, una vez apoyado el tablero en su situación definitiva y antes de la construcción de la losa superior de hormigón.

Se tesaron los cables con unas fuerzas tales que, en las fases siguientes, una vez hormigonada la losa y colocada la carga

permanente (barrera), el tablero quedase sin flechas, y los tirantes con las fuerzas deseadas. Por lo tanto, la componente vertical total de la fuerza dada a los tirantes fué superior a la del peso propio del tablero; por lo que se requirió anclar verticalmente el dintel en el estribo y en la torre de toma.

Se decidió efectuar este tesado antes de hormigonar la losa y no después, a fin de

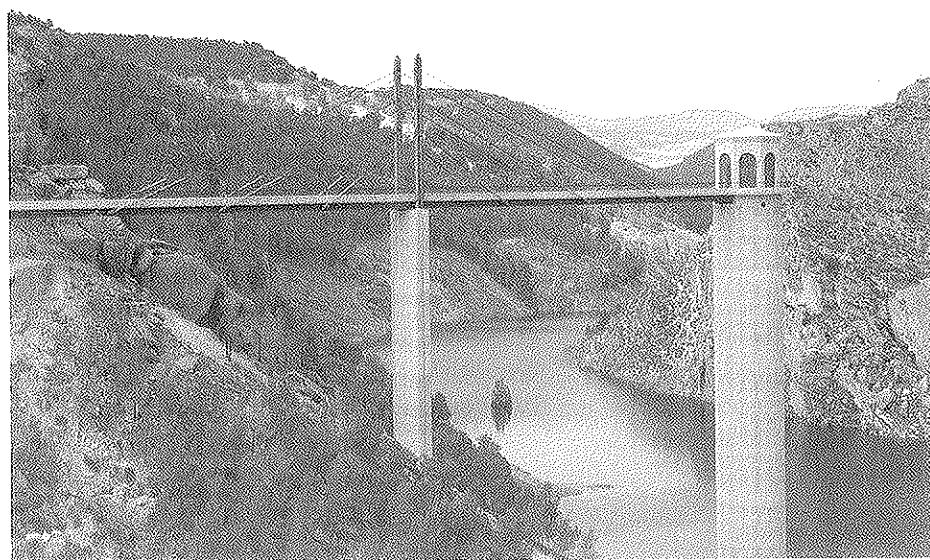


Fig. 17.

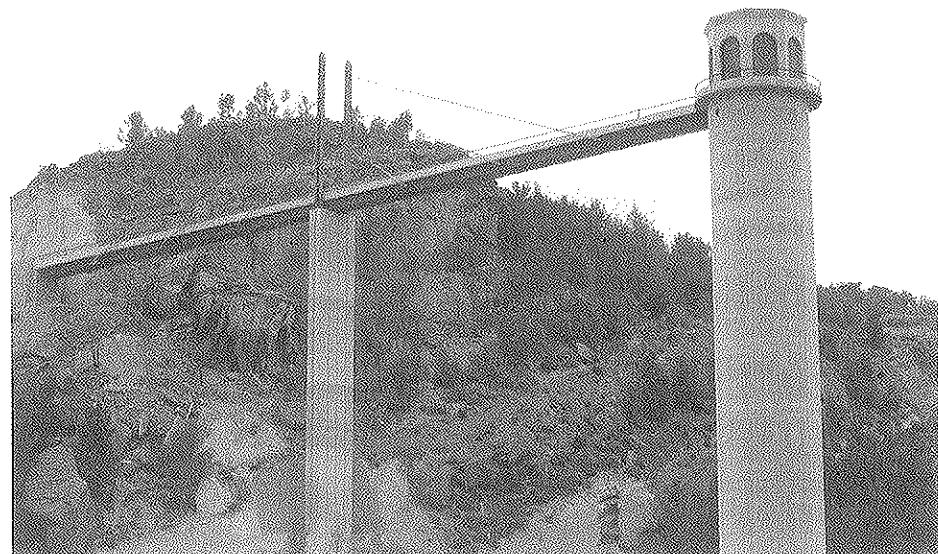


Fig. 18.

actuar enteramente sobre una estructura metálica, cuyo comportamiento dentro del dominio de la elasticidad está totalmente asegurado y, por lo tanto, la previsión derivada del cálculo de rigideces y deformaciones puede efectuarse sin riesgos de desviaciones. Caso de haberse actuado en una estructura mixta, el resultado hubiese sido incierto.

Las flechas máximas ascendentes al final de esta fase fueron de 7 centímetros (Fig. 15).

La secuencia de hormigonado de la losa fué simétrica en los dos vanos, partiendo desde la base de los pilones, simultáneamente. Dicha medida se tomó para que el endurecimiento del hormigón en un vane no provocase una deformada asimétrica de la estructura.

Por último, se procedió al hormigonado de las barreras laterales (Fig. 16), relativamente pesadas, en comparación con las dimensiones del tablero, actuando ya sobre la sección mixta. Una vez concluida esta operación pudo verificarse que la geometría final del tablero coincidía con lo previsto, con una contraflecha final de 1 centímetro en cada vane.

El aspecto de la obra terminada puede apreciarse en las figuras 17 y 18.

## EJECUCION DE LA OBRA

El proyecto de la estructura descrita, proceso constructivo y asistencia técnica, han sido realizados por los autores del presente artículo.

La construcción ha quedado concluida en abril de 1996. El Constructor general de

la obra ha sido la Empresa AGROMAN. La estructura metálica ha sido realizada por la Empresa AUGESCON. El proceso de empuje, el montaje y el tesado de tirantes han sido desarrollados por la Empresa MEKANO-4.

La Dirección de la Obra ha sido llevada a cabo por D. Joaquín Delgado García, de la Confederación Hidrográfica del Guadalquivir.

## RESUMEN

En el presente artículo se describe la pasarela atirantada construida para acceder a la torre de toma de la presa Francisco Abellán, en el río Fardes (Granada).

La pasarela es una estructura simétrica, con dos vanos de 45,00 m de luz, y un tablero con sección cajón mixta.

La construcción se realizó mediante empuje de toda la estructura metálica desde el estribo, evitando así el uso de los costosos medios de elevación que requería una ladera escarpada.

## SUMMARY

This paper describes a cable stayed footbridge built to access the intake tower of the Francisco Abellán Dam.

The footbridge is a symmetric structure with two spans of 45.00 m each and a composite box girder.

The construction was done by launching the whole steel structure from one hillside, in order to avoid expensive lifting means due to high cliff.

## Proyecto de dos pasarelas en el Ayuntamiento de Paderne

**Antonio González Serrano  
Ingeniero de Caminos  
Patólogo  
Director de Proxectos, S.L.**

*...porque mi corazón gozó de todo mi trabajo, siendo éste el premio de toda mi faena. Eclesiastés 2,10.*

*A mis padres, que ya no están aquí, con mi permanente recuerdo.*

### ANTECEDENTES

En este artículo se exponen dos realizaciones recientes, a nivel de proyecto, relativas a dos pasarelas que se van a construir en el Ayuntamiento de Paderne, en la Provincia de La Coruña.

Quiero agradecer, en primer lugar, a Eduardo Toba, Jefe de la Demarcación de Costas, el empeño que puso para que se realizaran estos Proyectos; pues gracias a él he podido gozar con mi trabajo.

Igualmente agradezco la colaboración del Arquitecto, Julio Besiga-Díaz Blanco, el cual ha redactado también la siguiente memoria filosófica de la génesis de estos proyectos.

### FILOSOFIA DEL DISEÑO

Se realizan tres intervenciones en el medio natural.

Estas intervenciones urbanísticas están encaminadas a la recuperación y potencia-

ción de las zonas naturales de esparcimiento y ocio.

La transformación de una torreta eléctrica en un observatorio de aves.

Una pasarela peatonal sobre una carretera.

Una pasarela peatonal en la ría.

No son tres intervenciones independientes, sino la consecuencia de una reflexión conjunta.

El Proyecto tratará de encontrar ese "orden", de crear y organizar ese lugar.

Conocido el territorio, llegó el momento de buscar ese lugar, de crear un lugar.

Un camino de tierra, un conjunto de edificaciones, una ladera, la ría, un muro, un punto de referencia: la torreta eléctrica. Las pautas, la ayuda para desarrollar el proyecto.

El proyecto trata de ser una reflexión sobre lo existente.

Un recorrido imaginario.

Una línea que se marca en el horizonte, el camino, nuestro camino de acceso.

Una ladera con fuerte pendiente, nuestro apoyo. Un camino entre árboles... y surge la pasarela como continuación del camino.

Otro camino, la bajada a la ría.

Un nuevo camino se convierte en el pavimento suspendido sobre las olas, que nos permite acercarnos al nuevo lugar.

La pasarela nos acompaña muy lejos, nos transforma en observadores privilegiados.

Recorrerlo como un camino...

Una construcción, una referencia: la torreta eléctrica.

Así es el modo como la construcción nos devuelve el pensamiento sobre el lugar.

La decisión partió del proyecto de los accesos y, a partir de ahí, se construyó el "espacio".

El énfasis en los recorridos.

La idea es que se tenga una clara sensación de orientación y dirección, y que las rampas, estructura, barandillas... contribuyan a indicar el camino que se debe tomar.

"Estas líneas, si las seguimos o las describimos, podrían ser nuestro camino y nuestro gesto" (Miralles / Pinós).

Fijarle una escala. Las propias reglas del lugar nos irán dando las pautas.

Una particular actitud hacia la estructura: de que las ideas presuponen ciertos materiales.

El proyecto entendido como instrumento y a la vez signo de una reflexión.

### Pasarela peatonal "A Corredoira"

El problema que se planteó al diseñar esta pasarela, era el poder acceder a una torreta eléctrica en desuso, que se iba a transformar en un observatorio de aves.

La torreta se encuentra en la ría que existe en la proximidad del núcleo de Ponte do Porco. La construcción de esta pasarela permitirá acceder al observatorio de aves, con independencia del nivel de las mareas.

Se creyó conveniente diseñar el menor número posible de apoyos, creando, al mismo tiempo, un elemento "transparente" y ligero.

La estructura se plantea en una longitud de 405 m, dividiéndola en 27 vanos de 15 m, diseñados con una estructura de banda tesa. Véase figura 1.

La estructura de banda tesa se resuelve con dos cables alineados, formados cada uno por seis cordones de 0,6", que salvan el vano de 15 m con una flecha de 12,5 cm. Los 12 cordones se tesan a 210,77 t. Como la relación flecha/luz es 1/120, los cables alineados son prácticamente horizontales.

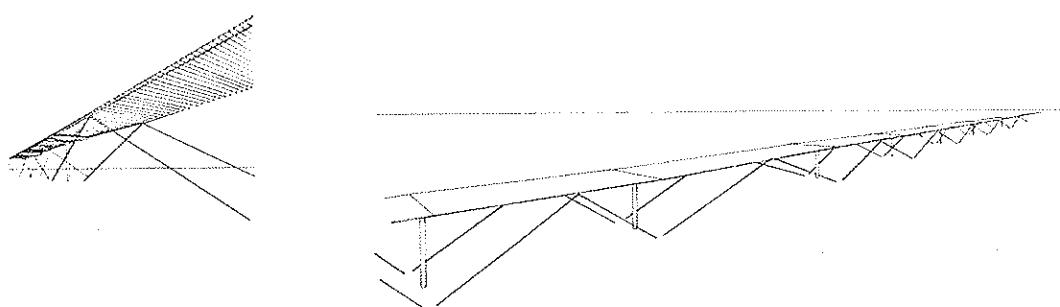


Fig. 1.

El tablero se diseñó en madera, siendo por tanto muy ligero. Por esta razón, la flecha en el centro del vano se materializa con dos cordones de 0,6", inclinados, que van desde el centro del vano hasta la cara superior de las cimentaciones. Véase figura 2.

La filosofía de la concepción es muy simple. Con carga máxima, los cables inclinados no trabajan, y el momento isostático queda compensado por el producto de la tensión de los cables del tablero por la flecha. Sin carga, existe equilibrio en el nudo que se diseña en el centro del vano, véase figura 3, estando equilibrada la componente vertical de la tensión de los cables del tablero, con la componente vertical de los cables inclinados.

Por lo tanto, la tensión de los cables alineados es prácticamente constante, con

independencia del nivel de carga en la estructura, mientras que la tensión de los cables inclinados decrece, desde su valor máximo, con la pasarela sin carga, hasta un valor casi nulo, con la pasarela con carga máxima.

Las cimentaciones se resuelven con pozos pilote, que es la cimentación más idónea cuando las cargas verticales son reducidas, y las solicitudes dominantes son los esfuerzos de flexión. Véase figura 4.

Los estribos, que tienen que absorber esfuerzos horizontales importantes, se diseñan como encepados, con micropilotes trabajando a tracción y a compresión. Véase figura 5.

Los micropilotes se diseñan para una

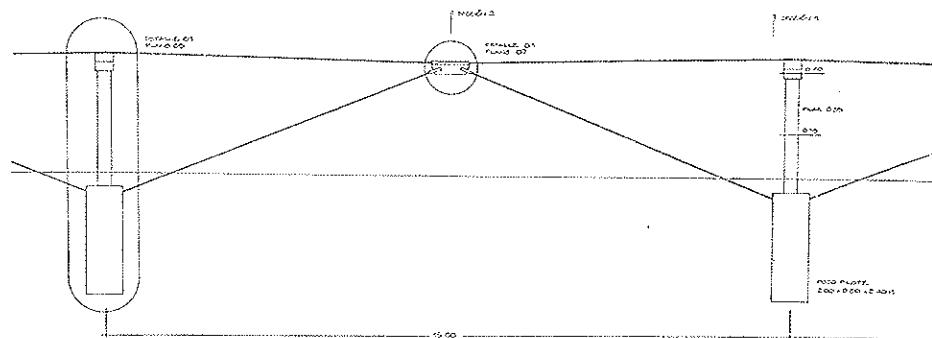


Fig. 2.

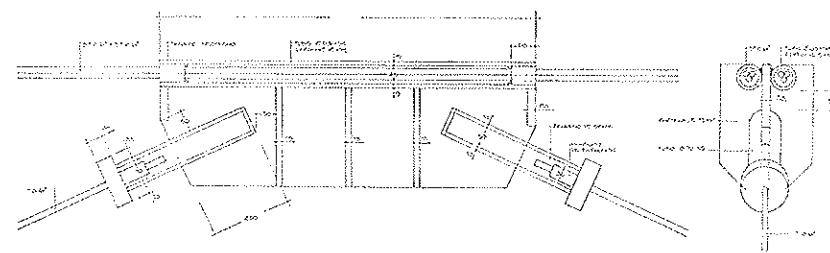


Fig. 3.

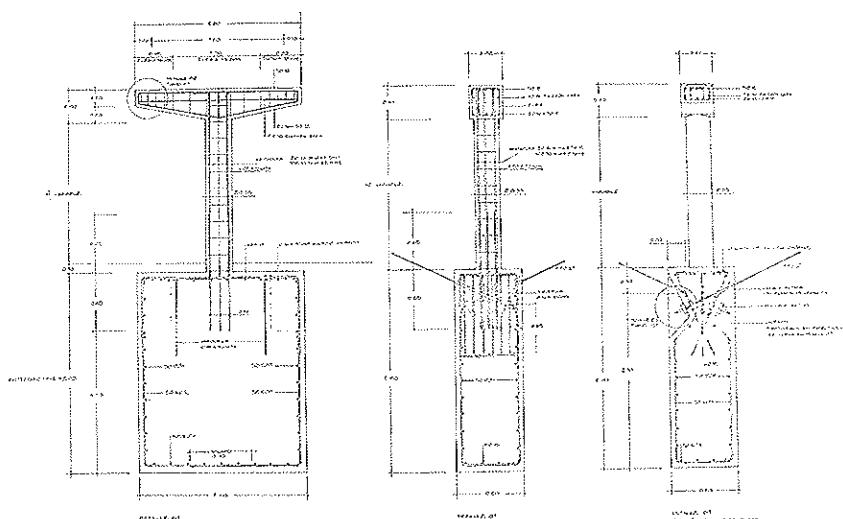


Fig. 4.

