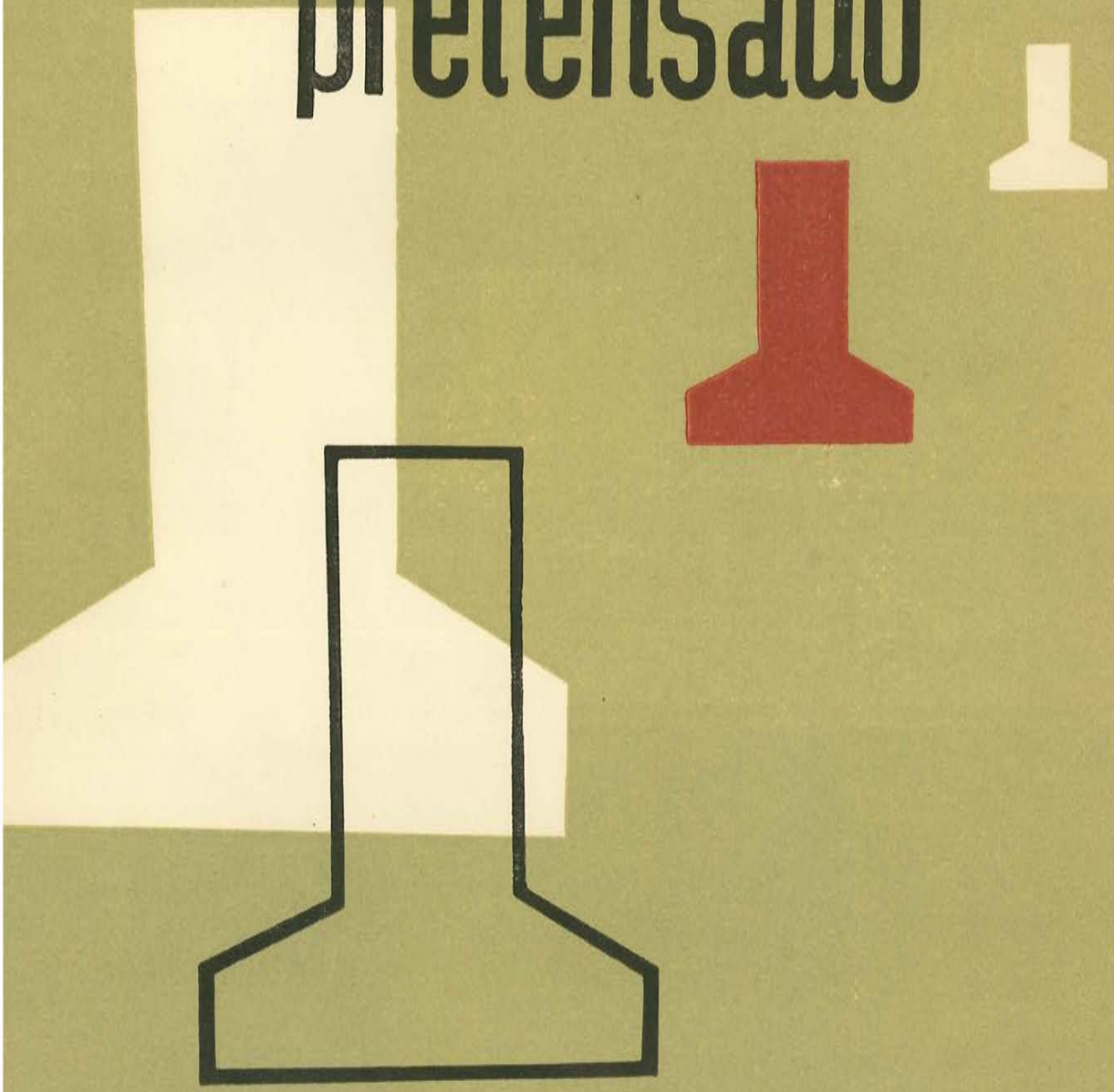
ULTIMAS NOTICIAS SOBRE

hormigón pretensado



BOLETIN NUM. 22 DE LA ASOCIACION ESPAÑOLA DEL HORMIGON PRETENSADO
DEL INSTITUTO TECNICO DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

a

CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS

Patronato "Juan de la Cierva" de Investigación Técnica

U L T I M A S N O T I C I A S

Técnicas en Estructuras

Hormigón Pretensado

Boletín de circulación limitada

Nº 22

Septiembre-Octubre 1954

- INSTITUTO TECNICO DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO -

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

I N D I C E

591-2-11	Más experiencia en los métodos de precompresión de Puentes	Pág.	1
591-2-10	Puente sobre el río Cuyaguateje, en la carretera Panamericana.- Comisión de Fomento Nacional de la República de Cuba	"	13
457-8-9	Estudio de las tensiones originadas, por las cargas de trabajo en una sección de hormigón pretensado.- H. Rüsch	"	17
457-2-6	Bases para el cálculo de las secciones en rotura.- A. Páez	"	22
837-0-1	Progresos en la técnica del hormigón pretensado.	"	49

- - -

N o t a: El Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos sobre la construcción y edificación, no se hace responsable del contenido de ningún artículo, y el hecho de que patrocine su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

591-2-11 MAS EXPERIENCIA EN LOS METODOS DE PRECOMPRESION DE PUENTES

Autor: Anónimo

INGENIERIA INTERNACIONAL "CONSTRUCCION", Junio 1954

- - -

S i n o p s i s

En este artículo se hace un estudio económico-comparativo sobre cuatro puentes de hormigón pretensado últimamente construídos, con carácter experimental, por el Dpto. de Obras Públicas de Massachussetts, utilizando en cada uno de ellos un método diferente de pretensado. Se citan las características más importantes de dichos puentes, y de cada uno de los sistemas utilizados en su construcción, se dan detalles sobre la forma en que fueron realizados los trabajos y se resumen las principales enseñanzas recogidas en relación con las armaduras de pretensado, el problema de la fisuración, las pérdidas de tensión en los alambres y el transporte de las vigas prefabricadas.

Termina el artículo con unos comentarios sobre la posible economía que puede proporcionar la aplicación de la técnica del hormigón pretensado a la construcción de puentes.

El Departamento de Obras Públicas de Massachussetts ha terminado, recientemente, la construcción, con carácter experimental, de cuatro puentes de hormigón, pretensados por métodos distintos. Con la experiencia adquirida en estas obras, así como con la lograda en las análogas realizadas por otros Estados, se trata de llegar a encontrar la forma de evitar algunos de los inconvenientes con que actualmente se tropieza durante la construcción de puentes de hormigón pretensado. De dichos trabajos se deduce, ante todo, la necesidad de revisar los métodos que, en el presente, se siguen para

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

el proyecto de vigas pretensadas, hasta conseguir precios más económicos que permitan a estas piezas competir ventajosamente en el mercado, con los elementos análogos de hormigón armado o metálicos. En la actualidad, las vigas metálicas resultan más económicas que las pretensadas, y éstas únicamente pueden compararse en precio con las de acero en el caso de grandes cantos. Parece ser que, para las vigas pretensadas, debe abandonarse la sección en I sustituyéndola por la sección en T, en la cual, las alas forman a su vez parte del tablero del puente.

Los cuatro puentes mencionados se encuentran ubicados en la Ruta 1, entre Newbury y Newburyport, cerca de Bostón. En la subasta celebrada para su construcción, se le adjudicó a una sola empresa, por la cantidad global de 158.490 dólares, el suministro de las 98 vigas pretensadas necesarias, en total, para los cuatro puentes, más una viga de cada uno de los distintos tipos utilizados, con destino a ensayos.

El primer puente construído fué el de Scotland Road, en el que se emplearon 24 vigas de 19,8 m. de luz. La armadura de cada una de ellas estaba constituída por 3 cables tronzados, de 3,96 cm. de diámetro, con conexiones roscadas en los extremos para su anclaje en las cabezas de las vigas. (Método Roebling) (Fig. 6)

En el segundo puente, el de Hale St., se emplearon 18 vigas de 19,5 m. de luz, armadas con diez cables, formados, cada uno, por 12 alambres de 5 mm. de diámetro y anclados en los extremos mediante cuñas cónicas (Método Freyssinet). (Fig. 7)

El tercer puente, de la Avda. Storey, necesitó 36 vigas de 17,7 m. de luz. Cada una de ellas se pretensó mediante seis barras de acero de alta resistencia, cuatro de 2,86 cm. de diámetro, y dos de 2,2 cm. de diámetro, con extremos roscados para el anclaje. (Método Lee McCall) (Fig. 8)

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Finalmente, en el puente de Pine Hill Road, se emplearon 20 vigas de 18 m. de luz, pretensadas con 12 cables de 6 alambres de 6,35 mm. de diámetro. Los extremos de los alambres se anclaron por el método de la Prestressed Concrete Corp. utilizando unos manguitos especiales a presión que se ajustan en unos cilindros metálicos mediante cuñas de acero. (Fig. 9)

Todas las vigas eran de sección en I. El ancho de las alas inferiores era de 60 cm., el de las superiores 50 cm. y el del nervio 15 cm. En tres de los puentes el canto total era de 90 cm. y en el cuarto, el de Scotland Road, de 1,10 m. En general, la distancia entre vigas era de 1,35 m. Todas las armaduras eran postesas, por lo cual, una vez realizado el tesado, se inyectó una lechada de cemento, en los conductos especialmente dispuestos en la masa del hormigón de la pieza para el paso de los cables, con la finalidad de establecer la necesaria adherencia entre éstos y el hórmigón.

El coste de cada una de las vigas ha sido: en el puente Scotland Road 1722,- dólares, en el de Hale St. 1455,- dólares, en el de Storey Av. 1345,- y en el de Pine Hill 1649,- dólares. En este precio, queda incluído el transporte de las piezas desde el área de fabricación hasta el lugar de la obra (unos 65 Km.). La elevación y colocación de cada viga resultó a 25,- dólares. El coste medio por m^3. de viga pretensada es de 210 dólares.

El coste de la superestructura por m^2., fué de 109 dólares en Scotland Road, 104 en Hale St., 92,5 en Storey Av., y 115 en Pine Hill Road (Debe hacerse notar, sin embargo, que de haber seguido las recomendaciones de Freyssinet y de la Prestressed Concrete Corp., en las vigas de Hale St. y de Pine Hill Road podía haberse ahorrado un 15% de armadura de pretensado).

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Según el informe de los ingenieros del Departamento de Obras Públicas, estos precios son superiores en un 10,5% a los que resultarían para un puente mixto de hormigón y acero, pero análogos a los de un puente en hormigón armado ordinario.

Fabricación de las vigas.- El moldeado, curado y pretensado de las vigas se realizó en un taller al aire libre situado en Newton, Mass Las del puente de Scotland Road, se fabricaron durante el invierno, en el mismo lugar citado, pero bajo unos cobertizos provisionales para defenderlas de las heladas. Como aglomerante se empleó cemento de alta resistencia inicial y, en todos los casos, se sometió el hormigón a un curado al vapor. Se utilizaron dos moldes, lo que permitía, al ritmo de trabajo seguido, fabricar cinco vigas por semana.

Los cercos de acero dulce corriente de cada viga se colocaban formando una especie de jaula, en cuyos extremos se disponían las placas metálicas de las cabezas de anclaje, enlazadas entre sí mediante dos angulares de acero. En el interior de esta jaula se introducían los cables de pretensado, dándoles el trazado adecuado. El conjunto así formado se colocaba sobre el fondo de madera del encofrado, añadiéndole después los encofrados laterales, constituídos por láminas delgadas de acero, con lo que quedaba completado el molde y listo para el hormigonado. Gracias a la normalización de las dimensiones de las distintas secciones, los moldes eran válidos para todos los tipos de vigas a fabricar. Una vez desencofradas las vigas, lo que se hacía, generalmente, antes de 24 horas, se medían para comprobar su longitud y se introducía en la armadura inferior una tensión inicial de 50 T. Tres horas después, si la probeta correspondiente al hormigón de la viga daba una resistencia superior a los 281 Kg/cm^2, se aplicaba al pretensado to-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

tal. Mientras tanto, en el otro molde, se iba haciendo el hormigonado de la viga siguiente. Después se cubrían ambas vigas y se sometían a un curado al vapor durante la noche.

El problema de la fisuración.- En los primeros momentos, los constructores se vieron desagradablemente sorprendidos al observar que, en las proximidades de la parte central de algunas vigas, aparecían unas fisuras que empezando en la parte superior, se extendían hacia abajo, por el alma. Sin embargo, en ningún caso la fisuración alcanzó el ala inferior y, estimando que al introducir el pretensado en las vigas, desaparecerían las grietas, se decidió que podían utilizarse las piezas sin peligro alguno.

Como razones más plausibles de tal fisuración (que se produjo durante el invierno) se dieron las siguientes: al desencofrar las vigas, el ala superior se enfría mucho más rápidamente que la inferior, provocando un levantamiento de los extremos de la pieza, y entonces, el peso de los voladizos así formados, origina esfuerzos de tracción en la parte superior central de la viga que son los que producen la fisuración. Otra explicación es que la fisuración se manifiesta como resultado de la retracción que experimenta el hormigón al secarse. Este fenómeno prueba la conveniencia de crear un esfuerzo de compresión, en el ala superior, al aplicar el pretensado inicial.

Observaciones relativas a las armaduras.- En relación con las armaduras se obtuvieron también algunas enseñanzas provechosas. Asi, por ejemplo, se comprobó que algunas de las barras de alta resistencia, importadas de Inglaterra para la aplicación del pretensado por el método Lee McCall, se encontraban ligeramente deformadas, siendo necesario desecharlas. En la actualidad, estas barras se fabrican ya en los Estados Unidos, por lo que no es de esperar que se vuelva a presentar este inconveniente.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

En cuanto a los cables trenzados, se vio que, tanto si se transportaban estirados, como si se trasladaban enrollados, se recibían en la obra sin la estabilidad inicial creada en ellos durante su fabricación, por lo cual, desde entonces, se prescribe en las normas oficiales del Departamento, que cuando se utilicen cables trenzados como armadura, no sólo se tesen inicialmente en las vigas, al colocarlos, sino que además se realice un tesado correctivo varios días después de haber efectuado el pretensado total.

