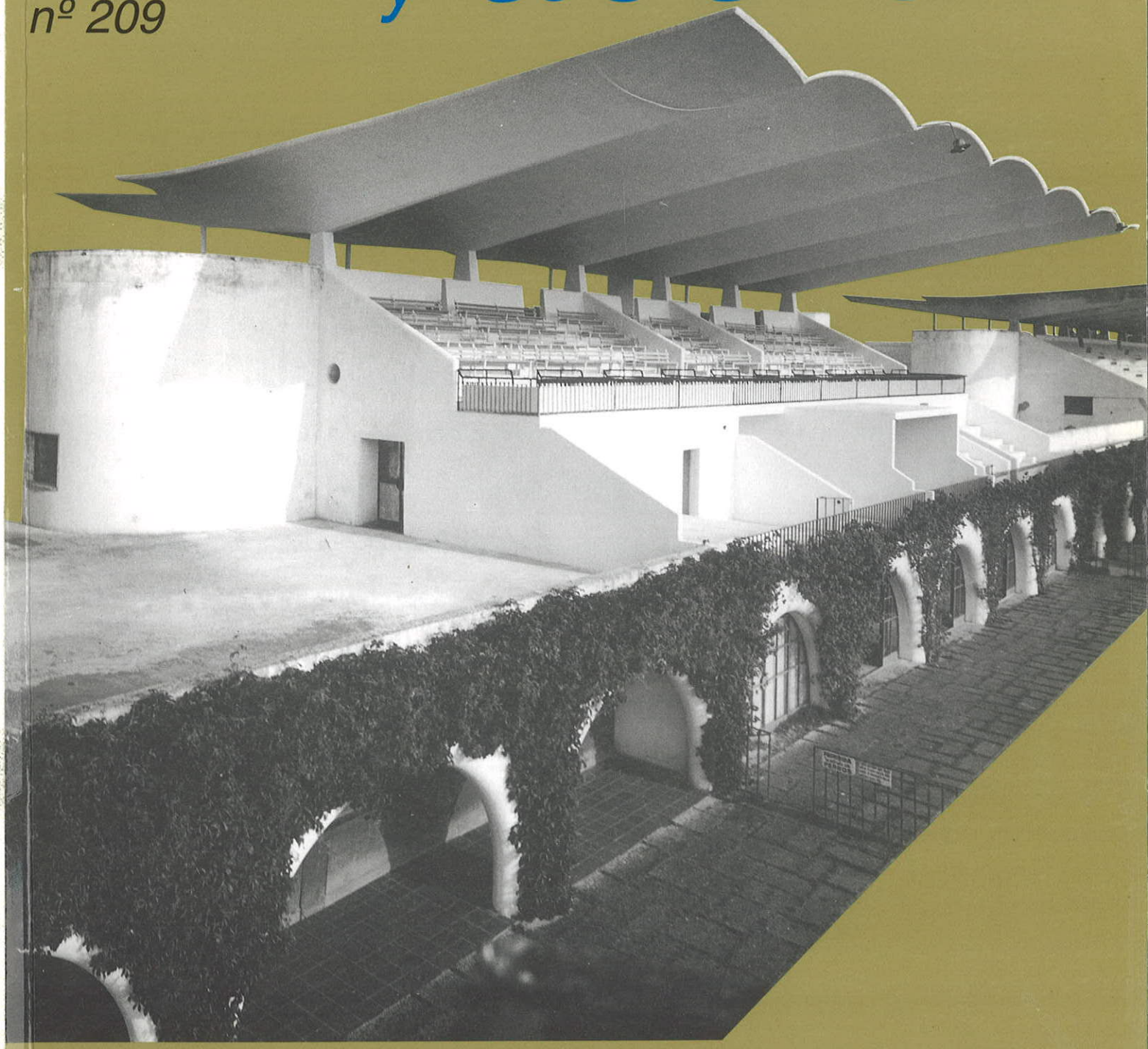
HORMIGÓN y acero

nº 209



Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural

Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja

Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL

Dentro de nuestra Asociación existe una categoría, la de **"Miembro Protector"**, a la que pueden acogerse, previo pago de la cuota especial al efecto establecida, todos los Miembros que voluntariamente lo soliciten. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos en esta categoría de **"Miembros Protectores"** los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

AGROMAN EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.–Avenida del Partenón, 4. 28042 Madrid.

ALVI, S.A. (PREFABRICADOS ALBAJAR).–Orense, 10. 28020 Madrid.

ARPO EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.–Avda. de la Innovación, s/n. Edificio Espacio, planta 3.ª, mód. 4-7. 41020 Sevilla.

AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.–Plaza Gala Placidia, 1. 08006 Barcelona.

CARLOS FERNÁNDEZ CASADO, S.L.–Grijalba, 9. 28006 Madrid.

CEMENTOS MOLINS, S.A.–C.N. 340, Km. 329,300. 08620 Sant Viçenc dels Horts (Barcelona).

COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.–Almagro, 42. 28010 Madrid.

COLEGIO DE INGENIEROS TÉCNICOS DE OBRAS PÚBLICAS.–Miguel Angel, 16. 28010 Madrid.

COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TÉCNICOS.–Santa Eugenia, 19. 17005 Gerona.

COL.LEGI OFICIAL D'ARQUITECTES DE CATALUNYA.–Plaça Nova, 5. 08002 Barcelona.

C.T.T. STRONGHOLD, S.A.–Aribau, 185. 08021 Barcelona.

CUBIERTAS Y M.Z.O.V., S.A.–Parque Empresarial La Moraleja. Avda. de Europa, 18. 28100 Alcobendas (Madrid).

DIRECCIÓN GENERAL DE OBRAS PÚBLICAS Y TRANSPORTES (Servicio Carreteras).–Calvo Sotelo, 15-1.º 26003 Logroño.

DRAGADOS Y CONSTRUCCIONES, S.A.–Avda. de Tenerife, 4-6. Edificio Agua. 1ª planta. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).

DYWIDAG - SYSTEMS INTERNATIONAL, S.A.–Azor, 25-27. Polígono Industrial Matagallegos. 28940 Fuenlabrada (Madrid).

EMESA-TREFILERÍA, S.A.–Apartado 451. 15080 La Coruña.

ENTRECANALES Y TAVORA, S.A. Biblioteca.–Cardenal Spinola, s/n. Edificio E. 28016 Madrid.

EPTISA, SERVICIOS DE INGENIERÍA, S.A.–Arapiles, 14 - 4º Izda. 28015 Madrid

ESCUELA TÉCNICA-SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.–Ciudad Universitaria. 28040 Madrid.

ESTEYCO, S.A.–Menéndez Pidal, 17. 28036 Madrid.

ESTUDIOS Y PROYECTOS TÉCNICOS INDUSTRIALES, S.A.–Arapiles, 14-4º Izda. 28015 Madrid.

EUROCONSULT, S.A.–Apartado 99. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).

FERROVIAL, S.A.–Príncipe de Vergara, 125. 28006 Madrid.

(Continúa en el int. de contraportada)

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL
DECLARADA DE UTILIDAD PÚBLICA CON FECHA 4-3-77

INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA CONSTRUCCIÓN EDUARDO TORROJA (C.S.I.C.)

COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

COMITÉ DE REDACCIÓN

Director:
APARICIO, Angel C.

Miembros del Comité de Redacción:
BURON, Manuel
CUVILLO, Ramón del
ELICES, Manuel
GONZALEZ VALLE, Enrique
JODAR, Juan
LOPEZ PALANCO, Rafael
LLOMBART, José Antonio
MARTINEZ MARTINEZ, Ramón
MORAN, Francisco
ORTEGA, Luis
PEREZ-FADON, Santiago
RIPOLL, Javier
RODRIGUEZ SANTIAGO, Jesús
SIEGRIST, Carlos
VILLAR, José Mª de

SERVICIO DE ESTUDIOS ESPECIALES

HORMIGÓN y acero

nº 209
3er Trimestre 1998

CUOTAS ANUALES

	ESPAÑA	EXTRANJERO
Miembros "Personales" menores de 27 años	1.500 ptas.	
Miembros "Personales" (personas naturales)	8.750 ptas.	70 dólares
Miembros "Colectivos" (personas jurídicas)	21.600 ptas.	170 dólares
Miembros "Protectores" (personas naturales o jurídicas que deseen prestar una ayuda económica especial a la A.T.E.P.)	43.200 ptas.	340 dólares

(Más 16% IVA para España)

La Asociación, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, no se hace responsable del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocine su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

APARTADO 19.002 - 28080 MADRID - TEL. Y FAX: 766 07 03

Depósito Legal: M-853-1958
Imprime: ACOR, S.A.- M. Hernández, 50 - MADRID
ISSN: 0439-5689

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

RELACIÓN DE ENTIDADES QUE, EN LA FECHA DE CIERRE DEL PRESENTE NÚMERO DE LA REVISTA, FIGURAN INSCRITAS, EN LA ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL, COMO "MIEMBROS COLECTIVOS".

ESPAÑA

AEPO, S.A.–Estudios y Proyectos.–Madrid.
AGENCIA VALENCIANA DEL TURISME.–Valencia.
ÁREA DE PLANEAMIENTO, PROYECTOS Y OBRAS.–Demarcación de Carreteras del Estado en Asturias.–Oviedo.
ASOCIACIO ENGINYERS INDUSTRIALS DE CATALUNYA.–Barcelona.
CASTRO HERMANOS, S.L.–Mislata (Valencia).
CENTRO DE ANÁLISIS Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS, S.A.–Oviedo.
CENTRO DE ESTUDIOS DE TÉCNICAS APLICADAS (CEDEX).–Gabinete de Información y Documentación.–Madrid.
CENTRO POLITÉCNICO SUPERIOR DE INGENIEROS.–Área de M.M.C. y T. de Estructuras.–Zaragoza.
CETRES ENGINYERS, S.L.–Barcelona.
CINSA-EP.–Leioa (Vizcaya).
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de Andalucía Oriental.–Málaga.
COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS. Demarcación de Galicia.–La Coruña.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS DE BALEARES.–Palma de Mallorca.
COLEGIO OFICIAL DE ARQUITECTOS VASCO-NAVARRO.–Bilbao.
CONSTRUCCIONES LAIN, S.A.–Madrid.
CONSEJERÍA DE OBRAS PÚBLICAS Y TRANSPORTES.–Sevilla.
CONTROLEX.–Alicante.
DEPARTAMENTO DE CONSTRUCCIONES ARQUITECTÓNICAS.–Escuela Técnica Superior de Arquitectura.–Sevilla.
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE LA CONSTRUCCIÓN.–Escuela Universitaria de Arquitectura Técnica.–Universidad de La Laguna (Tenerife).
DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS Y TEORÍA DE ESTRUCTURAS.–Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica. Madrid.
DEPARTAMENTO DE RESISTENCIA DE MATERIALES, ESTRUCTURAS E INGENIERÍA CIVIL.–Universidad de Valladolid.–Valladolid.
DIRECCIÓN GENERAL DE CARRETERAS. Diputación Foral de Guipúzcoa. San Sebastián.
E.E.P., S.A.–Elementos Estructurales Prefabricados, S.A.–Sant Fruitos de BAages (Barcelona).
ENAGA, S.A.–Pozuelo de Alarcón (Madrid).
ESCUELA SUPERIOR DE AGRICULTURA.–Barcelona.
ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA.–San Vicente del Raspeig (Alicante).
ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR D'ARQUITECTURA DEL VALLÉS.–Sant Cugat del Vallés (Barcelona).
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.–Madrid.
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA.–Sevilla.
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.–Barcelona.
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.–Biblioteca.–La Coruña.
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN.–Bilbao.
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TÉCNICA.–Granada.
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TÉCNICA.–La Laguna (Tenerife).
ESCUELA UNIVERSITARIA DE ARQUITECTURA TÉCNICA.–Madrid.
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL.–Zaragoza.
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERÍA TÉCNICA MINERA.–Biblioteca.–León.
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITÉCNICA.–Barcelona.
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITÉCNICA.–Córdoba.
ESCUELA UNIVERSITARIA POLITÉCNICA DE MANRESA.–Manresa (Barcelona).
EUROESTUDIOS, S.A.–Madrid.
EXTRA.–Barcelona.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

FERNÁNDEZ CONSTRUCTOR, S.A.–Madrid.
FOMENTO DE CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A.–Valencia.
FUERZAS ELÉCTRICAS DE CATALUÑA, S.A.–Barcelona.
FUNDACIÓN DE LOS FERROCARRILES ESPAÑOLES.–Madrid.
GINPRO, S.A.–Pozuelo de Alarcón (Madrid).
G.O.C.S.A.–Orense.
HORMADISA, S.L.–Valga (Pontevedra).
IBÉRICA DE ESTUDIOS E INGENIERÍA, S.A. (IBERINSA).–Madrid.
IDEAM, S.A.–Madrid.
INDAG, S.A.–Madrid.
INGENIERÍA DE AUTOPISTAS Y OBRAS CIVILES, S.A.–Madrid.
INGENIERÍA Y ECONOMÍA DEL TRANSPORTE, S.A. (INECO).–Madrid.
INGENIERÍA FLORS, S.A.–Grao de Castellón.
INGENIERÍA DE PUENTES Y AUTOPISTAS, S.A.–Barcelona.
INGENIEROS Y ARQUITECTOS ASOCIADOS, S.A.–Madrid.
INSTITUCIONES COLEGIALES PARA LA CALIDAD EN LA EDIFICACIÓN.–Murcia.
INSTITUT DE TECNOLOGÍA DE LA CONSTRUCCIÓ DE CATALUNYA.–Barcelona.
INSTITUTO JUAN DE HERRERA.–Madrid.
JUNTA DE CASTILLA Y LEÓN.–Consejería de Fomento.–Valladolid.
JUNTA DE CASTILLA Y LEÓN.–Dirección General de Transportes y Carreteras. Servicio de Gestión.–Valladolid.
LABORATORIO GEOCISA.–Biblioteca.–Coslada (Madrid).
LABORATORIO DE INGENIEROS DEL EJÉRCITO.–Madrid.
LABORATORIOS DEL SURESTE, S.L.–El Palmar (Murcia).
LUIS BATALLA, S.A. (LUBASA).–Castellón de la Plana.
MINISTERIO DE FOMENTO. SUBDIRECCIÓN GENERAL DE ARQUITECTURA.–Madrid.
MINISTERIO DE FOMENTO. SUBDIRECCIÓN GENERAL DE NORMATIVA TÉCNICA Y ANÁLISIS ECONÓMICO.–Madrid.
O.C.P. CONSTRUCCIONES, S.A.–Madrid.
PENTIA INGENIERÍA, S.A.–Llanera (Asturias).
PREFABRICACIONES Y CONTRATAS, S.A.–Madrid.
PREFABRICADOS AGRÍCOLAS E INDUSTRIALES, S.A. (PRAINSA).–Barcelona.
PREFABRICADOS DEL CEMENTO, S.A. (PRECESA).–León.
PREFABRICADOS LA MANCHA, S.L.–Seseña (Toledo).
PREFABRICADOS POUSA, S.A.–Santa Perpetua de Moguda (Barcelona).
PRODUCTOS BITUMINOSOS, S.A.–47008 Valladolid.
PUENTES Y CALZADAS, S.A.–Sigueiro (La Coruña).
RIOJANA DE PREFABRICADOS DE HORMIGÓN, S.A.–Logroño.
RUBIERA, S.A. FORJADOS Y CUBIERTAS.–León.
RUBIERA BURGOS, S.A.–Burgos.
SERVICIO MILITAR DE CONSTRUCCIONES.–Barcelona.
SESTRA, S.A.L.–20009 Donostia (San Sebastián).
S.G.S. TECNOS, S.A.–Madrid.
SOCIEDAD ANÓNIMA ESPAÑOLA TUBO FABREGA.–Madrid.
SPANDECK CATALANA, S.A.– El Bruc (Barcelona).
TÉCNICA Y PROYECTOS, S.A.–Madrid.
TERRATEST, S.A.–Madrid.
TIGNUS, S.A.–Valencia.
TUBERÍAS Y PREFABRICADOS, S.A. (TYPSA).–Madrid.
UNIVERSIDAD DE BURGOS.–Sección Politécnica.–Burgos.
UNIVERSIDAD DE CÁDIZ.–Algeciras (Cádiz).
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA.–Biblioteca Universitaria.–Santander.
UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA.–Biblitoteca General de Albacete.–Albacete.
UNIVERSIDAD DE LA CORUÑA.–Biblioteca.–La Coruña.
UNIVERSIDAD DE LA CORUÑA.–Rectorado.–La Coruña.
UNIVERSIDAD DE HUELVA.–Biblioteca.–Huelva.
UNIVERSIDAD DE LA RIOJA.–Logroño (La Rioja).
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA.–Hemeroteca.–Valencia.
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA.–E.T.S. de Ingenieros Agrónomos.–Departamento de Construcción y Vías Rurales.–Madrid.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA.–Pamplona
UNIVERSITAT DE GIRONA.–Girona.
UNIVERSITAT DE LLEIDA.–Lleida.
VORSEVI, S.A.–Ingeniería y Control de Calidad.–Sevilla.
V.S. INGENIERÍA Y URBANISMO, S.L.–Sevilla.

EXTRANJERO

AIG/ENGINEERING.–The Netherlands.
ASSOCIACAO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND.–São Paulo (Brasil).
LABORATORIO DE ENGENHARIA DE ANGOLA.–Luanda (República Popular de Angola).
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ.–Lima (Perú).
POSTES, S.A.–Lima (Perú).
PRETENSA, LTDA.–La Paz (Bolivia).
PUENTES Y TORONES, LTD.–Santafé de Bogotá (Colombia).
SWETS SUBSCRIPTION SERVICE.–2160 Lisse (Holanda).
UNIVERSIDAD CATÓLICA DE QUITO.–Biblioteca.–Quito (Ecuador).
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO.–Biblioteca.–Mayagüez (Puerto Rico)
UNIVERSIDAD NACIONAL ANDRÉS BELLO.–Biblioteca Central.–Santiago (Chile).

MIEMBRO CORRESPONDIENTE

ASOCIACIÓN BOLIVIANA DEL PRETENSADO (A.B.P.).–La Paz (Bolivia).

* * *

AVISO IMPORTANTE

DISCUSIÓN DE LOS ARTÍCULOS ORIGINALES PUBLICADOS EN LA REVISTA "HORMIGÓN Y ACERO"

Todos los artículos originales que se publican en "Hormigón y Acero", quedan sometidos a discusión y al comentario de nuestros lectores. La discusión debe limitarse al campo de aplicación del artículo, y ser breve (cuatro páginas mecanografiadas a doble espacio, como máximo, incluyendo figuras y tablas).

Debe tratarse de una verdadera discusión del trabajo publicado y no ser una ampliación o un nuevo artículo sobre el mismo tema; el cual será siempre aceptado para su publicación en nuestra Revista, pero con tal carácter.

Debe ofrecer un interés general para los lectores. De no ser así, se trasladará al autor del artículo al que se refiera, para que la conteste particularmente.

Los comentarios deben enviarse, por duplicado, a la Secretaría de A.C.H.E., Apartado 19002, 28080 Madrid, dentro del plazo de tres meses contados a partir de la fecha de distribución de la Revista.

El autor del artículo cerrará la discusión contestanto todos y cada uno de los comentarios recibidos.

Los textos, tanto de las discusiones y comentarios como de las contestaciones de los autores de los correspondientes artículos, se publicarán conjuntamente en una Sección especial que aparecerá en las últimas páginas de la Revista.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

hormigón y acero nº 209

Texto de las Comunicaciones presentadas en la XVª Asamblea Técnica Nacional de la ATEP, celebrada en Logroño, durante los días 12 al 15 de noviembre de 1996.

índice

Págs.

TEMA II.–INVESTIGACIONES Y ESTUDIOS

Análisis resistente de construcciones de obra de fábrica. Aplicación a puentes arco 9-32

Analisis resistante d'estructures de maçonerie. Aplication sur ponts arc.

Strength analysis of masonry constructions. Application to arch bridges.

C. Molins y P. Roca.

Investigación sobre la compresión máxima en bielas por esfuerzo cortante en piezas prefabricadas de hormigón pretensado con armaduras pretesas 33-45

Recherche sur la capacité portante ultime des bielles du béton comprimées par effort tranchant en poutres préfabriquées précontraintes pour tabliers de ponts.

Research on the ultimate compression stresses in concrete struts due to shear in precast prestressed bridge beams.

A.C. Aparicio, J. Calavera y F.J. del Pozo.

Ensayos a rotura de vigas de hormigón con pretensado exterior. Primera parte: Vigas isostáticas 47-67

Essais de poutres en béton avec précontraint exterieur. Premiére partie: Poutres isostatiques.

Experimental study of externally prestressed concrete box-girder beams. Part I: Simply supported beams.

A.C. Aparicio, G. Ramos, J.R. Casas, M. Anllo y D. Gómez.

TEMA III.A.–REALIZACIONES DE PUENTES

Pasarelas peatonales atirantadas con barras 69-84

Passerelles piétonnière haubanés avec barres.

Pedestrian bridges stayed with prestressing bars.

A.R. Marí, J. Llongueras y D. Cobo del Arco.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

ARTICULOS ORIGINALES NO DE ASAMBLEA . . . . . .

TEMA II.–INVESTIGACIONES Y ESTUDIOS

Proyecto de soportes metálicos excéntricamente comprimidos: Estudio comparado de diversas normas recientes. **85-108**

Calcul des barres comprimées fléchies: Étude comparative des diverses réglements récents.

Bean-columns design: A comparative study of several recent standards.

J. Ortiz Herrera y A. del Río Bueno.

TEMA IV.–INSPECCIÓN, MANTENIMIENTO, REPARACIONES Y REFUERZOS

Un modelo global de tráfico para la evaluación y gestión de puentes construidos: Aplicación y ejemplos. **109-125**

Un model du trafic routier pour la evaluation et la gestion des ouvrages d'art construits. Deuxieme partie: Aplication et exemples.

A traffic load model for the assessment and management of existing bridges. Part two: Application and examples.

J.R. Casas y C. Crespo.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Normas que deben cumplir los artículos que se envíen para su publicación en "Hormigón y Acero"

1. CONDICIONES GENERALES

Los originales de los Artículos que se deseen publicar en "Hormigón y Acero", se enviarán a la Secretaría de la ACHE. Deberán cumplir rigurosamente las normas que a continuación se especifican. En caso contrario, serán devueltos a sus Autores para su oportuna rectificación.

Los que cumplan los requisitos exigidos pasarán al Comité de Redacción de la Revista el cual, previo informe y evaluación de su calidad por los correspondientes Censores, decidirá si procede o no su publicación, sugiriendo eventualmente al Autor los cambios que, en su opinión, deben efectuarse para su final publicación en "Hormigón y Acero". Toda correspondencia en este sentido se mantendrá directamente con el Autor o primero de los Autores que figuren en el Artículo.

Los originales que por cualquier causa no fueran aceptados se devolverán al Autor.

2. PRESENTACIÓN DE ORIGINALES

Los originales de los Artículos se presentarán, preferentemente, en disquete, en programas de tratamiento de texto de uso generalizado (Wordperfect, Word, etc.). Además, se mandarán dos copias escritas en papel, por una sola cara, en hojas tamaño UNE A4, y con las figuras, fotografías y tablas, con el tamaño que se proponga para su reproducción.

2.1. Título

El título, *en español, francés e inglés* deberá ser breve y explícito, reflejando claramente el contenido del Artículo. A continuación, se hará constar nombre y apellidos del Autor o Autores, titulación profesional y, si procede, Centro o Empresa en el que desarrolla sus actividades.

2.2. Resumen y palabras clave

Todo Artículo deberá ir acompañado de un resumen *en español e inglés*, de extensión no inferior a cien palabras (unas ocho líneas mecanografiadas) ni superior a ciento cincuenta palabras (doce líneas).

Asimismo, se acompañarán entre tres y seis palabras clave, en español, que permitan la identificación bibliográfica dentro del área técnica específica del Artículo.

2.3. Gráficos y figuras

Los gráficos y figuras deberán ir numerados correlativamente en el orden en que se citen en el texto, en el cual deberá indicarse el lugar adecuado de su colocación.

Serán reproducibles, de muy buena calidad. Todas las figuras llevarán su correspondiente pie explicativo y el tamaño de letra se elegirá de tal modo que se legible en la figu-

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

ra al tamaño en que se vaya a reproducir en la Revista.

Se recomienda que los gráficos y figuras sean específicamente preparados para su publicación.

2.4. Fotografías

Se procurará incluir sólo las que, teniendo en cuenta su posterior reproducción, sean realmente útiles, claras y representativas. Con independencia de las copias que se piden para formar la maqueta, los originales deberán presentarse en copias de papel opaco, negro o en color, en negativo, o en diapositivas. Irán numeradas correlativamente, como fotografías, en el orden citado en el texto, y llevarán su correspondiente pie explicativo.

2.5. Tablas y cuadros

Cumplirán las condiciones indicadas para las figuras en el punto 2.3. Llevarán numeración correlativa, citada en el texto y un pie con la explicación adecuada y suficiente para su interpretación directa.

2.6. Unidades

Las magnitudes se expresarán en unidades del Sistema Internacional (S.I.) según las UNE 5001 y 5002. Transitoriamente, durante el año 1999 se admitirá la utilización conjunta del S.I. y el sistema de unidades hasta ahora de uso habitual en la comunidad técnica (M.K.S.)

2.7. Fórmulas, letras griegas, subíndices y exponentes

En las fórmulas se procurará la máxima calidad de escritura y emplear las formas más reducidas, siempre que no entrañen riesgo de incomprensión. Para su identificación se utilizará, cuando sea necesario, un número entre paréntesis, a la derecha de la fórmula.

Se elegirá un tipo de letra (Times New Roman u otra similares) tal que las letras griegas, subíndices y exponentes resulten perfectamente identificables, procurando evitar los exponentes complicados y letras afectadas simultáneamente de subíndices y exponentes.

Se diferenciarán claramente mayúsculas y minúsculas y aquellos tipos que puedan inducir a error (por ejemplo, la l y el 1; la O y el cero; la K y la k, etc.).

2.8. Referencias bibliográficas

Las referencias bibliográficas citadas en el texto se recogerán al final del mismo, dando todos los datos precisos sobre la fuente de publicación, para su localización.

Las citas en el texto se harán mediante números entre paréntesis. En lo posible, se seguirán las normas internacionales utilizadas generalmente en las diversas publicaciones, es decir:

Referencias de Artículos publicados en Revistas

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del Artículo; nombre de la publicación; número del volumen y fascículo; fecha de publicación, y número de la primera y última de las páginas que ocupa el Artículo al que se refiere la cita.

Referencias de Libros

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del Libro; edición; editorial y lugar y año de publicación.

3. PRUEBAS DE IMPRENTA

De las primeras pruebas de imprenta se enviará una copia al Autor para que, una vez debidamente comprobadas y corregidas, las devuelva en el plazo máximo de quince días, con el fin de evitar el riesgo de que la publicación de su Artículo tenga que aplazarse hasta un posterior número de "Hormigón y Acero".

En la corrección de pruebas no se admitirán modificaciones que alteren sustancialmente el texto o la ordenación del Artículo original

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Análisis resistente de construcciones de obra de fábrica. Aplicaciones a puentes arco

Climent Molins
Dr. Ing. de Caminos
Prof. Asociado de la Escuela de Caminos de Barcelona (U.P.C.)
Pere Roca
Dr. Ing. de Caminos, Prof. Titular de la Escuela de Caminos de Barcelona (U.P.C.)

1. INTRODUCCIÓN

Existen en nuestro entorno físico un gran número de construcciones de obra de fábrica provenientes, en su mayor parte, de cuando tal material constituía el elemento fundamental de la construcción, en épocas en las que el hormigón y el acero aún no habían experimentado su actual difusión como principales materiales estructurales.

Muchas de estas construcciones –y especialmente aquéllas que se mantienen en servicio– precisan de alguna forma de refuerzo o, cuando menos, y debido a su propio envejecimiento, de un estudio de su estado actual y de su auténtica capacidad resistente ante las acciones a que puedan verse sometidas. Ello es particularmente cierto en relación a la ingente cantidad de puentes arco de obra de fábrica aún en servicio en nuestras vías de comunicación.

Cualquier intervención llevada a cabo sobre una construcción existente –ya sea para adaptarla a nuevos usos (rehabilitación) o para preservar su sistema resistente (reparación)– requiere un previo conocimiento, lo más detallado posible, de su estado actual y de su comportamiento resistente. En general, el análisis resistente debe permitir determinar si es necesario el refuerzo y, en su caso, definir el refuerzo adecuado para garantizar suficientemente su estabilidad.

Esta preocupación creciente sobre de los arcos de obra de fábrica ha motivado un gran interés en el desarrollo de métodos realistas y eficientes para su análisis. Aunque generalmente los desarrollos se han centrado en la caracterización resistente de arcos aislados, también existen propuestas específicamente desarrolladas para el análisis de estructuras más complejas tales como puentes de varios vanos.

La mayoría de los estudios conocidos se basan en las siguientes técnicas de análisis: las teorías clásicas basadas en el estudio de mecanismos de rotura; la mecánica del medio continuo con ecuaciones constitutivas específicas para la obra de fábrica (macromodelización); la mecánica del medio continuo combinada con elementos de junta para simular el deslizamiento y la separación entre bloques (micromodelización); y el análisis de deformaciones discontinuas (DDA).

A pesar de que su origen se remonta ya a más de dos siglos [1], y de su simplicidad, el análisis límite (o análisis de mecanismos de rotura) sigue siendo el método preferido por algunos autores frente a las posibilidades que ofrece el método de los elementos finitos. En particular, la necesidad de limitar el estudio de los arcos de fábrica a un análisis en rotura se justifica a la vista de las numerosas incertidumbres que se presentan, tales

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

como las causadas por las condiciones reales de apoyo [2]. Las hipótesis básicas de comportamiento que incorporan estos métodos son:

(1) No es posible el deslizamiento relativo entre dovelas.

(2) La obra de fábrica no puede resistir tensiones de tracción.

(3) La resistencia a compresión de las dovelas es infinita –según el método clásico– o bien se considera una determinada resistencia a compresión y una distribución de tensiones rectangular (plástico perfecto) o triangular (frágil). Esta última suposición interviene reduciendo la excentricidad máxima que puede alcanzar la línea de presiones.

Se han propuesto numerosas mejoras para extender la formulación básica de la teoría del análisis límite aplicada a arcos, tal y como la presentó Heyman [3 y 4]. A continuación se citan algunas que revisten especial interés. Crisfield y Packham [5] derivaron un método para incorporar de forma aproximada el efecto de las fuerzas horizontales sobre el arco causadas por el relleno de las enjutas que, además, consideraba limitada la resistencia de la fábrica en compresión. Cabe citar el estudio de Hughes [6] como uno de los pocos intentos para extender el uso del análisis límite a puentes de varios vanos.

Durante los últimos años, algunos autores han estudiado los arcos de fábrica mediante elementos finitos unidimensionales o bidimensionales con ecuaciones constitutivas uo lineales para reproducir el comportamiento de las fábricas de ladrillo o sillares. En la mayoría de estas propuestas se manifiesta la voluntad de reproducir de forma realista, mediante el análisis no lineal, líneas de empujes similares a las empleadas en las teorías clásicas. Entre los primeros que aplicaron el método de los elementos finitos al estudio de arcos de obra de fábrica cabe citar a Crisfield y Wills [7], quienes propusieron modelizaciones a base de elementos lineales o bidimensionales en combinación con ecuaciones constitutivas sin resistencia a tracción en ambas modelizaciones. Posteriormente, Bridle y Hughes [8] y Vilnay y Hughes [9] explotaron la posibilidad de analizar arcos simples de fábrica mediante un método energético basado en los teoremas de Castigliano. El acusado comportamiento no lineal por el material, resultado de la casi nula resistencia a tracción de la fábrica, se consideraba a través de la modificación de la geometría del arco mediante sucesivas reducciones de la sección (parcialización). Asimismo, su propuesta tenía en cuenta de forma simplificada el efecto del relleno de las enjutas.

Gong et al. [10] propusieron un modelo más sofisticado para tener en cuenta un mayor número de mecanismos posibles de rotura. Este modelo contemplaba la posible pérdida de mortero y de ladrillos junto con la presencia de fisuras radiales o tangenciales en la rosca mediante la separación de los elementos finitos bidimensionales contiguos. De hecho, se trata de una aproximación discreta al fenómeno de la fisuración. Además, en el caso de separación en el interior de la rosca se permitía a los elementos deslizar entre sí y su comportamiento friccional se reproducía de acuerdo con la ley de Coulomb.

Con el empleo de los micromodelos es posible alcanzar un mayor grado de realismo al describir de forma independiente cada uno de los materiales componentes –ladrillos o bloques, mortero y la interfaz entre ambos– mediante su propia ley constitutiva. Debido a la gran cantidad de recursos computacionales requeridos, la aplicación de los micromodelos está, por ahora, restringida al estudio de elementos de obra de fábrica aislados sometidos a fuerzas en su propio plano, tal y como puede observarse en los trabajos de Page [11], Ali y Page [12] y Lourenço [13]. Su principal aplicación se encuentra en la calibración de otros modelos más simples realmente empleados en el análisis de grandes estructuras.

Alternativamente al uso del método de los elementos finitos, Ma et al. [14] han aplicado el análisis discontinuo de deformaciones (DDA) a puentes de obra de fábrica. Estas formulaciones permiten tratar simultáneamente deformaciones y movimientos de sólido rígido. De esta forma, en su aplicación a la obra de fábrica, permite que las

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

dovelas y bloques se separen y deslicen entre sí. No obstante, mientras que esta técnica parece muy apropiada en el caso de fábricas de sillares, es dudoso que su aplicación a piezas de menor tamaño unidas con mortero sea apropiada.

2. TRATAMIENTO PROPUESTO PARA ESTRUCTURAS DE OBRA DE FÁBRICA

2.1. Estado actual

De lo anteriormente expuesto se constata la evolución constante que están experimentando los métodos analíticos para determinar la capacidad resistente de construcciones de obra de fábrica, empleándose para ello muy diversas aproximaciones. La mayoría de las dificultades que aparecen provienen principalmente de dos características específicas de las construcciones de obra de fábrica: en primer lugar, del carácter compuesto y frágil de este material, lo cual limita la aplicación de la mecánica del medio continuo en la modelización de elementos de obra de fábrica en estados próximos a la rotura; en segundo lugar, la geometría frecuentemente compleja de las construcciones de obra de fábrica, adaptada a la baja resistencia a tracción de este material. Las construcciones de obra de fábrica incluyen tipos estructurales de geometría curva, sección variable y en algunos casos, como en los puentes arco, otros materiales de relleno que pueden tener efecto estabilizador.

A causa de todas estas dificultades, la aplicación de algunos métodos está limitada por razones teóricas y económicas. Mientras que los métodos más potentes –como aquellos basados en técnicas de micromodelización– requieren un caudal excesivo de datos experimentales de caracterización y de tiempo de computación para poder ser usados en la práctica, otros más simples –como aquellos basados en los mecanismos de rotura– sólo pueden aplicarse en casos de estructuras simples, como arcos aislados, y con unas determinadas condiciones.

El método de los elementos finitos formulado en desplazamientos, como es más habitual, utilizado en combinación con modelos constitutivos simples –tales como aquellos que incorporan únicamente una limitación al valor de la resistencia a tracción– no sólo puede originar problemas numéricos sino que puede dar lugar a valores inexactos de la capacidad de carga de la estructura. En efecto, en las aplicaciones del método de los elementos finitos basadas en su formulación en desplazamientos, el campo de movimientos en el interior de los elementos resulta determinado por las funciones de interpolación empleadas, que son continuas y derivables. Esta interpolación predefinida del campo de desplazamientos limita las posibles distribuciones de deformaciones en el interior del elemento e impide la correcta simulación de zonas dañadas muy localizadas, según el comportamiento observado en materiales frágiles como la fábrica. En un intento de mejorar las dificultades anteriormente descritas, se presenta un modelo para el análisis no lineal por la geometría y el material de estructuras de obra de fábrica formadas por elementos lineales que, mediante una formulación en flexibilidad del elemento, permite tratar adecuadamente la naturaleza frágil de la fábrica y la complejidad geométrica de tales estructuras. La versatilidad, economía y eficiencia del modelo numérico desarrollado para el estudio de construcciones de fábrica resulta de las propias características de la Formulación Matricial Generalizada (F.M.G.) escogida.

2.2. Aplicación de la F.M.G. al estudio de estructuras de obra de fábrica

Se ha escogido la F.M.G. por las ventajas que presenta en el estudio de estructuras 3D formadas por elementos lineales de geometría curva y sección variable. Al basarse directamente en el equilibrio entre fuerzas internas y externas en cualquier punto interior del elemento, la F.M.G. no requiere ningún tipo de hipótesis sobre los campos de movimientos o deformaciones. La versión de la F.M.G que se presenta es una extensión al análisis no lineal por la geometría y el material de estructuras de obra de fábrica de la formulación empleada por Marí [15] para el análisis no lineal de estructuras de hormigón.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

La ausencia de formas (interpolaciones) predeterminadas del campo de movimientos resulta en ventajas inmediatas respecto a otros métodos. Esta libertad del campo de movimientos permite la reproducción de deformaciones y curvaturas muy concentradas asociadas a una fuerte localización de daños, siendo pues una buena aproximación para el fenómeno de formación de rótulas. Además, en este caso no cabe esperar los problemas numéricos que aparecen cuando se emplean ecuaciones constitutivas perfectamente frágiles para el material junto con el método de los elementos finitos formulado en desplazamientos.

2.3. F.M.G.

El desarrollo algebraico de esta formulación parte de la condición de equilibrio elemental obtenida a partir del equilibrio diferencial seccional. Para ello, se considera una sección de espesor *ds* perteneciente a un elemento lineal, sometido a una carga **p** y un momento **m** distribuidos a lo largo de su eje. En ambos lados de la sección actúan los esfuerzos **–R** y **–M**, en el punto O, y **R** + d**R** y **M** + d**M** en el punto O', en equilibrio con las cargas aplicadas, tal y como se muestra en la Figura 1.

La condición de equilibrio resultante

$$\begin{aligned} d\mathbf{R} + \mathbf{p}ds &= \mathbf{0} \\ -\mathbf{R} \times d\mathbf{s} + d\mathbf{M} + \mathbf{m}ds &= \mathbf{0} \end{aligned} \qquad (1)$$

tiene la forma de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Su integración proporcionará las ecuaciones de equilibrio para un elemento de longitud finita. Las ecuaciones (1) pueden resolverse añadiendo a la solución del sistema homogéneo correspondiente una solución particular del sistema completo. Si se usa como configuración isostática base para la obtención de la solución particular un voladizo con el extremo B libre (Figura 2), se obtiene la siguiente relación matricial

$$\begin{bmatrix} R_X \\ R_Y \\ R_Z \\ M_X \\ M_Y \\ M_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (Z-Z_B) & -(Y-Y_B) & 1 & 0 & 0 \\ -(Z-Z_B) & 0 & (X-X_B) & 0 & 1 & 0 \\ (Y-Y_B) & -(X-X_B) & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{XB} \\ F_{YB} \\ F_{ZB} \\ M_{XB} \\ M_{YB} \\ M_{ZB} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_X^* \\ R_Y^* \\ R_Z^* \\ M_X^* \\ M_Y^* \\ M_Z^* \end{bmatrix} \qquad (2)$$

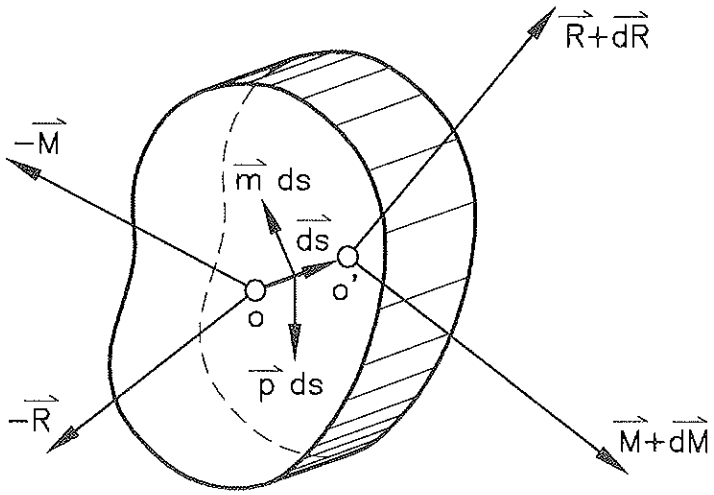


Fig. 1. Fuerzas sobre una sección transversal de espesor diferencial.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

que puede escribirse de forma más compacta como

$$\boldsymbol{\sigma}_{XY}(s) = \mathbf{N}(s, s_B)\,\mathbf{P}_B + \boldsymbol{\sigma}^{*}_{XY}(s) \qquad (3)$$

donde $\mathbf{N}(s, s_B)$ es una matriz de interpolación que describe el equilibrio exacto de fuerzas entre las secciones B y s, $\boldsymbol{\sigma}_{XY}(s)$ es el vector de esfuerzos seccionales de una sección de coordenada curvilínea s, y $\boldsymbol{\sigma}^{*}_{XY}(s)$ es el vector de fuerzas producidas por las cargas distribuidas en el elemento, $\mathbf{p}$ y $\mathbf{m}$, en la configuración isostática base (Figura 2), calculándose como

$$\boldsymbol{\sigma}^{*}_{XY}(s) = \int_S^B \mathbf{N}(s, \xi)\,[\mathbf{p}, \mathbf{m}]^T\, d\xi \qquad (4)$$

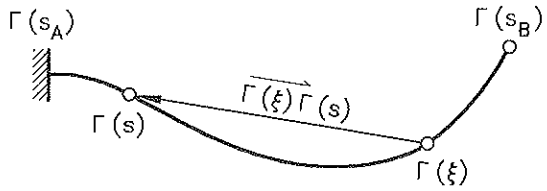


Fig. 2. Configuración isostática base de viga en voladizo.

Para imponer la compatibilidad cinemática se emplean las ecuaciones de Navier-Bresse [16]:

$$\boldsymbol{\omega}(s) = \boldsymbol{\omega}(s_o) + \int_{s_0}^{s} \boldsymbol{\Omega}(\xi)d\xi$$

$$\boldsymbol{\lambda}(s) = \boldsymbol{\lambda}(s_o) + \boldsymbol{\omega}(s_o)\cdot[\boldsymbol{\Gamma}(s_o) - \boldsymbol{\Gamma}(s)] + \int_{s_0}^{s}\{\boldsymbol{\Lambda}(\xi) + \boldsymbol{\Omega}(\xi)\cdot[\boldsymbol{\Gamma}(\xi) - \boldsymbol{\Gamma}(s)]\}\,d\xi \qquad (5)$$

donde $\boldsymbol{\lambda}(s)$ y $\boldsymbol{\omega}(s)$ son los vectores de desplazamientos y giros de la directriz de elemento en el punto de coordenada curvilínea s; $\boldsymbol{\Lambda}(\xi) = (\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z)$ y $\boldsymbol{\Omega}(\xi) = (\phi_X, \phi_Y, \phi_Z)$ son los vectores de deformaciones y curvaturas (deformaciones angulares) seccionales en el punto de coordenada ξ, y $\boldsymbol{\Gamma} = (X, Y, Z)$ es el vector de referencia de los puntos pertenecientes a la directriz (Figura 2).

Aplicando la anterior condición en los extremos A y B del elemento, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\mathbf{d}_B = \mathbf{N}^T(s_A, s_B)\mathbf{d}_A + \int_A^B \mathbf{N}^T(s, s_B)\boldsymbol{\epsilon}_s\, ds \qquad (6)$$

donde $\mathbf{d}_A = (\boldsymbol{\lambda}_A, \boldsymbol{\omega}_A)^T$ y $\mathbf{d}_B = (\boldsymbol{\lambda}_B, \boldsymbol{\omega}_B)^T$ son los vectores de movimientos de los extremos A y B respectivamente, y $\boldsymbol{\epsilon}_{XY}(s) = (\boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{\Omega})^T$ es el vector de deformaciones de la sección de coordenada curvilínea s.

Las características mecánicas también se introducen a nivel seccional mediante una relación constitutiva entre esfuerzos seccionales y deformaciones seccionales. En coordenadas locales, esta ecuación toma la forma:

$$\boldsymbol{\sigma}_s = \mathbf{K}_S(\boldsymbol{\epsilon}_s - \boldsymbol{\epsilon}^o_s) + \boldsymbol{\sigma}^o_s \qquad (7)$$

donde $\boldsymbol{\sigma}_s = (\mathbf{R}, \mathbf{M})^T = (N, V_y, V_z, M_x, M_y, M_Z)^T$ son los esfuerzos seccionales, y $\boldsymbol{\epsilon}_s = (\boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{\Omega}) = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \phi_X, \phi_Y, \phi_Z)^T$, son las deformaciones seccionales axiles y tangentes, y curvaturas de torsión y de flexión $\boldsymbol{\sigma}^o_s$ y $\boldsymbol{\epsilon}^o_s$ son los vectores de los esfuerzos seccionales debidos a las tensiones iniciales y deformaciones iniciales respectivamente.

La matriz de rigidez seccional, $\mathbf{K}_s$, se obtiene combinando las condiciones de equilibrio, compatibilidad y ecuación constitutiva del material a nivel seccional. A este fin, en la relación constitutiva se ha considerado que las tensiones normales y las tangenciales están desacopladas. Asimismo, se considera torsión de Saint Venant.

Las ecuaciones anteriores (3), (6), (7) incluyen toda la información necesaria para obtener, a través de operaciones matriciales, la ecuación del elemento,

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}_e\boldsymbol{\delta} + \mathrm{P}^{*0} \qquad (8)$$

la cual puede emplearse para construir el sistema global de ecuaciones del problema estructural siguiendo el proceso convencional de ensamblaje.

2.4. Incorporación de efectos no lineales de origen geométrico

Aunque la hipótesis de pequeños movimientos, que proporciona ecuaciones de equilibrio de primer orden, resulta apropiada en la mayoría de los problemas estructurales, existen algunos casos, como las estructuras con soportes esbeltos, paredes y arcos sometidos a esfuerzos de compresión elevados, donde es necesaria una aproximación más exacta. En estos casos, la fisuración

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

puede flexibilizar la obra de fábrica de tal forma que aparecen efectos no lineales de origen geométrico, que pueden precipitar la aparición de fenómenos de inestabilidad estructural.

La incorporación del comportamiento no lineal se ha realizado estableciendo el equilibrio sobre la geometría deformada o segundo orden sin considerar la reformulación de la condición de compatibilidad. La formulación resultante tiene en cuenta el efecto de los esfuerzos axiles sobre la matriz de rigidez proporcionando una solución realista en los casos en que aparecen estos esfuerzos en construcciones de obra de fábrica. El planteamiento realizado, considerando el equilibrio en segundo orden, es suficiente en este tipo de construcciones en las que los movimientos, aunque finitos, son generalmente pequeños.

2.5. Resolución del problema no lineal

2.5.1. Método de resolución

Para la resolución del problema no lineal se ha implementado un método que combina un proceso incremental, mediante el que se suministran sucesivos incrementos de carga predefinidos a la estructura, junto a un algoritmo iterativo capaz de resolver el problema en cada incremento.

No obstante, la aplicación de este conocido proceso incremental-iterativo en la F.M.G adoptada presenta cierta complejidad. Concretamente, se han combinado dos esquemas iterativos distintos: uno a nivel de estructura global (convencional) y otro a nivel de cada elemento. Este último esquema proviene de la propia formulación en flexibilidad del elemento.

2.5.2. Esquema iterativo global

En una determinada iteración global i de un incremento de carga k se formula y resuelve el siguiente sistema lineal de ecuaciones:

$$\Delta\boldsymbol{\delta}_k^i = [\mathbf{K}_k^{i-1}]^{-1}\ \mathbf{P}_k^{i-1} \qquad (9)$$

donde $\Delta\boldsymbol{\delta}_k^i$ es el vector de movimientos nodales, $\mathbf{K}_k^{i-1}$ es la matriz de rigidez global de la estructura actualizada y $\mathbf{P}_k^{i-1}$ es el vector de fuerzas desequilibradas evaluado tras la iteración i – 1 como la diferencia entre las fuerzas internas resistidas y las cargas realmente aplicadas.

Una vez resuelto el sistema (9), las distintas variables del problema deben actualizarse con los incrementos obtenidos. El primer paso consiste en añadir el incremento de movimientos calculados al vector de movimientos totales según

$$\boldsymbol{\delta}_k^i = \boldsymbol{\delta}_k^{i-1} + \Delta\boldsymbol{\delta}_k^i \qquad (10)$$

En la mayoría de los métodos conocidos basados en formulaciones de flexibilidad –como los de Bäcklund [17], Grélat [18], Carol [19] y Carrascón et al. [20]– las fuerzas resistidas se obtienen directamente a través de la integración de los esfuerzos seccionales. La implementación de este procedimiento requiere los siguientes pasos:

1. Calcular el incremento del vector de fuerzas del elemento a partir del incremento de movimientos nodales registrado en la iteración i:

$$\begin{bmatrix}\Delta\mathbf{P}_A^i\\ \Delta\mathbf{P}_B^i\end{bmatrix} = \mathbf{K}_e^{i-1}\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{\delta}_A^i\\ \Delta\boldsymbol{\delta}_B^i\end{bmatrix} \qquad (11)$$

2. Calcular el incremento de esfuerzos seccionales en coordenadas locales a través de la condición de equilibrio:

$$\Delta\boldsymbol{\sigma}_s^i(s) = \mathbf{C}(s)\mathbf{N}(s, s_B)\ \Delta\mathbf{P}_B^i \qquad (12)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{s\ tot}^i(s) = \boldsymbol{\sigma}_s^{i-1}(s) + \Delta\boldsymbol{\sigma}_s^i(s) \qquad (13)$$

3. Obtener las correspondientes deformaciones seccionales mediante la matriz de flexibilidad seccional según la siguiente expresión derivada de la ecuación (7):

$$\Delta\boldsymbol{\epsilon}_s^i = [\mathbf{K}_s^{i-1}]^{-1}\ \Delta\boldsymbol{\sigma}_s^i \qquad (14)$$

4. Acumular el incremento de deformaciones en el vector de deformaciones totales:

$$\boldsymbol{\epsilon}_s^i = \boldsymbol{\epsilon}_s^{i-1} + \Delta\boldsymbol{\epsilon}_s^i \qquad (15)$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

5. Usar la relación constitutiva para calcular las fuerzas internas y actualizar la matriz de rigidez seccional:

$$\boldsymbol{\sigma}_s^i(s) = f(\boldsymbol{\epsilon}_s^i) \tag{16}$$

$$\mathbf{K}_s^i(s) = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_s^i} \tag{17}$$

6. Obtener los esfuerzos desequilibrados y las deformaciones desequilibradas como:

$$\boldsymbol{\sigma}_{s\ u}^i(s) = \boldsymbol{\sigma}_{s\ tot}^i(s) - \boldsymbol{\sigma}_s^i(s) \tag{18}$$

$$\boldsymbol{\epsilon}_{s\ u}^i(s) = [\mathbf{K}_s^i]^{-1}\ \boldsymbol{\sigma}_{s\ u}^i \tag{19}$$

7. Esas deformaciones desequilibradas se tratan como deformaciones iniciales en la iteración siguiente. Como en el paso anterior, los movimientos desequilibrados d_u^i debidos a las deformaciones seccionales sobre la configuración isostática base se calculan como:

$$\mathbf{d}_u^i = \int_A^B \mathbf{N}^T\mathbf{C}^T\boldsymbol{\epsilon}_{s\ u}^i(s)ds \tag{20}$$

Finalmente, las fuerzas elementales desequilibradas pueden calcularse como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{u\ A}^i \\ \mathbf{P}_{u\ B}^i \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{N}_{(A,B)}\mathbf{F}^{-1}\mathbf{d}_u^i \\ \mathbf{F}^{-1}\mathbf{d}_u^i \end{bmatrix} \tag{21}$$

8. El nuevo vector de cargas $\Delta\mathbf{P}_u^i$ que debe aplicarse al sistema estructural se obtiene ensamblando esas fuerzas elementales desequilibradas (21). Entonces se puede proseguir con la siguiente iteración i + 1, y sucesivamente hasta alcanzar la convergencia.

2.5.3. Esquema iterativo complementario (o elemental)

Aunque el procedimiento presentado en 2.5.2 tiene que proporcionar la solución correcta del problema, su eficiencia y velocidad de convergencia están limitadas por el hecho que las deformaciones calculadas en el paso 4, de acuerdo con la ecuación (14), no son exactas debido a que el juego de matrices $\mathbf{K}_s^{i-1}$, $\mathbf{C}$ y $\mathbf{N}$ que se emplea no ha sido actualizado y no garantiza el cumplimiento de las condiciones de equilibrio o compatibilidad de la estructura en su nuevo estado.

Es posible inferir un procedimiento de resolución más eficiente basado en la incorporación de un esquema iterativo a nivel de cada elemento. A pesar de realizarse un mayor número de operaciones en cada iteración global, que incorpora iteraciones para cada elemento, se ha observado que el número de iteraciones globales necesarias para alcanzar convergencia se reduce sensiblemente. Por esta razón, la implementación de este segundo ciclo iterativo a nivel elemental resulta ventajoso en cuanto a velocidad de cálculo. A conocimiento de los autores, un procedimiento iterativo de este tipo ha sido empleado sólo por Spacone [21].

Este esquema iterativo secundario se realiza para cada elemento y mantiene los mismos pasos anteriormente expuestos **1** to **8** con unas ligeras modificaciones. La fórmula (14) que se emplea en el paso **3** se convierte en:

$$\Delta\boldsymbol{\epsilon}_s^j = [\mathbf{K}_s^{j-1}]^{-1}\Delta\boldsymbol{\sigma}_s^j + \boldsymbol{\epsilon}_{s\ u}^{j-1}(s) \tag{22}$$

Después del paso **7**, las fuerzas desequilibradas en el extremo B se calculan como:

$$\Delta\mathbf{P}_{u\ B}^{j+1} = -\mathbf{K}^j\mathbf{d}_u^j \tag{23}$$

y entonces el proceso se repite iterativamente desde el paso 2 hasta que se alcanza la convergencia para el elemento.

2.6. Aspectos de la implementación numérica

La integración a lo largo de la directriz de los elementos se realiza mediante una cuadratura de Simpson múltiple con un número variable de puntos de integración distribuidos uniformemente. En general, once puntos de integración son suficientes para obtener la matriz de rigidez de un elemento. Sin embargo, y dependiendo del estado de fisuración del elemento, en algunos casos pueden requerirse sobre unos 17 puntos de integración para alcanzar resultados precisos.

La sección transversal de los elementos se define mediante una serie de trapezoides definidos por las coordenadas locales de sus

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

vértices. Estos trapezoides se normalizan como cuadrados (2 x 2) a través de una transformación de coordenadas que puede expresarse mediante funciones lineales bidimensionales. De esta forma, la integración de cualquier función en toda la sección transversal se obtiene como suma de las contribuciones de cada trapezoide. Por otra parte, la integración en el interior de cada trapezoide (normalizado) requiere una cuadratura bidimensional, en este caso se optó por la regla de Simpson generalizada a 2D con 25 puntos por recinto.

Debe remarcarse que debido a la exactitud teórica del método, las únicas fuentes de error residen en los esquemas numéricos de integración y en los criterios de convergencia empleados en los algoritmos iterativos.

El programa de ordenador (CRIPTA) desarrollado siguiendo la formulación expuesta fue verificado mediante una extensa serie de ejemplos de geometría curva y sección variable [22].

3. MODELIZACIÓN DEL MATERIAL

A entender de los autores no existe una ecuación constitutiva general apropiada a la obra de fábrica sino que, en función de la propia naturaleza de cada fábrica, deberá adoptarse aquella relación constitutiva que se ajuste mejor al comportamiento observado. En la implementación realizada del método se han considerado dos relaciones distintas para modelizar el comportamiento de la fábrica sometida a compresión.

La primera se basa en el diagrama $\sigma - \varepsilon$ de Kent-Park para hormigón y fue usado por Priestley y Elder [23] y Magenes [24] para estudiar fábricas de bloques de hormigón y de ladrillo, respectivamente (Figura 3). Consiste en una combinación de una rama inicial lineal, con una segunda rama parabólica limitada por la resistencia última, y una tercera rama de reblandecimiento lineal limitada por la deformación última. La segunda ecuación consiste en un diagrama bilineal elastoplástico. Este modelo se adapta mejor a fábricas de sillares, ya que presentan un comportamiento cuasi elástico incluso sometidas a niveles elevados de compresión cercanos a rotura. Ambos modelos se implementaron con ramas de descarga y recarga lineales y paralelas a la rama noval inicial para simular procesos de carga cíclica.

Bajo tracción, la fábrica se modela con un modelo elástico lineal con rotura frágil. Entendiéndose que la rotura se produce tanto por fisuración de las piezas como por apertura de las juntas entre ellas.

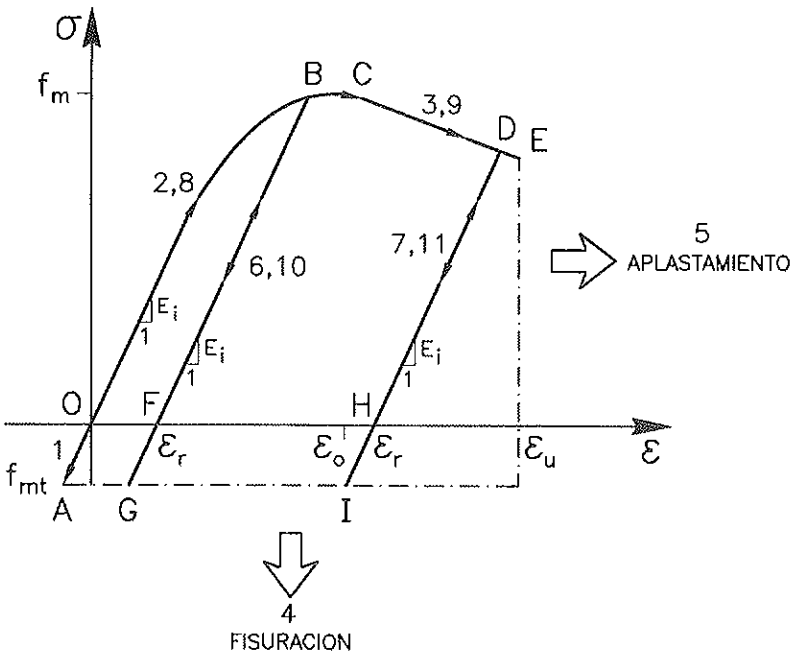


Fig. 3. Diagrama $\sigma - \varepsilon$ adoptado para la obra de fábrica.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

El comportamiento a cortante se modela mediante un diagrama bilineal elastoplástico perfecto, similar al adoptado para la fábrica bajo compresión, con una resistencia $\tau_{máx}$ determinada a partir de la envolvente de rotura tipo Mohr-Coulomb.

4. EJEMPLOS

4.1. El puente de Bridgemill

4.1.1. Introducción

En las vías de comunicación de la mayoría de países europeos existen actualmente en servicio un gran número de puentes arco de obra de fábrica de ladrillo o de piedra. Concretamente, en el Reino Unido se calcula que el 40% de los puentes en servicio son arcos de fábrica [8]. En el pasado, la capacidad de carga de éstas había sido limitada de forma un tanto arbitraria debido a un insuficiente conocimiento de su comportamiento estructural, con el consiguiente perjuicio económico originado por la necesidad de sustitución o de refuerzo. Hacia 1983, el TRL (Transport Research Laboratory) del Reino Unido inició un programa con el fin de profundizar en el conocimieuto del comportamiento de estas estructuras mediante el desarrollo de métodos de cálculo y ensayos de carga hasta rotura en puentes existentes para calibrar los modelos analíticos, o ensayos en modelos reducidos, etc. [6]. Al tratarse de estructuras complejas, la caracterización de los posibles mecanismos resistentes susceptibles de participar en la capacidad de carga última plantea serias dificultades.

El puente de Bridgemill en Girvan, Escocia, consistente en un arco de obra de fábrica de 18,29 m de luz libre, fue ensayado en 1984 por TRL dentro del citado programa de ensayos [25]. El arco del puente de Bridgemill es el arco de fábrica de mayor luz ensayado hasta la fecha por el citado organismo. Por ello, varios autores, entre los que se puede citar a Crisfield y Wills [7], Bridle y Hughes [8], Vilnay y Hughes [9], han estudiado esta estructura mediante métodos analíticos, con el objetivo de calibrar sus técuicas de cálculo. De esta forma este puente se ha convertido, en la práctica, en un ejemplo de referencia.

Los resultados obtenidos en este trabajo, especialmente aquellos relativos a la carga de rotura, se contrastan con datos medidos en el ensayo.

4.1.2. Descripción de la estructura y del ensayo

El puente de Bridgemill está constituido por un arco parabólico de 18,29 metros de luz libre construido con dovelas de arenisca roja. En la Tabla 1 se resumen las características geométricas más importantes [26]. La geometría del arco y la posición de la carga en el ensayo se muestran en la Figura 4.

Tabla 1. Características geométricas del puente de Bridgemill

Característica	Valor
Luz libre (L)	18.290 m
Flecha en L/2 (f)	2.840 m
Flecha en L/4	2.160 m
Canto de la rosca del arco	0.711 m
Anchura del arco	8.300 m
Espesor de relleno en la clave	0.203 m

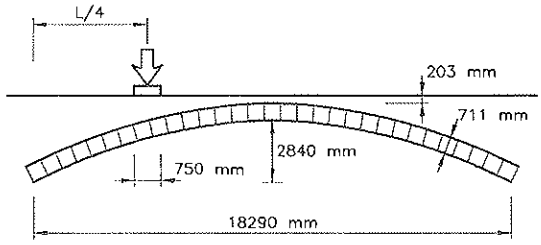


Fig. 4. Geometría del puente de Bridgemill.

Las dovelas del arco son de piedra arenisca rejuntadas con mortero de cal. La densidad de la piedra es de 2.100 Kg/m^3, su resistencia (f_b) de 43,8 MPa y su módulo de deformación (E_b) de 15.000 MPa.

La aplicación de la carga de ensayo sobre la plataforma se realizó mediante una viga de hormigón armado de 0,75 m de aucho

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

situada a cuartos de la luz. La longitud de esta viga era igual a la anchura de la plataforma (8,30 m). La carga máxima aplicada, de tipo puntual, alcanzó 3.000 kN observándose la formación de un mecanismo de colapso de cuatro rótulas [26].