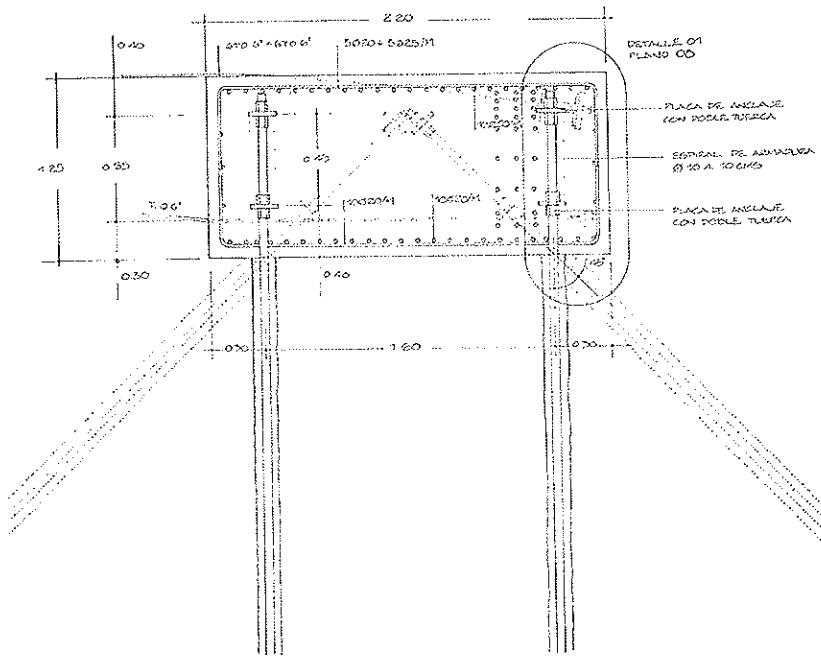


Fig. 5.

carga admisible de 50 t, estando armados con una barra Gewi de 50 mm de diámetro, y protegidos frente a la corrosión con la doble protección de la patente Dywidag.

Uno de estos estribos, el más cercano a tierra, se diseña totalmente nuevo; mientras que para el otro estribo, se utilizó la cimen-

tación de la torre, reforzándola y micropilotándola.

En la figura 6 se da un detalle de una ménsula de un apoyo.

Este tipo de estructuras no son habituales, al menos en nuestro país, donde tan

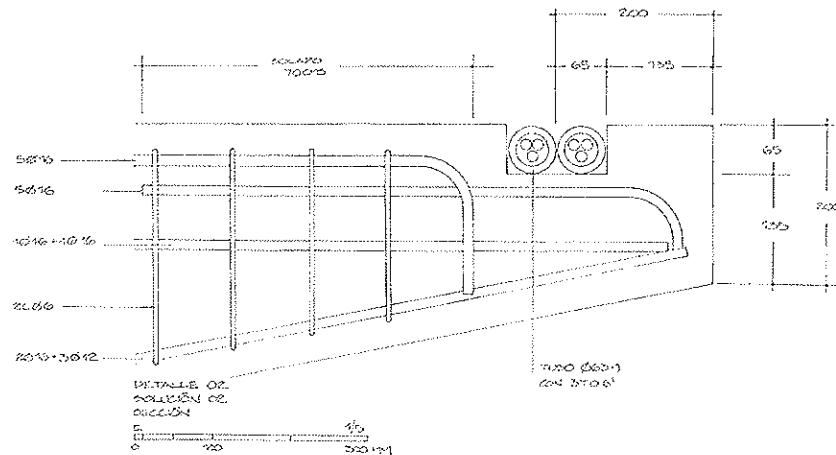


Fig. 6.

sólo conozco una tipología de banda tesa en Almazán, aunque con una filosofía diferente, si bien existen algunas bandas en otros países.

Yo entiendo que la estructura es muy singular, muy simple de concepto, fácil de comprender, aérea, muy ligera, de notable belleza, que se enmarca y se integra totalmente en el paisaje.

#### Pasarela "A Lembranza"

El problema que se planteó era el dar continuidad a un antiguo camino, que nacía en la parte superior del núcleo de Insua, y que conectaba con el de Ponte do Porco, que quedó interrumpido por la realización de la carretera de Ferrol a Coruña. El nuevo enlace se realiza a través de una pasarela peatonal que cruza por encima la Nacional VI, en el ramal de Ferrol.

El principal problema que se planteó era que el trazado del antiguo camino se interrumpía a 15,00 metros por encima de la rasante de la carretera. Por esta causa, se diseñó un tramo del camino descendiendo por la ladera del monte, para perder cota, con el fin de poder iniciar el cruce de la

carretera a una cota aproximada de 9,00 m por encima de la rasante.

El tablero de la pasarela desciende, perdiendo cota, con una pendiente uniforme del 10%, con un desarrollo total de 105 m.

La tipología estructural del tramo principal, que es el que cruza la carretera, se ha definido como un arco de tablero inferior, que en el lado opuesto a la montaña se prolonga, con un arco de tablero superior, hasta el terreno.

El tramo principal tiene 34,40 m de longitud y una relación flecha/luz de 1/8. El arco de tablero superior tiene 26,87 m de longitud. El arco de tablero inferior está formado por dos tubos, de 29,85 cm de diámetro; mientras que el arco de tablero superior es un tubo único, de 40,64 cm de diámetro.

El pandeo del cordón comprimido se ha resuelto diseñando los tubos con separación variable, con un trazado parabólico en planta, adosándolos en arranques y separándolos 90 cm en clave.

En la figura 7 se ve una perspectiva de la pasarela.

Los tubos del tramo principal se enlazan, cada 2,70 m, con montantes transversales



Fig. 7.

que soportan los tirantes de cuelgue del tablero, que están formados por barras rosadas tipo Gewi, de 25 mm de diámetro. Véase figura 8.

El tablero se ha diseñado mediante una estructura mixta en cajón, que es capaz de absorber las torsiones que se producen con carga excéntrica, al estar suspendido únicamente del eje.

El tablero, de 34,6 cm de canto, está formado por 2 UPN 260 + 2 IPN 260, corridos, soldados a una chapa inferior de 6 mm y conectados a una losa superior, de hormigón armado, de 8 cm de espesor.

El tablero tiene un ancho de 3,20 m.

El tramo principal se apoya, en un lado, en la ladera del monte, y en el lado opuesto, el arco de tablero superior continua hasta alcanzar el suelo.

El tablero está empotrado a torsión en el estribo situado en el lado de la montaña, y en el lado opuesto, en parejas de pilares inclinados que parten del arco de tablero superior.

En la figura 9 se representa una sección

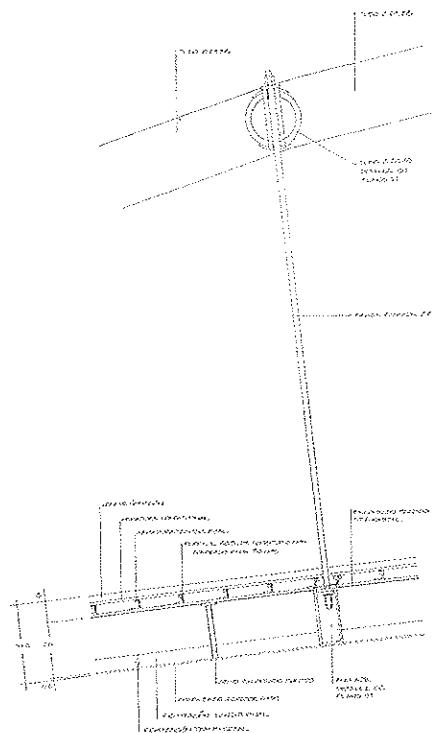


Fig. 8.

longitudinal del tramo principal de la pasarela.

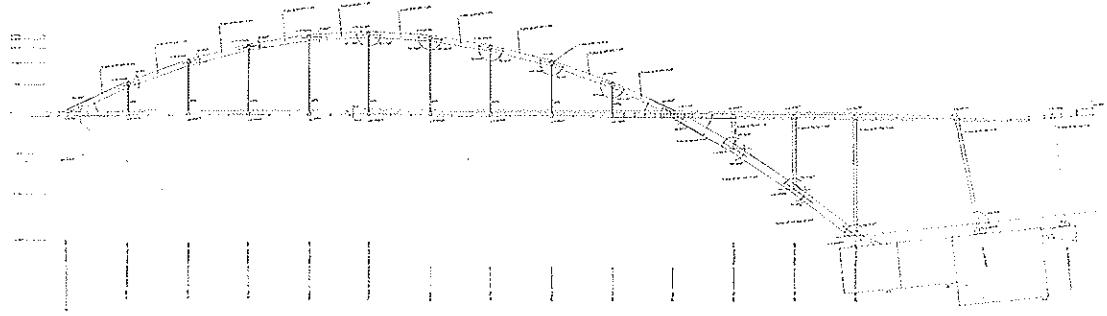


Fig. 9.

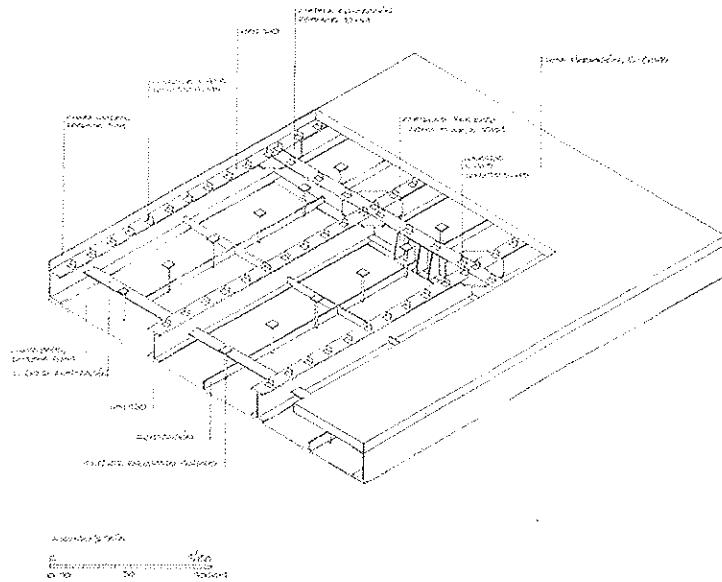


Fig. 10.

La sección de la rampa, con una morfología similar a la del tablero, está formada por un cajón, de 24,5 cm de canto, formado por 2 UPN 160 + 2 IPN 160, corridos, que están soldados a una chapa inferior y conectados a una losa superior, de hormigón armado, de 8 cm de espesor.

En la figura 10 se representa una perspectiva del tablero de la rampa que, como se indicó, tiene una tipología análoga a la del tablero del tramo principal. La rampa es de dos tramos, estando apoyada en pilares, que se unen dos a dos, en parejas, en

forma de V, en sentido transversal, en una cimentación común.

## RESUMEN

En esta publicación se expone la estructura de dos pasarelas proyectadas recientemente. Una de las pasarelas tiene una estructura de banda tesa.

## SUMMARY

This paper explains de novel design of two footbridges. One of the footbridges has a stress-ribbon tipology, designed only with tendons and a deck of wood.

**SEMINARIOS TORROJA**  
**Tecnología de la Construcción y de sus Materiales**

**Ciclo nº 23: Otoño de 1996**

El Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja, del CSIC, viene organizando seminarios monográficos sobre temas de actualidad en el ámbito de la Tecnología de la Construcción y de sus Materiales, a cargo de destacados investigadores nacionales y extranjeros del Sector.

Estos Seminarios se celebran en el Aula Eduardo Torroja del Instituto, que está situado en la c/ Serrano Galvache s/n (acceso por Arturo Soria, frente al núm. 278), y tienen lugar los jueves alternos a las 12:00 horas. Su duración aproximada es de dos horas, incluyendo la ponencia y el coloquio que se realiza a continuación. La asistencia a los mismos tiene carácter libre y gratuito.

Los seminarios programados para el vigésimo tercer ciclo, correspondiente al **otoño de 1996**, son los siguientes:

Fecha	Ponente	Tema
10 Octubre	José Luis Pérez Aparicio Dr. Ingeniero Industrial Instituto Invest. Tecnológica. U.P. Comillas	<i>Materiales Compuestos: Diseño y aplicaciones</i>
24 Octubre	José F. del Tiempo Marqués Ing. Caminos y Lic. en Económicas CICORSA, Madrid	<i>Métodos actuales de construcción rápida en la edificación. El Sistema Cortina.</i>
7 Noviem.	José Fullea García María Cruz Alonso Alonso Dres. en Ciencias Químicas Instituto Eduardo Torroja, Madrid	<i>Corrosión bajo tensión de aceros de pretensado</i>
21 Noviem.	José María Adell Argilés Dr. Arquitecto Escuela T.S. de Arquitectura, Madrid	<i>Arquitectura sin fisuras: La fachada contemporánea. Aplicaciones con fábrica armada</i>
5 Diciem.	Carlos García Tolosana Arquitecto. Senado Español Eduardo Beotas Lalaguna Arquitecto. Consejo Superior de Deportes	<i>Módulo de atletismo cubierto en la Ciudad Universitaria de Madrid</i>
19 Diciem.	Javier Turrillas Maisterra Dr. en Ciencias Químicas Instituto Eduardo Torroja, Madrid	<i>Utilización de la Radiación Sincrotrón para la Ciencia de Materiales</i>

## **La cubierta sin soportes**

**Félix Escrig, catedrático de Estructuras ETSA de Sevilla  
 José Sánchez, Profesor Ayudante ETSA de Sevilla  
 Francisco Duarte, Profesor Asociado ETSA de Sevilla**

### **INTRODUCCION**

Se trata de una cubierta sobre un escenario y auditorio-pista de baile, de aproximadamente 500 m<sup>2</sup> de superficie, sin soportes intermedios, en la localidad de Montellano, próxima a Sevilla (Fig. 1).

Para ello se dispone de una estructura formada por un anillo plano de tubo de acero, con un diámetro en planta de 25 m, y de un arco de suspensión, del mismo perfil metálico, del que colgará el elemento de cubierta.

Todo el conjunto se apoyará sobre el arco central, que tendrá un anclaje sobre el muro de contención que forma la trasera de la escena y otro en la zapata de uno de los soportes de la Casetta Municipal (Fig. 2).

El aspecto global será el de un plano vertical con dos alas que vuelan 12,5 m desde él (Fig. 3).

Para estabilizar todo este conjunto se dispondrán cables de atado que conectarán los arcos y anclarán en puntos del recinto que en ningún caso obstruyan el paso ni puedan representar peligro para los usuarios.

De toda esta estructura rígida se suspenderá un toldo de textil estructural que actuará de cerramiento y que se tensará por mecanismos incluidos en el mismo, según diseño en planos.

En la clave del arco central se dispondrá un aspersor que regará la cubierta para facilitar su limpieza y mejorar el comportamiento térmico (Fig. 4).

### **CONSTRUCCION**

La eficacia y economía de la construcción se basaba también en aprovechar los elementos estructurales existentes, de modo que no hubiese que construir ninguno exprofeso para nuestra estructura.

Así, para la cimentación aprovechamos, de un lado, la existencia de un potente muro de contención al que sólo teníamos que anclar una placa metálica (Fig. 5); y de otro, la existencia de la zapata del soporte de una construcción existente, que también se resolvía mediante una placa metálica (Fig. 6).

Fig. 2.