También se comprobó el peligro de un pretensado excesivo y la necesidad de aplicar a las barras la tensión sin excentricidad. Por no hacerlo así, una de las barras de alta resistencia de la armadura del puente de Storey Av. se partió, por el extremo roscado, durante su tesado. Igualmente se llegó a la conlusión de que es preciso que los manómetros de los gatos de pretensado estén correctamente calibrados, y de que conviene comprobar, mediante elongómetros, los alargamientos experimentados por las armaduras.

Aprovechando la rotura, de una de las barras - caso ya citado anteriormente -, se hizo un ensayo de sus propiedades, obteniéndose resultados satisfactorios excepto en lo que se refiere a los ensayos Charpy realizados sobre probetas con muescas. Esto implicaba una cierta fragilidad del material, especialmente a temperaturas bajas. Sin embargo, el Departamento consideró que dicha característica no habría de influir en el buen comportamiento de las barras de pretensado que, como se sabe, quedan finalmente adheridas al hormigón.

Al observar que los manguitos a presión de los extremos de los alambres utilizados en el sistema de la Prestressed Concrete Corp., presentaban numerosas ranuras, se temió que su comportamiento no fuese satisfactorio. No obstante, el fabricante hizo no

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

tar que tales ranuras no representaban puntos débiles, siendo simplemente el resultado normal del método de fabricación utilizado, sin consecuencias adversas para la resistencia del alambre. Los ensayos realizados, para comprobar su comportamiento, demostraron que el fabricante tenía razón; en todos los casos, la rotura se produjo por el cuerpo del alambre y no por los manguitos de anclaje.

Con el método Freyssinet se observaron también ciertas anomalías de menor importancia. Algunos alambres, después de tesos y anclados mediante las cuñas cónicas, deslizaron. Al romper el anclaje para inspeccionarlo, se descubrió que las tizas de cinta adhesiva colocadas en los alambres como señal, habían ido a coincidir, precisamente con la cuña, quedando en ella aprisionadas.

Necesidad del tesado correctivo.- Se ha observado que a no ser que todos los cables de una misma viga se tesen simultáneamente, cada vez que se tesa un alambre, se origina una pérdida de tensión en los alambres anteriormente estirados. Para contrarrestar esta pérdida es necesario introducir un esfuerzo, superior al previsto, en los alambres que primero se tesan, o realizar un nuevo tesado correctivo después de haber concluído la operación. Otra solución consiste en estirar toda la armadura simultáneamente, mediante gatos aplicados a cables alternados, en los extremos opuestos de la viga.

Para evitar que las armaduras se adhirieson al hormigón durante el pretensado se exigió que los cables fueson recubiertos por tubos metálicos flexibles de paredes delgadas. Estos tubos podían ajustarse fácilmente a la longitud de la armadura y permitían dar a los cables el trazado conveniente, sin dificultad alguna.

En otra obra anterior se había utilizado, con el mismo fin, un tubo metálico octogonal, de paredes delgadas y liso por el

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

interior. Una vez tesa la armadura se inyectó a presión una lechada preparada con partes iguales de arena y cemento de alta resistencia inicial. Los ensayos demostraron lo acertado del procedimiento. Sin embargo, cuando se intentó utilizar la misma lechada para los tubos flexibles antes indicados, se vió que algunas de las partículas más grandes de arena, se introducían entre los pliegues del tubo, paralizando la inyección. Para evitar este problema se empleo sólo arena muy fina. La lechada final estaba formada por una parte de cemento de alta resistencia inicial, otra de arena y 30 o más litros de agua por saco, lo que daba una mezcla con la consistencia de la pintura húmeda. La inyección se hizo mediante una bomba helicoidal.

Problema del transporte.- En el transporte de las vigas desde el taller de fabricación hasta la obra, se tropezó también con ciertas dificultades. Debido a la flexibilidad lateral de las piezas, se exigió que su transporte se realizara al menos por parejas y apoyando una contra otra. Las vigas de Scotland Road, que pesaban aproximadamente 20 Tm. cada una, se cargaron con un extremo sobre un camión remolque y el otro sobre una plataforma rodante. La carga total era de 75 Tm. y la longitud del vehículo 30,6 m.

El transportista supuso que el permiso que tenía sería suficiente para esa carga pero la policía, lo detuvo en el camino y transcurrió casi un mes antes de poder obtener otro permiso para transportar la carga por otra carretera. De lo expuesto se deduce que, todo transportista, antes de aceptar un contrato, debe asegurarse de que le ha de ser posible realizar el servicio encomendado.

Otras obras del Departamento.- Hasta la fecha, el Departamento de Obras Públicas de Massachussetts, ha construído siete puentes de hormigón pretensado. En seis de ellos se emplearon vigas, de sección en I, proyectadas para trabajar conjuntamente con un tablero de hormigón.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

El primer puente lo construyó en 1951, cuando todavía existían muy pocas estructuras de esta clase en los Estados Unidos. Se emplearon 50 vigas pequeñas, de menos de 10m. de luz, de sección en T invertida, con 35 cm. de canto y alas de 30 cm. de ancho. Dichas vigas se colocaron con las alas a tope, rellenándose después el espacio entre nervios con hormigón vertido "in situ", para formar así el tablero macizo. El precio por m.^{2} de tablero, incluyendo el transporte de las vigas (105 Km.), fué de 81,5 dólares. Este puente está ubicado sobre el ferrocarril Boston and Maine en Danvers, Mass.

Posteriormente, se sacó a subasta la construcción de vigas de 14,7 m. de longitud para otro puente en Spencer, admitiéndose ofertas para su realización en acero o en hormigón pretensado, en competencia. Los precios más bajos ofrecidos fueron los de 13.000 dólares para el acero y 17.000 dólares para el hormigón pretensado, aceptándose, naturalmente, la solución metálica. De dicha subasta el Departamento dedujo la conclusión de que, si se les da oportunidad, "los contratistas favorecen en su cotización el material y método que mejor conocen".

En el siguiente proyecto - un puente en la Ruta 128, en Wenham, con dos luces de 18,3 m., se exigió que la construcción se realizase en hormigón pretensado por el método Roebling, adjudicándose las obras en 2625 dólares por viga, para las 22 vigas precisas Posteriormente, se han llegado a fabricar vigas similares a un precio un 55% más bajo.

A continuación, vinieron los cuatro puentes del proyecto experimental antes descrito. La última obra aprobada fué la de 24 vigas de 20,4 m. de luz para un puente de Bridgewater sobre la carretera Fall River. Estas vigas eran también, como las del proyecto Newbury - Newburyport, de 90 cm. de canto y pretensadas por el método Roebling. Sin embargo, resultaron a 2625 dólares por viga, y

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

unos 120 dólares por m.^{2} de superestructura, es decir, un 20% más caras que las similares anteriores.

Finalmente, se anuncia que, en fecha inmediata, el Departamento de Obras Públicas de Massachussetts sacará a concurso la construcción de un puente, a base de vigas continuas de cuatro tramos, pretensadas por el método Leonhardt.

El coste de los puentes pretensados.- Como complemento de estos estudios económicos, se realizó una encuesta, entre los Departamentos de Carreteras de los distintos Estados, para conocer el número de puentes de hormigón pretensado que en cada uno de ellos existían, construídos o en construcción, así como el coste unitario de los mismos. Se recibieron repuestos de 42 Estados, que demostraron la existencia de 104 puentes de este tipo, en total, de los cuales 77 estaban en Pensilvania.

Como las características de los distintos puentes son muy diferentes y vienen obligadas por las necesidades a satisfacer en cada caso, no es posible establecer una comparación directa entre los diversos precios unitarios. La economía relativa de los puentes pretensados debe valorarse para cada estructura particular, considerando los problemas específicos que en ella concurren. Debe hacerse notar, sin embargo, como dato muy significativo que, en varias ocasiones, la solución pretensada, admitida en competencia con otros tipos de estructura, fué la que resultó más económica. Ello es prueba evidente de que el hormigón pretensado puede llegar a competir ventajosamente con los otros sistemas tradicionales, y proporcionar verdaderas economías.

A continuación, en el cuadro I, se resumen los datos relativos a diversos puentes de hormigón pretensado construídos últimamente en los Estados Unidos, y en el cuadro II, se indica el cos

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

te en horas de la mano de obra necesaria para la fabricación de una viga de hormigón pretensado, según que se utilice el método de Roebling, el de la Prestressed Concrete Corp., el de Freyssinet, o el de Lee MacCall, conforme a los datos reunidos por el Departamento de Obras Públicas de Massachussetts, durante la construcción de los cuatro puentes indicados al principio del artículo.(*) De la observación de este último cuadro se deduce que el método Roebling fué el que resultó más económico.

Cuadro I

Coste de los puentes de hormigón pretensado

Nombre	Ubicación	Construido en	Luz en m.	Método de pretensado utilizado	Precio por m^2 en dólares	OBSERVACIONES
Arroyo Seco	California	1951	33,50	Prest.Conc.Corp.	---	Dos vigas de 1,7 m. de canto.
Weber Ave.	California	1953	20 40	Freyssinet	102 00	
Platte River	Colorado	1953	15.25	Freyssinet	54,50	
Hartford-Glastonbury	Connecticut	1953	16,00	Freyssinet	160,00.	Vigas en I de 0,75 m. de canto.
Atlantic St.	Dist. of Columbia	1953	22,85	Freyssinet	105.00	
Tampa Bay	Florida	1953	14,30	Lee McCall	61,00	Secciones en I, de 1,00 m. de canto.
---	Kentucky	---	28,35	---	(1)288,00	Las vigas pretensadas resultaron a 282 dólares por m^3.
Shawan Road	Maryland	1953	30,50	Freyssinet	173,00	
Scotland Road	Massachussetts	1953	19,80	Roebling	109,00	
Hale St.	id.	1953	19,50	Freyssinet	104 00	
Storey Av.	id.	1953	17 70	Lee Mc Call	92,50	
Pine Hill Road	id.	1953	18 00	Pres.Con. Corp	115,00	

(*) N. del T. Este Instituto tiene en preparación un estudio sobre el coste de la operación del pretensado en nuestro país, que esperamos pueda ser publicado en uno de los próximos números de este Boletín

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Danvers	Massachussetts	1951	8,25	Roebling	81.50	
Bridgewater	id.	1953	20,40	Roebling	120.00	
Wenham	id.	1952	18,30	Roebling	148,00	
Orangeburg	New York	1951	18,90	Freyssinet	76,00	
---	id.	1953	varias	Freyssinet	24,00	
Roseville	Ohio	1952	13,40	"Preesforzado"	92.00	
Willow Creek	Oregon	1953	29 90	Freyssinet	92 50	
---	id.	1953	13 70-18,30	Lee McCall	81,50	
---	Pensilvania	1953	14,60-15,25	Hoyer	42,50	
Welmut Lane Filadelfia	id.	1950	22 55-47.25	Magnel	(1) 348,00	Vigas de sección en I
San Bernard	Texas	1953	9,15-16,45	Roebling	58,00	

(1) Precio para el puente completo

Cuadro III

Mano de obra necesaria para la fabricación de una viga de hormigón pretensado

	Por el método Roebling	Por el método Prest. Conc.Corp.	Por el método Freyssinet	Por el método Lee McCall
Nº de cables utilizados	3	12	10	16
CONCEPTO	Horas-hombre	Horas-hombre	Horas-hombre	Horas-hombre
Colocación de la armadura	12	20	20	18
Encofrado y desencofrado	25	25	25	25
Hormigonado	16,5	16,5	16,5	16,5
Operaciones previas al tesado	--	--	4	2
Tesado	1,5	8	9	2
Tesado correctivo	0,3	--	--	1
Inyección de la lechada	1,7	2,5	2,5	1,7
TOTAL	5,7	7,2	7,7	66,2

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

591-2-10 PUENTE SOBRE EL RIO CUYAGUATEJE, EN LA CARRETERA PANAMERICANA

Autor: Comisión de Fomento Nacional de la República de Cuba.

14 - Septiembre - 1953

- - -

S i n o p s i s

En el tramo de Sábalo a Mendoza de la carretera Panamericana, en la Provincia de Pinar del Río, ha sido preciso construir un puente para cruzar el río Cuyaguateje. Este puente, con un sólo tramo de 91 m. de luz, fué proyectado en hormigón pretensado con armaduras pos-tesas. En el artículo que a continuación se reproduce, se indican sus principales características técnicas y constructivas. Al final del trabajo, se dan datos sobre los 5 puentes de hormigón pretensado, de mayor luz, construídos en el continente americano hasta 1953.

- - -

En el tramo de Sábalo a Mendoza, de la carretera Panamericana, en la provincia de Pinar del Río, es necesario cruzar el río Cuyaguateje. Este río, uno de los más caudalosos de Cuba, se caracteriza por sus enormes y peligrosas crecidas, en las que el agua llega a alcanzar hasta 9 m. por encima de su nivel de estiaje. Además como ocurre en todos los ríos cubanos, su régimen es torrencial, por lo que, en las crecidas, el agua fluye con mucha velocidad y lleva consigo gran cantidad de arrastres.

Por otra parte, el cauce del río es de un material fangoso, impropio para la cimentación de las pilas intermedias necesarias para un puente de varias luces, y las márgenes son de roca alterada, hasta una profundidad de varios metros. Todas estas condiciones aconsejaban adoptar la solución de construir un puente de un sólo tramo, de gran luz, que permitiese el desagüe fácil del río sin riesgo para la estructura.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Todos los intentos para completar la carretera Panamericana, tropezaban siempre con el difícil obstáculo de las desfavorables condiciones naturales del río Cuyaguateje, lo que impedía su terminación. Este problema representaba, para el Departamento de Ingeniería de Fomento Nacional, de Cuba, un desafío a su inventiva. Un puente de gran luz para este río, proyectado por los métodos clásicos, requeriría un desembolso de cerca de 750.000 pesos. Se se aceptaba la solución de varias luces, las características del terreno del cauce supondrían, debido a la acción de socavación y de presión de las aguas, un peligro constante para la estabilidad de la estructura, inadmisible en obras de esta magnitud. Puede citarse, como ejemplo, el caso del puente de ferrocarril existente en un lugar cercano al futuro emplazamiento de la estructura en proyecto. Para poder mantenerlo en servicio, ha sido necesario, en momentos de emergencia y durante las grandes crecidas del río, asegurarlo por medio de cables, recurso que no representa, en modo alguno, una solución correcta del problema, ya que la inseguridad de la obra persiste.