Al igual que en trabajos precedentes [7 y 8] se considera que la sobrecarga aplicada en la plataforma del puente se distribuye longitudinalmente a través del relleno con una inclinación 1:2 (horizontal:vertical), mientras que en la dirección transversal se encuentra uniformemente distribuida.

4.1.3. Análisis límite del arco

En primer lugar se presentan los resultados obtenidos al calcular la carga límite aplicando la metodología basada en el estudio de los posibles mecanismos de colapso. Este tipo de análisis se encuentra brevemente descrito en el segundo capítulo, presentándose a continuación su aplicación al ejemplo concreto del puente de Bridgemill. En este caso se calcula el valor máximo de la carga resistida por el puente, aplicada de la forma descrita en el apartado anterior.

Las hipótesis básicas consideradas en este análisis son (1) que no existe deslizamiento relativo entre dovelas, (2) que la mampostería no puede resistir tensiones de tracción y (3) que en compresión se trata de un material rígido plástico perfecto. Esta última hipótesis presupone una distribución rectangular de tensiones en rotura en las zonas comprimidas, según el tratamiento clásico de elementos de fábrica. Por otra parte, dado que el arco es bastante rebajado, no se considera la contribución del empuje del relleno en el cálculo de la carga límite.

El teorema de la cota inferior de la plasticidad permite afirmar que la línea de presiones que, en equilibrio con las cargas exteriores y contenida dentro del canto de la rosca, resista la mayor sobrecarga posible corresponde al mecanismo de colapso del arco. Es conocido que este mecanismo de rotura consiste en la formación de cuatro rótulas (3), en los puntos donde la línea de presiones es tangente a la curva que limita el extradós o el intradós del arco.

Un posible método para hallar esta línea de presiones consiste en predefinir una distribución de tres rótulas ubicadas con una determinada excentricidad en la sección transversal del arco. De esta forma quedan determinadas dos líneas de empujes, una para la carga permanente y otra para la sobrecarga. Conocidas estas dos líneas de presiones es posible encontrar un factor λ que, aplicado a la sobrecarga, convierta el arco en mecanismo, lo cual ocurrirá cuando en una cuarta sección la resultante de las fuerzas se encuentre muy próxima al extradós o al intradós. Según la definición anterior, λ es el máximo factor de sobrecarga para el que en todas las secciones se verifica la siguiente inecuación:

$$e_M = \frac{h}{2} + \frac{N_{cp} + \lambda N_q}{2Bf_m} \geq \frac{M_{cp} + \lambda M_q}{N_{cp} + \lambda N_q} \qquad (24)$$

donde e_M es la excentricidad máxima posible en una sección, h es el canto de una sección, B es el ancho de la sección transversal del arco, f_m es la resistencia a compresión de la fábrica, N_{cp} M_{cp} son los esfuerzos seccionales debidos a las cargas permanentes (peso propio y carga permanente) referidos al baricentro de la sección (el esfuerzo axil es negativo si es compresión), y N_q M_q son los esfuerzos debidos a la sobrecarga referidos al baricentro de la sección.

Desarrollando la ecuación (24) para el caso en que la excentricidad de las cargas permanentes es mayor que cero, resulta la expresión:

$$N_q^2\lambda^2 + \left(N_q\frac{h}{2}A + 2N_{cp}N_q - AM_q\right)\lambda + \\ + \frac{h}{2}AN_{cp} - AM_{cp} + N_{cp}^2 \geq 0 \qquad (25)$$

donde $A = 2Bf_m$.

Obtenido el factor λ para una determinada disposición predefinida de las tres articulaciones puede proseguirse la búsqueda de otros trazados de la línea de presiones que permitan resistir una sobrecarga más elevada. Una posible forma de proceder es desplazando una de las rótulas, generalmente situada en la clave, a lo largo del canto. Este proceso, de búsqueda de la línea de presiones que proporciona el mayor factor de sobrecarga, se agiliza sensiblemente si pue-

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

den suponerse conocidas algunas de las secciones donde se forman las articulaciones, como por ejemplo las de arranques.

En la Figura 5 se muestra la línea de presiones correspondiente al mecanismo de colapso del arco del puente de Bridgemill. En abcisas (X) se representa el desarrollo en proyección horizontal del arco y en ordenadas (Y) el canto. Entre el extradós y el intradós del arco se encuentra trazada la línea de presiones. El trazo discontinuo representa la mínima área necesaria para, supuesta una resistencia de la fábrica de 15 MPa, resistir el empuje.

En la Figura 6 se muestra la carga límite obtenida para el arco del puente de Bridgemill en función de la resistencia a compresión de la fábrica. Puede observarse que, salvo para valores muy bajos de la resistencia, su influencia sobre la carga última es limitada. Ello coincide con las observaciones realizadas por Heyman [4].

En este tipo de métodos de análisis último donde, por construcción, no se cumple la condición de compatibilidad, la carga de rotura es independiente del valor del módulo de deformación y, lógicamente, no proporcionan ningún tipo de información relativa al comportamiento deformacional de la estructura.

4.1.4. Análisis no lineal del arco

A continuación se presentan los resultados obtenidos del análisis no lineal por el material del arco. Se considera que actúan las cargas permanentes, peso propio del arco y peso del relleno, y una sobrecarga creciente situada a cuartos de la luz y distribuida según se describe en el apartado 4.1.2. El proceso de carga seguido en el análisis consistió en aplicar, en primer lugar, la totalidad de las cargas permanentes en un solo incremento, para proseguir con sucesivos incrementos de 200 kN de la sobrecarga hasta alcanzar aproximadamente el 80% de la carga de rotura, valor a partir del cual se reducía progresivamente la carga aplicada en cada incremento.

En la Tabla 2 se recogen, para los distintos tipos de análisis, el valor de las cargas de rotura obtenidas suponiendo, al igual que Crisfield y Wills [7], que la resistencia a compresión de la fábrica (f_m) es de 15 MPa y su módulo de deformación (E) de 4.000 MPa. Los resultados del análisis no lineal por el

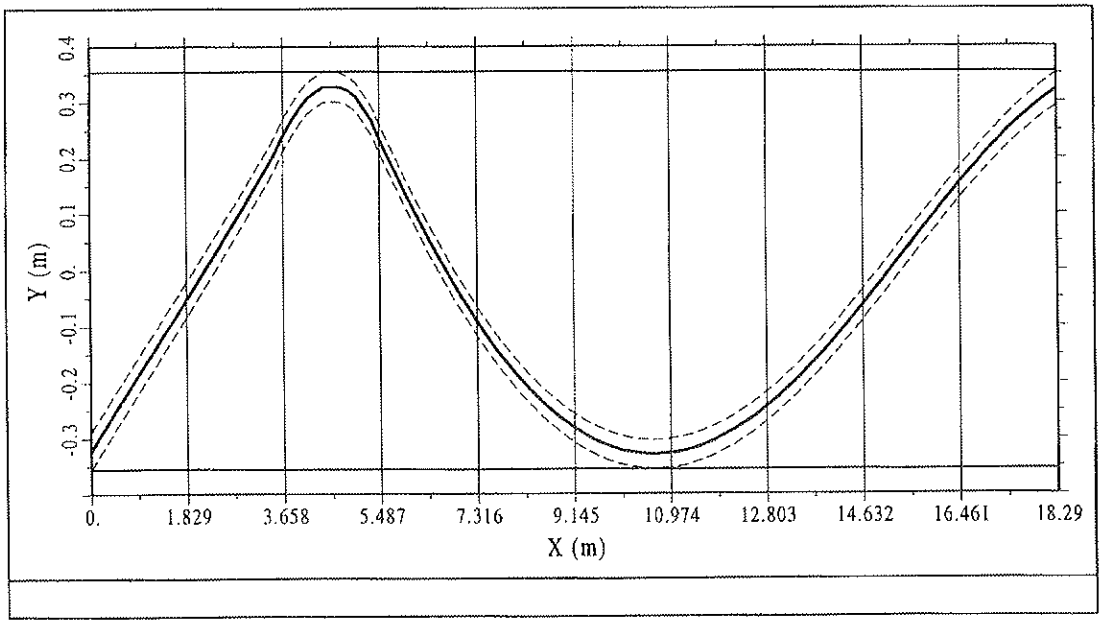


Fig. 5. Trazado, interior a la rosca, de la línea de empujes correspondiente al mecanismo de colapso del arco.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

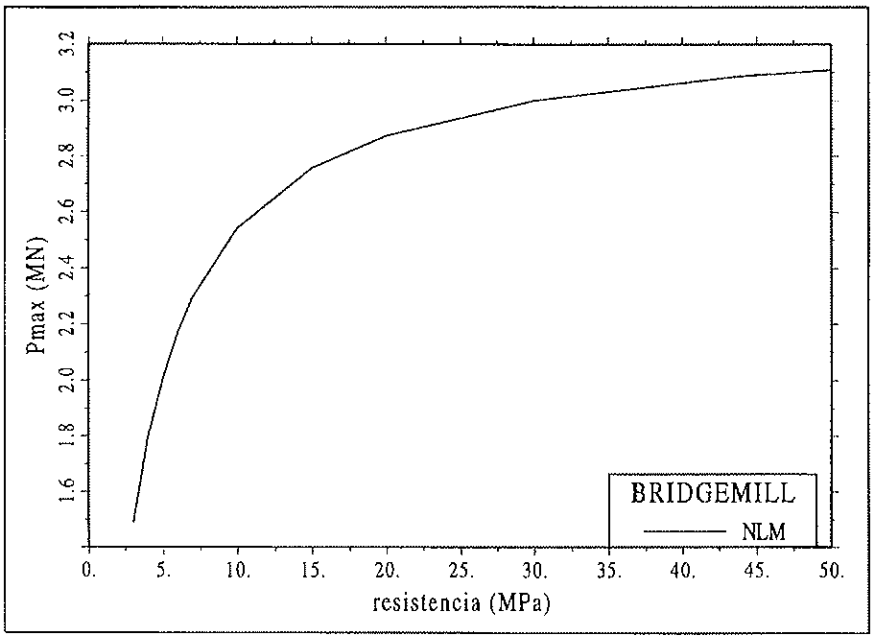


Fig. 6. Relación entre la resistencia de la fábrica y la carga última del arco según el análisis límite.

material (ANLM) y por la geometría y el material (ANLMG) se han obtenido mediante un modelo estructural de cuatro elementos equiespaciados de directriz parabólica. Se comprobó que con un mayor número de elementos prácticamente no variaba el resultado.

Tabla 2. Resultados obtenidos de la sobrecarga última del arco del puente de Bridgemill

Estudio	Sobrecarga última
Experimental	3000 kN
A. límite	2760 kN
ANLM	2690 kN
ANLMG	1870 kN

En la Figura 7 se presenta la evolución del estado tensional en el arco durante el proceso de carga describiéndose, en particular, el desarrollo de la fisuración. En la Figura 7a, correspondiente al estado inicial del arco bajo cargas permanentes, se observa fisuración en el trasdós de ambos arranques. Con los sucesivos incrementos de sobrecarga, la fisura en el trasdós del arranque próximo al punto de aplicación de la carga progresa en el mismo sentido mientras que en el arranque contrario la fisura existente se cierra, para evolucionar posteriormente en el intradós hasta alcanzar el mecanismo de rotura del arco. Antes de cerrarse la fisura en el trasdós del arranque más alejado del punto de aplicación de la sobrecarga, se inicia fisuración en el intradós bajo este punto (Figura 7b). Por otra parte, en la Figura 8, donde se recogen tres deformadas del arco ante distintos niveles de carga, se constata la concentración de curvatura que se produce en las zonas más intensamente fisuradas. A pesar del modelo de fisuración distribuida utilizado, resulta una clara tendencia a la localización del daño.

En la Figura 9, donde se muestra la curva carga-flecha a cuartos de la luz, se observa un importante descenso de la carga última debido a la incorporación de efectos de tipo no lineal geométrico. Asimismo, el arco aislado responde, en ambos análisis, con una rigidez inicial inferior a la que se midió en el ensayo. De estos resultados podría desprenderse que, para una caracterización más realista del comportamiento del puente, es necesario incorporar los efectos del relleno, aportando rigidez y resistencia en el análisis.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Figura 7a

Figura 7b

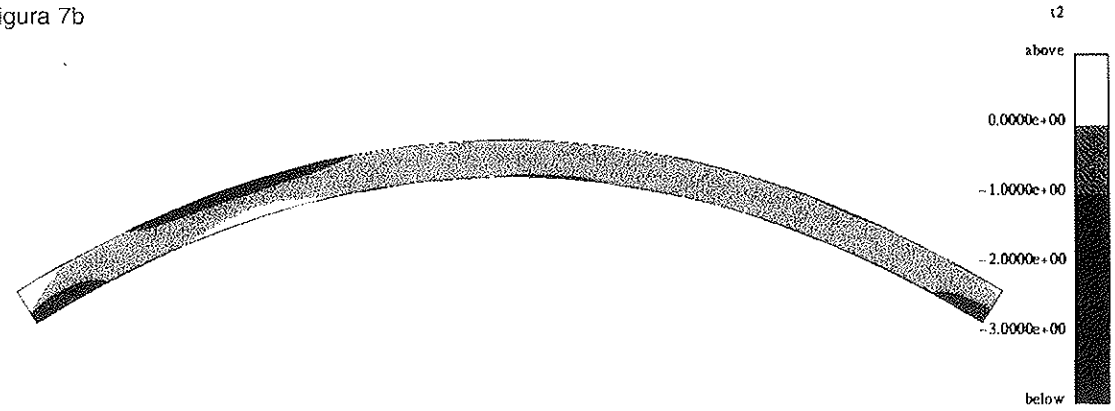


Figura 7c

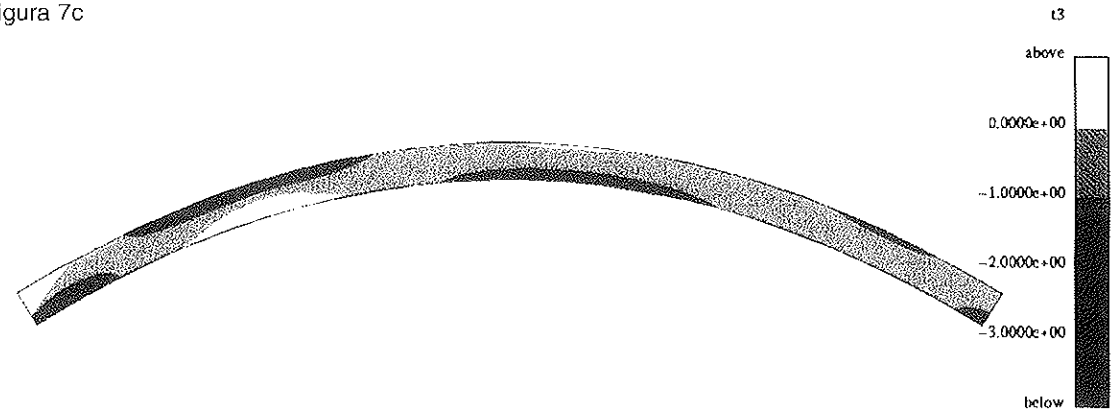
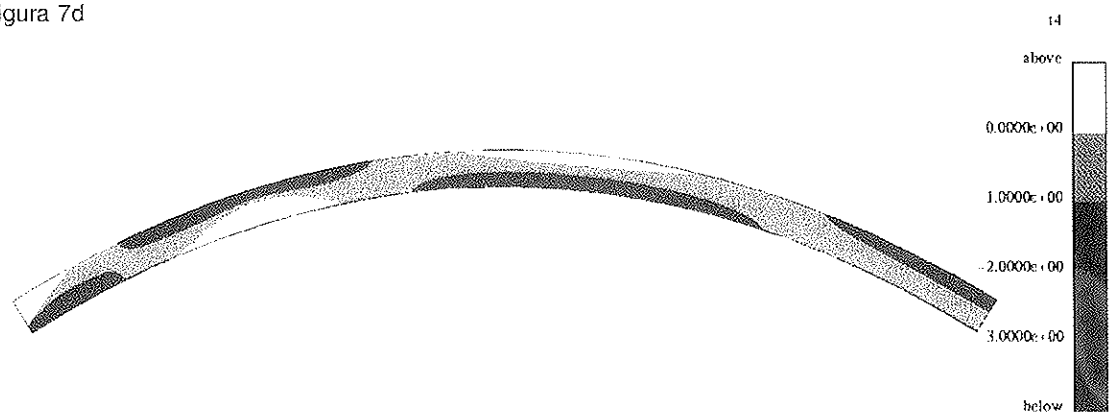


Figura 7d



Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Figura 7e

Figura 7f

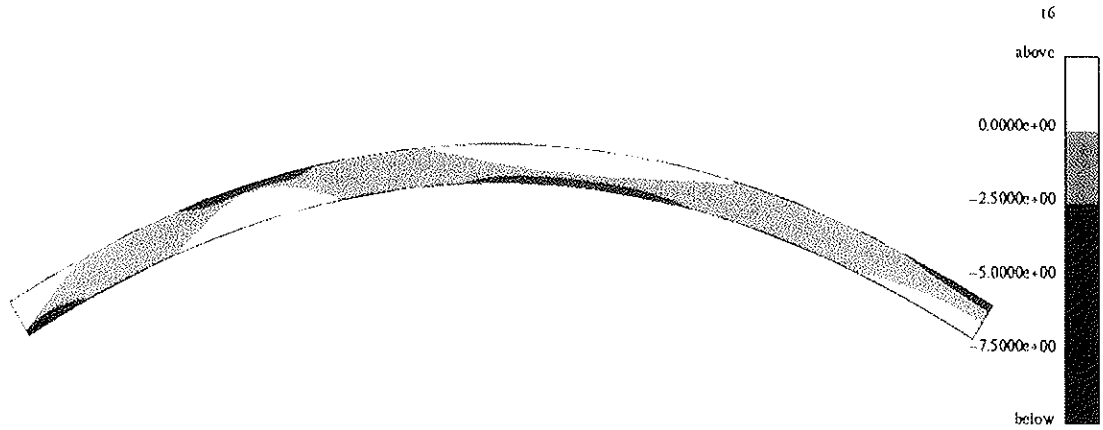


Figura 7g

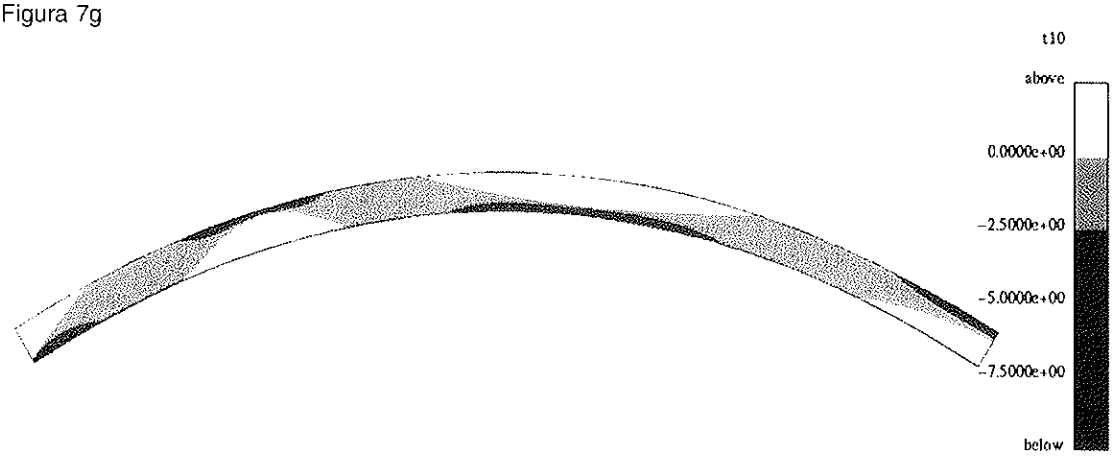


Fig. 7. Evolución del estado tensional (MPa) debido a: cargas permanentes (a), cargas permanentes más una sobrecarga de 400 kN (b), de 800 kN (c), de 1200 kN (d), de 1600 kN (e), de 2000 kN (f) y de rotura (g).

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

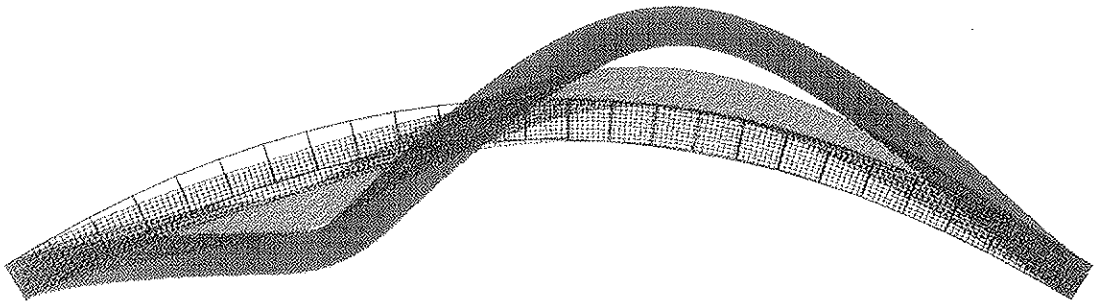


Fig. 8. Deformadas del arco correspondientes a sobrecargas de 800 kN, 1600 kN y de rotura, amplificadas por un factor 30.

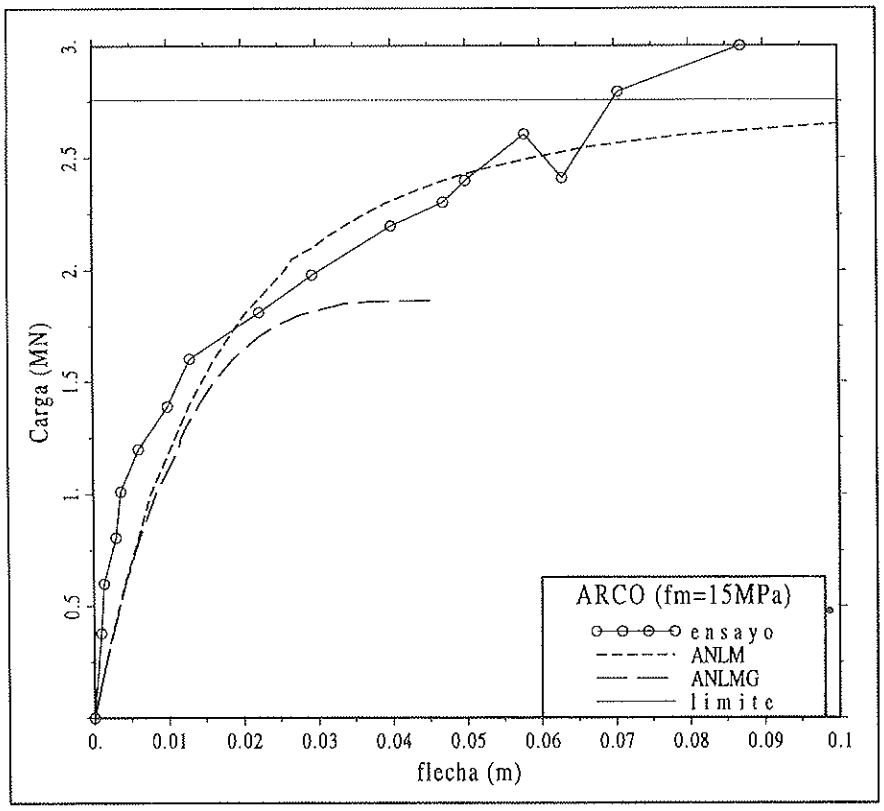


Fig. 9. Diagramas sobrecarga-flecha en L/4 obtenidos para el arco de Bridgemill.

Por otra parte, si bien en el ANLM se alcanza la plastificación en compresión de algunas fibras para cargas cercanas a la de rotura, con la incorporación del comportamiento no lineal geométrico la rotura acaece sin que ninguna fibra alcance a plastificar.

4.1.5. Modelización de las enjutas

En el apartado anterior se ha puesto de manifiesto el interés de incorporar la rigidez y la resistencia que pueda n aportar el relleno de las enjutas (tímpanos) en el análisis

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

del comportamiento del puente. Para ello se propone simular los tímpanos de forma aproximada mediante un sistema equivalente de elementos unidimensionales. Este sistema consiste en una serie de elementos de canto variable y directriz paralela al plano de la plataforma del puente unidos al trasdós del arco mediante muelles. Estos muelles solidarizan de forma rígida el relleno al arco en la dirección normal a este último y de forma flexible en la dirección tangente al trasdós del arco. Se permite el giro relativo entre las secciones del relleno y del arco. Los muelles de unión entre los elementos del arco y del relleno se ubican en el trasdós del arco y se unen a los elementos del relleno mediante bielas rígidas (Figura 10).

En esta propuesta de modelización, las variables que deben ajustarse para simular el relleno son la rigidez de los muelles en dirección tangente al trasdós del arco (10 MN/m en este caso), y las características mecánicas de los elementos unidimensionales que reproducen el relleno (E_r = 40MPa). Asimismo, esta técnica exige emplear un mayor número de elementos para el arco (ocho o más), debido a la necesidad de solidarizar entre sí el relleno con el arco (Figura 10).

En la Figura 11 se comparan los resultados obtenidos de un análisis no lineal por la geometría y el material incluyendo el relleno, con los resultados obtenidos para el arco aislado y con los resultados experimentales. Como era de prever, la inclusión de la contribución resistente de los tímpanos aumenta sensiblemente la carga de rotura y produce una flecha máxima a cuartos de la luz más próxima a la medida en el ensayo. Asimismo, la acusada pérdida de rigidez de la estructura que se obtiene para una carga próxima a 1700 kN coincide con lo observado en el ensayo y responde al inicio de la formación del mecanismo completo con cuatro rótulas.

4.2. Puente de Periques

4.2.1. Introducción

El puente de Periques es un puente medieval de cuatro vanos (Figuras 12 y 13), construido a finales del siglo XII para cruzar el río Llobregat, en Puig-Reig (Barcelona), que recientemente ha sido estudiado por un equipo de la Universitat Politècnica de Catalunya [27].

Este puente dejó de prestar servicio en 1970 cuando finalizaron las obras de una nueva estructura proyectada para sustituir el paso de la carretera BV-4406 por el antiguo puente medieval. El principal motivo de esta sustitución radicó en las dificultades que encontraban los vehículos pesados para circular por la plataforma de sólo 2,7 m de anchura. Desde 1970 no se realizó ningún trabajo de inspección ni conservación de este puente, presentando en 1993 un aspecto un tanto deplorable debido, entre otras razones, al crecimiento de vegetación arborícola enraizada en el interior de la estructura. El encargo del estudio es reflejo del interés en conocer el estado actual de este singular monumento perteneciente al Patrimonio.

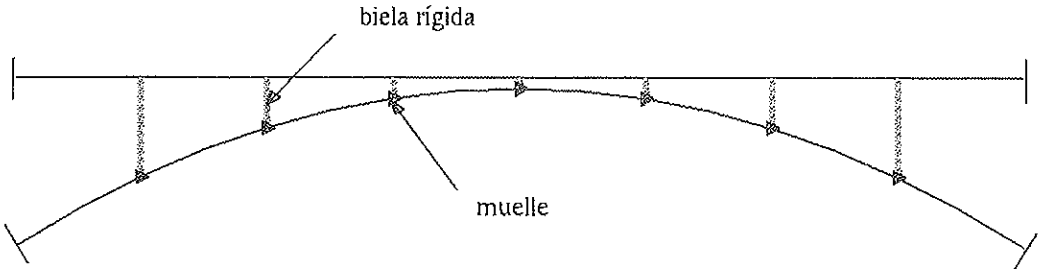


Fig. 10. Directrices de los elementos del modelo estructural del puente de Bridgemill.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

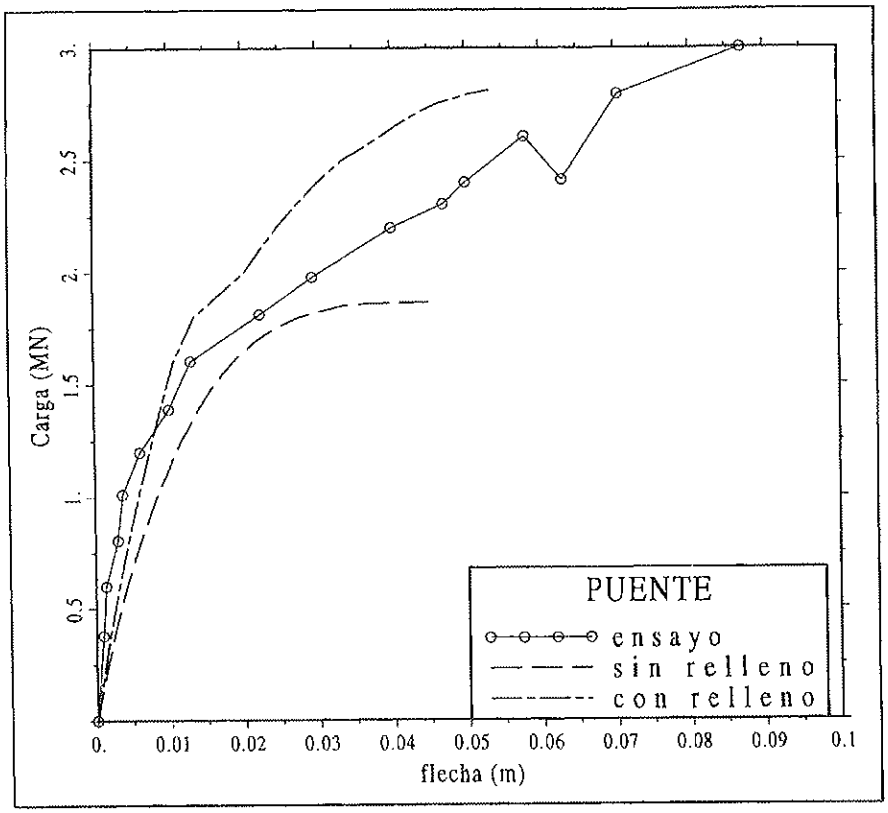


Fig. 11. Diagramas sobrecarga-flecha en L/4 obtenidos para el puente de Bridgemill.

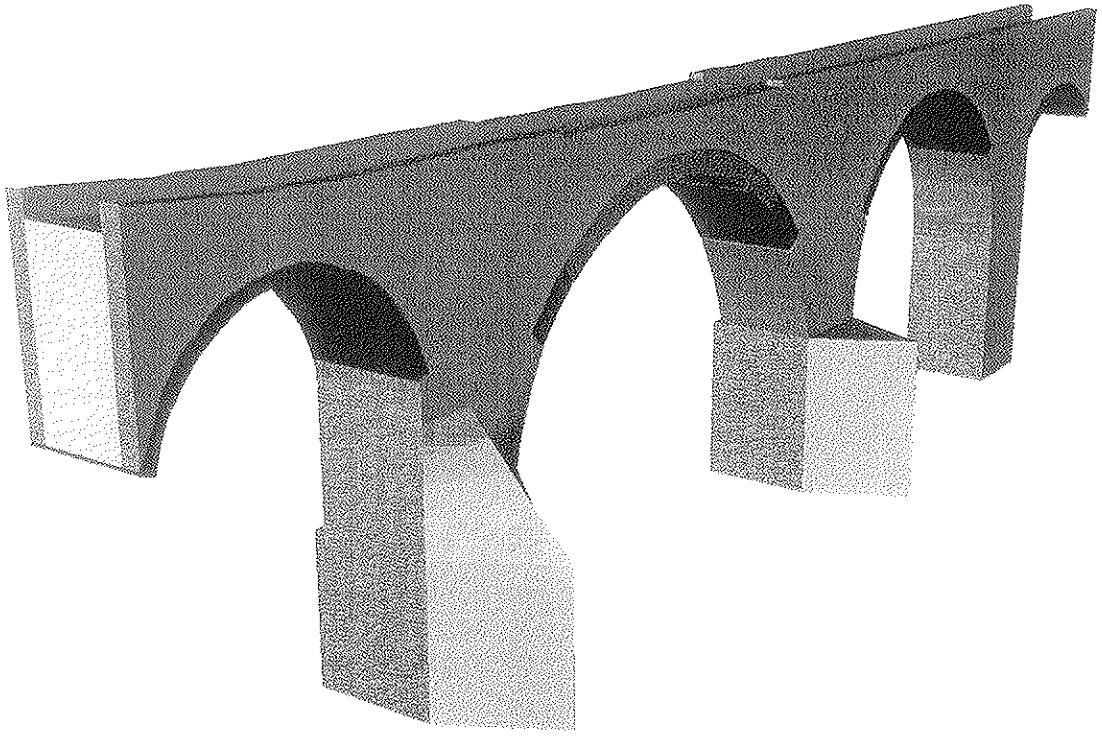


Fig. 12. Perspectiva del modelo del puente de Periques.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

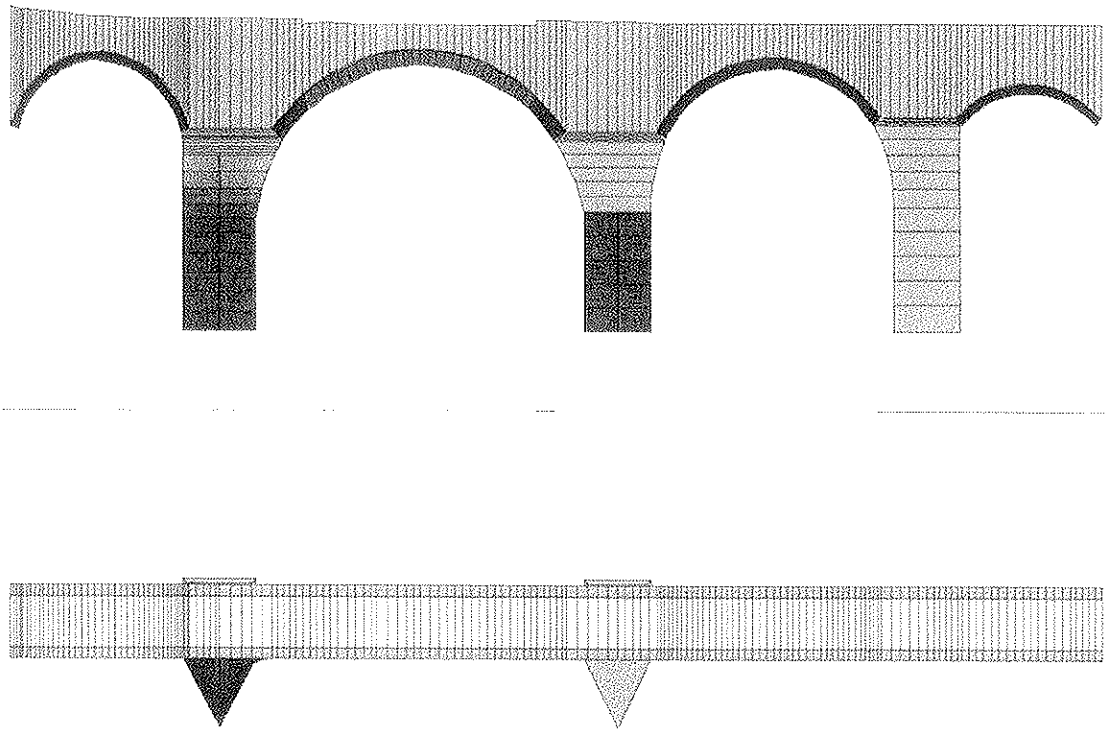


Fig. 13. Planta y alzado aguas arriba del modelo del puente de Periques.

En este puente se practicó una prueba de carga dinámica con el doble objetivo de, por una parte, obtener información indirecta sobre el estado del puente y sobre su constitución material y, por otra parte, proveer unos resultados empíricos susceptibles de ser usados como referencia para la calibración del modelo numérico. Seguidamente se presentan los resultados de un análisis no lineal realizado al efecto de estudiar la estabilidad global y la capacidad portante de esta estructura, una vez calibrado el modelo con los resultados experimentales obtenidos en la prueba dinámica.

4.2.2. Descripción del puente

Esta construcción tiene una longitud total de 51,60 m y está compuesta por cuatro arcos de distinta luz: 8,20, 15,60 (arco principal), 12,10 y 6,20 metros (Figura 13). Los tres primeros arcos son de medio punto mientras que el cuarto es escarzano.

Los arcos descansan sobre tres pilas de planta aproximadamente cuadrada de 3,25 m de lado, cimentadas sobre roca al igual que los arranques de los arcos extremos. Las dos pilas adyacentes al arco principal disponen de un tajamar triangular orientado aguas arriba.

El ancho total de la plataforma es de 3,20 m. No obstante, la anchura transitable se reduce a 2,70 m debido a la existencia de unos muretes laterales de protección con un espesor de 0,25 m. Los muros exteriores de las pilas y de los tímpanos, al igual que todos los arcos, están constituidos por sillares de piedra arenisca en buen estado. Dos terceras partes del arco principal presentan una fábrica de ladrillo, que data de 1877, fruto de la reconstrucción efectuada después de la voladura que sufrió este arco durante la tercera guerra carlista [28]. Los dos arcos extremos tienen un canto de 0,40 m, el arco principal de 0,70 m y el otro arco central de 0,50 m. La sillería del contorno exterior de las pilas se ha supuesto de 0,50 m de espesor

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

mientras que en los tímpanos este espesor se reduce a 0,40 m.

4.2.3. Modelo estructural

En las Figuras 12 y 13 se muestra el modelo estructural del puente empleado en los análisis. Una de las dificultades que se presenta sistemáticamente en el análisis de construcciones antiguas surge del carácter limitado de la información disponible y, en especial, de su constitución material interna. En el ejemplo analizado, se han supuesto unos determinados espesores de los muros de sillería en las enjutas y eu las pilas. Asimismo, ha sido necesario estimar las características resistentes y deformacionales de los materiales. No obstante, la correlación entre los resultados obtenidos de la prueba dinámica y del análisis dinámico permitió verificar la bondad de las hipótesis realizadas y, en algún caso, refinar su ajuste. En la Tabla 3 se presentan las propiedades consideradas finalmente en el análisis para los distintos materiales existentes.

Tabla 3. Características de los materiales adoptadas en el modelo del puente de Periques

Material	E (MPa)	G (MPa)	γ (kg/m^3)	f_m (MPa)
Sillería	8000	3000	2400	10,0
Ladrillo	4000	1500	1800	5,0
Relleno	50	50	2400	0,5

En las Figuras 12 y 13 se muestra la distribución de los distintos materiales en escala de grises. La gradación empleada de claro a oscuro se refiere ordenadamente al relleno, sillería de muros, fábrica de ladrillo del arco principal y sillería de los arcos.

Para modelizar la contribución resistente de las enjutas, proveniente de los muros y del relleno, se emplea la técnica ya ensayada en el ejemplo anterior consistente en formar un sistema equivalente de elementos lineales. El modelo incluye 72 elementos lineales empleados en pilas, arcos y tímpanos, y 29 muelles para simular las juntas entre arcos y tímpanos (Figura 14). El sistema global resultante posee 444 grados de libertad.

Dado que la estructura se cimenta directamente sobre roca, se considera que las condiciones de apoyo tanto en las pilas como en los arcos extremos son de empotramiento perfecto.

4.2.4. Análisis estático no lineal

A continuación se presentan los resultados obtenidos al aplicar una sobrecarga creciente en el trasdós de la clave del arco principal, uniformemente distribuida en toda su anchura (3,20 m). El proceso seguido en el análisis ha consistido en aplicar la totalidad del peso propio en un solo incremento y la sobrecarga en nueve incrementos de 0,5 MN más tres de 0,1 MN.

Al igual que en el ejemplo anterior (puente de Bridgemill), se supone un comporta-

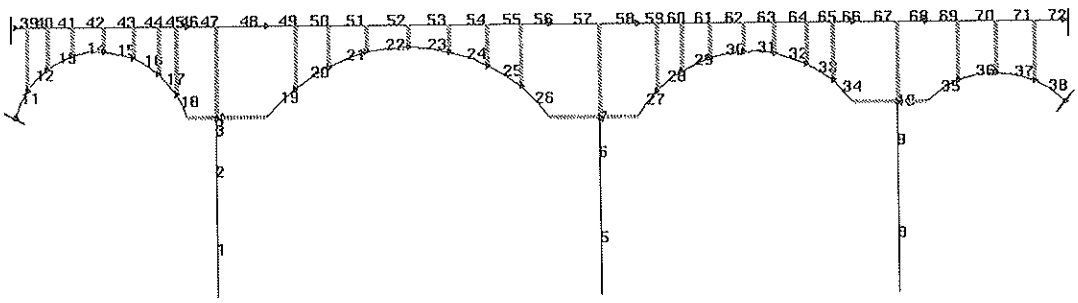


Fig. 14. Discretización realizada para el análisis del puente de Periques.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

miento elastoplástico perfecto en compresión, con una deformación última $\varepsilon_u = 2\varepsilon_0$.

El análisis no lineal por el material llevado a cabo muestra que la estructura sometida a su peso propio (Figura 15) presenta, en todos los puntos, compresiones inferiores a 1,5 MPa. La fisuración en los muros de las enjutas sobre pilas y terreno, debida a las tracciones originadas por los momentos negativos sobre las pilas, afecta poco al comportamiento de la estructura. Asimismo, aparecen fisuras localizadas en el extradós de los arranques exteriores de los arcos centrales.

Este puente presenta una gran capacidad resistente ante la sobrecarga aplicada en la clave del arco central. Con los sucesivos incrementos de carga se observa la formación de una profunda fisura en el intradós de la clave sin llegar a detectarse otras zonas fisuradas de importancia. Finalmente, la rotura se alcanza por aplastamiento en compresión de la bóveda de ladrillo en el trasdós de la clave del arco para una sobrecarga de 4,8 MN.

En la Figura 16 se presenta la evolución de la flecha en las claves de los arcos centrales, el principal (sobrecarga) y el secundario, observándose que la rigidez de la estructura se degrada poco, manteniendo una relación casi lineal entre la sobrecarga y la flecha. Asimismo, la clave del arco secundario experimenta un leve ascenso durante la aplicación de la carga en el arco principal. La flecha última alcanzada en el arco principal es de 2,33 cm.

En la Figura 17 se muestra el estado tensional y la geometría deformada del arco principal del puente correspondientes a la sobrecarga máxima alcanzada en el análisis. Es interesante comprobar cómo en la clave se localiza una curvatura importante.

5. CONCLUSIONES

Se ha presentado un modelo para el análisis resistente de estructuras espaciales de obra de fábrica formadas por elementos lineales de directriz curva y sección variable junto con su aplicación al análisis de puentes arco. En este modelo el comportamiento de la obra de fábrica se describe mediante ecuaciones constitutivas elastoplásticas para tensiones de compresión y de corte, y en tracción se emplea un modelo elástico lineal perfectamente frágil. La interacción existente entre la resistencia a corte y la compresión aplicada se incorpora mediante un criterio de rotura tipo Mohr-Coulomb. Los efectos no lineales de origen geométrico se tienen en cuenta estableciendo el equilibrio sobre la configuración deformada de la estructura.

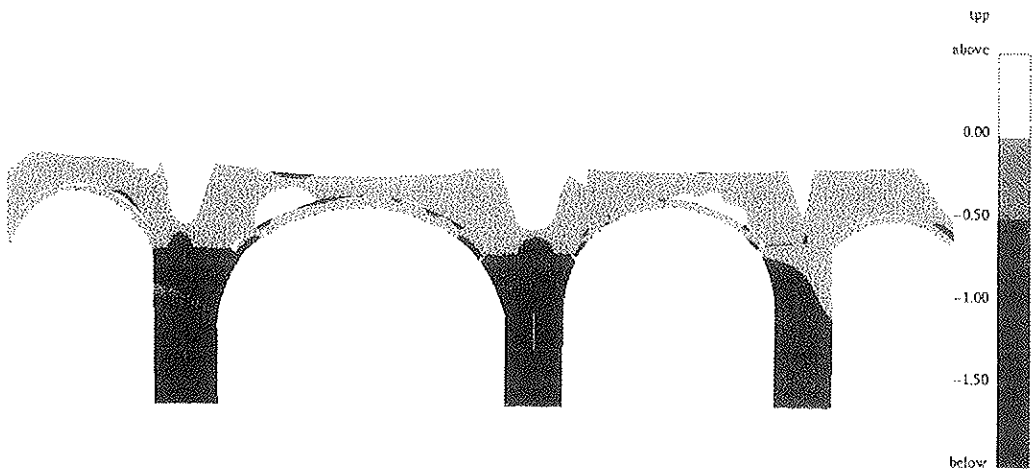


Fig. 15. Estado tensional de puente (MPa) sometido a sus cargas permanentes.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

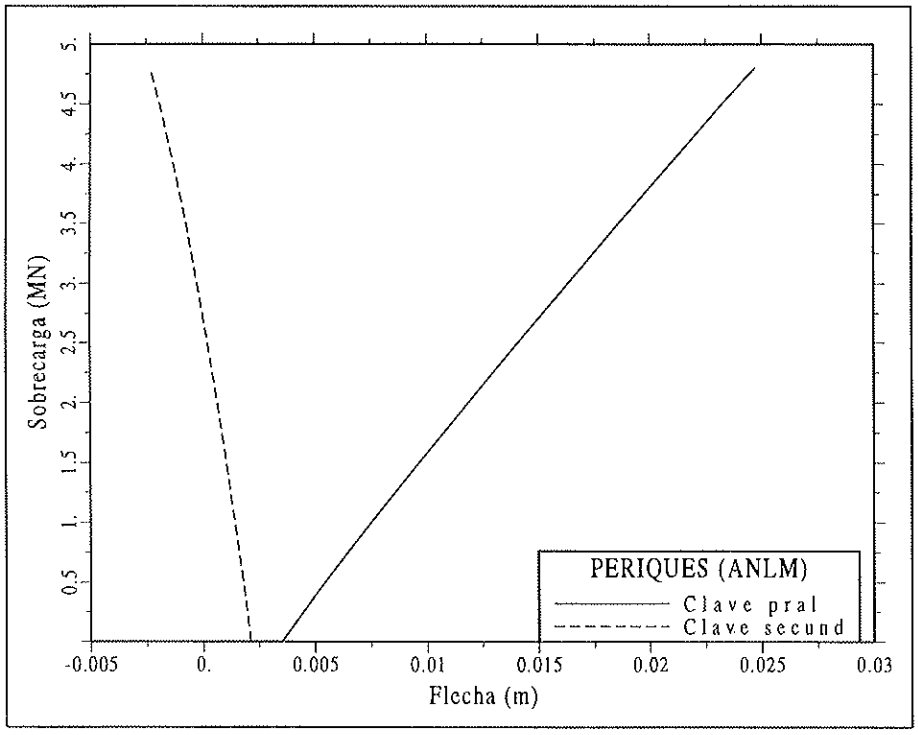


Fig. 16. Diagramas sobrecarga-flecha en clave de los arcos principal y secundario del puente de Periques.

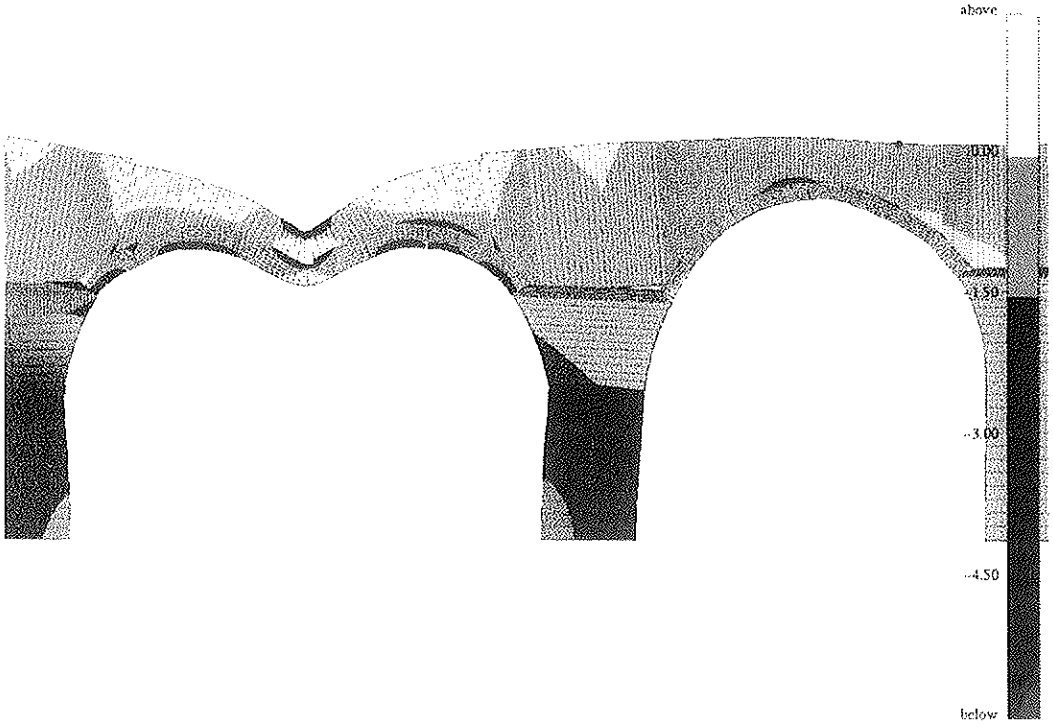


Fig. 17. Estado tensional y deformada, correspondiente a la sobrecarga máxima, de los arcos principal y secundario.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

El modelo presentado posee dos propiedades, consecuencia directa de la formulación matricial generalizada adoptada, muy interesantes para el análisis de estructuras de fábrica. En primer lugar, la descripción muy exacta de elementos curvos con posibles secciones variables tales como los distintos tipos de arcos que comúnmente aparecen en construcciones antiguas. En segundo lugar, y gracias al tratamiento en flexibilidad del problema a nivel elemental, la capacidad de tratar con materiales perfectamente frágiles sin encontrar las graves dificultades numéricas que aparecen cuando se emplean con el mismo fin formulaciones en desplazamientos del método de los elementos finitos.

La bondad de los resultados obtenidos en el primer ejemplo mediante un modelo estructural de sólo cuatro elementos de directriz parabólica pone de manifiesto las ventajas del método y su potencia. Por otra parte, se ha comprobado que la carga de rotura obtenida mediante un análisis límite prácticamente coincide con la de un análisis no lineal por el material, con la condición previa de haber elegido el mecanismo de rotura adecuado. No obstante, en el caso del puente de Bridgemill, la inclusión de los efectos no lineales de origen geométrico se traduce en una importante pérdida de resistencia última del arco aislado (sin la colaboración de las enjutas). De ello se desprende la necesidad de incluir la colaboración resistente del relleno de las enjutas para aproximar con una mayor precisión la carga de rotura de los puentes arco, aunque éstos sean rebajados. A este fin, se ha propuesto una aproximación consistente en el empleo de un sistema equivalente de elementos lineales.

El segundo ejemplo ilustra la elevada resistencia con que pueden responder los puentes arco sometidos a la acción de cargas puntuales en su clave. En el caso analizado, la rotura se produce por aplastamiento en compresión de la zona no fisurada de dicha clave, observándose una mínima degradación de la rigidez de la estructura y sin que el arco alcance a desarrollar un mecanismo de colapso que, para una carga en la clave, correspondería a uno formado por cinco rótulas. Ello pone de manifiesto una importante limitación de los métodos de análisis último clásicos: en efecto, éstos no pueden dar cuenta de formas de fallo no asociadas al desarrollo completo de un mecanismo de colapso como la falta de capacidad de rotación de algunas secciones por aplastamiento a compresión.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido posible gracias a la beca otorgada por el Ministerio de Educación y Ciencia al primer autor de este artículo. Asimismo, se ha contado con la ayuda concedida al proyecto PB95 0785 "Caracterización mecánica de fábricas de ladrillo, sillería y mampostería" financiado por la Dirección General de Enseñanza Superior del Ministerio de Educación y Cultura.

REFERENCIAS

[1] Coulomb, C.A. (1773), *Essai sur une application des règles de Maximis y Minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l'architecture,* Ed. INTEMAC (1985), Madrid.

[2] Blasi, C. y Foraboschi, P. (1994), "Analytical approach to collapse mechanisms of circular masonry arch", *Journal of Structural Engineering,* ASCE, **120 (8)**, 2288-2309.

[3] Heyman, J. (1969), "The safety of masonry arches", *Int. J. Mech. Sci.,* **11**, 363-385.

[4] Heyman, J. (1982), *The Masonry Arch,* Ellis Horwood, Chichester.

[5] Crisfield, M.A. y Packham, A.J.A. (1979), ""A mechanism program for computing the strength of masonry arch bridges", TRRL, Crowthorne, Report 124.

[6] Hughes, T.G. (1995), "The testing, analysis and assessment of masonry arch bridges", *Structural Analysis of Historical Constructions,* Editor: P. Roca, CIMNE, Barcelona.

[7] Crisfield, M.A. y Wills, J. (1985), "Nonlinear Analysis of Concrete and

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Masonry Structures", Proc. of the Europe-US Symposium of Finite Element Methods for Nonlinear Problems, **IV**, 639-652.

[8] Bridle, R.J. y Hughes, T.G. (1990), "An Energy method for arch bridge analysis", *Proc. Instn. Civ. Engrs,* Part 2, **89**, 375-385.

[9] Vilnay, O. y Hughes, T.G. (1988), "The analysis of masonry arches", *Proc. 8th IBMaC, Dublin,* Elsevier, Barking, 1311-1318.

[10] Gong, N.G. Choo, B.S. y Coutie, M.G. (1993), "Crack and contact problems in masonry arch bridges", *Proceedings of the V ICCCBE,* ASCE, Editor L.F. Cohn, 801-808.

[11] Page, A.W. (1978), "Finite Element Model for Masonry", *Journal of the Structural Division ASCE,* **104 (ST 8)**, 1267-1285.

[12] Ali, S.S. y Page, A.W. (1988), "Finite element model for masonry subjected to concentrated loads", *Journal of Structural Engineering* ASCE, **114 (8),** 1761-1784.

[13] Lourenço, P.B. (1994), *Analysis of masonry structures with interface elements: Theory and applications.* Delft University of Technology, Report no. 03-21-22-0-01, Delft, The Netherlands.

[14] Ma, M.Y. Pan, A.D. Luan, M. y Gebara, J.M. (1995), "Stone arch analysis by the DDA method", *Arch bridges,* Editor: C. Melbourne, Thomas Telford, London, 247-256.

[15] Marí, A.R. (1985), "A general method for the analysis of curved beams and space frames", Departament of Construction Engineering, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.

[16] Courbon, J. (1964), *Resistance des Materiaux,* Tenth Edition, **2**, Ed. Dunod, París.

[17] Bäcklund, J. (1976), "Large deflection analysis of elasto-plastic beams and frames", *Int. J. Mechanical Science,* **18**, 269-277.

[18] Grélat, A. (1978), "Comportement non linéaire et stabilité des ossatures en béton armé", *Annales de l'Inst. Tech. du Bâtiment et des Travaux Publics,* **111 (1),** 19-36.

[19] Carol, I. (1985), *Modelos de análisis no lineal en el tiempo de estructuras reticulares de hormigón. Revisión integrada y propuesta de un nuevo modelo global para material y estructura.* Ph. D. Thesis, ETSECCPB. Universitat Polit. de Catalunya, Barcelona.

[20] Carrascón, S., Marí, A.R. y Carol, I. (1987), "Análisis instantáneo y diferido de puentes curvos de hormigón armado y pretensado", Publicación ES-015, Departament d'Enginyeria de la Construcció, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.

[21] Spacone, E. (1994), *Flexibility-Based Finite Element Models for the Nonlinear Static and Dynamic Analysis of Concrete Frame Structures,* Ph. D. Thesis, University of California, Berkeley.

[22] Molins, C. (1996), *Un modelo para el análisis del comportamiento resistente de construcciones de obra de fábrica,* Ph. D. Thesis, ETSECCPB. Universitat Polit. de Catalunya, Barcelona.

[23] Priestley, M.J.N. y Elder, D.M. (1983), "Stress-Strain Curves for Unconfined and Confined Concrete Masonry", *ACI Journal,* **80 (3),** 192-201.

[24] Magenes, G. (1992), *Comportamento sismico di murature di mattoni: resistenza e meccanismi di rottura di maschi murari,* Ph. D. Thesis, University of Pavia.

[25] Hendry, A.W., Davies, S.R. y Royles, R. (1985), *Test on stone masonry arch at Bridgemill - Girvan,* TRRL Contractor Report 7, Crowthorne.

[26] Page, J. (Editor) (1993), *Masonry Arch Bridges. State of the Art Review,* Transport Research Lab., HMSO Publications Centre, London.

[27] González, J.L., Casals, A., Roca, P. y Molins, C. (1994), *Pont de Periques a Puig-Reig, Barcelona. Anàlisi físico-constructiva parcial. Memòria,* Departament d'Enginyeria de la Construcció, Universitat Politècnica de Catalunya.

[28] Macià, T. (1993), *El pont de Periques a Puig-Reig. Estudi documental, històric i artístic,* Servei del patrimoni Local de la Diputació de Barcelona.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

RESUMEN

Se presenta un modelo numérico para el estudio de estructuras espaciales formadas por elementos lineales curvos y de sección variable jnnto con su aplicación al análisis resistente de arcos de obra de fábrica.

El comportamiento no lineal de la obra de fábrica se ha incorporado en el modelo mediante ecuaciones constitutivas elastoplásticas para las tensiones normales de compresión y las tensiones de corte, mientras que en tracción se asume un comportamiento elástico lineal y rotura frágil. Los efectos no lineales de origen geométrico se tienen en cuenta estableciendo el equilibrio sobre la configuración deformada de la estructura.

Se presentan dos ejemplos de aplicación. El primero consiste en el análisis hasta rotura de un puente arco C de obra de fábrica, incorporando los efectos no lineales de origen material y geométrico. El segundo ejemplo trata de la aplicación del modelo desarrollado a un puente medieval de cuatro vanos.

SUMMARY

A numerical model for the study of spatial structures consisting of linear curved members with variable cross sections is presented together with its application to the nonlinear geometric and material analysis of skeletal masonry constructions.

Nonlinear material behaviour is included in the model by means of elastoplastic constitutive equations under shear and compressive stresses, while a linear-elastic prefectly-brittle behaviour is assumed in tension. Nonlinear geometric effects due to the imposition of the equilibrium condition upon the deformed configuration of the structure are considered.

Two examples are presented. The first example deals with the analysis of a masonry arch up to failure including nonlinear material and geometric effects. The second example treats the application of the developed model to a four span medieval bridge.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Investigación sobre la compresión máxima en bielas por esfuerzo cortante en piezas prefabricadas de hormigón pretensado con armaduras pretesas

Primera parte: Estudio teórico[1]

Ángel C. Aparicio, José Calavera y Florencio J. del Pozo
Prof. Dres. Ingenieros de Caminos

1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO

El mecanismo de transferencia de las cargas a los apoyos en vigas de hormigón mediante cortante y flexión es sobradamente conocido. La analogía de la celosía propuesta por Ritter y Morsch en los comienzos de siglo explica casi todo el comportamiento. En lo que a cortante se refiere y, tras fisuración oblicua de la pieza, las cargas llegan a los apoyos mediante el mecanismo de bielas comprimidas y montantes traccionados –los estribos–, cuyas tracciones no son estrictamente las deducidas de la analogía de la celosía sino que vienen disminuidas por varios fenómenos –"el cortante resistido por el hormigón"–, entre los que el más importante lo constituye la inclinación del cordón comprimido. En lo que a las compresiones de las bielas se refiere, éstas pueden deducirse con bastante precisión de la analogía de la celosía, Figura 1, no condicionando en general estas compresiones el dimensionamiento de estructuras normales de edificación, siendo, por el contrario, el criterio que impone el dimensionamiento de espesores de almas en tableros de puentes, sobre todo si son de vigas prefabricadas.

El fenómeno de la compresión oblicua de las bielas ha venido escondido clásicamente en todas las normativas de hormigón mediante la limitación de la tensión tangencial última, quizás como herencia de las normativas existentes para el acero estructural. Así, la vigente norma española Ep-93 [7] limita la tensión tangencial de diseño τ_{cd} a un valor último. $\tau_{ou} = 0{,}60\, f_{cd} \sin^2\theta\, (\cot\alpha + \cot\theta)$. Tomando valores clásicos para el hormigón pretensado, $\theta \simeq 30°$, estribos verticales $\alpha = 90°$, resulta un valor para la tensión tangencial última $\tau_{ou} = 0{,}26\, f_{cd}$.

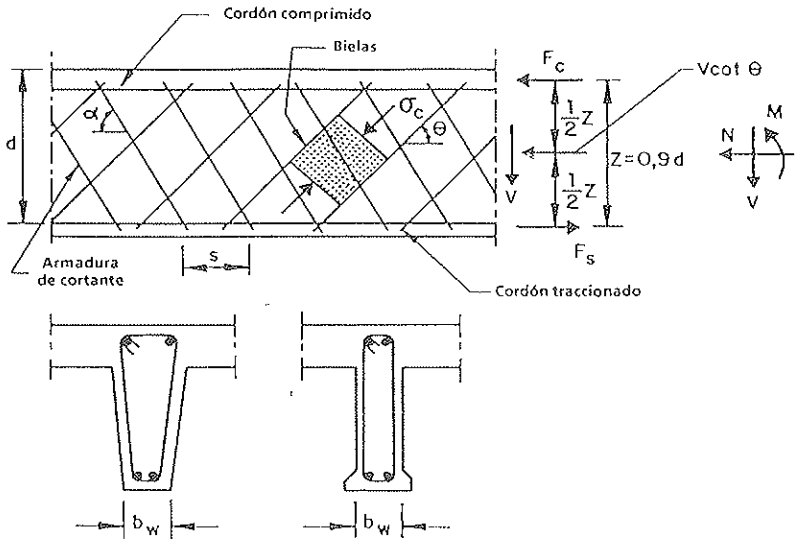
La aparición del Eurocódigo 2, EC-2 [12], para el proyecto de estructuras de hormigón limita el valor de la compresión de las bielas al valor:

$$\sigma_{cw,r} \leq \left(0.70 - \frac{f_{ck}}{200}\right) f_{cd}$$

lo que supone para el mismo supuesto anterior, típico del hormigón pretensado, y para un hormigón H-45 y brazo mecánico $z = 0{,}9d$, un valor de la tensión tangencial última: $\tau_{ou} = 0{,}195\, f_{cd}$.