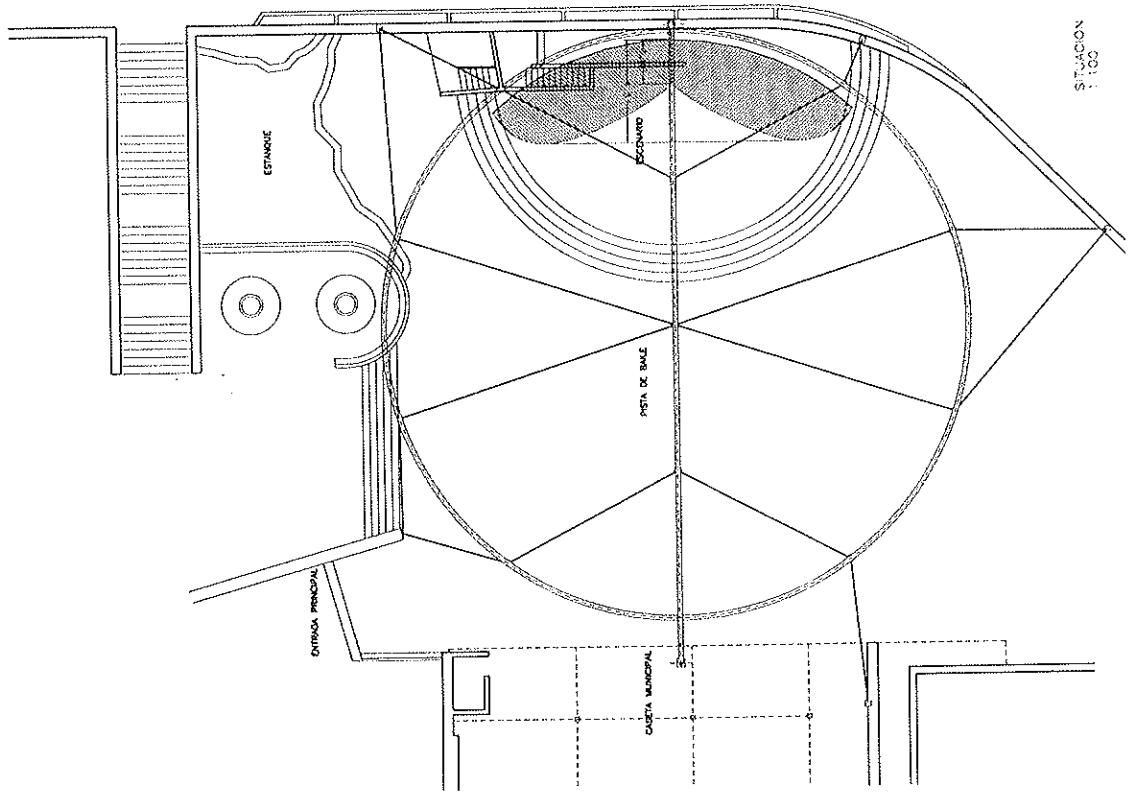


Fig. 1.

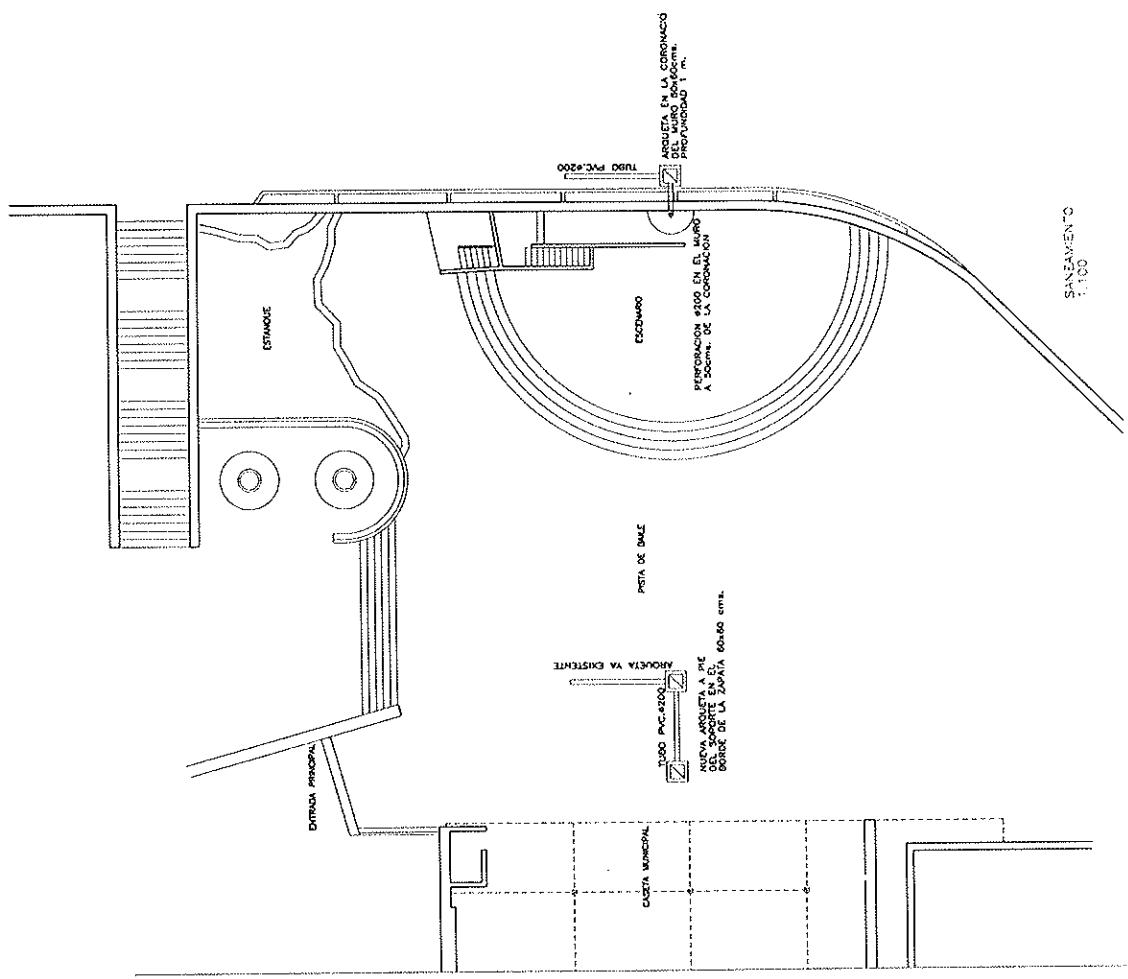
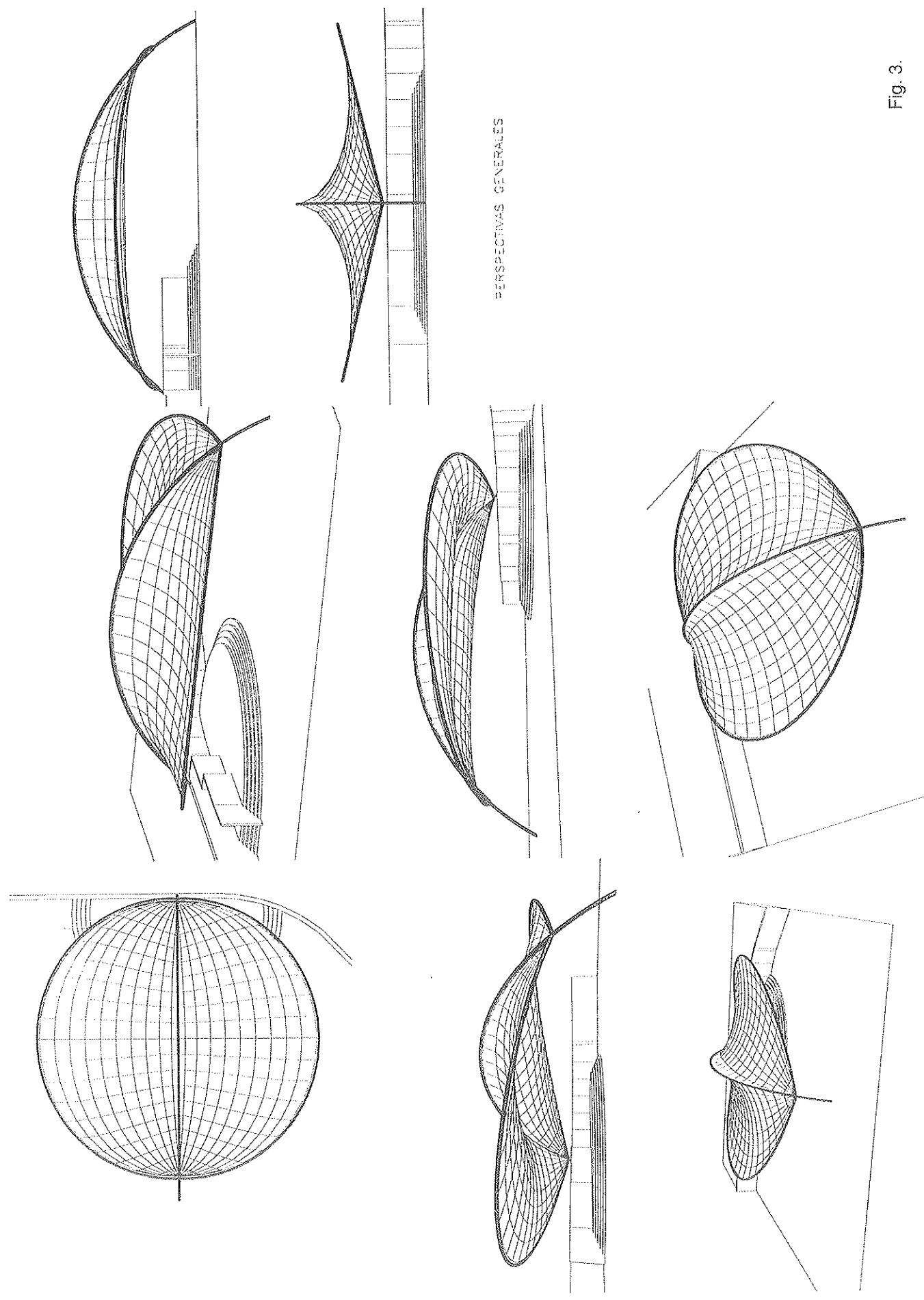


Fig. 3.



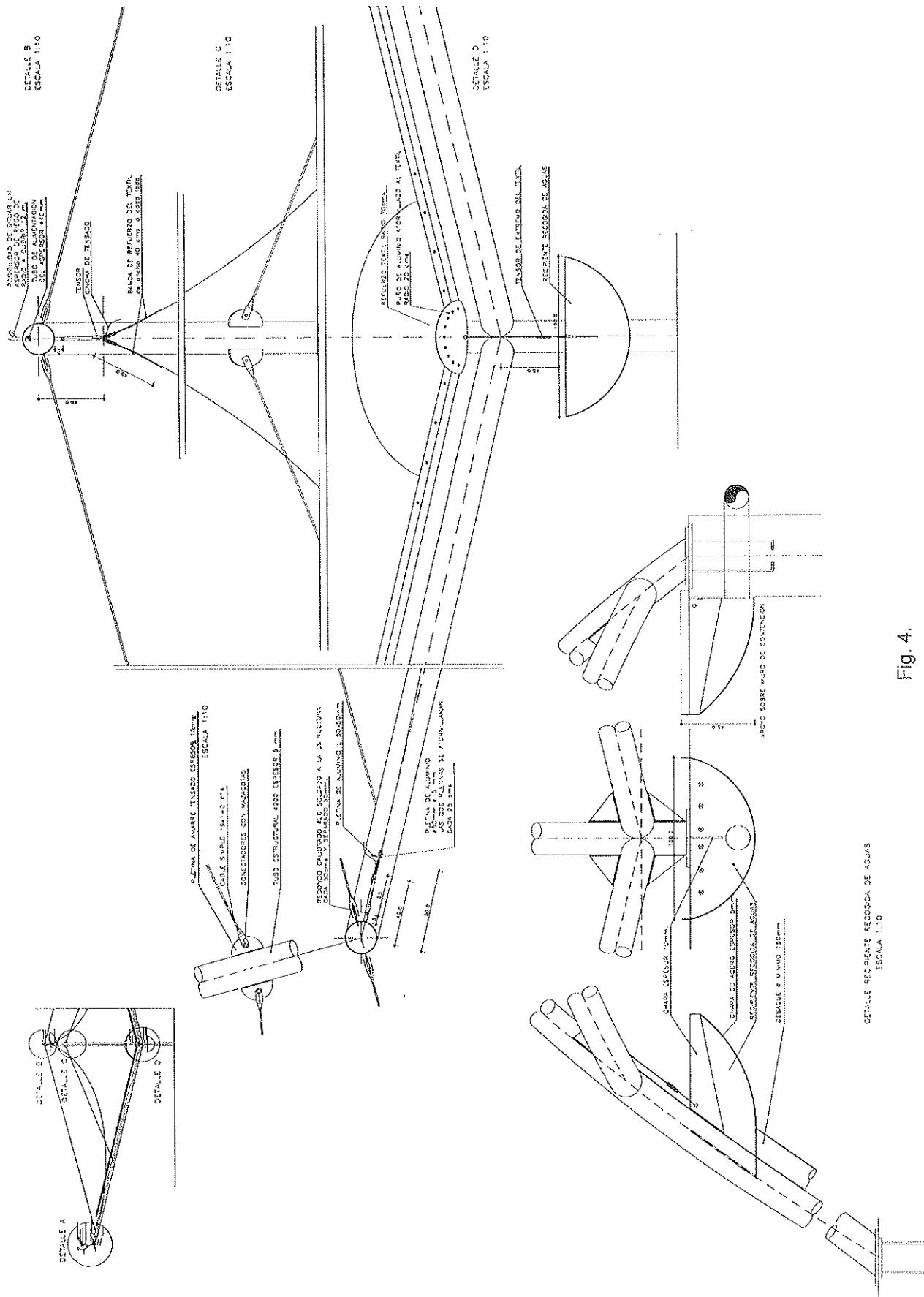


Fig. 4.

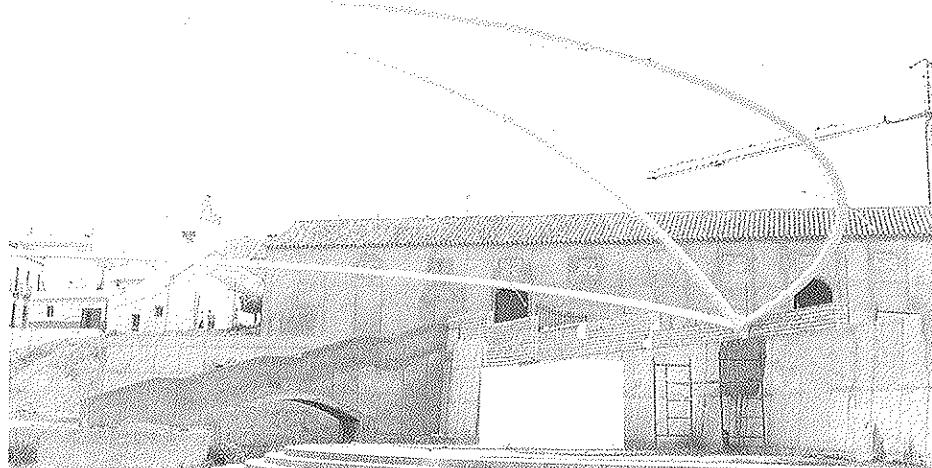


Fig. 5.

La estructura metálica de tensado del textil se diseñó mediante tubo circular curvado,  $\phi$  200, espesor 5 mm, con un trazado en arco de circunferencia, en sus tres tramos, para facilitar su construcción en taller.

Para facilitar el montaje del textil, la estructura metálica es estable por sí misma y se transportó por partes a obra, en donde se ensamblaron en el suelo con soldadura a tope (Fig. 7).

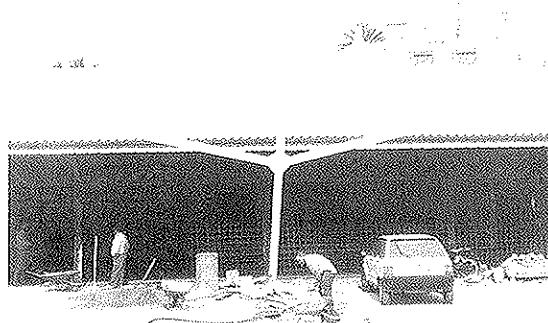


Fig. 6.

Al mismo tiempo, conseguimos no introducir ningún soporte en zonas donde previamente no existiera ninguno.

