

# HORMIGÓN *y acero*

nº 227

Primer trimestre de 2003



**Asociación Científico-técnica  
del Hormigón Estructural**  
<http://www.e-ache.net>

## MIEMBROS DE LA ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL

Según los Estatutos de la Asociación existen dos tipos de miembros, uno para personas jurídicas y otro para personas físicas. De entre los primeros, y por la importancia que tienen para la Asociación por su contribución económica, destacan los **miembros Patrocinadores** y los **Protectores**. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

### MIEMBROS PATROCINADORES

- AGUAS Y ESTRUCTURAS, S.A.**—Pabellón de Checoslovaquia - Isla de la Cartuja. 41092 Sevilla.
- ALATEC, S.A.**—José Echegaray, 14. P.E. Las Rozas. 28230 Las Rozas (Madrid).
- ANEFHOP**.—Bretón de los Herreros, 43. 28003 Madrid.
- ASOCIACIÓN NACIONAL DE PREFABRICADOS Y DERIVADOS DEL CEMENTO (ANDECE)**.—  
Pº de la Castellana, 226 - Entreplanta A. 28046 Madrid.
- ASSOCIACIÓ DE CONSULTORS D'ESTRUCTURES**.—Gran Capitá, 2-4. Edifici Nexus. 08034  
Barcelona.
- CALIDAD SIDERÚRGICA**.—Orense, 58 - 10 C. 28020 Madrid.
- CARLOS FERNÁNDEZ CASADO, S.L.**—Grialba, 9. 28006 Madrid.
- CEDEX (Laboratorio Central)**.—Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.
- CENTRO DE ESTUDIOS E INVESTIGACIONES CINSA-EP**.—Avda. Iparaguirre, 82, 1º. 48940  
Leoia (Vizcaya).
- COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS**.—Almagro, 42. 28010  
Madrid.
- COLEGIO OFICIAL INGENIEROS INDUSTRIALES DE CATALUÑA**.—Vía Laietana, 39. 08003  
Barcelona.
- CONSEJO GENERAL DE COLEGIOS OFICIALES DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS  
TÉCNICOS**.—Pº de la Castellana, 155 - 1. 28046 Madrid.
- CYPE INGENIEROS, S.A.**—Avda. Eusebio Sempere, 5, planta B.03003 Alicante.
- DEPARTAMENTO DE MECÁNICA MEDIOS CONTINUOS ETSIC-UPM**.—Ciudad Universitaria, s/n.  
28040 Madrid.
- DRAGADOS OBRAS Y PROYECTOS, S.A.**—Avda. de Tenerife, 4-6. Edificio Agua. 1ª planta.  
28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).
- ESTEYCO, S.A.**—Menéndez Pidal, 17. 28036 Madrid.
- EUROCONSULT, S.A.**—Apartado 99. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).
- FCC CONSTRUCCIÓN, S.A.**—Acanto, 22. 28045 Madrid.
- FUNDACIÓN LABEIN**.—Cuesta de Olabeaga, 16. 48013 Bilbao.
- HILTI ESPAÑOLA, S.A.**—Isla de Java, 35. 28034 Madrid.
- IECA**.—José Abascal, 53-2º. 28003 Madrid.
- INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA CONSTRUCCIÓN EDUARDO TORROJA**.—Serrano  
Galvache, s/n. 28033 Madrid.
- INSTITUTO TÉCNICO DE LA CONSTRUCCIÓN**.—Avda. de Elche, 164. 03008 Alicante.
- INTEINCO**.—Serrano, 85. 28006 Madrid.
- INTEMAC**.—Monte Esquinza, 30. 28010 Madrid.
- NECSO. Entrecanales Cubiertas, S.A.**—Avda. Europa, 18. Parque Empresarial La Moraleja.  
28108 Alcobendas (Madrid).
- PRAINSA**.—Madrazo, 86 - Entlo. 1º. 08021 Barcelona.
- S.G.S. TECNOS, S.A.**—C/Trespaderne, 29. 28042 Madrid

### MIEMBROS PROTECTORES

- ALVI, S.A.**—Orense, 10. 28020 Madrid.
- ARMACENTRO, S.A.**—Ctra. Alcalá a Carmama, Km. 4.900. 28816 Camarma de Esteruelas (Madrid)
- ARPO EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.**—Avda. de la Innovación, s/n. Edificio Espacio, planta  
3.º, mód. 4-7. 41020 Sevilla.
- ASOCIACIÓN ESPAÑOLA DE FABRICANTES DE ARMADURAS PASIVAS CERTIFICADAS  
PARA HORMIGÓN (AEFACER)**.—C/ Cañada Real de las Merinas, 18. Avda. Eisenhower, Edif.  
1 - of.2 - 3. 28042 Madrid.

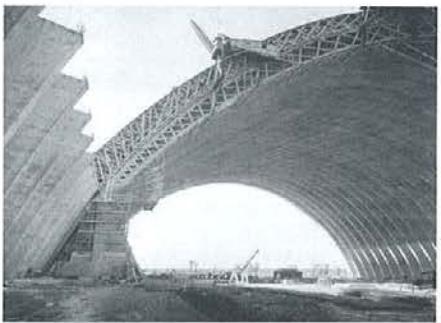


Foto de portada:  
Hangares de Orly en Construcción,  
1923. Eugène Freyssinet

EDITAN:



Declarada de utilidad  
pública con fecha 4-3-77

Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja (C.S.I.C.)

Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid.

COMITÉ DE REDACCIÓN:

Director:  
APARICIO BENGOCHEA, Ángel C.

Miembros del comité:  
AGUADO DE CEA, Antonio  
ARRIETA TORREALBA, José M.  
ASTIZ SUÁREZ, Miguel Ángel  
BARBAT BARBAT, Alex H.  
BURÓN MAESTRO, Manuel  
CUVILLO JIMÉNEZ, Ramón del  
FERNÁNDEZ GÓMEZ, Jaime  
GÁLVEZ RUIZ, Jaime  
LÓPEZ PALANCO, Rafael  
LLOMBART JAQUES, José Antonio  
MARTÍNEZ CALZÓN, Julio  
MILLANES MATO, Francisco  
MORÁN CABRÉ, Francisco  
ORTEGA BASAGOITI, Luis  
PÉREZ-FADÓN MARTÍNEZ, Santiago  
RIOLL GARCÍA-MANSILLA, Javier  
RODRÍGUEZ SANTIAGO, Jesús  
SIEGRIST FERNÁNDEZ, Carlos  
VILLAR LUENGO, José M<sup>o</sup> de

La Asociación, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, no se hace responsable del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocine su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

**Hormigón y Acero:**  
Serrano Galvache, s/n - 28033 Madrid

Tel.: 91 766 07 03

Fax: 91 766 26 00

Depósito Legal: M-853-1958

ISBN: 0439-5689

Diseño: María del Pozo

Imprime: Tresal Impresores, S.A.L.

# HORMIGÓN y acero

SERVICIO DE ESTUDIOS  
ESPECIALES

CARTA DEL PRESIDENTE .....	3
CARTA DEL DIRECTOR .....	4

ARTÍCULO CENTRAL

El hormigón amado .....	5-26
<i>Loved Concrete</i> <i>J. Rui-Wamba Martija</i>	

INVESTIGACIONES Y ESTUDIOS

Monitorización avanzada de estructuras reparadas con materiales compuestos .....	27-37
<i>Advanced monitoring of fiber plastic reinforced structures</i> <i>J. R. Casas, S. Díaz-Carrillo, G. Ramos, J. A. Güemes y A. C. Aparicio</i>	

Ductilidad y predictibilidad en secciones de hormigón armado .....	39-42
<i>Ductility and predictability in reinforced concrete sections</i> <i>L. Puigdomènech Franquesa</i>	

Modelo de comportamiento en servicio para estructuras reticulares de hormigón. Parte I: Descripción del modelo y ejemplos de aplicación .....	43-53
<i>Serviceability model for concrete frames Part I: Description of the model and applications examples</i> <i>Ll. Torres, X. Cahis, F. López Almansa y L. Bozzo</i>	

Modelo de comportamiento en servicio para estructuras reticulares de hormigón. Parte II: Diagrama tensión-deformación para elementos fisurados a flexión .....	55-65
<i>Serviceability model for concrete frames Part II: Stress-strain diagram for cracked flexural members</i> <i>Ll. Torres, X. Cahis, F. López Almansa y L. Bozzo</i>	

Diagramas de dimensionamiento en flexión para secciones de hormigón <i>Reinforcement sizing diagrams for concrete beams and columns</i> <i>E. Hernández Montes, L. M. Gil Martín y J. A. López Aragón</i>	67-74
---	-------

Estudio y comparación de diferentes métodos de cálculo para el análisis de redistribuciones a nivel de sección y estructura debidas a deformaciones diferidas en el hormigón .....	75-88
<i>Study and comparision of different methods for evaluating the structural effects of creep and shrinkage</i> <i>M. Fernández Ruiz</i>	

La probeta compacta con doble entalla (PCDE) para el estudio de la rotura del hormigón por tensiones tangenciales: Estudio experimental <i>The double-edge notched specimen (DNES) applied to study the fracture of concrete under shear loading: Experimental approach</i> <i>D. A. Cendón Franco, J. C. Gálvez Ruiz y M. Elices Calafat</i>	89-102
---	--------

OPINIÓN Y DEBATE

Propuesta práctica operativa para la evaluación del término $V_{cu}$ del cortante en los nervios de los forjados planos .....	103-112
<i>A practical operative proposal for the evaluation of the term <math>V_{cu}</math> shear strength of flat-slab ribs</i> <i>F. Regalado</i>	

Una formulación práctica y segura del punzonamiento en las losas de hormigón armado suficientemente ajustadas a su comportamiento real .....	113-119
<i>A practical and safe formulation of the analysis of punching shear of slabs sufficiently adapted to their actual behaviour</i> <i>F. Regalado</i>	

RINCÓN DE ACHE

Grupo General de Trabajo GGT3 .....	121-122
-------------------------------------	---------



## El cemento da un Giro Natural

Respiramos seguros porque mantenemos el aire limpio.

Descansamos tranquilos porque sabemos que allí dónde hay una cantera, mañana habrá un gran bosque.

Avanzamos sin miedo porque sabemos que al reciclar residuos de otros estamos ofreciendo a la tierra y a todos un futuro. **Damos un giro Natural.**



## Hugo Corres Peiretti

### Presidente de Ache

Constituido el nuevo Consejo de ACHE –más bien renovado parcialmente, como prescriben los Estatutos– tras las elecciones celebradas durante el II Congreso de nuestra asociación, se ha configurado un nuevo equipo de dirección que me honra en presidir.

Si ya es un premio ser miembro del Consejo de ACHE, por elección de los miembros de la asociación, ser su presidente representa un extraordinario honor que no puede sino llenarme de satisfacción, aunque comporte una indiscutible responsabilidad que asumo con la voluntad de ser digno sucesor de tan distinguidos colegas. Así, confieso que me abruma pensar que fundó esta asociación nada menos que D. Eduardo Torroja y que tomo el relevo nada menos que de Pepe Calavera, con tantas figuras ilustres de por medio que han presidido GEHO y ATEP, cuya fusión dio lugar a ACHE.

En esta nueva singladura de la asociación me acompañan el propio Pepe Calavera y Fernando Rodríguez, como vicepresidentes primero y segundo respectivamente, Enrique González Valle, José Antonio Torroja, Florencio J. del Pozo, Ángel Carlos Aparicio, como Consejeros que permanecen, y Javier Asencio, José Manuel Gállego, Juan Carlos López Agüi y Julio Martínez Calzón, como Consejeros recientemente elegidos. Se incorpora al equipo, además, Elvira Sánchez, como nueva Secretaria de la asociación. Quisiera destacar el hecho de que en la composición del Consejo se encuentran reconocidos representantes de la administración, universitarios, de las empresas constructoras, suministradores de materiales y de las empresas consultoras. Creo sinceramente que esa circunstancia permitirá hacer del Consejo un crisol del que nacerán, estoy seguro, iniciativas de interés para los asociados y, en general, para el sector de la construcción, que tendrán el valor añadido de haber pasado por las manos de un equipo con amplia y diversa experiencia.

Quiero ahora expresar el agradecimiento del Consejo y el mío propio, a los Consejeros saliente, Álvaro García Meseguer, Antonio Marí, Santiago Pérez-Fadón, Manolo Julià y Javier León, y al Secretario anterior, Juan Carlos Arroyo, por la dedicación y esfuerzos dedicados a la asociación. Sinceramente gracias.

Una simple mirada a la historia de ACHE, prolongación de la de sus predecesoras ATEP y GEHO, permite comprobar que está repleta de aportaciones del más alto nivel en el ámbito del hormigón estructural. Ello es reflejo del importante y reconocido nivel técnico de los profesionales españoles en esta parcela de la ingeniería estructural, pero eso no explica automáticamente el hecho, también cierto, de que la asociación –declarada de “utilidad pública” en 1977– haya cobrado en los últimos años nuevos y renovados bríos. Esa relación de causa-efecto, entre el buen nivel de la asociación y el de los técnicos, no se explicaría si no existiese, al mismo tiempo, una decidida voluntad de poner en común conocimientos y experiencias al servicio del mejor hacer. Debe recordarse que los integrantes del Consejo, de las Comisiones, del Comité de Redacción de la Revista Hormigón y Acero, de los Grupos de Trabajo, así como todos los que, de muchas formas, colaboran con la asociación actúan de manera altruista, aportando de sí tiempo y energías que salen de sí mismos y, no es menos cierto, de sus familias y centros de trabajo. A todos ellos deben la asociación y, por qué no decirlo, la sociedad misma, un reconocimiento por su trabajo solidario y generoso, aspectos éstos muy elogiables, por fortuna, en estos tiempos de guerras e incertidumbres.

Al hilo de esa reflexión no quisiera dejar de hacer referencia a la vocación, que debemos mantener y renovar, de dar a conocer en qué medida ACHE contribuye a la sociedad a la que sirve. No es tarea fácil porque, seamos sinceros, no parece probable que del hormigón sea posible arrancar oleadas de entusiasmo popular, ni “best-sellers”, ni modas asequibles a la ciudadanía que, da la impresión, ve en este material –casi con independencia de lo útil y muchas veces bello que se haga con él– algo inerte, frío, desprovisto del más mínimo atractivo. Creo que este objetivo debe afianzarse en la línea de difundir todos aquellos aspectos que el maestro Javier Rui-Wamba destacó en su deliciosa conferencia inaugural del II Congreso de ACHE, en noviembre de 2002, que se publica en este número.

El futuro se presenta lleno de retos: los planes de infraestructuras que tanto han estimulado la obra civil en los últimos años, la entrada en vigor de la Ley de la Edificación, los nuevos materiales (hormigones de altas prestaciones, autocompactables, los materiales compuestos, etc.), el papel de la prefabricación, los nuevos sistemas y medios de construcción, los planes de estudios, la revisión de la normativa nacional (próxima Instrucción EHE) e internacional (próximos Eurocódigos 2 y 4 y la elaboración de un nuevo Model-Code), la intervención en el patrimonio construido, como consecuencia de políticas de mantenimiento, etc. A responder a todos esos desafíos está llamada nuestra asociación y todos los que la integramos. Desde esta revista, que ha sido el estandarte de ACHE y uno de los elementos máspreciados de la asociación os convoco para participar en esta fascinante tarea.



Marzo de 2003

Querido lector:

Habráis observado que el presente número, el 227, sale a la luz en la fecha prevista, el primer trimestre del 2003. Los cuatro números pendientes del años 2002 los cerraremos con un número monográfico de extraordinario interés, que ya está en marcha, y pronto verá la luz. Esta solución, que es un mandato del Consejo de ACHE, nos permitirá recuperar el retraso endémico de la revista motivado por la carencia de originales para los números ordinarios.

En el comité de redacción de Hormigón y Acero hemos discutido mucho sobre el particular. ¿Cómo es posible que, en un momento tan dulce para el hormigón estructural como el que está viviendo el país en estos momentos, no existan más artículos originales sobre Realizaciones que, por otra parte, todos sabemos que son cada vez más interesantes y mejores? ¿Escriben menos nuestros asociados? ¿Escriben lo mismo, pero hay más foros para publicar?

En una tarde de domingo lluvioso he realizado un pequeño conteo sobre los artículos publicados por una de nuestras asociaciones madre, ATEP, en el trienio de hace diez años –en un momento también muy dulce para el sector de la construcción– y los artículos publicados en el último trienio por ACHE en diversos cauces, no sólo en la revista Hormigón y Acero sino, también, en las Memorias de las jornadas o congresos organizados por nuestra asociación y celebrados durante el trienio. Salvo error u omisión, los resultados se presentan seguidamente:

Trienios	Número de artículos originales en HyA	Número de artículos en HyA provenientes de comunicaciones de la Asamblea anterior	Número de ponencias escritas en las Memorias del Congreso Trianual	Número de ponencias escritas en Memorias de otros congresos o jornadas	Número total de artículos escritos en el trienio
1990-1992	72	81	0	0	153
2000-2002	107	0	233	96	436

El análisis de la tabla anterior es contundente: hace diez años no se editaban las actas del congreso trienal y el cincuenta y tres por ciento de los artículos de la revista durante el trienio provenía de las comunicaciones presentadas en la anterior Asamblea. Actualmente, y en medios de difusión de la asociación, nuestros asociados publican casi tres veces más y presentan casi un cincuenta por ciento más de artículos originales a la revista pero, a pesar de lo cual, no se cubre el cupo necesario para mantener el ritmo tradicional. El Consejo de nuestra asociación y el Comité de Redacción estamos obligados a diseñar una nueva política de publicaciones, en la que los libros y monografías deberán ser también considerados.

En cualquier caso, el futuro es muy esperanzador, por el notable incremento de textos escritos publicados por ACHE que permiten la difusión entre los asociados de los nuevos conocimientos y experiencias que se van adquiriendo sobre el hormigón estructural, al tiempo que constituyen un vehículo fundamental de transmisión del conocimiento a las nuevas generaciones de ingenieros y arquitectos.

Ángel C. Aparicio

Texto de la Conferencia inaugural del  
**II Congreso Nacional de puentes y estructuras de edificación**  
Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructural. ACHE  
Madrid, 11 de noviembre de 2002

## El hormigón amado

Javier Rui-Wamba Martija

Presidente de Esteyco

Miembro de la Academia de Ingeniería

Académico Correspondiente de la Real de Bellas Artes de San Fernando

Text of the inaugural Conference of the

## II National Conferences on Bridges and Structures

ACHE-Scientific/Technical Association for Structural Concrete

Madrid, 11 de noviembre de 2002

## Loved Concrete\*

Javier Rui-Wamba Martija

President, Esteyco

Member, Academy of Engineering

Corresponding member, Royal Academy of Fine Arts of San Fernando

\* The original Spanish title plays with the words “reinforced” (armado) and “loved” (amado)

### 1. PREÁMBULO

Los tradicionales Congresos de Puentes y Estructuras a los que nos suele convocar la ACHE —matrimonio primero de hecho y ahora también de derecho de la ATEP y del GEHO—, han sido, son y serán el espacio físico e intelectual en el que cada tres años nos reencontramos quienes dedicamos nuestra vida profesional a concebir, proyectar, construir y mantener estructuras o a estudiarlas, comprenderlas e investigar su pasado, presente y futuro. Con trianual frecuencia nos solemos reunir para mostrar, debatir y disseminar lo mejor de los frutos estructurales que hemos cosechado en el anterior trienio. Los congresos de la ACHE son, por ello, como un festivo mercado, con puestos de variadas mercancías, cuidadosamente seleccionadas y seductoramente presentadas, que nos estimulan a todos y en los que se nos anima a que cada vez tratemos de hacer mejores y más valiosas estructuras, y contribuyamos con nuestros frutos estructurales a mostrar y demostrar que la Ingeniería española tiene un nivel muy elevado. Y lo tiene precisamente porque no hay una Ingeniería estructural española. Porque la Ingeniería no conoce fronteras políticas y desde hace

tiempo somos una Comunidad universal donde hablamos el mismo idioma y utilizamos análogas metodologías, procedimientos y materiales. Pero la universalidad de nuestras tecnologías y de nuestra ciencia estructural no está reñida con lo local. Porque una característica inequívoca de la Ingeniería estructural es que brota del suelo, de un territorio concreto, en un solar determinado sobre el que es más natural que intervengan, en la mayoría de los casos, profesionales con proximidad geográfica. El mantra “Pensar globalmente, actuar localmente”, ha sido, y será siempre plenamente aplicable al mundo de la Arquitectura y de la Ingeniería Civil. Con excepciones, naturalmente. Pero si los aviones, barcos o los teléfonos móviles —citados a modo de ejemplo— se construyen en pocos sitios y se utilizan en muchísimos más, la construcción en la gran mayoría de los casos nace donde va a vivir y vive donde, un día lejano, dejará de hacerlo.

Los congresos de la ACHE, antes de la ATEP y luego de la ATEP y del GEHO, son también historia viva de la Ingeniería estructural española. No creo que, desde que se celebró el primer Congreso en Madrid, hace cerca de 50

### 1. PREAMBLE

*The traditional Conferences on Bridges and Structures to which ACHE summons us (ACHE being a marriage, first de facto and then de jure of ATEP and GEHO) have been, are and will remain a physical and intellectual space for the encounters, every three years, of those of us who dedicate our professional lives to conceiving, designing, building and maintaining structures; or to studying, understanding and investigating their past, present and future. Every three years we gather to show, debate and disseminate the structural fruits harvested in recent years. The ACHE Conferences are hence like a Sunday market, with stands offering varied merchandise, carefully selected and seductively presented, stimulating and enticing all of us to try and create better structures, to contribute our structural fruits to show and prove the high level of Spanish engineering. And that level is high precisely because there is no such thing as Spanish structural engineering. Because engineering does not recognise political boundaries and, since long ago, we are already a universal community, talking the same language, using similar*

methodologies, procedures and materials. But the universality of our technology is no obstacle for local traits. An obvious characteristic of structures is that they grow from the ground, in a specific terrain, within a given plot, with which the participating professionals will, more often than not, maintain geographical proximity. The motto "think globally, act locally" has been and will always be fully applicable to the world of architects and civil engineers. With exceptions, of course. But unlike planes, ships and mobile telephones, which are built in a few places and used in many more, in the greatest majority of instances constructions are born where they will live; and live where, in the distant future, will one day die.

The ACHE Conferences, once ATEP and then ATEP-GEHO Conferences, are also living history of Spanish structural engineering. Since their inception over 50 years ago, no notable professional or significant work have been permanently absent from them. All our professors, all major construction works, the main construction firms, the more prestigious consultants, Schools and Universities, professional bodies, specialised firms, they have all participated at some point. The analysis of the documentation accumulated at these Conferences could be used to track the evolution of structural engineering, the successive generational takeovers, the priorities and concerns at each point, some of which still remain while some were superseded by others which, in due course, no longer required attention themselves.

## 2. EPIPHANY OF CONCRETE

*This text aims to be an homage to concrete and, in a way, also an apology. Over the last few decades, an image of unchecked, geocentric development has been often associated to concrete. Not fully without reason, for concrete is almost always discretely present in the constructions on which the development of society is based and, at times, without intending it, it becomes the main visual character of that development. And there are some who radically oppose the orientation of that development and many of us –should be all, but is not– who question it (Figures 1 and 2). The former coin slogans that develop into headlines and become cast into immature brains, with harmful automatism. These are modern and deplorable missionaries spreading new dogmatic religions. Actually, they are schisms born, like others were, as a reaction against powerful and corrupt religions that, by controlling the economy and communications, try to enslave us.*

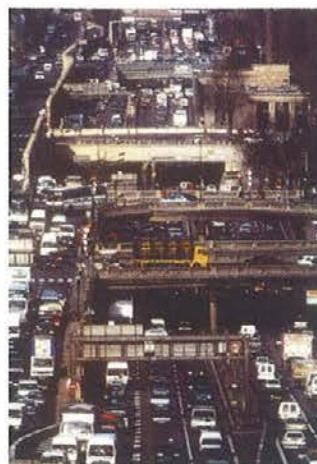
*We must be aware that our activity is not neutral: it may be beneficial and it may not. Concrete should not be overused. Cement production causes considerable CO<sub>2</sub> emissions, significantly contributing to the worrying consequences of the climate changes that we are starting to perceive. The world consumes annually about 1.5 billion tons of cement, 10 billion tons of aggregate and about 1 billion m<sup>3</sup> of water –drinkable water, because concrete is very demanding– in the production of concrete. The water corresponds to that drunk by 1 billion people. Not less. Some food for thought.*

años, haya ningún profesional destacado ni obra significativa alguna que no haya estado presente en alguno de ellos. Todos nuestros maestros, todas las grandes construcciones, las grandes constructoras, las más prestigiosas ingenierías, las Escuelas y Universidades, organizaciones profesionales y esenciales empresas especializadas, han participado en alguna ocasión. El análisis de la documentación acumulada en los Congresos podría dar idea cabal de la evolución de la Ingeniería estructural española, de los relevos generacionales que se han producido, de la priorización de preocupaciones del momento, de las que algunas perduran y otras se van olvidando desbancadas por otras diferentes que, a su vez, con el tiempo se dan por solventadas.

## 2. EPIFANÍA DEL HORMIGÓN

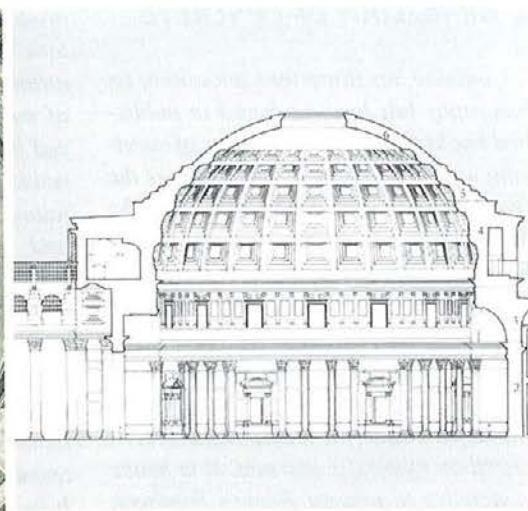
Este texto pretende ser un homenaje al hormigón y, en cierto modo, también, un desagravio. En las últimas décadas la imagen del desarrollismo incontrolado y egoísta se ha asociado con frecuencia al hormigón. No sin motivo, porque el hormigón está casi siempre discretamente presente en las construcciones que cimentan el desarrollo de la Sociedad y, en ocasiones, sin desecharlo, es protagonista visual de dicho desarrollo. Y los hay que repudian visceralmente la orientación de dicho desarrollo y somos numerosos, y deberíamos ser todos –pero no lo somos– los que la cuestionamos (Figs. 1 y 2). Los primeros acuñan consignas que convertidas en titulares de prensa se imprimen en cerebros inmaduros, con un automatismo pernicioso. Formas modernas y deplorables de proselitismo de nuevas religiones dogmáticas. Que son, por otra parte, cismas que nacen –como nacieron otros– a modo de reacción frente a religiones poderosas y corruptas, que dominando la economía y las comunicaciones nos quieren esclavizar a todos.

Debemos ser conscientes de que nuestra actividad no es neutral y que puede resultar beneficiosa o puede no serlo. No hay que abusar del hormigón. La fabricación de cemento genera importantes emisiones de CO<sub>2</sub>, que contribuyen a los preocupantes cambios climáticos que se están produciendo. En el mundo se consumen anualmente del



Figuras 1 y 2  
Figures 1 and 2





Figuras 3 y 4  
Figures 3 and 4

orden de 1.500 millones de toneladas de cemento, 10.000 millones de toneladas de árido y unos 1.000 millones de metros cúbicos de agua –potable, que el hormigón es muy exigente– en la producción de hormigones. ¡Es el volumen de agua que beben cada año 1.000 millones de personas! Todo un motivo de reflexión.

Para los críticos, el hormigón es el enemigo. Para los poderosos, un mal necesario. Y para nosotros –quienes lo conocemos, lo concebimos, lo creamos, lo mimamos– un material esencial de modestos y universales orígenes, aunque noble e imprescindible. Un veterano, con más de cien años de vida, que rejuvenece cada día al volver a hacerse realidad. Que ha evolucionado a mejor y continuará haciéndolo. Con un árbol genealógico –que tiene raíces romanas y aun anteriores– al que cada primavera estructural le nacen nuevos brotes y que hoy ya ofrece una extraordinaria gama de posibilidades que, todas ellas, siendo tantas y tan variadas, se ocultan bajo el común y rotundo nombre de hormigón, que es denominación de origen y que implícitamente lleva grabado en su escudo familiar el lema: “Nacido para resistir y perdurar”.

### 3. GENEALOGÍA DEL HORMIGÓN

El hormigón tiene ilustres antepasados. Su biografía ha quedado recogida en libros publicados y en las huellas de artefactos construidos y preservados.

Vitruvio fue el primer historiador del hormigón (Fig. 3), y nos transmitió la forma en que los romanos utilizaban habitualmente morteros con cementos obtenidos por mezcla de calizas y puzolanas pulverizadas que provenían de las canteras de Puzzoli. Los romanos, grandes constructores, nos han dejado maravillosas obras, en las que los grandes bloques de piedra asientan sobre morteros hidráulicos. Es, por ello, tradicional representar el Panteón de Roma (Fig. 4) como obra emblemática que representa el progreso de la ingeniería romana en el uso de materiales, en los procedimientos de construcción y en el conocimiento experimental e intuitivo de las leyes que gobiernan la estabilidad de las construcciones. Muchos cientos de años antes de que Galileo, Newton y muchos otros las formulasen.

Los bárbaros del Norte, que acabaron por destruir el Imperio Romano sin construir otro en su lugar (destruir siempre ha sido más sencillo y más rápido que construir), arrasaron infraestructuras intelectuales, y la oscuridad medieval no propició progresos en la construcción. El Renacimiento dio paso a la Ilustración y el afán por saber, tanto tiempo aletargado, brotó con ímpetu.

Hacia 1759, John Smeaton construye la tercera versión del problemático, Faro de Eddystone (Fig. 6). Para ello, calentando en horno diferentes mezclas de calizas y arcilla, logra producir una cal hidráulica, antecesora de los cementos artificiales modernos. La alquimia se hizo luego ciencia, cuando Louis Vicat (1786-1861) (Fig. 5), siendo ingeniero

*For its critics, concrete is the enemy. For the powerful, a necessary evil. And for us who know, conceive, create and pamper it – an essential material of modest and universal origin, but noble and essential; a veteran, aged over a century, but rejuvenating again every day as it becomes reality. A material that has changed for the better and will continue to do it. With a family tree –stemming from Roman and even older roots– in which each structural spring season pushes new shoots and today already offers an extraordinary range of possibilities; all of them, being so numerous and varied, are hidden under the common and robust name of concrete, denomination of origin that implicitly carries, inside the family crest, the motto: “Born to resist and last”.*

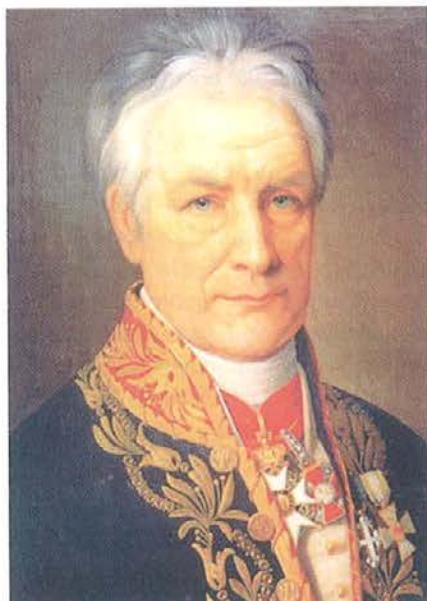


Figura 5  
Figure 5

### 3. GENEALOGY OF CONCRETE

Concrete has illustrious ancestors. Its biography has been gathered in published books and in the memories of surviving works built with it. Vitruvio was the first historian of concrete (figure 3); he transmitted to us the way in which Romans often employed mortars with a cement obtained by mixing limestone and pozzolan powders, the latter from the Puzzoli quarries. The Romans were great builders and left us marvellous works, in which the large stone blocks rested on hydraulic mortars. It is hence customary to present Rome's Pantheon (figure 4) as an emblematic work, a symbol of Roman engineering progress in respect of materials, construction procedures, and empirical and intuitive knowledge of the laws governing the stability of constructions. And this, almost two thousand years before Galileo, Newton and others provided formulations and explanations.

The Northern Barbarians destroyed the Roman Empire without building another one to replace it (destroying is always faster and simpler than building). They razed to the ground the intellectual infrastructure, and medieval darkness did not promote progress in construction. The Renaissance gave entry to the Enlightenment; and the eagerness to know, numbed for so long, rushed back.

Towards 1759 John Smeaton built the third version of the troublesome Eddystone Lighthouse (figure 6). For this purpose, baking various mixtures of limestone and clay, he managed to make hydraulic lime, the ancestor of modern cement.

Eventually, alchemy became science when Louis Vicat (1786-1861) (figure 5), first engineer and then professor and researcher at the École de Ponts et Chaussées in Paris, having studied what was known to apply it in the construction of the Souillac bridge on the Dordogne, invented a procedure for producing artificial cement; he published his discovery in 1818, thus making it widely available.

Its use extended rapidly. The first cement quarries were born. Enhancements were incorporated, procedures improved. By 1850, the annual cement

production in France reached 150,000 tons. Before the end of the century, it attained 3 million. These were the years of mass concrete, increasingly employed in the construction of public works: roads, ports, sewage works, canals, foundations. Concrete, a continuous and mouldable artificial stone, was favourably competing with the natural one. For the Suez Canal, Lesseps used extensively the Lafarge cements, which added thrust to extending and diversifying its use. But mass concrete, an artificial stone, lacked the ability to resist tension, just like its natural predecessor. It lacked muscles, was stubborn but not tough. Like the natural stone, which stonemasons had learnt to tickle in order to divide it at will with only little effort.

Allow me a parenthesis to recall that journalists are neither stonemasons nor engineers. Otherwise they would not have written the following delightful paragraph, published in a well-known Madrid newspaper, upon collapse of a segment of an acoustic barrier in one of the city motorways:

"Winds of 100 km/h, such as those experienced last weekend, are neither normal nor expected in Madrid. What was observed was that the barrier concrete behaves well in compression but not in tension", sources of the Environmental Agency explained.

antes que profesor e investigador de la École de Ponts de Chaussées de París, tras estudiar todo lo que se sabía para aplicarlo a la construcción del puente de Douillac en Le Dordogne, del que era responsable, tuvo que inventar el procedimiento para producir cemento artificial, publicando su descubrimiento en 1818 y poniéndolo, al hacerlo, a disposición de todos.

Enseguida se extiende su uso. Se crean las primeras cementeras y se mejoran continuamente los procedimientos de fabricación. En 1850 la producción de cemento en Francia alcanza las 150.000 toneladas. Antes de acabar el siglo supera los tres millones. Son los años del hormigón en masa, utilizado crecientemente en la construcción de obras públicas: carreteras, obras marítimas, saneamientos, canales, cimentaciones. El hormigón, la piedra artificial continua y moldeable, compite ventajosamente con la piedra natural. Para la construcción del Canal de Suez, Lesseps utilizó profusamente los cementos de las fábricas de Lafarge, lo que impulsó su utilización cada vez más frecuente y en aplicaciones más variadas. El hormigón en masa, que es piedra artificial, carecía, como su ilustre y natural predecesora, de la capacidad para resistir tracciones. Carecía de músculos. Era un material testarudo, pero no tenaz. Igual que la piedra natural, lo que apro-

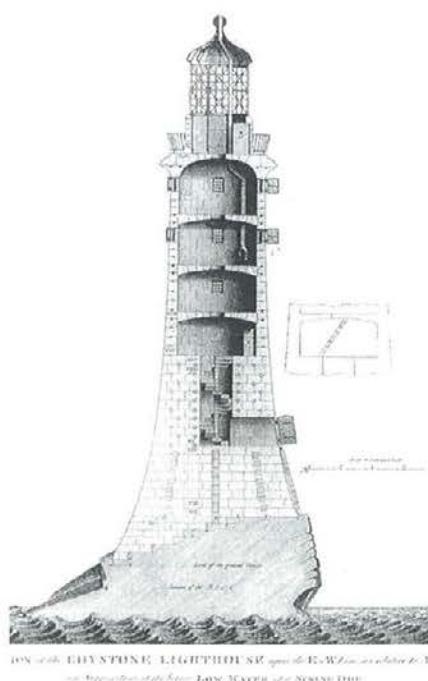


Figura 6  
Figure 6



vechaban los canteros para buscarle las cosquillas y, con sutileza pero sin grandes esfuerzos, trocearla a su antojo.

Permítaseme al llegar a este punto, abrir un paréntesis para recordar que los periodistas no son canteros ni ingenieros. En otro caso, no se habría publicado el delicioso párrafo —que transcribo— en un importante periódico nacional, con motivo de la caída de una pantallas antirruído colocadas al borde de una de las autopistas madrileñas:

*"No son normales ni previsibles en Madrid vientos de 100 kilómetros por hora como los que se produjeron ese fin de semana, y lo que se ha observado es que el hormigón con el que se hizo el muro actúa bien por compresión, pero no por tracción", explicaron fuentes de la Agencia del Medio Ambiente. Ésta ha comprobado que otra pantalla acústica de prueba, elaborada con materiales metálicos, junto a la que ahora está en el suelo, sí aguantó el temporal."*

Este evidente inconveniente —la incapacidad para resistir tracciones— que limitaba la aplicabilidad del nuevo material, alentó el interés económico e intelectual de artesanos e ingenieros. En 1855 Lambot, un guarda rural, patenta un sistema de armado del hormigón con el que había construido, en 1848, una barca que fue una de las joyas de la Exposición Universal de París de 1855. Otros también había intuido las posibilidades de armar el hormigón para dotarlo de capacidad a tracción y, por

tanto, a flexión, cortante o torsión. El jardinero Monier logró construir un tiesto de cemento armado para reducir las frecuentes roturas de los cerámicos, lo que hace que hoy le recordemos y no precisamente por las flores –seguro que muy bellas– que cultivaba.

La ley sobre la propiedad intelectual que se promulgó en Francia por entonces, excitó el deseo de patentar y surgieron diferentes métodos de armado del hormigón. A partir de 1867, Monier invade la oficina de patentes con solicitudes diversas y con una eficaz política comercial consigue extender el uso por Europa del Sistema "Monierbau". Los nombres de Coignet, Wais y otros van surgiendo. Coignet padre publicó, en 1861, un voluminoso libro, tal vez el primero específico sobre el hormigón en masa: "Bétons aglomerés appliqués à l'art de construire". En él recogía todos los conocimientos que se tenían por entonces y su rica, aunque insuficiente experiencia. Hubo algunas notorias decepciones, como fue la degradación de un hormigón mal dosificado, utilizado en una obra marítima a la vista del Emperador francés, al que habían invitado a visitar la obra. También él y su régimen estaban en proceso acelerado de descomposición, pero no percibieron el mensaje.

Cuando el extraordinario siglo xix fue relevado por el que iba a ser el siglo más sangriento de la Historia, se habían depositado más de 200 patentes (Fig. 7) en relación con el hormigón, lo que, entre otras cosas, ponía de manifiesto que aún no se comprendía el material ni

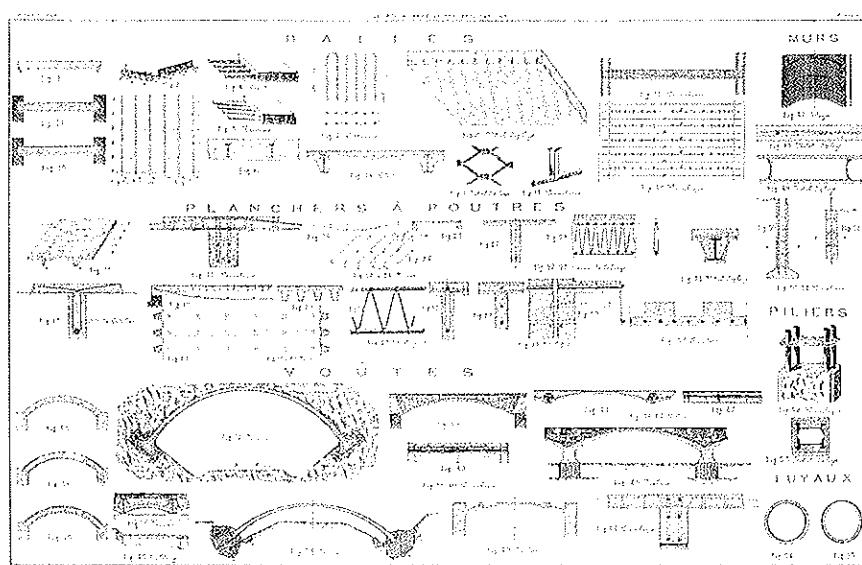


Figura 7  
*Figure 7*

*It was verified that another acoustic barrier, made of steel and located next to the failed one, survived the storm.*

This evident drawback—the inability to resist tension—limited the applicability of the new material and fuelled the financial and intellectual interest of craftsmen and engineers. In 1855 Lambot, a rural guard, patented a system for reinforcing concrete with which he built a boat in 1848, a boat that must have been one of the gems of the Paris World Exhibition in 1855. Others had also guessed the advantages of reinforcing concrete to provide it with tensile? and thereby bending, shear and torsional? capacity. Monier, a gardener, managed to make a flower pot using reinforced concrete, in an effort to avoid the recurrent failures of ceramic pots; our memories of him are now owed to his pot, more than to the flowers, beautiful no doubt, that he cultivated.

The intellectual property law promulgated in France around that time whetted the eagerness to patent and various methods for reinforcing concrete were developed. Starting in 1867, Monier invaded the patent office with applications; an effective commercial strategy extended the Monier system around Europe. More names, like Coignet, Wais and others, appear: Coignet Sr published a considerable volume in 1861, perhaps the first one specifically dealing with mass concrete: "Bétons agglomérés appliqués à l'art de construire". He gathered there all the current knowledge, together with his rich, though insufficient, experience. Some notorious disappointments also occurred, like the degradation of the concrete used in a port while the Emperor visited the works. In fact, the Emperor and his regime were themselves undergoing an accelerated degradation process, but they did not get the hint.

When the extraordinary 19<sup>th</sup> century passed the baton to the one destined to be the bloodiest in history, over 200 concrete patents (figure 7) had been filed which, among other things, clearly manifested that the material was not yet understood and could not be used rationally and efficiently. The eagerness to patent and to monopolize knowledge slowed rather than accelerated the generalisation, geographical and functional, of the new material.

*A man became legend when he managed to make compatible the secrecy of his knowledge (and of others) with its commercialisation: François Hennebique (1842-1921). He was born somewhere in the France-Belgium border in a family of peasants; he became a bricklayer and at 25 created his own construction firm, specialising in the restoration of churches. His presumable understanding of wooden structures must have contributed to his interest in reinforced concrete, where support structures and formwork were essential. His commercial intuition led him to develop an innovative system, today known as franchising. Franchised companies proliferated, building reinforced concrete structures that rapidly spread about the world. The reference to the works being constructed in France provided guarantees and stimulated the widespread use of a yet insufficiently known material, but which was tolerant with ignorance. A material that had been born with perhaps too many attentions from the assisting midwife but for which, little by little, scientists and engineers were developing an interest, investigating its insides, analysing its behaviour? pathologic at times? and creating calculation models, simple but effective, based on the elasticity theories developed in the 18<sup>th</sup> and 19<sup>th</sup> centuries and already extensively applied in the extraordinary metallic structures born with the Industrial Revolution and in the railways, which started to draw a new geometry of the world.*

*Initially, for competing with the metallic structures dominating 19<sup>th</sup> century construction, Hennebique stressed the fire resistance of concrete (figure 8), as well as a number of other more or less bizarre qualities that he listed in his brochures and advertisements. Later, he attracted a Swiss engineer to his company, Mollins, who provided technical credibility to Hennebique's materials and methods, carrying out load tests for this purpose in front of a reputed tribunal of Swiss Railways engineers.*

*Thus, by 1898, reinforced concrete bridges could compete with the more traditional metallic bridges in public procurement contracts. The great Ritter was also interested in reinforced concrete and his technical authority added confidence in the material that was being born. Switzerland became an essential country because of the importance of the public and private works built with reinforced concrete, confirming its structural and cost characteristics. Times were favourable because cheap labour was abundant, the cement industry was consolidating, aggregate and water were easily available and the old steel was showing its limitations: delays and uncertainties in supply, corrosion, fatigue and intolerance to fire.*

*Hennebique's commercial genius led him to create the magazine "Le Béton Armé" (figure 9) to air his achievements while avoiding to disseminate knowledge among his increasingly numerous competitors. Professional secrecy was strictly demanded from his collaborators and franchised companies. He was selling knowledge and the parent company was truly an engineering firm (figure 10) ?slide rules, drawing boards with meticulous draughtsmen, drawings and handwritten calculations, photographs of works on the walls? where innumerable and varied structures were designed, to be built by others in very diverse geographical environments. It is interesting to note that Eugenio Rivera, the civil engineer who introduced reinforced concrete in Spain and who designed (earlier, although it was built only in 1900) the wonderful metal arch of the Pino Viaduct (figure 11), appeared as an editor in the magazine; also, his company, later to become Hidrocivil, had a franchise from Hennebique. And that Fran-*

se podía utilizar con racionalidad y eficiencia. El afán por patentar y monopolizar conocimientos fue más freno que estímulo para la universalización, geográfica y funcional, del nuevo material.