[1] En el momento de publicar este trabajo, que fue presentado en la XV Asamblea de la ATEP en noviembre de 1996, se ha realizado ya la campaña experimental en él propuesta, cuyos resultados serán objeto de exposición en un próximo artículo.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025



$$\sigma_{cw,d} = \frac{V_d}{b_w\ z\ \sin^2\theta\ (\cot\theta + \cot\alpha)}$$

$$\sigma_{cw,r} = \left(0.70 - \frac{f_{ck}}{200}\right) f_{cd}$$

Fig. 1. Valores de solicitación y respuesta –según EC-2–, de las tensiones oblicuas de compresión, en las almas de vigas de hormigón sometidas a esfuerzo cortante.

Así pues, si comparamos las tensiones tangenciales últimas dadas por ambos códigos, resultan las relaciones:

$$\frac{(\tau_{ou})_{EC-2}}{(\tau_{ou})_{EP-93}} = 0{,}75$$

o bien:

$$\frac{(\tau_{ou})_{EP-93}}{(\tau_{ou})_{EC-2}} = 1{,}33$$

La importancia de esta disminución normativa de la resistencia última a cortante por compresiones oblicuas no es trivial en el campo de los puentes de hormigón pretensado, donde los espesores de almas se ajustan, como ya hemos dicho, al mínimo permitido por la limitación de la compresión oblicua de las bielas de cortante. Esta limitación es crítica además en el caso de vigas prefabricadas de hormigón pretensado con armaduras pretesas donde, salvo en el caso de cordones deflectados, el pretensado no introduce ninguna compensación frente a esfuerzo cortante. Las relaciones anteriores, si no se demostrara que son excesivamente conservadoras, implicarían aumentar un treinta y tres por ciento el alma de las vigas prefabricadas actuales lo que conllevaría a cambiar, o adaptar, los moldes de toda la industria de prefabricación y a aumentar la potencia de los medios de montaje de las vigas, o bien, disminuir ostensiblemente el campo máximo de luces cubierto. Esto sin considerar el hecho de hipotecar fuertemente futuros desarrollos tipológicos de esta industria –y en general de algunos tipos de puentes–, así como el hecho de penalizar el empleo de hormigones de alta resistencia.

Es por lo anterior por lo que la Federación de Entidades fabricantes de productos derivados del Cemento, FEDECE, encargó a los autores de este artículo una investigación teórica y experimental sobre la compresión máxima que pueden soportar las bielas oblicuas producidas por esfuerzo cortante en vigas prefabricadas para puentes, siendo el contenido de este artículo un resumen del estado actual de los trabajos realizados [13].

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

2. ALGUNOS RESULTADOS EXPERIMENTALES SOBRE LA RESPUESTA ÚLTIMA DE BIELAS OBLICUAS EN VIGAS SOMETIDAS A ESFUERZO CORTANTE

La limitación de la compresión máxima de las bielas no puede ser tan elevada como la de una probeta de hormigón sometida a compresión monoaxial. En efecto, la biela comprimida, además de estar sujeta a las tensiones de compresión propias del esquema de la celosía está sometida a otros esfuerzos y tensiones concomitantes. De hecho la biela está cruzada por cercos sometidos a tracción, cercos que, por adherencia, introducen en la biela unas tracciones transversales que disminuyen la resistencia del hormigón a compresión axial. Por otra parte, en vigas de hormigón armado y en las zonas C de las vigas de hormigón pretensado, la fisuración vertical influye también en la resistencia de las bielas. Además, y en zonas C –lo que ocurre en toda la longitud de las vigas de hormigón armado y no a lo largo de toda la viga prefabricada pretensada–, la diferencia de tracciones que existe en la armadura de flexión a uno y otro lado de la biela, induce flexiones en su empotramiento en el cordón comprimido, que son importantes tras la plastificación de los estribos.

Por otra parte, y aunque en la primera serie de los ensayos de Sttutgart [1] las compresiones experimentalmente deducidas en las bielas –a través de la medición de deformaciones y la obtención de las curvas tensión-deformación del hormigón–, se parecían notablemente a las deducidas de la analogía de la celosía, en la segunda serie de ensayos [3] se obtuvieron, en algunas vigas, compresiones reales más altas que las calculadas mediante la teoría de Ritter-Morsch, Figura 2.

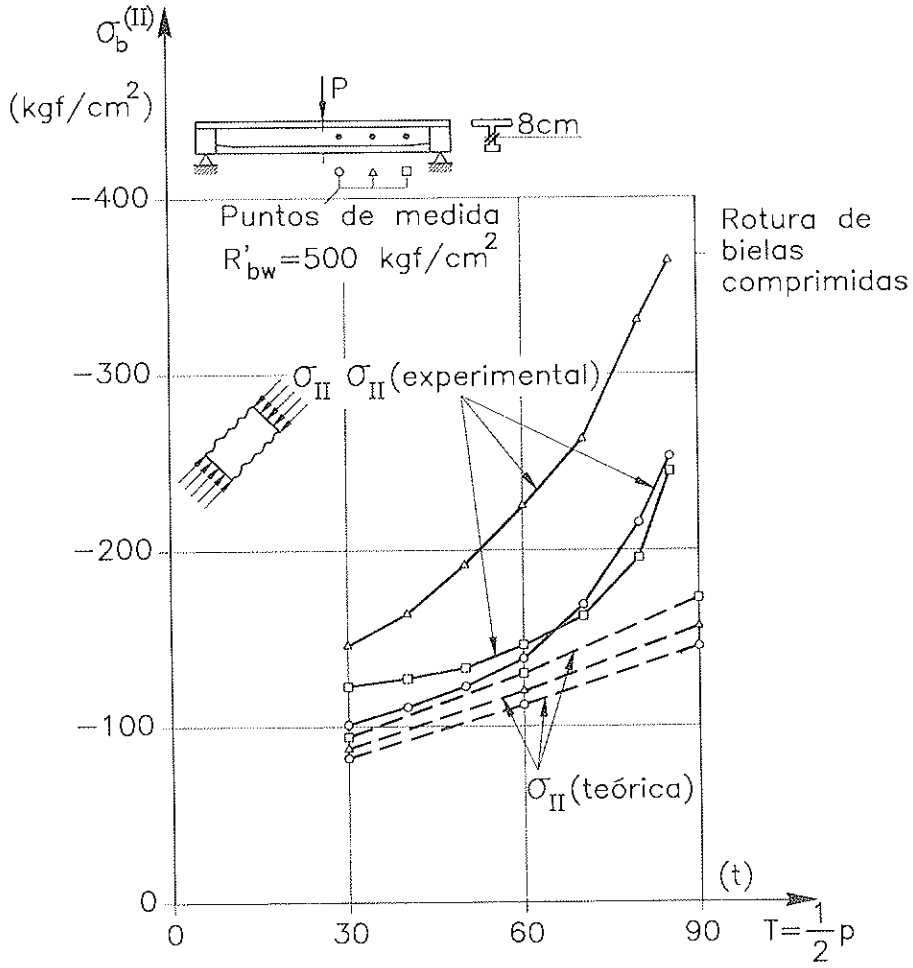


Fig. 2. Diferencia entre los valores teóricos y experimentales de las compresiones oblicuas en vigas de hormigón sometidas a cortante, relatadas por Leonhardt en [3].

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Ambos fenómenos –la interacción de las tracciones en la resistencia a compresión de las bielas y la medición de compresiones en las mismas más altas que las calculadas–, han dado pie, desde siempre, a formulaciones conservadoras de los artículos de las normativas relacionados con el cortante, aunque ninguna había llegado a extremos tan bajos como los del actual EC-2. Como, por otra parte, en el EC-2, se acepta la formación de fisuras oblicuas entre cualquier ángulo comprendido entre 26,5° y 63,4°, al suponer una redistribución interna de esfuerzos entre bielas y estribos obtenida mediante teoría de la plasticidad, lo que permite un ahorro de armadura transversal a costa de comprimirse más las bielas –(criterio de dudosa utilidad en puentes, éste de ahorrar acero a costa de aumentar peso en almas)–, se entiende que, por defender el ahorro del acero plastificado de los estribos, se sea más prudente en la respuesta a compresión.

No ponemos en entredicho la validez científica de esta formulación del Eurocódigo. El EC-2 tiene razón si se admite su planteamiento: si los estribos plastifican existe una redistribución interna de esfuerzos entre bielas y cercos, que posibilita el máximo ahorro en acero transversal. Este fenómeno los veremos más adelante con una claridad meridiana mediante un modelo numérico. Otra cosa es que este planteamiento de admitir la plastificación de los estribos tenga interés general en el dimensionamiento: en el caso de los puentes de vigas prefabricadas no interesa casi nunca.

(De todas maneras y como comentario colateral no deja de ser curioso que hayamos acabado admitiendo para el cortante –uno de los modos de rotura más frágiles que existen–, una redistribución plástica de esfuerzos internos entre bielas y estribos mientras que algunos ingenieros tienen todavía reticencias al empleo de la redistribución de momentos flectores donde existe una experimentación muy notable a todas las escalas).

De todas formas, existe también una gran evidencia experimental de que vigas bien armadas a cortante, en las que los estribos no llegan a plastificar, resisten compresiones oblicuas altísimas. Así, en la Tabla 1 se recogen algunos de los resultados publicados en [1]. Como allí puede verse, en todos los ensayos excepto en uno –la viga ET-4–, se alcanzaron

Tabla 1. Algunos resultados de ensayos a cortante de vigas sometidas a altas compresiones oblicuas [1]

Referencia	VIGA	σ_{cw} Kp/cm²	β_p(3) Kp/cm²	σ_{cw}/β_p	Modo de Fallo	Comentarios
	T1	220(1)	253	0.87	Compres. oblicua	Estribos verticales
Leonhardt y Walter [1]	T2	230(1)	228	1.01	Compres. oblicua	Estribos oblicuos
Ensayos Robinson [1]	NR8	128(2)	155	0.83	Compres. oblicua	Estribos verticales
	NR10	240(2)	247	0.98	Compres. oblicua	Estribos verticales
	NT8-1	222(2)	206	1.07	Compres. oblicua	Estribos verticales
	NT8-2	222(2)	211	1.05	Compres. oblicua	Estribos verticales
	NT10	176(2)	176	1.00	Compres. oblicua	Estribos verticales
Leonhardt y Walter [1]	ET-4	146(2)	230	0.63	Plastific. estribos y post. comp. obl.	Estribos verticales
	GT 4/1	221.6(2)	230	0.96	Compres. oblicua	Estribos verticales
	GT 4/2	255.2(2)	230	1.11	Compres. oblicua	Estribos verticales

(1) Valor medio
(2) $\sigma_{cw} \approx 2\tau_u$ (hipotesis justificada claramente en, por ejemplo T1 [1]
(3) $\beta_p \approx 0.85\ \beta_u$: β_p = Resistencia prismática del hormigón $\approx f_c$: β_u = resistencia cúbica

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

compresiones en bielas muy próximas a la resistencia prismática del hormigón y, en la viga mencionada, la rotura por compresión oblicua sucede a niveles de tensión más bajos pero tras la plastificación de los estribos. Fue la revisión de estos trabajos experimentales la que nos dio luces y esperanza de éxito en el planteamiento y la continuación del estudio.

3. UN MODELO RACIONAL PARA LA INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DE ENSAYOS A CORTANTE

En la Figura 3 se representa el esquema resistente de una viga de hormigón armado de 10 m de luz sometida a una carga puntual de 100 Tm. A efectos de mayor claridad conceptual no se considera el peso propio. Tras un primer dimensionamiento clásico de las armaduras, en el que como única particularidad se considera que todo el cortante es resistido por los cercos, se procede a modelizar la viga como superposición de dos esquemas resistentes que actúan simultáneamente:

i) Un primer esquema consiste en la celosía clásica de Ritter-Morsch, en el que las áreas de las barras se atribuyen a partir del dimensionamiento previo y de consideraciones geométricas.

ii) El segundo esquema resistente es el explicitar el área considerada para la sección transversal del arco, en este caso el antifunicular de la carga puntual, es decir, dos puntales trabajando a compresión atirantados por la armadura de tracción. Como área de su sección transversal puede tomarse la determinada por la anchura de la viga y, como espesor, uno variable entre la profundidad de la fibra neutra en rotura, para la sección "clave" del arco, y el que puede deducirse del tamaño del apoyo, en la sección de "arranque" del mismo.

En la Figura 4 se representan los resultados obtenidos tras un análisis estructural elástico y lineal. Como allí puede verse, el esque-

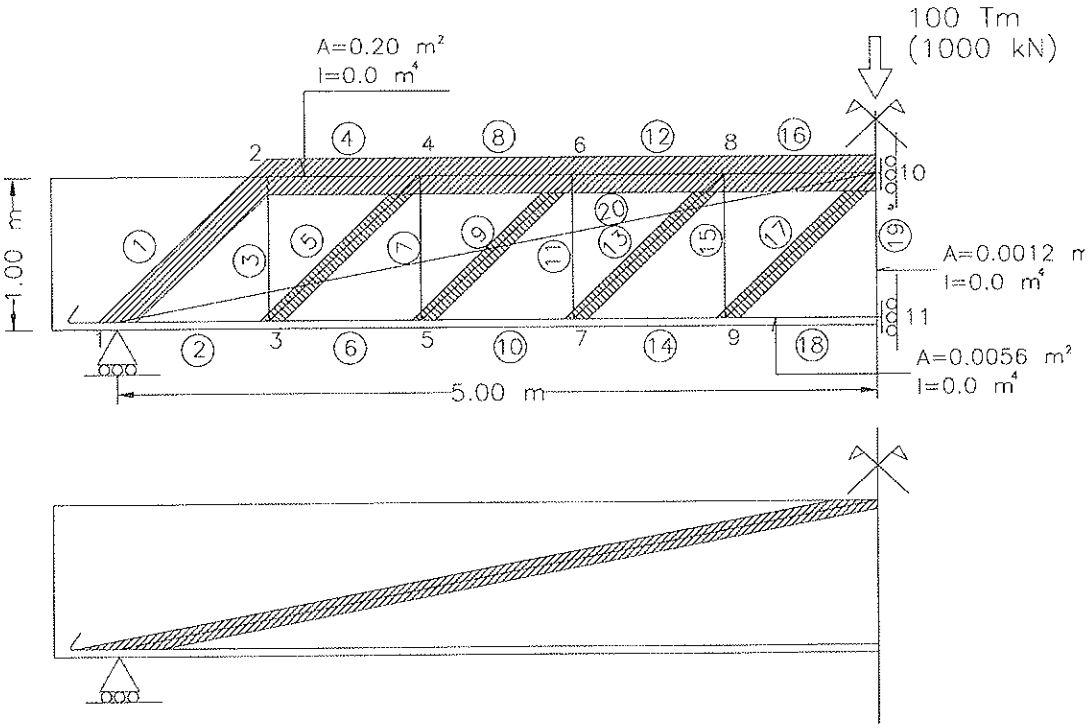


Fig. 3. Modelo de comportamiento de una viga de H.A., de 10 m de luz, cargada con una carga puntual de 1000kN. Al esquema clásico de la celosía, se le superpone el del arco –en este caso dos puntales–, atirantado. El esquema estructural de respuesta es, pues, internamente hiperestático.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

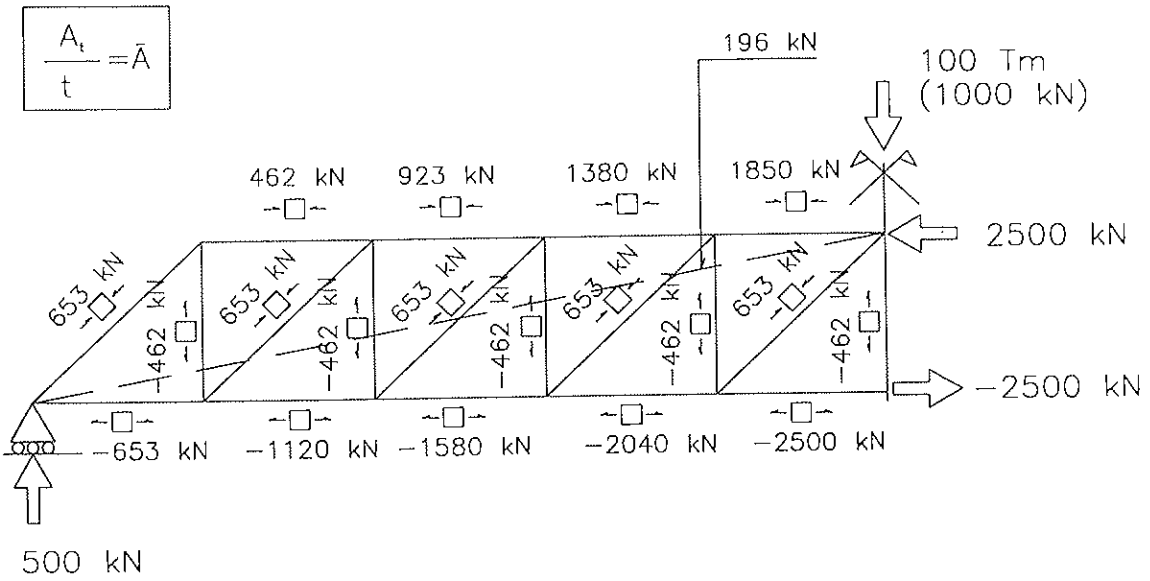


Fig. 4. Resultados del análisis estructural del modelo anterior. Nótese cómo casi la totalidad del cortante es resistida por los cercos.

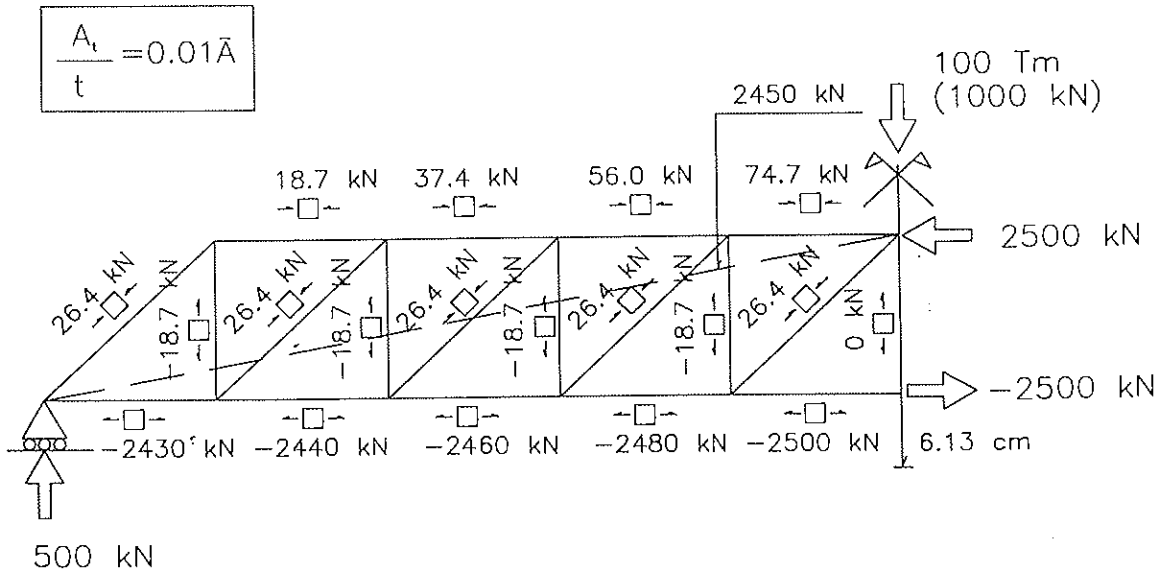


Fig. 5. Resultados del análisis estructural del modelo anterior, para un segundo escalón de carga, de otros 1000kN, tras haber plastificado los estribos. Nótese cómo el incremento de esfuerzo cortante es resistido, fundamentalmente, por el mecanismo de los puntales atirantados (mecanismo "arco").

ma resistente protagonista es el de la celosía, ayudado en algo por el esquema "arco". De hecho, los cercos no toman los 500 kN de cortante sino sólo 462, siendo la diferencia de cortante resistida por la componente sobre la vertical del puntal inclinado.

Si quisiéramos modelizar un siguiente escalón de carga de otros 1000 kN, que ocurriera tras la plastificación de los estribos, esto podríamos hacerlo simulando los cercos con un área muy pequeña. En el ejemplo realizado hemos tomado la centésima parte

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

de su área inicial, (Figura 5). El análisis de la respuesta estructural es sencillo: si los cercos están plastificados, el mecanismo resistente protagonista es el "arco": los puntales comprimidos se cargan brutalmente, la tracción en la armadura longitudinal es casi constante y los cercos y bielas del esquema de la celosía definida apenas trabajan. Conclusión: el mecanismo de transmisión de carga hasta los apoyos es internamente hiperestático, suma de los dos esquemas propuestos:

- La celosía es el esquema protagonista si existen cercos y éstos no plastifican. (¡Ritter y Morsch acertaron!).
- El mecanismo arco es el protagonista si no existen cercos –es una buena simulación del "cortante resistido por el hormigón"– o si éstos alcanzan su límite elástico y existe suficiente armadura longitudinal a tracción.

Puede notarse cómo las compresiones sobre el hormigón serían la suma vectorial de las existentes en el primer esquema más las del segundo y cómo éstas crecen desmesuradamente tras la plastificación de los estribos.

Este sencillo modelo permite comprender muy bien el comportamiento de las vigas de hormigón a cortante tras la fisuración diagonal, al tiempo que interpretar los resultados de muchos ensayos a cortante –por ejemplo [8]–, donde vigas que deberían romper por plastificación de los estribos a una determinada carga alcanzan en los ensayos cargas mayores gracias al esquema "arco", y acaban rompiendo por cedencia de los cercos y rotura de bielas comprimidas.

Este mismo modelo permite explicar la redistribución interna de esfuerzos entre bielas y estribos preconizada por el EC-2, lo que no ponemos en entredicho, sino que consideramos de dudoso interés general utilizarlo como principio de dimensionamiento, como ya hemos comentado.

4. EL EFECTO FAVORABLE DEL PRETENSADO EN LA RESPUESTA ÚLTIMA DE LAS BIELAS COMPRIMIDAS

Aunque no es el caso que nos ocupa, es claro que el pretensado compensa la solicitación de cortante en una sección, siempre y cuando la armadura que se disponga en ella la atraviese con una cierta pendiente. Al esfuerzo cortante mayorado debido a las acciones exteriores compensado con el pretensado y, en su caso, con el efecto Résal [1], le denominamos cortante reducido que, en el caso de vigas prefabricadas pretensadas con armaduras pretesas rectas, coincide con el cortante exterior.

Pero el efecto del pretensado mejora también la respuesta de las piezas lineales en lo que a compresiones oblicuas se refiere. Aunque en el EC-2 ha caído en desgracia el método de verificación y dimensionamiento a cortante atendiendo a las zonas AB o C que estemos considerando dentro de una pieza, el hormigón de nuestras vigas –que no se ha leído el Eurocódigo–, se fisura si y sólo si en algún punto se alcanzan tracciones que superan la resistencia a tracción que, en ese punto, tiene nuestro hormigón. Así, en zonas A y B, y gracias a las precompresiones de pretensado, la fisuración oblicua sólo alcanza al alma de la viga, siendo la abertura de fisuras mucho más limitada. La segunda parte de los ensayos de Sttutgart [3], puso de manifiesto esta mayor capacidad resistente de las bielas a compresión en las zonas AB de las piezas pretensadas, hecho que se recogió en la normativa internacional de la época [2], admitiéndose en zonas AB tensiones tangenciales un 25% superiores a las de la zona C.

Puede demostrarse [13] que, según la teoría de Collins [11], puesta a punto en los ensayos a rotura por cortante de paneles de hormigón –que ha servido al propio tiempo para limitar las compresiones oblicuas de éste–, que la tensión máxima a compresión capaz de

1. El efecto Résal es la modificación de las tensiones tangenciales producidas por el cortante debido a la proyección, sobre la normal a la directriz de la pieza, de la resultante de las compresiones y/o tracciones originadas por la flexión concomitante en piezas de canto variable. Normalmente su efecto es compensador. Résal, catedrático de puente de l'École de Ponts et Chaussées a comienzos de este siglo y autor del proyecto del magnífico puente de Alejandro III en París, sobre el río Sena, fue el primer autor que describió este fenómeno.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

resistir una biela comprimida depende de la deformación a tracción que esté sometido el hormigón perpendicularmente a la biela. Esto lo expresa bien la Figura 6, que representa la más sencilla de las relaciones propuesta por Collins. Interesa hacer notar que la deformación ε_1 es la composición vectorial de la deformación vertical introducida por los cercos con la deformación longitudinal concomitante, que es de tracción siempre en piezas de hormigón armado y de valor máximo, por compatibilidad, igual a 0,002, y que es mucho menor en hormigón pretensado, siendo incluso de compresión en zonas AB de piezas lineales. Como puede apreciarse en la figura, una disminución de ε_1 implica una mayor capacidad resistente de las bielas comprimidas, por lo que siempre el pretensado va a beneficiar la resistencia última a compresión de las mismas.

A la misma conclusión, aunque por otros caminos más contundentes llega Nielsen en el documento de apoyo [9] a la propuesta del articulado que rige la verificación a cortante en el EC-2. La Figura 7, tomada del citado documento, recoge el ajuste entre los esfuerzos cortantes últimos obtenidos experimentalmente con los deducidos de la teoría en un conjunto de vigas pretensadas con una compresión media $\sigma_{cp} = P/A$, con armadura de cortante y modos de rotura por aplastamiento del hormigón comprimido en las bielas. Como allí puede verse, el factor υ depende del grado de pretensado.

En el estudio base de este trabajo [13], hicimos una comparación entre los valores de υ que pueden deducirse de la teoría de Collins y de la propuesta de Nielsen, recogiéndose un resumen de los resultados obtenidos en la Tabla 2. Como allí puede verse, para cualquiera de los ajustes efectuados por Nielsen para υ y para cualquiera de los métodos utilizados para obtener θ en la teoría de Collins, los valores del factor υ que reduce la resistencia a compresión de una biela comprimida son más altos, en ambas teorías, cuando existe pretensado que en el caso de hormigón armado, dependiendo, además, de la compresión media introducida por aquél.

Desconocemos las causas por las que los

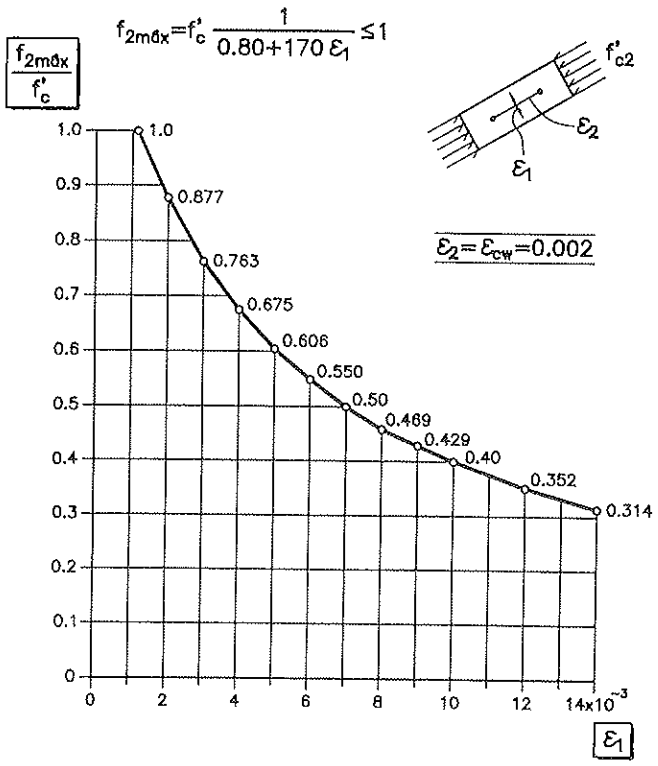


Fig. 6. Influencia en la resistencia última a compresión del hormigón, de las deformaciones transversales de tracción. Resultados deducidos en [13], aplicando la teoría de Collins [11].

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

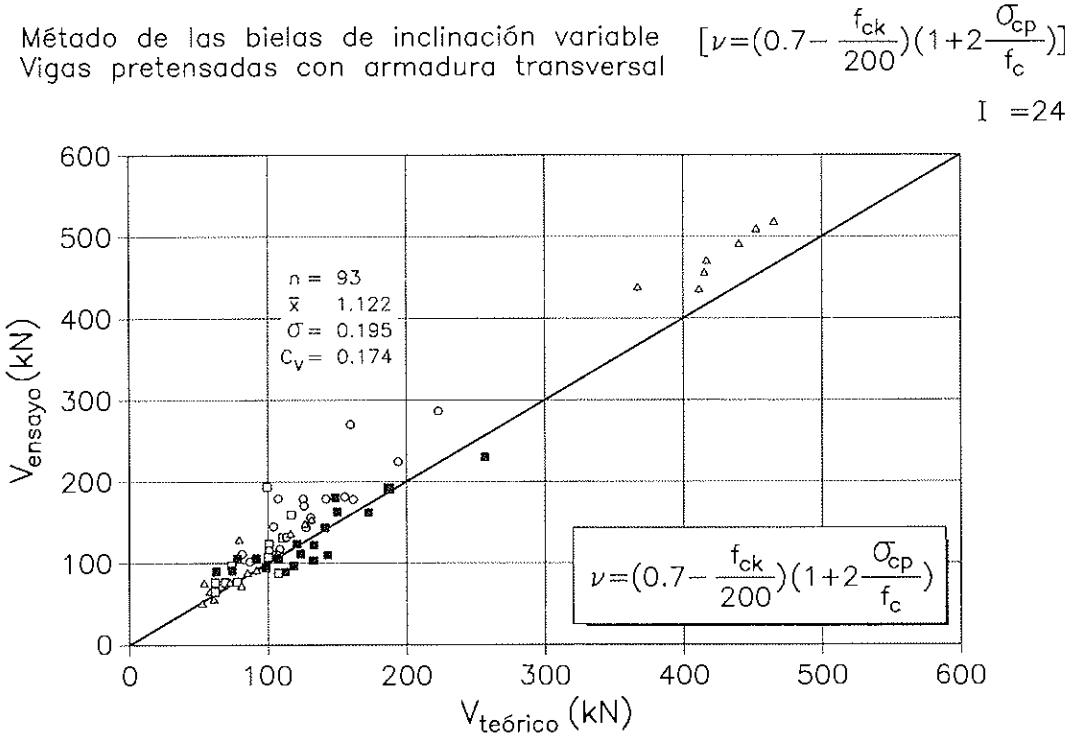


Fig. 7. Propuesta de Nielsen para el factor υ, que afecta a la respuesta frente a compresiones oblicuas, por cortante, para vigas pretensadas [9].

Tabla 2. Comparación valores de υ según Nielsen y Collins

σ_{xd} (MPa)	(1) υ Nielsen (1)	(1) υ Nielsen (2)	(3) υ Collins	(4) υ Collins
0	0.475	0.575	0.550	0.550
1.5	0.506	0.617	0.678	0.635
3.0	0.538	0.659	0.681	0.685
4.5	0.570	0.701	0.684	0.718
6.0	0.602	0.743	0.686	0.741
7.5	0.633	0.785	0.689	0.758
9.0	0.665	0.828	0.692	0.772

(1) $\nu = \left(0.70 - \frac{f_c}{200}\right)\cdot\left(1 + 2\frac{\sigma_c}{f_c}\right)$ con: f_c = 45 MPa

(2) $\nu = \left(0.80 - \frac{f_c}{200}\right)\cdot\left(1 + 2.20\frac{\sigma_c}{f_c}\right)$ con: f_c = 45 MPa

(3) $\nu = \frac{1}{0.80 + 170\varepsilon_1}$ con: $\varepsilon_1 = \varepsilon_t + (\varepsilon_t - \varepsilon_2)\cdot tg^2\theta$; $tg^2\theta = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_2}{\varepsilon_t - \varepsilon_2}$; ε_2 = -0.0020; ε_t = 0.0020

(4) $\nu = \frac{1}{0.80 + 170\varepsilon_1}$ con: $\varepsilon_1 = \varepsilon_t + (\varepsilon_t - \varepsilon_2)\cdot tg^2\theta$; $tg^2\theta = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_{xd}}{2.65}}$; ε_2 = -0.0020; ε_t = 0.0020

efectos beneficiosos del pretensado sobre la resistencia a compresión de las bielas, cuantificados por Nielsen en el documento anteriormente mencionado, se "cayeron" de la propuesta al pasar al texto final. Quizás faltó experiencia y criterio para defender su trascendencia en el campo de los puentes o, tal vez, se prescindió de ella en aras a la estética

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

del tratamiento conjunto –café para todos–, del hormigón armado y pretensado.

5. CONCLUSIONES PROVISIONALES DEL ESTUDIO TEÓRICO Y DISEÑO DE UN PLAN DE ENSAYOS

En opinión de los autores, la propuesta de Nielsen en su documento de apoyo al EC-2 debió de haberse recogido en la redacción del articulado correspondiente a cortante del Eurocódigo, dada la importancia que tiene en el campo de los puentes y, especialmente en el de los puentes prefabricados, no sólo de vigas, sino también los de dovelas. Además, esta propuesta puede sustentarse teóricamente mediante la teoría de Collins, lo que en cualquier caso la hace ganar consistencia y seguridad.

Por otra parte, los miles de metros cuadrados de tableros de puente construidos por los prefabricadores españoles, dimensionados según las sucesivas ediciones de la Instrucción Española para el proyecto y ejecución de obras de hormigón [5, 6, 7], no han presentado, que sepamos, la más mínima patología frente a esfuerzo cortante.

Dado el interés de FEDECE en apoyar al máximo las tesis anteriormente expuestas, se nos pidió que diseñáramos un plan de ensayos a rotura por cortante de vigas prefabricadas pretensadas para puentes.

El objetivo fundamental de los ensayos debería consistir en demostrar que, en vigas pretensadas con suficiente armadura transversal y longitudinal, la compresión oblicua última que pueden resistir las bielas frente a cortante es considerablemente más alta que la preconizada por el EC-2 en su formulación actual.

Los ensayos que se diseñaran deberían considerar el grado de pretensado, su comparación con el hormigón armado, las zonas A, B, C donde se produzca la rotura y, en aras a la economía, deberán plantearse para poder aprovechar ambos extremos de las piezas.

Los niveles de cargas a alcanzar implican, para las vigas a ensayar en laboratorio, unas compresiones oblicuas sobre las bielas comprimidas que alcanzan alrededor del ochenta por ciento de la resistencia media del hormigón, mientras que para las vigas ensayadas en fábrica se aplicarán unas compresiones más bajas, mantenidas durante un período

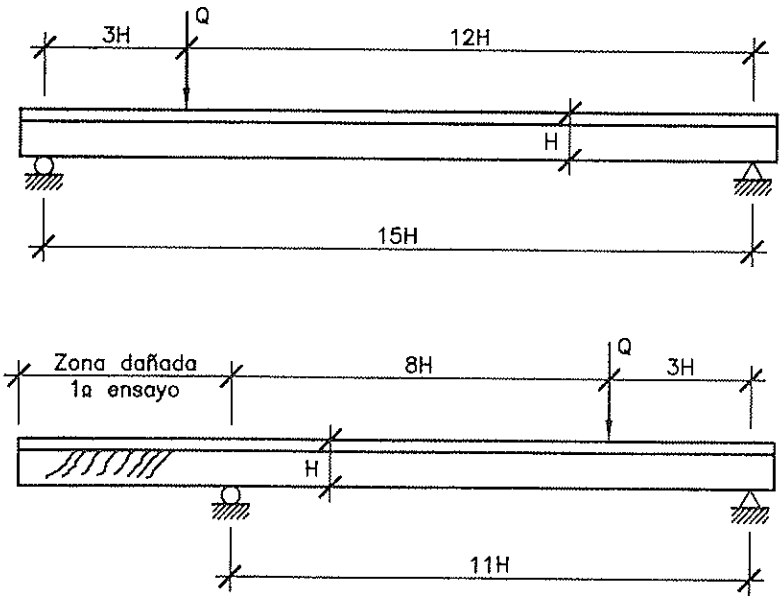


Fig. 8. Esquema de los ensayos a cortante de vigas de puente, prefabricadas, propuestos en el estudio.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

largo de tiempo, para, posteriormente, incrementar las cargas hasta rotura.

El esquema elegido para los ensayos, Figura 8, consiste en ensayar a cortante, mediante una carga puntual situada a tres cantos de un apoyo –(3H)–, una viga de luz de cálculo 15H para, una vez realizada esta prueba, proceder a ensayar la parte de viga no dañada, de luz L = 15H – 3H – H = 11H, con una carga puntual situada también a 3H del otro apoyo. Cada uno de los extremos de las vigas puede ser distinto en cuanto a cuantía de estribos o grado de pretensado mediante enfundado de cordones.

Con objeto de cubrir el máximo número posible de variables se ha decidido plantear dos tipos de ensayos. Unos frente a cargas instantáneas, con vigas de 80 cm de canto y alma de 7,5 cm a realizar en laboratorio, y otros ensayos a realizar en fábrica, manteniendo cargadas, durante una semana, vigas de 1,45 m de canto y 15 cm de alma de modo que se alcancen unos niveles de tensión de compresión en las bielas de valor 0,40 fc para, posteriormente, llevarlas hasta la rotura.

Para cada grupo de ensayos se fabrican tres vigas: una de H.A. y las otras dos de H.P. Las vigas ensayadas en laboratorio se fabricarán todas en hormigón H-400, mientras que las ensayadas en factoría la viga de hormigón armado y una de hormigón pretensado se fabricarán en hormigón H-400, mientras que la otra se fabricará en H-600. Las vigas de H.A. se ensayarán por un solo extremo, mientras que las pretensadas se ensayarán por ambos extremos, uno con luz de la pieza igual a 15 veces el canto y el otro ensayo, con luz 11 veces el mismo.

En cuanto a instrumentación prevista, en los ensayos en laboratorio las *cargas aplicadas* serán medidas mediante células de carga, instrumentándose las reacciones en apoyos para comprobación y cierre de errores. En los ensayos en fábrica, donde las cargas se materializarán mediante gatos que reaccionan contra una cabeza metálica fijada mediante anclajes al terrero, las fuerzas de deducirán a partir de la presión del aceite medida a la entrada de los gatos mediante transductores de presión.

Las *tensiones de compresión de las bielas* pueden obtenerse mediante dos alternativas:

- Medir, mediante extensómetro mecánico, los cambios de posición de todas las "chinchetas" base pegadas en las almas, obteniendo las correspondientes deformaciones de las bielas comprimidas. Luego, a partir de las curvas tensión deformación del hormigón de la viga pueden obtenerse las tensiones.
- Realizar un primer ciclo de carga hasta fisuración oblicua, marcar las bielas, e instrumentarlas mediante extensómetros mecánicos colocados paralelamente a la dirección de la fisura de cortante, deduciendo las tensiones de igual modo que en la alternativa anterior.

Además se monitorizarán toda una serie de parámetros para medir movimientos y deformaciones, destacando:

Medida de Movimientos:

- Giros en apoyos.
- Flechas en cinco puntos de la viga mediante LVDT hasta proximidades de rotura.
- Flecha hasta rotura en el punto de máximo desplazamiento, mediante cinta métrica o nivel topográfico.
- Deslizamiento de las armaduras longitudinales, para lo cual las vigas llegarán al laboratorio con los cordones sin cortar al ras del hormigón.

Medida de Deformaciones:

- Del acero de los estribos, mediante bandas extensométricas.
- De la armadura pasiva longitudinal, por el mismo método.
- Deformaciones en el hormigón de la losa comprimida.
- Deformaciones en el hormigón del alma –bielas comprimidas–, como ya hemos dicho.

Medida de otros parámetros:

- Ángulo de inclinación de las fisuras.
- Separación de las mismas (oblicuas y de flexión).
- Apertura de fisuras.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

6. CONCLUSIÓN

En el momento de concluir el artículo las vigas están totalmente diseñadas y se tiene ya un calendario de ejecución de los ensayos. Los correspondientes a las vigas grandes, de 1,45 m de canto y 21,75 m de luz, se realizarán en la factoría de ALVISA de Torrejón de Ardoz, encargándose INTEMAC de la realización de la instrumentación y adquisición de datos durante los ensayos. Las vigas "pequeñas", de 0,80 m de canto y 12 m de luz máxima serán fabricadas por PACADAR y serán ensayadas en el Laboratorio de Tecnología de Estructuras de la Escuela de Ingenieros de Caminos de Barcelona.

La magnitud de las piezas ensayadas y el número de ellas a probar son lo suficientemente importantes para que los resultados que se obtengan despejen cualquier duda sobre la capacidad de resistencia última de las bielas comprimidas por esfuerzo cortante en vigas de hormigón con armaduras pretesas para tableros de puente.

7. AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren expresar su agradecimiento a FEDECE por la financiación de los estudios teóricos y experimentales del presente trabajo, así como las facilidades otorgadas para la realización del mismo.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Leonhardt, F.; Walter, R. (1962): *The Stuttgart shear tests, 1961*. Cement and Concrete Association, London, 1962.

2. CEB-FIP Recommendations, 1970. *International Recommendations for the Design and Construction of Concrete Structures.* June, 1970: FIP Sixth Congress, Prague. Comité Européen du Béton - Féderation International de la Précontrainte.

3. Leonhardt, F. (1971): *Effort tranchant et Torsion en Béton Précontrainte.* Annales de l'ITBTP, N° 280, avril 1971, pp. 2-27.

4. MC-78 (1978). *Code Modele CEB-FIP pour les structures en béton.* Bulletin d'Information N° 124-125-F. Comité Euro-International du Béton, avril 1978.

5, 6, 7. Comisión Permanente del Hormigón, (1977), (1980), (1993): *Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado, EP-77, EP-80, EP-93.* MOPTMA, Madrid, 1993.

8. Serrano, T. (1982): *Ensayo a rotura por esfuerzo cortante de vigas en T parcialmente pretensadas.* Hormigón y Acero, núm. 143. 2° trimestre, pp. 45-54. ATEP, Madrid, 1982.

9. Nielsen, M.P. (1990): *Eurocode No. 2 Design of Concrete Structures. Commentaires on Shear and Torsion.* Eurocode 2 Editorial Group. 1st Draft, october, 1990.

10. MC-90 (1990): *CEB-FIP Model Code 1990.* Final Draft. Bulletins d'Information Nos: 203, 204, 205. Comité Euro-International du Béton, july, 1991.

11. Collins, M.P.; Mitchell, D. (1991): *Prestressed Concrete Structures.* Prentice Hall, NJ, 1991.

12. EC-2 (1992). *Euro-Código 2: Proyecto de estructuras de hormigón. Parte I-I: Reglas Generales y reglas para la Edificación.* AENOR, Madrid, 1993.

13. Aparicio, A.C.; Calavera, J.; del Pozo, F.J. (1996): *Plan de Investigación sobre la compresión máxima de bielas por esfuerzo cortante para vigas prefabricadas de hormigón pretensado con armaduras pretesas.* Informe Preliminar, tomo I (carácter interno). Federación Nacional de Entidades Empresariales de Prefabricados y Derivados del Cemento (FEDECE), Madrid, 1996.

RESUMEN

Las prescripciones relativas a la limitación de la resistencia a esfuerzo cortante por compresión oblicua preconizadas por el Eurocódigo EC-2 dará lugar, cuando sea de obligado cumplimiento, a que toda la industria europea de prefabricación pesada de vigas para puentes deba cambiar los moldes de sus vigas, o bien restringir su campo de aplicación. En el presente artículo, los autores, tras analizar críticamente los más importantes ensayos a cortante realizados hasta la fecha, así como las últimas teorías de cortante de Nielsen y Collins, demuestran que, en este aspecto, el Eurocódigo EC-2 es conservador, ya que las vigas de hormigón preten-

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

sado, gracias a las compresiones que éste introduce, presentan resistencias últimas a cortante por compresión oblicua más altas que las de H.A. Por ello, los firmantes del artículo sugieren incorporar al articulado del EC-2 el factor que incrementa la respuesta del hormigón frente a compresiones oblicuas en las piezas pretensadas, factor que Nielsen proponía en el documento soporte del articulado de cortante del EC-2. Con objeto de verificar experimentalmente estas afirmaciones, en el trabajo se recoge el proyecto de ensayo a cortante de varias vigas prefabricadas de puente, de hormigón pretensado con armaduras pretesas, que va a empezar a desarrollarse durante los meses próximos.

SUMMARY

The new limitation on ultimate compression of web concrete in shear analysis included in Eurocode EC-2 will force the European precast bridge beams manufacturers to change the formworks of their beams, or reduce their applications. The authors of this paper, after having critically analyzed the most representative shear tests and the up-to-date shear theories of Nielsen and Collins, demonstrate that the Eurocode EC-2 is conservative in this issue, because the prestressed concrete beams, thanks to the compression introduced by the prestressing, present higher compression strengths of web concrete than reinforced concrete beams. As a result, the authors suggest to include in the EC-2 a factor to increase the compressive strength of web concrete in prestressed concrete beams. This factor was already proposed by Nielsen in previous stages of EC-2. In order to experimentally verify these statements, the paper also includes the description of the project of several shear tests on precast prestressed bridge beams, which are going to be carried out the next few months.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

X CURSO DE MASTER
Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería
Enero-Julio, 1999

Objetivo general
El objetivo de este Curso de Master, ya en su décima edición, es proporcionar información actualizada sobre las bases teóricas y utilización de métodos modernos de cálculo y diseño por ordenador para la solución de una variedad de problemas de ingeniería.

Presentación del curso
El curso se ha estructurado en 2 fases con un total de 450 horas entre clases teóricas y prácticas. La primera fase comprende una serie de asignaturas de carácter básico sobre temas importantes e introductorios dentro del campo del diseño y el análisis numérico en ingeniería. Todas las asignaturas de la 1ª fase son obligatorias.

En la segunda fase del curso se han escogido una serie de asignaturas específicas que abarcan la mayor parte de los problemas de ingeniería más usuales que permiten su resolución por métodos numéricos, tales como la ingeniería estructural y geotécnica, los problemas de transmisión de calor y de mecánica de fluidos, la mecánica de fractura, la optimización de formas, etc.

Lugar de celebración
El curso se impartirá en Barcelona en locales de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad Politécnica de Cataluña (UPC).

Duración
La duración prevista del curso es del 20 de Enero al 18 de Julio de 1999. La Tesis de Master podrá entregarse hasta el 15 de Diciembre de 1999.

Matrícula
La matrícula del curso asciende a **400.000 pesetas.** Esta cantidad debe abonarse al inicio del curso.

En circunstancias especiales se admite el pago fraccionado.

Titulación requerida
Se exigirá estar en posesión de un Título Académico Superior, que deberá acreditarse al presentar la solicitud de inscripción. En circunstancias especiales se admitirán títulos de Ingeniería Técnica.

Secretaría del curso
Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería
Edificio C1, Campus Norte UPC
Gran Capitán, s/n, 08034 Barcelona, España
Tel. 34-93 401 64 87; 34-93 205 70 16
Fax 34-93 401 65 17
e-mail: cimne@etseccpb.upc.es

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Ensayos a rotura de vigas de hormigón con pretensado exterior. Primera parte: vigas isostáticas

Ángel C. Aparicio, Gonzalo Ramos, Juan R. Casas
Dres. Ingenieros de Caminos

María Anllo, David Gómez
Ingenieros de Caminos
E.T.S. de Ingenieros de Caminos de Barcelona

1. INTRODUCCIÓN

Es un hecho que en los últimos quince años el pretensado exterior se ha desarrollado hasta ponerse de moda. La idea original de Dischinger, que llegó a materializar en el puente Adolf Hitler en 1936 en Sajonia, se desechó con el paso del tiempo por los problemas de corrosión del acero, desarrollándose el pretensado entubado en vainas corrugadas que eran inyectadas con mortero de cemento para proteger la armadura activa de la corrosión, creando, de paso, una adherencia indirecta que añade ventajas de comportamiento frente a estados avanzados de carga. No obstante, como ya hemos comentado en otras ocasiones, existen dos fenómenos que van a hacer reconsiderar el uso del pretensado no inyectado en grandes estructuras y son, la tecnología norteamericana de pretensado del edificio de contención de los reactores nucleares, que exige un control de las fuerzas de pretensado existentes cada un cierto tiempo a lo largo de la vida útil del reactor y, por otra parte, la necesidad de reforzar puentes importantes, normalmente construidos por voladizos sucesivos, donde la tipología de la articulación en clave junto con el desconocimiento –u optimismo– sobre los efectos de la fluencia del hormigón llegaron a producir flechas importantes que afectaban a la funcionalidad de la estructura. Estas experiencias positivas hicieron que, hacia el comienzo de los ochenta, se retomase la idea de Dischinger de disponer el pretensado exento, exterior al hormigón y sin adherencia con éste, en los puentes de dovelas prefabricadas de luces medias, construyéndolos vano a vano con juntas secas –sin resina epoxi– lo que reduce prácticamente a la mitad los plazos de montaje de tableros. A partir de entonces, en Francia y en EE.UU. se han producido interesantes realizaciones que pueden seguirse en [12] y [7] y que muestran, como siempre, que la ingeniería y la construcción van por delante del conocimiento profundo, teórico y experimental, de la respuesta estructural de nuestras obras.

No vamos a hablar de las ventajas e inconvenientes del pretensado exterior que pueden encontrarse fácilmente en la literatura publicada [2], [4]. Sólo queremos destacar aquí los dos aspectos estructurales menos conocidos del comportamiento frente a estados avanzados de carga de las estructuras de hormigón con pretensado exterior: su seguridad frente a rotura por flexión y, en los puentes de dovelas prefabricadas con juntas secas, su resistencia frente a rotura por cortante, aspectos todavía no suficientemente ensayados.

En el presente artículo intentaremos resumir la primera parte de los resultados de una

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

campaña de investigación experimental importante, realizada desde 1992 hasta 1996, [1], [8] planteada para obtener respuestas a los problemas enunciados. En esta campaña se han ensayado, hasta rotura, seis vigas isostáticas de hormigón –tres monolíticas y tres de dovelas prefabricadas–, de 7,20 m de luz y dos vigas continuas monolíticas, de dos vanos de idéntica luz, y nos centraremos, en este primer artículo, sobre las vigas isostáticas.

2. PLANTEAMIENTO DE LOS ENSAYOS Y OBJETIVOS

Entre 1990 y 1994 desarrollamos una tesis doctoral teórica sobre un modelo de comportamiento en estados avanzados de carga de puentes de hormigón con pretensado exterior [10]. Este modelo ampliamente difundido [11] y aplicado [5] permite el análisis no lineal geométrico y mecánico, mediante una técnica de elementos finitos, de puentes de hormigón isostáticos o continuos, monolíticos o de dovelas, con pretensado interno adherente, o exterior –o una combinación de los mismos–, idealizándolos como un pórtico espacial. Así pues, el primer objetivo de la campaña experimental era contrastar las hipótesis del modelo teórico y sus predicciones con los resultados experimentales.

En el caso de pretensado exterior, al no estar inyectado, la compatibilidad de deformaciones entre acero activo y hormigón producidas por las cargas actuantes después del tesado se produce, no a nivel seccional, sino a nivel estructural, en los puntos donde los tendones y la estructura están en contacto: en los anclajes y en los desviadores... si en ese nivel de carga existe suficiente rozamiento. Por ello, la obtención de la respuesta estructural a flexión en estados avanzados de carga no es sencilla, puesto que el incremento de deformación del acero duro depende del cociente entre el incremento de la longitud que sufre el tendón, ΔL –difícil de cuantificar y dependiente de muchas variables, fuudamentalmente de la deformabilidad de la estructura–, y de la longitud entre puntos fijos del tendón, L_0, que depende de la existencia, o no, de deslizamiento en los desviadores y, en último término, de la longitud entre anclajes de los tendones.

Lo anteriormente dicho, lo podemos expresar formalmente como:

$$M_{u,resp} = A_p\, \sigma_{pu} z, \text{ con}$$

$$\sigma_{pu} = \sigma_{p\infty} + \Delta L/L_0 \cdot E_p$$

donde la nomenclatura utilizada tiene su significado habitual.

Por otro lado, en los puentes de dovelas carece de sentido físico definir una teórica situación de rotura limitando la deformación máxima de la fibra traccionada a valor alguno. Si la rotura se produce por el acero activo, la deformación de éste no es controlable seccionalmente, sin embargo, si la rotura sucede por el hormigón, sigue teniendo sentido físico definirla por la deformación máxima que puede alcanzar aquél.

Por ello, en los ensayos se planteó la variación de todos los parámetros que habíamos detectado como importantes en [5] y que tienen influencia en la deformabilidad de la estructura que es, como hemos dicho, la que condiciona fundamentalmente el incremento de la longitud de los tendones, ΔL, al tiempo que se estudió, igualmente, la longitud efectiva L_0 del tendón donde se produce la deformación.

Así pues los parámetros que se consideraron por influir en la deformabilidad estructural fueron:

- El esquema estático de las vigas: isostáticas y continuas.
- El esquema de cargas, simétrico y asimétrico.
- El sistema constructivo empleado: monolítico y por dovelas.
- La cuantía de la armadura activa.

y por influir en la longitud efectiva del tendón L_0:

- El grado de deslizamiento en desviadores.
- La longitud libre entre puntos de anclaje de los tendones de pretensado (en las vigas continuas).

Como variables físicas a medir se plantearon:

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

- Las cargas aplicadas.
- La evolución de las flechas con las mismas.
- La variación de la tensión de la armadura activa en cada tramo libre del tendón entre anclajes y desviadores.
- El deslizamiento de la armadura activa en los desviadores.
- Las deformaciones del hormigón comprimido.
- Las deformaciones de la armadura pasiva en las vigas monolíticas.

Descripción de las vigas

Las vigas ensayadas, Figura 1, tienen 7,20 m de luz y un canto de 60 cm. Su sección transversal (Figura 2) es un cajón con paredes de 10 cm de espesor, existiendo unos pequeños voladizos en el forjado superior. El trazado de pretensado, compuesto por cordones desnudos de 0,6", en número variable entre 2 · 2 y 2 · 4, de acero de calidad 170/190 Kp/mm^2, discurre exteriormente a la sección, con objeto de poderlo instrumentar fácilmente. Los tendones de pretensado anclan en ambos extremos en traviesas de 45 cm de espesor al nivel de la fibra baricéntrica de la sección, y son desviados a tercios de luz mediante traviesas de hormigón, en cuya parte inferior se alojan 2 · 4 semitubos metálicos de 3 mm de espesor y 90 cm de radio de curvatura que constituyen el contacto acero-desviador.

Las vigas monolíticas llevan una armadura longitudinal constituida por barras de 8 mm

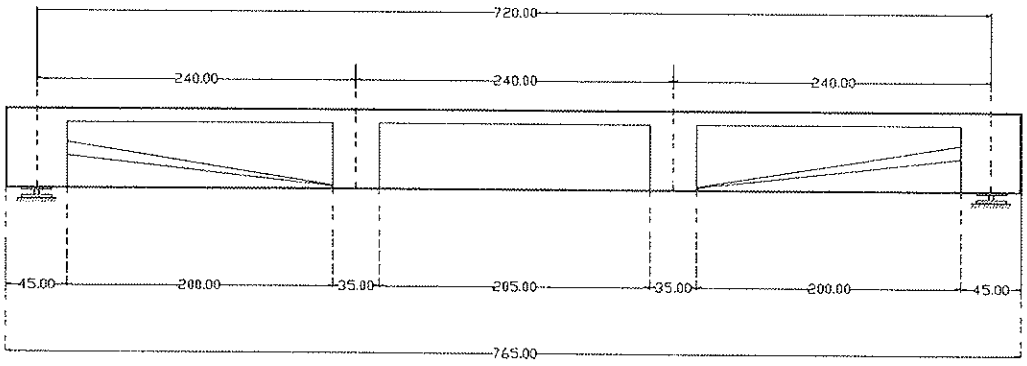


Fig. 1. Definición geométrica de las vigas monolíticas ensayadas.

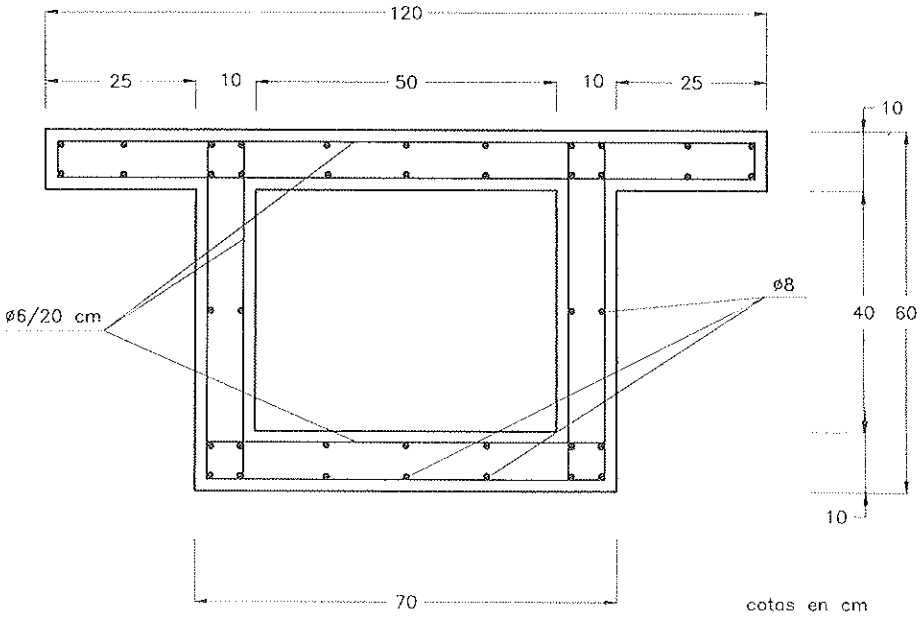


Fig. 2. Sección transversal tipo.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

de diámetro con objeto de resistir su peso propio durante el transporte y montaje en laboratorio hasta su pretensado, disponiéndose de los cercos de alma y armadura de rasante en alas según la normativa española vigente, sobredimensionándola para que la rotura en ninguna viga ocurra por plastificación de la armadura de cortante.

Las vigas de dovelas prefabricadas tienen una geometría idéntica que las monolíticas, configurándose por siete dovelas con juntas conjugadas y llaves de cortante múltiples, teniendo las dovelas extremas una longitud de 0,825 m y las cinco centrales 1,20 m, Figura 3. No existe armadura pasante longitudinal alguna y los ensayos se realizan tras "coser" mediante el pretensado las dovelas que conforman la viga, dejando las juntas entre dovelas secas, esto es, sin ningún tipo de resina epoxi.

3. DESCRIPCIÓN DE LOS ENSAYOS E INSTRUMENTACIÓN UTILIZADA

Las cargas se materializaban mediante gatos de 60 Tm que reaccionaban contra un

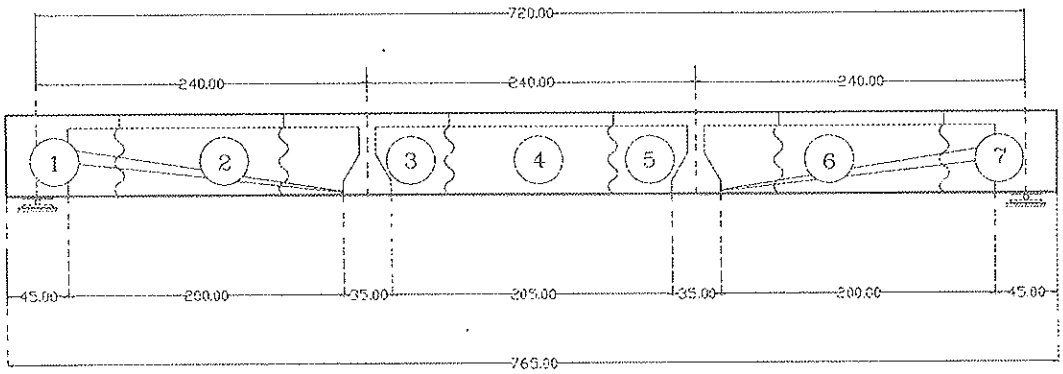


Fig. 3. Definición geométrica de las vigas de dovelas.

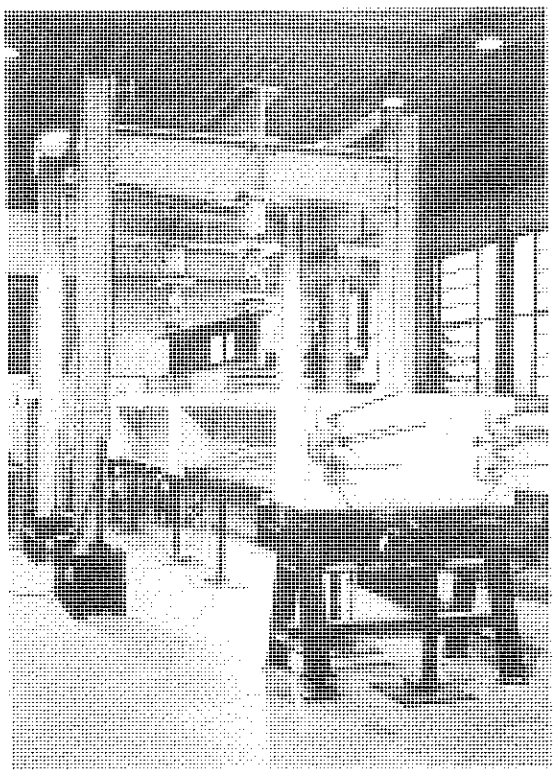


Fig. 4. Vista del pórtico de carga.

pórtico metálico anclado mediante pretensado a la losa de carga del Laboratorio (Figura 4). El control de la operación se realizaba mediante el manómetro de la central de presión de aceite, mientras que la lectura de su intensidad se realizaba de doble manera: directamente, a través de unas células de carga interpuestas entre gatos y el dintel metálico, que transmitía las cargas hasta la viga y además, y como medida de control de errores, se medían las presiones del aceite a la entrada de cada gato mediante transductores de presión.