Para estabilizar la estructura se sueldan unas orejetas, en donde anclan los cables de rigidización, que a su vez también se conectaron a elementos rígidos ya existentes. Los tensores de los cables siempre se disponen en las zonas más inaccesibles, para evitar que puedan ser manipuladas por personas no expertas (Fig. 8).

El textil es el último elemento que se colocó y va provisto de enganches cada 50 cm, con posibilidad de tensado individual. El arco central sirvió para izarlo como si se tratara de un telón, y luego se fue enganchando al anillo de borde, desde los arranques, en donde una sola persona era capaz, manualmente, de tensar todas las cintas (Figs. 9 y 10).

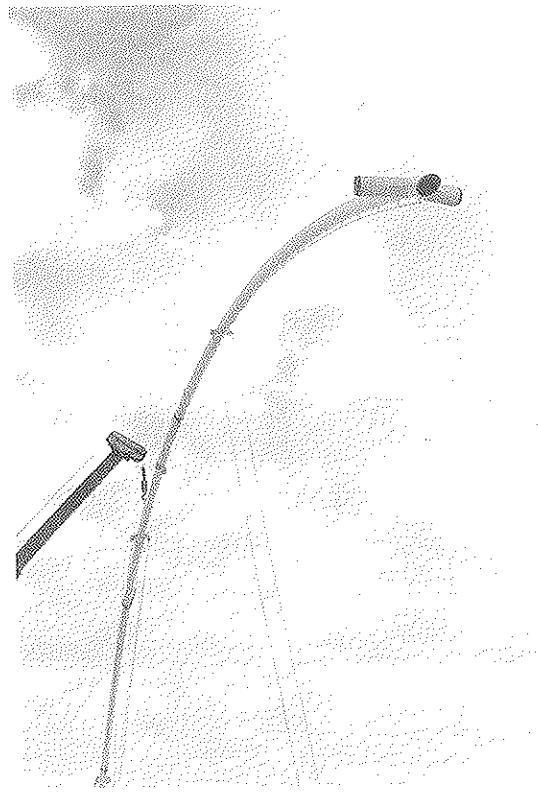


Fig. 7.

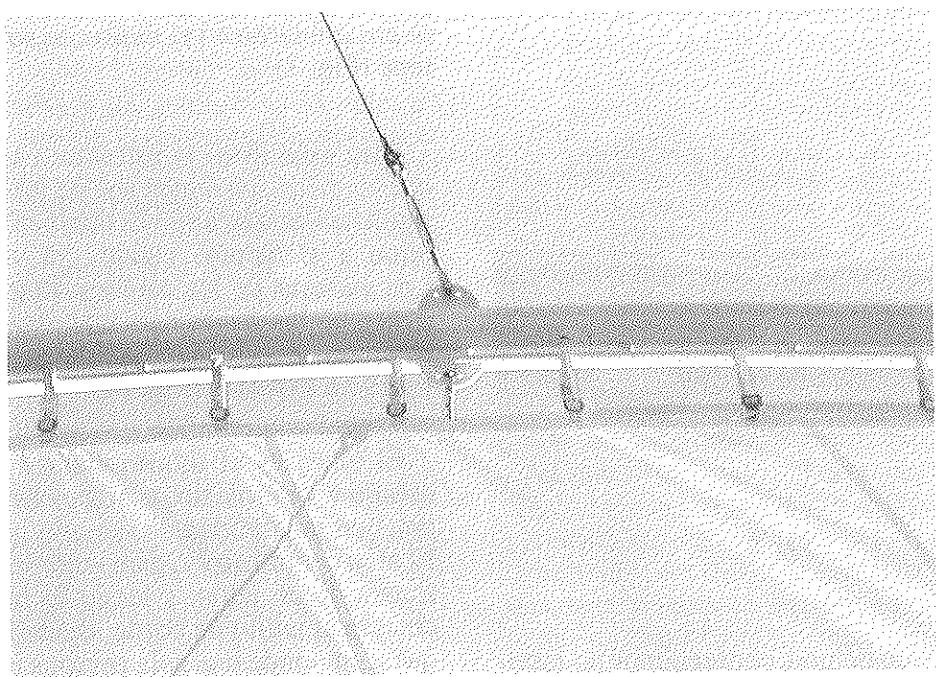


Fig. 8.

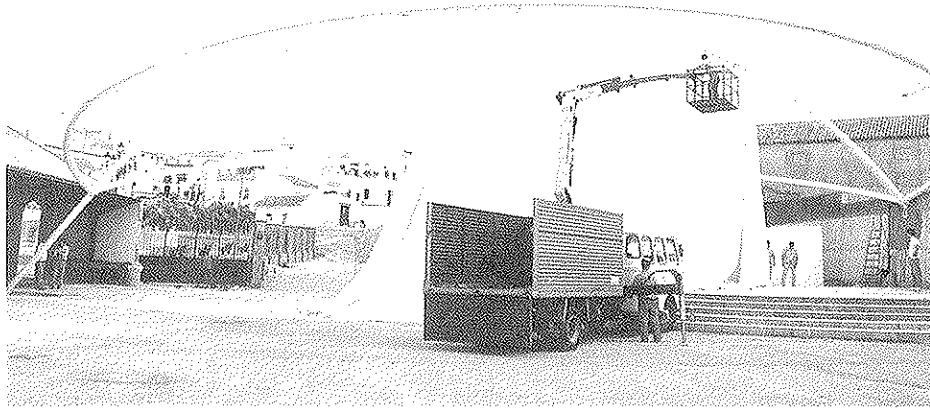


Fig. 9.

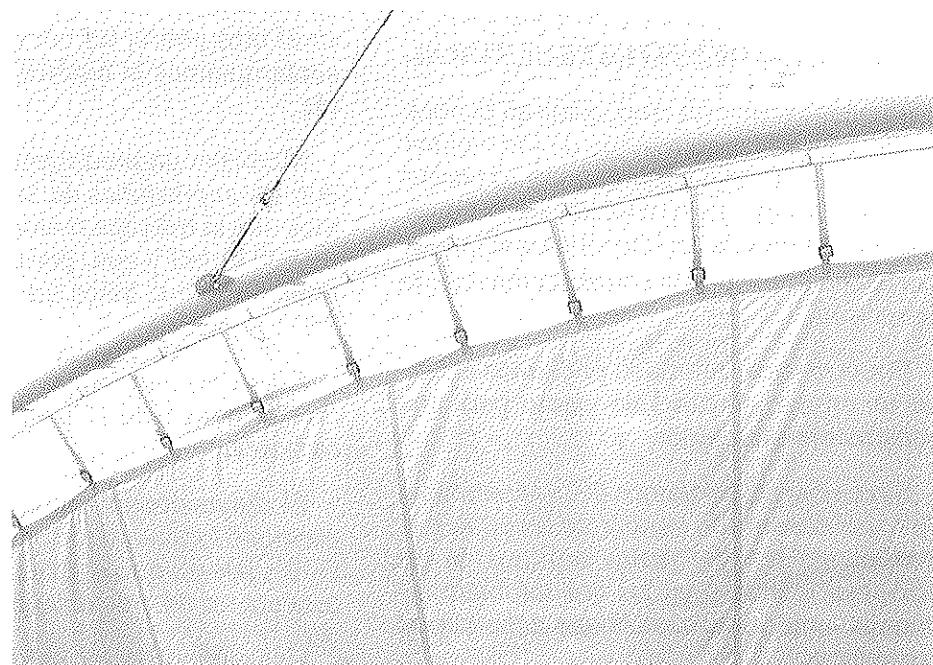


Fig. 10.

La uniformidad del tensado se garantizó del siguiente modo. En el plano medio, midiendo que las distancias radiales fueran idénticas. En los bordes, mediante tensados sucesivos, hasta el límite de la fuerza que eran capaces de transmitir las palanquillas de apriete.

Como la geometría del tensado tenía gran influencia en la posibilidad de que se

crearan bolsas donde el agua se embalsara, se estuvo regando la cubierta y controlando el tensado hasta que desapareció este efecto.

Para que las cintas no tuvieran que dar la vuelta al tubo de 200 mm, se soldó en paralelo uno pequeño,  $\phi$  20 mm, que además permitía dejar limpio el borde en su curvatura continua (Fig. 11).

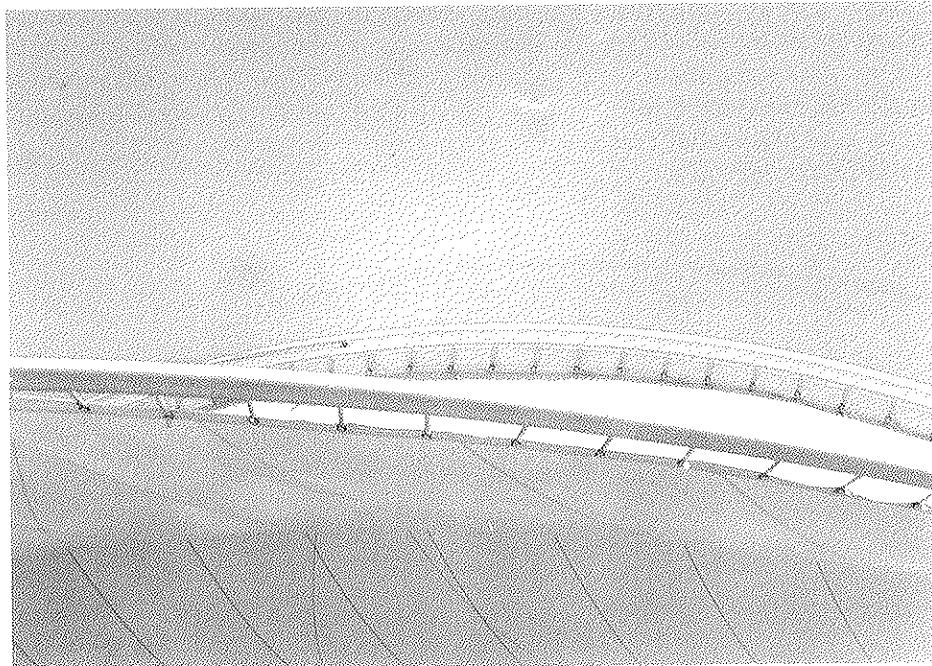


Fig. 11.

## COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL

Al estar la cubierta emplazada en la boca de un valle en la orientación de los vientos dominantes, la situación es muy expuesta respecto a viento. Esto obligaba a hacer unas consideraciones de acción eólica que hubieran hecho imposible la construcción de esta estructura.

Por otra parte, tampoco podíamos afrontar un ensayo en túnel de viento para una construcción tan modesta.

Sin embargo, partíamos de la experiencia de haber construido innumerables cubiertas textiles, de las que jamás supimos de un error estructural, y en las que también habíamos tenido intuiciones que deberíamos comprobar.

En este caso, partíamos de que el sistema más débil de nuestro proyecto era el conjunto rígido de tubos y cables y no el textil que, fuera cual fuera su comportamiento, podría repartir sus cargas mediante deformaciones.

Para el conjunto preveímos que, incluso con vientos de 160 km/hora, la succión producida no sobrepasaría los  $40 \text{ kg/m}^2$  y que, además, ésta podría ser asimétrica, de modo que lo que en un lado sería succión

en el otro podría ser compresión. Con ello contemplamos la hipótesis más desfavorable.

Mediante un predimensionado realizado con las expresiones de la [Ref. 1], obtuvimos que la máxima tracción del textil sería de 500 kg/ml y que, por tanto, la fuerza de pretensado que había que introducir era de 250 kg/ml.

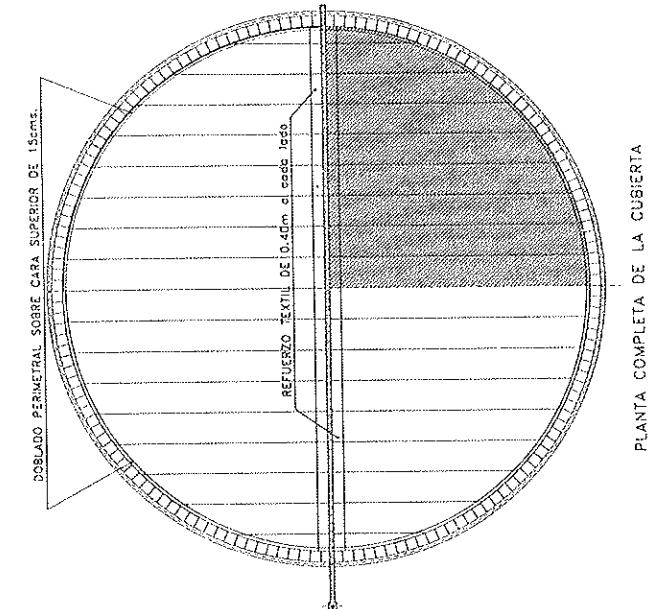
Esto daría una compresión uniforme en el arco principal, de 15 t, y de 7,5 en los arcos de borde.

El dimensionamiento a pandeo nos proporcionó la separación entre los anclajes de cable, puesto que el diámetro de la estructura era un dato de diseño.

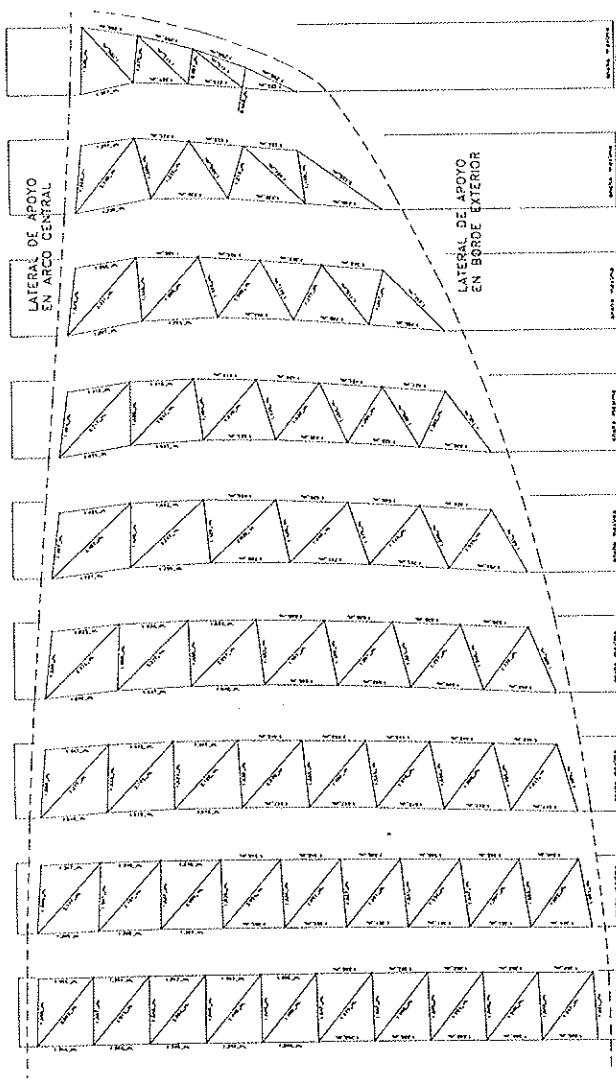
Una comprobación mediante el programa ANSYS de elementos finitos, nos proporcionó una tracción máxima en el textil de 480 kg/ml y un axil máximo en los elementos tubulares de 7,6 toneladas.