Por este motivo, el Prof. Luis Saenz Duplace, Ingeniero Consultivo de la Sección de Estructuras, en colaboración con los técnicos de la Comisión de Fomento Nacional Sres. Ignacio Martín Belmonte y José S. Martínez Maderas, proyectó la construcción de un puente en hormigón pretensado, con armaduras postesas, para cruzar el río Cuyaguateje.

Los puentes de hormigón pretensado constituyen el adelanto más reciente de la técnica del hormigón. En esencia, en este tipo de estructuras, el hormigón se encuentra comprimido, en toda su masa, por cables de acero de alta calidad colocados en su interior. El principio es el mismo que se emplea cuando se quiere transportar varios libros a la vez, colocados verticalmente, para lo cual se presionan con las manos dos volúmenes extremos, lográndose así que los

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

intermedios se mantegan en posición durante el traslado. Aunque en la construcción de este tipo de puentes se emplean cables, no deben ni pueden clasificarse como puentes colgantes. Las ventajas que se consiguen, gracias a este moderno sistema constructivo, son las siguientes:

1°.- Se construyen, en su casi totalidad, con materiales y mano de obra nacionales.

2°.- Compiten, en costo inicial, con los puentes de acero de igual luz.

3°.- Tienen un costo de conservación, mínimo, muy inferior al de las estructuras metálicas equivalentes.

4°.- Se puede aumentar su capacidad resistente, dentro de ciertos límites, y

5°.- Requieren mucha menor cantidad de acero que los puentes análogos de hormigón armado, de tipo normal.

Cabe a la Comisión de Fomento Nacional de Cuba, el honor de haber construído el puente sobre el río Cañas, de 76 m. de luz, que es el más grande del Continente americano, en hormigón pretensado. También ha construído el puente sobre el río Agabama, próximo a terminarse, y está construyendo otro, sobre el río Arimao, de 61 m. de luz. Sin embargo, la construcción del puente Cuyaguatejo es la obra de mayor envergadura emprendida por dicha Comisión, en lo que a puentes respecta, debido a sus especiales características (ver Fig. 4).

El puente Cuyaguatejo, de 91 m. de luz, sin apoyos intermedios, supera en 15 m. al puente de Cañas antes mencionado, y tendrá un canto, en el centro del tramo, de sólo 1,80 m., de tal modo que el río podrá descargar libremente durante las mayores crecidas (Fig. 5).

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

La viga central es hueca en su interior, por donde pasan los cables de acero de alta calidad que constituyen la armadura, y está formada por tres tabiques verticales de 20 cm. de espesor, una placa de fondo de 12 cm, de grueso y una placa superior para formar el tablero del puente, de 20 cm., también, de espesor. En la construcción de esta viga central de 91 m. de luz, se empleará, aproximadamente, una cantidad de hormigón igual a la necesaria para edificar una casa de cuatro plantas. El puente tendrá dos vías de tránsito, con un ancho total de calzada igual a 6 m. y dos andenes laterales de 1,50 m. de ancho cada uno, que completan los 9 m. de ancho total del puente. Ha sido proyectado para soportar una sobrecarga constituída por dos filas de camiones del tipo más pesado empleado en los Estados Unidos para el cálculo de puentes.

Esta estructura, con un presupuesto total de 340.000 pesos, representa un considerable ahorro para el Estado Cubano y cubre ampliamente cuantas características de orden técnico se le exigían. Con ella, los ingenieros cubanos se colocan a la vanguardia de esta nueva técnica del hormigón pretensado en el Continente Americano. Además, hará posible la terminación de la carretera Panamericana, al permitir salvar el enorme obstáculo natural que el río Cuyaguateje representaba.

A continuación, y para terminar, se indican algunos datos sobre los cinco puentes de hormigón pretensado, de mayor longitud, construídos en el Continente Americano hasta 1953.

Lugar	Año	Nombre	País	Luces en metros
1º	1953	Cuyaguateje	Sábalo-Cuba	14-91-14
2º	1952	Cañas	Trinidad-Cuba	15-76-15
3º	1953	Arimao	Cienfuegos-Cuba	15-61-15
4º	1949	Walnut-Lane	Filadelfia-Estados Unidos	23-49-23
5º	1953	Agabama	Trinidad-Cuba	30-40-30

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

457-8-9 ESTUDIO DE LAS TENSIONES ORIGINADAS, POR LAS CARGAS DE TRABAJO, EN UNA SECCION DE HORMIGON PRETENSADO. INFLUENCIA DE LA FORMA DE LA SECCION Y DE LA MAGNITUD DEL ESFUERZO DE PRETENSADO, SOBRE LAS TENSIONES EN LOS BORDES.

Autor: Prof. Dr. Ing. Hubert Rüsch.

S i n o p s i s

En el presente artículo, se indican y comentan los resultados obtenidos en una serie de ensayos realizados en la Tenische Hochschule de Munich, con el fin de estudiar la influencia que, sobre las tensiones en los bordes de una sección de hormigón pretensado, sometida a las cargas normales de trabajo, ejerce la forma de la sección y la magnitud del esfuerzo de pretensado introducido. Se incluye una diagrama en el que se representan los datos obtenidos experimentalmente.

Debido a la falta de proporcionalidad existente entre tensiones y deformaciones es evidente que el conocimiento de las tensiones originadas en una sección de hormigón pretensado, por las cargas de trabajo, no puede bastar para determinar el margen de seguridad a la rotura que posee la sección. No obstante, resulta siempre interesante conocer dichas tensiones, pues de esta forma se puede comprobar que no existen tracciones en el hormigón (si se trata de un pretensado total) o que éstas son inferiores a las admisibles (en el caso de secciones parcialmente pretensadas) y que, tanto la compresión en el hormigón, como la tracción en el acero, no exceden de los valores definidos por los cocientes que resultan al dividir las correspondientes resistencias límites por los respectivos coeficientes de seguridad adoptados.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

En la Technische Hochschule de Munich, se ha realizado una serie de experiencias para determinar la tensión en los bordes, bajo las cargas de trabajo, en diversas secciones de hormigón pretensado, y estudiar la influencia que en las citadas tensiones, ejerce la forma de la sección y la magnitud del esfuerzo de pretensado introdudido. Las probetas se construyeron empleando hormigón de 300 Kg/cm^2 y acero de 160 Kg/mm^2 de resistencia, y los ensayos se efectuaron con sobrecargas, equivalentes aproximadamente, al doble de la carga permanente. Los resultados obtenidos se resumen en el diagrama adjunto (fig. 3), en el cual se representan, en abscisas, la cuantía de la armadura de pretensado, y en ordenadas, las tensiones medidas en los bordes de la acción. Como la tensión de los alambres de pretensado fué, en todos los casos, la misma, la cuantía dada en abscisa indica, de un modo indirecto, la magnitud del esfuerzo de pretensado que actúa sobre la sección. Cuanto mayor sea la cuantía, mayor será el esfuerzo.

La notación empleada en dicho diagrama es la siguiente:

q = cuantía

F_e = área de la sección de armadura

F_b = " " " " de hormigón

E_b = Módulo de elasticidad del hormigón

l = Luz de la pieza

h = Canto útil de la sección

d = " total " " ".

p = Sobrecarga

g = Peso propio

σ_v = Tensión producida por el esfuerzo de pretensado.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

σ_g = Tensión producida por el peso propio

σ_p = " " " la sobrecarga

σ_f = " " " la fluencia y retracción del hormigón

Estudiemos, en primer lugar, las líneas de trazo continuo grueso correspondientes a la sección rectangular. La línea superior representa las compresiones que se producen en la sección de hormigón, y la inferior, las tracciones. Como puede observarse, bajo el estado de carga constituído por la suma de los esfuerzos originados por el pretensado, peso propio, sobrecarga, y la retracción y fluencia (viga cargada) a medida que aumenta el esfuerzo de pretensado, la tensión máxima del borde superior comprimido, va disminuyendo. En cambio, dentro de la zona de compresiones indicada, bajo el estado de carga correspondiente sólo al peso propio y el esfuerzo de pretensado, (viga descargada, sin fluencia ni retracción) a medida que aumenta el pretensado aumenta la tensión de compresión del borde inferior de la sección. Estas dos líneas se cortan en un punto que, en este caso, se encuentra situado en la zona de compresiones.

En la zona de tracciones, se ve que, a medida que el esfuerzo de pretensado aumenta, disminuye rápidamente la tensión de tracción en el borde inferior para el estado de carga definido anteriormente como "viga cargada" y, en el borde superior, van aumentando las tracciones en el caso de "viga descargada sin fluencia ni retraccion". Estas dos líneas se cortan también en un punto situado en la zona de tracciones.

Resulta interesante conocer cual es el esfuerzo de pretensado para el cual, tanto las tensiones máximas de compresión, co

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

mo las de tracción, alcanzan su valor mínimo. En el caso estudiado y según se deduce del diagrama, este valor mínimo corresponde a una cuantía de 0,47% , aproximadamente.

De igual forma que en el ejemplo escogido, en muchas ocasiones, la intersección de las líneas representativas de las tensiones queda dentro de la zona de tracciones. En estos casos, no es posible llegar a un pretensado total de la sección, y siempre aparecerán tracciones en alguno de sus bordes. Puede afirmarse que, en general, para conseguir en las secciones rectangulares una tensión previa suficiente, es necesario aplicar esfuerzos de pretensado de gran magnitud.

En el caso de que la sobrecarga sea muy grande en comparación con la carga permanente, es fácil tranformar en compresiones las tensiones de tracción en uno de los bordes de la sección, pero resulta inevitable entonces la presencia de tracciones, bajo otros estados de carga, en el borde opuesto.

Desde este punto de vista, las secciones más ventajosas son aquéllas que, con áreas pequeñas, tienen momentos de inercia grandes. Las tensiones de compresión son entonces mucho mayores, a igualdad de esfuerzo de pretensado. Esto ocurre, por ejemplo, con las secciones en I. Como puede observarse en el diagrama (línea de trazo continuo, fino) existe, para ellas, un campo de valores de esfuerzos de pretensado, relativamente amplio, para el cual no existen, en la sección, tracciones. Esto no ocurre ni con la sección rectangular, (como ya se ha visto) ni con la sección en T normal (línea de trazos discontínuos pequeños), ni con la sección en T invertida (línea de trazos discontínuos grandes).

Para poder conseguir un pretensado total, las condiciones son, tanto más favorables, cuanto menor es la relación entre la

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

sobrecarga y la carga permanente. Por esta razón, en los puentes de grandes luces, en los cuales predomina el peso propio, resulta relativamente sencillo encontrar un valor del esfuerzo de pretensado para el cual, sea cual sea el estado de carga, no se presentan tracciones en ninguno de los bordes de la sección. Por el contrario, en el caso de estructuras pequeñas, la posibilidad de conseguir un pretensado total, es mucho menor.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

457-2-6 BASES PARA EL CALCULO DE LAS SECCIONES EN ROTURA

Autor: A. Páez, Ingeniero de Caminos

- - -

Al final de este artículo, se adjuntan dos nomogramas que permiten deducir las armaduras o dimensiones incognitas de una sección rectangular, en T o en I de hormigón armado o pretensado. No quiere decir, su inclusión que esa sea la principal finalidad perseguida en este trabajo. Todo lo que se pretende es proponer unos criterios o unas bases sobre las cuales puedan establecerse las condiciones de equilibrio conducentes al cálculo práctico de las secciones. Los coeficientes que en esta memoria aparecen, se han introducido con el único fin de poder construir los citados nomogramas como prueba de la viabilidad del procedimiento empleado, sin que la aceptación de los correspondientes valores numéricos suponga una propuesta implícita de sus magnitudes cuantitativas.

De un modo general puede decirse que, el cálculo de las secciones, es decir, la determinación de las dimensiones geométricas que debe poseer una sección para estar capacitada para resistir un determinado esfuerzo sobre ella aplicado, se funda, esencialmente, en dos criterios distintos. Uno de ellos, consiste en fijar dichas dimensiones a partir del concepto de las tensiones admisibles. El otro se basa en el principio de que la sección, antes de llegar a ver agotadas todas sus disponibilidades de resistencia, debe estar facultada para soportar un momento, un esfuerzo exterior, varias veces superior al previsto.

Si se imagina descompuesto el coeficiente de seguridad C en dos factores

$$C = C_S C_R \qquad (1)$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

uno, el C_S, que multiplica los esfuerzos y otro C_R que divide las resistencias, se comprende que, el segundo criterio equivale al caso particular de la fórmula general (1) en el que C_R se ha identificado con la unidad y C_S con C. Por el contrario, el primer criterio, el basado en el concepto de las tensiones admisibles, es análogo a suponer $C_S = 1$, igualando C_R al coeficiente de seguridad C. Planteado el problema en esta última forma cabe interpretar los anteriores resultados en el sentido de que, con dicha descomposición, no se reserva ningún margen de previsión a los esfuerzos exteriores, destinándose la totalidad del coeficiente de seguridad a cubrir los riesgos que se derivan de la posibilidad de una fortuita reducción en la carga de rotura de los materiales empleados.

Los estudios matemático-estadísticos realizados sobre el coeficiente de seguridad, han conducido a la conclusión de que las divergencias entre la realidad y las hipótesis admitidas afectan, tanto al valor de los esfuerzos aplicados a una determinada sección, como a las resistencias y que si bien es necesario disponer de un suficiente margen de garantía para prevenir un posible descenso de la resistencia provista, también es preciso prever un fortuito aumento de los esfuerzos deducidos a partir de las hipótesis admitidas.

Salvo en casos excepcionales, la relación hallada entre el coeficiente de seguridad total C y el parcial C_S es: (*)

$$C_S = 1 + \frac{C}{3} \qquad (2)$$

(*) Véase A. Páez "Distribución de coeficientes de seguridad en piezas de hormigón armado y hormigón pretensado".- Informes de la Construcción nº 43.- Madrid - (1952) "La determinación del coeficiente de seguridad en las distintas obras". Publ. del Instituto Técnico de la Construcción y del Cemento. Madrid. (300 pág) (1950).