Un personaje que se ha hecho leyenda al saber compaginar los secretos de su saber (y el de los demás) con su comercialización, fue François Hennebique (1842-1921). Nacido en algún lugar fronterizo entre Francia y Bélgica, de un matrimonio campesino, se hizo albañil y a los 25 años creó su empresa constructora, especializada en la restauración de Iglesias. Su previsible dominio de las estructuras de madera debió de contribuir a su interés por el hormigón armado, para el que cimbras y encofrados resultaban imprescindible. Su sentido comercial le llevó a crear un sistema innovador, que hoy denominaríamos franquicias. Proliferaron en muchos países empresas franquiciadas que construían estructuras de hormigón armado y las diseminaron muy rápidamente por todo el mundo. Las referencias de las obras que se construían en Francia eran garantía y estímulo para el uso generalizado de un material insuficientemente conocido, pero tolerante con la ignorancia. Un material que nació con elementales cuidados de comadrona, pero por el que, poco a poco, los científicos e ingenieros se interesaron, investigando sus entrañas, analizando sus comportamientos –algunos patológicos– y creando modelos de cálculo simplistas pero eficaces, basados en las teorías elásticas desarrolladas en los siglos XVIII y XIX y profusamente experimentadas con las extraordinarias construcciones metálicas gestadas con la Revolución Industrial y con la Red de Ferrocarriles, que dibujó una nueva geometría del mundo. Inicialmente, Hennebique, para hacer competir sus estructuras de hormigón con las estructuras metálicas que monopolizaban la construcción en el siglo XIX, destacó su resistencia al fuego, así como otras curiosas cualidades que figuraban en la propaganda de su sistema (Fig. 8). Luego atrajo a su empresa a un ingeniero politécnico suizo, Mollins, que dio credibilidad técnica a los materiales y métodos de Hennebique, realizando para ello pruebas de carga en presencia de un reputado tribunal de ingenieros responsables de los Ferrocarriles suizos.



Figura 8  
Figure 8

Así logró, en 1898, que en Suiza los puentes de hormigón armado pudiesen competir en concursos públicos con los tradicionales puentes metálicos. El gran Ritter también se interesó por el hormigón armado y avaló con su autoridad técnica el material que estaba naciendo. Suiza fue un país esencial por la importancia de las obras, públicas y privadas, que se construyeron en hormigón armado, confirmando sus cualidades estructurales y su economía. Eran tiempos propicios para la utilización del nuevo material porque la mano de obra abundaba, la industria del cemento se consolidaba, los áridos y el agua se encontraban en cualquier sitio y, por otra parte, el ya veterano acero evidenciaba sus limitaciones: suministros inciertos y distantes, corrosión, fatiga, intolerancia al fuego.

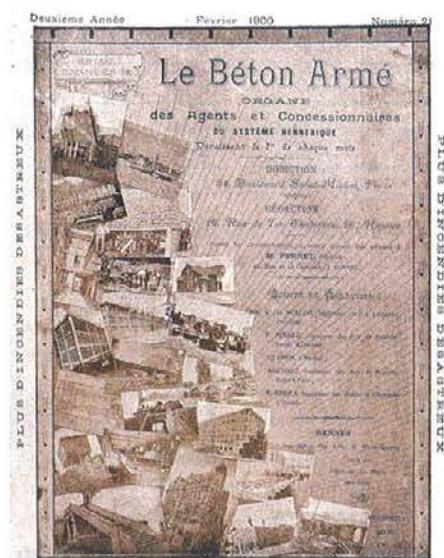
El genio comercial de Hennebique le llevó a crear la revista "Le Béton Armé" (Fig. 9) para dar a conocer sus realizaciones, evitando, eso sí, difundir conocimientos entre sus competidores, cada vez más numerosos. El secreto profesional era estrictamente exigido a sus colaboradores y franquiciados. Porque lo que vendía era conocimiento y su empresa matriz fue realmente una oficina de ingeniería (Fig. 10) –paisaje de reglas de cálculo, tableros de dibujo y delineantes concienzudos, planos, notas manuscritas de cálculos y fotos de realizaciones tapizando las paredes– desde la que proyectaron innumerables y muy variadas estructuras para que las construyesen otros, en geografías muy diversas. Es interesante señalar que Eugenio Rivera, el ingeniero de caminos que

introdujo el hormigón armado en España, y que proyectó antes de 1900, aunque se construyó después, el maravilloso viaducto metálico de Pino (Fig. 11), aparecía como redactor de la Revista y su empresa, que luego sería Hidrocivil, estuvo franquiciada por Hennebique. Y también es interesante destacar que otro honorable franquiciado –en este caso del sistema Monier– fue, en Cataluña, Francesc Maciá, que más tarde sería Presidente de la Generalitat.

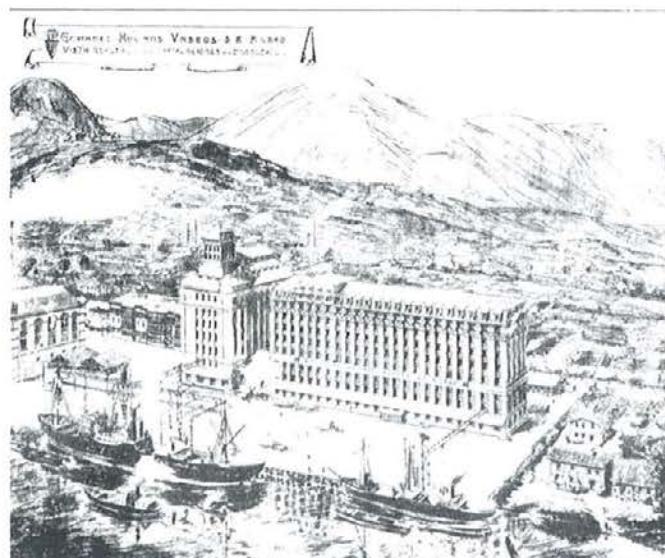
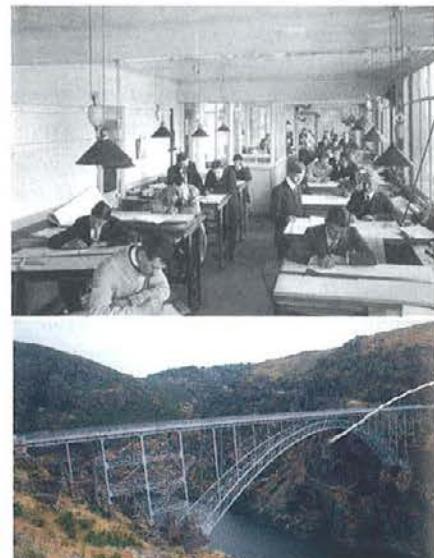
Las estructuras de hormigón armado tuvieron un destacado protagonismo en la Exposición Universal de 1900 Hennebique había ya comprendido el valor de las imágenes y fomentó el uso y difusión de fotografías organizando, con frecuencia, en sus obras exposiciones fotográficas itinerantes, que se

ces Maciá, eventually to become President of the Generalitat (the regional Catalan government), also held a franchise, in this case of the Monier system.

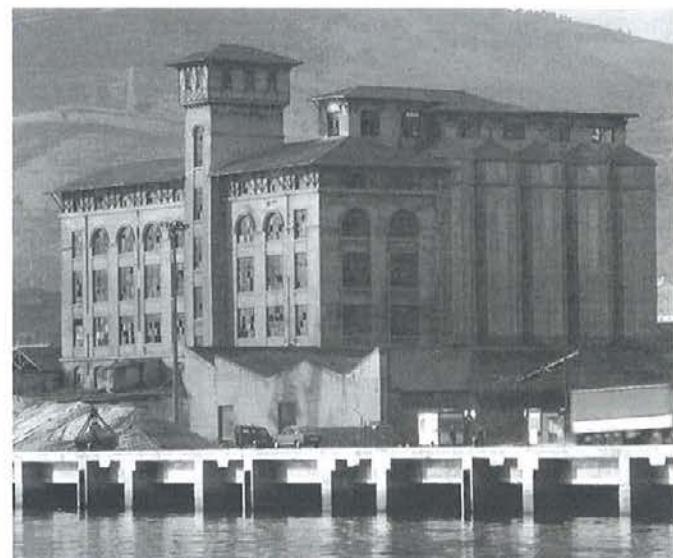
Reinforced concrete structures had a major role in the 1900 World Exhibition. Hennebique understood the value of images, and promoted the use and dissemination of photographs. He frequently organised spectacular load tests in his works, with travelling exhibitions of photographs, all part of the show. Thus occurred in Bilbao, upon construction of the Ceres Flour Factory, inaugurated in February 1900 (figure 12). At the 1913 World Exhibition in Ghent (Belgium) (figure 13) the panel presenting the firm evinced the universal acceptance of reinforced concrete; bearing witness were the photographs



Figuras 9, 10 y 11  
Figures 9, 10 and 11



Figuras 12 y 13  
Figures 12 and 13



of railway stations, water tanks and pipes, public buildings, dwellings, railway viaducts, aqueducts, ports, silos, caissons, stacks, churches and cathedrals. Works built in England, Switzerland, France, Sweden, Mexico, Egypt, Italy, Germany, Spain and northern Africa. In fifteen years, a new and durable engineering material had established itself in the society of the time, becoming a symbol of progress. To do it, workers and engineers had to rediscover the old natural cements and to invent an artificial stone, the mass concrete, a cast stone that could flow into a mould of complex geometry before becoming stone.

Reinforced concrete structures had a major role in the 1900 World Exhibition. Hennebique understood the value of images, and promoted the use and dissemination of photographs. He frequently organised spectacular load tests in his works, with travelling exhibitions of photographs, all part of the show. Thus occurred in Bilbao, upon construction of the Ceres Flour Factory, inaugurated in February 1900. At the 1913 World Exhibition in Ghent (Belgium) the panel presenting the firm evinced the universal acceptance of reinforced concrete; bearing witness were the photographs of railway stations, water tanks and pipes, public buildings, dwellings, railway viaducts, aqueducts, ports, silos, caissons, stacks, churches and cathedrals. Works built in England, Switzerland, France, Sweden, Mexico, Egypt, Italy, Germany, Spain and northern Africa. In fifteen years, a new and durable engineering material had established itself in the society of the time, becoming a symbol of progress. To do it, workers and engineers had to rediscover the old natural cements and to invent an artificial stone, the mass concrete, a cast stone that could flow into a mould of complex geometry before becoming stone.

In a few years the advantages of crossbreeding steel and concrete were also discovered. From the marriage of these two materials, an offspring was born, full of rationality and possibilities: reinforced concrete, which is nothing but reinforced stone. Europe, the cradle of the new material, was the scenery of bloody wars that destroyed human lives and infrastructures born to communicate? thus a priority military

target in any armed conflict?. And between wars and in post-war periods, there was reconstruction and the prosperity that usually accompanies the creation of new infrastructure, industry and housing.

*Reinforced concrete is a peaceful material, useless as a weapon, born for building and, in wartime, for protecting. Steel is a more bellicose material: already in medieval times it was used for swords and, in more recent times, it was still essential for armament. The scarcity of steel for peaceful applications favoured the growing use of reinforced concrete structures. In the little over 20 years from WWI to WWII, very diverse works proliferated and cement consumption grew rapidly.*

*Around those times and in that environment, the model School of Ingénieurs des Ponts et Chaussées in Paris, created in mid 18<sup>th</sup> century as a ripe and durable fruit of the Enlightenment, continued forming an outstanding group of engineers with solid education, eagerness to work and inexhaustible inquisitiveness. Eugène Freyssinet? one of its students and not a particularly brilliant one? came from a rural origin, a family of craftsmen; a craftsman himself, working alone, risking his patrimony and comfort, produced in his own apt words "a revolution in the art of building" when he invented, not discovered, prestressed concrete. He did it as an evolution of reinforced concrete, a material that he understood as nobody had before and with which he created admirable works. He suspected that, by imposing deformations to concrete before they were caused by the loads, one could tame it; and, in doing so, one would free it from many of its limitations, while activating qualities that would offer the engineer a freedom of action and thought that was unprecedented in structural engineering. The passive steel in reinforced concrete which collaborated when concrete cracked? otherwise both would die together? underwent a subtle and brilliant evolution to the active steels that took the initiative from the start, intelligently compressing and rationally deforming the concrete. Thus the weight lightened, the dimensions thinned down, allowing a prolonged youth without cracks or fatigue and, in due course, a serene and ductile agony. Because ductility ensures*

podían visitar incluso mientras se realizaban espectaculares pruebas de carga, que formaban también parte del espectáculo. Así ocurrió en Bilbao, donde se construyó la "Fábrica de Harinas Ceres" inaugurada en febrero de 1900 (Fig. 12). En la Exposición Universal de Gante, de 1913 (Fig. 13), el panel de presentación de la firma ponía de manifiesto que el hormigón armado estaba universalmente aceptado; dan testimonio de ello las fotografías de estaciones ferroviarias, almacenes, depósitos y conducciones de agua, estadios, edificios públicos, viviendas, puentes, acueductos, obras marítimas, silos, cajones flotantes, chimeneas, industrias y catedrales. Obras construidas en Inglaterra, Suiza, Francia, Suecia, México, Egipto, Italia, Alemania, España o el Norte de África. En quince años un nuevo y perdurable material ingenieril había nacido y se había establecido sólidamente en la sociedad de su tiempo, siendo uno de los símbolos del progreso. Para ello, primero artesanos e ingenieros tuvieron que redescubrir los cementos naturales de la antigüedad, e inventaron la piedra artificial, el hormigón en masa, fundición de piedra que podía llenar por su fluidez moldes de complejas geometrías antes de hacerse piedra.

En pocos años, también se descubrieron las ventajas del mestizaje entre el acero y el hormigón. Dos materiales de cuyo matrimonio de conveniencia nació un nuevo material ingenieril lleno de racionalidad y posibilidades: el hormigón armado, que no es sino la piedra armada. Europa, cuna del nuevo material, fue escenario de guerras sangrientas que aniquilaron vidas humanas y destruyeron infraestructuras nacidas para comunicar, y que suelen ser por ello objetivo militar prioritario en cualquier conflicto bélico. Y entre guerras y tras las guerras se vivieron períodos de reconstrucción y de la prosperidad que suele acompañar a la creación de nuevas infraestructuras, de industrias y viviendas.

El hormigón armado es un material pacífico que no vale como arma, nacido para construir y que, en tiempos de guerra, sirve también para proteger. El acero es un material más guerrero: ya en tiempos medievales prestigia espadas, y en tiempos más recientes fue material indispensable en la fabricación de armamento. Por ello, la escasez de

acero para usos pacíficos favoreció el uso creciente de estructuras de hormigón armado. En los poco más de veinte años transcurridos entre la Primera y Segunda Guerra Mundial proliferaron obras muy diversas y el consumo de cemento fue creciendo rápidamente.

Por aquella época y en aquel ambiente, la modélica Escuela de “Ingénieurs des Ponts et Chaussées” de París –creada a mediados del siglo XVIII como fruto maduro y perdurable de la Ilustración– continuó formando una pléyade extraordinaria de ingenieros con sólida educación, espíritu de trabajo y curiosidad inagotable. Eugène Freyssinet –uno de sus alumnos y no de los más destacados– de origen rural y entorno de artesanos, artesano él mismo, trabajando solo y arriesgando comodidades y patrimonio, produjo en sus propicias y acertadas palabras “una revolución en el arte de construir” con la invención, que no el descubrimiento, del hormigón pretensado. Como evolución de un material, el hormigón armado, que él –construyendo obras admirables– comprendió como nadie antes había comprendido. Presintió que imponer deformaciones al hormigón sin esperar que éstas se produzcan por la acción de las cargas era domesticarlo, y al hacerlo, liberarlo de muchas de sus limitaciones, activando por el contrario cualidades que ofrecían al ingeniero una libertad de acción y pensamiento como no había existido hasta entonces en la Ingeniería estructural. El pasivo acero del hormigón armado que colaboraba con el hormigón cuando se fisuraba –no le quedaba más remedio si no querían perecer juntos–, tuvo brillante y sutil evolución con los aceros activos que tomaban la iniciativa desde el primer momento comprimiendo inteligentemente el hormigón y deformándolo racionalmente. Para que su peso no se dejase sentir, sus dimensiones se afinasen y pudiesen tener una prolongada juventud sin fisuras y sin fatigas con una agonía dúctil y serena. Porque la ductilidad, puente sobre nuestra ignorancia, permite que las estructuras puedan morir tranquilamente en su lecho. El pretensado es un concepto sutil, de honda sencillez, como todo lo esencial. Pero con un potencial revolucionario que cambia la forma de pensar del ingeniero, enriqueciéndola porque exige un pensamiento activo. Terapia imprescindible contra comodidades y anquilosamientos intelectuales. Huma-

niza la estructura y permite al ingeniero ser como el sabio sensible que comprendiendo al ser humano sabe dónde aplicarle sus manos para liberar tensiones, para tonificar músculos, relajar y preparar el trabajo de las articulaciones. Así el ingeniero puede aplicar su inteligencia, con el instrumento de las armaduras activas, para comprimir y deformar allí donde la estructura más lo necesita. El arte de armar se completa con la ciencia del sentir la estructura. Por lo que se paga un precio. El que cuesta acumular saberes y comunicarlos.

Tras la Segunda Guerra Mundial la reconstrucción de Europa, que tal vez fue el nacimiento de la nueva Europa, vio nacer construcciones de hormigón pretensado excepcionales. Muchas de una elegancia destacada, todas de una gran eficiencia. El concepto de pretensado introdujo sistemas constructivos variados y eficientísimos. Que tenían, ciertamente, por referente los maravillosos métodos utilizados en el siglo XIX para, con limitadísimos medios, construir obras descomunales de acero, demostrando también que, en la construcción, la escasez aguza el ingenio.

#### 4. EL PRESTIGIO DEL HORMIGÓN EN LA ARQUITECTURA

El hormigón, inventado y perfeccionado por ingenieros y constructores, ha sido el material de las infraestructuras del siglo XX.

Los cimientos y estructuras de los arquitectos –infraestructuras de sus edificaciones– pronto empezaron a ser construidas con el nuevo material que, al sustituir los tradicionales muros de piedra por pilares esbeltos y espaciados sobre los que apoyaban, permitían crear un esqueleto transparente que cambió la manera de pensar en la Arquitectura o, cuando menos, abrió posibilidades nuevas que cristalizaron en obras que hoy, filtradas por el cedazo crítico del tiempo, se perciben como bifurcaciones trascendentales en los caminos arquitectónicos tradicionales que condujeron al porvenir.

La orientación mecanicista de la obra y el pensamiento de Viollet-le-Duc (1814-1879) bajo la inspiración, tanto del gótico como de las posibilidades

*a a tranquil death for the structure. Prestressing is a subtle concept, simple but deep, like all essential things, but with a revolutionary potential that modifies, for the better, the thinking of the engineer, from whom active thinking is now required. The structure becomes human and allows the engineer to be a wise masseur who, knowing the body, can apply his hands to relieve tension, to tone muscles, to relax and prepare the work of joints. Thus the engineer uses his intellect, through the instrument of the active reinforcement, to compress and deform the structure there where it needs it. The art of reinforcing now combines with that of feeling the structure. And there is a price to pay: it is the cost of accumulating and transmitting knowledge.*

*Following WWII, the European reconstruction, or perhaps the birth of a new Europe, witnessed the erection of exceptional prestressed concrete structures. Many of singular elegance, all of them of great efficiency. The concept of prestressing introduced highly efficient and varied construction systems. Their reference was certainly the marvellous 19th century methods used to build, with extremely limited means, colossal steel works, proving that, also in structures, need sharpens ingenuity.*

#### 4. CONCRETE'S PRESTIGE IN ARCHITECTURE

*Concrete, invented and perfected by engineers and builders, has been the major constituent of 20th century infrastructures.*

*The architects' foundations and structures –the infrastructure of their constructions– soon started to be built with the new material. Replacing the traditional stone walls with slender and spaced pillars, it became possible to use beams and floors with progressively longer spans and moderate depths. This created a transparent skeleton that, logically, started to change architectural thinking or, at least, opened new possibilities which crystallized into works; sieved by the passage of time, these new works are now perceived as transcendental bifurcation points in the traditional architectural ways, bifurcations that led into the future.*



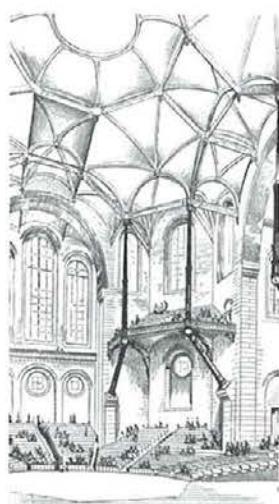
The mechanism in the works and thought of Viollet-le-Duc (1814-1979), inspired both by gothic constructions and by the possibilities that he perceived in the steel structures of the 19<sup>th</sup> century railways, was a remarkable precedent (figure 14). In the latter part of the 19<sup>th</sup> century, the numerous disciples of this French architect supported iron as the metal for the future in architecture, in spite of its many limitations (it could be skeleton, but not skin; and it needed protection against fires and against the environment). However, they were soon silenced by reinforced concrete, which could be both skeleton and skin, was thought to resist fire and remained fairly indifferent to corrosion.

As the qualities of reinforced concrete disseminated in the early part of the 20<sup>th</sup> century and the material gained credibility through the number and diversity of the works using it, great names in architecture became interested in the material, understood its possibilities and used them intelligently to explain, with both constructions and written thoughts, the meaning of the new material and the language for expressing it. Architecture became an innovative grammar using the alphabet of concrete. Engineering rationality, which often veiled the inevitable feeling present in all works and particularly in emblematic ones, had in architecture, as often happens, the counterpoint of dazzling feelings, which dim the indispensable rationality that underlies even the most apparently nonsensical works. Without being it, reason is considered to be deterministic and barely creative. Rea-

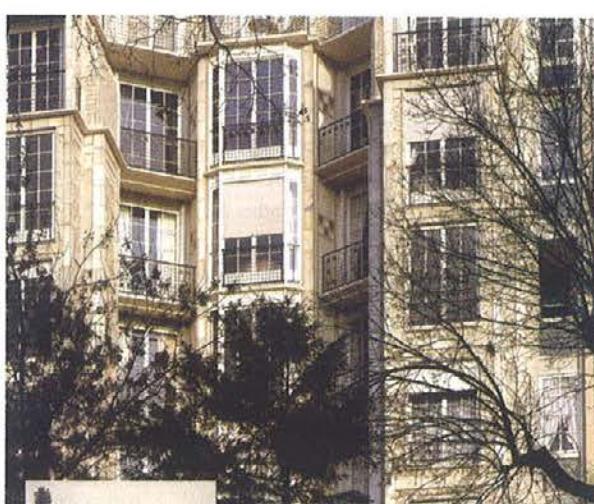
son is mistaken for an automaton. Feeling, it is said, cannot be explained because it opposes reason, thus justifying numerous absurdities. Reason is, or should be, a precedent and a complement in any construction, conditioned by the unavoidable reality, which does not limit creation but makes the search harder and the finding worthier.

In France, cradle of the Enlightenment, Auguste Perret became an apostle of the new material and, already in 1903, built in Paris (figure 15) a construction in which concrete was used as stone.

In 1914, Le Corbusier, fascinated by silos and other concrete industrial works, conceived the Dom-ino house (figure 16), where the transparent concrete structure allowed him to express his intuitions. The great Swiss and French architect (it is not by chance that Switzerland and France have been two pioneering countries in building remarkable and well executed concrete structures) adopted the material and, with evident engineering sense (figure 17), produced world famous works that would have been unthinkable without concrete. Besides structure, concrete is a perforated skin that allows creating spaces full of freedom and life, that have fertilized generations of architects and suggested innumerable constructions (figure 18). Among the architects, no less than Mies van der Rohe (figure 19), Frank Lloyd Wright (figures 20 and 21), Adolf Loos, Eric Mendelshon (figure 22), Rietveld (figure 23), Gropius (figure 24) and others who, already in the 20's, conceived buildings full of visual warmth.



Figuras 14 y 15  
Figures 14 and 15



que percibió en las estructuras de hierro asociadas al desarrollo del ferrocarril decimonónico, fue un antecedente destacable (Fig. 14). Aun cuando a los numerosos discípulos del arquitecto francés, que apoyaron a finales del siglo xix el hierro como material del futuro de la arquitectura, a pesar de sus limitaciones (podría ser esqueleto, pero no piel y había que protegerlo del fuego y de la intemperie), pronto les condenó al silencio el hormigón armado (que podía ser esqueleto y piel y creían que podía resistir al fuego y ser indiferente a la corrosión).

A medida que en los primeros años del siglo xx las cualidades del hormigón armado se difundían y éste ganaba credibilidad por el número y diversidad de sus realizaciones ingenieriles, fueron surgiendo grandes personalidades de la Arquitectura que se interesaron por el material, entendieron sus posibilidades y las utilizaron con inteligencia y sensibilidad, para explicar con obras emblemáticas y con reflexiones escritas –poéticamente escritas con frecuencia– el significado del nuevo material y el lenguaje con el que podían expresarse. La Arquitectura como gramática innovadora para un abecedario de hormigón. La racionalidad ingenieril –que con frecuencia y desde luego en las realizaciones emblemáticas velaban los sentimientos indudablemente incorporados a toda creación– tenía en la Arquitectura, como tantas veces ocurre, el contrapunto del sentimiento que deslumbra y que sitúa en una discreta penumbra, la racionalidad indispensable, presente incluso en la obra de apariencia más disparatada. La razón parece, sin serlo, determinista y se tiene por poco creativa. Se confunde máquina y razón. El sentimiento, se dice, no se puede explicar porque es opuesto a la razón, lo que justifica muchos disparates. La razón es, debería ser, previa y complementaria en toda construcción condicionada por una realidad insoslayable, lo que no limita la creación sino que hace más difícil su búsqueda y más valioso su hallazgo.

En Francia, en la cuna de la razón ilustrada, Auguste Perret se hizo apóstol del nuevo material y, ya en 1903, en París (Fig. 15) construyó un edificio en el que el hormigón aún estaba pensado como piedra.

En 1914, Le Corbusier, fascinado por las realizaciones en hormigón de silos y otras construcciones industriales, concibió la casa Dom-ino (Fig. 16), en la que la estructura reticular y transparente del hormigón le permitía expresar sus intuiciones. El gran arquitecto suizo y francés (no es casualidad que Suiza y Francia hayan sido dos países pioneros en la realización de notables y muy bien ejecutadas estructuras de hormigón) hizo suyo el material y con evidente sentido ingenieril (Fig. 17), realiza obras emblemáticas que serían impensables sin el hormigón, que es, además de estructura, piel perforada que permite crear espacios llenos de libertad y vida, que han fecundado generaciones de arquitectos y sugerido infinitud de construcciones (Fig. 18). A tan excepcional tarjeta de presentación, el hormigón fue añadiendo adeptos. Entre ellos nada menos que Mies van der Rohe (Fig. 19), Frank Lloyd Wright (Figs. 20 y 21), Adolf Loos, Eric Mendelshon (Fig. 22), Rietveld (Fig. 23), Gropius (Fig. 24) y otros conciben y construyen con hormigón, en los años 20, ensimismados edificios llenos de calidez visual.

El hormigón ya es material de la Arquitectura, e impregna el pensamiento de los maestros.

El mundo de los arquitectos, más extrovertido que el de los ingenieros y que domina las artes de la seducción, describe al hormigón destacando atributos que no son puramente resistentes y sugiriendo al hacerlo posibilidades enriquecedoras de utilización.

No me resisto a transcribir un párrafo de un hermoso libro «Bétons, matière d'Architecture», concebido y realizado por iniciativa del Syndicat National des Fabricants de Ciments et des Chaux (sólo en Francia pueden ocurrir estas cosas: gracias Francia):

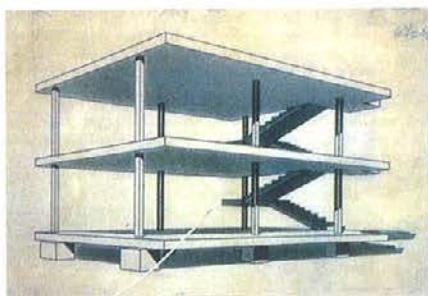
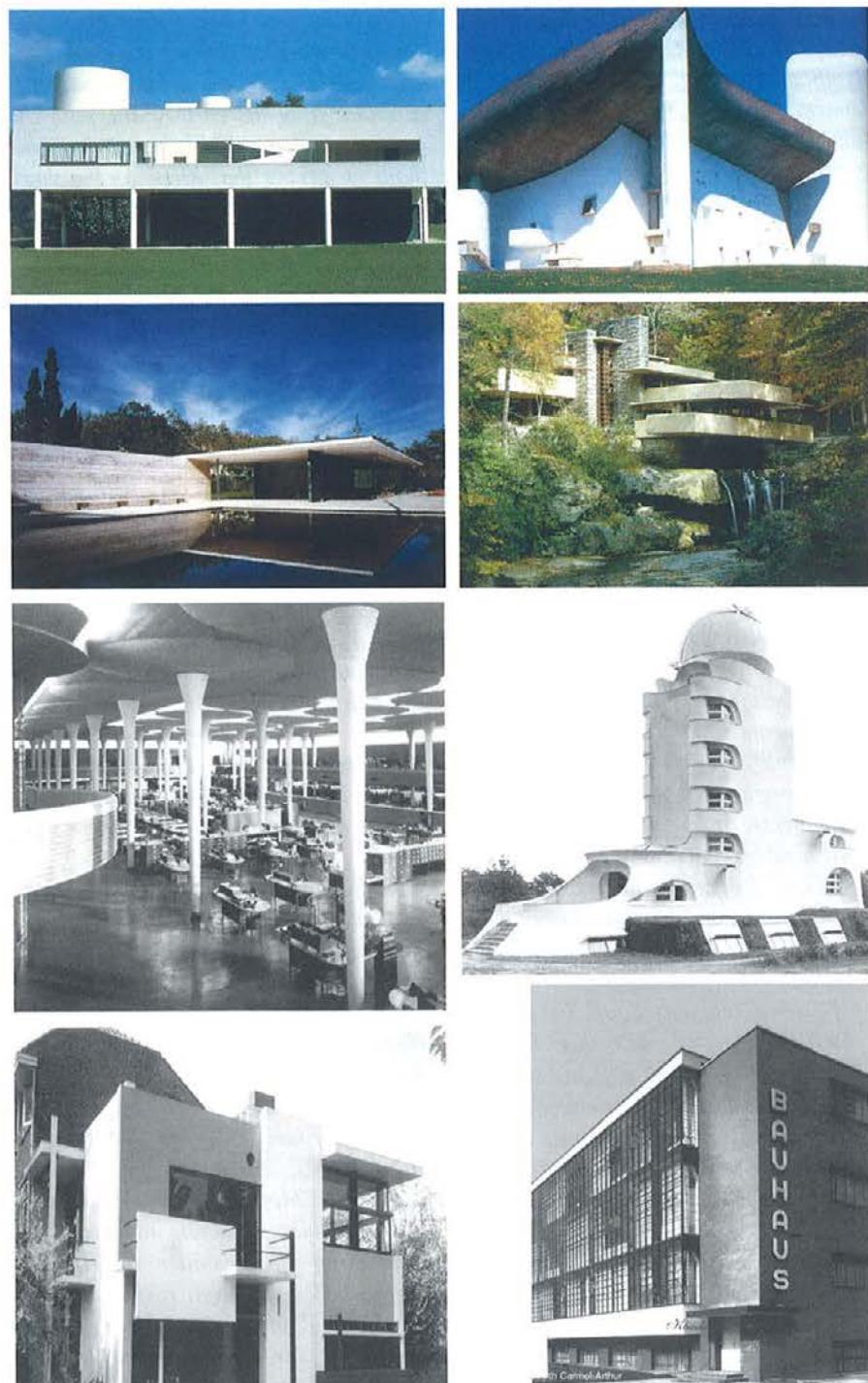


Figura 16  
Figure 16



Figuras 17 a 24  
Figures 17 to 24

*“...En la ambivalencia de las emociones contemporáneas, el hormigón, este material omnipresente del paisaje construido, juega un papel evidente y sutil. Sus superficies lisas y preciosas o de texturas rugosas, se podían llamar también salvajes, empujan a tocar este mineral creado por la mano del hombre. Conserva el recuerdo de los moldes que le han dado forma, las venas de la madera, el fruto de los encofrados, la fría lisura de los paneles de metal, muestra las trazas fosilizadas de su puesta en*

*Concrete is already an architectural material. And there is no need to think about it, because it already pervades the thought of the masters.*

*The world of architecture, more extroverted than that of engineering and better controlling the seductive arts, describes concrete with attributes which are not purely strength and, in doing it, suggests many enriching possibilities of implementation.*

*I cannot resist the temptation of transcribing a paragraph from a beautiful*

book "Bétons, matière d'Architecture", conceived and edited by initiative of the Syndicat National de Fabricants des Ciments et des Chaux (this can only happen in France: thank you, France):

“...In the ambivalence of contemporary emotions, concrete, this pervasive material in the built landscape, plays a role both evident and subtle. Its smooth and precious surfaces or its crude texture that could be called wild, urge us to touch this mineral created by the hands of man. It retains the memory of the moulds that shaped it, the grain of the wood, the fruit of the formwork, the cold smoothness of metal panels, the fossilised traces of casting, written living history. At times, its very bareness has a gravity that resonates with nature, leading to the gates of the sublime. Concrete also excites other registers that affect us deeply. Passive matter becomes force, impulse, power. Immobility inscribes movement, opacity turns into light. Forms thought by architects or engineers provide the dynamics contrasting with its essential stability. Its possibilities make feasible any freedom of space, any flow of itinerary. Concrete allows transcribing the transparency of the building into games of contrast and opposition. The opacity of structures and walls, their hollows and perforations, the size and complexity of volumes, the answers offered to weight and forces. Thus matter and its absence establish a dialogue with the light in that harmonious complementarity of emptiness and fullness that at times is presented as the very definition of architecture...”

*It is not possible to explain the flashing transformation of a genius like*

*Mies van der Rohe –manifested for example when comparing the stony heaviness of classicism in his Homage to Bismarck from his early years, with the transparency of this later works– without observing that Mies, as the more advanced architecture, had discovered reinforced concrete. The works and thought of Le Corbusier, Frank Lloyd Wright, Bauhaus, De Stijl are inspired by the new material which was the masterkey that opened the door to the creativity that characterises 20<sup>th</sup> century architecture.*

*In today's Architecture –with capital letters– concrete remains a prestigious material and it could be stated that a number of major works by some of the masters, well publicised by the media, have made it fashionable among those that compete for room in eternity through the prestige of their works.*

*Concrete has been the chosen material by many of the best known contemporary architects.*

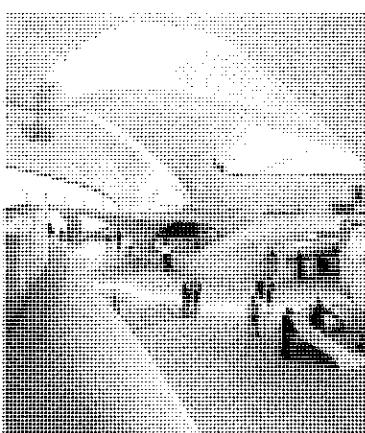
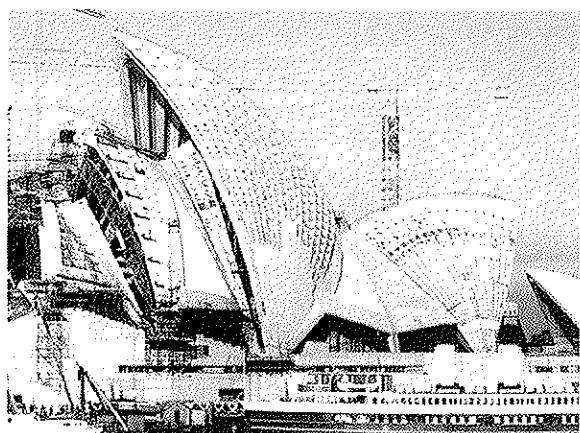
*I will only mention a few and show images of some of their works. Tadao Ando (figure 30) and the noteworthy Japanese architecture, Santiago Calatrava and Frank Gehry. Louis Kahn (figure 29), already a classic. Carlo Scarpa (figure 28), who immortalized the Brion family with this mausoleum. Eero Saarinen with his Twa station (figure 27). Massimiliano Fuksas, Lubetkin, Chipperfield. Pei, who used an immaculate concrete to create the welcoming space under the Louvre pyramid. Jean Nouvel, responsible for the peaceful missile starting to point to the sky in Barcelona (figure 33). Otto von Spreckhen and Paul Andreu, toget-*

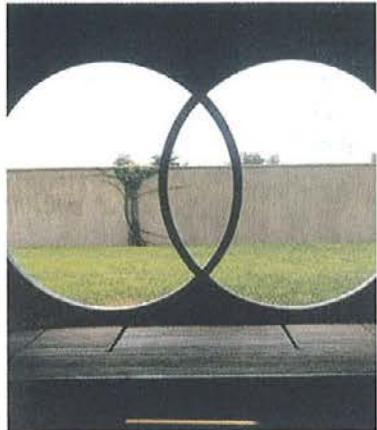
*obra, historia viva inscrita. Tiene a veces, en su misma desnudez, una gravedad que entra en resonancia con la naturaleza y conduce a las puertas de lo sublime. El hormigón se exalta igualmente en otros registros complementarios que nos afectan vivamente. La materia pasiva se hace fuerza, impulso, potencia. La inmovilidad inscribe el movimiento, la opacidad se hace día. Las formas ideadas por arquitectos o ingenieros le confieren un dinamismo que contrasta con su esencial estabilidad. Sus posibilidades constructivas hacen posible cualquier libertad del espacio, cualquier fluidez de recorrido. El hormigón se presta a transcribir la transparencia del edificio con juegos de contraste y de oposición. La opacidad de estructuras y muros, sus perforaciones y sus huecos, la amplitud y complejidad de volúmenes, las respuestas que se ofrecen el peso y las fuerzas... Es así como la materia y su ausencia dialogan con la luz en esa armoniosa complementariedad de lo vacío y lo lleno que se plantea a veces como la misma definición de arquitectura. ...»*

No es posible explicar la relampagueante transformación de un genio como Mies van der Rohe, que se manifiesta, por ejemplo, comparando la pétreo pesadez del clasicismo de su «Homenaje a Bismarck» de sus inicios, con la transparencia de su obra inmediatamente posterior, sin observar que Mies, como la Arquitectura más avanzada, había descubierto el hormigón armado. La obra y el pensamiento de Le Corbusier, de Frank Lloyd Wright, de la Bauhaus, de De Stijl están inspiradas en el nuevo material que abrió, con las llaves de los maestros, la puerta de una



Figuras 25, 26 y 27  
Figures 25, 26 and 27





Figuras 28, 29 y 30  
Figures 28, 29 and 30



creatividad que ha marcado la Arquitectura del siglo XX.

Hoy en la Arquitectura con mayúsculas, el hormigón vuelve a ser un material con prestigio y se podía decir que las obras notables y mediáticamente muy bien difundidas de algunos maestros, lo han puesto de moda entre aquellos que compiten por eternizarse en el prestigio de sus construcciones.

El hormigón ha sido el material escogido por muchos de los más destacados arquitectos contemporáneos.

Citemos solamente a algunos y mos-tremos imágenes de algunas de sus obras. Tadao Ando (Fig. 30) y la notable arquitectura japonesa, Santiago Calatrava, Frank Gehry con su museo de la Silla. Louis Kahn, que es ya un clásico (Fig. 29). Carlo Scarpa (Fig. 28) que inmortalizó con su mausoleo a la familia Brion. Eero Saarinen con su Terminal de Twa (Fig. 27). Massimiliano Fuk-

sas, Lubetkin, Chipperfield, Pei que utilizó un hormigón visto inmaculado para crear el espacio de acogida bajo la pirámide del Louvre, Jean Nouvel del que empieza a brotar en Barcelona un pacífico y seductor misil apuntando al cielo (Fig. 33). Otto von Spreckehken y Paul Andreu, juntos en el fantástico Arco de la Defensa de París y luego Andreu con hormigones excepcionales, por ejemplo, el de la ampliación de Orly en París. Richard Rogers, John Utzon (Fig. 26), Renzo Piano, Norman Foster, Mario Botta y muchos otros. y entre los nuestros, los hormigones de Ferrater, Elías Torres y José Antonio Martínez Lapeña, con su extraordinaria escalera de Toledo. Las Torres Blancas de Sáenz de Oiza y de Femández Casado (Fig. 32). Cruz y Ortiz. Peña Ganchegui, querido y admirado por Chillida, Antonio Femández Alba (Fig. 31), Corrales y Molezún, Alberto Campo Baeza, Alejandro Zaera, Emilio Tuñón y Luis Moreno, Andreu

her in the fantastic Arc de la Défense in Paris, and again Andreu with exceptional concretes, for example that of the enlargement of Orly in Paris. Richard Rogers, John Utzon (figure 26), Renzo Piano, Norman Foster, Mario Botta and many others. And, among ours, the concretes of Ferrater, Elías Torres and José Antonio Martínez Lapeña, with his extraordinary stairs in Toledo. Torres Blancas by Sáenz de Oiza and Fernández Casado (figure 32). Cruz y Ortiz. Peña Ganchegui, cherished and admired by Chillida. Antonio Fernández Alba (figure 31), Corrales y Molezún, Alberto Campo Baeza, Alejandro Zaera, Emilio Tuñón and Luis Moreno, Luis Rojo, Andreu Estany, Iñaki Ábalos and Juan Herreros and many others. And this enumeration of architects and works near us deserves to be closed with Rafael Moneo and his Los Angeles Cathedral, recently inaugurated (figure 34). An exceptional work with concrete in the leading role. A concrete that is both



Figuras 31, 32, 33 y 34  
Figures 31, 32, 33 and 34



structure and façade. Built with outstanding care, showing a pink concrete in its impressive front, full of singularities but conceived and built to maintain the uniformity and durability of its image. Free of joints, with details that avoid the concentration of waters, fissures and corners. A work designed for a lifespan of 500 years, for it is the house of the angels in the city of Los Angeles<sup>(\*)</sup>. An amazing construction, built as conceived, resting on antiseismic supports, it well merits being mentioned as confirmation, should it be required, of the prestige of concrete in architecture.

## 5. THE CONCRETE OF ENGINEERS

Reinforced concrete, born from the passion of craftsmen parents and raised among the science and pragmatism of engineers, became the material of all. Architecture adopted it, made it poetic and presented it to society as the base and the skin of masterworks. Engineering modernised it.

Towards 1914, at the onset of WWI, Hennebique was already a millionaire and concrete had become universal and democratic. After the war, it was the time of reconstruction; these were auspicious moments for a modern material, well known, full of possibilities and very apt for the post-war scarcity of means; it only required unskilled labour, cement, aggregate, water and a few rebars, all cheap and available.

For building factories and housing, as well as for rebuilding, refurbishing and developing public works, reinforced concrete was the most frequent material employed, which thereby received a decisive impulse. At the time, engineers were testing, teaching, applying and observing the behaviour of the structures being built, creating a theoretical body of knowledge and promoting a progressively more efficient and widespread industry.

From the prosperity of the peace years, many works arose, remarkable in their variety and creativity. Roads, airports, water supplies, hydroelectric power stations, canals, ports, piers, railways, tunnels, bridges, factories, public and private buildings, all blossomed.

(\*) Los Ángeles is “the angels” in Spanish

med over the twenty years that destruction required to take over construction, once again, in the western world. Twenty years during which thought prevailed over force and brain was valued above muscle.

The peace years between wars confirmed the qualities of reinforced concrete, its efficiency and possibilities, until it became the structural material by excellence.

Moreover, the advancing 20<sup>th</sup> century confirmed the generalised use of the automobile, born to compete with the 19<sup>th</sup> century railways. The offer of mobility exacerbated the demand and gave momentum to the construction of new infrastructure in which concrete maintained an almost monopolistic role.

Industrial development was fed with energy, the production and distribution of which required specific constructions. The inhabitants in cities were growing faster than their essential infrastructure. The concrete skeletons of new housing spread along the urban borders.

Aviation was becoming established and airports started to proliferate and grow, to deal with growing volumes of passengers and goods.

In the countries betting for reconstruction and progress, the infrastructure works, of increasing importance and functional complexity, multiplied, transforming the landscape and providing the foundation of the chosen future. Reinforced concrete was the discrete but essential material throughout the development process. The best architects guessed its qualities and used it wisely. The greatest engineers understood it, having had to feel it first.

The word “précontrainte” first appeared in the 30's, coined by an Ingénieur de Ponts et Chaussées, Eugène Freyssinet, who invented a system to liven concrete, thus provoking one of those revolutions in the art of building that then last forever. He was born in 1879 in the depths of France, in a social and family environment of craftsmen that he described as “universal craftsmen who have created a civilisation characterised by an extreme care in the simplicity of form and the economy of means”. These men

Estany, Iñaki Ábalos y Juan Herreros y tantos otros, y esta relación de arquitectos y obras tan próximas merecen la pena cerrarse con Rafael Moneo y su Catedral de Los Ángeles, recientemente inaugurada (Fig. 34). Una obra excepcional con el hormigón como protagonista. Un hormigón que es estructura y fachada al mismo tiempo. Construida con un cuidado excepcional, con hormigón visto de una tonalidad rosada en su imponente fachada, llena de singularidades pero concebida y construida para preservar la uniformidad y la perdurabilidad de su aspecto... Sin juntas, con detalles que evitan la concentración de aguas, fisuraciones y rincones indeseables. Una obra concebida con una esperanza de vida de 500 años, que para eso es la casa de los ángeles en la ciudad de Los Ángeles. Construcción excepcional, construida como se concibió, posada sobre apoyos para preservarla de sismos, que bien merece la pena citar para cerrar este apartado como confirmación, si falta hiciese, del prestigio del hormigón en la Arquitectura.

