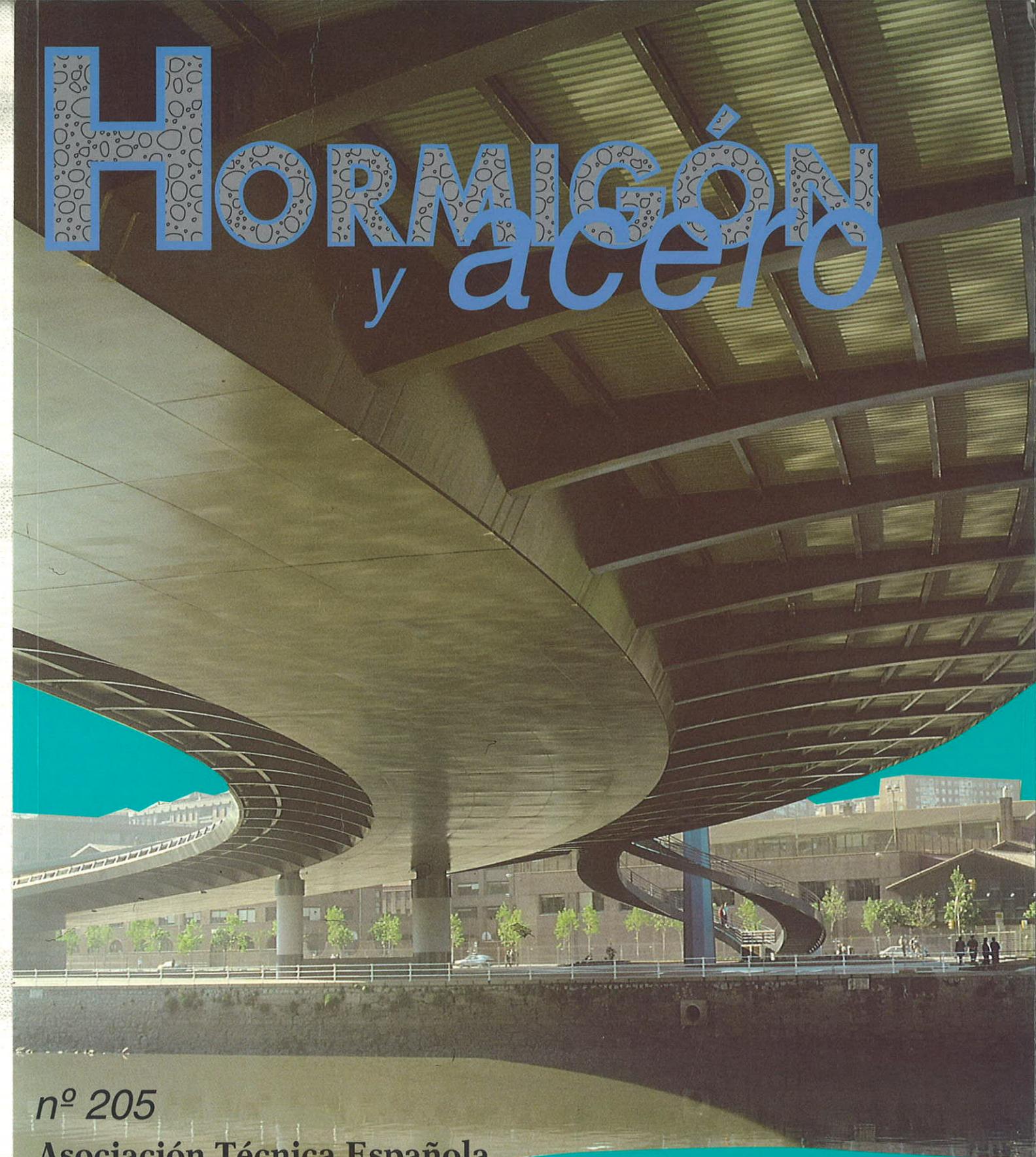




# HORMIGÓN y acero



nº 205

Asociación Técnica Española  
del Pretensado

Instituto de Ciencias de la Construcción  
Eduardo Torroja

Colegio de Ingenieros de Caminos,  
Canales y Puertos

## **MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO**

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de “**Miembro Protector**”, a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de “**Miembros Protectores**” los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

- AGROMAN EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.**—Avenida del Partenón, 4. 28042 Madrid.  
**ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR)**.—Orense, 10. 28020 Madrid.  
**ARPO EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.**—Avda. de la Innovación, s/n. Edificio Espacio, planta 3.<sup>a</sup>, mód. 4-7. 41020 Sevilla.  
**AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.**—Plaza Gala Placidia, 1. 08006 Barcelona.  
**AUXINI, S.A.**—Velázquez, 134. 28006 Madrid.  
**CARLOS FERNANDEZ CASADO, S.L.**—Grialba, 9. 28006 Madrid.  
**CEMENTOS MOLINS, S.A.**—C.N. 340, Km. 329,300. 08620 Sant Vicenc dels Horts (Barcelona).  
**COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.**—Almagro, 42. 28010 Madrid.  
**COLEGIO DE INGENIEROS TECNICOS DE OBRAS PUBLICAS.**—Miguel Angel, 16. 28010 Madrid.  
**COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.**—Santa Eugenia, 19. 17005 Gerona.  
**COL.LEGI OFICIAL D'ARQUITECTES DE CATALUNYA.**—Plaça Nova, 5. 08002 Barcelona.  
**C.T.T. STRONGHOLD, S.A.**—Aribau, 185. 08021 Barcelona.  
**CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.**—Parque Empresarial La Moraleja. Avda. de Europa, 18. 28100 Alcobendas (Madrid).  
**DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.**—Avda. de Tenerife, 4-6. Edificio Agua. 1<sup>a</sup> planta. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).  
**DYWIDAG - SYSTEMS INTERNATIONAL, S.A.**—Azor, 25-27. Polígono Industrial Matagallos. 28940 Fuenlabrada (Madrid).  
**EMESA-TREFILERIA, S.A.**—Apartado 451. 15080 La Coruña.  
**ENTRECANALES Y TAVORA, S.A. Biblioteca.**—Cardenal Spinola, s/n. Edificio E. 28016 Madrid.  
**ESCUELA TECNICA-SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.**—Ciudad Universitaria. 28040 Madrid.  
**ESTEYCO, S.A.**—Menéndez Pidal, 17. 28036 Madrid.  
**ESTUDIOS Y PROYECTOS TECNICOS INDUSTRIALES, S.A.**—Arapiles, 14-4º Izda. 28015 Madrid.  
**EUROCONSULT, S.A.**—Apartado 99. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).  
**FERROVIAL, S.A.**—Príncipe de Vergara, 125. 28006 Madrid.

*(Continúa en el int. de contraportada)*

# ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

DECLARADA DE UTILIDAD PUBLICA CON FECHA 4-3-77

INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA CONSTRUCCION  
EDUARDO TORROJA (C.S.I.C.)

COLEGIO DE INGENIEROS DE  
CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

## COMITE DE REDACCION

Director:  
PIÑEIRO, Rafael

SERVICIO DE ESTUDIOS  
ESPECIALES

### Miembros del Comité de Redacción:

APARICIO, Angel C.  
BURON, Manuel  
CUVILLO, Ramón del  
ELICES, Manuel  
GONZALEZ VALLE, Enrique  
JODAR, Juan  
LOPEZ PALANCO, Rafael  
LLOMBART, José Antonio  
MARTINEZ MARTINEZ, Ramón  
MORAN, Francisco  
ORTEGA, Luis  
PEREZ-FADON, Santiago  
RIPOLL, Javier  
RODRIGUEZ SANTIAGO, Jesús  
SIEGRIST, Carlos  
VILLAR, José M<sup>a</sup> de



nº 205

3<sup>er</sup> Trimestre 1997

## CUOTAS ANUALES

### ESPAÑA      EXTRANJERO

Miembros "Personales" menores de 27 años .....	1.500 ptas.	
Miembros "Personales" (personas naturales) .....	8.750 ptas.	70 dólares
Miembros "Colectivos" (personas jurídicas) .....	21.600 ptas.	170 dólares
Miembros "Protectores" (personas naturales o jurídicas que deseen prestar una ayuda económica especial a la A.T.E.P.) .....	43.200 ptas.	340 dólares

La Asociación, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, no se hace responsable del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocine su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

(Más 16% IVA para España)

APARTADO 19.002 - 28080 MADRID - TEL. Y FAX: 766 07 03

Depósito Legal: M-853-1958  
Imprime: ACOR, S.A.- M. Hernández, 50 - MADRID  
ISSN: 0439-5689

**RELACION DE ENTIDADES QUE, EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NUMERO DE LA REVISTA, FIGURAN INSCRITAS, EN LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO, COMO "MIEMBROS COLECTIVOS".**

**ESPAÑA**

AEPO, S.A.-Estudios y Proyectos.-Madrid.  
AGENCIA VALENCIANA DEL TURISME.-Valencia.  
AREA DE PLANEAMIENTO, PROYECTOS Y OBRAS.-Demarcación de Carreteras del Estado en Asturias.-Oviedo.  
ASOCIACIO ENGINYERS INDUSTRIALS DE CATALUNYA.-Barcelona.  
CASTRO HERMANOS, S.L.-Mislata (Valencia).  
CENTRO DE ANALISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS, S.A.-Oviedo.  
CENTRO DE ESTUDIOS DE TECNICAS APLICADAS (CEDEX).-Gabinete de Información y Documentación.-Madrid.  
CENTRO POLITECNICO SUPERIOR DE INGENIEROS.-Area de M.M.C. y T. de Estructuras.-Zaragoza.  
CETRES ENGINYERS, S.L.-Barcelona.  
C.I.C., S.A.-Consultor de Ingeniería Civil, S.A.-Barcelona.  
CINSA-EP.-Leioa (Vizcaya).  
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de Andalucía Oriental.-Málaga.  
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de Galicia.-La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TECNICOS.-La Coruña.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE BALEARES.-Palma de Mallorca.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS.-Demarcación de Valencia.-Valencia.  
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.-Bilbao.  
CONSTRUCCIONES LAIN, S.A.-Madrid.  
CONTROLEX.-Alicante.  
DEPARTAMENTO DE CONSTRUCCIONES ARQUITECTONICAS.-Escuela Técnica Superior de Arquitectura.-Sevilla.  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE LA CONSTRUCCION.-Escuela Universitaria de Arquitectura Técnica.-Universidad de La Laguna (Tenerife).  
DEPARTAMENTO DE MECANICA DE MEDIOS CONTINUOS Y TEORIA DE ESTRUCTURAS.-Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica. Madrid.  
DEPARTAMENTO DE RESISTENCIA DE MATERIALES, ESTRUCTURAS E INGENIERIA CIVIL.-Universidad de Valladolid.-Valladolid.  
DIRECCION GENERAL DE CARRETERAS. Diputación Foral de Guipúzcoa. San Sebastián.  
E.E.P., S.A.-Elementos Estructurales Prefabricados, S.A.-Sant Fruíts de BAages (Barcelona).  
ENAGA, S.A.-Pozuelo de Alarcón (Madrid).  
ESCUELA SUPERIOR DE AGRICULTURA.-Barcelona.  
ESCOLA TECNICA SUPERIOR D'ARQUITECTURA DEL VALLES.-Sant Cugat del Vallés (Barcelona).  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.-Madrid.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.-Sevilla.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.-Barcelona.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.-Biblioteca.-La Coruña.  
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACION.-Bilbao.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TECNICA.-Granada.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TECNICA.-La Laguna (Tenerife).  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TECNICA.-Madrid.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA INDUSTRIAL.-Zaragoza.  
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TECNICA MINERA.-Biblioteca.-León.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.-Barcelona.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA.-Córdoba.  
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA DE MANRESA.-Manresa (Barcelona).  
EUROESTUDIOS, S.A.-Madrid.  
EXISA.-Barcelona.  
FERNANDEZ CONSTRUCTOR, S.A.-Madrid.  
FOMENTO DE CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.-Valencia.

FUERZAS ELECTRICAS DE CATALUÑA, S.A.–Barcelona.  
FUNDACION DE LOS FERROCARRILES ESPAÑOLES.–Madrid.  
GINPRO, S.A.–Pozuelo de Alarcón (Madrid).  
G.O.C.S.A.–Orense.  
HORMADISA, S.L.–Valga (Pontevedra).  
IBERICA DE ESTUDIOS E INGENIERIA, S.A. (IBERINSA).–Madrid.  
IDEAM, S.A.–Madrid.  
INDAG, S.A.–Madrid.  
INGENIERIA DE AUTOPISTAS Y OBRAS CIVILES, S.A.–Madrid.  
INGENIERIA Y ECONOMIA DEL TRANSPORTE, S.A. (INECO).–Madrid.  
INGENIERIA FLORS, S.A.–Grao de Castellón.  
INGENIERIA DE PUENTES Y AUTOPISTAS, S.A.–Barcelona.  
INGENIEROS Y ARQUITECTOS ASOCIADOS, S.A.–Madrid.  
INSTITUCIONES COLEGIALES PARA LA CALIDAD EN LA EDIFICACION.–Murcia.  
INSTITUT DE TECNOLOGIA DE LA CONSTRUCCIO DE CATALUNYA.–Barcelona.  
INSTITUTO JUAN DE HERRERA.–Madrid.  
JUNTA DE CASTILLA Y LEON.–Consejería de Fomento.–Valladolid.  
JUNTA DE CASTILLA Y LEON.–Dirección General de Transportes y Carreteras. Servicio de Gestión.–Valladolid.  
LABORATORIO GEOCISA.–Biblioteca.–Coslada (Madrid).  
LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJERCITO.–Madrid.  
LABORATORIOS DEL SURESTE, S.L.–El Palmar (Murcia).  
LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).–Castellón de la Plana.  
METALURGICA GALAICA, S.A.–Narón (La Coruña).  
MINISTERIO DE FOMENTO. SUBDIRECCION GENERAL DE ARQUITECTURA.–Madrid.  
MINISTERIO DE FOMENTO. SUBDIRECCION GENERAL DE NORMATIVA TECNICA Y ANALISIS ECONOMICO.–Madrid.  
O.C.P. CONSTRUCCIONES, S.A.–Madrid.  
PENTIA INGENIERIA, S.A.–Llanera (Asturias).  
POSTENSA, S.A.–Bilbao.  
PREFABRICACIONES Y CONTRATAS, S.A.–Madrid.  
PREFABRICADOS AGRICOLAS E INDUSTRIALES, S.A. (PRAINSA).–Barcelona.  
PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).–León.  
PREFABRICADOS POUSA, S.A.–Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).  
PUENTES Y CALZADAS, S.A.–Sigueiro (La Coruña).  
RIOJANA DE PREFABRICADOS DE HORMIGON, S.A.–Logroño.  
RUBIERA, S.A. FORJADOS Y CUBIERTAS.–León.  
RUBIERA BURGOS, S.A.–Burgos.  
SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.–Barcelona.  
SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.–Burgos.  
SERVICIO TERRITORIAL DE CARRETERAS.–Gerona.  
SESTRA, S.A.L.–Andoain (Guipúzcoa).  
SOCIEDAD ANONIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.–Madrid.  
SPANDECK CATALANA. S.A.– El Bruc (Barcelona).  
TECNICA Y PROYECTOS, S.A.–Madrid.  
TECNOS, GARANTIA DE CALIDAD, S.A.–Madrid.  
TERRATEST, S.A.–Madrid.  
TIGNUS, S.A.–Valencia.  
TUBERIAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPSA).–Madrid.  
UNIVERSIDAD DE BURGOS.–Sección Politécnica.–Burgos.  
UNIVERSIDAD DE CADIZ.–Algeciras (Cádiz).  
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA.–Biblioteca Universitaria.–Santander.  
UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA.–Biblioteca General de Albacete.–Albacete.  
UNIVERSIDAD DE LA CORUÑA.–Biblioteca.–La Coruña.  
UNIVERSIDAD DE LA CORUÑA.–Rectorado.–La Coruña.  
UNIVERSIDAD DE HUELVA.–Biblioteca.–Huelva.  
UNIVERSIDAD DE LA RIOJA.–Logroño (La Rioja).  
UNIVERSIDAD POLITECNICA.–Hemeroteca.–Valencia.  
UNIVERSIDAD POLITECNICA.–E.T.S. de Ingenieros Agrónomos.–Departamento de Construcción y Vías Rurales.–Madrid.  
UNIVERSIDAD PUBLICA DE NAVARRA.–Pamplona

UNIVERSITAT DE GIRONA.—Girona.  
UNIVERSITAT DE LLEIDA.—Lleida.  
VORSEVI, S.A.—Ingeniería y Control de Calidad.—Sevilla.  
V.S. INGENIERIA Y URBANISMO, S.L.—Sevilla.

## EXTRANJERO

ASSOCIACAO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND.—São Paulo (Brasil).  
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.—Luanda (República Popular de Angola).  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU.—Lima (Perú).  
POSTES, S.A.—Lima (Perú).  
PUENTES Y TORONES, LTD.—Santafé de Bogotá (Colombia).  
SWETS SUBSCRIPTION SERVICE.—2160 Lisse (Holanda).  
UNIVERSIDAD CATOLICA DE QUITO.—Biblioteca.—Quito (Ecuador).  
UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAISO.—Biblioteca Central.—Valparaíso (Chile).  
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO.—Biblioteca.—Mayagüez (Puerto Rico)  
UNIVERSIDAD NACIONAL ANDRES BELLO.—Biblioteca Central.—Santiago (Chile).

## MIEMBRO CORRESPONDIENTE

ASOCIACION BOLIVIANA DEL PRETENSADO (A.B.P.).—La Paz (Bolivia).

\* \* \*

## AVISO IMPORTANTE

### DISCUSION DE LOS ARTICULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA “HORMIGON Y ACERO”

Todos los artículos originales que se publican en “Hormigón y Acero”, quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de la A.T.E.P., Apartado 19002, 28080 Madrid, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestando todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.

**NOTA.** Texto de las Comunicaciones presentadas en la XV<sup>a</sup> Asamblea Técnica Nacional de la ATEP, celebrada en Logroño, durante los días 12 al 15 de noviembre de 1996.

EL COMITE DE REDACCION

# **hormigón y acero nº 205**

## **índice**

Págs.

### **TEMA II.-INVESTIGACIONES Y ESTUDIOS**

<b>Encuesta sobre límites de esbeltez en vigas y forjados unidireccionales de estructuras de edificación . . . . .</b>	<b>9-22</b>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------

*Enquête sur limites de sveltesse de poutres et planchers des structures de bâtiment.*

Inquiry about slenderness-limits of beam and one-way beam-block floors of building structures.

*J. León González, J. López Domínguez y E. Sánchez Espinosa*

<b>Análisis de resultados de ensayos en puentes . . . . .</b>	<b>23-33</b>
---------------------------------------------------------------	--------------

*Analyse des résultats de l'essai de ponts.*

Tests in bridges. Results analysis.

*E. González Valle, J. Lima Pouchou, J. Ley Urzáiz, F. Santos Olalla y R. Alvarez Cabal*

### **TEMA III.-A.-REALIZACIONES DE PUENTES**

<b>El puente atirantado en la presa de Giribaile . . . . .</b>	<b>35-45</b>
----------------------------------------------------------------	--------------

*Le pont haubané dans le barrage de Giribaile.*

Cable stayed bridge on Giribaile damm.

*M. Juliá y L. Carrillo*

<b>Viaductos de la Concha de Artedo y de la Playa de San Pedro . . . . .</b>	<b>47-53</b>
------------------------------------------------------------------------------	--------------

*Les viaducts de "La Concha de Artedo" et de "La Playa de San Pedro"*

The Concha de Artedo and Playa de San Pedro viaducts.

*D. Ortega y M. Juliá*

### **TEMA III.-B.-REALIZACIONES DE EDIFICACIÓN Y VARIAS**

<b>Programa de industrialización de edificios comerciales, mediante elementos prefabricados. Realizaciones . . . . .</b>	<b>55-62</b>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------

*Programme d'industrialisation d'édifices commerciaux avec éléments préfabriqués. Réalisations.*

Program for industrialized commercial buildings with precast elements. Examples built.

*M. Burón Maestro, D. Fernández-Ordóñez y L. Gómez Sanz*

<b>Fira de Barcelona. La cubierta de los pabellones Montjuic 2 . . . . .</b>	<b>63-73</b>
<i>Fira de Barcelona. La couverture des pavillons Montjuic 2.</i>	
Fira de Barcelona. The Montjuic 2 pavilions roof.	
<i>J. J. Mateos Hernández-Briz</i>	

#### **TEMA IV.-INSPECCIÓN, MANTENIMIENTO, REPARACIONES Y REFUERZOS**

<b>Durabilidad de las armaduras en hormigones con cenizas volantes</b>	<b>75-87</b>
<i>Durabilité des armatures dans bétons avec cendres volants.</i>	
Durability of reinforcements in concrete with fly ash.	
<i>C. Alonso y C. Andrade</i>	

Artículo original no presentado en la XV<sup>a</sup> Asamblea

#### **TEMA V.-INVESTIGACIONES Y ESTUDIOS**

<b>Método de análisis no lineal para estructuras discretizadas en barras.</b>	
<b>1.<sup>a</sup> parte . . . . .</b>	<b>89-126</b>
<i>Méthode d'analyse non linéaire pour structures discontinues, en barres.</i>	
Non-linear analysis method for beam discretized structures.	
<i>M. Juliá</i>	

# **Normas que deben cumplir los artículos que se envíen para su publicación en "Hormigón y Acero"**

## **1. CONDICIONES GENERALES**

Los originales de los Artículos que se deseen publicar en "Hormigón y Acero", se enviarán a la Secretaría de la ATEP. Deberán cumplir rigurosamente las normas que a continuación se especifican. En caso contrario, serán devueltos a sus Autores para su oportuna rectificación.

Los que cumplan los requisitos exigidos pasarán al Comité de Redacción de la Revista el cuál, previo informe y evaluación de su calidad por los correspondientes Censores, decidirá si procede o no su publicación, sugiriendo eventualmente al Autor los cambios que, en su opinión, deben efectuarse para su final publicación en "Hormigón y Acero". Toda correspondencia en este sentido se mantendrá directamente con el Autor o primero de los Autores que figuren en el Artículo.

Los originales que por cualquier causa no fueran aceptados se devolverán al Autor.

## **2. PRESENTACION DE ORIGINALES**

Los originales de los Artículos se presentarán, preferentemente, en disquete, en programas de tratamiento de texto de uso generalizado (Wordperfect Word, etc.). Además, se mandarán dos copias escritas en papel, por una sola cara, en hojas tamaño UNE A4, y con las figuras, fotografías y tablas, con el tamaño que se proponga para su reproducción.

### **2.1. Título**

El título, *en español, francés e inglés* deberá ser breve y explícito, reflejando claramente el contenido del Artículo. A continuación, se hará constar nombre y apellidos del Autor o Autores, titulación profesional y, si procede, Centro o Empresa en el que desarrolla sus actividades.

### **2.2. Resumen y palabras clave**

Todo Artículo deberá ir acompañado de un resumen *en español e inglés*, de extensión no inferior a cien palabras (unas ocho líneas mecanografiadas) ni superior a ciento cincuenta palabras (doce líneas).

Asimismo, se acompañarán entre tres y seis palabras clave, en español, que permitan la identificación bibliográfica dentro del área técnica específica del Artículo.

### **2.3. Gráficos y figuras**

Los gráficos y figuras deberán ir numerados correlativamente en el orden en que se citen en el texto, en el cual deberá indicarse el lugar adecuado de su colocación.

Serán reproducibles, de muy buena calidad. Todas las figuras llevarán su correspondiente pie explicativo y el tamaño de letra se elegirá de tal modo que sea legible

en la figura al tamaño en que se vaya a reproducir en la Revista.

Se recomienda que los gráficos y figuras sean específicamente preparados para su publicación.

#### **2.4. Fotografías**

Se procurará incluir sólo las que, teniendo en cuenta su posterior reproducción, sean realmente útiles, claras y representativas. Con independencia de las copias que se piden para formar la maqueta, los originales deberán presentarse en copias de papel opaco, negro o en color, en negativo, o en diapositivas. Irán numeradas correlativamente, como fotografías, en el orden citado en el texto, y llevarán su correspondiente pie explicativo.

#### **2.5. Tablas y cuadros**

Cumplirán las condiciones indicadas para las figuras en el punto 2.3. Llevarán numeración correlativa, citada en el texto y un pie con la explicación adecuada y suficiente para su interpretación directa.

#### **2.6. Unidades**

Las magnitudes se expresarán, preferiblemente, en unidades del Sistema Internacional (S. I.) según las UNE 5001 y 5002.

#### **2.7. Fórmulas, letras griegas, subíndices y exponentes**

En las fórmulas se procurará la máxima calidad de escritura y emplear las formas más reducidas, siempre que no entrañen riesgo de incomprendión. Para su identificación se utilizará, cuando sea necesario, un número entre paréntesis, a la derecha de la fórmula.

Se eligirá un tipo de letra (Times New Roman u otras similares) tal que las letras griegas, subíndices y exponentes resulten perfectamente identificables, procurando evitar los exponentes complicados y letras afectadas simultáneamente de subíndices y exponentes.

Se diferenciarán claramente mayúsculas y minúsculas y aquellos tipos que puedan inducir a error (por ejemplo, la I y el 1; la O y el cero; la K y la k, etc.).

#### **2.8. Referencias bibliográficas**

Las referencias bibliográficas citadas en el texto se recogerán al final del mismo, dando todos los datos precisos sobre la fuente de publicación, para su localización.

Las citas en el texto se harán mediante números entre paréntesis. En lo posible, se seguirán las normas internacionales utilizadas generalmente en las diversas publicaciones, es decir:

#### *Referencias de Artículos publicados en Revistas*

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del Artículo; nombre de la publicación; número del volumen y fascículo; fecha de publicación, y número de la primera y última de las páginas que ocupa el Artículo al que se refiere la cita.

#### *Referencias de Libros*

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del Libro; edición; editorial y lugar y año de publicación.

### **3. PRUEBAS DE IMPRENTA**

De las primeras pruebas de imprenta se enviará una copia al Autor para que, una vez debidamente comprobadas y corregidas, las devuelva en el plazo máximo de quince días, con el fin de evitar el riesgo de que la publicación de su Artículo tenga que aplazarse hasta un posterior número de "Hormigón y Acero".

En la corrección de pruebas no se admitirán modificaciones que alteren sustancialmente el texto o la ordenación del Artículo original.

## Encuesta sobre límites de esbeltez en vigas y forjados unidireccionales de estructuras de edificación

Javier León González,  
Dr. Ing. de Caminos, C. y P.  
Jorge López Domínguez,  
Dr. Ing. Agrónomo  
Elvira Sánchez Espinosa,  
Dr. Ing. Agrónomo  
Universidad Politécnica de Madrid

### 1. INTRODUCCIÓN

Desde mediados de los años 80 y hasta los primeros 90, el número de casos de patología imputables a deformaciones excesivas representaba, aproximadamente, un 40% del total, con notables repercusiones y litigios de tipo económico y administrativo. La cuestión dio lugar a un gran número de artículos [1, 2, 3, 4], libros [5], tesis doctorales [6, 7, 8], ponencias, controversias y a algunos ensayos [9]. Es de destacar, en esta línea, la constitución, en 1990, del grupo de trabajo GT III/1 *Flechas* del Grupo Español del Hormigón (GEHO), que ha dado lugar a una publicación [10] y está por aparecer la segunda. También la normativa se hizo eco de la situación proponiendo, no siempre de manera afortunada, distintos criterios para comprobar este estado límite. A este respecto, la propuesta de tratamiento recogida en el borrador de la nueva Instrucción para Hormigón Estructural [11], contiene un tratamiento completo y riguroso que viene a dar respuesta a la cuestión.

Es sobradamente conocido que la ausencia de problemas en las estructuras construidas con arreglo a la teoría de las tensiones admisibles se debía a que las tensiones de servicio de los materiales de las piezas flectadas eran muy bajas. En la práctica, eso conducía a unas esbelteces, entendidas en este artículo como relaciones luz - canto

útil ( $L/d$ ), en torno a 15 ó 20. La ausencia de daños se reflejaba en la normativa de la época, que apenas necesitaba dar más que principios generales.

La introducción de los criterios semiprobabilistas de los estados límite supuso que, en servicio, los materiales alcanzaran un nivel de tensión claramente mayor que antaño, tanto en el acero traccionado como en el hormigón comprimido. La normativa de entonces (EH-68), y la de los 20 años siguientes, consideró el problema desde dos puntos de vista supuestamente complementarios:

- Establecimiento de unos cantos mínimos (límites de esbeltez) que eximieran al proyectista de la necesidad de calcular las flechas.
- Proporcionar unas directrices para calcular la flecha y comparar el resultado con una flecha límite.

El primer criterio (límite de esbeltez) es, sin duda, el más cómodo y eficaz, aunque ya entonces presentaba el inconveniente de conducir a resultados excesivamente conservadores (cantos elevados), incompatibles con la tendencia (transformada en necesidad por razones varias, que no vienen al caso) de disminuir más y más los cantos de las jácenas ("invención" de la *viga plana*) y de los forjados.

El segundo criterio ( $f_k \leq f_{lim}$ ), más ajustado en principio, topó en seguida con dos inconvenientes importantes que no fueron aceptablemente bien resueltos hasta la aparición de la Instrucción EH-91:

- El primer inconveniente era obtener  $f_k$ , es decir, el valor estimado de la flecha en servicio. Es sabido que ese valor depende de un gran número de variables de difícil cuantificación (tipo de carga y de sustentación, condiciones medioambientales, variación de las rigideces como consecuencia de la fisuración, reología, ritmo de construcción, etc.). Además, los resultados experimentales (en laboratorio o en obra) eran escasos y pocas veces coincidentes, reflejo de lo difícil que resulta caracterizar las condiciones de vinculación, de puesta en obra, etc. Por si fuera poco, la obtención de  $f_k$  se ha ido complicando más y más con el transcurso del tiempo, pasándose de unas reglas generales y simples, pero inaplicables en la práctica (salvo muy groseras simplificaciones, no siempre seguras), hasta procedimientos relativamente bien ajustados ( $\pm 30\%$ ) pero que exigen un cálculo manual tedioso que habrá de repetirse si resulta  $f_k > f_{lim}$ .
- El segundo inconveniente se refiere al establecimiento de una flecha límite  $f_{lim}$ , aspecto también complejo y dependiente, asimismo, de factores difícilmente cuantificables, como son la estética, la posible aparición de fisuras o daños en los tabiques y cerramientos, debido a la gran variabilidad en la configuración de los mismos, la presencia de huecos, el enjarje de las fábricas... Esto obliga, además, a distinguir entre distintos tipos de flecha límite: la correspondiente a la totalidad de la carga, y la que afecte a los tabiques, una vez construidos éstos.

La experiencia ha demostrado que, en estructuras de edificación, es completamente ilusoria la idea de resolver el problema, con el formato  $f_k \leq f_{lim}$ , de una manera rápida, ajustada y fiable.

En este estado de cosas se propuso volver la vista hacia la propuesta de unos límites de esbeltez que resolvieran el problema

de, al menos, el 90% de los casos en edificación. Caben dos enfoques posibles: el teórico y el empírico. El planteamiento teórico presenta los mismos inconvenientes ya citados: nuevamente los resultados dependen del modelo de cálculo (cada vez más ajustados y refinados) y de la flecha límite considerada. El planteamiento empírico es, precisamente, el objeto de este trabajo.

Los autores se propusieron obtener los límites de esbeltez por vía empírica, simplemente preguntando a los expertos (profesionales con experiencia) cuál resultaba ser la esbeltez a partir de la cual ya no se producían problemas por flechas excesivas. Es evidente que este planteamiento carece del carácter científico de otras propuestas pero, en opinión de los autores, este enfoque resulta realista, pragmático y complementario con los criterios descritos [6, 7 y 11]. De esta manera, los límites de esbeltez se plantean *a priori*, como criterio de proyecto; eximen al proyectista de calcular lo incalculable y, además, resuelven el problema práctico. Naturalmente, la bondad de tales límites está acotada por la condición de que exista experiencia suficiente sobre ellos, por lo que éstos deben referirse a elementos estructurales convencionales (el 90% de los casos).

En este marco se desarrolló la idea de efectuar una encuesta entre proyectistas, constructores, oficinas de control, universidades, etc., con el fin de compendiar sus experiencias y tomarlas, una vez analizadas, como referencia de gran valor para la propuesta de unos límites de esbeltez que reúnan las cualidades antes expuestas. El lanzamiento y seguimiento de la idea correspondió (1994) al primero de los autores de este trabajo (en orden alfabético), quien efectuó esta primera fase del trabajo junto con dos alumnos de la ETS de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, de Madrid (**Vicente Pérez Rodríguez e Ignacio García Robredo**). El análisis riguroso de los resultados de la encuesta ha correspondido a los otros dos autores de este trabajo.

La encuesta restringió el campo de análisis a las estructuras de edificación cuya estructura horizontal está formada por jácenas de hormigón armado y forjados unidos

reccionales de viguetas (armadas o pretensadas) y bovedillas. La pregunta formulada a los encuestados era: para cada tipo de elemento (jáscena o viguetas), tipo de tabique (rígido, flexible o sin tabique) y tipo de sustentación (tramo biapoyado, interior continuo, extremo continuo o voladizo) ¿cuál es el valor de relación luz/canto que, en base a su experiencia, no debería ser sobrepasado para no tener deformaciones excesivas o fisuraciones en elementos no estructurales (tabiques)?

Los resultados obtenidos y las conclusiones que pueden derivarse de ellos no son estadísticamente significativos, ya que el volumen de la muestra se considera insuficiente. Sin embargo, a pesar de lo restringido de las contestaciones, la gran solvencia de quienes las han remitido ha permitido extraer un conjunto de indicadores que orientan sobre los intervalos de esbeltez que parecen garantizar la ausencia de problemas.

Además de estos datos, los encuestados aportaron valiosa información acerca de aspectos varios relevantes que afectan al problema de las deformaciones: ritmo de construcción de plantas, edad de la planta al construir los tabiques, procesos ascendentes o descendentes de construcción de tabiques, precauciones especiales, etc.

## 2. ANÁLISIS DE LA ENCUESTA

### 2.1. Modelo de encuesta

A los encuestados se les remitió el cuadro en blanco de la tabla 2.1.1, además de

la siguiente relación de preguntas complementarias, pidiendo opinión sobre cuestiones relativas a las deformaciones:

1. Proceso usual de construcción de tabiques (ascendente o descendente).
2. Precauciones especiales (última hilera sin retacar, por ejemplo).
3. Ritmo de construcción (número de plantas por unidad de tiempo).
4. Número de plantas cimbradas simultáneamente.
5. Edad de descimbrado de cada planta, desde su construcción.
6. Edad de la planta al construir los tabiques.
7. Edad de la planta al construir el solado (resto de la carga permanente).

Las respuestas a estas preguntas se analizan en 4.4.

### 2.2. Clasificación por tipología de las empresas

Las encuestas se remitieron a aquellos miembros del GEHO con actividad en el ámbito de las estructuras de edificación. En el apéndice se relacionan los nombres de quienes remitieron respuesta, con quienes los autores han contraído una deuda de gratitud. Dichas respuestas se han discriminando en tres grupos, en función del volumen de obra a que, presumiblemente, tienen acceso los encuestados. Los tres grupos son:

- a) Grandes empresas y asimilados
- b) Empresas medianas y asimilados
- c) Proyectistas individuales

**TABLA 2.1.1**  
Modelo de encuesta utilizado

Elemento		Vigeta armada			Vigeta pretensada			Jáscena		
Tabiquería		ST	TF	TR	ST	TF	TR	ST	TF	TR
Tipo de sustentación	I									
	E									
	A									
	V									

ST: Sin tabiques

TF: Tabiques flexibles

TR: Tabiques rígidos

I: Tramo interior

E: Tramo exterior

A: Biapoyado

V: Voladizo

Se entiende por *asimilados*, aquellos organismos públicos o privados que, aún no siendo empresas constructoras, realizan actividades que les permiten el acceso a un volumen de edificación comparable al de aquéllas.

### 2.3. Posibles fuentes de error

Previamente al análisis de los resultados, se han considerado las posibles fuentes de distorsión que sirven para matizar las conclusiones extraídas.

#### a) Variedad de casos

La tabla de encuesta abarca tal número de situaciones diferentes entre sí, que resulta bastante dudoso que todos los encuestados posean experiencia consolidada en todas ellas. Cabe suponer, por tanto, que parte de las respuestas, especialmente en empresas medias y proyectistas individuales, se basan en meras opiniones y extrapolaciones y no en la propia experiencia. Este fenómeno explicaría la menor dispersión detectada en las grandes empresas.

#### b) Naturaleza de la pregunta

En opinión de los autores, de la redacción de la pregunta formulada se desprende lo siguiente:

- La cuestión planteada puede dar lugar a dos tipos de interpretación, traducida en formulaciones alternativas: *¿cuál cree usted que es la esbeltez recomendable para no tener problemas de deformaciones peligrosas?* y *¿qué valor de esbeltez le ha producido problemas de flecha?*, que a su vez condicionan la naturaleza subjetiva u objetiva de la respuesta, resultando difícil que el encuestador tenga modo de saber qué criterio se ha aplicado.
- Aún presegiendiendo de lo expuesto anteriormente, las propias respuestas son equívocas ya que, aunque pueden interpretarse en el sentido de que para las esbelteces indicadas los encuestados no han encontrado problemas de flecha, no aclaran si el hecho de no

sobrepasar esos valores es producto de la experiencia al haberse presentado problemas con valores superiores o, simplemente, se debe a la prudencia.

#### c) Encuestados

El escaso número de respuestas recibidas dificulta la obtención de conclusiones generales con validez estadística absoluta. Sin embargo, a pesar de lo restringido de las contestaciones, la gran solvencia de quienes las han remitido ha permitido extraer un conjunto de indicadores que orientan sobre los intervalos de esbeltez que parecen garantizar la ausencia de problemas, así como conclusiones de índole genérica.

### 2.4. Estadísticos considerados

Pueden clasificarse en dos grupos:

#### a) Medidas de tendencia central

**Media:** valor promedio de los resultados.

**Recorrido mitad:** semisuma de los valores extremos del recorrido.

**Intervalo o rango modal:** rango de valores, aproximadamente igual al 25% del recorrido o a 3 unidades, que contenga al menos el 50% de los datos.

#### b) Medida de dispersión

**Recorrido:** diferencia entre el dato de valor máximo y el de valor mínimo.

## 3. RESULTADOS

### 3.1. Tipificación de casos

De acuerdo con los resultados obtenidos, se ha realizado una tipificación según los siguientes casos:

#### a) Casos sin intervalo modal:

- a1) La media es aproximadamente igual al recorrido mitad (Fig. 3.1.a1)
- a2) La media difiere más de una unidad del recorrido mitad (Fig. 3.1.a2)

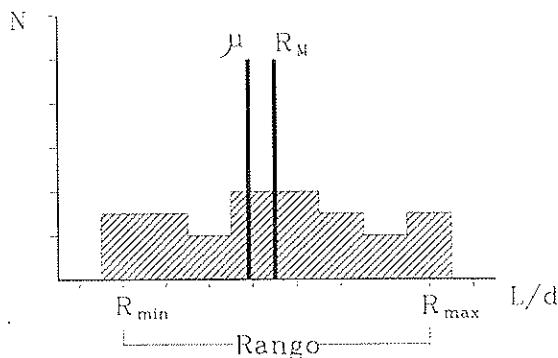


Fig. 3.1.a1.

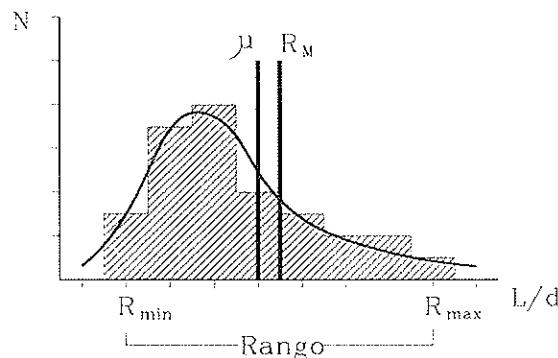


Fig. 3.1. b2.

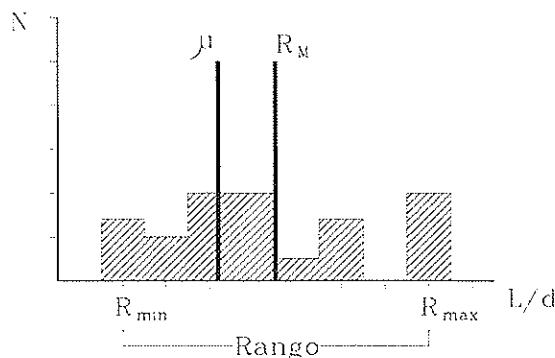


Fig. 3.1.a2.

Éstos corresponden a distribuciones, homogéneas o ligeramente desequilibradas, de valores con gran dispersión, es decir, que no existe un criterio uniforme en los datos suministrados. Cada encuestado posee una opinión diferente.

*b) Casos con intervalo modal y media aproximadamente igual al rango mitad:*

- b1) La media está contenida en el intervalo modal (Fig. 3.1.b1)
- b2) La media no está contenida en el intervalo modal (Fig. 3.1.b2)

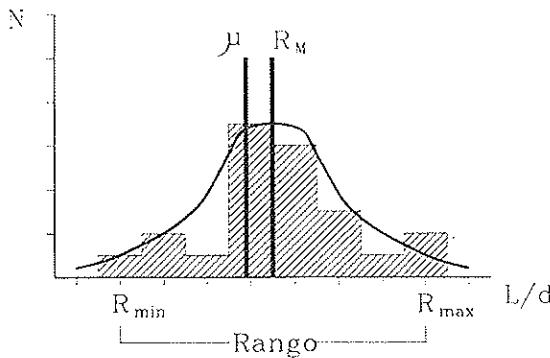


Fig. 3.1. b1.

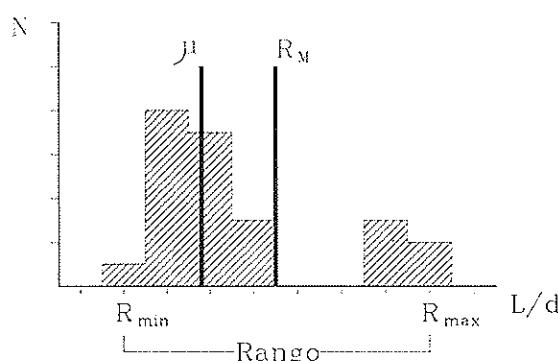


Fig. 3.1. c1.

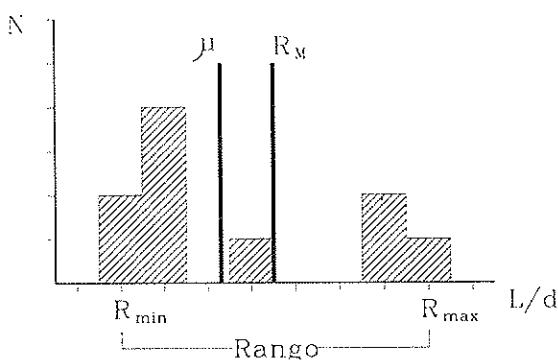


Fig. 3.1. c2.

Son distribuciones de tipo pseudocampauniforme, con concentración centrada o asimétrica; es decir, intervalos reducidos de gran concentración de valores y valores distribuidos homogéneamente a lo largo del resto del recorrido, sea a ambos lados de forma similar o a uno de ellos.

*c) Casos con intervalo modal y media separada del rango mitad:*

- c1) La media está contenida en el intervalo modal (Fig. 3.1.c1)
- c2) La media no está contenida en el intervalo modal (Fig. 3.1.c2)

**TABLA 3.1.1**  
**Medidas de tendencia central y dispersión**

ELEMENTO TABIQUERÍA	VIGUETA ARMADA			VIGUETA PRETENSADA			JÁCENA			
	ST	TF	TR	ST	TF	TR	ST	TF	TR	
INTERIOR	Media	28,20	26,28	25,28	30,12	27,95	26,87	26,57	25,37	23,95
	R. Mitad	28,5	27	26	29,5	28,5	26,5	27,5	25,5	24
	R. Modal	-	-	23-26 (8)	-	-	28-33 (6)	-	24-26 (7)	22-24 (9)
	Recorrido	35-22 = 13	32-22 = 10	30-22 = 8	37-22 = 15	35-22 = 13	33-20 = 13	35-20 = 15	32-19 = 13	30-18 = 12
EXTERIOR	Media	25,53	23,95	22,45	27,20	25,45	23,70	24,87	23,28	21,20
	R. Mitad	26	25	23	27	26	23,5	26,5	24	21,5
	R. Modal	-	22-24 (8)	21-23 (10)	-	-	-	22-24 (7)	22-24 (7)	19-22 (8)
	Recorrido	32-20 = 12	30-20 = 10	26-20 = 8	34-20 = 14	32-20 = 12	29-18 = 11	32-21 = 11	30-18 = 12	26-17 = 9
AISLADO	Media	22,95	21,12	20,20	24,37	22,20	21,12	21,62	19,65	18,87
	R. Mitad	24	21,7	21	25,5	22,5	20,5	22,5	20,2	19,7
	R. Modal	20-24 (9)	20-22 (7)	20-22 (8)	-	-	20-22 (8)	-	18-20 (6)	18-20 (7)
	Recorrido	28-20 = 8	25-19 = 6	24-18 = 6	31-20 = 11	27-18 = 9	25-16 = 9	28-17 = 11	25-16 = 9	25-15 = 10
VOLADIZO	Media	9,53	8,74	8,12	8,12	7,49	7,67	9,53	8,74	8,03
	R. Mitad	11	10	8,75	10	9	7,75	11	10	8,75
	R. Modal	8-10 (7)	6-9 (10)	8-10 (9)	-	6-9 (11)	8-10 (7)	-	6-8 (7)	7-10 (8)
	Recorrido	16-6 = 10	14-6 = 8	12-5,5 = 6,5	14-6 = 8	12-6 = 6	10-5,5 = 4,5	16-6 = 10	14-6 = 8	12-5,5 = 6,5

x,xx      a1      x,xx      b1      x,xx      c1  
x,xx      a2      x,xx      b2      x,xx      c2

Son casos con un amplio rango de valores y con concentración en uno de los extremos, ya sea a la derecha o a la izquierda del recorrido mitad, y valores dispersos en el resto del intervalo, tanto más cuanto mayor sea la separación entre ambas características.

Los valores numéricos se encuentran recogidos en la tabla 3.1.1 en la que se muestran, con formas diferentes, las tipificaciones efectuadas.

### 3.2. Análisis estadístico de los resultados

El análisis se ha diseñado en función de los parámetros siguientes: medias, recorrido y recorrido mitad, así como el rango modal en un ámbito general.

#### Medias (Tabla 3.2.1)

– Para viguetas que no estén en voladizo, el promedio de las empresas medianas es consistentemente similar al promedio general; el promedio de grandes empresas se encuentra por debajo y el de proyectistas por encima, lo que significa que las empresas con mucha experiencia tienden a ser más conservadoras.

- En jácenas, son los proyectistas los que se acercan al promedio, siendo el segundo grupo el menos conservador.
- En voladizos, hay una notable sintonía en los valores promedio.

#### Recorrido y recorrido mitad (Tablas 3.2.2 y 3.2.3)

Con las excepciones correspondientes a casos puntuales, puede afirmarse lo siguiente:

- Para piezas que no estén en voladizo, el primer grupo es notablemente consistente en sus respuestas, es decir, que su intervalo de respuestas es el más reducido; el segundo grupo muestra una clara dispersión en los valores, llegando, en la mayoría de los casos, a abarcar el recorrido total.
- En voladizos, por el contrario, el recorrido mínimo suele corresponder a los proyectistas individuales y el máximo a las grandes empresas, salvo en vigueta pretensada en donde los máximos los proporcionan las empresas medianas.

**TABLA 3.2.1**  
**Valores Medios**

ELEMENTO TABIQUERÍA	VIGUETA ARMADA			VIGUETA PRETENSADA			JÁCENA			
	ST	TF	TR	ST	TF	TR	ST	TF	TR	
INTERIOR	<b>TOTAL</b>	28,22	26,40	25,95	30,04	27,95	27,20	26,34	25,20	23,78
	G. Emp.	26,40	25,00	24,20	27,50	26,75	26,25	24,40	23,00	22,00
	Emp. Med.	27,60	26,60	25,60	29,68	27,28	25,88	27,08	27,60	26,10
	Ind.	32,00	28,00	26,67	34,33	30,67	29,33	29,33	26,33	24,33
EXTERIOR	<b>TOTAL</b>	25,49	24,04	23,03	27,04	25,40	26,40	24,87	23,28	21,20
	G. Emp.	24,40	22,80	21,80	25,00	24,25	23,50	23,00	21,60	20,20
	Emp. Med.	25,10	24,35	23,10	26,88	24,88	23,08	27,10	25,60	23,10
	Ind.	28,00	25,33	22,67	30,67	28,00	25,00	25,00	23,00	20,33
AISLADO	<b>TOTAL</b>	23,22	21,40	20,78	25,13	22,40	21,70	21,62	19,65	18,87
	G. Emp.	22,20	20,60	19,80	22,25	21,25	20,25	19,80	18,60	17,80
	Emp. Med.	23,10	21,85	21,10	24,88	22,48	21,48	24,10	21,08	21,10
	Ind.	24,00	21,00	19,67	26,33	23,00	21,67	21,33	19,00	17,67
VOLADIZO	<b>TOTAL</b>	9,49	8,72	8,20	7,95	7,35	7,76	9,53	8,74	8,03
	G. Emp.	9,80	9,00	8,40	8,00	7,50	7,25	9,40	8,60	8,20
	Emp. Med.	8,85	8,23	7,60	9,48	8,38	7,60	9,60	8,98	7,85
	Ind.	10,00	9,00	8,33	10,00	9,00	8,33	9,67	8,67	8,00

**TABLA 3.2.2**  
**Valores del recorrido**

ELEMENTO TABIQUERÍA	VIGUETA ARMADA			VIGUETA PRETENSADA			JÁCENA			
	ST	TF	TR	ST	TF	TR	ST	TF	TR	
INTERIOR	<b>TOTAL</b>	13,00	10,00	11,00	15,00	13,00	13,00	15,00	13,00	12,00
	G. Emp.	4,00	3,00	3,00	7,00	5,00	4,00	6,00	7,00	6,00
	Emp. Med.	13,00	10,00	8,00	15,00	13,00	13,00	15,00	8,00	7,00
	Ind.	6,00	5,00	3,00	7,00	7,00	6,00	11,00	7,00	7,00
EXTERIOR	<b>TOTAL</b>	12,00	10,00	10,00	14,00	12,00	14,00	11,00	12,00	9,00
	G. Emp.	4,00	2,00	2,00	6,00	4,00	3,00	5,00	6,00	5,00
	Emp. Med.	12,00	10,00	6,00	12,00	10,00	11,00	8,00	7,00	7,00
	Ind.	3,00	4,00	1,00	5,00	6,00	5,00	6,00	5,00	3,00
AISLADO	<b>TOTAL</b>	8,00	6,00	7,00	10,00	9,00	11,00	11,00	9,00	10,00
	G. Emp.	4,00	2,00	1,00	5,00	3,00	1,00	5,00	4,00	5,00
	Emp. Med.	8,00	5,00	6,00	10,00	8,00	9,00	8,00	8,00	6,00
	Ind.	6,00	5,00	7,00	9,00	7,00	7,00	9,00	6,00	5,00
VOLADIZO	<b>TOTAL</b>	10,00	8,00	6,50	8,00	6,00	4,50	10,00	8,00	6,50
	G. Emp.	10,00	8,00	6,00	4,00	3,00	2,00	10,00	8,00	6,00
	Emp. Med.	8,00	6,00	4,50	8,00	6,00	4,50	8,00	6,00	4,50
	Ind.	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	2,00

**TABLA 3.2.3**  
**Valores del recorrido mitad**

ELEMENTO TABIQUERÍA	VIGUETA ARMADA			VIGUETA PRETENSADA			JÁCENA			
	ST	TF	TR	ST	TF	TR	ST	TF	TR	
INTERIOR	<b>TOTAL</b>	28,50	27,00	27,50	29,50	28,50	26,50	27,50	25,50	24,00
	G. Emp.	26,00	25,50	24,50	27,50	26,50	26,00	25,00	22,50	21,00
	Emp. Med.	28,50	27,00	26,00	29,50	28,50	26,50	27,50	28,00	26,50
	Ind.	31,00	27,50	26,50	34,50	31,50	30,00	28,50	25,50	23,50
EXTERIOR	<b>TOTAL</b>	26,00	25,00	25,00	27,00	26,00	25,00	26,50	24,00	21,50
	G. Emp.	24,00	23,00	22,00	25,00	24,00	23,50	23,50	21,00	19,50
	Emp. Med.	26,00	25,00	23,00	26,00	25,00	23,50	28,00	26,50	22,50
	Ind.	27,50	25,00	22,50	31,50	29,00	24,50	26,00	23,50	20,50
AISLADO	<b>TOTAL</b>	24,00	21,70	21,50	25,00	22,50	21,50	22,50	20,20	19,70
	G. Emp.	22,00	21,00	19,50	22,50	21,50	20,50	20,50	18,00	17,50
	Emp. Med.	24,00	21,50	21,00	25,00	22,00	20,50	24,00	20,00	21,00
	Ind.	23,00	20,50	21,50	26,50	23,50	23,50	21,50	19,00	17,50
VOLADIZO	<b>TOTAL</b>	11,00	10,00	8,75	10,00	9,00	7,75	11,00	10,00	8,75
	G. Emp.	11,00	10,00	9,00	8,00	7,50	7,00	11,00	10,00	9,00
	Emp. Med.	10,00	9,00	7,75	10,00	9,00	7,75	10,00	9,00	7,75
	Ind.	10,00	9,00	8,50	10,00	9,00	8,50	9,50	8,50	8,00

## Intervalo o Rango modal

En el establecimiento de los rangos modales se producen tres fenómenos dignos de ser destacados:

- Las tres cuartas partes de los casos de piezas armadas (viguetas y jácenas) lo poseen, frente a sólo un tercio en piezas pretensadas.
- Más de dos tercios de las piezas en voladizo también lo presentan.
- La mayor parte de estos casos incluyen la media en el intervalo modal.

La importancia de estos hechos radica en que permiten proponer, en gran número de casos, límites recomendados basados en un consenso entre importantes agentes en la edificación.

## 4. CONCLUSIONES

### 4.1. Conclusiones generales

1. Las respuestas presentan un notable grado de dispersión, tanto mayor cuanto más alto es el límite normativo, al ampliarse el rango de respuestas posibles (véase Tabla 4.1.1).
2. No es significativa la concentración de resultados en un valor determinado, existiendo ciertos intervalos de acumulación de respuestas.
3. La totalidad de las normas discriminan por el tipo de sustentación y la EF88 contempla, además, el tipo de tabiquería. Las respuestas a la encuesta introducen, adicionalmente, el tipo de elemento.
4. En general, los valores recomendados por los encuestados son conservadores respecto a los permitidos en las normas, salvo en el caso de ACI que recomienda valores inferiores.
5. Los resultados de cada elemento estructural (viguetas y jácenas) deben tomarse de manera independiente, si bien es sabido que, en muchos casos,

debe hacerse un estudio conjunto de la deformabilidad de las vigas más la de los forjados. En otros casos (existencia de vigas de borde), la diferencia de rigidez entre vigas paralelas puede inducir importantes distorsiones en los tabiques. Este aspecto debe tenerse muy en cuenta.

6. Los resultados de la encuesta no distinguen apenas, a efectos de esbeltez, entre viguetas armadas y pretensadas, a pesar de que estas últimas confieren mayor rigidez al forjado (menor deformabilidad). Este aspecto llama la atención.
7. Uno de los encuestados (proyectista y constructor) aporta una interesantísima información complementaria. Señala que, además de las razones de flecha y fisuración de los elementos soportados, existen otros condicionantes de las esbelteces de proyecto, como son los económicos (el empleo del mínimo número de elementos constructivos distintos). En base a su experiencia, el canto total del forjado,  $h_f$ , debe estar comprendido entre los siguientes valores:

$$0,037 \cdot L_{cal} < h_f < 0,045 \cdot L_{cal}$$

donde  $L_{cal}$  representa la luz de cálculo del forjado. Un valor promedio puede ser  $h_f = 0,041 L_{cal}$

En el caso de forjados en voladizo los límites anteriores son:

$$0,15 \cdot L_{vol} < h_{vol} < 0,19 \cdot L_{vol}$$

donde  $h_{vol}$  y  $L_{vol}$  son el canto del forjado y la luz de cálculo del voladizo, respectivamente. Un valor promedio puede ser  $h_{vol} = 0,17 L_{vol}$ . El mismo encuestado añade que la construcción de los tabiques debe hacerse de manera descendente en el caso de los voladizos, salvo tomar la precaución de dejar un espacio libre, entre cara superior de tabique y cara inferior de cerramiento, entre uno y dos centímetros, para proceder posteriormente a su sellado.