## 4. ASPECTOS DEL MONTAJE Y FUNCIONAMIENTO

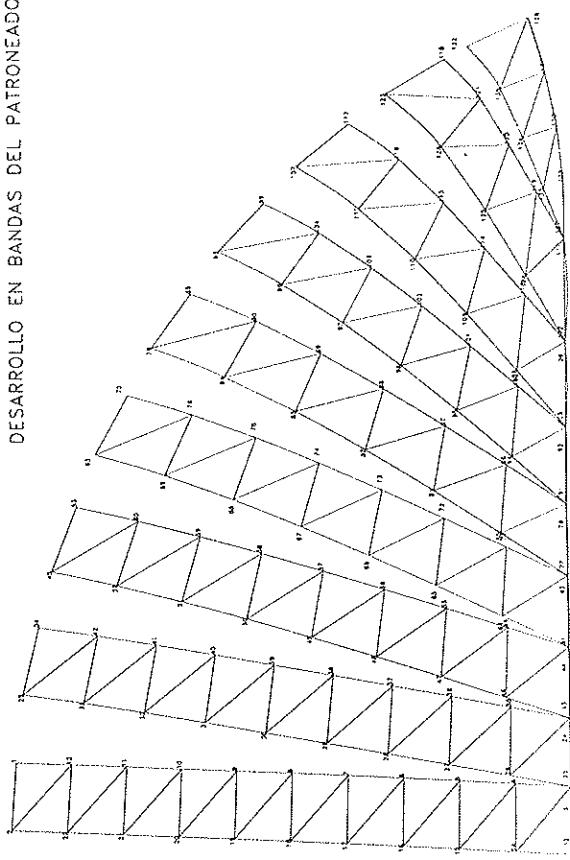
En las figuras anteriores se aprecian distintas fases del proceso de montaje. La estructura se montó en una sola jornada, con dos personas y una grúa; y al ir pintada a



PLANTA COMPLETA DE LA CUBIERTA



DESARROLLO EN BANDAS DEL PATRONCADO. ESCALA 1:50



COMPOSICION DE LAS BANDAS DEL PATRONCADO. ESCALA 1:50

Fig. 12.

obra sólo precisó, durante la marcha, de retoques en las zonas de soldadura.

El textil se montó también en una sola sesión que comenzó a las 10 de la mañana, y a las ocho de la tarde ya se estaba celebrando una fiesta con asistencia de toda la población.

La Fig. 12 muestra el patroneoado de la cubierta.

Una semana más tarde, se procedió a un

retensado del conjunto y a la sustitución de algunos cables provisionales, así como a enseñar a los técnicos locales los procesos necesarios para el mantenimiento y limpieza (Figs. 13 y 14).

Cuatro meses después llegó el invierno. En Sevilla, ha sido especialmente lluvioso y ventoso, y el conjunto ha tenido que soportar velocidades hasta de 120 km/hora, sin que se haya detectado ningún problema estructural o geométrico.

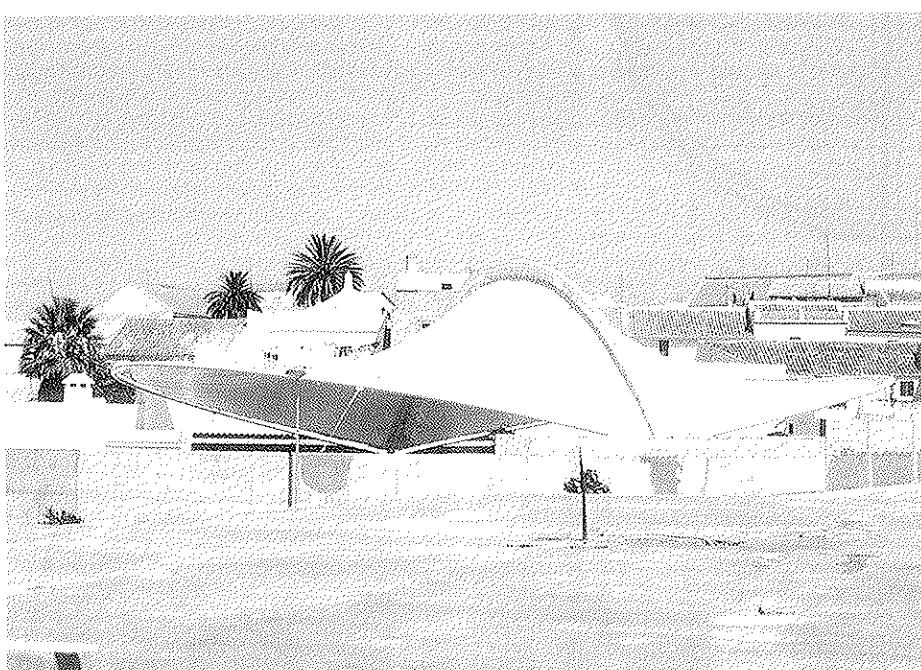


Fig. 13.

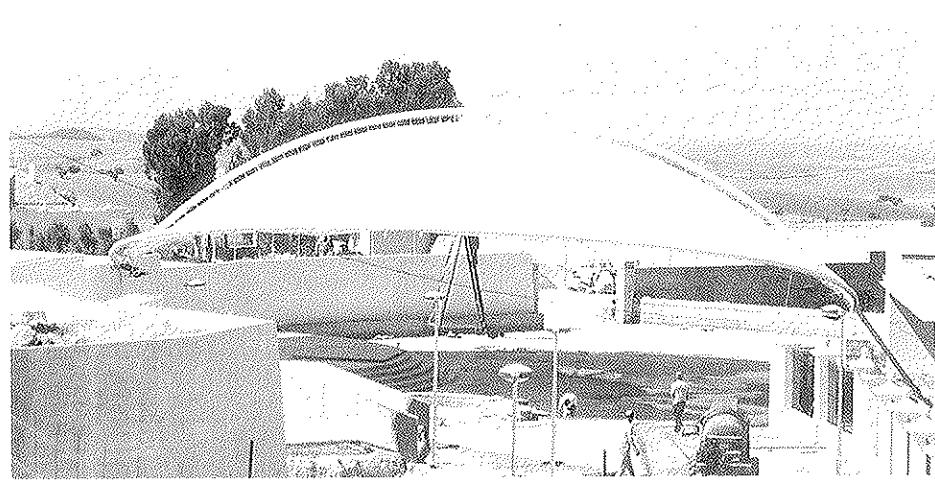


Fig. 14.

Las ventajas de esta construcción, de la que no se prevé sustituir el textil hasta dentro de diez años, son pues evidentes y se complementan con una inversión muy reducida, ya que se resolvió con un presupuesto de ejecución material de 8.000 ptas./m<sup>2</sup>.

## BIBLIOGRAFIA

1. ESCRIG, F.: "Sistemas ligeros auto-pretensados utilizados en la EXPO'92 de Sevilla". Hormigón y Acero nº 186. 1993. pp. 55-101.
2. ESCRIG, F. y P. VALCARCEL, J.: "Conceptos básicos para el diseño y análisis de estructuras ligeras tensadas". Revisa Edificación, nº 6, 8 y 11. ETSA Navarra.
3. ESCRIG, F. y DUARTE, F.: "Cubiertas tensadas enmarcadas". Hormigón y ACero nº 195. 1995. pp. 153-158.
4. MONJÓ, J.: "Introducción a la Arquitectura Textil". COAM, 1991.

## RESUMEN:

Una de las grandes ventajas de las cubiertas tensadas de membrana textil es que pueden adoptar formas sugerentes, con recursos estructurales de muy pequeña entidad, capaces de soportar grandes áreas cubiertas. En este caso, se describe una solución modesta, pero que se ha resuelto con una inversión mínima y unos plazos de ejecución muy cortos.

## SUMMARY:

The great advantage of textile fabric covers is that they provide stimulating forms with structural design of little entity, even for wide covered areas. In this case we describe a modest solution that is solved with a minimum financial cost and in a short time of building.

\* \* \*

## Jornada técnica: "Estructuras prefabricadas de hormigón: Normativa (Eurocódigo 2) y realizaciones"

Miércoles, 2 Octubre 1996. Instituto de Ciencias de la Construcción "Eduardo Torroja" (IETcc).

### PRESENTACION

Con motivo de la publicación por AENOR de la norma experimental UNE-ENV 1992-1-3 Eurocódigo 2: Parte 1-3: "Elementos y estructuras prefabricados de hormigón". (Diciembre-1995), el Subcomité de AENOR CTN 140/SC2 "Eurocódigo 2" y el Instituto de Ciencias de la Construcción "Eduardo Torroja" han organizado esta jornada para su difusión y discusión por parte de los técnicos, con el fin de comprobar su adecuación, en esta fase experimental, previamente a su conversión en

Norma Europea (EN). Se expondrán los aspectos fundamentales del documento y los resultados de un estudio comparativo entre las normativas nacional y europea. La jornada se completará con la presentación de realizaciones recientes en el campo de la prefabricación y reflexiones personales de profesionales de prestigio que permitan conocer el grado de implantación actual y las posibilidades de futuro de la prefabricación.

### PROGRAMA

- 9: 00 Entrega de documentación.
- 9: 15 Apertura.
- Ilmo. Sr. D. Fernando Nasarre Goicoechea

*Director General de la Vivienda y el  
Urbanismo Ministerio de Fomento*

*Ilma. Sra. M<sup>a</sup> del Carmen Andrade Perdrix  
Directora del IETcc*

**1<sup>a</sup> Sesión. Moderador: Jesús Rodríguez Santiago. Presidente del Subcomité CTN 140/SC2 de AENOR**

9: 30 Introducción a la ENV 1992/1/3 "Elementos y estructuras prefabricados de hormigón". Incidencia de su implantación en la situación española.

Marco Menegotto  
*Vice-presidente de la FIP por Italia  
Miembro del Grupo de Coordinación del CEN/TC-229*

Luis Vega Catalán  
*Arquitecto. Coordinador del Grupo de Trabajo CTN 140/SC2/GT5*

10: 45 Coloquio.

11: 00 Descanso y café.

11:30 Aplicación de los Eurocódigos y de la Normativa española al proyecto de estructuras prefabricadas. Estudio comparativo.

Angel Ortiz  
*Ingeniero de Caminos. Grupo Castelo&Pujol*

David Fdez. Ordoñez  
*Ingeniero de Caminos. Grupo PACADAR*

12:45 Coloquio.

13: 00 Construir con elementos prefabricados obras civiles de calidad

Juan José Arenas de Pablo  
*Dr. Ingeniero de Caminos. ETSICCP de Cantabria*

14: 00 Comida

**2<sup>a</sup> Sesión. Moderador: Florencio del Pozo Vindel. Presidente de la Asociación Técnica Española del Pretensado (ATEP)**

15: 15 Ponencias sobre realizaciones:  
Aplicación de la prefabricación en la

ampliación de puentes históricos: puente de Castelló de la Rivera

IDEAM

Centros de transformación, para zonas urbanas y rurales, con solución a base de elementos prefabricados

UFISA

Conjunto de obras prefabricadas

Grupo CASTELO & PUJOL

Estructura de la plaza de toros de Móstoles ALVISA

Evolución de las estructuras prefabricadas para edificación, durante los últimos 50 años

Grupo PACADAR

Prefabricados: calidad, seguridad y rapidez

RUBIERA PREDISA

Puente sobre el río Guadalete de tablero de vigas prefabricadas de hormigón de alta resistencia

DRAGADOS/INTECSA/GEOCISA

Reconstrucción del puente Kursaal de San Sebastián

Grupo PRECON

Prefabricados de la nueva dársena de embarcaciones menores de Melilla

CUBIERTAS Y MZOV

17: 30 Coloquio

17: 45 Arquitectura prefabricada: la herencia y el futuro.

Salvador Pérez Arroyo

*Dr. Arquitecto. ETSA de Madrid*

## SECRETARIA E INFORMACION

Instituto de Ciencias de la Construcción "Eduardo Torroja" (IETcc)  
C/Serrano Galvache, s/n. 28033-Madrid  
Teléfono: (91) 302 04 40 (Srta. Amparo Garralón)  
Fax: (91) 302 07 00

La cuota de inscripción por persona será de VEINTE MIL PESETAS (20.000.-Ptas.). Esta cuota incluye la asistencia a las conferencias, la documentación (un ejemplar del Eurocódigo 2; Parte 1-3 y las ponencias presentadas en la jornada), el café y la comida.

## **Innovaciones tecnológicas Carreteras y pavimentos duraderos y baratos. Colectores de hormigón "in situ" con molde deslizante**

**José Ramón Vázquez Ruiz del Arbol  
Ingeniero de Caminos  
FAROBEL, S.A.- Barcelona**

### **1. CARRETERAS Y PAVIMENTOS DURADEROS Y BARATOS**

#### **1.1. Introducción y objetivos**

El aumento del tráfico pesado en las carreteras y autopistas ha obligado a incrementar los espesores de los firmes de manera notable, ya que la repetición de los esfuerzos debe ser aguantada por la estructura del firme y la explanada.

Técnicamente, existen dos maneras básicas de conseguir esa estructura. Una de ellas consiste en colocar sobre el terreno capas con mayor capacidad tensional cuanto más cerca de la superficie de rodadura estén; son los firmes de aglomerado. La otra, consiste en colocar una capa de hormigón, apoyada en una base que impida la salida de finos del terreno, producida por el movimiento relativo entre losas; son los firmes rígidos.

En adelante, nos referimos exclusivamente a los firmes estructuralmente rígidos.

El objetivo de un nuevo tipo de firme será, por un lado, la transmisión de esfuerzos entre losas, eliminando bordes libres y el movimiento relativo entre losas, para conseguir menores espesores de losas y la

eliminación de la capa de base. Además, la eliminación del movimiento relativo de lasas es la mejor garantía para la estabilidad de la explanada y la mayor longevidad de la carretera, no siendo objeto de esta innovación el drenaje, que es fundamental. Por otro lado, el objetivo será aprovechar mejor los materiales utilizando una geometría más adecuada.

Actualmente, estos temas no están resueltos de una manera eficaz. Las losas transmiten sus esfuerzos sólo a las contiguas por delante, no a las laterales, por medio de un material (acero) con un espacio que permite un juego entre el hormigón de una losa y el pasador de acero envuelto en plástico, y entre éste y el hormigón de la otra losa conectada. Estos inconvenientes hacen que no se transmita más que un porcentaje de la carga y que los descensos de las losas sean diferentes, agravándose con el paso del tiempo, que aumenta el juego mencionado y disminuye la eficacia del pasador.

El segundo objetivo consistirá en el ahorro de hormigón en las losas, aligerándolas. Es decir, se trata de obtener losas aligeradas de hormigón "in situ", sin tener que encofrar y desencofrar los aligeramientos.

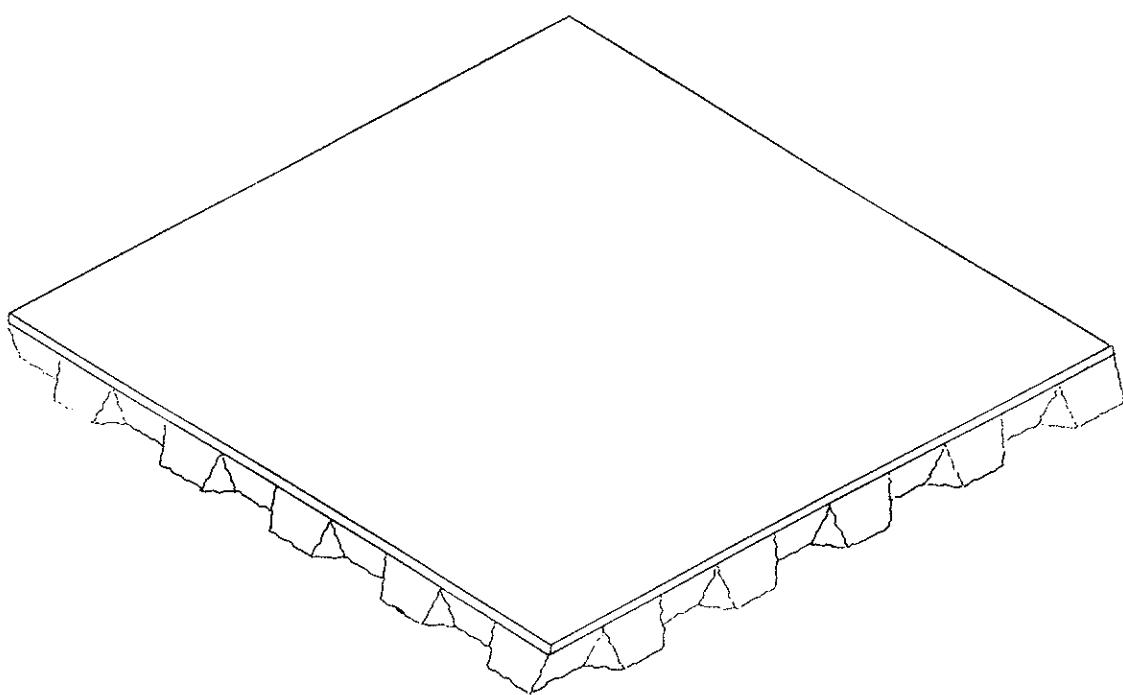


Fig. 1. Losa obtenida apoyada en las adyacentes, y viceversa.