## 5. EL HORMIGÓN DE LOS INGENIEROS

El hormigón armado, nacido de la pasión de padres artesanos y criado en la ciencia y el pragmatismo de los ingenieros, se hizo un material de todos. La Arquitectura lo adoptó, lo poetizó y lo presentó en Sociedad como pedestal y piel de obras maestras. La Ingeniería lo modernizó.

Hacia 1914, al comienzo de la Primera Guerra Mundial, Hennebique ya era millonario y el hormigón se había universalizado y democratizado. Concluida la Guerra llegaron tiempos de reconstrucción, tiempos propicios para impulsar un material moderno, bien conocido, lleno de posibilidades, muy adecuado para períodos de penuria post-bélica, por cuanto sólo necesitaba mano de obra sin preparación específica que abundaba, y materiales, cemento, áridos, agua y unos pocos redondos de acero, baratos y disponibles.

En la construcción de industrias y viviendas y en la reconstrucción, renovación y desarrollo de las obras públicas, el hormigón armado fue el material más empleado y recibió un impulso

extraordinario. Al tiempo, los ingenieros experimentaban, enseñaban, aplicaban y observaban el comportamiento de las estructuras que se iban construyendo, creando un cuerpo de doctrina teórico y fomentando una industria cada día más extendida y eficiente.

De la prosperidad, que trajeron consigo los años de paz, emanaron multitud de obras notables por su variedad y su creatividad. Carreteras, aeropuertos, abastecimientos de agua, centrales hidroeléctricas, canalizaciones, puertos, diques, ferrocarriles, túneles, puentes, construcciones industriales, edificaciones públicas y privadas florecieron en las dos décadas que tardaron los destructores en volver a relevar a los constructores en el liderazgo del mundo occidental. Veinte años en los que el pensamiento tuvo prioridad sobre la fuerza y el cerebro se valoró más que el músculo.

En aquellos años de paz entre guerras, se confirmaron las cualidades del hormigón armado, su eficiencia y sus posibilidades, y se convirtió en el material estructural por excelencia.

Por otra parte, a medida que avanzaba el siglo XX, se fue consolidando el uso generalizado del coche, nacido para competir con el tren decimonónico. La oferta de movilidad despertó demandas exacerbadas e impulsó la construcción de infraestructuras en las que el hormigón tuvo una presencia casi monopolística.

El desarrollo industrial se amamantaba de energía, cuya producción y distribución requerían construcciones específicas. Las ciudades crecían en habitantes más rápidamente que en infraestructuras imprescindibles. Los esqueletos de hormigón armado de nuevas viviendas se extendían por los bordes urbanos.

La aviación se afianzaba y los aeropuertos empezaban a proliferar y a crecer para despedir y recibir pasajeros y mercancías, y en los países en los que se había apostado por la reconstrucción y por el progreso, las obras de infraestructura, cada vez más importantes y funcionalmente cada día más complejas, proliferaron transformando paisajes y cimentando el futuro escogido, y el hormigón armado fue el material discreto, pero esencial, en todo el proceso de

desarrollo. Los mejores arquitectos pre-sintieron sus cualidades utilizándolo sabiamente. Los grandes ingenieros lo comprendieron, para lo que tuvieron que sentirlo.

En los años 30, apareció por primera vez impresa la palabra “précontrainte”, acuñada por un “Ingénieur de Ponts et Chaussées”, Eugène Freyssinet, que inventó un sistema que daba vida al hormigón y provocó una “Revolución en el arte de construir” de las que duran para siempre. Hablemos algo más de este genio. Nació en 1879 en la Francia profunda, en un entorno social y familiar de artesanos, a los que él describía como “artesanos universales, que se han creado en una civilización caracterizada por un cuidado extremo en la simplificación de la forma y en la economía de los medios”. Estos hombres fueron sus primeros y más eficaces educadores. A los veinte años era ya, gracias a ellos, un artesano completo. Luego, en la École de Ponts et Chaussées, tuvo por maestros a Resal, Sejourné y Rabut que luego fueron también sus amigos.

Proyectista y constructor excepcional de puentes, Freyssinet, descubrió en 1912 las deformaciones diferidas en el hormigón. Los arcos muy rebajados del puente de Veurdre que había construido años antes, le comunicaron, en susurros primero y a gritos después, que no podían más, y reclamaron su ayuda. Freyssinet tenía 33 años y esta obra fue su pasión. En aquel dramático episodio que es parte casi desconocida de la Historia de la Humanidad, Freyssinet dialogando con el agonizante hormigón lo conoció a fondo. Descubrió su vitalidad y supo que con la edad se cansaba y fluía. El comportamiento lineal del hormigón –que era la base de los cálculos y la hipótesis de partida de la primera reglamentación de 1906– era falso. Aunque lo era, en cierto modo, a la manera que la mecánica newtoniana no es sino un caso particular de una concepción más general del mundo como puso en evidencia la Teoría de la Relatividad. La hipótesis del comportamiento lineal del hormigón es muy útil y, con frecuencia, suficientemente aproximada. Pero cuando se exploran límites o se utilizan tipologías nuevas que no han sido antes experimentadas, pueden surgir dificultades inesperadas.

Freyssinet (Fig. 35) fue el primero en comprender el comportamiento real del

were his first and most influential educators. Thanks to them, he was already an accomplished craftsman at twenty. Later, at the École de Ponts et Chaussées, he learnt from Resal, Sejourné and Rabut, who also became his friends.

*Exceptional designer and builder of bridges, Freyssinet discovered the creep of concrete in 1912. The very shallow arches of the Veurdre bridge that he had built years before, first whispered and eventually shouted to him, acknowledging their troubles and claiming his attention. He was only 33 and this work became his passion. In this dramatic episode, a barely known piece of the history of mankind, Freyssinet's dialogue with the agonising concrete led him to know it deeply. He discovered its vitality and learnt of its tiredness and flow. The linear behaviour of concrete, the basis for the calculations and for the essential hypotheses of the first 1906 standards, was false. It was only false in the same way that Newtonian mechanics are but a particular case of a more general view of the world, as evinced by the Theory of Relativity. The linear hypothesis is certainly useful and, very often, adequate. But, when exploring the limits or experimenting with new untested configurations, difficulties may surface.*

*Freyssinet (figure 35) was the first one really to understand concrete. And, instead of considering creep a problem that could be bypassed staying within traditional solutions, he engaged it as a trait that had to be faced; and for this, it had to be understood and quantified.*

*All his living experience oriented him to prestressing. To the active control of deformations, to the introduction of stresses to avoid the risk of cracking in service, while retaining structural safety. From the noble trunk of concrete, a new and formidable branch was born, full of life, a branch that has transformed the structural landscape. It has made it wiser and far more subtle. It is a system able to defeat gravity, taming it to break its heavy and monotonous verticality, imposing structural paths along which the loads are serenely transferred to the ground-magnet.*

*Prestressed concrete, or pretensioned, or predeformed, as perhaps it should be called, rapidly became the*

material of the great engineering works. Following WWII, prestressed concrete took over the leading role in a new European landscape of extraordinary constructions.

The first practical application of prestressing was the strengthening of the dying foundation of the Le Havre docks, then inevitably sinking, where the genius (which is a form of professional sanctity) of Freyssinet and his prestressing performed the miracle of saving them. Terzaghi, another saint-geotechnical in this case—once wrote that there was little glory in foundations. But it is true that this fascinating episode glorified the idea and its originator. Very quickly, structures of varied types started to proliferate, making use of the same concept. And, since then, in the vast field of constructions, there is not a single subfield lacking motivation for a rational application of the prestressing concept.

In April 1966, the magazine *Travaux* and the *Association Scientifique de la Précontrainte* edited a monographic issue with nearly a thousand pages entitled: "Un Demi-Siècle de Technique Française de la Précontrainte" (figures 36 to 42). This excellent document started with an extensive article "Freyssinet par lui-même", summarising the history of his life. The numerous photographs of constructions—from the origins fifty years earlier—depict an enormous variety of applications, a knowledge of the technique that, based on very clear concepts, evolves from rather original

artisan devices to the brilliant capabilities of the present. Also clear is the breath and depth of the theoretical and experimental investigations that progressively formed a solid and universal body of knowledge. The list of outstanding engineers contributing to this publication includes Caquot, Lebelle, Chaudesaigues, L'Hermite, Dumas, Xercavins, Courbon, Esquillan, Bellier, Lacroix, Cambefort, Guyon and Muller. No less!

Around those years, the excellent books by Guyon and Leonhardt also saw the light. These books on prestressed concrete have guided generations of our fellow engineers.

Today, in the autumn of 2002, the handsome branch of prestressed structural concrete offers an infinity of fruits all over the world, showing that concepts have no borders other than those artificially imposed and proving, again, that what is useful later becomes a necessity.

Today, the built landscape, which is also living culture, indicates our ability to build outstanding works, only comparable to the ability that we also have for destroying them.

In all sectors and places, prestressed concrete—a healthy example of globalisation—produces bridges that are magic carpets on which cars and trains fly, communicating river margins, preserving valleys, linking continents, spanning straits. Prestressed concrete cons-

hormigón. Y en lugar de considerarlo como un problema, que se podía ignorar utilizando soluciones tradicionales, lo abordó como una característica con la que había que contar y, para ello, había que comprender y cuantificar.

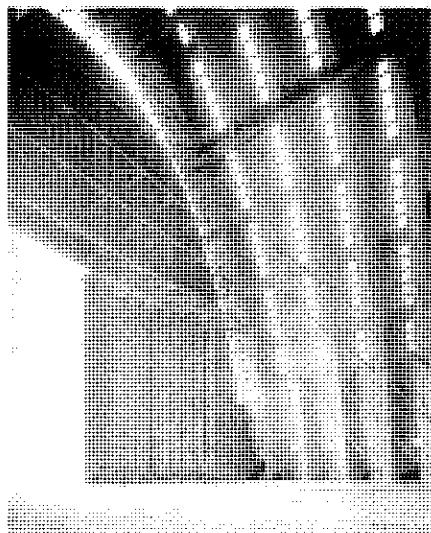
Todas sus vivencias le fueron orientando hacia el pretensado del hormigón. Hacia el control activo de deformaciones, hacia la introducción de esfuerzos que alejasen el riesgo de fisuración del hormigón, en condiciones de servicio, sin menguar por ello la seguridad estructural. Haciendo brotar, en definitiva, del noble tronco del hormigón una formidable rama llena de vida que, en efecto, ha transformado el paisaje estructural, enriqueciéndolo. Haciéndolo más sabio y mucho más sutil. Inventando un sistema que combate eficazmente la gravedad, a la que consigue domar quebrando su monótona y pesada verticalidad, imponiendo itinerarios estructurales por los que disurren, armoniosamente, las cargas que acaban posándose serenamente en la superficie del imán-tierra.

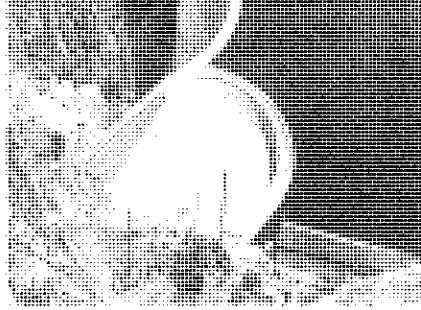
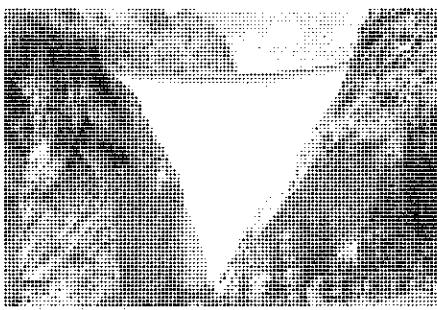
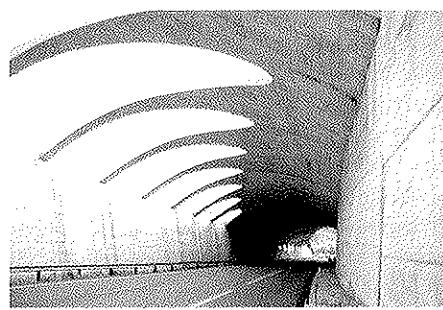
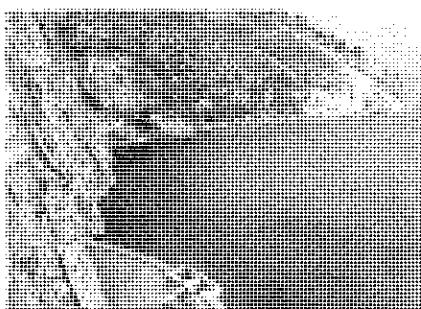
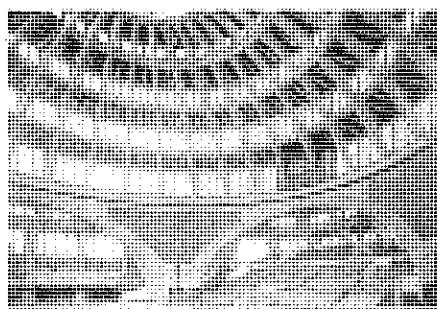
El hormigón pretensado, o precomprimido, o predeformado, como sería más adecuado apellarlo, se convirtió rápidamente en el material de las grandes obras de Ingeniería, y tras la Segunda Guerra Mundial el hormigón pretensado se fue haciendo protagonista de un nuevo paisaje europeo de construcciones extraordinarias.

La primera aplicación práctica del pretensado fue el refuerzo de la cimenta-



Figuras 35, 36 y 37  
Figures 35, 36 and 37





Figuras 38 a 42  
Figures 38 to 42

ción del agonizante muelle de Le Havre, que se hundía sin remedio y que el genio (que es una forma de santidad profesional) de Freyssinet y su pretensado produjeron el milagro de sanar. Terzhagi, otro santo –éste geotécnico– escribió que no había gloria en las cimentaciones. Pero lo cierto es que aquel fascinante episodio glorificó una idea y a quien la concibió. Empezaron, en seguida, a proliferar construcciones variadísimas basadas siempre en el mismo concepto. Y, desde entonces, en el vasto panorama de la construcción no existe campo alguno en el que el concepto de pretensado no encuentre justificación para ser racionalmente aplicado.

En abril de 1966 la revista *Travaux y la Association Scientifique de la Pré-contrainte* editaron un extraordinario número monográfico con cerca de 1.000 páginas: «Un Demi-Siècle de Technique Française de la Précontrainte» (Fig. 36 a 42). El valiosísimo documento se inició con un extenso artículo «Freyssinet par lui-même», en el que se resume la historia del pretensado, que es parte significativa de la historia de su vida. Las innumerables fotografías de obras construidas –desde los orígenes que se sitúan cincuenta años antes– muestran una enorme variedad de aplicaciones, un conocimiento de la técnica que, desde un concepto muy claro, ha ido evolucionando a partir de los dispositivos casi artesanales y originalísimos que Freyssinet fue desarrollando y que

nos ha conducido a la brillante situación actual. También se percibe la amplitud e intensidad de los trabajos teóricos y experimentales que fueron creando un cuerpo doctrinal sólido y universal. En la lista excepcional de ingenieros que contribuyeron a la citada publicación, están, entre otros, Caquot, Lebelle, Chaudesaigues, L. 'Hermite, Dumas, Xercavins, Courbon, Esquillan, Bellier, Lacroix, Cambefort, Guyon y Muller. ¡Nada menos!

Por aquellas fechas ya se habían publicado también los extraordinarios libros de Guyon y Leonhardt sobre el hormigón pretensado, que generaciones de ingenieros hemos tenido siempre a nuestro lado.

Hoy, en el otoño del año 2002, la hermosa rama del pretensado del hormigón estructural, ofrece innumerables frutos desparramados por todo el mundo, mostrando que los conceptos no tienen otras fronteras que las impuestas artificialmente y demostrando, de nuevo, que cuanto es útil se convierte en necesario.

Hoy, el paisaje construido, que es también cultura contemporánea, muestra la capacidad que atesoramos para construir obras excepcionales, sólo equiparable con las posibilidades de destruir que tenemos, también, los seres humanos.

En todos los sectores y por todos los lugares, el hormigón pretensado –ejem-

*tructions house factories of light and energy. They pond and tame the water that later emerges from the tap or feeds our food. They protect us from the fury of elements. We use them to create ports, floating cities, towers prolonging mountains or scraping skies, runways for the planes to take off and to return safely to the airports where they nest. With our prestressed concrete we build cathedrals, tunnels, museums, schools, universities, prisons, offshore platforms, railway stations, industries of all types, houses where we live and die, hospitals where we are born, recover or die, pipes and conduits, sewage networks, waste and water treatment plants... An immense variety of applications for a material that, more than anything else, is just a concept.*

*And beyond its usefulness, concrete is also a material for creating art to nourish our souls. From time to time, a work born functional also becomes a work of art. Other times, the mind and hands of the artist and the techniques of the artisan create sculptures, where concrete fights to conquer a space that tries to escape. And, from that tension, the poetry of concrete may surface, floating in a lighter medium: Archimedes Principle in reverse. Gravity changes sign, mystery being felt, perceptions becoming infinite...*

*When conceiving and constructing his works, Chillida referred to his battle*

with Newton. The art of structures also tries to control gravity and to occupy a space where it appears to hang from transparent ties or discrete reinforcement, active or passive, hiding inside the mass.

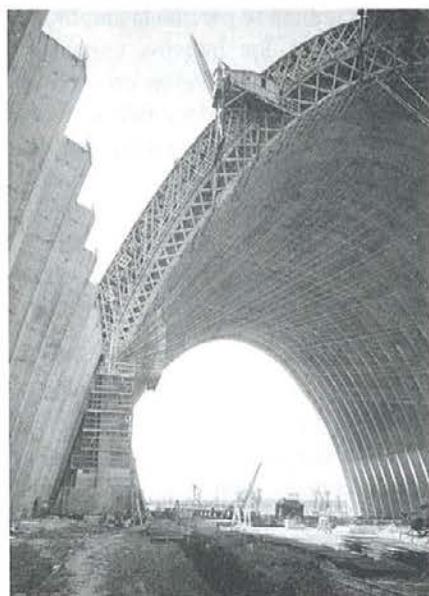
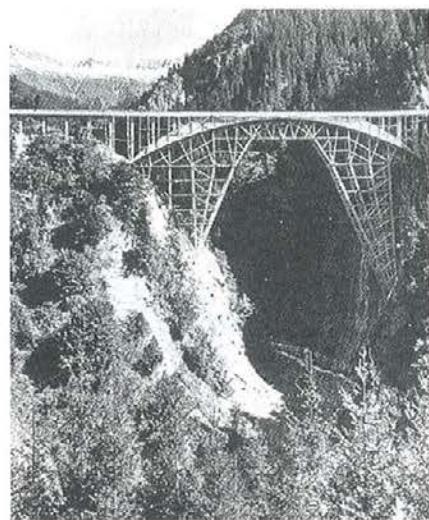
## 6. THE BEAUTY OF CONCRETE AND THE EMOTION OF CONSTRUCTING

*Saint Augustine, a sinner who repented –perhaps of having repented–, should become posthumously an Honorary Member of ACHE, not for having been a sinner and even less for having repented. Rather because we owe him, probably from his sinning times, a thought that should be the essence of structural engineering: "Beauty is the gleam of truth". And we should also decorate Saramago, who noted this expression, carved in the front of a small church in Golega (Portugal), an expression to remember since it concerns all our works: "I am memory of my builder".*

*When we refer to the beauty or to the aesthetics or to the interest or to the visual charm of a construction, or to its seductive capacity, we are dealing with concepts that are highly subjective. They are related with perception, which creates an impossible problem even for stating it and which in any case depends on many variables and include more unknowns than equations.*

*All the thinking and philosophy accumulated over time would also serve to refer to the beauty of concrete and of the structures that we build with it. But it is not possible to go down this attractive path. We will have to resign ourselves simply to contemplate images of structures that, as a minimum, do not leave us indifferent; and that, in many cases, move us in their bareness, their discretion, their silence, their friendly presence. They communicate harmony and integrate so naturally in their environment that they appear to be part of it themselves, as if they had always been there. So that, if they disappeared one day, we would perceive a mutilated scenery. Weightless structures, seemingly floating, serene and powerful, but without boasting their power (figures 43 to 45).*

*But besides, for those of us practising in structures, such works tell us many things and remind us of the epic, at times the miracle, of their construction. If a finished structure can transmit emotion and beauty, not always without anxiety, such feelings may be enhanced*



Figuras 43 a 45  
Figures 43 to 45

Y de una sana globalización–hace realidad puentes que son alfombras mágicas por las que los coches y los trenes voladores comunican márgenes de río, preservan valles, unen continentes, salvan estrechos. Las construcciones de hormigón estructural cobijan fábricas de luz y de energía. Embalsan y doman al agua que sale del grifo y la que alimenta nuestros alimentos. Nos protege del furor de la naturaleza. Con ella creamos pueblos, ciudades flotantes, torres que prolongan montañas o rascan cielos, pistas para que los aviones puedan volar y puedan volver a posarse sanos y salvos en los aeropuertos, en donde anidan. Con nuestro hormigón pretensado se construyen catedrales y túneles, museos, escuelas, universidades, cárceles, plataformas para extracción de petróleo y gas, estaciones de ferrocarril, industrias de todo tipo, viviendas en las que vivimos y morimos, hospitales en los que nacemos, sanamos o morimos. Conducciones, redes de saneamiento, plantas de depuración y tratamientos de agua... Una inmensa variedad de aplicaciones para un material que es sobre todo un concepto.

Pero, además, el hormigón es también un material que sirve para crear arte con el que se alimentan nuestras almas. De cuando en cuando, la obra nacida funcional se hace, además, obra maestra. Otras veces, la mente del artista y las manos y técnicas de los artesanos crean esculturas en las que el hormigón lucha por conquistar un espacio que pugna por no ser atrapado. Y de esta tensión puede surgir la poética del hormigón flotando en un medio menos denso: el principio de Arquímedes puesto al revés. La gravedad que cambia de signo, el misterio que se hace sentir, las percepciones que son infinitas...

Chillida al concebir y realizar sus obras, se refería a su lucha contra Newton. El arte de las estructuras trata también de domar la gravedad y ocupar un espacio en el que parece flotar suspendido de tirantes transparentes o de discretas armaduras, activas y pasivas, agazapadas en su masa.

## 6. LA BELLEZA DEL HORMIGÓN Y LA EMOCIÓN DE LA CONSTRUCCIÓN

A San Agustín, pecador arrepentido tal vez de haberse arrepentido, le tendríamos que hacer, y no por pecador y aún menos por arrepentido, Miembro de Honor de la ACHE. A título póstumo. Porque a él

—probablemente de su época de pecador— le debemos un pensamiento que es o debería ser la esencia de la Ingeniería estructural: “La belleza es el resplandor de la verdad”, y también podríamos condecorar a Saramago, que observó, tallada en la fachada de la pequeña Iglesia portuguesa de Golega, otra expresión que nunca deberíamos olvidar porque también la llevan tatuada todas nuestras obras: “Memoria soy de quien me construyó”.

Cuando nos referimos a la belleza o a la estética o al interés o encanto visual de una obra, o a su capacidad de seducción, tratamos de conceptos que tienen mucho de subjetivos. Relacionados con la percepción que es un problema imposible de enunciar, pero en cualquier caso con muchas variables y con más incógnitas que ecuaciones.

Todas las reflexiones y filosofías que a lo largo del tiempo se han ido acumulando sobre belleza y estética, servirían también para referirnos al hormigón y a las estructuras que construimos con él. Pero no es posible continuar por tan atractivo camino. Nos tenemos que conformar con mostrar imágenes de estructuras que, cuando menos, no nos dejan indiferentes, y de las que algunas nos emocionan en su desnudez, en su discreción, en su silencio, en su presencia amiga. Nos transmiten una armonía y se integran en el paisaje con tal naturalidad que parecen ser paisaje también, como si la obra hubiese estado siempre presente. De modo que si un día llegasen a desaparecer, percibiríamos una naturaleza mutilada. Estructuras que no pesan, que parecen flotar pero permanecen serenas y poderosas, sin alardear de su poder (Figs. 43 a 45).

Pero, además, para nosotros los que profesamos en las estructuras, estas obras nos dicen muchas cosas y nos recuerdan la epopeya, y a veces el milagro, de su construcción. Porque si es emoción y hermosura lo que puede transmitir la estructura concluida, estas sensaciones, a veces impregnadas de inquietud, pueden estar aún más presentes entre quienes vivimos su génesis, entre quienes participamos en su nacimiento. Una estructura en construcción, un puente, por ejemplo, es cada día una estructura diferente. Su nacimiento —parsimonioso, a veces, vertiginoso otras— crea situaciones visuales deslumbrantes que discretamente se transforman cada día en imágenes distintas

hasta que la obra acabada las integra, para solo quedar en fotografías poco difundidas y en el recuerdo de los que vivieron su nacimiento. Construir es, también, pintar en el cielo. Con tintas indelebles que sólo se perciben a través de los filtros de la sensibilidad y el conocimiento.

## 7. EL HORMIGÓN DEL FUTURO Y EL FUTURO DE LOS HORMIGONES

Todos sabemos que con el nombre del hormigón se designan muy diferentes tipos de materiales fabricados a partir del cemento, con áridos, agua y aditivos físicos o químicos. La combinación de distintos tipos de cemento con áridos de naturaleza, color y granulometrías diferentes, con aditivos muy variados que en pequeñas proporciones pueden modificar su consistencia, tiempo de fraguado, trabajabilidad, color, impermeabilidad, pasividad, tenacidad o durabilidad, produce una enorme variedad de hormigones a los que en el lenguaje habitual identificamos sólo por la resistencia característica a 28 días, esto es, a un ciclo lunar de su nacimiento. Lo que tiene el riesgo evidente de identificar la resistencia de un hormigón como su característica esencial. Seríamos unos lunáticos si lo hiciésemos.

Hace unos cien años también, Henry Ford (no confundirle con su hermano Roque..., el que se enriqueció con los quesos) se empeñó en extender el uso del coche por el mundo. Para ello, había que hacer y vender muchos y que fuesen baratos. Para ello, todos los coches tendrían que ser idénticos, de color negro y geometrías elementales. Los míticos Ford T, en efecto, se extendieron por el mundo circulando por sendas polvorientas pensadas para carretas: las carreteras. Un siglo después al coche lo continuamos llamando así, pero poco tienen que ver los automóviles de hoy con los que se ambicionaban hace un siglo. La variedad actual de formas, colores, potencias y precios es prodigiosa. La potencia del motor es una referencia y una componente del coste porcentualmente pequeña en relación con el precio total. A casi todos los coches les sobra potencia y desde luego, en los de más alta gama el poder desorbitado de sus motores se da por descontado. La calidad del coche exige un motor potente, pero no es la potencia del motor lo que determina la categoría del coche.

*among those of us who lived through their genesis and assisted in their construction. A structure under construction—a bridge, for example—is a different structure every day. Its birth—sometimes parsimonious, other times vertiginous—gives rise to astonishing views that discretely evolve into different images, until finally integrated in the finished structure; such images only live in scantily seen photographs and in the memories of those attending the birth. To build is also to paint in the sky. With indeleble inks, only seen through the filters of sensitivity and knowledge.*

## 7. THE CONCRETE OF THE FUTURE AND THE FUTURE OF CONCRETE

*We all know that the word concrete is used to refer to very different types of materials, made from cement, aggregate, water and a number of physical or chemical additives. The combination of different types of cement with aggregates of varying nature, colour and grading; with very diverse additives that, in their small proportions, affect consistency, curing, workability, colour, impermeability, toughness or durability. This generates an incredible variety of concretes which, in usual parlance, we simply identify with their strength after 28 days, one moon cycle from birth. The evident risk is to take strength as the essential characteristic of concrete.*

*Also about a hundred years ago, Henry Ford (not to be confused with his brother Roque... who made a fortune with cheese) insisted on spreading the use of the automobile. For this, he had to make many cars and to make them cheap. That required all cars to be identical, black and with elementary geometries. The mythical model T, indeed, conquered the world travelling on dusty tracks. A century later we still call them cars, but they have little in common with those dreamed of a century ago. The variety of shapes, colours, powers and prices is prodigious. The power of the engine is a useful reference and one of the cost components, proportionally not very large, in the final price tag. Almost all cars have more than sufficient power and, in luxury cars, the inordinate power of their engines is practically irrelevant. The quality of the*

car demands a powerful engine, but it is not the engine power that determines the quality of the car.

The same happens with concrete. In its origins and for a long time thereafter, strength was the basic characteristic. The question was to provide an adequate strength capacity in our structures. It was strength, a passive concept, that was sought. Resisting, the slogan of war times, also applied to concrete.

This situation has certainly evolved and will continue doing it. On the one hand, progress in the cement and concrete industries allows reaching high strengths, higher than strictly necessary when producing a material designated with that name. Increasingly concrete strength is a parameter that identifies another essential characteristic: durability. And also essential are toughness or tolerance to damage, impermeability, surface hardness, colour, texture. Thus, under a single denomination we find an infinity of names: mass concrete, post-tensioned concrete, pre-compressed, pre-deformed, prestressed (they are thought concretes). Self-levelling concretes, without shrinkage, expansive, grey, white, painted, smooth, coarse, seen and occult. And we start having reactive concretes, which we could call heavenly concretes (their prices are sky high) which are like perfume in concretes. And high-strength concretes and cellular concretes, fiber-reinforced concretes and sulphate resistant concretes. And also speculative con-

cretes (those not delivered and paid), unsustainable concretes (those delivered but never paid). And ecological concretes, which are green and, for the time being, immature.

And naturally, as with the cars, each concrete has an associated price tag, which may vary in a range of 30 to 1 from the high range to the very modest and efficient concretes that we use in foundations or in cases when sheer weight is the decisive factor for stability.

Reinforced concrete is now over a hundred years old. Its invention was a quiet and bloodless revolution that contributed to improve the quality and warmth of life, even though at times it may have been misused, even abused. But it is not its fault. The best concrete is always that which is unnecessary. Eduardo Torroja, famous thanks to his son José Antonio, tried to teach us that, before calculating a beam, we should wonder whether it is needed in the first place.

This centenary material continues evolving. But when considering its evolution we should think about its future. We must ask ourselves whether the future will require new materials and whether concrete, the fruit of a certain era, is not now a material in its twilight. Whether obsolescence and senility are not catching up with it. Whether it will soon become less useful and therefore unnecessary (figures 46 to 48).

It will not be so. New efficient materials will continue being born from the

Algo análogo ocurre con el hormigón. En sus orígenes, y durante mucho tiempo, la resistencia fue su característica trascendental. Se trataba de dotar a nuestras estructuras de la necesaria capacidad resistente. Era la resistencia, concepto pasivo, lo que se perseguía. Resistir, como en tiempos de guerra y de hambre, era la consigna. También para los hormigones.

Esta situación, sin duda, ha evolucionado y va a continuar haciéndolo. Por una parte el progreso en la industria del cemento y del hormigón permite alcanzar resistencias elevadas superiores a las estrictamente necesarias, simplemente fabricando un hormigón que merezca tal nombre. Por eso, cada vez más, la resistencia es un parámetro que identifica otra cualidad esencial, como es la perdurableidad del hormigón (y no la durabilidad, traducción directa y desafortunada de la palabra inglesa). Como lo son también la tenacidad o tolerancia al daño, la impermeabilidad, dureza superficial, color, tonalidad, textura. Por ello, bajo una única denominación, nos encontramos una infinidad de nombres: hormigones en masa, postesados, precomprimidos, predeformados, pretensados (son los hormigones pensados). Los hormigones autonivelantes, sin retracción, expansivos, grises, blancos, pintados, lisos, abujardados, vistos y ocultos. Y empezamos a tener hormigones reactivos que son hormigones celestiales (su precio que está por las nubes) que son como el perfume del hormigón. Y están los de alta resistencia y los hormigones celulares, los hormigones con fibra, los resistentes a los sulfatos. Los hormigones ligeros y los pesados. Y, además, existen los hormigones especulativos (que son los que no se hacen y se cobran) y los hormigones insostenibles (que son los que se hacen pero no se cobran). Y los hormigones ecológicos, que son los hormigones verdes –y por ahora– inmaduros.

Y naturalmente, como en los coches, cada tipo de hormigón lleva asociado un precio que puede variar de 1 a 30 entre los de alta gama y los modestísimos y eficientísimos que utilizamos, por ejemplo, como cimientos o en obras donde el peso es un factor de estabilidad decisivo.

El hormigón armado tiene hoy más de cien años. Su invención fue una revolución silenciosa e incruenta que ha contribuido a mejorar la calidad y la calidez de la vida, aunque en ocasiones se haya hecho mal uso de él, se lo haya maltra-

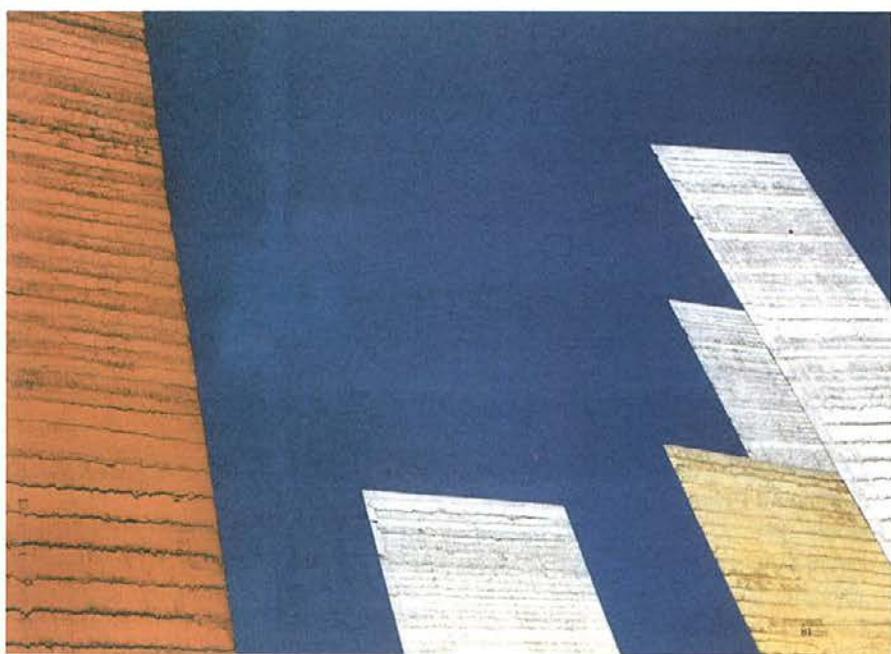


Figura 46  
Figure 46

tado. Pero no es culpa suya. El mejor hormigón sigue siendo el que no es necesario. Eduardo Torroja, al que ha conseguido hacer famoso su hijo José Antonio, trató de enseñarnos que antes de calcular una viga hay que preguntarse si es necesaria.

Este material centenario continúa evolucionando. Pero al pensar en su evolución hay que reflexionar sobre su utilidad futura. Nos tenemos que preguntar si el futuro no requerirá nuevos materiales, y si el hormigón, fruto de una época, no es un material crepuscular. Si la obsolescencia y la vejez lo están alcanzando. Si pronto dejará de ser útil y no será, por tanto, necesario (Figs. 46 a 48).

No va a ser así. Porque continuarán naciendo en el cerebro de los hombres, nuevos y eficientes materiales. Pero no para sustituir al hormigón y al acero, sino para resolver problemas nuevos o para resolver de otra manera problemas viejos.

¿Cuántos siglos tienen el pan o el vino? Cada día nacen nuevos alimentos. Pero el pan y el vino, patrimonio de la Humanidad, perdurarán mientras exista el hombre. Como el hormigón. Porque el pan, el vino y el hormigón son tierra más la inteligencia y la sensibilidad del hombre. La tecnología enseñó a transformar el trigo en pan y la uva en vino. El conocimiento humano fue capaz de convertir –con ayuda del fuego purificador– la tierra (caliza y arcilla) en cemento y el cemento mezclado con agua, arenas y piedras, en una fluida pasta que endurece en el molde en que se vierte. El hormigón es tierra que se utiliza no lejos de donde nace. Por eso se encuentra en todas partes. Es un material universal, que en todo el mundo se utiliza para construir cobijos y facilitar las comunicaciones para los seres humanos. Tendrían que concederle el Premio Nobel de la Paz y del progreso perdurable, con más méritos que los de algunos premiados.

## 8. COLOFÓN EMOCIONADO

Hace sólo tres años se celebró el anterior Congreso de Sevilla y homenajeamos a un gran ingeniero, José Manuel López Saiz, extraordinario constructor de puentes que ya son historia. Hace tres semanas se tuvo que rendir a la enfermedad que le acosaba desde hace tiempo. Pero José Manuel, un corazón de cinco estrellas, como diría Sabina,

continuará siempre entre nosotros, en su obra y en su recuerdo.

Esta vez el Congreso lo celebramos en Madrid, cerca del puente de Eduardo Dato y del Museo de esculturas al aire libre, con la Sirena varada huérfana de sus progenitores. El 3 de enero de 2000, José Antonio Femández Ordóñez nos dejó. Hace menos de tres meses, el 19 de agosto, Eduardo Chillida partió en su busca. Es el primer Congreso que celebramos en su ausencia. José Antonio hizo descubrir a Chillida el hormigón y desde entonces –corría atolondrado el año 70– se fraguó una profunda amistad entre los dos hombres. La sintonía y la complementariedad de sus almas gestaron esculturas que son obras de arte de hormigón, que levitan aun cuando parezcan apoyadas en el suelo. De hormigones moldeados que distraen a la gravedad, que abrazan un espacio, que pugnan por liberarse, fluyendo por corredores abiertos para que entre el día y salga la noche, dejando impresos con pinceles de luz y oscuridad, en palimpsestos de hormigón, imágenes sucesivas y siempre diferentes, de cielos, nubes, soles y lunas, que dialogan con la naturaleza y con el hombre al que explican que para comprender hay que amar y que no se puede amar sin comprender. Que el ser humano capaz de vencer la gravedad es capaz de todo y que, por ello, no podemos aceptar guerras, ni ser indiferentes al sufrimiento ajeno, ni renunciar a vivir por querer vivir sin contratiempos.

La imagen con la que se cierra mi conferencia, el brazo del artista y su mirada cálida sobre los hombros y el rostro sonriente del ingeniero con la masónica geometría volcánica del Tindaya, el último

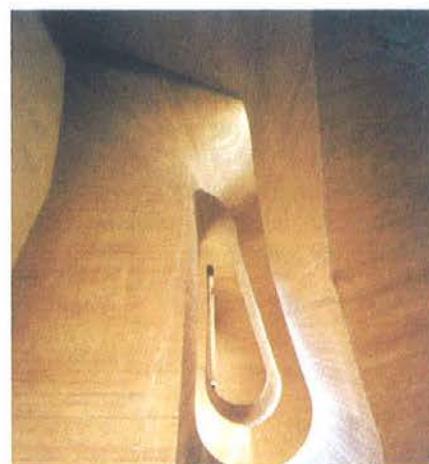
*brains of mankind. But they will not replace concrete and steel, they will have specific applications for solving new problems.*

*How old are bread and wine? New foodstuffs are being born every day. But bread and wine, patrimony of mankind, will remain while mankind remains. Like concrete. Because bread, wine and concrete are earth plus the intelligence and sensitivity of men. Technology allowed transforming wheat into bread and grapes into wine. Human knowledge managed to convert with the purifying help of fire– earth (limestone and clay) into cement; and the cement, mixed with water, sand and stones, into a fluid paste that hardens in its mould. Concrete is earth, used not very far from where it already was. This is why it is pervasive. It is a universal material, used to build shelters and ease communications for human beings. It deserves a Nobel Price for peace and permanent progress, its merits being greater than some of those who received the award.*

## 8. EPILOGUE FROM THE HEART

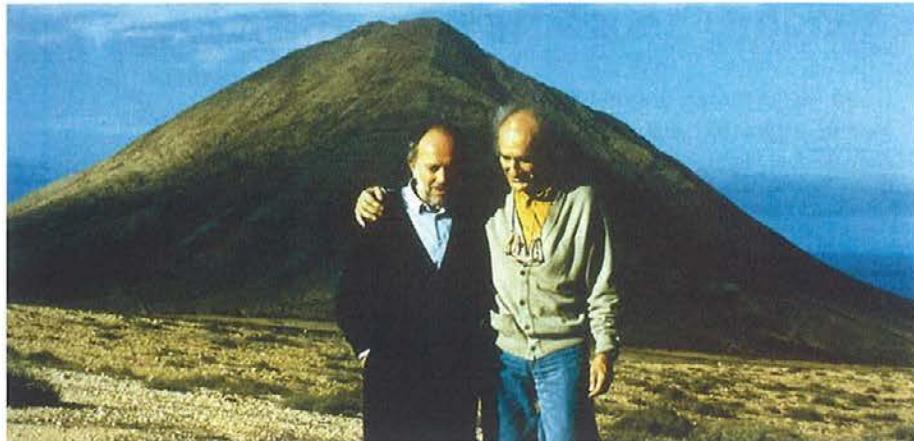
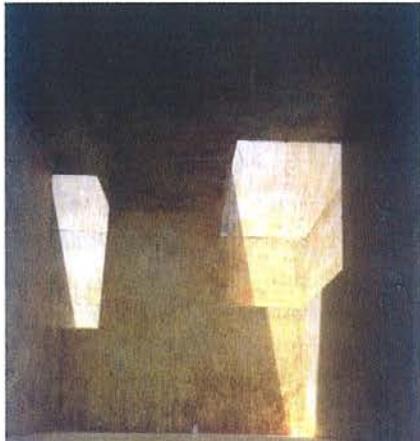
*Only three years ago, at the previous conference in Seville, we honoured a great engineer, José Manuel López Saiz, an outstanding builder of bridges which are already in history; three weeks ago he finally had to surrender to an ailment long hounding him. But José Manuel, a five-star heart as Sabina would say, will forever remain with us through his work and memory.*

*This time we hold the conference in Madrid, near the Eduardo Dato bridge*



Figuras 47 a 48  
Figures 47 to 48



Figuras 49 y 50  
Figures 49 and 50

with its open-air museum of sculptures, the *Stranded Mermaid* now an orphan of its creators. José Antonio Fernández Ordóñez left us on January the 3<sup>rd</sup>, 2000; less than three months ago, on August the 19<sup>th</sup>, Eduardo Chillida departed in his pursuit. It is the first conference we hold in their absence. José Antonio made Chillida discover concrete and since then –about the bewildered 70's– a deep friendship was cast between them. The tuning and complementarity of their souls created sculptures that are concrete works of art, levitating even though they may appear resting on the ground. Made from moulded concretes distracting gravity, embracing a space from which they fight to free themselves, flowing along open corridors to allow the day in and the night out, painting with brushes of light and darkness, on concrete parchments, successive and always changing images of skies, clouds, suns and moons, in dialogue with nature and mankind, trying to explain that understanding requires loving and loving requires understanding. That a man able to defeat gravity is capable of everything and that, as a consequence, we cannot accept wars, nor remain indifferent to suffering, nor relinquish life by trying to live comfortably.

The closing image in my lecture shows the arm and warm look of the artist on the shoulders and smiling face of the engineer, with the masonic geo-

metry of the Tindaya volcano, the last dream that they shared. It is the image of the communion between two outstanding beings and of a friendship the fruits of which reach far beyond them, a friendship that had concrete as the matchmaker (figure 49).

The Egyptian pyramids are artificial mountains built to protect and perpetuate death. The project by Chillida and José Antonio introduces light (figure 50), air, nature, inside a barren mountain, inspiration and technique blowing life into it. Perhaps not many years from now, with everybody's support, in a future ACHE Conference, we will gather in a space of emotion, light and life, symbolically celebrating the privilege of having been friends and colleagues of José Antonio Fernández Ordóñez, and having shared dreams of concrete with Eduardo Chillida. Tindaya, in Fuerteventura, would be the appropriate place.

Now, following the acknowledgement of some of the innumerable colleagues and friends who love structures, three intense days will begin full of papers, lectures and debates. A true structural orgy from which we will emerge intoxicated with structures, steel and concrete. But without hangovers –good wine does not cause them–, a little dreamy and determined to continue working as structural engineers to make the world always more inhabitable.

Thank you very much,

sueño que compartieron, es la imagen de una comunión entre dos seres excepcionales y de una amistad cuyos frutos han trascendido a ellos, y que tuvo por celestina al hormigón (Fig. 49).

Las pirámides de Egipto son montañas artificiales construidas para proteger y eternizar la muerte. El proyecto de Chillida y José Antonio hace penetrar la luz (Fig. 50), el aire, la naturaleza en el seno de una montaña estéril a la que la inspiración y la técnica insuflan vida. Tal vez no falten muchos años para que, con el apoyo de todos, en un próximo Congreso de la ACHE, nos reunamos en un espacio de emoción, de luz y de vida y podamos simbólicamente celebrar el privilegio de haber sido compañeros y amigos de José Antonio Fernández Ordóñez, y compartido sueños de hormigón con Eduardo Chillida. Tindaya, en Fuerteventura, será el sitio adecuado para hacerlo.

Ahora tras el reconocimiento a algunos de los innumerables compañeros y amigos que aman las estructuras, comenzarán tres intensos días de comunicaciones, debates y conferencias. Una auténtica bacanal estructural de la que saldremos ebrios de estructuras, embriagados de acero, borrachos de hormigón. Pero sin resacas –que el vino bueno no las produce–, un poco soñadores y decididos a continuar trabajando desde la Ingeniería estructural para que el mundo sea cada vez más habitable.

Muchas gracias.