8. Otro encuestado asegura que sólo se presentan problemas en los elementos

**TABLA 4.1.1**  
**Comparación de los límites de esbeltez según distintas normas**

ELEMENTO TABIQUERÍA		VIGUETA ARMADA			VIGUETA PRETENSADA			JÁCENA			
		ST	TF	TR	ST	TF	TR	ST	TF	TR	
Tipo susten. Norm.	I	EF88	35	31	29	35	31	29	35	31	29
		EC2	35	35	35	35	35	35	35	35	35
		BS	--	--	--	--	--	--	--	--	--
		ACI	21	--	--	21	--	--	21	--	--
		EHE 98	--	25	25	--	27	27	--	21	21
	E	ENCUESTA	35 (27-30)	32 (26-28)	30 (23-26)	37 (28-31)	35 (27-30)	33 (29-32)	35 (26-29)	32 (24-26)	30 (22-24)
		EF88	30	28	24	30	28	24	30	28	24
		EC2	32	32	32	32	32	32	32	32	32
		BS	26	26	26	26	26	26	26	26	26
		ACI	18	--	--	18	--	--	18	--	--
	A	EHE 98	--	23	23	--	25	25	--	19	19
		ENCUESTA	32 (24-27)	30 (22-24)	26 (21-23)	34 (26-29)	32 (25-28)	29 (22-25)	32 (22-24)	30 (22-24)	26 (19-22)
		EF88	27	24	22	27	24	22	27	24	22
		EC2	25	25	25	25	25	25	25	25	25
		BS	20	20	20	20	20	20	20	20	20
	V	ACI	16	--	--	16	--	--	16	--	--
		EHE 98	--	18	18	--	19	19	--	15	15
		ENCUESTA	29 (21-23)	25 (20-22)	24 (20-22)	31 (24-26)	27 (21-24)	25 (20-22)	28 (21-24)	25 (18-20)	25 (18-20)
		EF88	11	9	8	11	9	8	11	9	8
		EC2	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	V	BS	7	7	7	7	7	7	7	7	7
		ACI	8	--	--	8	--	--	8	--	--
		EHE 98	--	7-8	7-8	--	7-8	7-8	--	6	6
		ENCUESTA	16 (8-10)	14 (6-9)	12 (8-10)	14 (8-10)	12 (6-9)	10 (8-10)	16 (9-11)	14 (6-8)	12 (7-10)

no estructurales, cuando la flecha activa del elemento estructural supera los 10 mm, independientemente del valor de la luz.

$$R_M - 0,125 \cdot R < L/d < R_M + 0,125 \cdot R$$

siendo  $R$  el recorrido total;

b) Cuando no existe intervalo modal y la media es distinta al recorrido mitad:

$$\frac{(m+R_M)}{2} - 0,125 \cdot R < L/d < \frac{(m+R_M)}{2} + 0,125 \cdot R$$

c) Cuando existe intervalo modal no superior a tres unidades:

$$IM_{inf} < L/d < IM_{sup}$$

siendo, respectivamente,  $IM_{inf}$  e  $IM_{sup}$  los límites inferior y superior del intervalo modal;

d) Cuando existe intervalo modal superior a tres unidades:

$$\frac{IM_{sup}+IM_{inf}}{2} - 1,5 < L/d < \frac{IM_{sup}+IM_{inf}}{2} + 1,5$$

#### 4.2. Propuesta de límites de esbeltez

A la vista de los resultados, se proponen dos tipos de límites de esbeltez para forjados unidireccionales y jácenas de hormigón armado, siendo  $L$  la luz y  $d$  el canto útil:

**Límite superior:** máximo valor de los datos suministrados, que en ningún caso debe ser superado.

**Intervalo recomendado:** rango de valores que no daría problemas de flecha.

La determinación del intervalo recomendado es como sigue, en función de la tipología de casos definida anteriormente:

a) Cuando no hay intervalo modal y la media  $m$  es semejante al recorrido mitad  $R_M$ :

**TABLA 4.2.1**  
**Límites máximos y valores recomendados**

ELEMENTO TABIQUERÍA	VIGUETA ARMADA			VIGUETA PRETENSADA			JÁCENA		
	ST	TF	TR	ST	TF	TR	ST	TF	TR
MIN.-MAX. NORMAS	I	35-21	25-35	25-35	21-35	27-35	27-29	21-35	21-35
	E	18-32	23-32	23-32	18-32	25-32	24-32	18-32	19-32
	A	16-27	18-25	18-25	16-27	19-25	19-25	16-27	15-25
	V	7-11	7-9	7-10	8-11	7-10	7-10	7-11	6-10
MAX. ENCUESTA	I	35	32	30	37	35	33	35	32
	E	32	30	26	34	32	29	32	30
	A	28	25	24	31	27	25	28	25
	V	16	14	12	14	12	10	16	14
RECOMEND. ENCUESTA	I	27-30	26-28	23-26	28-31	27-30	29-32	26-29	24-26
	E	24-27	22-24	21-23	26-29	25-28	22-25	22-24	22-24
	A	21-23	20-22	20-22	24-26	21-24	20-22	21-24	18-20
	V	8-10	6-9	8-10	8-10	6-9	8-10	9-11	6-8

Los valores concretos se encuentran recogidos en la Tabla 4.2.1.

Resulta conveniente que la idea de incluir un *intervalo recomendado* aparezca también, de manera explícita, en los textos normativos. Cualquiera puede entender que un problema tan complejo como el de las flechas en las estructuras, no puede evaluarse unívocamente, con precisión, a partir de un valor frontera; sino que, a lo más, puede acotarse entre dos valores. Esta representación ayuda a interpretar los resultados de una forma más racional.

#### 4.3. Actuaciones futuras

Se plantea la exigencia de mantener los resultados en función de la evolución en el tiempo de los materiales y procedimientos constructivos. Asimismo, se plantea la necesidad de rehacer la encuesta con una pregunta inequívoca y, deseablemente, con un mayor número de respuestas.

#### 4.4. Otros resultados

Los encuestados aportaron también una valiosa información en forma de soluciones constructivas prácticas basadas en su experiencia. De hecho, la carta en la que se remitió a los encuestados la tabla en blanco para que escribieran los valores de esbeltez límite, contenía también la relación de preguntas siguiente, a la que se acompaña el análisis de las respuestas:

#### 1. Proceso usual de construcción de tabiques (ascendente o descendente)

La respuesta más repetida fue que el proceso debe ser ascendente. Los resultados fueron los siguientes:

- Cinco de los nueve consultados que respondieron a esta pregunta afirman que debe ser ascendente. Entre los cinco, se encuentran 2 constructores y 3 proyectistas, dos de los cuales, además, compatibilizan la Universidad y el proyecto. El otro es fabricante.
- Sólo dos afirman que el proceso debe ser descendente. Uno de ellos está dedicado al control y el otro es fabricante.
- Dos encuestados, constructores, afirman que lo recomendable es que sea descendente, aunque en la práctica esto sea la excepción. Lo usual es que sea ascendente.

#### 2. Precauciones especiales (última hilera sin retacar, por ejemplo)

Diez fueron los que respondieron a esta pregunta, si bien dos de ellos dieron dos respuestas (12 en total). La respuesta más generalizada es que debe dejarse la última hilera sin retacar; pero se recogieron además otras propuestas, indicándose a continuación todas las recibidas:

- Cinco de los encuestados, tres constructores y dos fabricantes, están de acuerdo en dejar la última hilera sin retacar (unión flexible entre tabique y forjado del techo). Entre estos cinco, dos constructores dan soluciones alternativas: disponer un elemento elástico o sobredimensionar la armadura.
- Sólo uno de los encuestados, dedicado tanto a la fabricación como a los proyectos, añade que, tras producirse la deformación por flexión, es recomendable retacar con yeso.
- Un proyecto propone otras soluciones, como emplear tabicón (no hueco sencillo), colocar cargaderos en huecos de fachada y tabiques interiores, así como tener precaución con el mortero en obras de fábrica y colocar juntas en fachada. En esta línea, otro de los constructores encuestados indica que se ejecuta según el material de unión de la fábrica. Con mortero, no se retaca la última hilera, algo que se hará posteriormente, al extender el yeso en el techo. Con yeso, se retaca la última hilera.
- Sólo dos, dedicados ambos a los proyectos y al trabajo en la Universidad, no consideran necesario adoptar precauciones especiales.

### **3. Ritmo de construcción (número de plantas por unidad de tiempo)**

Fueron nueve las respuestas recibidas a esta pregunta. El valor más repetido fue el de una planta cada dos semanas. Las respuestas recibidas fueron las siguientes:

- En tres de los casos, dos constructores y un fabricante y proyecto, afirman que el ritmo debe ser de una planta cada dos semanas.
- Uno de los encuestados, dedicado al control, considera que puede reducirse a una semana.
- Otro encuestado, universitario y proyecto, plantea como más lógico el dato de 3 plantas al mes.

- En otras dos encuestas se aportan datos diferentes, como 350 m<sup>2</sup> por semana (un fabricante), o valores muy variables, que dan una media de unos 200 m<sup>2</sup> diarios, facilitado este último dato por un constructor.
- Otro dato es 2.000 m<sup>2</sup> grúa/mes. Esta respuesta ha sido remitida por un proyectista.
- Por último, uno de los constructores encuestados indica que, pese a que dicho ritmo debe ser aproximadamente de 1 planta cada 10 ó 15 días, este valor es poco representativo si no se conocen otros aspectos del edificio, ya que es determinante la disposición en planta del edificio, los medios elevadores disponibles y la distribución de los mismos, así como el plazo de obra disponible y otros criterios de orden estructural.

### **4. Número de plantas cimbradas simultáneamente**

La mayoría de las respuestas indica que pueden ser 2 ó 3. El total de respuestas recibidas es 10, que se presentan a continuación:

- Cinco de los encuestados indican que deben ser tres plantas. Los encuestados son un fabricante, un proyectista, un fabricante y proyectista y 2 proyectistas que además trabajan en la Universidad.
- No más de 2 plantas, es la respuesta de un constructor.
- Dos encuestados, un constructor y una persona dedicada al control, consideran 2 ó 3 plantas, indistintamente.
- Otro de los encuestados, constructor, indica que pueden ser 2 plantas de cimbrado total y 0 ó 1 de cimbrado parcial.
- Por último, otro constructor indica que, normalmente, son 2, salvo casos excepcionales que pueden ser 3.

### **5. Edad de descimbrado de cada planta, desde su construcción**

Las respuestas (nueve en total) a esta pregunta han sido diversas:

- Muy variable, incluso a las 36 horas si no tiene que apoyarse la cimbra del forjado superior, opina un constructor.
- Dos, tres o cuatro semanas, según sean los materiales y el proceso constructivo, en opinión de otro constructor.
- 14 días, afirma escuetamente un encuestado que se dedica al control.
- Entre 15 y 21 días, según un universitario y proyectista.
- A los 21 días, según un fabricante.
- A los 28 días, según otro universitario y proyectista.
- Un proyectista y fabricante cree que debe ser de un mes.
- Un constructor afirma que debe ser de 4 ó 5 semanas.
- Otro constructor sitúa el plazo de descimbrado entre 20 y 30 días, en función del ritmo de obra y de las condiciones meteorológicas.

### **6. Edad de la planta al construir los tabiques**

En este caso no existe tanta dispersión en las respuestas recibidas, siendo el valor mayormente aceptado el de 3 meses. He aquí las nueve respuestas recibidas:

- Un proyectista y fabricante y otro universitario y proyectista afirman que la edad a la que se construyen los tabiques es de 3 meses.
- Un proyectista y universitario afirma que lo más normal es construir los tabiques a los 4 ó 5 meses de edad del forjado; y da el límite de 3 meses como mínimo.

- Un constructor asegura que es de 1,5 a 2 meses.
- Otro constructor dice que han de ser más de 4 semanas.
- Un proyectista afirma que, como mínimo, a los 28 días. Lo mismo piensa una casa de control.
- Un constructor razona de la siguiente manera: como lo habitual es que la estructura se encuentre 2 ó 3 plantas sobre la que se tabica, la edad habitual se encontraría entre 20 y 45 días, es decir, un mes en promedio. Sin embargo, este valor oscila mucho entre los valores extremos indicados, pudiendo rebasarlos por exceso en las ocasiones en que el ritmo de obra, o la ejecución de otras unidades así lo exijan.

### **7. Edad de la planta al construir el solado (resto de la carga permanente)**

En este caso las respuestas, nueve en total, vuelven a ser muy variables, y dan los siguientes valores:

- Un fabricante y proyectista dice que transcurren 8 meses.
- 6 meses deja pasar un universitario y proyectista.
- 3 meses, según un fabricante.
- 2 meses, según un constructor. Al menos cuatro semanas, afirma otro constructor.
- Segundo un proyectista y universitario, deben transcurrir entre 15 días y 1 mes desde que se construyeron los tabiques.
- Un proyectista afirma que a los 28 días como mínimo. Lo mismo piensa una casa de control.
- Uno de los constructores encuestados, el que da la opinión más completa, indica que este valor raramente es inferior a tres o cuatro meses, siendo muy

variable ya que el número de plantas de un edificio es fundamental en el ritmo y solapes de la ejecución de las diversas unidades. Normalmente, tras la estructura se construye la tabiquería y se comienza el montaje del cableado y las tuberías correspondientes a las instalaciones. Posteriormente, se realiza el alicatado y el solado que, en ocasiones, pueden invertir su orden.

## 5. REFERENCIAS

1. González Valle, E. **La flexibilidad de los forjados de hormigón armado de edificación: evaluación de la situación actual.** Informes de la Construcción nº 343. Madrid, septiembre de 1982.
2. Ortiz Herrera, J.; Del Río Bueno, A. **Estudio crítico del cálculo de flechas en vigas de hormigón armado según la Instrucción EH-88.** Hormigón y Acero, nº 173, 4º trimestre de 1989.
3. Del Río Bueno, A.; Ortiz Herrera, J. **Límitación de deformaciones en estructuras de edificación.** Hormigón y Acero nº 180, 3º trimestre de 1991.
4. Marí Bernat, A. **Propuesta de un método simplificado para la verificación del estado límite de deformación en estructuras de hormigón armado.** Hormigón y Acero nº 180, 3er trimestre de 1991.
5. Calavera, J.; García D., L. **Cálculo de flechas en estructuras de hormigón armado.** INTEMAC. Madrid, 1992.
6. Díaz Zamora, L. **Estudio de deformaciones instantáneas y diferidas en elementos lineales de hormigón armado. Método integral simplificado.** Tesis doctoral dirigida por Hugo Corres Peiretti. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid, 1987.
7. León González, J. **Comportamiento teórico y experimental, en servicio y en agotamiento, de forjados unidireccionales de hormigón armado.** Tesis doctoral dirigida por Hugo Corres Peiretti. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid, 1987.
8. Fargueta Cerdá, F. **Cálculo práctico de flechas instantáneas en estructuras de hormigón.** Tesis doctoral dirigida por Pedro F. Miguel Sosa. Departamento de Ingeniería de la Construcción. Universidad Politécnica de Valencia. 1993.
9. Calavera, J.; Corres, H.; Fernández, J.; León, J. **Flechas en forjados unidireccionales de semiviguetas armadas y pretensadas (1986-1994).** Trabajo no publicado.
10. GEHO GT III/1 *Flechas. Cálculo simplificado de flechas en estructuras de edificación.* Boletín nº 17 del GEHO. Madrid, diciembre de 1994.
11. Comisión Permanente del Hormigón. **Borrador de Instrucción EHE para Hormigón Estructural.** Madrid, 1996.

## RESUMEN

En este artículo se analizan los resultados de una encuesta efectuada entre diferentes profesionales (proyectistas, constructores, oficinas de control, etc.) con el fin de compendiar sus experiencias y tomarlas como referencia para una propuesta de límites de esbeltez. La encuesta restringió el campo de análisis a las estructuras de edificación formadas por jácenas de hormigón armado y forjados unidireccionales de viguetas (armadas o pretensadas) y bovedillas. También se tuvo en cuenta el tipo de tabique (rígido, flexible o sin tabique) y tipo de sustentación (tramo biapoyado, continuo interior y exterior y voladizo).

Además de los resultados obtenidos sobre esbeltez, los encuestados aportaron valiosa información acerca de aspectos relevantes en el problema de las deformaciones, como ritmo de construcción de plantas, proceso ascendente o descendente de construcción de tabiques, etc.

## SUMMARY

This paper analyzes the results of a poll

carried out among different professionals and companies (designers, constructors, control institutes, etc.) with the aim of summarize their experiences taking them as a reference for a proposal of slenderness limits. The poll was referred only to building structures formed by reinforced concrete beams and ribbed floors with prestressed and reinforced concrete joists. It was also considered the type of partition

(absent, stiff or flexible) and the nature of the element (fixed beams, internal or external in continuous beams and cantilever).

Furthermore, these professionals provided relevant information on important aspects about deformation problems such as building process, partition arrangements and so on.

### Anejo.- Relación alfabética de encuestados que respondieron

He aquí la relación de entidades y personas de contacto que tuvieron la amabilidad y generosidad de responder altruistamente a las preguntas de la encuesta. A todos ellos, el reconocimiento y gratitud de los

autores del trabajo y, con seguridad, de los lectores de esta modesta aportación. Como puede verse, se incluye una caracterización del tipo de entidad o encuestado, como se explica en el artículo.

Entidad	Persona de contacto	Tipo de entidad
AUXINI	Rafael Chueca Edo	Constructor
CEDEX. LABORATORIO CENTRAL DE ENSAYO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES	Antonio de las Casas	Control
DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES	Víctor Ríos Berrazueta	Constructor
ENTRECANALES Y TAVORA	Manuel Llorens	Constructor
ETS DE ARQUITECTURA DE NAVARRA	Antonio García Valcárcel	Universitario
ETS DE ARQUITECTURA DE MADRID	Alfonso del Río Bueno	Universitario y Proyectista
FHECOR Ingenieros Consultores	Oscar Teja Marina	Proyectista
FOMENTO DE CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS	Jesús Gómez Hermoso	Constructor
HUARTE	Pedro Ayuso	Constructor
INSTITUTO JUAN DE HERRERA	Juan Antonio Rodríguez Cáceres	Universitario y Proyectista
INTEMAC	Justo Díaz Lozano José María Izquierdo	Control
LABEIN	José Luis Ramírez Juan Ramón Aurrekoetxea	Control
PREFABRICADOS PUJOL	Silvestre Patanás	Fabricante
JOSE MARIA SIMON SERRA	En nombre propio	Proyectista y Fabricante

## Análisis de resultados de ensayos en puentes

Enrique González Valle

Dr. Ingeniero de Caminos. INTEMAC

Juan Lima Pouchou

Ingeniero Civil. INTEMAC

Jorge Ley Urzaiz

Ingeniero de Caminos. INTEMAC

Francisco Santos Olalla

Ingeniero Industrial. INTEMAC

Ramón Alvarez Cabal

Dr. Ingeniero Industrial. INTEMAC

### INTRODUCCION

El presente informe resume los resultados obtenidos de la realización de pruebas de carga, estáticas y dinámicas, sobre 38 puentes de carretera y ferrocarril, realizadas por INTEMAC durante los años 1993 a 1995, a instancias de la Dirección General de Infraestructura del Transporte Ferroviario. Todas las pruebas realizadas fueron de recepción de obra nueva.

Los resultados de estos ensayos han sido recopilados en una base de datos informati-

zada. En ella se incluyen todos los datos referentes a la ubicación, fechas de realización de la prueba, geometría, tren de cargas utilizado y todos los resultados de las pruebas de carga estáticas y dinámicas.

De los puentes analizados, 27 son de vigas de hormigón pretensado, 9 de hormigón armado, 1 metálico y 1 de estructura mixta de acero y hormigón. La cantidad total de vanos analizados en puentes de hormigón pretensado fue de 38. La Figura 1 muestra la relación entre la cantidad de vanos analizados y la longitud de los mismos; se puede

LONGITUD DE VANOS ENSAYADOS

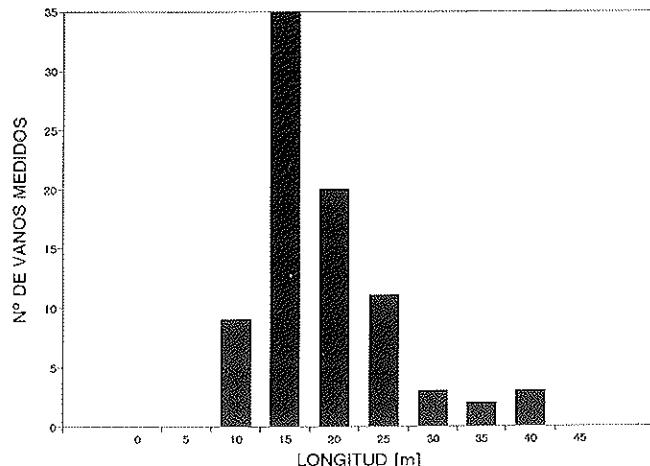


Figura 1

observar que la gran mayoría de los vanos tienen luces comprendidas entre 15 y 25 metros.

## DESCRIPCION DE LAS PRUEBAS DE CARGA

El ensayo estático de una estructura consiste en la aplicación de cargas conocidas y la medición de las deformaciones y desplazamientos. Los resultados se comparan con los obtenidos del análisis en gabinete, y del contraste se concluye:

- 1.<sup>o</sup> La capacidad de la estructura de resistir cargas sin sufrir daños en sus elementos componentes.
- 2.<sup>o</sup> El ajuste del modelo de análisis.
- 3.<sup>o</sup> La variación en la abertura de fisuras existentes, previas a la realización de la prueba o, en caso de no existir fisuras, la aparición de éstas durante la realización de la misma.
- 4.<sup>o</sup> La ley de comportamiento de la estructura (elástico/plástico), por medio de la recuperación de las deformaciones una vez retirada la carga.

Previamente a la realización de la prueba de carga, se ha realizado una inspección de las obras, en la que se verifica la concordancia entre la documentación de proyecto y la estructura construida, el estado de fisuración del tablero, los aparatos de apoyo y el estado de los elementos no estructurales.

Para la materialización de la carga de prueba se utilizan vehículos de peso conocido, camiones o locomotoras, según se trate de un puente de carretera o ferroviario.

La elección del tren de cargas que hay que utilizar debe ser tal que produzca solicitudes del orden del 70% u 80% de las inducidas por la carga de diseño.

Los distintos ensayos realizados durante la prueba de carga del puente y las magnitudes medidas en cada caso son los siguientes:

### *Ensayo estático*

Se procede a la ubicación del tren de car-

gas en el emplazamiento previsto y se toman las lecturas una vez que se haya producido la estabilización de las mismas. Luego se procede a la descarga total y se mide la recuperación de las deformaciones en un intervalo de tiempo no superior al de mantenimiento de la carga.

Las magnitudes medidas son flechas y deformaciones en la fibra inferior de las vigas, en distintos puntos del vano. Se corrijen las flechas medidas por efecto del descenso de los apoyos.

### *Ensayos dinámicos*

En primer lugar, se realiza el ensayo cuasiestático que consiste en el paso del vehículo a velocidad de paso humano. Inmediatamente, se realiza el ensayo dinámico, en el cual el mismo vehículo empleado en el ensayo anterior circula a una velocidad aproximada de 50 km/h. Por último, se procede a la excitación del tablero del puente, de forma diferente según se trate de puentes de carretera o ferroviarios. En los puentes de carretera se produce el paso del camión, a la máxima velocidad posible, sobre el tablón Rilem; y en los ferroviarios, se realiza un ensayo rápido.

En los ensayos cuasiestático y dinámico se miden las flechas y deformaciones que luego se relacionan para obtener los coeficientes de impacto. Durante los ensayos Rilem o dinámico rápido, se miden los valores del amortiguamiento y la frecuencia fundamental de vibración.

Durante la realización de las pruebas de carga se toma un registro continuo de humedad y temperatura, debido a las deformaciones térmicas que se pueden producir por una variación de esta última. Una vez concluido el ensayo es importante poder distinguir en las deformaciones remanentes, entre las irreversibles y las debidas a los efectos de la variación de la temperatura.

## RESULTADOS OBTENIDOS

### **Flechas y deformaciones unitarias**

En las Figuras 2 y 3 se representan las relaciones entre las flechas y deformaciones medi-

FLECHAS (todas las vigas)

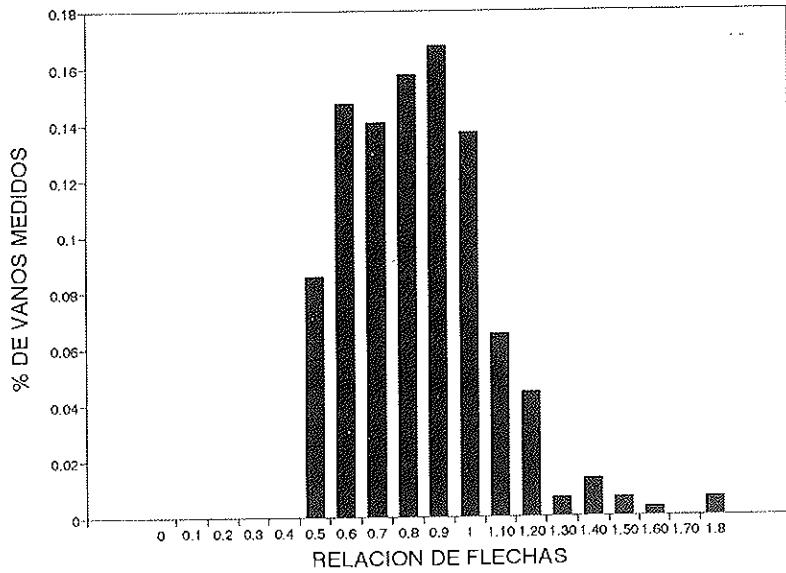


Figura 2

DEFORMACIONES (todas las vigas)

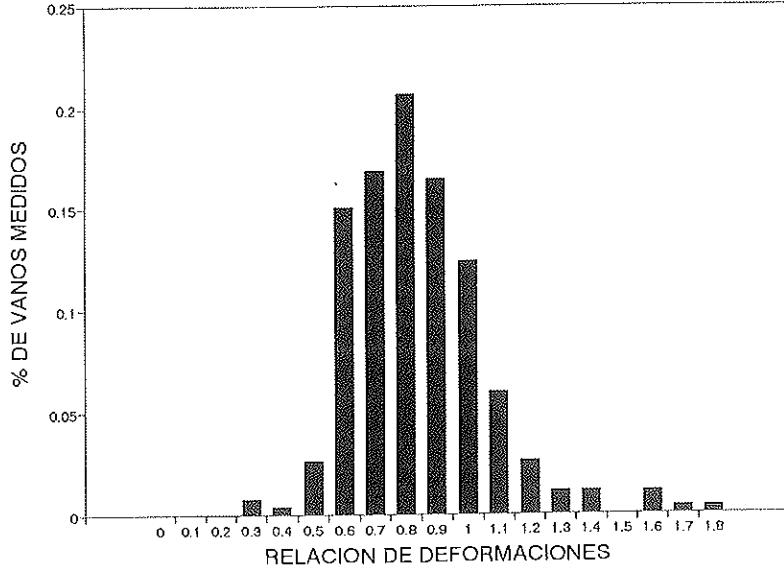


Figura 3

das durante las pruebas estáticas, realizadas en los puentes con vigas de hormigón pretensado, con respecto a los valores previstos.

Tanto las flechas como las deformaciones se midieron en la cara inferior de las vigas que componen la sección transversal del puente, en el centro de vano. Las flechas medidas están corregidas teniendo en cuenta el descenso de los apoyos de neopreno.

Se puede observar que estas relaciones presentan un valor medio de, aproximadamente, 0,80 y una importante desviación estándar (0,36).

Si en lugar de todos los resultados obtenidos en cada vano se representa el valor medio de las flechas/deformaciones obtenidas en las vigas de cada vano, la dispersión se reduce significativamente, indicando que

la fuente de dicha dispersión es la diferencia entre resultados de distintas vigas del mismo vano (Figuras 4 y 5). Los valores medios se calculan sumando los valores en cada viga instrumentada de las que forman la sección transversal del vano considerado y dividiéndolos por el número total de vigas instrumentadas. De esta manera se evitan los errores debidos a la repartición transversal de la losa y a la incorrecta ubicación de los camiones, transversalmente.

Se puede observar cómo se mantiene constante la media de las relaciones, disminuyendo a la mitad de su valor la desviación estándar (de 0,36 a 0,17)

Por su parte, con las Figuras 6 y 7 se quiere evidenciar la mayor posibilidad de errores que tienen los valores de muy pequeña magnitud medidos. En estas figuras se muestra la relación entre los valores medidos y los previstos, en función de los valores medidos.

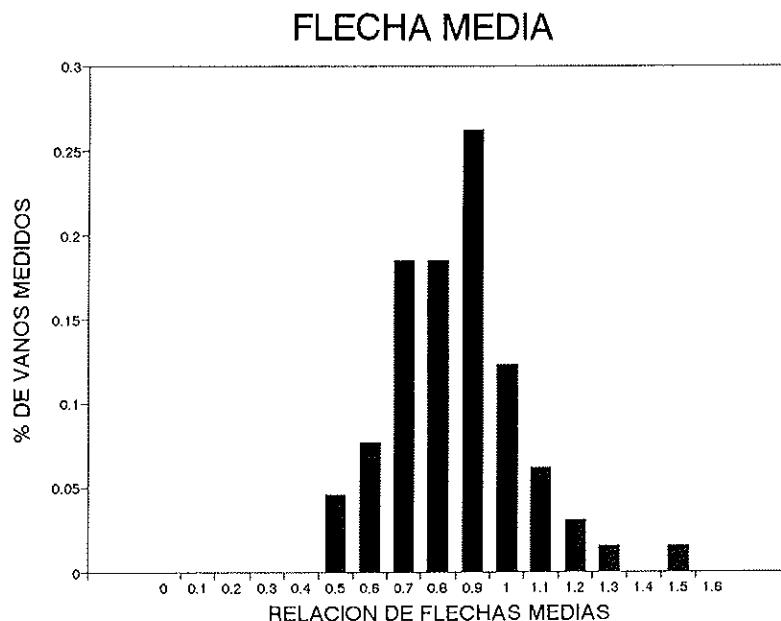


Figura 4

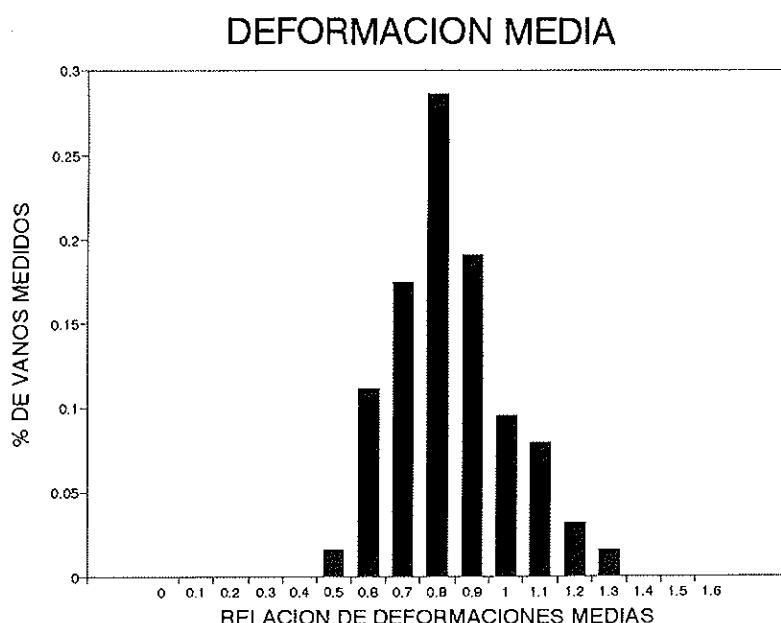


Figura 5

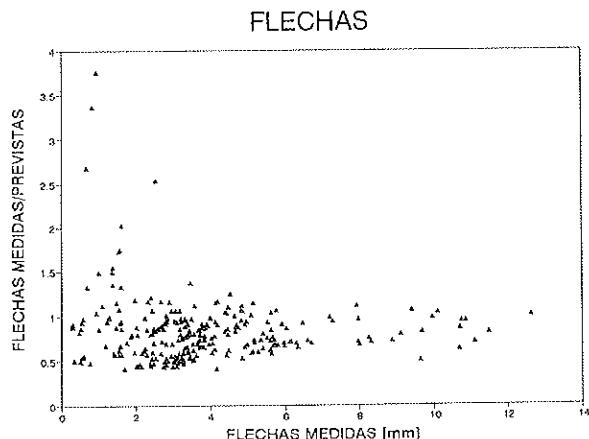


Figura 6

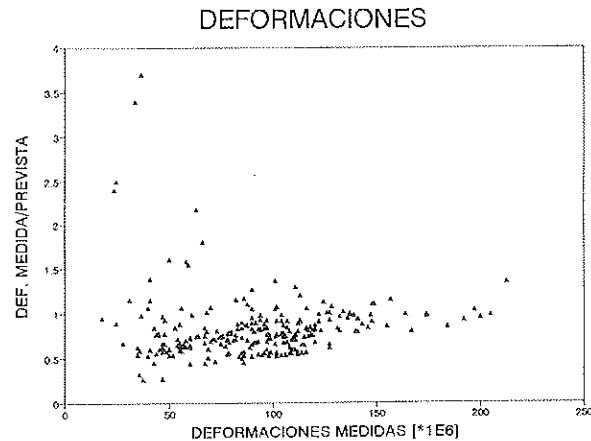


Figura 7

La precisión de los sistemas de medida es independiente del valor de la medida realizada, por lo que las medidas pequeñas son más sensibles a los errores de lectura. Ello demuestra la importancia del factor constante del error.

Los valores previstos se calculan a partir de los datos de proyecto, lo que implica dos fuentes de error, principales:

1.<sup>o</sup> El valor efectivo del módulo de elasticidad del hormigón.

2.<sup>o</sup> El valor efectivo del momento de inercia de la sección transversal.

Hay un tercer factor de error, de valor despreciable comparado con los dos anteriores, que es debido a la diferencia entre la carga total prevista de los vehículos y su distribución por ejes, respecto de la utilizada en los ensayos.

#### Frecuencia de vibración libre

Se efectuó un análisis para obtener la relación que vincula la frecuencia natural de vibración de los tableros de todos los puentes ensayados, con la luz de los mismos (Figura 8). Las curvas de correlación se obtuvieron por ajuste por mínimos cuadrados a una curva potencial. La expresión de

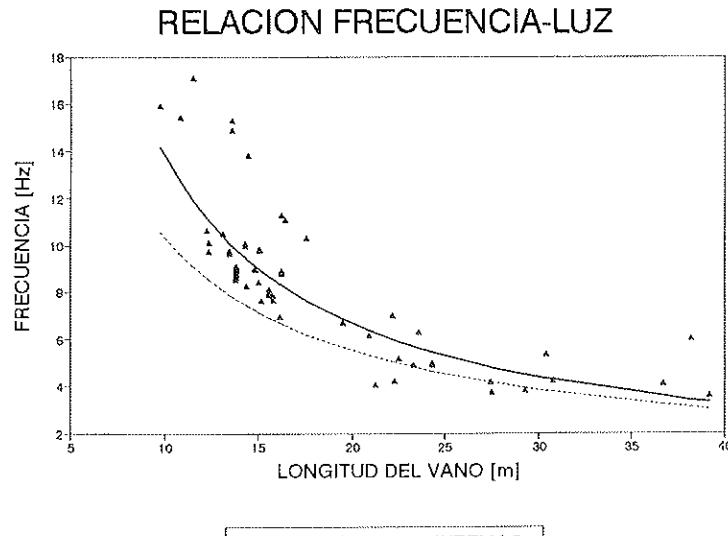


Figura 8

la curva obtenida es:

$$f_o = 154,7 * Luz^{-1,05}$$

con un índice de correlación  $R = 0,82$ . La gran proximidad de este valor a la unidad indica que el ajuste ha sido muy satisfactorio.

En la referencia [5] se hace un análisis similar sobre un conjunto de medidas tomadas en puentes de carretera, construidos en hormigón, en Suiza y Bélgica. La relación empírica obtenida es:

$$f_o = 82 * Luz^{-0,9}$$

con  $R = 0,83$

Comparativamente, las dos curvas son similares, siguen la misma ley de variación con la longitud. Para luces pequeñas (10 m) las diferencias porcentuales entre ellas son del orden del 25%, disminuyendo a medida que aumenta la luz del vano (8% para luces de 40 m).

La diferencia entre las dos curvas se podría deber a que la mayoría de los puen-

tes ensayados por el Instituto son de un único tipo (pretensado), mientras que en el otro caso se incluyen varios tipos, por lo que la rigidez es mayor que en el caso de hormigón armado, por evitarse la fisuración, y por lo tanto, también lo será la frecuencia fundamental.

El valor medio de todas las relaciones entre la frecuencia medida y la prevista es 1,04 (Figura 9), con una desviación estándar de 0,11, por lo que se puede concluir que la estimación es ajustada.

Los factores que intervienen en la determinación de la frecuencia y que pueden ser la causa de la diferencia entre los valores medidos y los previstos son el módulo de deformación del hormigón, la inercia de la sección transversal y la masa, elevados a la potencia 0,5; por lo que una variación entre los valores de proyecto y los reales produce una variación menor entre la frecuencia prevista y la medida.

La existencia de un sobreespesor en la losa del tablero no afecta en gran medida a la frecuencia, ya que el aumento de la inercia se encuentra compensado con un aumento de la masa del tablero.

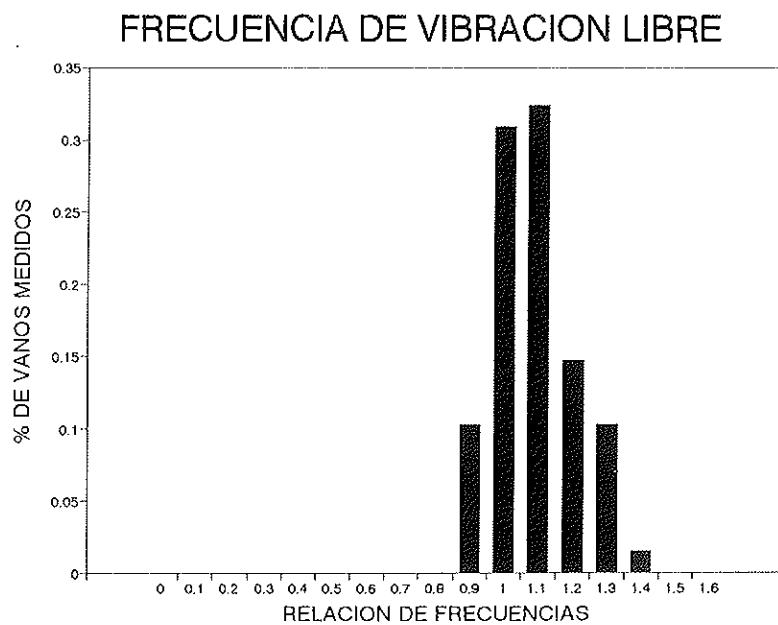


Figura 9

En la Figura 10 se representan las curvas de distribución de frecuencias de las relaciones entre valor medido y valor previsto de flechas, deformaciones y frecuencias naturales de vibración.

### Amortiguamiento

En la Figura 11 se ha representado, para todos los puentes ensayados, el porcentaje

de amortiguamiento en función de la luz del vano, no encontrando ninguna relación que los vincule. Lo que se puede observar es que el 80% de los valores del porcentaje de amortiguamiento medidos, se encuentra comprendido entre el 1% y el 3%, independientemente de la luz del vano ensayado. Aproximadamente, el 12% toma un valor ligeramente inferior a 1% (todos mayores de 0,8) y sólo un 8% de los valores medidos tiene un porcentaje de amortiguamiento mayor que 3% (Figura 12).

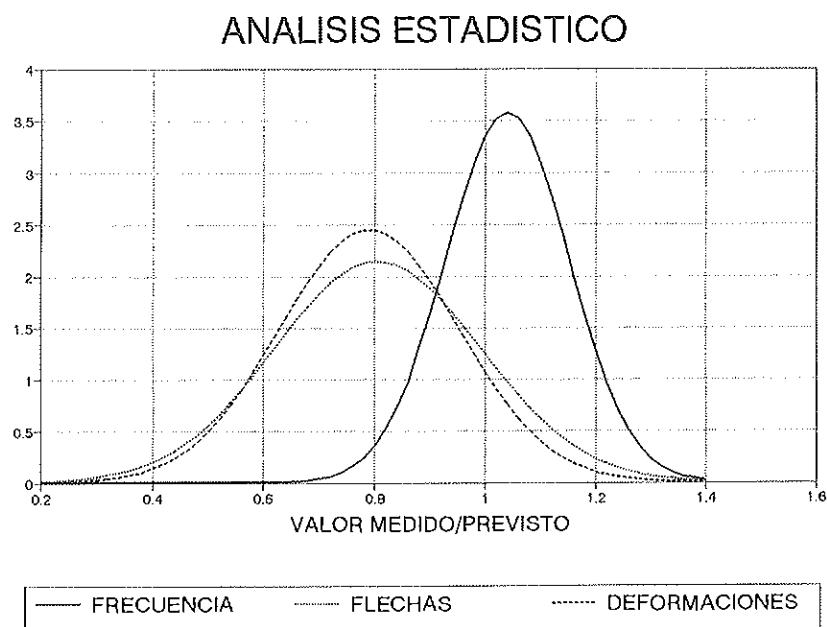


Figura 10

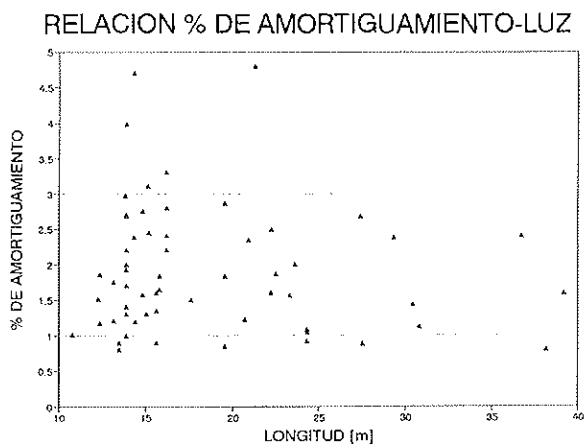


Figura 11

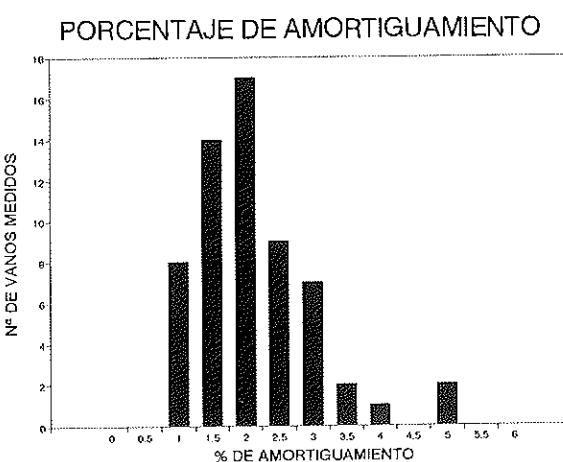


Figura 12

## ANALISIS DE LAS DIFERENCIAS ENTRE LO MEDIDO Y LO PREVISTO

Como se ha expresado con anterioridad, existen dos factores principales debido a los cuales los valores de flechas, deformaciones y frecuencias de vibración previstos no coinciden con los valores medidos durante la prueba de carga. Estos factores son el módulo de elasticidad del hormigón y la inercia efectiva de la sección transversal. En lo que sigue se hace un análisis de la influencia de cada uno de ellos.

### Módulo de la elasticidad del hormigón

Es uno de los parámetros claves en el comportamiento frente a momentos flectores. En el cálculo de los valores previstos se utiliza el módulo instantáneo secante de deformación, recomendado por la Instrucción EH-91:

$$E_c = 19000 * \sqrt{f_{ck}}$$

en el que  $f_{ck}$  es la resistencia característica de proyecto del hormigón, a los 28 días. La razón de utilizar esta expresión no es otra que respetar los términos del contraste entre valores de campo y valores de proyecto. Si el objetivo de las pruebas fuese el ajuste de un

modelo de análisis, sería más lógico utilizar el valor medio de la resistencia obtenido de los ensayos normativos de probetas del hormigón del tablero. Se podría entonces utilizar las fórmulas del Código Modelo CEB-FIP 90:

$$E_c = 46400 * (f_{ck} + 80)^{1/3}$$

o del Eurocódigo 2:

$$E_c = 44100 * (f_{ck} + 80)^{1/3}$$

en las que  $(f_{ck} + 80 \text{ kg/cm}^2)$  se toma como equivalente a  $f_{cm}$ . Ambas expresiones son para áridos cuarcíticos y deben corregirse si se utiliza un árido diferente. En la Figura 13 se muestran los valores de los módulos de deformación dados por las tres expresiones, en función de la resistencia característica de proyecto a los 28 días. En las tres expresiones,  $E_c$  y  $f_{ck}$  están expresados en  $\text{kg/cm}^2$ .

Las fórmulas dadas en los reglamentos presentan una sensible variación para valores bajos y altos de la resistencia característica. Estas expresiones vinculan el módulo con la resistencia, cuando en realidad, esta última depende de la pasta de cemento y de la relación agua-cemento, y el módulo depende, en mayor grado, del árido grueso.

El tablero del puente está formado por 2

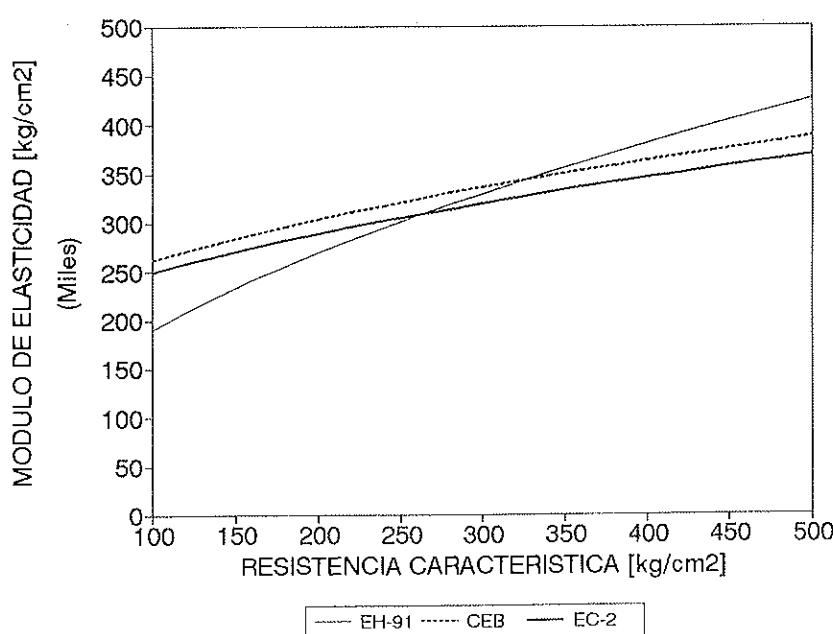


Figura 13

hormigones de diferentes características: el de la losa, que se hormigona *in situ* y tiene una resistencia característica de alrededor de 200 kg/cm<sup>2</sup>, y el de las vigas, que se hormigona en taller, con bastante anterioridad al de la losa, tiene una resistencia mucho mayor (450 kg/cm<sup>2</sup>), y está sometido a unos controles más estrictos.

Al calcular los módulos de deformación en el momento de la prueba de carga, las resistencias que se deben utilizar en las expresiones anteriores son las que tienen los hormigones en ese instante, por lo que habría que hacer una corrección por las edades de los mismos.

Existen tres formas de obtener, con relativa exactitud, el módulo de deformación del hormigón en el momento de la prueba de carga:

- Mediante la extracción de testigos y su posterior ensayo en laboratorio para determinar directamente el valor del módulo.
- Por ultrasonidos: midiendo la velocidad de propagación de una onda ultrasonora en el material (método no destructivo).
- Medida directa en laboratorio, sobre probetas moldeadas durante el hormigonado y curadas en las mismas condiciones que el tablero del puente.

### **Inercia efectiva de la superestructura**

Para calcular los valores previstos de flechas, deformaciones y frecuencias, se considera un comportamiento elástico y no fisurado del material, en consonancia con la clase del tablero (clase II: no existe fisuración). El momento de inercia se calcula a partir de la sección bruta de hormigón, basándose en la geometría de proyecto.

Para un cálculo más exacto habría que tener en cuenta los siguientes parámetros:

- Armaduras activas y pasivas.
- Espesor real de la losa hormigonada *in situ*.
- Fisuración.
- Capa de rodadura.
- Repartición transversal de la losa y colaboración de aceras y protecciones.

En lo que sigue se hará un análisis de la influencia de cada uno de estos parámetros.

#### *Armaduras activas y pasivas*

La consideración de las armaduras en el cálculo de la inercia de la sección transversal del tablero produce un aumento de ésta. Para este cálculo se homogeneiza la sección de acero a hormigón y se la considera ubicada en el centro de gravedad de las barras.

La armadura no sólo produce un aumento de la inercia efectiva de la viga sino que, normalmente, también produce un descenso del centro de gravedad de la sección. Por lo tanto, al hacer esta corrección, las flechas y las deformaciones previstas deben ser corregidas en una magnitud distinta, ya que las flechas dependen de I y las deformaciones de I/y. La corrección en las deformaciones previstas debe ser mayor que la de las flechas.

#### *Espesor real de la losa hormigonada *in situ**

Es difícil determinar si esta medida coincide con el valor de proyecto ya que, en el momento de realizar la prueba de carga, se encuentra ejecutada la capa de rodadura. La única forma de medir el espesor real de la losa es mediante la extracción de testigos.

#### *Fisuración*

Está fuertemente influenciada por el grado de pretensado y por el sistema constructivo. Hay que calcular las tensiones que se producirán durante la prueba de carga, para determinar la posibilidad de que se produzcan fisuras que disminuyan notablemente la inercia de la sección transversal. Normalmente, no es un parámetro decisivo, toda vez que no debe producirse fisuración en servicio.

#### *Capa de rodadura*

Según la bibliografía consultada [10], se debería considerar el aumento de la inercia del tablero por la colaboración de la capa de rodadura, considerándola como una capa complementaria, con su propio módulo de deformación. Este varía con la temperatura, disminuyendo a medida que ésta aumenta.

Para confirmar esta teoría se deberían realizar pruebas de carga similares, sobre un mismo puente, antes y después de ejecutada la capa de rodadura.

#### *Ripartición transversal de la losa y colaboración de las aceras y defensas*

De la comparación de las flechas medidas en todas las vigas que componen el tablero del puente, respecto de las previstas, surge que la repartición transversal de la losa es mayor que lo esperado. Esto se debe a que la luz con que la flecta transversalmente la losa no es el interje de las vigas sino una distancia menor, por la presencia del ala superior de las mismas, con lo que la rigidez de la losa aumenta y, por lo tanto, distribuye más uniformemente la carga entre las vigas.

Haciendo un análisis similar, surge que las aceras y las defensas no contribuyen con toda su rigidez a la rigidez del tablero. En los casos en que se consideró la colaboración total de las mismas, se previeron unas flechas, en las vigas externas, mucho menores que las medidas durante la prueba de carga.

#### **Relación entre el porcentaje de aproximación de flechas y frecuencias**

Si se supone que las diferencias entre los valores calculados y los previstos se deben exclusivamente a la variación del módulo de elasticidad del hormigón y al valor efectivo del momento de inercia del tablero, enton-

ces se puede hallar una relación entre el porcentaje de aproximación de las flechas y de las frecuencias. Si llamamos

$$R_r = \frac{(E * I)_{obra}}{(E * I)_{proyecto}}$$

a la relación entre los valores de la rigidez real de la obra respecto de los teóricos de proyecto, entonces la relación entre las flechas medidas y previstas sería

$$R_\delta = \frac{I}{R_r}$$

y la de las frecuencias

$$R_{f_0} = \sqrt{R_r}$$

con lo que la relación existente entre la aproximación de flechas y frecuencias sería

$$R_{f_0} = \sqrt{1/R_\delta}$$

que es la curva indicada en la Figura 14. Se puede observar que la mayoría de los puntos se aproximan razonablemente a esta curva, salvo para un conjunto de puntos en los que la aproximación de frecuencias es muy buena y la de flechas muy pequeña. Esto es debido a dos factores independientes: por un lado, el aumento de la inercia real del tablero puede ser acompañado de un aumento de la masa, por lo que los errores en el cálculo de la frecuencia se compensarían, no siendo así los de las flechas; el segundo factor es debido a que, como se explicó con anteriori-

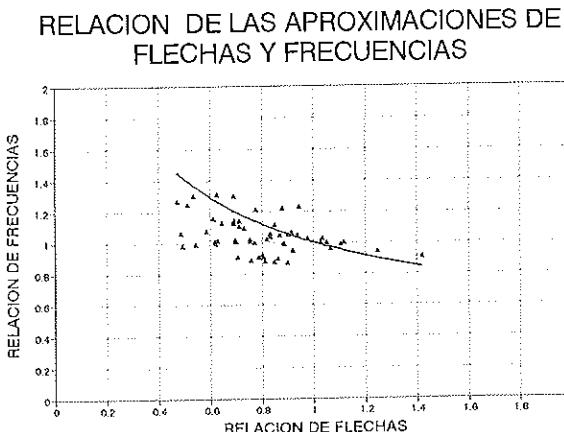


Figura 14

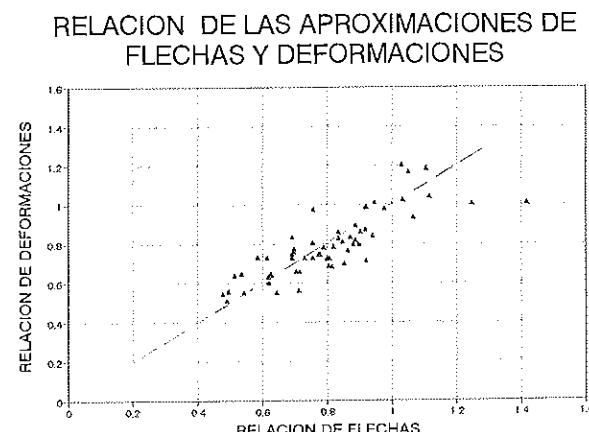


Figura 15

dad, las medidas pequeñas de las flechas son más sensibles a los errores de lectura.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. *Recomendaciones del M.O.P.U.* N.º 23. Pruebas de carga en puentes de carretera. 1988.
2. *Recomendaciones del M.O.P.U.* N.º 30. Coeficientes de impacto en puentes de carretera. Ensayo dinámico normalizado para su determinación. 1988.
3. *Recomendaciones del M.O.P.U.* Instrucción relativa a acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera. 1972.
4. *Recomendaciones del M.O.P.U.* Instrucción relativa a acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril. 1975.
5. *Dynamic behaviour of concrete structures.* Report of the Rilem 65 MDB committee, edited by G. P. Tilly, Elsevier. 1986.
6. EH-91. Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado. M.O.P.U. 1991.
7. EP-93. Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado. M.O.P.U. 1993.
8. CEB-FIP Código Modelo 90. 1991.
9. Eurocódigo 2. Proyecto de estructuras de hormigón, parte I-I: reglas generales y reglas para edificación. 1993.
10. *Enseignements tirés d'essais de charge et d'observation à long terme pour l'évaluation des ponts en béton et le choix de la précontrainte.* Office fédéral des routes de Suisse. Mandat de recherche 83/90 effectué à la demande du groupe de travail Recherche en matière de ponts. 1995.
11. *Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón armado.* J. Calavera. 1991.

## RESUMEN

Se presentan en el artículo los resultados obtenidos en un conjunto de Pruebas de Carga de recepción de obra nueva, realizadas sobre puentes de ferrocarril y carretera de diversas tipologías. Se realizaron ensayos estáticos y dinámicos. Durante las pruebas se recogieron las flechas y deformaciones en los tableros, así como los parámetros dinámicos de las estructuras ensayadas. Tras una somera descripción de los trabajos llevados a cabo, se analiza la relación entre los parámetros mecánicos de la estructura y los resultados obtenidos, así como la posible influencia de otros factores, como los elementos auxiliares presentes en la mayor parte de los puentes.

## SUMMARY

In this article the results of a set of Reception Load Tests in railway and road bridges of different structural tipologies are shown. Deflections and strains of decks were registered during the tests as well as the dynamic parameters of the structures. After a short description of the work, the relationship between the mechanical parameters of the structures and the measured results is analysed, besides the possible influence of others factors, such as the secundary elements existing in most of the bridges.

## **Nuevo manual de la ATEP "Proyecto y construcción de puentes y estructuras con pretensado exterior. H.P. 10-96"**

La Asociación Técnica Española del Pretensado decidió, en su día, constituir una Comisión con el objeto de añadir a su colección de Manuales uno sobre Pretensado Exterior. Se estimó conveniente la redacción y preparación de este Manual, ya que no existía ningún tipo de recomendación o normativa específica sobre el particular, en España, cuando se puso en marcha esta iniciativa. Y por otra parte, el Pretensado Exterior tiene una serie de particularidades en diseño, cálculo, ejecución y conservación, que lo diferencian del Pretensado Interior.

El Manual está dividido en seis Capítulos y un Anejo con tres ejemplos de cálculo.

El Capítulo 1, "Introducción", recoge el estado actual de las aplicaciones de este tipo de pretensado, desde los puntos de vista de proyecto, construcción y conservación de las estructuras y puentes realizados con el mismo.

El Capítulo 2, "Recomendaciones para el proyecto", incluye algunos conceptos básicos que deben tenerse en cuenta desde las primeras etapas del proyecto de una estructura con pretensado exterior.

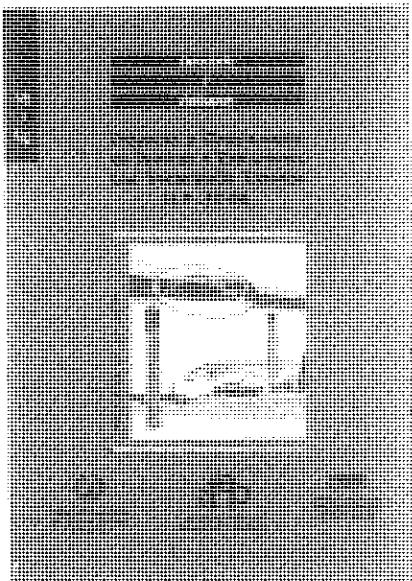
El Capítulo 3, "Sistemas de pretensado exterior", trata del conjunto de materiales, su disposición y los elementos de maquinaria que se necesitan para pretensar una estructura con tendones exteriores.

Los diferentes sistemas de pretensado exterior están habitualmente protegidos por patentes y marcas comerciales. Por ello, en este Capítulo se han recogido sólo los principios generales bajo los que se organizan los sistemas.

El Capítulo 4, "Montaje", recoge algunos conceptos básicos relacionados con el montaje de los tendones de pretensado exterior y establece las condiciones de replanteo de los elementos de desvío y anclaje.

El Capítulo 5, "Bases de cálculo", contiene la información básica para poder calcular una estructura con pretensado exterior.

El Capítulo 6, "Durabilidad e inspección", incluye, en primer lugar, un catálogo de las causas más frecuentes que producen daños que afectan a la Durabilidad de las estructuras. Después, se establece un determinado número de barreras para los tendones exteriores, en función de la agresividad del ambiente. Y, dado que muchos daños se pro-



ducen debido a la deficiente ejecución de las barreras, se incluyen recomendaciones, con las condiciones básicas de ejecución de las mismas, para que realmente sean eficaces contra la corrosión.

Por lo que respecta a la Inspección, se trata, por una parte, de cómo se puede inspeccionar la fuerza de un tendón exterior, para lo que se dan las fórmulas y las especificaciones para realizar un ensayo no destructivo mediante "Cuerda vibrante"; y por otra se explica la forma en que se pueden sustituir los tendones según sus tipos y las condiciones de acceso que, para ello, debe poseer la estructura.

Los ejemplos incluidos en el Anejo 1, se refieren a: Un puente isostático, monolítico, de sección en  $\pi$ ; un puente isostático, monolítico, de sección en cajón y un puente hiperestático, por develas, de sección en cajón.

El Manual es el resultado del trabajo de un amplio panel de especialistas españoles que han colaborado, desinteresadamente, en el mismo. Esperamos que este Manual sirva para extender la utilización del Pretensado Exterior en nuestro país y en los países de habla hispana.

El precio de esta publicación de 149 páginas, con numerosas figuras y tablas, es de 4.000 Ptas., IVA incluido (32 dólares USA para el extranjero). No obstante, como siempre, a los miembros de la ATEP se les concede un sensible descuento, por lo que podrán adquirir cuantos ejemplares deseen, al precio de 3.000 Ptas., IVA incluido (25 dólares USA para el extranjero), cada ejemplar.

Los pedidos, que serán atendidos por riguroso orden de recepción, deben dirigirse a:

**ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA  
DEL PRETENSADO**  
Apartado de Correos 19002  
28080 MADRID  
Tel. y fax: ((1) 766 07 03

## El puente atirantado en la presa de Giribaile

Manuel Julià y Luis Carrillo  
Drs. Ingenieros de Caminos  
Cubiertas y M.Z.O.V.

### CRITERIOS DE PROYECTO

La torre de toma de la Presa de Giribaile, en Jaén, está situada cerca de la ladera izquierda del cauce del río Guadalimar. En su coronación, a 90 metros de altura sobre el fondo del embalse, se encuentra la sala de mandos de las compuertas; para el montaje, mantenimiento y manejo de éstas es preciso disponer un puente de acceso.