La medición de flechas se realizaba mediante Transformadores Diferenciales de Variación Lineal (LVDT), Figura 5, en cinco secciones de la viga: dos situados a 60 cm de cada apoyo, uno en la sección centro luz, y dos distanciados de ésta 60 cm a cada lado. Estos transductores se desmontaban en las proximidades de rotura de cada viga con objeto de no dañarlos si ocurría una rotura física total. Los aspectos de las curvas cargas

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

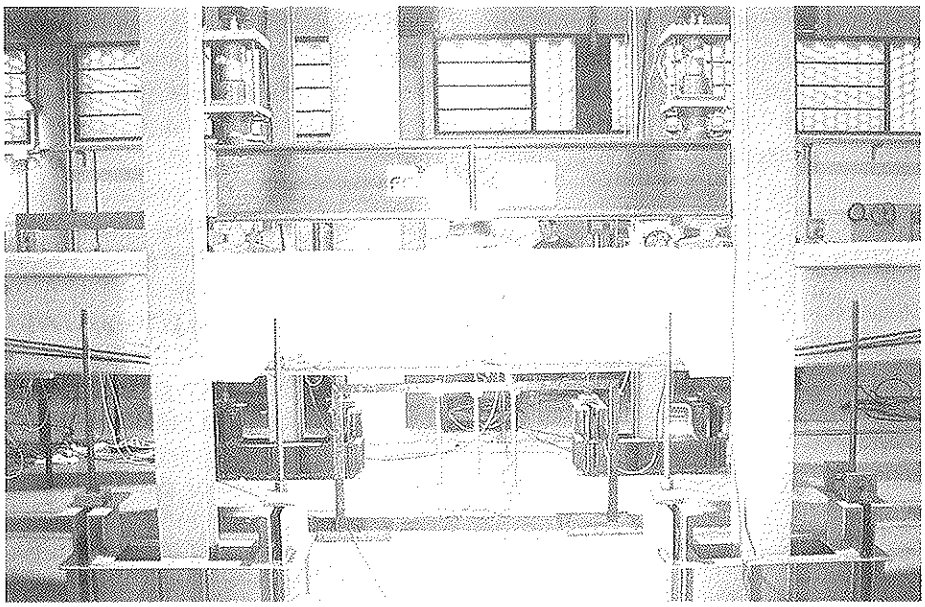


Fig. 5. Transformadores Diferenciales de Variación Lineal (LVDT) para la medición de flechas en centro luz.

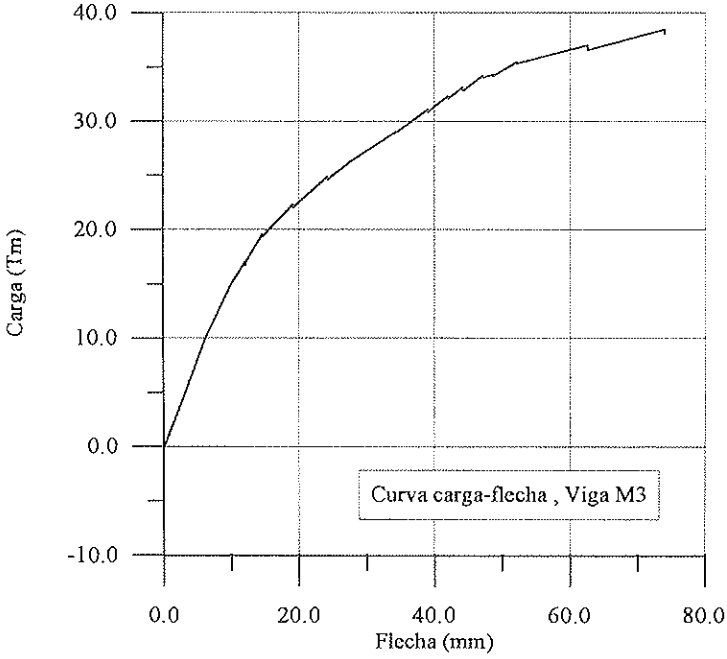


Fig. 6. Curva experimental cargas-flechas obtenida para la viga M3.

flechas obtenidas en los ensayos pueden verse en la Figura 6 para una de las vigas ensayadas.

Particular interés tenía la medición de las tensiones en el acero de pretensado. Sistemáticamente se instrumentaban un mínimo de dos cordones por ensayo, uno a cada lado de la viga. La medición de las tensiones en los anclajes extremos, uno activo y otro pasivo, se hacía a partir de las fuerzas medidas por las células de carga interpuestas entre las placas de anclaje del cordón y su placa de reparto en el hormigón de la viga (Figura 7). El

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

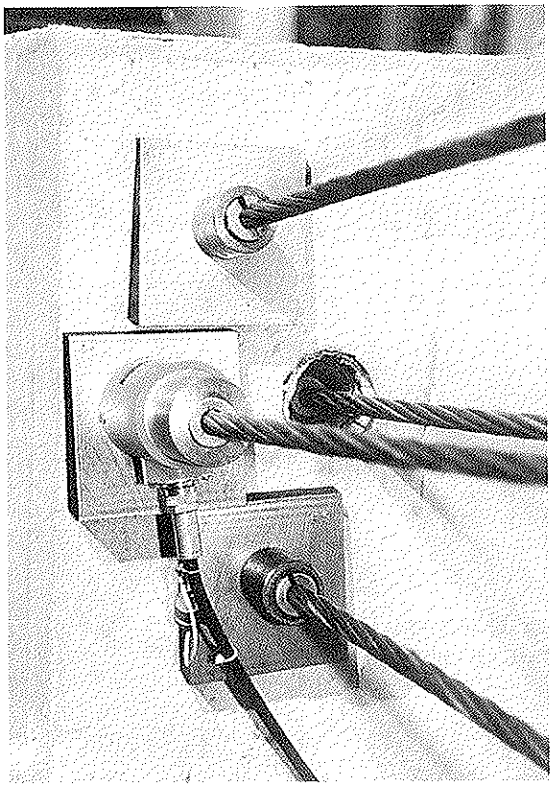


Fig. 7. Célula de carga para la medición de la evolución de la fuerza de pretensado en el anclaje durante el ensayo.

comienzo de estas mediciones se efectuaba cuando se tesaban los cordones y se seguía luego durante el ensayo. En la zona central de cada tendón la tensión inicial se deducía por cálculo a partir de los valores de las tensiones en anclajes extremos. Los incrementos de tensión originados durante el ensayo en esta zona se medían a partir de las deformaciones de 3 bandas extensométricas pegadas a 120° en tres de los seis alambres exteriores que forman el cordón (Figura 8). Con esta técnica se registraban, para cada viga, curvas (carga por gato-incremento de tensión) como las representadas en la Figura 9.

Una de nuestras preocupaciones fue la medición de la evolución de los deslizamientos del acero de pretensado en los desviadores, lo que efectuamos también con LVDT fijados mecánicamente con una pieza especial a los cordones según el montaje de la Figura 10. Esto nos permitió seguir en todos los ensayos los deslizamientos ocurridos en los cordones instrumentados conforme crecían las cargas exteriores (Figura 11).

En todas las vigas se midieron las deformaciones longitudinales del hormigón en compresión mediante bandas extensométricas, así como se instrumentaron un par de estribos próximos a apoyo de cada viga. En las vigas monolíticas, se midieron también las deformaciones del acero pasivo longitudinal en compresión y tracción (Figura 12), utilizando estas deformaciones de la armadura traccionada para detener el ensayo cuando plastificaba la armadura. En las

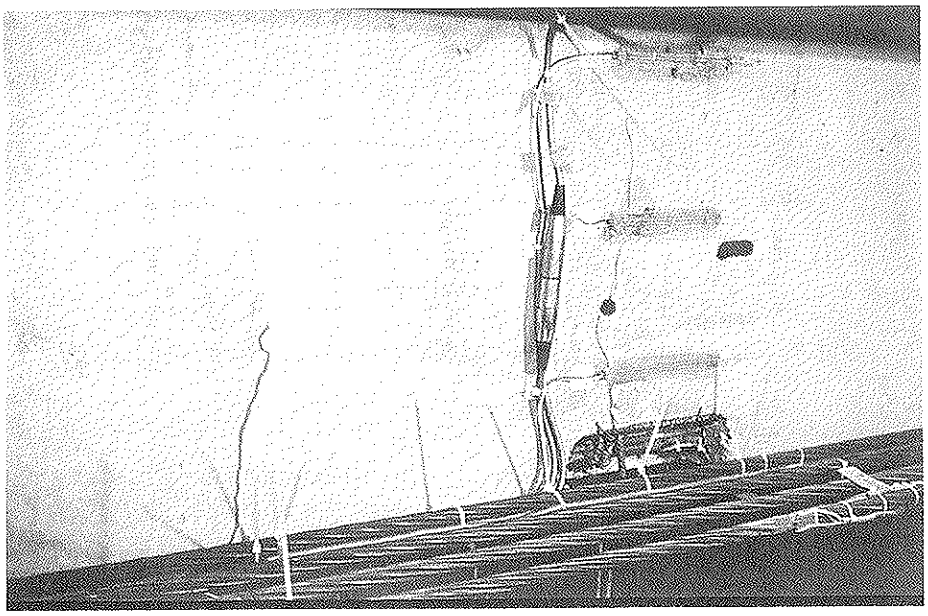


Fig. 8. Bandas extensométricas pegadas en tres de los alambres del cordón de 0.6".

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

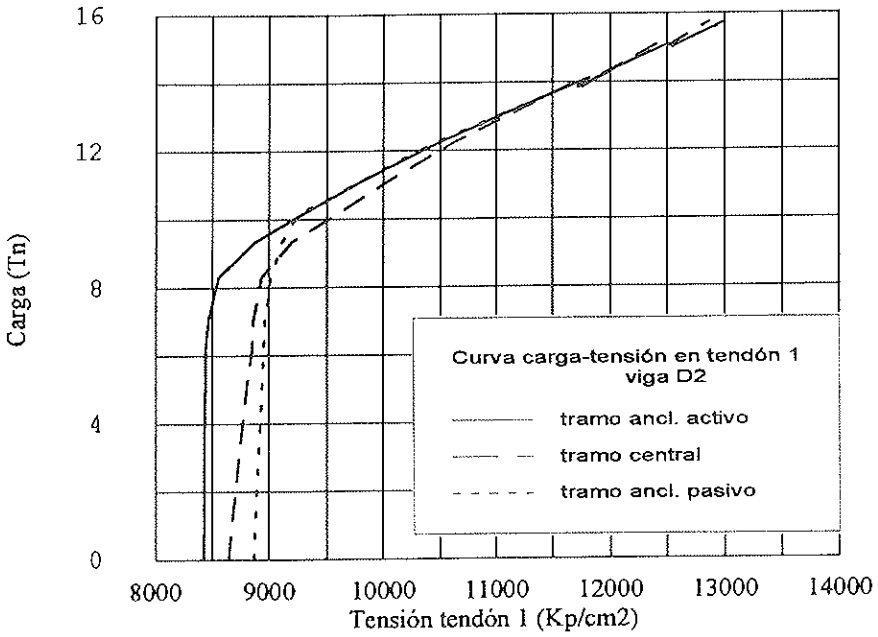


Fig. 9. Curvas cargas-incremento de tensión en el acero de pretensado en uno de los cordones instrumentados de la viga D2. Nótese la diferencia de incremento de tensión de cada tramo de tendón y cómo se igualan las tensiones en rotura debido al deslizamiento en desviadores (Figura 11).

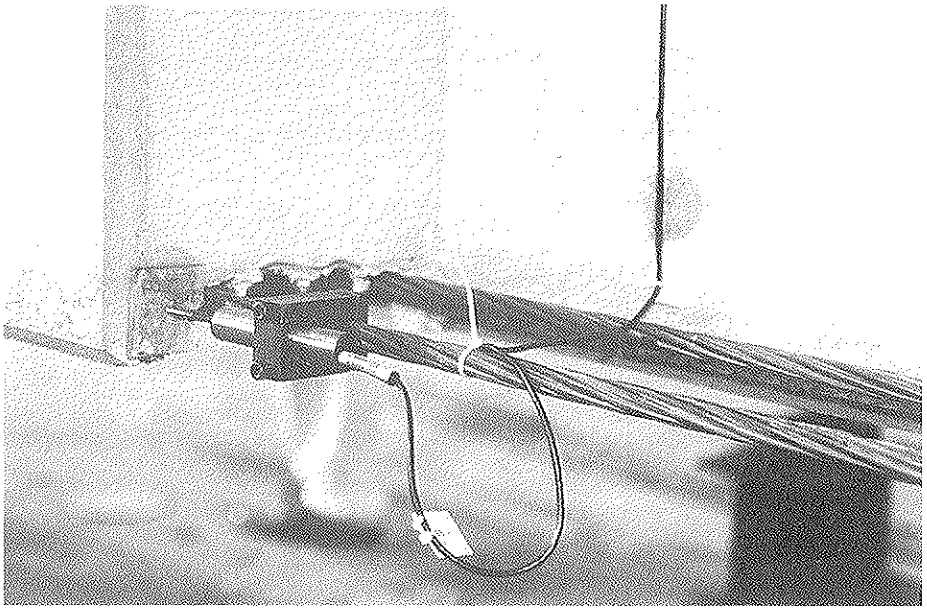


Fig. 10. Posicionamiento de los LVDT para la medición del deslizamiento de los cordones de pretensado en los desviadores.

vigas de dovelas se instrumentaban las juntas críticas mediante Transductores TEMPOSONIC (Figura 13), que permitían seguir la evolución de la apertura de las juntas con las cargas (Figura 14).

4. RESULTADOS DE LOS ENSAYOS CON CARGAS SIMÉTRICAS. ENSAYOS A FLEXIÓN

En la Figura 15 se representa el esquema de cargas del ensayo y las leyes de momen-

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

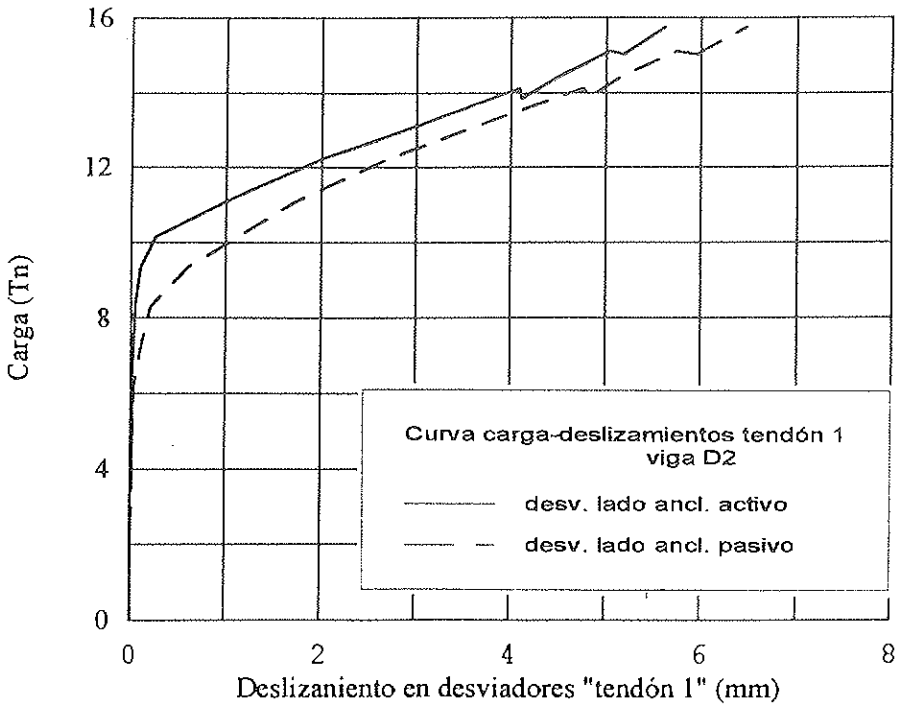


Fig. 11. Curva carga-deslizamiento de un cordón de acero de pretensado en los desviadores de la viga D2.

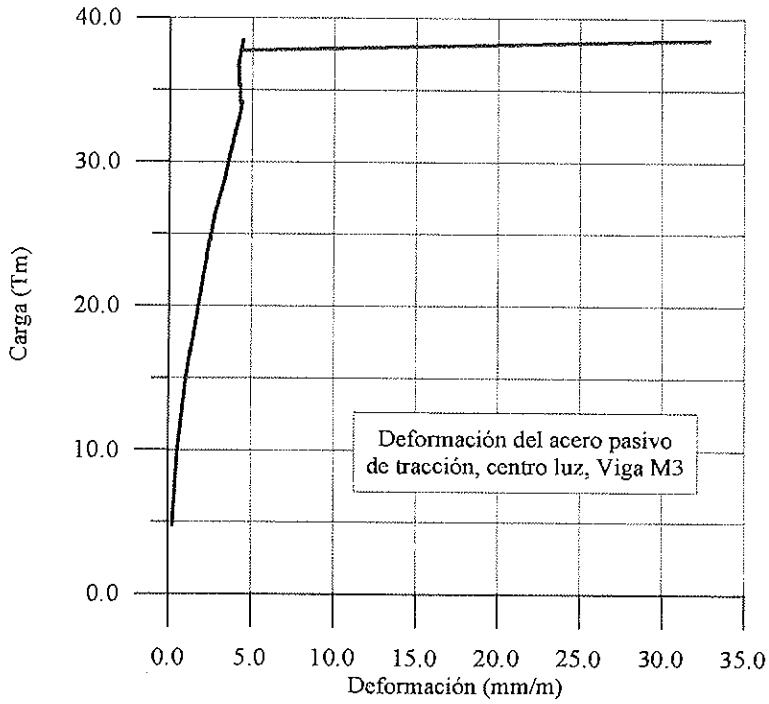


Fig. 12. Medición de deformación del acero pasivo en tracción en las vigas monolíticas. Curva viga M3.

tos y cortantes debidas a las mismas sin considerar el peso propio. En la Tabla 1, autoexplicativa, se resumen los resultados experimentales de los mismos para las tres vigas monolíticas M2, M3, M4 y para la viga de dovelas D2. En los ensayos de algunas vigas, M2, M4, D2, se efectuaron dos ciclos de carga, el primero hasta un noventa por cien-

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

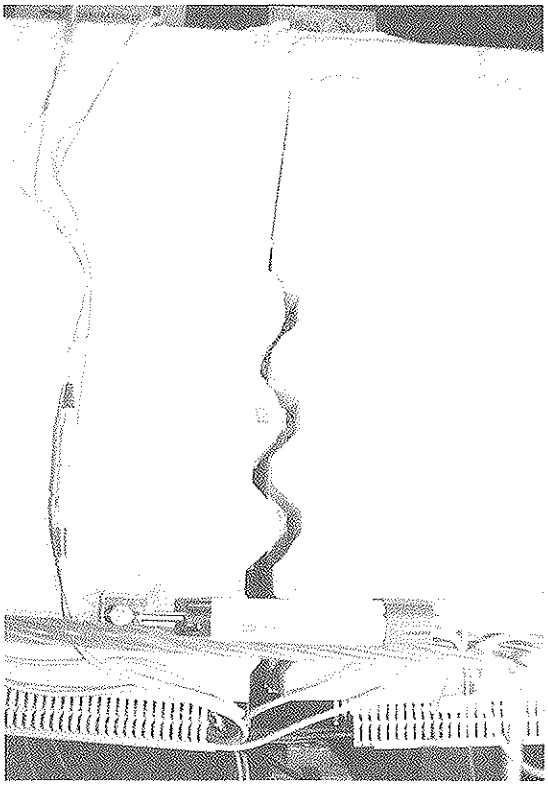


Fig. 13. Transductor de desplazamiento "Temposonic" para la medición de la apertura de las juntas en las vigas de dovelas.

to de la carga última, aproximadamente y, el segundo, hasta la rotura teórica por plastificación de la armadura pasiva longitudinal en las vigas monolíticas y, hasta la rotura física en la viga de dovelas.

En la Tabla 2 se resumen, para cada viga, los valores teóricos previstos según el modelo (10) para la carga última, flecha última e incremento de tensión alcanzado en el acero activo, en las dos hipótesis extremas de deslizamiento libre y deslizamiento impedido.

Del estudio de estas dos tablas podemos concluir:

Para las vigas monolíticas:

0) Las tensiones iniciales de los tendones de pretensado medidas al comienzo de los ensayos no son las mismas debido a las pequeñas variaciones del propio proceso de tesado de cada viga –tensiones iniciales no idénticas, distinta penetración de cuñas–, y al distinto tiempo transcurrido entre su tesado y comienzo del ensayo (pérdidas diferidas).

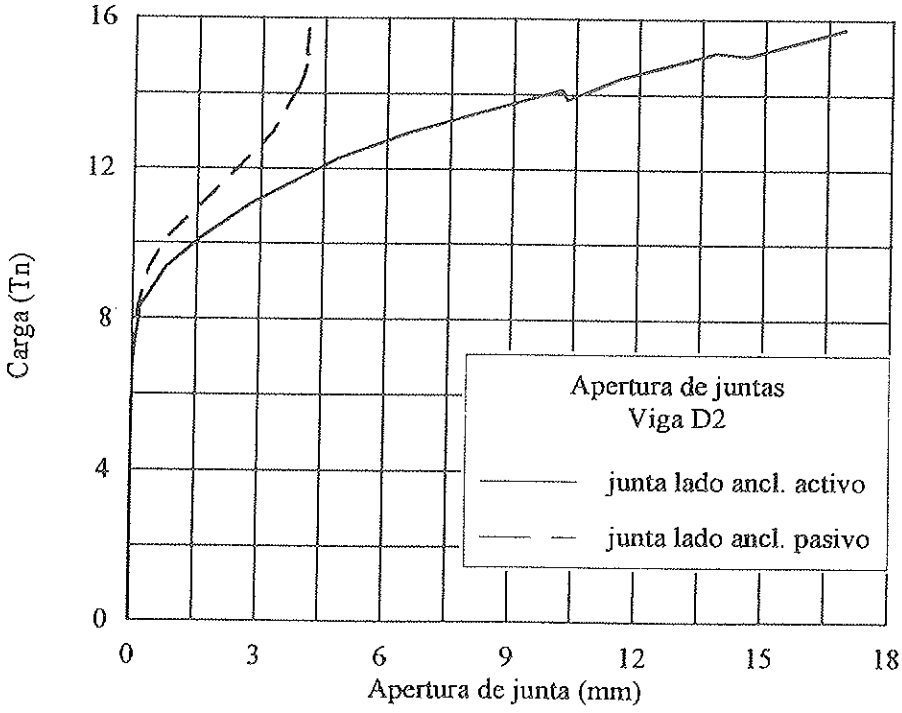


Fig. 14. Curva carga-apertura de junta crítica en el ensayo de la viga de dovelas D2.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Tabla 1. Resultados experimentales de los ensayos a flexión

Definición armadura			Resultados experimentales							
Viga	Ap (1)	As (2)	σ_{PI} (3)	σ_{PU} (4)	$\Delta\sigma_P$ (5)	desliz. (6)	2 Qu exp (7)	f_{ult} exp (8)	ε_{su} (9)	f_{res} (10)
M2	2 x 2 Φ 0.6"	7.04	105[a] 94[b]	147.5 136	42.5 42	3.5/4 3.5/4	2 x 26 Tm	55 mm	0.004	6 mm
M3	2 x 3 Φ 0.6"	7.04	108[a]	150	42	5.8/6.5	2 x 38 Tm	75 mm	0.005	–
M4	2 x 4 Φ 0.6"	7.04	112[a] 114[b]	150 150	38 36	2/4.5 2/4.5	2 x 45 Tm	58 mm	0.0055	5 mm
D2 1er ciclo (≈90% Qu)	2 x 2 Φ 0.6"	0	86[a] 89[b]	130 131	44 42	5.5/6.5 6.0/6.5	2 x 16 Tm	65 mm	17 mm	1mm
D2 2º ciclo			83[a] 86[b]	156 160	73 74	6.2/6.4 5.2/9.1	2 x 18 Tm	100 mm	28 mm	–

(1) Área cordón 0.6", ap = 140 mm².
(2) Armadura pasiva, cm² (2 x 7 Φ 8).
(3) Tensión inicial en los cordones instrumentados, al comienzo del ensayo (Kp/mm²)
Tramo central.
(4) Tensión última alcanzada en los cordones instrumentados (Kp/mm²).
(5) Incremento de tensión: $\sigma_{PU} - \sigma_{PI}$ (Kp/mm²).
(6) Deslizamientos medidos, mm, en los desviadores centrales (izda./dcha.), en la proximidad de la rotura.
(7) Cargas últimas aplicadas en los gatos de ensayo.
(8) Flecha última (mm).
(9) Deformación del acero pasivo (vigas monolíticas).-Apertura de la junta en viga de dovelas.
(10) Flecha residual tras un primer ciclo de carga $Q_1 \approx 0.90$ Qu.

Tabla 2. Valores últimos teóricos de cargas, flechas y variaciones de tensión en distintas hipótesis de deslizamiento en desviadores y de limitación convencional de la deformación de la fibra más traccionada

VALORES TEÓRICOS							
Viga	con deslizamiento libre			con deslizamiento impedido			
	2 Qu	f_{ult}	$\Delta\sigma_p$	2Qu	f_{ult}	$\Delta\sigma_p$	OBSERVACIONES
M2	2 x 25 Tm	60 mm	34 Kp/mm²	2 x 25 Tm	48 mm	41 Kp/mm²	
M3	2 x 35 Tm	62 mm	31 Kp/mm²	2 x 37 Tm	70 mm	43 Kp/mm²	
M4	2 x 43 Tm	68 mm	29 Kp/mm²	2 x 45 Tm	72 mm	40 Kp/mm²	
D2	2 x 13.7 Tm	36,5 mm	33 Kp/mm²	2 x 15 Tm	21.9 mm	43.9 Kp/mm²	deformación en fibra traccionada limitada convenc. a 0.01
D2	2 x 16.7 Tm	73 mm	53.8 Kp/mm²	2 x 17.3 Tm	55.6 mm	65.6 Kp/mm²	id. id no limitada

i) Los incrementos de tensión medidos experimentalmente varían entre los 36 y 42,5 Kg/mm² y son inversamente proporcionales a la cuantía de pretensado.

ii) Con el criterio de rotura definido para detener el ensayo en las vigas monolíticas –plastificación del acero pasivo–, el acero de pretensado no alcanza su límite elástico en ninguno de los ensayos.

iii) En estados avanzados de carga, entre el 40% y el 60% de la carga última, comenzó a producirse deslizamiento del acero activo en los desviadores, alcanzando en la rotura teórica –final del ensayo–, los valores indicados en la Tabla, valores comprendidos entre 3,5 y 6,5 mm. En estos ensayos, con carga simétrica, el deslizamiento en ambos desviadores es parecido, excepto en la viga M4.

iv) El modelo teórico, Tabla 2, predice cargas de rotura muy próximas a la realidad, y ello tanto en las hipótesis de realizar el

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

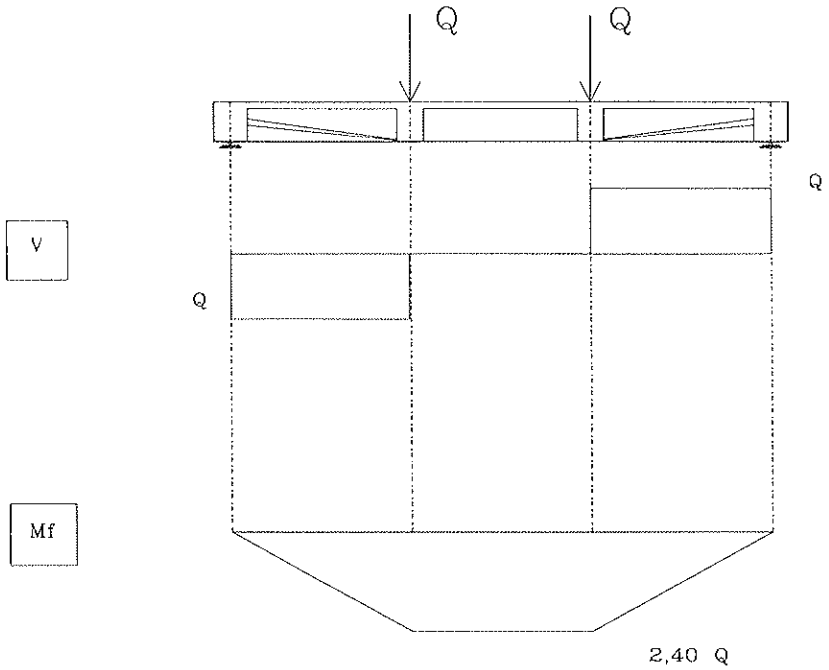


Fig 15. Esquema de cargas utilizado en los ensayos de flexión y leyes de momentos y cortantes debidas a las mismas.

análisis estructural con deslizamiento libre del acero sobre los desviadores, como impedido.

v) Los incrementos de tensión en el acero de pretensado medidos realmente están comprendidos –excepto en la viga M2–, entre los evaluados en el modelo según las hipótesis de deslizamiento libre y deslizamiento impedido, siendo estas hipótesis las que determinan una cota inferior y superior respectivamente del incremento de tensión que puede alcanzarse en la rotura.

vi) Respecto a la viga de dovelas D2, cargada con cargas simétricas, la carga última real, en el segundo ciclo de cargas, se produce para 2 · 18 Tm, con una flecha de 100 mm y una apertura de una de las juntas críticas de 28 mm, medida al nivel donde estaba situado el TEMPOSONIC. En esta situación se producen unos deslizamientos del acero importantes en ambos desviadores (5,2 y 9,1 mm en uno de los cordones instrnmentados y 6,2-6,4 mm en el otro), siendo el incremento de tensión medido de 73 y 74 Kp/mm^2 en la pareja de cordones instrumentados.

vii) El ensayo a flexión se llevó hasta rotura por compresión del hormigón del forjado superior, produciéndose el desborcillamiento total del mismo. A pesar de no limitar convencionalmente el ensayo y de las grandes deformaciones alcanzadas, el acero activo no alcanzó su límite elástico, llegando sólo a los 160 Kp/mm^2. A este nivel de tensión se rompió uno de los alambres de un cordón a la salida de la cuña de anclaje.

viii) Con respecto a las vigas monolíticas M2 y M4, en las que también se realizó un primer ciclo de carga hasta, aproximadamente, el 90% de la carga de rotura, merece la pena destacar que, en la viga de dovelas D2, la flecha residual tras este primer ciclo fue inferior a la flecha residual de las vigas monolíticas en su primer ciclo de carga.

ix) Este ensayo de la viga de dovelas D2 sometida a cargas simétricas fue modelizado mediante la técnica de análisis estructural descrita en (10) en cuatro hipótesis distintas: con deslizamiento libre del acero de pretensado en los desviadores, con deslizamiento impedido y, en cada una de estas hipótesis, limitando convencionalmente la deformación de la fibra más traccionada a un valor 0,01 o sin limitación alguna, siguiendo el análisis estructural hasta que se produce el agotamiento a flexión de una sección por aplasta-

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

miento del hormigón comprimido. Los resultados de esas cuatro hipótesis se recogen en la Tabla 2, donde se puede observar que el modelo queda muy del lado seguro si se limita la deformación de la fibra traccionada al valor convencional comentado.

x) Así pues, una conclusión importante, y que se ve apoyada por los resultados de los ensayos de las vigas DC1 y DC2, como veremos más adelante, es que en los puentes de dovelas carece de cualquier sentido físico y real limitar la deformación de la fibra traccionada al valor convencional del 1%, debiéndose seguir siempre el criterio de definir la curvatura seccional en base a la profundidad de la fibra neutra y la deformación de rotura del hormigón en compresión.

xi) En la Figura 16 se representan las curvas cargas-flechas de la viga D2 obtenida en el segundo ciclo de carga del ensayo, junto con las obtenidas en el modelo teórico para distintas hipótesis. Como allí puede verse, la carga última experimental es más alta que la obtenida con el modelo teórico en cualquiera de las hipótesis efectuadas, y la curva cargas-flechas teóricas que más se parece al modelo real es la obtenida bajo las hipótesis de deformación de la fibra traccionada no limitada y deslizamiento libre del acero de pretensado en desviadores.

xii) En ninguno de estos ensayos con cargas simétricas, el nivel de solicitación máximo a cortante en las vigas alcanzó niveles significativos. En las vigas monolíticas apareció fisuración oblicua en los tercios extremos para niveles avanzados de carga, fisuración que fue controlada mediante los cercos dimensionados para resistir el cortante. En la viga de dovelas D2, las juntas de dovelas

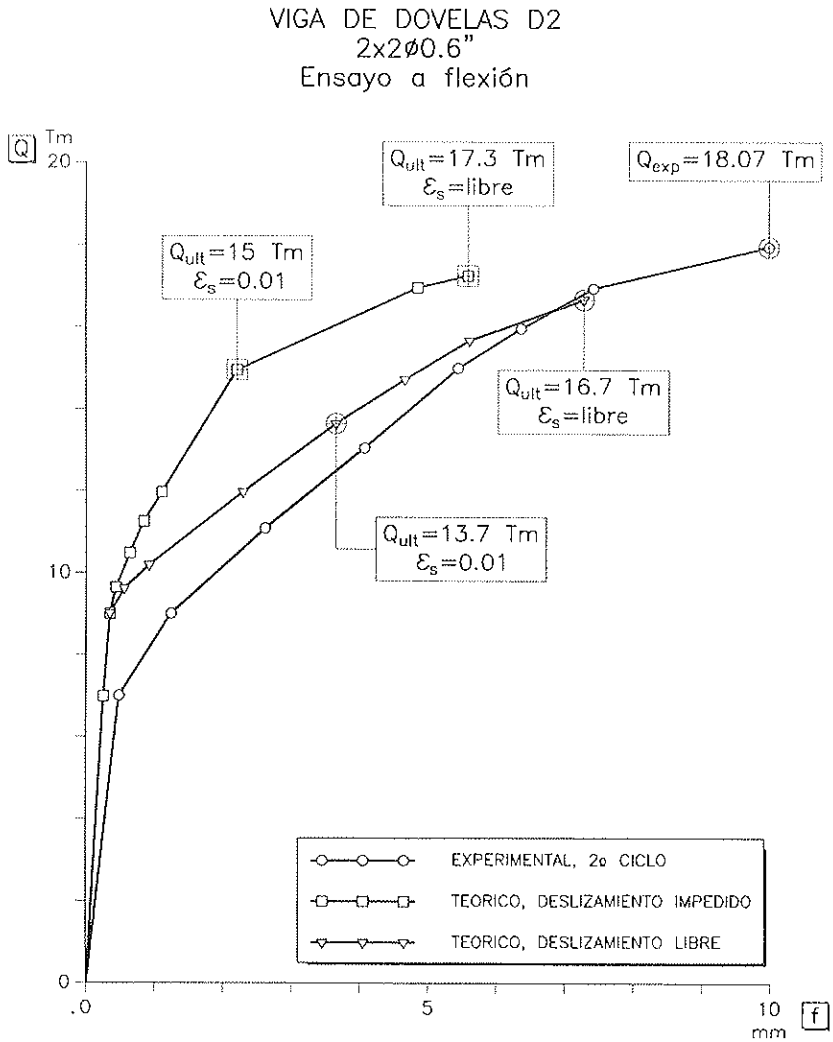


Fig. 16. Curvas cargas-flechas teóricas y experimentales obtenidas para la viga de dovelas D2.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

que se abrieron correspondían a ambas caras de la dovela central número cuatro, juntas que estaban situadas en el tercio central donde el cortante debido a las cargas de ensayo es nulo.

5. RESULTADOS DE LOS ENSAYOS DE VIGAS DE DOVELAS CON CARGAS ASIMÉTRICAS (ENSAYOS A CORTANTE-FLEXIÓN)

En la Figura 17 se representan los esquemas de cargas de ambos ensayos y sus correspondientes leyes de momentos flectores y cortantes debidas a las mismas sin considerar el peso propio de las vigas. En las Tablas 3 y 4, autoexplicativas, se resumen los resultados experimentales de los mismos para las dos vigas DC1 (una carga) y DC2 (dos cargas). En estas Tablas se expresa, para los niveles de carga de inicio del ensayo (sólo peso propio), carga de descompresión y proximidad de carga última, los esfuerzos de solicitación, la tensión medida en el acero de pretensado, los momentos de descompresión y/o últimos y el cortante último respuesta evaluado según cuatro métodos, y ello para las juntas de dovelas (b) y (a) de la viga DC1 y (c), (b) y (a) de la viga DC2 (Anejo I).

En la Tabla 5 se resumen, para cada viga, los valores últimos experimentales de la carga última, flecha última e incremento de tensión alcanzado en el acero activo, junto con los resultados teóricos previstos según el modelo [10] para las dos hipótesis extremas de deslizamiento libre y deslizamiento impedido sin limitar convencionalmente la deformación de la fibra más traccionada a valor alguno.

Del análisis de las tablas anteriores destacaremos:

i) La evolución de la apertura de las juntas en el ensayo puede ser seguida con precisión mediante un modelo de cálculo racional que evalúe los momentos de descompresión –(a partir de la tensión en el acero activo experimentalmente medida)– y de solicitación.

ii) Así, en la viga DC1, la junta (b) se abre para un nivel de carga de ensayo de aproxi-

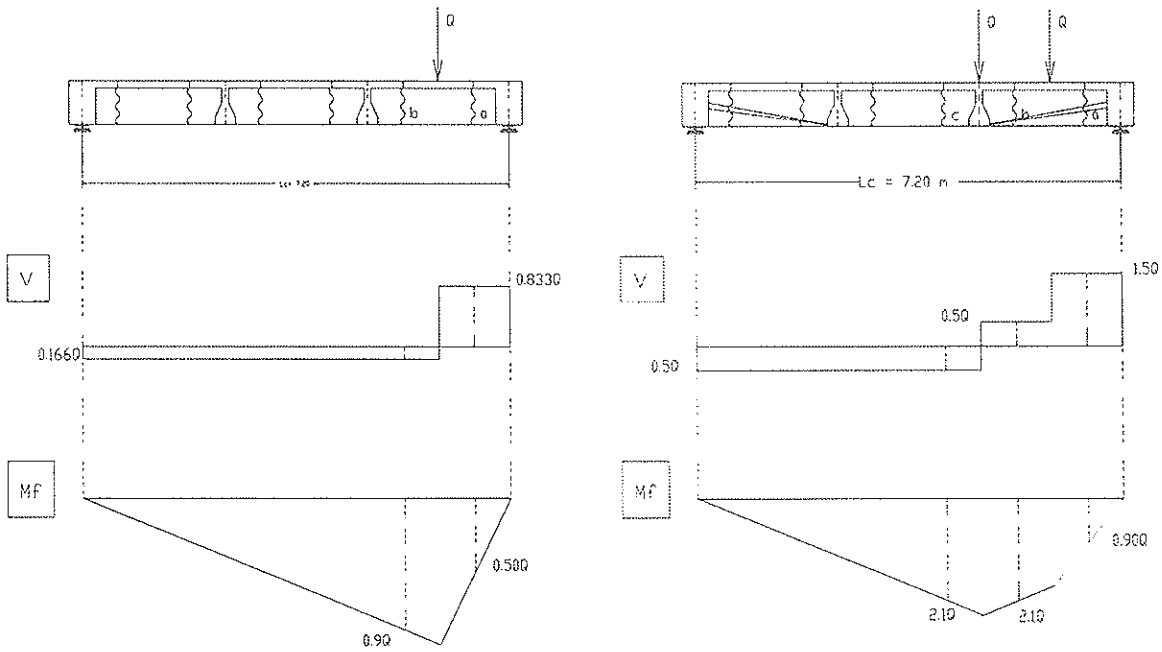


Fig. 17. Esquemas de cargas utilizados en los ensayos de vigas de dovelas con cargas asimétricas y leyes de esfuerzos debidas a los mismos.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Tabla 3. Resultados experimentales, en tres niveles de carga, en las juntas (b) y (a) de la viga de dovelas DC1

ENSAYO FLEXIÓN/ CORTANTE		VIGA DC1
1 x Q (Tm)	Junta (b)	Junta (a)
1 x 0 (Sólo peso propio y pretensado)	M_{sol} = 3.28 m Tm V_{sol} = 1.22 Tm σ_p = 96 Kp/mm²	M_{sol} = 1.34 m Tm V_{sol} = 2.03 Tm σ_p = 96 Kp/mm²
1 x 20 Tm próximo a descompresión	M_{sol} = 21.28 m Tm V_{sol} = –2.12 Tm $\sigma_p \simeq$ 96 Kp/mm² M_{des} = 21.00 m Tm	M_{sol} = 11.34 m Tm V_{sol} = 18.96 Tm $\sigma_p \simeq$ 96 Kp/mm² M_{des} = 12.25 m Tm
	$M_{sol} > M_{des}$: JUNTA ABIERTA	$M_{sol} < M_{des}$: JUNTA CERRADA
1 x 35 Tm proximidades de rotura Modo de rotura: FLEXIÓN:	M_{sol} = 34.78 m Tm V_{sol} = –4.63 Tm $\sigma_p \simeq$ 130 Kp/mm² $\Delta\sigma_p$ = 34 Kp/mm² *$M_{u,res}$ = 34.80 m Tm *$V_{u,rep}^{(1)} \geq$ 8.49 Tm $f_{max} \simeq$ 40 mm desliz. = 2.5/8 mm	M_{sol} = 18.84 m Tm V_{sol} = 31.18 Tm $\sigma_p \simeq$ 130 Kp/mm² $\Delta\sigma_p$ = 34 Kp/mm² $M_{u,res}$ = 22.93 m Tm $M_{desc} \simeq$ 16.60 m Tm $V_{u,rep}$ = 35.5 ÷ 63 Tm (**) **En rotura:** $M_{sol} > M_{desc}$ apertura junta ≃ 0.1/0.2 mm

Notas: * valores calculados a partir de datos experimentales
** ver Anejo (1)

Tabla 4. Resultados experimentales, en tres niveles de carga, en las juntas (c), (b), (a) de la viga de dovelas DC2

ENSAYO FLEXIÓN/ CORTANTE			VIGA DC2
2 x Q (Tm)	Junta (c)	Junta (b)	Junta (a)
2 x 0 (Sólo peso propio y pretensado)	M_s = 4.25 m Tm Vs = 0.41 Tm σ_p = 80 Kp/mm²	M_s = 3.28 m Tm Vs = 1.22 Tm σ_p = 80 Kp/mm²	M_s = 1.34 m Tm Vs = 2.03 Tm σ_p = 80 Kp/mm²
2 x 7 Tm próximo a descompresión	Ms = 18.95 m Tm Vs = –3.09 Tm σ_p = 80 Kp/mm² M_{des} = 20.56	Ms = 17.98 m Tm Vs = 4.72 Tm σ_p = 80 Kp/mm² M_{des} = 17.02	Ms = 7.64 m Tm Vs = 12.53 Tm σ_p = 80 Kp/mm² M_{des} = 10.04
	Ms < M_{des}: NO ABRE	**Ms > M_{des}: ABRE**	Ms < M_{des}: NO ABRE
2 x 17 Tm proximidades de rotura	Ms = 35.95 m Tm Vs = –8.09 Tm $\sigma_p \simeq$ 150 Kp/mm² $\Delta\sigma_p$ = 70 Kp/mm² $M_{u,res}$ = 46.90 m Tm $V_{u,rep}^{(1)}$ = 9.80 Tm f_{max} = 58 mm desliz. = 4/20 mm	Ms = 38.98 m Tm Vs = 9.72 Tm $\sigma_p \simeq$ 150 Kp/mm² $\Delta\sigma_p$ = 70 Kp/mm² $M_{u,res}$ = 39.10 m Tm $V_{u,rep}^{(1)}$ = 9.80 Tm $\left.\begin{array}{l} M_{sol} \simeq M_{u,resp.} \\ V_{sol} \simeq V_{u,resp.} \end{array}\right\}$ **ROMPE**	Ms = 16.64 m Tm Vs = 27.53 Tm $\sigma_p \simeq$ 150 Kp/mm² $\Delta\sigma_p$ = 70 Kp/mm² $M_{descomp.}$ (σ = 150 Kp/mm²) = = 18.82 m Tm Ms < M_{des} NO ABRE τ_{sol} = 27.53/(2x0.10x0.55) τ_{sol} = 250 Tm/m² (conv.) $V_{u,resp} \simeq$ 57 ÷ 102 Tm (**)

Notas: ** ver Anejo (1)

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

madamente 20 Tm, siguiendo la junta (a) cerrada hasta proximidades de rotura, que sucede por flexión en la junta (b), para 35 Tm.

iii) En este nivel de cargas, la junta (a) presenta un cortante exterior de solicitación de 31,18 Tm, compensado por un cortante de pretensado de 9,86 Tm, calculado a partir de la tensión medida en el acero de pretensado. Considerando la parte de sección que no es colaborante a cortante por estar fisurada ($M_{sol} > M_{desc}$), el cortante último respuesta que puede evaluarse según los cuatro métodos expuestos en el Anejo oscila entre 30,1 y 66,7 Tm.

iv) En la viga DC2, el estado límite de descompresión se alcanza en la junta (b) para un nivel de carga de, aproximadamente, 2 · 7 Tm. A medida que crecen las cargas la junta se abre y el cortante se va transfiriendo desde las llaves traccionadas, que por perder contacto físico dejan de funcionar, hacia las llaves superiores más comprimidas, y luego al forjado superior (Figura 18). La rotura ocurre en esta junta para una carga aproximada de 2 · 17 Tm, por aplastamiento del hormigón en compresión de la cabeza superior quien, debido a la pequeña profundidad de la fibra neutra es la que también está transmitiendo el cortante por rozamiento. El fallo del hormigón ocurre pues por solicitación combinada de compresión y cortante (Figuras 19 y 20).

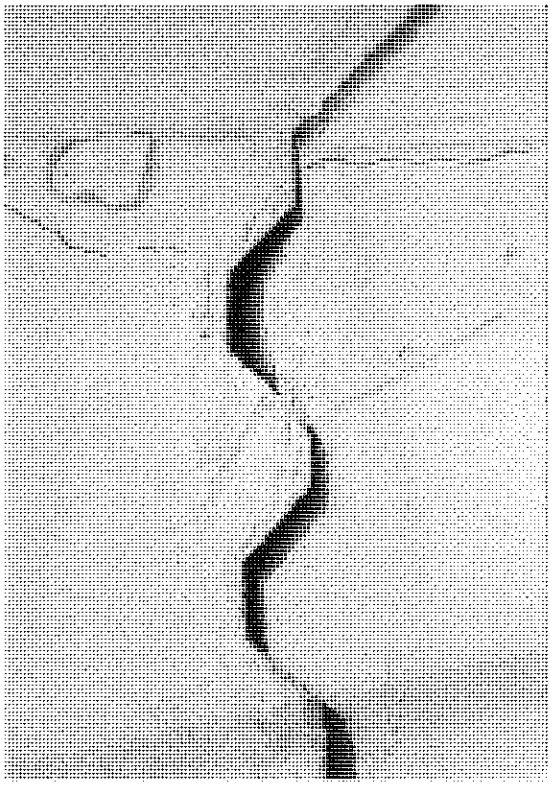


Fig. 18. Transferencia de cortante entre dovelas yuxtapuestas por una junta seca pretensada. Con toda la junta comprimida, todas las llaves actúan. A medida que la junta se abre por flexión, las llaves de cortante próximas al borde traccionado pierden apoyo y la transferencia a cortante se efectúa por las llaves superiores.

Tabla 5. Valores experimentales y teóricos de las cargas, flechas e incrementos de tensión en el acero de pretensado en la situación última de las vigas DC1 yDC2

Viga	VALORES EXPERIMENTALES					
	Qu	**F_{ult}**	**σ_{po}**	**σ_{pu}**	**$\Delta\sigma_p$**	**deslizamiento último**
DC1	1 x 35 Tm	40 mm	96 Kp/mm²	130 Kp/mm²	34 Kp/mm²	2.5/8 mm
DC2	2 x 17 Tm	58 mm	80 Kp/mm²	150 Kp/mm²	70 Kp/mm²	4/20 mm

Viga	VALORES TEÓRICOS (con ε_s libre)									
	deslizamiento libre (σ en Kp/mm²)					deslizamiento impedido (σ en Kp/mm²)				
	Qu	**F_{ult}**	**σ_{po}**	**σ_{pu}**	**$\Delta\sigma_p$**	**Qu**	**F_{ult}**	**σ_{po}**	**σ_{pu}**	**$\Delta\sigma_p$**
DC1	1 x 29.60 Tm	17.7 mm	97.4	112.1	14.7	1 x 33.5 Tm	13.4 mm	97.4	126	28.6
DC2	2 x 10.10 Tm	13.7 mm	80.6	92.6	12	2 x 13.6 Tm	24.2 mm	80.6	121	40.4

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

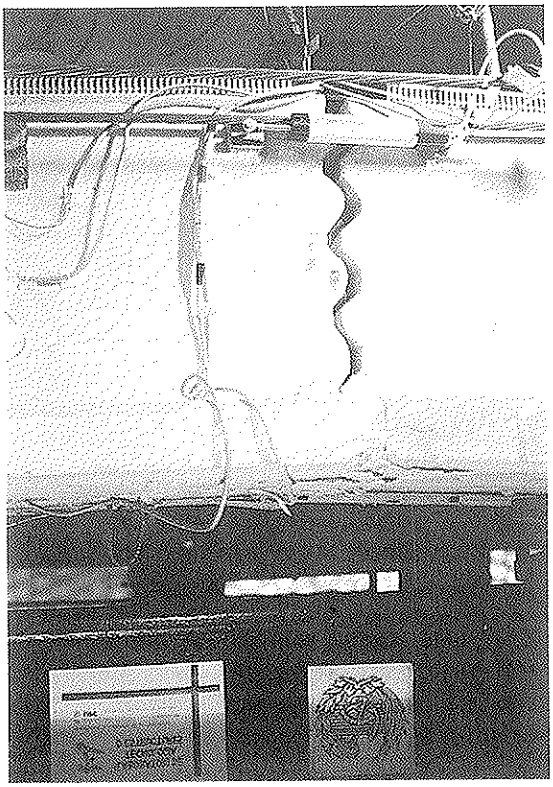


Fig.19. Aspecto de la rotura de la viga DC2.

v) En la Tabla 5 se recogen para ambas vigas DC1 y DC2 los valores experimentales obtenidos para la carga última, flecha última, tensiones de los cordones de pretensado al inicio del ensayo y última, variación de tensión alcanzada en el acero de pretensado desde servicio a rotura y deslizamientos medidos en cada desviador. Asimismo, se recogen los valores teóricos deducidos del análisis estructural llevado a cabo con el modelo [10] en las hipótesis de deslizamiento libre e impedido de los tendones de pretensado en los desviadores, análisis efectuado en la hipótesis de no limitar la deformación de la fibra más traccionada como ya hemos indicado.

vi) Como puede verse en la tabla anteriormente mencionada, las variaciones de tensión medidas en la rotura de ambas vigas son de 34 y 70 Kp/mm^2, crecen conforme lo hacen las flechas y, en ninguna de las vigas, el acero de pretensado llega a alcanzar el límite elástico.

vii) En estos ensayos con cargas disimétricas, siguen existiendo deslizamientos entre el acero de pretensado y los desviadores, pero estos deslizamientos son más altos en el desviador más próximo a la carga (8 y 20 mm en las vigas DC1 y DC2, respectivamente) que en el otro desviador (2,5 y 4 mm, respectivamente).

viii) En ambos ensayos las cargas últimas alcanzadas, las flechas últimas y los incrementos de tensión realmente medidos son superiores a los que pueden predecirse en el

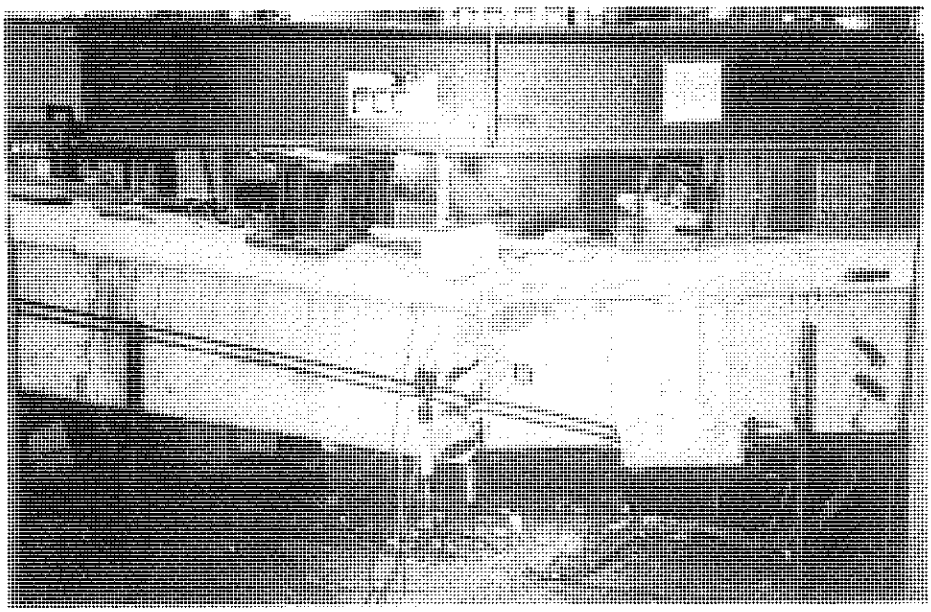


Fig. 20. Vista de la viga DC2 tras su rotura física.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

modelo en hipótesis de deslizamiento libre o impedido, por lo que las hipótesis efectuadas en [10] para la modelización de los puentes de dovelas con juntas secas quedan del lado seguro, al tiempo que se obtiene una precisión que, aunque menor que en el caso de cargas simétrico, sigue siendo muy válida a efectos prácticos.

ix) Cabe observar cómo las flechas evaluadas por el modelo en su último escalón de cálculo –rotura teórica–, se quedan lejos en este caso de las flechas reales alcanzadas, así como de las cargas últimas reales. Esto es debido a que se producen "situaciones de cálculo" que el método de Newton-Raphson no es capaz de sobrepasar, debido a la gran apertura de junta y muy escasa profundidad de la fibra neutra.

6. CONCLUSIONES

En los dos puntos anteriores hemos tratado ampliamente las conclusiones de cada tanda de ensayos por lo que aquí sólo vamos a enfatizar los aspectos más importantes:

i) El modelo teórico de análisis no lineal elaborado en [10] y descrito también en [11], predice, con bastante precisión y siempre del lado seguro, las cargas últimas a flexión, tanto de vigas monolíticas como de dovelas con pretensado exterior.

ii) Aunque cuando se publicaron los trabajos [5] y [6] teníamos ya resultados experimentales que los avalaban, podemos confirmar ahora públicamente que ambos documentos pueden emplearse con total confianza en lo que a determinación de la seguridad frente a rotura por flexión se refiere, dentro del ámbito de validez definido en los mismos.

iii) En los puentes de dovelas conjugadas con llaves de cortante múltiples y juntas secas, carece de sentido físico alguno limitar la situación de agotamiento a flexión a la definida convencionalmente por una deformación seccional de la fibra más traccionada de valor 1%. Los ensayos demuestran que las cargas últimas así evaluadas son demasiado conservadoras, por lo que la situación de rotura a flexión viene condicionada por la deformación última del hormigón en compresión y la profundidad de la fibra neutra en rotura.

iv) Respecto a la respuesta a cortante, aunque ninguno de los ensayos se planteó para romper predominantemente así, la campaña experimental pone de manifiesto varias cosas: la fenomenología del mecanismo resistente, la importante interacción en la respuesta entre el cortante y el flector, la magnífica respuesta a cortante de las juntas que no se abren y la necesidad de mayor investigación sobre el particular, dada la enorme discrepancia que se obtiene en la evaluación de las respuestas según las teorías existentes (Anejo 1).

7. AGRADECIMIENTOS

La construcción de todas las vigas, su transporte al laboratorio y la fabricación del pórtico metálico de carga lo realizó gentilmente la empresa FCC. El suministro de acero de pretensado y el tesado de la primera viga, M2, fue llevado a cabo, también gratuitamente, por BBR. Todo el material científico de los ensayos fue financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia con cargo al Proyecto PB-90-0612 de la DGICYT. A todos ellos nuestro agradecimiento.

De una forma muy particular queremos reconocer la labor de nuestro director del Laboratorio de Tecnología de Estructuras, Dr. Ravindra Gettu y de los técnicos del mismo, señores Miguel Ángel Martín y Carlos Hurtado, sin cuya colaboración los ensayos aquí descritos no hubieran sido posibles.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Anllo Rodríguez, M. *Análisis experimental hasta rotura de vigas de Hormigón con pretensado exterior*. Tesina de Especialidad. E.T.S. de Ingenieros de Caminos de Barcelona, U.P.C. Barcelona, 1996.

[2] Aparicio, A.C.; Ramos, G. *Pretensado exterior en Puentes de Carretera.-(I) Estado actual de la técnica*. Serie Monografías. Dirección General de Carreteras. Centro de Publicaciones. Ministerio de Fomento. Madrid, 1993.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

[3] Aparicio, A.C.; Ramos, G.; Casas, J.; Gómez, D. *Programa de ensayos a rotura de vigas de hormigón con pretensado exterior.* Hormigón y Acero, n.º 194, pp. 53-60. Asociación Técnica Española del Pretensado. Madrid, 1994.

[4] Aparicio, A.C. *Presente y futuro de los puentes de hormigón con pretensado exterior.* Cemento y Hormigón, n.º 748, agosto, 1995, pp. 840-865. IECA, Barcelona, 1995.

[5] Aparicio, A.C.; Ramos, G. *Pretensado Exterior en Puentes de Carretera.-II Recomendaciones para la verificación de la seguridad frente a rotura por flexión.* Serie Normativas. Instrucciones de Coustrucción. Dirección General de Carreteras. Centro de Publicaciones. Ministerio de Fomento. Madrid, 1996.

[6] Asociación Técnica Española del Pretensado. *Proyecto y Construcción de Puentes y Estructuras con Pretensado Exterior.* Manuales de la ATEP, Estructuras y Edificación. ATEP, Colegio ICCP, Instituto de la Construcciónu Eduardo Torroja. Madrid, 1996.

[7] Corven, J.A. *Overview on External Prestressing in the World. Application in North America.* External Prestressing in Structures, pp. 43-52. Association Française pour la Construction. París, 1993.

[8] Gómez Valbuena, D. *Ensayos a rotura de vigas de hormigón con pretensado exterior.* Tesina de Especialidad. E.T.S. de Ingenieros de Cauinos de Barcelona, U.P.C. Barcelona, 1995.

[9] Ramírez, G.; Breen, J.E. et al. *Shear Strength of Segmental Structures.* External Prestressing in Strnctures, pp. 287-296. Association Frauçaise pour la Construction. París, 1993.

[10] Ramos Schneider, G. *Estudio del comportamiento en servicio, prerrotura y rotura de puentes de hormigón con pretensado exterior.* Tesis Doctoral. E.T.S. de Ingenieros de Caminos de Barcelona, U.P.C. Barcelona, 1994.

[11] Ramos, G.; Aparicio, A.C. *Análisis hasta rotura de puentes de hormigón con pretensado exterior.* Hormigón y Acero, n.º 192, pp. 37-44. Asociación Técnica Española del Pretensado. Madrid, 1994.

[12] Virlogeux, M. *La conception et la construction des ponts à Précontrainte Extérieur au Béton.* Annales de l'I.T.B.T.P., nov-dec, 1991. París, 1991.

RESUMEN

En el artículo se presentan los resnltados de los ensayos hasta rotura de seis vigas de hormigón con pretensado exterior realizados en el Laboratorio de Tecnología de Estructuras de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos de Barcelona. Las seis vigas son isostáticas, de un solo vano de 7,20 m de luz, de sección trausversal en cajón y de 60 cm de canto. Tres de ellas son monolíticas y disponen de una cierta armadura pasiva longitudinal, mientras que las otras tres están formadas por dovelas prefabricadas, con juntas conjugadas con llaves de cortante múltiples, unidas por un pretensado exterior y con juntas secas, es decir sin niugún tipo de mortero o resina epoxi. Los ensayos se plantean variando la cuantía de pretensado y la forma de rotura de cada viga, midiéndose mediante la instrumentación adecuada los parámetros más importantes que caracterizan la respuesta estructural: flechas, incrementos de tensión en el acero de pretensado, deslizamiento del mismo en los desviadores, apertura de las juntas entre dovelas y cargas últimas alcanzadas en el ensayo. Los resultados se comparan con los modelos de análisis teórico disponibles y se discuten las discrepancias.

SUMMARY

The paper shows the results obtained in the tests up to failure of 6 box-girder beams with external prestressing carried out in the Structural Engineering Laboratory of the School of Civil Engineering of Barcelona. The beams are simply supported, with 7.20 m span and 0.6 m depth. Three beams are cast in place and the other three are segmentally built with precast elements assembled together through multiple dry (without epoxy resin) shear keys and external prestressing.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

The different tests are designed with different amount of external prestressing and failure modes (bending or shear). The experimental set-up used enables the continuous monitoring of the most important variables during the tests to failure: deflections, stress increments in reinforcing and prestressing steel, relative slip of tendons at the deviators, joint and crack opening, and ultimate load. The experimental results from the test are compared with the values derived with the theoretical models available. The observed differences between experimental and model results are discussed.

ANEJO 1

Resumen del estado actual del conocimiento sobre la capacidad portante última a cortante de juntas secas de dovelas conjugadas de puente, con llaves de cortante múltiples, y su aplicación a los presentes ensayos.

El cortante respuesta de una junta seca puede escribirse:

$$V_{Resp} = \mu\, C_w + c \cdot \Sigma b_w \cdot d_k$$

μ = coeficiente de rozamiento entre hormigones en juntas secas.

C_w = Resultante del bloque de las compresiones alojado en las almas.

c = valor de la "cohesión". Fenomeno ficticio, que viene relacionado por la capacidad de resistir a cizallamiento las llaves de cortante, lo que SÓLO ES POSIBLE SI ESTÁN EN CONTACTO FÍSICO unas contra otras (ver Foto 18).

Σb_w = Suma de los anchos del alma.

d_k = Profundidad (depth) de la zona en que las llaves (keys) de cortante trabajan.