# Monitorización avanzada de estructuras reparadas con materiales compuestos

**Advanced monitoring of fiber plastic reinforced structures**

**Joan R. Casas<sup>1</sup>**

◆  
**Sebastián Díaz-Carrillo<sup>2</sup>**

◆  
**Gonzalo Ramos<sup>1</sup>**

◆  
**J. Alfredo Güemes<sup>2</sup>**

◆  
**Ángel C. Aparicio<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Departamento de Ingeniería de la Construcción, ETSI Caminos, UPC

<sup>2</sup> Departamento de Materiales Aeroespaciales, ETSI Aeronáuticos, UPM

## RESUMEN

Los materiales compuestos avanzados ofrecen ventajas sobre los procedimientos tradicionales de reparación de estructuras de hormigón gracias a su protección frente a la corrosión, bajo peso y coste decreciente. Pueden utilizarse compuestos (matriz + fibras) prefabricados y adherirlos al hormigón o incluso añadir la matriz del compuesto *in situ* formándolo sobre la estructura a reparar, adaptándose a sus irregularidades geométricas.

Los sensores de fibra óptica, en especial las redes de Bragg, presentan ventajas frente a las galgas extensométricas convencionales: medidas absolutas, salida codificada espectralmente, sin EMI, estabilidad a largo plazo, pequeño tamaño, capacidad de multiplexión y posibilidad de embeberlos en los compuestos sin sufrir degradación.

La combinación de ambas técnicas es sencilla y ofrece importantes ventajas. Se puede comprobar el comportamiento mecánico a largo plazo de la reparación, al igual que obtener información sobre la degradación ambiental. Gracias a ello, se obtiene una estructura reparada “inteligente”, comparable a una nueva. A corto plazo, se obtiene información sobre la transferencia de tensiones del hormigón al compuesto y se puede verificar el modelo de cálculo utilizado para el diseño de la reparación. En este artículo se presentan ensayos estructurales sobre vigas reparadas con CFRP (plásticos reforzados con fibras de carbono) y se muestra la posibilidad de la reparación “inteligente”.

## SUMMARY

*Advanced composites offer some advantages over traditional procedures for repairing concrete structures due to their optimal corrosion properties, low weight and decreasing costs. Thin cured laminates may be externally bonded or dry fabrics can be wet applied and in situ cured over the concrete structure, conforming to its surface irregularities.*

*Fiber optic strain sensors, specially Bragg gratings, show some advantages when compared to conventional strain gauges: absolute measurements, spectrally encoded output, no EMI, no drift (long-term stability), low size, multiplexing capability and their ability to be embedded into laminates without degradation.*

*The combination of both techniques is easy and offers important advantages. The longterm mechanical behaviour of the repair may be checked and information on environmental degradation could be obtained. In this way, a repaired “smart” structure is obtained comparable to a new one. On the short term, information on the stress transfer from the concrete to the laminate is obtained, and the validity of models is verified. Tests on a concrete beam repaired with CFRP (Carbon Fiber Reinforced Plastic) and instrumented with Bragg gratings are reported, showing the possibility of the intelligent repair.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Los laminados de fibra de carbono (CFRP - Carbon Fiber Reinforced Plastic) adheridos externamente a las estructuras de



hormigón pueden sustituir perfectamente a las placas de acero encoladas en su función de reparación de estructuras. Las ventajas de una reparación con estos materiales son: facilidad de instalación y manejo, bajo peso, altas resistencias a tracción combinadas con alta flexibilidad y magnífica resistencia a la corrosión. Existen ya diversos ejemplos de utilización de estos materiales como la reparación de un terrado de un antiguo edificio de La Spezia, en Italia [1], o el refuerzo de elementos de hormigón pretensado dañados por calor [2]. El rápido desarrollo de esta técnica de reparación exige disponer de mecanismos de medida que aseguren su correcto comportamiento.

Los sensores de fibra óptica se están comenzando a usar para la monitorización de estructuras de gran responsabilidad midiendo campos de deformaciones. Hay distintos dispositivos para realizar estas mediciones: interferómetros de Fabry-Perot, redes de Bragg, interferómetros (Mach-Zehnder, Michelson, luz blanca, etc.). Las redes de Bragg son probablemente el dispositivo más prometedor pues permiten medidas absolutas con excelente estabilidad a largo plazo debido a su señal espectralmente codificada. Otras ventajas son el pequeño tamaño del sensor (10 mm largo, 125  $\mu\text{m}$  diámetro) que permite embeberlo en el laminado sin influir en sus propiedades mecánicas, el uso de una única fibra óptica como sensor y a la vez transmisor de señal, capacidad de multiplexión (varios sensores colocados sobre la misma fibra óptica) e insensible a interferencias electromagnéticas.

Las redes de Bragg pueden usarse para medir campos de deformación en reparaciones con CFRP de estructuras de hormigón tanto a corto plazo: para comprobar la ejecución de la reparación, la transmisión de la carga del hormigón a la fibra y la validez de los modelos de cálculo utilizados; como a largo plazo: monitorización de la reparación y su degradación permitiendo un aviso si el nivel de seguridad alcanza cierto umbral.

Actualmente el concepto de estructuras “inteligentes” se está desarrollando a gran velocidad para estructuras de nueva construcción. Sin embargo, es necesario resaltar el número creciente de estructuras que necesitan reparación o refuerzo debido a procesos de envejecimiento y degradación. ¿Por qué no aplicar los mismos conceptos de “inteligencia” a la reparación de estructuras? La combinación de nuevos materiales como la fibra de carbono con técnicas avanzadas de monitorización, tales como sensores ópticos, puede ser la clave que nos lleve a técnicas de reparación avanzadas que nos proporcionen estructuras reparadas “inteligentes”.

Para verificar esta posibilidad, identificar problemas imprevistos, y validar la exactitud de los modelos teóricos para predecir el comportamiento de estructuras reparadas se han desarrollado diversos ensayos en vigas de hormigón, previamente dañadas, y reparadas mediante finas láminas de CFRP y pretensado exterior. En las láminas de CFRP se situaron sensores de redes de Bragg tanto en superficie como en la interfase entre lámina y hormigón. Galgas extensométricas convencionales y LVDTs (transductores de desplazamientos) también fueron colocados sobre la viga para comparar sus lecturas con las de la fibra óptica. Igualmente, se desarrolló un modelo de elementos finitos que incluía un elemento para modelizar la reparación a fin de contrastarlo con los ensayos.

## 2. TECNOLOGÍA DE LOS SENSORES DE FIBRA ÓPTICA

A pesar de sus reconocidas ventajas, como pequeño tamaño, robustez, estabilidad en el tiempo, inmunidad a las interferencias, etc., hay muy pocos ensayos sobre el uso de sensores de fibra óptica para medir deformaciones en estructuras reales. Algunos de los más interesantes trabajos publicados son un informe sobre la monitorización de deformaciones en las hélices de un rompehielos [3] y la medición de cargas en el casco de material compuesto de un dragaminas [4]. La NASA financia una investigación sobre el Reusable Launch Vehicle X-33 (vehículo lanzador reutilizable), que incorpora un sistema de monitorización con 16 fibras ópticas con 20 redes de Bragg por fibra, y 4 sensores de emisión acústica [5].

### 2.1. Principio operacional

Actualmente las redes de Bragg (FRG) son los sensores ópticos más prometedores. Este tipo de sensores proporcionan medidas absolutas de las deformaciones con respuesta lineal. La exactitud y rango de medida depende del equipo de procesamiento de señal en vez del propio sensor. Las medidas se obtienen lanzando una señal de luz de banda ancha por una fibra óptica y detectando los valores de longitud de onda reflejados. Para medir el valor del pico de longitud de onda reflejada se pueden utilizar actualmente diversos métodos. El esquema escogido (filtro de Fabry-Perot) permite multiplexión (varios sensores en la misma fibra óptica).

### 2.2. Diseño del sensor

Las redes de Bragg se fabrican inscribiendo una variación periódica de índice de refracción en el núcleo de una fibra óptica fotosensible mediante un láser ultravioleta. El láser ultravioleta pasa a través de una “máscara de fase” antes de alcanzar la fibra óptica. La máscara de fase produce un patrón de interferencia que provoca la variación periódica del índice de refracción. La longitud más típica del sensor es de 10 mm y su diámetro es 125  $\mu\text{m}$ . Gracias a su pequeño tamaño puede ser embebido dentro de un material compuesto sin alterar sus propiedades mecánicas [6].

Una información exhaustiva sobre la teoría de redes de Bragg se encuentra fácilmente en la bibliografía [4]. En general, se puede afirmar que una red de Bragg es una interferómetro óptico que cuando se ilumina con una fuente de luz blanca, sólo refleja una señal de banda estrecha (0,1 a 0,2 mm aprox.). El pico de longitud de onda se obtiene a partir de la condición de Bragg

$$\lambda_b = 2n_{\text{eff}}\Lambda \quad (1)$$

donde  $n_{\text{eff}}$  es el índice de refracción efectivo del núcleo de la fibra óptica y  $\Lambda$  es el periodo de modulación de índice de refracción. Cualquier cambio en el espacio de modulación del índice de refracción provoca una variación del pico de longitud de onda de Bragg. En consecuencia, cualquier deformación térmica o mecánica en el sensor puede detectarse por el correspondiente cambio en la longitud de onda de Bragg.

Aceptando condiciones isotermas, el cambio de  $\lambda_B$  se obtiene a partir de:

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = (1 - p_e) \varepsilon \quad (2)$$

donde  $\varepsilon = \Delta L/L$  es la deformación axial del sensor y  $p_e$  es la constante fotoelástica de la fibra (0.22 aprox.)

La Fig. 1 presenta el espectro transmitido y reflejado. La Fig. 2 muestra el cambio en el pico de longitud de onda debido al cambio en el campo de deformaciones. La respuesta del sensor es lineal, como se deduce de la ecuación 2.

### 2.3. Procesamiento de señal

La conversión de la señal óptica de deformación (pico de longitud de onda) en información eléctrica se realiza a través

de un filtro de Fabry Perot (FPF) anterior al fotodetector, tal como se muestra en la figura 3. En este artículo no se profundiza en este aspecto que puede consultarse en la bibliografía.

### 3. CAMPAÑA EXPERIMENTAL

La campaña experimental, desarrollada en el laboratorio de Tecnología de Estructuras de la Escuela de Caminos de Barcelona, consistió en ensayar a rotura y posteriormente reparar y volver a romper una viga continua de hormigón armado de dos vanos de 7.20 m de luz. En la figura 4, se presentan sus dimensiones principales. La sección transversal es un eajón de canto constante de 0,6 m. Las dimensiones de la viga la convierten en uno de los mayores ensayos de laboratorio de reparación con fibras. El objetivo de estos ensayos era comparar la carga última de la viga antes y después de la reparación para estudiar la eficacia del sistema utilizado, así como verificar la posibilidad de monitorización a largo plazo con sensores de fibra óptica.

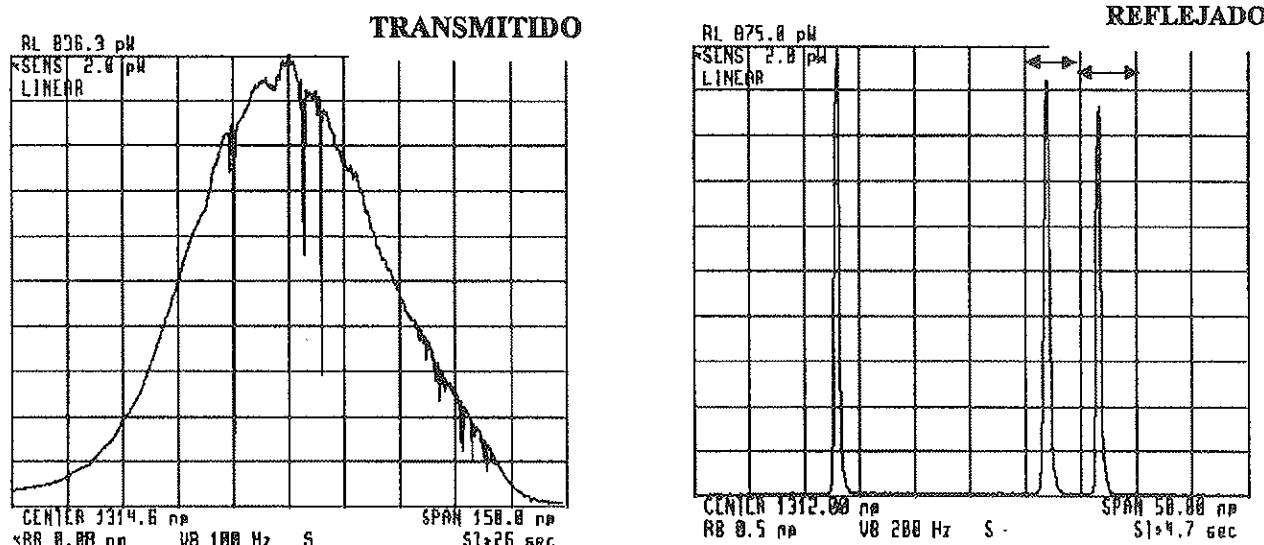


Figura 1. Espectros transmitidos y reflejados por 3 redes de Bragg con diferentes picos de longitud de onda.

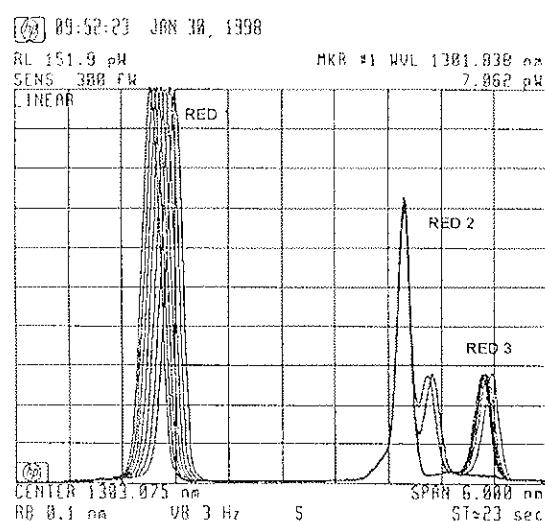


Figura 2. Variaciones en el campo de deformaciones producen cambios en los picos de longitud de onda de la diferentes redes de Bragg. Se pueden colocar varias redes en el mismo sensor siempre que sus longitudes de onda no se interfieran.

La disposición de cargas se muestra en la figura 5, siendo idéntica tanto para la viga en estado original como para la reparada, buscando máximo momento flector sobre el apoyo central. En el centro del vano izquierdo se aplicaba una carga doble que sobre los tercios del vano derecho.

La carga máxima alcanzada con la viga en estado original fue de 92,8 kN por gato. La rotura se produjo, tal como estaba diseñado el ensayo, por momento negativo sobre el apoyo central con importantes fisuras desde la fibra superior y rotura de la armadura en tracción (figura 6). La reparación se realizó mediante:

- Recuperación de la flecha residual mediante gatos hidráulicos.
- Eliminación del hormigón dañado e inyección de las fisuras con resina epoxy (figura 7). El hormigón eliminado fue sustituido por un micro-hormigón sin retracción.



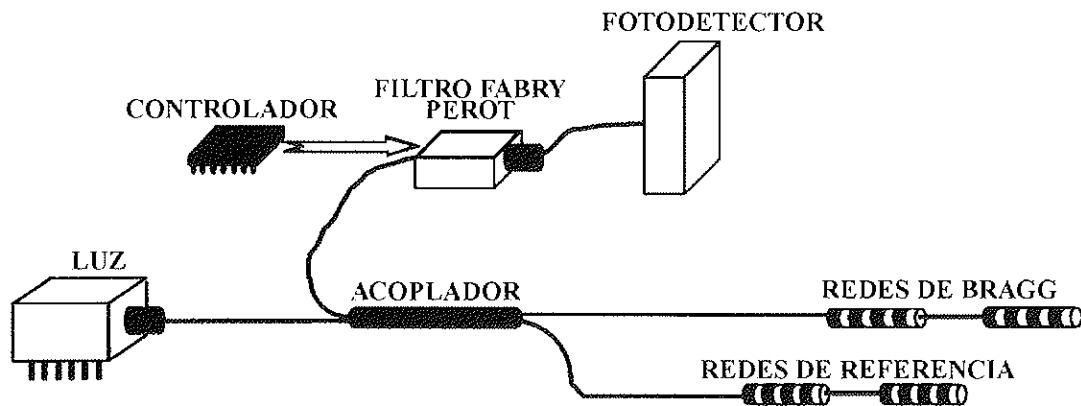


Figura 3. Esquema de una instrumentación mediante redes de Bragg.

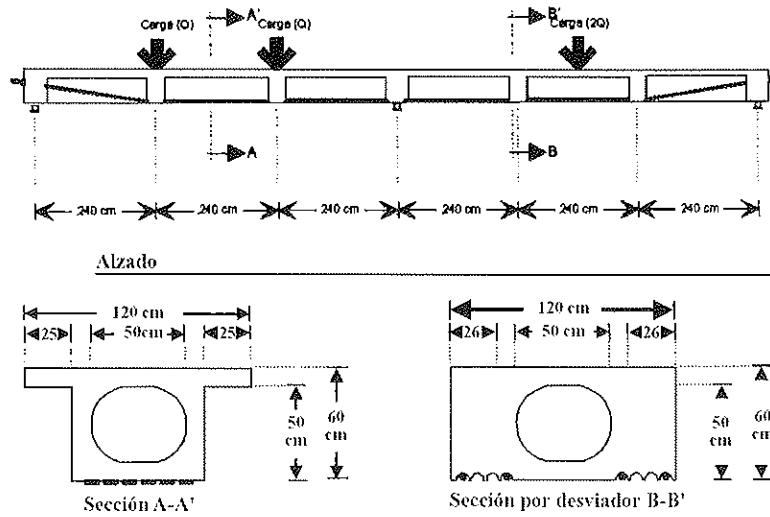


Figura 4. Geometría de la viga ensayada.

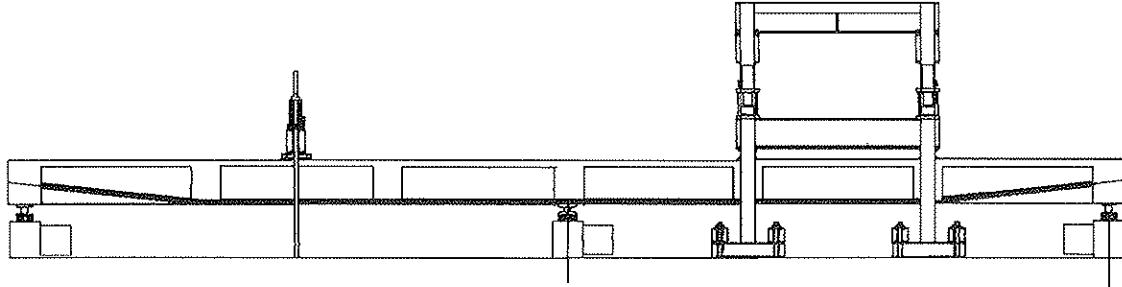


Figura 5. Esquema de cargas aplicado.

- c) Instalación de sendos cordones de pretensado exterior de 15 mm cada uno.
- d) Colocación de láminas de fibra de carbono (figura 8) en las secciones donde el acero de armar había alcanzado plastificación (fibra superior de apoyo central y fibra inferior en ambos centros de luz).

La superficie de las vigas cercana a las fisuras fue preparada mecánicamente para asegurar una buena adherencia de las láminas de fibra de carbono. Éstas, constituidas por dos capas de fibras, se impregnaron *in situ* con resina epoxy y se exten-

dieron sobre las zonas fisuradas para transmitir la tracción que en el primer ensayo transmitían las armaduras ahora interrumpidas. Se colocaron sensores de fibra óptica entrelazados con las fibras de carbono tanto en su cara interior como exterior. La situación de las láminas de fibra de carbono, así como de los sensores de fibra óptica se muestra en la figura 9.

El sensor A se colocó tras la extensión de la primera capa de resina epoxy, justo antes de colocar la banda de fibra de carbono y su posterior impregnación con la segunda capa de resina. Los sensores B, C y D se situaron sobre esta segunda capa.



Figura 6. Vista de la fibra superior de la sección de apoyo tras el ensayo de la viga antes de reparar. El armado de esta sección era débil lo que explica el número y la apertura de las fisuras.

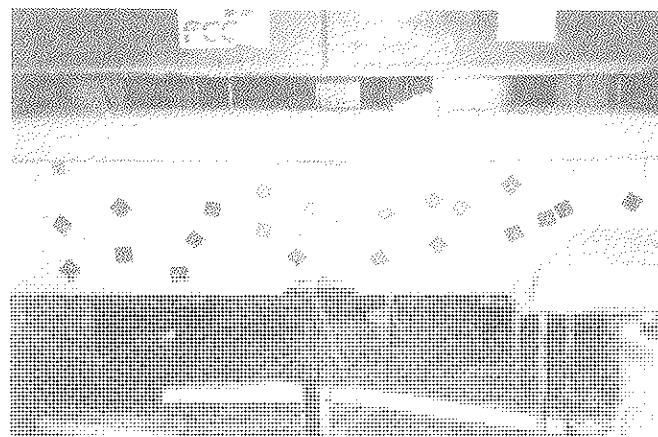


Figura 7. Sellado e inyección de fisuras.

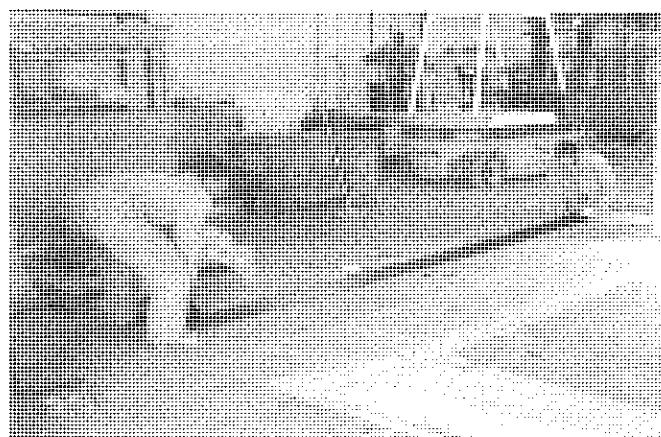


Figura 8. Preparación de las láminas de fibra de carbono para la reparación.

#### 4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En los ensayos realizados sobre la viga reparada se aplicaron escalones de carga de 4,5 kN. Se apreció el inicio de la fisuración a partir de 145 kN, iniciándose en la zona de momento negativo del apoyo y produciéndose una rotura instantánea cuando el refuerzo de material compuesto alcanzó su resistencia máxima en dicha sección (Figura 10). La fibra llegó a su carga de rotura debido al efecto local de punzonamiento producido por la desnivelación entre los labios de la grieta (más que fisura) que apareció en la zona de apoyo dada la ausencia de armadura pasiva tras la reparación que controlara la fisuración en dicha zona. La carga máxima alcanzada fue de 156,6 kN, mayor que la de la viga original (92,8 kN). En este instante, también se podía apreciar un daño importante en la zona de centro luz de ambos vanos. Un incremento de

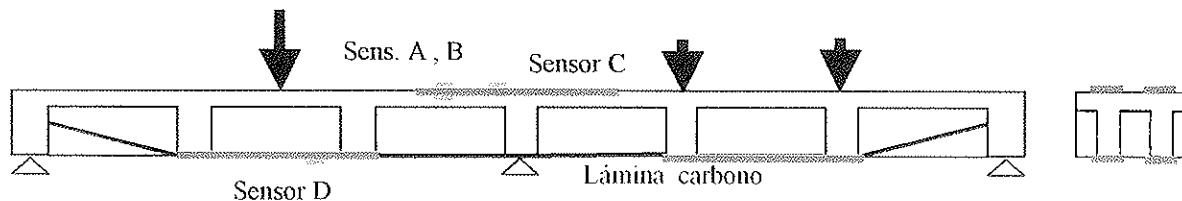


Figura 9. Localización de los sensores de fibra óptica y de los refuerzos de fibra de carbono.

Así, el sensor A media la deformación en la interfase entre hormigón y fibra de carbono mientras que los sensores B, C y D median la deformación de la propia fibra de carbono.

Además de los sensores de fibra óptica también se instalaron galgas extensométricas en el hormigón, en el acero activo y pasivo y en la fibra de carbono, así como LVDTs para obtener mediciones de flechas de la viga. Se utilizaron en total 70 canales de instrumentación durante el ensayo. Las galgas extensométricas situadas sobre la fibra de carbono estaban colocadas en la misma sección que los sensores de fibra óptica para poder comparar y verificar sus mediciones.

carga (en una esquema de doble viga isostática al haber roto ya la continuidad) llevó a la rotura frágil de hormigón donde estaba el material compuesto encolado (fallo por despegue, fig. 11).

La figura 12 muestra la relación entre carga y deformación, obtenida mediante fibra óptica y mediante galgas. La comparación de resultados es muy satisfactoria incluso en la rama no lineal. Dicha rama comienza en los 80 kN lejos aún de la carga máxima. Las pequeñas diferencias entre ambos tipos de sensores se pueden explicar por la fluencia del hormigón a esos niveles de carga pues aunque las mediciones se realizaron a igual carga, no fueron perfectamente simultáneas.



sofisticado para predecir el comportamiento a partir de la fisuración.

## 5.2. Modelo numérico para el rango no-lineal

Se desarrollaron dos aproximaciones tratando simular el comportamiento de la viga después de fisuración hasta rotura. La primera estrategia consiste en implementar el mismo elemento que se ha utilizado para el análisis lineal en un programa de análisis no lineal por elementos finitos desarrollados en la UPC [8]. El elemento de hormigón protensado utilizado en el programa tiene 6 grados de libertad por nodo (es un elemento de dos nodos con formulación de Bernouilli y discretización de la sección transversal mediante trapezoides). Para introducir los grados de libertad correspondientes al giro  $\beta$  en las partes reparadas de la viga se eliminaron los grados de libertad de torsión del elemento original. Así, la matriz de rigidez del elemento híbrido (hormigón + adhesivo + compuesto) puede calcularse, de acuerdo con [8], de la siguiente forma:

$$[K] = [K_h] + [K_a] + [K_f]$$

con

$$[K]_h = \int_V \left( B_u - y \cdot B_v - z \cdot B_w 0 \right)^T \cdot E_h(x, y, z) \cdot \left( B_u - y \cdot B_v - z \cdot B_w 0 \right) dx dy dz$$

matriz de rigidez del elemento de hormigón armado.

$$[K]_a = \int_V \left( B_u - y \cdot B_v - z \cdot B_w y_a \cdot B_\beta \right)^T \cdot E_a(x, y, z) \cdot \left( B_u - y \cdot B_v - z \cdot B_w y_a \cdot B_\beta \right) dx dy dz$$

matriz de rigidez del adhesivo, y

$$[K]_f = \int_V \left( B_u - y \cdot B_v - z \cdot B_w h_a \cdot B_\beta \right)^T \cdot E_f(x, y, z) \cdot \left( B_u - y \cdot B_v - z \cdot B_w h_a \cdot B_\beta \right) dx dy dz$$

matriz de rigidez del compuesto de fibra, donde  $u$ ,  $v$  y  $w$  son los desplazamientos en  $x$ ,  $y$  y  $z$  y  $\beta$  es el giro descrito en la figura 14. Como es normal las matrices  $B_i$  se obtienen a partir de las funciones de forma correspondientes [9].

Las matrices  $[K]_a$  y  $[K]_f$  tienen la forma:

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{uv} & K_{uw} & K_{u\beta} \\ & K_{vv} & K_{vw} & K_{v\beta} \\ & & K_{ww} & K_{w\beta} \\ sim & & & K_{\beta\beta} \end{bmatrix}$$

donde  $K_{uu}$ ,  $K_{uv}$ ,  $K_{uw}$ ,  $K_{vv}$ ,  $K_{vw}$ ,  $K_{ww}$ , se encuentran en [8] y:

$$K_{\beta u} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L^2} - \frac{1}{L^2} \\ -\frac{1}{L^2} \end{bmatrix} \cdot D_{\beta u} \quad K_{\beta v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{L^2} - \frac{1}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L^2} \end{bmatrix} \cdot D_{\beta v}$$

$$K_{\beta w} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{L^2} - \frac{1}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L^2} \end{bmatrix} \cdot D_{\beta w} \quad K_{\beta\beta} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L^2} - \frac{1}{L^2} \\ -\frac{1}{L^2} \end{bmatrix} \cdot D_{\beta\beta}$$

para la capa de adhesivo:

$$D_{\beta u} = \sum_q \sum_i \sum_j E_a \cdot y_{a_u} \cdot J_{ij} \cdot w_i \cdot w_j$$

$$D_{\beta v} = \sum_q \sum_i \sum_j E_a \cdot y_{a_v} \cdot y_{ij} \cdot J_{ij} \cdot w_i \cdot w_j$$

$$D_{\beta w} = \sum_q \sum_i \sum_j E_a \cdot y_{a_w} \cdot z_{ij} \cdot J_{ij} \cdot w_i \cdot w_j$$

$$D_{\beta\beta} = \sum_q \sum_i \sum_j E_a \cdot y^2_{a_\beta} \cdot J_{ij} \cdot w_i \cdot w_j$$

para la lámina de compuesto de fibra:

$$D_{\beta u} = \sum_q \sum_i \sum_j E_f \cdot h_{a_u} \cdot J_{ij} \cdot w_i \cdot w_j$$

$$D_{\beta v} = \sum_q \sum_i \sum_j E_f \cdot h_{a_v} \cdot y_{ij} \cdot J_{ij} \cdot w_i \cdot w_j$$

$$D_{\beta w} = \sum_q \sum_i \sum_j E_f \cdot h_{a_w} \cdot z_{ij} \cdot J_{ij} \cdot w_i \cdot w_j$$

$$D_{\beta\beta} = \sum_q \sum_i \sum_j E_f \cdot h^2_{a_\beta} \cdot J_{ij} \cdot w_i \cdot w_j$$

q es el trapezoide de la sección transversal, i, j son los puntos de integración de cada trapezoide y  $w_i$ ,  $w_j$  son los pesos de integración.

Cuando se utiliza esta aproximación no es posible alcanzar la convergencia del proceso iterativo inherente a todo análisis no-lineal. Ello es debido a que los elementos de la matriz de rigidez asociados al grado de libertad  $\beta$  se integran sobre un espesor muy pequeño,  $1 \times 10^7$  veces menor que la viga de hormigón. Ello conlleva un mal condicionamiento en la matriz de rigidez que conduce a un proceso iterativo no convergente.

Como el modelo utilizado está basado en la integración sobre trapezoides definidos en la sección transversal, la segunda estrategia consistió en considerar sólo la lámina de fibra de carbono como colaborante en la resistencia, no considerando el adhesivo. En efecto, el adhesivo no colabora en la matriz de rigidez sino que sólo produce una distorsión en función de su módulo de deformación transversal ( $G$ ) que genera una diferencia entre las deformaciones medidas en el hormigón y la fibra de carbono, tal como se había comprobado experimentalmente. La inclusión de este efecto en el modelo de elementos finitos es sencilla, incorporándose una deformación adicional en los trapezoides que modelizan la fibra de carbono, debida a la distorsión de la capa de adhesivo. Así, en

cada punto de integración en la lámina de compuesto tenemos:

$$(\varepsilon_x)_f = \frac{du_0}{dx} - z' \cdot \frac{d^2 w_0}{dx^2} - y' \frac{d^2 v_0}{dx^2} + \gamma \cdot h_a$$

donde  $h_a$  es el espesor de adhesivo y

$$\gamma = \tau/G$$

con  $G$ , módulo de deformación transversal, que se supone constante.

En el mismo punto de integración de la sección de hormigón, la deformación axial vale

$$(\varepsilon_x)h = \frac{du_0}{dx} - z' \cdot \frac{d^2 w_0}{dx^2} - y' \frac{d^2 v_0}{dx^2}$$

Por lo que existe una diferencia entre ambas deformaciones ( $\gamma \cdot h_a$ ), y la tensión tangencial en el adhesivo necesaria para calcularla es la tensión normal en el hormigón adyacente al adhesivo ( $\tau = \sigma_h$ ).

El problema se resuelve de forma iterativa hasta que se alcanza convergencia.

### 5.2.1. Resultados del modelo no-lineal

No se pueden comparar los resultados en el rango no lineal en cuanto a la diferencia entre deformaciones entre hormigón y fibra porque las mediciones en los sensores de fibra óptica A y B (que son los que nos pueden dar idea de esa diferencia) sólo fueron posibles hasta 80 kN (no por una limitación sino por un problema puntual de esos sensores). Hasta dicho valor, que corresponde con el rango elástico, los resultados del modelo no-lineal se asemejan mucho a las mediciones, tal como sucedía en el modelo lineal. Si se comparan las flechas, carga última y tensiones en el pretensado exterior (fig. 18 y

19). La carga última en el ensayo fue de 156,6 kN, mientras que el modelo predice 160 kN. La tensión en el acero de pretensado coincide perfectamente hasta 50 kN. A partir de aquí la coincidencia no existe porque en el modelo se supuso que habría libre deslizamiento en desviadores, pero en la realidad el óxido existente en los tubos metálicos que configuraban esos desviadores impidió el deslizamiento, tal como se midió con los LVDTs dispuestos a tal fin. Además se comparan los resultados medidos por el sensor C, que sí funcionó correctamente hasta rotura, con los resultados obtenidos del modelo no lineal para verificar la bondad de las redes de Bragg (figura 20).

## 7. CONCLUSIONES

Los resultados experimentales son muy satisfactorios en el sentido de que demuestran la posibilidad de monitorización continua de estructuras reparadas con materiales avanzados utilizando fibra óptica.

La viga reparada presenta un comportamiento mecánico igual o mejor que la original, demostrando que este tipo de reparaciones tiene un campo de aplicación en la ingeniería civil. Las medidas a partir de las redes de Bragg coinciden con las realizadas a partir de galgas extensométricas, pudiéndose medir la distorsión introducida por la capa de adhesivo.

La diferencia de deformación entre hormigón y fibra de carbono provocada por la capa de adhesivo se puede modelizar mediante elementos finitos, pudiéndose obtener una idea global de la transferencia de deformaciones entre ambos materiales.

En el rango elástico se ha desarrollado un modelo simple para explicar las mediciones en la viga de hormigón reparada con láminas de material compuesto. El modelo explica aspectos como el arrastre de la deformación en el extremo de la fibra. A pesar de la simplicidad del modelo sus resultados son muy satisfactorios. Para el rango no-lineal también se ha desa-

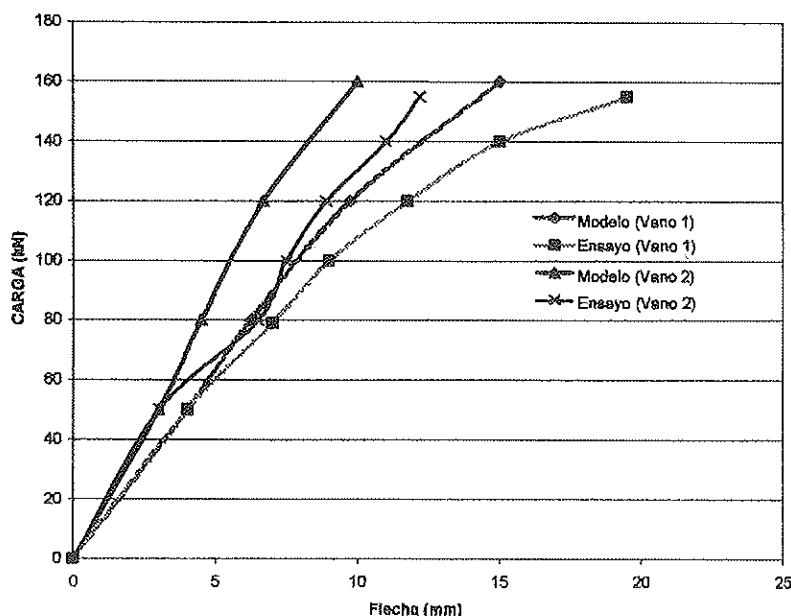


Figura 18. Curvas carga-flecha teórica y experimental.



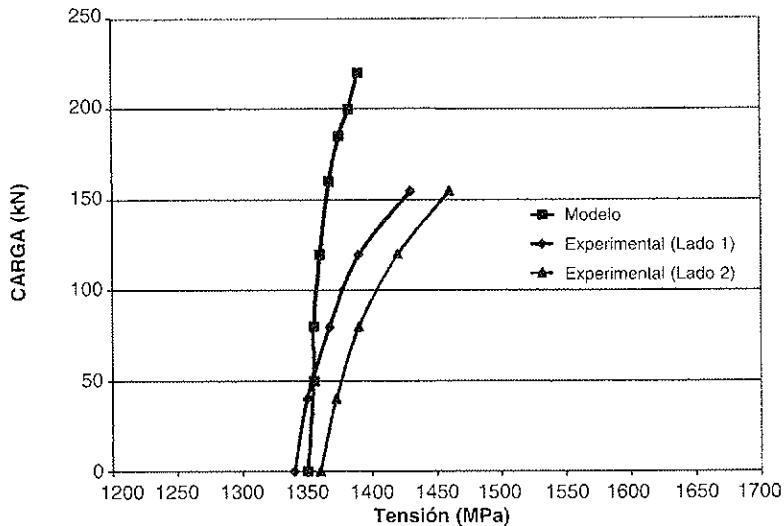


Figura 19. Curvas carga-tensión en el acero activo.

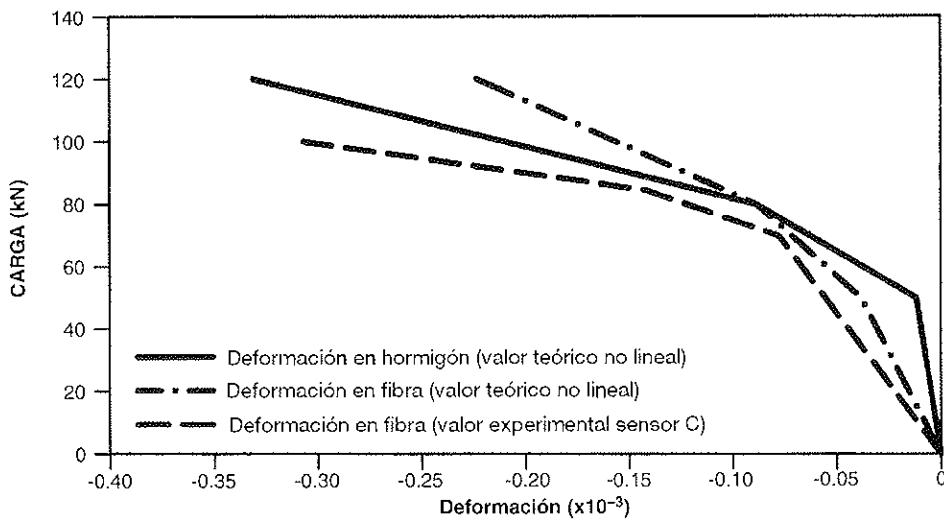


Figura 20. Comparación entre valores teóricos y experimentales para el sensor C situado en la fibra de carbono.

rrollado un modelo numérico que además de incluir esa diferencia de deformación entre hormigón y compuesto predice el comportamiento no lineal de la estructura reparada con una muy buena aproximación de su carga última.

El modelo no lineal también permite comprobar que las redes de Bragg embebidas en la interfase adhesiva funcionan correctamente, dado que no es posible hacerlo por comparación con otro método de medida.

## Agradecimientos

Los autores quieren agradecer a la Secretaría de Estado de Política Científica y Tecnológica la financiación concedida para la realización del presente trabajo a través de los proyectos de investigación TAP 1999-1709-C03-01 y PB98-0927.

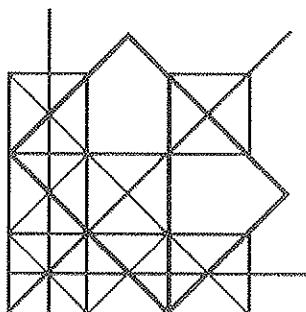
## Apéndice. Notación

$h_a$ :	espesor de adhesivo	$u$ :	desplazamientos según el eje local x
$n_{eff}$ :	índice de refracción efectivo del núcleo de la fibra óptica.	$v$ :	desplazamientos según el eje local y
$p_c$ :	constante fotoelástica de la fibra	$w$ :	desplazamientos según el eje local z
		$w'$ :	giros según eje local z
		$w_i$ :	peso de integración del punto i
		$y', z'$ :	coordenadas locales de una fibra de hormigón
		$B_{ij}$ :	matrices para cálculo de deformaciones a partir de movimientos nodales
		$E$ :	relaciones tensión-deformación de hormigón, adhesivo y compuesto de fibra $K$ : matriz de rigidez global
		$G$ :	módulo de deformación transversal
		$J_{ij}$ :	jacobianos de los cambios de coordenadas
		$K_h$ :	matriz de rigidez del elemento de hormigón armado
		$K_a$ :	matriz de rigidez del adhesivo
		$K_f$ :	matriz de rigidez del compuesto de fibra
		$\lambda_B$ :	pico de longitud de onda de las redes de Bragg
		$\epsilon$ :	deformación axial
		$\omega$ :	flecha en el centro de la viga
		$\beta$ :	giro relativo entre fibra de hormigón y lámina de carbono
		$\gamma$ :	deformación tangencial
		$\tau$ :	tensión tangencial
		$\Delta$ :	periodo de modulación del índice de refracción

## REFERENCIAS

1. Focacci, F.; Nanni, A.; Farina, F.; Serra, P. y Canneti, C. "Repair and rehabilitation of an existing RC structure using CFRP sheets". *Proceedings of ECCM-8* (1998).
2. Benedetti, A. y Nanni, A. "On carbon fibers strengthening of heat damaged prestressed concrete beams". *Proceedings of ECCM-8* (1998).
3. Morin, A.; Caron, S.; Van Neste, R.; Edgecombe, M. "Field monitoring of the ice load of an icebreaker propeller blade using fiber optic strain gauges". *Proceedings of SPIE 2718*, pp. 427-439, March 1996.
4. Kersey, A. et al. "Transient load monitoring on a composite hull ship using distributed fiber optic Bragg grating sensors". *Proceedings of SPIE 3042*, pp. 421-430, March 1997.
5. Melvin, L. et al. "Integrated Vehicle Health Monitoring (IVHM) for Aerospace Vehicles". *Proc. of Int'l. Workshop on Structural Health Monitoring*, pp. 705-714, Stanford, Sept. 1997.
6. Pardo de Vera, C.; Guemes, J.A. "Embedded Self-Sensing Piezoelectric for Damage Detection". *Proc. Of Int'l. Workshop on Structural Health Monitoring*, pp. 445-455, Stanford, Sept. 1997.
7. G.A. Lesieutre and Lee, U. "A finite element for beams having segmented active constrained layers with frequency-dependent viscoelastics". *Smart Mater. Struc.* 5 91996), pp. 615-627.
8. Ramos, G. "Estudio del comportamiento en servicio, prerrrotura y rotura de puentes de hormigón con pretensado exterior". Tesis Doctoral. ETS de Ing. de Caminos (UPC). Barcelona, España, Abril 1994.
9. Ramos, G., Aparicio, A.C. "Ultimate Analysis of Monolithic and Segmental Externally Prestressed Concrete Bridges", *ASCE Journal of Bridge Engineering*, Vol. 1, N. 1. Feb. 1996, pp. 30-41.

## CONVOCATORIA



## VII CONFERENCIA CIENTÍFICO-TÉCNICA DE LA CONSTRUCCIÓN

2do Trimestre del 2004

El Ministerio de la Construcción de la República de Cuba y la Unión Nacional de Arquitectos e ingenieros de la Construcción de Cuba (UNAICC) se complacen en convocar a todos los especialistas nacionales y extranjeros a participar en la VII Conferencia Científico-Técnica de la Construcción, que tendrá lugar en la Ciudad de La Habana en el Segundo Trimestre del año 2004.

La VII Conferencia Científico Técnica de la Construcción mantendrá sus objetivos principales: Impulsar el desarrollo científico-técnico, estimular el trabajo de los investigadores y especialistas de la Construcción, propiciar la confrontación de criterios e intercambiar experiencias alrededor de los problemas más relevantes de la Construcción en Cuba.

El lema Central de la VII Conferencia Científico-Técnica de la Construcción será:

### "POR UNA ELEVADA CALIDAD Y DESEMPEÑO DE LAS CONSTRUCCIONES"

El objetivo de una elevada calidad y desempeño de las construcciones, aunado a un consumo mínimo de recursos materiales y a la reducción continua de los costos y de los plazos de ejecución de las obras, constituye un elevado reto al que nos enfrentamos los técnicos y científicos de todas las ramas de la Construcción. Las ponencias girarán en todos los casos alrededor de este lema Central en todas sus posibilidades temáticas, pero deberán insistir en la medición o cuantificación del impacto real o potencial de sus propuestas (sea económico, social o medioambiental)

.../...



## PRESENTACIÓN DE PONENCIAS

Las ponencias serán presentadas en papel (original y una copia) y además en disquette o disco compacto.

El formato en todos los casos será en hojas de carta (letter) de  $8\frac{1}{2} \times 11$ " (21,5 x 27,9 cm), con orientación del papel vertical y garantizando un margen superior e inferior de 2,5 cm e izquierdo y derecho de 3 cm, así como un margen de pie de 1,7 cm. No se numerarán las páginas.

El texto será elaborado en versión 97 de Microsoft Word y guardarse en el disco con un nombre largo relacionado con el título y el autor o entidad de procedencia. Si se utiliza la versión 2000 de Word debe guardarse la ponencia con formato enriquecido de texto (ext. Rtf). Las ponencias no deben exceder de 1,5 Mega-bytes de tamaño y pueden incluir texto, gráficos e imágenes. Tanto los gráficos como las imágenes deben ser *incrustados* en el documento. Se utilizará el tipo de letra **Tahoma** con tamaño 10 puntos con interlineado sencillo (a 1 espacio) y espacio anterior de 6 puntos y posterior de 6 puntos para separar los párrafos entre sí. No incluya ningún tipo de carátula. La primera página se encabezará con el título de la ponencia en letra **Tahoma**, 14 puntos, Cursiva, Párrafo con alineación izquierda, los autores con letra **Tahoma** 10 puntos, Cursiva, párrafo con alineación izquierda y la Entidad con letra **Tahoma**, 10 puntos, cursiva, párrafo con alineación izquierda. Al finalizar el documento deben aparecer las formas de contactar con los autores que incluyan los teléfonos, la Dirección Postal, el Fax y el Correo electrónico.