La ladera presenta una zona superior de pendiente suave, que quedará inundada con 20 metros de nivel de agua, y que se desploma bruscamente hasta el fondo, cuando su altura es de unos 50 metros. En ese punto la distancia a la torre es de 60 metros. Estas circunstancias han sugerido que la solución adoptada para la estructura de acceso no tenga apoyos entre el borde superior de la ladera y la torre, aprovechando la zona justo antes de su caída brusca hacia el fondo, para situar la pila más próxima a la torre. Se define así una luz de 70 metros. De entre las posibles soluciones aptas para salvar esa distancia, se ha elegido un tablero atirantado, de dos vanos, de 70 y 60 metros de luz, con una sola pila. (Figura 1).

### DESCRIPCION DE LA ESTRUCTURA

#### Tablero

El tablero está apoyado en la torre, la pila

intermedia y el estribo, y sustentado por tirantes cada 6,0 metros, excepto en las proximidades de los apoyos en pila y torre, de los que distan 8,0 metros. Se ha resuelto con una losa de hormigón armado, de sección rectangular, con un ancho de 5,0 metros y un canto de 60 cm, aligerada con siete tubos de 35 cm de diámetro. (Figura 2). En las proximidades al apoyo intermedio, la sección es maciza, y el canto aumenta hasta 1,0 metro.

El extremo de la pasarela en correspondencia con el estribo, termina en un bloque de hormigón, de 2 metros de altura, que actúa como contrapeso para equilibrar el esfuerzo del último tirante, de mayor potencia que los demás al tener la misión de equilibrar el efecto de las acciones horizontales bajo cargas permanentes sobre la pila. (Figura 3). El estribo está apoyado sobre un terraplén, protegido por escollera, de unos 20 metros de altura (Figura 4).

#### Pila y Apoyos

La pila consta de dos fustes, inclinados en el plano transversal, arriostrados por dos traviesas. La inferior, a 22 m de altura, recibe el apoyo del tablero. (Figura 5). La superior tiene una importancia fundamental para distribuir los momentos torsores que apare-

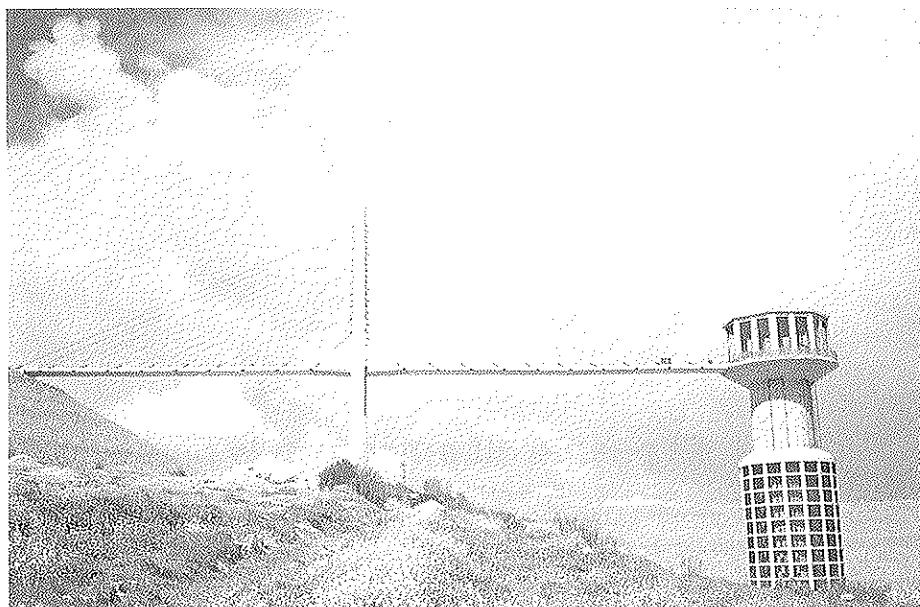


Figura 1

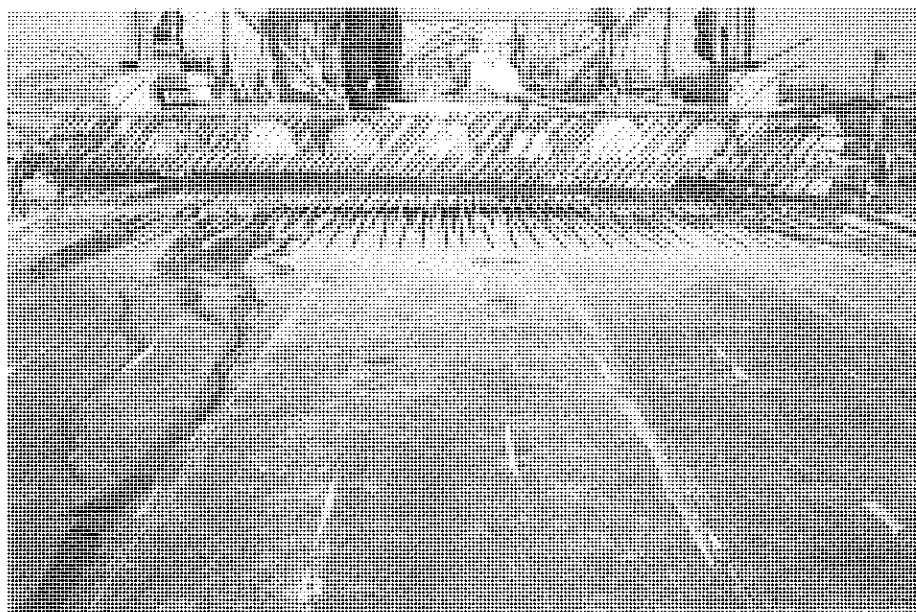


Figura 2

cen debido a la excentricidad de los anclajes. (Figura 6). Cada fuste varía, en sentido longitudinal, desde 2,75 m, en arranques, hasta 1,75 m en coronación, a los 56,5 m de altura. (Figura 7). En el sentido transversal tiene

variación lineal entre 2,40 y 1,0 metros en la zona bajo tablero, prosiguiendo con ancho constante de 1,0 metro hasta el final. La zona inferior es una sección rectangular aligerada, y la superior es maciza. Está cimen-

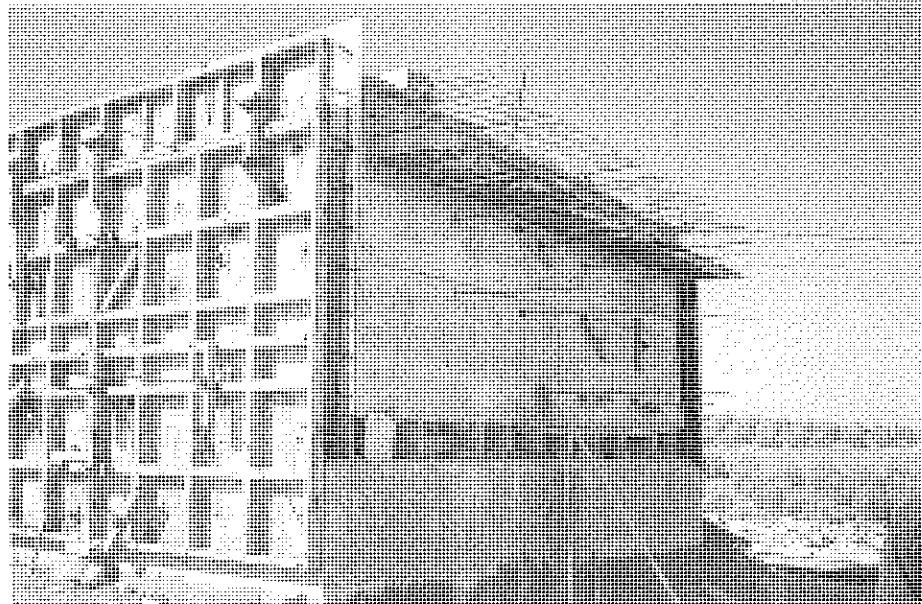


Figura 3

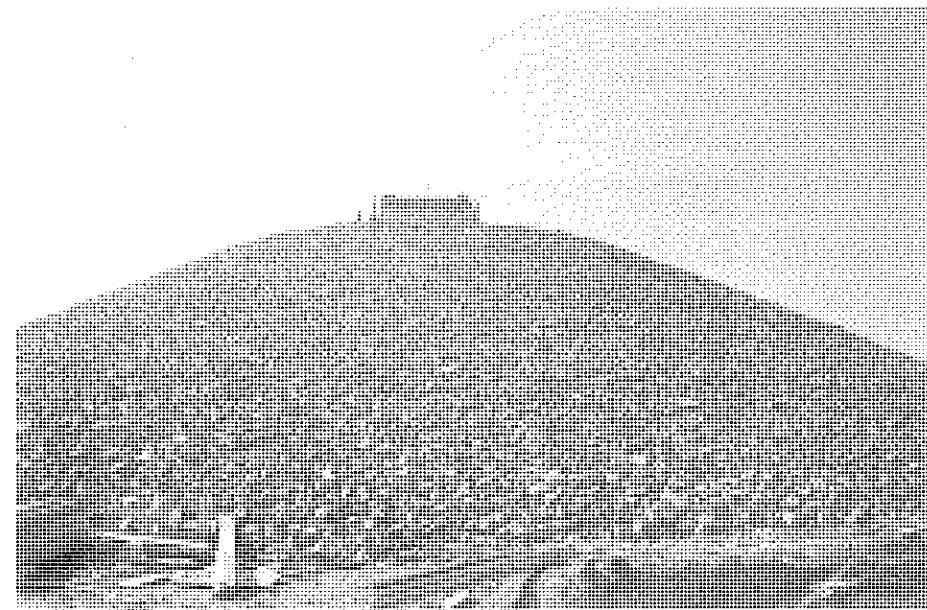


Figura 4

tada con micropilotes de 20 cm de diámetro y 11 m de longitud que admiten una carga de trabajo de 100 toneladas.

Para el apoyo del tablero se utilizan pla-

cas de neopreno, tanto en la Torre como en la Pila y el Estribo. El tablero se inmoviliza, en sentido horizontal, en el apoyo sobre la traviesa de la pila, mediante unos tetones verticales de hormigón que penetran en

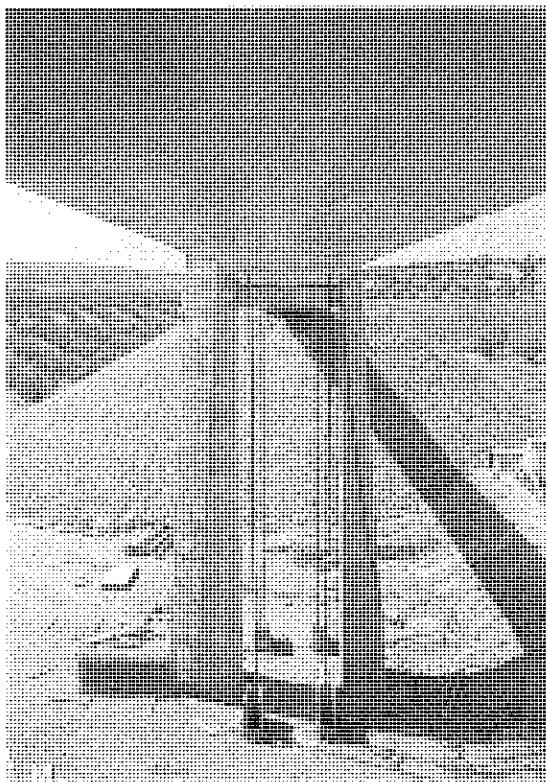


Figura 5

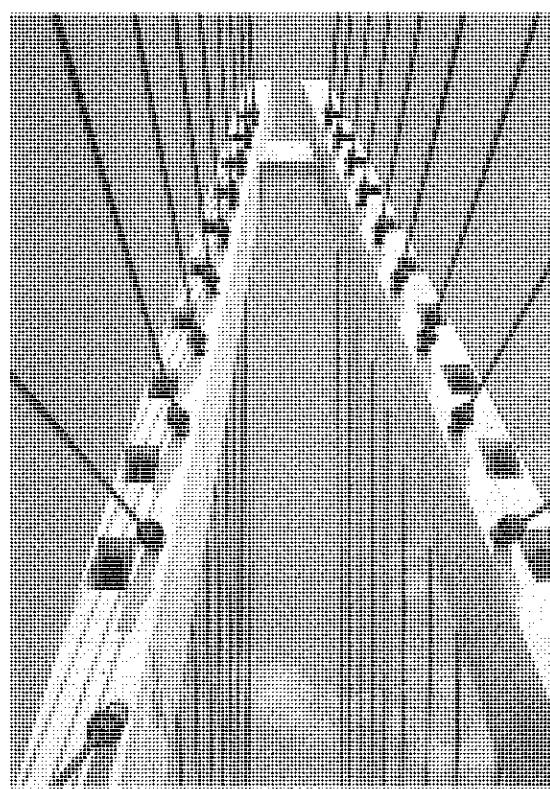


Figura 6

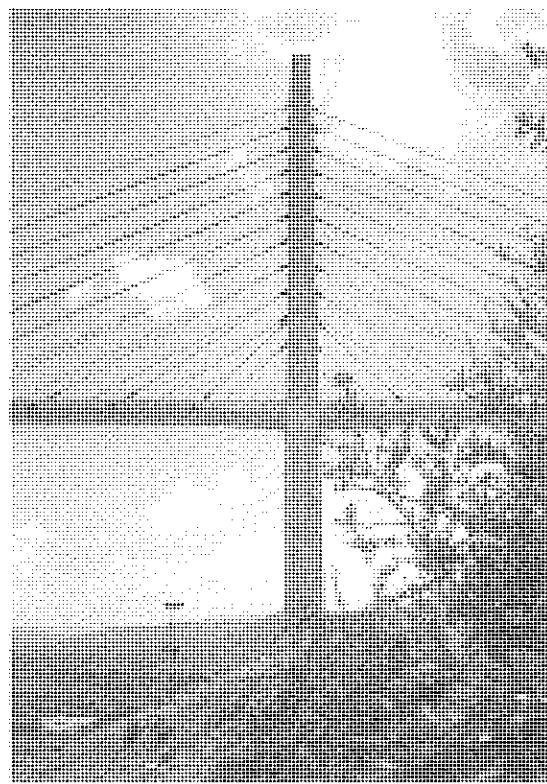


Figura 7

unos pocillos en la traviesa, actuando como topes frente al sismo.

### Sistema de atirantamiento

Se han colocado dos planos de atirantamiento, con cables autoprotegidos, de cordones paralelos de 15 m/m, cuyo número varía entre un mínimo de 6 y un máximo de 19 por unidad de tirante, en disposición de semi-arpa. Los anclajes activos están en la pila, y los pasivos en unos cajetines entallados en el tablero. (Figura 8).

### PROCEDIMIENTO CONSTRUCTIVO

Después de realizar 40 micropilotes de 20 cm de diámetro, se hormigonó el encepado, de canto variable entre 1,5 y 3,0 metros, y a continuación, con encofrado rampante en paralelo, los dos fustes de la pila, dejando bloques de porexpan para los huecos de los cajetines de anclaje (Figura 9). El estribo se construyó simplemente apoyado sobre el terraplén de la carretera de acceso; y entre sus muretes, a una altura de 40 cm, el bloque de contrapeso del tablero, cuya cara frontal estaba enrasada con el parámetro delantero

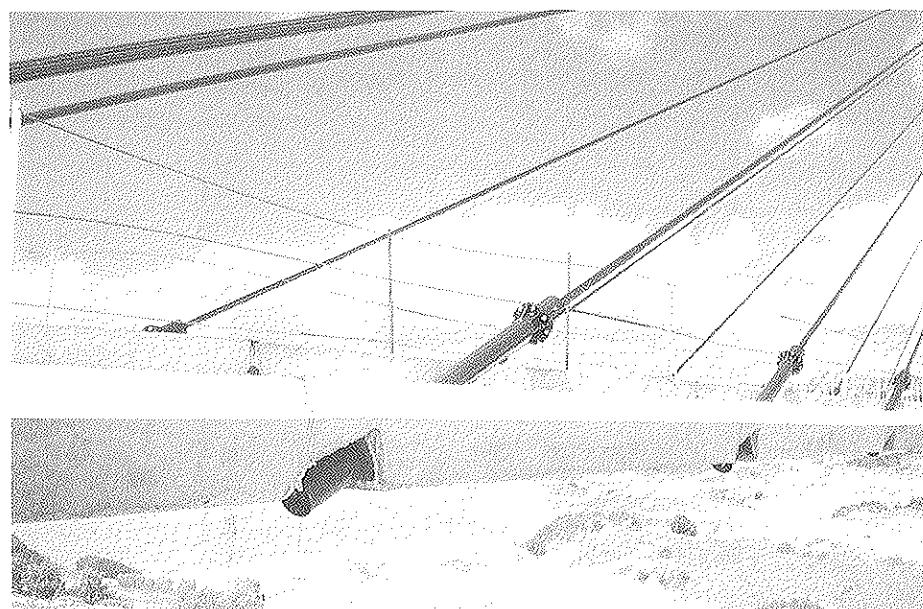


Figura 8

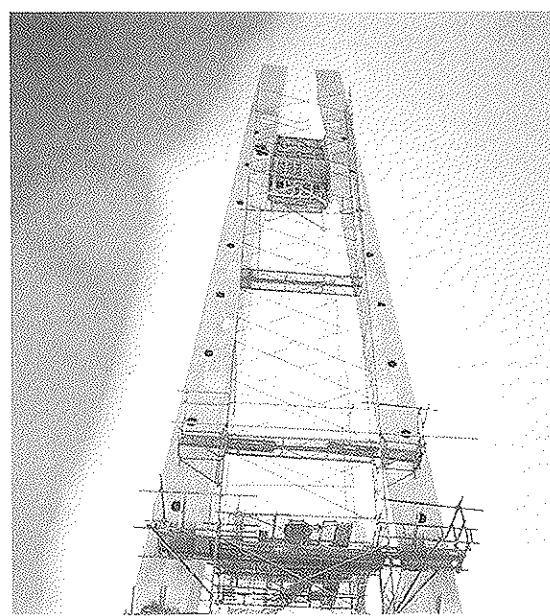


Figura 9

del estribo, prolongándose tres metros hacia atrás.

Los dos primeros tramos de tablero, de 8 metros de longitud, a ambos lados de la pila, se han construido sobre cimbra. A continuación se ha realizado un avance por voladizo,

de 9 dovelas, en módulos de 6 metros, utilizando carros de avance inferiores, de 14 t de peso, colgados de la parte ya construida, (Figura 10), para terminar con las dovelas de enlace con torre y estribo, de 8,30 y 3,5 m, respectivamente (Figura 11).

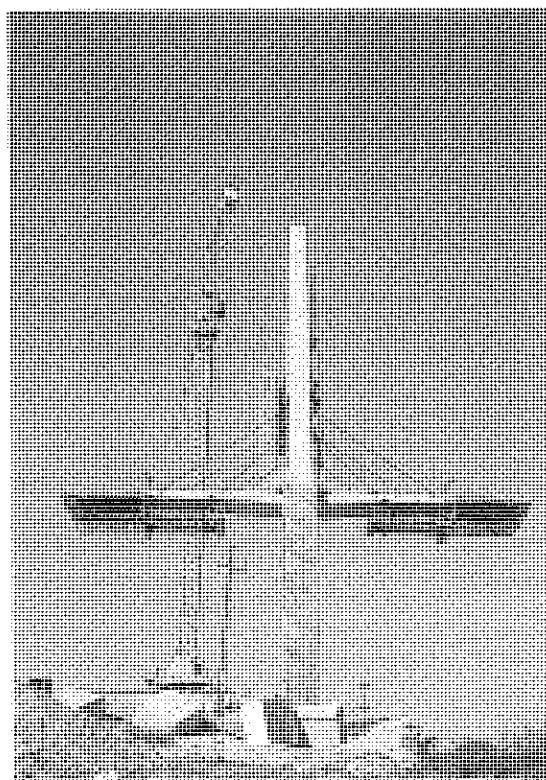


Figura 10

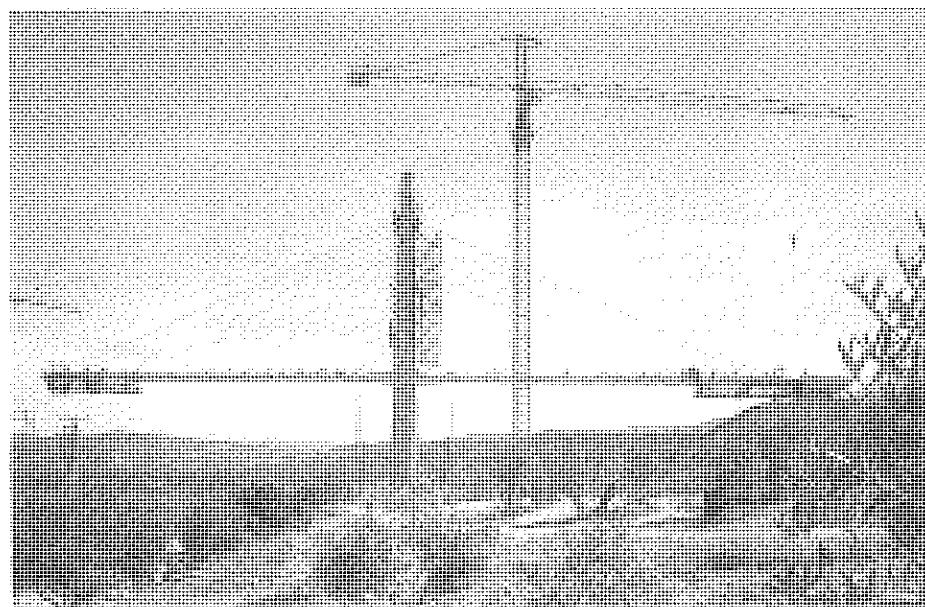


Figura 11

La gran flexibilidad que confiere a la estructura la esbeltez de la pila, el sistema de atirantamiento en semi-arpa y el tablero de hormigón armado, con su correspondiente pérdida de rigidez por fisuración, ha dado lugar a que en el proyecto se previeran movimientos del orden de los 60 centímetros, en las fases finales de hormigonado, incluso subdividiendo en dos etapas el hormigonado disimétrico de las últimas dovelas. Para reducir los desplazamientos aproximadamente a la mitad, se colocaron cables de atirantamiento provisional, (Figura 12) que se tesaron una vez alcanzado el vuelo correspondiente a la dovela 5. Estos cables enlazaban el extremo de las primeras dovelas con unas ménsulas que sobresalían de las caras del encepado. Con estos elementos, y hormigonando los últimos módulos en dos etapas cada uno, se han reducido los desplazamientos a valores máximos de 40 cm, en fases disimétricas, y de 30 en las simétricas.

El avance de la estructura se controlaba nivelando, a primeras horas de la mañana, los dos puntos de anclaje de todos los tirantes al tablero, el frente en construcción, y la posición horizontal de la coronación de la pila, antes y después de cada operación de

hormigonado, tesado y avance de carros. El tesado de los tirantes se realizaba, simultáneamente, desde la pila. Se instalaron termómetros en diversas secciones del tablero y de la pila, para asegurar que no existía un gradiente térmico importante durante las lecturas de nivelación.

Terminadas las 9 dovelas típicas, se procedió al hormigonado de los últimos 3,5 metros del tablero del vano lateral, contra el frente del contrapeso. Se destesaron los cables provisionales y se hormigonó la última dovela del extremo de la torre.

Para que el estado tensional del puente bajo cargas permanentes correspondiera al de viga continua sobre apoyos fijos, se introdujeron unos desplazamientos ascendentes en los apoyos, de 10 cm en el bloque del estribo, y de 2 cm en el extremo de apoyo en la torre, utilizando gatos. Asimismo, se realizó un control de retesado al final de la obra, antes de colocar la carga permanente.

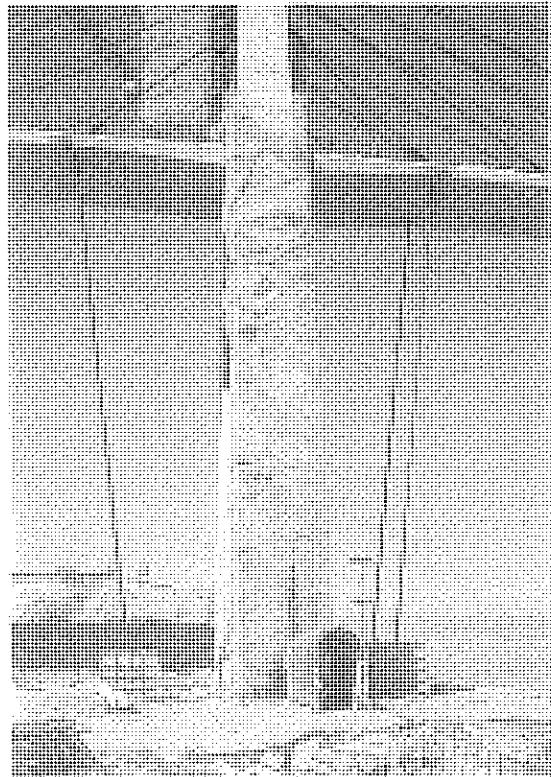


Figura 12

## METODO DE CALCULO

La estructura, tanto en servicio como en construcción, se analizó con un modelo plano. En la fase de Proyecto se procedió a un cálculo de todos los estados intermedios de la estructura, y de los esfuerzos que había que introducir en los tirantes durante la construcción, utilizando el conocido procedimiento de desmontaje, a partir de la situación bajo cargas permanentes deseada. Para el análisis de la fluencia se introdujeron las deformaciones generalizadas (elongaciones y curvaturas) de los elementos de hormigón bajo cargas permanentes (correspondientes aproximadamente a una viga continua), sobre el modelo con el módulo de deformación instantáneo medio, multiplicando los resultados por el factor  $(1 - e^{-\Delta\varphi\infty})$ , siendo  $\Delta\varphi\infty$  el escalón de fluencia medio entre el momento de terminar la estructura y el tiempo infinito teórico.

Posteriormente, para obtener los desplazamientos previsibles que deberían ser anulados con contraflechas, y los esfuerzos iniciales de tesado de los tirantes durante el desarrollo de las obras, se repitieron los cálculos con los valores de módulos de elasticidad de los hor-

migones, más aproximados a la realidad, y teniendo en cuenta la pérdida de rigidez a flexión por fisuración, utilizando inercias ficticias. Este segundo análisis se realizó utilizando un método basado en el concepto de *Longitudes y Deformaciones Intrínsecas* de los tirantes, puesto a punto por los proyectistas, que evita el incómodo proceso de desmontaje, al permitir el análisis de cualquier situación intermedia sin tener que arrastrar todas las que le separan de la final.

Asimismo, para obtener el efecto de la fluencia se realizó un cálculo considerando que las deformaciones generalizadas instantáneas que aparecían en cada barra de hormigón, en las diferentes etapas de construcción, eran aplicadas sobre las siguientes subestructuras, con sus valores ponderados por los coeficientes de fluencia incremental que correspondían al lapso de tiempo transcurrido en la construcción de cada nueva etapa. A partir de la terminación de la estructura, hasta el tiempo infinito teórico (10.000 días), se evaluaron los incrementos de deformaciones dividiendo el lapso en 20 intervalos. Los resultados del cálculo aproximado inicial y del segundo, más riguroso, eran similares.

## INCIDENCIAS DE OBRA

Bajo sobrecarga del vano de 70 m puede aparecer un ligero tirón sobre el estribo, por lo que el macizo del tablero estaba anclado, con un pretensado vertical, al cuerpo de aquél (Figura 13), para garantizar una compresión mínima de 20 kp/cm<sup>2</sup>. Después de acabar la obra, comenzaron a detectarse unos asientos del terraplén que alcanzaron los 18 cm, y que arrastraban la estructura debido a ese cable de anclaje. Ante eso, procedimos a derribar el murete trasero del estribo y a prolongar el bloque de anclaje incrementando su peso en el valor del esfuerzo del cable. A continuación, se cortó el cable, y se procedió a restituir el nivel del apoyo mediante gatos. En la actualidad, siguen los asientos, pero tendiendo a anularse, y periódicamente, se contrarrestan con gatos y cuñas provisionales (Figura 14) que serán reemplazadas cuando se estabilicen los descensos.

En las Figuras 15 a 18 pueden verse distintos aspectos de la estructura acabada, antes de colocar la barandilla.

La obra pertenece a la Confederación

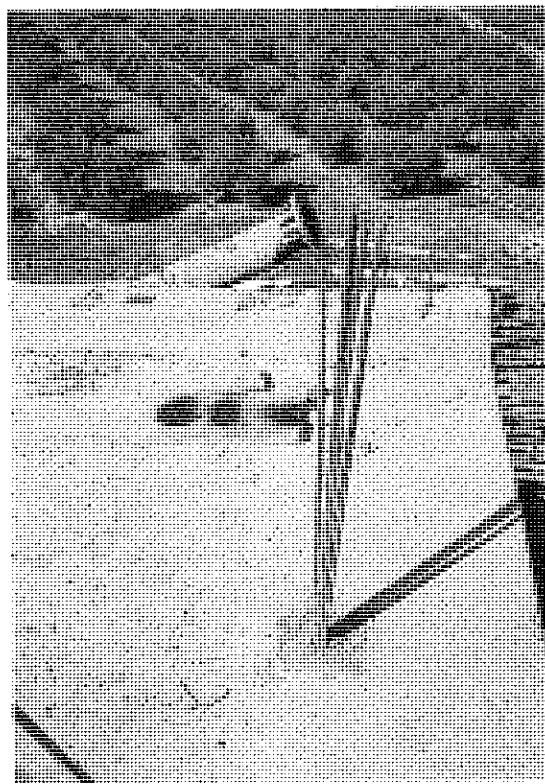


Figura 13

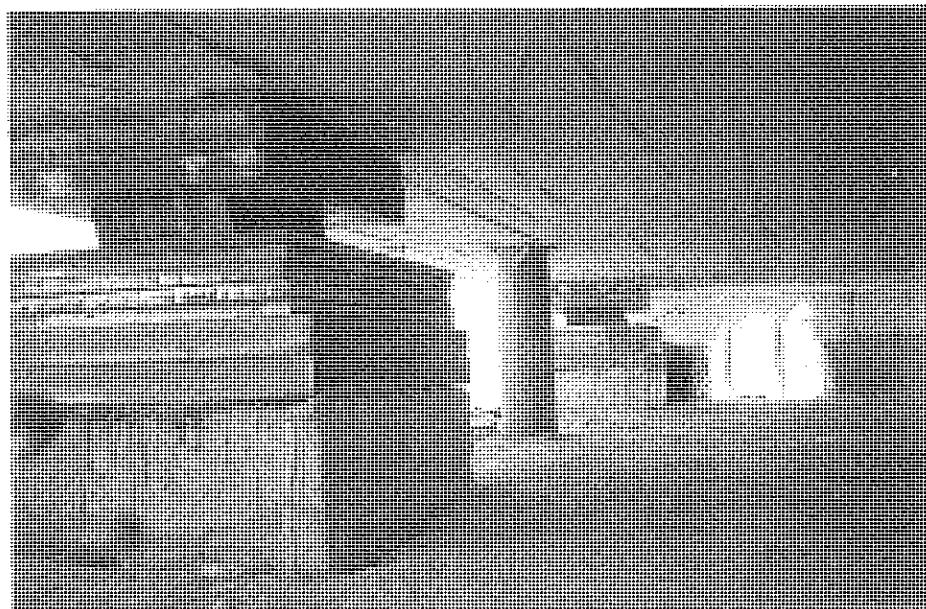


Figura 14

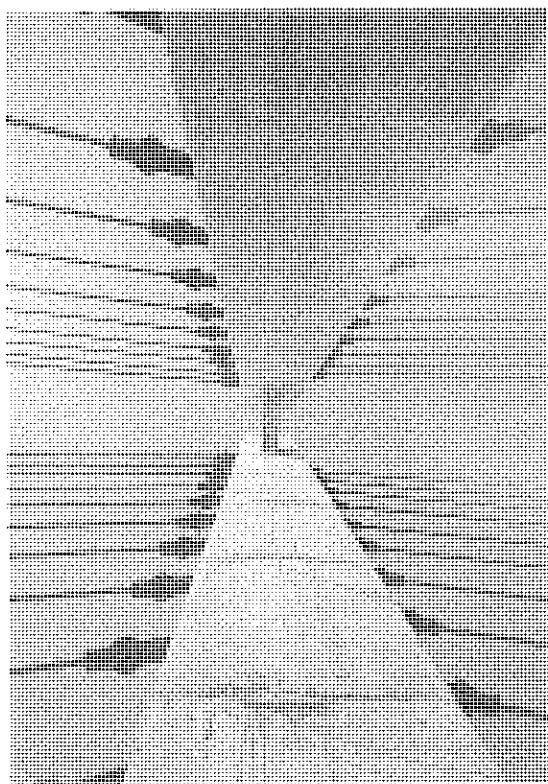


Figura 15

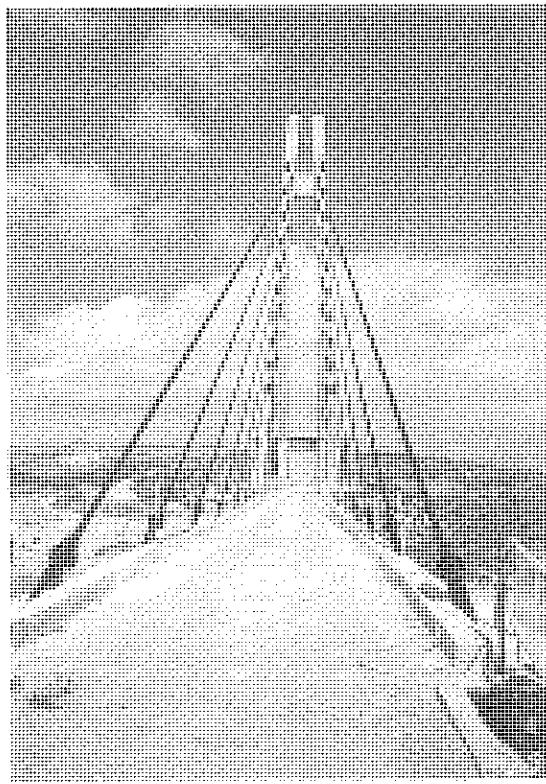


Figura 16

Hidrográfica del Guadalquivir y ha sido realizada bajo la dirección del Ingeniero de Caminos Don José Martín. Ha sido construida, en un plazo de 8 meses, por la U.T.E.

Cubiertas-Fomento, actuando de Jefe de Obra Don J. Luis Pareja. El tipo de atirantamiento y la puesta en obra por isotensión, corresponde al sistema Freyssinet.



'Figura 17



Figura 18

## RESUMEN

El puente, estructura atirantada de hormigón armado, de dos vanos, con una luz máxima de 70 m, un canto de 0,60 m y 5 m de ancho, permite el acceso de camiones para el montaje y la reparación de las compuertas de la torre de toma de la presa de Giribaile. Su construcción se ha realizado por dovelas "in situ" mediante avance en

voladizo, con carros inferiores. El sistema de atirantamiento es en semi-arpa, con dos planos de tirantes formados por cables autoprotegidos. La pila es en forma de H, con los fustes inclinados. La extraordinaria flexibilidad del tablero ha obligado a un cuidadoso plan de hormigonado, y a introducir un atirantamiento provisional al terreno, para mantener los desplazamientos de

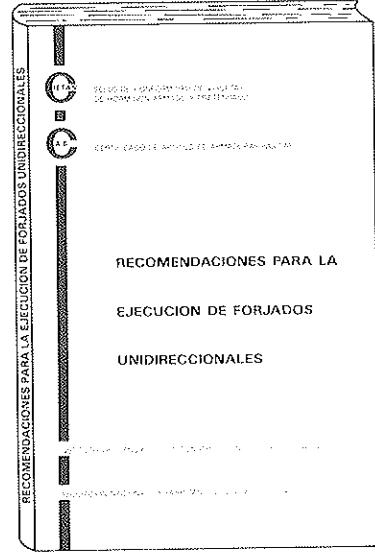
los frentes de avance, durante la construcción, inferiores a los 40 cm.

## SUMMARY

This bridge is a stayed structure made of reinforced concrete, with two single spans 70 m maximum, 0,60 m deep and 5 m wide, which allows the trucks to access for the installation and reparation fo the intake tower

drainage gates. It was built by successive cantilever casted "in situ", by means of lower carriages. The cable stayed system is half-harp, with two planes of stays made of self-protected cables. The pier has an "H" shape with inclined shafts. The extraordinary flexibility of the decks has made necessary to prepare a detailed plan of concreting and to incorporate provisional anchoring system to the ground, to keep during the execution, the displacement of the front of construction less than 40 cm.

\* \* \*



**RECOMENDACIONES PARA LA  
EJECUCIÓN DE FORJADOS  
UNIDIRECCIONALES  
(EDICIÓN REVISADA)**

La Asociación Nacional de Fabricantes con Sello CIETAN, en colaboración con el INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA CONSTRUCCIÓN "EDUARDO TORROJA", continuando con la labor divulgadora iniciada con la edición del libro "RECOMENDACIONES PARA LA EJECUCIÓN DE FORJADOS UNIDIRECCIONALES", publica una segunda edición del mismo, revisada, adecuándola a la Normativa vigente.

El libro persigue un doble objetivo: El primero, informar y dar a conocer a los técnicos y constructores que intervienen en la realización de un forjado, las distintas soluciones constructivas idóneas de acuerdo con la vigente Normativa, según sean los diversos tipos de forjados y apoyos, desde un punto de vista eminentemente práctico, intentando paliar la escasez en España de bibliografía que lo aborde. El segundo es dar a conocer, a todos los sectores implicados en la ejecución de forjados, la existencia de productos con Sello CIETAN.

La obra ofrece un amplio y detallado compendio de soluciones constructivas, desarrolladas de forma gráfica para su mejor y más fácil interpretación. En su redacción han participado todos los sectores implicados: técnicos, fabricantes y organismos públicos y privados ligados a la construcción.

Los interesados en esta publicación deberán dirigirse a:

**Secretaría Sello CIETAN**  
**Instituto de Ciencias de la Construcción**  
**"EDUARDO TORROJA"**  
**C/Serrano Galvache, s/n.**  
**28033 MADRID**  
**Tel.: (91) 302 04 40**

## **Nueva publicación "Recomendaciones para el proyecto, construcción y control de anclajes al terreno. H.P. 8-96"**

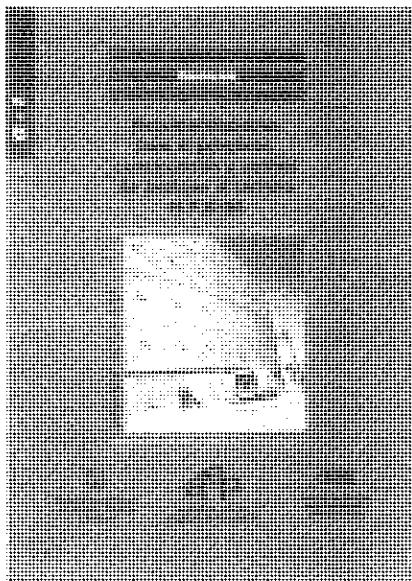
Continuando con la serie de Manuales que esta Asociación Técnica Española del Pretensado viene publicando, en los cuales se recogen las recomendaciones que se consideran idóneas para conseguir un adecuado proyecto y realización de las obras pretensadas y su buen comportamiento a lo largo de su vida de servicio, se ha editado ahora el Manual H.P. 8-96, con el título "Recomendaciones para el proyecto, construcción y control de anclajes al terreno".

La tecnología de pretensado de cables de acero de alto límite elástico ha ofrecido, tradicionalmente, al ingeniero geotécnico, la posibilidad de introducir, en sus obras de contención o estabilización, grandes esfuerzos unitarios de anclaje, a un coste moderado. Los anclajes al terreno flexibilizan y simplifican la construcción de excavaciones que se ven así libres de arriostramientos internos que, en general, complican las labores de excavación. Por tanto, su utilización está muy extendida.

Se confía también a los anclajes, no sólo el mantenimiento temporal de excavaciones, sino la estabilización definitiva de estructuras de contención que, con frecuencia, al estar incluidas dentro de tejidos urbanos, están destinadas a tener una duración que se puede calificar de ilimitada.

Ambos aspectos, la amplia diseminación de la técnica de construcción de los anclajes y la necesidad de un cuidadoso diseño y ejecución, que imponen las condiciones que hay que exigir a los anclajes permanentes, hacen muy necesaria la existencia de criterios de diseño, construcción y control de comportamiento, basados en procedimientos comúnmente aceptados. Este es, genuinamente, el campo de las Normas.

Países europeos como Alemania, Francia, Reino Unido y Suiza disponen de normas propias para la ejecución de anclajes en suelos y rocas. Con frecuencia, los pliegos de condiciones de obras realizadas en nuestro país hacen referencia explícita a estos textos. Sin embargo, el desarrollo de



una normativa propia puede suponer un interesante valor añadido. En efecto, se abre la oportunidad de incorporar los avances y experiencias más recientes y, por otra parte, si se tiene en cuenta la práctica profesional local, aparece una buena ocasión para mejorarla. En relación con este último aspecto, cabe decir que, para la redacción de estas Recomendaciones, se ha consultado a proyectistas, fabricantes de equipos y materiales y representantes de contratistas especializados.

La aparición de las presentes "Recomendaciones para el proyecto, construcción y control de anclajes al terreno" supone la culminación de unos trabajos que se iniciaron, hace casi diez años, con la creación de un Comité Técnico en el seno de la Asociación Técnica Española del Pretensado. Tras varias vicisitudes, que han incluido la interrupción temporal de los trabajos durante un cierto período de tiempo, la ATEP decidió, a finales de 1992, impulsar de manera definitiva la redacción de las presentes recomendaciones, cuya aplicación, seguramente, contribuirá a establecer una nueva filosofía en la concepción y ejecución de anclajes, dotará de un lenguaje común a los pliegos de condiciones técnicas y elevará la calidad y seguridad de las obras.

Los interesados en adquirir esta publicación, cuyo precio es de 2.910,- pesetas para los Miembros de la ATEP y 3.875,- pesetas para los no Miembros, deberán dirigirse a:

**ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA  
DEL PRETENSADO**

Apartado de Correos 19002.-28080  
MADRID.

Tel.: (91) 766 07 03 - Fax: (91) 766 07 03

## Viaductos de la Concha de Artedo y de la playa de San Pedro

David Ortega Vidal  
Ing. de Caminos. A.E.P.O.S.A.  
Manuel Julià Vilardell  
Ing. de Caminos. Cubiertas y MZOV

### DESCRIPCION GENERAL

Los viaductos que se presentan están situados en el Tramo Las Dueñas-Novellana, de la N-632, de Ribadesella a Luarca. Se trata de dos Viaductos análogos, de 750 m de longitud total cada uno, sin juntas intermedias, compuestos por vanos extremos de 75 m de eje de estribo a eje de pila, y 4 vanos intermedios de 150 m.

La carretera, que es una variante de trazado, discurre por la rasa, o plataforma costera cantábrica, que es una zona relativamente llana, y en este tramo debía salvar dos amplios y profundos valles, formados por los ríos Uncín y Esqueiro. Estos valles, en función de la altura de la plataforma, tienen desniveles del orden de 60 y 90 m, respectivamente, respecto a la rasa.

Para el cruce de tan amplios valles y con semejantes alturas de pilas, unido además a unas condiciones de cimentación relativamente malas, con necesidad de pilotaje en el tramo de aluvial de los valles, se estudiaron diversas soluciones, quedando rápidamente, como alternativas más viables, las de tramos de a partir de 100 m, y construidas, bien empujando desde un extremo, bien por avance en voladizos sucesivos. Finalmente, por motivos de trazado en planta y alzado (muy condicionados), por posibilidad de ir a

luzes mayores, y por la positiva experiencia de la construcción de pilas y tablero del relativamente cercano puente de los Santos, sobre el río Eo, se decidió adoptar la solución indicada, que creemos ha resultado adecuada.

Dos de las principales dudas planteadas, eran las relativas a la dificultad de construcción de pilas con variación parabólica de sección transversal, y de dovelas "in situ" por voladizos sucesivos, en curva de hasta 600 m de radio, y con pendientes longitudinales elevadas. Aunque, evidentemente, las primeras trepas, y los primeros avances de carros fueron complicados y problemáticos, la repetición del proceso, con 10 pilas dobles de igual variación de sección, y otras tantas Tes dobles, hicieron que, al final de la construcción, dicho proceso fuese extraordinariamente rápido, con trepas de 5 m en las pilas, cada 3 días, y ejecución completa de dovelas, en 5 días naturales.

Por otra parte, el efecto estético de estos puentes de canto variable, en curva y con pendiente, cuestionado a veces, creemos que finalmente ha resultado bastante aceptable, y los puentes responden, dentro de lo posible, a las exigencias que la naturaleza, con su magnífico paisaje, imponía.

En cuanto a los puentes en sí, el tablero es

de canto variable entre 7,50 m en apoyos, y 3 m en centros de vano. Es decir, entre 1/20 y 1/50 de la luz, siendo de sección cajón, monocelular, de almas rectas, con 6,50 m de ancho inferior, y dos voladizos, de 2,75 m cada uno, para un ancho total de tablero de 12 m. El espesor de la losa superior es de 0,22 m constante a lo largo del puente, con cartelas de hasta 0,29 m en el encuentro con las pilas; y el de la losa inferior varía desde 0,20 m en el tercio central, hasta 1,25 m en el encuentro con las pilas. Las almas verticales tienen un espesor de 0,48 m (Figura 1).

El pretensado de voladizos está compuesto por un total de 60 cables, de 12 torones de 15 mm, alojados en la losa superior, de los que se anclan 4 al final de cada una de las 15 dovelas que se construyen en esta fase de voladizo, a partir de la dovela 0.

La continuidad de los vanos se establece con un pretensado compuesto por 18 cables, de 19 torones de 13 mm cada uno, alojados en la losa inferior, y anclados en unas cuñas dispuestas para este fin en el interior del cajón, rigidizadas por unos nervios transversales. En los vanos extremos se dispone un pretensado de refuerzo, de 6 cables, de 12 torones de 15 mm, alojados en las almas del cajón.

Las pilas son de doble tabique longitudinal, a 8 m de separación entre ejes, disposi-

ción impuesta por la gran longitud sin juntas, de 750 m, unida a una altura reducida en las pilas extremas, lo que daría lugar a unos elevados esfuerzos por movimientos impuestos en las mismas, si la rigidez longitudinal fuese elevada. Con esta solución se incrementa notablemente la flexibilidad a movimientos horizontales longitudinales, a la vez que se mantiene empotramiento a torsión y a giros longitudinales, permitiendo la construcción de la fase de voladizos sin ningún apeo longitudinal, y admitiendo descompensaciones de carga, entre un voladizo y el otro, de hasta 150 t, que es el máximo peso de una dovela.

La sección de cada uno de los tabiques es de cajón hueco, rectangular, apuntado, con variación de sección lineal en sentido longitudinal, y parabólica de segundo grado en el transversal. Las dimensiones son de 2 x 6,50 en los encuentros con el tablero; y la máxima, correspondiente a una altura de pila de 81 m, es de 3,10 x 10,60 m.

Los espesores de los tabiques son de 0,35 m para los lados largos, y 1 m para los lados cortos, en los que hay que añadir los triángulos de apuntamiento, de 0,40 m de altura.

La cimentación de las pilas es directa en las pilas 1 y 5 de ambos viaductos, además de en la pila 2 del viaducto de la Playa de San Pedro. Las dimensiones de la zapata son



Figura 1

de 22 x 20 x 3 m, descentradas longitudinalmente en relación a los ejes de pilas, en las pilas extremas, y centradas en la pila P-2 del viaducto de la Playa de San Pedro, sobre el río Esqueiro.

Para el resto de pilas se proyectaron y construyeron cimentaciones profundas, mediante 16 pilotes, de 2 m de diámetro, dispuestos en una retícula a 6 m entre ejes, bajo encapados de 22 x 23 m, con 3 m de canto, excepto para la pila 3 del viaducto de la Playa de San Pedro, que es la de mayor altura y que tiene un canto de 3,50 m.

Los estribos son de hormigón armado, rectos y cerrados, con muros en vuelta y alejas. Todos ellos, excepto el estribo 2 del viaducto de la Concha de Artedo, tienen cimentación directa, con alturas sobre cimientos de unos 10 m en los 2 estribos del viaducto de la Concha de Artedo, y de unos 8 m en el viaducto de la Playa de San Pedro. Se han dispuesto, en cada estribo, dos apoyos de neopreno-teflón, uno unidireccional y otro bidireccional, para una carga admisible de 250 t.

## PROCESO CONSTRUCTIVO

En primer lugar, se construyeron los pilotes y las cimentaciones directas. Hubo bastantes problemas en la ejecución de los pilotes, pues, además de variar considerablemente la profundidad de la roca, la disposición subvertical de las distintas capas de la misma, dio lugar a que las columnas resistentes fuesen muy variables, dada la alternancia de cuarcitas extraordinariamente duras, con avances de trépano de 10 cm/hora, con capas de pizarras completamente descompuestas. En algunos casos, los 16 pilotes de una misma pila tuvieron que comprobarse independientemente, fijando en tiempo real la profundidad definitiva de cada uno, en función del terreno que se iba extrayendo con la cuchara, y de los avances de trépano.

Una vez construidos los pilotes y las cimentaciones directas, se construyeron las pilas, como ya se ha indicado, con encofrado trepado con módulos de 5 m. Al principio, el proceso fue bastante complejo, dada la variación parabólica transversal y lineal

longitudinal de la sección, lo que originaba un farrallado bastante complicado (Figuras 2 y 3).

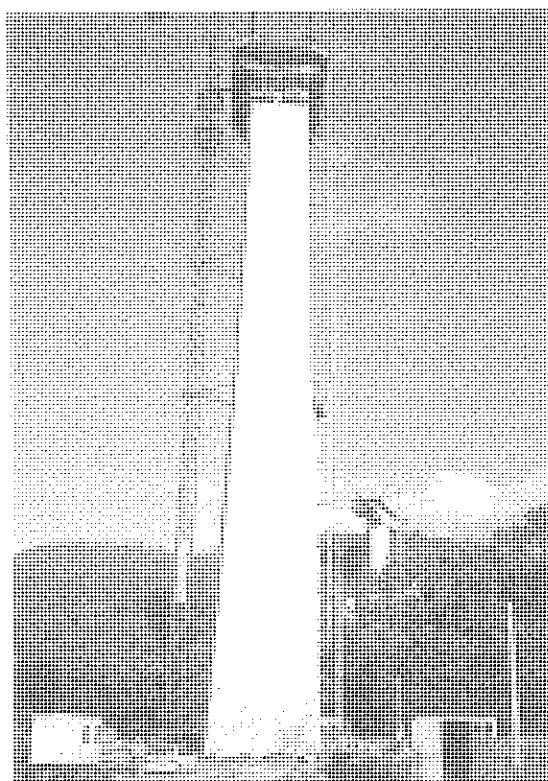


Figura 2.

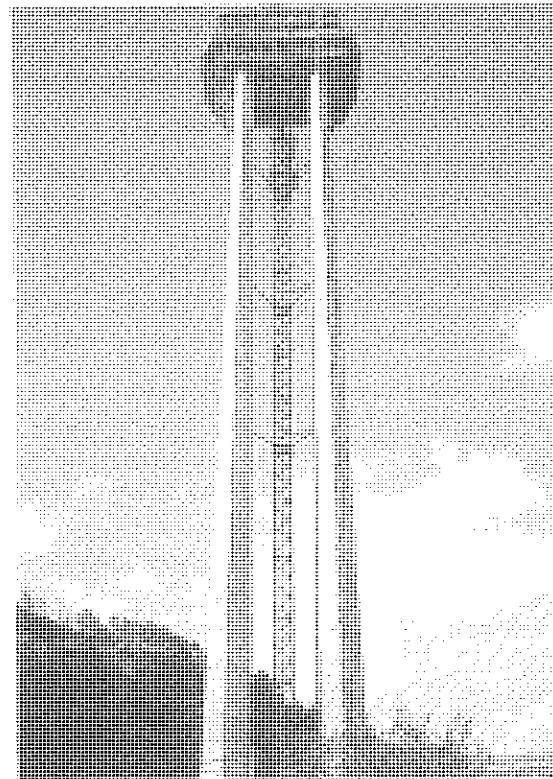


Figura 3

Además, los solapes de las trepas y lo estricto de las tolerancias de los recubrimientos, con tantas barras de diámetro grueso (25 y 32 mm), contribuyeron a incrementar las dificultades. No obstante, como ya se ha indicado anteriormente, lo repetitivo del proceso hizo que rápidamente aumentasen los rendimientos, y que el único condicionante de los plazos de cada trepa fuese el endurecimiento del hormigón, llegándose a realizar el ferrallado de cada trepa en menos de dos días, y el proceso completo de trepa en 5 días.

Se utilizaron, en total, tres juegos de encofrados para las diez pilas, cada uno de ellos para los dos tabiques. Las pilas se llenaron, posteriormente, con hormigón, en una altura variable, dependiendo de la disposición final de las tierras de relleno alrededor de cada una.

Sobre las pilas se construyeron las dovelas "0", apoyando en una cimbra que a su vez se sustentaba en la coronación de las pilas, en unos huecos dejados al efecto. Estas dovelas, de 12 m de longitud, se hormigonaban en varias fases; y una vez terminadas, se montaban sobre ellas los carros de avance. Todo el proceso estaba planificado de antemano, en cuanto a programa de trabajo, con el fin de establecer las contraflechas de montaje, de manera que teniendo en cuenta las deformaciones elásticas, de retracción y de fluencia, la posición final del tablero sin cargas, resultase la teórica.

Además, se seguía un control de los movimientos de cada frente de dovela a lo largo de todo el proceso, corrigiéndose, si se precisaba, las contraflechas de montaje previstas de los tramos sin hormigonar, en función de las deformaciones reales medidas. (Figuras 4 y 5).

El proceso de traslado de carros, montaje de encofrados, ferrallado, hormigonado y endurecido del hormigón, y tesado de los cables de voladizos del frente de dovela, hasta estar en disposición de volver a trasladar los carros, se fue reduciendo, desde 15 días o más en las primeras dovelas, hasta 5 días una vez que el proceso estaba suficientemente rodado.

Como curado y protección contra la desecación superficial, se utilizó un producto "antisol", que se mostró muy eficaz, no habiendo existido problemas de fisuración

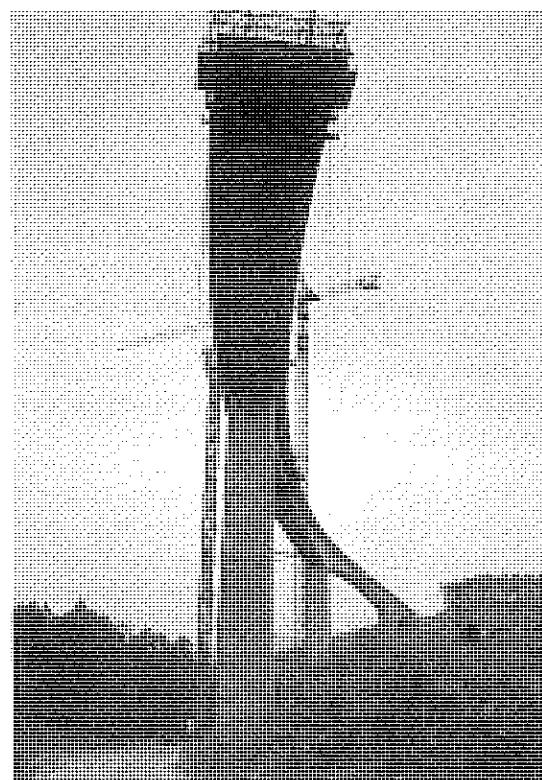


Figura 4

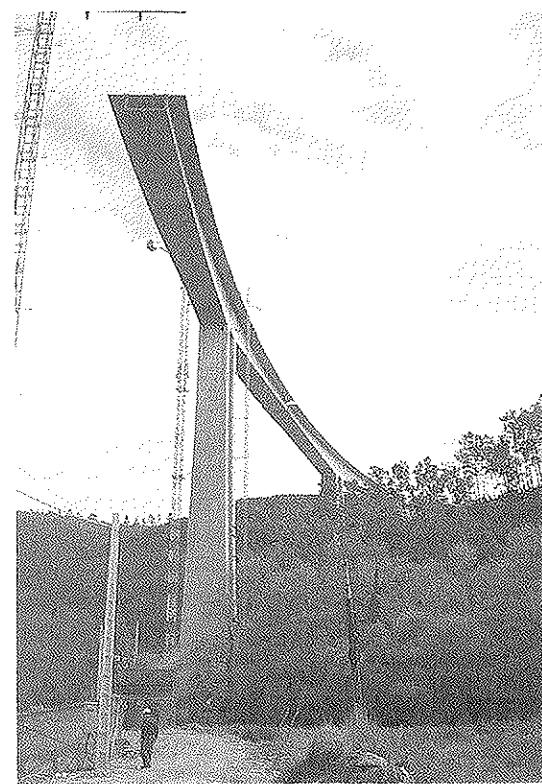


Figura 5.

en el tablero, con excepción de pequeñas fisuras, rápidamente estabilizadas y tratadas, en las riostras inclinadas sobre pilas.

Una vez terminados todos los tramos en voladizo de cada puente (las 5 Tes), se procedió a hormigonar los tramos de cierre, de tres metros en vanos intermedios, y de 2,50 m sobre estribos, empezando por un extremo del puente y acabando por el otro, de manera que en el proceso constructivo pudiera considerarse prácticamente instantánea su aparición. Para evitar recorridos

relativos entre los bordes, durante el hormigonado, se inmovilizaron con vigas metálicas (Figura 6). Tras este hormigonado, se procedió a tesar los cables de continuidad de los vanos centrales, y de refuerzo de los vanos extremos, con lo que prácticamente quedaba estructuralmente terminado el puente, una vez colocadas las juntas de dilatación y la barrera. En las Figuras y 7 y 8 puede verse el

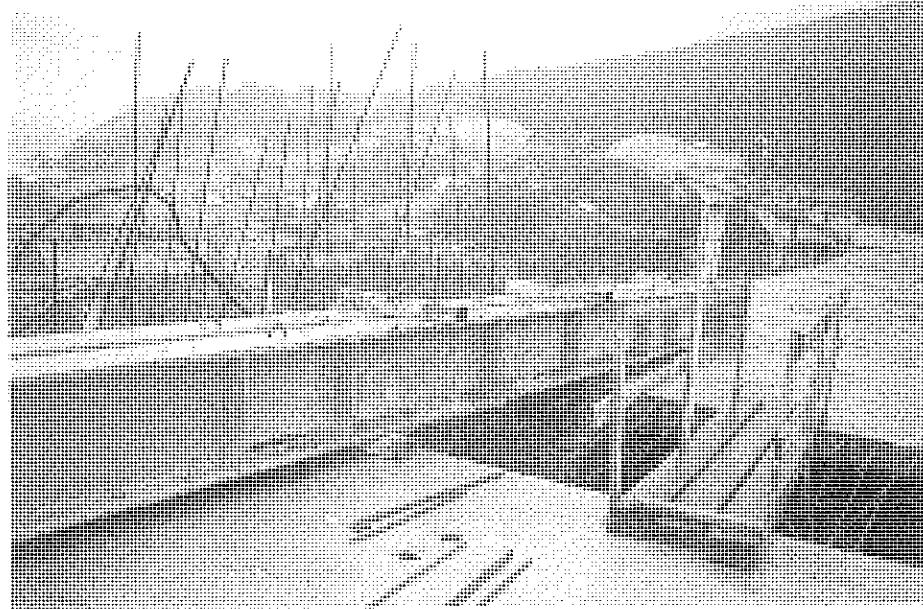


Figura 6.