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

fórmula simplificada que, deducida de los resultados obtenidos en los citados estudios, representa, con sobrada aproximación, la dependencia existente entre C y C_S dentro del campo de valores de C comprendidos entre 2 y 4. La expresión (2) deja de ser aplicable cuando, aún dentro de estos límites, las sobrecargas accidentales perdiendo su habitual indeterminación, presentan un valor máximo definido y preciso (empuje hidrostático en depósitos abiertos, acueductos abrigados de la acción del viento, etc.) El coeficiente de seguridad parcial C_R, queda ahora determinado mediante la relación (1) en la forma:

$$C_R = \frac{C}{C_S} \qquad (3)$$

Limitando el campo de aplicación del presente estudio al caso de piezas de hormigón pretensado sometidas a esfuerzos de flexión, el criterio anteriormente expuesto equivale a proyectar la sección de tal modo que, sólo bajo la acción de un momento flector $C_S M$ sobre ella aplicado, se produzca el agotamiento de un hormigón cuya resistencia virtual es:

$$R_V = \frac{R_C}{C_R} \qquad (4)$$

siendo R_C la resistencia característica previsible que más adelante se define y M el momento máximo previsible.

Bajo la acción del momento mínimo m_c, que solicita la sección, el criterio es, en cierto modo, idéntico. No obstante, teniendo en cuenta que la magnitud m_c del citado momento, corresponde generalmente a una hipótesis de sobrecarga accidental nula, la fórmula (2) deja de ser aplicable. La rotura de la pieza sólo puede provenir de una defectuosa calidad del hormigón empleado. No siendo necesario prever oscilaciones en la magnitud del momento -

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

flector m_o, el coeficiente parcial C_{S_o} correspondiente a esta hipótesis puede igualarse a la unidad, identificándose C_{Ro} con C_o. El coeficiente de seguridad total C_o, en esta segunda hipótesis, análogo al C del caso anterior, se aplica, por su identificación con C_{Ro}, como divisor de la resistencia característica.

Tanto C como C_o representan así unos márgenes totales de seguridad, pero mientras el primero se aplica sobre una hipótesis de plena sobrecarga, el segundo se introduce con el fin de prever los riesgos, relativamente pequeños, que corresponden a una fase constructiva o de mínima sobrecarga, fases en las cuales, la posibilidad de producirse desgracias personales es mínima. En consecuencia el valor de Co debe ser notablemente inferior al de C.

Frecuentemente, al deducir los esfuerzos actuantes, se encuentran secciones solicitadas por momentos flectores que oscilan entre un máximo positivo +M y un mínimo negativo -m. Tanto uno como otro, corresponden a hipótesis extremas de distribución de sobrecargas. En tales casos, el criterio general se impone y la sección se calcula para que sea capaz de resistir toda la gama de momentos comprendidos entre $+C_S M$ y $-C_S m$ admitiendo como carga de rotura la resistencia $R:C_R$.

Aún cuando, aparentemente, la resistencia virtual o reducida $R_V=R:C_R$ queda así determinada, la realidad es que no lo está mientras no se defina, de un modo preciso, lo que se entiende por resistencia de un hormigón. La inevitable dispersión presentada por las cargas unitarias de rotura en probetas, obliga a establecer una norma, un criterio, destinado a eliminar la indeterminación producida por la diversidad de los resultados obtenidos.

A igualdad de resistencia media, cuanto mayor sea la dispersión mayor debe ser el margen necesario de seguridad con el

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

fin de mantener una misma probabilidad de aparición de una capa unitaria excesivamente baja. El coeficiente de seguridad referido a la resistencia media Rm, resulta así función de la dispersión presentada por las probetas, entre otras variables. Con el fin de unificar en lo posible dichos coeficientes, parece lógico referirlos, no al promedio R_m sino a una resistencia característica R_c que sea función de R_m y de la dispersión, transfiriendo a esta carga unitaria la variabilidad que antes perturbaba el valor del coeficiente de swguridad.

Designando por R_m la resistencia media de las n cargas unitarias R_i halladas:

$$R_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} R_i \qquad (5)$$

y por δ la desviación standard:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{R_m}{R_i} - 1 \right)^2} \qquad (6)$$

la resistencia característica resulta ser: (*)

$$R_C = \frac{0,95}{0,95 + \delta} R_m \qquad (7)$$

fórmula obtenida a partir de los resultados registrados en los estudios matemático-estadísticos desarrollados y a los que anteriormente se ha hecho referencia. La fórmula anterior, puede también expresarse en la forma aproximada que a continuación se indica. Si $R_n < R_{n-1} < \ldots < R_3 < R_2 < R_1$, son las n cargas unitarias de rotura obtenidas en el ensayo de las n probetas, ordenadas de menor a mayor:

$$R_c = \frac{1}{0,45\,n} \left[\sum_{i=\frac{n}{2}+1}^{n} R_i - \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{n/2} R_i \right]$$

(*) Véase.- A. Páez "Resistencia característica del hormigón".- Informes de la Construcción nº 41 - Madrid 1953.- (6 pág.)

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

es decir:

$$R_c - \frac{1}{n/2} \sum_{i=\frac{n}{2}+1}^{n} R_i - \frac{1}{9}\left[\frac{1}{n/2} \sum_{i=1}^{n/2} R_i - \frac{1}{n/2} \sum_{i=\frac{n}{2}+1}^{n} R_i\right] \quad (8)$$

La diferencia entre corchetes es muy pequeña en relación con el primer término y más aún una vez multiplicada por el factor 1/9. Por consiguiente, desde el punto de vista práctico, puede despreciarse el segundo término y definir la resistencia característica por el valor medio:

$$R_c = \frac{1}{n/2} \sum_{i=\frac{n}{2}+1}^{n} R_i \quad (9)$$

de las n/2 resistencias menores obtenidas en el conjunto de los n ensayos realizados.

Esta resistencia característica, como todas las cargas unitarias R_i, corresponde a una tensión de rotura del hormigón en ensayos o solicitaciones breves. Si el efecto se prolonga, si la carga se mantiene aplicada durante largos intervalos de tiempo, las experiencias a tal efecto realizadas, demuestran que puede producirse la rotura diferida bajo esfuerzos inferiores a los que lograron romper la pieza en ensayos breves.

El acero, exprerimenta unos análogos fenómenos de adaptación, complicados con ligeras variaciones en la tensión entre los distintos puntos de la armadura a causa de la adherencia y rozamiento existente entre los elementos metálicos y el hormigón que los envuelve. En el hormigón esta tensión límite de agotamiento lento, es decir, la resistencia del material en un ensayo a rotura por cansancio bajo carga permanentemente aplicada, parece estar comprendida entre el 80 y el 85 % de su resistencia en ensayos breves. La tensión límite eficazmente mantenida por la armadura pretesa se man

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

tiene dentro de análogos porcentajes.

Por encima del 85 % de la tensión de rotura σ_r, las deformaciones plásticas de la armadura sufren sensibles incrementos, descendiendo rápidamente la tensión a 0,8 σ_r en los aceros sometidos a superiores esfuerzos unitarios iniciales y mantenidos después a deformación constante. Por otra parte, en la mayoría de los casos, suele bastar una tensión inicial del 0,6 σ_r para que el alargamiento sufrido por el cable bajo la acción de las sobrecargas de agotamiento, haga que la armadura, incluso con trazados parabólicos, alcance las citadas cargas unitarias del 0,85 σ_r sin considerar esfuerzo alguno de rozamiento o adherencia.

Partiendo de estos principios pueden ya plantearse las ecuaciones generales de equilibrio entre las fuerzas exteriores y las interiores, admitiéndose en tales condiciones que las deformaciones longitudinales en una pieza son proporcionales a la distancia a la fibra neutra de deformaciones y aceptándose como ley de tensiones acortamientos unitarios en el hormigón la distribución parabólica de grado fraccionario:

$$1 - \frac{\sigma_b}{R} = \left(1 - \frac{\varepsilon}{\Delta}\right)^{\frac{7}{3}} \qquad (10)$$

repetidamente empleada en trabajos precedentes y confirmada por los estudios reológicos a tal efecto desarrollados. En esta expresión ε representa el acortamiento unitario sufrido por el material bajo el esfuerzo creado por la tensión genérica σ, y Δ la deformación correspondiente a la resistencia R del hormigón. Esta resistencia, se identificará con la tensión límite de agotamiento lento:

$$R_v = 0,82 \frac{R_c}{C_R} \qquad (11)$$

conforme con lo establecido anteriormente, Tanto el exponente 7/3 co

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

mo el coeficiente 0,82 (tomado como valor medio entre el 80 y el 85 más arriba citados) se introducen aquí a título de posibles valores, pudiendo ser sustituidos por otros más adecuados sin que ello suponga una substancial modificación en el criterio general que se expone.

Sea g la profundidad de la fibra neutra, σ_z y ε_z la tensión y la deformación longitudinal de las fibras distantes una longitud z de la fibra neutra y b_z el ancho de la sección a la altura z. Admitiendo una proporcionalidad entre ε_z y z se tendrá, en virtud de (10) que:

$$1 - \frac{\sigma_z}{R_v} = \left(1 - \frac{K_\varepsilon z}{\Delta}\right)^{7/3} \qquad (12)$$

en donde K_ε es el factor de proporcionalidad. Esta proporcionali- entre ε_z y z, que puede demostrarse en el caso de flexión pura, está suficientemente comprobado por la experiencia en casos más complejos.

Los principios anteriormente establecidos sobre los coeficientes de seguridad C_s, C_R y C, equivalen a considerar la hipótesis de que, bajo el momento flector de agotamiento C_sM, la fibra más cargada, es decir aquélla para la cual z=g, alcanza la tensión límite de agotamiento lento:

$$\sigma_g = (\sigma_z)_{z=g} = R_v \qquad (13)$$

Al identificarse σ_g con R_v, $\varepsilon_g = (\varepsilon_z)_{z=g}$ se hace igual a Δ (deformación correspondiente a R_v), y el factor de proporcionalidad k_ε queda determinado automáticamente con solo introducir en la relación (12), los valores particulares $\sigma_z = R_v$ y z=g, obteniéndose:

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

$$K_\varepsilon = \frac{\Delta}{g} \qquad (14)$$

En consecuencia, el volumen total de compresiones en la cabeza comprimida de hormigón:

$$V = \int_0^g b_z \sigma_z d_z$$

se transforma, bajo el momento límite de agotamiento $C_s M$, en:

$$V_1^o = \int_0^g R_v b_z \left[1-(1-\frac{z}{g})^{7/3}\right] d_z$$

Considerando el caso de una sección en T, la anterior integral, con la notación de la figura que aparece a continuación, se puede escribir en la forma:

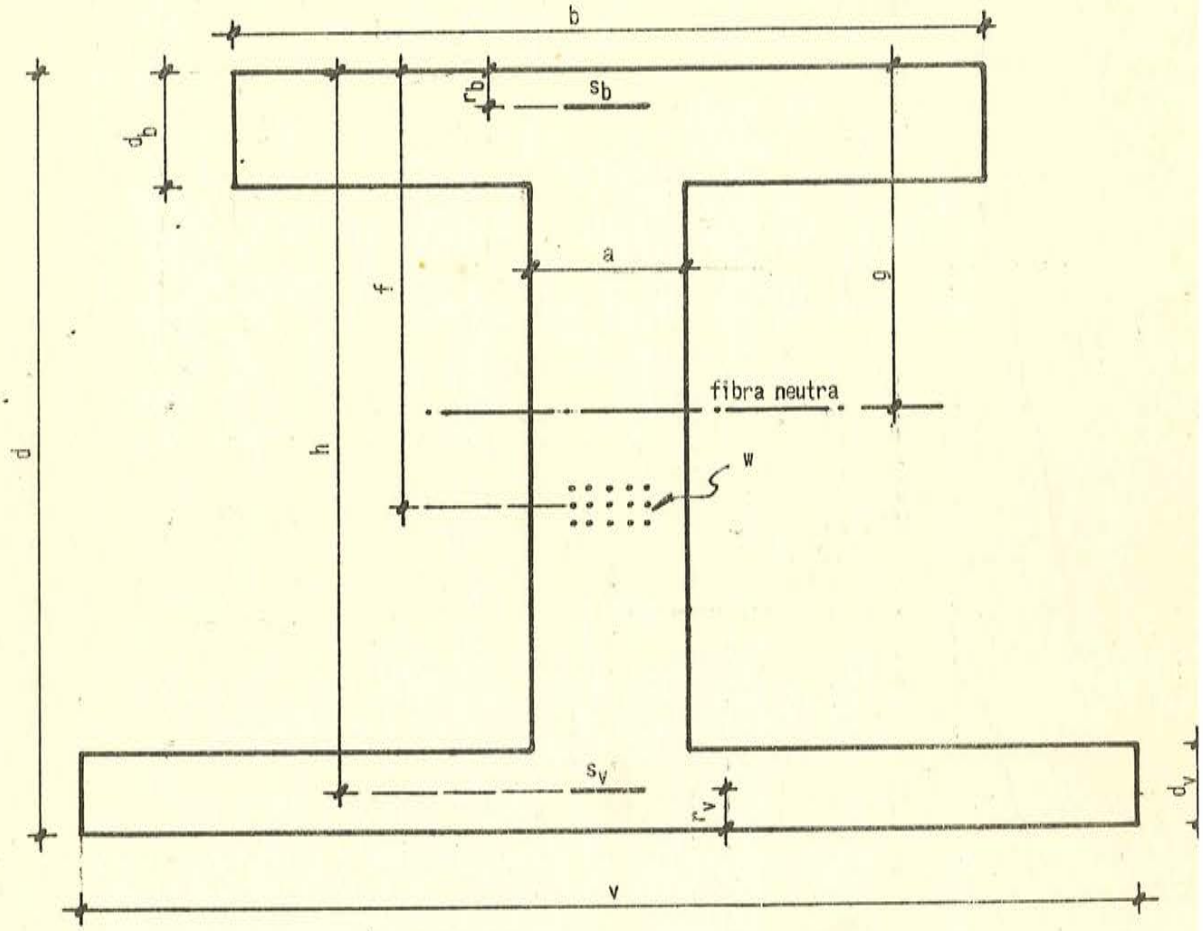
$$V_1 = \int_{g-d_b}^g R_v(b-a)\left[1-(1-\frac{z}{g})^{7/3}\right]d_z + \int_0^g R R_v a\left[1-(1-\frac{z}{g})^{7/3}\right]d_z =$$

$$V_1 = R_v\,(b-a)\left[1-0,3\,(\frac{d_b}{g})^{7/3}\right]d_b + 0,7\,R_v a\,g \qquad (15)$$

Si para mayor generalidad, se admite que a unas distancias r_b y r_v de los bordes comprimido y extendido respectivamente, existen unas armaduras, no pretesas, de S_b y S_v cm^2 de sección, constituídas por acero ordinario, será preciso sumar, al esfuerzo de compresión V_1, el absorbido por la armadura S_b. Puesto que se supone que esta armadura está constituída por redondos de 2.400 Kg/cm^2, de límite elástico y con un amplio escalón de fluencia para deformaciones superiores a 0,0012, el esfuerzo absorbido es:

$$V_2 = 2.400\ S_b$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025



Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

expresado en Kg, o bien:

$$V_2 = 2,4\ S_b \tag{16}$$

en toneladas, cuando S_b viene expresado en cm^2.