**En una sola cuartilla como fichero independiente** se incluirá un Resumen de la ponencia con una extensión máxima de 200 palabras y con los mismos requisitos de presentación indicados.

**No serán aceptadas las ponencias que no cumplan con todo rigor los requisitos de presentación anteriormente expuestos, tanto para el texto principal como para la hoja del resumen.**

La fecha límite para la presentación de las ponencias será el 20 de Diciembre del año 2003.

**No se aceptarán ponencias una vez vencido el plazo para la recepción de las mismas.**

La aceptación de los trabajos será informada oficialmente a partir del 15 de Febrero del año 2004.

## ENVÍO DE PONENCIAS Y SOLICITUD DE INFORMACIÓN

Para el envío de ponencias y cualquier solicitud de Información adicional, dirigirse a:

**Dr. Ing. Juan José Howland Albear**

Dirección Postal: Ministerio de la Construcción. Dirección de Desarrollo Tecnológico  
Ave. Carlos Manuel de Céspedes y 35. Plaza de la Revolución. CP 10600  
Ciudad de La Habana, Cuba.  
Teléfonos: (53-7) 8814734 y 8814978  
Fax: (53-7) 8811029  
e-mail: [howland@micons.cu](mailto:howland@micons.cu)

## COMITÉ ORGANIZADOR

**Presidente de Honor: Ing. Fidel Figueroa de la Paz**  
Ministro de la Construcción

**Presidente: Arq. Oris Silvia Fernández Hernández**

**Miembros: Arq. Norma Díaz Ramírez**

Dr. Ing. Juan José Howland Albear  
MSc. Ing. Raquel Rodríguez Gato  
Dra. Arq. Josefina Rebelleón Alonso  
Arq. Augusto Pérez-Beato Fernández  
Lic. Dora Nisenbaum  
Lic. Zoila Pacheco Aguilera  
Lic. Josefina Álvarez  
Dr. Ing. Enrique Castellanos  
Ing. Alejandro Iñigo  
Ing. José A. Guardado Chacón

# Ductilidad y predictibilidad en secciones de hormigón armado

## ***Ductility and predictability in reinforced concrete sections***

**Lluís Puigdomènech Franquesa**

Ingeniero Agrónomo.

Dpto. Ingeniería Agroforestal, Universidad de Lleida

### **RESUMEN**

La ductilidad en secciones de hormigón armado sometidas a flexión es una característica de buen comportamiento de las mismas en Estado Límite Último (manifestación de fisuras y gran deformación para situaciones próximas a la rotura). Sin embargo, no hay que desdeñar el hecho de que asociada a la ductilidad de las mismas secciones se desarrolla un comportamiento más previsible; ello es especialmente interesante cuando se trabaja en condiciones de ejecución cuestionables o una gran variabilidad del hormigón elaborado (por ejemplo, con el uso de árido reciclado). El presente artículo desarrolla teóricamente el caso de flexión simple en secciones rectangulares de hormigón armado y propone expresiones para valorar la variabilidad del momento resistente en diferentes diseños. Esta es una pequeña contribución al trabajo desarrollado por el Joint Committee on Structural Safety (JCSS).

### **SUMMARY**

*Ductility in reinforced concrete sections under bending situations is a welcome property for the Ultimate Limit States (apparent cracking and huge deformation for nearby collapse). Nevertheless, predictability is a related property with ductile sections, specially interesting for doubtful execution or variable concrete properties (i.e. recycled aggregates). This paper aims to developing a theoretical justification for the case of*

*bending rectangular sections and expressions for estimating variability of moment in different designs. This is a humble contribution to work done by the Joint Committee on Structural Safety (JCSS).*

### **1. INTRODUCCIÓN**

El uso de la normativa vigente (i.e. anexo 8, EHE) por parte de los técnicos como documentación de referencia para el diseño de estructuras de hormigón armado, a pesar de su aconsejable simplicidad, incita a la utilización de expresiones “truncadas” estadísticamente hablando, lo que provoca una cierta pérdida de información (desarrollo semiprobabilístico). Así, por ejemplo, las expresiones desarrolladas en las normativas pueden estimar un mismo momento resistente a partir de los valores característicos de las variables que participan en las expresiones para escuadrias diferentes solicitadas a flexión; a pesar de obtener una misma estimación del momento resistente, aquellas gozan de una diferente varianza del momento resistente debido al mayor o menor uso del hormigón como material resistente a compresión, y por tanto, de un diferente grado de seguridad y predictibilidad. Una revisión actualizada de los diferentes modelos de cálculo basados en desarrollos estadísticos se hallan en el documento “Derivable D5: Developement of Models” desarrollado por diferentes instituciones nacionales dentro del proyecto europeo BRIME (CE DGVI, 1999). Por otro lado, el Joint Committee on Structural Safety en el que participan organizaciones europeas como RILEM, CIB, CEB, ECCS, IASS e IABSE



propone un código modelo (JCSS, 2002) para solucionar determinadas limitaciones estadísticas que presentan las normativas vigentes en hormigón estructural cumplimentándolas en el campo de la seguridad estructural.

A continuación, para el caso particular de secciones rectangulares dúctiles ( $y < 0,5 \cdot d$ ) de hormigón armado, se plantea inicialmente un cálculo “clásico” para el dimensionado de sección, y posteriormente se incide en un desarrollo estadístico más completo. La notación usada en el presente artículo es la misma que la usada en la propia EHE.

En la actualidad, el Joint Committee on Structural Safety en el que participan organizaciones como RILEM, CIB, CEB, ECCS, IASS y IABSE propone un código modelo (JCSS, 2002) para solucionar determinadas limitaciones estadísticas que presentan las normativas vigentes cumplimentándolas en el campo de la seguridad estructural.

## 2. CÁLCULO DE SECCIONES

A partir del diagrama tensión-deformación rectangular para el hormigón, el cálculo de armado longitudinal en secciones rectangulares dentro del campo de la ductilidad ( $y < 0,5 \cdot d$ ) se apoya en expresiones como:

### Equilibrio de fuerzas

$$0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y + f_{yd} \cdot A_{s2} - f_{yd} \cdot A_{s1} = 0 \quad (1)$$

### Equilibrio de momentos

$$0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y \cdot \left( d - \frac{y}{2} \right) + f_{yd} \cdot A_{s2} \cdot (d - d') = M_u = M_d \quad (2)$$

para  $2,5 \cdot d' < y < 0,5 \cdot d$

donde,

$f_{cd}$ , resistencia a compresión de cálculo del hormigón.

$b$ , ancho de sección.

$y$ , profundidad de fibra neutra ficticia de tensiones.

$f_{yd}$ , límite elástico de cálculo del acero.

$A_{s1}, A_{s2}$ , secciones de acero a tracción y compresión.

$d$ , canto útil de la sección.

$d'$ , distancia del baricentro de armaduras longitudinales a cara externa de sección.

$M_d$ , momento flector solicitado.

$M_u$ , momento flector resistente.

La sustitución de la ecuación (1) sobre (2) da como resultado la ecuación para la evaluación del momento resistente de una sección rectangular a partir de las características de los materiales y una cantidad de armado longitudinal.

$$f_{yd} \cdot (A_{s1} - A_{s2}) \cdot \left[ d - \frac{f_{yd} \cdot (A_{s1} - A_{s2})}{2 \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b} \right] + f_{yd} \cdot A_{s2} \cdot (d - d') = M_u \leq M_d \quad (3)$$

## 3. MODELO ESTADÍSTICO

El modelo estadístico propuesto parte del desarrollo de Taylor de grado 2 para aproximar un entorno de función de dos variables:

$$z(x, y) = \Phi(x_r, y_r) + (x - x_r) \cdot \frac{\delta \Phi}{\delta x}(x_r, y_r) + (y - y_r) \cdot \frac{\delta \Phi}{\delta y}(x_r, y_r) + \frac{(x - x_r)^2}{2} \cdot \frac{\delta^2 \Phi}{\delta x^2}(x_r, y_r) + \frac{(y - y_r)^2}{2} \cdot \frac{\delta^2 \Phi}{\delta y^2}(x_r, y_r) + (x - x_r) \cdot (y - y_r) \cdot \frac{\delta^2 \Phi}{\delta x \delta y}(x_r, y_r) + R \quad (4)$$

siendo

$z(x, y)$ , función que define aproximadamente el entorno de la imagen de  $(x_r, y_r)$

$\Phi(x_r, y_r)$ , valor de la función en el punto  $(x_r, y_r)$

$x$ , valor cercano a  $x_r$

$x_r$ , valor de referencia, sobre el cual existe una cierta distribución simétrica de las imágenes de su entorno “ $x$ ”.

$y$ , valor cercano a  $y_r$

$y_r$ , valor de referencia, sobre el cual existe una cierta distribución simétrica de las imágenes de su entorno “ $y$ ”.

$R$ , residuo o error en la estimación del en torno de imagen de  $(x_r, y_r)$ , que se estima  $\approx 0$ .

El valor medio de la función entorno a la imagen del valor  $(x_r, y_r)$  corresponderá a:

$$z_m = \frac{\sum z_i}{n} \quad (5)$$

siendo

$z_i$ , imagen aproximada de  $(x, y)$  respecto la imagen de  $(x_r, y_r)$

$n$ , número de estimaciones

Por lo que se tiene sustituyendo (4) sobre (5):

$$z_m(x, y) = \Phi(x_r, y_r) + \left( \frac{1}{2} \right) \cdot V_x \cdot \left[ \frac{\delta^2 \Phi}{\delta x^2}(x_r, y_r) \right] + \left( \frac{1}{2} \right) \cdot V_y \cdot \left[ \frac{\delta^2 \Phi}{\delta y^2}(x_r, y_r) \right] + \text{CoV}(x_r, y_r) \cdot \frac{\delta^2 \Phi}{\delta x \delta y}(x_r, y_r) \quad (6)$$

siendo

$V_x$ , varianza o momento de segundo grado entorno al valor  $x_r$

$V_y$ , varianza o momento de segundo grado entorno al valor  $y_r$

$\text{CoV}(x_r, y_r)$  covarianza entorno a los valores de  $x_r$  y  $y_r$

Sustituyendo la expresión (3) sobre la (6), donde “ $x$ ” corresponde a  $f_e$ , y “ $y$ ” a  $f_y$ , se obtiene en la práctica:

$$z_m(x, y) \approx \Phi(x_r, y_r)$$

Pues el resto de los sumandos tienen poca incidencia. Es decir,

$$M_{um} \approx f_{ym} \cdot (A_{sl} - A_{s2}) \cdot \left[ d - \left( \frac{f_{ym} \cdot (A_{sl} - A_{s2})}{2 \cdot 0,85 \cdot f_{ck} \cdot b} \right) \right] + f_{ym} \cdot A_{s2} \cdot (d - d') \quad (7)$$

Ahora bien, a partir del desarrollo de Taylor de grado 1 y teniendo en cuenta que la estimación de la varianza corresponde a:

$$V_z = \frac{\sum z_i^2}{n} - z_m^2 \quad (8)$$

Se obtiene a partir de (4) y (6):

$$V_z(x_r, y_r) = V_x \cdot \left( \frac{\delta \Phi}{\delta x}(x_r, y_r) \right)^2 + V_y \cdot \left( \frac{\delta \Phi}{\delta y}(x_r, y_r) \right)^2 + 2 \cdot \text{CoV}(x_r, y_r) \cdot \frac{\delta \Phi}{\delta x}(x_r, y_r) \cdot \frac{\delta \Phi}{\delta y}(x_r, y_r) \quad (9)$$

donde

$x_r$ , valor de la función  $\Phi$  entorno a  $x_r, y_r$

$x_r, y_r$ , estadísticos de las variables aleatorias a estudiar

$\Phi$ , función

$V_z$ , momento de orden 2 de la función  $\Phi$

$V_x$ , momento de orden 2 respecto del estadístico  $x_r$

$V_y$ , momento de orden 2 respecto del estadístico  $y_r$

$\text{CoV}(x_r, y_r)$ , covarianza respecto de los estadísticos de  $x_r$  e  $y_r$

Sustituyendo (3) sobre (9):

$$V_{Mu} \approx V_{fc} \cdot \left[ \left( \frac{f_{ym} \cdot (A_{sl} - A_{s2})}{2 \cdot 0,85 \cdot f_{em}^2 \cdot b} \right)^2 + V_{fy} \cdot \left[ (A_{sl} - A_{s2}) \cdot \left( d - \frac{f_{ym} \cdot (A_{sl} - A_{s2})}{0,85 \cdot f_{em} \cdot b} \right) + A_{s2} \cdot (d - d') \right]^2 \right] \quad (10)$$

Suponiendo una correlación nula entre las variables aleatorias  $f_c$  y  $f_y$ , y una distribución de los estadísticos asociados a  $f_c$  y  $f_y$  de tendencia similar con solución de continuidad, independientemente de la distribución que pueda tener  $M_u$ ,  $V_{Mu}$  puede ser un buen estimador de la dispersión de los valores de  $M_u$ .

#### 4. VARIABILIDAD

La introducción de varianzas en las expresiones desarrolladas es el punto clave para la correcta estimación de la variabilidad existente en el Momento Resistente de secciones de vigas; así pues, en el “individuo viga” hay un número concreto de barras corrugadas de acero para el armado longitudinal a tracción y a compresión; además, dicho “individuo”,

en la longitud promedio de las barras que participan en la sección, no suele agotar en la propia ejecución el volumen amasado en una hormigonera.

Por otro lado, tanto el Eurocódigo 2 como la EHE han adoptado como Coeficiente de Variación poblacional del valor de resistencia a compresión el valor entorno al 15% ( $f_{em} \approx f_{ck} + 8$ ); en este caso, la unidad “individuo” es el volumen total de la hormigonera o de amasada.

Así pues, la probabilidad *acumulada* [ $P(E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_m)$ ] de encontrar un “individuo viga” con el hormigón de una amasada de diferente categoría resistente a la categoría promedio hace que el valor a introducir de varianza en las expresiones anteriores se asemeje a:

$$V_{fc} \approx m \cdot (\text{CoV}_{fc} \cdot f_{em})^2 \quad (11)$$

donde

$m$ , número estimado de vigas a llenar por una hormigonera.

$\text{CoV}_{fc}$ , coeficiente de variación poblacional estimado para la variable  $f_c$

Se supone que la variabilidad generada dentro de una amasada y dentro de una cuadrilla de ejecución es mucho menor que entre diferentes cuadrillas y diferentes amasadas, por lo que el muestreo dentro de una amasada se considerará representativo de la propia amasada.

En cuanto al acero, se estima que el Coeficiente de Variación poblacional del parámetro Límite Elástico se encuentra entorno al 5% (JCSS, 2002); el “individuo” para este valor es la barra de acero.

Por otro lado, la varianza *promediada* [ $P(E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_n)$ ] del límite elástico para las barras de acero corrugado que participan en una sección de la viga corresponderá a valores similares a:

$$V_{fy} \approx \frac{(\text{CoV}_{fy} \cdot f_{ym})^2}{n} \quad (12)$$

donde

$n$  es el número de barras corrugadas a tracción de la sección tipo.

$\text{CoV}_{fy}$ , coeficiente de variación poblacional estimado para la variable  $f_y$

#### 5. DESARROLLO PRÁCTICO

Calcula el dimensionado de escuadria y armado longitudinal para soportar un momento solicitado de 80 m·t (con criterio de ductilidad y sin criterio de ductilidad). Valora el momento de segundo orden del momento resistente para ambos dimensionados. HA-25, B-500-S, b (ancho de sección rectangular) = 400 mm, longitud media de viga = 5 m, volumen medio de hormigonera = 5 m<sup>3</sup>.

Para un canto  $h = 650$  mm

$$A_{s2} \text{ min.} \rightarrow 3\varnothing 12 \equiv 339 \text{ mm}^2$$

$$A_{s1} = 3743 \text{ mm}^2 \rightarrow 5\varnothing 32 \equiv 4021 \text{ mm}^2$$

$$\text{Volumen de hormigón en la viga} = 0,4 \cdot 0,65 \cdot 5 = 1,3 \text{ m}^3$$

$$m \approx \frac{5}{1,3} = 3,8 \quad \text{y} \quad n \approx 5$$

$$V_{fc} \approx m \cdot (CoV_{fc} \cdot f_{cm})^2 = 3,8 \cdot [0,15 \cdot (25+8)]^2 = 93 \text{ [N/mm}^2\text{]}^2$$

$$V_{fy} \approx \frac{(CoV_{fy} \cdot f_{yk})^2}{n} = \frac{(0,05 \cdot 500)^2}{5} = 125 \text{ [N/mm}^2\text{]}^2$$

La expresión (10) analiza la varianza del momento resistente:

$$V_{Mu} \approx 3188 \cdot 10^{12} \text{ [N} \cdot \text{mm}^2\text{]}^2$$

$$CoV_{Mu} = 0,071$$

Para una sección más dúctil, por ejemplo  $h = 950$  mm se tiene:

$$A_{s1} = 2157 \text{ mm}^2 \rightarrow 5\varnothing 25 \equiv 2455 \text{ mm}^2$$

$$\text{Volumen de hormigón en la viga (caso dúctil)} = 0,4 \cdot 0,95 \cdot 5 = 1,9 \text{ m}^3$$

$$m = \frac{5}{1,9} = 2,6 \quad \text{y} \quad n = 5$$

$$V_{fc} \approx m \cdot (CoV_{fc} \cdot f_{ck})^2 = 2,6 \cdot (0,15 \cdot (25+8))^2 = 64 \text{ [N/mm}^2\text{]}^2$$

$$V_{fy} \approx \frac{(CoV_{fy} \cdot f_{yk})^2}{n} = \frac{(0,05 \cdot 500)^2}{5} = 125 \text{ [N/mm}^2\text{]}^2$$

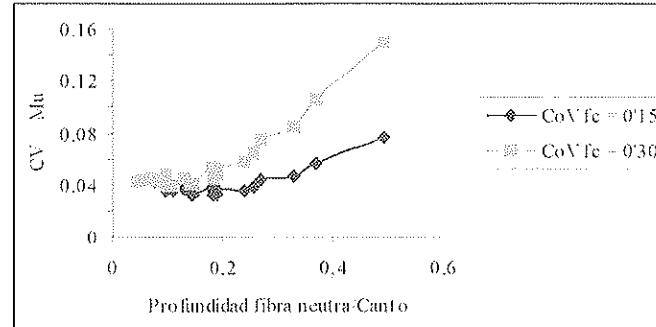
La expresión (10) analiza la varianza del momento resistente:

$$V_{Mu} \approx 933 \cdot 10^{12} \text{ [N} \cdot \text{mm}^2\text{]}^2$$

$$CoV_{Mu} = 0,038$$

A partir de los anteriores datos, variando el momento solicitado (20/35/50/65/80 mt), redimensionando el armado

longitudinal para diversos cantos (650/750/850/950 mm), asumiendo  $A_{s2} \approx 0$ , usando  $\varnothing 25$  para el armado  $A_{s1}$ , se obtiene:



## 6. CONCLUSIONES

Haciendo un ejercicio de extrapolación a otros casos, cabe concluir que para el predimensionado de secciones en que no exista restricciones dimensionales, existe un mayor grado de predictibilidad para aquellas en que se le aplica un criterio de ductilidad (profundidad de fibra neutra pequeña). Dicha situación se acentuaría cuando se habla de reciclado de escombro pesado (peso específico > 1700 kp/m<sup>3</sup>) para la elaboración de hormigón armado ( $CoV_{fc} \approx 30\%$ ; Hansen, 1992); en tal caso parecería aconsejable el uso de armados simétricos.

En la docencia del hormigón estructural, parece interesante ir incorporando matizes, como el propuesto en el presente artículo, en aras al aprendizaje en la toma de decisiones dentro del diseño.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

- (1) T.C. Hansen: "Recycling Demolished Concrete and Masonry, RILEM report núm. 6" 316 pp. Edita: E. & F.N. Spon, 1992.
- (2) JCSS, 2002: "JCSS Model Code" (disponible: <http://www.jess.ethz.ch/>).
- (3) Comisión Europea DG VII, proyecto BRIME, 1999: "D5: Development of models" (disponible: <http://www.trl.co.uk/brime/d5.pdf>).

# Modelo de comportamiento en servicio para estructuras reticulares de hormigón

## Parte I: Descripción del modelo y ejemplos de aplicación

*Serviceability model for concrete frames*

*Part I: Description of the model and application examples*

**LI. Torres**

Prof. Universitat de Girona

◆

**X. Cahís**

Prof. Universitat de Girona

◆

**F. López Almansa**

Prof. Universitat Politècnica de Catalunya

◆

**L. Bozzo**

Prof. Universitat de Girona

### RESUMEN

Se presenta un modelo general para el análisis en servicio, instantáneo y diferido, de estructuras reticulares planas de hormigón estructural. El desarrollo se basa en una extensión de la formulación matricial para análisis de barras en la que se tienen en cuenta los principales aspectos que influyen en el comportamiento estructural del hormigón como son fisuración, fluencia, retracción o pérdidas de pretensado. Se adopta un modelo de fisuración distribuida (desarrollado en la Parte II) basado en la modificación del diagrama constitutivo del hormigón. El planteamiento general permite su aplicación a distintos materiales y leyes de comportamiento. Se contempla la construcción evolutiva (seccional y estructural) con posibilidad de incorporación de refuerzos, consideración de la historia de cargas, de los procesos de cimbrado y descimbrado o de la restricción o liberación de grados de libertad. Se incluyen ejemplos para mostrar las posibilidades del modelo.

### SUMMARY

*A general method for instantaneous and time-dependent serviceability analysis of plane concrete frames is presented. The methodology is based in an extension of the classic matrix formulation for bars. The main aspects influencing the behavior of the structural concrete are considered: cracking, creep, shrinkage or prestress losses. To simulate the effect of cracking an smeared model (developed in Part II) based on the modification of the tensile branch of the concrete stress-*

*strain relationship is adopted. The general approach considered permits the application to different materials and constitutive laws. Sequential construction (sectional and structural), incorporation of reinforcement, consideration of the loads history, placing and removing shoring, and restraining or releasing in boundary conditions are considered. Some examples are included to highlight the capabilities of the model.*

### 1. INTRODUCCIÓN

La determinación de la situación tensodeformacional del hormigón estructural, sometido a cargas de servicio, constituye un problema complejo en el que intervienen multitud de factores, entre los que cabe destacar el comportamiento conjunto de dos o más materiales con propiedades distintas, la adecuada modelización de la fisuración, la variación de las propiedades resistentes con el tiempo y la influencia del comportamiento reológico de los materiales empleados. En los casos de reparación o de construcción evolutiva habrá que añadir a los aspectos anteriores los cambios de las características resistentes de la sección (daños, corrosión, refuerzos), la influencia del proceso constructivo y de la historia de cargas.

Frente al empleo de métodos de análisis simplificado del comportamiento seccional en servicio, con un ámbito más restringido de aplicación, surge la necesidad de desarrollar modelos de análisis generales en los que se contemplen de manera racional los fenómenos descritos en el apartado anterior, tal como recoge la actual Instrucción de Hormigón



Estructural EHE [1]. Por otra parte, la disponibilidad de ordenadores personales con creciente potencia de cálculo y capacidad de memoria posibilita en gran medida su aplicación a un número cada vez mayor de casos.

Con distintos grados de complejidad y de generalidad, en los últimos años se han desarrollado diversos procedimientos para el análisis en el tiempo de estructuras reticulares de hormigón. Así, existen modelos de tipo general para el análisis no lineal instantáneo y diferido como los de Kang [2], Marí [3,4], Carol y Murcia [5] y Ulm et al. [6]. Otros como los de Van Zyl y Scordelis [7], Ketchum [8], Abbas y Scordelis [9], Millanes [10], Murcia y Henkerhoff [11], incluyen los efectos de la construcción evolutiva, aunque adoleciendo algunos de ellos de la inclusión de la fisuración, del efecto de *Tension-Stiffening* (colaboración del hormigón traccionado entre fisuras) o de la consideración de la evolución en las dos direcciones, transversal y longitudinal.

Muchos de los modelos citados se basan en el Método de los Elementos Finitos (MEF) [2, 3, 7-9], sin embargo para el análisis de estructuras constituidas por barras también se han desarrollado procedimientos basados en la extensión de los métodos matriciales hacia una Formulación Matricial Generalizada (FMG) [4, 5, 12], la cual ha sido aplicada asimismo a otros tipos de estructuras y materiales (elementos curvos de obra de fábrica, Molins y Roca [13]). Esta metodología se caracteriza por el establecimiento "exacto" del equilibrio entre cargas exteriores y esfuerzos internos. No es necesaria la discretización de las barras en elementos de menor dimensión (reduciéndose así los grados de libertad del problema) ni el empleo de funciones de forma para aproximar la ley de desplazamientos. Como contrapartida, deben efectuarse integraciones a lo largo de los elementos para lo cual deben adoptarse reglas numéricas adecuadas.

Dentro de los modelos generales escalables a estructuras reales, basados en la formulación matricial, que incluyen la construcción evolutiva, la fisuración y el análisis diferido, cabe destacar el trabajo de Ghali y Elbadry [14], que incorpora el *Tension-Stiffening* mediante interpolación del comportamiento entre secciones totalmente fisuradas y no fisuradas [15], con la realización de un doble cálculo durante el proceso de análisis en el tiempo y la utilización del método AEMM (módulo efectivo ajustado con la edad) [16, 17] que permite la consideración de períodos largos a costa de suponer una variación preestablecida de la tensión con el tiempo. Más recientemente Cruz et al. [18] y Marí [19] han presentado modelos muy completos para construcción evolutiva basados en el MEF.

Por lo que se refiere al comportamiento en servicio y a la incidencia estructural de las propiedades diferidas del hormigón, con aplicaciones a construcción en diversas fases, cabe destacar los recientes trabajos de Pérez Caldentey [20] y del Grupo de Trabajo II/3 del GEHO [21].

En el presente trabajo se ha desarrollado un modelo de análisis en servicio para estructuras reticulares planas de hormigón (armado o pretensado), aplicable asimismo a estructuras mixtas y de acero, basado en la FMG [22, 23]. Las secciones se discretizan en capas y el comportamiento en el

tiempo se describe mediante un método paso a paso. Incorpora los aspectos más relevantes del análisis de pórticos, se incluyen las no linealidades geométricas y se ha hecho especial incidencia en la implementación del efecto de *Tension-Stiffening* (instantáneo y diferido) y de la influencia del proceso constructivo. La contribución del hormigón traccionado entre fisuras se tiene en cuenta mediante la modificación de la ley constitutiva del hormigón, lo cual proporciona un método directo y genérico, ajustable a datos experimentales, a modelos contrastados. Se tiene en cuenta la construcción evolutiva (seccional y estructural), la incorporación de refuerzos, la historia de cargas, los procesos de cimbrado y descimbrado, la variación de las propiedades de los materiales con el tiempo o el empleo conjunto de distintos materiales. La implementación de la metodología ha mostrado su capacidad para el análisis de estructuras a escala real con un número relativamente importante de nudos y barras.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

El desarrollo se realiza para el análisis de estructuras de barras en dos dimensiones, constituidas por secciones con un eje de simetría, contenido en el plano de carga. Las secciones se discretizan en capas paralelas entre sí y perpendiculares al eje de simetría, pudiéndose anular o incorporar nuevas capas a lo largo del proceso de cálculo. El análisis se lleva a cabo tomando un eje de referencia cualquiera, paralelo a las capas, independizándolo así de la posible variación del baricentro seccional.

El estudio del comportamiento en el tiempo se realiza por etapas. Las cargas exteriores, los esfuerzos de tesado o las variaciones de las propiedades resistentes de una sección (adición, sustitución o supresión de partes seccionales) se incluyen al inicio de una etapa.

### 2.1. Hipótesis básicas

Se han considerado las siguientes hipótesis: (1) las secciones inicialmente planas continúan siendo planas después de la aplicación de una carga o deformación impuesta; (2) no se tienen en cuenta las deformaciones debidas a las tensiones tangenciales; (3) se admite adherencia perfecta entre los distintos materiales que constituyen la estructura; (4) se considera que los esfuerzos se aplican en un plano de simetría de la sección, originándose una situación de flexocompresión recta.

### 2.2. Modelización del comportamiento de los materiales

La deformación en el hormigón en un instante de tiempo  $t$ , se descompone en suma de la mecánica  $\varepsilon_c^m(t)$  y de la no mecánica  $\varepsilon_c^{nm}(t)$ .

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_c^m(t) + \varepsilon_c^{nm}(t) \quad (1)$$

$$\varepsilon_c^{nm}(t) = \varepsilon_c^c(t) + \varepsilon_c^s(t) + \varepsilon_c^a(t) + \varepsilon_c^T(t) \quad (2)$$

considerándose como deformación mecánica la producida de manera instantánea por la tensión aplicada, mientras que la no mecánica engloba a la deformación debida a la fluencia  $\epsilon_c(t)$ , a la retracción  $\epsilon^s(t)$ , al envejecimiento  $\epsilon^a(t)$  y a los efectos térmicos  $\epsilon^T(t)$  [4,19].

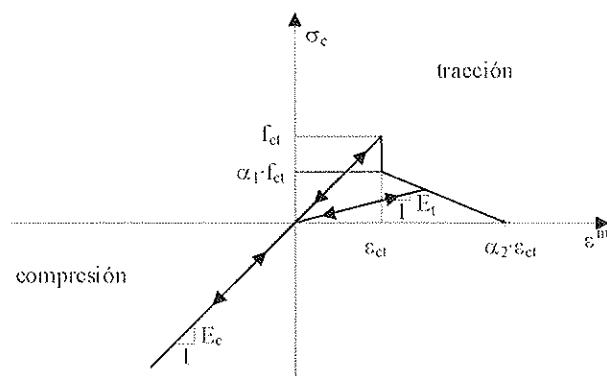


Figura 1. Diagrama tensión - deformación para el hormigón.

En la Figura 1 se muestra el modelo constitutivo instantáneo del hormigón. Para situaciones de servicio, puede adoptarse un comportamiento lineal en compresión, mientras que para el hormigón traccionado se considera una ley lineal siempre que no se supere el valor de la resistencia a tracción  $f_{ct}$ . El efecto de *Tension - Stiffening* se tiene en cuenta adoptando un modelo de fisuración distribuida con una ley constitutiva del hormigón modificada. En este trabajo se ha escogido un diagrama con una forma similar al presentado por Damjanic y Owen [24], de forma sencilla y amplia difusión, en el que la rama decreciente queda definida por los coeficientes  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , que afectan a la resistencia a tracción  $f_{ct}$  y a la deformación correspondiente  $\epsilon_{ct}$ . En un trabajo complementario (Parte II) se presenta una metodología para el ajuste de dichos coeficientes. Los procesos de inversión de cargas se representan siguiendo la trayectoria definida por las flechas del diagrama de la Figura 1. En la zona fisurada la pendiente  $E_r$ , menor que  $E_c$ , tiene en cuenta el grado de fisuración alcanzado hasta el momento.

Ya que el modelo descrito en la Figura 1 es no lineal, el análisis se desarrolla en forma incremental. El incremento de deformación mecánica se obtiene de la ec. (3), donde  $\Delta\sigma_c$  es el incremento de tensión en el hormigón y  $E$  su módulo de deformación, que adoptará distintos valores dependiendo del signo de la tensión y del grado de fisuración.

$$\Delta\epsilon_c'''(t) = \frac{\Delta\sigma_c(t)}{E(t)} \quad (3)$$

En el tratamiento de la fluencia, para niveles de carga en servicio, puede asumirse linealidad entre las deformaciones y las tensiones (principio de superposición de Boltzman). Para el caso general de un elemento sometido a una tensión variable en el tiempo, supuesto un valor inicial  $\sigma_c(t_0)$  y una función de fluencia  $C(t, t_0)$ , se tiene

$$\epsilon(t) = \sigma(t_0) C(t, t_0) + \int_{t_0}^t C(t, \tau) d\sigma_c(\tau) \quad (4)$$

La resolución de la ec. (4) se plantea mediante un método general de cálculo “paso a paso”, subdividiendo el tiempo en intervalos de duración creciente. Los incrementos de tensión se introducen de forma discreta en el instante central de cada intervalo de tiempo, procedimiento que según Kawano y Warner [25] es el que mejores resultados presenta frente a diversas tipologías de variación tensional. De acuerdo con ello la deformación no mecánica de fluencia en un determinado intervalo de tiempo puede obtenerse de

$$\Delta\epsilon_c^f(t_{i+}, t_{(i-1)+}) = \left[ \sum_{j=0}^i \left( \phi(t_{i+}, t_j) - \phi(t_{(i-1)+}, t_j) \right) \frac{\Delta\sigma_c(t_j)}{E_c(t_j)} \right] \quad (5)$$

donde  $t_i$  es el instante central de cálculo  $(t_{i+}, t_{(i-1)+})$  y  $t_j$  un instante anterior de aplicación del incremento de tensión  $\Delta\sigma_c(t_j)$ ,  $\phi$  es el coeficiente de fluencia y  $E_c(t_j)$  es el módulo de deformación a tiempo  $t_j$ , que deberá ser  $E_c(28)$  en el caso de usar el modelo de fluencia del CEB-FIP MC-90 [26] (adoptado por defecto en el presente trabajo).

Las deformaciones no mecánicas correspondientes a la retracción y a incrementos de temperatura en un determinado intervalo de tiempo  $(t_{i+}, t_{(i-1)+})$  se hallan mediante

$$\Delta\epsilon^s(t_{i+}, t_{(i-1)+}) = \epsilon_s(t_{i+}, t_s) - \epsilon_s(t_{(i-1)+}, t_s) \quad (6)$$

$$\Delta\epsilon^T(t_{i+}, t_{(i-1)+}) = \alpha(T_{i+} - T_{(i-1)+}) \quad (7)$$

donde  $\epsilon_s(t_{i+}, t_s)$  representa la deformación debida a la retracción entre el momento en que ésta empieza  $t_s$ , y el instante final del intervalo de cálculo  $t_{i+}$ ;  $\alpha$  es el coeficiente de dilatación lineal del material; y  $T_{i+}$ ,  $T_{(i-1)+}$  las temperaturas en los instantes que definen el intervalo de tiempo considerado.

La deformación debida al envejecimiento  $\epsilon^a$  se tiene en cuenta considerando en cada instante de cálculo los correspondientes valores de  $E_c(t_i)$  o  $f_{ct}(t_i)$ , obtenidos de forma experimental o usando expresiones proporcionadas por distintos códigos.

El valor total de la deformación a tiempo  $t_{i+}$  según la ec. (1), supuesta una discretización temporal en  $i$  intervalos de cálculo, puede expresarse de la siguiente forma

$$\epsilon_c(t_{i+}) = \sum_{j=0}^i \Delta\epsilon_c''' + \sum_{j=0}^i \epsilon_{cj}^{nm} \quad (8)$$

La deformación del acero en el rango de tensiones previsibles en estado de servicio, vendrá dada por la ec. (9), donde  $\Delta\sigma_s$  es el incremento de tensión y  $E_s$  es el módulo de deformación.

$$\Delta\epsilon_s(t) = \frac{\Delta\sigma_s(t)}{E_s} \quad (9)$$

Para la relajación intrínseca de los aceros activos se ha adoptado la formulación del MC-90 [26] dada por la ec. (10),



en la que  $\rho_t$  es la relajación a  $t$  horas,  $\rho_{1000}$  es la relajación a 1000 horas y  $k$  es un factor dependiente de las características del acero que puede tomarse como 0.12 para aceros de Clase 1 y 0.19 para aceros de Clase 2.

$$\rho_t = \rho_{1000} \left( \frac{t}{1000} \right)^k \quad (10)$$

La consideración de los efectos de la relajación a deformación variable se tiene en cuenta mediante el método de las tensiones ficticias (Hernández y Gamble [27]).

El planteamiento expuesto conduce a un modelo abierto que permite la inclusión de distintos refinamientos sobre la base ya establecida. Este podría ser el caso de la consideración de fluencia y retracción diferencial en un mismo tipo de hormigón en una sección o el deslizamiento entre acero y hormigón, entre otros.

### 2.3. Análisis seccional

El comportamiento seccional se obtiene hallando las deformaciones (curvatura  $C$  y deformación unitaria  $\varepsilon_0$  de la fibra de referencia) a partir de los esfuerzos internos (momento flector  $M$  y axil  $N$ ).

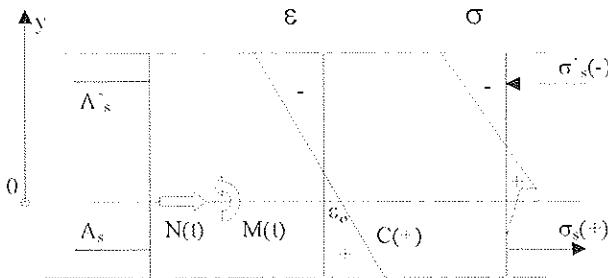


Figura 2. Sección sometida a flexocompresión.

La Figura 2 muestra el convenio de signos utilizado. Las ecuaciones de compatibilidad, equilibrio y constitutivas, en forma incremental son, respectivamente

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_0 - y\Delta C \quad (11)$$

$$\Delta N = \int \Delta\sigma \, dA \quad \Delta M = - \int \Delta\sigma \, y \, dA \quad (12)$$

$$\Delta\sigma = E \, \Delta\varepsilon^m + \Delta\sigma^0 = E \, (\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon^m) + \Delta\sigma^0 \quad (13)$$

donde  $y$  es la ordenada de la fibra analizada respecto del eje de referencia,  $N$ ,  $M$  los esfuerzos en la sección y  $\sigma^0$  la tensión inicial. De las tres ecuaciones anteriores y la ec. (1) se obtiene

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int E \, dA & - \int E \, y \, dA \\ - \int E \, y \, dA & \int E \, y^2 \, dA \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0 \\ \Delta C \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta N^0 \\ \Delta M^0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

siendo  $N^0$  y  $M^0$  unos esfuerzos ficticios capaces de generar las deformaciones no mecánicas y las tensiones iniciales, de tal forma que

$$\begin{aligned} \Delta N^0 &= \int E \, \Delta\varepsilon^m \, dA + \int \Delta\sigma^0 \, dA \\ \Delta M^0 &= - \int E \, y \, \Delta\varepsilon^m \, dA - \int y \, \Delta\sigma^0 \, dA \end{aligned} \quad (15)$$

De una forma más compacta puede escribirse

$$\sigma = \mathbf{K}_s \varepsilon + \sigma^0 \quad (16)$$

donde  $\mathbf{K}_s$  es la matriz de rigidez de la sección;  $\sigma (N, M)^T$  es el vector de esfuerzos seccionales,  $\varepsilon (\varepsilon_0, C)^T$  el vector de deformaciones totales y  $\sigma^0 (N^0, M^0)^T$  un vector que engloba los esfuerzos debidos a las tensiones y a las deformaciones iniciales [4].

La resolución del sistema de ecuaciones (14) se aborda en forma incremental, aplicando un procedimiento iterativo basado en el método de *Newton-Raphson*. Conocido el estado tensodeformacional al final de un intervalo de cálculo, se halla la matriz de rigidez seccional tangente a partir del estado de fisuración previo; se determina el vector incremento de deformaciones  $(\Delta\varepsilon_0, \Delta C_i)^T$  resolviendo (14); se obtienen los incrementos de deformación  $\Delta\varepsilon_i$  en cada capa mediante la ec. (11) y se actualizan  $\varepsilon_i = \varepsilon_{i-1} + \Delta\varepsilon_i$ ; se hallan las variaciones de tensión  $\Delta\sigma_i$  en cada capa mediante las ecuaciones constitutivas y se actualizan  $\sigma_i = \sigma_{i-1} + \Delta\sigma_i$ ; se determina el vector de esfuerzos seccionales  $(N_i, M_i)^T$  mediante la ec. (12); se hallan los esfuerzos residuales  $N'_i, M'_i$ ; siguiendo un esquema iterativo se repiten los pasos anteriores introduciendo  $N'_i, M'_i$  en (14) hasta alcanzar la convergencia.

En el caso de añadir capas, el proceso acumulativo de cálculo de tensiones y deformaciones debe partir de un valor inicial nulo para el instante en que se han introducido. Cuando se suprime un grupo de capas, éstas dejarán de contabilizarse en los cálculos desde el momento en que dejen de estar presentes.

En la implementación numérica la situación de fisuración de cada capa se controla mediante una variable que adopta distintos valores según se trate de capa no fisurada, parcialmente fisurada (se ha sobrepasado el valor de  $\varepsilon_{ct}$ , pero no se ha llegado a  $\alpha_2 \cdot \varepsilon_{ct}$ ) y capa totalmente fisurada (se ha sobrepasado  $\alpha_2 \cdot \varepsilon_{ct}$  y ya no es posible ninguna colaboración del hormigón traccionado). Asimismo, el paso de zona de tracción a compresión, y viceversa, para procesos de inversión de carga se controla con la variable  $\varepsilon_{tr}$  definida en la Figura 3.

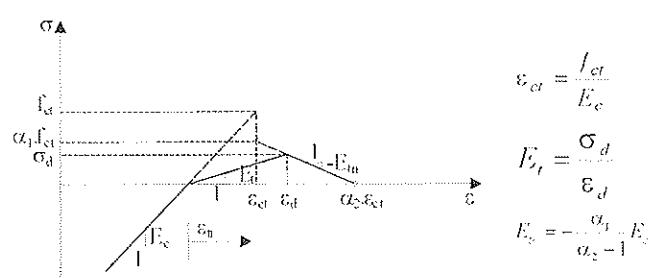


Figura 3. Capa de hormigón parcialmente fisurada.

Por lo que se refiere a la consideración de los efectos diferentes en aquellas capas con una situación de fisuración parcial o total, trabajando en la zona de tracción, la deformación no mecánica de fluencia se determina según la ec. (5) empleando igualmente  $E_c$ , ya que solamente fluye el hormigón entre fisuras, sometido a una tensión media  $\Delta\sigma_c(t_f)$ . Sin embargo en la determinación de  $N^0$ , se toma  $E_t$ , con lo que se pretende modelizar la pérdida de adherencia gradual entre acero y hormigón a medida que aumenta el grado de fisuración. De esta forma

$$\Delta N^0 = \Delta\epsilon_c^{nm} E_t A_c \quad (17)$$

donde  $\Delta\epsilon_c^{nm}$  incluye la retracción. Véase que  $E_t$  varía entre  $E_c$  y cero para capa no fisurada y totalmente fisurada, respectivamente. Ello representa una pérdida de la compatibilidad, no transmitiéndose toda la deformación no mecánica al acero. La relación  $E_t/E_c$  viene a ser un indicativo del daño en la determinación de  $N^0$ , de manera que se tendría el valor máximo para  $E_t = E_c$  y el mínimo para  $E_t = 0$ . Con este planteamiento, cuando la sección está totalmente fisurada, la posible deformación no mecánica sigue contribuyendo al valor de  $\epsilon_{nr}$  (y por tanto podrá influir en la inversión de cargas) pero no tiene el efecto de deformación impuesta sobre la sección.

#### 2.4. Análisis estructural

Se cumplirá la siguiente relación entre fuerzas y desplazamientos

$$\mathbf{f} = \mathbf{K}\mathbf{d} + (\mathbf{f}^e + \mathbf{f}^0) \quad (18)$$

donde  $\mathbf{f}$  es el vector de fuerzas aplicadas directamente a los nudos,  $\mathbf{d}$  es el vector de desplazamientos nodales,  $\mathbf{f}^e$  y  $\mathbf{f}^0$  son, respectivamente, los vectores de fuerzas de empotramiento perfecto debidas a las cargas aplicadas sobre la barra y debidos a las tensiones iniciales y  $\mathbf{K}$  es la matriz de rigidez global. Asimismo, para cada elemento el vector de fuerzas en extremos de barra  $\mathbf{f}_{el}$  vendrá dado por

$$\mathbf{f}_{el} = \mathbf{K}_{el}\mathbf{d}_{el} + (\mathbf{f}_{el}^e + \mathbf{f}_{el}^0) \quad (19)$$

El convenio adoptado para los ejes de coordenadas y grados de libertad se muestra en la Figura 4.

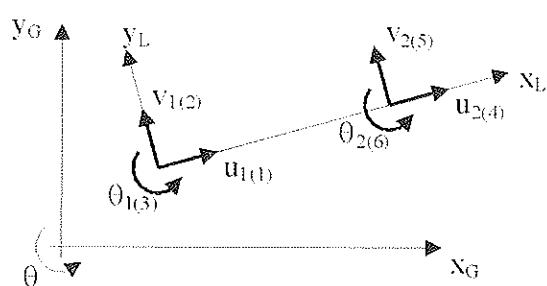


Figura 4. Convenio de signos.

Aplicando las ecuaciones de compatibilidad cinemática se tiene

$$u_2 - u_1 = \int \epsilon_0 \, dx \quad (20)$$

$$\theta_2 L - (v_2 - v_1) = \int C \, x \, dx \quad (21)$$

$$\theta_2 - \theta_1 = - \int C \, dx \quad (22)$$

Si se permite el desplazamiento unitario alternativo en cada uno de los grados de libertad nodales, manteniendo fijos los demás, las fuerzas en los nudos corresponden a los coeficientes de la matriz de rigidez. Por ejemplo, para el caso del nodo 1 se tiene el esquema de la Figura 5.