$A_w = \Sigma b_w \cdot d_k$

REVISIÓN DE LA BIBLIOGRAFÍA [9]

Autor	Coeficiente de rozamiento μ	"Cohesión" c (psi)
FOURÉ	1.40	$4.875\sqrt{f_c}$
BAKHOUM	1.36	$7.80\sqrt{f_c}$
BREEN	$0.017\sqrt{f_c}$	$1.20\sqrt{f_c}$
ACI (cortante fricción)	0.60	—

f_c en psi

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

VIGA DC 1

Capacidad última a cortante de la junta (a)

- situación: casi cerrada
- $M_{sol} = 18.84$ m Tm $\simeq M_{des} = 16.60$ m Tm
- $A_p\,\sigma_{pu} = 72.80$ Tm
- Profundidad fibra neutra x = 0.291 m
- $d_k = 0.291$ m
- Área de almas comprimida $A_w = 0.0582$ m²
- Compresión total s/almas $C_w = 26.78$ Tm

$$\mathbf{V_{u,resp} = \mu C_w + cA_w = V_\mu + V_c}$$

Valores extremos $V_{u,resp}$	μ	Rozamiento $V\mu$	c (M Pa)	Cohesión V_c	Suma V_{TOT}
ACI	0.60	16.10 Tm	2.41 M Pa(*)	14.0 Tm	30.1 Tm
FOURÉ	1.40	37.49 Tm	2.41 M Pa	14.0 Tm	51.5 Tm
BAKHOUM	1.36	36.42 Tm	3.86 M Pa	22.46 Tm	58.9 Tm
BREEN	1.202	32.18 Tm	5.94 M Pa	34.57 Tm	66.7 Tm

(*) Valor de c tomado de FOURÉ

VIGA DC 2

Capacidad última a cortante en juntas secas

***Junta a*:**

- Situación: cerrada ($M_{sol} < M_{desc}$).
- $A_p\,\sigma_{pu} = 84$ Tm
- Profundidad fibra neutra x = 0.55 m
- ($d_k = 0.55$ m)
- Área de almas comprimida $A_w = 0.11$ m²
- Compresión total s/almas $C_w = 37.3$ Tm

$$\mathbf{V_{u,resp} = \mu C_w + cA_w = V_\mu + V_c}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Evaluación según distintos autores

Valores extremos $V_{u,resp.MIN}^{(2)}$	μ	Rozamiento Vμ	c	Cohesión V_c	Suma V_{TOT}
ACI	0.60	22.83 Tm	2.41 M Pa(*)	26.51 Tm	48.89 Tm
FOURÉ	1.40	52.22 Tm	2.41 M Pa	26.51 Tm	78.73 Tm
BACKHOUM	1.36	50.73 Tm	3.86 M Pa	42.46 Tm	93.19 Tm
BREEN	1.202	44.83 Tm	5.94 M Pa	65.34 Tm	110.17 Tm

(*) Valor de c tomado de FOURÉ

Junta c:

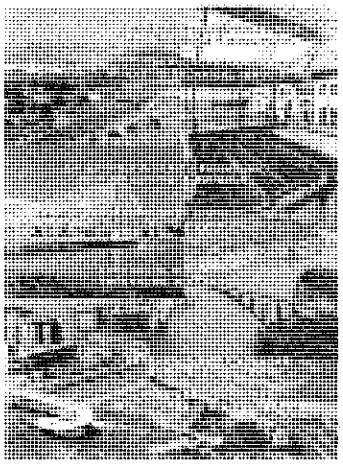
- Situación: abierta ($M_{sol} > M_{desc}$).
- $A_p\ \sigma_{pu} = 84$ Tm
- Profundidad fibra neutra x = 0.023 m
- $d_k = 0.023$
- Compresión total s/almas $C_w = 14$ Tm

$V_{u,resp.}$	μ	V_μ (Tm)	c (M Pa)	V_c (Tm)	V_{TOT} (Tm)
ACI	0.60	8.40	2.41	≃ 0	8.40
FOURÉ	1.40	19.60	2.41	≃ 0	19.60
BACKHOUM	1.36	19.04	3.86	≃ 0	19.04
BREEN	1.202	16.83	5.94	≃ 0	16.83

CONCLUSIÓN

Los valores teóricos de la respuesta varían en una relación de 1 a 2 según el método de cálculo empleado. En nuestra opinión, creemos que es necesaria una mayor experimentación sobre la capacidad de transferencia de cortante en juntas secas conjugadas, tanto a esfuerzo cortante puro, como a cortante combinado con flexión.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025



NUEVA PUBLICACIÓN DE ACHE

"REALIZACIONES ESPAÑOLAS DE PUENTES Y EDIFICIOS"

En abril de 1998 se ha culminado el proceso de fusión entre la Asociación Técnica Española del Pretensado (ATEP) y el Grupo Español del Hormigón (GEHO) siguiendo los pasos de las dos asociaciones internacionales Federación Internacional del Pretensado (FIP) y Comité Europeo del Hormigón (CEB) de las que eran representantes nacionales respectivamente. La nueva Asociación Científica del Hormigón Estructural (ACHE) tiene el gusto de presentar este volumen número VI de "Realizaciones Españolas de Puentes y Edificios" como venía siendo la tradición de ATEP.

De acuerdo con los fines de ACHE, las realizaciones que se muestran en este libro son estructuras de hormigón estructural en general, bien sea armado, pretensado o mixto. En cualquier caso se recoge en este volumen VI una serie de realizaciones construidas entre 1994 y 1997 del máximo interés técnico. Tal vez este período se caracteriza por ser inmediatamente posterior al de la Expo'92 en Sevilla, y de los Juegos Olímpicos de Barcelona, con un gran número de construcciones singulares. Así, este período pone de manifiesto una cierta calma y un cierto orden en la construcción que sigue a aquel de estructuras singulares del período anterior.

Los interesados en adquirir esta publicación, cuyo precio es de 5.000 pesetas (IVA incluido), para los Miembros de ACHE y 6.000 pesetas (IVA incluido), para los no Miembros, deberán dirigirse a:

ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL

Apartado de Correos 19002
28080 MADRID
Tel. y Fax: 91 766 07 03

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Pasarelas peatonales atirantadas con barras

Antonio R. Marí Bernat
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
Catedrático de la ETS. Ingenieros de Caminos de Barcelona,
Universidad Politécnica de Cataluña.
Jaume Llongueras Mestres
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Director Técnico de CICSA.
Diego Cobo del Arco
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.
Prof. Asociado de la ETS. Ingenieros de Caminos de Barcelona.
Universidad Politécnica de Cataluña

INTRODUCCIÓN

La vistosidad y eficiencia estructural de los sistemas atirantados, unido a las posibilidades actuales de la tecnología de tirantes, han estimulado el proyecto de este tipo de soluciones estructurales, no sólo para puentes de grandes luces sino también para pasarelas peatonales. En este último caso concurren una serie de circunstancias específicas, como son:

- El peso propio puede ser comparable al valor de la sobrecarga, especialmente si se plantea un tablero ligero metálico o mixto.
- Las dimensiones de la pila son bastante menores que en puentes atirantados dedicados al paso de tráfico rodado, lo que puede complicar la ubicación de los anclajes en ella.
- La carga que recibe cada tirante suele ser pequeña, dado que el ancho de las pasarelas también lo es. Ello es especialmente cierto si se plantea una solución en doble tirante para eliminar las torsiones en el tablero.
- El coste de los tirantes y anclajes es relativamente alto en relación al coste de la pasarela, si se compara con puentes de grandes dimensiones. Por ello, un número elevado de tirantes puede encarecer la solución, además de complicar el proyecto de las zonas de anclaje.

Por otra parte, existen una serie de condiciones de carácter estructural que hay que satisfacer específicamente en el proyecto de este tipo de pasarelas, como son las siguientes:

- La tensión en cada tirante, en estado permanente, debe superar un valor mínimo, para evitar que sea perceptible la forma de la catenaria generada por su peso propio.
- Debe limitarse superiormente la variación de tensión de cada tirante, debida a la acción de la sobrecarga, así como la tensión máxima, para evitar problemas de fatiga.
- La flecha producida por la sobrecarga debe limitarse superiormente a una fracción de la luz, para evitar un exceso de flexibilidad de la estructura.
- Las frecuencias propias asociadas a los primeros modos de vibración de la estructura, deben alejarse del intervalo comprendido entre los 1,6 y 2,4 Hz, que parecen corresponder a las usuales de paso de peatones.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

- El tamaño de los tirantes está limitado superiormente por el tamaño de los anclajes (función de la geometría de la pila) y por el tipo de tirante que se desee utilizar (cable o barra).

Todo lo anterior sugiere que, bajo un punto de vista económico, sería deseable encontrar una solución que, con un mínimo número de tirantes de tamaño limitado superiormente, satisfaciera los requisitos estructurales anteriores.

La solución más frecuentemente utilizada para un tirante es el tendón constituido por cordones de acero pretensado, o bien el cable cerrado. Sin embargo, las barras pretensadas pueden constituir una alternativa adecuada técnicamente y competitiva económicamente, cuando se dan determinadas características de peso y rigidez de tablero, como veremos a continuación.

En efecto, en ocasiones conviene proyectar un tablero metálico o mixto, que puede prefabricarse y permite reducir los plazos de ejecución y el uso de cimbras. La ligereza de este tipo de tablero hace que la carga que tienen que resistir por los tirantes sea reducida, debiendo separar éstos, convenientemente, para satisfacer la condición de tensiones mínimas. Ello, además, puede resultar interesante bajo el punto de vista estético.

En tal caso, la limitación de la deformabilidad del tablero y del incremento de tensión en los tirantes bajo la acción de la sobrecarga, podría requerir una rigidez mínima de los tirantes, o lo que es equivalente, una sección de los mismos, muy superior a la estrictamente necesaria por razones de resistencia. Si el criterio de diseño del tirante es la rigidez y no la resistencia, no tiene sentido utilizar aceros de 1900 MPa de tensión de rotura, pudiendo ser interesante el uso de barras de acero de pretensado de 1000 MPa de tensión de rotura. Además, en este último caso se disponen anclajes a base de placa y tuerca, de menores dimensiones y mucho más sencillos que los anclajes usuales de tirantes constituidos por cordones. Este hecho es muy interesante por las limitaciones geométricas de la pila antes aludidas.

A diferencia de los cordones, las barras se fabrican en longitudes limitadas y no pueden enrollarse. No obstante, pueden empalmarse, mediante manguitos roscados, hasta alcanzar la longitud deseada del tirante. Sin embargo, a partir de una cierta longitud (del orden de 40-50 m) su colocación es muy complicada, pues se requiere el uso de varias grúas, con múltiples puntos de sujeción de la barra, para evitar la rotura de la misma durante su elevación.

Por otra parte, en el caso de barras debe prestarse atención al giro de las mismas en la zona de anclajes, como consecuencia de la deformación del tablero bajo la acción de la sobrecarga, para evitar problemas locales de fatiga.

Todos estos conceptos nos indican que, en algunos casos, la decisión sobre el empleo de cordones o barras para tirantes, no es evidente, requiriendo un análisis detallado sobre las consecuencias que el empleo de unos u otras tiene, tanto en el comportamiento estructural como en la ejecución de las estructuras y en su coste.

En este artículo se describen una serie de realizaciones de pasarelas peatonales, todas ellas de tablero mixto, resueltas mediante tirantes constituidos por barras pretensadas, de acero de 850 MPa de límite elástico y 1050 MPa de carga de rotura.

PASARELA SOBRE EL TORRENT D'EN FARRÉ, EN ESPLUGUES DE LLOBREGAT (BARCELONA)

Propiedad: Ayuntamiento de Esplugues de Llobregat (Barcelona).

Proyecto: Jaume Llongueras (CICSA) y Antonio Marí.

Empresa Constructora: CMZ.

Taller de estructura metálica: SPB.

Empresa consultora: Consultor de Ingeniería Civil (CICSA).

Planteamiento General

El Torrent d'En Farré discurre por el centro del municipio de Esplugues de Llobregat, entre los barrios de La Plana y Can

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Clota, ambos de una gran densidad de población. En la actualidad, el citado torrente ha perdido totalmente su carácter de riera natural, ya que, debido a la gran superficie urbanizada, las aguas procedentes de la lluvia son canalizadas mediante colectores, uno de los cuales discurre, precisamente, por el fondo del torrente, junto a su margen izquierda.

El Ayuntamiento de Esplugues de Llobregat hace tiempo afrontó el reto de reconvertir estos terrenos en una zona urbanizada que acomodase una serie de equipamientos y servicios y colaborase a mejorar estéticamente el entorno y la calidad de vida de los vecinos. Entre ellos, y como obra más urgente, se encontraba la construcción de un paso peatonal que conectara ambos barrios, históricamente separados.

Descripción de la estructura

El Torrent d'En Farré tiene, en la zona donde se planteó la construcción de la pasarela, una profundidad máxima, aproximada, de unos 15 m y una anchura que oscila entre los 70 y los 80 m. De los sondeos realizados se dedujo que, en el fondo del torrente, se encontraba una capa firme de terreno, por debajo de los 19 m; mientras que en las márgenes existen rellenos de escasa capacidad portante, estando la capa resistente por debajo de los 35 m. Todo ello llevó a plantear una estructura que cargase muy poco en estribos y transmitiese la mayor parte de las cargas al apoyo central y de ahí, mediante pilotes trabajando por punta, al terreno resistente. De entre las posibles soluciones, se optó por una estructura atirantada, de dos vanos desiguales, de 22 y 50 m (Figura 1). Los pilotes, de 1,25 m de diámetro, se ejecutaron "in situ".

La ubicación de la pila central fue condicionada por el paso del colector bajo el torrente y por efectos estéticos. La anchura de la plataforma es de 4,00 m. El tablero es de sección mixta, de 74 cm de canto total, y está constituido por dos largueros IPE 600, cerrados inferior y lateralmente con chapa de 12 mm, formando una sección cajón con almas visibles, inclinadas, que acentúa la esbeltez del tablero. Transversalmente, se colocan perfiles IPE 120 cada 3 m y, sobre ellos se dispone un forjado de chapa grecada y losa de hormigón H-250 de 14 cm de espesor, conectada a la estructura metálica. Se consiguió así una estructura muy ligera, fácil de fabricar, de transportar y de montar (Figura 2). Además, se evitó la necesidad de disponer la costosa cimbra, de 16 m de altura, que hubiera sido necesaria si el tablero se hubiera construido de hormigón "in situ".

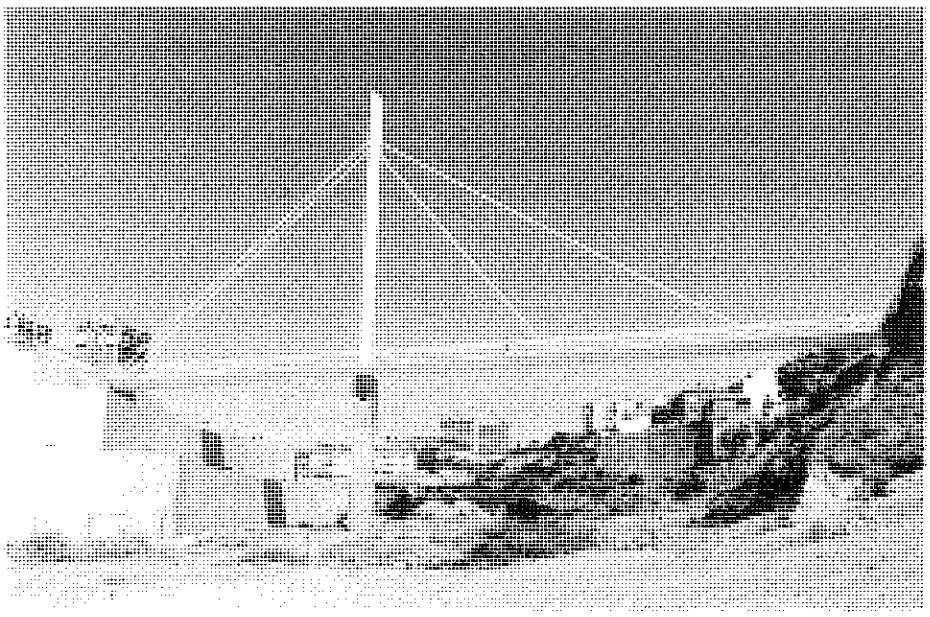


Fig. 1. Alzado.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

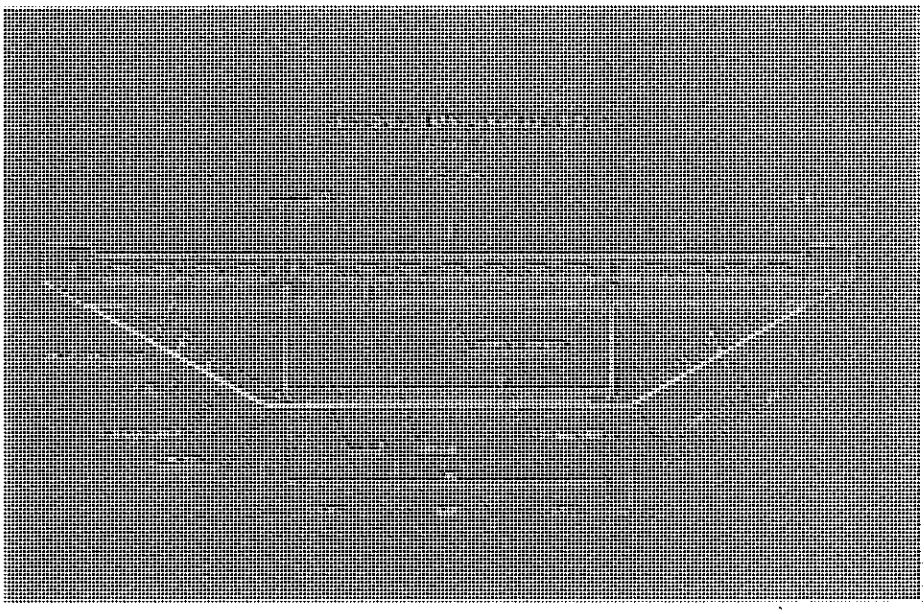


Fig. 2. Sección transversal.

El tablero se apoya sobre una pila intermedia, de hormigón armado, mediante aparatos de apoyo elastoméricos (Figura 3). Empotrado al tablero (Figura 4), se encuentra el mástil metálico, de sección rectangular achaflanada, de 0,80 m x 1,00 m constante en los 27 m de altura y chapa de 20 mm de espesor, con rigidizadores cada 1,50 m.

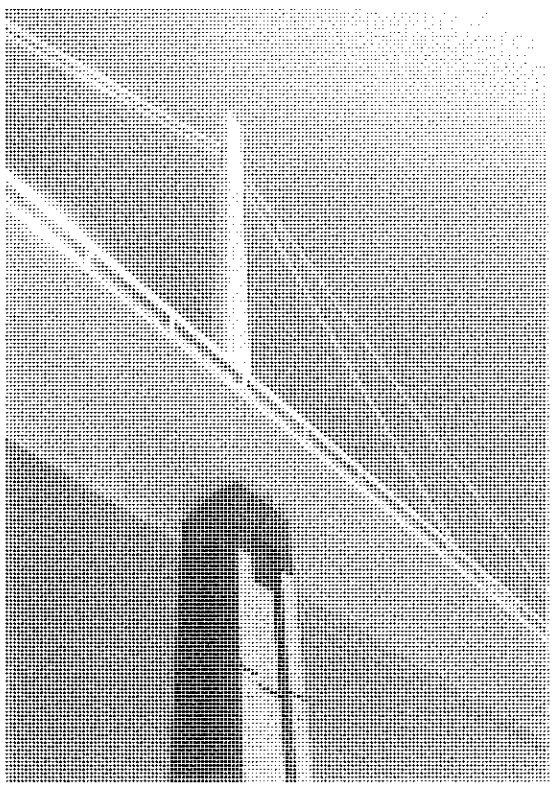


Fig. 3. Vista inferior de pila y tablero.

Se dispusieron cuatro tirantes, en un solo plano central, constituidos por barras MaCalloy, de 75 mm de diámetro, de acero de pretensado, de 850 MPa de límite elástico y 1050 MPa de tensión de rotura. Dos de los tirantes suspenden el vano mayor (T3, el más próximo al mástil, y T4 el más largo, Figura 5), dejando luces de 16, 18 y 16 m (Figuras 5 y 6). Los tirantes de retención (T1, el más largo, y T2) van directamente a un muerto de hormigón, situado en la margen derecha, que transmite una tensión muy baja a su terreno de apoyo (Figura 7).

Construcción de la estructura y tesado de los tirantes

Una vez construida la cimentación y la pila de hormigón, se montó el tablero, el cual se dividió en tres tramos, de longitudes respectivas 26 m, 26 m y 20 m. Una vez soldadas las vigas longitudinales se procedió al montaje del mástil, el cual se prefabricó en un solo tramo, incorporando en la parte superior las piezas de anclaje de los tirantes. Una vez colocados los tirantes y antes de tesarlos, se hormigonó el tablero. Finalmen-

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

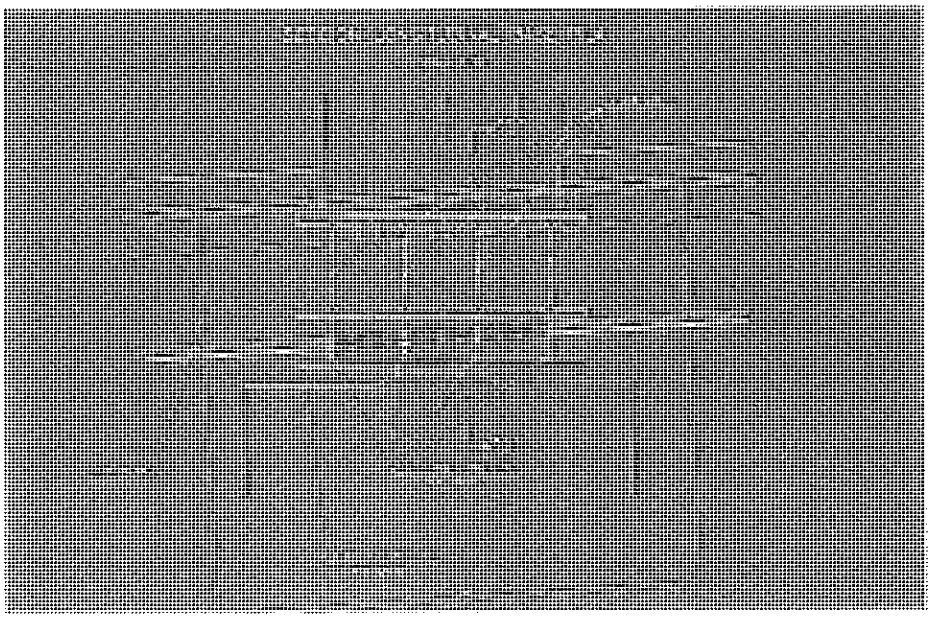


Fig. 4. Unión tablero-mástil.

te se tesaron los tirantes y se retiró el castillete.

El tesado se realizó de tal manera que se minimizara el número de operaciones de cambio de gato de un tirante a otro. Se tesaron, simultáneamente, los tendones T2 y T3, en tres escalones de carga y, posteriormente, T1 y T4, también en tres escalones. Durante el tesado se controlaron los desplazamientos verticales de los puntos de anclaje y los movimientos horizontales del extremo del mástil.

Aspectos de cálculo

El tablero pesa 375 Kg/m^2 (1,5 t/ml), las cargas muertas, debidas al pavimento y barandillas, 125 Kg/m^2 (0,5 t/ml), y la sobrecarga considerada 400 Kg/m^2 (1,6 t/ml). La

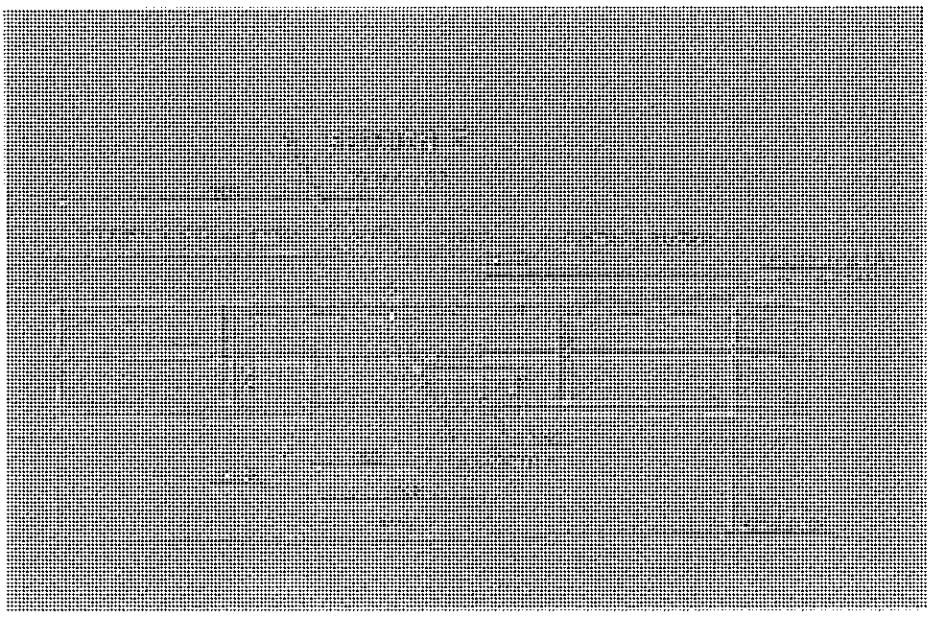


Fig. 5. Detalle de anclajes de tirantes al tablero.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

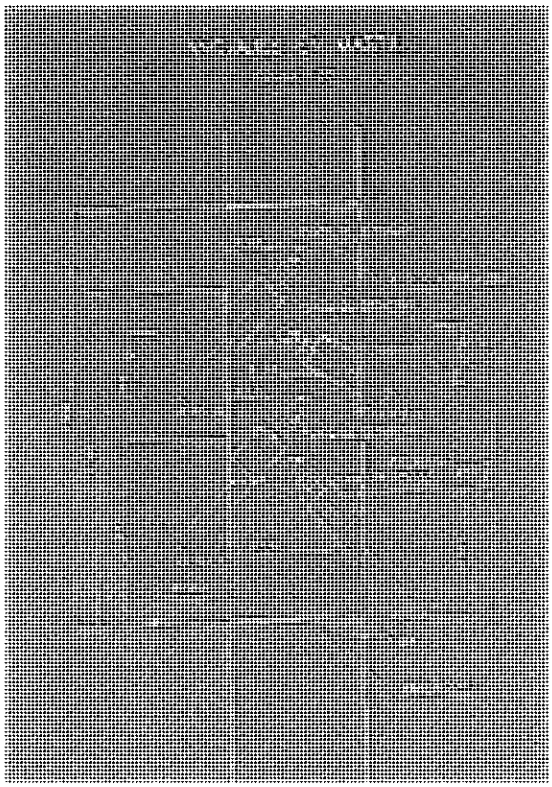


Fig. 6. Detalle de anclajes de tirantes al mástil.

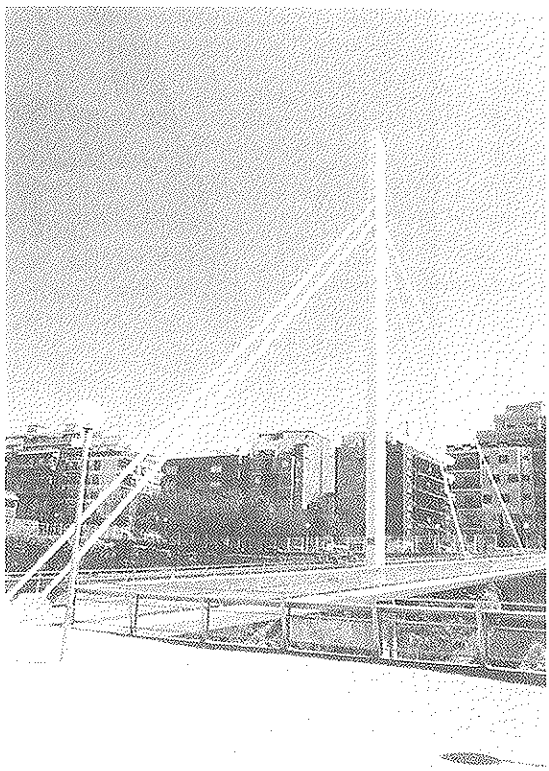


Fig. 7. Vista de los tirantes de retención.

relación carga permanente / carga total, resulta tan solo de 0,57.

La única singularidad del sistema estructural se deriva del empotramiento entre mástil y tablero, diseñado así para simplificar la ejecución del nudo pila-tablero-mástil. El conjunto mástil-tablero puede girar respecto de la pila inferior, lo que limita la eficacia del sistema de atirantamiento, ya que al pretensar los tirantes de suspensión se produce un giro, en el citado nudo, que da lugar a una flecha contraria a la producida por la componente vertical de la fuerza de pretensado.

Las fuerzas calculadas en los tendones fueron T1 = 39,6, T2 = 93,4, T3 = 34,7 y T4 = = 84,2, en toneladas. Las diferencias de rigideces de tablero y mástil, entre los valores supuestos y los reales, así como el posible carácter de empotramiento parcial entre ambos, dieron lugar a pequeñas diferencias entre las tensiones teóricas y las reales, en algún tirante, las cuales se habían calculado teniendo en cuenta la secuencia de tesado y, por tanto, las redistribuciones de carga entre tirantes a lo largo del mismo. Ello se observó comprobando la tensión del tirante número tres, con un ensayo de despegue de la placa de anclaje, resultando su tensión un 15% mayor que la prevista, mientras que el resto de tirantes apenas difería de su tensión teórica. Cabe destacar la diferencia de fuerzas entre los dos tendones de retención, fruto de su posición y del orden de tesado.

Cuantías

Acero estructural del tablero: 219 Kg/m^2.

Peso total de acero del mástil: 15.000 Kg.

Armadura pasiva en el tablero: 5,36 Kg/m^2.

Peso total armadura activa en tirantes: 5.100 Kg.

Número de anclajes: 8.

Hormigón losa de 14 cm de espesor en el tablero: 0,14 m^3/m^2.

Acabados

El pavimento consistió en una lechada bituminosa, coloreada. Toda la estructura metálica se pintó de blanco, incluidas las vai-

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

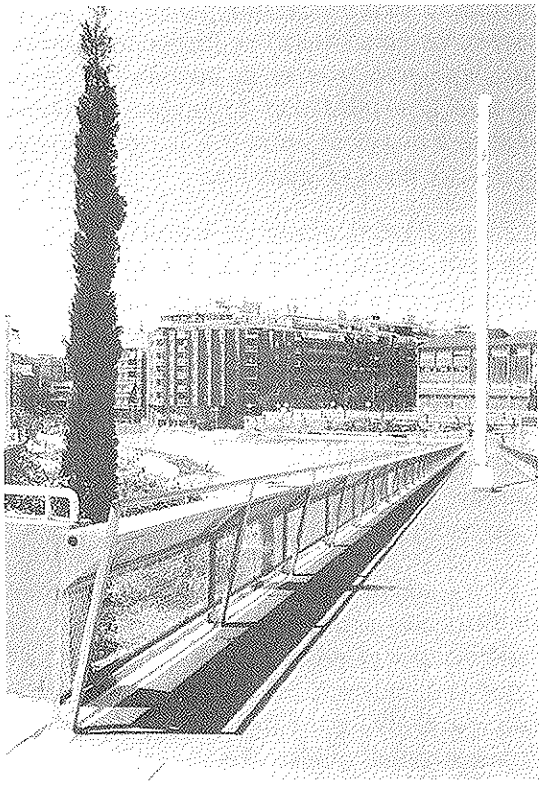


Fig. 8. Detalle de la barandilla.

nas de los tirantes. Se diseñó una barandilla que incorpora la iluminación para el tráfico peatonal, y permite, además, una cierta transparencia, gracias a la plancha "deployée" (Figura 8). Igualmente, se proyectó un sistema de iluminación nocturno del conjunto (Figura 9).

PASARELA SOBRE LA CN-II, EN MARTORELL (BARCELONA)

Propiedad: Ayuntamiento de Martorell.

Proyecto: Antonio Marí, Jaume Llongueras.

Empresa Constructora: CORVIAM.

Taller de estructura metálica: JANSA.

Empresa Consultora: Consultor de Ingeniería Civil (CICSA).

Planteamiento General

La carretera Nacional II ha constituido siempre, para el municipio de Martorell, una barrera que divide el propio término munici-

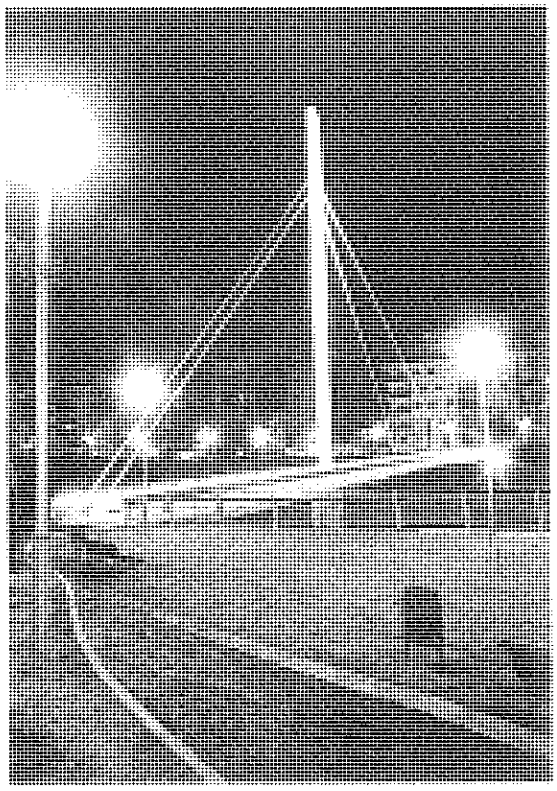


Fig. 9. Vista nocturna de la pasarela acabada.

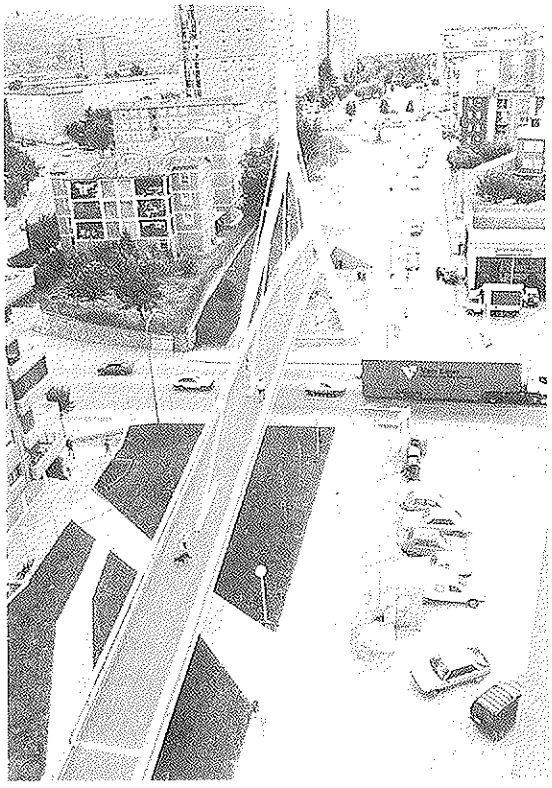


Fig. 10. Vista general.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

pal y dificulta enormemente la comunicación entre ambas partes. A ello se añade, en la actualidad, el enorme tráfico pesado que soporta esta vía, lo que dificulta el cruce de peatoues, creando incluso situaciones de evidente peligro para éstos. El ayuntamiento de Martorell se propuso potenciar el eje denominado Paseo de Cataluña, que va desde el grupo de viviendas "La Pau" a la estación de Ferrocarril de RENFE. Dentro de este eje se incluye la construcción de una pasarela peatonal para atravesar la CN-II. Dada la importancia urbanística de este eje, se optó por construir una estructura que constituyera, en sí misma, un elemento emblemático y un punto de referencia dentro de la trama urbana de Martorell (Figura 10).

Descripción de la estructura

La pasarela discurre justo por encima de la línea de ferrocarril, actualmente cubierto por un túnel artificial. Esta circunstancia ha obligado a escoger un tipo estructural que no interfiera con el túnel de RENFE. La estructura elegida fue una pasarela atirantada, con un único mástil en forma de Y invertida, que puenteando la bóveda del túnel permite la transmisión de cargas, mediante pilotes, a una cota inferior a la de la cimentación del túnel (Figura 11).

En un estribo, existe un macizo de hormigón que recibe el tiro de los tirantes de retención y transmite al terreno una presión repartida, aceptable por la bóveda. Sobre este estribo se ha dispuesto una escalera que facilita el acceso a la pasarela. El otro estribo se sitúa sobre una estructura de hormigón sobre el ferrocarril, constituida por un tablero de vigas prefabricadas, al cual la pasarela transmite la carga reducida.

El trazado en alzado de la pasarela estuvo condicionado por la pendiente del Paseo de Cataluña, por el gálibo exigido sobre la CN-II y por la pendiente máxima de la pasarela, limitada al 8% para hacerla utilizable por personas minusválidas. Todo ello, unido al deseo de eliminar cualquier apoyo que pudiera transmitir cargas sobre la bóveda, condujo a una longitud, entre estribos, de 80 m.

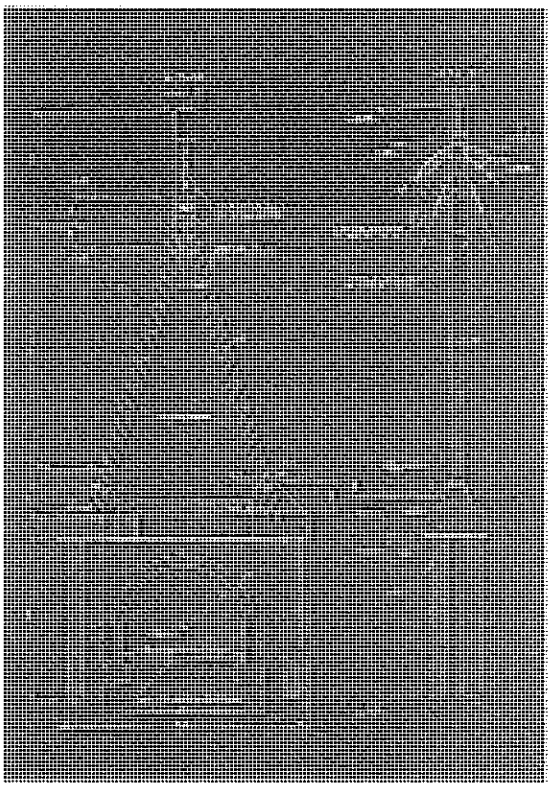


Fig. 11. Alzado frontal y sección túnel ferrocarril.

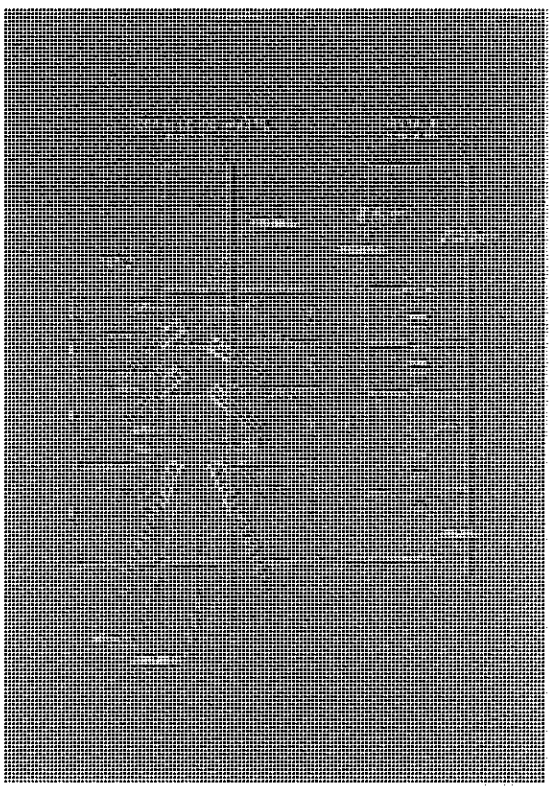


Fig. 12. Anclajes en mástil.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

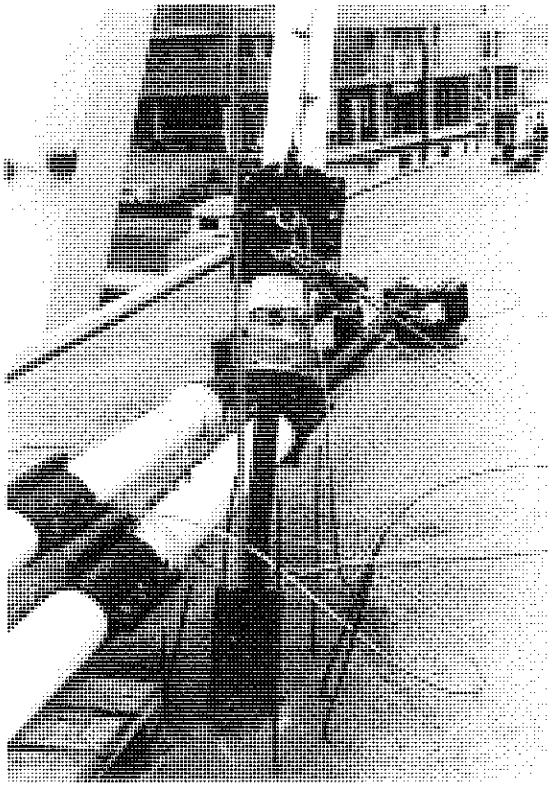


Fig. 13. Detalle de tirantes antes del montaje.

El tablero se apoya en los dos estribos y queda suspendido de cuatro tirantes intermedios, situados en un solo plano central, que dejan cinco luces iguales, de 16 m. Estos, y los dos tirantes de retención, consisten en barras MaCalloy, de diámetros 75 y 50 mm. Las barras más gruesas corresponden a los tirantes de retención y al tirante más largo (Figura 13).

El tablero es mixto, de acero estructural resistente a la corrosión tipo ENSACOR, y hormigón H-300, conectados, con sección transversal en cajón. El canto total es de 80 cm de los cuales 12 cm corresponden a la losa de compresión. El ancho de la pasarela es de 4,00 m, de los cuales 0,80 m vuelan respecto del cajón metálico. El espesor de la chapa es de 10 mm (Figura 14).

Como encofrado del hormigón en los voladizos de la losa, se dispuso una chapa metálica continua que, al ser pintada de blanco, ejerce la función de imposta, marcando una línea nítida. El forjado de hormigón se apoya sobre nna chapa grecada, que hace de encofrado perdido entre las dos almas.

La pila es también metálica, con una altura total de 28,50 m y sección en cajón, con chapa de 15 mm, rigidizado cada 2 m. La pila se sitúa a 24 m del extremo fijo y a 56 del móvil. No existe ningún elemento transversal que una las dos patas de la pila, por lo que la pasarela no contacta con el mástil, quedando solamente suspendida de los cables en puntos intermedios.

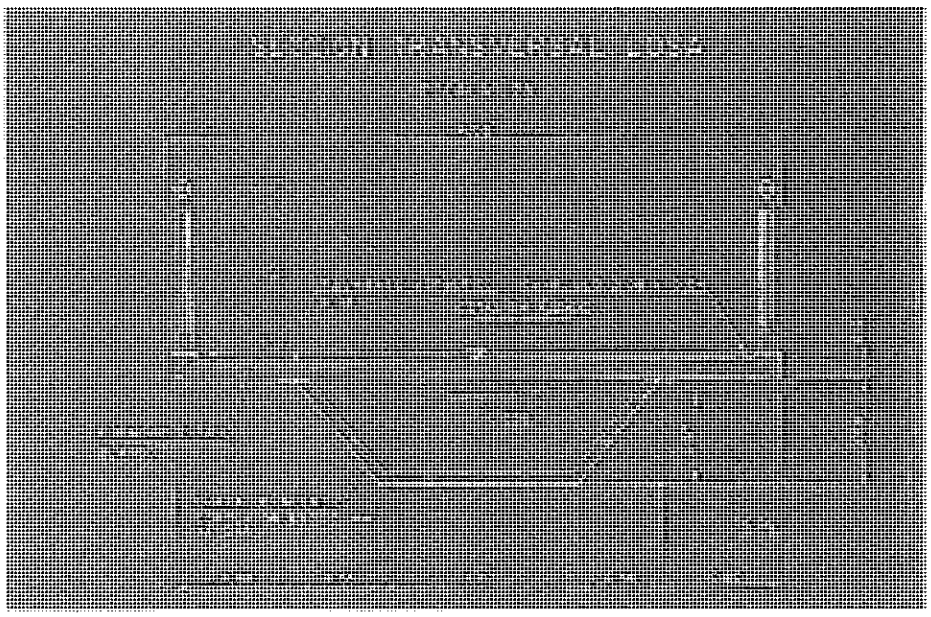


Fig. 14. Sección transversal tablero.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Aspectos de cálculo

El tablero pesa 500 Kg/m^2 (2 t/ml), y las cargas muertas 125 Kg/m^2 (0,5 t/ml). La sobrecarga de uso considerada es de 400 Kg/m^2 (1,6 t/ml). La relación carga permanente / carga total es, en este caso, de 0,61.

Un cálculo dinámico de la pasarela indicó que la frecuencia asociada al primer modo de vibración estaba entorno a los 1,7 Hz, lo que, según las recomendaciones consultadas, debe evitarse, por caer dentro del rango de excitación bajo el paso de los peatones. Por ello, se hormigonó el cajón en las zonas de anclajes de los tirantes, aumentando la masa y bajando ligeramente la frecuencia propia.

Posteriormente, con la pasarela ya en servicio, se realizaron ensayos dinámicos, colocando acelerómetros tanto en los tirantes como en el tablero, y excitando éste según los diversos modos detectados en el análisis. Los resultados coincidieron razonablemente con las predicciones analíticas.

Las fuerzas de cada tirante, previstas en cada fase de tesado, se muestran en la Tabla adjunta.

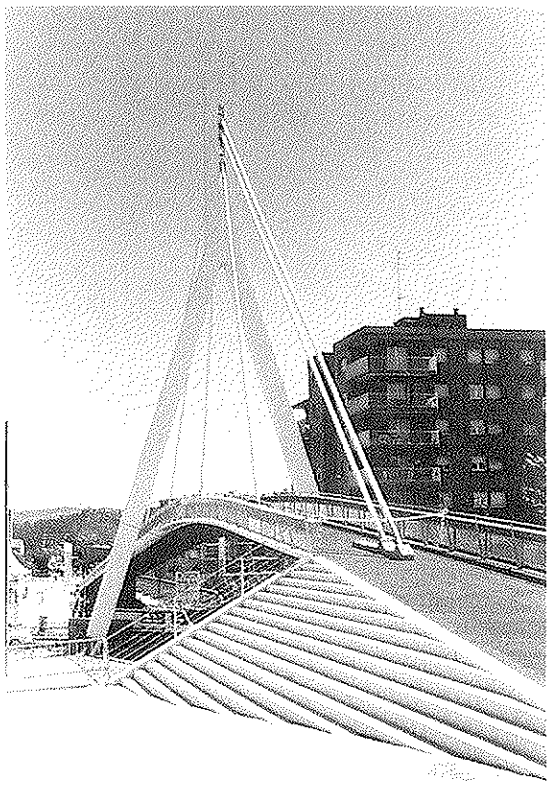


Fig. 15. Vista de un acceso a la pasarela en el estribo sur.

Fase	Operación	T-1	T-2	T-3	T-4	T-5	T-6
1	Tesado T-2 y T-6	–	19,0	–	–	–	12,0
2	Tesado T-1 y T-6	26,0	27,6	–	–	–	43,0
3	Tesado T-5 y T-6	73,6	75,6	–	–	55,0	82,0
4	Tesado T-3 y T-4	74,6	72,6	28,0	24,0	54,3	82,6

Las fuerzas en los tirantes de retención, medidas mediante ensayo de despegue al final del proceso, eran de 72,4 t en el tirante T-1 (–3%) y de 68,9 t en el tirante T-2 (–5%), lo que se consideró aceptable, teniendo en cuenta que los tirantes T-3 y T-4 se conocían con precisión, por ser los últimos tesados, y que la variación en los tirantes T-5 y T-6, según los cálculos, iba a ser mínima.

Cuantías

Acero estructural en tablero mixto: 88,5 Kg/m^2.

Acero de pretensado en barras de tirantes: 5860 Kg.

Número de anclajes: 12.

Acero pasivo en barras corrugadas en losa superior tablero: 10 Kg/m^2.

Hormigón losa 12 cm superior tablero: 0,12 m^3/m^2.

Hormigón en macizado anclajes tablero: 3,2 m^3.

Acabados

Se diseñó una barandilla que incorpora la iluminación para peatones. El pavimento

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

consistió en una lechada bituminosa coloreada. Toda la estructura metálica se pintó de blanco, incluidas las vainas de los tirantes.

El acceso a la pasarela se realiza, en el lado sur, tanto de forma natural a través de la rampa, como mediante unas escaleras ejecutadas sobre el talud lateral de aquélla (Figura 15). Junto a la pasarela se construyó una zona ajardinada y lúdica, que contribuye de forma definitiva a la mejora del entorno.

PASARELA PEATONAL SOBRE LA AUTOPISTA A-19 EN BADALONA

Propiedad: Dirección General de Carreteras. Generalitat de Cataluña.

Director Obra: Sebastián Riera.

Proyecto: Jaume Llongueras y Antonio Marí.

Empresa Constructora: EXCOVER, S.A.

Planteamiento General

La estructura que se describe es una pasarela peatonal, para cruzar la autopista A-19, a su paso por el núcleo urbano de Badalona, que sustituye a otra pasarela, constituida por una viga metálica biapoyada de 56 m de luz, la cual presentaba problemas de vibraciones excesivas.

La nueva estructura consiste, esencialmente, en un puente peatonal, en arco, de tablero intermedio, de 59,79 metros de luz entre apoyos. El arco es metálico y está formado por dos tubos de sección circular, de 323,9 mm de diámetro, inclinados y arriostrados entre sí. De estos dos arcos se suspende, con tirantes constituidos por barras de acero inoxidable, de 30 mm, un tablero mixto de acero y hormigón, formado por un entramado metálico, sobre el que se dispone una losa de hormigón armado, de 12 cm de espesor, totalmente conectada (Figura 16).

Descripción de la estructura

Las características geométricas y funcionales de cada uno de los elementos son las siguientes:

a) Arco

Constituye el elemento resistente del puente. Está formado por dos arcos metálicos, dispuestos con una inclinación de 15,25 grados respecto de la vertical. La sección transversal de cada uno de los arcos es circu-

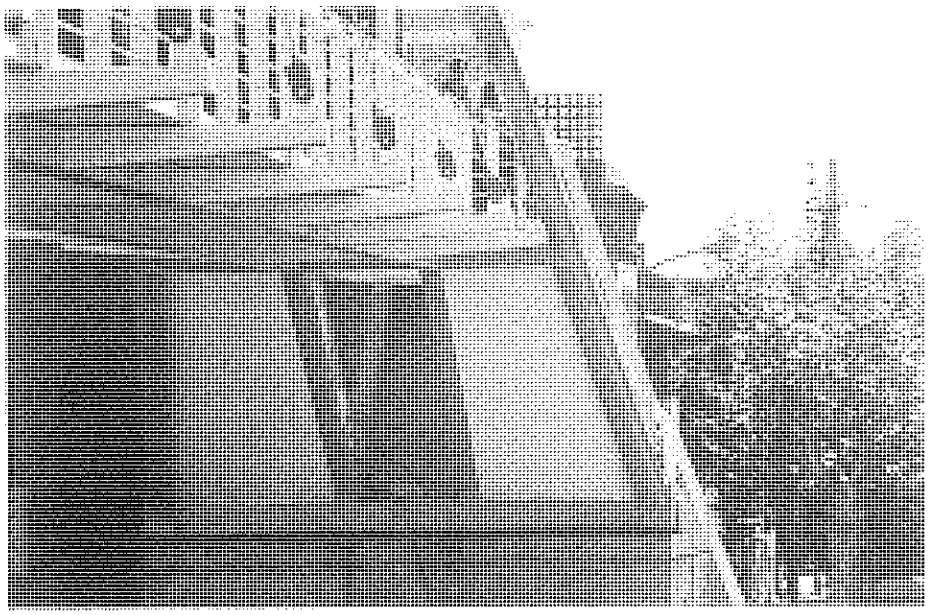


Fig. 16. Vista general.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

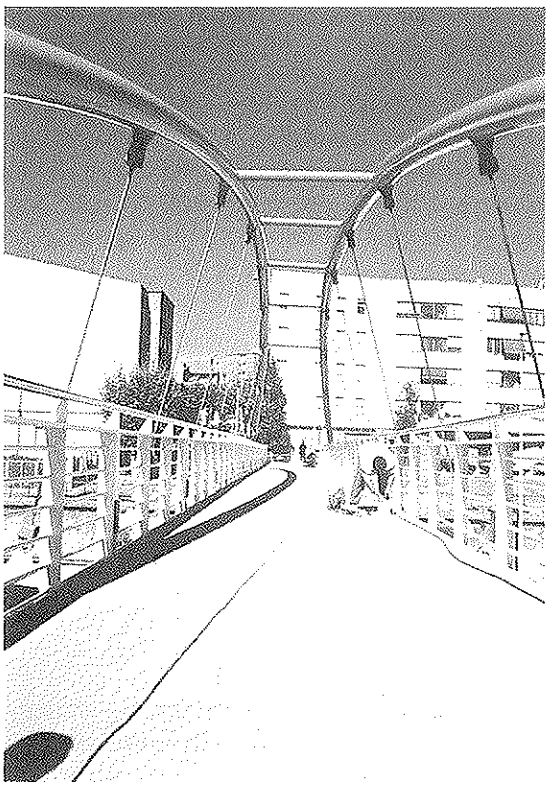


Fig. 17. Arcos arriostrados.

lar, de 323,9 mm de diámetro y 12 mm de espesor. La directriz es circular en los 42,2 metros centrales de cada arco, con un radio, en el plano del mismo, de 37,15 metros, y en los 5,9 metros de los dos extremos la pieza es recta. La separación, en planta, entre empotramientos de los arcos es de 50,7 metros; y la flecha máxima, de 8,95 metros. El arriostramiento entre los dos arcos se materializa mediante cinco traviesas metálicas, en la parte superior de los mismos, de sección circular, de 200 mm de diámetro y 16 mm de espesor (Figura 17).

Debido a la poca capacidad del terreno de cimentación para soportar las cargas horizontales transmitidas por el arco, tuvo que disponerse un sistema de bielas inclinadas, que trabajan a compresión y transmiten una tracción al tablero, y una carga vertical al soporte de éste; circunstancia que ha obligado a disponer anclajes en los estribos, para evitar el levantamiento del tablero (Figura 18). Con toda esta disposición estructural se consigue minimizar los desplazamientos horizontales en los arranques de los arcos.

b) Tablero

Está formado por dos vigas longitudinales, de sección cuadrada, de 250 mm de lado y 12 mm de espesor, con una separación entre ejes de 1,55 metros. La longitud total de estas vigas es de 59,79 metros. Perpendicularmente a estas vigas se disponen travesaños, cada 4 metros, y con la misma sección transversal. Estos travesaños sobresalen de las vigas longitudinales 1,50 metros, para

Fig. 18. Bielas en los extremos del arco.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

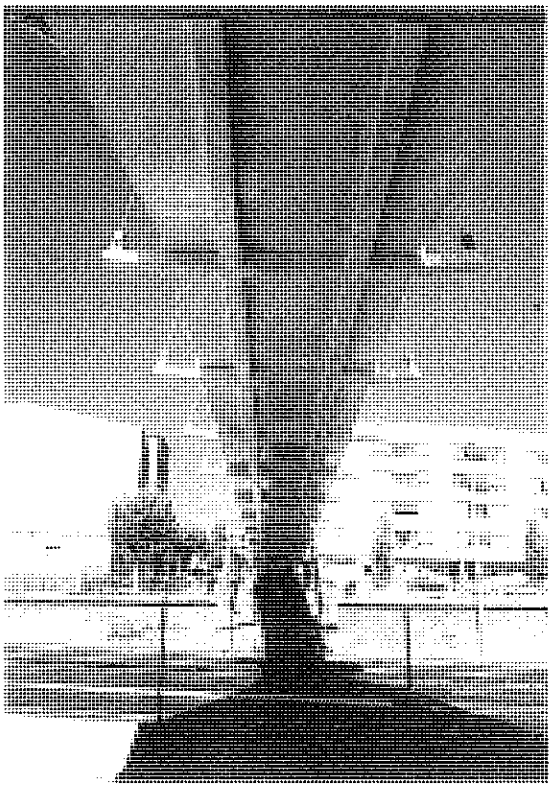


Fig. 19. Vista inferior del tablero.

poder anclar en sus extremos los tirantes que provienen del arco (Figura 19).

Sobre este entramado metálico se dispone una chapa, de 6 mm de espesor y de 3 metros de ancho, que servirá como encofrado perdido de una losa de hormigón, de 12 cm de canto, que va conectada a la estructura de acero mediante pletinas de 50 x 10 mm de sección y 90 mm de altura, colocadas cada 20 cm.

Estructuralmente, el tablero deberá cumplir la doble misión de servir de zona de tránsito peatonal, conduciendo las cargas hacia los tirantes (Figuras 20 y 21) y, a la vez, atirantar el arco de forma que queden prácticamente impedidos los desplazamientos horizontales con los soportes.

c) Accesos y estribos

El acceso al paso elevado es directo, a la misma cota que el tablero en su lado de la montaña. Por el lado del mar, se accede mediante dos escaleras que se apoyan sobre los arcos y bielas interiores, dejando espacio en medio para la ubicación de un ascensor panorámico que servirá de acceso a las personas con movilidad reducida (Figuras 22 y 23).

Las escaleras están constituidas por piezas prefabricadas de hormigón, con un acabado antideslizante; y tienen una amplitud variable, debido a la inclinación de los arcos, siendo la máxima de 3,00 metros y la mínima de 1,20 metros.

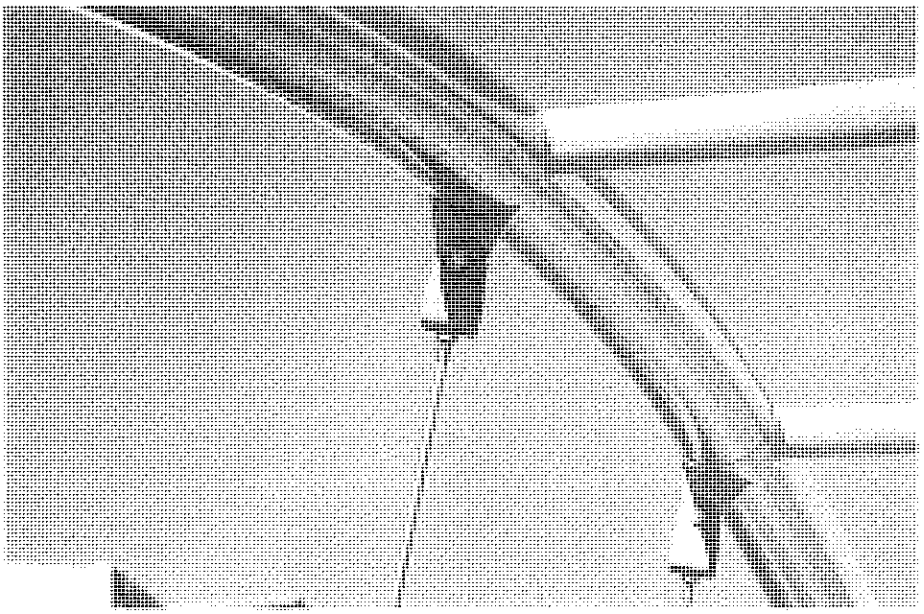


Fig. 20. Anclajes de los tirantes al arco.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

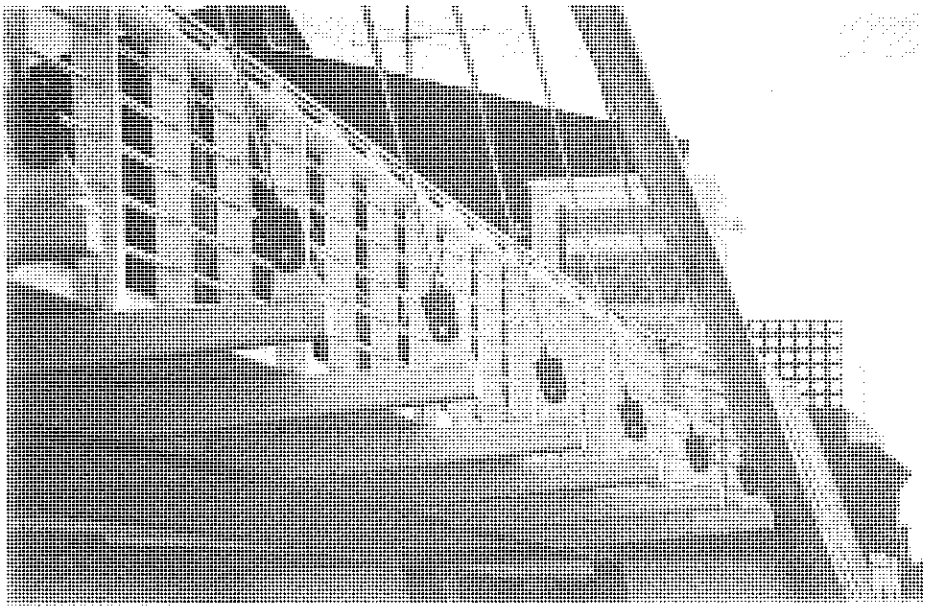


Fig. 21. Anclajes de los tirantes al tablero.

Los estribos son de hormigón armado. Básicamente, están constituidos por un muro transversal al eje en planta del paso elevado, que es donde se apoyan los arcos y bielas, y de un cuerpo de estribo, donde se entrega el tablero y donde se disponen los dispositivos de anclaje del mismo para resistir las reacciones de tiro. Éstos están formados por dos barras tipo GEWI, de 40 mm de diámetro y dos metros de longitud, en cada uno de los estribos. Los anclajes son visitables, para ser retesados en el futuro, o bien inspeccionar el estado de los neoprenos.

Construcción

La existencia de una explanada junto a la obra permitió ensamblar los elementos metálicos del puente, quedando en una sola pieza ambos arcos, y en otra el tablero metálico.