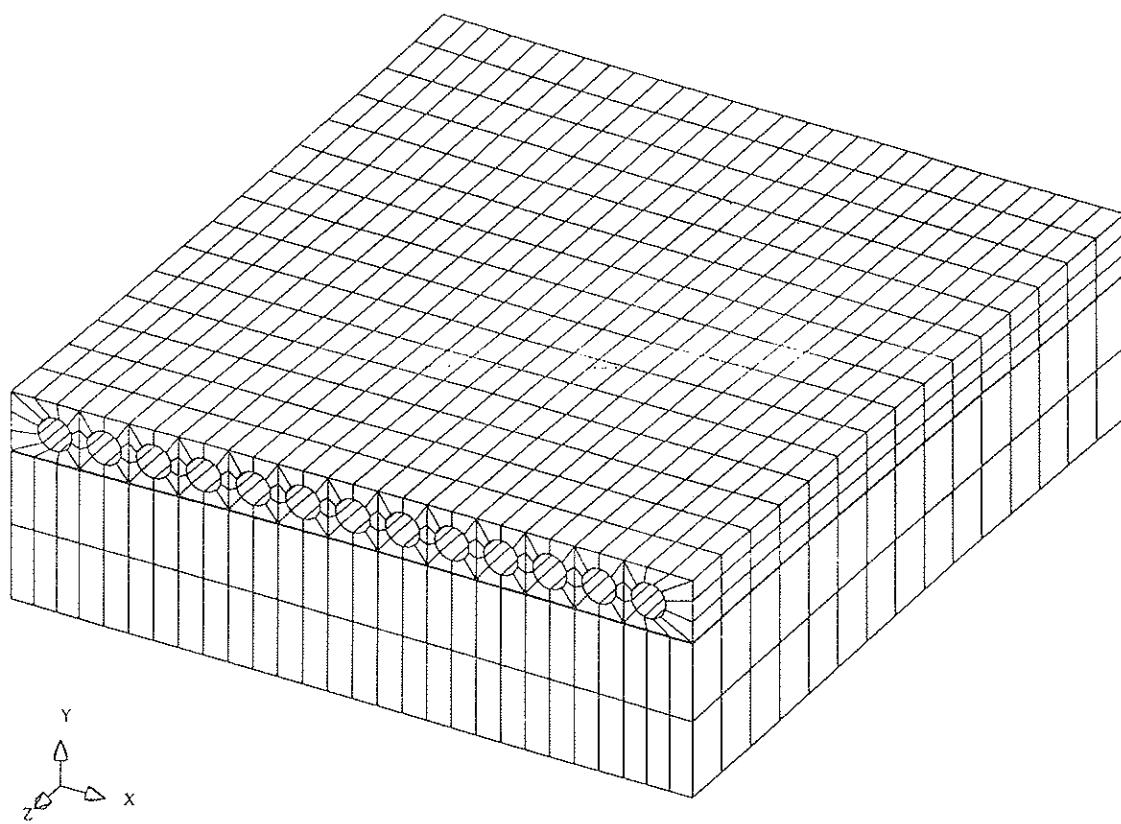


Fig. 2. Losa aligerada, dividida en elementos finitos para su análisis.

## 1.2. Losas continuas de hormigón

En los pavimentos de hormigón se realiza una ranura en la zona superior para debilitar una sección de la losa. Si además debilitamos la zona inferior en un sitio próximo a la ranura superior, se logra que la superficie de fisuración vaya de la zona superior a la inferior. Si esta zona inferior se sitúa fuera de la vertical de la ranura superior, se forma una superficie inclinada. Si en lugar de debilitar la zona inferior, se refuerza con acero, excepto en una parte, se consigue el efecto anteriormente descrito; es como si se hubiera debilitado esa parte.

El procedimiento para lograr esto consiste en utilizar un mallazo partido, formando salientes y entrantes, que se coloca sobre un plástico y se fija al suelo. Sobre este mallazo pueden pisar los camiones de hormigón, sin necesidad de parar la máquina de extendido de hormigón. Este mallazo quedará interior a las chapas deslizantes, formando parte del pavimento de hormigón, al que posteriormente se le hace la ranura superior. La retracción creará superficies a un lado y otro de la ranura, que tendrán zonas de contacto capaces de transmitir compresiones entre las losas resultantes. Si se prevé el paso de muchos camiones de hormigón durante la ejecución, se pueden colocar dos mallazos, con lo que se garantiza que, al menos uno, queda adherido al hormigón vibrado.

Como el hormigón está formado por áridos con una granulometría continua y la fi-

sura de retracción no rompe los áridos, obtenemos una superficie inclinada y rugosa que tiene múltiples zonas de contacto, aun cuando dichas superficies se separen ligeramente (se han hecho pruebas separando las losas hasta 5 milímetros), permaneciendo solidarias respecto al movimiento vertical.

Obtenemos así superficies rugosas, inclinadas, a un lado y otro de la ranura, quedando las dos losas adyacentes encajadas. Cuando el lateral no es borde de calzada, se puede colocar ligeramente inclinada la chapa lateral deslizante; y con un cepillado que imita la situación que produciría una fisuración natural, se encajaría la losa con la hormigonada otro día posterior.

Este procedimiento logra que las losas tengan siempre zonas de contacto, por lo que la transmisión de cargas es muy buena, desaparecen las zonas de borde de las losas, y se evita todo movimiento relativo vertical entre ellas, eliminando el "pumping".

Teniendo en cuenta que en una sección la tensión es proporcional al momento flector ( $M$ ) y éste a la carga ( $Q$ ), y que la situación 1 ha pasado a ser la situación 2, el momento que se produce en la situación 2 es la mitad del originado por la situación 1.

Vamos a obtener el canto necesario,  $c'$ , en la situación 2, para que la tensión de trabajo sea la misma:

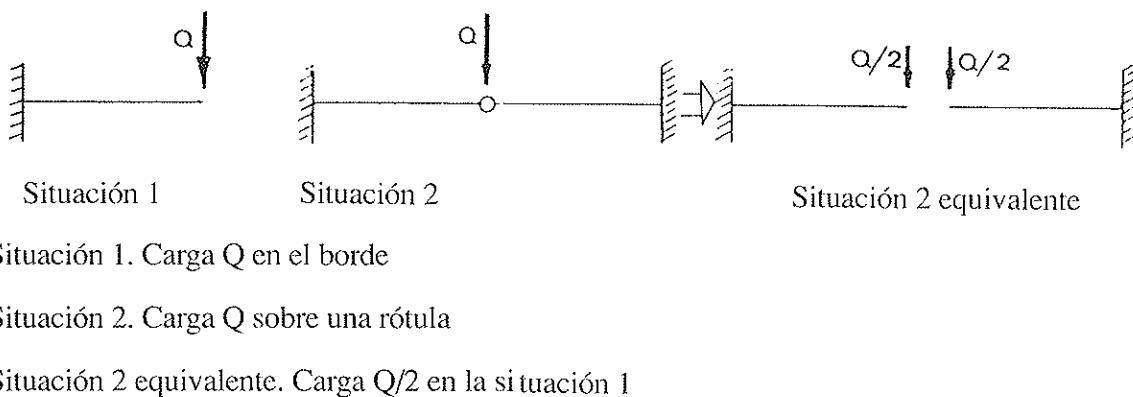


Fig. 3.

En una sección rectangular:  $M = b \cdot c^2 \cdot t : 6$ , para canto  $c$ , ancho  $b$  y tensión de trabajo  $t$  bajo la acción de la carga  $Q$ .

En la misma sección rectangular:  $M/2 = b \cdot c^2 \cdot t : 6$ , para la carga  $Q/2$ . Sustituyendo  $M$  en la segunda fórmula, tenemos que:

$$c' = 0,707 * c$$

Es decir, que para una carga de borde, se puede disminuir el canto de una losa en casi un 30% utilizando este procedimiento.

### 1.3. Aligeramiento de los pavimentos de hormigón "in situ"

El Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE) ha realizado un estudio sobre la posibilidad de utilizar lasas aligeradas de hormigón para la construcción de firmes rígidos. Dicho estudio fue encargado por la empresa FAROBEL, S.L., y para ello se ha contado con una subvención de la CIRIT, de la Generalitat de Cataluña. Para las cargas de carreteras, la forma óptima del aligeramiento es



Foto nº 1. Mallazos situados en el suelo.

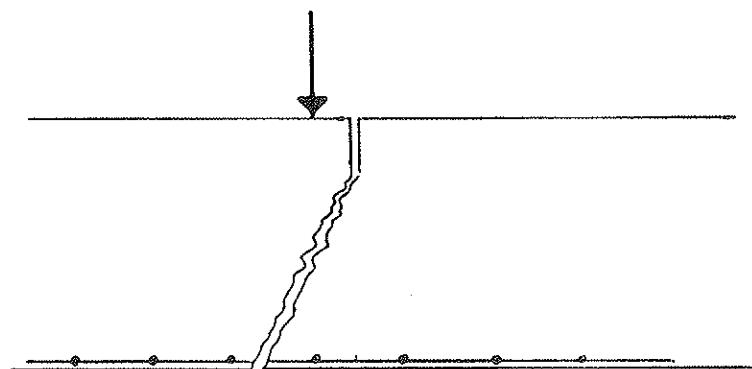


Fig. 4. Alzado de una sección fisurada.

próxima a una circunferencia, por lo que se ha adoptado ésta para todas las pruebas prácticas realizadas hasta la fecha. Para cargas muy fuertes, como las que se producen en las explanadas de puertos y aeropuertos, los aligeramientos óptimos tienen forma ovoide, con el radio menor en la parte superior.

Entre las observaciones realizadas en dicho estudio merecen destacarse las siguientes:

Las máximas tracciones aparecen cuando la carga de rueda (6.500 kilogramos) está situada en el medio del borde frontal de la losa, estando ésta sometida al gradiente térmico positivo (fig. 5). Esta máxima tracción, de  $19,0 \text{ kg/cm}^2$ , aparece bajo la rueda en la parte inferior del aligeramiento, como puede observarse en la figura 6.

Las tracciones debidas únicamente a los

efectos térmicos son más importantes que las debidas a la carga de la rueda.

Por otro lado, el hecho de colocar la carga de rueda centrada sobre un aligeramiento, o colocada entre dos de ellos, no altera significativamente los valores máximos de tracción. Además, en los casos más desfavorables, las máximas tracciones se producen sobre la parte inferior de los aligeramientos.

Una repetición de los cálculos utilizando una explanada de peor calidad ( $E = 500 \text{ kg/cm}^2$ ), proporciona unos valores máximos de tracción menores. La explanada utilizada en los cálculos tenía un módulo  $E = 3.000 \text{ kg/cm}^2$ .

También merecen destacarse las conclusiones realizadas en dicho estudio:

Bajo las mismas condiciones de carga y con solicitudes térmicas equivalen-

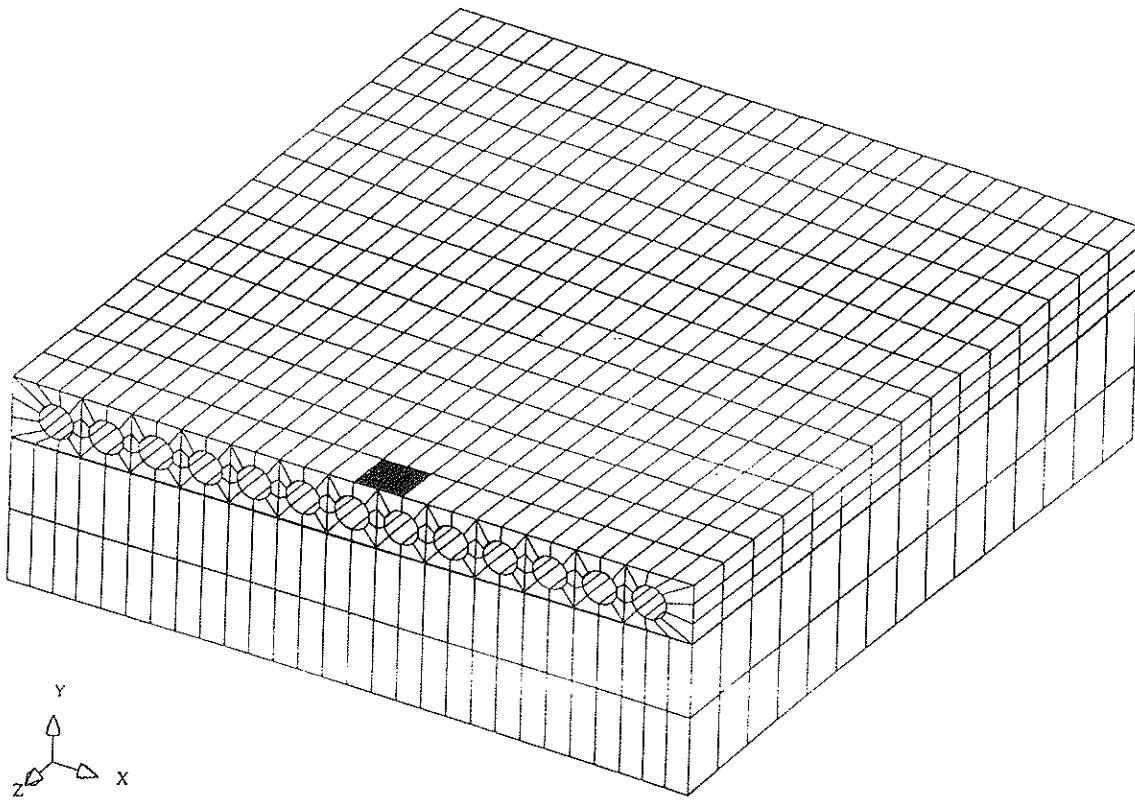


Fig. 5. Situación de la carga aplicada sobre una losa aligerada.

MODEL: BCECAL  
 RUEDA: LOSA MACIZA SIMETR  
 STEP: 1 TIME: 2  
 PRINC STRESS PMAX  
 RESULTS WERE CALCULATED  
 MAX = 19 MIN = -4.99

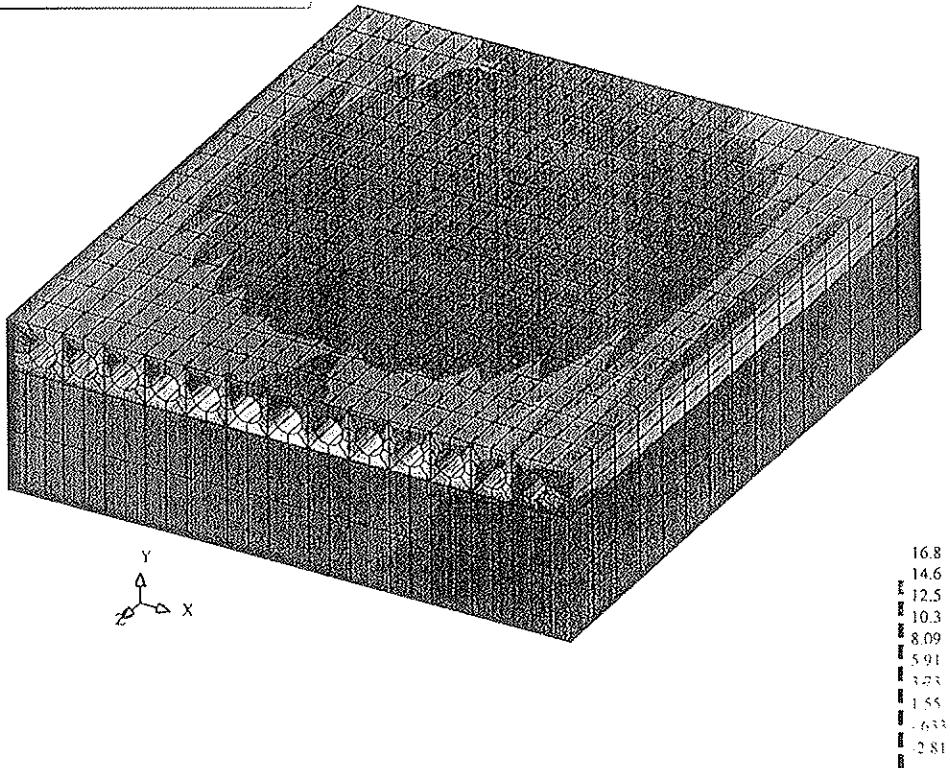


Fig. 6. Distribución de tensiones en la losa aligerada al aplicar la carga de la fig. 5.

tes, las máximas tensiones de tracción que aparecen en el firme macizo de hormigón de la sección 026 de la "Instrucción de Firmes Española" y en la solución aligerada propuesta, son muy similares. Por ello, desde el punto de vista estructural, parece muy recomendable la utilización de firmes rígidos formados por losas aligeradas. Máxime, teniendo en cuenta el gran ahorro de material que ofrece este tipo de solución.