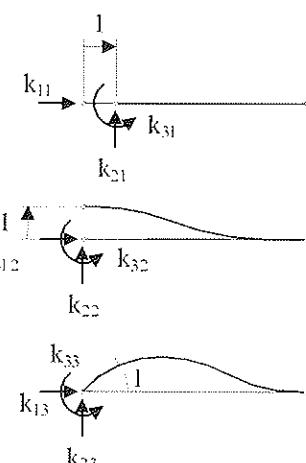


Figura 5. Coeficientes de rigidez del nodo 1.

La matriz de rigidez de la barra es simétrica (6 x 6) y en general sus términos no serán nulos. Por ejemplo, las ecuaciones para  $u_1 = 1$  son las siguientes

$$\begin{aligned} \Delta u_1 = 1 &= \int_0^L \Delta\epsilon_{0(k_{11})} \, dx - \int_0^L \Delta\epsilon_{0(k_{21})} \, dx + \int_0^L \Delta\epsilon_{0(k_{31})} \, dx \\ \Delta v_1 = 0 &= - \int_0^L \Delta C_{(k_{11})} x \, dx + \int_0^L \Delta C_{(k_{21})} x \, dx - \int_0^L \Delta C_{(k_{31})} x \, dx \\ \Delta\theta_1 = 0 &= \int_0^L \Delta C_{(k_{11})} \, dx - \int_0^L \Delta C_{(k_{21})} \, dx + \int_0^L \Delta C_{(k_{31})} \, dx \end{aligned} \quad (23)$$

donde  $\Delta\epsilon_{0(k_{ij})}$ ,  $\Delta C_{(k_{ij})}$  son, respectivamente, la deformación y la curvatura debidos a la aplicación de la fuerza de extremo de barra  $K_{ij}$  en la fibra de referencia. Las integrales se calculan numéricamente (mediante los procedimientos de Gauss-Legendre o Simpson) correspondiendo los puntos de integración con las secciones de control en las que se efectúan los cálculos. De la misma forma pueden ser calculados los coeficientes  $K_{ij}$  y  $K_{ij}$  ( $i = 1, 2, 3$ ), siendo necesario resolver seis ecuaciones debido a la simetría de la matriz. Obtenida la submatriz ( $\mathbf{K}_{11}$ ) de dimensión (3 x 3) asociada al extremo 1, por consideraciones de simetría y de equilibrio en las barras puede hallarse la matriz total de (6 x 6).



Las diferencias entre los desplazamientos en los nudos y el resultado de aplicar las ec. (20-22) a cada barra darán lugar a unos desplazamientos desequilibrados (residuales)  $\mathbf{d}^r = (u^r, v^r, \theta^r)^T$  de modo que para restablecer la compatibilidad se requieren unas fuerzas adicionales en el extremo 1 de valor

$$\mathbf{f}_i^r = \mathbf{K}_{i-1} \mathbf{d}^r \quad (24)$$

Los incrementos de fuerzas en el extremo 2 se obtienen imponiendo el equilibrio de la barra. Cuando se introduzca en el cálculo el efecto de las cargas externas el vector  $\mathbf{f}$  se corresponde con las denominadas fuerzas de empotramiento perfecto y en las fases intermedias de un proceso iterativo es el vector de fuerzas residuales.

Para la resolución iterativa del problema estructural no lineal, a partir del estado tensodeformacional al final de una etapa de cálculo, se halla  $\Delta\mathbf{d}$  en la ec. (18), considerada en forma incremental, usando  $[\mathbf{K}_{i-1}]$  correspondiente a la iteración anterior; se actualizan los desplazamientos nodales  $\mathbf{d}_i$  y de extremo de barra  $\mathbf{d}_{e,i}$ ; se hallan los incrementos de esfuerzos de extremo de barra de acuerdo con (19) y se actualizan sus valores; se determina la rigidez tangente para cada elemento a partir de las características seccionales; se hallan las fuerzas residuales necesarias para restablecer la compatibilidad; se procede al ensamblaje de la matriz de rigidez y del vector de fuerzas nodales residuales; se repiten los pasos anteriores hasta lograr la convergencia.

Aun cuando en la mayoría de los casos de estructuras de hormigón en servicio, el análisis en primer orden será suficiente, con objeto de dotar al modelo de mayor generalidad se han incorporado las no linealidades de origen geométrico, estableciendo el equilibrio sobre la geometría deformada (segundo orden). Se ha mantenido la hipótesis de pequeñas deformaciones, lo cual hace que no sea necesario reformular la condición de compatibilidad. De esta forma, la matriz de rigidez se va actualizando de acuerdo con la deformación de la estructura y se tiene en cuenta la influencia de los desplazamientos sobre los esfuerzos seccionales.

En la implementación del modelo para estructuras de barras rectas, se ha contemplado la posibilidad de introducir tramos de integración con características resistentes distintas en un mismo elemento, quitar o añadir barras a una cierta configuración deformada y utilizar puentes que solo trabajen a tracción. Debido a que en el planteamiento de un análisis lineal en servicio de estructuras de barras no son de esperar problemas no lineales importantes (*softening, snap-through, snap-back*), el esquema de solución indicado se ha mostrado adecuado para las aplicaciones realizadas hasta el momento, alcanzándose la convergencia de manera satisfactoria. No obstante, el modelo permite la incorporación de estrategias de análisis adecuadas para la resolución de situaciones no lineales complejas y de iteraciones complementarias a nivel de elemento tal como ha sido indicado por Molins y Roca [13] para el caso de estructuras de obra de fábrica.

### 3. CONTRASTACIÓN CON BENCHMARKS

El Subcomité 3 del Comité Técnico TC 114 de la RILEM ha propuesto una base de datos de ensayos experimentales

para la evaluación de programas de cálculo de estructuras de hormigón con fluencia, retracción y fisuración [28]. En este apartado se procede a la contrastación del modelo desarrollado con dos de dichos *benchmarks*.

El primer *benchmark* corresponde a ensayos llevados a cabo en el Instituto Federal Suizo de Tecnología por Jaccoud y Favre [29]. Cinco series de vigas simplemente apoyadas de hormigón armado y sección rectangular, de características similares, ( $b = 750$  mm;  $h = 160$  mm,  $A_s = 565$  mm $^2$ ,  $d = 131$  mm,  $A'_s = 57$  mm $^2$   $d' = 26$  mm) fueron sometidas a cargas mantenidas, consistentes en el peso propio y dos fuerzas puntuales equidistantes del centro. La longitud de las vigas era de 3.1 m y la separación entre las cargas de 1.10 m.

Las cargas concentradas son diferentes para cada viga, variando entre 6.1 y 15.7 kN con objeto de obtener distintos niveles de fisuración (los momentos flectores máximos se encuentran entre 0.3 y 0.6 veces el momento de agotamiento) y se aplican instantáneamente a la edad de 28 días manteniéndose constantes. Los datos a contrastar consisten en la variación en el tiempo de las flechas en el centro de las vigas. La Figura 6 muestra la comparación de los resultados proporcionados por el cálculo numérico con los de los ensayos de las vigas fisuradas, mostrándose una concordancia satisfactoria.

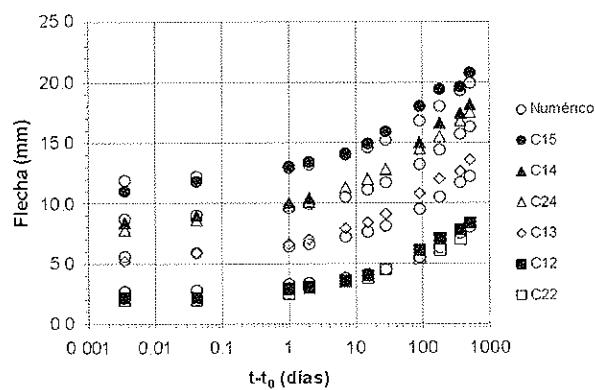


Figura 6. Comparación primer benchmark.

La RILEM destaca como característica interesante de los experimentos la constatación de que la relación entre la flecha total y la instantánea no es independiente del nivel de carga, cosa que no se refleja, por ejemplo, en el método simplificado propuesto por EHE [1] (o por ACI [30]). Así, para la viga C15 esta relación tiene un valor aproximado de 2, mientras que para C22 es de 3.5. En la Tabla 1 se indican los valores experimentales de la flecha final, los obtenidos con el modelo propuesto y los calculados según el método simplificado de EHE [1], observándose para éste último una considerable desviación para niveles de carga intermedios o bajos consecuencia de aplicar el mismo factor multiplicativo en todos los casos.

En el segundo *benchmark* considerado se muestran los resultados de unos ensayos realizados en la Universidad de Bruselas por Espion and Halleux [31]. Una serie de vigas parcialmente pretensadas de sección rectangular ( $b = 340$  mm;  $h = 400$  mm) fueron sometidas a cargas mantenidas, consistentes en el peso propio y dos cargas puntuales equidistantes del centro. La longitud era de 8 m y la separación entre las cargas de 4 m.

Tabla 1. Flechas a 538 días en mm

Ensayos	Modelo propuesto		EHE [1]		
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b/a</i>	<i>c</i>	<i>c/a</i>
C15	20.75	20.21	0.97	18.56	0.89
C14	18.13	16.62	0.92	12.67	0.70
C24	17.50	15.88	0.91	11.19	0.64
C13	13.56	12.10	0.89	6.61	0.49
C12	8.33	8.37	1.00	2.89	0.36

En este trabajo se consideran dos de dichas vigas (en las que se llegó a la fisuración), con grados de pretensado distinto, uno elevado (LT-0.8-Q) y otro bajo (LT-0.5-Q). El pretensado se efectuó a base de tendones no adherentes con excentricidad constante para la primera y trazado trilineal para la segunda. Las cargas se aplican secuencialmente a partir de los 14 días y se mantienen hasta los cuatro años y medio.

Una característica relevante de estos experimentos y que debe ser tenida en cuenta de manera correcta en su simulación es la interacción entre relajación, fluencia, retracción y fisuración, así como la significativa redistribución de tensiones que tiene lugar entre hormigón y armaduras pasivas.

En el cálculo se han tomado las propiedades reológicas del hormigón de la referencia [31] corregidas para tener en cuenta la variación de espesor medio entre vigas y probetas. La Figura 7 muestra los resultados comparativos entre ensayos y modelo observándose una concordancia satisfactoria.

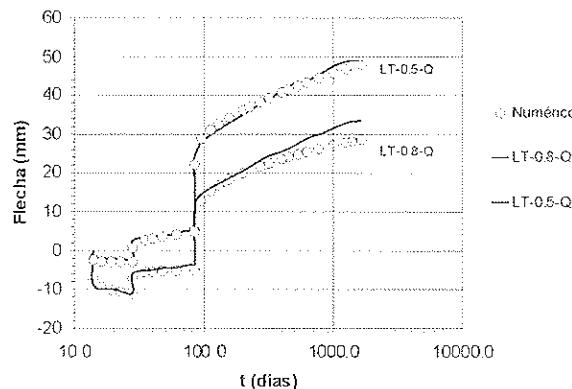


Figura 7. Comparación segundo benchmark.

#### 4. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

En este apartado se muestran dos ejemplos de aplicación del modelo desarrollado, con objeto de poner de manifiesto sus aplicaciones y posibilidades más que el hecho de llegar a conclusiones determinadas, para las cuales se requeriría de un uso más amplio y sistemático y que será objeto de trabajos futuros.

##### 4.1. Forjado con prelosas pretensadas

Se analiza el comportamiento en el tiempo de un forjado constituido por una prelosa pretensada prefabricada que se

completa con una capa de hormigón vertido en obra (60 + 160). En el ejemplo presentado se dimensiona un forjado unidireccional simplemente apoyado, con una luz de 5 m y previsto para uso industrial, utilizando para ello las fichas de características técnicas facilitadas por el fabricante. Se obtiene un elemento en el que debe tenerse en cuenta el efecto del pretensado y la presencia de dos hormigones con edades y características distintas. Se aplica una determinada historia de cargas, considerando el proceso constructivo, analizándose el comportamiento tensodeformacional en el tiempo.

Las características seccionales se definen en la Figura 8 y en la Tabla 2.

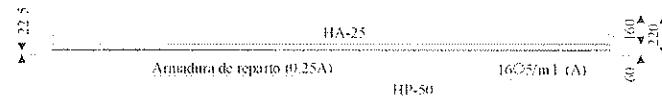


Figura 8. Sección forjado.

Tabla 2. Materiales y armaduras

Hormigón prelosa	HP-50/P/20/IIa
Hormigón en obra	HA-25/B/20/IIa
Acero de pretensado	$f_{máx} = 1860$ MPa
Relajación a 1000 horas	1.0; 2.0; 5.5
Armadura activa	16Ø5/m.l.; $r = 22.5$ mm
Tensión inicial armadura	1300 MPa

La historia de cargas y tiempos considerada se indica en la Tabla 3. Para el uso indicado se supone una relación entre carga cuasipermanente y sobrecarga de 0.7.

Tabla 3. Tiempos y cargas

Operación	<i>t</i> (días)	$\Delta q$ (kN/m <sup>2</sup> )
Hormigonado prelosa	0	...
Transferencia	3	...
Colocación en obra	21	6.0
Descimbrado	35	...
Tabiquería	60	0.5
Pavimento	75	0.5
Entrada en servicio	100	4.5
Carga cuasipermanente	101	-1.5
Sobrecarga de uso	10000	1.5

Las propiedades reológicas del hormigón se determinan según MC-90 [26], suponiendo una humedad relativa del 60%. El comportamiento seccional diferido vendrá influenciado por la presencia de dos hormigones de distinta resistencia y edad.

A título ilustrativo, a continuación, se indican algunos resultados del análisis, como son la evolución de las flechas en el centro de la luz y las deformaciones y tensiones en el hormigón de la prelosa.

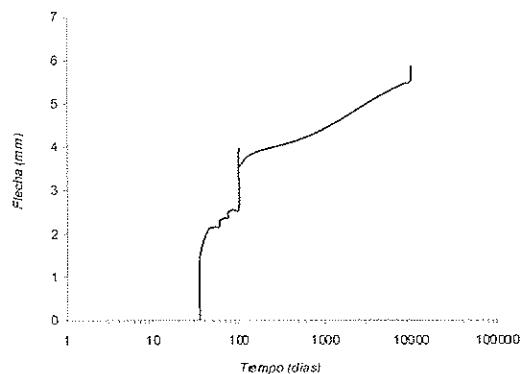


Figura 9. Flecha.

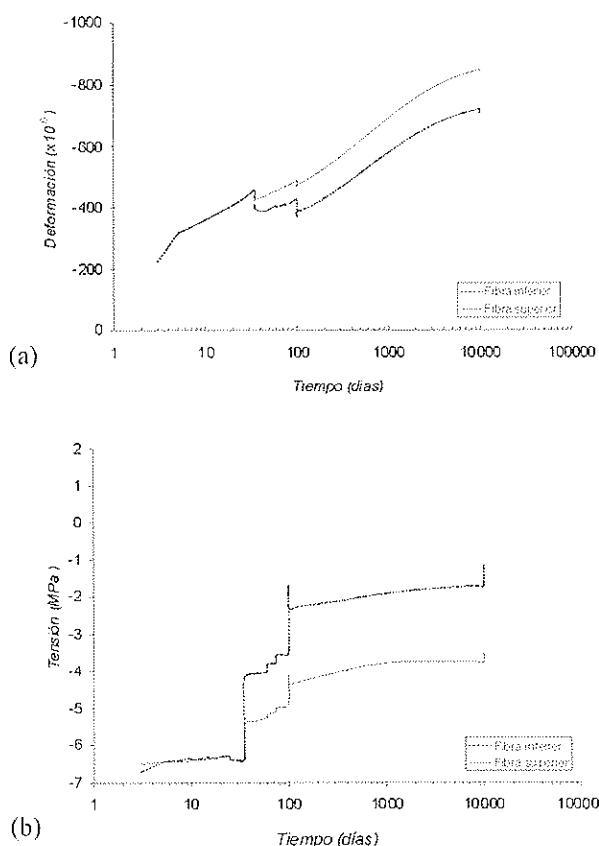


Figura 10 – Fibra superior e inferior en hormigón prelosa: (a) Deformaciones; (b) Tensiones.

En la Figura 9 se puede apreciar la rápida evolución de la flecha al descimbrar a los 35 días desde un valor instantáneo inicial de 1.39 mm hasta 2.16 mm en el momento de la construcción de la tabiquería a los 60 días. Asimismo se advierten los pequeños incrementos debidos a las cargas de tabiquería y pavimento, el importante aumento al aplicar la sobrecarga a los 100 días y la evolución hasta los 10000 días.

En la Figura 10 se indican las deformaciones y tensiones en las fibras inferior y superior del hormigón de la prelosa. Puesto que la armadura está prácticamente centrada, se parte de unos valores aproximadamente idénticos en el momento de la aplicación del pretensado. Hasta la aplicación del hormigón en obra (25 días) se produce un aumento de las deformaciones debido básicamente a los efectos diferidos en el hormigón.

gón. A partir de la aplicación de las cargas exteriores (100 días) continúa produciéndose un acortamiento en las fibras de la prelosa por el efecto de las deformaciones no mecánicas, ya que siguen estando en compresión, aunque debido a la flexión provocada por la carga exterior, éste es menor en la fibra superior. En las tensiones se produce un efecto parecido, descargándose la fibra superior respecto de la inferior, aunque la variación entre 100 y 10000 días es mucho menos pronunciada, ya que las deformaciones mecánicas son menores que las no mecánicas.

En la Figura 11 se muestran las posibilidades de uno de los aspectos más interesantes del modelo, cual es la variación de distintos parámetros y su influencia en la respuesta estructural. En este caso se representa la curvatura en la sección central (asimilable a flecha).

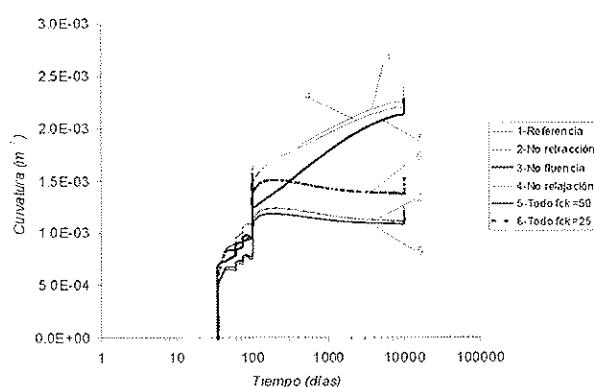


Figura 11. Comparación de curvaturas en sección central.

La curva 1 corresponde a la situación de referencia indicada anteriormente. Se observa la poca incidencia de la relajación (curva 4) y en cambio el gran efecto que produce la retracción, en este caso distinta entre los dos hormigones (mayor en el superior) y favorecedora de la curvatura. Cuando se suprime el efecto de la retracción, la curvatura tiene tendencia a disminuir en la parte final como consecuencia de la acción favorable de la fluencia en la prelosa. Al considerar sección evolutiva, pero con un solo hormigón (curvas 5 y 6) este efecto de la retracción diferencial también se anula.

#### 4.2. Pórtico de hormigón armado con consideración del proceso constructivo

Se analiza un pórtico plano de edificación formado por 5 vanos y 5 plantas, con un total de 55 elementos. Se supone una distancia entre pórticos de 4.5 m, con forjados unidireccionales constituidos por viguetas prefabricadas de hormigón. Para estas dimensiones y las cargas consideradas, se toma un canto 24 cm, no siendo necesario el cimbrado intermedio de los forjados. La relación luz / canto útil ( $L / d$ ) considerada en las jácenas no cumple los requisitos de la Tabla 50.2.2.1 de EHE [1], lo cual obliga a la comprobación de la flecha.

Las dimensiones y características seccionales se indican en la Figura 12 y en la Tabla 4.

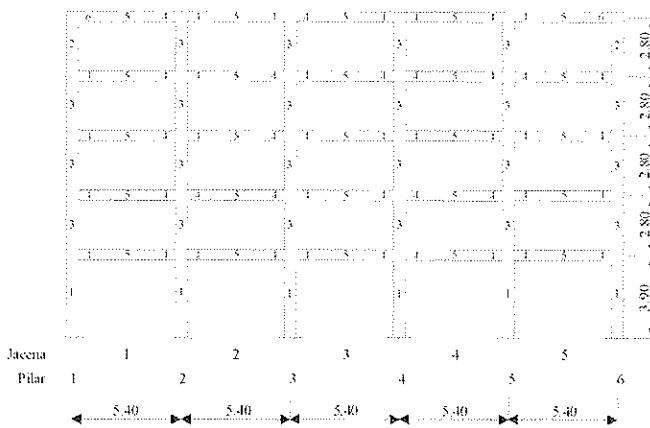


Figura 12 – Pórtico analizado.

Tabla 4. Características seccionales

Sec.	$b'h$ (m)	Armadura <sub>inf</sub>	Armadura <sub>sup</sub>	$d'$ (mm)
1	0.35 x 0.35	220	2020	45
2	0.30 x 0.30	3020	3020	45
3	0.30 x 0.30	2020	2020	45
4	0.80 x 0.24	2012+ 200	412+ 4E20	45
5	0.80 x 0.24	2012+ 4020	4012	45
6	0.80 x 0.24	2012+ 2020	4012+ 2020	45

El análisis se efectúa considerando la influencia de la historia de cargas aplicada y el proceso constructivo. Se supone una velocidad de construcción de una planta cada dos semanas. La retirada de correas y tableros de encofrado se produce a los 4 días y el descimbrado a los 25 días del hormigonado. Se dispone un máximo de dos plantas cimbradas consecutivas. La sobrecarga de uso se aplica inicialmente a los 300 días, se retira y se vuelve a aplicar a los 10.000 días. Se suponen siete pares de puntales en cada vano entre ejes de pilares, modelizados como barras biarticuladas que no soporan tracciones con una rigidez seccional de  $6 \times 10^4$  kN.

A continuación se comentan algunos de los resultados que se obtienen, como por ejemplo, los momentos flectores en jácenas, las cargas en puntales durante el proceso constructivo y la evolución de flechas en el tiempo.

La comparación de los momentos finales obtenidos para las jácenas con la utilización del modelo y los que se obtendrían con un análisis estándar lineal y no evolutivo, para el caso considerado, producen diferencias que alcanzan un 16% en los momentos negativos y un 14% en los positivos. Para los pilares se aprecian variaciones porcentuales mayores, que sin embargo corresponden a valores absolutos pequeños con respecto a su capacidad resistente. Estos resultados quedan circunscritos al caso analizado y no se pueden, evidentemente, extrapolar a otras estructuras o secuencias constructivas, para lo cual sería necesario un estudio más exhaustivo.

Para la evaluación de las cargas durante el proceso constructivo se han comparado los resultados del cálculo numérico con los que se obtienen mediante el método simplificado propuesto por Grundy y Kabaila [32,33]. Las cargas máximas obtenidas en los puntales mediante el método simplificado se

producen en la primera planta con un valor de 2 veces la carga que se obtendría de suponer el peso propio y cargas constructivas de una planta repartida de manera uniforme entre todos los puntales. Con la aplicación del modelo numérico la carga máxima se obtiene en la cuarta planta, con un valor de 2.14 veces la carga de referencia citada (en la primera planta se obtiene un valor máximo de 2.09). Cabe indicar, no obstante, que esto sucede para un puntal junto a pilar, cuya influencia no se considera en el método simplificado, debido a que en esta situación los puntales se van cargando como consecuencia de los efectos diferidos y de llevarse una parte de la carga que las jácenas transmiten a los pilares. Por lo que respecta a los momentos en jácenas, con el método simplificado se obtiene un valor de 2.38 veces el momento que se obtendría con un análisis lineal con todo el pórtico cargado con el peso propio y las cargas de construcción, en la segunda planta (la última hormigonada con puntales hasta el terreno). Mediante el modelo propuesto el valor máximo se obtiene para la misma planta y operación pero con un valor de 2.06. Es de destacar la importancia de los esfuerzos producidos durante el proceso constructivo, y según cual sea el valor del coeficiente de seguridad adoptado puede darse una situación determinante para el dimensionamiento.

Finalmente, en la Figura 13 se indica la variación de la flecha en el tiempo para las jácenas del primer vano (Figura 13) en la tercera, cuarta y quinta planta.

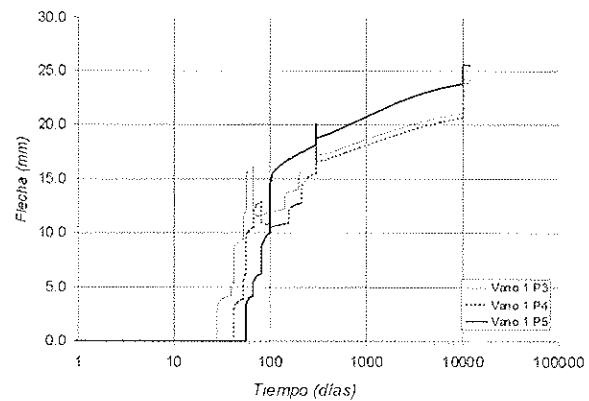


Figura 13. Evolución de la flecha en vano extremo.

El valor máximo obtenido es de 25.5 mm para la planta de cubierta y de 24.2 mm para la tercera planta, mientras que la flecha activa máxima es de 12.9 mm en la cuarta planta. Como referencia se puede indicar que los valores límites aconsejados en EHE [1] para procedimientos usuales de cálculo serían de 21.6 mm ( $L / 250$ ) para la flecha total y de 10 mm para la flecha activa. Como dato adicional se puede señalar que un cálculo efectuado mediante el procedimiento simplificado de EHE [1], usando  $E_c$  (28) y la carga máxima para la determinación de  $I_c$ , proporciona un valor de 20.7 mm para la flecha total de la Planta 3.

## 5. CONCLUSIONES

Se ha presentado un modelo no lineal para el comportamiento en servicio de estructuras reticulares planas de hormigón. Para este tipo de estructuras, la utilización de la



Formulación Matricial Generalizada (FMG) se ha mostrado como una herramienta potente y práctica. El análisis en el tiempo se ha realizado mediante un método paso a paso. Uno de los aspectos a destacar es la incorporación del modelo de comportamiento seccional basado en un diagrama constitutivo modificado para el hormigón en tracción. En este sentido se ha prestado especial atención a la implementación del comportamiento diferido, habiéndose comprobado su idoneidad mediante la comparación con resultados experimentales y con modelos establecidos en códigos de diseño. La utilización del algoritmo seccional, por sí mismo, posibilita la obtención de diagramas Momento-Curvatura, cuya integración proporciona de manera directa las flechas en barras isostáticas. La metodología constituye un procedimiento general que no queda circunscrito a tipologías estructurales concretas y que permite la incorporación de distintos materiales, así como la actualización de las leyes de comportamiento de los mismos. Con los ejemplos desarrollados se ha mostrado la capacidad del modelo para resolver estructuras con un considerable número de barras y nudos, sometidas a historias complejas de cargas y para realizar estudios paramétricos lo cual lo hace apto para trabajos de investigación o para situaciones prácticas en las que un análisis simplificado no sea suficiente.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen las ayudas obtenidas a través de los Proyectos de investigación PB 98-0455, AMB 98-0558 y REN 2000-1740.

## REFERENCIAS

- [1] Comisión Permanente del Hormigón (1999). "Instrucción de Hormigón Estructural EHE", 5a. ed., Ministerio de Fomento, Madrid.
- [2] Kang Y.J. (1980). "Nonlinear geometric, material and time dependent analysis of reinforced and prestressed concrete frames." PhD thesis, Univ. of California, Berkeley.
- [3] Marí, A.R. (1984). "Nonlinear geometric, material and time dependent analysis of three dimensional reinforced and prestressed concrete frames." *Rep. No. UCB/SESM-84/12*, Univ. of California, Berkeley.
- [4] Marí, A.R. (1991). "Estudio comparativo entre diversos métodos de análisis no lineal de estructuras reticulares de hormigón armado y pretensado: Estado actual y líneas de futura actuación: Modelos de Análisis de Estructuras de Hormigón." GEHO, Comisión II, Madrid.
- [5] Carol, I. y Murcia, J. (1989). "Nonlinear time-dependent analysis of planar frames using an "exact" formulation: I -theory, II -computer implementation for R.C. structures and examples." *Computers and Structures*, 33(1), 79-87, 89-102.
- [6] Ulm, F.J., Clement, J.L. y Guggenberger, J. (1994). "Recent advances in 3-D nonlinear FE-analisis of R/C and P/C beam structures." *Proc. ASCE Structures Congress XII*, Atlanta (GA), New York, 427-1433.
- [7] Van Zyl, S.F. y Scordelis, A.C. (1979). "Analysis of Curved Prestressed Segmental Bridges." *Journal of the Structural Division, ASCE*, 105(11), 2399-2417.
- [8] Ketchum, M.A. (1986). "Redistribution of Stresses in Segmentally Erected Prestressed Concrete Bridges." *Rep. UCB/SESM-86-07*, Univ. of California, Berkeley.
- [9] Abbas, S. y Scordelis, A.C. (1993). "Nonlinear geometric, material and time-dependent analysis of segmentally erected three-dimensional cable stayed bridges." *Rep. UCB/SESM-93/09*, Univ. of California, Berkeley.
- [10] Millanes, F. (1985). "Un método general de cálculo para el seguimiento de la historia tensodeformacional en tableros de puentes construidos de forma evolutiva." *Hormigón y Acero*, 156, 9-43.
- [11] Murcia, J. y Henkerhoff, L (1994). "Análisis en el tiempo de puentes continuos de hormigón construidos a partir de elementos prefabricados." *Hormigón y Acero*, 192, 55-71.
- [12] Marí, A.R. (1985). "A general method for the analysis of curved beams and space frames." Departament d'Enginyeria de la Construcció, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.
- [13] Molins, C. y Roca, P. (1998). "Capacity of Masonry Arches and Spatial Frames." *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 124(6), 653-663.
- [14] Ghali, A. y Elbadry, M. (1990). "User's Manual and Computer Program CPF: Cracked Plane Frames in Prestressed Concrete." *Research Report CE85-2* (revised 1990), Department of Civil Engineering, University of Calgary, Alberta.
- [15] CEB (1985). "Manual on Cracking and Deformations." Boletín nº 158-E.
- [16] Trost, H. (1967). "Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech-und Relaxations-Probleme bei Beton und Spannbeton." *Beton-und Stahlbetonbau*, 62 (10-11), 230-238, 261-269.
- [17] Bazant, Z.P. (1972). "Prediction of concrete creep effects using aging-adjusted effective modulus method." *ACI Journal*, 69, 212-217.
- [18] Cruz, P., Marí, A.R. y Roca, P. (1998). "Nonlinear Time-Dependent Analysis of Segmentally Constructed Structures." *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 124(3), 278-287.
- [19] Marí, A.R., (2000). "Numerical simulation of the segmental construction of three dimensional concrete frames." *Engineering Structures*, 22, 585-596.
- [20] Pérez, A. (1996). "Comportamiento en servicio del hormigón estructural. Estudio teórico y experimental." Tesis Doctoral, Univ. Politécnica de Madrid.
- [21] GEHO. G.T. II/3 (1998). "Caracterización de las propiedades diferidas del hormigón y su incidencia estructural." Boletín N° 22.

- [22] Torres, Ll., Bozzo, L.M., Purroy F. y López Almansa, F. (1998). "Nonlinear Analysis of Evolving Concrete Structures." *Proceedings of the IV World conference on Computational Mechanics*, Buenos Aires.
- [23] Torres, Ll. (2001). "Modelo numérico y verificación experimental del comportamiento en servicio de estructuras de hormigón." Tesis Doctoral, Univ. Politècnica de Catalunya.
- [24] Damjanic, F. y Owen, D.R.J. (1984). "Practical considerations for modelling of post-cracking concrete behaviour for finite element analysis of reinforced concrete structures." *Computer Aided Analysis and design of Concrete Structures*, Pineridge Press, Swansca, 693-706.
- [25] Kawano, A. y Warner, R.F. (1996). "Model Formulations for Numerical Creep Calculations for Concrete." *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 122(3), 284-290.
- [26] Comité Euro International du Béton-Fédération Internationale de la Précontrainte. (1993). "CEB-FIP Model Code 1990." Thomas Telford, London.
- [27] Hernández, H.D. y Gamble, W.L. (1975). "Time-Dependent prestres losses in pre-tensioned concrete construction." *Structural Research Series*, No 417, Civil Engineering Studies, University of Illinois, Urbana.
- [28] Espion, B. (1993). "Benchmark Examples for Creep and Shrinkage Analysis Computer Programs. Creep and Shrinkage of Concrete." *Fifth International RILEM Symposium*, Barcelona, E&FN Spon, 877-888.
- [29] Jaccoud, J.P. y Favre, R. (1982). "Flèche des structures en béton armé: Vérification expérimentale d'une méthode de calcul." *Annales de l'Institut Technique du Batiment*, Paris, 406, 23-66.
- [30] ACI Committee 318 (1989). "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI-318-95) and Commentary (ACI-318R-95)." ACI, Detroit.
- [31] Espion, B. y Halleux, P. (1991). "Long-Term behavior of prestressed and partially prestressed concrete beams." *Computer Analysis of the Effects of Creep, Shrinkage and Temperature Changes of Concrete Structures*, ACI SP-129, 19-38.
- [32] Grundy, P. y Kabaila, A. (1963). "Construction Loads on Slabs with Shored Formwork in Multistory Buildings." *ACI Journal*, 60(12), 1729-1738.
- [33] Calavera, J. y García Dutari, L. (1992). *Cálculo de flechas en estructuras de hormigón armado*. INTEMAC.

# SEMINARIOS TORROJA

## Tecnología de la Construcción y de sus Materiales

### Ciclo n.º 43: Otoño de 2003

El Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja, del CSIC, viene organizando seminarios monográficos sobre temas de actualidad en el ámbito de la Tecnología de la Construcción y de sus Materiales, a cargo de destacados investigadores nacionales y extranjeros del Sector.

Estos Seminarios se celebran en el Aula Eduardo Torroja del Instituto, que está situado en la c/ Serrano Galvache, s/n (acceso por Arturo Soria, frente al núm. 278), y tienen lugar los jueves alternos, normalmente a las 12.00 horas. Su duración aproximada es de dos horas, incluyendo la ponencia y el coloquio que se realiza a continuación. La asistencia a los mismos tiene carácter libre y gratuito.

Los seminarios programados para el cuadragésimo tercer ciclo, correspondiente al **otoño de 2003**, son los siguientes:

Fecha	Ponente	Tema
9 Octubre 12.00 horas	<b>Joaquín Martín Pereira</b> Licenciado en Ciencias Químicas Materiales Cerámicos, S.A.	<i>Valoración de productos antideslizantes en Pavimentos Cerámicos</i>
23 Octubre 11.30 horas	<b>Gregorio Nieves Aguirre</b> Licenciado en Ciencias Empresariales Informstone Center	<i>Especificaciones para el uso de la Piedra Natural en Arquitectura. Ensayos, certificación y normalización</i>
	<b>Fernando López G. Mesones</b> Dr. Ingeniero de Minas Escuela TS de Ingenieros de Minas, UPM	
6 Noviembre 12.00 horas	<b>Isabel Martínez Sierra</b> Licenciada en Ciencias Químicas Instituto Eduardo Torroja, CSIC	<i>Técnicas electroquímicas para la evaluación de la corrosión en el hormigón armado</i>
20 Noviembre 12.00 horas	<b>Ana Mª Guerrero Bustos</b> Dra. en Ciencias Químicas Instituto Eduardo Torroja, CSIC.	<i>Cementos Belíticos de Baja Energía: Presente y futuro</i>
4 Diciembre 12.00	<b>Luis Casas López Amor</b> Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos Asociación de Consultores de Estructuras	<i>Patología, reparaciones y refuerzos del Depósito nº 4 del Canal de Isabel II de la Plaza de Castilla en Madrid</i>
18 Diciembre 12.00	<b>Carlos Sambricio R. Echegaray</b> Dr. en Historia Escuela TS de Arquitectura, UPM	<i>Eduardo Torroja y la vivienda antes y después de la guerra civil española</i>

# Modelo de comportamiento en servicio para estructuras reticulares de hormigón

## Parte II: Diagrama tensión - deformación para elementos fisurados a flexión

**Serviceability model for concrete frames**

**Part II: Stress - strain diagram for cracked flexural members**

**L.I. Torres**

Prof. Universitat de Girona

◆  
**X. Cahís**

Prof. Universitat de Girona

◆  
**F. López Almansa**

Prof. Universitat Politècnica de Catalunya

◆  
**L. Bozzo**

Prof. Universitat de Girona

### RESUMEN

Se presenta una metodología general para ajustar los coeficientes que definen una ley constitutiva para modelizar el comportamiento en condiciones de servicio de secciones fisuradas de hormigón, sometidas a flexión simple o acompañada de compresión. Aunque para este fin pueden emplearse datos experimentales, el trabajo se centra en la utilización de los modelos propuestos por el CEB, de manera que se obtienen conclusiones más generales no circunscritas a ensayos determinados. Mediante un estudio paramétrico se determinan las variables que tienen más incidencia en el efecto de *Tension-Stiffening* y se halla una expresión simplificada válida para secciones rectangulares. Asimismo se ha realizado un estudio sistemático de la capacidad del método para predecir los efectos a largo plazo. La metodología puede ser implementada como un proceso inicial en un modelo general de cálculo como el presentado en la Parte I.

### SUMMARY

*This paper presents a general methodology to adjust the coefficients defining a constitutive law for tensioned concrete to simulate, under serviceability conditions, the behavior of cracked concrete members subjected to simple and combined bending (with axial compressive forces). Although experimental results could be used to attain the mentioned objective, in this work the models proposed by the CEB are utilized, in order to obtain more general conclusions not subjected to*

*specific experiments. A numerical parametrical analysis is performed to determine the more significant variables influencing the Tension-Stiffening effect and a simplified closed-form solution is derived for rectangular sections. A systematic study has been made to verify the ability of the method to simulate long-term effects. The methodology can be implemented as an initial process in a general model of analysis like the one presented in Part I.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Cuando en un elemento de hormigón armado aparecen esfuerzos que generan tensiones de tracción que superan la resistencia del hormigón, éste se fisura. Debido al efecto de la adherencia con las armaduras, el hormigón situado entre fisuras resiste una cierta fuerza de tracción normal al plano de las mismas, dando lugar al fenómeno conocido como *Tension-Stiffening* (*T-S*).

Para tener en cuenta este fenómeno se han presentado propuestas muy diversas, desde modelos basados en el mecanismo de adherencia entre acero y hormigón (*bond - slip*), hasta procedimientos simplificados como el método de Branson [1]. Su aplicación a modelos generales, como el propuesto en la Parte I, suele presentar dificultades, en unos casos por su grado de complejidad y en otros por su excesiva simplicidad.

En una situación intermedia se encuentran los métodos basados en el uso de relaciones entre las deformaciones y los esfuerzos aplicados (axil - deformación unitaria, momento -

curvatura) obteniéndose una respuesta seccional media. Es el caso del modelo propuesto por el CEB en el “Manual de Fisuración y Deformaciones” (MFD) [2], recogido en el CEB-FIP Model Code-90 (MC-90) [3] y en el Eurocódigo-2 (EC-2) [4]. El método ha sido ampliamente utilizado y contrastado con numerosos resultados experimentales, tanto en comportamiento instantáneo como diferido, involucrando a la mayoría de los factores que intervienen en el fenómeno [5-8]. Como inconveniente cabría citar la necesidad de realizar un doble cálculo en el tiempo para secciones no fisuradas y totalmente fisuradas, y la dificultad de su uso en situaciones de secciones evolutivas y cargas variables.

Uno de los procedimientos más empleados en los últimos años para la modelización del *T-S*, contemplando la fisuración como un fenómeno distribuido, ha consistido en el uso de una ley constitutiva modificada para el hormigón en tracción. Esta metodología fue inicialmente introducida por Scanlon [9] y ha sido aplicada por numerosos autores con distintas variaciones, como pueden ser Lin y Scodelis [10], Gilbert y Warner [11], Damjanic y Owen [12], Bazant y Oh [13] y Prakhyá y Morley [14], entre otros. El procedimiento ha sido implementado en numerosos modelos de análisis estructural, la mayoría de ellos basados en el MEF [15-17], resultando un sistema directo y con capacidad de ser aplicado a problemas de estructuras a escala real. Aun cuando la idea básica de dichas leyes es similar, existen notables diferencias entre los coeficientes propuestos para definir su forma, la deformación máxima hasta la cual el efecto de *T-S* debe considerarse, la pendiente de las curvas o la magnitud de las discontinuidades en el caso de diagramas escalonados.

Los resultados experimentales han puesto de manifiesto que existen numerosos factores que afectan al *T-S*: cuantía de acero, diámetro de las barras, características resistentes del hormigón, adherencia, etc. [18-20]. Ha habido algunas propuestas para relacionar la forma de las leyes constitutivas con dichos parámetros. Así, por ejemplo, Prakhyá y Morley [14], usaron un procedimiento de ajuste a valores experimentales y hallaron una expresión dependiente del porcentaje de armadura en el área de tracción, de su recubrimiento, separación y superficie específica. Aun cuando la correlación no fue muy buena, presentaba interés por la metodología y por su utilidad práctica. Massicotte et al. [21], a partir de una curva de *Tension - Softening* determinada de resultados experimentales y de la idea de interpolar entre los estados I (no fisurado) y II<sub>0</sub> (totalmente fisurado) propusieron que la contribución del hormigón dependía del producto de la relación de módulos y cuantía ( $n\rho$ ), de la resistencia a tracción, del módulo de deformación del hormigón y del límite elástico del acero. Ambos trabajos presentan la particularidad de introducir distintos factores seccionales en la formulación. Por otra parte, debe indicarse que en ellos se estudiaba únicamente el comportamiento instantáneo y que se calibraron con unas series específicas de ensayos, lo cual podría hacerles perder actualidad y generalidad.

Recientemente, el Grupo de Trabajo V/4 del GEHO [22] ha realizado un estudio en el que se han ajustado las curvas usadas por Prakhyá y Morley [14] a los valores obtenidos por el modelo del MC-90 [3] para tracción, hallándose una expresión en función de la cuantía de armadura referida al área eficaz. El tra-

jo presenta un gran interés por su metodología y resultados, aun cuando se ha circunscrito a estructuras mixtas de perfiles de acero y hormigón armado. Asimismo Kaklauskas y Ghaboussi [23] han propuesto un método para determinar la ley tensión - deformación en vigas a flexión basándose en resultados de ensayos experimentales, y aplicarlo al desarrollo de leyes constitutivas a partir de modelos de redes neuronales que puedan incorporar la influencia de múltiples parámetros.

En este trabajo se presenta una metodología general para ajustar la ley constitutiva del hormigón en tracción al comportamiento seccional en flexión definido por diagramas Momento - Curvatura (M-C) determinados según los procedimientos propuestos por el CEB [2]. El diagrama utilizado para el comportamiento en tracción del hormigón es similar al propuesto por Damjanic y Owen [12] y se muestra en la Figura 1. Los coeficientes  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  adoptados afectan a la resistencia a tracción  $f_{ct}$  y a la deformación correspondiente  $\epsilon_{ct}$ , respectivamente.

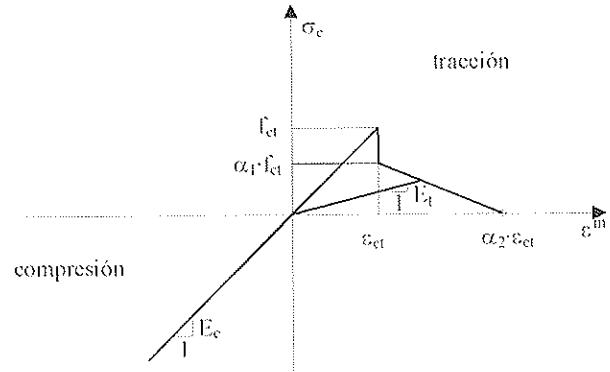


Figura 1. Ley constitutiva adoptada para el hormigón.

Se realiza un estudio paramétrico para determinar  $\alpha_1$ , se hallan las curvas de respuesta seccional según un procedimiento de interpolación como el definido en [2] y se procede a un ajuste de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  por mínimos cuadrados. Esta metodología es aplicable a una sección genérica y puede ser implementada como un proceso inicial en un modelo general de cálculo no lineal como el presentado en la Parte I, obteniéndose una respuesta adaptada a las características seccionales. A partir del método general, se lleva a cabo un estudio particularizado para secciones rectangulares, determinando cuáles son las características seccionales que influyen en la ley adoptada y estableciendo una relación sencilla mediante regresión lineal [24].

## 2. MODELO DE REFERENCIA ADOPTADO

De acuerdo con los trabajos realizados por el CEB, presentados en el MFD [2], el EC-2 [3] indica que la curvatura media seccional puede expresarse mediante

$$C_m = C_1 \quad \sigma_{s2} \leq \sigma_{sr} \quad (1)$$

$$C_m = (1 - \varsigma)C_1 + \varsigma C_2 \quad (2)$$

$$\varsigma = 1 - \beta_1 \beta_2 \left( \sigma_{sr} / \sigma_{s2} \right) \quad (3)$$

donde  $C_m$ ,  $C_1$  y  $C_2$ , son la curvatura media y las correspondientes a los estados I y II<sub>0</sub>, respectivamente;  $\beta_1$  es un coeficiente que tiene en cuenta las propiedades adherentes de las barras, de valor 1 para alta adherencia y 0.5 para barras lisas;  $\beta_2$  tiene en cuenta la duración de la carga, siendo 1 para carga única de corta duración y 0.5 para cargas mantenidas o ciclos de cargas repetidas;  $\sigma_{s2}$  es la tensión en el acero traccionado suponiendo la sección en estado II<sub>0</sub>; y  $\sigma_{sr}$  es la tensión en el acero traccionado calculada en estado II<sub>0</sub> y para las cargas a las que se produce la fisuración ( $M_{cr}$ ,  $N$ ).