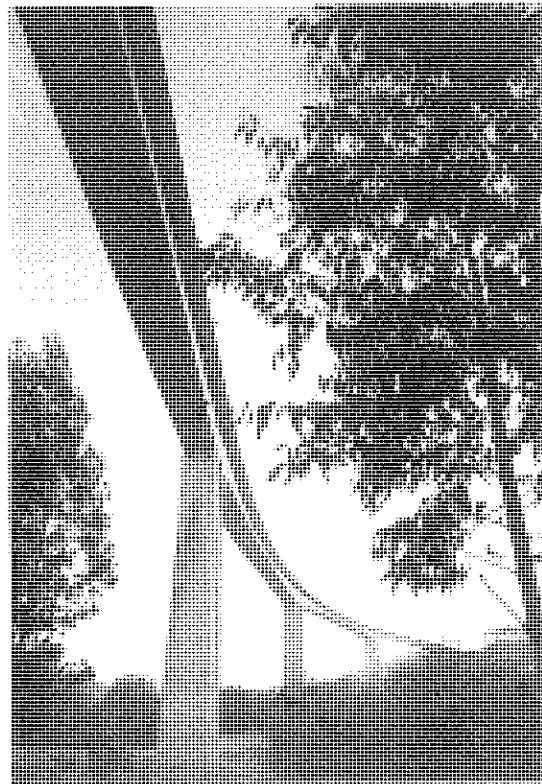


Figura 7.

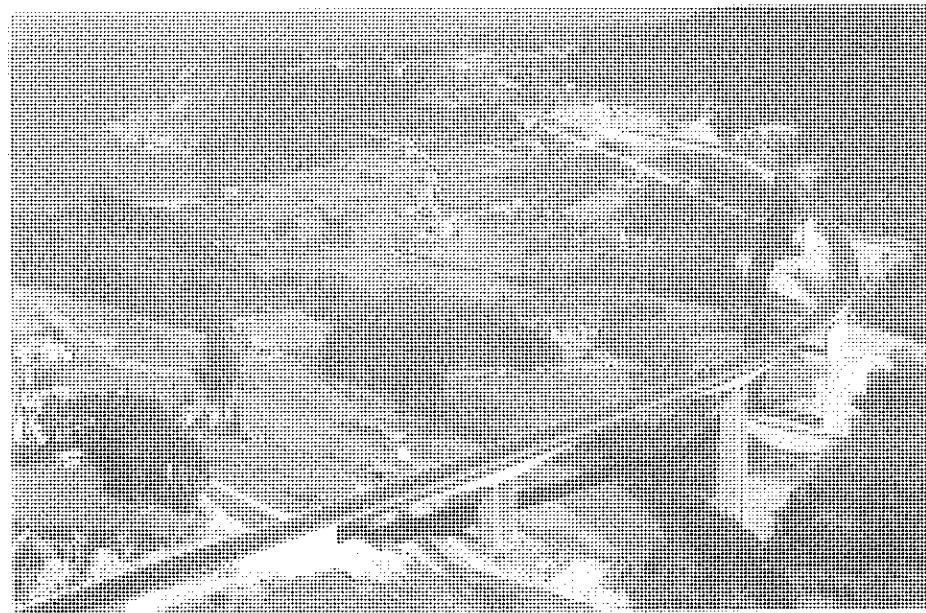


Figura 8.

aspecto final del viaducto de la Concha de Artedo, y en las Figuras 9 y 10 el viaducto de la Playa de San Pedro.

Finalmente, queremos añadir que la obra la realizó una unión temporal de las empresas "Fomento de Construcciones y Contratas" y "Cubiertas y Mzov"; siendo el jefe de obra el ingeniero de Caminos, Don Ignacio

Muñiz, y el responsable de las estructuras el también ingeniero, Don Hugo Tolosa.

La dirección de la obra la realizó la Demarcación de carreteras del Estado en Asturias, siendo los Directores de la Obra, Don Ramón Gurriarán y Don Ignacio García Arango. El control de la obra lo realizó, como asistencia técnica, Noroeste Ingenie-

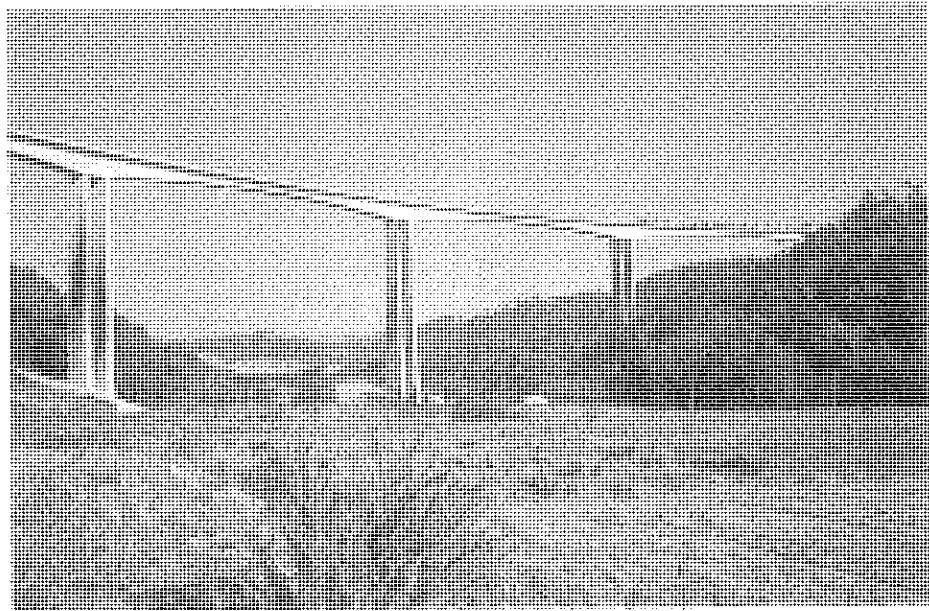


Figura 9.

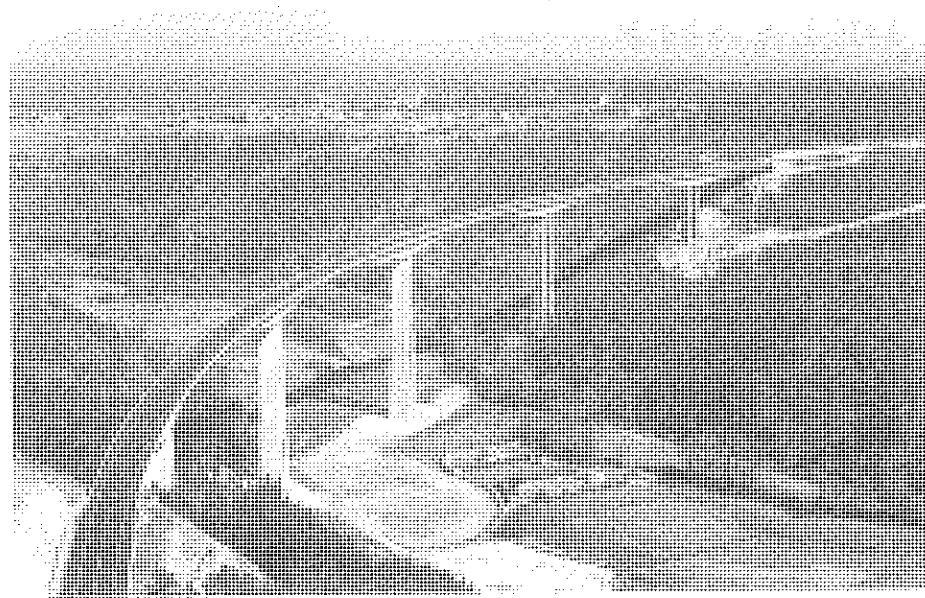


Figura 10.

ros, y la asistencia, tanto a la Dirección de obra para las cimentaciones, (con Don Angel Arcones como experto geotécnico), como al contratista para establecimiento de contraflechas de montaje y control de geometría la empresa “Aepo”, estando al cargo de estos trabajos, el Ingeniero de Caminos, Don José Manuel Fernández.

## RESUMEN

Se describen dos puentes pretensados, de 750 m de longitud y planta curva, con esquema estructural de pórtico continuo. Los

vanos principales son de 150 m de luz, y las pilas tienen alturas de hasta 90 m. Su construcción se ha realizado por avance en voladizo de dovelas “in situ”.

## SUMMARY

Two continuous frame prestressed concrete bridges of 750 m. total length, are described. The main girders have curved plant and 150 m. length. The piers are up to 90 m. height. They have been constructed by the segmental cast “in situ” method.

## NUEVA PUBLICACION DE LA ATEP

### “ESTRUCTURAS DE EDIFICACION PREFABRICADAS”

La Asociación Técnica Española del Pretensado (ATEP), acaba de editar la versión en español del libro “Planning and design handbook on precast building structures” publicado, en inglés, por la “Comisión de Prefabricación”, de la FIP.

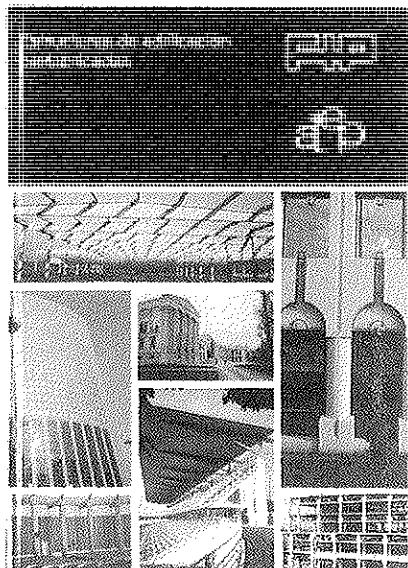
Esta obra contiene los conocimientos más avanzados sobre diseño y construcción de estructuras prefabricadas de edificación.

Los sistemas estructurales y las técnicas de edificación mediante hormigón prefabricado presentan hoy en día un gran auge en muchos países europeos y especialmente en los nórdicos. España no se ha mantenido al margen de esta tendencia y nuestro país cuenta con una floreciente industria en el sector, que en muchos casos es pionera en sus soluciones.

En general, se acepta que la prefabricación de las estructuras de hormigón ofrece técnica y funcionalmente soluciones competitivas en cuanto a la calidad y la economía. Por otra parte, son también características importantes de este tipo de soluciones la rapidez de construcción y la fiabilidad de sus costes.

El desarrollo del sector, pasando de la manufactura a la industrialización, se ha realizado de una forma gradual. Hay, sin embargo, tres factores cuya influencia ha sido decisiva en el progreso de las soluciones de hormigón prefabricado:

- El desarrollo de las técnicas de pretensado, que ha permitido conseguir mayores luces y a la vez disminuir el peso de las construcciones, así como aumentar la industrialización de los procesos productivos.



- La creciente necesidad en toda Europa, después de la Segunda Guerra Mundial, de nuevas edificaciones para vivienda. Esta no podía ser satisfecha totalmente por los métodos de edificación convencionales.
- La aparición de las nuevas técnicas de construcción mediante elementos alveolares. Este tipo de elementos, de escasa difusión aún en España, son los productos más importantes en cuanto a producción en Europa, y en torno a los mismos se ha desarrollado un amplio conjunto de soluciones de edificación prefabricada.

Por todo lo anterior, la ATEP ha considerado que contribuye de modo significativo al desarrollo y progreso de esta técnica con la traducción de la referida publicación de la FIP.

Los interesados en adquirir este libro, de 140 páginas, ilustrado con numerosas fotografías y figuras, cuyo precio (IVA incluido) es de 4.950,- ptas. para los Miembros de la ATEP y 6.600,- ptas. para los no Miembros, deberán dirigirse a:

**Asociación Técnica Española del Pretensado**  
Apartado de Correos 19.002  
Telf. y Fax: (91) 766 07 03  
28080 MADRID

## Programa de industrialización de edificios comerciales, mediante elementos prefabricados. Realizaciones

Manuel Burón Maestro  
David Fernández-Ordóñez Hernández  
Luis Gómez Sanz  
Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
GRUPO PACADAR

Nos referimos a un programa de construcción de centros comerciales, para usos diversos, con módulos totalmente diáfanos, de 21,60 m x 21,60 m, para ser desarrollados en una planta, con diversas composiciones del módulo tipo.

El desarrollo del programa se ha realizado mediante un sistema de prefabricación abierta, compuesto de 5 elementos tipo: Pilar, Jácena, Jácena cargadero, Placa de forjado y Panel de cerramiento, todos ellos prefabricados, con hormigón armado o pretensado. Este sistema permite la incorporación directa de cualquier elemento específico de cada edificio (mayor o menor aislamiento, cerramientos de cristal, marquesinas, pinturas o tratamientos superficiales, falsos techos, etc.), con las soluciones habituales en la construcción, asegurando las condiciones permanentes especificadas en términos de durabilidad de los elementos de hormigón y resistencia al fuego de los mismos.

La prestación fundamental del sistema es ofrecer una superficie, de 467 m<sup>2</sup>, totalmente diáfana, para que se disponga la tabiquería como mejor convenga al uso que en cada momento se dé al edificio, es decir, la variación de uso, o un uso diferente en diversas zonas del mismo edificio, no está dificultada por la estructura resistente.

El módulo elemental, "M", utilizado es 1,20 m, de modo que el módulo tipo del

programa (21,60 m x 21,60 m) equivale a 18 "M" x 18 "M", estableciéndose las líneas de coordinación a 3,60 m de separación (Fig. 1).

La estructura vertical (pilares), se sitúa en el perímetro del módulo, centrada en las líneas de coordinación. Los pilares son de 60 cm, en el plano de fachada x 30 cm en

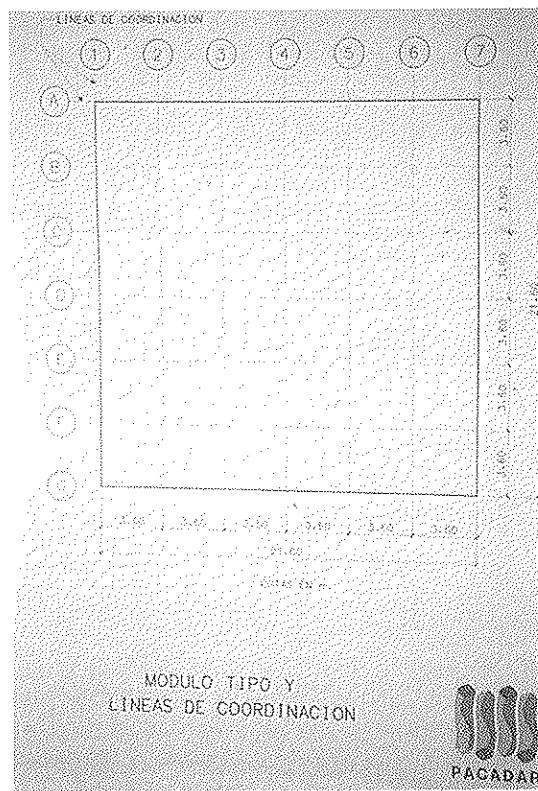


Fig. 1 Módulo tipo.

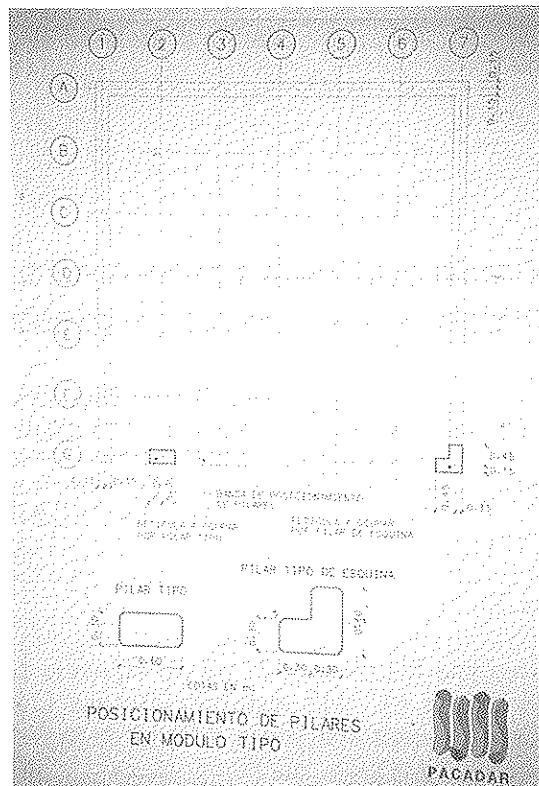


Fig. 2 Estructura de pilares en el módulo tipo.

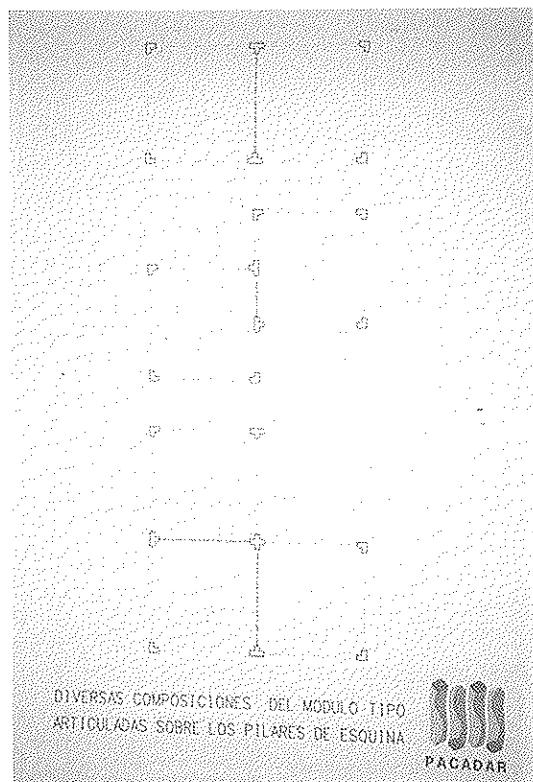


Fig. 3 Diversas composiciones con base al módulo tipo.

la dirección de la jácena. El pilar de esquina, en forma de L, permite articular varios módulos tipo, obteniendo diversas composiciones de los edificios, en planta (Fig. 2 y 3).

La existencia de huecos en fachada, de hasta 6,60 m de anchura, se resuelve suprimiendo un pilar y disponiendo una jácena cargadero que apoya en los dos pilares adyacentes y recibe la estructura de cubierta que hubiera apoyado sobre el pilar suprimido.

La estructura de cubierta se resuelve con jácenas pretensadas, paralelas a una de las líneas de coordinación; en general, aquélla que une dos fachadas, para facilitar la unión entre módulos tipo. Las jácenas se disponen coincidiendo con las líneas de coordinación. Entre jácenas, se disponen placas de forjado, de hormigón pretensado, sobre las que se ejecuta, "in situ", una capa de compresión que sirve, además, como elemento de rigidización horizontal del conjunto.

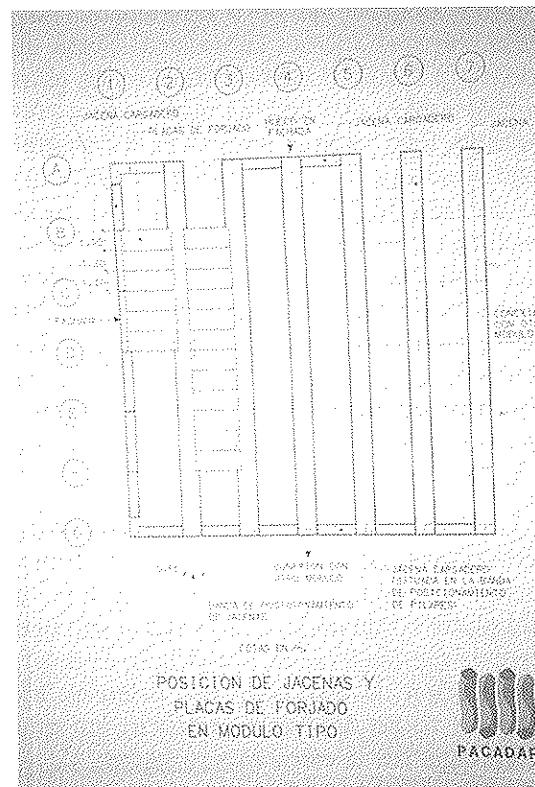


Fig. 4. Posición de Jácenas y placas pretensadas.

Las placas que constituyen el forjado tienen una gran versatilidad en su anchura, posibilitando una fácil adaptación de las mismas a los huecos verticales que interrumpen el forjado (Fig. 4).

Las placas de forjado se modulan a 1,20 m de anchura, ajustándose en fachada con piezas de 0,30 m de anchura.

Los paneles de cerramiento se disponen en una banda de 12 cm, exterior a la estructura, de modo que la cara vista del panel de cerramiento está a 27 cm de la línea de coordinación. Cualquier otro tipo de cerramiento se sitúa dentro de la misma banda. Si se disponen cerramientos nervados, o el espesor del panel con aislamiento incorporado lo requiere, el borde exterior de la banda citada se separa 57 cm de la línea de coordinación. Los paneles se modulan en anchuras de 2,40 y de 1,20 m. Los paneles anchos se sitúan centrados con los pilares, y los estrechos en el centro del vano entre pilares, facilitando la existencia de huecos de paso en fachada, en el lugar del panel estrecho. La versatilidad de disposición de

los paneles hace posible cualquier tipo de hueco de fachada.

Para la solución del cerramiento en la esquina, se ha optado por la más elemental; desplazar la junta a una u otra fachada y evitar un panel específico de esquina (Figs. 5 y 8).

Los paneles de cerramiento, que pueden incorporar el aislamiento térmico especificado, se apoyan sobre una ristra de cimentación y se sujetan, en la parte superior, a la estructura, para apoyarse sobre ella bajo la acción de fuerzas horizontales.

La coordinación establecida entre los elementos estructurales y los cerramientos, permite que las jácenas cargaderos existentes en una alineación que sea fachada, tengan expresión en el alzado, aunando la función de jácena y la de pieza de remate, vista desde el exterior. Tal solución es la que se utiliza sobre los huecos de fachada (Figs. 6 y 7).

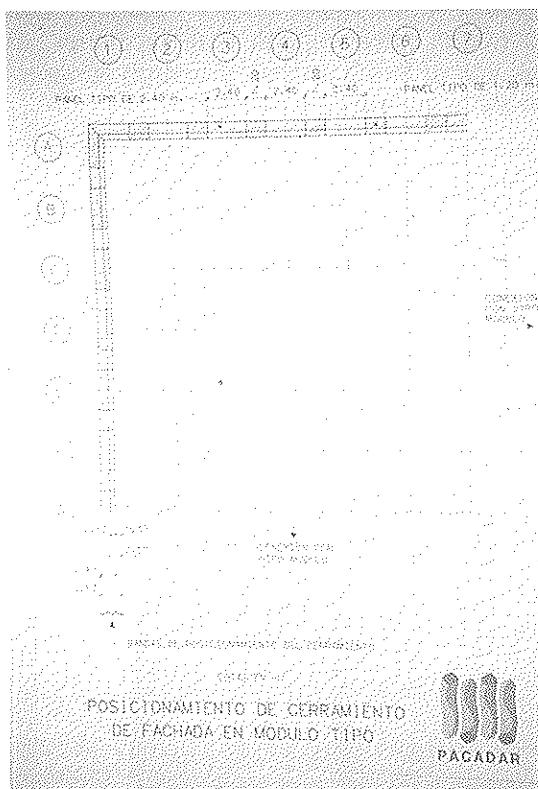


Fig. 5 Cerramiento mediante paneles prefabricados.

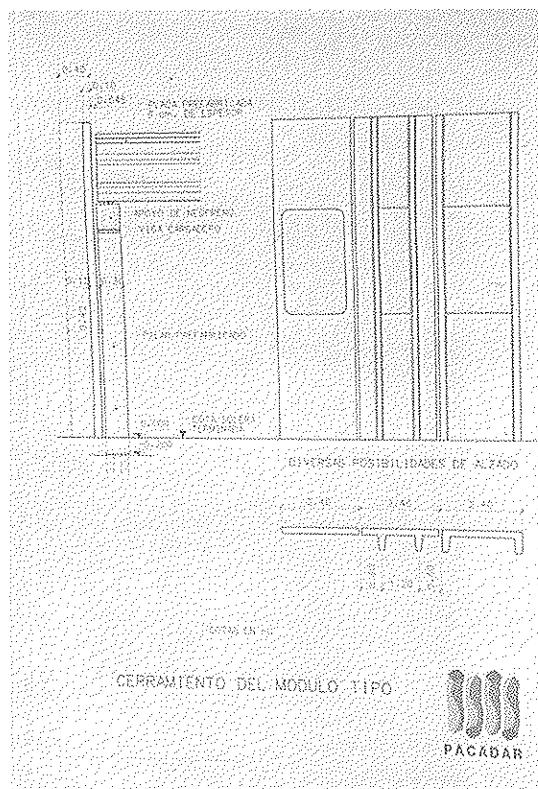


Fig. 6. Detalle del cerramiento.

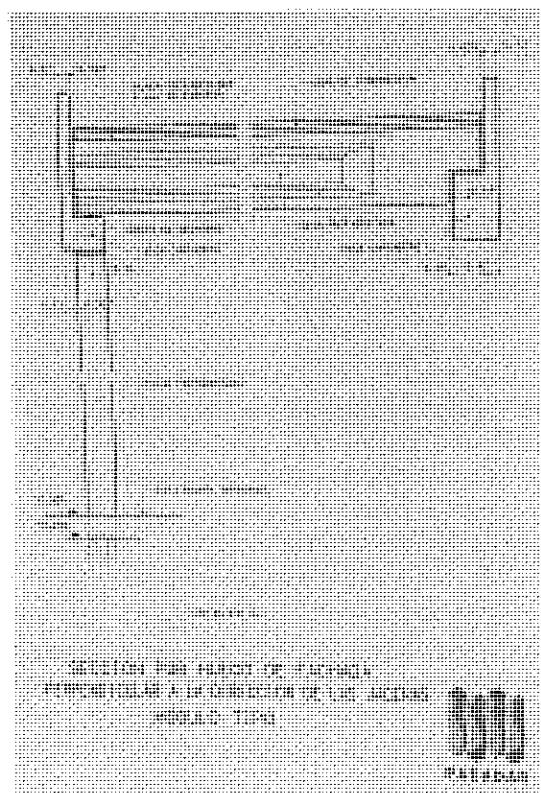


Fig. 7 Detalle de apoyo de Jácenas.

Las posibilidades de apoyo de las jácenas, con su sección completa o a media madera, permite adecuar el canto de las piezas cargadero o los gálibos exigidos por la arquitectura (Fig. 7).

Las juntas nominales entre elementos

prefabricados son de 1 cm entre placas de forjado, y de 2 cm entre jácenas o entre cerramiento y estructura.

Los detalles de apoyo, mediante la utilización de apoyos de neopreno y armaduras alojadas en vainas llenas de grout, permite adaptar la estructura a cualquier grado sísmico. En consecuencia, el módulo tipo estudiado se puede construir en cualquier área geográfica.

Estructuralmente, el comportamiento se corresponde con el de estructura isostática, con pilares empotrados en la cimentación, lo que permite minimizar el efecto, sobre la estructura, de posibles asientos diferenciales en la cimentación.

La geometría del edificio de una planta hace que, a efectos de desplazamientos horizontales y efectos de segundo orden, la estructura se pueda considerar intraslacional.

El ritmo de montaje de estos edificios es de 5 módulos tipo cada 4 semanas, con un equipo de montaje (2.520 m<sup>2</sup>/equipo y mes) suficiente para asegurar el cumplimiento de los plazos breves y estrictos que se exigen en este tipo de construcciones, en las que se busca acortar el tiempo de retorno de la inversión realizada.

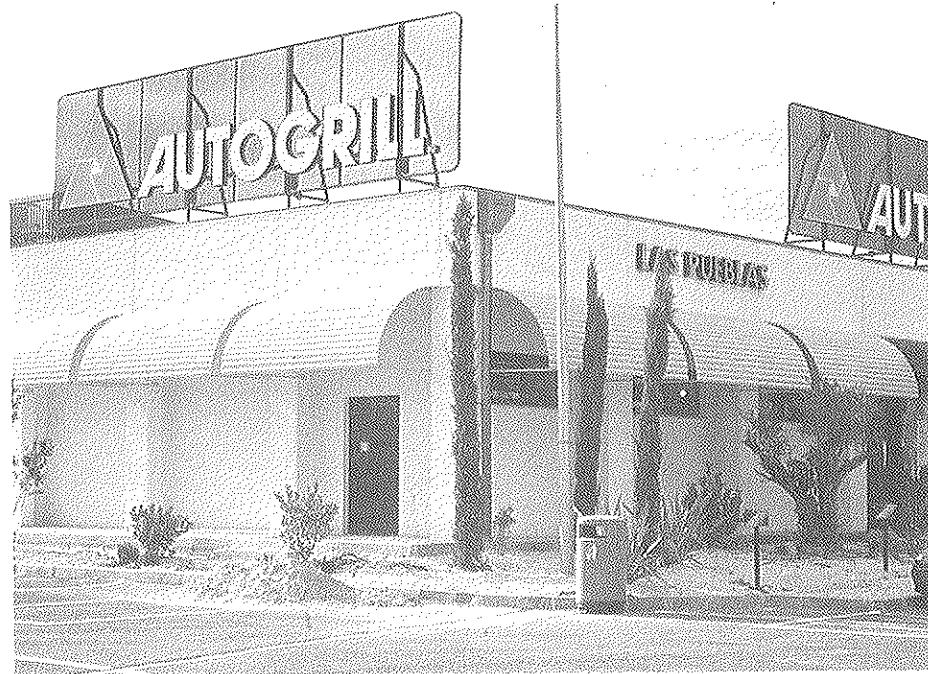


Fig. 8 Edificio terminado. Vista general.



Fig. 9 Edificio terminado. Detalle.

El trabajo en factoría permite establecer el plan de aseguramiento de calidad, preciso para asegurar la misma sin entorpecer la marcha de la obra, donde solamente es necesario realizar el plan de aseguramiento de calidad del montaje, consistente en el

control de uniones y disposición de apoyos de neopreno. Las operaciones de aseguramiento de calidad del montaje son muy sencillas, en concordancia con la sencillez de las uniones que hay que realizar.

La construcción así realizada, tiene las ventajas tradicionales de la prefabricación: Aseguramiento de la calidad, eficacia en el cumplimiento de los plazos y competitividad en el coste de la obra, que es fijo y conocido antes de iniciarla.

La realidad de un edificio terminado, prefabricado con el programa expuesto, se aprecia en las figuras 8, 9 y 10.

El programa expuesto, resuelve un tipo de edificio comercial, muy versátil, con eficacia, rapidez y sin condicionar rígidamente el aprovechamiento del mismo. Las posibilidades de ampliar la aplicación del módulo estudiado, a edificios en altura, están resueltas en programas anteriores, expuestos en su momento ante esta Asamblea, que utilizaban, como elementos tipo, las piezas en H que forman los pórticos de fachada e incorporan la parte de cerramiento correspondiente (Figs. 11, 12 y 13), o pilares de varias alturas que se unen a las jácenas formando nudos rígidos (Figs. 14 y 15) y que resuelven edificios, de varias alturas, en las mismas condiciones de ase-



Fig. 10 Edificio terminado. Interior.

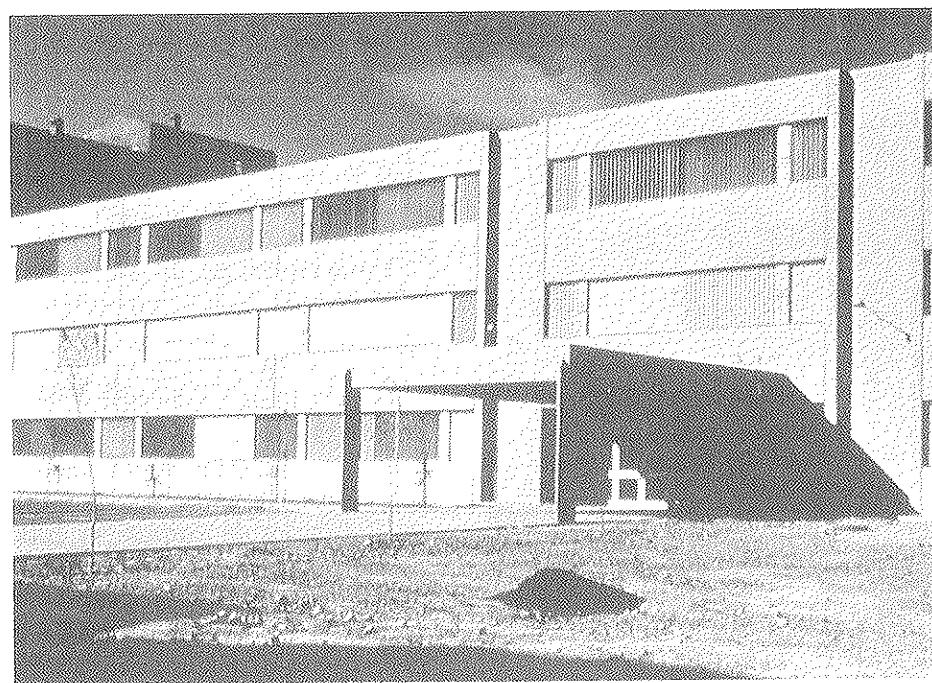


Fig. 11 Solución de pórticos en H. Vista general.

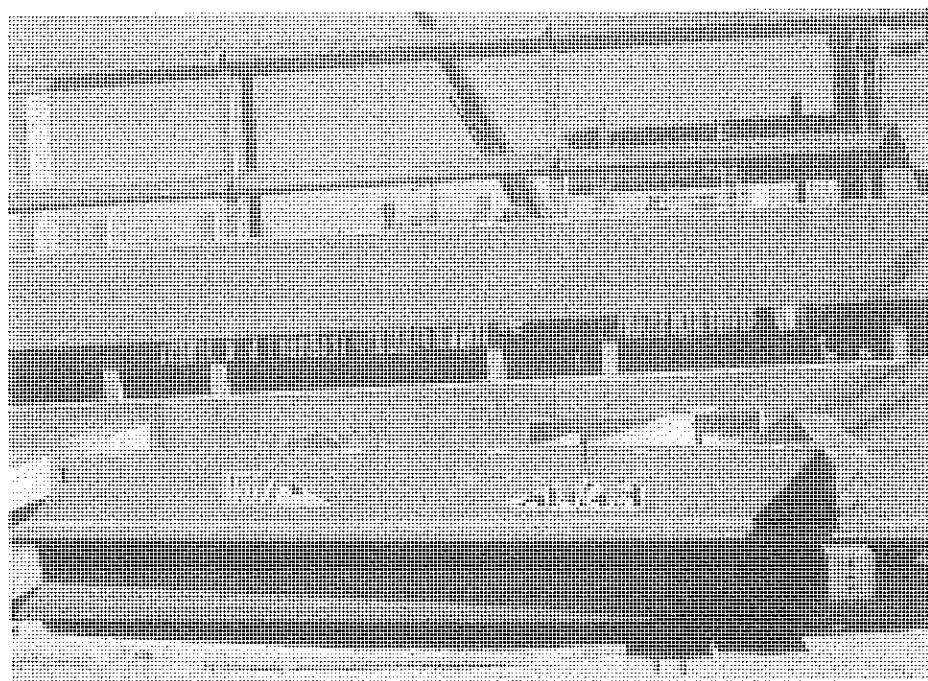


Fig. 12 Solución de pórticos en H. Detalle de la pieza.



Fig. 13 Solución de pórticos en H. Detalle de cerramiento.

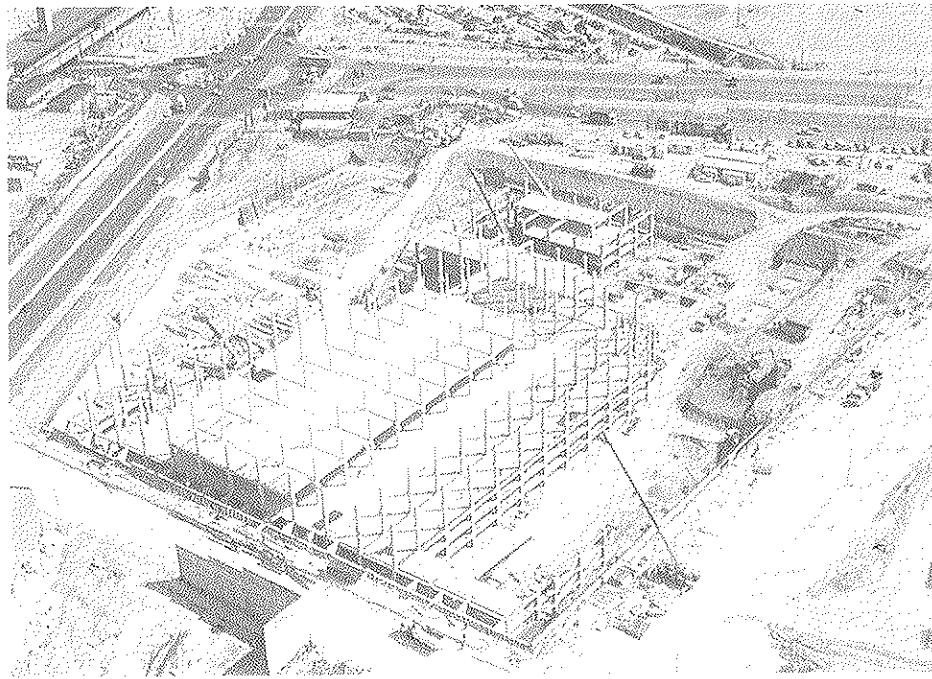


Fig. 14 Edificio con nudos rígidos. Vista general.

guramiento de calidad, eficacia en el cumplimiento de plazos y competitividad en el

coste fijo de la obra, que en el caso del programa descrito.

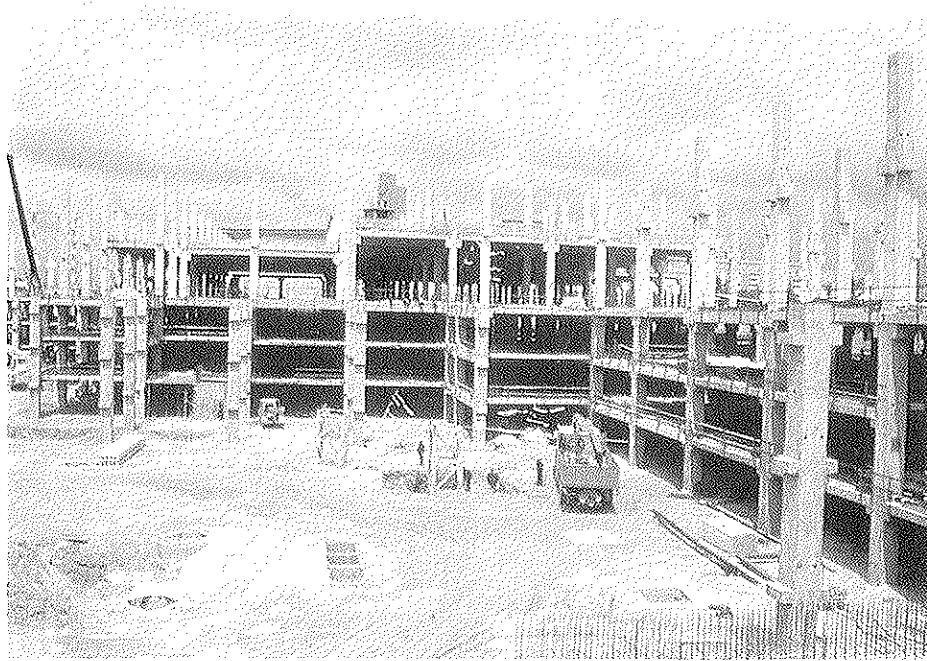


Fig. 15 Edificio con nudos rígidos. Alzado.

## RESUMEN

Se describe un programa de construcción de centros comerciales, para usos diversos, con módulos totalmente diáfanos. Se realiza un programa de prefabricación abierta, con 5 elementos: Pilar, Jácena, Jácena cargadero, Placa de forjado y Panel de Cerramiento. El artículo describe el desarrollo conceptual del modelo, así como ejemplos en los que se ha utilizado.

## SUMMARY

A program to build commertial buildings for several purposes with a system of open prefabrication is described. The system has only five elements: supports, main girders, secondary girders, prestressed slabs and wall panels. The article describes the conceptual development of the model and several examples in which it has been used.

## FIRA DE BARCELONA La cubierta de los pabellones de Montjuic 2

Jesús Javier Mateos Hernández-Briz  
Fomento de Construcciones y Contratas - Servicios Técnicos

### INTRODUCCION

Con el transcurrir de los años, los locales que FIRA de Barcelona ha venido utilizando al pie de la montaña de Montjuic, junto a la Plaza de España, se han visto desbordados por las exigencias de superficie e instalaciones que la organización de importantes eventos feriales impone a estos edificios.

Para remediarlo y a través de la sociedad FIRA-2000, se ha promovido la construcción de un nuevo recinto, ubicado dentro

del término municipal de L'Hospitalet de Llobregat, a medio camino entre los recintos actuales y el aeropuerto del Prat, según un diseño de los Arquitectos Joan Busquets i Grau y Ramón Farré Escofet, con proyecto estructural del Ingeniero de Caminos Víctor Martínez Segovia.

La obra, con un presupuesto final de casi 5.000.000.000,- de pesetas ha sido ejecutada por la unión temporal de empresas U.T.E. FIRA 2000. El comienzo de obra tuvo lugar el 28-II-94 y el plazo total de ejecución fue de 18 meses.

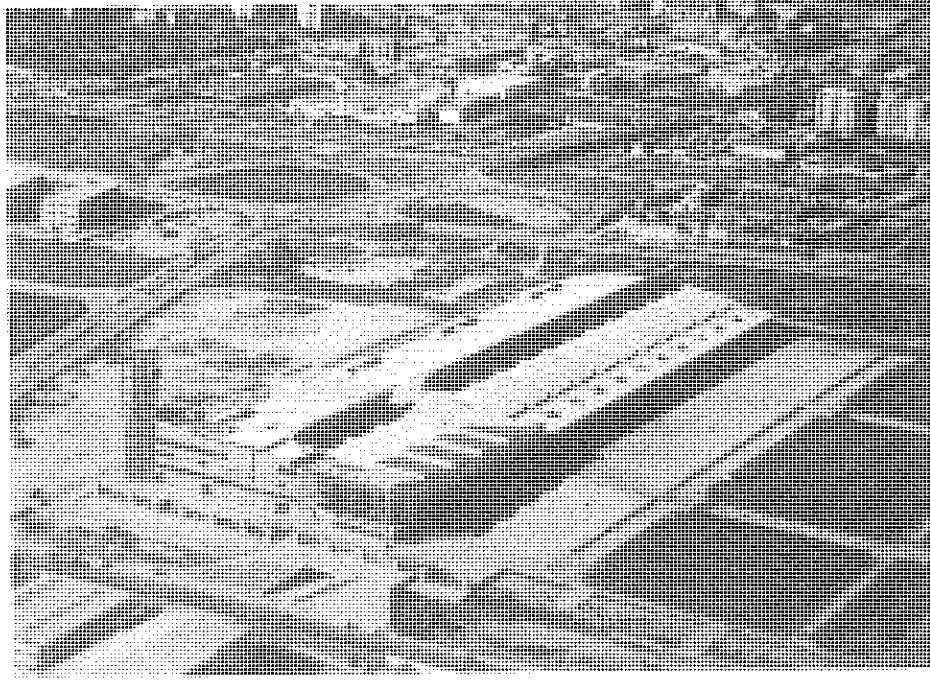


Foto 1. Vista aérea obra terminada.

## DESCRIPCION ARQUITECTONICA

Aunque con previsión de futuras ampliaciones, inicialmente, este nuevo recinto feria, conocido como "Recinto Montjuic-2", está compuesto por una única edificación que alberga dos pabellones de exposiciones, un edificio de usos varios para oficinas, salas de conferencias, zonas de servicios, etc. y un gran Hall de acceso y zonas comunes, con una superficie total construida de 47.672,- m<sup>2</sup>.

Los dos pabellones, aunque de distintas dimensiones, tienen similar diseño, con una zona cubierta de exposiciones, sin pilares intermedios, de 70 m de ancho. Tienen unas naves laterales, adosadas al pabellón, por las que se accede al mismo y donde se alojan las centralizaciones de instalaciones, zonas de descanso, bares y aseos, con una longitud total, para el pabellón A, de 70 m, y de 230 m para el pabellón B. La superficie total del área de exposiciones, exenta de pilares, es de 20.561,- m<sup>2</sup>.

La cubierta de los pabellones es de chapa de acero, parte galvanizada y lacada y parte en inoxidable, siguiendo las formas impuestas por la estructura portante, formada por correas metálicas apoyadas sobre grandes vigas de hormigón, en arco, de 70 m de luz, que a su vez quedan vistas por el interior de los pabellones.

Todo el subsuelo de las zonas de exposición está recorrido por casi 2 km de galerías de servicios visitables, que permiten que en cualquier punto de los pabellones de exposición, a través de las arquetas correspondientes, se pueda disponer de las instalaciones de electricidad, fontanería e informática necesarias en una gran exposición.

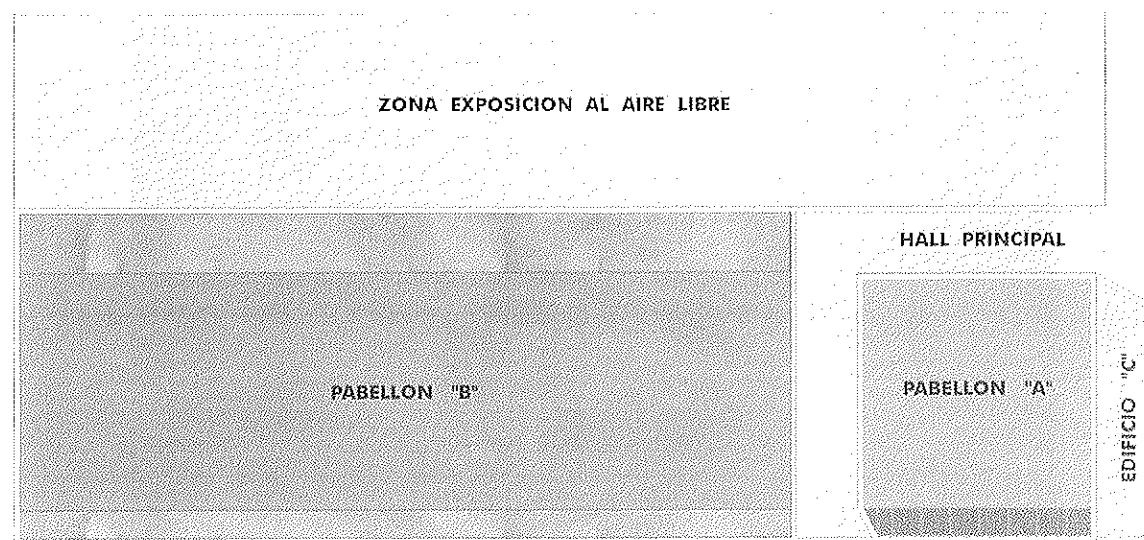
El Hall de acceso envuelve por un ángulo, al pabellón A, y separa éste del pabellón B anexo. Consiste en una gran área en "L", de 4.000 m<sup>2</sup>, con una cubierta de chapa, en forma de olas, soportada por una estructura metálica diseñada para asemejar árboles, sobre los que se apoya esta cubierta. Las dos entradas del Hall están formadas por grandes embocaduras, con altos muros de hormigón armado vistos.

Repartidas en las 4 plantas del edificio anexo, de usos varios, o edificio "C", se encuentran las salas de reuniones y conferencias, oficinas y zonas comunes. En los sótanos de este edificio se dispone de 450 plazas de aparcamiento cubierto. La superficie total construida es de 4.300,- m<sup>2</sup>.

## DESCRIPCION DE LA CUBIERTA DE LOS PABELLONES

### CIMENTACION

Al tratarse de un terreno compuesto bási-



## PLANTA DE DISTRIBUCION

Figura 1. Planta de distribución.

camente por un substrato de limos deformables, de unos cinco a ocho metros de profundidad, que descansa sobre unas formaciones areniscas de aceptable capacidad portante, la cimentación de las superestructuras se ha realizado mediante pilotes profundos, cuya punta penetra en las capas de arena. El sistema utilizado es el de ejecución "in situ", mediante barrena continua.

### ESTRUCTURA PORTANTE DE CUBIERTA

El conjunto del nuevo recinto ferial presenta una estructuración básicamente longitudinal, configurada con una gran cubierta, de 70 m de luz, formada por unas vigas arco de hormigón armado y postesado, apoyadas sobre dos bandas estructurales, laterales, de 10 m de crujía, en el lado Oeste, y 20 m en el lado Este. La separación entre pórticos, en ambos casos, es de 10 m, existiendo forjados en las cotas + 5,50 y + 10,25.

Estas estructuras laterales están compuestas, al nivel + 5,50, por elementos "in situ", de hormigón armado, formados por pilares rectangulares o circulares y vigas de cuelgue que soportan forjados de losa plana, maciza. Los forjados de la cota + 10,25 (cubierta) son de hormigón y están formados por un entramado de vigas armadas, parte prefabricadas y parte "in situ", conformando pórticos rígidos y forjado prefabricado de placas aligeradas, de hormigón pretensado.

### VIGAS ARCO DE LA CUBIERTA DE PABELLONES

Como elemento portante principal de la cubierta, se construyeron 16 grandes vigas de hormigón postesado, de 70 m de luz. El material y la sección transversal de estas vigas vinieron muy condicionados por el diseño arquitectónico, que imponía como material el hormigón y una sección transversal formada por tres almas delgadas, paralelas, unidas por diafragmas perforados para el paso de instalaciones.

Aunque en el diseño arquitectónico original la tipología utilizada era el arco atirantado, diversos factores llevaron a una tipología final de viga curva, en "T", de tres almas, postesada, autoportante, que pudiera o no llevar el tirante inferior, pero ya no como elemento estructural fundamental. Con este nuevo diseño se conseguía eliminar posibles problemas de estabilidad al fuego de la cubierta y permitía un proceso constructivo ajustado a los reducidos plazos de ejecución de la obra.

Estas vigas quedan vistas por el interior de los pabellones, aunque no en toda su altura, ya que las jácenas y correas de cubierta entestan a media altura de las almas laterales, produciendo una sensación de mayor ligereza del conjunto de la cubierta.

Las tres almas de la viga van unidas, con el mismo espaciamiento que las correas de cubierta, por diafragmas de hormigón, con un aligeramiento central que permite el paso

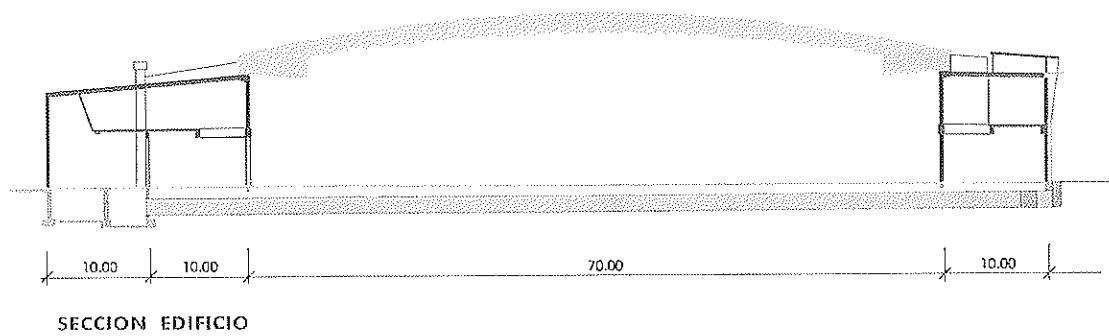
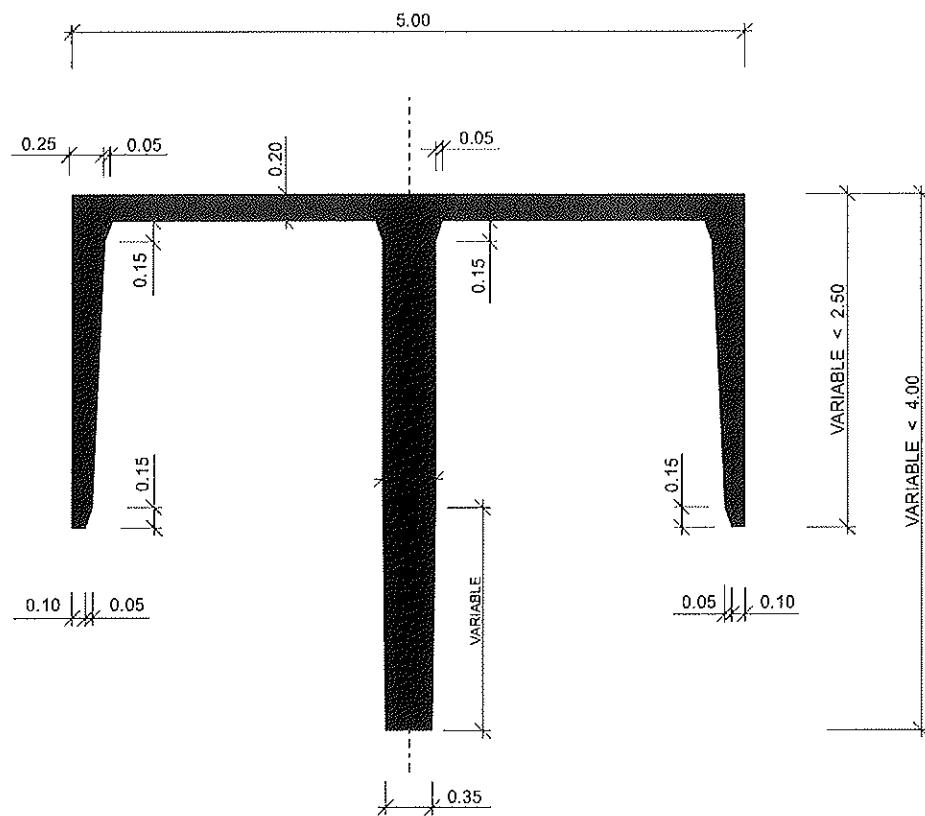


Figura 2. Croquis sección del edificio.



### SECCION TRANSVERSAL VIGA

Figura 3. Croquis sección transversal viga.

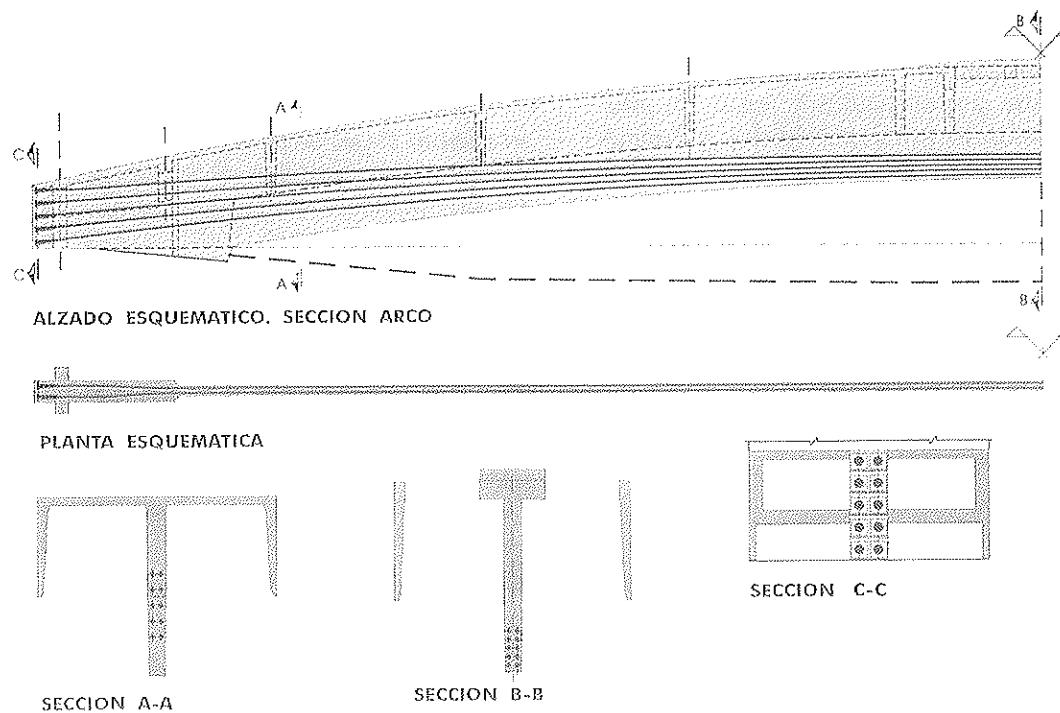


Figura 4. Croquis alzado y secciones postesado.

de los conductos de ventilación. El ala superior de la viga tiene, en el centro de la luz, unas importantes aberturas que permiten dar continuidad al lucernario de cubierta.

Estas vigas se apoyan, en las estructuras laterales descritas, sobre unos grandes pilares, en forma de "W" casi triangular, que continúan hasta cimentación con dos fustes circulares, de 50 cm de diámetro; por lo que el conjunto de apoyo posee un aspecto de extraordinaria esbeltez.

### ESTRUCTURA METALICA INTERMEDIA DE CUBIERTA

Está formada por una doble familia de vigas, la primera, con separaciones de 7,7 m, salva los 15 m de luz libre entre caras interiores de las vigas arco de los módulos continuos. Estos perfiles se han armado, formándose con un ala superior de palastro, un alma con aligeramientos circulares, y una ala inferior de perfil tubular.

La familia secundaria, ortogonal a la anterior, y con separación de 5 m, está formada por perfiles similares a los anteriores, pero con dimensiones proporcionalmente más reducidas.

A lo largo de toda la cumbre del Pabellón de Exposiciones, se dispone un lucernario c/ sección trapezoidal, de 7 m de altura, que se organiza sobre una estructura básica de perfiles metálicos, con separaciones de 5 m.

### PROCESO CONSTRUCTIVO, PREFABRICACION E IZADO - VIGAS ARCO

Como ya se ha dicho, partiendo de la exigencia de los autores del proyecto de que el aspecto de la estructura se debía respetar estrictamente (lo que eliminaba soluciones evidentes de estructura metálica), se decidió modificar totalmente el concepto resistente interno de la solución, de manera que, manteniendo las formas exteriores, se consiguiera un elemento viga autoportante

que permitiera su fabricación en suelo y su posterior izado a su posición definitiva. De esta forma, el tirante quedaba como elemento estructural secundario, sin requerimientos de resistencia al fuego, y cuya instalación no condicionaba el plazo de ejecución.

De acuerdo con los Arquitectos autores del proyecto, los Servicios Técnicos de FCC desarrollaron un nuevo diseño, en el que se modificó ligeramente la sección transversal original, cerrándola con una losa superior, de manera que se obtuvo una sección en "T", con un alma central principal y dos almas laterales secundarias. La losa superior en la sección de centro de luz de la viga, debía presentar unas aperturas que permitieran el paso de la luz y dieran continuidad al lucernario de cubierta. La secuencia de diafragmas transversales se modificó, también, de manera que quedaran al ritmo exacto de las correas metálicas de la cubierta, que atacan lateralmente a las vigas-arco.