Los análisis realizados sobre distintos tipos de explanada muestran que, desde el punto de vista estructural, no hay ningún motivo para no utilizar firmes rígidos sobre explanadas de mala calidad.

La losa estudiada tenía unos aligeramientos circulares, de 23 cm de diámetro, separados 10 cm, con distancias a los bordes superior e inferior de 10 y 7,5 cm, respectivamente, considerada indepen-

diente de otras. Sus dimensiones eran de 4,85 de largo por 4,55 de ancho, obteniendo un ahorro de material del 29%, aproximadamente. Merece la pena volver a destacar que las máximas tracciones se producían en el borde frontal de las losas y en la parte inferior, que es el sitio donde el procedimiento anterior colocaba el maillazo, aunque la finalidad era otra. También es de destacar que las máximas tracciones se producen en un lugar en el que hay seguridad de que la vibración ha sido buena, ya que la lechada producida va hacia las superficies (en este caso los moldes). Además, como se dice en el estudio, una disminución importante del grosor de las paredes de hormigón no comporta un aumento tensional, proporcional, de las tensiones, sino mucho menor. Por ejemplo, con una distancia de 5 centímetros desde el aligeramiento al borde inferior de la losa, la máxima tracción sube a 23,8 kg/cm<sup>2</sup>, produciéndose

también en la parte inferior del aligeramiento y en su borde frontal.

Desde el punto de vista de la innovación, una vez comprobada teóricamente, lo que realmente interesa es que se pueda encontrar alguna manera de ejecutarla de forma rápida y barata.

El sistema consiste en conseguir un método que evite encofrar y desencofrar los aligeramientos, y que no obstaculice el avance de una máquina de extendido.

Son necesarios los siguientes elementos:

- Moldes o encofrados deslizantes, que permiten obtener la forma de los aligeramientos.
- Máquina de avance, o extendedora, a la que se sujetan los moldes.
- Cámara de alimentación de la máquina, a mayor altura que el pavimento que se va a obtener.
- Vibradores que compacten y permitan dar plasticidad y forma al hormigón.
- Aire húmedo a la presión y en cantidad adecuada.

Pasamos a describir dicho método, que consideramos de extraordinario interés por el ahorro que supone para la construcción de carreteras y pavimentos de hormigón.

Sobre una extendedora de hormigón, se colocan un compresor, un depósito de agua, otro depósito con agua de regulación, e inferiormente, los moldes situados entre el suelo y la chapa de alisado, desde la cámara de vibración hasta el final de la chapa de alisado.

Para la transmisión del aire a la presión correspondiente al espesor de hormigón por encima del aligeramiento, y con el caudal suficiente para llenar los huecos que produce el avance de la máquina, se necesita una válvula y un colector-distribuidor del aire a los moldes. En el merca-

do no existen válvulas que permitan el paso de 40 litros por segundo a  $0,024 \text{ kg/cm}^2$  (24 cm de columna de agua), que sería el caudal y la presión necesaria, para sujetar los huecos, si tienen 10 cm de hormigón por encima, y para llenarlos con una velocidad de avance de 4 m/minuto de la máquina, en el caso considerado de 13 huecos. El depósito con agua de regulación es un sistema eficaz del control de la presión, pues permite pasar el aire, cuando éste es capaz de desplazar una columna de agua de 24 cm (en este caso), hasta el depósito que tiene esa altura de agua; e impide la salida cuando la presión del aire es menor.

El aire sale del compresor y es conducido a un depósito con agua, hasta la mitad de su altura, aproximadamente, con el fin de humidificarlo. Se consumen del orden de 0 a 3 gramos por metro cúbico de aire suministrado por el compresor; por lo que únicamente es necesario controlar el nivel diariamente. De este depósito salen dos conducciones: Una, que va al depósito regulador y la otra, también de diámetro amplio, lleva el aire hasta un colector que alimenta a los moldes o tubos deslizantes.

Los moldes o tubos deslizantes, que se sujetan a la extendedora en dos puntos, van dejando una fisura que los vibradores van cerrando. Estos tubos, cerrados por delante y abiertos por detrás, dejan pasar el aire húmedo al hueco, que inicialmente es necesario cerrar, con el propio hormigón, para que sea un recinto cerrado y puedan los aligeramientos permanecer a presión durante el tiempo que tarda el hormigón en empezar a endurecer. Se entiende que cuanto más agua contenga el aire es mejor; por eso, es conveniente calentarla. El agua se deposita en las paredes de los aligeramientos y concretamente en las posibles fisuras, quedando adherida y taponando huecos, de forma similar a como actúa la mezcla de bentonita con agua. También se entiende que, con una granulometría continua y cuidada, se puede obtener una mejor compacidad del hormigón, y que con una vibración energética, la lechada sale a las superficies circu-

culares contribuyendo a su impermeabilización.

Un problema fundamental es la alimentación continua del hormigón, porque tiene que haber un espacio entre los vi-

bradores y el final de los tubos, para que no haya colapso del agujero; espacio en el que el hormigón ya está vibrado y compacto, no debiéndose agarrar ni a la chapa de alisado ni a los tubos; cosa que puede suceder si la parada es prolongada o el calor intenso.



Foto nº 2. Tramo de carretera ejecutado por Cubiertas, S.A. mediante losa aligerada.

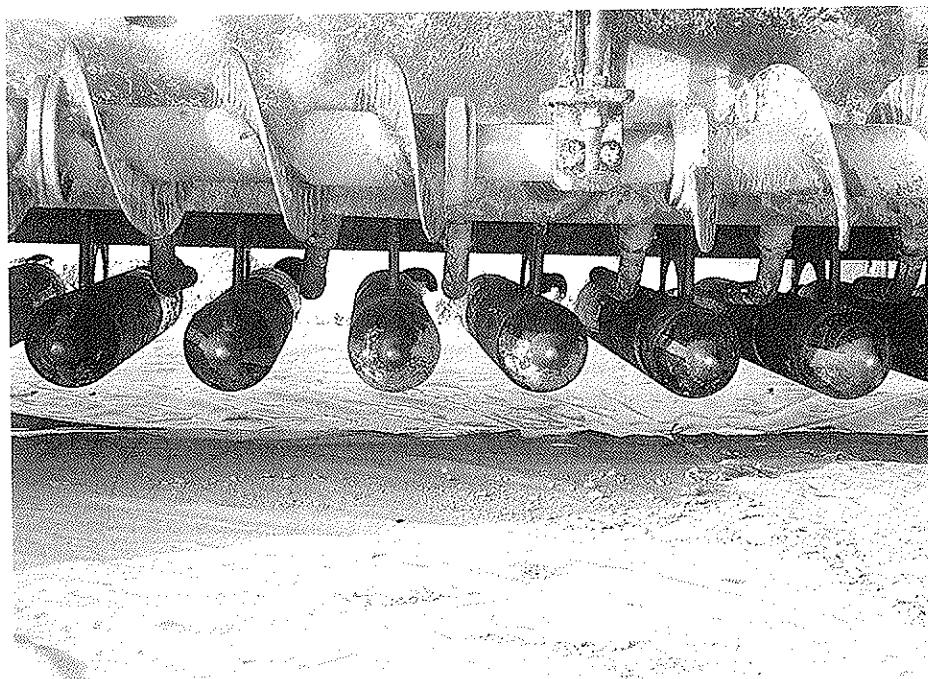


Foto nº 3. Disposición de los moldes en una extendedora de hormigón.

#### **1.4. Losas continuas con aligeramientos**

Es claro que las dos tecnologías antes explicadas son compatibles y complementarias. Teóricamente, sería válido calcular el ahorro de hormigón, si sólo hubiera cargas de borde, de la siguiente manera:

Como losa continua... espesor =  $0,707 * c$  (ahorro de 29,3%).

Espesor macizo equivalente de la losa anterior, considerada aligerada...  $0,71 * 0,707 * c = 0,502$ .

En el caso analizado, suponiendo sólo cargas de borde, se pasaría de 41 centímetros aligerados, a  $(41 * 0,707 = 29)$  29 centímetros aligerados que supondría, aproximadamente, 21 centímetros de losa maciza (gasto real de hormigón). Esto supone un ahorro aproximado (20:41) del 49% de hormigón.

La existencia de cargas de todo tipo lleva a aumentar el canto de la losa aligerada. Como aproximadamente se pueden considerar las tensiones interiores, inferiores en un 25% a las tensiones de borde, tendríamos que:

$$M = b * c^2 * t : 6$$

$$M = b * c'^2 * t : (0,75 * 6)$$

$$c' = c * 0,866$$

lo que en nuestro caso llevaría a una losa aligerada de  $(41 * 0,866)$  36 cm de canto, que supondrá unos  $(36 * 0,71)$  26 cm de gasto de hormigón y por tanto un ahorro efectivo de más del 36% de hormigón.

#### **1.5. Losas continuas con aligeramientos y aglomerado drenante**

¿Qué pasa si se evita la insolación y enfriamiento de las losas? Es evidente que las tensiones en ellas generadas, son mucho más pequeñas. Es conocido que el aire es uno de los mejores aislantes calóricos, por lo que si colocamos encima de la superficie de la losa un aglomerado con huecos, disminuimos el cambio térmico entre las superficies superior e inferior de las losas. Esto posibilita disminuir de nuevo la cantidad de hormigón empleada e ir a un canto de 31 centímetros de losa aligerada, que supone un gasto real de 22 ó 23 centímetros, es decir, hay un ahorro del 45%, aproximadamente, de hormigón y un coste adicional de una capa de aglomerado drenante, pero que puede merecer la pena por las siguientes razones:

- No es necesario el sellado de la ranura transversal cada 4 ó 5 metros. Además, su profundidad y su anchura son menores.
- Se evacúa rápidamente el agua de la calzada, efectuando un cepillado transversal, en vez de longitudinal. Esto también ayudará a la adherencia entre el hormigón y el aglomerado drenante.
- Se convierten en temas secundarios la regularidad y el acabado superficial del hormigón, que queda tapado.
- Se adquieren las ventajas del aglomerado drenante para rodadura (menos ruidos, eliminación del "planning").
- Las deformaciones de las losas son más pequeñas, así como los giros entre las mismas.

#### **1.6. Ventajas que proporcionan estos sistemas**

- Los firmes son más duraderos, al evitarse de modo eficaz el "pumping".
- La ejecución es más rápida (menos capas y menos materiales).
- La explanada no necesita ser de buena calidad; sí su geometría y su drenaje.
- El firme de hormigón propuesto es más barato de construcción (entre el 30 y el 40%) y de explotación, que el de capas de aglomerado.

- No se necesitan pasadores.
- Se necesita menos anchura de explanada.
- No se usa betún, que es material importado.
- La opción del aglomerado drenante, añade otras ventajas mencionadas en el apartado anterior.

## 2. COLECTORES DE HORMIGÓN "IN SITU" CON MOLDE DESLIZANTE

Es un caso particular del apartado 1.3, con las siguientes diferencias:

- 1<sup>a</sup>. Las paredes laterales, que eran formadas por las chapas de la máquina, pasan a ser las paredes laterales de la zanja, siendo fundamental el hormigonado contra el terreno, pues ello dota a la estructura de una gran capacidad resistente, al contar con el empuje pasivo del terreno, pudiendo eliminar, totalmente o en parte, las armaduras, según el tamaño del colector.
  - 2<sup>a</sup>. La alimentación del hormigón no es frontal, sino por arriba, ya que el molde no va colgado de la máquina de avance, que rueda por el exterior a la zona hormigonada, sino que el camino de rodadura es el fondo de la propia zanja, el cual marca la ranura del colector.
  - 3<sup>a</sup>. Los aligeramientos pasan a ser un único agujero, constituyendo éste la finalidad de la obra.
  - 4<sup>a</sup>. La longitud del molde es más pequeña (del orden de 1 metro), para permitir los giros y para no aumentar la anchura de la zanja en los giros.
  - 5<sup>a</sup>. La alimentación de aire húmedo se produce en la chapa de cierre del comienzo del hormigonado, permaneciendo todo el día de trabajo sin desplazamiento.
  - 6<sup>a</sup>. En la parte delantera se cierra, no sólo el molde, sino también, perpendicularmente a él, el espacio donde cae el hormigón, con chapa y fondo y lateral flexible, adaptable a la zanja, para no tener que desplazar mucho las ruedas por el deslizamiento de hormigón hacia adelante.
  - 7<sup>a</sup>. El avance se produce por la acción de la fuerza que produce la presión del aire por el área del colector, y por el tiro que ejerce un cable arrollado en un cabrestante; existiendo un freno a las ruedas que actúa cuando el cable no tiene tensión. Es decir, se sustituye la máquina de avance, por un sistema más sencillo.
  - 8<sup>a</sup>. La estanqueidad inicial no se produce con el propio hormigón, sino con una chapa metálica de cierre suficientemente rígida y acodada al terreno. Esta chapa dispone de anillos de goma circulares, que inicialmente son apretados por el molde deslizante, logrando la estanqueidad en el interior del molde deslizante.
  - 9<sup>a</sup>. Los vibradores no van paralelos a los moldes deslizantes, sino que se instalan en la tolva de recepción del hormigón, verticales y cercanos a la chapa delantera de cierre, facilitando el relleno inmediato, con hormigón, del espacio avanzado.
- Al igual que en el apartado 1.3, el hormigón debe tener una granulometría continua que permita una buena compactación por vibración; la tolva de recepción-alimentación debe tener un nivel de hormigón superior a la cota de hormigón del colector, siendo también fundamental que el suministro del hormigón no falle.
- Las juntas de hormigonado pueden ejecutarse cada 5 metros, dejando en la zanja un elemento que debilite esa sección; lo que se consigue mediante un tubo de goma, abierto por una generatriz, estando la generatriz opuesta protegida por un semitubo, o media caña, que rompe o se tracciona cuando el hormigón fisura en

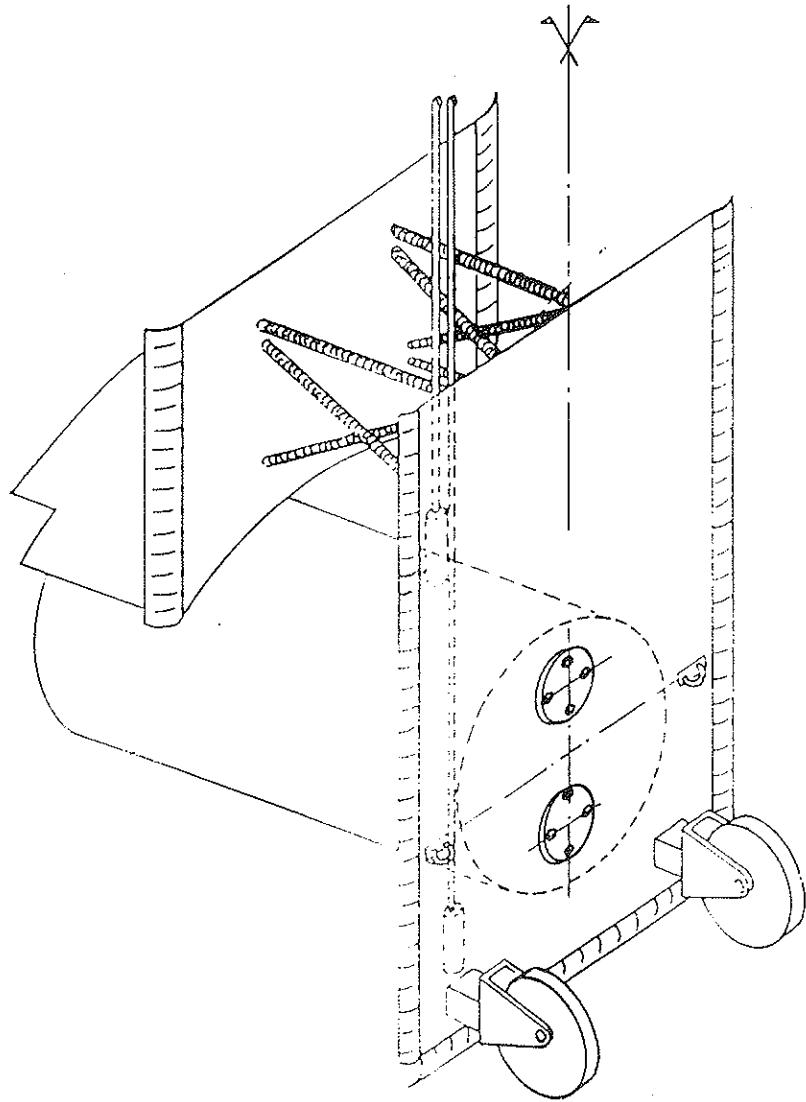


Fig. 7. Molde deslizante para la ejecución de colectores "in situ".

ese sitio. La parte de tubo no protegida queda adherida al hormigón, sirviendo de junta impermeable y sin tener que trabajar a tracción, porque la forma semicircular protegida no está adherida a nada.