El mismo procedimiento puede aplicarse para la obtención de la deformación media en una fibra de referencia [7]

$$\varepsilon_{0m} = \varepsilon_1 \quad \sigma_{s2} \leq \sigma_{sr} \quad (4)$$

$$\varepsilon_{0m} = (1 - \zeta)\varepsilon_1 + \zeta \varepsilon_2 \quad \sigma_{s2} > \sigma_{sr} \quad (5)$$

siendo  $\varepsilon_{0m}$ ,  $\varepsilon_{01}$ ,  $\varepsilon_{02}$ , las deformaciones media y de los estados I y II<sub>0</sub>.

El MC-90 [3] ha adoptado una formulación similar para la curvatura media, con ligeras modificaciones en el coeficiente de interpolación (p.e.  $\beta_2$  vale 0.8 para carga de corta duración), e introduciendo el concepto de momento de fisuración reducido  $M_{cr,red}$  definido por la intersección de la curva  $C_m$  y la recta que representa la curvatura  $C_1$ . Asimismo, Ghali y Favre [7] aplican un procedimiento de interpolación en el que en lugar del cociente ( $\sigma_{sr} / \sigma_{s2}$ ) utilizan ( $f_{ct} / \sigma_{tmax}$ ) donde  $f_{ct}$  es la resistencia a tracción del hormigón y  $\sigma_{tmax}$  la tensión de tracción en la fibra extrema de la sección suponiendo sección no fisurada. En la Figura 2 se muestra la forma típica de diagramas  $M-C$  obtenidos según los métodos descritos.

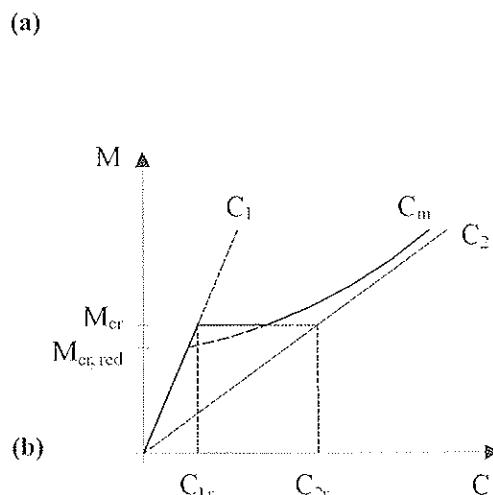


Figura 2. Diagramas M-C: a) EC-2; b) MC-90.

Los resultados que se obtienen de la aplicación de los tres criterios indicados anteriormente, aunque parecidos, no son siempre coincidentes ya que la consideración de la flexión compuesta o de los efectos diferidos (incluyendo la retracción) produce valores ligeramente distintos.

Si bien es posible la adopción de cualquiera de las propuestas indicadas, ya que provienen de fuentes de acreditada solvencia, en lo que sigue se ha utilizado el método y coeficientes del EC-2 [3], introduciendo no obstante en algunas representaciones gráficas el concepto del momento de fisuración reducido  $M_{cr,red}$ .

### 3. AJUSTE DE LOS COEFICIENTES $\alpha_1$ Y $\alpha_2$

Se ha implementado un algoritmo de análisis seccional para determinar las curvas  $M-C$  y  $M-\varepsilon_0$  para los estados I y II<sub>0</sub> según un procedimiento general de cálculo paso a paso en el tiempo como el propuesto en la Parte I, e interpolando el valor medio de acuerdo con el modelo de referencia indicado. Las mismas curvas se determinan usando una ley constitutiva como la definida en la Figura 1, pudiéndose ajustar los coeficientes  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  minimizando las diferencias al cuadrado entre los dos modelos. Las series de valores se han tomado desde cero hasta el momento de servicio. Las propiedades mecánicas de los materiales se han obtenido de MC-90 [3].

En la Figura 3 se muestran algunos ejemplos de la influencia de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  referidos a una sección rectangular (HA-30;  $b = 0.30$  m;  $h = 0.50$  m;  $d/h = 0.9$ ;  $\rho = 0.5\%$ ) sometida a flexión simple. El caso de  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = 1$ , corresponde a no considerar la colaboración del hormigón entre fisuras. Se observa que según cuales sean los valores adoptados, la respuesta puede ser considerablemente distinta de la del modelo de referencia.

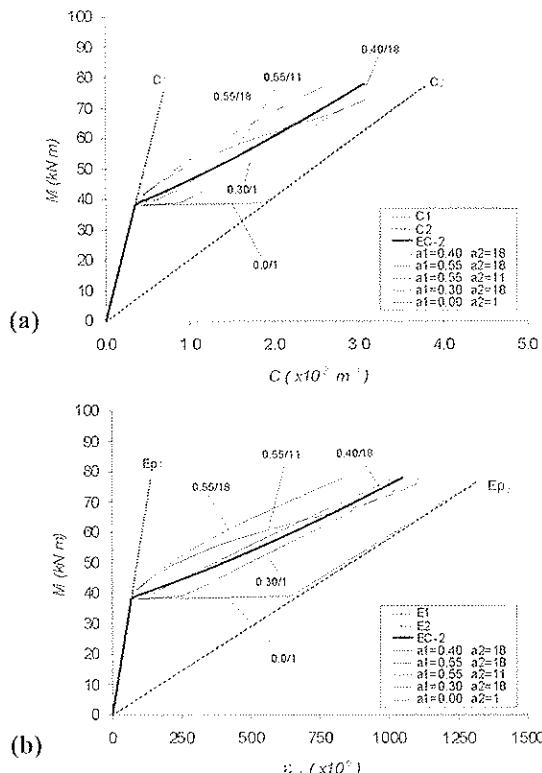


Figura 3 - Influencia de  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ : (a) Diagramas Momento - Curvatura; (b) Diagramas Momento - Deformación unitaria acero.



Se ha constatado experimentalmente la influencia de múltiples factores en el fenómeno del *T-S* [18-20], aunque de momento no se han obtenido leyes suficientemente contrastadas que permitan valorar su repercusión. La consideración de métodos de interpolación como los expuestos, adoptados por códigos de reconocido prestigio y verificados por multitud de ensayos experimentales, supone una primera simplificación de los posibles parámetros a considerar. De esta manera, teniendo en cuenta las variables que intervienen en el cálculo analítico de secciones fisuradas y no fisuradas, deberá pensarse básicamente en  $d/h$ ,  $d'/h$ ,  $\rho'/\rho$ ,  $np$  ( $n = E_s/E_c$ ) y  $\chi\phi$ , para secciones rectangulares, añadiendo  $h_0/d$  y  $b_0/b$  para secciones en T. La simbología anterior queda definida en la Figura 4, siendo  $\chi\phi$  el producto del coeficiente de envejecimiento  $\chi$  por el de fluencia  $\phi$  [25]. Como parámetros adicionales cabría incluir  $f_{ct}$  por la intervención del momento de fisuración en el proceso de interpolación y la retracción  $\epsilon_{es}$  por su influencia en el comportamiento diferido. Por último, el uso de un procedimiento de ajuste de mínimos cuadrados debe hacer pensar en la posible incidencia de los límites de la serie de valores, que en este caso vendrán dados por la relación entre el momento de fisuración y el de servicio.

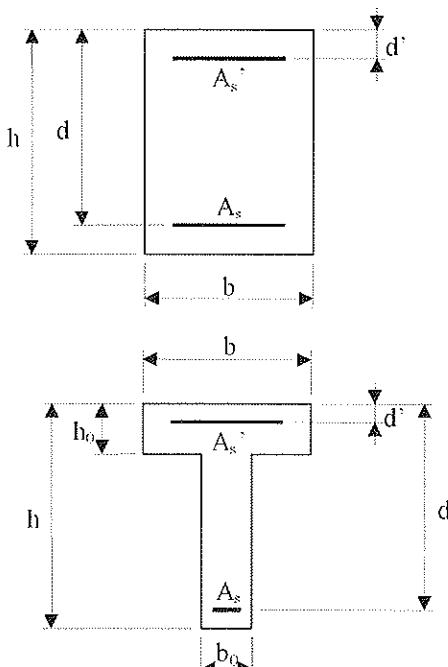


Figura 4 - Nomenclatura seccional adoptada.

En el trabajo que se expone se ha realizado un estudio paramétrico aplicando la metodología indicada a 264 casos de secciones rectangulares o en T, en los que se han variado las características mecánicas y dimensionales de las secciones así como el tipo de esfuerzos, permitiendo observar el comportamiento del modelo frente a diversas variables. El análisis se ha llevado a cabo para hormigones con resistencia entre 25 y 35 MPa y acero de 500 MPa de límite elástico, por considerar que en este rango se incluyen la gran mayoría de los usados habitualmente. Para las secciones rectangulares la variación de parámetros ha sido la siguiente:  $b = 0.3 \div 1.0$ ;  $h = 0.3 \div 1.0$  m;  $\rho = 0.3\% \div 2\%$ ;  $d/h = 0.8 \div 1.0$ ;  $\rho'/\rho = 0 \div 1$ ;  $d'/h = 0 \div 0.2$ ;  $f_{ct} = 1.95 \div 3.85$  MPa;  $E_c = 32000 \div 35000$  MPa.

En el caso de secciones en T:  $b = 0.6 \div 1.5$  m;  $h = 0.5 \div 1.0$  m;  $b_0/b = 0.2 \div 0.4$ ;  $h_0/d = 0.10 \div 0.20$ ;  $\rho = 0.3\% \div 2\%$ ;  $d/h = 0.9$ ;  $\rho'/\rho = 0.5$ ;  $d'/h = 0 \div 0.2$

Del estudio se obtienen algunas conclusiones que son utilizadas en el desarrollo posterior: 1) aun cuando los valores de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  están relacionados pueden ser determinados independientemente con suficiente precisión; 2) se observa una escasa influencia de  $\rho'/\rho$  en los valores de  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ; 3) los coeficientes ajustados para un valor medio de  $f_{ct}$  se muestran válidos para el rango probable de variación de esta magnitud ( $f_{ctk, min} \div f_{ctk, max}$ ); 4) el valor ajustado de  $\alpha_1$  se ve afectado por la presencia de esfuerzo axil acompañando al momento flector, pero se muestra poco sensible a las otras variables; 5) el ajuste para comportamiento instantáneo produce resultados suficientemente satisfactorios para el comportamiento diferido; 6) de entre las variables consideradas en el método,  $d/h$  y  $np$  son las más influyentes en  $\alpha_2$ .

El comportamiento deformacional de una sección en flexión queda definido por los diagramas  $M-C$  y  $M-\epsilon_0$ . El estudio paramétrico ha mostrado que los coeficientes  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  con los que se logra el mejor ajuste en ambos tipos de diagrama son ligeramente distintos. En los ejemplos de la Figura 3 se pone de manifiesto este hecho ya que se observa que  $\alpha_1 = 0.40$  y  $\alpha_2 = 18$ , ajusta muy bien la curva  $M-C$ , mientras que se aprecia una ligera diferencia en la curva  $M-\epsilon_0$ . Dada la influencia, en general más relevante, de las curvaturas en el comportamiento global de estructuras y en el cálculo de flechas, se ha dado prioridad al ajuste de la ley  $M-C$ , lo cual simplifica notablemente el método. Tomando este criterio las desviaciones que se han observado en las curvas  $M-\epsilon_0$  no revisten gran importancia y son de un orden parecido al que se muestra en el citado ejemplo de la Figura 3.

### 3.1. Coeficiente $\alpha_1$

En el estudio efectuado se ha podido constatar que, en ausencia de esfuerzo axil, un valor de  $\alpha_1 = 0.40$  presenta unos resultados suficientemente satisfactorios para la mayoría de los casos.

Es conocida la reducción del *T-S* en presencia de un esfuerzo axil de compresión. Este fenómeno puede ser tenido en cuenta tomando valores decrecientes  $\alpha_1$ . El estudio realizado ha mostrado que la relación  $M_{cr}/M_{dc}$  entre el momento de fisuración y el de descompresión (Figura 5) proporciona un parámetro simple para considerar esta variación de  $\alpha_1$ , de manera que cuando la diferencia entre los valores anteriores disminuye, el efecto de *T-S* se reduce y viceversa.

Lo expuesto anteriormente está en consonancia con el método indicado en MFD [2] donde la influencia del esfuerzo axil en el *T-S* se obtiene también de una manera simplificada de la relación entre  $M_{cr}$  y  $M_0$  (intersección entre la asintota a la curva  $C_2$  y la recta  $C_1$ ) anulándose cuando se igualan. La utilización del criterio expuesto en este trabajo conduce a una expresión más simple y que se ha mostrado válida para la aplicación propuesta.

Se ha observado que para  $M_{cr}/M_{dc} \leq 2$  puede prescindirse de la contribución del hormigón entre fisuras sin cometer errores de importancia, de manera que:

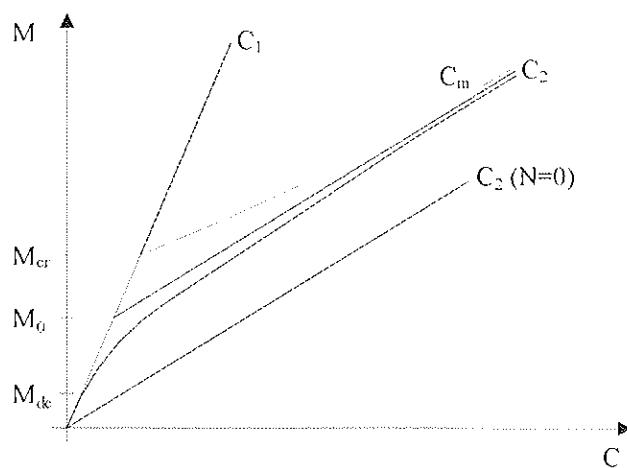


Figura 5 - Diagrama M-C para flexión compuesta.

$$\frac{M_{cr} - M_{dc}}{M_{dc}} = \frac{M_{cr}}{M_{dc}} - 1 = \frac{f_{ct}A}{N} \quad (6)$$

$$\frac{M_{cr}}{M_{dc}} \leq 2 \Rightarrow \frac{f_{ct}A}{N} \leq 1 \quad (7)$$

donde  $A$  es el área homogeneizada de la sección (a efectos de cálculo se puede sustituir por el área bruta) y  $N$  es el esfuerzo

axial de compresión aplicado en su baricentro.

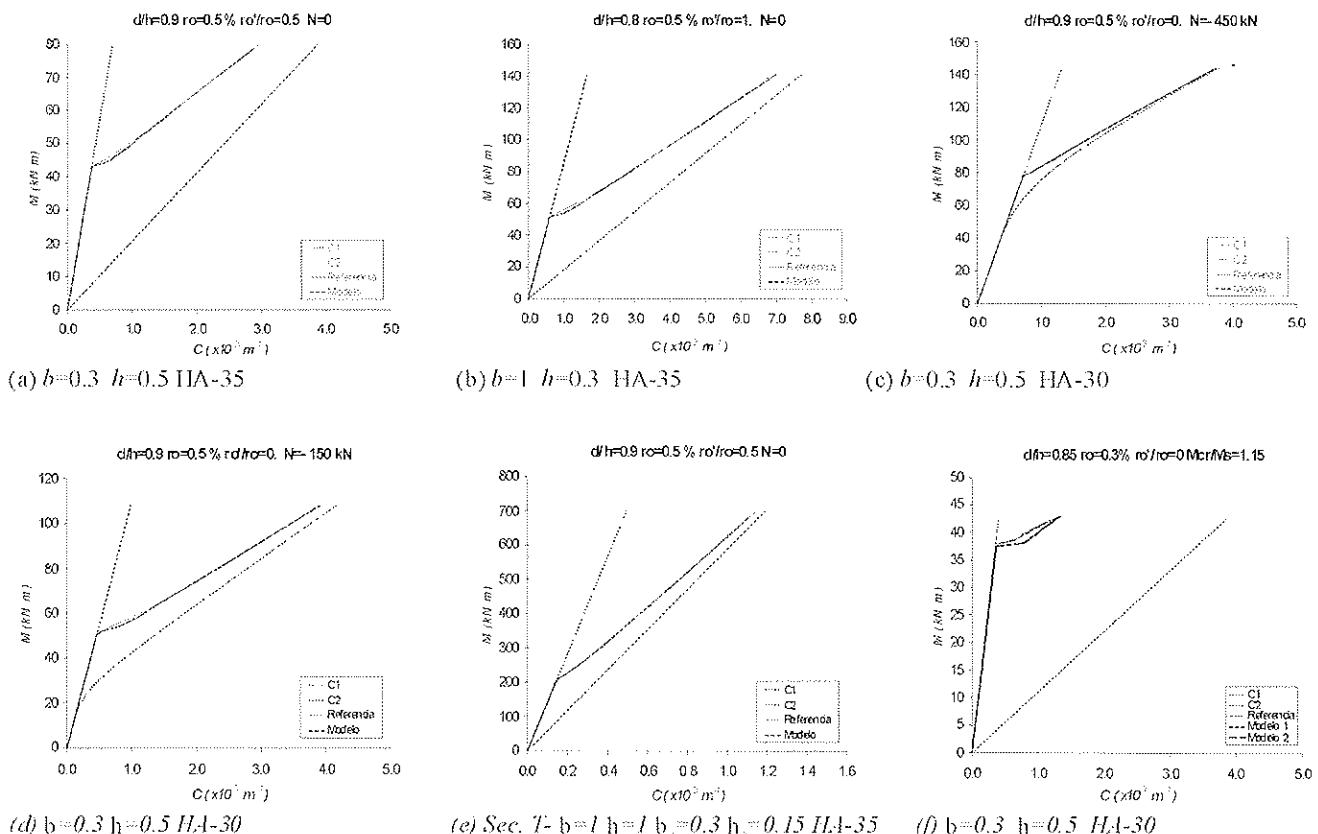
La consideración de una interpolación lineal entre  $N / (f_{ct} A) = 0$  ( $\alpha_1 = 0.40$ ) y  $N / (f_{ct} A) = 1$  ( $\alpha_1 = 0$ ) se ajusta bien a los resultados obtenidos, obteniéndose la siguiente ecuación

$$\alpha_1 = 0.4 \left( 1 - \frac{N}{f_{ct} A} \right) \geq 0 \quad (8)$$

Como se verá en el apartado siguiente, solamente en el caso de flexión simple ( $N = 0$ ) y cuando la relación entre el momento de servicio y el de fisuración sea muy pequeña ( $M_s / M_{cr} < 1.25$ ), puede mejorarse el ajuste del conjunto  $\alpha_1, \alpha_2$  tomando un valor de 0.45 para el primero en lugar de 0.40.

En Figura 6 se indican algunos ejemplos para secciones rectangulares o en T, con distinto grado de importancia del efecto  $T-S$  utilizando el coeficiente  $\alpha_1$  definido por la ecuación (8) y ajustando el de  $\alpha_2$  según se indica en el apartado siguiente. Se puede observar una excelente concordancia en todos los casos.

En la Figura 6(f) se muestra una situación de flexión simple con una relación entre el momento de servicio y el de fisuración de valor pequeño (en este caso  $M_s / M_{cr} = 1.15$ ). Este cociente disminuye cuando lo hacen los valores de  $n\rho$  y de  $d/h$  y cuando aumenta  $f_{ct}$ . Manteniendo  $\alpha_1 = 0.40$ , el ajuste por mínimos cuadrados aumenta mucho el valor de  $\alpha_2$ . Aun cuando esta circunstancia no tiene repercusiones de importancia en el análisis estructural y además el efecto es parecido a una dis-

Figura 6 - Ajuste del coeficiente  $\alpha_1$  (unidades en m).

minución del valor de  $\beta_2$  como hace MC-90 [3], se ha comprobado que para estos casos ( $M_s/M_{cr} < 1.25$ ) se mejora el ajuste con una ligera variación a  $\alpha_1 = 0.45$ , tal como se observa en la figura indicada (representado como Modelo 1).

### 3.2. Coeficiente $\alpha_2$

A partir del valor de  $\alpha_1$  definido por la ec. (6) se ajusta por mínimos cuadrados el valor de  $\alpha_2$  para comportamiento instantáneo, y se comprueba que su implementación según el procedimiento descrito en la Parte I, reproduce de manera satisfactoria el comportamiento diferido.

En la Figura 7 se presentan diversos ejemplos en los que se puede comprobar la escasa influencia de la presencia de armadura de compresión  $\rho'/\rho$  y de  $f_{ct}$  en el valor de  $\alpha_2$  (ajustado para  $\rho'/\rho = 0$  y  $f_{ctm}$ ), tal como se ha comentado anteriormente. Los gráficos corresponden a una sección rectangular (HA-30, B500S,  $b = 0.30$  m,  $h = 0.50$  m,  $d/h = 0.9$ ,  $d'/h = 0.1$ ). Los valores de  $f_{ct}$  se corresponden con el valor medio y los característicos máximo y mínimo de la resistencia a tracción según MC-90 [3].

En las Figuras 8, 9 y 10 se muestran una serie de ejemplos de comportamiento diferido, referidos a la misma sección utilizada para los ejemplos de la Figura 7. El valor de  $\alpha_2$  se calcula para comportamiento instantáneo. Los diagramas correspondientes al modelo de referencia se han obtenido con la formulación recogida en EC-2 [4], usando un coeficiente  $\beta_2 = 0.5$  para carga mantenida. Tomando la idea de momento de fisuración reducido de MC-90 [3], en los gráficos se ha representado con línea discontinua la prolongación de la curva de la zona fisurada hasta su intersección con la correspondiente al comportamiento no fisurado.

Para tres valores distintos de la cuantía de la armadura traccionada, se varía la armadura de compresión y se realiza el análisis para tres intervalos de permanencia de la carga (365, 1825 y 10000 días) siendo  $t_0 = 28$  días. Los coeficientes de fluencia y de retracción se han obtenido con la formulación de MC-90 [3] ( $HR = 60\%$ ).

Se puede observar una buena concordancia en todas las situaciones presentadas. Asimismo se aprecia que el uso de un coeficiente  $\beta_2$  fijo, en el modelo de referencia, produce una discontinuidad del mismo orden para cualquier tiempo de cálculo. Mediante el empleo del modelo propuesto la respuesta se sitúa de manera razonablemente correcta en torno del momento de fisuración reducido observándose que presenta un comportamiento racional, de manera que el momento de fisuración disminuye con el tiempo debido a la influencia de la retracción, siendo este efecto más acusado al aumentar la cuantía de la armadura.

### 3.3. Sensibilidad del procedimiento propuesto

En este apartado se analiza la sensibilidad de la metodología propuesta con respecto del valor ajustado de  $\alpha_2$ . Se analiza la sección utilizada en el apartado anterior sometida a flexión simple para diferentes combinaciones de los parámetros más relevantes  $\rho$  y  $d/h$ . Se determina el coeficiente  $\alpha_2$  por el método presentado y se va variando su valor hasta obtener diferencias máximas del 5 y del 10 %, en valor absoluto, entre las curvaturas de los diagramas  $M - C$  de referencia y el generado con el modelo (más allá de las pequeñas discontinuidades próximas al momento de fisuración). Los resultados se presentan en la Tabla 1.

Los resultados de la Tabla 1 muestran claramente la dependencia de  $\alpha_2$  de las propiedades seccionales. No obstante se

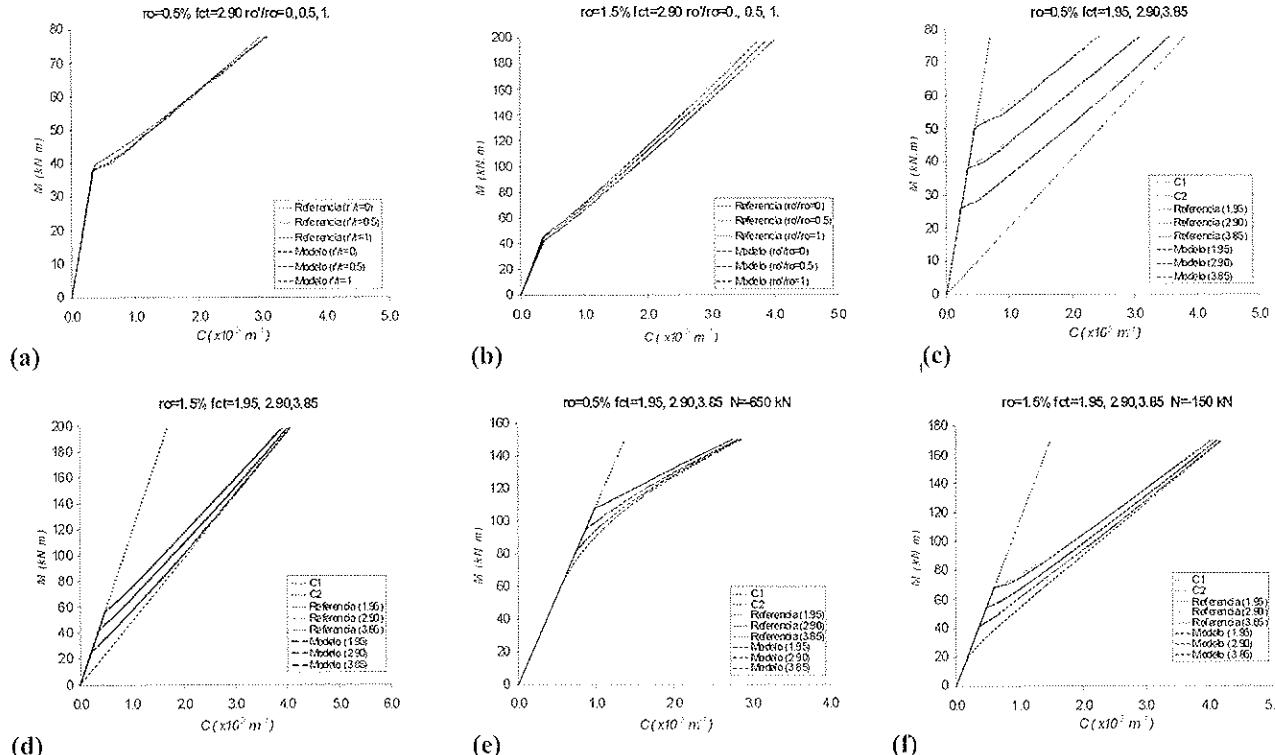
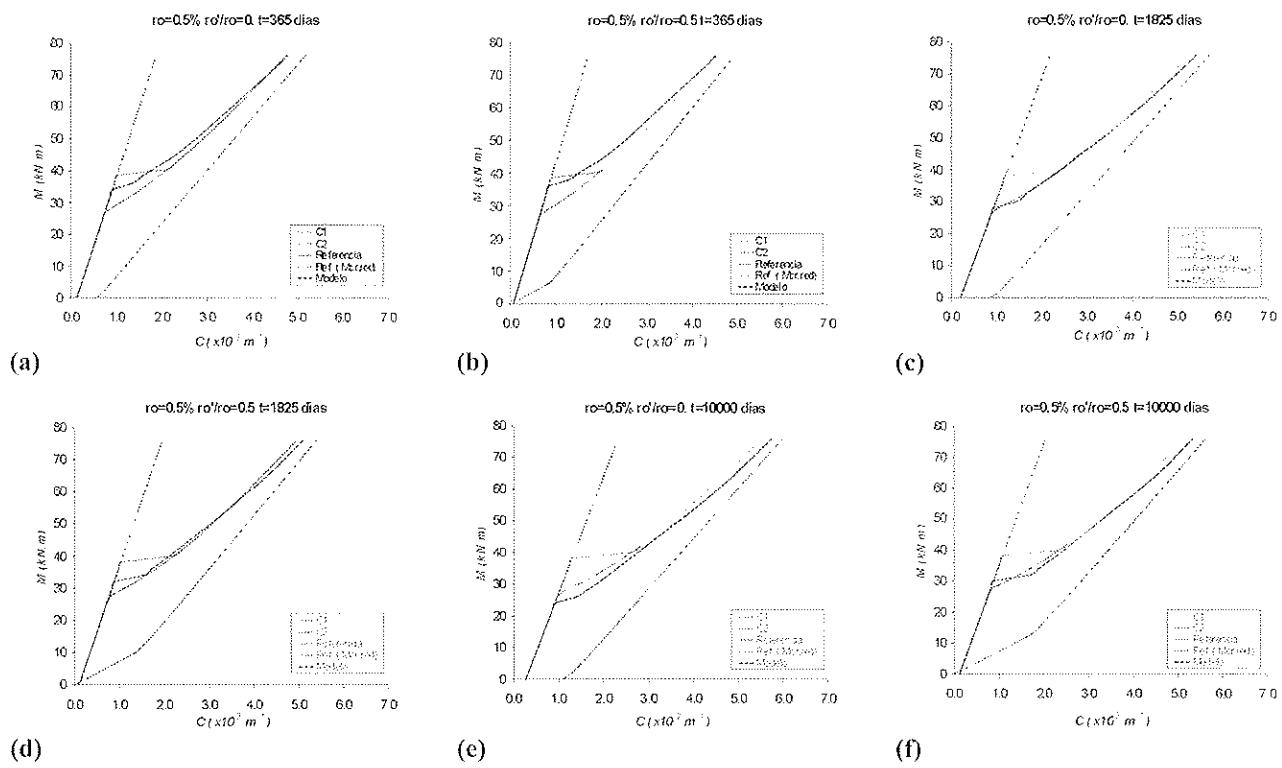
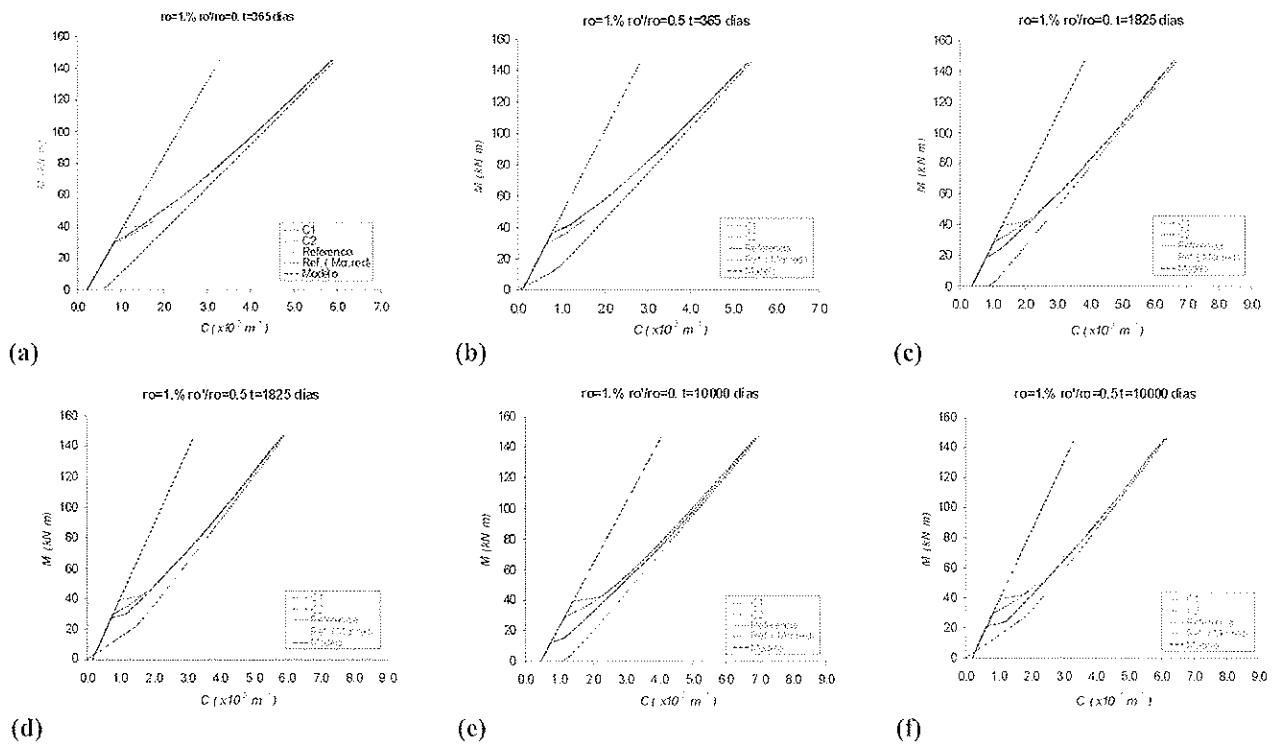


Figura 7. Ajuste del coeficiente  $\alpha_2$ . Influencia de diversos factores.

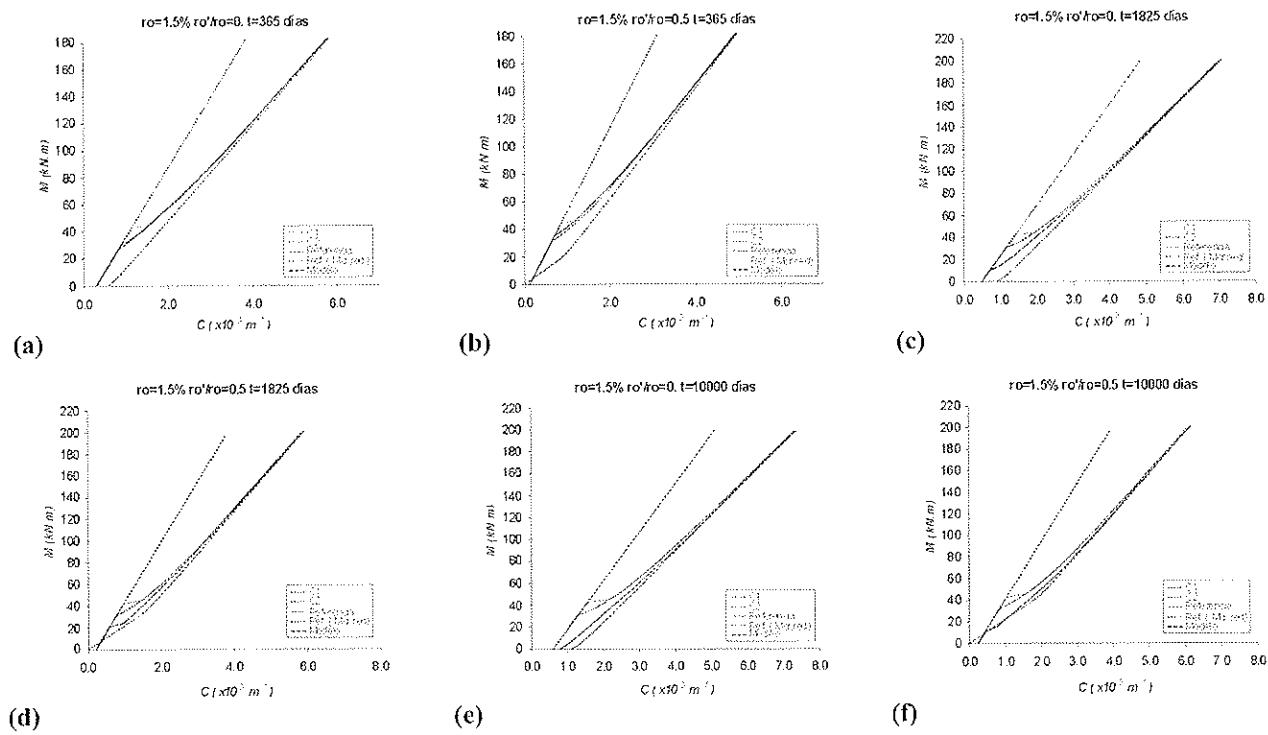
Figura 8. Comportamiento a largo plazo ( $\rho = 0.5\%$ ).Figura 9. Comportamiento a largo plazo ( $\rho = 1\%$ ).

observa que el procedimiento permite variar el valor ajustado de este coeficiente en un margen relativamente amplio, sin que aparezcan diferencias importantes en los diagramas  $M$ - $C$ . Es asimismo interesante indicar que para cuantías elevadas y  $d/h$  medios o altos, se obtienen valores muy bajos para el límite inferior de  $\alpha_2$  en la columna  $\pm 10\%$ . Sin embargo si se toma  $\alpha_2 = 1$  (ausencia de  $T$ - $S$ ) las diferencias con el modelo de referencia aumentan a cantidades del orden del 30 al 50% en

la zona baja de momentos, lo cual indica que es conveniente no prescindir de la colaboración del hormigón entre fisuras incluso en estos casos.

Todo ello es indicativo de la robustez del método propuesto y de que una vez fijado  $\alpha_1$ , se permite un cierto margen de variación de  $\alpha_2$  en torno del valor óptimo sin cometer grandes errores. No obstante, éstos pueden disminuirse mediante el



Figura 10. Comportamiento a largo plazo ( $\rho = 1.5\%$ ).Tabla 1. Sensibilidad del modelo respecto de  $\alpha_2$ .

$\rho$ (%)	$d/h$	$\alpha_2$ ajustado	$\alpha_2$ ( $\pm 5\%$ )	$\alpha_2$ ( $\pm 10\%$ )
0.45	0.8	26.5	24 - 30	21 - 37
	0.9	18.5	16 - 22	15 - 28
	1.0	14.5	13 - 16	11 - 23
1.00	0.8	16.5	14 - 19	11 - 29
	0.9	12.5	9 - 14	7 - 26
	1.0	9.5	6 - 11	4 - 26
1.50	0.8	13.5	10 - 15	7 - 35
	0.9	10.5	6 - 12	5 - (*)
	1.0	8.0	4 - 9	3 - (*)

(\*) - No se obtienen diferencias superiores al 10%.

uso de los procedimientos de tipo más general expuestos en el presente capítulo, que permiten trabajar con el valor de  $\alpha_2$  adecuado para cada caso.

#### 4. EXPRESIÓN SIMPLIFICADA DE $\alpha_2$

En los apartados precedentes se ha presentado un procedimiento general para el ajuste del parámetro  $\alpha_2$ , incorporable a un programa de cálculo y aplicable a cualquier tipo de sección y combinación de esfuerzos. En este apartado se deduce una expresión simplificada para secciones rectangulares en flexión simple. Se desarrollan las expresiones analíticas para el modelo de referencia y el propuesto, se generan los valores de  $\alpha_2$  que los ajustan por mínimos cuadrados y por regresión lineal se obtiene una expresión para este coeficiente en función de  $np$  y  $d/h$ . De acuerdo con las conclusiones previas no se considera la presencia de armadura comprimida ya que tiene escasa influencia en el valor de  $\alpha_2$ .

#### Expresiones analíticas para el modelo propuesto

Tal como se muestra en la Figura 11, superado el momento de fisuración se distinguen dos situaciones posibles para el diagrama de tensiones según que la fibra extrema esté o no sometida a tensión (a y b).

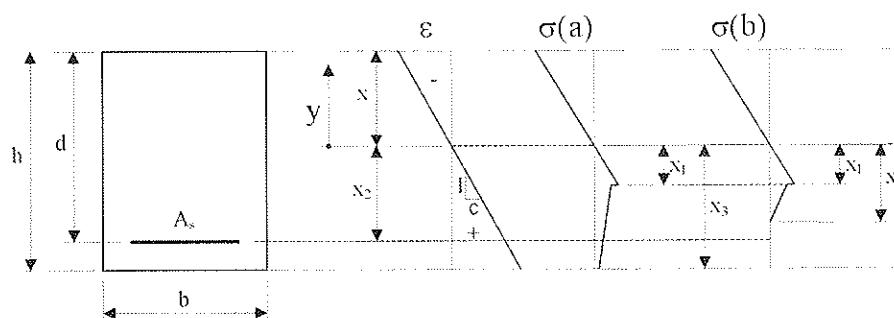


Figura 11. Sección rectangular: tensiones y deformaciones.

Teniendo en cuenta que  $f_{ct} = E_c \varepsilon_{ct}$  (Figura 1), la curvatura en términos adimensionales puede obtenerse según

$$C d = \frac{f_{ct}}{E_c} \frac{1}{x_1/d} \quad (9)$$

Para un hormigón determinado la curvatura puede ponerse en función del parámetro  $d/x_1$ . Tomando la relación  $f_{ct}/E_c$  aproximadamente constante en el rango de hormigones considerados en el estudio paramétrico, pueden suponerse equivalentes los parámetros  $Cd$  y  $d/x_1$ .

Se parte de las ecuaciones constitutivas, de equilibrio y de compatibilidad

$$\int E y dA = 0 \quad C = \frac{M}{\int E y^2 dA} \quad \varepsilon = -C y \quad (10)$$

donde  $y$  es la ordenada (tomando como origen de coordenadas el centroide de la sección homogeneizada),  $E$  es el módulo secante de los materiales, acero u hormigón. En el caso de sobreponer la resistencia a tracción, el valor de  $E_t$  (Figura 1) es:

$$E_t = -\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2 - 1}\right) E_c - \frac{\alpha_1 f_{ct}}{C y} \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_2 - 1}\right) \quad (11)$$

**Caso a (Fig. 10).** Del desarrollo de las ecuaciones (10) en forma adimensional se obtiene el siguiente sistema no lineal

$$A \left[ (x_1/d)^2 - (h/d - x/d)^2 \right] + 2(A + \alpha_1)(x_1/d)(h/d - x/d - x_1/d) - (x/d)^2 + (x_1/d)^2 + 2n\rho(1 - x/d) = 0 \quad (12 \text{ a})$$

$$\frac{1}{3}A \left[ (x_1/d)^3 - (h/d - x/d)^3 \right] - \frac{1}{2}(x_1/d)(A + \alpha_1) \left[ (x_1/d)^2 - (h/d - x/d)^2 \right] + \frac{1}{3}(x/d)^3 + \frac{1}{3}(x_1/d)^3 + n\rho(1 - x/d)^2 - m(x_1/d) = 0 \quad (12 \text{ b})$$

siendo

$$A = \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2 - 1}\right) \quad m = \frac{1}{f_{ct} bd^2} = \frac{1}{r_{cr} bd^2} \quad (13)$$

donde  $W$  es el módulo resistente y  $r_{cr}$  es la relación entre el momento de fisuración  $M_{cr}$  y el momento aplicado  $M$  ( $r_{cr} = M_{cr}/M$ ).

**Caso b (Fig. 10).** Esta situación se presenta cuando se cumple  $x_3 < h - x$  lo cual conduce a

$$x_1/d < 1/\alpha_2 (h/d - x/d) \quad (14)$$

En este caso se obtiene el sistema

$$\left(x_1/d\right)^2 \alpha_1 (\alpha_2 - 1) - \left(x/d\right)^2 + \left(x_1/d\right)^2 + 2n\rho(1 - x/d) = 0 \quad (15 \text{ a})$$

$$\left(x_1/d\right)^3 \alpha_1 (\alpha_2 - 1) \left(1/3 + 1/6\alpha_2\right) + 1/3 \left(x/d\right)^3 + 1/3 \left(x_1/d\right)^3 + n\rho(1 - x/d)^2 - m(x_1/d) = 0 \quad (15 \text{ b})$$

### Expresiones analíticas para el modelo de referencia

La ecuación (2), para el caso de flexión simple, adopta la forma

$$C_m = \frac{M}{E_c I_1} \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2 + \frac{M}{E_c I_2} \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2\right] \quad (16)$$

para  $M > M_{cr}$

Sustituyendo (9) en (16) y resolviendo para  $r_{cr}$  se obtiene

$$r_{cr} = \frac{\left(d/x_1\right) + \sqrt{\left(d/x_1\right)^2 - 4Wd/I_2 \left(Wd/I_1 - Wd/I_2\right)}}{2 \left(Wd/I_1 - Wd/I_2\right)} \quad (17)$$

Por otra parte,  $Wd/I_1$  y  $Wd/I_2$  vienen dados por

$$Wd/I_1 \approx \frac{2h/d + 2n\rho}{\left(h/d\right)^2 - 2n\rho(1 - h/d)} \quad (18)$$

$$Wd/I_2 \approx \frac{1/12 \left(h/d\right)^3 + \left(h/d\right) \left(x/d - 0.5h/d\right)^2 + n\rho(1 - x/d)^2}{\left(1/3 \left(x/d\right)^3 + n\rho(1 - x/d)^2\right) \left(h/d - x/d\right)} \quad (19)$$

donde

$$x/d = n\rho \left(-1 + \sqrt{1 + 2/(n\rho)}\right) \quad (20)$$

### Expresión para $\alpha_2$

Las ecuaciones (12), (15) y (17) deducidas en los subapartados anteriores permiten la obtención de diagramas adimensionales  $Cd - 1/r_{cr}$  para los dos modelos expuestos en función de los parámetros seccionales  $d/h$  y  $n\rho$ . Adoptando  $\alpha_1 = 0.40$  se ajusta el valor de  $\alpha_2$  por mínimos cuadrados.

En sentido estricto el valor ajustado de  $\alpha_2$  puede depender de la amplitud del intervalo para el que se calculan las diferencias al cuadrado y por tanto del valor máximo de  $1/r_{cr} = M_s/M_{cr}$ . Si para la determinación del momento de servicio se adopta la ec. (21) [26], donde  $\omega$  es la cuantía mecánica y  $\mu$  el momento reducido, se tendrá el valor de  $1/r_{crmax}$ , dado por la ec. (22).





# Diagramas de dimensionamiento en flexión para secciones de hormigón

## Reinforcement sizing diagrams for concrete beams and columns

Enrique Hernández Montes<sup>(1)</sup>

Luisa María Gil Martín<sup>(2)</sup>

Juan Antonio López Aragón<sup>(3)</sup>

(1) Dr. Ingeniero de Caminos. Departamento de Mecánica de Estructuras.