Como concepto estructural se utilizó el de viga de hormigón, postesada, disponiéndose, en el alma central, 10 familias de cables de  $15 \phi 0,6"$ , continuos de extremo a extremo de la viga, con anclajes activos en ambos lados. Para la correcta ubicación de los anclajes, en la zona de la cabeza de la viga se regresa el ancho del alma, pasando de 40 a 80 cm.

Los diafragmas, o riostras extremas utilizadas para apoyo de las vigas sobre sus pilares, y las siguientes, usadas como punto de cuelgue de los anclajes para el izado, se resuelven, para la transmisión de las grandes cargas a que están sometidas, como placas-diafragma, de hormigón armado, con la complicación añadida de los aligeramientos circulares, que interrumpen la traza natural de las bielas de tracción y compresión.

En la zona de la cabeza de las vigas, y con objeto de asegurar la transmisión de los axiles de pretensado a las almas laterales y lograr además, una cierta rigidez torsional de la zona de apoyo, se dispuso un ala inferior, entre las riostras correspondientes a apoyo e izado, y a nivel de la

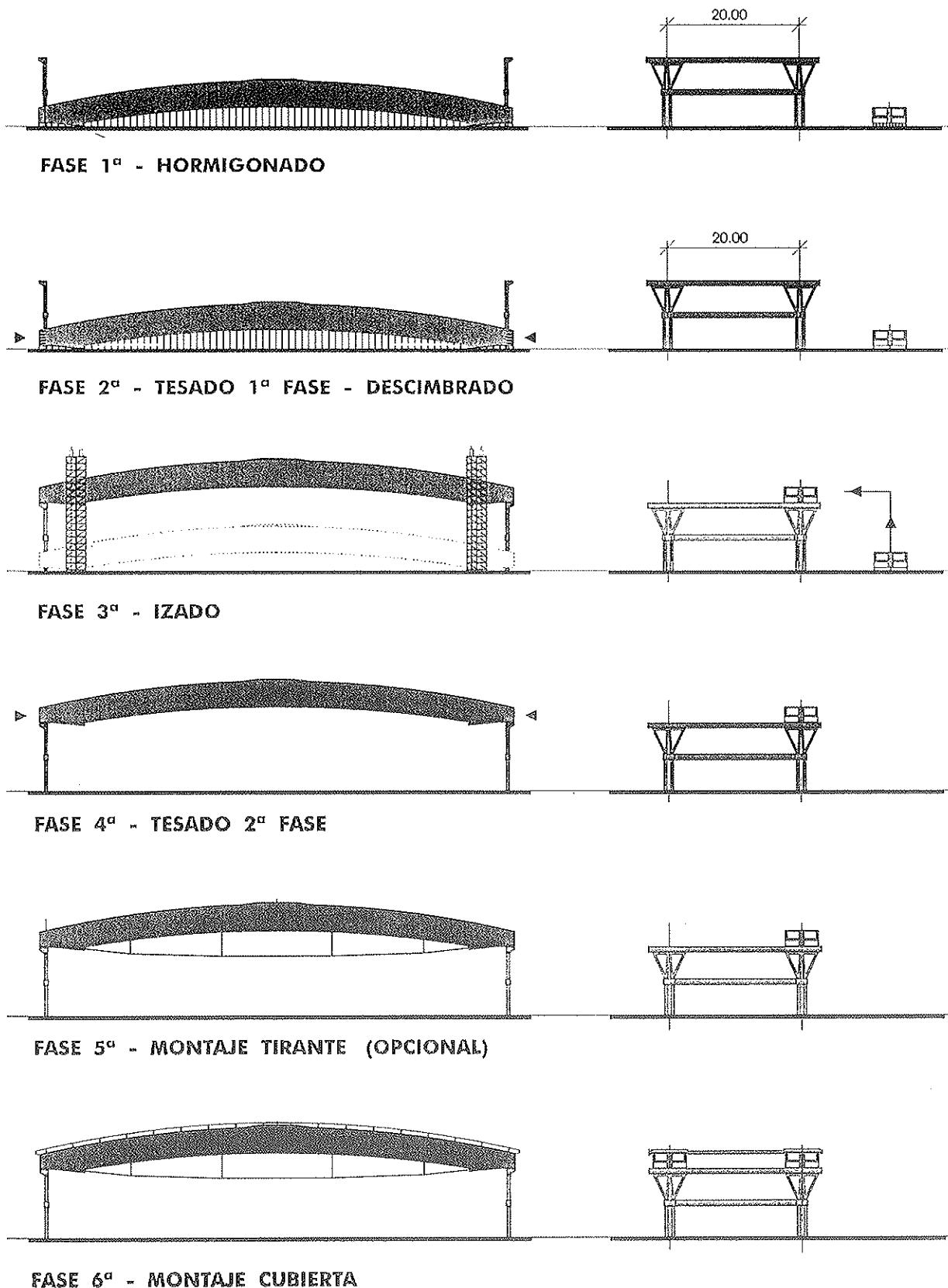
**FASES PROCEDIMIENTO CONSTRUCTIVO**

Figura 5. Croquis proceso constructivo.

parte baja de las mismas, que cerraba, con las almas laterales, esta zona en cajón.

El proceso de ejecución diseñado consistía en el hormigonado de la viga, en un encofrado especialmente diseñado, a nivel prácticamente de suelo. Tras el desencofrado de costeros y con la viga aún apoyada sobre el fondillo de encofrado, se procedía al tesado de 8 de las 10 familias de cables,

con lo que la viga se podía acabar de desencofrar quedando ya apoyada, exclusivamente en los extremos, sobre zapatas provisionales. Desde esta posición se procedía al izado hasta su posición, mediante pórticos especiales y gatos hidráulicos. Una vez en posición, se completaba el tesado y se estaba en condiciones de montaje de cubierta y, en su caso, de montaje del tirante inferior, como elemento decorativo y estructural secundario.

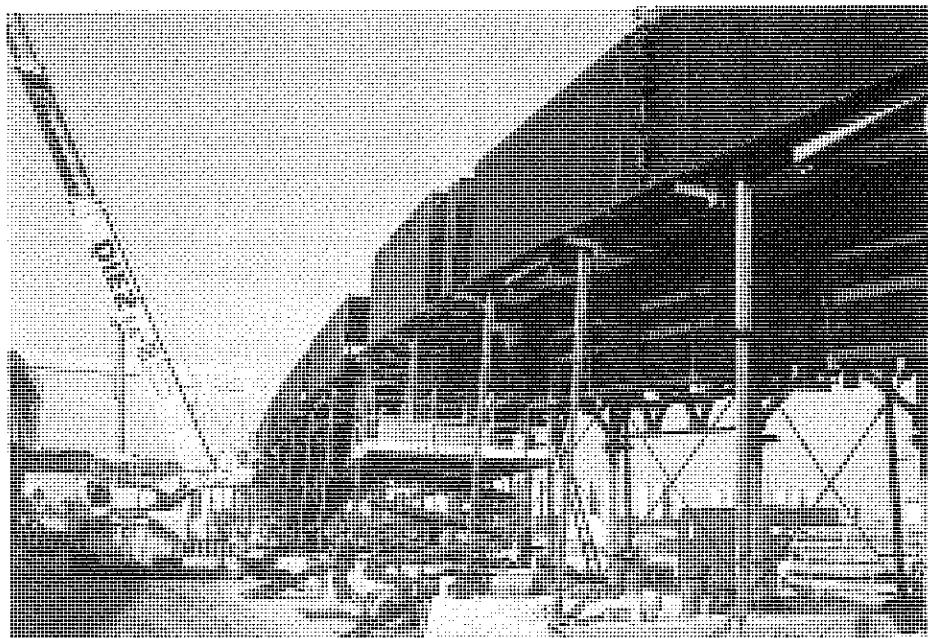


Foto 2. Vista encofrados viga.

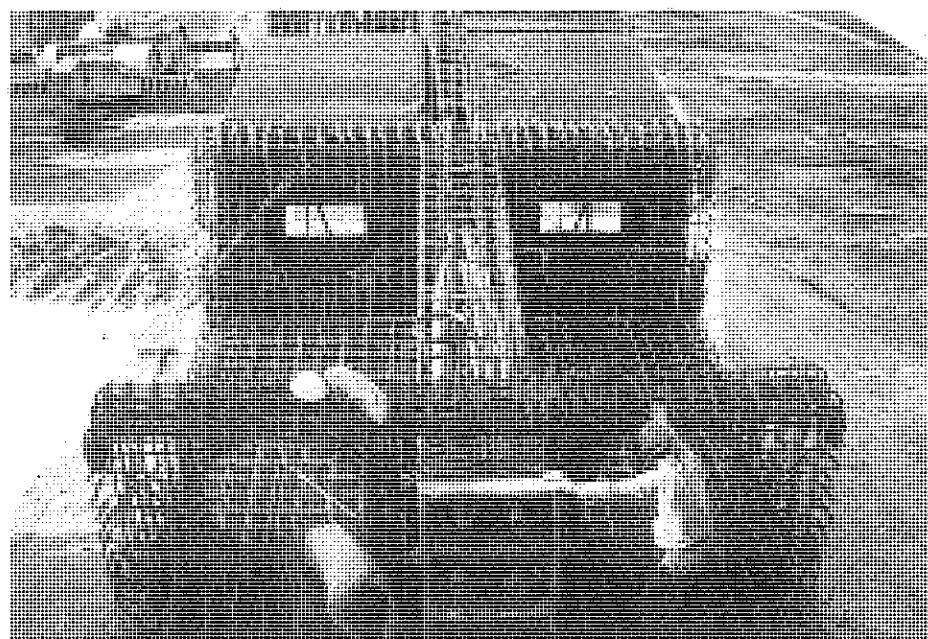


Foto 3. Vista ferralla cabeza de viga.

Todo el conjunto de encofrados en el que se fabrica la viga, descansa sobre placas de cimentación diseñadas específicamente para ser transportables y, por tanto, reutilizables a lo largo de las 16 distintas puestas del encofrado. Entre estas cimentaciones provisionales, destacan las zapatas extremas sobre las que, aparte del encofrado, a partir del momento en que se tesan los cables de pretensado, gravita la totalidad del peso de la pieza (710 t) hasta su izado definitivo.

La ferralla de las vigas presenta un grado de complicación importante. Con objeto de asegurar la correcta colocación de las distintas barras sin que el tiempo de ocupación del encofrado para el ferrallado impidiera el cumplimiento de plazos, se recurrió ampliamente a la prefabricación de jaulas de armadura.

Una vez completado el ferrallado y cerrados los últimos paneles de encofrado, se hormigonaba la pieza. Este hormigonado se realizaba en una sola fase, con objeto de evitar juntas de hormigonado, no deseables estructuralmente e inaceptables desde el punto de vista de diseño arquitectónico.

Al día siguiente del hormigonado, se procedía al desencofrado de costeros y retirada de los cajones laterales, dejando la

viga reposando sobre el fondo de encofrado. Esta operación, realizada a temprana edad del hormigón, implica la transferencia de cargas a través de éste, para quedar apoyado exclusivamente en el alma central.

Aproximadamente 48 horas después del hormigonado y comprobado que el hormigón había alcanzado la resistencia especificada en el diseño para esta fase ( $250 \text{ kg/cm}^2$ ), se procedía al tesado de 4 de las 5 familias de cables de pretensado proyectadas (la quinta se tesa después de izada la viga). Este tesado se realiza, suavemente, desde ambos extremos, con objeto de reducir pérdidas por rozamiento, inyectándose después las vainas con lechada de cemento. Con las 4 familias de cables tadas e inyectadas, quedaba ya la viga dispuesta para el izado.

El izado de las piezas, con un peso, cada una, de 710 t, se basa en la utilización de unos pórticos especiales que, mediante gatos hidráulicos, permiten controlar el movimiento de las piezas en dos direcciones (verticalmente, mediante dos gatos de 1.000 t en cada pórtico, que accionan sobre los cables de suspensión; y horizontalmente, en dirección transversal, mediante otros gatos que obligan al bloque completo de los gatos de izado a deslizar sobre un siste-

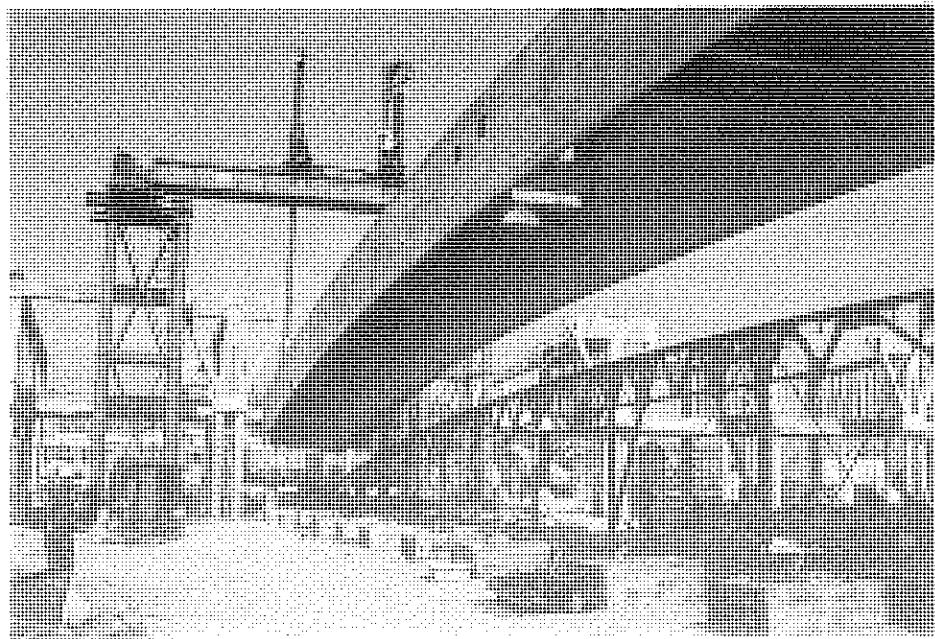


Foto 4. Vista del izado de las vigas.

ma de patines y guías) hasta depositarlas en su posición definitiva.

El cuelgue se conseguía mediante unos útiles específicos, provistos de un terminal de anclaje de cables (similar a las placas de anclaje de postesado o de tirantes), unida a una placa taladrada que es la que a su vez se fija a la pieza de hormigón mediante pernos roscados y tuercas (en nuestro caso, se usaron barras GEWI, de  $\phi$  25 mm). A esta placa se anclaban los cables de los que los gatos principales tiraban para izar la pieza.

El hecho de que no existiera posibilidad de corrección de posición en la dirección longitudinal a la viga, obligaba a un cuidado replanteo, tanto del encofrado en la fabricación de la pieza, como de las torres de los pórticos de izado. Estas torres se apoyaban sobre zapatas provisionales que, como en el caso de los apoyos de encofrado, se diseñaron y fabricaron de forma que fueran transportables y reutilizables en los distintos izados, a lo largo de la obra.

La maniobra diseñada se iniciaba con un primer izado, de aproximadamente un metro, de forma que la viga quedara ya definitivamente independizada de sus apoyos provisionales. En este punto, se realiza-

ba un primer ripado lateral hacia afuera, que permitía (aun con una holgura escasa) que, posteriormente, al izar, se salvara el paso del lateral de la cabeza del pilar en "W". Conseguida esta posición lateral, se realizaba el izado principal de la viga hasta superar la cota final de apoyo; momento en el que se realizaba el ripado lateral final, con el que se llevaba la pieza, ya, a la vertical de su posición definitiva, donde se dejaba reposar sobre sus apoyos de neopreno, con lo que finalizaba la operación de izado.

El conjunto de todas las maniobras de izado duraba, salvo inconvenientes, entre tres y cuatro horas, desde el inicio hasta que la pieza reposa sobre sus apoyos definitivos.

Todo el proceso de izado se mantenía controlado mediante la verificación de las presiones de aceite de los gatos principales y sus recorridos de émbolo, de forma que, permanentemente, se aseguraba el comportamiento estable del conjunto (la elevada posición del centro de gravedad de la pieza, dada su forma en arco, implicaba que un giro transversal excesivo de la pieza la llevara a inestabilidad). Una vez acabada la operación, con la pieza reposando ya sobre los neoprenos, pero antes de soltar los cables, se realizaba la verificación topo-

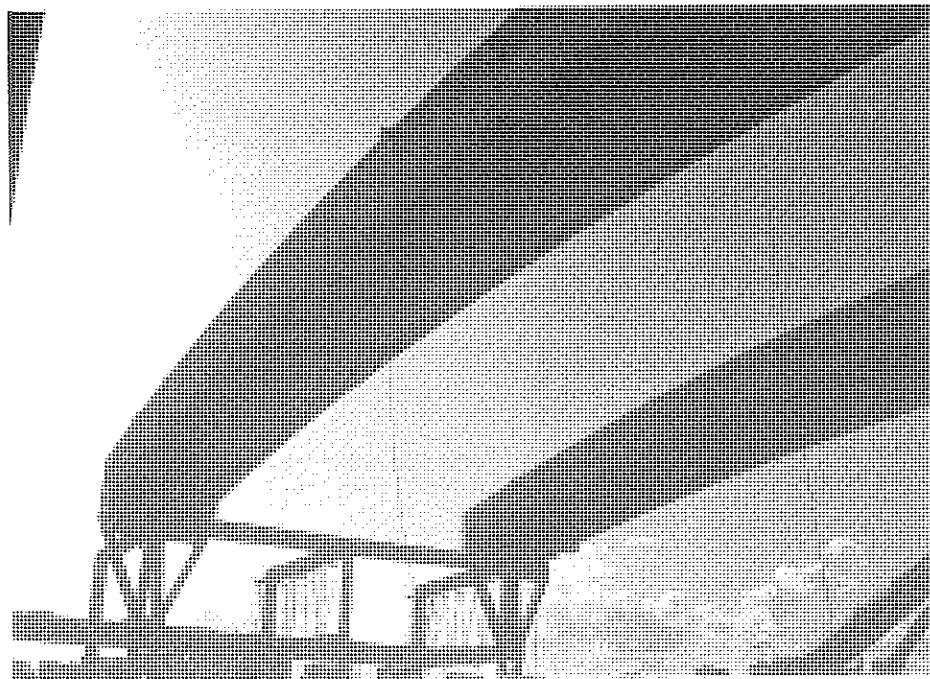
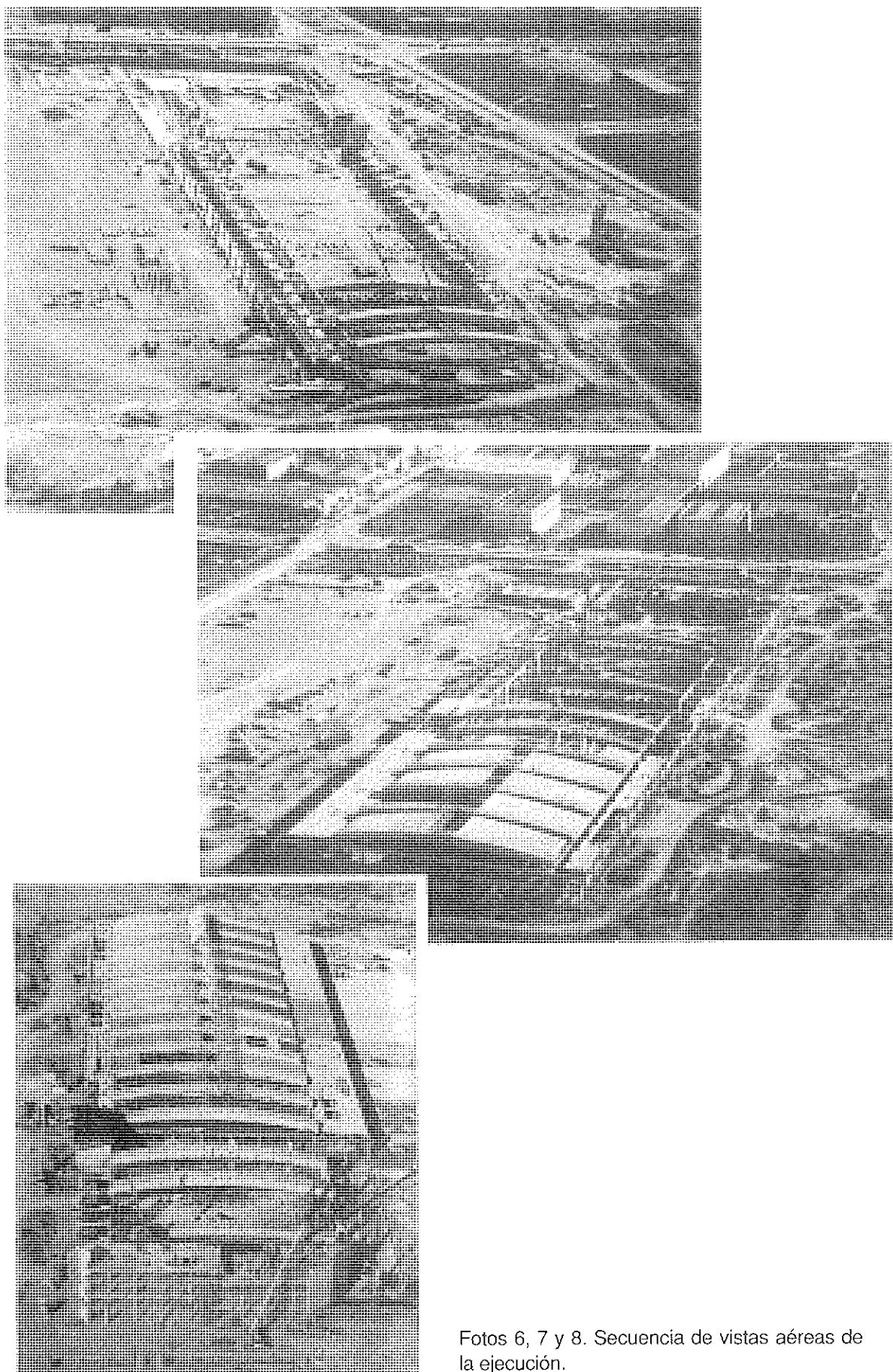


Foto 5. Vista de los arcos ya izados.



Fotos 6, 7 y 8. Secuencia de vistas aéreas de la ejecución.

gráfica final del replanteo de la viga.

Con la viga ya montada en su posición, se procedía a la finalización de las tareas de postesado, con la puesta en tensión e inyección de vainas de la última familia de cables y el sellado de las cabezas de anclaje. En este momento, la viga queda estructuralmente terminada y dispuesta para la instalación de todos los elementos de cubierta y, eventualmente, del tirante inferior.

El ciclo completo de fabricación y montaje de cada viga, aunque muy influenciable por condicionantes externos de tipo meteorológico, se llegó a establecer en algo menos de una semana por viga, trabajando a tres turnos, y disponiendo de un doble juego de apoyos y fondo de encofrado que permitieran adelantar los trabajos de replanteo y ferralla inicial.

## UNIDADES DE OBRA MAS SIGNIFICATIVAS

50.000,- m <sup>3</sup>	Hormigón
3.500.000,- kg	Acero AEH-500
234.000,00 kg	Cordón de acero C7-15,20
Ah-1.860-R2 UNE 36.093/1	
110,40 ml	Pilote CPI-8 850
9.201,15 ml	Pilote CPI 8 650
1.831,35 ml	Pilote CPI-8 550
16.371,22 m <sup>2</sup>	Forjado prefabricado, de
	losas aligeradas, sistema SPAN-DECK
1.500.000,- kg	Acero estructural

## RESUMEN

El artículo describe la solución estructural y el proceso constructivo para la cubier-

ta de unos pabellones de exposición, de 70 m de luz, en Barcelona.

El esquema estructural es de viga de hormigón, postesada, simplemente apoyada. La sección transversal está formada por tres almas paralelas y una cabeza de compresión que las une. El canto es variable, con un máximo de 4 m.

El proceso constructivo se basa en la ejecución de la viga en el suelo, sobre unos encofrados especialmente diseñados. Una vez hormigonada, se procede a la puesta en tensión de los cables de pretensado para, posteriormente, proceder a su izado, mediante gatos hidráulicos, hasta su posición definitiva, donde ya se montan el resto de elementos (estructura metálica y chapa galvanizada) que componen la cubierta.

## SUMMARY

The article describes the structural solutions and the erecting processes developed for the roof, of two 70 m span of some exposition pavilions built in Barcelona.

The structural scheme corresponds to a simply supported prestressed concrete beam. Cross section consists in three concrete webs with a top compression flange between them. The total depth of the beam varies up to a maximum of 4 m.

Construction scheme is based on the erecting of the beam at ground level, using specially designed forms. After concreting, the postension steel tendons are stressed and then the beam is hoisted by hidraulic jacks up to its final position where all other roof elements (steel structure, cover galvanized sheet, etc.) are installed.

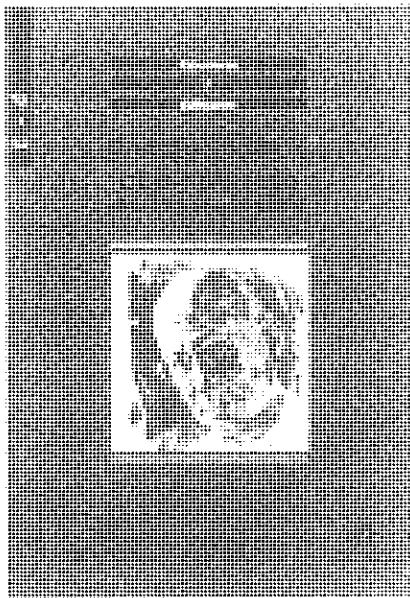
## NUEVA PUBLICACION

### CODIGO MODELO CEB-FIP 1990, PARA HORMIGON ESTRUCTURAL

Continuando con la serie de publicaciones que esta **Asociación Técnica Española del Pretensado** viene publicando, en las cuales se recogen las recomendaciones que se consideran idóneas para conseguir un adecuado proyecto, realización, mantenimiento y utilización de las obras pretensadas, se ha editado ahora la versión en español del **Código Modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural**.

El primer Código Modelo se publicó en 1964 bajo el título de **Recomendaciones del CEB** y fue traducido posteriormente a más de veinte idiomas. El segundo Código Modelo se publicó en 1978 bajo el título **Código Modelo CEB-FIP** y ha constituido la base del Eurocódigo 2, así como de más de veinte Códigos nacionales, entre ellos el español (**Instrucciones EH y EP**). La obra que ahora se ofrece es el tercer Código Modelo, publicado por CEB-FIP y que contiene los resultados de las últimas investigaciones europeas en el ámbito de la normativa de las estructuras de hormigón.

Por todo lo anterior, la **Asociación Técnica Española del Pretensado** consideró, en su momento, que resultaba de gran interés poner a disposición de los técnicos españoles la versión en castellano de este importante documento. Esta edición es la primera traducción que aparece tras la publicación original en lengua inglesa. Esta iniciativa se incluye, por otra parte, en el marco del acuerdo de colaboración entre ATEP y GEHO, las dos Asociaciones que se ocupan del hormigón en nuestro país.



El precio de esta publicación, de 575 páginas, con numerosas figuras y tablas, es de DIEZ MIL PESETAS, IVA incluido (CIEN DOLARES USA, para el extranjero). No obstante, como siempre, a los Miembros de la ATEP se les concede un sensible descuento, por lo que podrán adquirir cuantos ejemplares deseen al precio de SIETE MIL QUINIENTAS PESETAS, IVA incluido (SETENTA Y CINCO DOLARES USA, para el extranjero) cada ejemplar.

Los pedidos, que serán atendidos por riguroso orden de recepción, deben dirigirse a la **Asociación Técnica Española del Pretensado, Apartado 19002, 28080 Madrid**.

Debe tenerse en cuenta que, de conformidad con las normas establecidas, sólo podrán ser atendidas aquellas peticiones que vengan acompañadas, bien de cheque extendido a nombre de la **Asociación**, por el importe total del pedido formulado, o bien de copia de la correspondiente orden de transferencia efectuada a la cuenta que la ATEP tiene abierta, con el número 1560/271, en la Sucursal de Potosí, calle Bolivia nº 11, 28016 Madrid, del Banco Español de Crédito. (**Datos del Banco: 0030-1125-19**).

**Durabilidad de las armaduras  
en hormigones con cenizas volantes**  
**C. Alonso y C. Andrade**  
**Instituto de Ciencias de la Construcción “Eduardo Torroja”**

## 1. INTRODUCCION

El elemento más débil en la durabilidad de las estructuras de hormigón es, generalmente, la armadura, aunque la experiencia ha demostrado que el hormigón es capaz de protegerla por tiempo indefinido. Por este motivo, la calidad del recubrimiento juega un papel vital en la vida en servicio de una estructura. El recubrimiento, además de otras funciones, debe ser capaz de proteger a la armadura, hecho que se consigue: a) gracias al pH tan alcalino que caracteriza a la fase acuosa de los poros, 12 a 14, procedente del hidróxido cálcico generado en la hidratación del cemento portland y a los

contenidos en álcalis  $\text{Na}^+$  y  $\text{K}^+$ , y b) aumentando la compacidad del recubrimiento.

La capacidad protectora del recubrimiento depende de factores como el tipo y contenido de cemento, o la relación agua/cemento empleada en el amasado. La adición de cenizas volantes al hormigón puede influir, por tanto, sobre la capacidad protectora de dicho recubrimiento <sup>(1-3)</sup>.

En relación a la importancia del recubrimiento en la durabilidad, Tuutti <sup>(4)</sup> establece que la vida útil de una estructura, desde el punto de vista de la corrosión de armaduras, se divide en dos etapas (Figura 1). La prime-

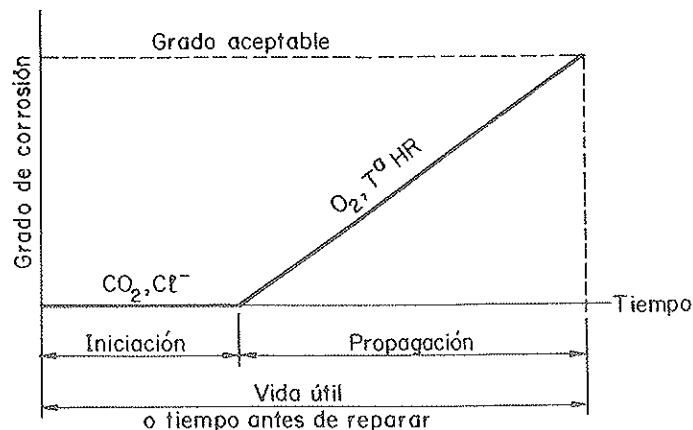


Fig. 1. Diagrama de vida útil para estructuras dañadas por corrosión de armaduras, según Tuutti <sup>(4)</sup>

ra etapa, o período de iniciación, se define como el tiempo que tarda el agresivo en llegar hasta la armadura. Los cloruros y el CO<sub>2</sub> (carbonatación) son los agentes agresivos que habitualmente causan corrosión en la armadura. La segunda etapa es el período de propagación, o etapa de corrosión activa de la armadura. La vida útil finaliza cuando se ha llegado a un cierto grado de deterioro de la estructura.

La mayor parte de la investigación realizada en hormigones conteniendo cenizas volantes, se dirige a la corrosión provocada por los cloruros<sup>(5-12)</sup>. Todos coinciden en que la adición de cenizas mejora su durabilidad. Las razones que lo sustentan se basan en el hecho de que los cloruros pueden encontrarse combinados; en estas circunstancias es importante el contenido en aluminatos de las cenizas. Generalmente, se ha empleado el cálculo del coeficiente de difusión a los cloruros para valorar el período de iniciación de la corrosión, y se ha concluido que la adición de cenizas conduce a menores coeficientes de difusión<sup>(12-21)</sup>.

En cuanto a la carbonatación, algunos investigadores inciden en que los hormigones con cenizas se carbonatan más deprisa<sup>(22-28)</sup>. Otros, sin embargo, plantean que esto no ocurre si se controla la relación a/c, o se añade ceniza sin sustituir parcialmente al cemento<sup>(29-34)</sup>.

En este trabajo se establece una metodología que permite la cuantificación del período de iniciación y de propagación frente a la corrosión, en hormigones fabricados con cemento portland y adición con cenizas volantes, y se valoran los efectos de la adición de cenizas en el período de vida útil.

## II. METODO EXPERIMENTAL

La experimentación se ha realizado tanto en el laboratorio como en condiciones de exposición natural,. Para ello, se fabricaron varios tipos de probetas, dependiendo del tipo de ensayo, de hormigón o mortero, y con o sin armaduras.

*Probetas para los estudios de penetración de cloruros:*

- Probetas de hormigón:

a) Cilíndrica, de 15 x 30 cm, sin armaduras, expuestas en la zona de mareas en una playa en Huelva.

b) Prismáticas, de 10 x 15 x 20 cm, con armaduras a 5, 15, 25, 45 y 75 mm de profundidad, sumergidas en balsas con agua de mar natural (zona del puerto de Barcelona).

c) Prismáticas, de 10 x 15 x 20 cm, con armaduras a 5, 15, 25, 45 y 75 mm, sometidas a ciclos de inmersión/secado, con cloruros, en el laboratorio.

- Probetas de mortero:

Prismáticas, de 4 x 4 x 16 cm, sin armaduras en balsas con agua de mar natural (Atlántico) en Huelva.

*Probetas para los ensayos de carbonatación:*

- Probetas cúbicas de hormigón, de 7 x 7 x 7 cm, sin armaduras, para exposición a carbonatación natural a la atmósfera de Madrid.
- Probetas prismáticas de mortero, de 2 x 5,5 x 8 cm, con armaduras, para ensayos de corrosión en probetas carbonatadas en el laboratorio.

Las probetas de hormigón se hicieron con dosificación de 300 Kg de cemento + ceniza. Las cenizas volantes se adicionaron en proporciones de 0, 15 y 35%. Se empleó una relación a/c fija, de 0,52. Como cemento se empleó un I-45, de bajo contenido en álcalis y aluminatos. Como árido se empleó arena silícea y árido grueso de machaqueo, de 12 mm de tamaño máximo. La Tabla I recoge la composición química del cemento y de las cinco cenizas empleadas. Se hicieron dos tipos de curado: a) 7 días bajo agua, definido como buen curado (B), y b) 24 horas en el molde, llamado mal curado (M).

Las probetas de mortero se hicieron con relación c/a = 1/3 y a/c = 0,5. Las cenizas se adicionaron en las mismas proporciones que en las probetas de hormigón.

*Técnicas de medida empleadas*

Para cuantificar el período de iniciación se determinaron: la profundidad de carbonatación, empleando el método de la fenolfta-

Composic.	I-45	Cenz. A	Cenz. B	Cenz. C	Cenz. D	Cenz. E
Perf. Fueg.	1,53	3,63	5,89	2,83	5,77	2,07
Res. Insol	1,92	—	—	—	—	—
SO <sub>3</sub>	3,89	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
SiO <sub>2</sub>	19,89	51,12	47,20	49,95	46,89	43,80
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3,05	27,49	29,21	28,56	17,32	28,48
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	4,12	6,79	7,42	7,64	18,14	15,26
CaO	63,71	2,63	4,96	3,42	5,83	5,94
MgO	1,55	2,25	1,81	1,86	1,65	1,28
Cl	0,02	—	—	—	—	—
Na <sub>2</sub> O	0,13	1,08	0,75	0,67	0,54	0,81
K <sub>2</sub> O	0,45	2,90	2,77	2,80	2,30	1,08

Tabla 1. Composición química del cemento y de las cenizas.

leina; y el contenido en cloruros, por fluorescencia de rayos X y análisis con electrodo selectivo al ión cloruro, mediante extracción de una muestra de las probetas a distintas profundidades, una vez finalizados los períodos de ensayo.

Para determinar el período de propagación se midió la velocidad de corrosión, I<sub>corr</sub>, de las armaduras, en las distintas condiciones ambientales ensayadas: humedades del 50%, 100% y parcialmente sumergidas (PS). Para ello, se empleó la técnica de Resistencia de Polarización, ampliamente descrita en <sup>(35)</sup>.

cuando el frente carbonatado llega al nivel de la armadura, y la despasiva.

La valoración de este período con los hormigones aquí ensayados, se ha realizado a partir de las medidas de profundidad de carbonatación, a 0,5, 1, 2, 3, 4 y 5 años. En la Figura 2 se expone un ejemplo, para el 15% de adición de ceniza y buen curado. La ley que sigue el proceso es potencial, del tipo  $X = K_{CO_2} \sqrt{t}$ , donde  $K_{CO_2}$  es el coeficiente de carbonatación, cuyo valor se puede determinar fácilmente a través de una representación doble logarítmica, como la de la Figura 3. A partir de dicho coeficiente es posible predecir  $X$  (profundidad de carbonatación, en mm) o  $t$  (tiempo, en años).

Los valores de los coeficientes de durabilidad frente a la carbonatación, en los hormigones con cenizas ensayados, oscilan entre 4-5 mm/año<sup>0.5</sup> sin cenizas y buen curado, y 4-6 mm/año<sup>0.5</sup> con 15% de sustitución por ceniza; mientras que con un 35% presentan un  $K_{CO_2}$  de 6-8 mm/año<sup>0.5</sup>. En cuanto a un mal curado, hace que el hormigón, independientemente de su composición, sea poco resistente a la carbonatación, con  $K_{CO_2} > 10$  mm/año<sup>0.5</sup>.

### III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La valoración de la durabilidad de las armaduras en hormigones con cenizas volantes, se ha realizado cuantificando el diagrama de vida útil de la figura 1<sup>(4)</sup>, para el caso de la carbonatación y de los cloruros.

#### 1. Comportamiento frente a la carbonatación

##### a) Cálculo del período de iniciación

En el caso de la carbonatación, el período de iniciación se ha considerado que finaliza

##### b) Cálculo del período de propagación

En el período de propagación se ha considerado que el parámetro controlante es la

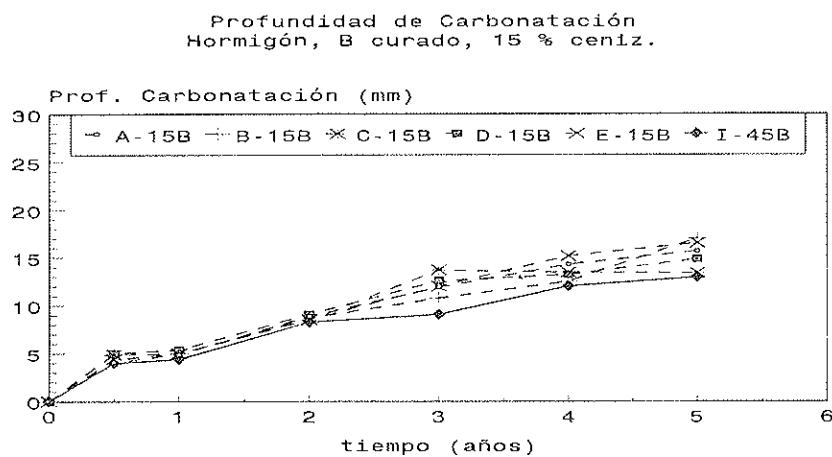


Figura 2. Evolución de la profundidad de carbonatación de hormigones con 15% de ceniza volante.

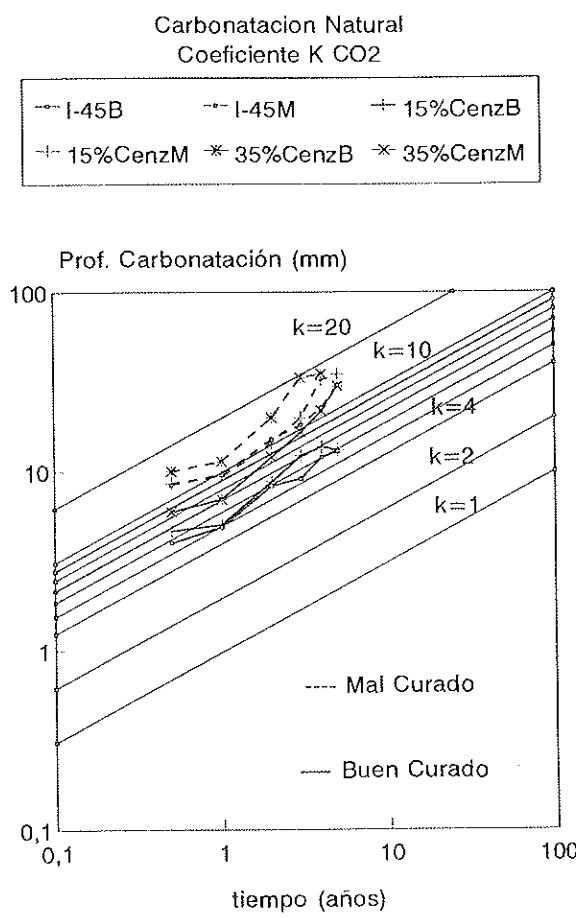


Fig. 3. Determinación de  $K_{CO_2}$  de carbonatación, en hormigones con varias adiciones de ceniza volante.

velocidad de corrosión ( $I_{corr}$ )<sup>(36)</sup>. La variable velocidad de corrosión informa sobre la cantidad de acero corroído. Los valores de

$I_{corr}$  (en  $\mu A/cm^2$ ) se pueden transformar en pérdida de peso ( $g/cm^2$ ) a través de la ley de Faraday; y a partir de ellos, en pérdida de

sección o penetración del ataque (en  $\mu\text{m/año}$ ), suponiendo una corrosión homogénea.<sup>(36,37)</sup>

Para calcular este período se han tomado las medidas de intensidad de corrosión realizadas en armaduras embebidas en mortero carbonatado y sometidas a ciclos de humedad-seco Figura 4. Las medidas indicaron pocas diferencias entre las probetas con y sin cenizas, aunque siempre se midieron valores de  $I_{\text{corr}}$  ligeramente superiores en presencia de cenizas y con humedades elevadas. Hecho que se atribuye a las diferencias en porosidad, que permiten contenidos en humedad, superiores con cenizas, y pHs más bajos en la fase acuosa.<sup>(38)</sup>

Las distintas condiciones ambientales de humedad ensayadas, dieron varios rangos de velocidad de corrosión: En condiciones secas (50% HR),  $I_{\text{corr}} < 0,01 \mu\text{A/cm}^2$ , que suponen penetraciones de ataque < 0,11  $\mu\text{m/año}$ . Estos valores no implican riesgo alguno para la estructura. Al ir aumentando la humedad, la  $I_{\text{corr}}$  también aumenta, pasando a  $0,5 \mu\text{A/cm}^2$ , al 100% HR, que suponen penetraciones de 5,5  $\mu\text{m/año}$ ; y en condiciones sumergidas, a  $I_{\text{corr}} > 1 \mu\text{A/cm}^2$ , con penetraciones > 11  $\mu\text{m/año}$ . Estas dos últimas circunstancias ambientales, sí suponen un riesgo importante de disminuir la vida útil de la estructura.

### c) Cuantificación de la vida útil:

Teniendo en cuenta los valores obtenidos en ambos períodos, se puede finalmente construir el diagrama de vida útil para hormigones con cenizas, en ambientes con riesgo de carbonatación.

En el diagrama de la Figura 5, las estimaciones del tiempo se han particularizado considerando una armadura situada a una profundidad de 30 mm. En primer lugar, se calcula el tiempo que tarda el frente carbonatado en alcanzar dicha profundidad; posteriormente, y a partir de los valores de  $I_{\text{corr}}$  a una humedad ambiental fija (100% para la figura 4), se ha calculado el tiempo necesario para conseguir una predeterminada pérdida de sección, 5%<sup>(39)</sup>, como fin de la vida útil.

Para un hormigón con cenizas como el aquí ensayado, con riesgo de carbonatación y corrosión, la vida útil de la estructura quedaría definida:

- En hormigones con 300 Kg de cemento y un buen curado, con el 0% de ceniza, el fin del período de iniciación no se alcanzaría antes de 44 años. Con 15% de ceniza ocurriría a los 36 años, y con 35% no antes de los 20.

Mortero carbonatado con cenizas volantes

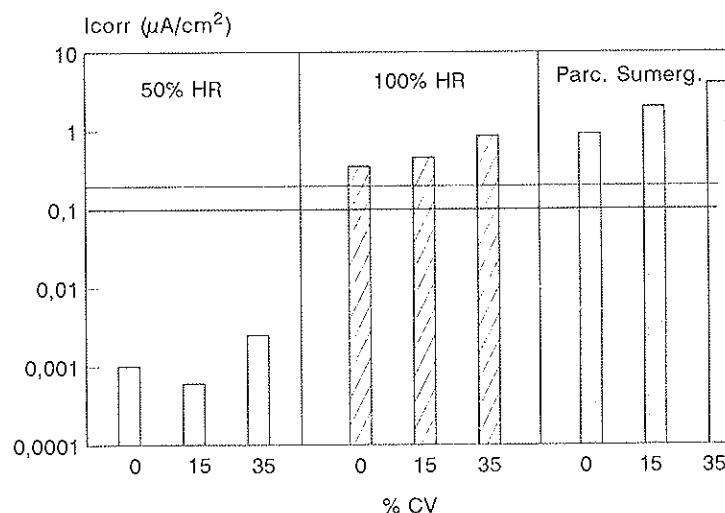


Fig. 4. Velocidades de corrosión límite, medidas en mortero con adición de cenizas y carbonatado. Importancia de la humedad ambiental.

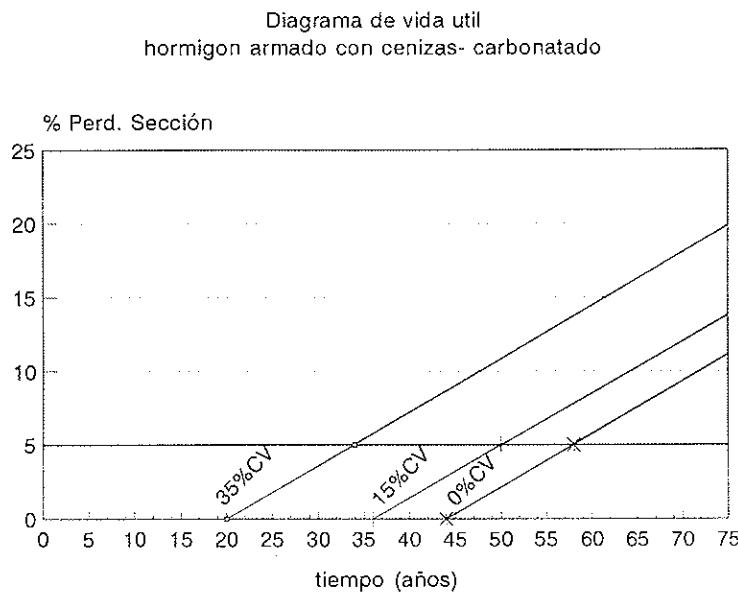


Fig. 5. Diagrama de vida útil en un hormigón con adición de cenizas, ante un problema de carbonatación y corrosión de armaduras.  
Supuesta armadura a 30 mm de profundidad

- En cuanto al período de propagación, considerando una velocidad de corrosión media de  $0,5 \mu\text{A}/\text{cm}^2$ , el 5% de pérdida de sección en armaduras de  $6 \text{ mm } \phi$ , se alcanzaría a los 14 años.

- El fin de la vida útil de esta estructura se predice, por tanto, *a los 58 años*, con 0% de adición, *a los 50* con 15% y *a los 34* con 35% de ceniza.

- Cuando el curado es malo, no se debe esperar que la vida útil supere los 25 años, tanto con, como sin adición de ceniza.

## 2. Comportamiento frente a cloruros

### a) Cálculo del periodo de iniciación:

La cuantificación del período de iniciación en presencia de cloruros, se ha realizado de forma similar al caso de la carbonatación, mediante la cuantificación del tiempo transcurrido hasta la despasivación de la armadura, y la valoración posterior de la velocidad de corrosión. Para este trabajo se han tenido en cuenta los siguientes parámetros:

- Determinación de coeficientes de difusión.
- Profundidad de penetración y contenido

do en cloruros, de probetas expuestas a la acción del agua de mar.

Los coeficientes de difusión de cloruros ( $D_{eff}$ ) son menores en los hormigones con adición de ceniza, reduciéndose incluso a la mitad con el 35% de adición (21).

En cuanto a la cantidad de cloruro que ha penetrado, disminuye significativamente en presencia de cenizas. La figura 6 muestra el % de contenido en cloruro, dado en peso de cemento y medido a 75 mm de profundidad. Se aprecian diferencias a medida que aumenta el contenido en ceniza. De la Figura 6 se puede decir que es más importante el factor % de adición de ceniza que las diferencias encontradas entre los distintos tipos de cenizas e idéntico porcentaje de adición.

La Figura 7 recoge los promedios de % Cl<sup>-</sup> de las cinco cenizas, y considera también el efecto del curado. Un mal curado conduce a mayores contenidos en cloruros para los mismos tiempos de exposición, aunque se sigue manifestando el efecto beneficioso de la adición de cenizas.

El parámetro velocidad de corrosión ( $I_{corr}$ ) medido en armaduras expuestas a la acción del agua de mar permite identificar, igual que en el caso de carbonatación, el inicio de la corrosión por la llegada del cloruro.

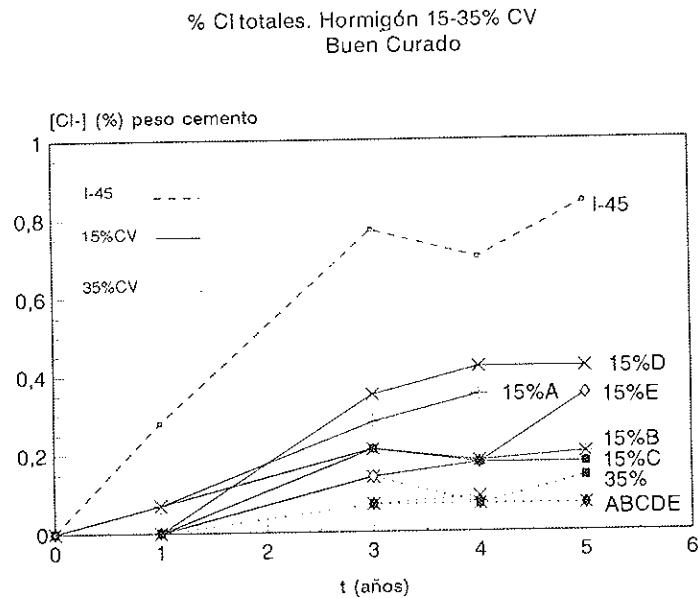


Fig. 6. % de Cl totales, en peso de cemento, a 75 mm de profundidad, en hormigones con cinco tipos de ceniza volante (A, B, C, D y E) y sustituciones del 15 y 35%. Exposición en Huelva.

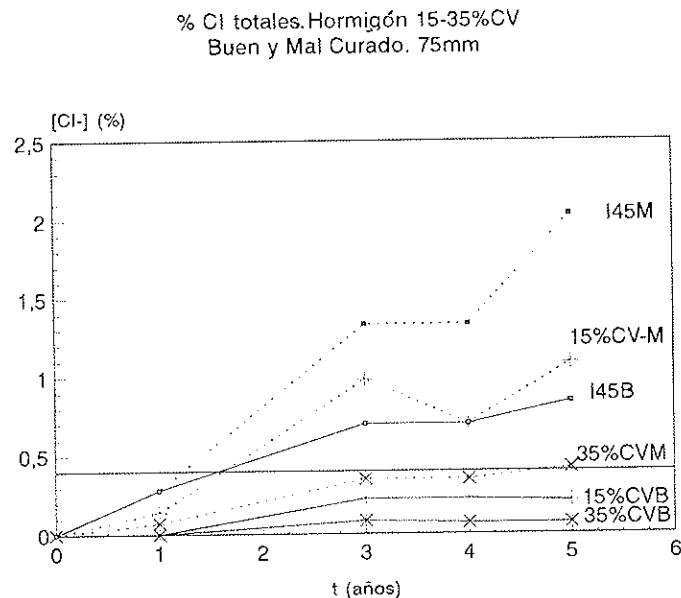


Fig. 7. % de Cl totales, promedio de las cinco cenizas, a 75 mm de profundidad, en hormigones con 15 y 35% de ceniza, bien (B) y mal (M) curados, expuestos a la acción del agua de mar. (Huelva)

Este momento queda definido por incrementos drásticos de  $I_{corr}$ , por encima del límite 0,1-0,2  $\mu A/cm^2$ . En la Figura 8 se identifica el comienzo de la despasivación de la armadura embebida en probetas de mortero con cenizas, tras varios ciclos de inmersión/

secado, en disoluciones simulando agua de mar. El momento de la despasivación ocurre antes en las probetas sin cenizas volantes.

Los tiempos de despasivación aumentan sensiblemente con la profundidad de colocación de la armadura, y el contenido en ceni-

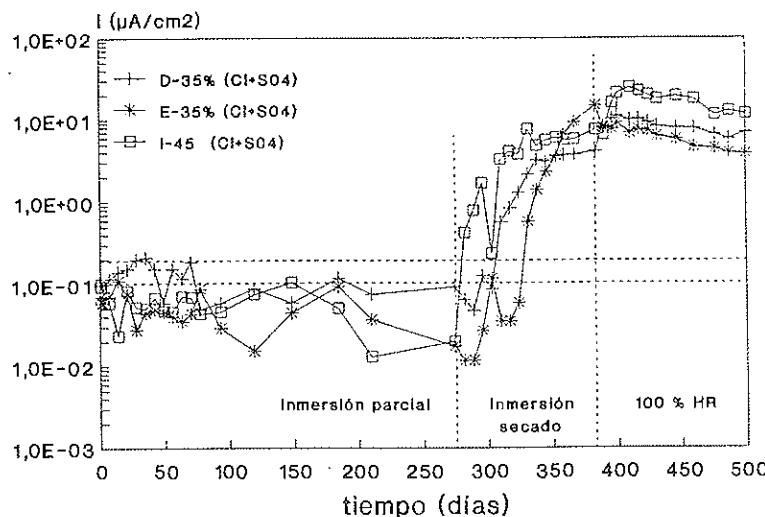


Fig. 8. Evolución de la velocidad de corrosión,  $I_{corr}$ , en probetas de mortero con cenizas, sumergidas en agua de mar artificial, hasta la despasilación de las armaduras y propagación posterior de la corrosión al 100% HR.

za. El tiempo de despasilación se puede duplicar con adición del 15%, y hacerse 3 a 4 veces mayor con el 35%.

#### Cálculo del período de propagación

La velocidad de corrosión, medida en la propagación, se detecta que es menor en presencia de cenizas. En la Figura 8 se confirma esto al exponer las probetas al 100% de HR tras la despasilación (de 10-20  $\mu\text{A}/\text{cm}^2$  sin ceniza a 5-8  $\mu\text{A}/\text{cm}^2$  con 35% de adición). Este efecto también se aprecia, en la Figura 9, en probetas de hormigón con y sin cenizas y armaduras a distintas profundidades, expuestas a la acción del agua de mar natural. También aquí la  $I_{corr}$  es menor en presencia de cenizas.

El efecto beneficioso de la adición de cenizas frente a los cloruros, se ha atribuido a que tiene lugar un incremento del contenido en aluminatos, lo que hace que la capacidad de combinar cloruros sea mayor en presencia de cenizas, con la ventaja de permitir menores contenidos en cloruros, libres o disueltos, en la fase acuosa de los poros (Figura 10).

#### c) Cuantificación de la vida útil

El contenido crítico en cloruros capaz de

conducir a la despasilación de la armadura, no resulta un valor único, dependiendo de varios factores (pH, humedad del hormigón, porosidad, estado superficial de la armadura, entre otros). Las normas y códigos aceptan el valor del 0,4% en peso de cemento. Este valor ha sido el tomado como crítico en el presente trabajo; sin embargo, hay que tener en cuenta que el valor del 0,4% puede resultar conservador en algunas circunstancias.

El cálculo de  $K_{Cl}$  permite, aplicando un método similar al utilizado en el caso de la carbonatación, conocer la profundidad de una determinada concentración de cloruros (0,4%), en función del tiempo. La ley empleada, por tanto, sería también  $X = K_{Cl} \cdot \sqrt{t}$ .

En el presente trabajo no se han calculado los  $K_{Cl}$ , por no conocer la concentración en función de la profundidad y del tiempo, ya que sólo se cuenta con datos de % Cl a 5 y 75 mm. En su lugar, se ha estimado, a partir del dato a 75 mm, el tiempo  $t$  para tener un 0,4% Cl a una determinada profundidad.

Considerando, pues, el tipo de hormigón aquí empleado y una armadura de 6 mm  $\phi$ , situada a 30 mm de profundidad, la llegada del cloruro y el inicio de corrosión ocurriría alrededor de los 2 años de exposición, con

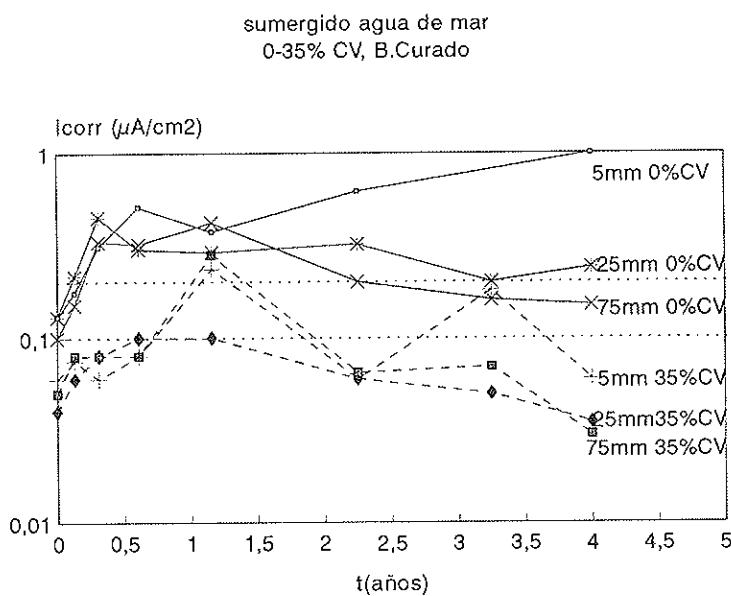


Fig. 9. Velocidades de corrosión en hormigones con y sin cenizas, sumergidos en agua de mar natural.

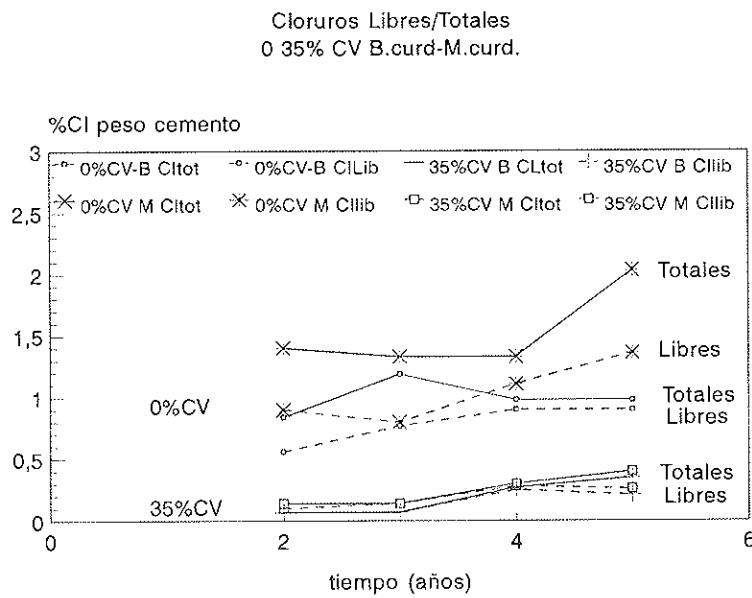


Fig. 10. Evolución del contenido en cloruros totales y libres, a 75 mm de profundidad, en hormigones con y sin cenizas, expuestos en una playa en Huelva. Bien (B) y Mal curado (M).