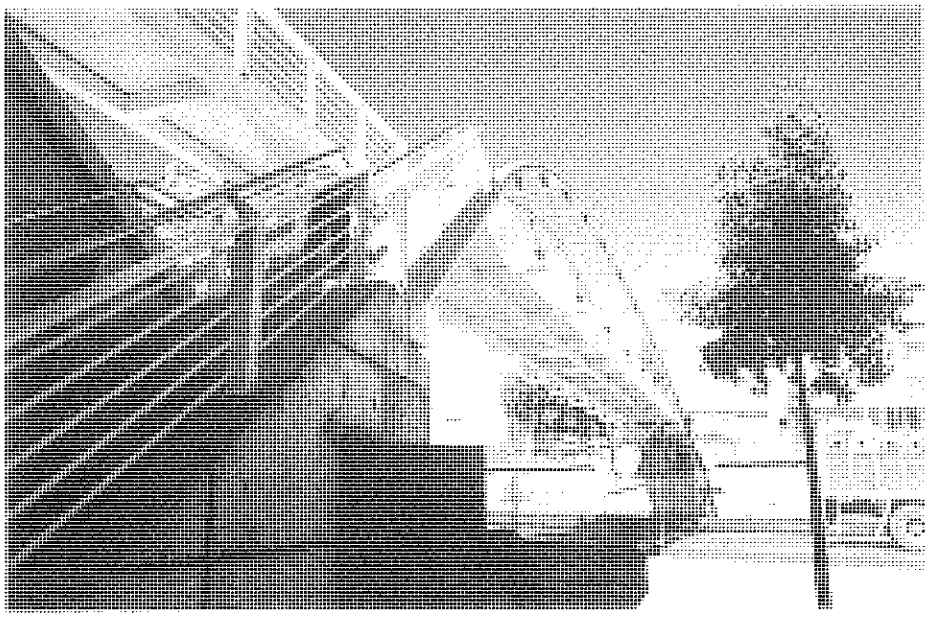


Fig. 22. Escaleras de acceso.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

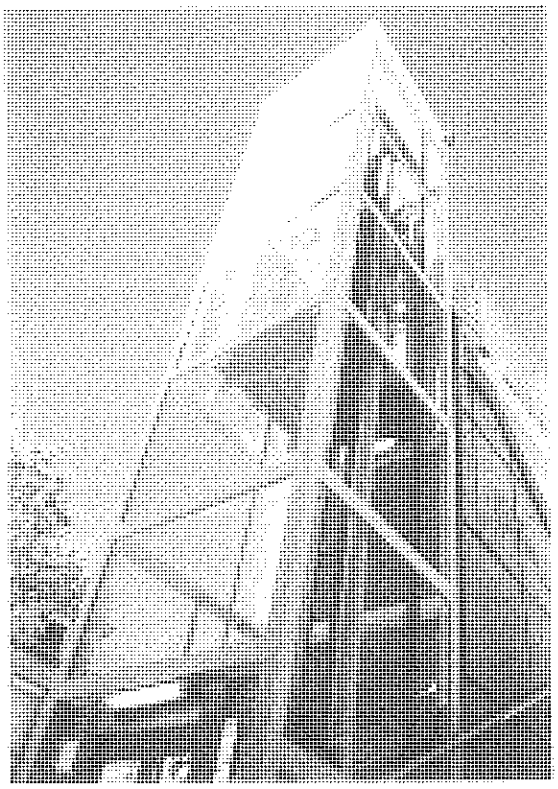


Fig. 23. Ascensor de acceso en el lado mar.

De esta forma, el puente se montó realizando el corte de tráfico de la autopista A-19, únicamente durante dos noches, una para el montaje y otra para el hormigonado del tablero. Primero, se realizaron los estribos junto con los extremos de los arcos, las bielas de compresión y la parte de tablero sobre los mismos. Inicialmente los apoyos del arco se fijaron para poder resistir los empujes procedentes de su propio peso durante construcción. A continuación, se montó el tablero, apoyándose sobre cimbra dispuesta en tres puntos: zonas próximas a estribos y centro de luz, donde se le dio una contraflecha de 5 cm. Una vez soldado todo el tablero, se montaron los arcos, en una sola pieza, soldándose a sus extremos, y se colocaron los tirantes, tensándolos con llave manual y quedando así el sistema arco-bielas-tirante cerrado. Posteriormente, se eliminaron las cimbras y se liberaron las coacciones horizontales de los apoyos del arco, quedando el tablero como tirante del arco.

Debido a que el tablero estará permanentemente traccionado, se realizó un sistema constructivo orientado a evitar la fisuración del hormigón bajo la acción del peso propio del tablero, consistente en verter el hormigón de la losa sobre la estructura metálica colgada de la pasarela, pero sin apoyos inferiores. De esta forma, se consiguió que la tracción del tablero, durante el montaje, sea resistida íntegramente por los perfiles tubulares que constituyen las vigas longitudinales. La losa de hormigón estará sólo solicitada por las tracciones debidas a las sobrecargas de uso. El pretensado de los tirantes se conseguía, de hecho, por predeformación, gracias a la contraflecha del tablero. Al hormigonar el tablero, se deformó, quedando prácticamente horizontal.

Cuantías

Acero estructural en el tablero: 170 Kg/m^2.

Acero estructural en los arcos: 68,3 Kg/m^2.

Acero pasivo en barras corrugadas, en tablero: 12,7 Kg/m^2.

Acero inoxidable en barras para tirantes: 440 Kg.

Número de anclajes: 32.

Hormigón en tablero: 0,12 m^3/m^2.

Acabados

La barandilla está, básicamente, formada por unos montantes constituidos por chapas, de 10 mm de espesor y 140 mm de ancho, y barras horizontales formadas por perfiles tubulares, de 30 mm de diámetro y 2,7 mm de espesor. La separación, en planta, entre los montantes es de 1,40 metros, aproximadamente, y la de las barras horizontales la necesaria para cortar el efecto escalera que pueda producir la barandilla. Cada tres montantes se sitúa uno especial, de sección rectangular, que lleva incorporado el alumbrado de balizamiento, de 262 x 102 mm, con protección antivandálica.

La propia losa de hormigón constituye el pavimento. Toda la estructura metálica va pintada con dos capas, una de pintura antióxido y otra de esmalte sintético. El acabado de las escaleras y de todos los paramentos de los estribos es de hormigón visto. En los peldaños de las escaleras se realizó un tratamiento antideslizante.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

RESUMEN

En este artículo se discuten las ventajas y limitaciones de los cables y las barras como tirantes, en el caso de pasarelas atirantadas, en base a criterios geométricos, mecánicos y estéticos. Se presentan tres pasarelas peatonales, atirantadas con barras pretensadas y tablero mixto de hormigón y acero estructural, construidas en los últimos cuatro años en los alrededores de Barcelona, de interesantes resultados estructurales y estéticos en relación a su coste.

La pasarela de Esplugues de Llobregat tiene una longitud total de 72 m, un solo mástil intermedio, situado a 50 m y 22 m de los estribos, y tres tirantes en un solo plano. La segunda pasarela, construida en Martorell sobre la CN-II, tiene una longitud total de 80 m entre estribos y un solo mástil del que nacen 4 tirantes que configuran 5 luces de 16 m. La tercera pasarela, construida sobre la A-19 en Badalona, está constituida por dos arcos metálicos, de 56 m, de los que nacen 8 tirantes verticales, de acero inoxidable, de los que suspende el tablero intermedio, que a la vez atiranta horizontalmente los arcos.

SUMMARY

In this paper, the advantages and limitations of prestressing strands and bars for stays in pedestrian bridges are discussed based on geometrical, mechanical and aesthetical criteria. Three pedestrian bridges stayed with prestressing bars, recently built near Barcelona, are presented, which have resulted of interest for their aesthetics and high performance/cost ratio.

The bridge built in Esplugues de Llobregat has a total length of 72 m, a single mast placed at 50 m and 22 m of the abutments and three stays placed in a single central plane. The second pedestrian bridge, built in Martorell over the Highway CN-II has a total length of 80 m, a single mast with 4 stays equally separated and two backstays. The third one, built over the A-19 freeway in Badalona, is composed by two steel arches of 56 m span, with 8 stainless steel bars supporting an intermediate deck being at the same time the arch tie.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Proyecto de soportes metálicos excéntricamente comprimidos: estudio comparado de diversas normas recientes

Jesús Ortiz Herrera
Alfonso del Río Bueno
Departamento de Estructuras de Edificación
E.T.S. de Arquitectura de Madrid

1. INTRODUCCIÓN

El cálculo de soportes flexo-comprimidos es obviamente un aspecto habitual y de la mayor importancia práctica del análisis de las estructuras de edificación. Diversas normas y recomendaciones recientemente publicadas han efectuado una revisión de los criterios relativos a la comprobación de piezas metálicas comprimidas excéntricamente. Tal es el caso del *Eurocódigo 3* [1], de la norma alemana *DIN-18800* [2], de la española Norma Básica de la Edificación *EA-95* [3], o del manual *LRFD (Load and Resistance Factor Desing)* del norteamericano *AISC* [4]. Paralelamente se han publicado ya trabajos dedicados al análisis de algunas de las propuestas introducidas en varios de estos reglamentos. Así, los estudios desarrollados por *Jaspart, Briquet y Maquoi* [5] o por *Villete* [6], además de evidenciar el interés práctico y conceptual del tema, ponen de manifiesto importantes diferencias formales y de resultados entre las diversas normativas. En dicha línea se enmarca el presente trabajo, dedicado a la discusión de los criterios preconizados en las normas anteriormente mencionadas, contrastándolos entre sí y con otros reglamentos y recomendaciones, al tiempo que efectúa un estudio comparativo de los resultados correspondientes para algunos soportes típicos de edificación.

Las importantes diferencias de formato e incluso numéricas entre las normas mencionadas, crean una situación de grave desconcierto para la práctica del proyecto de las piezas consideradas, que requiere una urgente clarificación y depuración.

En cierta medida, el presente trabajo se plantea como una revisión de un artículo publicado por el primero de los autores en 1982 [7], en el que previo estudio de los fundamentos del problema, se comparaban diversas propuestas, entre ellas las de las recomendaciones europeas de la *CECM* [8], o las especificaciones americanas de la *AISC* entonces vigentes. En paralelo con el índice de aquel trabajo, se efectúa en primer lugar una aproximación conceptual al problema, basada en el auálisis de segundo orden elástico de la viga-columna con curvatura inicial. A continuación se plantea su aplicación a los soportes reales, estudiando las propuestas planteadas en las diferentes normas consideradas, y comparando sistemáticamente sus resultados en soportes de edificación. Finalmente, se analizan las conclusiones obtenidas, al tiempo que se esboza una propuesta para su posible desarrollo en futuros trabajos: el cálculo en segundo orden con imperfecciones como formato unificado para el análisis de los diferentes elementos estructurales, con independencia de su material estructural (hormigón, acero o mixtos).

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

En principio, la discusión se limita al estudio de la pieza metálica recta y biarticulada, de sección constante y doblemente simétrica, solicitada por un esfuerzo axil de compresión constante, N, y por momentos M_1 y M_2 aplicados en sus extremos. En el formalismo teórico del apartado 2, se considera exclusivamente la posibilidad de pandeo en el plano de la *flexión primaria*, que se supone coincidente con uno de los planos de simetría de la pieza (Figura 1). No obstante, este caso que cabe denominar *básico*, se generaliza posteriormente para admitir la posibilidad de pandeo en ambos planos de simetría y/o fenómenos de pandeo lateral. Evidentemente, otras generalizaciones, bien teóricas, bien semiempíricas, permitirían considerar diferentes vinculaciones o características de la pieza, o distintas leyes de esfuerzos; sin embargo tales variaciones no se analizan de forma sistemática en este artículo.

Pese a la relativa sencillez del caso *básico* anteriormente presentado, el estudio de la normativa y la literatura, revela enfoques dispares, con diferencias formales considerables, e igualmente apreciables en términos cuantitativos o de resultados prácticos. En consecuencia, el estudio y contraste que seguidamente se efectúa presenta un indudable interés, máxime al considerar que afecta a decisiones absolutamente cotidianas en el proyecto de estructuras metálicas.

2. ANÁLISIS DE SEGUNDO ORDEN ELÁSTICO DE LA VIGA-COLUMNA CON CURVATURA INICIAL

Efectuando algunas hipótesis habituales en el análisis elemental del pandeo de barras rectas, como la validez aproximada de la teoría de segundo orden (análisis geométricamente no lineal pero suponiendo giros pequeños), deformación plana, comportamiento elástico-lineal del material, omisión de las deformaciones de cortante, ausencia explícita de *imperfecciones mecánicas* (tensiones residuales o heterogeneidades del material), pero incluyendo *imperfecciones geométricas equivalentes* (curvatura inicial, excentricidades parásitas, más términos ficticios equivalentes a imperfecciones mecánicas, etc.), y flexión en un plano de simetría, sin torsión, el caso *básico* definido en el apartado anterior, admite solución analítica bien conocida [9, 10, 11]. Si las imperfecciones geométricas antes señaladas se asimilan a una preflecha en forma de semionda sinusoidal (es decir, afín al primer modo de pandeo), la distribución de flectores totales, de primer y segundo orden, responde a la expresión:

$$M(x) = K_E N\, w_0(x) + M_1 \left[\cos\left(\sqrt{\Gamma}\,\frac{\pi x}{l}\right) + \frac{\Psi - \cos 2\alpha}{\operatorname{sen} 2\alpha} \operatorname{sen}\left(\sqrt{\Gamma}\,\frac{\pi x}{l}\right) \right] \quad (1)$$

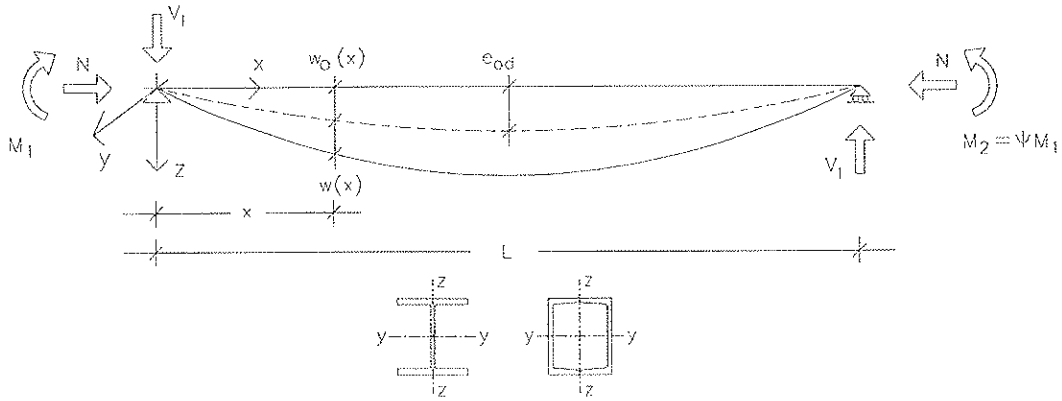


Figura 1. Caso "básico" (viga-columna biarticulada de sección constante doblemente simétrica).

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

en donde:

- $w_o(x) = e_{od} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{l}$ es la preflecha;
- $\Gamma = \frac{N}{N_{cr}}$ siendo N_{cr} la *carga crítica de Euler*

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} = \frac{\pi^2 EA}{\lambda^2} = \frac{Af_y}{\bar{\lambda}^2},$$

en donde

$\lambda = \frac{l}{i} = \frac{l}{\sqrt{I/A}}$ es la *esbeltez clásica*, $\bar{\lambda} = \lambda / \lambda_e$, es la *esbeltez reducida,*

$\lambda_e = \pi \sqrt{E/f_y}$ es la *esbeltez de referencia*, dependiente del tipo de acero y EI es la rigidez a flexión de la sección.

- $K_E = \frac{1}{1-\Gamma} = \frac{1}{1 - N/N_{cr}} = \frac{1}{1 - \bar{\lambda}^2 N/Af_y}$ es el *factor de amplificación euleriano.*
- $\alpha = \frac{\pi}{2}\sqrt{\Gamma}$ es un argumento variable con N
- $\psi = \frac{M_2}{M_1}$ es el *coeficiente de forma* del diagrama de flectores, variable entre –1 y 1 (es decir $|M_1| \geq |M_2|$), correspondiendo $\psi = 1$ al caso de curvatura de primer orden constante, y $\psi = -1$ al caso de contracurvatura con un punto de inflexión para $x = l/2$.

Conservadoramente, la maximización independiente de los dos términos de *M(x)* conduce a la expresión:

$$M_{máx} \simeq K_E N e_{od} + \frac{M_{eq}}{\cos \alpha} \qquad \textbf{(2)}$$

en donde $M_{eq} = C_m M_1$, siendo

$$C_m = \sqrt{B\left(1 + \Psi^2\right) + \left(1 - 2B\right)\Psi}$$

y en donde

$$B = \frac{1}{4 \operatorname{sen}^2 \alpha} \text{ si } \Psi \geq \cos 2\alpha$$

En el caso que $\psi = 1$ ($M_1 = M_2$), C_m se reduce a la unidad y $M_{eq} = M_1$, con lo que se evidencia que M_{eq} es un *momento equivalente* que permite reducir el problema al correspondiente a una flexión primaria constante a lo largo de la pieza ($C_m = 1$).

Considerando de nuevo la expresión de M(x) **(1)**, puede comprobarse que si $\psi < \cos 2\alpha$, el máximo del segundo término se produce en el extremo x = 0. En estas condiciones, de no existir el término $K_E N \cdot w_o(x)$, el problema se reduciría a la *comprobación resistente* de la sección extrema pésima bajo los esfuerzos de primer orden correspondientes (N y M_1). La mayor parte de las reglamentaciones coinciden en salvar esta circunstancia estableciendo una doble comprobación: *"resistente"* en el extremo "pésimo" de la pieza; y *"a pandeo"* en base a los esfuerzos primarios *corregidos* mediante coeficientes que contemplan los efectos de los fenómenos de segundo orden. Lógicamente, en lo que sigue, sólo esta comprobación *"a pandeo"* es objeto de atención en este artículo, sobreentendiéndose que la misma debe complementarse con la adecuada comprobación resistente.

En relación a los valores simplificados a adoptar para M_{eq} o C_m, existen en la literatura diversas expresiones que, si bien son formalmente diferentes, concuerdan relativamente en términos de resultados, como puede apreciarse en la Figura 2.

– *Massonet* propone las expresiones:

$$M_{eq} = \sqrt{0{,}3\left(M_1^2 + M_2^2\right) + 0{,}4 M_1 M_2}$$

o bien,

$$C_m = \sqrt{0{,}3\left(1 + \Psi^2\right) + 0{,}4\Psi} \qquad \textbf{(3)}$$

que corresponden a adoptar un valor constante aproximado B ≈ 0,3.

– *Austin* establece la simplificación $C_m = 0{,}6 + 0{,}4\psi \lessdot 0{,}4$ adoptada, entre otras, por las ya citadas recomendaciones *CECM, y AISC.*

– *DIN 18800* propone $C_m = 0{,}66 + 0{,}44\psi \lessdot 0{,}44$ para leyes de flectores linealmente variables, al tiempo que facilita otras expresiones para distribuciones de flectores diferentes.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

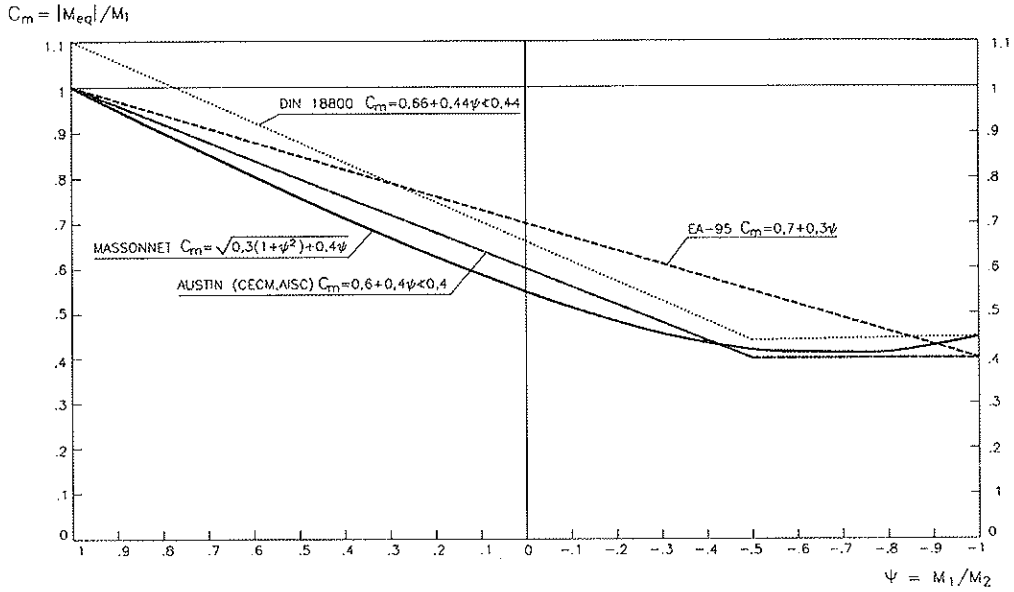


Figura 2. Coeficiente de momento equivalente según diversos autores y normas.

– La norma española *EA-95* establece para cualquier distribución de flectores un momento equivalente igual al máximo que se produce en el tramo central de la pieza de longitud $0{,}4 \cdot l$. En el caso de flector linealmente variable, ello equivale a la expresión $C_m = 0{,}7 + 0{,}3\,\psi$.

– El *Eurocódigo 3* no explicita ninguna expresión para la determinación del momento equivalente, salvo a otros efectos (factor β_M de la Figura 5.5.3).

– Las diferentes normas y autores consultados, salvo la española *EA-95* (en lo que se iuterpreta como un error evidente de la misma), coinciden en prescribir un valor $C_m = 1$ para los soportes de pórticos traslacionales, o incluso en proscribir el modelo de comprobación de pieza aislada para el caso de dicha tipología estructural real. (En el apartado 5 del presente artículo se muestra mediante un ejemplo que, incluso con $C_m = 1$, dicho modelo puede resultar contrario a la seguridad en el caso de soportes integrantes de pórticos traslacionales).

En cuanto al factor amplificador $1/\cos\alpha$ aplicado a M_{eq} en **(2)**, suele considerarse aproximado con precisión suficiente por la expresión $K_E = 1 / (1 - \Gamma)$. Por lo tanto, el momento máximo queda en la forma siguiente:

$$M_{máx} = K_E\,(Ne_{od} + M_{eq})$$

que admite la sencilla interpretación de ser la suma del momento de primer orden M_{eq}, más el momento de primer orden debido a la imperfección e_{od}, amplificados ambos por el factor de segundo orden K_E.

La tensión máxima elástica correspondiente a N y $M_{máx}$, resulta:

$$\sigma_{máx} = \frac{N}{A} + \frac{K_E\left(Ne_{od} + M_{eq}\right)}{W} \qquad \textbf{(4)}$$

siendo A y W respectivamente el área y el módulo resistente de la sección transversal. Esta expresión es una variante de la fórmula de *Perry-Robertson* [12 y 13].

Denominando $s = W / A$ (ordenada del extremo del núcleo central) y $\delta_o = e_{od} / s$ (imperfección geométrica relativa), y limitando $\sigma_{máx}$ al límite elástico del material, f_y, la expresión **(4)** puede escribirse del siguiente modo:

$$\frac{N}{Af_y}\Omega + K_E\frac{M_{eq}}{Wf_y} \le 1 \qquad \textbf{(5)}$$

$$\text{con } \Omega = 1 + \frac{\delta_o}{1-\Gamma} = 1 + K_E\delta_o$$

Con la notación $n = N/Af_y$; $m = M_{eq}/Wf_y$, y suponiendo $n < 1 / \bar{\lambda}^2$ (hipérbola de *Euler*),

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

la inecuación **(5)** puede transformarse como sigue:

$$\left(1+\frac{\delta_0}{1-n\bar{\lambda}^2}\right)n+\frac{m}{1-n\bar{\lambda}^2}\leq 1 \qquad \textbf{(5')}$$

y también

$$\left(1+\delta_o+\bar{\lambda}^2\right)n-\bar{\lambda}^2 n^2+m\leq 1 \qquad \textbf{(5'')}$$

expresión polinómica en n y m en la que desaparece el factor de amplificación euleriano del momento equivalente.

Para secciones de clases 1 ó 2, asumiendo conservadoramente un diagrama de interacción N – M lineal, pueden aplicarse las expresiones **(5)**, **(5')**, **(5'')** con $W = W_{pl}$. Análogamente, para secciones de clase 4, con $W = W_{ef}$ y $A = A_{ef}$.

3. APLICACIÓN A SOPORTES REALES

Pese a haber sido deducida en un contexto elástico y determinístico, la expresión **(5)** permite establecer diversos criterios para la comprobación de soportes elásticos reales. Para ello es necesario efectuar una elección apropiada o *convencional* del parámetro de imperfección δ_o, que permita ajustar los valores característicos inferiores de los resultados experimentales y/o numéricamente simulados. En el caso del soporte solicitado en *compresión centrada*, haciendo $M_{eq} = 0$; $m = 0$, e igualando los dos miembros de la desigualdad, se obtiene $N\omega / A = N / A\chi = f_y$, con $\omega = 1/\chi = 1 + \delta_o / (1 - \chi A f_y / N_{cr})$, de donde puede despejarse χ como función $\chi = \chi(\bar{\lambda}, \delta_o)$:

$$\chi = 1/\omega$$

$$\omega = \phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2} \qquad \textbf{(6)}$$

$$\phi = \frac{1}{2}\left(1+\delta_o+\bar{\lambda}^2\right)$$

siendo:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{A f_y / N_{cr}} = \lambda / \lambda_r$$

(*esbeltez reducida*), con

$$\lambda_r = \pi\sqrt{E / f_y}$$

(*esbeltez de referencia* dependiente del tipo de acero), y $\lambda = l / i$ (*esbeltez clásica*).

De este modo, adoptando $\delta_o = 0{,}3\ \bar{\lambda}^2$ (*Dutheil*), se obtienen los valores del coeficiente ω propuestos en diversas normas ya históricas, como la alemana *DIN 4114* (1952), la francesa *CM 66* (1966), o las españolas *em 62* (1962) y *MV 103* (1972), y todavía mantenido en la reciente norma española *EA-95*.

Las curvas de pandeo de las recomendaciones de 1978 de la CECM [8], podían aproximarse igualmente de acuerdo con la expresión **(6)**, si bien en ellas se utilizaba ya un coeficiente similar a χ, equivalente al inverso del coeficiente ω. En efecto, tal y como desarrollaron *Maquoi y Rondal* [14 y 15], un ajuste empírico de la imperfección convencional δ_o para las diversas curvas de pandeo de las recomendaciones europeas CECM-78, conduce a la expresión siguiente:

$$\delta_o = \rho\sqrt{\bar{\lambda}^2 - 0{,}04} \qquad \textbf{(7)}$$

siendo $0{,}2 < \bar{\lambda} < 3{,}5$, y adoptando para ρ los siguientes valores:

ρ = 0,093 para la curva $\mathbf{a_0}$
ρ = 0,158 para la curva **a**
ρ = 0,281 para la curva **b**
ρ = 0,384 para la curva **c**
ρ = 0,587 para la curva **d**

Tal aproximación proporciona un ajuste respecto a los valores del esfuerzo axil último propuestos en las recomendaciones CECM que, si bien no es exacto, ofrece diferencias poco significativas (entre 0,4% y 2,6% en los rangos usuales; 5,5% como diferencia pésima en el rango considerado). Puede también señalarse que si existen tensiones residuales particularmente elevadas, como es el caso de las secciones armadas soldadas, las recomendaciones establecen un factor reductor adicional de 0,94.

Similar formato ha sido adoptado tanto por el *Eurocódigo 3* (1992) como por la Norma *DIN-18800* (1990). En ambos reglamentos se utiliza el mismo coeficiente χ, dado por la expresión:

$$\chi = \frac{1}{\phi+\sqrt{\phi^2-\bar{\lambda}^2}} \leq 1 \qquad \textbf{(8)}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

en donde

$$\phi = \frac{1 + \alpha\left(\bar{\lambda} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}^2}{2}$$

siendo α un coeficiente de imperfección definido para cada curva de pandeo.

α = 0,21 para la curva **a**
α = 0,34 para la curva **b**
α = 0,49 para la curva **c**
α = 0,76 para la curva **d**

Comparando las expresiones **(6)** y **(8)**, resulta evidente que la propuesta del Eurocódigo 3 y la Norma DIN 18800 equivale a considerar un ajuste empírico de la imperfección convencional δ_o dado por:

$$\delta_o = \alpha\,(\bar{\lambda} - 0{,}2) \qquad \textbf{(9)}$$

Bien con $\delta_o = 0{,}3\,\bar{\lambda}^2$ (Dutheil), con $\delta_o = \sqrt{\bar{\lambda}^2 - 0{,}004}$ (Maquoi y Rondal), o con $\delta_o = \alpha\,(\lambda - 0{,}2)$ (Eurocódigo 3 y DIN-18800), el coeficiente de pandeo w dado por **(6)**, o su equivalente inverso, $1/\chi$, son función de la esbeltez relativa $\bar{\lambda}$, pudiendo expresarse el valor último de la compresión centrada en la forma:

$$N_{b,Rd} = \chi A f_{yd} \qquad \textbf{(10)}$$

donde, siguiendo la notación del Eurocódigo EC-3 que será la utilizada para comparar las diferentes propuestas que a partir de este punto se analizan, $N_{b,Rd}$ es el esfuerzo axil último de cálculo en compresión centrada; $f_{yd} = f_y / \gamma_{M1}$ es el límite elástico de cálculo del acero, siendo γ_{M1} el coeficiente de ponderación del material (γ_{M1} = 1,1 según EC-3); para secciones de clase 4, A debe reducirse a su correspondiente valor "eficaz" A_{eff}.

Para el soporte comprimido excéntricamente, y bajo las hipótesis del caso básico considerado en este trabajo, la comprobación a pandeo de las recomendaciones CECM puede escribirse de acuerdo con la expresión **(5)**, adoptando para el parámetro de imperfección δ_o alguno de los ajustes establecidos en compresión centrada (Dutheil, Maquoi-Rondal, o EC-3).

Si se particulariza el valor de Ω para $\Gamma = N_{b,Rd}/N_{cr}$, siendo $N_{b,Rd}$ el axil último de cálculo en compresión centrada, dado por **(10)**, dicho valor de Ω resulta sobrevalorado (pues $N_{sd} \leq N_{b,Rd}$ y Ω crece con $N = N_{Sd}$). Por tanto, esta simplificación, que conduce a adoptar $\Omega = \omega$ (o $\Omega = 1/\chi$) en la expresión **(5)**, resulta conservadora. Efectuando dicha sustitución, dividiendo ambos términos de **(5)** por f_y y recordando **(10)**, se obtiene la llamada *fórmula de interacción:*

$$\frac{N_{sd}}{\chi A f_{yd}} + \frac{1}{1 - N_{Sd}/N_{cr}}\,\frac{C_m M_{Sd}}{W f_{yd}} = \frac{N_{Sd}}{N_{b,Rd}} + K_E\,\frac{M_{Sd,eq}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

ó

$$\bar{n} + K_E m = \bar{n} + \bar{m} \leq 1 \qquad \textbf{(11)}$$

donde N_{Sd} y M_{Sd} son el esfuerzo axil y el momento flector (en valor absoluto), mayorados como corresponde a una comprobación de estado límite último; $N_{b,Rd}$ es el esfuerzo axil último en compresión centrada; $M_{b,Rd}$ es, en el ámbito elástico correspondiente al caso básico considerado, el momento de agotamiento elástico en flexión pura; o bien, en general $M_{b,Rd} = \chi_{LT} W f_{yd}$, con $W = W_{pl}$, $W = W_{el}$ ó $W = W_{eff}$ según el tipo de sección, con $\chi_{LT} \leq 1$, coeficiente de reducción por pandeo lateral; y, finalmente, $\bar{n} = N_{Sd}/N_{b,Rd}$ y $\bar{m} = K_E M_{Sd}/M_{b,Rd} = K_E m$ son esfuerzos adimensionales, adecuados para la comparación de las diferentes propuestas.

En la Figura 3 adjunta, el diagrama de interacción rectilíneo corresponde a la fórmula **(11)**, mientras que el diagrama poligonal se obtiene transformando el anterior de modo que en ausencia de fenómenos de pandeo ($\chi \to 1$; $\chi_{LT} \to 1$), se reproduzca un diagrama de interacción típico para secciones en I ó H de clase 1 ó 2, con flexión en su plano de mayor inercia o, análogamente otras funciones de interacción N-M de primer orden aplicables para otras tipologías de secciones (EC-3, art. 5.4.8.1).

La fórmula $\bar{n} + \bar{m} \leq 1$, conservadora según lo antedicho, puede mejorarse desarrollando la ecuación **(5")**, mediante la sustitución $\delta_o = 2\phi - 1 - \bar{\lambda}^2 = (\bar{\lambda}^2 - 1/\chi)\,(\chi - 1)$, válida para cualquiera de las posibles elecciones de δ_o,

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

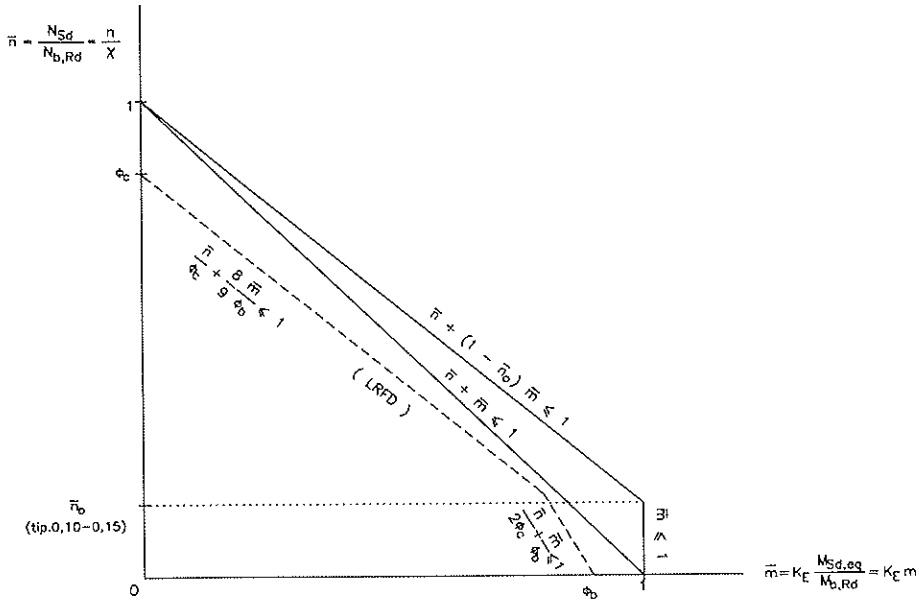


Figura 3. Diagramas teóricos de interacción en flexión compuesta.

con lo cual se obtienen las siguientes expresiones:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi A f_{yd}} + \frac{C_m M_{Sd}}{W f_{yd}} + \Delta n \leq 1$$

ó

$$\bar{n} + m + \Delta n \leq 1 \qquad \textbf{(11')}$$

El término Δn viene dado por la expresión

$$\Delta n = \frac{n}{\chi}\left(1 - \frac{n}{\chi}\right)\chi^2 \cdot \lambda^2$$

con $\Delta n \leq 0{,}1$ por lo que se obtienen las siguientes *fórmulas aproximadas:*

$$\frac{N_{Sd}}{\chi A f_{yd}} + \frac{C_m M_{Sd}}{W f_{yd}} \leq 0{,}9$$

ó

$$\bar{n} + m \leq 0{,}9 \qquad \textbf{(11'')}$$

Las especificaciones estadounidenses del *AISC* en diferentes ediciones anteriores al manual *LRFD* [4], proponen la utilización de *la fórmula de interacción* **(11)**, admitiendo identificar $M_{b,Rd}$ con el momento plástico de la sección (reducido en caso de posibilidad de pandeo lateral), determinar $N_{b,Rd}$ para el plano de pandeo más desfavorable (aunque no coincida con el de la flexión), o la adición de términos en el caso de flexión esviada[1]. La validez de estas correcciones y, en general, de la antedicha *fórmula de interacción* fueron comprobadas en su día mediante su contraste con resultados de análisis no lineales rigurosos del fenómeno –como los publicados por Galambos y Ketter [16]– y de ensayos de soportes reales –Vankuren y Galambos [17]–. En términos de diagramas de interacción *normalizados* –entendiendo como tales los correspondientes a los valores últimos de los parámetros adimensionales $\bar{n}$ y $\bar{m}$ (ó n y m), independientemente de que los valores de $N_{b,Rd}$ deben ser modificados para ajustarse a cada reglamento–, la *fórmula de interacción* (ligeramente "conservadora") presentaba una satisfactoria concordancia con los resultados numéricos y experimentales. Todo lo antedicho pone de manifiesto que pese a su base teórica, la *fórmula de interacción* tiene un carácter esencialmente *semi-empírico.*

El manual LRFD del *AISC* [4], mantiene la comprobación de soportes comprimidos en términos de *fórmula de interacción*, si

[1] No se detallan tales adaptaciones por no corresponder al caso *básico* objeto de esta exposición.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

bien con algunas correcciones. Así, se distinguen dos situaciones:

$$\text{si } \frac{N_{Sd}}{\phi_c N_{b,Rd}} \geq 0{,}2 \text{ es } \frac{N_{Sd}}{\phi_c N_{b,Rd}} + \frac{8}{9}\left(\frac{K_{Ey}M_{y,Sd,eq}}{\phi_b M_{b,y,Rd}} + \frac{K_{Ez}M_{z,Sd,eq}}{\phi_b M_{b,z,Rd}}\right) \leq 1$$

es decir:

$$\text{si } \frac{\bar{n}}{\phi_c} \geq 0{,}2 \text{ es } \frac{\bar{n}}{\phi_c} + \frac{8}{9}\left(\frac{\bar{m}_y + \bar{m}_z}{\phi_b}\right) \leq 1$$

$$\text{si } \frac{N_{Sd}}{\phi_c N_{b,Rd}} < 0{,}2 \text{ es } \frac{N_{Sd}}{2\phi_c N_{b,Rd}} + \left(\frac{K_{Ey}M_{y,Sd,eq}}{\phi_b M_{b,y,Rd}} + \frac{K_{Ez}M_{z,Sd,eq}}{\phi_b M_{b,z,Rd}}\right) \leq 1$$

es decir:

$$\text{si } \frac{\bar{n}}{\phi_c} < 0{,}2 \text{ es } \frac{\bar{n}}{2\phi_c} + \left(\frac{\bar{m}_y + \bar{m}_z}{\phi_b}\right) \leq 1$$

expresiones que, para el caso *básico* de flexión uniaxil hasta ahora contemplado, derivan en las líneas de trazos de la Figura 3, y en las que:

– $K_{Ey}M_{y,Sd,eq}$, $K_{Ez}M_{z,Sd,eq}$ son, en el caso intraslacional ahora considerado, los momentos equivalentes (mayorados), incluyendo efectos de segundo orden[2]. Tales momentos no serán inferiores en ningún caso a los momentos primarios correspondientes, con lo que las anteriores expresiones cubren las comprobaciones de pandeo y resistencia. En el caso básico de flexión uniaxil linealmente variable, se particulariza $M_{z,Sd,eq} = 0$; $\bar{m}_z = 0$ y $K_{Ey}M_{y,Sd,eq} = K_E M_{Sd,eq} = C_m M_{1,Sd} / (1 - N_{Sd} / N_{cr}) \nless M_{1,Sd}$, con $C_m = 0{,}6 + 0{,}4\,\psi \nless 0{,}4$.

– $\phi_c N_{b,Rd}$ es el esfuerzo normal último en compresión centrada correspondiente al plano pésimo de pandeo, afectado por un *coeficiente de minoración* ($\phi_c = 0{,}85$).

– $\phi_b M_{b,y,Rd}$, $\phi_b M_{b,z,Rd}$ son los momentos últimos, afectados por un *coeficiente de minoración* ($\phi_b = 0{,}9$). Para secciones *compactas*, los momentos últimos pueden identificarse con los correspondientes momentos plásticos de la sección: $M_{b,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} = W_{pl,y} f_{yd}$; $M_{b,z,Rd} = M_{pl,zRd} = W_{pl,z} f_{yd}$.

La propuesta de la norma española *EA-95* [3] se encuentra recogida en su artículo 3.2.9. De acuerdo con él, se requiere una doble comprobación, de *resistencia* y a *pandeo*. Esta última, para el caso *básico* correspondiente a piezas doblemente simétricas, con planos de pandeo y flexión coincidentes, puede escribirse como sigue:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{b,Rd}} + \frac{M_{Sd,eq}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

o bien

$$\bar{n} + m \leq 1 \qquad \textbf{(13)}$$

siendo $N_{b,Rd} = A f_y / \omega(\bar{\lambda})$, con $\omega(\bar{\lambda})$ correspondiente a $\delta = 0{,}3\bar{\lambda}^2$ (Dutheil); y $M_{b,Rd} = W_{el} f_{yd}$. Igual planteamiento se generaliza para piezas doblemente simétricas con pandeo posible en ambos planos y flexión biaxil, según:

$$\frac{N_{Sd}}{N_{b,Rd,min}} + \frac{M_{y,Sd,eq}}{M_{b,y,Rd}} + \frac{M_{z,Sd,eq}}{M_{b,z,Rd}} \leq 1 \qquad \textbf{(14)}$$

siendo $N_{b,Rd,min}$ el axil último en compresión centrada correspondiente al plano de pandeo más desfavorable.

El origen de tal formulación se encuentra en la antigua *DIN-4114* (1952), a través de las españolas instrucción *em 62* (1962) y norma *MV-103* (1972), sin bien se ha suprimido en la edición actual la posible reducción por 0,9 del segundo sumando. Como resulta evidente, la propuesta se corresponde con la anteriormente comentada *fórmula de interacción*, pero ignorando el término de *amplificación euleriana* del momento. Se trunca así la cadena de simplificaciones *con-*

[2] En el caso de estructuras traslacionales, los términos K_{Ey} $M_{y,Sd,eq}$ y $K_{Ey}M_{z,Sd,eq}$ deben sustituirse por los correspondientes momentos equivalentes totales de un análisis geométricamente no-lineal global de la estructura.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

servadoras que subyacían en la obtención de la *fórmula de interacción*, al tiempo que se aumenta su componente *empírica*.

El *Eurocódigo 3* [1] y la norma alemana *DIN-18800* [2] son inicialmente coincidentes entre sí en su planteamiento del problema. En primer lugar, para piezas de sección uniforme en compresión centrada ambos reglamentos proponen una comprobación basada en **(10)**, utilizando el *coeficiente de reducción* χ (equivalente al inverso de ω), basado en la ya comentada aproximación $\delta_o = \alpha\ (\bar{\lambda} - 0{,}2)$ y descrito en **(8)**. Para secciones con problemas de abolladura local (clase 4) se reduce el área efectiva de las mismas.

En compresión excéntrica, ambos textos proponen asimismo una doble posibilidad de análisis. En el caso del *Eurocódigo 3*, su artículo 5.5.1 admite la posibilidad de efectuar la comprobación a *pandeo* en base a un *análisis de segundo orden*[3]. Dicho análisis debe *incluir* una *curvatura inicial equivalente*, e_{od}, definida en su figura 5.5.1 para cada curva de pandeo, en función de la esbeltez relativa, $\bar{\lambda}$, y de otros datos (características de la sección y del material, coeficiente de minoración de resistencia aplicado, etc.). A partir del esfuerzo axil actuante y de los flectores obtenidos en el análisis de segundo orden (en el caso *básico,* los resultantes de amplificar *eulerianamente* los momentos de primer orden, incluyendo imperfecciones), se procede a la comprobación de la pieza en flexión compuesta. De acuerdo con el artículo 5.4.8.1 (apartados 1 a 11) del mismo EC-3, tratándose de secciones de clase 1 ó 2, sin problemas de pandeo lateral, y con flexión primaria lineal, en general, bastará satisfacer:

$$\left(K_{Ey}\frac{M_{y,Sd,eq}+e_{y,od}N_{Sd}}{M_{Ny,Rd}}\right)^{\alpha}+\left(K_{Ez}\frac{M_{z,Sd,eq}+e_{z,od}N_{Sd}}{M_{Nz,Rd}}\right)^{\beta}\leq 1 \qquad \textbf{(15)}$$

siendo:

- α y β, constantes que, conservadoramente, pueden tomarse iguales a la unidad[4].
- K_{ey} y K_{Ez} los factores de amplificación *eulerianos* correspondientes a los planos *yy* y *zz* que, en el caso *básico* definido en el apartado 1, admiten la formulación sencilla dada en el apartado 2, pero que en general (piezas de sección y/o axil variables, etc.), procederán de la resolución del problema de segundo orden mediante técnicas analíticas o numéricas apropiadas.
- $M_{y,Sd,eq} = C_{my}M_{y,Sd}$ y $M_{z,Sd,eq} = C_{mz}M_{z,Sd}$, los momentos equivalentes de cálculo de primer orden, sin incluir imperfecciones.
- N_{sd} el esfuerzo axil de cálculo.
- $e_{y,od}$ ó $e_{z,od}$, la imperfección equivalente que corresponda según el plano de pandeo considerado que el Eurocódigo EC-3 (Figura 5.5.1) hace dependientes del método de análisis empleado.
- $M_{Ny,Rd} = 1{,}11\ (1 - n)\ W_{pl,y}f_{yd} \not> W_{pl,y}f_{yd}$, para perfiles laminados en I ó H.
- $M_{Ny,Rd} = 1{,}33\ (1 - n)\ W_{pl,y}f_{yd} \not> W_{pl,y}f_{yd}$, para tubos rectangulares de espesor uniforme.
- $M_{Nz,Rd} = W_{pl,z}f_{yd}$ si $n \leq 0{,}2$, y $M_{Nz,Rd} = 1{,}56\ (1 - n)\ (n + 0{,}6)\ W_{pl,z}f_{yd}$ si $n > 0{,}2$, para perfiles laminados en I ó H.
- $M_{Nz,Rd} = W_{pl,z}f_{yd}\ (1 - n)\ /\ (0{,}5 + ht\ /\ A)$, para tubos rectangulares de canto h y espesor t uniforme.
- $n = N_{Sd}\ /\ Af_{yd}$.

Alternativamente, siempre de acuerdo con el mismo artículo 5.4.8.1 (apartado 12) de EC-3, el criterio de comprobación en fle-

[3] El análisis de segundo orden es obligado para piezas de sección variable (art. 5.5.1.3).

[4] De acuerdo con el artículo 5.4.8.1 (apartado 1) de EC-3 en lugar de los valores conservadores $\alpha = \beta = 1$ podría también adoptarse:

– para perfiles laminados en I o H $\alpha = 2$; $\beta = 5n \not< 1$
– para tubos rectangulares $\alpha = \beta = 1{,}66\ /\ (1 - 1{,}13\ n^2) \not> 6$.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

xión compuesta se puede establecer conservadoramente del siguiente modo[5].

$$\frac{N_{Sd}}{Af_{yd}} + K_{Ey}\frac{N_{Sd}e_{y,od} + M_{y,Sd,eq}}{W_{pl,y}f_{yd}} + K_{Ez}\frac{N_{Sd}e_{z,od} + M_{z,Sd,eq}}{W_{pl,z}f_{yd}} \leq 1 \qquad \textbf{(16)}$$

Finalmente, en piezas sin problemas de pandeo lateral, con flexión de primer y seguudo orden coincidentes, y secciones de clases 1 ó 2, admitiendo conservadoramente un diagrama de interacción lineal, bastará considerar:

$$\frac{N_{Sd}}{Af_{yd}} + K_{E}\frac{N_{Sd}e_{od} + M_{Sd,eq}}{W_{pl}f_{yd}} \leq 1 \qquad \textbf{(17)}$$

La versatilidad que ofrece el planteamiento anteriormente expuesto resulta evidente y, en base al mismo, pueden estudiarse con rigor múltiples situaciones (piezas de sección variable, pandeo no coincidente con el plano de flexión, compresión combinada con flexión esviada, etc.).

Como es lógico, en el caso de piezas de sección constante solicitadas en compresión centrada, el análisis de segundo orden incluyendo la correspondiente *curvatura inicial equivalente*, y la ulterior comprobación resistente en base al diagrama de interacción lineal $N/Af_{yd} + M/Wf_{yd} \leq 1$, conduce a resultados idénticos a la aplicacióu del *coeficiente reductor* χ. En caso de flector variable, la anterior comprobación a pandeo debe complementarse con la comprobación resistente de la sección pésima.

La segunda opción contemplada en el *Eurocódigo 3* es la definida en el artículo 5.5.4. Se trata de una comprobación en base a una *fórmula de interacción* que considera los efectos de la compresión y de una posible flexión en dos planos. En el caso de secciones de clase 1 y 2, en las cuales el pandeo lateral no represente una posible ruina, como corresponde al caso *básico* objeto de este estudio, dicha fórmula de interacción toma la siguiente forma:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min}Af_{yd}} + \frac{K_y M_{y,Sd,eq}}{W_{pl,y}f_{yd}} + \frac{K_z M_{z,Sd,eq}}{W_{pl,z}f_{yd}} \leq 1 \qquad \textbf{(18)}$$

en donde:

χ_{min} es el menor de los coeficientes de pandeo χ_y y χ_z en las dos direcciones principales.

$$K_y = 1 - \frac{\mu_y N_{Sd}}{\chi_y A f_y} \geqslant 1{,}5$$

con

$$\mu_y = \bar{\lambda}_y\left(2\beta_{My} - 4\right) + \frac{W_{pl,y} - W_{el,y}}{W_{el,y}} \geqslant 0{,}90$$

$$K_z = 1 - \frac{\mu_z N_{Sd}}{\chi_z A f_y} \geqslant 1{,}5$$

con

$$\mu_z = \bar{\lambda}_z\left(2\beta_{Mz} - 4\right) + \frac{W_{pl,z} - W_{el,z}}{W_{el,z}} \geqslant 0{,}90$$

β_{My} y β_{Mz} son los coeficientes relativos al momento equivalente[6] que, para una distribución lineal de flectores vienen dados por $\beta_M = 1{,}8 - 0{,}7\,\psi$.

$W_{pl,y}$, $W_{pl,z}$, $W_{el,y}$, $W_{el,z}$, son, respectivamente, los módulos resistentes plásticos y elásticos respecto a los ejes *yy* y *zz*.

[5] El alcance práctico de aplicar unos u otros criterios de comprobación en flexo-compresión queda sin embargo limitado por el hecho de que, según la figura 5.5.1 de EC-3, la comprobación resistente de la sección en base a fórmulas de interacción N-M no lineales (apartados 1 a 11 del artículo 5.4.8.1) requiere utilizar excentricidades mecánicas equivalentes superiores a las exigidas cuando la comprobación resistente de la sección se basa en una fórmula de interacción N-M lineal (apartado 12 de 5.4.8.1). Así, en los casos analizados en el estudio comparativo desarrollado posteriormente (correspondientes a esbelteces elevadas), los resultados de aplicar unos u otros criterios han sido sensiblemente coincidentes. Por el contrario, en piezas flexo-comprimidas de esbeltez reducida o flexo-traccionadas, las diferencias pueden ser significativas.

[6] Los coeficientes β_M son de aplicación exclusiva a esta fórmula de interacción del Eurocódigo y no deben confundirse con los coeficientes C_m analizados en el apartado 2 del artículo. Obsérvese en tal sentido que los coeficientes β_M que ahora se comentan pueden superar ampliamente la unidad ($\beta_M = 2{,}5$ para $\psi = -1$). Tampoco coinciden los coeficientes K_y, K_z con los factores eulerianos K_{Ey}, K_{Ez}.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

La fórmula de interacción antedicha, adoptando para $M_{y,Sd}$ y $M_{z,Sd}$ los máximos flectores en valor absoluto de la pieza[7], cubre en una única expresión las comprobaciones de *pandeo* y *resistencia* ya comentadas en el apartado 2. Los factores K_y y K_z que "ponderan" los términos de la desigualdad correspondientes a la flexión, se encuentran superiormente limitados a 1,5 y, aunque en ciertas condiciones pueden resultar inferiores a la unidad, ello no conduce a comprobaciones menos exigentes que la comprobación *resistente* en la sección pésima. En términos generales, se trata de una propuesta con una alta dosis de empirismo que, como se justificará en el apartado siguiente, resulta en general fuertemente *conservadora*, si bien se han detectado ciertas condiciones en las que resulta menos segura que el resto de formulaciones analizadas. Por su fárrago y la pérdida de sentido físico que implican, estos coeficientes K_y y K_z no se cuentan entre las –en general– excelentes aportaciones del Eurocódigo 3[8].

Como ya se ha indicado, la norma alemana *DIN-18800* presenta un planteamiento paralelo al propuesto por el Eurocódigo 3. El denominado *Método 1*, de los que en su artículo 3.5.1 se contemplan para el análisis de piezas flexo-comprimidas, se corresponde casi literalmente con el propuesto en el artículo 5.5.4 del Eurocódigo 3. Tan sólo cabe señalar una mínima diferencia en la expresión de los términos K_y y K_z, y en la cota inferior de μ_y y μ_z (aquí denominados α_y y α_z), sin prácticamente alcance en términos de resultados. La expresión de tales parámetros, manteniendo para mayor facilidad de comparación la notación del Eurocódigo, es la siguiente:

$$K_y = 1 - \frac{\mu_y N_{Sd}}{\chi_y A f_{yd}} \geqslant 1{,}5$$

con

$$\mu_y = \bar{\lambda}_y\left(2\beta_{My} - 4\right) + \frac{W_{pl,y} - W_{el,y}}{W_{el,y}} \geqslant 0{,}80$$

$$K_z = 1 - \frac{\mu_z N_{Sd}}{\chi_z A f_{yd}} \geqslant 1{,}5$$

con

$$\mu_z = \bar{\lambda}_z\left(2\beta_{Mz} - 4\right) + \frac{W_{pl,z} - W_{el,z}}{W_{el,z}} \geqslant 0{,}80$$

mientras el resto de la formulación se mantiene (aunque con cambios de nomenclatura).

El denominado *Método 2* de la norma *DIN-18800,* pese a su aspecto formalmente bien diferente, coincide esencialmente con la aplicación de un análisis de segundo orden, incluyendo la curvatura inicial equivalente definida en el artículo 5.5.1 de EC-3[9]. En el caso de flexión simple y pandeo en el plano de flexión, la comprobación de *pandeo* (a complementar en su caso con la correspondiente comprobación *resistente*), toma la siguiente forma:

$$\frac{N_{sd}}{\chi N_{pl,d}} + \frac{C_m M_{Sd}}{M_{pl,Rd}} + \Delta n \leq 1 \qquad \textbf{(19)}$$

siendo:

- χ el coeficiente de reducción correspondiente al plano pésimo de pandeo.
- C_m el coeficiente de momento equivalente (en DIN 18800 denominado β_m) que, para diagramas lineales de flectores de primer orden, toma la expresión $C_m = 0{,}66 + 0{,}44\ \psi$.
- M_{Sd} el máximo flector en valor absoluto según la teoría de primer orden, sin incluir imperfecciones (para distribuciones linea-

[7] EC-3 no indica qué valores deben adoptarse para $M_{y,Sd}$ y $M_{z,Sd}$. No obstante, dado que se trata de una formulación única que cubre las comprobaciones de resistencia y pandeo, se entiende que tales momentos deben ser los máximos en valor absoluto a lo largo de la pieza. Así lo prescribe expresamente la norma DIN 18800, con un planteamiento análogo (Método 1).

[8] En el mismo orden de cosas, y aun fuera de contexto, conviene advertir acerca de la no aplicabilidad del límite de flecha de EC-3 (tabla 3.1) correspondiente a "tabiques no flexibles" para la tabiquería de fábrica usual en la edificación española.

[9] Siempre y cuando se aplique como criterio de interacción a nivel de sección la expresión linealizada (conservadora) de la forma: $N / Af_{yd} + M_{y,Sd} / W_y fyd + M_{z,Sd} / W_z fyd \leq 1$.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

les de flectores, con la nomenclatura hasta ahora empleada, $M_{Sd} = M_{1Sd}$).

- $N_{pl,Rd} = Af_{yd}$ y $M_{pl,Rd} = W_{pl}f_{yd}$ para secciones de clase 1 y 2. En el caso de secciones doblemente simétricas, con almas cuya sección sea igual o superior al 18% del área total, se podrá sustituir $M_{pl,d}$ por 1,1 $M_{pl,d}$ siempre que sea $N/N_{pl,d} > 0,2$.

El término Δn, de acuerdo con la expresión de él deducida en el apartado 3, viene dado por:

$$\Delta n = \frac{M_{Sd}}{\chi N_{pl,Rd}}\left(1 - \frac{N_{Sd}}{\chi N_{pl,Rd}}\right)\chi^2\bar{\lambda}^2 \geqslant 0,1$$

o, simplificadamente

$$\Delta n = 0,25\,\chi^2\,\bar{\lambda}^2 \geqslant 0,1$$

En el caso de flexión biaxil, la expresión correspondiente al *Método 2* de *DIN-18800* es la siguiente:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi N_{pl,Rd}} + \frac{M_{y,Sd,eq}}{M_{pl,y,Rd}}k_y + \frac{M_{z,Sd,eq}}{M_{pl,z,Rd}}k_z + \Delta n \leq 1 \quad \textbf{(20)}$$

siendo:

- χ el coeficiente de reducción correspondiente según idéntica formulación a la manejada en EC-3.
- $M_{y,Sd,eq} = C_{m,y}M_{y,Sd}$ y $M_{z,Sd,eq} = C_{m,z}M_{z,Sd}$ los momentos equivalentes, dados por los coeficientes $C_{m,y}$ y $C_{m,z}$ (en DIN-18800 denominados β_{my} y β_{mz}), definidos igual que en el caso de flexión simple.
- $M_{y,Sd}$ y $M_{z,Sd}$ los máximos flectores en valor absoluto según la teoría de primer orden, sin incluir imperfecciones.
- $N_{pl,d} = Af_{yd}$, $M_{pl,y,Rd} = W_{pl,y}f_{yd}$, y $M_{pl,z,Rd} = W_{pl,z}f_{yd}$ para secciones de clases 1 y 2.
- $k_y = 1$; $k_z = C_z$ si $\chi_y < \chi_z$
- $k_y = 1$; $k_z = 1$ si $\chi_y = \chi_z$
- $k_y = C_y$; $k_z = 1$ si $\chi_y > \chi_z$

$$c_z = \frac{1}{c_y} = \frac{1 - \dfrac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}}\bar{\lambda}^2_{Ky}}{1 - \dfrac{N_{Sd}}{N_{pl,Rd}}\bar{\lambda}^2_{K,z}}$$

Δn obtenido de igual modo que el descrito para el caso de flexión simple y pandeo coincidente con el plano de flexión.

Con carácter simplificado, asumiendo que el término aditivo $\Delta n \leq 1$ puede compensarse sustituyendo W_{pl} por W_{el} en la expresión de $M_{pl,Rd}$, y reemplazando C_m por la unidad a fin de cubrir el caso traslacional (con las salvedades del apartado 5 posterior), se obtiene la expresión aproximada que sigue, válida para comprobaciones "rápidas" de secciones de clases 1 o 2, sin pandeo lateral, y con flexión primaria uniaxil (caso *básico*):

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min}Af_{yd}} + \frac{M_{Sd}}{W_{el}f_{yd}} \leq 1 \quad \textbf{(21)}$$

Esta expresión que, salvo notación y coeficientes viene a coincidir con la propuesta en *EA-95*, resume en una única fórmula "envolvente" las comprobaciones de *pandeo* y *resistencia*. En caso de flexión biaxil, los razonamientos anteriores conducen a la siguiente expresión aproximada, siempre limitada a secciones de clase 1 ó 2, sin pandeo lateral:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min}Af_{yd}} + \frac{M_{y,Sd}}{W_{el,y}f_{yd}} + \frac{M_{z,Sd}}{W_{el,z}f_{yd}} \leq 1 \quad \textbf{(22)}$$

4. ESTUDIO COMPARADO DE DIVERSAS PROPUESTAS

A continuación se contrastan algunos resultados correspondientes a las propuestas más significativas de entre las anteriormente reseñadas. Dicho contraste se efectúa representando gráficamente los valores últimos de los esfuerzos adimensionalizados en la forma:

$$m = \frac{M_{Sd,eq}}{M_{b,Rd}} = \frac{C_m M_{Sd}}{M_{b,Rd}} \quad ; \quad \bar{n} = \frac{N_{Sd}}{N_{b,Rd}}$$

Tal descripción resulta adecuada, ya que permite deslindar conceptos, independizando la discusión relativa a la interacción entre esfuerzos (que es a la que aquí se presta atención), de los criterios que llevan a determinar uno u otro esfuerzo normal último en compresión centrada ($N_{b,Rd}$), o uno u otro momento flector último en flexión pura

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

($M_{b,Rd}$). Debe, no obstante, indicarse que puesto que la esbeltez de la pieza interviene indirectamente en algunas formulaciones (por ejemplo para la determinación de N_{cr}), se hace preciso vincular de modo homogéneo dicha esbeltez con el axil último en compresión centrada, $N_{b,Rd}$. Por este motivo de homogeneidad en las bases de comparación, se ha aplicado una misma expresión para la obtención de dicho axil último en compresión centrada, eligiéndose para ello la del Eurocódigo 3 y la norma DIN-18800; es decir, se adopta en todos los casos el coeficiente de pandeo χ de EC-3 y DIN-18800, correspondiente a considerar un parámetro de imperfección $\delta_o = \alpha\ (\bar{\lambda} - 0{,}2)$.

Hechas estas salvedades, la comparación ha incluido las siguientes situaciones generales:

- Flexión de primer y segundo orden coincidentes, ambas alrededor del eje de mayor inercia de la sección. Corresponde este caso a suponer impedido el pandeo en el plano transversal (o "débil") de la pieza.
- Flexión de primer orden uniaxil alrededor del eje de mayor inercia de la sección, con posibilidad de pandeo en ambos planos.
- Flexión de primer orden biaxil (con $M_{y,Sd} / M_{y,b,Rd} = M_{z,Sd} / M_{z,b,Rd}$), con pandeo posible en ambos planos.

En términos de leyes de flectores, el estudio se ha limitado al caso de flector linealmente variable. Se han considerado las siguientes situaciones, definidas a través de la relación entre los flectores en los extremos, M_1, y M_2 ($M_1 \geq M_2$):

- $M_1 = M_2$; $\psi = M_2 / M_1 = 1$
- $M_2 = 0$; $\psi = M_2 / M_1 = 0$
- $M_2 = -M_1 / 2$; $\psi = M_2 / M_1 = -0{,}5$
- $M_1 = -M_2$; $\psi = M_2 / M_1 = -1$

En cuanto a tipos de sección, se han contemplado las dos siguientes, ambas de clase 1 y consideradas representativas de las soluciones más usuales en edificación[10].

- Perfil laminado en "H" (serie HEB).
- Perfil hueco rectangular (serie PHR con h = 2b = 20 t).

En términos de esbeltez, a fin de significar lo más ampliamente posible las diferencias entre unos y otros criterios, se ha optado por utilizar sistemáticamente una esbeltez reducida $\bar{\lambda} = 2$ en el plano de pandeo más desfavorable ($\lambda \approx 186$ con acero S-235, siempre en ese mismo plano).