## RESUMEN

En este artículo se detallan nuevos sistemas constructivos de carreteras de hormigón, que consisten en la realización de pavimentos que quedan entrelazados mediante superficies rugosas e inclinadas, creadas a partir de la fisuración natural del hormigón, evitando el "pumping" y

proporcionando larga vida a los pavimentos. También se describen pavimentos ali-gerados que permiten un ahorro de hor-migón, del orden del 30%, y que, ademá-s, prescinden en su realización de todo tipo de encofrado y desencofrado, utilizando moldes deslizantes.

Los colectores de hormigón "in situ", fabricados de modo continuo sobre el terreno, constituyen otra de las aplicacio-nes, utilizando un sistema de ejecución análogo al anterior.

Todos estos sistemas aprovechan mejor las características de los materiales, con una geometría adecuada en el caso de los

aligeramientos de carreteras y contando con los empujes del terreno en el caso de colectores.

## SUMMARY

New constructive systems are presented in this paper.

They consist in the realization of paving that remain interlaced by rugose and inclined surfaces made from the natural fissure of the concrete. This avoids the "pumping" and allows long life at the paving.

Also, in this paper is described lightened paving to let save concrete in a 30% and it is not necessary formworks using slide forms.

The main sewers of concrete "in situ" made by the continous method on the ground is another of the applications using a system like the other one commented before.

All these systems make good use of the characteristics of the materials, with a geometry appropriated in roads, and taking account the earth pressure in the case of main sewers.

\* \* \*

## Nota sobre el Grupo de Trabajo General Mixto "Prefabricación"

Dentro de los trabajos del GEHO y conjuntamente con ATEP, se ha decidido constituir un Grupo de Trabajo General Mixto (GTGM), denominado "Prefabricación" que tendrá como misión elaborar unas normas o recomendaciones para el proyecto, la ejecución y el montaje de piezas prefabricadas.

Actuará como coordinador general del GTGM José Calavera. Actuará como secretario general del GTGM, Antonio Garrido.

El Grupo se estructura en la serie de Grupos de Trabajo (GT) que se describen a continuación:

- GT01 – FORJADOS DE VIGUETAS
- GT02 – FORJADOS DE LOSAS SEMI-RRESISTENTES Y NERVADAS
- GT03 – FORJADOS DE LOSAS ALVEOLARES
- GT04 – ELEMENTOS PARA NAVES
- GT05 – VIGAS Y DOVELAS PARA PUENTES
- GT06 – LOSAS PARA PUENTES Y OBRAS DE PASO
- GT07 – MUROS DE CONTENCION
- GT08 – ELEMENTOS PARA EDIFICIOS CON PANELES
- GT09 – POSTES
- GT10 – TUBOS
- GT11 – PILOTES Y TABLESTACAS
- GT12 – TRAVIESAS DE FERROCA-RRIL
- GT13 – TUNELES
- GT14 – UNIONES
- GT15 – VARIOS

Cada GT tendrá un coordinador y un secretario, específicos de cada Grupo de Trabajo.

Se establece un Comité de Coordinación General (CCG) formado por:

El Coordinador General

El Secretario General

Los Coordinadores de cada Grupo de Trabajo

Los Secretarios de cada Grupo de Trabajo

Los Asesores que se establezcan por el Coordinador General, bien por necesidades propias o por propuestas de cada Grupo de Trabajo.

Los interesados en colaborar en los trabajos de este nuevo Grupo, deberán comunicarlo, a la mayor brevedad posible, a la Secretaría de la ATEP o del GEHO, dirigiéndose a:

Secretaría de la ATEP  
Apartado de Correos 19002  
28080 Madrid  
Telf.: (91) 766 07 03  
Fax: (91) 766 07 03

Secretaría del GEHO  
Universidad Politécnica de Madrid  
Laboratorio de Estructuras de la E.T.S.  
de Ingenieros de Caminos, C. y P.  
Ciudad Universitaria, s/n  
28040 Madrid  
Telf.: (91) 336 66 98  
Fax: (91) 336 67 02

# **X Jornadas Argentinas del Hormigón Pretensado**

# **XV Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural**

# **XIII Exposición Argentina de la Construcción**

**Buenos Aires, Argentina, del 7 al 12 de octubre de 1996**

## **Presentación**

La Asociación de Ingenieros Estructurales y la Asociación Argentina del Hormigón Pretensado se complacen en comunicar la realización conjunta de sus tradicionales Jornadas: las XV Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural y las X Jornadas Argentinas del Hormigón Pretensado, respectivamente.

Se invita a profesionales vinculados a las estructuras y al hormigón pretensado, a participar activamente en estas Jornadas, presentar trabajos para ser expuestos en las mismas e intercambiar ideas y experiencias durante su realización.

## **Invitados especiales**

Las Jornadas contarán con la presencia de destacados profesionales extranjeros que han sido especialmente invitados.

## **Temas**

Los temas principales, no excluyentes, planteados para estas Jornadas, son:

- Nuevas técnicas constructivas.
- Nuevos materiales y componentes.
- Forjados sin vigas.
- Puentes.
- Ingeniería sismo resistente.
- Patología de las estructuras. Colapsos.
- Calidad, su control, aseguramiento, etc.
- Actualización reglamentaria.
- Tecnología y equipos.
- Realizaciones.
- Estudios comparativos, técnico-económicos.

## **Mesas Redondas**

La actual coyuntura económica y geopo-

lítica genera nuevas situaciones ante las cuales es necesario adaptarse y para las que se buscará obtener conclusiones útiles en las diversas mesas redondas planteadas.

## **XIII Exposición Argentina de la Construcción**

En el mismo ámbito de las Jornadas se desarrollará la tradicional Exposición, donde se dará, este año, especial énfasis a la presentación de productos y servicios vinculados con las especialidades de las Asociaciones convocantes.

## **Concursos y Premios**

Durante el desarrollo de las Jornadas serán entregados los siguientes premios de Concursos organizados para estudiantes: Premio "Ing. Luis M. Machado" al mejor trabajo de investigación; Premio "Ing. Bernardo Polack" al mejor modelo estructural, y Premio "CPIC-AIE 1996" al mejor proyecto estructural de un depósito para reserva de agua potable.

Los reglamentos de los Concursos se encuentran a disposición de los interesados en las Asociaciones convocantes y en la sede del Consejo.

Los que deseen recibir más información sobre estas Jornadas, deberán dirigirse a:

**X Jornadas Argentinas del Hormigón Pretensado y XV Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural.**

San Martín 1137 - (1004) Buenos Aires (Argentina)

Telf.: 07.54.1. 312 - 3040

Para la XIII Exposición Argentina de la Construcción, deberán dirigirse a:

Asociación de Ingenieros Estructurales

Yrigoyen 1144, 1<sup>er</sup> piso

(1377) Buenos Aires (Argentina)

Telf.: 07.54.1. 381 - 3452

## Nueva publicación "Recomendaciones para el proyecto, construcción y control de anclajes al terreno. H.P. 8-96"

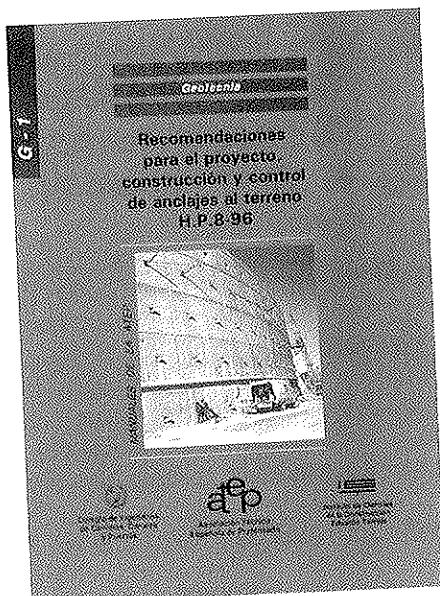
Continuando con la serie de Manuales que esta Asociación Técnica Española del Pretensado viene publicando, en los cuales se recogen las recomendaciones que se consideran idóneas para conseguir un adecuado proyecto y realización de las obras pretensadas y su buen comportamiento a lo largo de su vida de servicio, se ha editado ahora el Manual H.P. 8-96, con el título "Recomendaciones para el proyecto, construcción y control de anclajes al terreno".

La tecnología de pretensado de cables de acero de alto límite elástico ha ofrecido, tradicionalmente, al ingeniero geotécnico, la posibilidad de introducir, en sus obras de contención o estabilización, grandes esfuerzos unitarios de anclaje, a un coste moderado. Los anclajes al terreno flexibilizan y simplifican la construcción de excavaciones que se ven así libres de arriostramientos internos que, en general, complican las labores de excavación. Por tanto, su utilización está muy extendida.

Se confía también a los anclajes, no sólo el mantenimiento temporal de excavaciones, sino la estabilización definitiva de estructuras de contención que, con frecuencia, al estar incluidas dentro de tejidos urbanos, están destinadas a tener una duración que se puede calificar de ilimitada.

Ambos aspectos, la amplia diseminación de la técnica de construcción de los anclajes y la necesidad de un cuidadoso diseño y ejecución, que imponen las condiciones que hay que exigir a los anclajes permanentes, hacen muy necesaria la existencia de criterios de diseño, construcción y control de comportamiento, basados en procedimientos comúnmente aceptados. Este es, genuinamente, el campo de las Normas.

Países europeos como Alemania, Francia, Reino Unido y Suiza disponen de normas propias para la ejecución de anclajes en suelos y rocas. Con frecuencia, los pliegos de condiciones de obras realizadas en nuestro país hacen referencia explícita a estos textos. Sin embargo, el desarrollo de



una normativa propia puede suponer un interesante valor añadido. En efecto, se abre la oportunidad de incorporar los avances y experiencias más recientes y, por otra parte, si se tiene en cuenta la práctica profesional local, aparece una buena ocasión para mejorarla. En relación con este último aspecto, cabe decir que, para la redacción de estas Recomendaciones, se ha consultado a proyectistas, fabricantes de equipos y materiales y representantes de contratistas especializados.

La aparición de las presentes "Recomendaciones para el proyecto, construcción y control de anclajes al terreno" supone la culminación de unos trabajos que se iniciaron, hace casi diez años, con la creación de un Comité Técnico en el seno de la Asociación Técnica Española del Pretensado. Tras varias vicisitudes, que han incluido la interrupción temporal de los trabajos durante un cierto período de tiempo, la ATEP decidió, a finales de 1992, impulsar de manera definitiva la redacción de las presentes recomendaciones, cuya aplicación, seguramente, contribuirá a establecer una nueva filosofía en la concepción y ejecución de anclajes, dotará de un lenguaje común a los pliegos de condiciones técnicas y elevará la calidad y seguridad de las obras.

Los interesados en adquirir esta publicación, cuyo precio es de 2.910,- pesetas para los Miembros de la ATEP y 3.875,- pesetas para los no Miembros, deberán dirigirse a:

ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA  
DEL PRETENSADO  
Apartado de Correos 19002.-28080  
MADRID.  
Tel.: (91) 766 07 03 - Fax: (91) 766 07 03

# **MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO**

(Continuación de Int. Portada)

- FOMENTO DE CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A. (FECSA).**—Acanto, 22. 28045 Madrid.
- FORMIGONS GIRONA, S.A.**—Carretera C-250 de Girona a Sant Feliú de Guixols, Km. 4,3. 17242 Quart (Gerona).
- FREYSSINET, S.A.**—General Perón, 24. 28020 Madrid.
- GRACE, S.A.**—Apartado 523. 08080 Barcelona.
- GRUPO ESPAÑOL DEL HORMIGON (GEHO).**—Universidad Politécnica de Madrid.— Laboratorio de Estructuras de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, C. y Puertos.— Ciudad Universitaria, s/n. 28040 Madrid.
- HIERRO INSTALADO Y SUMINISTRADO, S.A. (HIS, S.A.).**—Luis Montoto, 105, 4º K. 41007 Sevilla.
- HUARTE, S.A.**—Oficina Técnica.—Avda. General Perón, 40-C-4.º. 28020 Madrid.
- IBERDROLA, S.A. Servicio Formación.**—Referencia 3001. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.
- INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.**—Portal de Gamarra, 46. 01013 Vitoria.
- INSTITUTO ESPAÑOL DEL CEMENTO Y SUS APLICACIONES (IECA).**—José Abascal, 53-2.ª planta. 28003 Madrid.
- INSTITUTO TECNICO DE LA CONSTRUCCION, S.A.**—Avda. de Elche, 164. 03008 Alicante.
- INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES (INTEMAC).**—Monte Esquinza, 30. 28010 Madrid.
- JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA, S.A.**—Príncipe de Vergara, 103. 28006 Madrid.
- LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES. CEDEX.**—Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.
- MECANOGUMBA, S.A.**—Apartado 23. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).
- MEKANO-4, S.A.**—Polígono Can Magarola. Carretera N-152, Km. 19,8. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).
- PACADAR, S.A.**—Hermosilla, 57. 28001 Madrid.
- PREFABRICACIONES Y CONTRATAS, S.A.**—Apartado 138. 36600 Villagarcía de Arosa (Pontevedra).
- PRETENSADOS DEL LOURO, S.A.**—Polígono Industrial Atios. 36400 Porriño (Pontevedra).
- PROYECTOS Y ESTRUCTURAS, S.A. (PROES).**—Padre Damián, 42-1º D. 28036 Madrid.
- SENER, INGENIERIA Y SISTEMAS, S.A.**—Avda. de Zugazarte, 56. 48930 Las Arenas (Vizcaya).
- SOCIEDAD DE ESTUDIOS DEL TERRITORIO E INGENIERIA, S.A.**—Avenida Cardenal Herrera Oria, 167. 28034 Madrid.
- TECPRESA, S.A.**—Velázquez, 105. 28006 Madrid.
- TREFILERIAS QUIJANO, S.A.**—Fábrica de Forjas de Buelna, 39400 Los Corrales de Buelna (Cantabria).
- TRENZAS Y CABLES, S.L. (TYC, S.L.).**—Monturiol, 5. 08210 Barberá del Vallés (Barcelona).
- VSL IBERICA, S.A.**—Aribau, 185, 3º, 2º. 08021 Barcelona.

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las Entidades citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encor-mendados.