0% de ceniza; de 3 a 4 años, con 15%, y alrededor de los 8 años, con 35%, Figura 11. Estos períodos pueden sorprender al técnico no familiarizado con los aspectos de la corrosión de la armadura; pero son reales en muchas estructuras y concuerdan con las bajas durabilidades detectadas en muchas ocasiones.

Con respecto a la cuantificación del período de propagación, las velocidades de corrosión, medidas en el hormigón sin cenizas, suponen penetraciones de  $100\mu\text{m/año}$ . En cambio en hormigones con 35% de adición de ceniza, las penetraciones se sitúan en  $50\mu\text{m}$ . Según estas velocidades de corrosión, penetraciones equivalentes al 5% de pérdida

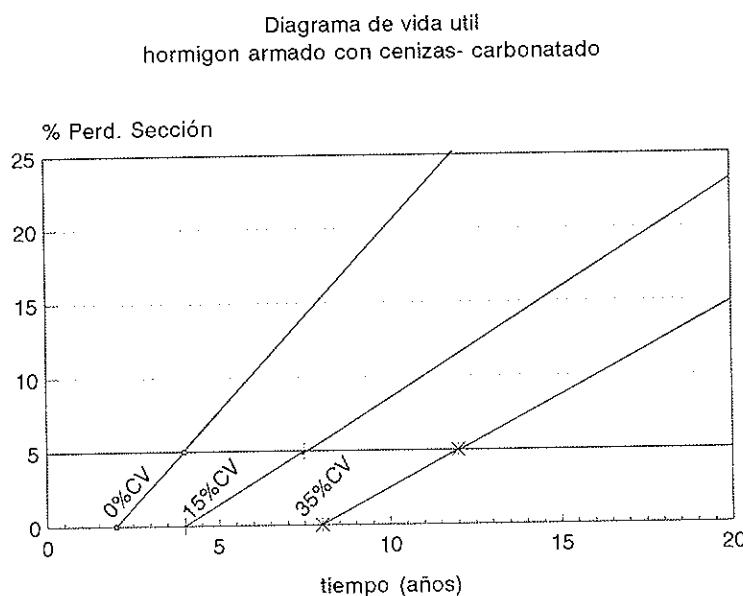


Fig. 11. Diagrama de vida útil de hormigones con cenizas volantes, con riesgo de corrosión por cloruros. Armadura a 30 mm de profundidad.

de sección se alcanzarían en plazos muy cortos (máx. 4 años). Si además se tiene en cuenta el carácter localizado de la corrosión provocada por los cloruros, el propio período de propagación no debería considerarse en el cálculo de vida útil.

En general, las vidas útiles que cabe esperar con estos hormigones, para contenidos de cemento + ceniza como los aquí empleados, son menores que para la carbonatación; aunque en el caso de los cloruros, la vida útil aumenta en presencia de cenizas. Se trata, por tanto, de alargar en lo posible la vida útil de la estructura, por lo que, además de la adición de ceniza, se debe cuidar la calidad del recubrimiento disminuyendo la porosidad y permitiendo recubrimientos mayores, como, por ejemplo, de 50 mm para estructuras sumergidas en el mar.

## CONCLUSIONES

La adición de cenizas silico-aluminosas sustituyendo parcialmente al cemento, permiten dotar de durabilidad suficiente a estructuras que han de estar sometidas a riesgo de carbonatación y cloruros, si se cumplen ciertos requisitos:

- En el caso de que el riesgo sea por carbonatación, la durabilidad se garantizará si

las cenizas se emplean en porcentajes inferiores al 20%, los contenidos en cemento portland no descenden por debajo de 250 Kg/m<sup>3</sup> y se hace un buen curado.

- Cuando el riesgo es de corrosión por cloruros, la adición de cenizas, incluso con pequeñas proporciones, alargan la vida en servicio de la estructura, al retardar significativamente el período de iniciación. Sin embargo, para garantizar una vida útil suficiente, los hormigones deben tener baja porosidad, contenidos mínimos de cemento superiores a los aquí ensayados, o espesores de recubrimiento más elevados.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a OCIDE, OCICARBON, ASINEL, ENDESA y UNESA, por la financiación aportada a través del proyecto PIE "Las cenizas volantes en la corrosión de armaduras y la durabilidad del hormigón".

## BIBLIOGRAFIA

1. J. Vivar, F. Gomá, M. Vilarrasa y J. M. Costa. "Corrosion of steel bars in concrete with low quantity of cement and high volume of fly ash", *Progress in the understanding*

- and Prevention of Corrosion. Barcelona, vol. 1. pp. 665-667. 1993.
2. J. G. Cabrera and Ghoddoussi. "The influence of fly ash on the resistivity and rate of corrosion of reinforced concrete". *Durability of Concrete, (CANMET/ACI)* SP-145-12, pp. 229-244. 1994.
3. C. Alonso y P. de Luxan. "Aplicación de las cenizas volantes en el campo de la construcción. Experiencia española". *Edit. IETcc-ASINEL*, 1995.
4. K. Tuutti. "Corrosion of steel in Concrete". CBI. Tesis Doctoral. 1982.
5. C. L. Page, N. R. Short and W. R. Holden. "The influence of different cements on chloride induce corrosion of reinforcing steel". *Cement and Concrete Research*, vol. 16. pp. 79-86. 1989.
6. D. M. A. Thomas. "Marine Performance of PFA Concrete". *Magazine of Concrete Research*, vol. 43, n.º 156, pp. 171-181. Sep. 1991.
7. D. M. A. Thomas, J. D. Matthews and C. A. Haynes. "Chloride diffusion and reinforcement corrosion in marine exposed concrete containing pulverized fuel ash". *Corrosion of Reinforcement in Concrete Construction, SCI*. pp. 198-212. 1990.
8. C. Andrade. "Effect of fly ash in concrete on the corrosion of steel reinforcement". *Fly ash, Silica fume, Slag and Natural Pozzolans in Concrete*, vol. 2. pp. 609-620. 1986.
9. N. Kouloumbi, G. Batis and CH. Malamis. "The anticorrosive effect of fly ash and slag in reinforced concrete". *Progress in the understanding and prevention of corrosion*. Barcelona. Vol. 1. pp. 619-628. 1993.
10. N. Kouloumbi and G. Batis. "Chloride corrosion of steel rebars in mortars with fly ash admixtures". *Cement and concrete research*. Vol., 14. pp. 199-207. 1992.
11. M. F. Montemor, M. M. Salta, A. M. P. Simoes and M. G. S. Ferreira. "Influence of fly ash addition on reinforced concrete corrosion. Comparison between laboratory and field test". *Corrosion and Corrosion Protection of steel in Concrete*. Shefield, Vol. 2. pp. 751-761. 1994.
12. M. F. Montemor, A. M. P. Simoes, M. M. Salta and M. G. S. Ferreira. "Electrochemical behaviour of fly ashes containing concrete by impedance spectroscopy". *Progress in the understanding and Prevention of Corrosion*. Barcelona. Vol. 1. pp. 642-651. 1993.
13. C. L. Page, N. R. Short and El-Tarras. "Diffusion of chloride ions in hardened cement pastes". *Cement and Concrete Research*. Vol. 11. pp. 395-406. 1981.
14. L. Shigun and D. M. Roy. "Investigation of relations between porosity, pore structure and chloride diffusion of fly ash and blended cement paste". *Cement and Concrete Research*. Vol. 16. pp. 749-759. 1985.
15. M. H. Decter, N. H. Short, C. L. Page and D. D. Higgins. "Chloride ion penetration into blended cement paste and concrete". *3<sup>rd</sup> Int. Conf. F.A.S.F. and Nat. Pozz.* Throndheim, 1989.
16. K. E. Philipose, R. F. Feldman, and J. J. Beaudoin. "Durability predictions from the rate of diffusion testing of normal portland cement, fly ash and slag concrete". *Durability of Concrete CANMET*. Montreal. Vol. 1. pp. 335-354. 1991.
17. C. Ozyldirim. "Resistance to penetration of chloride into concretes containing latex, fly ash, slag and silica fume". *Durability of concrete*". *CANMET/ACI*. (Niza), SP-145-26. pp. 503-518. 1994.
18. V. Visanthy, G. Georges, Gerette and M. Malhotra. "Mechanical properties, creep and resistance to diffusion of chloride ions of concretes incorporating high volume of ASTM class F fly ashes from seven different sources". *ACI Materials Journal*, pp. 407-416. Jul-Aug, 1991.
19. P. H. Bamforth and A. J. F. Chapman. "Long term performance of R.C. elements under U.K. coastal exposure conditions". *Corrosion and corrosion protection of steel in concrete*. Vol. I. pp. 139-155. 1994.
20. M. M. Salta. "Influence of fly ash on chloride diffusion in concrete". *Corrosion and corrosion protection of steel in concrete*. Edit. R. N. Swamy. Vol., 2. Shefield. pp. 794-805. 1994.

21. C. Andrade, C. Alonso and M. Acha. "Chloride diffusion coefficient of fly ash containing concrete calculated from migration tests". *Corrosion and corrosion protection of steel in concrete*. Edit. R. N. Swamy. Vol. 2. Shefield. pp. 783-793. 1994.
22. M. N. Haque and Kawamura. "Carbonation and chloride induced corrosion of reinforcement in fly ash concretes". *ACI Materials Journal*, pp. 41-48. Jan. Febr. 1992.
23. O. S. B. Al-Almoudi, Rasheeduzzafar and M. Maslehuddin. "Carbonation and corrosion of rebars in salt contaminated OPC/FA concretes". *Cement and Concrete Research*. Vol. 21. pp. 38-50. 1991.
24. C. Branca, R. Fratesi and S. Simoncini. "Il processo di corrosione delle armature in calcestruzzi carbonatati contenenti cenere volante". *L'Industria italiana del cemento*. Vol. 6. pp. 419-424. 1992.
25. J. Bijen and Van Selts. "Effects of fly ash on carbonation of concrete with portland blast furnace slag cement". *Durability of concrete (CANMET/ACI)*. Montreal. SP-26-54. Vol. 2. pp. 1001-103. 1.1991.
26. R. Tsukayama, H. Abe, and Nagatakis. "Long term experiments on the neutralization of concrete mixed with fly ash and the corrosion of reinforcements". *7<sup>th</sup> Int. Congress of Cement*. París. Vol. 3. S. IV.30-35. 1980.
27. K. Byfors. "Carbonation of concrete with silica fume and fly ash". *Nordic Concrete Research*. 1985.
28. K. Torii, Sasatani and M. Kawamura. "Carbonation and steel corrosion in concretes containing mineral admixtures under different environment". *Corrosion and corrosion protection of steel in concrete*. Shefield, Vol. 2. pp. 658-667. 1994.
29. K. Horiguchi, T. Chosokabe, T. Ikabat and Y. Suzuki. "The rate of carbonation in concrete made with blended cements". *Durability of concrete, CANMET/ACI*. pp. 917-931. 1994.
30. Y. Kasai et al. "Air permeability and carbonation of blended cement mortars". *1<sup>st</sup> Int. Conf. on the use of fly ash, silica fume, slag and other mineral byproducts in concrete*. Vol. 1. *CANMET/ACI*. pp. 435-451. 1983.
31. CH. Malami, G. Batis, N. Kouloumbi and V. Kaloidas. "Influence of pozzolanic and hydraulic cement additions on carbonation and corrosion of reinforced mortar specimens". *Corrosion and corrosion protection of stell in concrete*. Shefield. Vol. 2. pp. 668-682. 1994.
32. F. G. Butter, M. H. Decter and G. R. Smith. "Studies on the disiccation and carbonation of systems containing portland cement and fly ash". *1<sup>st</sup> Int. Conf. on the use of fly ash, silica fume, slag and other mineral byproducts in concrete. CANMET/ACI*. Vol. 1. 367-381. 1983.
33. D. W. Hobbs. "Carbonation of concrete containing PFA". *Magz. of Conc. Res.* Vol. 40, n.<sup>o</sup> 143. pp. 69-78. 1988.
34. M. Kokubu and S. Nayataki. "Carbonation of concrete correlating with the corrosion of reinforcement in fly ash concrete". *Rilem Symposium on durability of concrete*. pp. 71-79. 1969.
35. C. Andrade, V. Castelo, C. Alonso and J. A. González. "The determination of the corrosion rate of steel embedded in concrete by the polarization resistance and AC impedance". Corrosion effect of stray currents and the techniques for evaluating corrosion of rebars in concrete. Edt. V. Chaker, *ASTM/STP-906*. pp. 43-63. 1986.
36. C. Andrade and C. Alonso. "Values of corrosion rate of steel in concrete to predict service life of concrete structures". *Application of accelerated corrosion tests to service life prediction of materials*. Edt. Cragnolino and Sridhar. *ASTM/STP-1194*. pp. 282-295. 1992.
37. C. Andrade, C. Alonso, J. A. González and J. Rodríguez. "Remaining service life of corroding structures". *IABSE Symp. Lisboa*. pp. 359-364. 1989.
38. S. Goñi, C. Alonso, E. Menéndez, A. Hidalgo and C. Andrade. "Microstructural characterization of the carbonation of mortar made with fly ashes". *10<sup>th</sup> Int. Cong. on the chemistry of cement*. Göteborg, 1997.
39. J. Rodríguez, L. M. Ortega, J. Casal and J. M. Díez. "Corrosion of reinforcement and service life of concrete structures". *7<sup>th</sup> Conf. on durability of building materials and*

*components.* Edt. J. Sjöström. Vol. 1. Stockholm. pp. 117-126. 1996.

puede dar lugar a un hormigón más permeable a la carbonatación.

## RESUMEN

En el presente trabajo se realiza un estudio sobre la penetración de los cloruros y la carbonatación en hormigón fabricado con cinco cenizas volantes españolas, silicoaluminosas, adicionadas en distintas proporciones. Los resultados muestran que, en el caso de la carbonatación, el período de iniciación es tanto más corto cuanto mayor es la adición de cenizas, sobre todo si la adición es > 20%. Mientras que en el caso de los cloruros, este período es tanto más largo cuanto mayor es el contenido en ceniza. Así pues, de los presentes resultados se deduce que la durabilidad de las armaduras debido a la adición de cenizas volantes al cemento u hormigón, puede favorecer la resistencia a la penetración de cloruros; pero también

## SUMMARY

In present paper the addition of five spanish silicoaluminous fly ashes on the penetration of chlorides and carbonation has been considered. Two proportions (15 and 35%) of fly ashes were utilized. Results indicate that in case of a carbonation risk, the initiation period is decreased as the amount of fly ash is increased. The effect is more significant for fly ashes addition > 20%. In the case of chloride attack the initiation period is increased as higher is the proportion of fly ash used. Therefore, from present results it can be deduced that the addition of fly ashes to cement and concrete influences on the durability of reinforcements. The addition enhances the resistance to the penetration of chlorides, but also reduces the permeability to carbonation.

\* \* \*

## Nueva Publicación CATALOGO CAD. NUM. 12 DE LA BIBLIOTECA ITEC DE SOLUCIONES CONSTRUCTIVAS

El ITEC ha completado un nuevo volumen de los Catálogos CAD de la Biblioteca ITEC de Soluciones Constructivas, que recoge detalles constructivos de forjados hormigonados en obra con bovedillas de poliestireno expandido. Son soluciones propuestas por la "Asociación Nacional de Poliestireno Expandido-ANAPE", de techos unidireccionales y reticulares, y techos con prelosas de hormigón pretensado. Además de los gráficos de los detalles, incluye la especificación técnica completa de cada uno de los elementos que intervienen.

Este Catálogo CAD, que es el núm. 12 de

la Biblioteca ITEC de Soluciones Constructivas, se ha desarrollado para las versiones 12 y 13 (MS-DOS y Windows) de AutoCAD, y también en formato DXF.

La Biblioteca ITEC de Soluciones Constructivas está preparando la próxima aparición de dos volúmenes:

- Soluciones de fachadas, cubiertas, forjados, divisorias, soleras, pavimentos flotantes y falsos techos, con lanas minerales, de Cristalería Española.
- Soluciones de cubiertas con láminas flexibles de PVC, de Solvay.

# **SEMINARIOS TORROJA**

## **Tecnología de la Construcción y de sus Materiales**

**Ciclo n.º 26: Otoño de 1997**

El Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja, del CSIC, viene organizando seminarios monográficos sobre temas de actualidad en el ámbito de la Tecnología de la Construcción y de sus Materiales, a cargo de destacados investigadores nacionales y extranjeros del Sector.

Estos Seminarios se celebran en el Aula Eduardo Torroja del Instituto, que está situado en la c/ Serrano Galvache, s/n (acceso por Arturo Soria, frente al núm. 278), y tienen lugar los jueves alternos a las 12:00 horas. Su duración aproximada es de dos horas, incluyendo la ponencia y el coloquio que se realiza a continuación. La asistencia a los mismos tiene carácter libre y gratuito.

Los seminarios programados para el vigésimo sexto ciclo, correspondiente al **otoño de 1997**, son los siguientes:

<u>Fecha</u>	<u>Ponente</u>	<u>Tema</u>
23 Octubre	Enrique <b>Nuere Matauco</b> Dr. Arquitecto	<i>La madera en la arquitectura actual</i>
6 Noviembre	Antonio <b>Blázquez Morales</b> Arquitecto Instituto Eduardo Torroja, Madrid	<i>El Documento de Idoneidad Técnica (DIT). Situación española y europea.</i>
20 Noviembre	Gregorio <b>Gil García</b> Ingeniero Industrial AUXINI, Madrid	<i>Calidad total en la Construcción</i>
4 Diciembre	Fernando <b>Dorrego Rodríguez</b> Dr. en Ciencias Químicas Instituto Eduardo Torroja, Madrid	<i>Tratamientos superficiales de protección, hidrofugación y consolidación.</i>
18 Diciembre	José M <sup>a</sup> <b>Arrieta Torrealba</b> Dr. Ing. de Caminos Laboratorio Central de Estructuras, Madrid	<i>Normativa actual de puentes</i>

**Método de análisis no lineal  
para estructuras discretizadas en barras**  
**Manuel Juliá Vilardell**  
**Catedrático de Cálculo de Estructuras**  
**E.T.S. de Ingenieros de Caminos de Madrid**

**1<sup>a</sup> PARTE**

**1. FUNDAMENTOS DEL METODO**

Cuando se calcula una estructura bajo un sistema de acciones, utilizando una formulación lineal, se obtienen unos esfuerzos y unos campos de desplazamientos que dependen de las propiedades mecánicas asignadas a cada una de las rebanadas de que se componen los elementos y de la posición geométrica de éstos. Este resultado no es correcto, por cuatro motivos:

a. *Las deformaciones generalizadas reales de las rebanadas, debidas a los esfuerzos obtenidos, no coinciden, en general, con las deducidas utilizando las propiedades mecánicas que se les ha asignado en el modelo del análisis lineal*

b. Puesto que las ecuaciones de equilibrio se establecen sobre la geometría inicial, *los esfuerzos obtenidos por el análisis lineal no están en equilibrio con las acciones exteriores actuantes en cada rebanada, si aquellos se suponen aplicados sobre ésta en la posición desplazada definida por los campos de movimientos que proporciona el cálculo.* Este desequilibrio aparece también a nivel global en el elemento desplazado, si se consideran los esfuerzos en sus extremos y las acciones actuantes en su interior.

c. Debido a la formulación lineal de las relaciones entre deformaciones y desplazamientos utilizadas en la deducción de la matriz de rigidez, *las deformaciones generalizadas de las rebanadas de la estructura desplazada, calculadas utilizando las relaciones cinemáticas completas, no son las mismas que las que se deducen a partir de los esfuerzos.* Consecuencia de ello es que las longitudes de los elementos desplazados, obtenidas a partir de relaciones exclusivamente geométricas, no coinciden con las deducidas en función de las leyes de axiles supuestamente presentes. Asimismo, si se supone que los ángulos entre dos puntos del elemento deformado corresponden a los dados por el análisis lineal, se observa que no son coincidentes con los resultantes de integrar las leyes de curvatura debidas a los momentos flectores supuestamente existentes a lo largo del elemento desplazado.

d. *Lo que se interpreta como giros en el resultado del análisis lineal son los valores de las derivadas de las leyes de desplazamientos.* Esta diferencia alcanza niveles importantes si los giros son grandes, o si a lo largo del cálculo se realizan numerosas superposiciones de resultados parciales, pues si bien la

derivación es un proceso lineal, no lo es la función arco-tangente de la suma de ángulos

El método se basa en el desarrollo de unos procedimientos que permiten evaluar la situación en que se encontrará cada rebanada de la estructura, transformada por los campos de desplazamientos producto del análisis lineal, en la hipótesis de que esté solicitada por las acciones exteriores reales y por unos esfuerzos mecánicamente equivalentes a los obtenidos en el modelo lineal. El conocimiento de esta situación permite cuantificar tres disparidades:

*1. Disparidad entre las deformaciones generalizadas de las rebanadas, considerando su composición material real y las implícitas en el análisis lineal.*

*2. Diferencia entre las deformaciones generalizadas debidas a los campos de desplazamientos y las calculadas a partir de los esfuerzos.*

*3. Desequilibrio entre esfuerzos y acciones exteriores, sobre posición desplazada.*

En el supuesto de aceptar como esfuerzos sobre las rebanadas de la estructura en su configuración desplazada, los vectores mecánicamente equivalentes a unas acciones iguales a los esfuerzos dados por el cálculo lineal, podemos introducir, sobre esa rebanada, un sistema de deformaciones impuestas y acciones equilibrantes que anulen las anteriores diferencias, para llegar a una *Configuración Coherente* sobre la estructura desplazada, que se caracteriza por ser:

*Actualizada:* La geometría es la correspondiente a la posición final desplazada, no a la inicial de cálculo.

*Congruente:* Las deformaciones calculadas considerando la verdadera composición de la sección, y las leyes constitutivas reales de sus materiales son congruentes con los esfuerzos actuantes.

*Compatible:* La longitudes y ángulos girados obtenidos por vía geométrica son compatibles con las calculadas integrando las leyes de deformaciones axiles y curvaturas consecuencia de los esfuerzos.

*Equilibrada:* Las acciones exteriores actuando en la rebanada están en equilibrio

con los esfuerzos de sus bordes. Hay equilibrio global del elemento y hay equilibrio en los nudos.

Con ello tendremos una solución sobre la posición final, a cambio de introducir una serie de deformaciones y acciones inexistentes. Por lo tanto, el paso siguiente consiste en retirar de la Configuración Actualizada las deformaciones impuestas de Congruencia, y Compatibilización y las acciones Equilibrantes.

Esta operación se realiza utilizando nuevamente un algoritmo de análisis lineal. Los esfuerzos obtenidos producen acciones contrarias a las previamente impuestas; por lo que al superponer los dos estados desaparecen aquellas y resulta una Solución Coherente sobre la Geometría Actualizada, únicamente con las cargas exteriores realmente presentes. Bajo los incrementos de esfuerzo, la estructura no ha permanecido inmóvil, por lo que reaparecen los mismos tipos de discrepancia indicados, al considerar el resultado aplicado a la nueva estructura transformada.

Si al evaluar estas nuevas diferencias resultan valores pequeños, dentro de la norma adecuada, se da por válido el resultado de la superposición. En caso contrario se reinicia el ciclo, con una evaluación de las nuevas acciones de Congruencia, Compatibilidad y Equilibrio, desencadenando un proceso iterativo. La dirección de este proceso no es necesariamente convergente, incluso en casos en los que existe realmente una solución. Pueden aparecer tendencias a divergencias espúreas, a no ser que se adopten las medidas adecuadas para corregirlas. Estas medidas pueden establecerse con mayor claridad y eficacia si las iteraciones se estructuran de la forma en que se indica en el Método

## 2. ESTRUCTURACION DEL METODO

2.1. Se establecen tres correcciones iterativas:

a. Iteraciones de *Congruencia del Material*: Son aquellas en las que se trata de igualar las deformaciones generalizadas que se van acumulando sobre modelos lineales, con las deformaciones generalizadas que los esfuerzos acumulados concomitantes produ-

cen sobre las rebanadas, considerando su composición heterogénea real y las leyes constitutivas de sus diferentes materiales. Para el desarrollo de tales iteraciones ha sido fundamental el establecer un algoritmo de cálculo que llamaremos de *Resolución Inversa de la Sección*, con el que es posible determinar las deformaciones axiles y las curvaturas ( $\epsilon$ ,  $\gamma_x$ ,  $\gamma_y$ ), acordes con los esfuerzos actuantes,  $N$ ,  $M_x$ ,  $M_y$ , en la rebanada real. Puede tener en cuenta los comportamientos de las distintas zonas de la sección, acero, hormigón y, para este último material, la fisuración y el efecto de "tensión-stiffening". En el estado actual del algoritmo se postula un comportamiento de los materiales *elástico no lineal*, por lo que no es válido para analizar aplicaciones de carga por escalones que produzcan disminuciones de la deformación, alcanzada en estados precedentes, en alguno de los sub-elementos en que se discretizan las secciones transversales. A cambio, se obtiene la ventaja de no tener que recordar el estado tenso-deformacional de cada uno de dichos sub-elementos.

El resultado de este ciclo de iteración es la obtención de unas deformaciones y desplazamientos acumulados sobre la estructura, *con la misma geometría* que con la que se inició el ciclo, por superposición de resultados de distintas etapas lineales, que coinciden con las deformaciones reales a que dan lugar los esfuerzos acumulados. Con ello, el resultado final de la iteración (esfuerzos, deformaciones, desplazamientos), es *congruente* con el material base de cada elemento o rebanada, sobre la geometría inicial del ciclo. Si bien se mantiene la misma geometría de los modelos lineales en cada etapa, no se conservan iguales las propiedades mecánicas (áreas e inertias) asignadas a los elementos. Esta condición es fundamental para garantizar la ausencia de divergencias espúreas.

b. Iteraciones de *Compatibilidad Geométrica*: En ellas se tiende a igualar las longitudes y los giros relativos de los elementos, obtenidos a partir de los vectores de desplazamientos de sus bordes proporcionados por un análisis lineal (o una superposición de análisis lineales), con las longitudes y giros relativos deducidos de integrar las deformaciones generalizadas causadas por los esfuerzos que se suponen actuando en aquellos.

c. Iteraciones de *Equilibrio*: Obtienen un

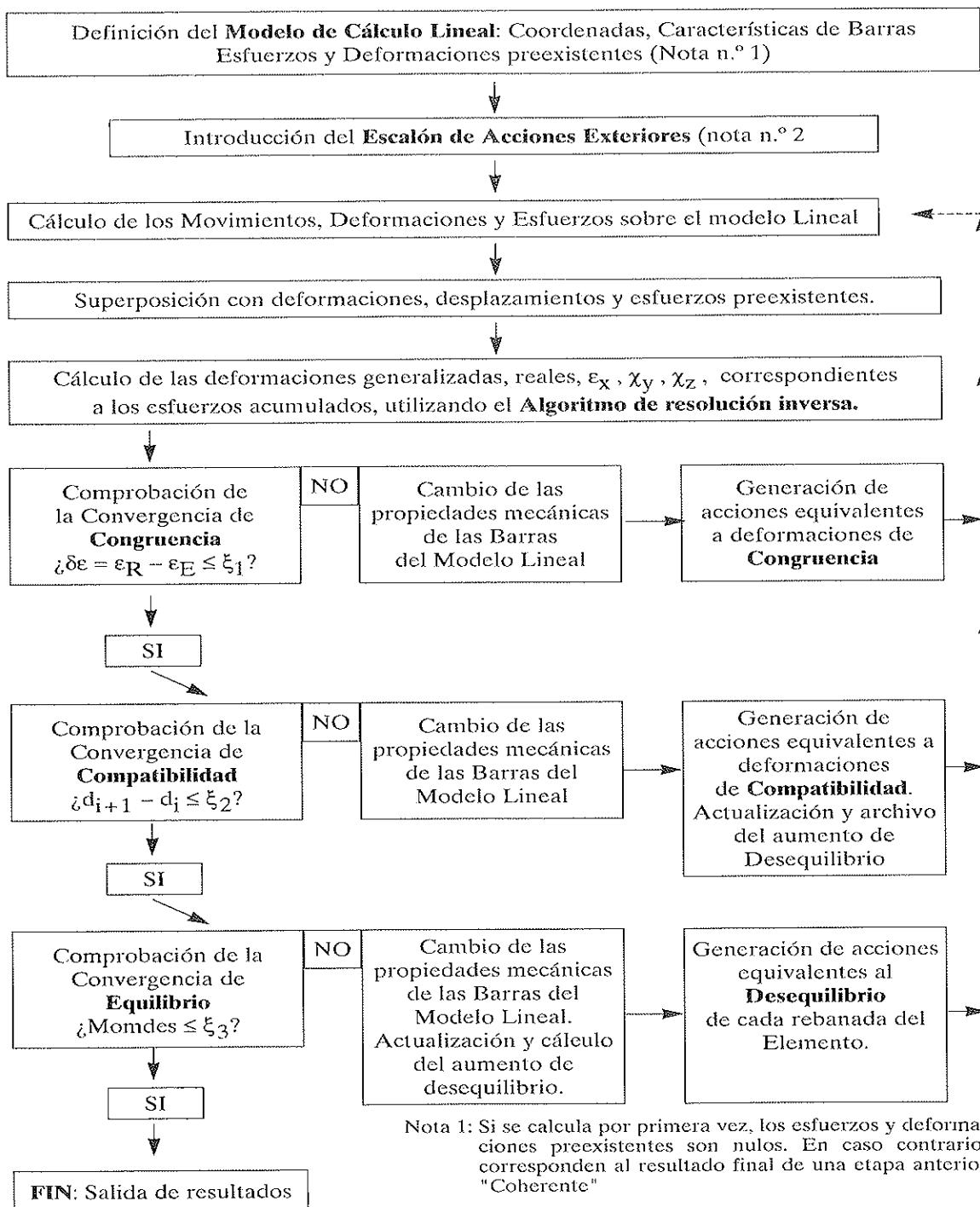
conjunto de esfuerzos en cada rebanada, y en los extremos de cada elemento, que sumados a los que se han supuesto como actuantes en las nuevas direcciones de la geometría desplazada, restituyan el equilibrio con las acciones exteriores.

La superposición de las acciones correspondientes a cada tipo de corrección en una sola iteración, o etapa de cálculo sobre un modelo lineal, puede acelerar la convergencia del proceso; pero también, y con mayor frecuencia, lo transforma en divergente, a pesar de no serlo. Se consigue una gran robustez del procedimiento si se separan los cálculos de cada una de las iteraciones. Esta separación permite controlar y corregir con mayor eficacia los factores que pueden producir tendencia a la divergencia ya que, por ser diferentes en cada tipo de corrección, no es fácil analizar su influencia individualizada si se consideran en conjunto. El orden en que deben encadenarse los tres tipos de iteraciones no es arbitrario. La corrección del desequilibrio antes de establecer la congruencia del material, puede producir procesos falsamente divergentes. Lo mismo puede ocurrir si se introducen previamente las acciones de compatibilización geométrica. En ambos casos, las acciones correctoras actúan sobre elementos cuyas propiedades mecánicas han sido definidas de modo apriorístico que, muchas veces, no guarda relación con la realidad. De ello derivan unas rigideces erróneas que pueden aumentar la deformabilidad o la indeformabilidad de la estructura, conduciendo a la divergencia por excesivos desplazamientos o por desmesurados esfuerzos hiperestáticos.

2.2. El criterio básico que garantiza la robustez del método es obtener una definición de las propiedades mecánicas de la estructura, coherente con los materiales y con el nivel de esfuerzos a que está sometida, antes de corregir las descompatibilizaciones y los desequilibrios inherentes en la configuración. Por lo tanto, el primer ciclo iterativo es el de congruencia del material, ciclo que debe intercalarse inmediatamente después de la aplicación del escalón de las cargas exteriores y después de cada corrección de compatibilización o desequilibrio. Estas dos últimas pueden ordenarse como se quiera. Se ha elegido establecer la compatibilización, antes que el equilibrio.

Una vez obtenida una configuración congruente, se actualiza la estructura, es decir se cambian las coordenadas de los nudos en función de los desplazamientos que han recibido, y se proyectan los esfuerzos en las nuevas direcciones de cada elemento. Sobre esa nueva configuración se evalúan las descompatibilidades que si son excesivas se corrigen

o, en caso contrario, se calculan los desequilibrios y se corrigen si superan la norma. Después de cada corrección se analiza de nuevo la congruencia, reiniciando el ciclo. La convergencia se obtiene si las tres correcciones escalonadas son menores que la tolerancia. El diagrama de flujo del método es el siguiente:



### 3. ITERACIONES DE CONGRUENCIA DE MATERIAL

#### 3.1. Descripción General

Se realizan siempre sobre modelos lineales con la misma geometría (coordenadas de nudos), y son el primer paso después de cada resultado de análisis lineal, ya sea debido al escalón de acciones exteriores, o a las acciones correctoras de las diferencias.

Supóngase que partimos de una estructura con una configuración geométrica  $X_0$ , compatible con las elongaciones  $\varepsilon_{0x}$  y curvaturas  $\chi_{0y}, \chi_{0z}$ , que han originado las leyes de esfuerzos  $E_0$  en cada rebanada, consecuencia de unas acciones exteriores  $P_0$ . Sobre ella actúa un nuevo escalón de acciones exteriores  $\Delta P_1$ . La aplicación de este escalón producirá un incremento de desplazamientos,  $\Delta d_1$ , dado por la relación:

$$\Delta d_1 = \underline{K}_E^{-1} \times \Delta P_1 \quad (3.1)$$

que dependen de la matriz asignada a la estructura  $\underline{K}_E$ . Esta puede ser, en principio, *totalmente arbitraria*, siempre que corresponda a la topología de la estructura analizada. Lo razonable será que sus coeficientes deriven de las propiedades mecánicas previas de las barras, (Área, Inercias  $I_y, I_z$ ). Pero podrían utilizarse otras diferentes ya que, desde el momento en que actúa el nuevo escalón de cargas, dejan de tener realidad.

Los desplazamientos  $\Delta d_1$  proceden de la integración de las elongaciones y curvaturas asociadas a las propiedades mecánicas supuestas para los elementos, y los esfuerzos correspondientes,  $\Delta E_1$ , equilibran al vector  $\Delta P_1$  en los nodos, y a las acciones en el interior de las barras en las direcciones de la geometría  $X_0$ . Los esfuerzos acumulados  $E_1 = E_0 + \Delta E_1$  equilibran a las cargas acumuladas,  $P_1$ , sobre la geometría  $X_0$ . Las deformaciones totales, según el modelo lineal utilizado en el análisis serán:

$$\varepsilon_{e,1} = \varepsilon_0 + \Delta \varepsilon_{e,1} \quad \chi_{i,1} = \chi_{i,0} + \Delta \chi_{i,1} \quad (3.2.a)$$

en donde:

$$\Delta \varepsilon_1 = \Delta N / E.A \quad \Delta \chi_{i,1} = \Delta M_{i,1} / E.I_i \quad (3.2.b)$$

Sin embargo, si hacemos actuar sobre las

rebanadas de cualquier elemento la terna de esfuerzos axil-flexión, considerando su composición real, eventualmente con distintos materiales, las deformaciones serán, en general, diferentes a las anteriores. Las causas de estas discrepancias son:

a. *Las propiedades mecánicas de las barras del modelo de cálculo se han definido de modo totalmente apriorístico.*

b. *El modelo lineal considera desacoplados los tres esfuerzos,  $N, M_x, M_y$ .*

c. *La posición de la fibra neutra a flexión pura de cada rebanada, depende del valor de los momentos flectores.*

Si la sección se compone de materiales diferentes o, siendo del mismo material, éste no se comporta dentro del rango lineal en toda su área, las deformaciones para generar un axil puro contienen componentes de curvatura, y las necesarias para generar flexiones contienen elongación. Las propiedades "mecánicas" de cada sección variarán durante el proceso de carga, bien por entrar algunas fibras en el dominio plástico, bien por producirse fisuración. Una sección definida como bisimétrica en el modelo de cálculo, dejará de serlo. El concepto de directriz, como lugar geométrico de los baricentros de cada sección, pierde su sentido y se transforma en una recta que une los nodos, y a lo largo de la cual se refieren los esfuerzos exteriores sobre cada rebanada.

Utilizando el *Algoritmo de Resolución Inversa* de la Sección, que será descrito en otro lugar, obtendremos las deformaciones reales de la rebanada, capaces de producir unas tensiones cuya resultante coincide con los esfuerzos exteriores que actúan sobre la recta "directriz" que une los nodos. En general resultará una diferencia entre las deformaciones reales y las proporcionadas por el modelo de cálculo utilizado, que se llamará *Vector de Deformaciones Residuales*

$$\delta\varepsilon(x) = \varepsilon_r(x) - \varepsilon_e(x) = \Delta\varepsilon_{r,1} - \Delta\varepsilon_{e,1} \quad (3.3)$$

Los esfuerzos y los desplazamientos obtenidos serán congruentes con el comportamiento real del material, si a la actuación de las cargas exteriores,  $P_1$ , se suman unas deformaciones impuestas,  $\delta\varepsilon(x)$ , pues en tal

caso las deformaciones obtenidas por el modelo, ( $\varepsilon_e$ ), serán suma de las reales originadas por los esfuerzos ( $\varepsilon$ ), más las impuestas. Pero como tales deformaciones impuestas no existen, deben ser eliminadas. Ello se consigue introduciendo las de valor contrario,  $\delta\varepsilon(x)$ , y superponiendo el resultado de este paso a lo anteriormente acumulado. Si los nuevos valores de las deformaciones acumuladas difieren menos de las reales que en la etapa anterior, y su diferencia es despreciable, se obtiene un estado de Congruencia. Si ello no es así, procederemos a repetir la evaluación de la diferencia entre valores reales y valores acumulados, introduciendo nuevamente la diferencia. Se desarrolla el proceso iterativo hasta cumplir la condición de convergencia.

### 3.2. Modelo de Cálculo

Puesto que en todas estas etapas se trata de ajustar el “comportamiento mecánico” de los elementos definidos en el modelo de cálculo, al material real, no es necesario introducir la variación de la geometría del elemento (Longitud y Orientación) en el transcurso de éstas. El objetivo perseguido es que en esta geometría inicial,  $X_0$ , exista congruencia entre esfuerzos y deformaciones reales, eliminando una de las discrepancias con la realidad, tomando el resultado como situación de partida para las otras dos correcciones, compatibilidad y equilibrio.

### 3.3. Mecanismo de Eliminación de Deformaciones Impuestas

#### 3.3.1. Matrices Nucleares: Lineal y Secante Incremental

Las acciones iniciales de cada una de estas iteraciones son las correspondientes a la retirada de las deformaciones  $-\delta\varepsilon(x)$ , es decir, a la *introducción de sus contrarias*,  $\delta\varepsilon(x)$ , lo que se efectúa por medio de cargas sobre las barras. Cada sección de las barras de directriz recta en el modelo lineal, está sometida a un vector de funciones de esfuerzos de tres componentes, Axil y Flexión en dos planos principales:

$$\begin{aligned} E_1(x) &= E_0(x) + \Delta E_1(x) = \\ &= [N_1(x), M_{1z}(x), M_{1y}(x)]^t \end{aligned}$$

que originan las deformaciones generalizadas

$$\begin{aligned} \varepsilon_{e,1}[x] &= \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon_{e,1} = \\ &= [\varepsilon_{ex,1}(x), \chi_{ez,1}(x), \chi_{ey,1}(x)]^t \end{aligned}$$

de acuerdo con el siguiente sistema de ejes definido en la Figura 1:

La matriz de *Rigidez nuclear lineal*  $k_e$  de una rebanada es:

$$\begin{vmatrix} EA & 0 & 0 & | \\ 0 & EI_z & 0 & | \\ 0 & 0 & EI_y & | \end{vmatrix} \quad (3.4)$$

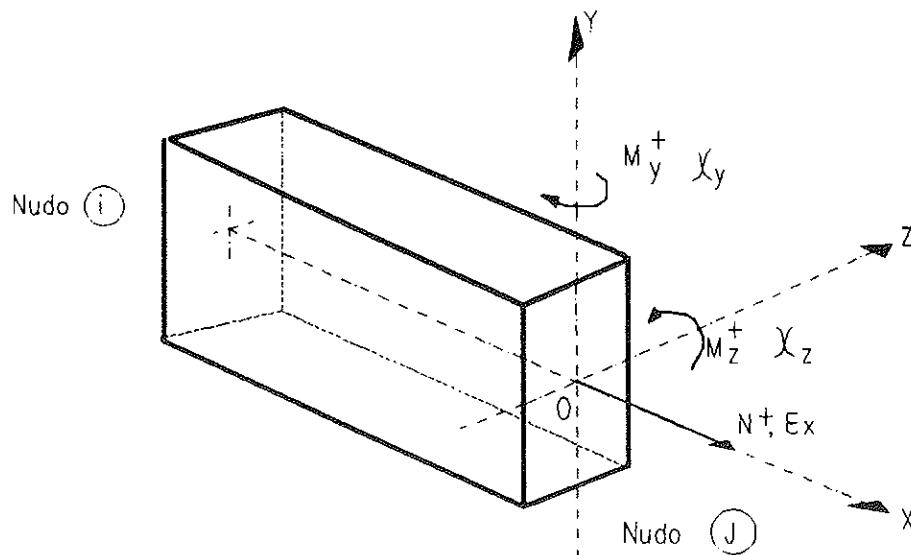


Fig. 1. Ejes locales, Esfuerzos y Deformaciones

cumpliéndose que:  $\Delta\epsilon_{e,1} = \underline{k}_e^{-1} \times \Delta E_1$

Aplicando el algoritmo de resolución inversa, se obtienen las deformaciones generalizadas reales en correspondencia con esos esfuerzos, y el incremento de deformaciones reales debidas al escalón de carga:

$$\begin{aligned}\epsilon_{r,1}(x) &= |\epsilon_{rx,1}(x), \chi_{rz,1}(x), \chi_{ry,1}(x)|^t \\ \Delta\epsilon_{r,1} &= \epsilon_{r,1} - \epsilon_0\end{aligned}$$

Se define como matriz de *Rigidez nuclear Real*, o *Rigidez Secante Incremental*,  $\underline{k}_r$ , una diagonal cuyos términos son los cocientes entre los incrementos de esfuerzo generados sobre el modelo elástico al aplicar el escalón  $\Delta P_1$ , y el incremento de deformación concomitante real.

$$\begin{vmatrix} k_{rx} = \Delta N / \Delta\epsilon_{rx} & 0 & 0 & | \\ | & 0 & k_{rz} = \Delta M_z / \Delta\chi_{rz} & 0 & | \\ | & 0 & 0 & k_{ry} = \Delta M_y / \Delta\chi_{ry} & | \end{vmatrix} \quad (3.5)$$

verificándose:  $\Delta\epsilon_{r,1} = \underline{k}_r^{-1} \times \Delta E_1$  (3.6)

En la Figura 2 se representa el concepto de rigidez secante incremental, asociada a cada esfuerzo. Cada rigidez depende de la variación del esfuerzo al que está asociada y de la variación de los demás, y es una propiedad cambiante de cada rebanada. Define la rigidez real en función del nivel de esfuerzos preexistentes, cuando éstos reciben un incremento.

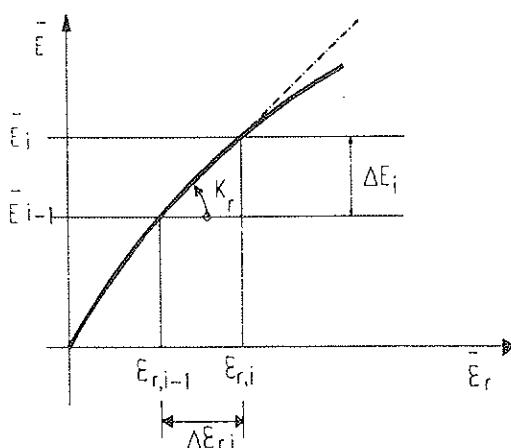


Fig. 2. Matriz de rigidez Secante Incremental.

No tiene definición analítica y solamente puede obtenerse "a posteriori" cuando se ha producido un incremento. No obstante, resulta de suma utilidad para la definición de las cargas equivalentes a las deformaciones impuestas, y en las condiciones de convergencia de las iteraciones de congruencia.

### 3.3.2. Matriz de Rigidez Diferencial

La diferencia entre el vector de deformación real y el acumulado sobre el modelo elástico, define la deformación impuesta que hay que introducir en cada sección. Llamaremos a esta magnitud "*Vector de Deformación Residual*" y se expresará como:

$$\begin{aligned}\delta\epsilon &= \epsilon_r - \epsilon_e = \Delta\epsilon_{r,1} - \Delta\epsilon_{e,1} = \\ &= \{\underline{k}_r^{-1} - \underline{k}_e - 1\} \times \Delta E_1[x] = \\ &= \underline{k}_e^{-1} \times \underline{\Delta K} \times \Delta E_1[x]\end{aligned} \quad (3.7)$$

en donde aparece la matriz  $\underline{\Delta K}$ , diagonal, cuyos términos son de la forma:

$$[(\underline{k}_e - \underline{k}_r) / \underline{k}_r]_i$$

siendo "i" cualquiera de las direcciones en que se obtienen las deformaciones generalizadas.

$$\delta\epsilon = \underline{\Delta K} \times \underline{k}_e^{-1} \times \Delta E_1[x] = \underline{\Delta K} \times \Delta\epsilon_{e,1} \quad (3.8)$$

Esta última matriz, a la que denominaremos *Matriz de Rigidez Diferencial*, puede considerarse como un indicador adimensional de la diferencia entre la rigidez elemental supuesta para la rebanada del modelo elástico, y la rigidez real con que dicha rebanada ha reaccionado frente a los incrementos de esfuerzos que acaba de recibir.

### 3.3.3. Acciones equivalentes

Para introducir sobre el modelo elástico el vector de deformación diferencial existente en cada rebanada, utilizaremos el conocido procedimiento de superposición entre un estado con deformaciones y acciones ficticias simultáneas autoequilibradas que producen un efecto global nulo, y otro en que se

aplican dichas acciones con sentido contrario. Las leyes de esfuerzos que anulan las deformaciones  $\delta e(x)$  en cada rebanada de cada barra del sistema elástico son:

$$-\delta E(x) = -k_e \times \delta e(x) = -\Delta K \times \Delta E_i(x) \quad (3.9)$$

Para poder originar estos *esfuerzos de neutralización de deformaciones*, deberemos introducir, sobre cada barra, unas acciones que los originen, distribuidas en el dominio interior de cada elemento y en los bordes del mismo. En los extremos del elemento, las acciones serán numéricamente iguales a los esfuerzos que deben originar, diferenciándose de éstos tan solo en el signo, que corresponda a la situación dorsal o frontal. En el interior de la barra, se obtendrán a partir de las condiciones de equilibrio.

Llamaremos  $-R_1, -R_2$  a los vectores de las *acciones de neutralización* en los extremos dorsal y frontal, respectivamente, y  $-r_x, -r_z, -r_y$ , a las cargas distribuidas a lo largo del elemento. Sus valores contrarios serán las *Acciones Equivalentes* a las deformaciones, con la representación y signos de Figura 3.

En donde:

$$\begin{aligned} R_1 &= [-\delta N_{1x}, \delta Q_{1z}, \delta Q_{1y}, -\delta M_{1z}, -\delta M_{1y}]' \\ R_2 &= [\delta N_{2x}, \delta Q_{2z}, \delta Q_{2y}, \delta M_{2z}, \delta M_{2y}]' \end{aligned} \quad (3.10)$$

Los vectores anteriores, junto con las acciones internas, definen un sistema en *autoequilibrio*. Las siguientes relaciones (3.11):

$$[\delta N_{1x}, \delta M_{1z}, \delta M_{1y}]' = \delta E(0) = \underline{\Delta K(0)} \times \Delta E_i[0]$$

$$[\delta N_{2x}, \delta M_{2z}, \delta M_{2y}]' = \delta E(L) = \underline{\Delta K(L)} \times \Delta E_i[L]$$

$$\delta Q_{1y} + \delta Q_{2y} + J_L(r_y) dx = 0$$

$$\delta Q_{1z} + \delta Q_{2z} + J_L(r_z) dx = 0$$

$$\delta Q_{2y} \times L + \delta M_{1z} + \delta M_{2z} + J_L(r_y \times x) dx = 0$$

$$\delta Q_{2z} \times L + \delta M_{1y} + \delta M_{2y} + J_L(r_z \times x) dx = 0$$

permiten obtener las componentes de las cargas en extremos de barra, una vez conocidas las acciones interiores. Estas últimas derivan del equilibrio a nivel elemental, de acuerdo con lo que se indica en la Figura 4:

$$r_x = -d [\delta N(x)] / dx$$

$$r_y = d^2 [\delta M_z(x)] / dx^2$$

$$r_z = -d^2 [\delta M_y(x)] / dx^2 \quad (3.12)$$

La ecuación de autoequilibrio en el sentido de la directriz,  $\delta N_{1x} + \delta N_{2x} + J_L(r_x) \cdot dx = 0$ , resulta de integrar la primera relación de (3.12), y por lo tanto se cumple automáticamente.

El vector de cargas distribuidas en el interior de la barra, es:

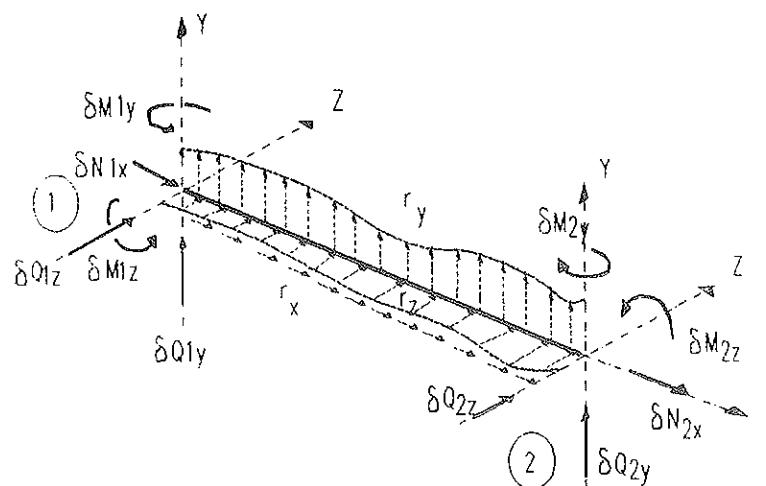


Fig. 3. Acciones Equivalentes a las Deformaciones  $\delta e$

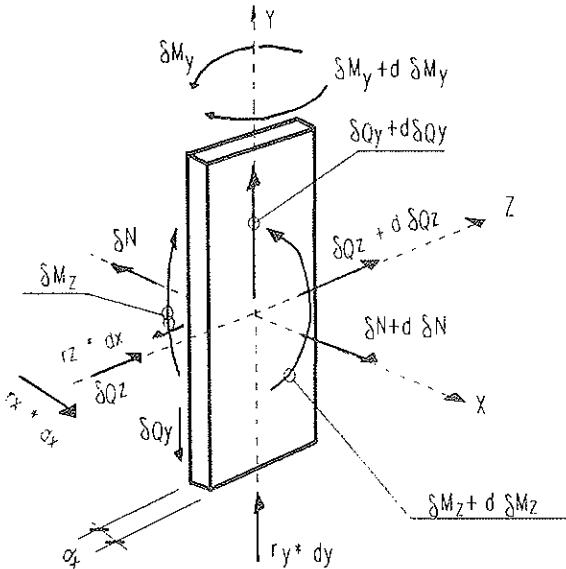


Fig. 4. Equilibrio entre cargas y esfuerzos.

$$\begin{aligned}
 r(x) = [r_x, r_y, r_z]^t &= \begin{vmatrix} -d/dx & 0 & 0 & 1 \\ 0 & d^2/dx^2 & 0 & * [\delta N(x), \delta M_z(x), \delta M_y(x)]^t \\ 0 & 0 & -d^2/dx^2 & 1 \end{vmatrix} \\
 r(x) &= \underline{\Delta} \times \underline{\Delta K} \times \underline{\Delta E1}(x)
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

en donde  $\underline{\Delta}$  es la matriz de operadores diferenciales. Desarrollando, obtenemos:

$$\begin{aligned}
 r_x &= -[(k_{ex} - k_{rx}) / k_{rx}] \times (d\Delta N_1 / dx) + \\
 &\quad + (k_{ex} / k_{rx}^2) \times (dk_{rx} / dx) * \Delta N_1
 \end{aligned} \tag{3.14.a}$$

$$\begin{aligned}
 r_y &= [(k_{ez} - k_{rz}) / k_{rz}] \times (d^2\Delta M_{z1} / dx^2) - \\
 &\quad - 2 \times k_{ez} \times (dk_{rz} / dx) \times (d\Delta M_{z1} / dx) / k_{rz}^2 - \\
 &\quad - M_{z1} \times [k_{ez} \times k_{rz}^2 \times (d^2k_{rz} / dx^2) - 2 \times \\
 &\quad \times k_{rz} \times k_{ez} \times (dk_{rz} / dx)^2] / k_{rz}^4
 \end{aligned} \tag{3.14.b}$$

$$\begin{aligned}
 r_z &= -\{(k_{ey} - k_{ry}) / k_{ry}\} \times (d^2M_{y0} / dx^2) - \\
 &\quad - 2 \times k_{ey} \times (dk_{ry} / dx) \times (dM_{y0} / dx) / k_{ry}^2 - \\
 &\quad - M_{y0} \times (k_{ey} \times k_{ry}^2) \times (d^2k_{ry} / dx^2) - \\
 &\quad - 2 \times k_{ry} \times k_{ey} \times (dk_{ry} / dx) / k_{ry}^4\}
 \end{aligned} \tag{3.14.c}$$

Se observa que las acciones equivalentes

según la directriz, ( $r_x$ ), solamente serán nulas si el esfuerzo axil y la rigidez secante incremental longitudinal permanecen constantes a lo largo de la barra. Las acciones equivalentes en las direcciones transversales a la directriz, serán nulas si la variación de los flectores es lineal, y las rigideces secantes incrementales son constantes. En general, la condición de constancia de las rigideces a lo largo de la barra, no se verificará nunca. Solamente, de forma aproximada, podrá ignorarse su variación si la longitud del elemento es lo suficientemente pequeña.

Si la corrección de los efectos de la no linealidad del material en todas las secciones de la estructura, se realiza aplicando sobre cada elemento las leyes de acciones (3.14), se obtiene una *Congruencia total*. Pero ello exige obtener las rigideces secantes incrementales, y sus derivadas, en cada sección, lo que en la práctica no es posible pues no existe una función que las defina. No obstante, pueden determinarse estos valores, en

tantos puntos como se quiera, pero en un número finito, utilizando el algoritmo de las diferencias finitas. Otra alternativa es establecer la congruencia solo en un número predeterminado de puntos en cada elemento, es decir una *Congruencia Parcial*.

### 3.3.3.1. Procedimiento de Congruencia Puntual

Los esfuerzos sobre la barra originados por las acciones en los extremos, ( $R$ ), y por las acciones interiores,  $r^*$ , son, precisamente, los que producen la compatibilización en los puntos previamente elegidos,  $\delta E(x_i)$ .

Se definen, en primer lugar, unas leyes lineales de esfuerzos de flexión y de axil, originadas por las acciones en los bordes,  $R$  (Figura 5).

$$M_z^l(x) = \delta M_{1z} + (\delta M_{2z} - \delta M_{1z}) \cdot (x/L) \quad (3.15.a)$$

$$M_y^l(x) = \delta M_{1y} + (\delta M_{2y} - \delta M_{1y}) \cdot (x/L) \quad (3.15.b)$$

$$N_l(x) = \delta N_{1x} + (\delta N_{2x} - \delta N_{1x}) \cdot (x/L) \quad (3.15.c)$$

La ley de axiles precisa de unas cargas

interiores en el interior de la barra, capaces de restablecer el equilibrio, de valor:

$$r_{xu} = -(\delta N_{2x} - \delta N_{1x}) / L \quad (3.16)$$

Partiendo del valor lineal de los esfuerzos equivalentes que proporcionan los valores de congruencia de los bordes, cada nudo interior necesita un incremento igual a:  $E^*(x_n) = \delta E(x_n) - E(x_n)$ . Las acciones que producen los esfuerzos de flexión son un conjunto de cargas puntuales transversales (Figura 6) sobre los nodos internos, junto con otras en los bordes, que establecen el autoequilibrio, ya sea en las direcciones  $OY$  u  $OZ$ , y proceden de la solución del siguiente sistema (3.17):

$$\begin{aligned} R_0^*(P_j^*) \times x_1 &= M^*[x_1] \\ R_0^*(P_j^*) \times x_2 - P_1^* \times (x_2 - x_1) &= M^*[x_2] \\ \dots \\ R_0^*(P_j^*) \times x_n - \sum_{i=1}^{n-1} P_i^* \times (x_n - x_i) &= M^*[x_n] \end{aligned}$$

Para obtener los esfuerzos axiles que generan la congruencia múltiple, se asigna a cada uno de los segmentos internos en que

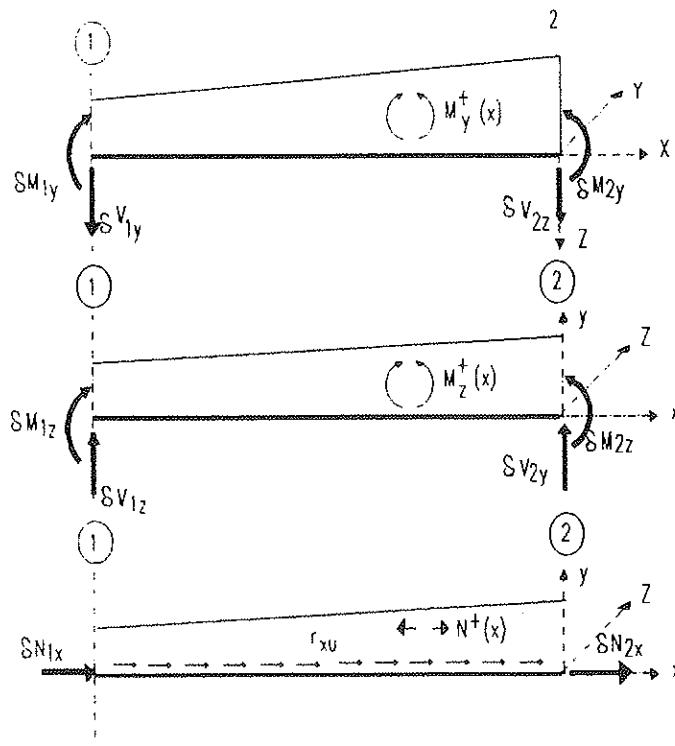


Fig. 5. Leyes lineales debidas a acciones en Bordes.

se divide el elemento, una carga tangencial uniforme, de valor igual a  $r_k^*$ , como se indica en la figura 7 y que proceden del sistema de ecuaciones (3.18):

$$r_1^* \times x_1 = N^*[x_1]$$

$$r_1^* \times x_1 + r_2^* \times (x_2 - x_1) = N^*[x_2]$$

.....

$$\Sigma_1^n [r_j^* \times (x_j - x_{j-1})] = N^*[x_n]$$

$$\Sigma_1^{n+1} [r_j^* \times (x_j - x_{j-1})] = 0$$

con  $n+1$  incógnitas. La última ecuación se obtiene de la condición de que el conjunto esté en autoequilibrio.