El volumen total de compresiones $V_1 + V_2$ ha de ser igual al esfuerzo de pretensado σw, en donde σ representa en Kg/cm^2 la tensión soportada por el acero de la armadura tesa de sección w (en cm^2) cuando actúa el momento límite $C_s M$, más la tracción ejercida por una posible armadura de acero ordinario S_v situada en el borde extendido y cuya deformación será superior a la correspondiente a su límite elástico siempre que la fibra neutra esté situada a una profundidad no superior al 70 del canto total. En consecuencia

$$V_1 + V_2 = R_v(b-a)\left[1-0,3\left(\frac{d_b}{g}\right)^{7/3}\right]d_b + 0,7\ R_v a\, g + 2400 S_b = \sigma w + 2400\ S_v \tag{17}$$

Para que la ecuación (15) sea válida, es preciso que la profundidad g de la fibra neutra, sea superior a d_b, ya que, en caso contrario, al caer dicha ficha dentro del ala, la sección trabajaría como si fuese rectangular de ancho b.

Haciendo:

$$\left.\begin{aligned} \gamma &= \frac{g}{d_b} & x &= \frac{\sigma w}{R_v a d_b} \\ t &= \frac{2400(S_v - S_b)}{R_v a\, d_b} & B &= \frac{b-a}{a} \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

la ecuación (17) puede escribirse en la forma:

$$0,7\gamma + B(1 - 0,3\gamma^{-7/3}) = x + t \tag{19}$$

Establecida la primera ecuación de equilibrio, (19), la

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Establecida la primera ecuación de equilibrio, (19), la segunda se deduce, bien tomando momentos respecto a la armadura S_b en compresión, bien respecto a la armadura en tracción S_v, o bien respecto a la armadura pretesa w.

En el primer caso, el momento de los esfuerzos de compresión en el hormigón respecto a la armadura S_b es:

$$\beta_1 = (b - a)\int_{g-d_b}^{g} (g-r_b-z)\,\sigma_z\, d_z + a\int_{o}^{g} (g-r_b-z)\,\sigma_z d_z =$$

$$\beta_1 = (b-a)\, R_v d_b^2 \left\{ \frac{1}{2} - \frac{3}{13}\left(\frac{d_b}{g}\right)^{7/3} - \frac{r_b}{d_b}\left[1-0,3\left(\frac{d_b}{g}\right)^{7/3}\right]\right\} +$$

$$+ a\, R_v g^2 \left(\frac{7}{26} - 0,7\,\frac{r_b}{g}\right) \qquad (20)$$

La armadura S_v da lugar a un momento:

$$\beta_2 = 2400\, S_v\,(h-r_b) \qquad (21)$$

y la armadura pretesa w a un momento:

$$\beta_3 = -\,\sigma w\,(f-r_b) \qquad (22)$$

La suma $B_1+B_2+B_3$ deberá equilibrarse con el momento exterior de agotamiento C_sM. en consecuencia:

$$C_sM + R_v d_b^2\,(b-a)\left\{\frac{1}{2} - \frac{3}{13}\left(\frac{d_b}{g}\right)^{7/3} \frac{r_b}{d_b}\left[1 - 0,3\left(\frac{d_b}{g}\right)^{7/3}\right]\right\} + \qquad (23)$$

$$+ a\, R_v g^2\left(\frac{7}{26} - 0,7\,\frac{r_b}{g}\right) - 2400\, S_v\,(h-r_b) - \sigma w(f-r_b) = 0$$

igualdad que constituye la segunda ecuación de equilibrio.

Introduciendo en la expresión (23) las variables γ, x, t, y B definidas en (18) y haciendo:

$$y_1 = \frac{d_b}{r_b} \qquad u_1 = \frac{C_sM - 2400\, S_v(h-r_b)}{R_v\, a\, d_b^2} - \frac{f-r_b}{d_b}\,x \qquad (24)$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

la segunda ecuación de equilibrio es susceptible de ser escrita en la forma:

$$u_1 = \frac{x+t}{y_1} - \frac{1}{10}\left[\frac{7}{2,6}\gamma^2 + 5\,B - \frac{6}{2,6}B\,\gamma^{-7/3}\right] \qquad (25)$$

que junto con la (19)

$$0,7\,\gamma + B\,(1 - 0,3\,\gamma^{-7/3}) = x + t$$

permiten deducir las dimensiones incógnitas en función de los datos.

Si en vez de tomar momentos respecto a la armadura en compresión se tomarán respecto a S_v, se obtendría:

$$C_s M - (b-a)\,R_v d_b^2 \left\{ \frac{h}{d_b}\left[1 - 0,3\left(\frac{g}{d_b}\right)^{-7/3}\right] - \frac{1}{2} + \frac{3}{13}\left(\frac{g}{d_b}\right)^{-7/3} \right\}$$

$$- a\,R_v\,g^2\left(0,7\,\frac{h}{g} - \frac{7}{26}\right) - 2400\,S_b\,(h-r_b) + \sigma w(h-f) = 0 \qquad (26)$$

en lugar de la (23). Haciendo ahora:

$$y_2 = \frac{d_b}{h} \qquad u_2 = \frac{C_s M - 2400\,S_b\,(h-r_b)}{a\,d_b^2\,R_v} + \frac{h-f}{d_b}\,x \qquad (27)$$

o introduciendo las variables definidas en (18) la igualdad 26 se transforma en:

$$u_2 = \frac{x+t}{y_2} - \frac{1}{10}\left[\frac{7}{2,6}\gamma^2 + 5\,B - \frac{6}{2,6}B\,\gamma^{-7/3}\right] \qquad (28)$$

que sólo difiere de la (25) en los subíndices de "u" y de "y".

Finalmente, tomando momentos respecto a la armadura pretesa se deduce, siguiendo un proceso análogo:

$$u_3 = \frac{x+t}{y_3} - \frac{1}{10}\left[\frac{7}{2,6}\gamma^2 + 5\,B - \frac{6}{2,6}B\,\gamma^{-7/3}\right] \qquad (29)$$

igual que las (25) y (28), siendo ahora:

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

$$y_3 = \frac{d_b}{f} \qquad u_3 = \frac{C_s M - 2400\ S_b\ (f - r_b) - 2400\ S_v\ (h - f)}{a\ d_b^2\ R_v} \qquad (30)$$

y x, γ, t y B los valores dados en (18).

El nomograma de la figura 1 relaciona las cinco variables x, y, u, t, B, eliminando γ de los sistemas (19-25), (19-28) o (19-29) y permitiendo la deducción de una de ellas en función de las otras cuatro, es decir, estableciendo la relación Ψ (x,y,t,u, B) = 0.

Si la incógnita es una de las armaduras S_b, S_v, o w se deberá escoger para determinar el valor de "u", la expresión u_1,u_2, ó u_3, respectivamente, en la que no aparece la correspondiente armadura incógnita.

Las variables auxiliares x, t, B, u_i, y_i, son adimensionales y, por consiguiente, para deducir sus valores mediante las igualdades (18) y (24) (27) ó (30), según los casos, se precisa entrar con las diversas magnitudes expresadas todas en las mismas dimensiones, Kg. y cm., por ejemplo.

En la práctica, los momentos suelen expresarse en m T. ya que de escribirse en cm Kg. resultarían cantidades poco manejables. Si, como es corriente, las longitudes d, d_b, d_v, f, a, v y b se expresan en metros, las secciones de armadura w, s_v y s_b en cm^2 el momento $C_s M$ en valor absoluto y en m. T. y las tensiones Rv, resistencia virtual del hormigón y σ, tensión final del acero en la sección agotada en Kg/cm^2, las expresiones de las variables auxiliares x, y_i, u_i, t y B, se transforman en:

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

$$x = \frac{1}{10.000} \cdot \frac{\sigma}{R_v} \cdot \frac{w}{a\, d_b} \quad " \quad t = \frac{2,4}{10} \cdot \frac{S_v - S_b}{a.\, d_b . R_v} \quad " \quad B = \frac{b - a}{a}$$

$$u_1 = \frac{C_s M - 2,4\, S_v\, (h - r_b)}{10\, a.\, d_b^2 .\, R_v} - \frac{f - r_b}{d_b} x \qquad y_1 = \frac{d_b}{r_b}$$

$$u_2 \; \frac{C_s M - 2,4\, S_b\, (h - r_b)}{10\, a.\, d_b^2 .\, R_v} + \frac{h - f}{d_b} x \qquad y_2 = \frac{d_b}{h}$$

$$u_3 = \frac{G_s M - 2,4\, S_b\, (f - r_b) - 2,4\, S_v\, (h - f)}{10\, a.\, d_b^2 .\, R_v} \qquad y_3 = \frac{d_b}{f}$$

El significado de los distintos símbolos está expresado en la figura adjunta al monograma (Fig. 1), entendiéndose por borde b aquél que trabaja con sus fibras en compresión bajo el momento de agotamiento $C_s M$.

Existen casos en los cuales los momentos flectores que solicitan la sección considerada, están comprendidos entre dos valores extremos M y m de signo contrario. En tales casos, y mientras el momento flector de agotamiento $C_s M$ comprime el borde b al límite R_v de su resistencia virtual, el momento $C_s m$ somete a compresión el borde v (antes extendido bajo la acción del momento $C_s M$) sin que deba superar la resistencia R_v de las fibras de dicho borde.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

La relación que liga la magnitud de este momento de agotamiento inferior $C_s m$ con las dimensiones geométricas de la sección, está definida, como en el caso precedente, por el sistema:

$$\left.\begin{aligned} & 0{,}7\,\gamma' + B'(1 - 0{,}3\,\gamma'^{-7/3}) = x' + t' \\ & u_i' = \frac{x' + t'}{y_i'} \cdot \left[\frac{1}{10} - \frac{7}{2{,}6}\,\gamma'^2 + 5\,B' - \frac{6}{2{,}6}\,B'\gamma'^{-7/3}\right] \end{aligned}\right\} \quad (32)$$

en donde fácilmente puede deducirse por comparación con las relaciones (31), se verifica:

$$x' = \frac{1}{10.000} \cdot \frac{\sigma}{R_v} \cdot \frac{w}{a \cdot d_v} \quad ; \quad t' = \frac{2{,}4}{10} \cdot \frac{(S_b - S_v)}{a \cdot d_v \cdot R_v} + B' \frac{v - a}{a}$$

$$\left.\begin{aligned} & u_1' = \frac{C_s m - 2{,}4\,S_b\,[d - (r_b + r_v)]}{10\,a.\,d_v^2 \cdot R_v} \quad \frac{d - f - r_v}{d_v}\,x' \\ & y_1' = \frac{d_v}{r_v} \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} & u_2' = \frac{C_s m - 2{,}4\,S_v\,[d - (r_b + r_v)]}{10\,a.\,d_v^2 \cdot R_v} + \frac{f - r_b}{d_v}\,x' \\ & y_2' = \frac{d_v}{d - r_b} \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} & u_3' = \frac{C_s m - 2{,}4\,S_v\,(d - f - r_v) - 2{,}4\,S_b\,(f - r_b)}{10\,a.\,d_v^2 \cdot R_v} \\ & y_3' = \frac{d_v}{d - f} \end{aligned}\right\} \quad (33)$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

En estas expresiones, preparadas ya para poder entrar con las unidades prácticas y con el valor absoluto del momento $C_s m$, se ha mantenido la misma notación que en el caso del momento superior de agotamiento, es decir, que el borde b sigue siendo el comprimido por el momento $C_s M$, y la posición f de la armadura tesa continua expresada como distancia del baricentro de los cables de pretensado al borde b comprimido bajo la acción de $C_s M$.

De esta forma, el nomograma de la Fig. 1 sigue siendo válido por expresar también la relación $\Psi'(x', t', B', u_i', y_i') = 0$ o sea que con este único ábaco se pueden resolver todos los problemas que se presenten, tanto con $C_s M$, como con $C_s m$. Según sean unas u otras las incógnitas, se elegirán las ecuaciones que, en cada caso, resulten más convenientes.

Para que los resultados sean válidos es preciso que: $g = \gamma . d_b < 0,7\ d$, circunstancia que obliga a comprobar esta desigualdad, multiplicando el espesor del ala d_b por el valor de γ obtenido en el caso particular desarrollado, debiendo modificarse las dimensiones adoptadas, si dicha desigualdad no se cumple, o siendo necesario recurrir a la aplicación de fórmulas más complicadas, si se quieren mantener aquellas dimensiones.

Si al calcular una sección en T o en I, resulta que:

$$0,7\ (B + 1) > x + t \quad ó \quad 0,7\ (B' + 1) > x' + t'$$

o, lo que es igual, ocurre que γ ó γ' es menor que la unidad, el resultado obtenido deberá rechazarse, ya que ello indica que la fibra neutra se encuentra situada dentro del ala y debe entonces calcularse la sección si fuera rectangular de ancho a = b ó a = v y B o B' = 0 según sea $\gamma < 1$ ó $\gamma' < 1$, respectivamente.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

En el caso de que la acción sea rectangular, las fórmulas que anteriormente se han indicado, siguen siendo válidas, con la única diferencia de que se puede adoptar para el espesor de la cabeza comprimida (d_v ó $d_{v'}$, según los casos) un valor arbitrario cualquiera.

No obstante y con el fin de simplificar las lecturas, se ha considerado útil construir un nuevo ábaco, que es el que se reproduce en la Fig. 2, exclusivamente destinado al cálculo de secciones rectangulares. En este caso, las variables con que se opera vienen definidas por las fórmulas que a continuación se indican, dispuestas ya para poder entrar en ellas con las unidades prácticas, y que, como fácilmente puede comprobarse, guardan una total semejanza con las (31) y (33), de las que se derivan haciendo el espesor del ala comprimida igual a h y su ancho igual al del nervio. Además se ha tomado para las "y_i" los valores inversos de los adoptados en el caso anterior.