Los diferentes casos resultantes de las consideraciones anteriores se han analizado en base a las siguientes normas y criterios, todos ellos reseñados en el apartado anterior:

1. Análisis de segundo orden, incluyendo una excentricidad inicial equivalente, e_{od}, según art. 5.5.1 de Eurocódigo 3. El análisis se efectúa introduciendo la excentricidad equivalente $e_{y,od}$ ó $e_{z,od}$ que corresponda según el plano de pandeo más desfavorable entre los posibles. La ulterior comprobación resistente a nivel de sección se efectúa admitiendo una fórmula lineal de interacción N/M, conforme a las expresiones **(16)** o **(17)**, aunque como ya se justificó en la nota (5) del apartado precedente, para los casos aquí analizados (correspondientes a piezas de esbeltez considerable), los diferentes criterios de comprobación resistente establecidos en el artículo 5.4.8.1, debidamente compaginados con las excentricidades mecánicas equivalentes definidas en la Figura 5.5.1, conducen a resultados sensiblemente coincidentes. En términos de momento equivalente, ante la inexistencia de un criterio específico, se ha optado por utilizar la expresión de *Massonet* **(3)**.

2. Artículo 5.5.4 de Eurocódigo 3. De acuerdo con este artículo, para secciones de clase 1 ó 2, en las que el pandeo lateral no represente una posible ruina, el criterio de comprobación general viene dado por la expresión **(18)**.

3. Método 1 de DIN-18800. Como ya se ha indicado el llamado *Método 1* de DIN-18800 es sensiblemente coincidente con el descrito en el artículo 5.5.4 de EC-3. En consecuencia, su aplicación viene dada por la aplicación de la misma expresión **(18)**, si bien con los matices indicados en el aparta-

[10] El estudio se ha efectuado concretamente en base a las secciones HEB-200 y PHR-120.60.6. En el caso de flexión primaria biaxil, sólo este último se ha contemplado.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

do 3, cuya incidencia en términos de resultados prácticos es mínima.

4. DIN-18800: Método 2. La aplicación del llamado *Método 2* de DIN-18800 se ha efectuado en base a las expresiones **(19)** ó **(20)**, según se trate de flexión primaria uniaxil o biaxil. Como ya se ha manifestado, dicho Método 2 de DIN-18800 coincide en lo esencial con un análisis de segundo orden, introduciendo una imperfección inicial equivalente conforme al artículo 5.5.1 del Eurocódigo 3, siempre que la ulterior comprobación resistente se efectúe conservadoramente de acuerdo con la expresión **(16)**. Para la determinación del momento equivalente, se ha aplicado el coeficiente $C_m = 0{,}66 + 0{,}44\psi$, prescrito en la propia norma[11].

5. Manual L.R.F.D. del A.I.S.C. Las prescripciones del manual L.R.F.D. conducen a la aplicación de las expresiones **(12)**. A fin de centrar la comparación respecto a otros procedimientos en los aspectos relativos a la interacción de esfuerzos, la representación gráfica de los resultados correspondientes a la aplicación del manual L.R.F.D. se efectúa utilizando como abscisas y ordenadas del diagrama de interacción adimensional los siguientes términos:

$$m = \frac{M_{Sd,eq}}{\phi_b M_{b,Rd}} = \frac{C_m M_{Sd}}{\phi_b M_{b,Rd}} \quad ; \quad \bar{n} = \frac{N_{Sd}}{\phi_c N_{b,Rd}}$$

En cuanto a la obtención del coeficiente de *momento equivalente* en el caso considerado de flexión primaria linealmente variable y extremos inmovilizados, se aplica la expresión de *Austin*, definida en el apartado 2.

6. Norma EA-95. La aplicación de la norma española EA-95 a los casos analizados se ha llevado a cabo mediante la utilización de las expresiones **(13)** ó **(14)**, según se trate de flexión primaria uniaxil o biaxil. Para el cálculo del *momento equivalente*, se sigue el criterio específico de esta norma, explicitado en el apartado anterior, debiendo de nuevo insistir en que valores de C_m inferiores a la unidad no son exportables a problemas traslacionales, aspecto aparentemente omitido en la citada norma. La representación adimensionalizada adoptada evita que en la comparación de resultados con otros reglamentos influyan los diferentes criterios de EA-95 en cuanto al cálculo de $N_{b,Rd}$ (coeficiente ω; *Dutheil*) o $M_{b,Rd}$ (con W_{el} en lugar de W_{pl}).

De las propuestas analizadas, sólo las números 2 y 3 (artículo 5.5.4 de EC-3 y Método 1 de DIN-18800), engloban en una única expresión las comprobaciones de *pandeo* y *resistencia*. En los restantes casos, las comprobaciones de *pandeo*, objeto de estudio en este artículo, deben complementarse cuando así proceda (casos de flexión variable) con las comprobaciones resistentes que correspondan de acuerdo con la normativa considerada.

7. Método de Elementos Finitos. El estudio comparativo de la normativa anteriormente reseñada, se ha complementado con el análisis por el método de elementos finitos de algunos de los soportes considerados en dicho estudio comparativo. No se pretende con ello preconizar un modelo alternativo, sino tan sólo establecer una referencia más para la comparación, limitada a algunos casos significativos. De acuerdo con ello, el análisis se centra en el caso de soportes tipo HEB, con flexión primaria uniaxil y pandeo transversal impedido[12], con efectos de segundo orden, comportamiento elasto-plástico del acero, e "imperfecciones" equivalentes.

El alma del perfil se ha modelizado mediante elementos isoparamétricos de 8 nodos, mientras que las alas se han discretizado mediante elementos unidimensionales de 2 nodos; ambos con matriz de rigidez "geométrica" y material elástico-perfectamente plástico de *von Mises*. Los parámetros del modelo, imperfecciones y discretización, se han calibrado de forma de ajustar los valores correctos de la carga crítica ideal N_{cr} (cuando no se considera la no-linealidad del material), y la carga última en compre-

[11] Cabe indicar que la aplicación del coeficiente de momento equivalente de DIN-18800, determina cierta discontinuidad en los resultados correspondientes. Así para el caso de flector constante ($M_1 = M_2 = M$; $\psi = 1$), se obtiene $M_{eq} = 1{,}1M$, lo que determina que el correspondiente diagrama de interación n/m no pase por el punto (0;1).

[12] En concreto se ha analizado el mismo soporte HEB-200 de acero S-235 y esbeltez mecánica $\lambda = 186$ ($\bar{\lambda} = 2$) que ha servido de base en el estudio comparativo, contemplándose los mismos cuatro valores del coeficiente de forma del diagrama (lineal) de flectores de primer orden utilizados en dicho estudio ($\psi = 1$; $\psi = 0$; $\psi = -0{,}5$; $\psi = -1$).

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

sión centrada $N_{b,Rd}$ (cuando se consideran tanto la no linealidad "geométrica" como la "mecánica", además de las imperfecciones "equivalentes", pero sin flexiones de primer orden añadidas). Posteriormente, se ha procedido al análisis incluyendo diversas excentricidades de la carga compresora (diagramas de primer orden variables linealmente), hasta alcanzar el colapso de la pieza, que corresponde a los puntos señalados en los diagramas $\bar{n} - \bar{m}$ de la Figura 4[13].

Los resultados de los diversos modelos considerados correspondientes a casos de flexión de primer orden uniaxil, se recogen en las Figuras 4, 5, 6 y 7. Así, las Figuras 4 y 5 permiten observar los resultados obtenidos en el caso de perfil tipo HEB, tanto en la situación de que el pandeo en el plano perpendicular al de la flexión primaria (plano "débil") se encuentre impedido (Figura 4), como de que el pandeo en dicho plano sea posible y, en consecuencia, la flexión de primer y segundo orden no sean coincidentes (Figura 5).

Las Figuras 6 y 7 reproducen por su parte los resultados correspondientes a un estudio análogo realizado para el caso de perfil hueco rectangular. De este modo en la Figura 6 se representan los resultados obtenidos en el caso de que el pandeo en el plano transversal o "débil" de la pieza se encuentre impedido, mientras en la Figura 7 se representan los resultados cuando el pandeo en dicho plano transversal es posible y, por

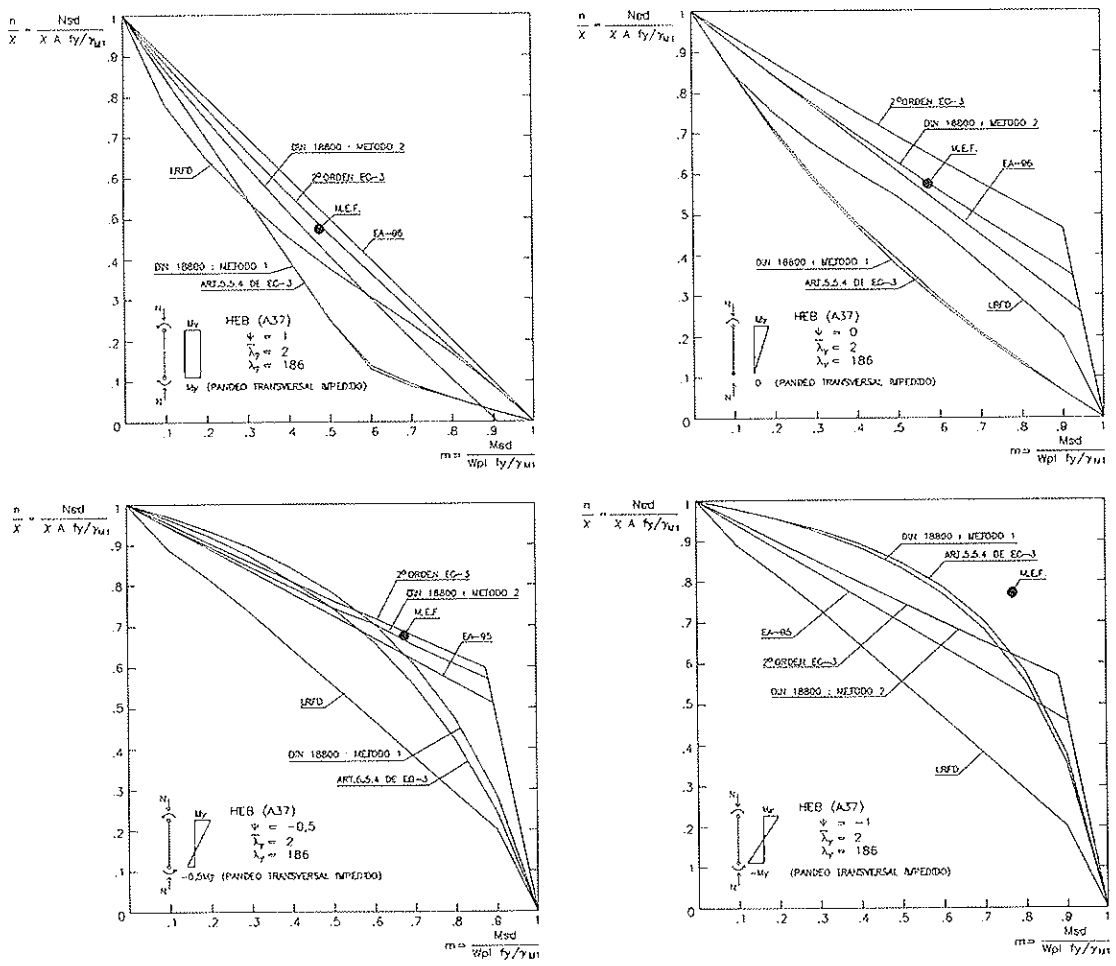


Figura 4. Perfil HEB con flexión primaria uniaxil y pandeo transversal impedido.

[13] En todos los casos se ha impuesto la condición $\bar{n} = \bar{m}$, por lo que los puntos resultantes se sitúan sobre la bisectriz de los diagramas correspondientes.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

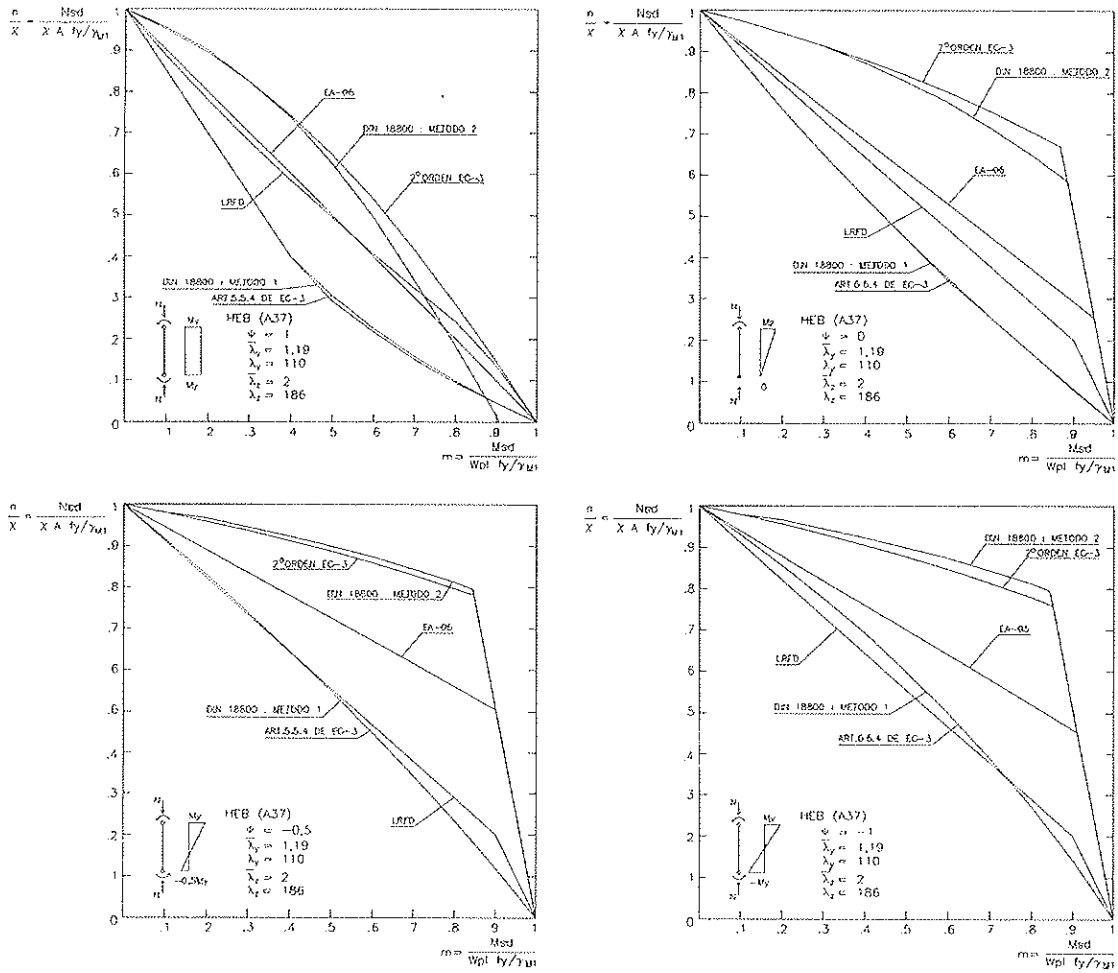


Figura 5. Perfil HEB con flexión primaria uniaxil y pandeo transversal posible.

tanto, flexión primaria y secundaria no son coincidentes.

Como puede apreciarse, en general, las soluciones más ajustadas se obtienen aplicando el análisis de segundo orden con imperfecciones según EC-3, complementado con el criterio de interacción lineal entre M_x, M_y y N conforme al apartado 12 del artículo 5.4.8.1 de dicha norma. Los resultados obtenidos con el llamado Método 2 de DIN 18800 se aproximan bastante a ellos, si bien son ligeramente más conservadores.

Los resultados deducidos de simulaciones numéricas en base al Método de los Elementos Finitos corroboran en general los resultados que se obtienen aplicando el análisis de segundo orden con imperfecciones según EC-3, así como el Método 2 de DIN 18800. Sólo en los casos de flexión "fuertemente" variable ($\psi = M_1 / M_2 = -1$) se observan diferencias apreciables que se justificarían por el carácter conservador de las expresiones de "momento equivalente" utilizadas.

Los métodos alternativos simplificados preconizados en el Eurocódigo 3 (artículo 5.5.4) y en DIN-18800 (Método 1) dan resultados casi coincidentes entre sí, pero prácticamente sin correlación respecto a los procedimientos generales descritos en las mismas normas y cuyos resultados acaban de ser comentados. Así, en los casos de pandeo transversal posible o pandeo transversal impedido pero con flexión constante o "poco" variable ($\psi = M_1 / M_2 = 1$ ó $\psi = 0$), estos métodos simplificados proporcionan los resultados más conservadores de entre los procedimientos considerados. Por el contrario, en los casos de pandeo transversal impedido con flexión "fuertemente"

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

variable ($\psi = M_1 / M_2 < 0$), los mismos métodos simplificados ofrecen resultados que llegan a ser inseguros en comparación con los métodos generales propuestos en las mismas normas. Si además de este comportamiento "errático", se tiene en cuenta su complejidad de aplicación y la pérdida de sentido físico que conllevan, cabe repetir la afirmación de que tales métodos (art. 5.5.4 de EC-3 y Método 1 de DIN 18800) no se encuentran entre las –en general– excelentes aportaciones de ambas normas.

El método LRFD del AISC resulta en general bastante conservador en la práctica totalidad de los casos analizados pero, muy especialmente, en situaciones de flexión "fuertemente" variable ($\psi = M_1 / M_2 < 0$).

La propuesta de la española EA-95 presenta en términos de resultados un comportamiento "intermedio" entre los procedimientos basados en un análisis de segundo orden con imperfecciones (EC-3 y Método 2 de DIN 18800), y los procedimientos alternativos preconizados en dichas normas (artículo 5.5.4 de EC-3 y Método 1 de DIN 18800), y en el LRFD del AISC. Si además se tiene en cuenta su simplicidad tanto conceptual como de aplicación, cabe concluir que se trata de una propuesta idónea para primeros tanteos o con fines docentes, con la salvedad ya mencionada respecto del aparente error u omisión relativo al momento equivalente aplicable en problemas traslacionales (ver apartado 5 posterior).

Los resultados correspondientes a situaciones con flexión primaria biaxil se encuentran recogidos en las Figuras 8 y 9. En este caso, el análisis se ha limitado al caso de flexión primaria constante en ambos planos,

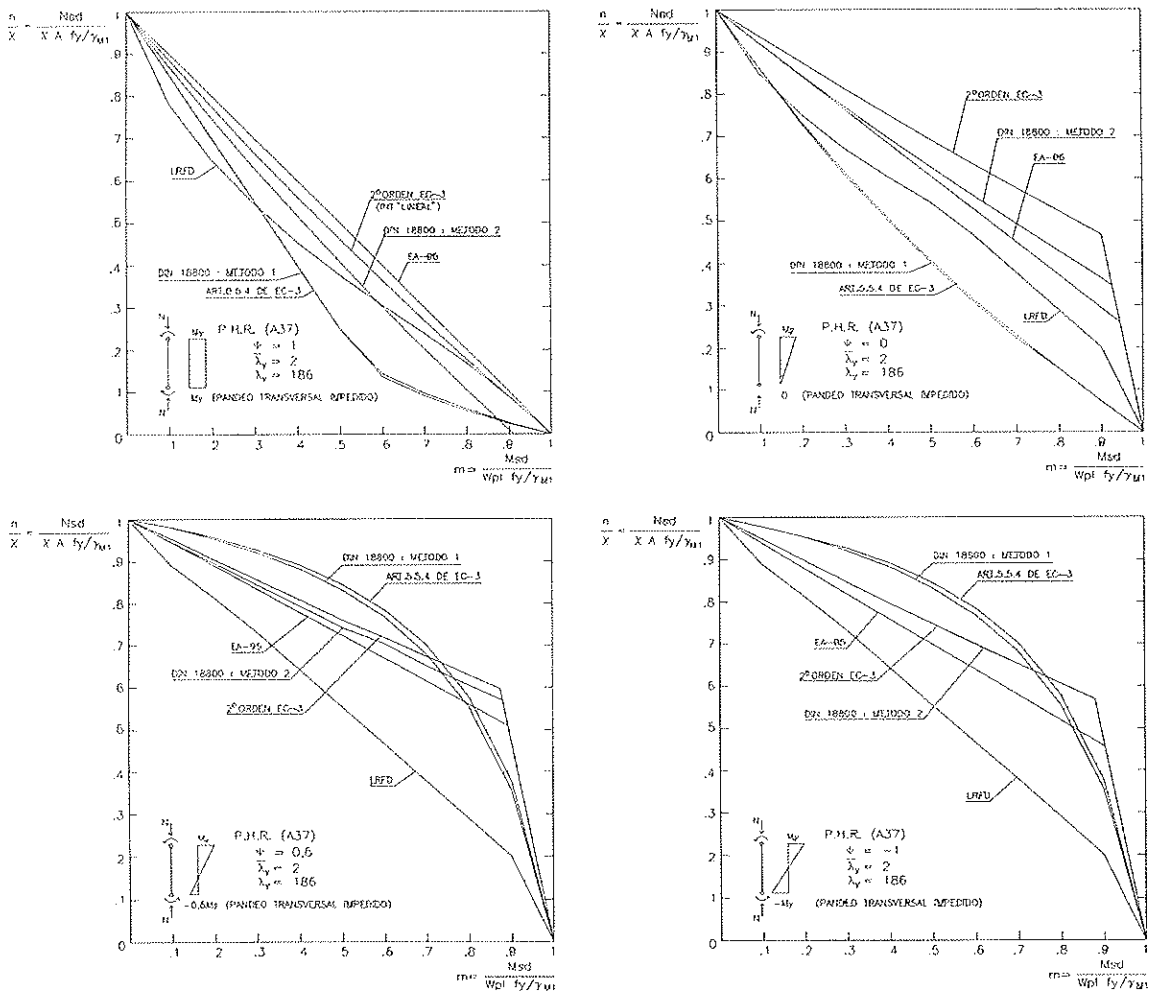


Figura 6. P.H.R. con flexión primaria uniaxil y pandeo transversal impedido.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

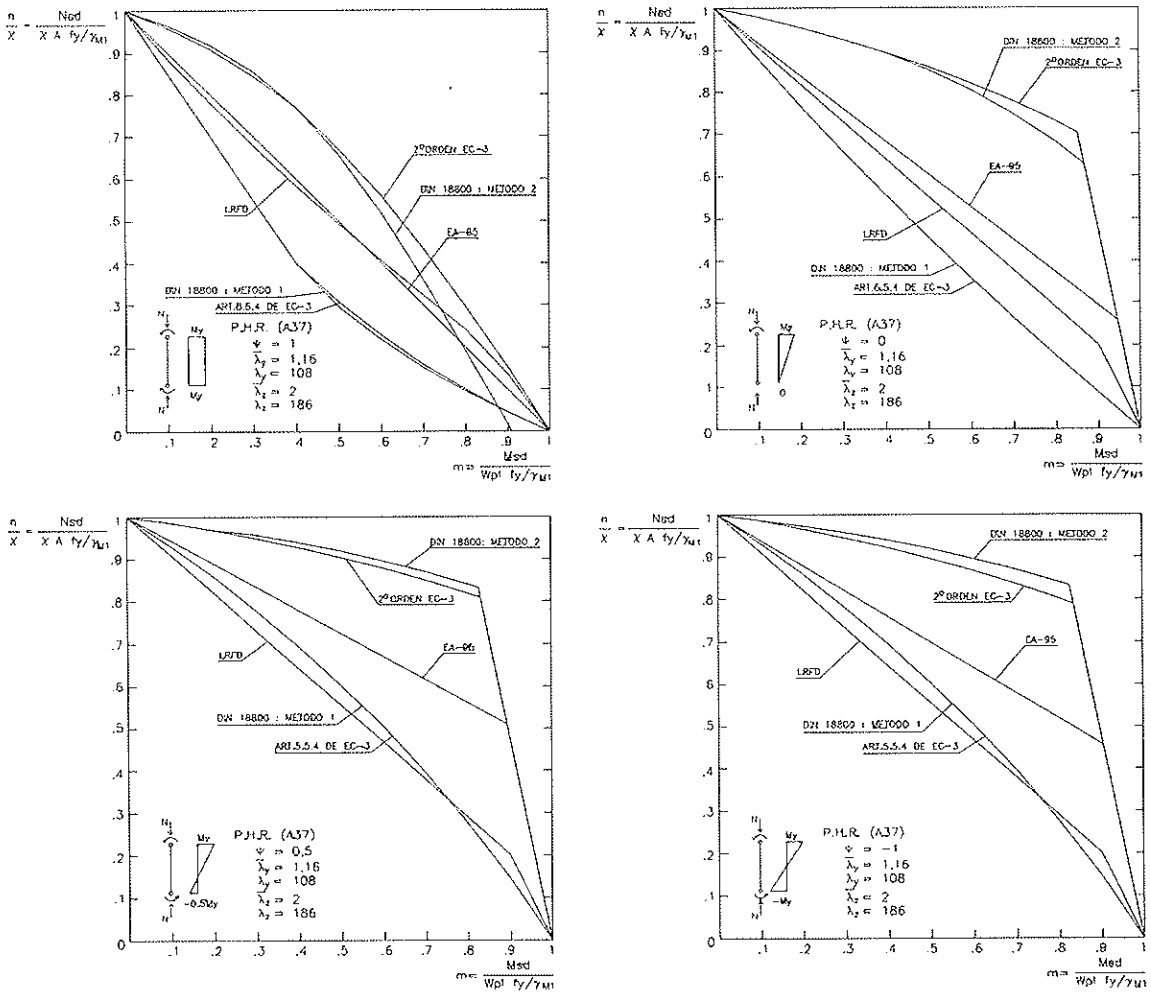
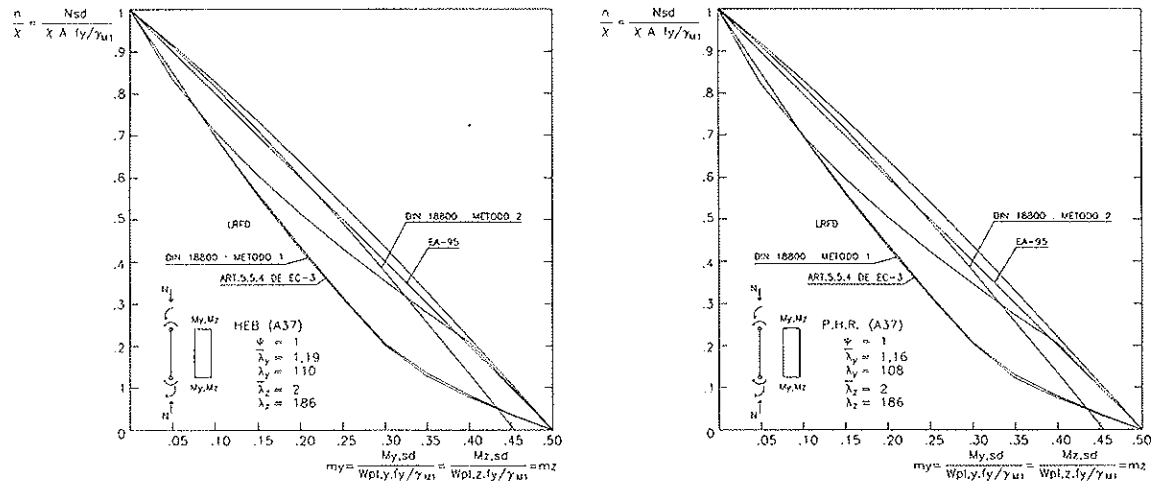


Figura 7. P.H.R. con flexión primaria uniaxil y pandeo transversal posible.



Figuras 8 y 9. Flexión de primer orden biaxil.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

con momentos adimensionales iguales. Como puede apreciarse, cualitativamente, los resultados obtenidos en la situación de flexión primaria uniaxil se repiten. Los métodos simplificados alternativos de EC-3 (artículo 5.5.4) y DIN 18800 (Método 1) se comportan de un modo extremadamente conservador. Igualmente conservadora se manifiesta la propuesta del L.R.F.D. del A.I.S.C. Por su parte, la propuesta de la norma española EA-95 resulta bastante ajustada, pese a su sencillez de plantamiento y aplicación, siempre con la salvedad ya reiteradamente expresada.

5. ANÁLISIS DE SEGUNDO ORDEN, CON IMPERFECCIONES SEGÚN EC-3, DE UN PÓRTICO NO ARRIOSTRADO, PREDIMENSIONADO POR EL MÉTODO DE LAS LONGITUDES DE PANDEO DE EA-95

Complementariamente al estudio comparativo expuesto en el apartado precedente, y para remarcar el aspecto ya reiteradamente mencionado relativo a los casos traslacionales en la norma EA-95, se ha procedido al análisis de segundo orden, con imperfecciones según el Eurocódigo EC-3, de un pórtico no arriostrado, predimensionado aplicando el método de las longitudes de pandeo de EA-95 corregido con la adopción de $C_m = 1$, como corresponde a un pórtico traslacional (em-62). La Figura 10 muestra la geometría y acciones del pórtico considerado, así como los resultados fundamentales de su análisis.

El contra-ejemplo analizado, muestra que, incluso con el valor correcto $C_m = 1$ aplicable en este caso, el método clásico de longitudes de pandeo puede ser contrario a la seguridad en el caso de pórticos no arriostrados, debido a un posible defecto de capacidad resistente de las vigas, frente a esfuerzos originados por "imperfecciones" y efectos de segundo orden globales. El método de las longitudes de pandeo, en tanto que comprobación aproximada de las "condiciones de estabilidad" frente a fenómenos de pandeo, debería complementarse con un "criterio resistente" para las vigas del pórtico, similar al que se aplica a las presillas de un soporte compuesto, o a los rigidizadores transversales de las chapas ortótropas.

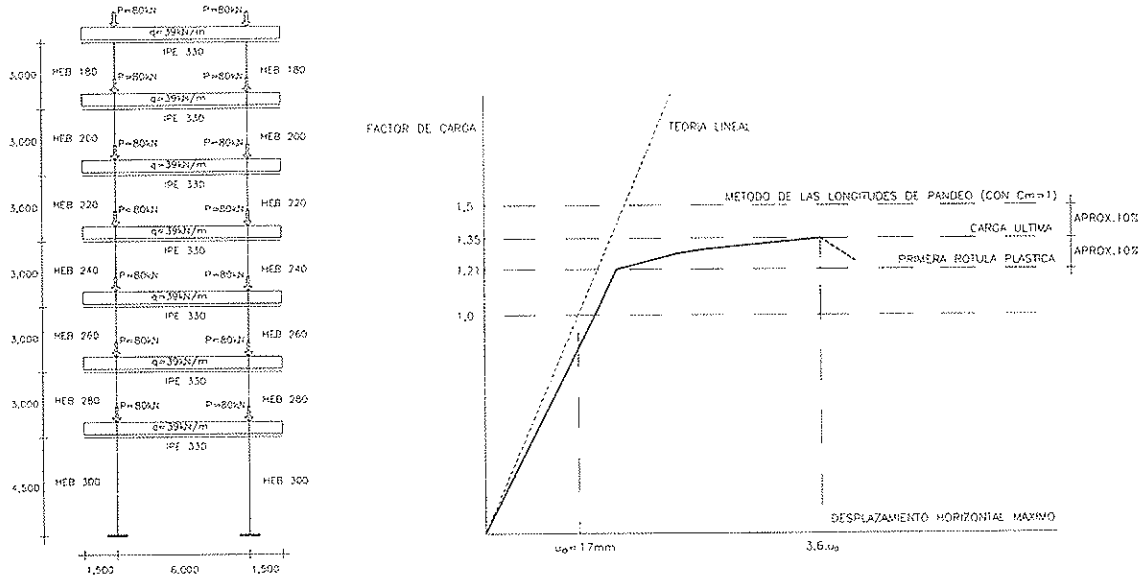


Figura 10. Análisis de segundo orden, con imperfecciones según EC-3, de un pórtico no arriostrado

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

6. UNA PROPUESTA DE FUTURO: CÁLCULO DE SEGUNDO ORDEN CON IMPERFECCIONES EQUIVALENTES, CON FORMATO UNIFICADO PARA LOS DIFERENTES ELEMENTOS ESTRUCTURALES

Como avance de una propuesta a desarrollar en un posible trabajo futuro, se indica aquí la opinión de los autores en el sentido de que los eurocódigos EC-2, EC-3 y EC-4, han desperdiciado una ocasión histórica de unificación de los criterios de comprobación de pandeo de los diferentes tipos de piezas habituales en la edificación (de hormigón, metálicas y mixtas). Al menos para las piezas sin fenómenos de pandeo local ni lateral, con flexión y pandeo en un único plano, debería poder establecerse un formato común, basado en un concepto simple como es el de la imperfección geométrica equivalente y análisis de segundo orden o, en su defecto, en aproximaciones asintóticas que requieren sólo el conocimiento de una carga crítica equivalente de la pieza, aplicables para elementos aislados o formando parte de entramados intraslacionales:

$$M_{Sd} \simeq k_{eq} \cdot \gamma_f \cdot (M_0 + M_1) \qquad \textbf{(23)}$$

siendo

$$k_{eq} \simeq \frac{1}{1-\gamma_f / \gamma_{cr,eq}} = \frac{1}{1-\Gamma_{eq}} \text{ con } \Gamma_{eq} = \gamma_f / \gamma_{cr,eq}$$

- $M_1 = N \cdot e_1$, el flector de primer orden debido a las acciones exteriores.
- $M_0 = N \cdot e_{0d}$, el flector de primer orden debido a imperfecciones "equivalentes" (excentricidades iniciales, desplomes, etc.), que deben recoger tanto tolerancias geométricas como términos equivalentes a *imperfecciones mecánicas.*
- $\gamma_{cr,eq}$, el factor de carga crítica, determinado con rigideces EI "equivalentes" en caso de fisuración y/o fluencia (estructuras de hormigón o mixtas) u otras deformaciones anelásticas.

Igual planteamiento podría establecerse en formato de excentricidades, quedando la excentricidad total en la forma:

$$e_d = \frac{M_{S,d}}{N_{S,d}} = \frac{k_{eq}\gamma_f\left(M_0 + M_1\right)}{\gamma_f N} =$$

$$= k_{eq}\left(e_{0d} + e_1\right) = e_1 + \Delta e \qquad \textbf{(24)}$$

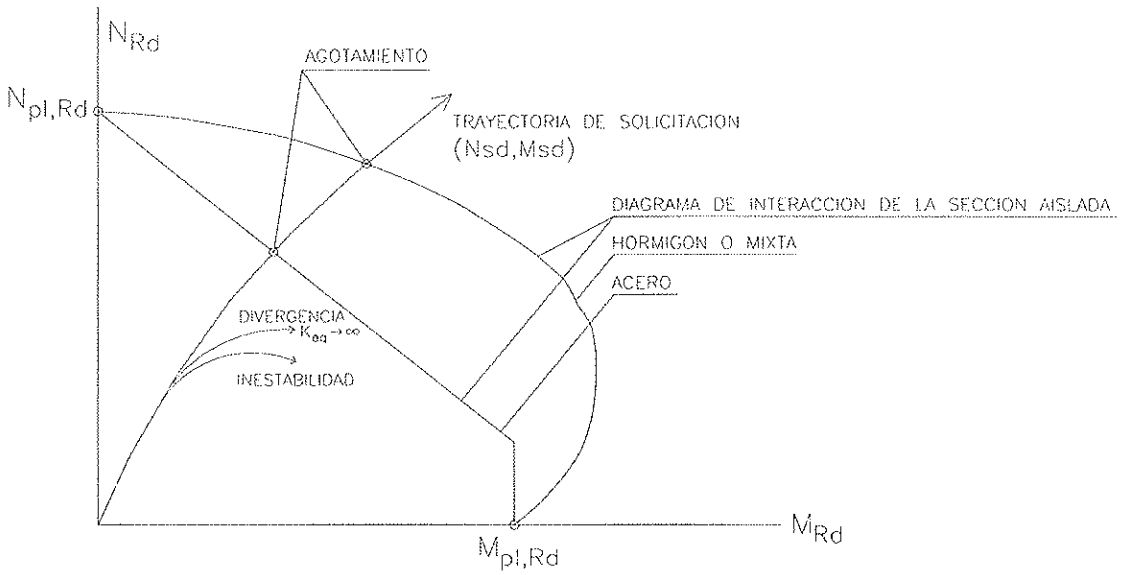


Figura 11. Comprobación de la sección crítica de la pieza

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

con

$$\Delta e = k_{eq} e_{od} + \left(k_{eq} - 1\right) e_1 = \frac{e_{0d} + \Gamma_{eq} e_1}{1 - \Gamma_{eq}}$$

donde e_1, es la excentricidad de primer orden producida por las acciones exteriores, y Δe es la excentricidad adicional debida a imperfecciones y efectos de segundo orden.

El guión que sigue ilustra en esquema un procedimiento simplificado de análisis geométricamente no lineal con imperfecciones "equivalentes".

Análisis geométricamente no lineal con imperfecciones equivalentes:

$(\underline{K}_{sec} + \gamma_{cr,eq} \underline{K}_{\sigma})\, \underline{u}_{cr} = \underline{0}$	Pandeo de Euler; $\underline{u}_{cr}$ primer modo (normalizado); $\gamma_{cr,eq}$ primer autovalor; $\underline{K}_{sec}$ matriz de rigidez lineal o matriz secante apropiada; $\underline{K}_{\sigma}$ matriz "geométrica"
$\underline{K}\, \underline{u} + \gamma_f \underline{K}_{\sigma} \underline{u}_0 = \gamma_f \underline{F}$	Análisis de segundo orden con imperfecciones $\underline{u}_0$ y acciones exteriores $\underline{F}$; γ_f factor de carga; $\underline{K} = \underline{K}_{sec} + \gamma_f \underline{K}_{\sigma}$ matriz de rigidez no lineal.
$\underline{K}\, \underline{u} = \gamma_f (\underline{F} + \underline{F}_{eq})$	Análisis de segundo orden con *fuerzas equivalentes a imperfecciones* $\underline{F}_{eq} = -\underline{K}_{\sigma}\, \underline{u}_0$
$\underline{u}_0 = e_{0d} \cdot \underline{u}_{cr}$	*Elección correcta de las imperfecciones.*
$\underline{u}_0 + \underline{u} = k_{eq} (\underline{u}_0 + \gamma_f \underline{K}_{sec}^{-1} \underline{F})$	Expresión asintótica con $k_{eq} = \dfrac{1}{1 - \gamma_f / \gamma_{cr,eq}}$ válida para $\gamma_f \rightarrow \gamma_{cr,eq}$

Evidentemente, la aplicación de análisis de segundo orden con imperfecciones equivalentes requiere un conocimiento previo del primer modo de pandeo, al cual debe hacerse afín la deformada inicial, ya que de otra forma puede incurrirse en errores graves, especialmente si las imperfecciones no excitan el modo fundamental de pandeo (por ejemplo, arco con pandeo antimétrico con imperfecciones simétricas). Por ello, la deformada sinusoidal o parabólica de la Figura 5.5.1 de EC-3 no es aplicable a piezas comprimidas sobre lecho elástico, ni las imperfecciones para arcos de DIN 18800 son utilizables para arcos rigidizados por tablero inferior, etc. (Figura 12).

7. RESUMEN DE CONCLUSIONES

1. Los métodos de comprobación de soportes metálicos flexo-comprimidos introducidos en diversas normas de reciente aparición presentan importantes diferencias de formato e incluso numéricas, provocando una situación grave de desconcierto para la práctica del proyecto de tales piezas que requiere una urgente clarificación.

2. De acuerdo con el tratamiento sistemático de casos efectuado, en general, las soluciones más ajustadas se obtienen aplicando el análisis de segundo orden con imperfecciones según el Eurocódigo EC-3. Los resultados obtenidos con el llamado Método 2 de la norma alemana DIN-18800 se aproximan bastante a ellos, si bien son ligeramente más conservadores.

3. Los resultados deducidos de simulaciones numéricas en base al Método de los Elementos Finitos corroboran en general los resultados que se obtienen aplicando el análisis de segundo orden con imperfecciones según EC-3, así como el Método 2 de DIN 18800. Sólo en los casos de flexión "fuertemente" variable ($\psi = M_1 / M_2 = -1$) se observan diferencias apreciables, justificables por el carácter conservador de las

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

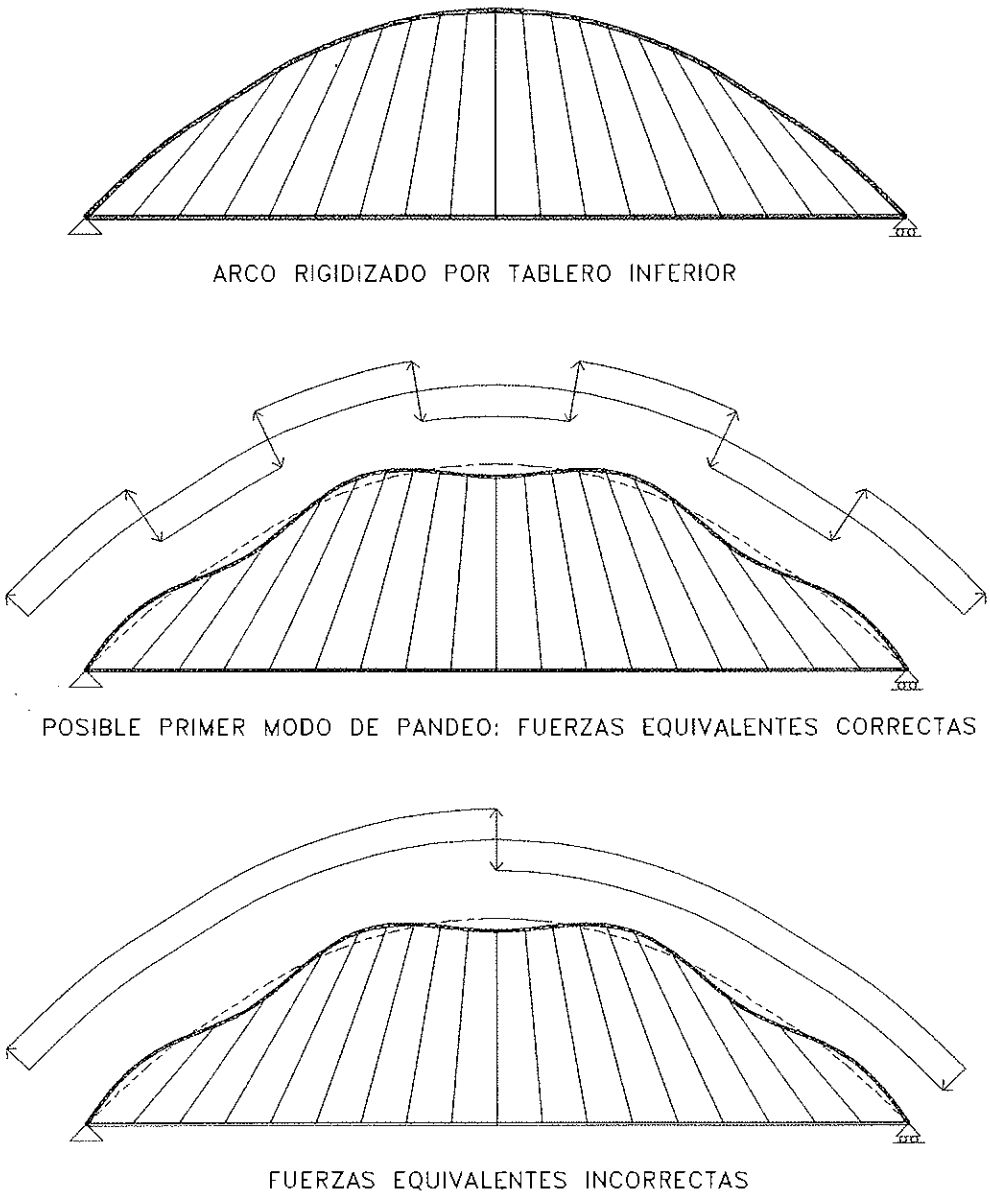


Figura12. Análisis geométricamente no lineal con imperfecciones.

expresiones de "momento equivalente" utilizadas.

4. Los métodos alternativos simplificados preconizados en el Eurocódigo 3 (artículo 5.5.4) y en DIN 18800 (Método 1) proporcionan resultados casi coincidentes entre sí, pero prácticamente sin correlación respecto a los procedimientos generales descritos en las mismas normas. Así, en los casos de flexión constante o "poco" variable ($\psi = M_1 / M_2 = 1$ ó $\psi = 0$), estos métodos simplificados proporcionan los resultados más conservadores de entre todos los procedimientos considerados. Por el contrario, en los casos de pandeo transversal impedido con flexión "fuertemente" variable ($\psi = M_1 / M_2 < 0$), los mismos métodos simplificados ofrecen resultados que llegan a ser inseguros en comparación con los procedimientos generales propuestos en las mismas normas. Si además de este comportamiento "errático", se tiene en cuenta su complejidad de aplicación y la pérdida de sentido físico que conllevan, cabe concluir que tales métodos (art. 5.5.4 de EC-3 y Método 1 de DIN 18800) no se encuentran entre las –en general– excelentes aportaciones de ambas normas.

5. El método LRFD del norteamericano

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

AISC, resulta en general bastante conservador en la práctica totalidad de los casos analizados pero, muy especialmente, en situaciones de flexión "fuertemente" variable ($\psi = M_1 / M_2 < 0$).

6. La propuesta de la española EA-95 presenta en términos de resultados un comportamiento "intermedio" entre los procedimientos basados en un análisis de segundo orden con imperfecciones (EC-3 y Método 2 de DIN 18800), y los procedimientos alternativos preconizados en dichas normas (artículo 5.5.4 de EC-3 y Método 1 de DIN 18800), y en el LRFD del AISC. Si se tiene además en cuenta su simplicidad conceptual y de aplicación, cabe concluir que se trata de una propuesta idónea para primeros tanteos o con fines docentes. Sólo el aparente error u omisión relativo al momento equivalente aplicable en problemas traslacionales enturbia esta propuesta.

7. Los autores opinan que los Eurocódigos EC-2, EC-3 y EC-4 han desperdiciado una ocasión histórica para unificar los criterios de comprobación de pandeo de los diferentes tipos de piezas habituales en la edificación (de hormigón, metálicas y mixtas). Así, al menos para las piezas sin fenómenos de pandeo local ni lateral, con flexión y pandeo en un único plano, debería poder establecerse un formato común, basado en un concepto simple como es el de la imperfección geométrica equivalente y análisis de segundo orden o, en su defecto, en aproximaciones asintóticas que requieren sólo el conocimiento de una carga crítica equivalente de la pieza, aplicables para elementos aislados o formando parte de entramados intraslacionales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Eurocódigo 3, *"Proyecto de Estructuras de Acero"*. ENV 1993-1-1, 1992.

[2] DIN 18800 (Teil 2) *"Stahlbauten; Stabilitätsfälle, Knicken von Stäben und Stabwerken"*, 1990.

[3] NBE-EA-95. *"Norma Básica de la Edificación de Estructuras de Acero"*, 1995.

[4] American Institute for Steel Construction (AISC). *"Manual of Steel Construction: Load and Resistance Factor Design"*. 1st. ed., 1986.

[5] Jaspart, J.P; Briquet, Ch.; Maquoi, R. *"Étude comparative des diverses formules d'interaction des barres comprimées fléchies"*, Construction Métallique, n.º 4, 1993.

[6] Villette, M. *"Considérations sur le flambement, proposition de révision de l'Eurocode 3"*, Construction Métallique, n.º 3, 1997.

[7] Ortiz Herrera, J. *"La comprobación de las piezas metálicas solicitadas a compresión excéntrica, según la normativa española y diversas reglamentaciones extranjeras recientes"*. Revista de Obras Públicas. Octubre 1982. Págs. 659 a 666.

[8] Convención Europea de la Construcción Metálica (CECM). *"European Recommendations for Steel Construction"*, ECCS-EG-77-2-E, 1978.

[9] Timoshenko, S.P.; Gere, J.M. *"Theory of Elastic Estability"*, McGraw-Hill, 1961.

[10] Bleich, F. *"Buckling Strength of Metal Structures"*, McGraw-Hill, 1952.

[11] Brush, D.O.; Almroth, B.O. *"Buckling of Bars, Plates and Shells"*, McGraw-Hill, 1975.

[12] Convención Europea de la Construcción Metálica (CECM). *"Manual on Stability of Steel Structures"*, 1976.

[13] Johnston, B.G. et al. *"Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures"*, Structural Stability Research Council (SSRC), Wiley, 1976.

[14] Maquoi, R.; Rondal, J. *"Formulation analytique des nouvelles courbes européens de flambement"*. Acier-Stahl-Steel, CBLIA, n.º 1, 1978.

[15] Rondal, J.; Maquoi, R. *"Formulations d'Ayrton-Perry pour le flambement des barres métalliques"*, Construction Métallique CTICM, n.º 4, 1979.

[16] Galambos, T.V.; Ketter, R.L. *"Columns under Combined Bending and Thrust"*. Trans. ASCE, Vol. 126, Part I, 1961.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

[17] Vankuren, R.C.; Galambos, T.V. *"Beam-Columns Experiments"*, Journal of the Structural Division, ASCE, April, 1964.

RESUMEN

El cálculo de soportes flexo-comprimidos es un aspecto habitual y de la mayor importancia práctica en el análisis de las estructuras de edificación. Diversas normas y recomendaciones recientemente publicadas han revisado los criterios relativos a la comprobación de piezas metálicas comprimidas excéntricamente, introduciendo un conjunto de métodos que evidencian diferencias formales y numéricas considerables. Tal situación genera un grave desconcierto en la práctica del proyecto de las piezas consideradas, que requiere una urgente clarificación.

En dicho sentido se plantea precisamente este trabajo, en el cual previa revisión del estado actual de los conocimientos en la materia y de los aspectos teóricos fundamentales que subyacen en el mismo, se efectúa un estudio comparado de los métodos propuestos en un conjunto amplio y significativo de normas. Dicho estudio comprende el análisis formal de los diferentes métodos considerados, así como el contraste sistemático de resultados para un conjunto de casos representativos de edificación.

Como fin del trabajo, se analizan las conclusiones obtenidas, al tiempo que se esboza una propuesta para su posible desarrollo en futuros trabajos: el cálculo en segundo orden con imperfecciones como formato unificado para el análisis de los diferentes elementos estructurales, con independencia de su material estructural (hormigón, acero o mixtos).

SUMMARY

Calculation of columns subject to combined axial compression and bending is an important and usual aspect of building structures design. Several recent codes have reviewed their criteria and requirements for steel mebers under eccentric compression, introducing a wide set of methods, with evident formal and numerical differences. This situation creates a certain confusion in the practical design of these structural members which should be promptly clarified.

In this work, after reviewing the state of the art and introducing its main theoretical aspects, a comparative study of most relevant methods for checking columns under combined axial compression and bending is presented. The study involves formal analysis of considered methods, as well as a sistematic exam of numerical results for a wide range of building situations.

Finally, after summarizing conclusions, an idea to be developed in future works is proposed: second orden analysis with equivalent initial imperfections, as an unified method for the design of members under combined axial compression and bending, not depending on the structural material (reinforced concrete, steel or composite).

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Un modelo global de tráfico para la evaluación y gestión de puentes construidos: aplicación y ejemplos

Joan Ramón Casas y César Crespo Minguillón
Dres. Ingenieros de Caminos
Departamento de Ingeniería de la Construcción
E.T.S.I. de Caminos de Barcelona (UPC)

1. INTRODUCCIÓN

La falta de datos específicos relativos a la resistencia y solicitaciones hace que en la mayoría de los casos se apliquen técnicas clásicas de evaluación de puentes construidos basadas en métodos semi-probabilísticos y la utilización de valores nominales de resistencia y solicitación y de coeficientes de seguridad tomados de normativas de proyecto. En algunos casos, mediante la toma de datos de campo y realización de ensayos en el puente a evaluar es posible una actualización de las variables resistentes y las relativas al peso propio y cargas permanentes. Por el contrario, el ingeniero que se enfrenta a la evaluación de un puente existente no posee ninguna herramienta que le permita estimar de una manera precisa la solicitación debida a la acción del tráfico. Más aún, la obtención de algunos datos de tráfico en el lugar en cuestión (IMD, porcentaje de vehículos pesados,...) mediante aforos, tampoco resulta suficiente para estimar las acciones tanto a corto como a largo plazo. A falta de estimaciones fiables no queda, por tanto, más solución que utilizar los modelos de sobrecarga de la Normativa. Al tratarse de Normas pensadas para el proyecto de nuevas estructuras son modelos que deben contemplar todo el abanico de posibilidades y por tanto suelen referirse a la envolvente de valores máximos obtenidos para todo el rango de estructuras cubiertas por la Norma en cuestión. Ello puede conducir, en la mayoría de los casos, a la conclusión de que la estructura no presenta un coeficiente de seguridad adecuado, aunque debemos ser conscientes de que lo que quizás no sea adecuado es el valor asumido para la solicitación de tráfico. Pensemos por ejemplo en un puente situado en una vía secundaria con poco tráfico. Si bien el adoptar un valor excesivamente del lado seguro no presenta mayor inconveniente en el caso de un puente de nueva construcción, que el hecho de tener que utilizar una cuantía mayor de materiales, hecho que en cualquier caso no supone un sobrecoste excesivo, la situación es completamente distinta cuando se trata de la evaluación de un puente existente. En efecto, el hecho que el puente no presente un coeficiente de seguridad suficiente comportará una decisión de refuerzo o de sustitución del mismo. En el caso de un refuerzo, el coste total de la operación de dotar al puente del material necesario para cumplir los objetivos de seguridad no tiene nada que ver con lo que sería dicho coste en el caso de que el puente se estuviera construyendo. Y el coste sería todavía mayor si la solución final fuera la de demolición y sustitución del puente. Por todo ello, sí resulta justificado el acotar con la máxima precisión posible la acción debida al tráfico

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

en un proceso de evaluación. La decisión óptima desde el punto de vista económico pasará, además, no sólo por conocer si hay que reforzar o no sino por saber cuál es el nivel de seguridad (probabilidad de fallo) óptimo que debe poseer el puente una vez realizada la reparación [2]. Por ello es también importante que el modelo de sobrecarga esté planteado en términos probabilísticos, es decir, de obtención de valores asociados a una determinada probabilidad de ser superados a lo largo de la vida útil del puente [1]. Los ejemplos que a continuación se muestran y que abarcan un amplio abanico de tipologías, ponen de manifiesto dicha problemática.

2. EJEMPLO NÚM. 1: EVALUACIÓN DE UN PUENTE DE LUZ MEDIANA CONSTRUIDO SOBRE CIMBRA

Se trata de un puente de hormigón pretensado de 3 vanos con luces 42-56-42 metros y de sección en cajón de canto constante e inercia variable. En la Figura 1, pueden verse las secciones transversales en vano y apoyo. La calzada presenta dos carriles de tráfico, uno en cada sentido de circulación. El puente se encuentra localizado en el sur de la península.

El puente, dimensionado de acuerdo con el vigente tren de cargas para puentes de carretera y en clase II presenta un total de 14 tendones de 24 cordones ϕ 0.6" (A_p = = 470.4 cm^2) así como 2 capas de ϕ 12 a 20 en el forjado inferior (32.8 + 32.8 cm^2) y 2 capas de ϕ 16 a 20 en el forjado superior (118 + 118 cm^2) en sentido longitudinal y en la sección central del vano central. Supongamos que por efecto de la corrosión, al cabo de unos años una inspección reciente ha puesto de manifiesto la rotura de varios tendones de pretensado, de manera qne sólo queda un área efectiva de 280 cm^2, lo que equivale a una fuerza de pretensado de 30590 kN. A la vista de la pérdida tan importante de sección del acero de pretensado, que hace que la sección se encuentre en clase III, y por tanto sean esperables problemas de fatiga en el acero, se decide realizar una evaluación del mismo frente a los ELU de fatiga y rotura por flexión. Los problemas de fatiga son aún más esperables teniendo en cuenta que el puente se encuentra en una vía con un tráfico muy pesado. Un aforo reciente en un punto cercano al mismo ha dado como resultado una IMD de 20000 vehículos en los dos carriles y un 30% de vehículos pesados, de los cuales el 90% circulan por el carril lento. Además, al tratarse de un puente postesado con trazado de pretensado curvo debe tenerse en cuenta el fenómeno de rozamiento entre los cables del tendón y con la vaina ("fretting corrosion"), que pude amplificar los efectos de la fatiga, al disminuir la resistencia del acero en comparación con un acero recto ensayado en el aire.

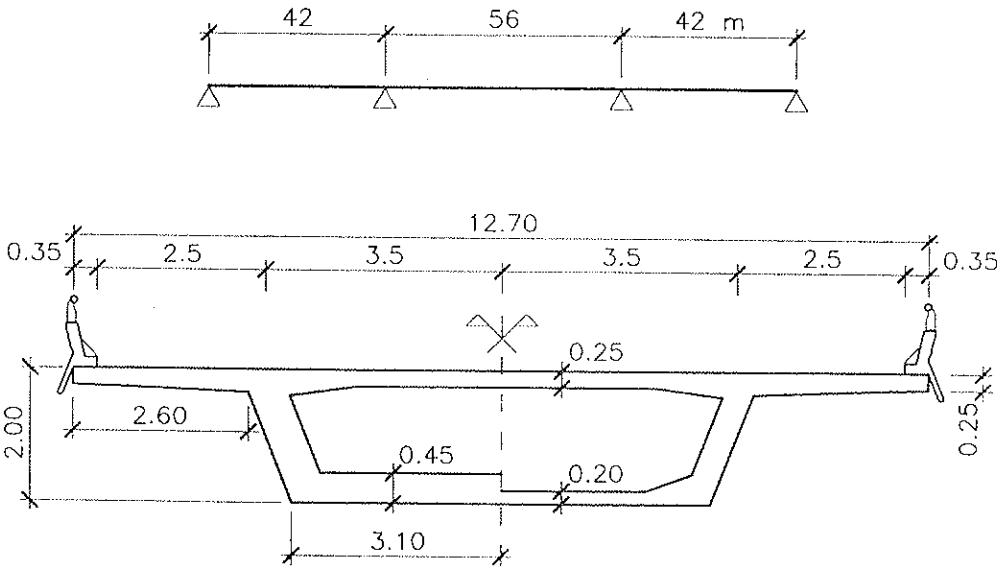


Fig. 1. Esquema longitudinal y sección transversal del puente del ejemplo 1.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Para efectuar la evaluación, es necesario, en primer lugar, obtener las solicitaciones reales debidas al tráfico. Para ello se utiliza el modelo presentado en [1], en el cual, además de los datos de tráfico ya comentados obtenidos en el aforo, se introducen como datos adicionales que el número medio de camiones por convoy es de 1.6 y se producen un total de 0.2% situaciones de atasco. De la aplicación del modelo de tráfico podría desprenderse en primera instancia que, efectivamente, el puente se encuentra en bastante mal estado. En efecto, como primer resultado del mismo y tras el proceso de simulación, se obtiene un valor de la solicitación de tráfico para un período de retorno de 1 semana en la sección de centro luz de 7698 kNm. El acero de pretensado que queda correspondería al que se obtendría de dimensionar en clase I para un valor del momento exterior total debido a las cargas variables en la sección de vano de 4542 kNm. Este valor corresponde aproximadamente a sólo un 60% de la acción de tráfico para un período de retorno de 1 semana. Sin embargo, puede que el acero sea suficiente en flexión dado que normalmente los puentes pretensados resultan sobredimensionados frente a ELU de flexión, y habría que ver qué sucede con la fatiga del acero de armar y de pretensar.

En efecto, la acción de tráfico con período de retorno de 1 semana, aunque nos dice que dicho valor se verá superado con bastante facilidad a lo largo de la vida útil del puente, no nos aporta ningún dato en cuanto a los ciclos máximos y mínimos de tensión a lo largo de dicho período, que son los valores que realmente hay que tener en cuenta en el análisis a fatiga y los cuales son también un resultado que se obtiene de la aplicación del modelo [1]. La aplicación del modelo de tráfico [1] a este puente en cuestión pone también de manifiesto que las solicitaciones de tráfico son mayores en la sección de vano que en la de apoyo. Puesto que además el pretensado mínimo viene impuesto, en este caso, por la verificación en la sección de vano y no en la de apoyo, se realizará la verificación sólo en la sección de vano.

2.1. Evaluación frente a ELU de fatiga

De cara a obtener el Índice de Fiabilidad o probabilidad de fallo frente a la rotura por fatiga, la evaluación estructural se hace desde un punto de vista probabilista, teniendo en cuenta las distintas aleatoriedades presentes en el problema de rotura por fatiga. Así pues, se define la función de estado límite [3]:

$$G = DM - \sum_i \frac{1}{N_i} \qquad (1)$$

donde DM es el Daño de Miner en rotura y 1/Ni es el daño elemental producido por un determinado incremento de tensión. La suma se extiende a todos los incrementos de tensión durante la vida de la estructura. Todas las variables que aparecen en (1) deben considerarse como aleatorias.Puesto que la forma general de las curvas S-N o curvas de Whöler de los materiales aquí estudiados es de la forma $N = \Delta\sigma^{-m} \cdot K$, siendo N el número de ciclos a rotura bajo incremento de tensión constante $\Delta\sigma$, y K y m los parámetros de dicha curva, la expresión final será:

$$G = DM - \sum_i \frac{\Delta\sigma_i^m}{K_i} \qquad (2)$$

El sumatorio se extiende a las distintas ramas presentes en el diagrama S-N del material. Así, en el caso del acero de pretensado habrá dos sumandos; mientras que en el caso del acero de armar serán tres [3]. Si el valor de G es negativo el material rompe por fatiga. Los valores de los parámetros de las curvas S-N, así como la definición estadística de la variable DM (media y desviación típica) pueden verse en la Tabla 1. Para su obtención se han tenido en cuenta los ensayos realizados en tendones curvos sometidos a "fretting fatigue" [4, 5, 6]. La variable DM es de tipo Weibull.

Para la obtención de los incrementos de tensión en el acero se parte de la historia de momentos máximos y mínimos a lo largo del tiempo. Por ejemplo, en la Figura 2 puede verse, en papel normal, la forma de la función de probabilidad acumulada (FPA) de la variable "momento local máximo" en la historia total de momentos obtenidos a lo largo del período de 1 semana.