Con este procedimiento de congruencia puntual se establece el cumplimiento de las condiciones reales de deformación en un número discreto de puntos dentro de cada barra. El resultado será tanto más aproximado cuanto mayor sea el número de puntos que se utilicen.

### 3.3.3.2. Elementos Simples

El empleo de cargas en el interior de la barra, presenta la ventaja de proporcionar una mayor precisión del cálculo con un menor número de elementos, pero no redime de la necesidad de evaluar en cada uno de los nudos intermedios, a través de la resolución inversa de la sección, las deformaciones reales, o las matrices de rigidez secante incremental, para la definición de dichas cargas. Pueden utilizarse Elementos Simples en los que solo se establece la congruencia en los bordes, a cambio de aumentar el número de los mismos. En tal caso, se generan solamente los valores de las acciones  $R_1$  y  $R_2$  en los extremos, y  $r_{xu}$  en el interior. Las leyes de esfuerzos resultan lineales, y el error cometido al ignorar la congruencia en puntos interiores, se reduce a medida que lo hace el tamaño de la barra. Para este tipo de elemento se obtienen cinco cargas en cada extremo (tres fuerzas y dos momentos) y una carga tangencial uniforme en el interior,

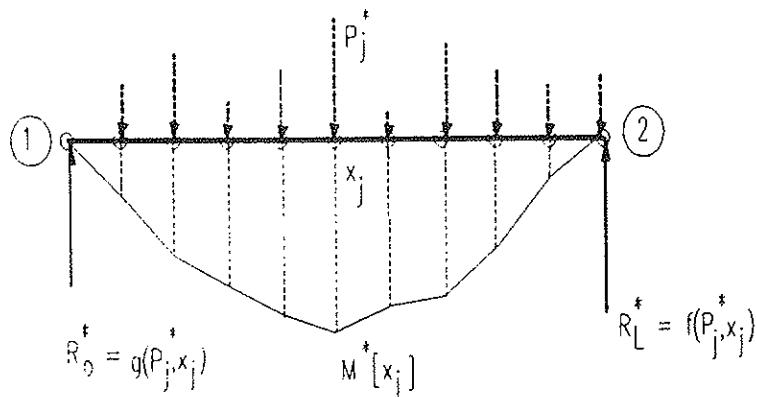


Fig. 6. Acciones normales de Congruencia Puntual.

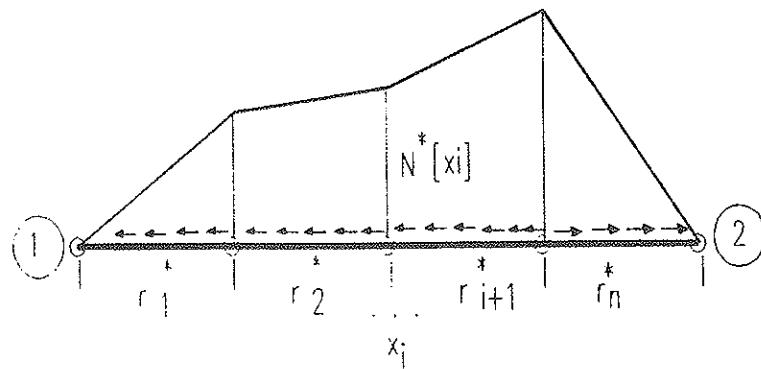


Fig. 7. Acciones tangenciales de Congruencia Puntual.

de acuerdo con las siguientes relaciones (3.19) (Figura 8):

$$X_1 = -\delta N_{1x} = -\underline{\Delta K}(0) \times \Delta N_{1x}$$

$$X_2 = \delta N_{2x} = \underline{\Delta K}(L) \times \Delta N_{2x}$$

$$r_{xu} = -(X_1 + X_2) / L$$

$$M_{1z} = -\delta M_{1z} = -\underline{\Delta K}(0) \times \Delta M_{1z};$$

$$M_{2z} = \underline{\Delta K}(L) \times \Delta M_{2z}$$

$$Y_1 = -(M_{1z} + M_{2z}) / L \quad Y_2 = -Y_1$$

$$M_{1y} = -\delta M_{1y} = -\underline{\Delta K}(0) \times \Delta M_{1y}$$

$$M_{2y} = \underline{\Delta K}(L) \times \Delta M_{2y}$$

$$Z_1 = -(M_{1y} + M_{2y}) / L \quad Z_2 = -Z_1$$

### 3.3.4. Superposición

En la Figura 9 se describen los estados cuya superposición tiende a proporcionar una situación de Congruencia de Material. Las únicas acciones que es necesario introducir son las tangenciales en el interior de la barra y las puntuales a una distancia infinitesimal de sus bordes (Estado 3). Con este conocido procedimiento, los esfuerzos que aparecen en los extremos de las barras,  $E_h$ , y los movimientos de los nudos,  $d_h$ , son los resultantes de la superposición de los estados necesarios para la introducción de  $\delta e(x)$ .

El hiperestatismo de la estructura añade, a las deformaciones impuestas que establecen la congruencia, otras "parásitas" que impiden la obtención de aquella en una sola

iteración, excepto en el caso de estructuras isostáticas o "débilmente hiperestáticas".

### 3.4. Condiciones de Convergencia de las Iteraciones de Congruencia del Material para Elementos Simples

Los procesos realmente Divergentes en las iteraciones de Congruencia, corresponden a situaciones de Agotamiento para estados de carga en los que las deformaciones de algunas secciones alcanzan los valores últimos sin haber generado los esfuerzos suficientes para equilibrar las acciones exteriores. En tales situaciones, la resistencia de la estructura es insuficiente por falta de capacidad de sus materiales y dimensiones, apareciendo un agotamiento progresivo de las rebanadas más solicitadas, hasta que se transforma en un mecanismo con desplazamientos incontrolables.

En los casos en que no hay agotamiento pueden aparecer, sin embargo, los siguientes comportamientos del proceso iterativo:

- a. *Convergencia monótona a una solución*
- b. *Convergencia alternada a una solución*
- c. *Oscilación estacionaria, sin convergencia ni divergencia*
- d. *Divergencia espúrea*

Las situaciones anteriores son consecuencia de las "deformaciones parásitas" que aparecen al tratar de introducir los vectores

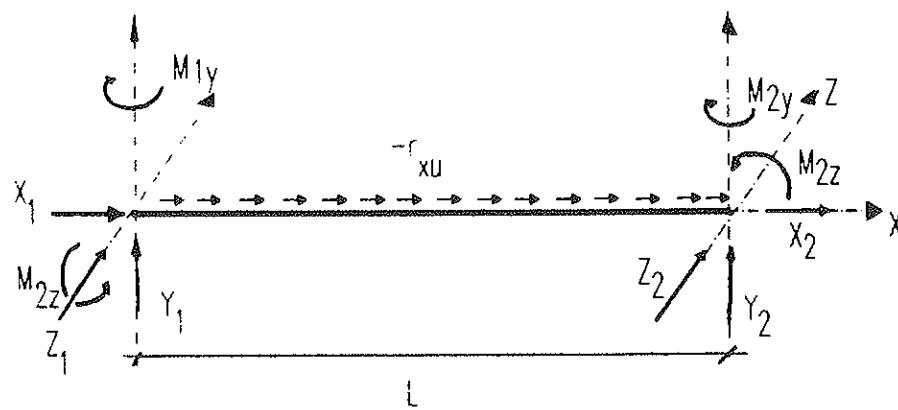
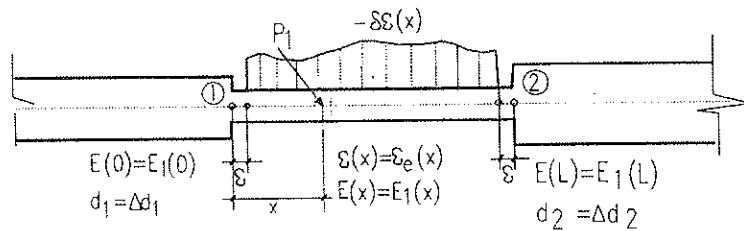
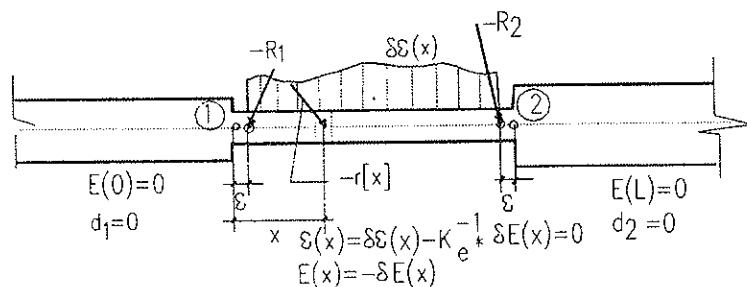


Fig. 8. Cargas equivalentes en Elementos Simples.

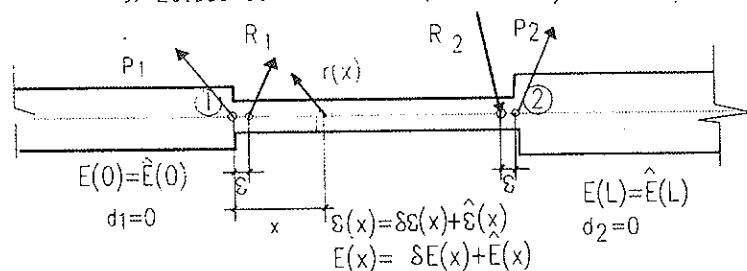
## 1. Estado de Congruencia Inicial



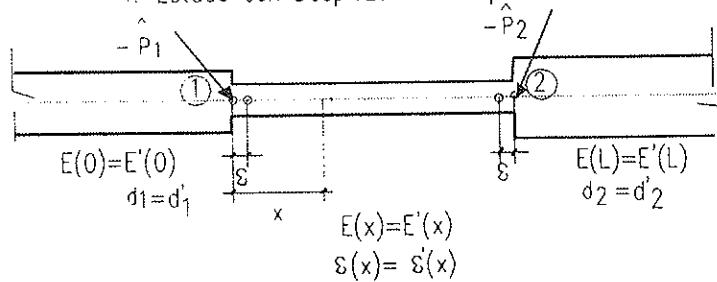
## 2: Estado de Neutralización



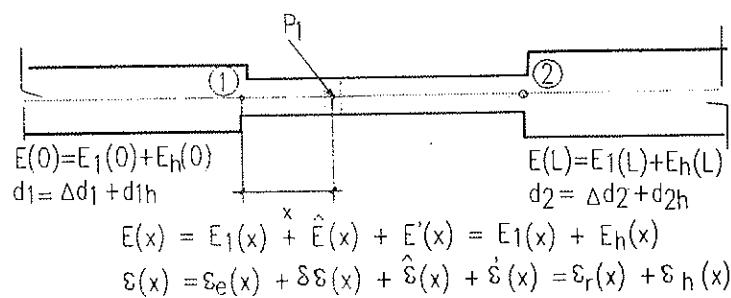
## 3: Estado con Acciones Equivalentes y Nudos Fijos



## 4: Estado con Desplazamientos permitidos



## 5: Estado FINAL

Fig. 9. Estado superposición del inicial con el de introducción de  $\delta\Sigma$

de deformación residual  $\delta e$ . La aparición de una u otra depende de las rigideces relativas entre los elementos que forman el modelo de cálculo lineal, y de la relación entre las rigideces nucleares supuestas en el modelo y las secantes incrementales, para cada rebanada donde se establece la congruencia. En el caso de Elementos Simples pueden cuantificarse estas situaciones utilizando los siguientes parámetros:

### 3.4.1. Coeficiente de Hiperestaticidad Local

Este parámetro mide la *rigidez relativa* entre la sección de borde de una barra y el resto de la estructura que forma el modelo lineal. Se designará como  $\lambda_j$ , en donde el subíndice “j” se refiere a la sección considerada. Se define como *el esfuerzo adimensional generado en el borde “j”, cuando se introducen sobre la barra una ley lineal de esfuerzos autoequilibrados (equivalentes a unas deformaciones), variables desde la unidad, en la sección de referencia, hasta cero, en el borde opuesto, en ausencia de otro tipo de acción sobre la estructura.*

Su obtención puede verse en la Figura 10. Cada tipo de esfuerzo tiene asociado un coeficiente. Este parámetro es siempre negativo, ya que es consecuencia de la “resistencia” que la estructura ofrece a la introducción de la ley de deformaciones impuestas, y solo puede variar entre 0 y -1. El primer valor se obtiene si el extremo en consideración está sin coacción al movimiento asociado al esfuerzo unitario introducido; y el segundo, si

los movimientos de los extremos de la barra en correspondencia con la ley de esfuerzos estuvieran totalmente coaccionados.

### 3.4.2. Factor de Convergencia Local

Se define como el producto del coeficiente de hiperestaticidad local de una sección, por la rigidez diferencial de dicha sección, asociados ambos al mismo tipo de esfuerzo. Cada rebanada tiene un número de factores igual al de deformaciones y esfuerzos en que se trate de establecer la congruencia; es variable con cada iteración, ya que, por lo menos, cambia la rigidez diferencial.

De su valor depende la tendencia del proceso iterativo en esa sección para el esfuerzo asociado y si permanece acotado dentro de ciertos límites, la convergencia está asegurada. Al Factor de Convergencia Local en la sección “j” se le llamará  $a_j$

$$a_j = \lambda_j \times \Delta K_j \quad (3.20)$$

#### 3.4.2.1. Condición de Convergencia Local

Para analizar la influencia de este parámetro, supóngase un caso en que se estableciera la congruencia tan solo en una sección de toda la estructura y que su rigidez incremental permaneciera constante a lo largo del proceso iterativo. Después de la primera iteración, los esfuerzos parásitos finales en esa rebanada podrán obtenerse por proporcionalidad entre el resultado de introducir

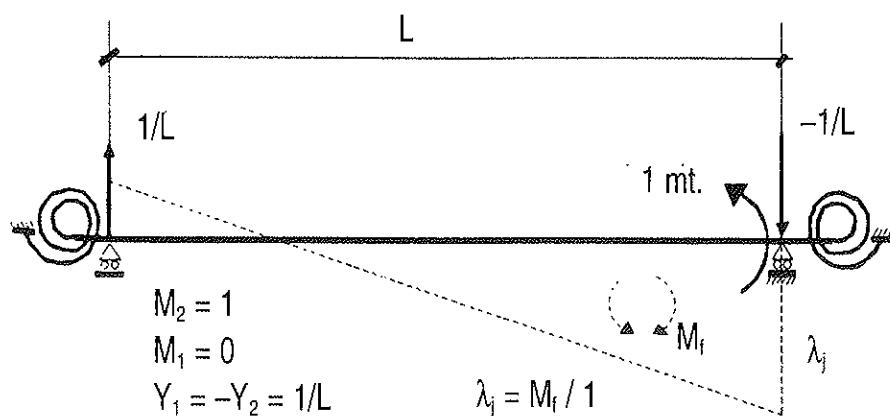


Fig. 10. Acciones para obtener el Coef. de Hiper. local.

una ley análoga de máximo unidad y la realmente introducida. Es decir:

$$E_{h,1} = \lambda_j \times \delta E = \lambda_j \times \Delta K_j \times \Delta E_1 = a_j \times \Delta E_1$$

El esfuerzo acumulado en la sección en que se está estableciendo la congruencia, después de esta primera corrección de “no linealidad del material” valdrá:

$$E_2 = E_0 + \Delta E_1 + E_{h,1} = E_0 + (1 + a_j) \times \Delta E_1$$

La deformación parasita sobre el modelo elástico

$$\varepsilon_{e,1} = E_{h,1} / k_e = \lambda_j \times \Delta K_j \times \Delta \varepsilon_{e,1} = a_j \times \Delta \varepsilon_{e,1}$$

dará lugar a un valor acumulado:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{e,2} &= \varepsilon_0 + \Delta \varepsilon_{e,1} + \delta \varepsilon_1 + \varepsilon_{h,1} = \\ &= \varepsilon_0 + [1 + (1 + \lambda_j) \times \Delta K_j] \times \Delta \varepsilon_{e,1} = \\ &= \varepsilon_{r,1} + a_j \times \Delta \varepsilon_{e,1} \end{aligned}$$

La nueva deformación residual y su correspondiente esfuerzo serán

$$\delta \varepsilon_2 = \Delta K_j \times \varepsilon_{h,1} = \Delta K_j \times a_j \times \Delta \varepsilon_{e,1}$$

$$\delta E_2 = \Delta K_j \times E_{h,1} = \Delta K_j \times a_j \times \Delta E_1$$

y los incrementos de esfuerzo y deformación, después de este nuevo cálculo serán:

$$E_{h,2} = \lambda_j \times \delta E_2 = a_j^2 \times \Delta E_1$$

$$\varepsilon_{h,2} = \delta E_2 / k_e = a_j^2 \times \Delta \varepsilon_{e,1}$$

Los esfuerzos y deformaciones acumulados sobre el modelo elástico, al final de esta segunda etapa, resultan por tanto iguales a:

$$\begin{aligned} E_3 &= E_0 + \Delta E_1 \times (1 + a_j + a_j^2) \\ \varepsilon_{e,3} &= \varepsilon_0 + \Delta \varepsilon_{e,1} \times [1 + (1 + \lambda_j) \times \\ &\quad \times \Delta K_j + (1 + \lambda_j) \times \lambda_j \times \Delta K_j^2] = \\ &= \varepsilon_{r,2} + a_j^2 \times \Delta \varepsilon_{e,1} \end{aligned}$$

Puede observarse cómo en el caso de que  $\lambda_j = -1$ , la deformación acumulada sobre el modelo permanece invariablemente igual a la inicial, siendo inútiles todos los esfuerzos por corregirla. Prosiguiendo de modo análo-

go, llegaremos a que, después de la  $n$ -ésima iteración, los esfuerzos y deformaciones acumulados sobre el modelo lineal son:

$$E_n = E_0 + \Delta E_1 \times (1 + a_j + a_j^2 + a_j^3 + \dots + a_j^n) \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{e,n} &= \varepsilon_0 + \Delta \varepsilon_{e,1} \times \{1 + (1 + \lambda_j) \times (\Delta K_j + \lambda_j \times \\ &\quad \times \Delta K_j^2 + \dots + \lambda_j^{n-1} \times \Delta K_j^n)\} = \\ &= \varepsilon_{r,n-1} + a_j^{n-1} \times \Delta \varepsilon_{e,1} \quad (3.22) \end{aligned}$$

En el límite, el esfuerzo es la suma de una serie geométrica de razón  $a_j$ , serie que sólo es convergente, y por tanto con suma finita, si se verifica que

$$\text{mod}(a_j) < 1 \Rightarrow \text{mod}(\lambda_j \times \Delta K_j) < 1 \quad (3.23)$$

en cuyo caso valdrá

$$E = E_0 + \Delta E_1 / (1 - a_j) \quad (3.24)$$

### 3.4.3. Coeficientes de Hiperestaticidad Inducida

Se define como *Coeficiente de Hiperestaticidad Inducida*,  $\lambda_{ij}$ , en la sección “j”, por el efecto de la introducción de una ley lineal autoequilibrada de esfuerzos en la barra que contiene la sección de borde “j”, con un máximo unidad en dicha sección, al esfuerzo adimensional de la misma naturaleza que aparece en la sección “i”.

En la figura 11 se representan, simbólicamente, los esfuerzos equivalentes que dan lugar a los coeficientes de hiperestaticidad local e inducida entre dos secciones.

### 3.4.4. Factores de Convergencia Inducida

En cada sección donde se establece la congruencia, y para cada tipo de deformaciones y esfuerzos, se define como *Factor de Convergencia Inducida* al producto de su rigidez diferencial por el factor de hiperestaticidad inducida por cualquier otra rebanada. Entre dos secciones cualesquiera,  $i, j$ , se generan dos factores de convergencia inducida:

$$b_j = \lambda_{ij} \times \Delta K_j \quad b_i = \lambda_{ji} \times \Delta K_i \quad (3.25)$$

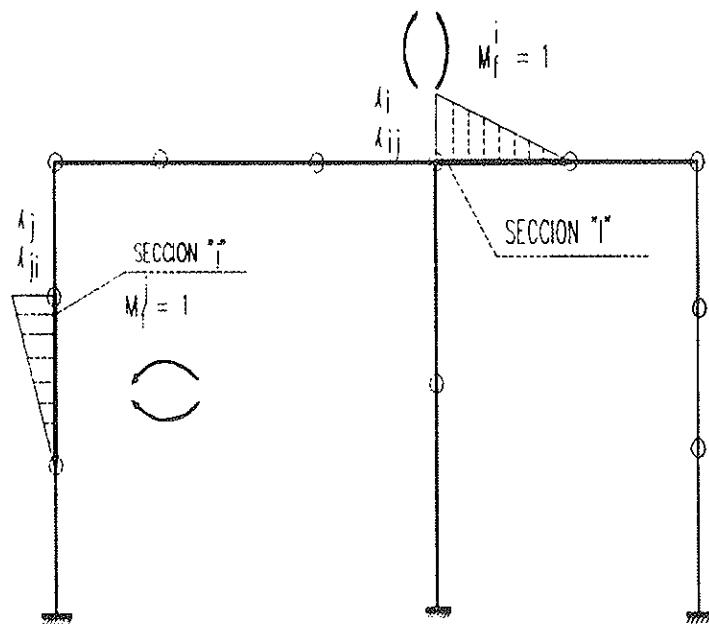


Fig. 11. Coef. de Hiperestaticidad locales e inducidos.

#### 3.4.4.1. Condición de Convergencia Inducida

En la hipótesis de que se establezca la congruencia de material tan solo en dos secciones ( $i, j$ ) de la estructura y que sus rigideces secantes incrementales permanezcan constantes a lo largo del proceso iterativo, si solamente existe un esfuerzo inicial,  $\Delta E_1$ , en la rebanada “ $j$ ”, todos los incrementos que sucesivamente se vayan obteniendo en las secciones que se estudian dependerán de este valor. Para cada sección existe una rigidez diferencial que, con las hipótesis adoptadas, permanecerá constante:

$$\text{Sección "j": } \Delta K_j = (k_{ej} - k_{rj}) / k_{rj}$$

$$\text{Sección "i": } \Delta K_i = (k_{ei} - k_{ri}) / k_{ri}$$

Un desarrollo análogo al de 3.4.2.1 conduce a que si se cumple la condición  $a_j < 1$  los esfuerzos en las secciones  $j$  e  $i$  son:

$$E_j = \Delta E_1 \times [1 / (1 - a_j)] \times 4 \cdot [1 + b_j b_i * \sum_{n=1}^{\infty} S_n(a_j, a_i, b_j, b_i)] \quad (3.26.a)$$

$$E_i = \Delta E_1 \times b_j \times \sum_{n=1}^{\infty} S_n(a_j, a_i, b_j, b_i) \quad (3.26.b)$$

en donde  $S_n(a_j, a_i, b_j, b_i)$  es una forma binomial del tipo  $(a_j + a_i)^n$ , modificada por ciertos cambios de los términos  $a_j, a_i$ , por los  $b_j, b_i$ . Los términos de esta serie dependen de cuatro parámetros que pueden agruparse en dos:

$$(a_j + a_i) = A ; (b_j, b_i - a_j, a_i) = B \quad (3.27)$$

con lo que los términos que aparecen sucesivamente en las iteraciones, adoptan la forma de la serie doble (3.28):

1			
$A$			
$A^2$	$B$		
$A^3$	$2BA$		
$A^4$	$3BA^2$	$B^2$	
$A^5$	$4BA^3$	$3B^2A$	
$A^6$	$5BA^4$	$6B^2A^2$	$B^3$
$A^7$	$6BA^5$	$10B^2A^3$	$4B^3A$
$A^8$	$7BA^6$	$15B^2A^4$	$10B^3A^2$
.....			

En el algoritmo aparece su suma por líneas horizontales. Si se escribe de modo que

cada columna, a partir de la primera, esté trasladada hacia arriba un lugar, rellenando el resto de los espacios superiores con valores nulos, la serie doble toma la forma (3.29):

1	0	0	0	0
$A$	$B$	0	0	0
$A^2$	$2BA$	$B^2$	0	0
$A^3$	$3BA^2$	$3B^2A$	$B^3$	0
$A^4$	$4BA^3$	$6B^2A^2$	$4B^3A$	$B^4$
$A^5$	$5BA^4$	$10B^2A^3$	$10B^3A^2$	$5B^4A$
$A^6$	$6BA^5$	$15B^2A^4$	.....	
$A^7$	$7BA^6$	.....	.....	
.....	.....	.....	.....	.....

La serie diagonal de esta serie doble coincide, en cada uno de sus términos, con los que aparecen en cada iteración. Por lo tanto, se puede identificar el esquema de suma del método de cálculo, como el de la serie diagonal subordinada de la serie doble.

$$1, (A + B), (A + B)^2, (A + B)^3 \dots (A + B)^n \dots$$

de razón  $(A + B)$ , cuya condición necesaria y suficiente de convergencia se expresa como:

$$\text{mod}(A + B) < 1 \quad (3.30)$$

La desigualdad anterior establece una relación entre las rigideces diferenciales y los coeficientes de hiperestaticidad de las dos secciones, para que el proceso sea convergente; y, de cumplirse, conducirá a que el resultado sea:

$$S = \sum S_n(a_j, a_i, b_j, b_i) = 1 / [1 - (A + B)] \quad (3.31)$$

La velocidad de convergencia aumentará cuanto menor sea  $(A + B)$ . Por consiguiente, desde el punto de vista de utilidad práctica, es deseable que:

$$\text{mod}(B) << 1; \text{ y } \text{mod}(A) << 1 \quad (3.32)$$

ya que con ello se cumplirán las condiciones iudicadas. Así pues, obtenemos como condiciones óptimas de convergencia

$$\text{mod}(\lambda_j \times \Delta K_j + \lambda_i \times \Delta K_i) << 1 \quad (3.33.a)$$

$$\text{mod}[(\lambda_{ij} \times \lambda_{ji} - \lambda_j \times \lambda_i) \times (\Delta K_j \times \Delta K_i)] << 1 \quad (3.33.b)$$

Puesto que los coeficientes  $\lambda$ , dependen de la distribución de rigideces ficticias asignadas al modelo de análisis lineal, estando implicadas todas las barras del mismo, incluso las de posible comportamiento real lineal, no pueden ser modificados para lograr el cumplimiento de las desigualdades. Por el contrario, en los términos de rigidez diferencial solamente intervienen las rigideces de las secciones no lineales, siendo posible, por tanto, alterar su valor para el cumplimiento de las condiciones (3.33).

Al igual que en el modelo de una sola sección no lineal, la convergencia del método exige, en primer lugar, que el factor de convergencia local de las secciones sea menor que la unidad. La condición de convergencia directa es pues:

$$\text{mod}(\lambda_j) \times \text{mod}[(k_{ej} - k_{rj}) / k_{rj}] < 1 \quad (3.34)$$

(3.34) se cumple si:

$$0 < k_{ej} < k_{rj} \times [1 + 1 / \text{mod}(\lambda_j)] \quad (3.35)$$

en donde el miembro de la derecha de la desigualdad puede interpretarse como el *Límite Superior* de la rigidez elástica elemental assignable al modelo para que exista convergencia local. Se pone de manifiesto, además, cómo valores pequeños de las rigideces del modelo elástico tienen mayores probabilidades de originar procesos convergentes.

Si en lugar de mantenerse constante la rigidez secante incremental de las secciones, se producen variaciones debidas a su dependencia del nivel de esfuerzos existentes, el carácter convergente se mantendrá si, en todo momento, la rigidez nuclear elástica asignada se mantiene inferior al Límite Superior “instantáneo” de cada iteración. Por otra parte, cualquier rigidez asignada al modelo elástico, si éste se mantiene invariable, puede llegar a superar, a partir de una cierta iteración, los límites superiores de convergencia, de tal modo que aparezca una tendencia divergente. Teniendo presente

que la razón de la serie local es el parámetro “ $a$ ” y que la velocidad del proceso depende de la magnitud del mismo, ésta será tanto mayor cuanto menor sea aquél. Por otra parte, el carácter monótono u oscilante del algoritmo dependerá también de su valor, si los términos inducidos por la compatibilización en la sección complementaria “ $i$ ” son pequeños o positivos. En tal caso, si  $k_{ej} < k_{rj}$ , es  $a_j > 0$ , por lo que la convergencia es monótona. Si por el contrario resulta  $k_{ej} > k_{rj}$  ocurrirá que  $a_j < 0$ , por lo que la convergencia resultará oscilante.

La figura 12 siguiente, recoge, de forma simbólica, las conclusiones anteriores, indicando en abscisas los valores de la rigidez nuclear elástica y el carácter de la serie, y en ordenadas el número de iteraciones para alcanzar la convergencia.

Existen tres puntos significativos:

- I. El límite superior de convergencia:  $k_{rj} \cdot [1 + 1 / \text{mod}(\lambda_j)]$ .
- II. El límite inferior de convergencia:  $k_{rj} \cdot [1 - 1 / \text{mod}(\lambda_j)]$  que, a efectos prácticos, es cero, ya que las rigideces directas negativas no tienen sentido.
- III. El punto de cambio de carácter:  $k_{rj}$ , que separa los procesos de convergencia monótona de los alternados.

En segundo lugar, debe cumplirse la condición de *convergencia inducida* (3.30), que hace sumable la serie de términos  $S_n(a_j, a_i, b_j, b_i)$ . Dicha condición, necesaria y suficiente, deducida en la hipótesis de constancia de las rigideces reales, es válida, al igual que la de convergencia local, si se cumple en cada etapa de iteración, aun cuando las rigideces sean variables, ya que implicaría la existencia de una serie convergente mayorante de la real. La condición (3.30) indica que el valor de rigidez elástica asignado a la sección “ $i$ ” no puede ser cualquiera, si el proceso ha de converger, estando ligado con el valor asignado a “ $j$ ”, y a las rigideces secantes incrementales. El carácter de la serie, será monótono, alternado u oscilante, según  $(A+B)$  sea positivo, negativo o igual a 1. Como en el transcurso del cálculo se producen variaciones, que dependen del nivel de esfuerzos actuantes, puede cambiar, de modo temporal o definitivo, el carácter de la convergencia, pasando incluso a ser divergente.

Por lo tanto, no es adecuado mantener constantes las rigideces del modelo lineal, y no basta con adoptar valores reducidos de aquellas, iterando sobre estructuras “ blandas”. Es necesario alterar, en el curso del análisis, las rigideces asignadas, con el fin de mantener los valores de las rigideces diferenciales  $\Delta K$  tan pequeñas como sea posible.

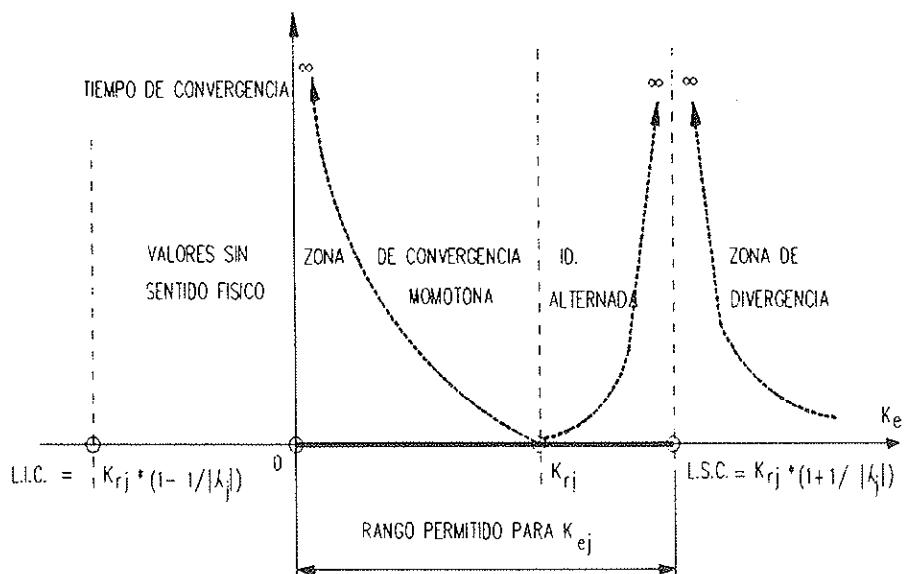


Fig. 12. Carácter de la convergencia Local.

### 3.4.4.3. Conclusión

Si en lugar de establecer la congruencia en dos secciones “*j*” e “*i*”, la realizamos en *n* rebanadas, cada una de éstas dará lugar a un nuevo grupo de sumandos sobre la sección “*j*” que, después de su primera aparición, se expandirán en una serie geométrica de razón  $a_j$ . De modo simbólico, el esfuerzo final sobre la sección sería:

$$E_j = E_0 + \Delta E_1 \times [1 / (1 - a_j)] \times \\ \times \{1 + \sum_n (b_j b_m)_{jm} S_{jm}\} \quad (3.36)$$

en donde la suma recoge un conjunto de series, consecuencia de la interacción reciproca no solo entre “*j*” y cada una de las *n* secciones restantes, sino también entre cada par de secciones “*i*”, “*m*”, donde se realiza la compatibilización inducida por el esfuerzo inicial en “*j*”. La expresión de las condiciones de convergencia de las series inducidas, implica unas relaciones entre las rigideces y coeficientes de hiperestaticidad, que se cumplen si para cada sección “*m*” su rigidez diferencial  $\Delta K_m$  se mantiene inferior a un determinado valor.

Para garantizar la tendencia a la convergencia del proceso iterativo de corrección de la no linealidad del material es necesario variar el valor asignado a las rigideces elementales del modelo elástico en cada etapa del cálculo, en función de las rigideces reales que vayan apareciendo, para minimizar el parámetro de rigidez diferencial.

## 3.5. Modelos Lineales utilizados para las Iteraciones de Congruencia

### 3.5.1. Variación de los Modelos

Antes de iniciar una iteración cualquiera, se puede elegir, de modo totalmente arbitrario, el modelo lineal de cálculo, sin influenciar el resultado final del proceso iterativo, pues las acciones equivalentes a las deformaciones correctoras de la no linealidad del material, adoptan, en todas las etapas, los valores proporcionales a las rigideces elementales asignadas. Por otra parte, los efectos de la descompatibilización geométrica y

el desequilibrio se obtienen sobre geometrías deformadas verdaderas, en las que existe congruencia entre esfuerzos y deformaciones generalizadas reales, por lo que son totalmente independientes del camino seguido para llegar a esas geometrías. En lo que influirá la elección de tales modelos intermedios, será en la mayor o menor intensidad de los esfuerzos y deformaciones parásitas debidas a la hiperestaticidad y, por tanto, en el número de iteraciones.

En el caso que se pudiera asignar a cada sección la rigidez real, la convergencia sería inmediata a la iteración, ya que las series geométricas serían de razón cero y, por tanto, las deformaciones parásitas nulas. Al iniciar una iteración no se conocen “a priori” sus valores, pero sí es posible disponer de los correspondientes a las etapas que se han resuelto con anterioridad. Se adoptan las rigideces secantes incrementales resultantes de la iteración anterior, como valores aproximados del comportamiento de la actual. Si se está próximo a la convergencia, los incrementos serán pequeños, con lo cual se obtendrán valores secantes incrementales sensiblemente constantes. Son de esperar unas variaciones importantes en las primeras etapas de iteración, que se irán amortiguando en las más avanzadas. Analicemos seguidamente las posibles maneras de alterar la matriz de rigidez de la estructura lineal, a partir de las rigideces diferenciales de las secciones.

### 3.5.2. Modelos con barras de sección constante

Si el modelo sobre el que actúan las acciones se considera formado por barras de sección constante, las rigideces elementales de todas sus rebanadas son iguales, y proporcionan las conocidas matrices lineales, formadas por los siguientes términos:

$$EA/L, 12EI_z/L^3, 6EI_z/L^2, 4EI_z/L, 2EI_z/L \\ GJ/L, 12EI_y/L, 6EI_y/L^2, 4EI_y/L, 2EI_y/L$$

Para cambiar la rigidez de cada barra se varían sus propiedades geométricas, manteniendo los módulos de deformación. Con ellas se genera una estructura cuyas barras tienen nuevas secciones e inercias, de acuer-

do con las exigencias de la convergencia. Utilizando el método de congruencia de dos secciones extremas por barra, se tienen dos grupos de rigideces secantes elementales  $k_{rx}$ ,  $k_{rz}$ ,  $k_{ry}$  en cada barra, equivalentes a los productos  $EA$ ,  $EI_z$ ,  $EI_y$ . Como la rigidez de la barra depende tan solo de tres valores elementales, sólo es posibles utilizar una de cada dos rigideces análogas. *Se toma el menor*, ya que así aumenta la probabilidad de convergencia local en el extremo que tenga mayor rigidez real, que estará más por debajo de su límite superior. Antes de calcular las acciones equivalentes a la iteración  $m$ -ésima, se actualizará la matriz de rigidez de cada barra, asignándole una sección  $A$  y unas inercias  $I_z$ , e  $I_y$  iguales a:

$$A = k_{rx} / E; I_z = k_{rz} / E; I_y = k_{ry} / E \quad (3.37)$$

$$A = (1/E) \times (N_{m-1} - N_{m-2}) / (\varepsilon_{x,m-1} - \varepsilon_{x,m-2}) \quad (3.38.a)$$

$$I_z = (1/E) \times (M_{z,m-1} - M_{z,m-2}) / (\chi_{z,m-1} - \chi_{z,m-2}) \quad (3.38.b)$$

$$I_y = (1/E) \times (M_{y,m-1} - M_{y,m-2}) / (\chi_{y,m-1} - \chi_{y,m-2}) \quad (3.38.c)$$

La matriz de rigidez de la estructura se ensamblará nuevamente, utilizando las propiedades geométricas modificadas en todas las barras de comportamiento no lineal. Es de notar que el mantener la barra de sección constante y establecer la compatibilidad en sus dos secciones extremas mediante unas acciones equivalentes cuyos esfuerzos presentan variación lineal, supone que en las secciones intermedias se introduce una corrección de deformaciones, variable linealmente entre los valores de los bordes.

La operación “cambio de rigideces” se realiza antes de toda iteración de congruencia de material, para asegurar la tendencia a la convergencia. Es posible que, dada la interdependencia entre las ternas de esfuerzos y deformaciones generalizadas en el diagrama real, aparezcan simultáneamente rigideces secantes incrementales, positivas para un cierto tipo de esfuerzos y negativas para otro. En tal caso, y para evitar proble-

mas numéricos en la resolución de la estructura, no se altera el parámetro geométrico preexistente en la barra a la que correspondería un valor negativo. De forma análoga, puede ocurrir que algún incremento de esfuerzo sea nulo o muy pequeño, sin serlo los restantes concomitantes con él sobre la sección, lo que se traduce en una rigidez real nula o muy pequeña en correspondencia con ese esfuerzo. En el primer caso, aparece una desestabilización del algoritmo de resolución del sistema global; en tanto que en el segundo, se desarrolla una tendencia a una convergencia lenta de ese esfuerzo en dicha sección que, aunque se corrija en las siguientes etapas, alarga el número de iteraciones. Por esa razón, la rigidez de las barras en el modelo no puede descender por debajo de un límite razonable.

La aparición de esfuerzos parásitos nulos ocurrirá, ineludiblemente, en *todas las secciones*, si la estructura es isostática, y además serán nulos los incrementos de deformaciones reales, quedando indeterminadas la rigideces secantes incrementales que adoptan la forma 0 / 0, por lo que no pueden alterarse los valores preexistentes. Sin embargo, esto no representa ningún problema de convergencia, ya que se ha establecido la congruencia durante la iteración actual.

También es posible la aparición de incrementos de deformaciones muy inferiores a los incrementos de los esfuerzos con que están directamente relacionadas, porque el efecto de éstos queda contrarrestado por la acción de los demás concomitantes. La nueva rigidez asociada a aquéllos resulta enormemente elevada y, como consecuencia, la introducción de las acciones equivalentes a la compatibilización, en una estructura muy rígida, origina esfuerzos parásitos elevados, lo que hace necesario muchas más iteraciones adicionales hasta alcanzar la convergencia, por lo que no se deben introducir aumentos excesivamente elevados de las rigideces entre dos iteraciones correlativas. De forma empírica, se ha llegado a la conclusión de que los límites adecuados para el rango de variación de las rigideces pueden estimarse en 1 / 10 y 10 veces el valor de la existente en la iteración anterior.

### 3.5.3. Modelos con barras de sección variable

Para definir la matriz de una barra de rigideces elementales variables que dependa de los seis parámetros de que se dispone, existen tres soluciones:

I. Suponer la barra formada por dos mitades de sección constante, cada una con las propiedades del extremo que la limita, con una transición brusca entre ellas en el punto medio de la longitud.

II. Suponer una variación lineal de las propiedades geométricas entre los dos extremos y mantener las funciones de interpolación de desplazamientos del interior, iguales a las utilizadas en el caso de sección constante.

III. Suponer una variación lineal de las propiedades geométricas, pero utilizando como funciones de interpolación las soluciones exactas del campo de desplazamientos con acciones en bordes.

#### 3.5.3.2. Barras con cambio brusco de sección

En la figura 13 se representa este modelo de barra, cuya matriz se obtiene eliminando los grados de libertad del nodo intermedio. Llamando  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $I_1$ ,  $I_2$  a las propiedades geométricas en los bordes, iguales al cociente entre las rigideces secantes y el módulo de deformación longitudinal, la matriz de rigidez de la barra en el plano se compone de los términos (3.39):

$$k_{11} = k_{44} = E \times A_1 \times A_2 / a \times (A_1 + A_2) = -k_{14}$$

$$k_{12} = k_{13} = k_{15} = k_{16} = k_{24} = k_{34} = k_{45} = k_{46} = 0$$

$$k_{22} = k_{55} = (12 \times E / a^3) \times I_1 \times I_2 \times (I_1 + I_2) / \{(I_1 + I_2)^2 + 12 \times I_1 \times I_2\}$$

$$k_{23} = (-6 \times E / a^2) \times I_1 \times I_2 \times 3 \times (I_2 + I_1) / \{(I_1 + I_2)^2 + 12 \times I_1 \times I_2\}$$

$$k_{33} = (4 \times E / a) \times I_1 \times I_2 \times 7 \times (I_2 + I_1) / \{(I_1 + I_2)^2 + 12 \times I_1 \times I_2\}$$

$$k_{25} = -k_{22} \quad k_{26} = -k_{23}$$

$$k_{35} = (-6 \times E / a^2) \times I_1 \times I_2 \times (I_2 + 3 \times I_1) / \{(I_1 + I_2)^2 + 12 \times I_1 \times I_2\}$$

$$k_{36} = (8 \times E / a) \times I_1 \times I_2 \times (I_1 + I_2) / \{(I_1 + I_2)^2 + 12 \times I_1 \times I_2\}$$

$$k_{56} = k_{23} \quad k_{66} = k_{33}$$

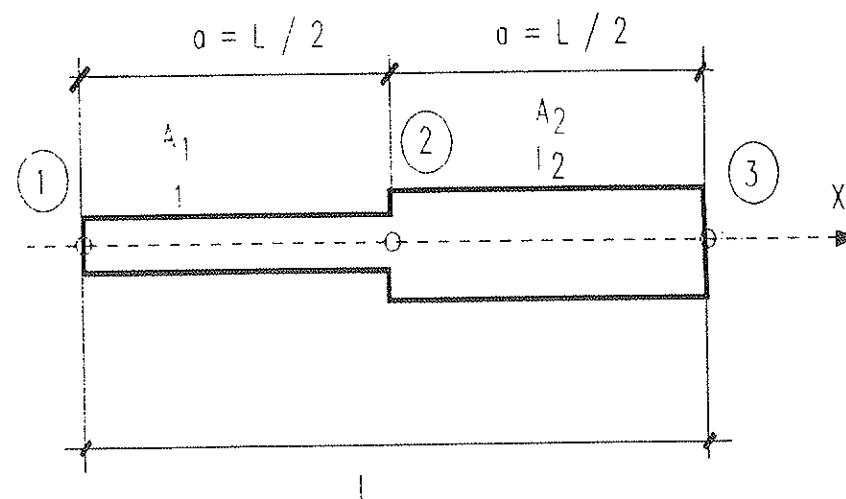


Fig. 13. Barra con cambio brusco.

Para la matriz de rigidez concomitante con las acciones y desplazamientos normales al plano de la estructura, en que los términos de torsión se suponen lineales y están desacoplados de los de flexión, se mantienen los coeficientes  $k_{11} = k_{44} = -k_{14}$  iguales a  $G * J / L$ , y los  $k_{12} = k_{13} = k_{15} = k_{16} = k_{14} = k_{34} = 0$ . Los restantes, correspondientes a la flexión, se definirán como sus homólogos en el plano, sin más que cambiar los parámetros de inercia ficticia.

### 3.5.3.3. Barras con variación lineal de las propiedades elásticas

#### 3.5.3.3.1. Solución con campo de desplazamientos no exacto

La barra tiene área e inercias variables linealmente según las expresiones

$$\begin{aligned} \text{con } N_1 &= 1 - x/L & N_4 &= x/L \\ N_2 &= 1 - 3 \times (x/L)^2 + 2 \times (x/L)^3 & N_3 &= x - 2 \times (x^2/L) + (x^3/L^2) \\ N_5 &= 3 \times (x/L)^2 - 2 \times (x/L)^3 & N_6 &= (x^3/L^2) - (x^2/L) \end{aligned}$$

$$A(x) = A_1 + (A_2 - A_1) \times (x / L)$$

$$I_z(x) = I_{z1} + (I_{z2} - I_{z1}) \times (x / L)$$

$$I_y(x) = I_{y1} + (I_{y2} - I_{y1}) \times (x / L)$$

de acuerdo con la figura 14.

El campo de desplazamientos en el interior del elemento se expresa con las mismas funciones de forma que en el caso de sección constante (3.40):

$$u(x) = N_1(x) \cdot u_1 + N_4(x) \cdot u_2$$

$$\begin{aligned} v(x) &= N_2(x) \cdot v_1 + N_3(x) \cdot \theta_{z1} + N_5(x) \cdot \\ &\quad \cdot v_2 + N_6(x) \cdot \theta_{z2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w(x) &= N_2(x) \cdot w_1 + N_3(x) \cdot \theta_{y1} + N_5(x) \cdot \\ &\quad \cdot w_2 + N_6(x) \cdot \theta_{y2} \end{aligned}$$

La submatriz que relaciona los esfuerzos y desplazamientos en el plano está formada por los coeficientes (3.41):

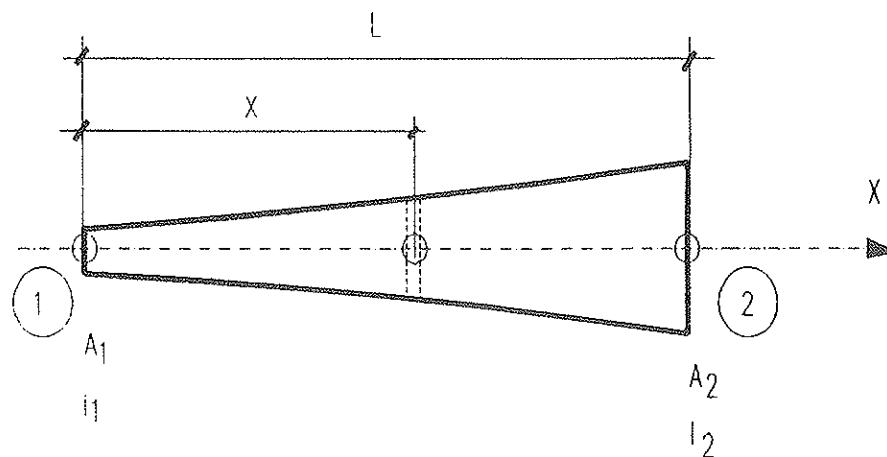


Fig. 14. Barra con variación lineal de Área e Inercia.

$$\begin{aligned}
 k_{11} &= k_{44} = -k_{14} = (E/L) \times (A_1 + A_2) / 2 \\
 k_{12} &= k_{13} = k_{15} = k_{16} = k_{24} = k_{34} = k_{45} = k_{46} = 0 \\
 k_{22} &= k_{55} = -k_{25} = (12 \times E/L^3) \times (I_1 + I_2) / 2 \\
 k_{23} &= -k_{35} = (6 \times E/L^2) \times [(2/3) \times I_1 + (1/3) \times I_2] \\
 k_{26} &= -k_{56} = (6 \times E/L^2) \times [(1/3) \times I_1 + (2/3) \times I_2] \\
 k_{33} &= (4 \times E/L) \times [(3/4) \times I_1 + (1/4) \times I_2] \\
 k_{36} &= (2 \times E/L) \times (I_1 + I_2) / 2 \\
 k_{66} &= (4 \times E/L) \times [(1/4) \times I_1 + (3/4) \times I_2]
 \end{aligned}$$

y la correspondiente a las acciones normales es análoga, con sus términos de flexión iguales a los anteriores, cambiando los parámetros de inercias ficticias; mientras que los de torsión permanecen siempre inalterados e iguales a los valores lineales  $G * J / L$ .

Con este modelo de barra de sección variable, las leyes de deformaciones residuales que se introducen sobre cada elemento varían según una rama de hipérbola y la estructura se comporta con mayor rigidez que en el caso de barras de sección constante, al aumentar la rigidez de cada uno de sus elementos; por lo que los desplazamientos de las iteraciones de corrección de desequilibrio serán menores y más próximos a los reales, reduciendo, en algún grado, la necesidad de ser corregidos por nuevas deformaciones impuestas.

### 3.5.3.4. Solución con Campo de desplazamientos exacto

La exactitud del resultado del modelo lineal, adoptando las matrices de los elementos deducidas en el apartado anterior, depende de la longitud de éstos. Para eliminar esa dependencia se utilizan las matrices basadas en los campos de desplazamientos que sean solución de las ecuaciones diferenciales homogéneas de equilibrio longitudinal y transversal, con las leyes  $A(x)$  e  $I(x)$  lineales.

#### 3.5.3.4.1. Términos de rigidez axil

La relación entre acciones y desplazamientos tangenciales es:

$$\begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \end{vmatrix} \quad (3.42)$$

con:

$$k_{22} = E \times \{(A_2 - A_1) / (L \times \ln(A_2/A_1))\} \quad (3.43)$$

$$k_{11} = -k_{21} = k_{22}; \quad k_{12} = -k_{22}$$

#### 3.5.3.4.2. Términos de rigidez de flexión

La relación entre acciones y desplazamientos normales a la directriz, en cualquiera de los dos ejes principales es:

$$\begin{vmatrix} R_1 \\ M_1 \\ R_2 \\ M_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{vmatrix} \quad (3.44)$$

con:

$$\begin{aligned} k_{31} &= -k_{11}; \quad k_{32} = -k_{12}; \quad k_{13} = \\ &= -k_{33}; \quad k_{14} = -k_{34} \end{aligned}$$

$$k_{21} + k_{41} + L \times k_{31} = 0;$$

$$k_{22} + k_{42} + L \times k_{32} = 0$$

$$k_{23} + k_{43} + L \times k_{33} = 0;$$

$$k_{24} + k_{44} + L \times k_{34} = 0$$

Solamente hay cuatro términos independientes. Se eligen:

$$k_{33}, k_{44}, k_{34}, k_{23}$$

que se pueden obtener de los modelos que se indican en las Figuras 15 y 16:

$$k_{44} = 1 / \theta_2 ; k_{34} = R_2 / \theta_2$$

$$k_{33} = 1 / v_2 ; k_{23} = M_1 / v_2$$

$$k_{44} = v_{22} / (\theta_{12} \times v_{22} - \theta_{22} \times v_{12})$$

$$k_{34} = -v_{12} / (\theta_{12} \times v_{22} - \theta_{22} \times v_{12})$$

$$k_{33} = \theta_{12} / (v_{22} \times \theta_{12} - v_{12} \times \theta_{22})$$

$$k_{23} = (\theta_{22} - L \times \theta_{12}) / (v_{22} \times \theta_{12} - v_{12} \times \theta_{22})$$

en donde los giros y flechas se obtienen utilizando los teoremas de Mohr:

$$\theta_{12} = L \times \ln (I_2 / I_1) / E \times (I_2 - I_1) \quad (3.45.a)$$

$$\theta_{22} = [L^2 / E \times (I_2 - I_1)] \times \\ \times \{[I_2 \times \ln (I_2 / I_1) / (I_2 - I_1)] - 1\} \quad (3.45.b)$$

$$v_{22} = (L^3 / E) \times \{[1 / 2 \times (I_2 - I_1)] + \\ + [(I_1 - 2 \times I_2) / (I_2 - I_1)^2] + \\ + [(I_2 - I_1)^2 + 2 \times I_1 \times (I_2 - I_1) + I_1^2] \times \\ \times [\ln (I_2 / I_1) / (I_2 - I_1)^3]\} v_{12} = \theta_{22} \quad (3.45.c)$$

### 3.5.3.5. Vectores de empotramiento para barras de sección variable

Cada una de las opciones de barra de sección variable tiene diferentes formulaciones de los vectores de empotramiento para cargas en el interior del elemento. Para el Elemento Simple, la única acción interior es tangencial.

#### 3.5.3.5.1. Carga uniforme en barra con salto brusco

Llamando  $r$  a la carga uniforme tangencial extendida en la barra con salto brusco, los esfuerzos de empotramiento son:

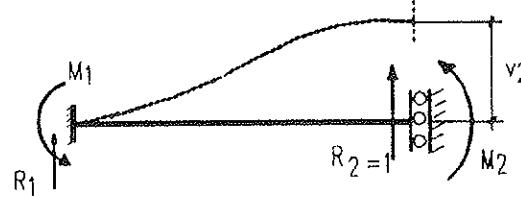
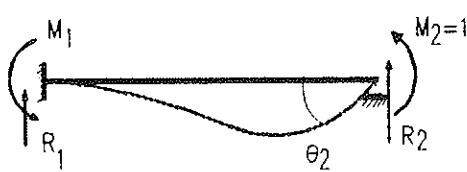


Fig. 15. Términos de la rigidez a flexión.

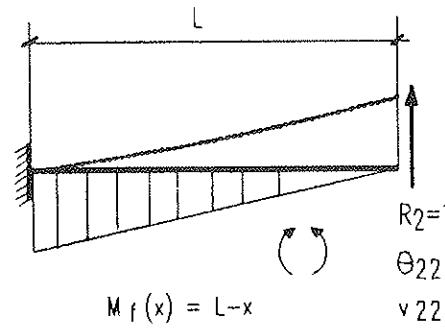
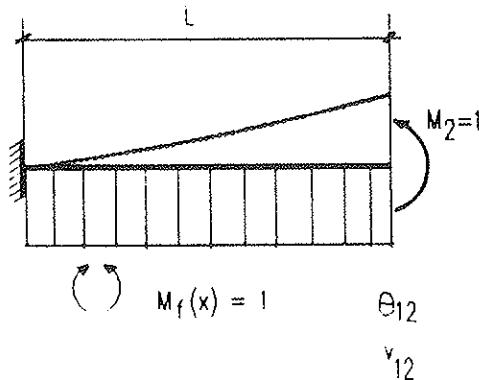


Fig. 16. Esquemas básicos para los coeficientes de flexión.

$$X_1 = - (r \times L / 4) \times (3 \times A_1 + A_2) / (A_1 + A_2) \quad (3.46.a)$$

$$X_2 = - (r \times L / 4) \times (A_1 + 3 \times A_2) / (A_1 + A_2) \quad (3.46.b)$$

### 3.5.3.5.2. Carga Uniforme en barra variable. Solución no exacta

Al ser la contribución de las cargas interiores, en la expresión de la energía potencial total, de la forma:

$$V = \int r \times u(x) \cdot dx$$

al adoptar un campo de desplazamientos lineal, igual que en una barra de sección constante, las cargas consistentes en los nodos coincidirán con las de aquel caso

$$\begin{aligned} X_1 &= - \delta V / \delta u_1 = r \times L / 2 \\ X_2 &= - \delta V / \delta u_2 = r \times L / 2 \end{aligned} \quad (3.47)$$

### 3.5.3.5.3. Carga uniforme en barra variable. Solución exacta

$$\begin{aligned} X_2 &= - r \times L \times [A_2 / (A_2 - A_1)] - \\ &\quad - [1 / \ln (A_2 / A_1)] \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$X_1 = - r \times L - X_2$$

### 3.5.4. Conclusión

La elección del modelo de cálculo elástico en cada etapa, debe realizarse para conseguir la mayor comodidad de definición y la mayor rapidez de convergencia. Para la definición de la estructura que hay que utilizar en la determinación de los esfuerzos de primer orden, resulta más conveniente definir un modelo con barras de sección constante, por las siguientes razones:

I. Siendo manual la introducción de datos, basta con tres parámetros geométricos por barra, para definir sus rigideces, con el consiguiente ahorro de tiempo.

II. Pueden utilizarse las subrutinas habituales para sección constante, en el cálculo

de los esfuerzos de empotramiento debidos a las acciones exteriores iniciales.

Una vez obtenidas las primeras rigideces incrementales reales, se puede cambiar a un modelo con barras de sección variable, en el que la asignación de los seis parámetros por barra, necesarios para definir las rigideces, y la introducción de las cargas equivalentes, se verifica de modo automático.

## 3.6. Coeficientes de Ponderación de Deformaciones

En las primeras iteraciones, antes de que se haya generado un modelo lineal con distribución de rigideces acorde con su verdadera composición material, los esfuerzos que se acumulan en algunas secciones pueden producir el agotamiento aparente de las mismas. Las siguientes iteraciones, sin embargo, corregirán este agotamiento aparente, cambiando, de modo progresivo, las rigideces de cada rebanada, que terminan por recibir los esfuerzos correspondientes a las rigideces reales. Con ello se produce un aumento del número de etapas de cálculo. Puede evitarse esta situación si no se introduce la totalidad de los valores de las deformaciones residuales, sino tan solo una parte de ellos, ponderando las acciones equivalentes por un factor menor que la unidad. Ello no altera el resultado final del proceso, puesto que éste queda determinado por la condición de que las deformaciones diferenciales sean menores que un valor suficientemente pequeño, lo que es independiente de los pasos intermedios.

Puede también ponderarse por un valor superior a la unidad, si con ello se obtiene una mayor velocidad en la reducción de la deformación residual. Los parásitos hiperestáticos son, en último término, los causantes de que exista un proceso iterativo para establecer la congruencia, pues cambian las deformaciones impuestas que se trata de introducir. Por tanto, no se altera nada substancial si introducimos una fracción o un múltiplo de aquellas; antes bien, observando la tendencia del proceso es posible acelerarlo. En las estructuras isostáticas, el factor de ponderación debe ser la unidad, valor que es el más indicado también en estructuras débilmente hiperestáticas.

### 3.7. Ejemplos Numéricos

#### 3.7.1. Pila de Puente

Con el fin de calibrar la influencia del tipo de barra adoptado para los modelos de cálculo lineal, y el grado de discretización de la estructura, se ha realizado una serie de cálculos sobre el siguiente modelo de doble pila, utilizada en puentes por avance en voladizo, estructura que, a pesar de su sencillez, tiene la particularidad de generar esfuerzos axiles,

muy sensibles a las rigideces que se asignen al modelo de cálculo lineal. (Figura 17).