De esta forma se obtiene, para el momento máximo de agotamiento C_sM:

$$\left.\begin{aligned}
x &= \frac{1}{10.000}\,\frac{\sigma}{R_v}\,\frac{w}{ah} \qquad t = \frac{2,4}{10}\,\frac{S_v - S_b}{a\,h\,R_v} \\
u_1 &= \frac{C_s M - 2,4\,S_v\,(h - r_b)}{10\,a\,h^2\,R_v} - \frac{f - r_b}{h}\,x \qquad y_1 = \frac{r_b}{h} \\
u_2 &= \frac{C_s M - 2,4\,S_b\,(h - r_b)}{10\,a\,h^2\,R_v} + \left(1 - \frac{f}{h}\,x\right) \qquad y_2 = \frac{h}{h} = 1 \\
u_3 &= \frac{C_s M - 2,4\,S_b\,(f - r_b) - 2,4\,S_v\,(h - f)}{10\,a\,h^2\,R_v} \qquad y_3 = \frac{f}{h}
\end{aligned}\right\} \qquad (34)$$

Y para el momento mínimo de agotamiento, C_sm:

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

$$\left.\begin{aligned}
x' &= \frac{1}{10.000}\,\frac{\sigma}{R_v}\,\frac{w}{a(d-r_b)} \qquad t' = \frac{2,4}{10}\,\frac{S_b - S_v}{a\,R_v(d-r_b)} \\
u_1' &= \frac{C_s m - 2,4\,S_b[d-(r_b+r_v)]}{10\,a\,R_v\,(d-r_b)^2} - \frac{d-f-r_v}{d-r_b}\,x' \qquad y_1' = \frac{r_v}{d-r_b} \\
u_2' &= \frac{C_s m - 2,4\,S_v[d-(r_b+r_v)]}{10\,a\,R_v(d-r_b)^2} + \frac{f-r_b}{d-r_b}\,x' \qquad y_2' = \frac{d-r_b}{d-r_b} = 1 \\
u_3' &= \frac{C_s m - 2,4\,S_v(d-f-r_v) - 2,4\,S_b\,(f-r_b)}{10\,a\,R_v\,(d-r_b)^2} \qquad y_3' = \frac{d-f}{d-r_b}
\end{aligned}\right\} \quad (35)$$

La notación utilizada se corresponde con la indicada en la figura adjunta al ábaco (fig. 2), entendiéndose, como siempre, por borde b de la sección, aquél que trabaja con sus fibras en compresión bajo la acción del momento superior de agotamiento $C_s M$.

En cada caso, y de acuerdo con las incógnitas a calcular, se emplearán las ecuaciones que resultan más apropiadas.

No se incluyen las fórmulas o condiciones relativas a los momentos de fisuración, por limitarse este trabajo a establecer unos criterios para el cálculo de las secciones en rotura. En aquellos casos en los cuales la sección deba estar facultada para resistir, sin fisurarse, unos determinados momentos flectores, será preciso añadir nuevas condiciones sobre la posición y magnitud del esfuerzo de pretensado. Cuando el momento mínimo corresponde a la hipótesis de peso propio más carga permanente, la resultante de los

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

esfuerzos exteriores de flexión y del esfuerzo de pretensado, debe pasar por el núcleo central de la sección con el fin de evitar que el hormigón se encuentre sometido a unos esfuerzos permanentes de tracción que puedan dar origen a fisuras.

Estas condiciones darán lugar a la limitación de algunas de las magnitudes libres (por ejemplo, la profundidad f de la armadura pretesa) que antes aparecían como de arbitraria elección, o bien a la fijación de unos valores extremos para sus campos de posible variación.

Aunque, como ya se ha advertido en páginas precedentes los valores dados a los distintos coeficientes, se han introducido sólamente a título de ejemplo, se hace aplicación de los nomogramas adjuntos a unos cuantos casos concretos, con objeto de aclarar su manejo y el sistema seguido en la deducción de las variables auxiliares.

El procedimiento, como acaba de verse, es aplicable a todo tipo de sección rectangular, en T, o en I, con o sin armaduras de acero ordinario, sometidas a esfuerzos de flexión y excéntricamente comprimidas por la acción de una armadura pretesa. Los resultados a que conduce caen siempre dentro de las curvas envolventes de los datos teórico - experimentales recogidos en el informe presentado por Magnel al 1er Congreso de la Federación Internacional de Pretensado, celebrado en Londres en 1953, y difieren sólo en un $\pm 2\%$ de los obtenidos mediante los métodos propuestos por Abeles, Bruggeling y Moenaert, métodos que, por otra parte, tienen un campo de aplicación mucho más reducido puesto que sólo sirven para piezas sin armadura no pretesa, con la fibra neutra situada en el ala de compresión.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Ejemplos de aplicación

1º.- Como caso más sencillo y que, al propio tiempo, demuestra la general aplicación de los nomogramas descritos, se empieza por calcular el momento flector máximo que es capaz de resistir una sección rectangular, de hormigón armado, de ancho $a = 0,5$ m., canto total $d = 1,35$ m., con una armadura en tracción $S_v = 77$ cm^2, con un recubrimiento $r_v = 0,05$ m. y sin armadura en compresión ($S_b = 0$). Como coeficiente de seguridad total, se toma $C = 3$ y se supone que el hormigón de la pieza posee una resistencia característica $R_c = 180$ Kg/cm^2.

De acuerdo con (2) y (3):

$$C_s = 1 + \frac{3}{3} = 2 \qquad C_R = \frac{3}{2} = 1,5$$

y según (11):

$$R_v = 0,82 \frac{180}{1,5} = 100 \text{ Kg/cm}^2$$

Las variables auxiliares serán (34):

$$x = 0 \quad " \quad t = \frac{2,4}{10} \frac{77}{0,5\times(1,35-0,05)\times 100} = 0,285 \quad "$$

$$x + t = 0,28 + 0 = 0,285 \quad " \quad y_1 = \frac{0}{1,35-0,05} = 0$$

Entrando en el ábaco de la figura 2 con: $+ t = 0,285$ " $y_1 = 0$ se obtiene:

$$u_1 = - 0,044$$

Luego:

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

$$-0{,}044 = \frac{C_sM - 2{,}4\times77(1{,}35 - 0{,}05)}{10\times0{,}5\times(1{,}35 - 0{,}05)^2\times100} \text{ " } C_sM = -44\times0{,}5\times1{,}3^{-2} + 2{,}4\times77\times1{,}3$$

$$C_sM = -37{,}2 + 240 \simeq 203 \text{ m.T.} \qquad M = \frac{203}{2} \simeq 101 \text{ m.T.}$$

<u>S o l u c i ó n</u>: M = 101 m.T.

2°.- Calcular el momento máximo que es capaz de resistir una sección rectangular de: ancho a = 0,5 m., canto total d = 1,35 m., armadura en tracción S_v = 10 cm^2, armadura en compresión S_b = 0, recubrimiento r_v = 0,05 m., pretensada mediante una armadura w = 25 cm^2, colocada a una profundidad f = 1 m. Se toman los mismos coeficientes y resistencias que en el ejemplo anterior y se hace σ 9500 Kg/cm^2.

Las variables auxiliares serán (34):

$$x = \frac{1}{10.000}\ \frac{9500}{100}\ \frac{25}{0{,}5\times(1{,}35-0{,}05)} = 0{,}37 \text{ " } t = \frac{2{,}4}{10}\ \frac{40}{0{,}5\times1{,}3\times100} = 0{,}03$$

$$x + t = 0{,}37 + 0{,}03 = 0{,}40 \text{ " } y_3 = \frac{1}{1{,}3} = 0{,}77$$

En el ábaco de la figura 2, se obtiene, entrando con $x + t = 0{,}40$ $y_3 = 0{,}77$:

$$u_3 = 0{,}22$$

Luego:

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

$$0,22 = \frac{C_sM - 2,4\times10\times(1,3 - 1)}{10 \times 0,5 \times 1,3^2 \times 100} \quad " \quad C_sM = 24 \times 0,3 + 22 \times 5 \times 1,3^2$$

$$C_sM = 7,2 + 195,5 = 203 \quad m.T. \qquad M = \frac{203}{2} = 101 \quad m.T.$$

<u>S o l u c i ó n:</u> M = 101 m.T.

3°.- Dada una pieza de sección en I de alas desiguales, en hormigón pretensado, en la cual se tiene: (ver la notación de la figura 1)

$a = 0,8$ m, $b = 3,20$ m., $v = 1,60$ m., $d_b = 0,17$ m., $d_v = 0,25$ m.
$S_b = S_v = 0$, $\sigma = 9.500$ Kg/cm^2., $R_v = 180$ Kg/cm^2, $C_s = 1,87$, -
$w = 170$ cm^2

Se pide calcular el canto total <u>d</u> y la profundidad <u>f</u> de la armadura pretesa, para que la pieza sea capaz de resistir un momento máximo de agotamiento $C_sM = 1541$ m.T. y un momento mínimo C_sm $C_sm = -467$ m.T.

Las variables auxiliares serán, para el momento máximo (31):

$$x = \frac{1}{10.000} \; \frac{9500}{180} \; \frac{170}{0,8 \times 0,17} = 6,6 \quad " \quad t = 0 \quad " \quad x + t = 6,6$$

$$B = \frac{3,20 - 0,80}{0,80} = 3 \quad " \quad u_3 = \frac{1541}{10 \times 0,8 \times 0,17^2 \times 180} = \frac{1541}{41,6} = 37,1$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Entrando en el monograma de la figura 1 con $x + t = 6,6$ „ $B = 3$ „ $u_3 = 37,1$ „ se deduce $y_3 = 0,144$. Por consiguiente:

$$f = \frac{d_b}{y_3} = \frac{0,17}{0,144} = 1,18 \text{ m.}$$

Para el momento mínimo (33):

$$x' = \frac{1}{10.000} \quad \frac{9500}{180} \quad \frac{170}{0,8 \times 0,25} = 4,49 \quad „ \quad t' = 0 \quad „ \quad x' + t' = 4,49$$

$$B' = \frac{1,60 - 0,80}{0,80} = 1 \quad „ \quad u_3' = \frac{467}{10 \times 0,8 \times 0,25 \times 180} = \frac{467}{90} = 5,19$$

Entrando en el monograma de la figura 1 con $x' + t' = 4,49$ „ $B' = 1$ „ $u_3' = 5,19$ se obtiene $y_3' = 0,372$. Por consiguiente:

$$d - f = \frac{d_v}{y_3'} = \frac{0,25}{0,372} = 0,672 \text{ m.}$$

y entonces:

$$d = 0,672 + f = 0,672 + 1,18 = 1,85 \text{ m.}$$

$$\underline{\text{S o l u c i ó n:}} \quad \begin{cases} d = 1,85 \text{ m.} \\ f = 1,18 \text{ m.} \end{cases}$$

4º.- Dada una pieza de sección en I de alas desiguales, en hormigón pretensado, en la cual se tiene: (ver la notación de la figura 1)

$a = 0,8$ m., $d = 1,5$ m., $b = 3,20$ m., $v = 1,60$ m., $d_b = 0,17$ m.,

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

$d_v = 0,25$ m., $r_b = r_v = 0,05$ m., $\sigma = 9500$ Kg/cm^2, $R_v = 180$ Kg/cm^2, $C_s = 1,87$, $w = 160$ cm^2.

Se pide calcular la profundidad f de la armadura pretesa y las secciones S_b y S_v de armadura ordinaria necesarias para que la pieza sea capaz de resistir un momento máximo de agotamiento $C_sM = 1541$ m.T. y un momento mínimo $C_sm = -467$ m. T., de tal forma que la suma $S_b + S_v$ sea mínima.

Este problema no se puede resolver mediante un procedimiento directo, por lo cual se hace preciso recurrir a una serie de tanteos sucesivos.

a).- Se toma $S_v - S_b = 30$ cm^2. Entonces para C_sM, se tiene, según (31):

$$x = \frac{1}{10.000}\,\frac{9500}{180}\,\frac{160}{0,8\times 0,17} = 6,2 \quad ,, \quad t = \frac{2,4}{10}\,\frac{S_v-S_b}{0,8\times 0,17\times 180} = \frac{S_v-S_b}{102} = \frac{30}{102} = 0,29$$

$$x + t = 6,2 + 0,29 = 6,49 \quad ,, \quad y_1 = \frac{0,17}{0,05} = 3,4 \quad ,, \quad B = \frac{3,20-0,80}{0,80} = 3$$

Entrando en el nomograma de la figura 1, con: $x + t = 6,49$,, $B = 3$,, $y_1 = 3,4$ se obtiene: $u_1 = -6,2$. Por lo tanto:

$$u_1 = -6,2 = \frac{1541-2,4\,S_v(1,45-0,05)}{10\times 0,8\times 0,17^2\times 180}\,\frac{f-0,05}{0,17}\times 6,2 = \frac{1541-3,36S_v}{41,6} - 36,47f + 1,82$$

$$36,47f + 0,08\,S_v = 38,86 + 6,2 = 45,06. \qquad (A)$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

Para el momento mínimo, $C_s m$, se tiene según (33):

$$x' = \frac{1}{10.000} \; \frac{9500}{180} \; \frac{160}{0,8 \times 0,25} = 4,22 \;,, \; t' = \frac{2,4}{10} \; \frac{S_b - S_v}{0,8 \times 0,25 \times 180} = \frac{S_b - S_v}{150} \; \frac{30}{150} = -0,20$$

$$x' + t' = 4,22 - 0,20 = 4,02 \;,, \; y_2' = \frac{0,25}{1,45} = 0,172 \;,, \; B' = \frac{1,60 - 0,80}{0,80} = 1$$

Entrando en el nomograma de la figura 1, con: $x' + t' = 4,02$,, $B' = 1$,, $y_2' = 0,172$ se deduce: $u_2' = 17,9$, luego:

$$u_2' = 17,9 = \frac{467 - 2,4 \times S_v \times 1,4}{10 \times 0,8 \times 0,25^2 \times 180} + \frac{f - 0,05}{0,25} \times 4,22 = \frac{467 - 3,36\, S_v}{90} + 16,88f - 0,844 \;,,$$

$$16,88f - 0,037\, S_v = 17,9 + 0,844 - 5,19 = 13,55 \quad (B)$$

Resolviendo ahora el sistema formado por las ecuaciones (A) y (B), se deduce:

$$f = \frac{-45,06 \times 0,037 - 13,55 \times 0,08}{-36,47 \times 0,037 - 16,88 \times 0,08} = \frac{2,75}{2,7} = 1,02 \text{ m.}$$

$$S_v = \frac{36,47 \times 13,55 - 45,06 \times 16,88}{-36,47 \times 0,037 - 16,88 \times 0,08} = \frac{266,44}{2,7} = 99 \text{ cm}^2 \;,, \text{ Luego}$$

$$S_b = 99 - 30 = 69 \text{ cm}^2 \;,, \; Sv + Sb = 99 + 69 = \underline{168 \text{ cm}^2.}$$

b).- Si ahora se toma $S_v - S_b = 70 \text{ cm}^2$, se obtiene:

$t = 0,69$,, $x + t = 6,89$,, $u_1 = -7,9$,, $t' = -0,47$,, $x' + t' = 3,75$

$u_2' = 17,1$,, $f = 1,02$ m ,, $S_v = 120 \text{ cm}^2$,, $S_b = 50 \text{ cm}^2$,, $S_v + S_b = \underline{170 c}$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

c).- Si se toma $S_v - S_b = 110\ cm^2$, se obtiene:

$$t = 1.08 \;;\; x + t = 7,28 \;;\; u_1 = -9,7 \;;\; t' = -0,73 \;;\; x' + t' = 3,49$$

$$u_2' = 16,3 \;;\; f = 1.02\ m \;;\; S_v = 142\ cm^2 \;;\; S_b = 32\ cm^2 \;;\; S_v + S_b = \underline{174\ cm^2}$$

Comparando los resultados obtenidos en los distintos tanteos, se ve que (aun cuando la variación es muy pequeña) la suma $S_v + S_b$ es mínima cuando la diferencia $S_v - S_b = 30\ cm^2$. Por consiguiente, la solución del problema propuesto será:

$$\underline{\text{S o l u c i ó n}} : \begin{cases} f = 1,02\ m. \\ S_v = 99\ cm^2 \\ S_b = 69\ cm^2 \end{cases}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

837-0-1 PROGRESOS DE LA TECNICA DEL HORMIGON PRETENSADO

(Some developments of prestressed concrete)

Autor: Editorial

De: "CONCRETE AND CONSTRUCTIONAL ENGINEERING", Mayo, 1950

- - -

S i n o p s i s

En este artículo se exponen, primeramente, algunos detalles del procedimiento "Preload", tan utilizado en América para la construcción de depósitos cilíndricos de hormigón pretensado.

Se describe después un nuevo tipo de "Conos Freyssinet", que proporcionan un anclaje mucho más perfecto que los del modelo primitivo y, finalmente, se hace mención de las mezclas empleadas para el recubrimiento de los cables y se resumen los datos obtenidos en los ensayos efectuados para comprobar el resultado práctico de dichos revestimientos.

En los Estados Unidos, la mayor parte de los depósitos cilíndricos de hormigón pretensado, se construyen actualmente por el procedimiento patentado por la "Preload Corporation" mediante una máquina que, al mismo tiempo que se mueve alrededor del depósito, va enrollando el alambre que constituye la armadura de la pared. La operación se realiza de abajo a arriba, y la distancia vertical entre las distintas roscas de alambre se hace variar de acuerdo con la resistencia requerida.

El tesado se efectúa extrayendo el hilo de acero a través de rodillos, o, más frecuentemente, de la matriz de una hilera colocada en la máquina citada. Al estirar un alambre, evidentemente, su diámetro disminuye. Si se fija, con un dispositivo adecuado, el extremo C del hilo (Fig, 10) y aplicando una fuerza M, se tira de la matriz D, el alambre se estirará y la matriz se desplazará a lo lar

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

go de él, tan pronto como el diámetro del hilo se haya reducido lo suficiente.

Para producir una tensión de 10.000 Kg/cm^2, el diámetro del orificio de la matriz deberá ser de 3,6 mm. si se emplean alambres de 4 mm. de diámetro, y de 4,5 mm. si los alambres son de 5 mm. de diámetro.

La máquina indicada se desplaza a una velocidad lineal de 6 a 11 Km. por hora. Como la tensión se introduce en el alambre antes de que éste entre en contacto con la pared del depósito, el esfuerzo de tracción es constante a lo largo de toda la armadura, sin que se origine variación alguna por el rozamiento con la pared de hormigón.

Conos de anclaje.- En el primitivo método Freyssinet de anclaje, el cono interior, de hormigón, estaba provisto de un zuncho de alambre de acero de alto límite elástico que formaba su superficie. Análogamente, el cono exterior dentro del cual se introducía el anterior, se armaba interiormente con otro zuncho semejante. De esta manera, los alambres que constituían el cable de pretensado quedaban aprisionados entre dos superficies forradas de acero y para que el anclaje fuese efectivo era indispensable una gran perfección en el ajuste de los conos y una absoluta precisión en el diámetro de los hilos. Si los alambres se obtenían por el estirado en frío del acero, era posible lograr la exactitud requerida, pero no ocurría igual si se fabricaban mediante el tratamiento térmico del metal, en cuyo caso los conos citados no producían un anclaje satisfactorio.

Por tal motivo, en la actualidad, en sustitución del antiguo cono interior, se utiliza una especie de taco o cuña de hormigón provisto de ranuras o canales adecuados, en su superficie, para recibir los alambres del cable. Este taco va ligeramente armado me-

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

diante una fina tela metálica y clavos mezclados con la masa de hormigón y se introduce en el cono exterior con una fuerza de 20 Tm., que produce una tensión superior a la resistencia al aplastamiento del hormigón del taco, el cual, como consecuencia, se transforma en una masa flúida que rodea a los alambres. Estos quedan así sujetos entre el espiral de acero del cono exterior, los clavos y el hormigón flúido del taco.

Este procedimiento es mucho mejor que el anterior y permite el empleo de alambres de forma ligeramente irregular. La fricción entre acero y acero del método primitivo, ha sido reemplazada por el rozamiento del acero sobre el hormigón, mucho más efectivo.

Recubrimiento de los alambres.- Como es sabido, una vez realizado el tesado de la armadura, se rellenan los orificios en los que se introducen los cables, mediante una inyección de mortero flúido, a presión elevada, que llena totalmente los intersticios entre los hilos y los recubre. En el sistema Freyssinet, este presión llega a los 6,3 Kg/cm^2, lo que es posible dado el pequeño diámetro de los orificios, que hace que las fuerzas de expansión que se originan, también lo sean.

El procedimiento utilizado para realizar esta operación, es el siguiente: Primeramente, se inyecta agua, y después, por uno de los extremos del conducto, el mortero flúido, hasta que comienza a salir por el otro extremo de la pieza. Seguidamente, se invierte el sentido de inyección y, de esta forma, se obtiene un recubrimiento perfecto.

La mezcla empleada, está constituída, generalmente, por una parte, en volumen, de cemento, una de arena, y una de agua.

Con estos morteros se han realizado diversos ensayos, que han dado resultados completamente satisfactorios.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

En una viga de 6 m. de longitud, se rellenaron con mortero, únicamente, los primeros 38 cm. de cada extremo de los cables. Una vez fraguado el mortero, se destruyeron los conos de anclaje, fiándose la sujeción de los alambres exclusivamente al mortero inyectado. Sometida la pieza a ensayo, sucumbió por rotura del hormigón, antes de que se produjese el menor deslizamiento de la armadura.

En un pilote hueco, de hormigón pretensado, después de efectuada la inyección de mortero, se retiraron los dispositivos de anclaje, realizándose entonces la hinca del pilote. Los cables no experimentaron ningún deslizamiento, a pesar de que su sujeción dependía sólo de la adherencia del mortero inyectado.

En las vigas de hormigón pretensado, fabricadas por el sistema Magnel, los conductos para la armadura se rellenan con una lechada de cemento coloidal, obtenida mezclando agua y cemento en la proporción de 2:1, en volumen. Por diversos ensayos realizados, ha podido comprobarse el satisfactorio resultado práctico de esta inyección, que asegura un buen anclaje de los cables.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

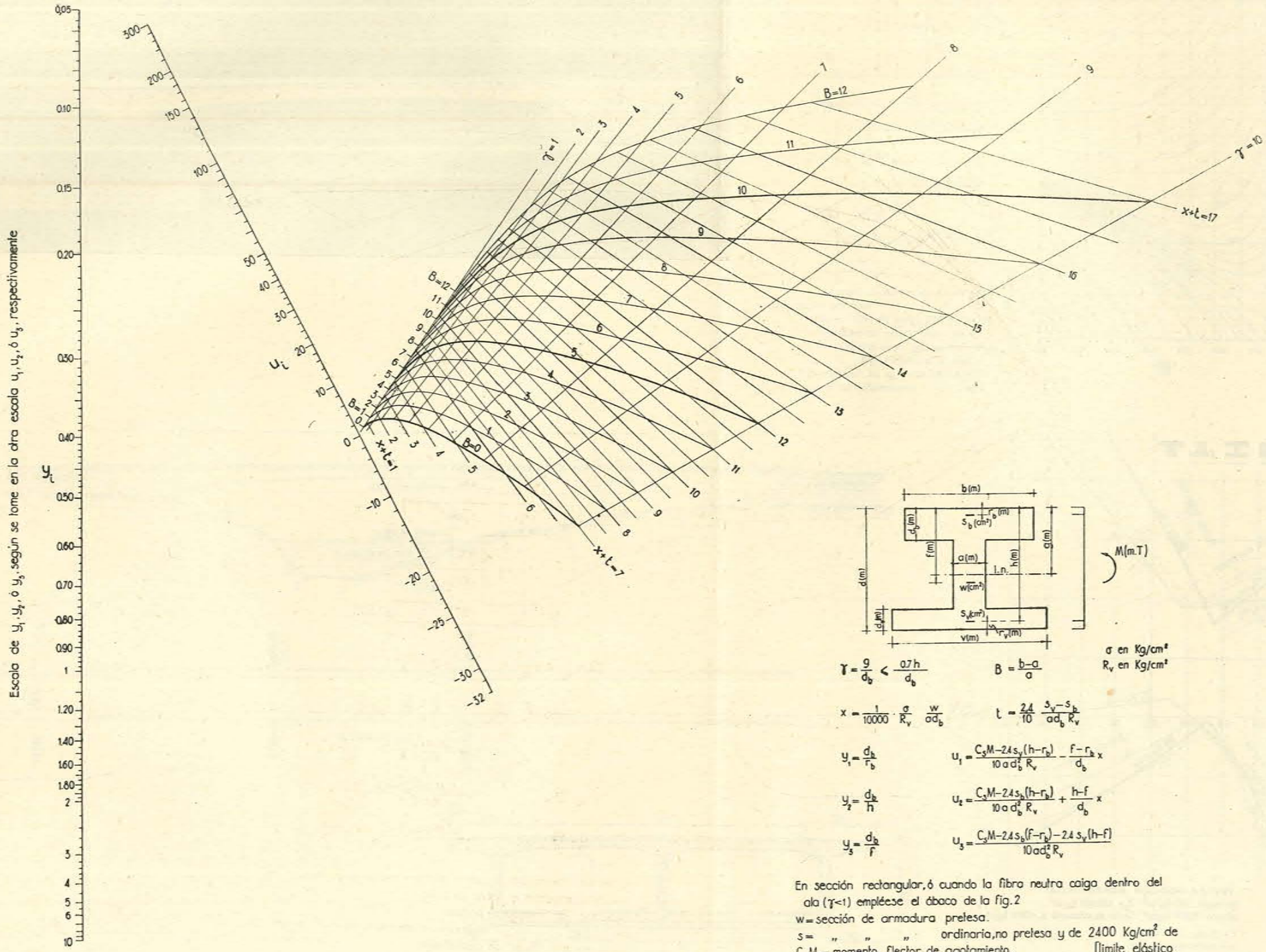


Fig.1

σ en Kg/cm²
R_v en Kg/cm²

$$\gamma = \frac{g}{d_b} < \frac{0.7h}{d_b} \qquad B = \frac{b-a}{a}$$

$$x = \frac{1}{10000} \cdot \frac{\sigma}{R_v} \; \frac{w}{ad_b} \qquad t = \frac{2.4}{10} \; \frac{s_v - s_b}{ad_b R_v}$$

$$y_1 = \frac{d_b}{r_b} \qquad u_1 = \frac{C_s M - 2.4 s_v (h - r_b)}{10 a d_b^2 R_v} - \frac{f - r_b}{d_b} x$$

$$y_2 = \frac{d_b}{h} \qquad u_2 = \frac{C_s M - 2.4 s_b (h - r_b)}{10 a d_b^2 R_v} + \frac{h - f}{d_b} x$$

$$y_3 = \frac{d_b}{f} \qquad u_3 = \frac{C_s M - 2.4 s_b (f - r_b) - 2.4 s_v (h - f)}{10 a d_b^2 R_v}$$

En sección rectangular, ó cuando la fibra neutra caiga dentro del ala ($\gamma<1$) empléese el ábaco de la fig. 2

w = sección de armadura prelesa.

s = " " " ordinaria, no prelesa y de 2400 Kg/cm² de [límite elástico

$C_s M$ = momento flector de agotamiento.

σ = tensión final de la armadura prelesa bajo la solicitación $C_s M$.

R_v = resistencia virtual $\simeq \frac{2}{3} R_c$.