Al tratarse de un puente continuo hiperestático, para tener en cuenta la historia

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

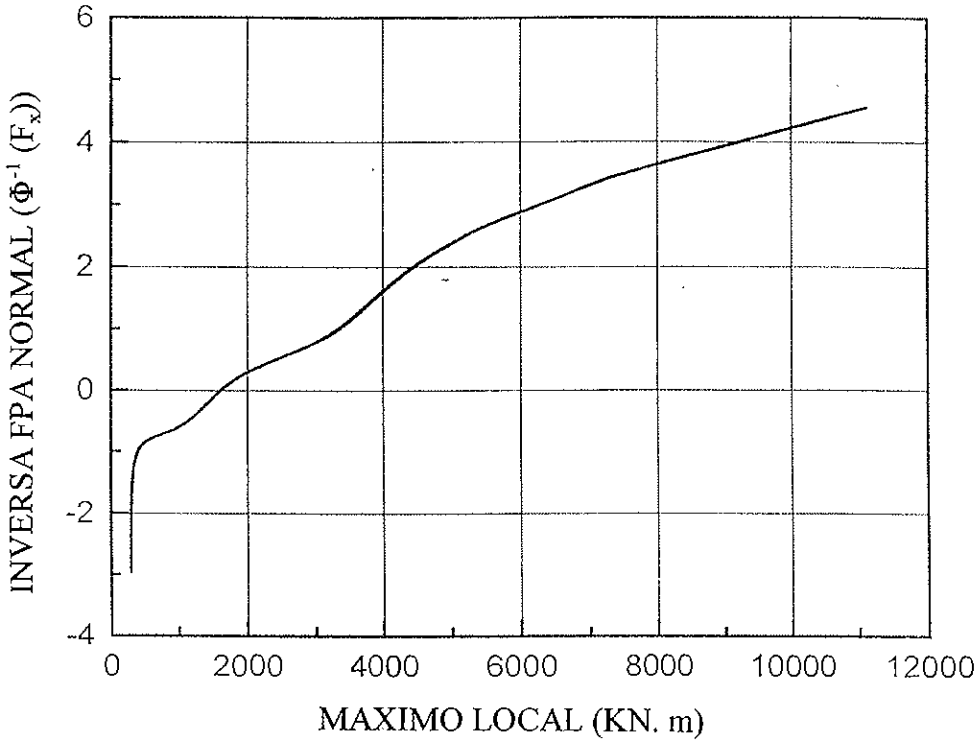


Fig. 2. FPA de la variable "momentos máximos locales debidos al tráfico" durante 1 semana. Φ^{-1} = Función inversa de la FPA de la variable normal estandarizada.

Tabla 1. Definición de las distintas ramas y parámetros de las curvas S-N y de la variable Daño de Miner

Acero	Rama	Intervalo	K_i	m_i	DM	
					m	σ
Activo	1	$\Delta\sigma < 165$ MPa	$165^7 \times 10^6$	7	1.072	0.367
	2	$\Delta\sigma > 165$ Mpa	$165^3 \times 10^6$	3	1.041	0.274
Pasivo	1	$\Delta\sigma < 205$ Mpa	2.68×10^{32}	11	1.169	0.618
	2	$205 < \Delta\sigma < 245$ Mpa	6.38×10^{27}	9	1.154	0.556
	3	$\Delta\sigma > 245$ Mpa	4.3×10^{20}	6	1.104	0.463

real de tensiones sobre los aceros es necesario tomar en consideración, además de la carga de tráfico los efectos del gradiente térmico y la posibilidad del descenso de apoyo en alguna pila o estribo. Y ello, no porque dichas acciones produzcan incrementos o decrementos de tensión significativos frente al comportamiento a fatiga, sino porque pueden incrementar el valor de la tensión a partir de la cual hay que superponer la tensión debida al tráfico, de manera que la tensión final (y en consecuencia el incremento de tensión que es lo que interesa a fatiga) puede ser muy distinta si se tiene en cuenta o no el gradiente térmico y el descenso de apoyo. Una sección que puede no estar fisurada frente a la acción del peso propio y carga permanente y tráfico, puede estarlo si le añadimos las otras dos acciones, siendo el incremento de tensión en los aceros significativamente distinto.

El tratamiento del gradiente térmico, descenso de apoyo y el modelo de respuesta de la sección, así como la consideración de la aleatoriedad de todos ellos, se ha hecho de acuerdo con [3, 7]. En cuanto al modelo de respuesta, el resultado final es la obtención de una familia de diagramas tensión-momento en los distintos aceros presentes en la sección que tienen en cuenta la aleato-

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

riedad inherente a la geometría y materiales. Tal como se demuestra en [3], la influencia del descenso de apoyo suele ser poco significativa por lo cual no la tendremos en cuenta en este caso. Las leyes tensión-deformación de los materiales para la obtención de los diagramas momento-curvatura y tensión-momento son los de la Normativa vigente [8]. Para la obtención de los mismos se ha tenido en cuenta tanto la aleatoriedad en la geometría como en las propiedades de los materiales (Tabla 2).

El momento de gradiente térmico es una acción variable a lo largo del día y también a lo largo del año. Evidentemente, su valor depende también de la zona donde se encuentra situado el puente dentro de la península. Los valores medios del gradiente lineal equivalente que se han adoptado son los que aparecen en [9] teniendo en cuenta que el puente se encuentra situado en el sur de la península. El valor medio del gradiente lineal equivalente máximo en un día de verano se toma igual a 12°C. El valor medio del gradiente lineal equivalente mínimo en un día de verano se considera de –0.11°C. El valor medio del gradiente máximo en un día de invierno puede estimarse en 5.42°C, mientras que el del gradiente mínimo sería de –0.26°C. El mínimo gradiente se estima que se produce a las 7.30 horas de la mañana, mientras que el máximo lo hace a las 14 horas. A partir de los valores máximo y mínimo del gradiente a lo largo del día, y teniendo en cuenta que la variación de dicho gradiente térmico a lo largo del día entre su valor máximo y mínimo puede aproximarse por una ley sinusoidal, se obtienen los distintos valores del gradiente térmico para las 24 horas del día. A partir de los mismos, se calcula el valor del momento por gradiente térmico en cada hora del día, el cual se suma a los momentos de peso propio, carga permanente e hiperestático de pretensado para formar los 24 "estados permanentes" durante el día, a los cuales se añadirá la acción del tráfico dentro de cada hora. La aleatoriedad que se ha considerado en dichas acciones queda reflejada en la Tabla 3, juntamente con su valor nominal. La aleatoriedad en la acción térmica se ha tenido en cuenta de la siguiente manera. El gradiente lineal equivalente máximo se aproxima mediante una variable de tipo logarítmico normal con un coeficiente de variación (CDV) del 40%. El gradiente lineal equivalente mínimo es una variable Normal con un coeficiente de variación del 30%. Puesto que resulta evidente que el valor máximo y mínimo dentro de un

Tabla 2. Definición estadística de las variables de materiales

Variable		$X_{nominal}$ (MPa)	X_{medio} (MPa)	C.D.V. (%)	Distribución
Hormigón	f_c	40	44.5	7	Lognormal
Acero pasivo	Área	Variable	1.005*	2	Normal
	f_y	510	577	8	Lognormal
Acero activo	f_y	1700	1801	3	Lognormal
	f_u	1900	1.981	2	Lognormal

* Es el cociente entre el valor medio y el valor nominal

Tabla 3. Definición estadística de los momentos de solicitación (en KNm) y acción del pretensado (KN)

Variable	Valor Nominal	Media/Nominal	C.D.V. (%)	Distribución
$M_{peso\ propio}$	22467	1.	5	Normal
$M_{carga\ permanente}$	4814	1.15	10	Normal
$M_{hiper.\ pretensado}$	12655	1.	7	Normal
P_{∞}	30590	1.	6	Normal

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

mismo día no pueden ser sucesos independientes, se considera un coeficiente de correlación entre ambas variables de 0.8.

En [3, 7] se puede ver también la definición del modelo probabilístico de resistencia a fatiga tanto del acero de armar como del acero de pretensado teniendo en cuenta los ciclos de amplitud variable. Con todo ello, se obtiene, mediante simulación, un conjunto de historias de tensiones en los tendones y barras más solicitadas para un período de una semana. Mediante un algoritmo de "rain-flow" se obtienen, finalmente, los histogramas de incrementos de tensión. A partir de dichos histogramas, se calculan los parámetros y estiman las funciones de distribución de las distintas variables de solicitación ($\Sigma \Delta\sigma_i^m$) que intervienen en la función de estado límite a fatiga (2), teniendo en cuenta un período esperado de vida útil de 100 años. Se definen un conjunto de varias variables para tener en cuenta las condiciones climáticas de invierno y verano, así como las distintas ramas del diagrama S-N.

Una vez definidas estadísticamente las variables que aparecen en la función de estado límite (2), se valúa el Índice de Fiabilidad mediante el método FORM (First-Order Reliability Method) [2]. El valor obtenido para el Índice de Fiabilidad es de $\beta_{fat} = 5.53$ para el acero activo y de $\beta_{fat} = 6.09$ para el pasivo. Si estimamos, de acuerdo con lo que se expone en [3], que un valor aceptable de dicho índice frente a la rotura por fatiga de los tendones o barras de acero en un puente pretensado es de $\beta_0 = 6$, vemos como, a pesar de la pérdida importante de acero en la sección, el comportamiento a fatiga puede considerarse todavía como satisfactorio, teniendo en cuenta que el período futuro de vida útil considerado es de 100 años. Por tanto, el puente podría seguir en funcionamiento sin problemas un número importante de años, no siendo necesaria una actuación de reparación o refuerzo inmediata.

2.2. Verificación frente a ELU de rotura por flexión

En este caso, la función de estado límite a considerar es la siguiente:

$$G = M_{ru} - M_{pp} - M_{cp} - M_{hip} - M_{tráfico} \quad (3)$$

Todas las variables son aleatorias. Los parámetros y tipo de distribución obtenidos de un proceso de simulación considerados para el momento de peso propio (M_{pp}), carga permanente (M_{cp}) e hiperestático de pretensado son los que aparecen en la Tabla 3. Los valores correspondientes al momento último respuesta (M_{ru}), teniendo en cuenta la aleatoriedad de geometría y materiales (Tabla 2), son los que aparecen en la Tabla 4.

El mismo modelo de tráfico presentado en [1] y utilizado para la verificación a fatiga, nos va a servir para determinar estadísticamente el momento debido al tráfico ($M_{tráfico}$). Para ello se realiza una extrapolación del momento máximo en una semana (obtenido a partir de un total de 200 realizaciones obtenidas en el proceso de simulación) al momento máximo en un período esperado de vida útil de 100 años mediante el método de la distribución generalizada de Pareto (GPD) [1]. El histograma obtenido de la simulación de 200 semanas para la variable "momento máximo semanal en la sección central del vano central" es el que aparece en la Figura 3. Los valores correspondientes a la cola superior de dicho histograma son los que se utilizan para la obtención del momento máximo en 100 años. En la Figura 4, se presenta el resultado obtenido mediante la aproximación de una GPD a los valores mayores que el umbral de los máximos semanales obtenidos en la simulación. Dichos resultados se comparan con los obtenidos con el método presentado en [10]. Puede verse cómo los resultados de la aplicación del método de Maes se acercan más a una recta, tal como debe suceder para el caso en que ξ vale cero. En la Tabla 5, pueden verse los valores obtenidos para el umbral U, los parámetros de la distribución de Pareto y los valores del momento de tráfico para distintos períodos de retorno. También aparecen la media y coeficiente de variación de la variable "momento máximo en 100 años". Un aspecto importante a tener en cuenta es la dispersión de la variable "efecto máximo del tráfico durante el período de vida útil". Con el método descrito, se obtiene el valor del coeficiente de variación (CDV) que aparece en la Tabla 5. Dicho CDV proviene de las aleatoriedades incluidas en el modelo de simulación. Sin embargo, hay una serie de factores no reflejados en él como son: los datos limitados y concretos utilizados referentes a los vehículos, el

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Tabla 4. Valores del Momento último respuesta e índices de fiabilidad a fatiga y flexión para la sección central del vano central

A_{pref} (cm²)	P_∞ (kN)	A_s (cm²)	M_{ur} (kN*m)		β_{fatp}	β_{fata}	β_u
			Media	COV (%)			
280	30590	302	98000	2.7	5.53	6.09	9.04

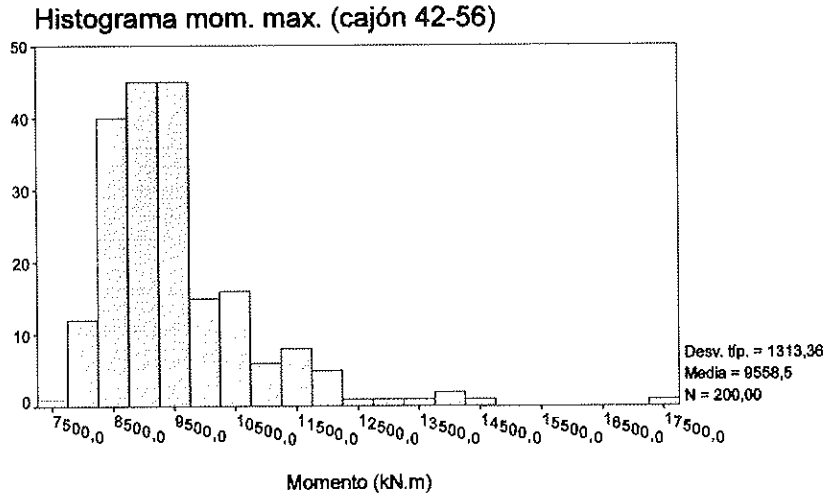


Fig. 3. Histograma del momento máximo semanal debido al tráfico real.

Tabla 5. Valores de la solicitación de tráfico deducidos con el modelo de tráfico [1]

Distribución gen. de Pareto				Momento de tráfico (en kN*m) para distintos períodos de retorno				Máx. en 100 años (en kN*m)	
U(kN*m)	F_x (u)	ξ	σ	1 sem.	2 sem.	1 año	1000 años	media	CDV (%)
10976	0.95	0.	77.4	7507	9604	11691	18052	15100	6.4

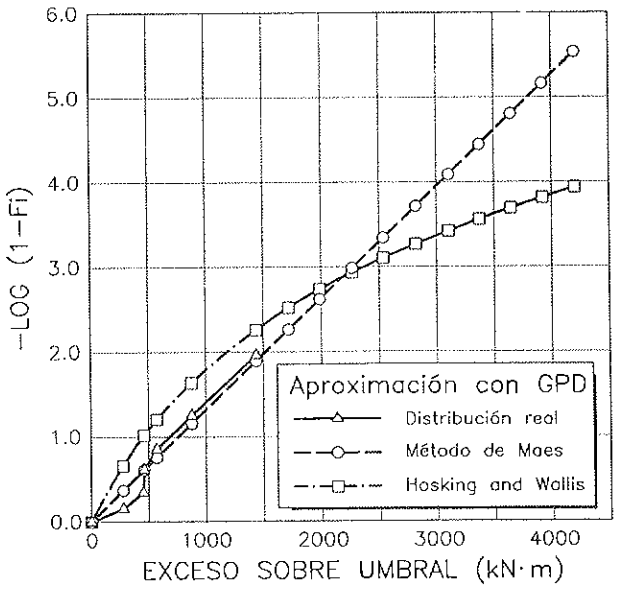


Fig. 4. Comparación entre los métodos de Maes y Hosking and Wallis para la aproximación mediante distribuciones generalizadas de Pareto

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

futuro incremento en la carga máxima de los vehículos, los cambios futuros sobre composición de tráfico, etc... Para tener en cuenta dichos fenómenos, se ha incrementado el valor del CDV del 6.4% obtenido en el proceso de simulación a un valor del 15% para hacer el cálculo del índice de fiabilidad. La variable estadística utilizada para la solicitación de tráfico es la de extremos tipo I (Gumbel). El valor obtenido es de $\beta_u = 9.04$, y en la obtención del mismo no se han considerado las incertidumbres asociadas a los modelos teóricos de cálculo utilizados (obtención del momento último, cálculo de esfuerzos, ...). A pesar de ello, el valor resulta muy alto si se compara con los valores adoptados para el ELU de flexión en la mayoría de códigos y normas (entre 3.5 y 5 o incluso 6 en el caso como el presente en el cual no se han considerado las incertidumbres asociadas a los modelos de cálculo). Ello se debe a que es el ELS de tensiones máximas admisibles el que condiciona el pretensado, conduciendo a diseños sobredimensionados frente al ELU de flexión. Incluso a pesar de la pérdida importante de acero, el puente sigue teniendo seguridad suficiente frente a flexión durante un período de 100 años.

3. EJEMPLO NÚM 2: EVALUACIÓN DE UN PUENTE DE GRAN LUZ CONSTRUIDO POR VOLADIZOS SUCESIVOS

El puente corresponde a uno de los ejemplos presentados en [11]. Se trata de un puente de 3 vanos de luces 75 + 150 + 75 metros y de canto variable. Las secciones en centro de vano y apoyo pueden verse en la Figura 5. El pretensado superior en las secciones de pila está constituido por 106 tendones 12 ϕ 0.5". Supondremos que el pretensado de continuidad del vano central está dimensionado en clase II y que en la época de construcción del mismo no se poseía un modelo de análisis paso a paso en el tiempo del efecto de la fluencia y retracción para la obtención del momento de redistribución por fluencia y el momento hiperestático de pretensado después de haberse producido todas las pérdidas por fluencia tanto en el pretensado de continuidad como en el de construcción. Así pues, la estimación del momento de redistribución por fluencia (M_{RF}) se hace con el modelo de Rüsch-Dischinger con un valor $\varphi = 1.1$ y el cálculo del momento hiperestático final (a tiempo infi-

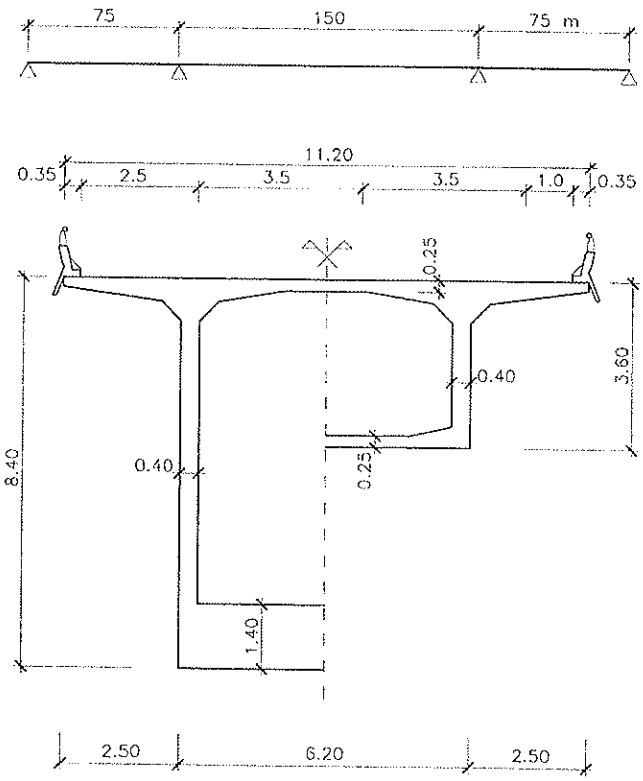


Fig. 5. Esquema longitudinal y sección transversal del puente del ejemplo 2.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

nito) se hace suponiendo que el cociente entre dicho valor y la fuerza de pretensado final en el pretensado de continuidad es el mismo que entre el hiperestático inicial y la fuerza inicial de pretensado. Bajo dichas hipótesis, se obtienen los valores que aparecen en la Tabla 6.

El dimensionamiento en clase II conduce a un total de 28T 12 ϕ 0.5" (33.180 mm^2) como pretensado de continuidad en el vano central, así como a una armadura pasiva longitudinal de 2 capas de ϕ 16 a 20 centímetros tanto en el forjado superior como en el inferior.

Si se hubiera hecho un análisis correcto del puente, utilizando un modelo exacto del comportamiento en el tiempo por efecto de la reología del hormigón [11], se habrían obtenido los valores de la Tabla 7, por comparación con los asumidos inicialmente.

3.1 Evaluación a fatiga

De los valores de la Tabla 7 puede deducirse que el puente, a pesar de haber sido proyectado en clase II, en realidad se encuentra en clase III, y por tanto pueden plantearse ciertas dudas acerca de su correcto comportamiento a largo plazo por efecto de la fatiga en el acero de pretensado de continuidad en el vano central.

La verificación a fatiga para un período de vida útil de 100 años, con las mismas hipótesis de tráfico y condiciones climáticas (gradiente térmico) que en el ejemplo anterior y considerando para el momento de redistribución por fluencia un coeficiente de variación del 20%, da como resultado los valores de β_{fat} = 7.8 para el acero de pretensado y de β_{fat} = 7.5 para la armadura pasiva. Por tanto, el puente presenta una seguridad adecuada frente a fatiga (recordemos que un valor admisible de β estaría alrededor de 6), y no sería necesaria ninguna actuación de reparación en este sentido, siendo únicamente necesaria una actuación de protección del acero frente a la corrosión caso de que existiera una fisuración importante.

3.2 Evaluación frente a ELU de rotura por flexión

En la Figura 6 se encuentra representado el histograma de la variable momento máximo semanal debido al tráfico en la sección de vano obtenido mediante una muestra de 200 realizaciones con el modelo descrito en [1]. A partir de dichos valores y los correspondientes a la sección de apoyo se han obtenido los valores medios de los momentos máximos en 100 años que aparecen en la Tabla 8. Dichos valores, juntamente con los del resto de variables (Tabla 8) y asumiendo una distribución tipo Gumbel para el momento máximo del tráfico, han permitido obtener los valores de Índice de Fiabilidad frente a rotura por flexión en las secciones de vano y apoyo que aparecen en la Tabla 8. Para obtener los valores medios de los momentos

Tabla 6. Solicitaciones (en kNm) obtenidas para el puente por voladizos sucesivos. M_{SC} es el momento debido al modelo de sobrecarga de la norma de acciones en puentes de carretera

Sección	M_{pp}	M_{cp}	M_{SC}	M_{hip}	M_{RF}
Centro luz	0.	17228	46893	0.864 P_∞	16700

Tabla 7. Valores reales y aproximados (en kNm) del momento hiperestático y de redistribución por fluencia (según [11])

Solicitación	Valor de proyecto	Valor real
M_{hip}	33153	39367
M_{RF}	16700	20668

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

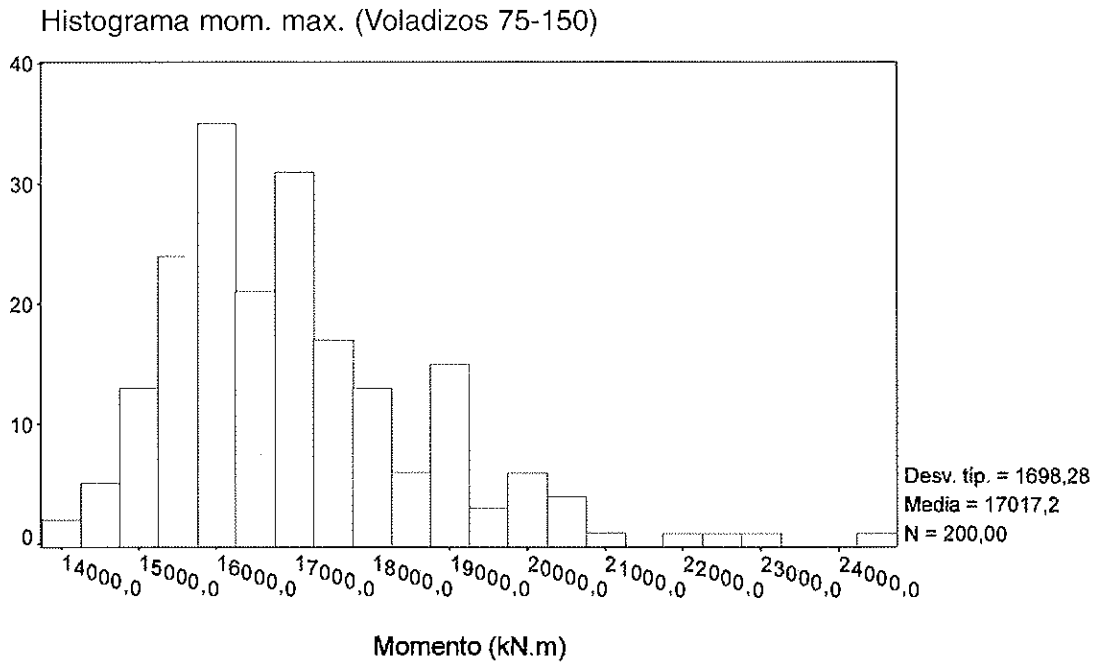


Fig. 6. Histograma del momento máximo semanal debido al tráfico real.

Tabla 8. Definición estadística de las variables de solicitación y respuesta e índices de fiabilidad a flexión para el puente por voladizos. [Momentos en kNm, Coeficiente de variación (CV) en %]

Sección	M_{pp}		M_{cp}		M_{hip}		$M_{tráfico}$		M_{ru}		β_u
	media	CV	media	CV	media	CV	media	CV	media	CV	
Apoyo	749700	5	74378	10	–39367	7	76891	15	1492228	3	9.63
Vano	0	–	19812	10	39367	7	27048	15	232691	3	9.03

de solicitación se ha utilizado la misma relación valor medio/valor nominal que aparece en la Tabla 3. El momento de redistribución por fluencia no se ha considerado en la evaluación del ELU puesto que su influencia es totalmente despreciable en estados avanzados de carga.

Los Índices de Fiabilidad obtenidos tanto para la sección de apoyo como la de vano son suficientemente altos para poder concluir que no existirán problemas de seguridad a rotura por flexión en los próximos 100 años.

4. EJEMPLO NÚM. 3: EVALUACIÓN A FATIGA DE LOS TIRANTES DE PUENTES ATIRANTADOS

Tal como ya hemos apuntado en [1], las hipótesis y metodología empleada en la construcción del modelo de tráfico lo hacen aplicable a puentes de mayor luz como los atirantados, donde los demás modelos fallan al no considerar la interrelación entre vehículos dentro del flujo de tráfico y considerar únicamente situaciones de tráfico fijas y estáticas en el puente. Un punto de especial interés en la evaluación de los puentes atirantados lo constituye la posible fatiga en los tirantes. Por ello veremos a continuación un ejemplo de aplicación al caso de los tirantes de retención (los que van a parar al macizo de hormigón en la Figura 7) y tirantes más cercanos a las torres del puente atirantado Ingeniero Carlos Fernández Casado sobre el embalse de Barrios de Luna. El número de cordones de cada tirante es el que aparece en las Tablas 9 y 10.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

Tabla 9. Puente de Barrios de Luna. Tirantes delanteros. Núm. de cordones ϕ 0.6"

Tirante delantero	núm. torones	Tirante delantero	núm. torones	Tirante delantero	núm. torones	Tirante delantero	núm. torones
1	24	8	30	15	39	22	50
2	24	9	31	16	41	23	51
3	24	10	33	17	42	24	54
4	25	11	34	18	44	25	59
5	25	12	35	19	45	26	66
6	27	13	36	20	47	27	78
7	28	14	38	21	48		

Tabla 10. Puente de Barrios de Luna. Tirantes traseros. Núm. de cordones ϕ 0.6"

Tirante trasero	núm. torones	Tirante trasero	núm. torones	Tirante trasero	núm. torones	Tirante trasero	núm. torones
1	24	8	30	15	45	22	59
2	24	9	31	16	45	23	61
3	24	10	31	17	50	24	61
4	25	11	36	18	50	25	64
5	25	12	36	19	55	26	64
6	27	13	40	20	55	27	67
7	28	14	40	21	59	28	67

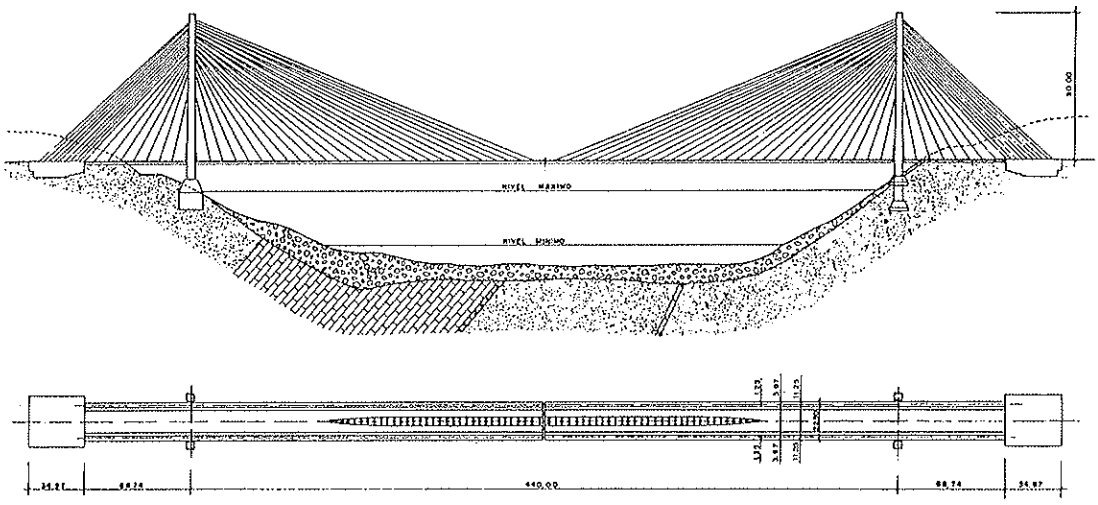


Fig. 7. Alzado y planta del puente Ingeniero Carlos Fernández Casado sobre el embalse de Barrios de Luna (obtenido de [12])

El primer paso para la determinación de las solicitaciones a fatiga en los tirantes lo constituye la obtención de la línea de influencia del axil en los mismos. En la Figura 8 pueden verse las mismas para una carga móvil de una tonelada sobre el tablero, obtenidas tal como se describe en [13], y tanto para uno de los tirantes de retención

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

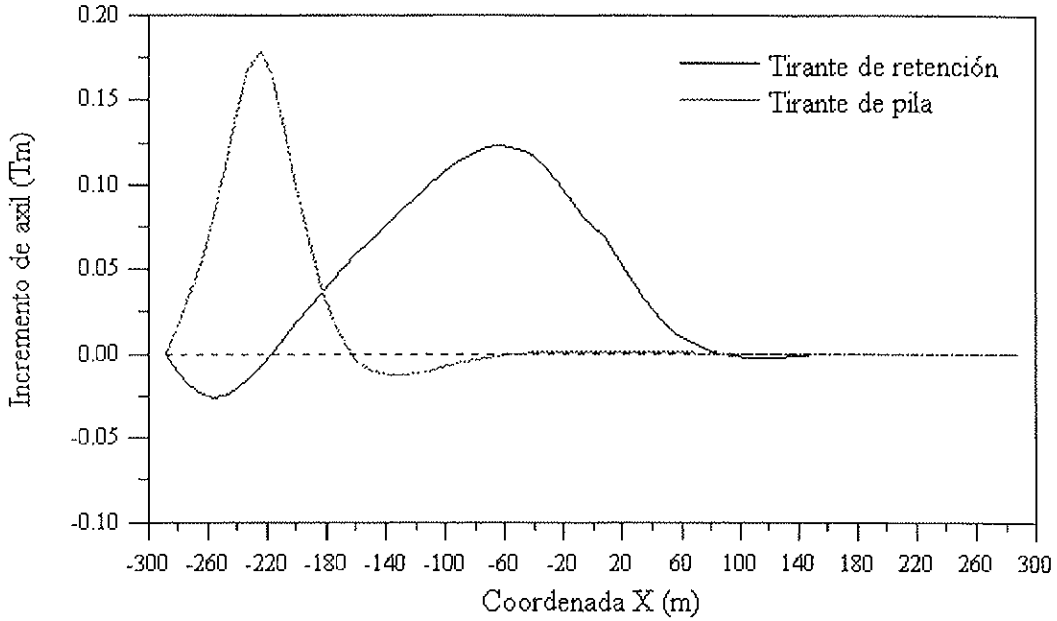


Fig. 8. Línea de influencia del axil para una carga móvil de 1 T sobre el Tablero.

como para el tirante más cercano a una de las torres (el más vertical), los cuales suelen ser los más proclives a fatiga para este esquema longitudinal [14]. Una vez efectuada la simulación de tráfico para un total de 200 semanas, se obtienen un conjunto de historias de tensiones debidas al tráfico en los tirantes en cuestión.

Un punto clave para la evaluación a fatiga lo constituye el poseer las curvas S-N adecuadas al efecto en estudio. En este caso, y de acuerdo a las especificaciones y tipo de ensayos que se realizan para la verificación de los tirantes, no existen curvas S-N completas para los mismos que además tengan en cuenta los fenómenos locales de flexión secundaria en los anclajes. En realidad, se dispone únicamente de 1 punto correspondiente a nn número de ciclos especificado (1 o 2 millones) que el tirante ha soportado un determinado incremento de tensión y que se ha fijado para el ensayo de homologación del tirante. En la mayoría de los casos, ni siquiera ese punto obtenido del ensayo está sobre la curva S-N puesto que no llega a producirse la rotura en el ensayo. Por todo ello, y dado la falta de información al respecto, hemos utilizado la curva S-N para los tirantes que aparece en la Figura 9. Para la construcción de la misma se han tenido en cuenta los siguientes factores:

1) Los valores de las pendientes de los dos tramos de recta son los que suelen tomarse habitualmente en el caso de cordones de pretensado rectos, y los que se recomiendan en [15] para la verificación a fatiga de tirantes en puentes atirantados. Debemos ser conscientes, sin embargo, que normalmente el punto crítico a fatiga suele ser el anclaje y no el cordón en sí mismo, de manera que es discutible tal forma de proceder. Sin embargo, a falta de datos experimentales que permitan conocer dichas pendientes en ensayos donde falle a fatiga el anclaje, tal ha sido el criterio que se ha utilizado.

2) El valor de 200 MPa correspondiente a los dos millones de ciclos se ha decidido en base a los resultados de ensayos realizados hasta la fecha en un conjunto tirante+anclaje bajo distintas condiciones de ensayo no directamente comparables, en los cuales se ha verificado que para dos millones de ciclos con incrementos de tensión de 180 MPa no se producen roturas. Otro gupo de ensayos dan como resultado una resistencia media de 240 MPa. Por tanto, se podría considerar el valor de 200 MPa como el correspondiente a la curva característica.

3) Para tener en cuenta un cierto factor de seguridad, se ha considerado en la verificación a fatiga un valor del incremento de

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

tensión admisible de 150 MPa (200/1.33) para 2 millones de ciclos.

Tras la aplicación del algoritmo de "rainflow" se obtienen los histogramas para los distintos incrementos de tensión (Figuras 10 y 11). Tal y como puede verse en los mismos, en el tirante de retención, la gran mayoría de las tensiones están en el primer rango, correspondiente a incrementos de tensión menores a 15 MPa. Aunque en el caso del tirante adyacente a la pila se llega a incrementos de 34 MPa, tampoco dicho valor resulta muy elevado para la capacidad a fatiga de los anclajes modernos. A partir de los histogramas, y mediante la curva S-N de la Figura 9, se obtienen los valores del Daño de Miner (DM) en el tirante de retención (Figura 12) y en el adyacente a la torre (Figura 13) para distintos valores del área del tirante. Obsérvese que para obtener un Daño de Miner igual a 1, lo cual equivaldría a la rotura por fatiga, las áreas correspondientes serían de 11 cm² y 10.8 cm² respectivamente, valores muy por debajo de los realmente dispuestos (ver Tablas 9 y 10). Por ello, a pesar de que no se han tenido en cuenta otras acciones variables que pueden

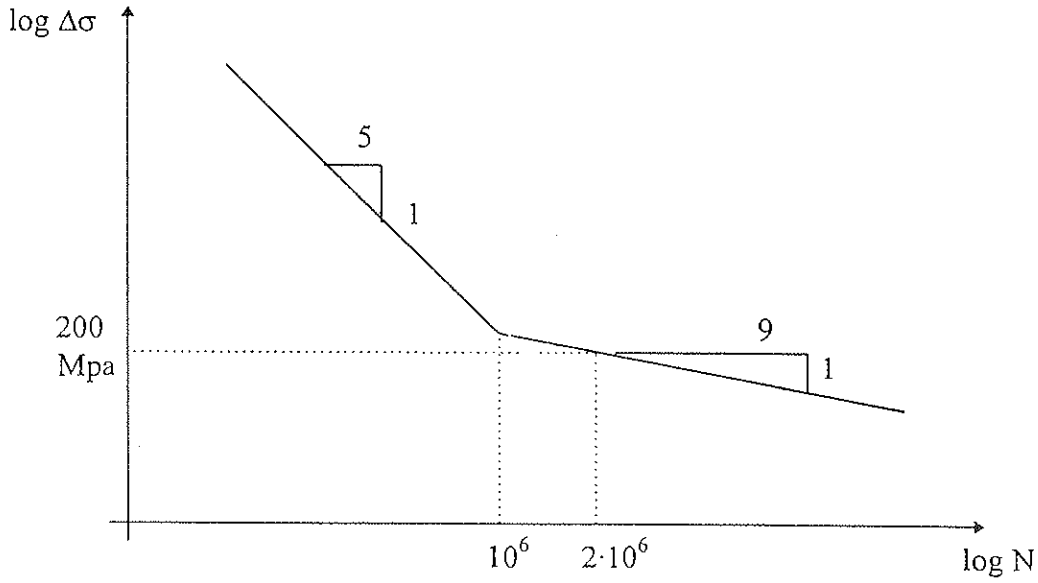


Fig. 9. Definición de la curva S-N característica utilizada en la verificación a fatiga de los tirantes.

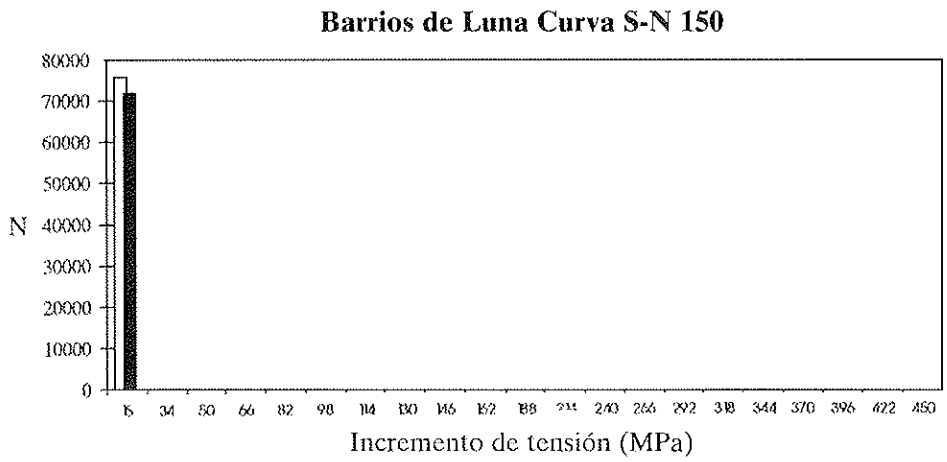


Fig. 10. Número máximo y mínimo semanal de incrementos de tensión en cada rango para el tirante de retención.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

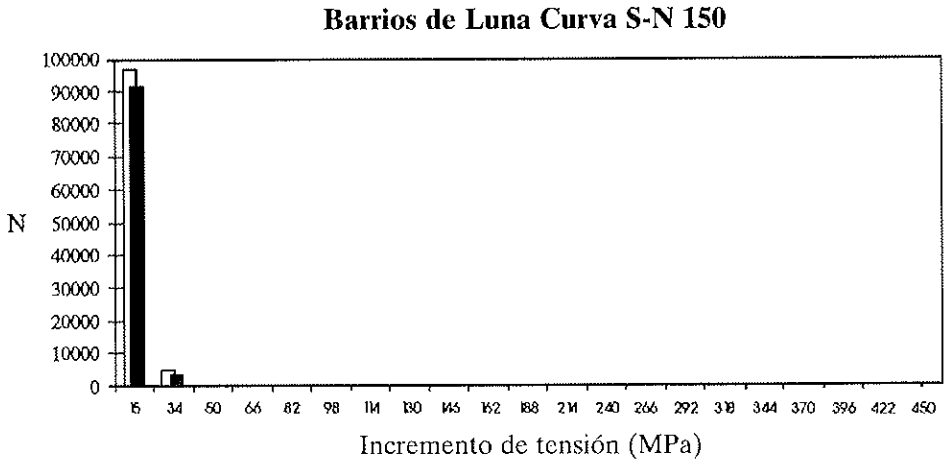


Fig. 11. Número máximo y mínimo semanal de incrementos de tensión en cada rango para el tirante adyacente a la torre.

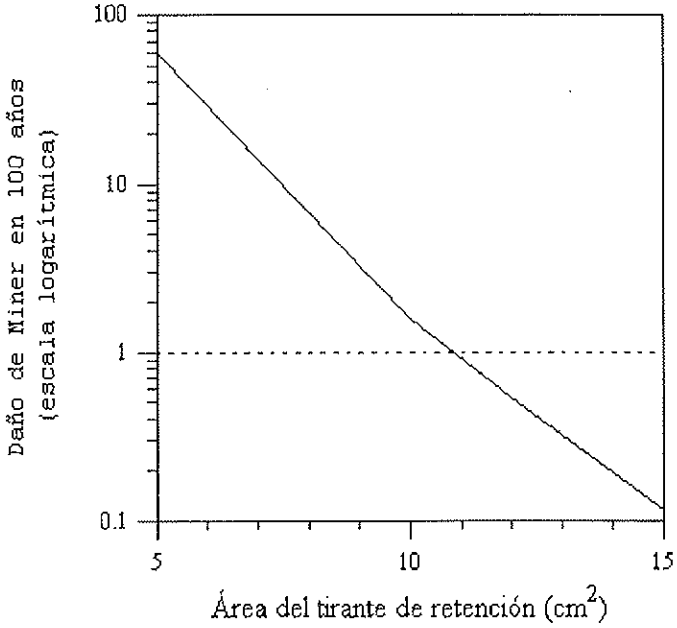


Fig. 12. Tirante de retención. Valor del daño de Miner en función de la sección y obtención del valor óptimo a fatiga.

provocar fatiga en los tirantes (viento, temperatura), la gran diferencia entre los valores reales y los obtenidos del cálculo no hacen prever problemas de fatiga en dichos tirantes, siempre y cuando se mantengan las resistencias actuales, que podrían verse drásticamente disminuidas por efecto de la corrosión. Hay que tener en cuenta, también, que el criterio de fatiga no es el único que condiciona el área de los tirantes, debiéndose tener en cuenta otros estados límites, además del comportamiento global más eficaz desde el punto de vista estructural, que puede llevar a colocar más sección en determinados tirantes para cumplir criterios de rigidez más que de resistencia.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

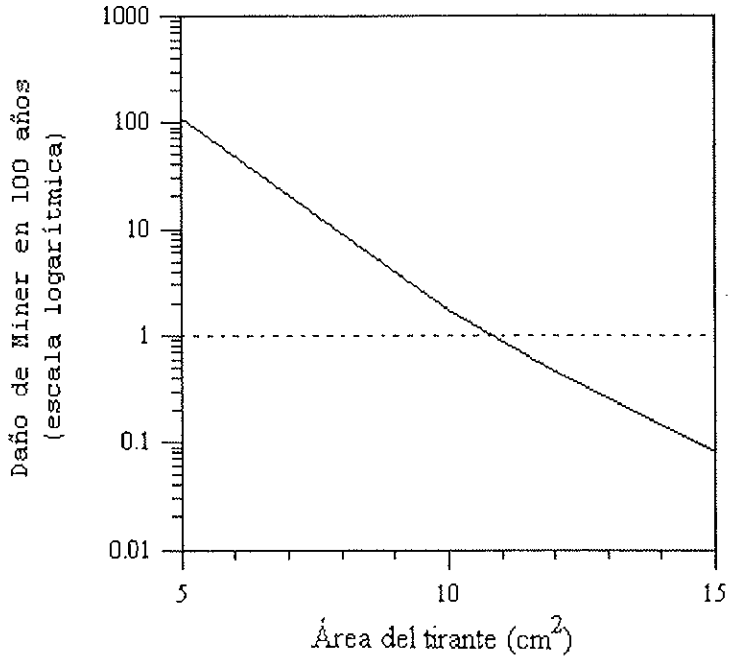


Fig. 13. Tirante adyacente a la torre. Valor del daño de Miner en función de la sección y obtención del valor óptimo a fatiga.

5. CONCLUSIONES

La utilización del modelo de tráfico desarrollado en [1] ha puesto de manifiesto cómo a pesar de la poca cuantía de pretensado existente en los puentes de los dos primeros ejemplos que hacía que los mismos se encontraran en clase III y a pesar del paso sobre los mismos de un tráfico muy pesado, representativo de las condiciones más extremas que pueden encontrarse en las carreteras españolas, que produce en algunas situaciones la fisuración de las mismas, los incrementos de tensión que se producen tanto en la armadura de pretensado como en el acero de armar no son significativamente altas. Como consecuencia, se ha visto que a pesar del fenómeno de "fretting corrosion" en las armaduras postesadas no se producen daños por fatiga incluso para períodos de vida útil de 100 años. Como conclusión podría decirse que los puentes de carretera con pretensado parcial presentan un comportamiento plenamente satisfactorio.

Si se comparan los valores contenidos en las Figuras 3 y 6 y en las Tablas 5 y 8 con los esfuerzos originados por la sobrecarga de tráfico de la instrucción (sobrecarga de 0.4 T/m^2 y vehículo de 60 T), que dan lugar a unos valores de 15229 kNm y de 46893 kNm respectivamente para los puentes de los ejemplos 1 y 2, se aprecia claramente cómo el aumento significativo en la luz del vano conduce a valores significativamente mayores al valor máximo obtenido para el período de 1 semana. Resulta claro, en consecuencia, que el modelo de la instrucción predice valores excesivamente altos cuando se aplica a puentes de gran luz, lo cual resulta lógico si tenemos en cuenta la pequeña probabilidad de encontrar situaciones de tráfico reales en las que todo el vano se encuentre cargado de vehículos en el caso de que la luz sea importante.

La aplicación en la evaluación a fatiga de los tirantes de retención de un puente atirantado con áreas de los mismos deducidos de los actuales criterios de diseño en este tipo de puentes, ha puesto de manifiesto, a su vez, que los incrementos de tensión que se producen por el paso del mismo tráfico extremos son inferiores a los 50 MPa, valor muy inferior al de los 200 MPa de incremento de tensión admisible que suele utilizarse como criterio de diseño frente a fatiga de los mismos. Se ha visto también cómo el área

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

crítica a fatiga, es decir, aquélla que conduce a lo largo del período de servicio a un daño acumulado de valor 1, se encuentra muy por debajo de los valores habituales de sección dispuestos. Ello nos hace plantear la siguiente cuestión: ¿no resultan excesivamente conservadoras las condiciones requeridas a los anclajes en cuanto a incrementos máximos de tensión en las actuales tecnologías de tirantes?, ¿sería posible utilizar medios de anclaje que permitieran incrementos de tensión más pequeños y que, por tanto, serían mucho más económicos? Una respuesta concluyente no puede sacarse del estudio aquí presentado, dado que se trata de un único ejemplo y que en la actualidad no existen ensayos suficientes en tirantes que nos permitan estar totalmente seguros acerca de la bondad de la curva S-N utilizada. Por otra parte debería también disponerse de un modelo suficientemente preciso para la determinación del resto de acciones que producen incrementos de tensión en los tirantes (viento, ...).

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren manifestar su agradecimiento tanto a D. Carlos Alonso Cobo como a Fernández Casado Oficina Técnica, S.A. (D. Miguel A. Astiz) por habernos facilitado la información necesaria para el desarrollo de los ejemplos mostrados. Nuestro especial agradecimiento también al Ingeniero de Caminos, D. Albert Mas, el cual ha colaborado activamente en la obtención de los resultados correspondientes al ejemplo número 3.

Este estudio se enmarca dentro de los proyectos PB94-1199 y PB95-0769 financiados por el Ministerio de Educación y Cultura (Dirección General de Enseñanza Superior).

BIBLIOGRAFÍA

1. Casas, J.R.; Crespo, C.: "Un modelo global de tráfico para la evaluación y gestión de puentes construidos: formulación y metodología". *Hormigón y Acero,* núm. 208, pp. 107-122.

2. Casas, J.R; Sobrino, J.A.: "La evaluación y gestión de estructuras en servicio: ¿un arte o una técnica?». *Hormigón y Acero*, núm. 184, 1991, pp. 41-50.

3. Crespo, C.: "A reliability based methodology to define the limit state of decompression in prestressed concrete bridges". Tesis Doctoral. Universitat Politécnica de Catalunya. Barcelona, 1996.

4. Bökamp, H.: "Ein Beitrag zur Spannstahlermüdung unter Reibdauerbeanspruchung bei teilweiser Vorspannung". Tesis Doctoral. Technischen Hochschule. Aachen, 1990.

5. Wollman, G.P.; Yates, D.L.; Breen, J.E.; Kreger, M.E.: "Fretting fatigue in post-tensioned concrete". Research Report 465-2F. Center for Transportation Research. The University of Texas. Austin, 1988.

6. C.E.B.: "Fatigue of Concrete Structures. State of the Art Report". Bulletin d'Information N. 188. Lausanne, 1988.

7. Casas, J.R.; Crespo, C.: "Probabilistic response of prestressed concrete bridges to fatigue". *Engineering Structures*. Vol. 20, N. II, pp. 940-947, 1988.

8. Comisión Permanente del Hormigón: "EP-93. Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón pretensado". Madrid.

9. Ministerio de Fomento. Dirección General de Carreteras: "IAP-98. Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera". Febrero de 1998, Madrid.

10. Hosking, J.R.M.; Wallis, J.R.: "Parameter and Quantile Estimation for the Generalized Pareto Distribution". *Technometrics*, Vol. 29, núm. 3, (1987), pp. 339-349.

11. Alonso, C.: "Estudio de la influencia que los diversos parámetros reológicos, mecánicos y ambientales ejercen en el comportamiento a largo plazo de los dinteles de puente construidos por avance en voladizo". Tesis Doctoral. Universidad de Santander. Santander, 1982.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

12. Manterola, J.; Fernández, L.: "Autopista Campomanes-León. Los puentes". *Hormigón y Acero*, núm. 151, 1984, pp. 9-130.

13. Mas, A.: "Estudio sobre la solicitación real de tráfico en puentes atirantados. Aplicación al dimensionamiento a fatiga de los tirantes". Tesina de Especialidad. E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona. Septiembre de 1997.

14. Elices, M.; Llorca, J.; Astiz, M.A.: "Fatigue of steels for concrete reinforcement and cables". Handbook of Fatigue crack. Propagation in metallic structures, pp. 191-220. Elsevier Science, 1994.

15. European Committee for Standarization: "PR ENV 1992-2, Eurocode 2: Design of concrete structures, Part 2: Concrete bridges". Bruselas, 1995.

RESUMEN

En [1] se muestra la descripción y metodología empleada en la elaboración de un modelo global de tráfico que permita tener en cuenta la mayoría de situaciones a considerar en el proyecto y evaluación de puentes: estados límites de servicio (ELS) y últimos (ELU), puentes de pequeña, mediana y gran luz y de cualquier tipología y cualquier material. En este artículo se presentan algunas de las aplicaciones del mismo a casos concretos, mostrándose su funcionamiento, versatilidad y campo de aplicación. El enfoque con el que está planteado el modelo permite hacer una evaluación de tipo no determinista clásico al obtenerse un modelo probabilista de la acción del tráfico. La obtención del Índice de Fiabilidad de los puentes frente a determinados Estados Límites permite sentar una base objetiva en la que tomar una decisión acerca de la gestión óptima de los mismos.

SUMMARY

In [1] is presented the methodology for the construction of a comprehensive traffic load model to account for the most frequent checking situations during the design and evaluation of bridges: Serviceability (SLS) and Ultimate (ULS) Limit States, short, medium and long span bridges, bridges of any structural type and material. In this paper are presented some practical applications of the model. This allow to realize the performance, versatility and wide field of application of the model. The formulation of the model permits a non deterministic evaluation of the bridges because a probabilistic description of the traffic effects is obtained. The calculation of the Reliability Index of the bridges subjected to different Limit States is an objective measure of the safety of bridges and may be used in their optimal management and decision-making process.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

MASTER EN MECANICA DEL SUELO E INGENIERIA DE CIMENTACIONES

Madrid, 1 de Febrero al 30 de Junio de 1999
CEDEX
Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas

Objeto del Master

El Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CEDEX) ofrece un Master de especialización en Mecánica del Suelo e Ingeniería de Cimentaciones, para postgraduados, dirigido a titulados superiores e interesados en los temas del terreno, continuando los cursos internacionales que, con el mismo tema, se han venido celebrando en Madrid en ediciones anteriores.

El Master, con una duración de cinco meses, abarca los conceptos fundamentales de mecánica del suelo y de las rocas, así como los métodos y aplicaciones más habituales de la Ingeniería Geotécnica para la resolución de problemas de cimentaciones. También incluye jornadas de especialización complementarias al Master, que se impartirán dentro de su período docente.

Lugar y celebración del Master

El Master se celebrará en las aulas del Centro de Estudios de Técnicas Aplicadas del CEDEX (C/ Alfonso XII, 3. 28014 Madrid).

Se desarrollará a lo largo de más de 325 horas lectivas de clases teóricas, 35 horas de clases dedicadas a ejercicios de aplicación y 40 horas de clases prácticas de Laboratorio. Durante el Master se realizará un viaje de prácticas de una semana de duración, así como diversas visitas a Instituciones y obras de interés.

El acceso de vehículos al recinto de Alfonso XII, 3 está restringido, rogándose accedan al mismo en transporte público.

Diplomas

A lo largo del Master se realizarán evaluaciones y controles sobre el aprovechamiento y asistencia de los alumnos, los cuáles deberán entregar los ejercicios prácticos que les sean propuestos.

Se extenderá un certificado acreditativo de su participación en el Master a los alumnos que hayan asistido con regularidad a las clases y un diploma de suficiencia a aquellos que además hayan superado las pruebas de aptitud.

Condiciones de inscripción

La cuota de inscripción del Master y Jornadas de Especialización es de 500.000 pts. (4.000 dólares USA para alumnos no españoles). Esta cuota da derecho a la asistencia a las clases teóricas y prácticas, a recibir la documentación del curso, asistir al viaje de prácticas (locomoción y alojamiento) y seguro médico.

Los participantes deberán esta en posesión del título de Ingeniero Civil o equivalente y tener un conocimiento suficiente del idioma español.

Los que deseen recibir más información sobre el Master, deberán dirigirse a:
CENTRO DE ESTUDIOS Y EXPEMIENTACIÓN DE OBRAS PUBLICAS (CEDEX)
Centro de Estudios de Técnicas Aplicadas
Gabinete de Formación y Documentación
Alfonso XII, 3 – 28014 Madrid.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

1er CONGRESO NACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

12-16 Abril de 1999, Murcia

Presentación
El Primer Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica tiene por objetivo ofrecer un marco apropiado para el encuentro de técnicos, científicos y todo tipo de profesionales con actividades en el campo multidisciplinar de la ingeniería sísmica.

Este Congreso se propone dar respuesta a una profunda necesidad, largamente sentida en el ámbito nacional, promoviendo un foro de debate, de intercambio de experiencias y de difusión de conocimientos y de técnicas aplicadas, entre todos aquellos interesados y con responsabilidades públicas o privadas en cualquiera de las disciplinas involucradas en el mundo de la ingeniería sísmica.

Sede del Congreso
Tendrá lugar en el Centro Cultural de Caja Murcia, Avenida Gran Vía, 23, 30005-Murcia.

Estructura del Congreso
Constará de sesiones orales y "pósters" para presentar comunicaciones, conferencias plenarias para revisar el estado del arte, mesas redondas para debatir temas de interés y actualidad y habrá también algunos "stands" para exhibiciones técnicas.

Está previsto organizar actos sociales para los congresistas y contar con un atractivo programa de actividades culturales para los acompañantes.

Memorias del Congreso
Los artículos técnicos (ponencias orales y pósters) que sean aceptados serán publicados y editados, distribuyéndose un ejemplar de la obra a todos los participantes al comienzo del Congreso. Para la publicación del artículo se requiere la inscripción previa de uno de los autores.

Los que deseen recibir mayor información sobre el Congreso, deberán dirigirse a:

Secretaría del Primer Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica.
Asociación Española de Ingeniería Sísmica
C/ Almagro, 42
28010 Madrid
Teléfono/Fax 91 – 523 26 85
Attn.: Srta. Isabel Malagón (de 17 a 20 h.)

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

AENOR

Asociación Española de Normalización y Certificación

Nos complace presentar las últimas normas publicadas, correspondientes a la serie del **EUROCÓDIGO 1,** que recogen los principios generales y las acciones para el proyecto de estructuras de edificación e ingeniería civil.

EUROCÓDIGO 1. PARTE 2-2 (UNE-ENV 1991-2-2: 1998)
Bases de proyecto y acciones en estructuras. Parte 2-2: Acciones en estructuras. Acciones en estructuras expuestas al fuego

Se refiere a las circunstancias bajo las cuales una estructura debe prestar una adecuada funcionalidad en la exposición al fuego, exponiendo las acciones térmicas nominales para el proyecto estructural de edificios y obras civiles.

EUROCÓDIGO 1. PARTE 2-3 (UNE-ENV 1991-2-3: 1998)
Bases de proyecto y acciones en estructuras. Parte 2-3: Acciones en estructuras. Cargas de nieve

Proporciona las guías para cargas de nieve, con y sin viento, de aplicación a estructuras situadas a una altitud inferior a 1.500 metros.

EUROCÓDIGO 1. PARTE 2-4 (UNE-ENV 1991-2-4: 1998)
Bases de proyecto y acciones en estructuras. Parte 2-4: Acciones en estructuras. Acciones del viento

Contiene reglas y métodos para el cálculo de las cargas del viento en estructuras de edificación de hasta 200 m, incluyendo sus componentes, unidades de revestimiento y conexiones.

EUROCÓDIGO 1. PARTE 3 (UNE-ENV 1991-3: 1998)
Bases de proyecto y acciones en estructuras. Parte 3: Cargas de tráfico en puentes

Especifica las cargas exteriores (modelos y valores representativos) asociados con el tráfico rodado, acciones de peatones y tráfico de ferrocarril, incluyendo, cuando es necesario, efectos dinámicos y centrífugos, frenado, fuerzas de aceleración y acciones accidentales.

EUROCÓDIGO 1. PARTE 4
Bases de proyecto y acciones en estructuras. Parte 4: Acciones en silos y depósitos

Estos EUROCÓDIGOS, así como las partes 1 y 2-1 publicadas en 1997, pueden ser adquiridos directamente en el **Servicio de Publicaciones** de AENOR, tanto en su sede central como en cualquiera de sus delegaciones.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL

(Continuación de Int. Portada)

FOMENTO DE CONSTRUCCIONES Y CONTRATAS, S.A. (FCCSA).–Acanto, 22. 28045 Madrid.

FORMIGONS GIRONA, S.A.–Carretera C-250 de Girona a Sant Feliú de Guixols, Km. 4,3. 17242 Quart (Girona).

FREYSSINET, S.A.–General Perón, 24. 28020 Madrid.

GRACE, S.A.–Apartado 523. 08080 Barcelona.

GRUPO ESPAÑOL DEL HORMIGÓN (GEHO).–Universidad Politécnica de Madrid.–Laboratorio de Estructuras de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, C. y Puertos.–Ciudad Universitaria, s/n, 28040 Madrid.

HIERRO INSTALADO Y SUMINISTRADO, S.A. (HIS, S.A.).–Luis Montoto, 105, 4º K. 41007 Sevilla.

HUARTE, S.A.–Oficina Técnica.–C/Gobelas, 35-37. El Plantío. 28023 Madrid.

IBERDROLA, S.A. Servicio Formación.–Referencia 3001. Gardoqui, 8. 48008 Bilbao.

INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.–Portal de Gamarra, 46. 01013 Vitoria.

INSTITUTO ESPAÑOL DEL CEMENTO Y SUS APLICACIONES (IECA).–José Abascal, 53-2.ª planta. 28003 Madrid.

INSTITUTO TÉCNICO DE LA CONSTRUCCIÓN, S.A.–Avda. de Elche, 164. 03008 Alicante.

INSTITUTO TÉCNICO DE MATERIALES Y CONSTRUCCIONES (INTEMAC).–Monte Esquinza, 30. 28010 Madrid.

JOSÉ ANTONIO TORROJA, OFICINA TÉCNICA, S.A.–Príncipe de Vergara, 103. 28006 Madrid.

LABORATORIO CENTRAL DE ESTRUCTURAS Y MATERIALES. CEDEX.–Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.

MECANOGUMBA, S.A.–Apartado 23. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).

MEKANO-4, S.A.–Polígono Can Magarola. Carretera N-152, Km. 19,8. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).

PACADAR, S.A.–Hermosilla, 57. 28001 Madrid.

PREFABRICADOS CASTELO, S.A.–Polígono Industrial Atios. Apartado 11. 36080 Porriño (Pontevedra).

PREFABRICACIONES Y CONTRATAS, S.A.–Apartado 138. 36600. Villagarcía de Arosa (Pontevedra).

PREVALESA, S.L.–Avda. Blasco Ibáñez, 20. 46010 Valencia.

PROYECTOS Y ESTRUCTURAS, S.A. (PROES).–Padre Damián, 42-1º D. 28036 Madrid.

SENER, INGENIERÍA Y SISTEMAS, S.A.–Avda. de Zugazarte, 56. 48930 Las Arenas (Vizcaya).

SOCIEDAD DE ESTUDIOS DEL TERRITORIO E INGENIERÍA, S.A.–Avenida Cardenal Herrera Oria, 167. 28034 Madrid.

TECPRESA, S.A.–Velázquez, 105. 28006 Madrid.

TIERRA ARMADA, S.A.–Pº Castellana, 165. 28046 Madrid.

TREFILERÍAS QUIJANO, S.A.–Fábrica de Forjas de Buelna. 39400 Los Corrales de Buelna (Cantabria).

TRENZAS Y CABLES, S.L. (TYC, S.L.).–Monturiol, 5. 08210 Barberá del Vallés (Barcelona).

VSL IBÉRICA, S.A.–Aribau, 185, 3º, 2ª. 08021 Barcelona.

La Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructural se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las Entidades citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025

ache

GEHO - ATEP

Documento descargado de www.e-ache.com el 07/12/2025