Se definen como barras de comportamiento no lineal las ocho verticales de los fustes, en tanto que las tres del dintel se presuponen de comportamiento lineal. El módulo de elasticidad para los fustes en los modelos lineales es  $E_f = 0,5 \times 10^6 \text{ k/cm}^2$ , para obtener unos axiales de 1º orden de compresión en ambos fustes. Las características mecánicas iniciales del modelo lineal son:

BARRAS	Sección ( $\text{m}^2$ )	Inercia <sub>z</sub> ( $\text{m}^4$ )	Inercia <sub>y</sub> ( $\text{m}^4$ )	Inercia t ( $\text{m}^4$ )
1 y 3	18,0	13,5	54,0	54,0
2	36,0	108,0	108,0	432,0
Restantes	9,0	1,68	27,0	6

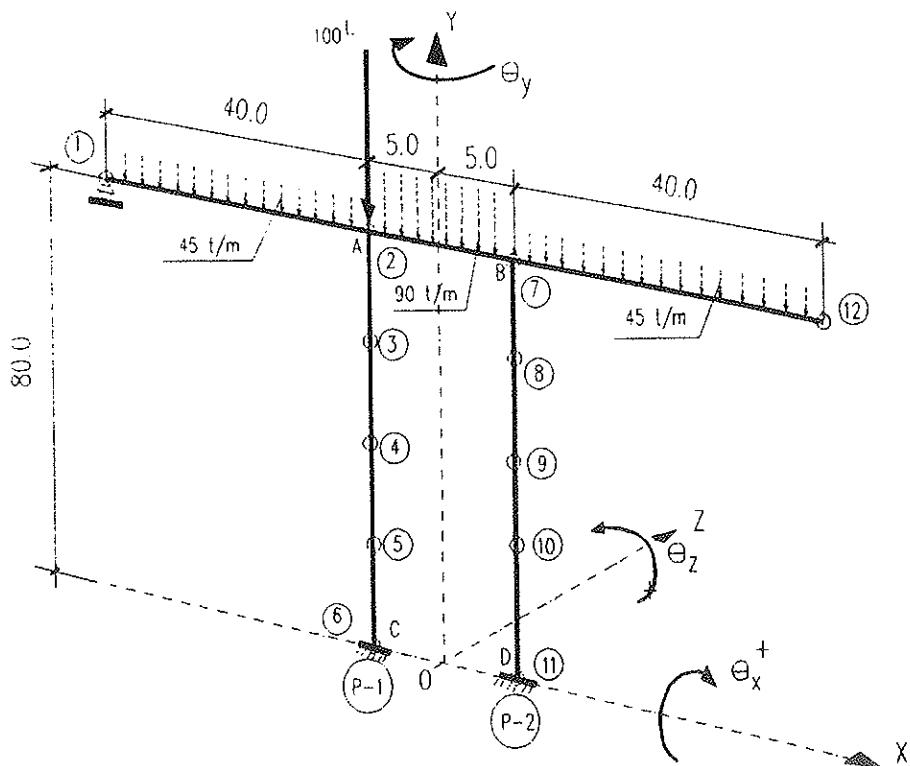


Fig. 17. Estructura para el análisis del tipo de barra.

Propiedades Reales de los materiales:

FUSTES:

Hormigón:  $R_{ck} = 300 \text{ k/cm}^2$

Acero:  $R_{ys} = 5100 \text{ k/cm}^2$

$$E_s = 2,1 \times 10^6 \text{ k/cm}^2$$

Tipo del acero: Dureza natural

Deformaciones de Agotamiento:

$$\varepsilon_{ck} = 0,0035 \quad \varepsilon_{sk} = 0,01$$

Diagrama ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ): Parábola/Rectángulo

DINTEL: (comportamiento lineal)

$$E = 3,5 \times 10^6 \text{ k/cm}^2$$

Tolerancia de convergencia de Congruencia

$$\xi = 8 \times 10^{-6}$$

Tolerancia de convergencia en desplazamientos

$$\xi' = 5 \times 10^{-4}$$

La sección se discretiza en 60 sub-elementos de hormigón y 16 de acero. (Fig 18). Estos últimos varían de área según se trate del fuste P-1 o P-2, manteniéndose constantes en toda la altura. Se utilizan Elementos Simples, y se

consideran sólo acciones en el plano de la estructura. Unicamente se realizan las correcciones de Congruencia y Equilibrio. Combinando tres definiciones de barras con tres tipos de división en elementos de acuerdo con la siguiente nomenclatura:

Serie: **ACE**.

Grado de división	Tipo de Barra
1 = 4 barras/pila	= Sección Constante
2 = 16 "	A = Lineal no exacta
3 = 32 "	C = Lineal exacta

aparecen nueve casos: ACE1; ACE1A; ACE1C; ACE2; ACE2A; ACE2C; ACE3; ACE3A; ACE3C.

Los esfuerzos y movimientos de primer orden, independientes del grado de discretización son:

$$\begin{aligned} \text{Movimiento Horizontal Dintel} &= \\ &= 0,202 \text{ (m)} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} N_A = -728 \text{ (t.)} & M_A = 37 \text{ (m.t)} \\ N_B = -3545 " & M_B = 69 " \\ N_C = -2528 " & M_C = 61 " \\ N_D = -5345 " & M_D = 45 " \end{array}$$

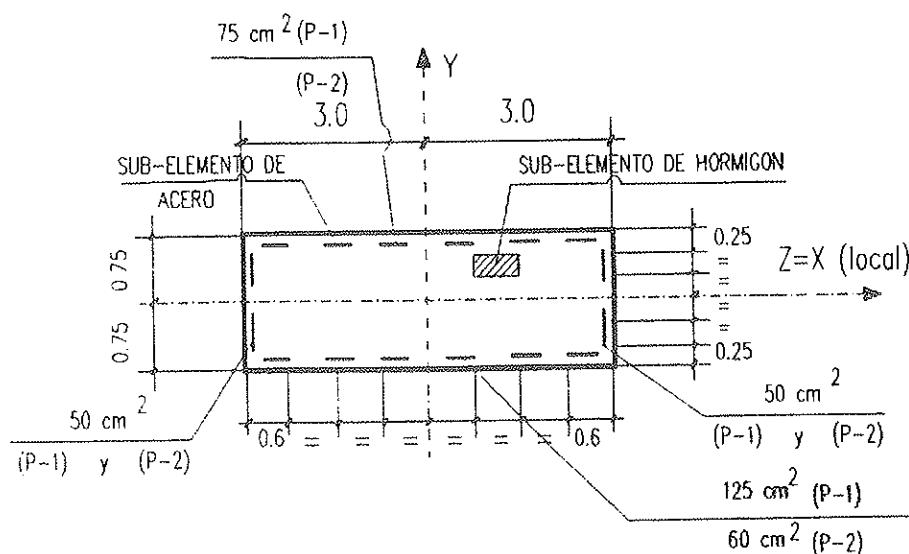


Fig. 18. Discretización de las Secciones de Fustes.

Modelo	Nº Iter	Mov H	<b>N<sub>A</sub></b>	<b>M<sub>A</sub></b>	<b>N<sub>B</sub></b>	<b>M<sub>B</sub></b>	<b>N<sub>C</sub></b>	<b>M<sub>C</sub></b>	<b>N<sub>D</sub></b>	<b>M<sub>D</sub></b>
ACE1	13	0.130	376	-48	-4434	-119	-1423	353	-6234	188
ACE1A	12	0.106	402	-58	-4454	-55	-1398	287	-6254	177
ACE1C	12	0.108	394	-58	-4448	-58	-1406	292	-6248	179
ACE2	16	0.130	380	-62	-4438	-114	-1419	359	-6238	172
ACE2A	14	0.122	384	-49	-4440	-98	-1416	330	-6240	183
ACE2C	13	0.122	384	-50	-4440	-98	-1416	331	-6240	182
ACE3	16	0.131	384	-61	-4471	-118	-1416	362	-6241	175
ACE3A	15	0.126	381	-76	-4437	-96	-1420	348	-6238	166
ACE3C	15	0.123	383	-68	-4440	-97	-1418	339	-6240	165

En la tabla anterior se resumen los resultados obtenidos en los puntos significativos A, B, C, D:

El eje de la sección A, compresión en 1<sup>er</sup> Orden, se transforma en una tracción.

La utilización de modelos con barras de rigidez variable, aumenta en todos los casos la velocidad de convergencia entre un 6 y un 20%. La estructura se comporta con algo más de rigidez, disminuyendo ligeramente los desplazamientos. En los axiles apenas hay diferencia entre los modelos de sección constante o variable, en tanto que la flexión disminuye en este último caso, lo que puede explicarse porque el modelo, al ser más rígido, tiende a generar menores esfuerzos por desequilibrio. Con el aumento de la división, los movimien-

tos de todos los modelos se aproximan, reduciéndose la diferencia del 18% en el Grado 1 a un 6% en el Grado 3. Asimismo, como era de esperar, se produce una mayor proximidad entre los valores de los esfuerzos finales.

### 3.7.2. Columna de Drysdale

Drysdale realizó ensayos sobre columnas esbeltas, bajo carga excéntrica, publicados en el Journal of the Structural Division, ASCE Vol. 97, ST5, Mayo 1971. De entre ellos, elegimos la B-2-C para comparar los resultados obtenidos, con los previstos por la aplicación del presente método de análisis. En la figura 19 se muestran las características geométricas, armadura de la pieza del ensayo, y discretización para el análisis numérico.

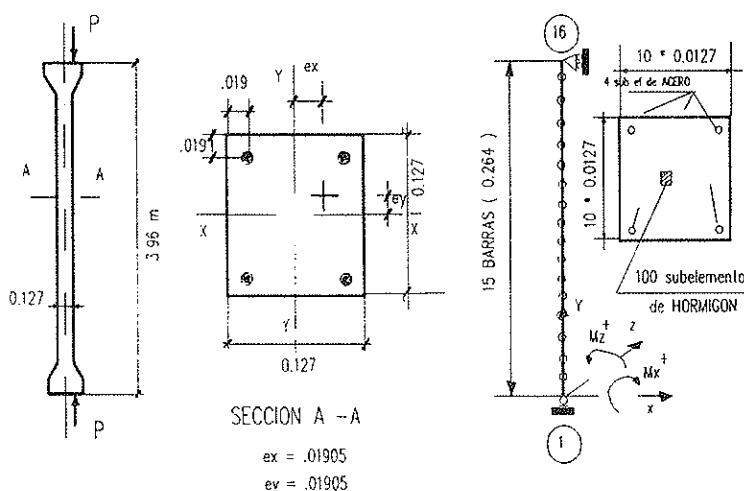


Fig. 19. Columna de Drysdale.

Los materiales tienen las siguientes propiedades:

$$f_{ck} = 258 \text{ k/cm}^2$$

$$E_c = 2,43 * 10^6 \text{ k/cm}^2$$

$$f_{ct} = 22,8 \text{ k/cm}^2$$

$$\varepsilon_{cu} = 0,0035$$

$$f_{ys} = 3937 \text{ k/cm}^2$$

$$E_s = 2,03 * 10^6 \text{ k/cm}^2$$

$$\varepsilon_{su} = -0,01$$

Se han utilizado tres modelos: El primero con barras de sección constante, y diagrama parábola-rectángulo, sin minorar la rama plástica por 0,85, y sin tener en cuenta la resistencia a tracción del hormigón, con el que se han calculado con una excentricidad inicial de 0,75 pulgadas en las dos direcciones principales. Como se ha dicho, este modelo es más flexible que la estructura real, lo que se manifiesta en un aumento de los desplazamientos. Se llega a la inestabilidad para una carga de 32,8 k inferior en un 12% a la obtenida en laboratorio.

En segundo lugar, se ha realizado un análisis con modelo de barras de sección constante, y diagrama hiperbólico, considerando la resistencia a tracción y el efecto de tensión - stiffening. Este último efecto se ha cuantificado por aproximaciones sucesivas, hasta que el resultado experimental y numérico, bajo la carga de 30 k, han coincidido. El resultado ha sido que la deformación de la rama de T.S. debe ser igual a 0,0025. Este valor está dentro del rango normal, que algunos autores cifran hasta *cincuenta veces* la deformación bajo la tracción máxima de agotamiento. Con este parámetro también

coinciden los resultados para la acción de 22,5 k, y la carga de inestabilidad se eleva a 34,5 k, cifra que difiere sólo en un 7% del resultado real.

Finalmente, se ha repetido el cálculo con el diagrama hiperbólico y el efecto de colaboración del hormigón no fisurado con el parámetro de 0,0025, utilizando un modelo de barras de sección linealmente variable. Para las cargas de 22,5 y 30 k los resultados coinciden con los del análisis anterior. El valor para el que se produce la inestabilidad es algo superior, consecuencia de la mayor rigidez que aporta el modelo. Se alcanza la cifra de 35 k, inferior en un 6% al del experimento.

Aumentando el parámetro de tensión - stiffening hasta el límite de 0,0045 que, aproximadamente, es cincuenta veces la deformación de fisuración, se incrementa de modo inapreciable la carga de inestabilidad. Los resultados pueden pues considerarse exactos para cargas de hasta el 80% de la que produce inestabilidad, y con buena aproximación en las proximidades de la carga última.

## 4. CORRECCIONES DE COMPATIBILIZACION GEOMETRICA

### 4.1. Identificación del problema en una estructura Plana

#### 4.1.1. Curvaturas

Se considera la posición de una barra transformada por los movimientos de los nudos, referidos a los ejes globales invariables:  $u'_1, u'_2, v'_1, v'_2, atg(\theta_1), atg(\theta_2)$ , debidos a la aplicación del escalón de carga exterior,

### Analisis de la Columna de Drysdale Desplazamientos del centro (m/m)

Carga (kN)	Experimento	P.R. S. Cte.	Hip. S. Cte.	Hip.S.Var.
22,5	10,2	12,1	10,3	<b>10,3</b>
30,0	19,0	23,7	19,1	19,1
34,0	síncifrar	agotada	32,5	32,4
Inestabilidad	37,2	32,8	34,5	35,0

una vez obtenida la congruencia del material. Estos movimientos son suma de los obtenidos en los análisis lineales de 1<sup>er</sup> orden, realizados en un número “*k*” de iteraciones de congruencia, en los que se admite como giros en los extremos de barras, en cada etapa, los valores  $\theta_1^i$  y  $\theta_2^i$ , dados por el algoritmo bajo la hipótesis de ser pequeños. En realidad, estos parámetros son las derivadas de la función de desplazamientos transversales, particularizadas en los bordes:

$$\theta_1^i = \{d [v(x)]/dx\}_{x=0} \quad \theta_2^i = \{d [v(x)]/dx\}_{x=L} \quad (4.1)$$

por lo que es válido, en la suma de cálculos lineales, tomar como derivada final la suma de las derivadas:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \sum_i^K \{d [v(x)]/dx\}_{x=0} \\ \theta_2 &= \sum_i^K \{d [v(x)]/dx\}_{x=L} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Los giros son, por tanto:  $\alpha_1 = \operatorname{atg}(\theta_1)$ ;  $\alpha_2 = \operatorname{atg}(\theta_2)$  que, para grandes valores, no pueden igualarse a sus tangentes.

Para una barra con curvatura variable linealmente entre sus extremos, los ángulos de los bordes con la cuerda, en teoría de 1<sup>er</sup> orden, son:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha_1) &= -\chi_1 \times L / 3 - \chi_2 \times L / 6; \\ \operatorname{tg}(\alpha_2) &= \chi_1 \times L / 6 + \chi_2 \times L / 3 \end{aligned} \quad (4.3)$$

y, si son pequeños:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -\chi_1 \times L / 3 - \chi_2 \times L / 6; \\ \alpha_2 &= \chi_1 \times L / 6 + \chi_2 \times L / 3 \end{aligned} \quad (4.4)$$

expresiones válidas sólo si la longitud de la cuerda difiere poco de la del arco. En cualquier caso, pueden cumplirse con suficiente exactitud tomando *L* pequeña. Cuando, además, se considera el giro rígido de conjunto,  $\alpha_c$ , no necesariamente pequeño, resultan los siguientes ángulos entre las tangentes y el eje *OX<sub>0</sub>* local, inicial:

$$\begin{aligned} \alpha_1^* &= -\chi_1 \times L / 3 - \chi_2 \times L / 6 + \alpha_c; \\ \alpha_2^* &= \chi_1 \times L / 6 + \chi_2 \times L / 3 + \alpha_c \end{aligned} \quad (4.5)$$

Aplicando estas expresiones a la posición transformada del elemento, en la que  $a_1^* = \operatorname{atg}(\theta_1)$  etc. resulta:

$$\begin{aligned} \operatorname{atg}(\theta_1) &= -\chi_1 \times L / 3 - \chi_2 \times L / 6 + \\ &+ \operatorname{atg} [(\Delta v) / (L_0 + \Delta u)] \end{aligned} \quad (4.5.a)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{atg}(\theta_2) &= \chi_1 \times L / 6 + \chi_2 \times L / 3 + \\ &+ \operatorname{atg} [(\Delta v) / (L_0 + \Delta u)] \end{aligned} \quad (4.5.b)$$

donde:  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  son los “giros” de 1<sup>er</sup> Orden y  $\Delta v = v_2 - v_1$ ;  $\Delta u = u_2 - u_1$ , con  $u_i$ ,  $v_i$ , en las direcciones locales;

$$\begin{aligned} v &= u' \times \operatorname{sen}(\beta) + v' \times \operatorname{cos}(\beta); u = u' \times \operatorname{cos}(\beta) - \\ &- v' \times \operatorname{sen}(\beta); \operatorname{tg}(\alpha_c) = (\Delta v) / (L_0 + \Delta u) \end{aligned}$$

De (4.5) resulta la relación entre las curvaturas del elemento transformado y los parámetros de desplazamiento proporcionados por los análisis de 1<sup>er</sup> orden (Figura 20):

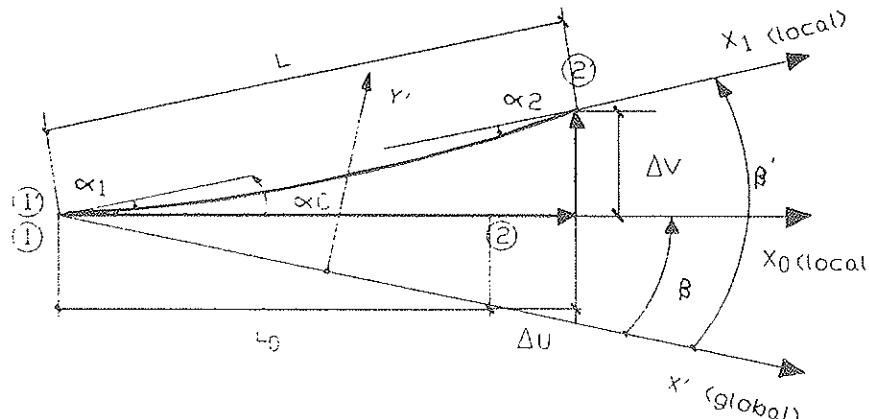


Fig. 20. Barra en posición transformada.

$$\begin{aligned}\chi_1 = & - (1/L) \times (4 \times \text{atg}(\theta_1) + 2 \times \text{atg}(\theta_2) - \\ & - 6 \times \text{atg}[(\Delta v) / (L_0 + \Delta u)] \quad (4.6.a)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\chi_2 = & (1/L) \times (2 \times \text{atg}(\theta_1) + 4 \times \text{atg}(\theta_2) - \\ & - 6 \times \text{atg}[(\Delta v) / (L_0 + \Delta u)] \quad (4.6.b)\end{aligned}$$

Las curvaturas que proporcionan los momentos asignados a los bordes de la barra transformada, son:

$$\chi_1^* = - M_1 / E \times I; \quad \chi_2^* = M_2 / E \times I \quad (4.7)$$

conectadas con los movimientos de primer orden a través de:

$$\begin{aligned}\chi_1^* = & - (1/L_0) \times [4 \times \theta_1 + 2 \times \theta_2 - 6 \times \\ & \times (\Delta v) / (L_0)] \quad (4.8.a)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\chi_2^* = & (1/L_0) \times [2 \times \theta_1 + 4 \times \theta_2 - 6 \times \\ & \times (\Delta v) / (L_0)] \quad (4.8.b)\end{aligned}$$

Las expresiones (4.8) ponen de manifiesto la incompatibilidad geométrica inherente en el elemento transformado, en el que no pueden cumplirse las relaciones (4.6) a no ser que supongamos la existencia de una ley lineal de curvaturas impuestas, con valores en los bordes iguales a:

$$\Delta \chi_1 = \chi_1 - \chi_1^*; \quad \Delta \chi_2 = \chi_2 - \chi_2^* \quad (4.9)$$

#### 4.1.2. Elongación

La longitud del elemento transformado es el arco que subtienede la cuerda de valor:

$$L = L_0 * \sqrt{(1 + \Delta u / L_0)^2 + (\Delta v / L_0)^2} \quad (4.10)$$

que puede tomarse como longitud del arco, para pequeños ángulos entre tangentes y cuerda en los bordes, dando a los elementos la dimensión adecuada. Las deformaciones longitudinales que producen los axiles asignados a los extremos del elemento desplazado, son:

$$\epsilon_1 = - N_1 / A \times E; \quad \epsilon_2 = N_2 / A \times E \quad (4.11)$$

con lo que la longitud del elemento con la ley lineal de deformaciones, inherente en las hipótesis de los cálculos de 1<sup>er</sup> orden, es:

$$L^* = L_0 \times (1 + \Delta u / L_0) \quad (4.12)$$

Aparece nuevamente una incompatibilidad geométrica entre la longitud del elemento transformado (4.10) y la que puede conseguirse con las deformaciones dadas por la teoría de 1<sup>er</sup> orden (4.12), de modo que el estado transformado solo puede considerarse posible si se supone la existencia de una ley adicional de deformaciones impuestas, capaces de generar el incremento:

$$\Delta L = L - L^* \quad (4.13)$$

## 4.2. Actualización de la Estructura

Admitiendo la coexistencia de las deformaciones impuestas y las mecánicas, considerando los nudos en su posición desplazada, proyectando los esfuerzos acumulados de las direcciones locales iniciales sobre las locales de las barras transformadas, y suponiendo que las cargas exteriores (tanto sobre barras como sobre nudos) mantienen la misma dirección global y el mismo valor resultante en caso de estar distribuidas, se obtiene una estructura actualizada congruente y compatible, aunque no en equilibrio, sobre la que prosigue el análisis, substituyendo a aquélla sobre la que se aplicó el escalón de carga exterior.

## 4.3. Iteraciones de Compatibilidad

### 4.3.1. Descripción General

Las deformaciones impuestas para la compatibilidad no existen, por lo que son retiradas de la estructura actualizada, utilizando el mismo mecanismo de superposición de estados descrito para las iteraciones de congruencia.

Estado I: Deformaciones impuestas con signo contrario y Acciones Neutralizantes.

Estado II: Acciones Equivalentes con Nudos Fijos.

Estado III: Desplazamientos Permitidos.

El cálculo se realiza con el vector de cargas en bordes deducido de las Acciones Equivalentes, y una matriz de rigidez lineal obtenida a partir de las nuevas coordenadas y orientaciones de los elementos. El resulta-

do de la superposición de este análisis con el estado preexistente carece, nuevamente, de compatibilidad, al considerarlo “proyectado” sobre la nueva posición transformada. Además, se ha perdido la congruencia del material, al haber variado tanto los esfuerzos como las deformaciones acumuladas por lo que, antes de analizar la compatibilidad de la nueva situación, se reinicia un ciclo de iteraciones de congruencia, manteniendo la geometría invariable hasta obtener un nuevo resultado congruente, que es el que se proyecta sobre la siguiente geometría desplazada. Dado que existía compatibilidad en el estado preexistente, la discrepancia procede tan solo de los incrementos de desplazamientos entre ambos. Por ello, en las expresiones (4.6) a (4.13), que se utilizan en la generación de las acciones para la nueva iteración, se utilizan los valores de los desplazamientos entre la geometría actualizada de partida y la siguiente.

La Norma de Convergencia de las iteraciones de compatibilidad, se basa en los incrementos de desplazamientos aparecidos desde la anterior iteración, corregidos para restablecer la congruencia.

Cada iteración de compatibilidad va precedida de una actualización de la estructura, y entre ellas se intercala un ciclo de iteraciones de congruencia. Si el proceso es convergente, llega un momento en que los incrementos de esfuerzos en la iteración de compatibilidad son tan pequeños que no destruyen la congruencia del material, y los aumentos de desplazamiento entran dentro de la norma de convergencia establecida para esta corrección. En tal caso, finaliza la serie de iteraciones de compatibilidad, para dar paso a la corrección del desequilibrio.

### 4.3.2. Acciones Equivalentes

Para esta corrección se considera cada elemento globalmente, prescindiendo de la compatibilidad a nivel de rebanada interna. Las acciones actúan dentro de cada barra, y están autoequilibradas, por ser equivalentes a unas deformaciones. Existen dos tipos: las correspondientes a las elongaciones y las que reproducen las curvaturas.

La geometría actualizada está formada por

elementos curvos, al proceder de la transformación establecida por los polinomios de 3<sup>er</sup> grado,  $u(x, u_1, u_2)$  y  $v(x, v_1, v_2, \theta_1, \theta_2)$ , considerados en la formulación de 1<sup>er</sup> orden. La Matriz de Rígidez actualizada se establece, no obstante, considerando las directrices rectas, para simplificar su expresión, ignorando el acoplamiento axil-flexión de los elementos curvos. Esto no influye en la exactitud del proceso, ya que ésta se valora a través de las condiciones de convergencia. Pero para las acciones equivalentes a la retirada de las deformaciones impuestas es preciso tener en cuenta la curvatura de las barras, ya que en caso contrario se ignoraría el efecto de acoplamiento.

#### 4.3.2.1. Acciones equivalentes a la elongación

Estas acciones deben eliminar la elongación total,  $\Delta L$  (4.13), de la longitud de cada elemento en la geometría actualizada. Al ser rectas las barras del modelo en que se van a introducir, la deformación asociada debe referirse a un elemento recto, lo que se consigue con un par de fuerzas tangenciales en los extremos, de valor:

$$H = \pm \Delta L \times E \times A / L = \pm \underline{\varepsilon} \times E \times A \quad (4.14)$$

en donde  $L$ ,  $A$  y  $E$  son las características geométricas de la barra actualizada, y  $\underline{\varepsilon}$  la deformación media que se introduce en la barra.

#### 4.3.2.2. Acciones equivalentes a la curvatura

Un elemento de arco  $ds$ , recibe, una elongación  $-\underline{\varepsilon} \times ds$  y una variación de curvatura, ambas procedentes de la retirada de la corrección de compatibilidad. Para que la elongación no altere el ángulo relativo,  $d\theta$ , y por lo tanto los valores de los giros en los extremos,  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , se debe aplicar, simultáneamente, un incremento de curvatura. Dicho de otro modo, el acortamiento del elemento exige un *aumento de curvatura*, para no alterar los ángulos de los bordes y evitar su recálculo para aplicar las expresiones (4.6). (Figura 21).

Al introducir  $-\underline{\varepsilon}$ , en  $ds$ , que tiene una curvatura  $\chi$ , el elemento pasa a tener la longitud,  $ds' = ds \times (1 - \underline{\varepsilon})$ .

La curvatura necesaria para mantener invariable  $d\theta$  es:

$$\chi' = \chi / (1 - \varepsilon) \quad (4.15)$$

por lo que el incremento resulta:

$$\Delta\chi' = \varepsilon \times \chi / (1 - \varepsilon) \quad (4.16)$$

lo que equivale a que la curvatura impuesta remanente después de introducir la deformación, será la preexistente (4.9) más este nuevo incremento (4.16), es decir:

$$\begin{aligned} \Delta\chi' &= \chi \times [1 + \varepsilon / (1 - \varepsilon)] - \chi^* = \\ &= -\chi^* + \chi / (1 - \varepsilon) \end{aligned} \quad (4.17)$$

El valor que hay que retirar, del cual dependen las acciones equivalentes, será, en cada borde:

$$\begin{aligned} \chi'_1 &= \chi_1^* - \chi_1 / (1 - \varepsilon); \\ \chi'_2 &= \chi_2^* - \chi_2 / (1 - \varepsilon) \end{aligned} \quad (4.18)$$

de donde el sistema de acciones equivalentes resulta:

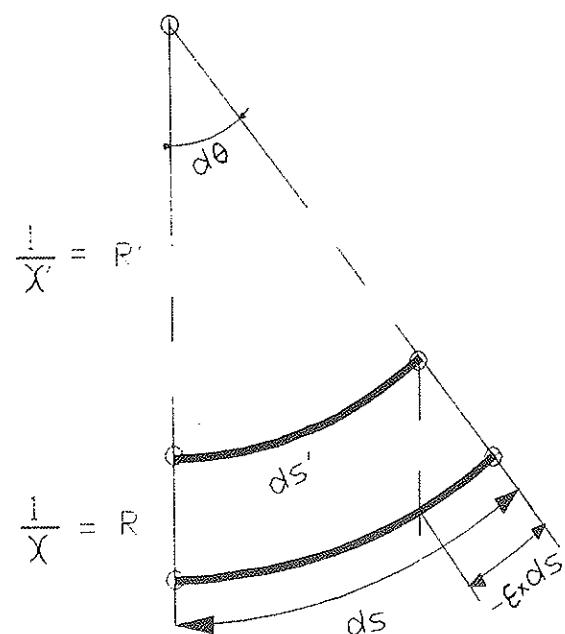


Fig. 21. Variación de la curvatura con el acortamiento.

$$M_1 = -E \times I \times \chi'_1$$

$$M_2 = E \times I \times \chi'_2 \quad (4.19.a)$$

$$V_1 = (M_1 + M_2) / L$$

$$V_2 = -V_1 \quad (4.19.b)$$

Los valores de las elongaciones y curvaturas necesarias para definir los incrementos (4.13) y (4.17), se calculan a partir de las expresiones (4.12), (4.8) y (4.6), en donde aparecen en función de los movimientos referidos a la última geometría actualizada.

Esta formulación del cálculo exige que las variaciones de los ángulos entre tangentes y cuerda, en los bordes del elemento, aparecidos entre cada dos estados actualizados consecutivos, sean pequeños. Cada vez que se introduce un incremento de carga exterior, o se actualiza la estructura en las iteraciones de un escalón, se ignora la diferencia preexistente entre la longitud del arco y de la cuerda. Esto no tiene importancia en los casos de interés práctico. Sin embargo, en estructuras enormemente flexibles, en las que se puedan acumular grandes curvaturas, sumando muchos escalones de curvaturas reducidas, hay que controlar que las longitudes de los arcos y las cuerdas siguen siendo equivalentes, puesto que, en caso contrario, el resultado es erróneo. Para ello, se evalúa y controla la longitud del arco, suponiendo que es una circunferencia con curvatura media entre las acumuladas en los bordes.

El efecto de compatibilización geométrica permite representar correctamente el esquema resistente longitudinal que desarrollan los elementos, si hay un cierto grado de coacción a los desplazamientos longitudinales, apareciendo esfuerzos axiles bajo cargas normales; fenómeno que no puede describirse con las otras dos correcciones de no linealidad.

#### 4.4. Condiciones de Convergencia

Las correcciones de compatibilidad tienen su origen en dos motivos: La existencia de grandes giros y la variación de longitud espúrea que introduce el planteamiento de 1<sup>er</sup> orden por ignorar la parte no lineal de la medida de las deformaciones, es decir, por considerar que el desplazamiento transver-

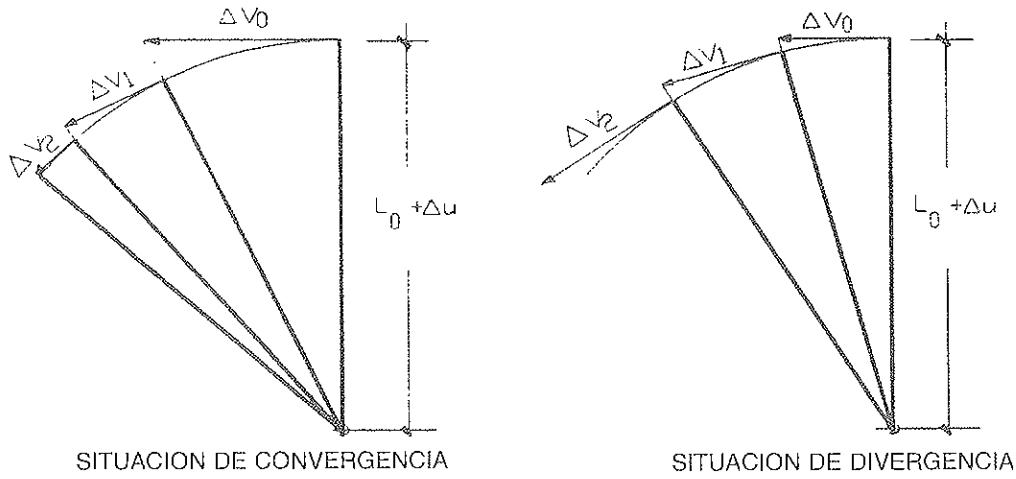


Fig. 22. Iteracciones de Compatibilidad Geométrica.

sal relativo tiene la dirección perpendicular al elemento, en lugar de realizarse según un arco. Las barras en la geometría deformada son siempre más largas de lo debido, porque los giros de sólido rígido producen alargamiento. Por ello, en último término, las iteraciones tratan de acortar esas longitudes, hasta ponerlas de acuerdo con los axiles actuantes. El proceso es convergente si el incremento de longitud de los elementos va siendo cada vez menor. Desarrollando en serie (4.13) (Figuras 22 y 23):

$$\Delta L \sim \{(\Delta v^i)^2 / 2 (L_i + \Delta u^i)\} \quad (4.20)$$

se obtiene que la condición de convergencia es que los incrementos de desplazamiento transversal de las iteraciones sean decrecientes;

$$\Delta v^0 \rangle \Delta v^1 \rangle \dots \rangle \Delta v^i \quad (4.21)$$

Como los incrementos de la primera iteración,  $\Delta v^1$ , dependen de las acciones equivalentes (4.19) y éstas, a su vez, de los movimientos de 1<sup>er</sup> orden ( $\Delta u^0$ ,  $\Delta v^0$ ,  $\theta_1^0$ ,  $\theta_2^0$ ) la condición de convergencia está directamente relacionada con el valor del Vector del Escalón de Cargas Exteriores aplicado en el origen de la etapa que se analiza, y con el tamaño de los elementos utilizados. Si el incremento es excesivo, se obtiene un estado aparentemente divergente, que se puede obviar sin más que dividir el escalón de carga en sub-incrementos más reducidos, ya que el aumentar la longitud de los elementos va en detrimento de la exactitud.

El desplazamiento relativo transversal de un elemento, no depende de las acciones longitudinales equivalentes, (4.14) ni del incremento de esfuerzo axil por hiperestatismo, sino tan solo de las acciones equivalentes a las curvaturas (4.19). En ausencia de efectos hiperestáticos (por ejemplo en estructuras ramificadas) se tiene:

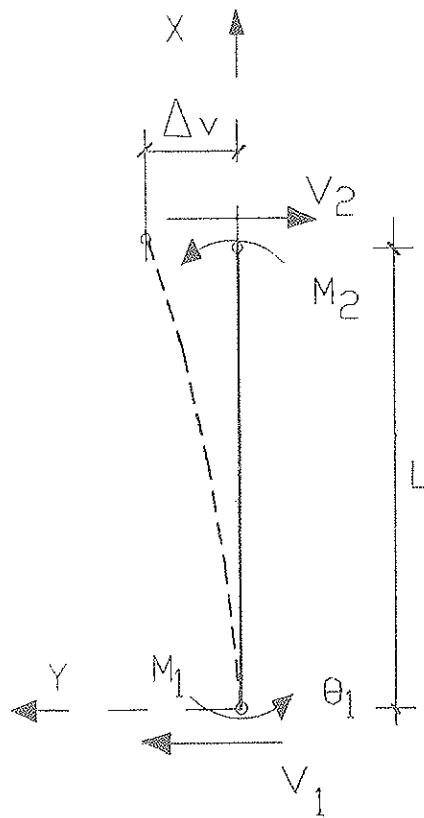


Fig. 23. Acciones que producen  $\Delta v$

$$\begin{aligned}\Delta v^1 &= (M_2 / 2 + M_1) \times L_1^2 / (3.E.I) + \\ &+ \theta_1^1 \times L_1 = (\Delta \chi I_2 / 2 + \Delta \chi_1') \times L_1^2 / 3 + \\ &+ \theta_1^1 \times L_1 = (L_1^2 / L_0) \times (\Delta v_0 / L_0 - \theta_1^0) + \\ &+ [\operatorname{atg}(\theta_1^0) - \operatorname{atg}(\Delta v^0) / (L_0 + \Delta u^0)] / \\ &/ (L_0 + \Delta u^0) + \theta_1^1 \times L_1 \quad (4.22)\end{aligned}$$

donde  $\theta_1^1$  es el giro de sólido rígido que depende tan solo de los movimientos iniciales del resto de las barras conectadas al extremo dorsal del elemento. La condición inicial necesaria de convergencia es  $\Delta v^1 - \Delta v^0 < 0$ , que puede expresarse utilizando solamente los resultados de los desplazamientos debidos al escalón de carga exterior previos a la primera iteración de compatibilidad, corregidos para que sean congruentes, obteniéndose a partir de (4.22):

$$\begin{aligned}\Delta v^0 \leq [(L_0^2 / (L_1^2 - L_0^2)) \cdot (L_1^2 \cdot \theta_1^0 / \\ / L_0 + [L_1^2 / (L_0 + \Delta u^0)] \times \\ \times \{\operatorname{atg}[\Delta v^0 / (L_0 + \Delta u^0)] - \\ - \operatorname{atg}(\theta_1^0)\}] - \theta_1^1 L_1\} \quad (4.23)\end{aligned}$$

La igualdad entre los miembros de esta expresión permite, en casos sencillos como

pilas en ménsula, determinar un límite superior del escalón de carga para el que el proceso desarrolla una divergencia espúrea. Los efectos hiperestáticos alteran el valor de  $\Delta v^1$ , dado por (4.22), de modo que la condición de convergencia (4.23) deja de tener validez. No obstante, sigue siendo cierta la más general (4.21), debiéndose reconsiderar el escalón de carga si aquella no se cumple.

#### 4.5. Ejemplo Numérico

Se trata de una ménsula de longitud unidad, con sección constante rectangular ( $4.08 \times 2.45 \text{ cm}$ ), con  $E = 2 \times 10^6 \text{ K/cm}^2$ , sometida a un único momento en su extremo. La rigidez nuclear inicial es  $EI = 1 \text{ [m}^2 \times t]$ , y se mantiene constante, ya que el material real se supone elástico lineal, del mismo módulo y con resistencia al agotamiento muy elevada. Solamente intervienen las correcciones de congruencia y compatibilidad geométrica, al verificarse siempre el equilibrio de los elementos, cualquiera que sea su orientación. Para su análisis, se discretiza en 60 sub-elementos transversales y en 10 longitudinales. (Figura 24).

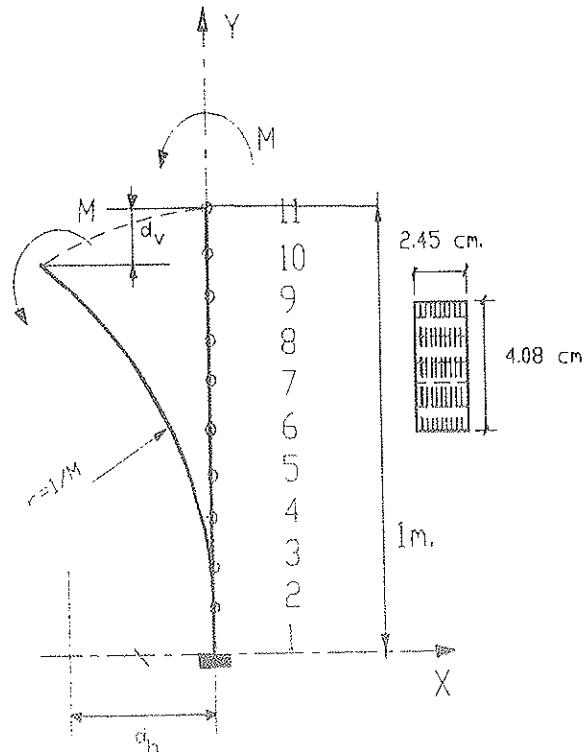


Fig. 24. Discretización de la ménsula.

La solución teórica del problema, para cualquier valor del Momento actuante, es un arco de circunferencia, de curvatura  $\chi = M$ ; por lo que los movimientos del extremo libre son:

$$\begin{aligned}\theta_{11} &= M \text{ (rad)}, \\ x_{11} &= -d_h = -(2/M) \cdot \sin^2(M/2) \\ y_{11} &= 1 - d_v = \\ &= 1 - [1 - (2/M) \cdot \sin(M/2) \cdot \cos(M/2)]\end{aligned}$$

de acuerdo con la siguiente tabla.

La solución teórica predice un “enrollamiento” de la ménnsula, cerrándose los bor-

des para múltiplos de  $2\pi$ . Al resolver este problema con el método, se observa que si el escalón de carga inicial es de 1 mt hay convergencia a un valor muy aproximado al teórico. Por el contrario, si es de 2,0 mt se produce divergencia. Se comprueba que (4.23) se verifica en el primer caso y no en el segundo. Tomando como elemento de referencia el más extremo (Nudos 10-11), se obtiene por tanteos que el valor  $M \approx 1,68 \text{ mt}$ , no puede sobrepasarse sin introducir divergencia. Utilizando escalones progresivos inferiores a ese valor, se obtiene la tabla siguiente, cuya similitud con los valores teóricos es excelente en el rango de validez de la hipótesis de concordancia entre arco y cuerda. (Figura 25).

<b>M (m.t)</b>	<b>d<sub>h</sub></b>	<b>d<sub>v</sub></b>	<b>θ</b>
1	-0,459698	0,158529	1
2	-0,708073	0,545351	2
3	-0,663331	0,952960	3
4,5	-0,269066	1,217229	4,5
6	-0,006638	1,046569	6
$2\pi$	0	1	$2\pi$
7,5	-0,087115	0,874933	7,5
9	-0,212348	0,954209	9
10,5	-0,140527	1,083781	10,5
12	-0,013012	1,044714	12
$4\pi$	0	1	$4\pi$
14,07	-0,066303	0,929087	14,07
17,07	-0,070869	1,057275	17,07
20,07	-0,032724	0,953201	20,07

M (m.t)	$d_h$	% err	$d_v$	% err	$\theta$	% err	$L_{an} / L_{cl}$
1	- 0,459888	+ 0,042	0,158178	- 0,221	1	- $2 \times 10^{-4}$	1,0000
2	- 0,709255	+ 0,167	0,544592	- 0,139	2	- $2 \times 10^{-4}$	1,0000
3	- 0,665826	+ 0,376	0,9527819	- 0,019	3	- $10^{-4}$	1,0038
4,5	- 0,271351	+ 0,849	1,219073	+ 0,151	4,5	- $10^{-4}$	1,0086
6	- 0,006739	+ 1,52	1,047276	+ 0,068	6	- $10^{-4}$	1,0156
$2\pi$	0	$10^{-8}$	1	- $10^{-3}$	$2\pi$	$10^{-4}$	1,0172
7,5	- 0,089190	+ 2,38	0,871953	- 0,341	7,5	- $10^{-4}$	1,0251
9	- 0,219687	+ 3,45	0,952625	- 0,166	9	- $10^{-4}$	1,0373
10,5	- 0,147198	+ 4,75	1,087756	+ 0,367	10,5	- $10^{-4}$	1,0528
12	- 0,013827	+ 6,28	1,047516	+ 0,268	12	- $10^{-4}$	1,0725
$4\pi$	0	$10^{-10}$	1	- $10^{-4}$	$4\pi$	- $10^{-4}$	1,0813
14,07	- 0,071842	+ 8,35	0,922884	- 0,667	14,07	- $10^{-4}$	1,1200
17,07	- 0,083477	+ 17,79	1,064869	+ 0,718	17,07	- $10^{-4}$	1,1980
20,00	- 0,038741	+ 18,69	0,944382	- 0,925	20,00	- $10^{-4}$	1,5708

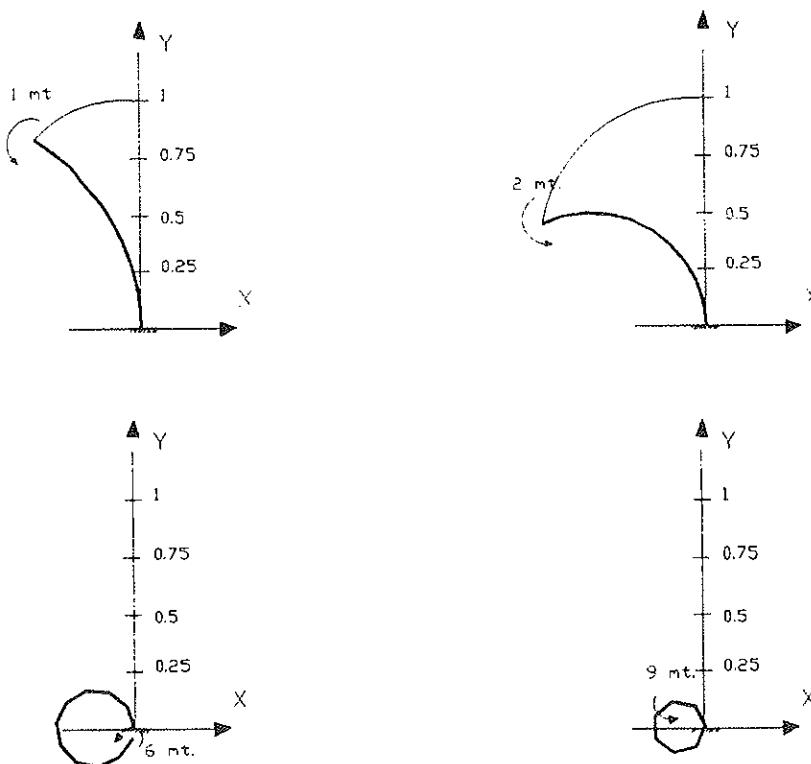


Fig. 25. Evolución de la ménsula con flexión pura, obtenida con el proceso iterativo.

## RESUMEN

El análisis lineal simplifica cuatro aspectos del problema del cálculo estructural:

- a. Las relaciones constitutivas de los materiales de la estructura*
- b. La formulación del equilibrio sobre la geometría deformada final*
- c. La compatibilidad entre las deformaciones calculadas por vía geométrica y las que se obtienen utilizando los esfuerzos existentes*
- d. La diferencia entre los giros y sus funciones trigonométricas.*

El método que se describe en este artículo corrige estas limitaciones, utilizando un mecanismo de introducción de deformaciones y de acciones impuestas sobre barras en modelos lineales. Estos van cambiando a lo largo del proceso de cálculo, tanto en su definición geométrica, como en las propiedades mecánicas asignadas a sus elementos. El resultado es un proceso de cálculo no lineal.

Se presenta un algoritmo para obtener las deformaciones de una sección sometida a una terna de esfuerzos de flexo-compresión o flexo-tracción esviada, considerando las relaciones constitutivas, reales, de los materiales de que se compone. Las secciones pueden ser de Acero, Hormigón armado o Mixtas. Se calcula la incompatibilidad geométrica y el desequilibrio que aparecen en los elementos considerados en la estructura desplazada y deformada.

Las correcciones de las distintas causas de error se realizan con un proceso iterativo que diferencia los tipos de cálculo no lineal a que dan lugar. Se estructuran las iteraciones y se establecen correcciones internas, automáticas, para reducir las posibles tendencias a divergencias espúreas.

## SUMMARY

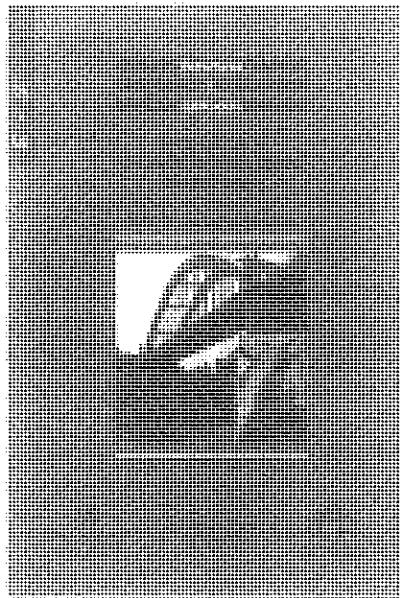
Linear analysis simplifies four aspects of the structural calculation problem:

- a. The constitutive relations of the structure materials*
- b. The equilibrium formulation on the final deformed geometry*
- c. The compatibility between geometrically derived deformations and those obtained from the existing actions*
- d. The difference between the rotations and their trigonometrical functions*

The method described in this paper corrects these limitations, using a mechanism of introducing deformations and actions on the members in linear models. These changes during the calculation process, both in their geometrical definition and in the mechanical properties of their elements. The result is a non-linear process.

An algorithm that considers the actual constitutive relations of the materials is utilized for obtaining generalized strains in sections subjected to skewed bending-axial actions. The sections can be steel, reinforced concrete or mixed. The geometrical incompatibility and the disequilibrium appearing in the elements of the displaced and deformed structure are calculated.

The correction of different causes of error is made by an iterative process differentiating the types of non linear calculation generated. The iterations are structured and automatic internal corrections are established in order to reduce possible trends to diverge.



## NUEVA PUBLICACION

"REPARACION Y

REFUERZO DE

ESTRUCTURAS DE

HORMIGON"

Continuando con la serie de manuales que esta Asociación Técnica Española del Pretensado viene publicando, en los cuales se recogen las recomendaciones que se consideran idóneas para conseguir una adecuada realización, mantenimiento y utilización de las obras pretensadas, se ha editado ahora la versión en español de la Guía FIP de Buena Práctica "Reparación y refuerzo de estructuras de Hormigón".

El término durabilidad, en el sentido técnico aplicado en los Códigos, se asocia a la resistencia de los materiales y elementos de la edificación en general y de las estructuras de hormigón en particular, en relación con la potencial agresividad físico-química del ambiente en que han de servir a los usuarios. Sin embargo, la duración de una estructura de hormigón no depende exclusivamente de esta resistencia medioambiental, sino también de cualquier otra fuente de problemas que pueda reducir su vida de servicio. Así, los errores de cálculo, los defectos de materiales o los cambios en las cargas de servicio que puedan afectar a una estructura, reducen las expectativas de vida en servicio.

Lo anterior pone de manifiesto que, si importantes son las acciones preventivas, importante es también el desarrollo de técnicas y tecnologías para la reparación y refuerzo de las estructuras afectadas. La conexión entre este aspecto y la durabilidad reside en la necesidad de que, no sólo se restituya la capacidad de servicio, sino que el resultado de la intervención reparadora sea también capaz de enfrentarse al medio ambiente general al que está sometido la estructura afectada.

Hoy día se ha despertado una conciencia de cierta precariedad de las estructuras de hormigón que nos ha sacado de la ingenuidad de creer que

la preocupación por las estructuras no iba a afectar a la generación que las había construido. Esta misma Guía habla de una vida de servicio entre 70 y 100 años. El despertar ha traído consigo la intensificación de los estudios sobre vida de servicio (CIB W 80/RILEM 140 TSL "Prediction of service life of buildings materials and components") y el desarrollo práctico de materiales, técnicas y tecnologías de reparación y refuerzo.

Este desarrollo ha dado lugar a una especialidad con personalidad propia, de la que forman parte materiales contradictorios como los compuestos epoxi (sofisticados en sus prestaciones, pero que desfallecen con las altas temperaturas) y decisiones complejas sobre el método de reparación más adecuado en cada caso, dado el coste relativamente alto de las operaciones que hay que ejecutar, especialmente cuando el defecto o el daño se detecta en una fase avanzada de la construcción o cuando la obra está ya en servicio.

Por todo lo anterior la ATEP ha considerado que resultaba de gran interés la traducción de esta guía FIP "Reparación y refuerzo de estructuras de hormigón". Esta iniciativa es por otra parte, la primera acción editorial conjunta en el marco del acuerdo de colaboración establecido entre ATEP y GEHO, las dos Asociaciones que se ocupan del hormigón en nuestro país.

Los interesados en adquirir esta publicación, cuyo precio es de 1.500,- pesetas para los Miembros de la ATEP y 2.000,- pesetas para los no Miembros, deberán dirigirse a:

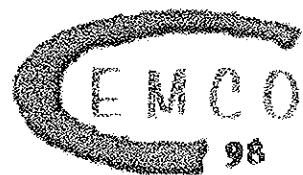
ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO

Apartado de Correos 19002

280080 MADRID

Tel.: (91) 766 07 03

Fax: (91) 766 07 03



## XIV CURSO DE ESTUDIOS MAYORES DE LA CONSTRUCCIÓN



Desde el año 1.956 el **Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja (IETcc)**, realiza una labor de formación y difusión científico-tecnológica en el área de la construcción y sus materiales, a través del Curso de Estudios Mayores de la Construcción -CEMCO. Para el año 1998, el objetivo de este Curso, ya en su décimocuarta edición, es proporcionar información actualizada sobre **INNOVACIÓN Y AVANCES EN EL ÁREA DE LA CONSTRUCCIÓN Y SUS MATERIALES**.

El curso que tendrá lugar entre los meses de Febrero y Junio del **año 98**, con un total de 500 horas entre clases teóricas y prácticas, se ha estructurado en:

Área de Materiales	S1: Conglomerantes Hidráulicos: Naturaleza, Comportamiento y Limitaciones S2: Aplicación de los Materiales Cerámicos, Vidrios y Piedra Natural en la Construcción S3: Hormigones Especiales S4: Materiales Compuestos: Diseño, Cálculo y Aplicación en Construcción
Área de Estructuras	S5: Modelización y Análisis de Estructuras de Hormigón S6: Fiabilidad Estructural. Tratamiento de las Acciones Especiales
Área de Edificación	S7: Hábitat Popular en Latinoamérica: Tecnologías, Materiales, Políticas y Soluciones Habitacionales S8: Industrialización y Prefabricación en Edificación y Obra Civil
Área de Mantenimiento, Rehabilitación y Recuperación	S9: Acciones del Agua en la Edificación S10: Durabilidad de Estructuras de Hormigón: Vida Útil, Refuerzo y Reparación S11: Evaluación Estructural. Patología, Diagnóstico y Soluciones de Intervención S12: Conservación del Patrimonio Arquitectónico
Área de Medio Ambiente	S13: Construcción y Medio Ambiente S14: Evaluación del Medio Ambiente Interior en las Edificaciones y Rehabilitación Medioambiental
Área de Riesgo y Normalización	S15: Riesgo y Prevención en Construcción. Seguridad y Seguros S16: Evaluación de Sistemas de Construcción no Tradicionales. Documento de Idoneidad Técnica.

El programa propuesto para esta nueva edición del curso CEMCO ha sido diseñado para graduados universitarios que se dediquen al sector de la construcción. La variedad de la temática propuesta, la participación de profesores tanto españoles como extranjeros procedentes del campo de la investigación, de universidades y de empresas servirán al participante para ampliar sus conocimientos sobre los avances que ha experimentado el área de la construcción, sus materiales y sus técnicas en los temas de mayor impacto y actualidad dentro del mismo. Durante el Curso se realizarán dos viajes de prácticas en coincidencia con los seminarios: «Aplicación de los Materiales Cerámicos, Vidrios y Piedra Natural en la Construcción» y «Conservación del Patrimonio Arquitectónico», así como diversas visitas a Instituciones y obras de interés.

El número de plazas para realizar la totalidad del curso así como algún seminario específico será limitado. Se prevé la adjudicación de un cierto número de becas para los que realicen el curso completo. Aquel que desee una mayor información puede consultar: <http://www.csic.es/torroja/Cemco.html> o solicitar el programa del Curso a:

**CEMCO-98. Instituto de Ciencias de la Construcción "Eduardo Torroja"**

Att.: M<sup>a</sup> Carmen Díaz Periañez

c/ Serrano Galvache s/n. 28033 - Madrid. España

Tfno: 34 - 1 - 302 04 40, Fax: 34 - 1- 302 07 00, e-mail: carmendp@fresno.csic.es

## **MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACION TECNICA ESPAÑOLA DEL PRETENSADO**

(Continuación de Int. Portada)

- FOMENTO DE CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A. (FCCSA).**—Acanto, 22. 28045 Madrid.
- FORMIGONS GIRONA, S.A.**—Carretera C-250 de Girona a Sant Feliú de Guixols, Km. 4,3. 17242 Quart (Gerona).
- FREYSSINET, S.A.**—General Perón, 24. 28020 Madrid.
- GRACE, S.A.**—Apartado 523. 08080 Barcelona.
- GRUPO ESPAÑOL DEL HORMIGON (GEHO).**—Universidad Politécnica de Madrid.— Laboratorio de Estructuras de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, C. y Puertos.— Ciudad Universitaria, s/n. 28040 Madrid.
- GRUPO TIERRA ARMADA.**—Pº Castellana, 165. 28046 Madrid.
- HIERRO INSTALADO Y SUMINISTRADO, S.A. (HIS, S.A.).**—Luis Montoto, 105, 4º K. 41007 Sevilla.
- HUARTE, S.A.**—Oficina Técnica.—C/Gobelas, 35-37. El Plantío. 28023 Madrid.
- IBERDROLA, S.A. Servicio Formación.**—Referencia 3001. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.
- INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.**—Portal de Gamarra, 46. 01013 Vitoria.
- INSTITUTO ESPAÑOL DEL CEMENTO Y SUS APLICACIONES (IECA).**—José Abascal, 53-2.ª planta. 28003 Madrid.
- INSTITUTO TECNICO DE LA CONSTRUCCION, S.A.**—Avda. de Elche, 164. 03008 Alicante.
- INSTITUTO TECNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES (INTEMAC).**—Monte Esquinza, 30. 28010 Madrid.
- JOSE ANTONIO TORROJA, OFICINA TECNICA, S.A.**—Príncipe de Vergara, 103. 28006 Madrid.
- LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES. CEDEX.**—Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.
- MECANOGUMBA, S.A.**—Apartado 23. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).
- MEKANO-4, S.A.**—Polígono Can Magarola. Carretera N-152, Km. 19,8. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).
- PACADAR, S.A.**—Hermosilla, 57. 28001 Madrid.
- PREFABRICACIONES Y CONTRATAS, S.A.**—Apartado 138. 36600 Villagarcía de Arosa (Pontevedra).
- PRETENSADOS DEL LOURO, S.A.**—Polígono Industrial Atios. 36400 Porriño (Pontevedra).
- PREVALESA, S.L.**—Avda. Blasco Ibáñez, 20. 46010 Valencia.
- PROYECTOS Y ESTRUCTURAS, S.A. (PROES).**—Padre Damián, 42-1º D. 28036 Madrid.
- SENER, INGENIERIA Y SISTEMAS, S.A.**—Avda. de Zugazarte, 56. 48930 Las Arenas (Vizcaya).
- SOCIEDAD DE ESTUDIOS DEL TERRITORIO E INGENIERIA, S.A.**—Avenida Cardenal Herrera Oria, 167. 28034 Madrid.
- TECPRESA, S.A.**—Velázquez, 105. 28006 Madrid.
- TREFILERIAS QUIJANO, S.A.**—Fábrica de Forjas de Buelna, 39400 Los Corrales de Buelna (Cantabria).
- TRENZAS Y CABLES, S.L. (TYC, S.L.).**—Monturiol, 5. 08210 Barberá del Vallés (Barcelona).
- VSL IBERICA, S.A.**—Aribau, 185, 3º, 2.ª. 08021 Barcelona.

La Asociación Técnica Española del Pretensado se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las Entidades citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encendados.