R_c = " característica del hormigón.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

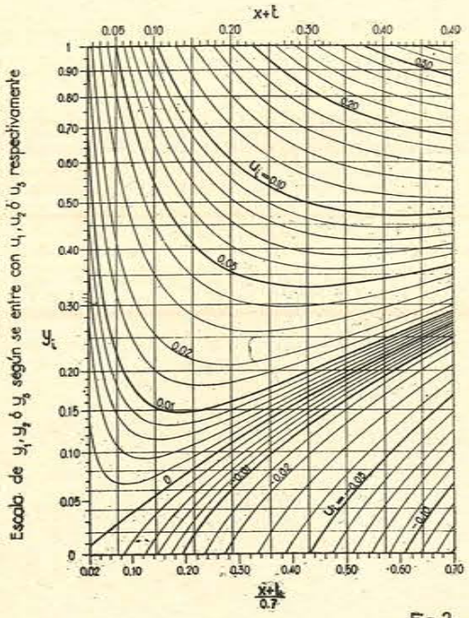
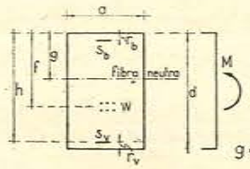


Fig. 2



a, d, h, f, g, r_b, r_v, en m.
S_b, S_v, w, en cm^2
R_v, σ, en Kg/cm^2
M, en m.T.

$$g = \frac{x+t}{0.7} h \leq 0.7\,h$$

$$x = \frac{1}{10.000} \cdot \frac{\sigma}{R_v} \cdot \frac{w}{a\,h} \quad ; \quad t = \frac{2.4}{10} \cdot \frac{S_v - S_b}{a\,h\,R_v}$$

$$u_1 = \frac{C_3 M - 2.4\,S_v(h - r_b)}{10\,a\,h^2 R_v} - \frac{f - r_b}{h}\,x \qquad y_1 = \frac{r_b}{h}$$

$$u_2 = \frac{C_3 M - 2.4\,S_b(h - r_b)}{10\,a\,h^2 R_v} + \left(1 - \frac{f}{h}\right)x \qquad y_2 = \frac{h}{h} = 1$$

$$u_3 = \frac{C_3 M - 2.4\,S_b(f - r_b) - 2.4\,S_v(h - f)}{10\,a\,h^2 R_v} \qquad y_3 = \frac{f}{h}$$

w = sección de armadura pretesa
s = " " " ordinaria, no pretesa, y de 2400 Kg/cm^2 de límite elástico
C_3M = momento flector de agotamiento
σ = tensión final de la armadura pretesa bajo la solicitación C_3M
R_v = resistencia viral del hormigón $\simeq \frac{2}{3} R_c$
R_c = " característica del hormigón

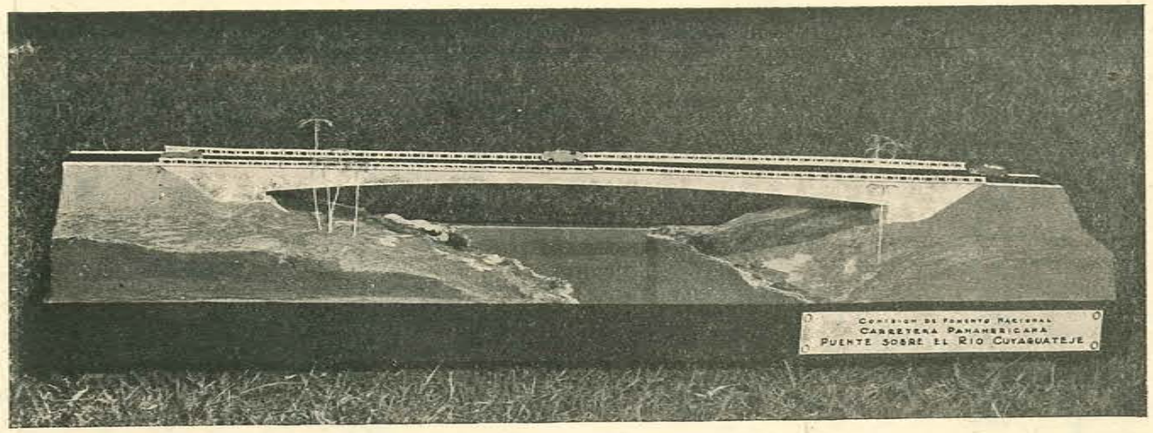
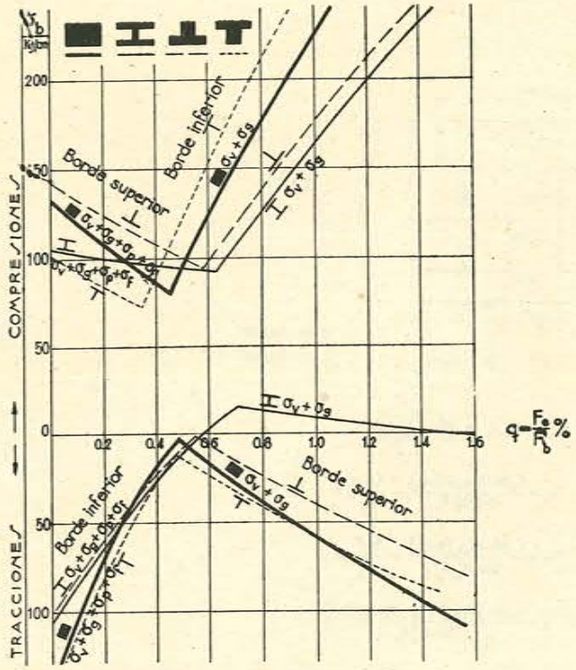


Fig. 4



PRETENSADO CON ADHERENCIA
hormigón 300 Kg/cm^2 E_b = 340.000 Kg/cm^2
acero 16000 Kg/cm^2 Tensión de pretensado σ_v = 9600 Kg/cm².

ℓ = 15 mts. h ~ 0.9d
p = sobrecarga = 2 T/m.
$\frac{\text{peso propio}}{\text{sobrecarga}} = \frac{g}{p} \sim \frac{1}{2}$

Fig. 3

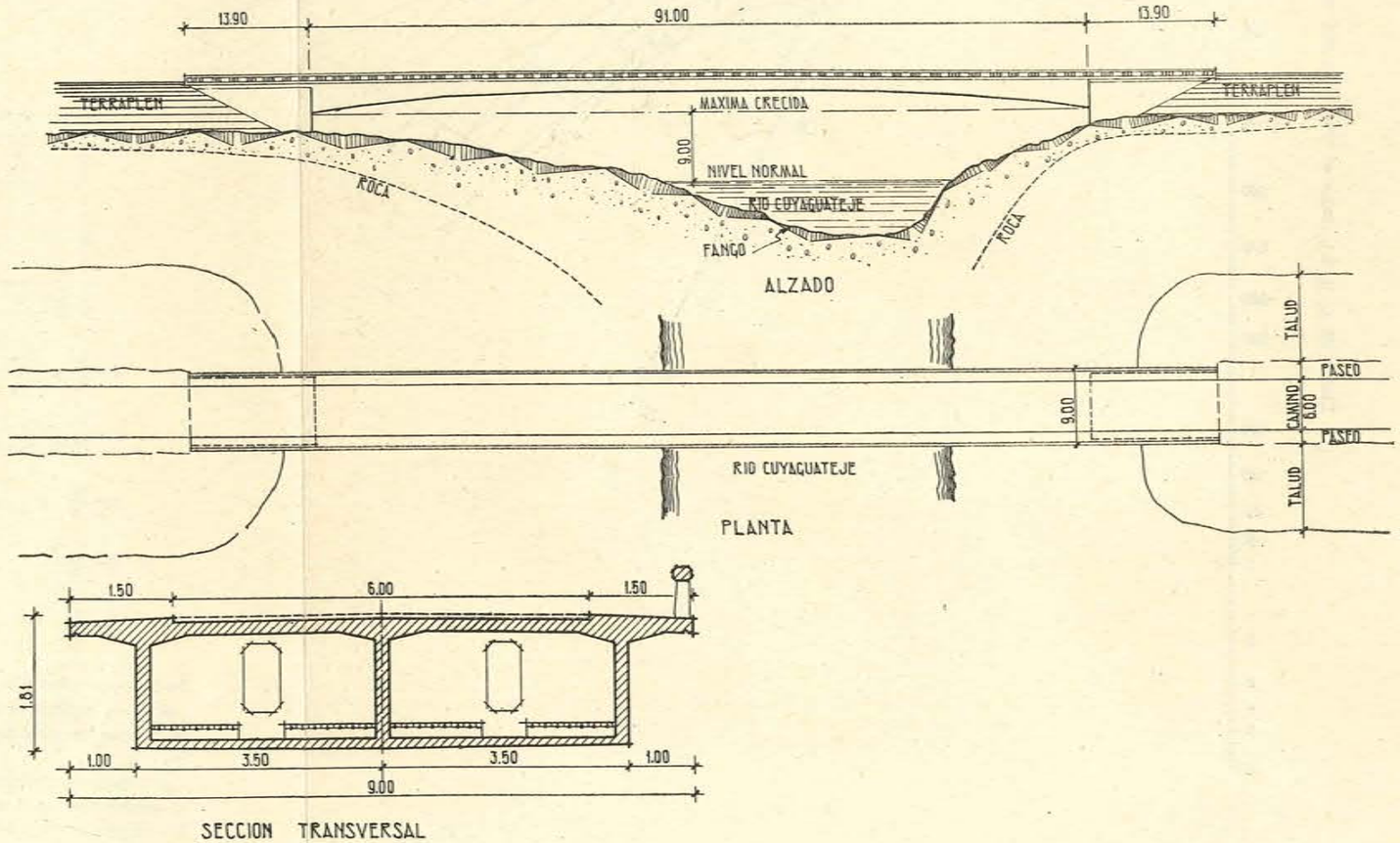


Fig. 5.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

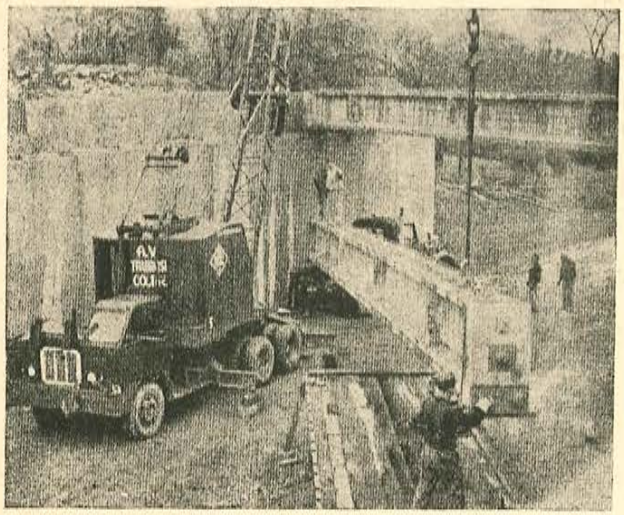


Fig. 6.

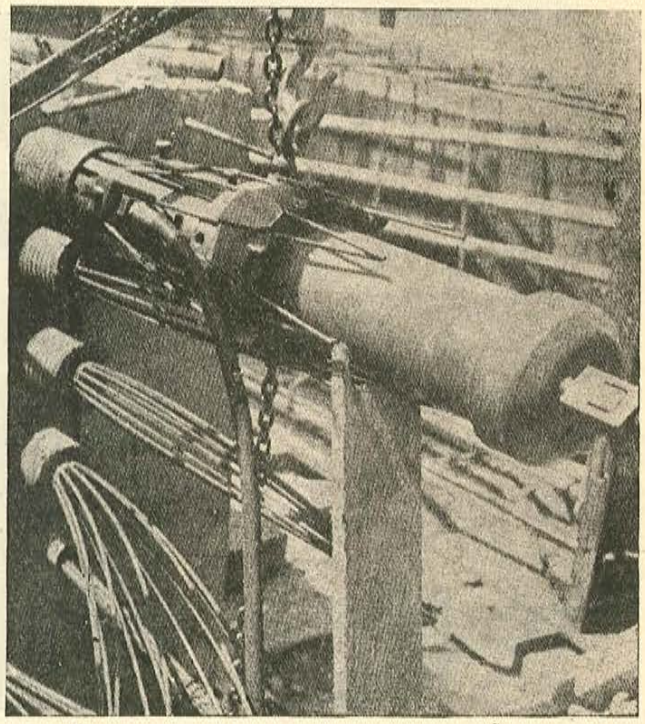


Fig. 7.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

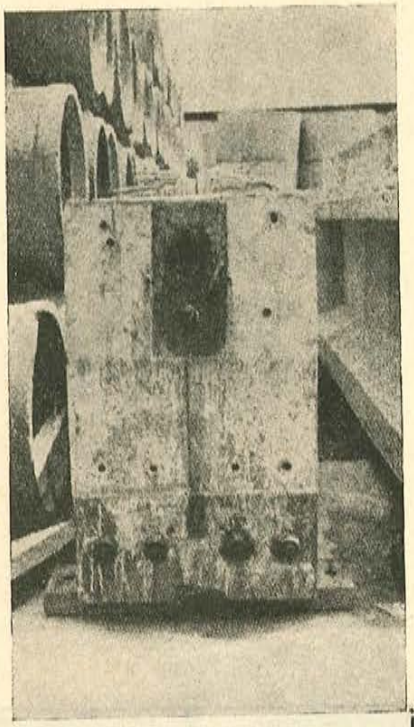


Fig. 8.

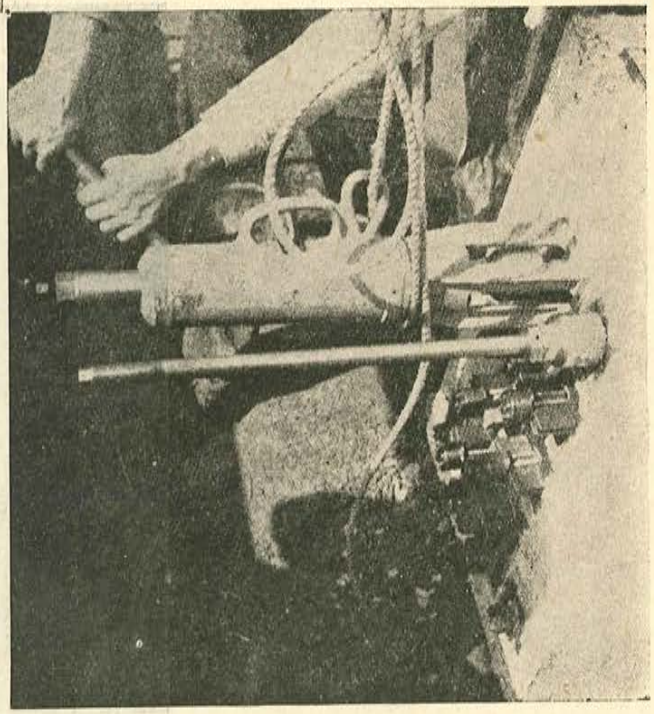


Fig. 9.

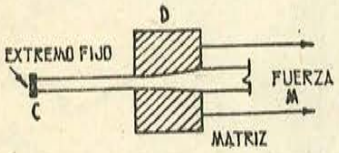


Fig. 10.

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025

CONSEJO SVPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS

INSTITVTO DE CONSTRVCCION Y DEL CEMENTO

Documento descargado de www.e-ache.com el 04/12/2025