Universidad de Granada. emontes@ugr.es

(2) Dra. Ingeniera de Caminos. Departamento de Mecánica de Estructuras. Universidad de Granada

(3) Ingeniero de Caminos. Departamento de Mecánica de Estructuras. Universidad de Granada

### RESUMEN

En este artículo se presenta un nuevo diagrama para el diseño de flexión, tanto para flexión simple como para flexión compuesta. Este nuevo diagrama, denominado *diagrama de dimensionamiento en flexión*, permite una representación de los resultados de flexión simple y compuesta sencilla y completa. Este diagrama permite al ingeniero juzgar y decidir sobre la armadura a emplear. La introducción de estos nuevos diagramas es posible gracias a la gran capacidad de cálculo de los métodos numéricos. Los diagramas de dimensionamiento en flexión constituyen una herramienta muy útil en el concepto de diseño en flexión. Se han presentado varios ejemplos donde se aprecia con detalle el comportamiento de estos diagramas.

### SUMMARY

*A new diagram for determining acceptable quantities of reinforcement for reinforced and prestressed concrete members subjected to combined flexural and axial loads is presented. The "reinforcement sizing diagram" (RSD) provides a graphical representation of the complete solution of acceptable reinforcement combinations to satisfy specified combinations of factored moment and axial load. Knowledge of the entire range of acceptable solutions provides a basis for the design engineer to select a specific combination of tension and compression reinforcement to be used. Reinforcement may be optimized to be required for convenience in construction. The*

*construction of the RSD makes use of numerical procedures readily available in common software packages for the solution of the nonlinear system of equations of equilibrium over a continuous range of values of the depth of the neutral axis. Several examples are presented.*

### INTRODUCCIÓN

El cálculo numérico es la disciplina que últimamente más ha contribuido en el desarrollo de la Mecánica de los Medios Continuos y más aún en el caso del Cálculo de Estructuras. Este hecho se pone de manifiesto en normas como el Eurocódigo 3 y la LRFD (Load & Resistance Factor Design) de estructuras metálicas que contienen capítulos dedicados a las hipótesis relativas al cálculo estructural en contraposición a normativas anteriores como la NBE-EA-95 o la ASD (Allowable Stress Design).

La nueva EHE (2001) dedica el capítulo quinto al cálculo estructural, cosa que no hacían sus antecesoras. Esta nueva norma distingue entre cálculo en primer orden y en segundo orden, y también diferencia en cuanto a las propiedades de los materiales: comportamientos lineales y no lineales.

Los cálculos en segundo orden que hace años eran difíciles de resolver debido a la no linealidad de los sistemas de ecuaciones, hoy día han dejado de preocupar al ingeniero, llegando incluso a estar generalizado el cálculo en segundo orden con rótulas plásticas (push-over análisis).

En general podríamos afirmar que hoy preocupa más el plantear correctamente las ecuaciones que el resolverlas, llegando a la conclusión de que muchas veces linealizar un sistema de ecuaciones no lineales es sólo una forma de iniciar la búsqueda de la solución final pero no una forma de obtener una solución aproximada del sistema.

Por supuesto, el ingeniero siempre debe saber el precio inestimable de una correcta simplificación dirigida a resolver un problema determinado de forma rápida con una precisión admisible. Esto le permitirá verificar un resultado analíticamente complejo.

Como bibliografía relativa al problema de flexión en ELU cabe destacar el trabajo de Morán (1972) y también los más recientes de Murcia (1991), Collins (1991) y Hernández Montes (2000).

## HIPÓTESIS EN EL ESTUDIO A NIVEL SECCIÓN

Una estructura de hormigón es calculada para que verifique todos los Estados Límites. Uno de los estados límites más restrictivo es el estado límite último de agotamiento a esfuerzos normales. Este estado límite se comprueba a nivel sección, lo que significa que todas las secciones transversales de un elemento deben verificar que no superan dicho estado límite.

Las hipótesis fundamentales para el estudio del hormigón a nivel sección son:

1. Distribución lineal de deformaciones. Esta hipótesis es aceptable incluso hasta la fase de rotura. Como se puede ver en la figura 1, una sección transversal puede estar muy poco tensionada (fase elástica) o muy tensionada (fase de rotura). En este último caso, aunque la tensión no es lineal la deformación sí se supone lineal. La deformación del acero pasivo y del activo adherente (preteso y posteso) se considera que es la misma que la del hormigón situado en su misma fibra. Si bien, el acero de pretensado posee una predeforrmación.

2. Curvas de comportamiento de los materiales.

3. Para cualquier sección, tanto de hormigón armado como de pretensado, debe de haber equilibrio entre las resultantes de tensiones de hormigón y acero y los esfuerzos exteriores. Este tercer punto no es una hipótesis, no obstante junto con los dos primeros puntos constituye la herramienta básica en el estudio de la sección.

La norma española EHE(2001) o el Eurocódigo 2(1993) proponen una serie de diagramas de cálculo tensión-deformación para el hormigón en ELU, en concreto: el diagrama rectangular, el diagrama parábola-rectángulo y el diagrama bilineal. Estos diagramas tienen la ventaja fundamental de la facilidad de uso y de que contemplan el fenómeno del cansancio del hormigón, si bien sólo se pueden usar para estados de rotura.

En este artículo se ha optado por el diagrama rectangular como modelo de comportamiento del hormigón en rotura: se supone la sección comprimida hasta una profundidad de  $0.8 \cdot x$  desde la fibra más comprimida (siendo  $x$  la profundidad de la fibra neutra) con una tensión constante de  $0.85 \cdot f_{cd}$ .

Para el acero se emplean los diagramas especificados en el artículo 38 de la EHE.

El equilibrio se traduce en que, para cualquier sección, las tensiones actuantes sobre ella deben generar los esfuerzos que la solicitan, ya sean de diseño (en ELU), o característicos (en ELS). En el caso de flexión compuesta:

$$N = \sum N = \int_{A_c} \sigma_c dA_c + \int_{A'_s} \sigma'_s dA'_s - \int_{A_s} \sigma_s dA_s - \int_{A_p} \sigma_p dA_p \quad (1)$$

$$M = \sum M = \int_{A_c} \sigma_c y dA_c + \int_{A'_s} \sigma'_s y dA'_s + \int_{A_s} \sigma_s y dA_s + \int_{A_p} \sigma_p y dA_p$$

Considerando positivo el eje a compresión y el momento que produce compresión en la parte superior. Figura 2

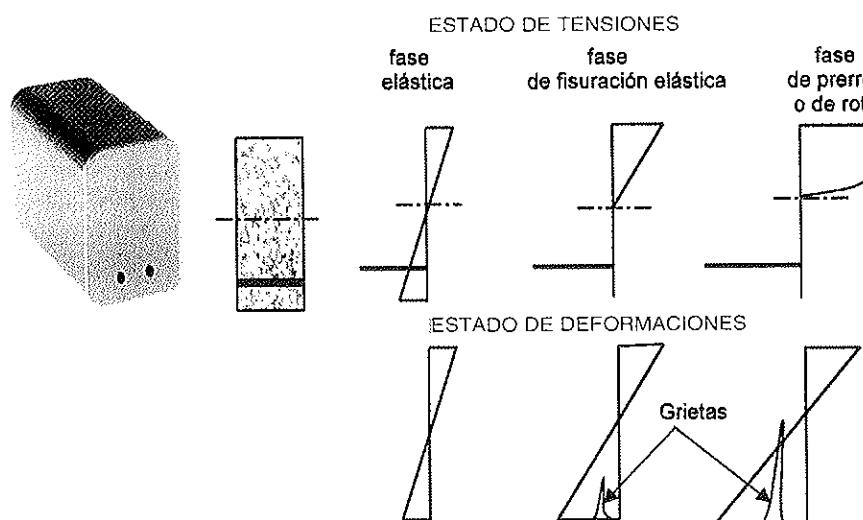


Figura 1. Distribución lineal de deformaciones.

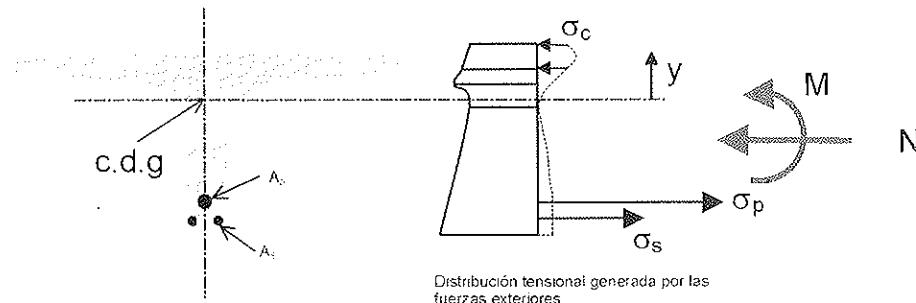


Figura 2. Distribución de tensiones.

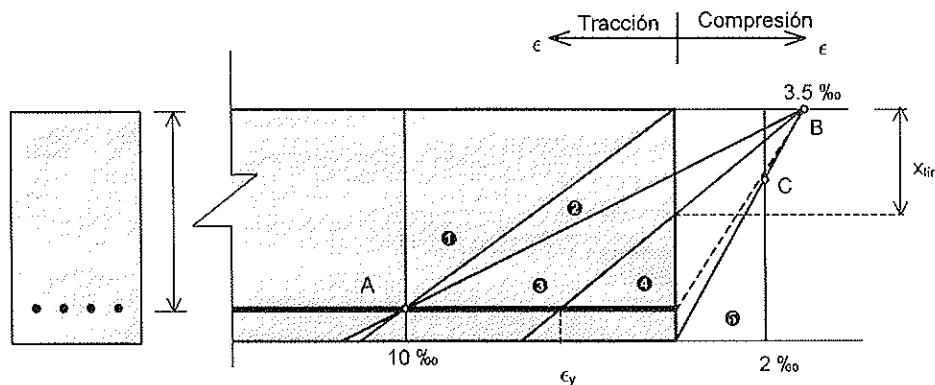


Figura 3. Dominios de rotura.

## DOMINIOS DE DEFORMACIÓN

La sección transversal de la Figura 3 puede agotarse por solicitudes normales siguiendo distintos planos de deformación. La norma española EHE y el Eurocódigo 2 describen toda una serie continua de planos de deformación que producen el agotamiento de la sección divididos en lo que se denominan dominios de deformación, ver Figura 3.

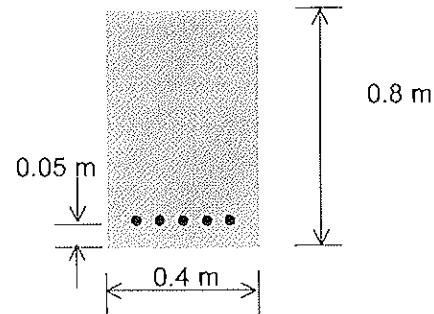


Figura 4. Ejemplo.

## EJEMPLO DE DIMENSIONAMIENTO EN FLEXIÓN SIMPLE

Consideremos una viga de  $0.4 \times 0.8$  m fabricada con hormigón HA-25 a armar a flexión simple con acero B-500-S para un momento de diseño de  $1000 \text{ kN} \cdot \text{m}$ .

Para dicha viga la  $x_{\text{lim}}$  es de  $462.64$  y el  $M_{\text{lim}}$  es de  $1185 \text{ kN} \cdot \text{m}$ , lo que hace que no sea necesaria armadura de compresión.

Planteando las ecuaciones (1) a nivel de la armadura de tracción éstas quedan desacopladas. Empleando el diagrama rectangular del hormigón para la notación representada en la figura 5, las ecuaciones de equilibrio son:

$$M_d = 0.85 \cdot f_{cd} \cdot 0.8 \cdot b \cdot (d - 0.4x)$$

$$N_d = 0 = 0.85 \cdot f_{cd} \cdot 0.8 \cdot x \cdot b - A_s \cdot f_{yd}$$

De la primera de las ecuaciones se obtiene  $x = 35 \text{ mm}$  y de la segunda  $A_s = 3809 \text{ mm}^2$  ( $5 \text{ Ø } 32$ ).

Los conceptos de  $x_{\text{lim}}$  y  $M_{\text{lim}}$  en flexión simple nos permiten determinar si es o no necesaria la armadura de compresión.

En flexión compuesta el planteamiento es más complejo. Tradicionalmente se han planteado varios teoremas para intentar resolver el problema como flexión simple siendo necesario diferenciar entre pequeñas o grandes excentricidades. Toda esta dificultad tiene su origen en que las ecuaciones de equilibrio constituyen dos ecuaciones ( $\Sigma M$  y  $\Sigma N$ ) con tres incógnitas ( $A_s$ ,  $A'_s$  y  $x$ ), lo que hace que la solución no sea única. La solución en flexión compuesta es única si se adopta una de las siguientes simplificaciones:  $A_s = 0$ , o bien  $A'_s = 0$ , o bien  $A_s = A'_s$  o bien se fija la profundidad de la fibra neutra ( $x$ ).

En todo este proceso los diagramas de interacción  $M-N$  para una sección determinada con armadura conocida, suponen una gran ayuda en la comprobación de secciones. Los diagra-



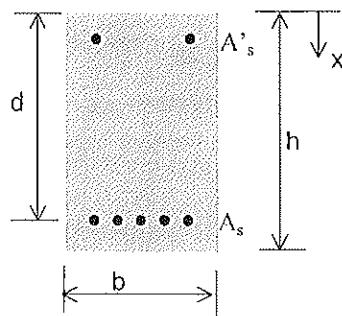


Figura 5. Notación.

mas de interacción son grafos cerrados donde todos los pares ( $M, N$ ) situados en el interior del grafo no agotan la sección, mientras que los pares exteriores originan el agotamiento de la misma. Estos diagramas son muy útiles en la comprobación de secciones, esto es, una vez se ha elegido una sección y su armadura es inmediato comprobar si resiste a una solicitación determinada. Representaciones conjuntas de numerosos diagramas de interacción se han usado también para el dimensionamiento.

## DIAGRAMAS DE DIMENSIONAMIENTO EN FLEXIÓN

En este artículo se presenta un nuevo diagrama denominado *diagrama de dimensionamiento en flexión*. Éste consiste en una representación en abcisas de la profundidad de la fibra neutra y en ordenadas una representación en tres gráficas de  $A_s$ ,  $A'_s$  y  $A_s + A'_s$ . Dicha representación se realiza resolviendo las ecuaciones (1) para el continuo de todos los planos de deformación que agotan la sección.

Conocidos  $M_d$  y  $N_d$  y conocidas las dimensiones de la sección la obtención del correspondiente diagrama de dimen-

sionamiento en flexión es inmediato, no manualmente, pero sí con un simple programa del ordenador adjuntado en el anexo de este artículo en versión Mathematica 4.0.

El diagrama de dimensionamiento en flexión permite saber para cada caso concreto cuál es la armadura óptima y decidir cuál es la opción más interesante. Entre las posibles opciones están:

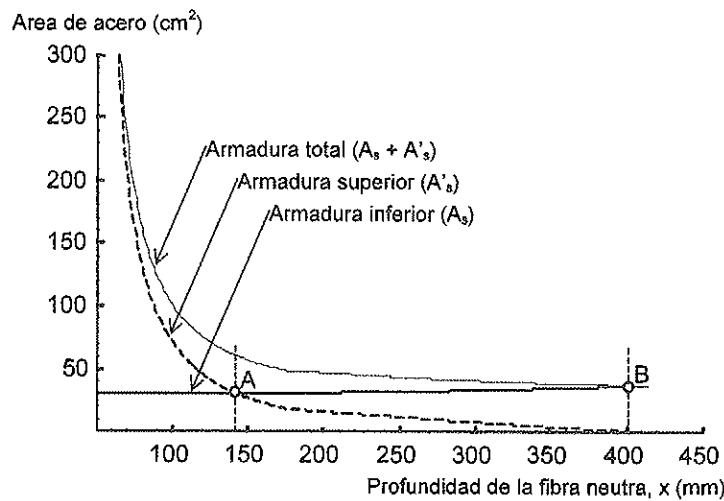
- imponer  $A'_s = 0$  o  $A_s = 0$ ,
- colocar la misma armadura en ambas caras  $A_s = A'_s$ ,
- contar con una determinada armadura a priori, bien en  $A_s$ , o en  $A'_s$ ,
- optar por el mínimo de armadura total

### Ejemplo

En la viga de la Figura 4, consideramos una solicitud compuesta por un axil  $N_d = 250$  kN y un momento  $M_d = 250$  kN y un momento  $M_d = 1000$  kN · m. El diagrama de dimensionamiento en flexión es el representado en la figura 6:

En este diagrama se aprecia que suponer  $A_s = A'_s$  (punto A de la figura 6,  $x = 142$  mm) da lugar a una armadura total necesaria de  $60,26 \text{ cm}^2$ . Sin embargo el mínimo de armadura total se produce cuando  $A'_s$  es cero, para una armadura total de  $36,91 \text{ cm}^2$  (punto B de la figura 6). También se podía haber tenido en cuenta la posible existencia de cierta armadura de compresión como consecuencia del montaje y que cumpliendo con el artículo 42.3.1. de la EHE se podría incluir su contribución a compresión. Este último caso es interesante si conduce a una disminución en la armadura  $A_s$ .

El ejemplo anterior es muy parecido al caso de flexión simple puesto que el axil considerado es muy pequeño. Si aumentamos la carga axil hasta 3000 kN el nuevo diagrama de dimensionamiento en flexiones es el de la figura 7.

Figura 6. Diagrama de dimensionamiento en flexión.  $N_d=250$  kN y  $M_d=1000$  kN · m.

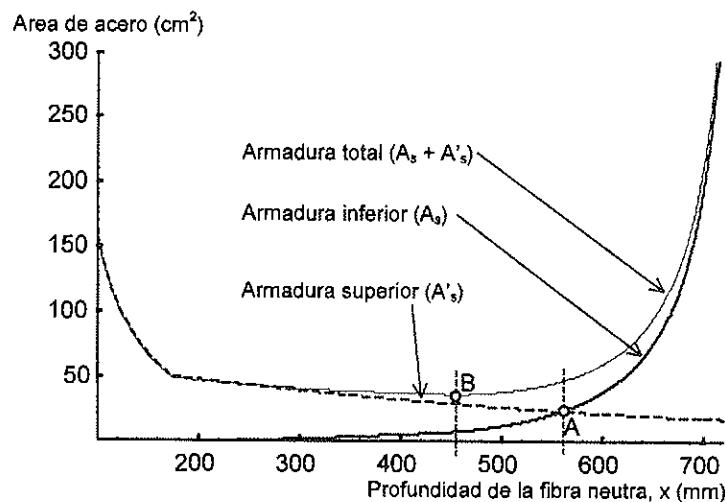


Figura 7. Diagrama de dimensionamiento en flexión.  $N_d=3000$  kN y  $M_d=1000$  kN · m.

En este caso el hecho de considerar armadura simétrica (punto A de la figura 7,  $x = 560$  mm) produce una armadura total de  $46.97 \text{ cm}^2$ . Sin embargo en el punto óptimo (punto B de la figura 7,  $x = 425$  mm) la armadura total es de  $35.47 \text{ cm}^2$ .

## CONCLUSIÓN

En este artículo se ha presentado el diagrama de dimensionamiento a flexión, consistente en una representación gráfica que proporciona al calculista, por un lado, la información necesaria para dimensionar con exactitud y, por otro, un conocimiento global del problema por cada caso particular.

Mediante el diagrama de dimensionamiento en flexión el ingeniero puede optar por la armadura más adecuada teniendo en cuenta todas las situaciones que se pueden plantear. Este nuevo diagrama supone un avance pedagógico y técnico en el estudio de la flexión en hormigón en estado límite último.

## BIBLIOGRAFÍA

- (1) Collins, M. P. y Mitchell, D. (1991). *Prestressed Concrete Structures*. Prentice Hall, Nueva Jersey.
- (2) Eurocódigo 2 (1993). AENOR.
- (3) Hernández Montes, E. (2002). *Hormigón Estructural*. Editorial Universidad de Granada.
- (4) Instrucción de Hormigón Estructural EHE (2001). Ministerio de Fomento.
- (5) Morán, F. (1972). *Cálculo de secciones de h.a. sometidas a solicitudes normales, en el ELU*. Monografía 304 del Instituto Eduardo Torroja.
- (6) Murcia Vela, J., Aguado de Cea, A. y Mari Bernat, A. R. (1991). *Hormigón Armado y Pretensado I y II*. Ediciones UPC. Barcelona.



**APÉNDICE.**  
**PROGRAMA DE LOS DIAGRAMAS DE DIMENSIONAMIENTO EN FLEXIÓN**

-En Mathematica 4.0-

```

h = 800;
b = 400;
r1 = 50;
r2 = 50;
Md = 1000*10^6;
Nd = 250*10^3;
d1 = h - r1;
d2 = r2;
fck = 25;
fyk = 500;
γc = 1.5;
γs = 1.15;
Es = 200000;
In[15]:= Resultados1 = {};
Resultados2 = {};
Resultados3 = {};
In[18]:= (* Primer Dominio de Deformación *)
(* Al ser la x menor que cero,
la cabeza de compresión no interviene en el calculo *)
Do[
  Compresion = 0;
  es2 = 0.010*(Abs[x] + d2)/(Abs[x] + d1);
  T1 = As1*(fyk/γs);
  If[Abs[es2] < (fyk/γs)/Es,
    T2 = As2*Es*es2, T2 = As2*(fyk/γs)];
  Solucion =
  Flatten[Solve[{Nd == Compresion - T2 - T1,
    Md == Compresion*(h/2 - 0.4*x) + T1*(d1 - h/2) -
    T2*(h/2 - d2)}, {As1, As2}]];
  Solucion = {As1 /. Solucion[[1]], As2 /. Solucion[[2]]};
  Resultados1 = AppendTo[Resultados1, {x, Solucion[[1]]}];
  Resultados2 = AppendTo[Resultados2, {x, Solucion[[2]]}];
  Resultados3 =
  AppendTo[Resultados3, {x, Solucion[[1]] + Solucion[[2]]}], {x, -1*h, -1,
  1}];
(* Segundo Dominio de Deformación PARTE 1 *)
(* El acero inferior estará siempre traccionado al límite elástico y el superior estará traccionado *)
Do[
  Compresion = 0.85*(fck/γc)*b*0.8*x;
  es2 = 0.010*(d2 - x)/(d1 - x);
  T1 = As1*(fyk/γs);
  If[Abs[es2] < (fyk/γs)/Es,
    T2 = As2*Es*es2, T2 = As2*(fyk/γs)];
  Solucion =
  Flatten[Solve[{Nd == Compresion - T2 - T1,
    Md == Compresion*(h/2 - 0.4*x) + T1*(d1 - h/2) -
    T2*(h/2 - d2)}, {As1, As2}]];
  Solucion = {As1 /. Solucion[[1]], As2 /. Solucion[[2]]};
  Resultados1 = AppendTo[Resultados1, {x, Solucion[[1]]}];
  Resultados2 = AppendTo[Resultados2, {x, Solucion[[2]]}];
  Resultados3 = AppendTo[Resultados3, {x, Solucion[[1]] + Solucion[[2]]}]
  , {x, 0, d2 - 1, 1}];
(* Segundo Dominio de Deformación PARTE 2 *)
(* El acero inferior estará siempre traccionado al límite elástico y el superior estará comprimido *)

```

```

Do[
  Compresion = 0.85*(fck/γc)*b*0.8*x;
  es2 = 0.010*(x - d2)/(d1 - x);
  T1 = As1*(fyk/γs);
  If[Abs[es2] < (fyk/γs)/Es,
  T2 = As2*Es*es2, T2 = As2*(fyk/γs)];
  Solucion =
  Flatten[Solve[{Nd == Compresion + T2 - T1,
  Md == Compresion*(h/2 - 0.4*x) + T1*(d1 - h/2) +
  T2*(h/2 - d2)}, {As1, As2}]];
  Solucion = {As1 /. Solucion[[1]], As2 /. Solucion[[2]]};
  Resultados1 = AppendTo[Resultados1, {x, Solucion[[1]]}];
  Resultados2 = AppendTo[Resultados2, {x, Solucion[[2]]}];
  Resultados3 = AppendTo[Resultados3, {x, Solucion[[1]] + Solucion[[2]]}]
  , {x, d2 + 1, 0.259*d1 - 1, 1}];

```

(\* Tercer Dominio de Deformación \*)

(\* El acero inferior estará siempre traccionado al límite elástico y el superior estará comprimido \*)

xlimite = d1/(1 + 1.42\*10^(-3)\*fyk/γs);

```

Do[
  Compresion = 0.85*(fck/γc)*b*0.8*x;
  es2 = 0.0035*(x - d2)/x;
  T1 = As1*(fyk/γs);
  If[Abs[es2] < (fyk/γs)/Es,
  T2 = As2*Es*es2, T2 = As2*(fyk/γs)];
  Solucion =
  Flatten[Solve[{Nd == Compresion + T2 - T1,
  Md == Compresion*(h/2 - 0.4*x) + T1*(d1 - h/2) +
  T2*(h/2 - d2)}, {As1, As2}]];
  Solucion = {As1 /. Solucion[[1]], As2 /. Solucion[[2]]};
  Resultados1 = AppendTo[Resultados1, {x, Solucion[[1]]}];
  Resultados2 = AppendTo[Resultados2, {x, Solucion[[2]]}];
  Resultados3 = AppendTo[Resultados3, {x, Solucion[[1]] + Solucion[[2]]}]
  , {x, 0.259*d1 + 1, xlimite, 1}];

```

(\* Cuarto Dominio de Deformación \*)

(\* El acero inferior ya no estará siempre traccionado al límite elástico, siendo necesario calcular su deformación, y el superior estar\'{A} comprimido \*)

xlimite = d1/(1 + 1.42\*10^(-3)\*fyk/γs);

```

Do[
  Compresion = 0.85*(fck/γc)*b*0.8*x;
  es2 = 0.0035*(x - d2)/x;
  es1 = 0.0035*(d1 - x)/x;
  T1 = As1*Es*es1;
  If[Abs[es2] < (fyk/γs)/Es,
  T2 = As2*Es*es2, T2 = As2*(fyk/γs)];
  Solucion =
  Flatten[Solve[{Nd == Compresion + T2 - T1,
  Md == Compresion*(h/2 - 0.4*x) + T1*(d1 - h/2) +
  T2*(h/2 - d2)}, {As1, As2}]];
  Solucion = {As1 /. Solucion[[1]], As2 /. Solucion[[2]]};
  Resultados1 = AppendTo[Resultados1, {x, Solucion[[1]]}];
  Resultados2 = AppendTo[Resultados2, {x, Solucion[[2]]}];
  Resultados3 = AppendTo[Resultados3, {x, Solucion[[1]] + Solucion[[2]]}]
  , {x, xlimite + 1, d1 - 1, 1}];

```

(\* Cuarto Dominio A de Deformación \*)

(\* El acero inferior ya estará comprimido, siendo necesario calcular su deformación, y el superior estará comprimido \*)

```

Do[
  Compresion = 0.85*(fck/γc)*b*0.8*x;
  es2 = 0.0035*(x - d2)/x;
  es1 = 0.0035*(x - d1)/x;
  T1 = As1*Es*es1;
  If[Abs[es2] < (fyk/γs)/Es,
    T2 = As2*Es*es2, T2 = As2*(fyk/γs)];
  Solucion =
  Flatten[Solve[{Nd == Compresion + T2 + T1,
    Md == Compresion*(h/2 - 0.4*x) - T1*(d1 - h/2) +
    T2*(h/2 - d2)}, {As1, As2}]];
  Solucion = {As1 /. Solucion[[1]], As2 /. Solucion[[2]]};
  Resultados1 = AppendTo[Resultados1, {x, Solucion[[1]]}];
  Resultados2 = AppendTo[Resultados2, {x, Solucion[[2]]}];
  Resultados3 = AppendTo[Resultados3, {x, Solucion[[1]] + Solucion[[2]]}]
  , {x, d1 + 1, h - 1, 1}];
(* Quinto Dominio de Deformación : primera parte *)
(* El acero inferior ya estará comprimido, siendo necesario calcular su deformación,
  así como el superior estará comprimido *)
(* Distinguimos dos partes porque a partir de 1.25 h ya no aumenta más el valor de la compresión *)
Do[
  Compresion = 0.85*(fck/γc)*b*0.8*x;
  es2 = 0.002*(x - d2)/(x - 3/7*h);
  es1 = 0.002*(x - d1)/(x - 3/7*h);
  If[Abs[es1] < (fyk/γs)/Es,
    T1 = As1*Es*es1, T1 = As1*(fyk/γs)];
  If[Abs[es2] < (fyk/γs)/Es,
    T2 = As2*Es*es2, T2 = As2*(fyk/γs)];
  Solucion =
  Flatten[Solve[{Nd == Compresion + T2 + T1,
    Md == Compresion*(h/2 - 0.4*x) - T1*(d1 - h/2) +
    T2*(h/2 - d2)}, {As1, As2}]];
  Solucion = {As1 /. Solucion[[1]], As2 /. Solucion[[2]]};
  Resultados1 = AppendTo[Resultados1, {x, Solucion[[1]]}];
  Resultados2 = AppendTo[Resultados2, {x, Solucion[[2]]}];
  Resultados3 = AppendTo[Resultados3, {x, Solucion[[1]] + Solucion[[2]]}]
  , {x, h + 1, 1.25*h, 1}];
(* Quinto Dominio de Deformación : segunda y ultima parte *)
(* El acero inferior ya estará comprimido,
  siendo necesario calcular su deformación, así como el superior estará comprimido *)
(* Distinguimos dos partes porque a partir de 1.25 h ya no aumenta más el valor de la compresión *)
Do[
  Compresion = 0.85*(fck/γc)*b*h;
  es2 = 0.002*(x - d2)/(x - 3/7*h);
  es1 = 0.002*(x - d1)/(x - 3/7*h);
  If[Abs[es1] < (fyk/γs)/Es,
    T1 = As1*Es*es1, T1 = As1*(fyk/γs)];
  If[Abs[es2] < (fyk/γs)/Es,
    T2 = As2*Es*es2, T2 = As2*(fyk/γs)];
  Solucion =
  Flatten[Solve[{Nd == Compresion + T2 + T1,
    Md == -T1*(d1 - h/2) + T2*(h/2 - d2)}, {As1, As2}]];
  Solucion = {As1 /. Solucion[[1]], As2 /. Solucion[[2]]};
  Resultados1 = AppendTo[Resultados1, {x, Solucion[[1]]}];
  Resultados2 = AppendTo[Resultados2, {x, Solucion[[2]]}];
  Resultados3 = AppendTo[Resultados3, {x, Solucion[[1]] + Solucion[[2]]}]
  , {x, 1.25*h, 4*h, 1}];
Dibujo1 = ListPlot[Resultados1, PlotJoined -> True, PlotStyle -> {RGBColor[1, 0, 0]}];
Dibujo2 = ListPlot[Resultados2, PlotJoined -> True, PlotStyle -> {RGBColor[0, 1, 0]}];
Dibujo3 = ListPlot[Resultados3, PlotJoined -> True, PlotStyle -> {RGBColor[0, 0, 1]}];
Show[{Dibujo1, Dibujo2, Dibujo3}, PlotRange -> {{50, 450}, {0, 30000}}]

```

# Estudio y comparación de diferentes métodos de cálculo para el análisis de redistribuciones a nivel de sección y estructura debidas a deformaciones diferidas en el hormigón

***Study and comparision of different methods for evaluating the structural effects of creep and shrinkage***

**Miguel Fernández Ruiz**

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

Estudiante de Doctorado en la E.T.S.I.C.C.P. (U.P.M.)

MC-2 Estudio de Ingeniería

Este artículo es la síntesis de un trabajo de investigación tutelado por Francisco Millanes Mato (Catedrático de Estructuras Metálicas y Mixtas en la E.T.S.I.C.C.P. – U.P.M.) y revisado y comentado por Julio Martínez Calzón (Profesor Titular de Estructuras Metálicas y Mixtas en la E.T.S.I.C.C.P. – U.P.M.)

## RESUMEN

Las redistribuciones seccionales y estructurales originadas por deformaciones diferidas en el hormigón pueden estudiarse empleando diferentes métodos para aproximar la integral de Volterra. En este artículo se analizan y comparan los resultados obtenidos con el método de las j's, el método del coeficiente de envejecimiento y el método paso a paso para secciones de hormigón y mixtas. También se proponen unas nuevas expresiones para los coeficientes  $\psi$  empleados en el método de las j's acordes con la formulación de fluencia de la EHE y que proporcionan unos resultados más precisos que las actuales.

Palabras clave: Fluencia; Retracción; Redistribuciones tensionales; Método de las j's; Método del coeficiente de envejecimiento; Método paso a paso.

## SUMMARY

*The delayed strains in concrete due to creep and shrinkage may modify the initial state of stresses and strains in a section. This phenomenon can be studied using different methods that solve the Volterra's integral. In this paper, the results using the j's method, the aging coefficient method and the step by step method for concrete and composite structures are analysed and compared. New expressions for the  $\psi$ 's coefficients of the j's method are proposed according to the creep formulation of*

*the Spanish code EHE providing more accurate results than the current expressions.*

*Key – words: Creep; Shrinkage; Stress's redistribution; J's method; Aging coefficient method; Step by step method.*

## 0. NOTACIÓN

Se explica a continuación el significado de los diferentes símbolos empleados en las expresiones del artículo:

$A_i$ . Área

$\delta$ . Descenso de apoyo en viga.

$\delta^{(0)}$ . Coeficiente para medir la relación hormigón/acero en una sección en el método de las j's. Su valor depende del tipo de esfuerzo solicitante siendo  $(A_{c,hom}/A_s)$  para compresión pura y  $(A_{c,hom}/A_s + I_{c,hom}/I_s + (A_{c,hom} \cdot I_{c,hom})/(A_s \cdot I_s) + h_{sc}^2 \cdot A_{c,hom}/A_s)$  para flexión pura.

$h_{sc}$ . Distancia entre el centro de gravedad de la cabeza de hormigón homogeneizada y el acero.

$E(t)$ . Valor del módulo elástico del material en el tiempo  $t$ .

$\epsilon$ . Deformación.

$\epsilon_{cs}(t, t_s)$ . Deformación de retracción en el hormigón entre los tiempos  $t_s$  (fin de curado) y  $t$  (evaluación).

$f(t)$ . Flecha en viga en tiempo  $t$ .

$\varphi(t, t_0)$ . Coeficiente de fluencia entre los tiempos  $t_0$  (inicial) y  $t$  (evaluación).

$I_r$ . Momento de inercia

$\chi$ . Coeficiente de envejecimiento.



j. Coeficiente que integra la respuesta de las fibras a nivel de sección en el método de las j's y cuyo valor depende de  $\psi$ .

$\psi$ . Coeficiente para la evaluación de la integral de Volterra en el cálculo de una fibra según el método de las j's.

$R(t, t_0)$ . Función de relajación entre los tiempos  $t_0$  (inicial) y  $t$  (evaluación).

$\mathcal{R}(t)$ . Valor de la reacción en viga para problema de relajación pura.

$\sigma$ . Tensión

## 1. INTRODUCCIÓN

Las deformaciones reológicas que se desarrollan en el hormigón a lo largo del tiempo (además de la relajación en el acero de pretensar) provocan la aparición de una serie de redistribuciones que modifican el estado tensional (y deformacional) inicial en una sección. La estimación de esta evolución puede realizarse bien mediante métodos de tipo simplificado o bien mediante métodos paso a paso, que no son exactos pero sí tan precisos como en teoría se desee.

En España, la actual norma del Hormigón Estructural (EHE), propone para la evaluación de estos fenómenos la aplicación del método del coeficiente de envejecimiento. Las Recomendaciones para Puentes Mixtos (RPX-95) en cambio sugieren emplear el método de las "j's" para el cálculo de dichos efectos.

Puede surgir aquí una pregunta y es por qué se proponen procedimientos de cálculo distintos, es decir si es mejor un método al aplicarlo a un campo determinado o bien si esta separación es debida a que el hormigón y las mixtas provienen de tradiciones distintas donde se empleaban diferentes métodos pero en realidad ambos son perfectamente aplicables en el ámbito de la ingeniería estructural.

Para dar respuesta a este interrogante, se desarrolla en este estudio una comparación entre los resultados obtenidos al emplear tanto el método del coeficiente de envejecimiento como el de las j's y posteriormente analizar dichos resultados con los derivados de un estudio paso a paso del fenómeno. Se proponen además unas nuevas expresiones para evaluar los coeficientes y del método de las j's que proporcionan unos resultados mejores que sus antecesoras además de ser acordes con la actual formulación de fluencia de la EHE.

## 2. ÁMBITO DEL ESTUDIO

El estudio que se va a realizar abarca el campo tanto de las estructuras mixtas donde los materiales que componen la estructura sean hormigón y acero como el de las estructuras compuestas por uno sólo de estos materiales (como caso extremo del anterior). Ambos materiales se suponen solicitados a tensiones tales que se puedan considerar dentro del

rango de comportamiento elástico – lineal (para módulo de elasticidad y coeficiente de fluencia), no se considera por lo tanto el desarrollo de fisuración.

Para este estudio se desarrolló un programa que permite, además de realizar el cálculo mediante el método del coeficiente de envejecimiento, el método de las j's y un paso a paso con integración directa, el cálculo de la sección mediante un método paso a paso con desarrollo en serie de Dirichlet del coeficiente de fluencia para de esta manera comprobar los resultados obtenidos. También se realizaron verificaciones sobre casos límite (sección exclusivamente de acero u hormigón) y los ejemplos de [9] y [10] mostrando el programa resultados correctos.

## 3. ECUACIÓN DE LAS DEFORMACIONES DIFERIDAS DEL HORMIGÓN

Los métodos de cálculo para la evaluación de los fenómenos diferidos surgen como diferentes maneras de aproximar el mismo fenómeno. El ámbito en el que se enmarca el estudio que se va a realizar va a ser tal que la relación  $\sigma/f_c$  sea inferior a 0.40 de manera que se pueda suponer que el módulo de elasticidad del hormigón sea constante con el nivel de carga<sup>1</sup> y la fluencia no entre en régimen no lineal.

La ecuación que rige el comportamiento a nivel de fibra para el hormigón cuando existen deformaciones diferidas y una historia variable de tensiones es la denominada integral de Volterra:

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} + \int_{t_0}^t \frac{1 + \varphi(t, \tau)}{E_c(\tau)} d\sigma_c(\tau) + \varepsilon_{cs}(t, t_0) \quad (1)$$

Esta integral se deduce de la aplicación del principio de superposición (McHenry, 1943 [1]). En la misma, la integral del segundo sumando no puede evaluarse de forma directa, debido a que para ello es necesario conocer la historia de tensiones que precisamente es la incógnita.

Por lo tanto, los diferentes métodos para resolver esta ecuación van a ser en realidad distintas maneras de aproximar el término integral de la misma.

### 3.1. Método del coeficiente de envejecimiento

El método del coeficiente de envejecimiento fue planteado en 1967 por Trost [2]. En un principio, se propuso como un método aproximado para la evaluación de las deformaciones diferidas en el hormigón superando las dificultades del anterior método del módulo efectivo<sup>2</sup>. Trost sugería emplear un módulo de elasticidad eficaz para el hormigón cuyo valor

<sup>1</sup> Aunque pueda ser variable con el tiempo ( $E_c(t)$ ).

<sup>2</sup> Sólo aplicable en casos de tensión constante o con pequeñas variaciones en el hormigón.

podía obtenerse approximando la integral de Volterra de la siguiente manera:

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} + \int_{\tau=t_0}^t \frac{1 + \varphi(t, \tau)}{E_c(\tau)} d\sigma_c(\tau) + \varepsilon_{cs}(t, t_0) \quad (2)$$

$$\frac{\int_{\tau=t_0}^t \frac{1 + \varphi(t, \tau)}{E_c(\tau)} d\sigma_c(\tau) + \varepsilon_{cs}(t, t_0)}{\frac{1 + \chi \cdot \varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} \Delta \sigma_c(t, t_0)}$$

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{1 + \chi \cdot \varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} \Delta \sigma_c(t, t_0) + \varepsilon_{cs}(t, t_0) \quad (3)$$

Por lo tanto, el módulo de elasticidad eficaz propuesto para el hormigón por Trost es:

$$E_{ef}(t, t_0) = \frac{E(t_0)}{1 + \chi \cdot \varphi(t, t_0)} \quad (4)$$

Posteriormente, en 1972 Bazant demostró el teorema al que da nombre [3] y con él revela el verdadero alcance del método de Trost. En dicho teorema, afirma que la tensión variará linealmente con la relajación siempre y cuando las deformaciones lo hagan como una función lineal con el coeficiente de fluencia<sup>3</sup>. Por lo tanto, el método del coeficiente de envejecimiento es exacto al aplicarlo a casos de relajación pura y de hecho así es como puede tabularse el valor del mismo (ver, por ejemplo [4]).

Este método puede aplicarse posteriormente al estudio a nivel de sección al suponer que la tensión sobre el bloque de hormigón varía con el tiempo debido a las redistribuciones provocadas por las deformaciones diferidas. Para ello, puede emplearse el método de la sección ideal suponiendo que el módulo de elasticidad del hormigón es el eficaz anteriormente visto y que se reaplican unas tensiones que impiden la aparición de las deformaciones diferidas diferenciales<sup>4</sup>. En la práctica, para edades de puesta en carga usuales (próximas a las tres o cuatro semanas) un valor de  $\chi$  de 0.80 muestra unos excelentes resultados y no suele ser necesario emplear valores más afinados [6]. Incluso, a pesar de ser un método desarrollado en el ámbito del cálculo lineal, puede aplicarse para cálculos en los que se considere la no-linealidad mecánica del hormigón obteniéndose también unos resultados muy satisfactorios [7].

### 3.2. Método de las j's

El método de las j's fue propuesto en 1978 por J. Martínez Calzón y J. Ortiz Herrera [5]. Fue un método basado en un

planteamiento diferente al de Trost y desarrollado para su empleo en secciones mixtas<sup>5</sup> aunque su empleo puede generalizarse en teoría a cualquier tipo de sección y estructura.

La aplicación de las j's se realiza cuando se aborda el cálculo a nivel seccional o estructural siendo necesario haber desarrollado previamente un análisis a nivel de fibra. En este análisis a nivel de fibra, se descompone la historia de tensiones (o de deformaciones para un caso de relajación) como suma de una serie de potencias del coeficiente de fluencia<sup>6</sup>, de esta manera se determinan unos coeficientes  $\psi_{it}$  ( $\psi'_{it}$  para el caso de la relajación) con los que se obtiene el coeficiente de fluencia 'aparente' que se desarrolla en esa historia variable de tensiones. De esta forma y para  $\sigma_c(t_0)=0$  se tiene:

$$\int_{\tau=t_0}^t \frac{1 + \varphi(t, \tau)}{E_c(\tau)} d\sigma_c(\tau) = \frac{\sigma(t)}{E_{28}} (1 + \psi_j \varphi(t, t_0)) \quad (5)$$

$$\text{Donde } \rightarrow \sigma_c(\tau) = k \cdot \varphi(\tau, t_0)^j \quad (6)$$

En definitiva, ésta es la manera en que el método de las j's resuelve la integral de Volterra y por lo tanto approxima el fenómeno, al alimentar la integral con una base de funciones conocida, ésta puede evaluarse directamente. Los coeficientes  $\psi_{it}$  y  $\psi'_{it}$  fueron tabulados para una formulación del coeficiente de fluencia acorde con los planteamientos de Nielsen y Rüsch donde una parte de la misma se supone elástica (por lo tanto reversible) y el resto se produce de manera irreversible. En cualquier caso, la tabulación de los valores de los coeficientes  $\psi$  puede repetirse para cualquier formulación de fluencia resolviendo la ecuación anterior por algún procedimiento numérico por ejemplo.

Posteriormente, a nivel de sección, se propone emplear el método de la sección ideal pero con unas constantes obtenidas al suponer un módulo eficaz en este caso para el hormigón de:

$$E_{c,ef} = \frac{E_{c,28}}{1 + j_i \varphi(t, t_0)} \quad (7)$$

Estas "j's" se pueden obtener a partir de las  $\psi$  y de la tensión en el centro de gravedad de la sección de hormigón con diferentes constantes mediante un proceso iterativo o bien mediante fórmulas (aproximadas o exactas según sea el tipo de esfuerzo y constante) propuestas por los autores.

La potencia del método reside en que según sea la variabilidad de los esfuerzos que solicitan a la sección, se pueden emplear constantes 'j' obtenidas a partir de un mayor número de potencias de  $\varphi$ . Así, cuando los esfuerzos sean constantes sobre la sección se emplean constantes de tipo '1' y cuando sean crecientes con el tiempo serán de tipo '2'.

<sup>3</sup> El teorema puede expresarse en deformaciones de la siguiente forma: sea  $\varepsilon(t) - \varepsilon^0(t)$  la deformación mecánica de la fibra, si  $\varepsilon(t) - \varepsilon^0(t) = a + c\varphi(t, t_0)$ , entonces  $\sigma(t) = (a - c)R(t, t_0) + cE(t_0)$ . A partir de estas expresiones y empleando (2) puede obtenerse el valor de  $\chi$  de una manera cerrada como  $\chi = E(t)/(E(t_0) - R(t, t_0)) - 1/\varphi(t, t_0)$ .

<sup>4</sup> De la misma manera que se haría en el cálculo de deformaciones atensionales de origen térmico.

<sup>5</sup> El método del coeficiente de envejecimiento surgió en el ámbito de las estructuras de hormigón.

<sup>6</sup> Por lo tanto, cuando el número de términos de la serie es suficientemente elevado el método coincide prácticamente con la solución exacta.



El método de las  $j$ 's muestra también unos excelentes resultados al compararse con la predicción que proporciona un cálculo método paso a paso del fenómeno [8].

La RPX – 95 proporciona en su apartado 4.4.2. una expresión para el estudio de secciones mixtas mediante el método del módulo efectivo con edad ajustada. Para ello define:

$$E_{c,ef} = \frac{E_{c,28}}{1 + j\varphi(t, t_0)} \quad (8)$$

Esta expresión en comparación con la anterior sólo tiene una 'j'. Efectivamente y como indica el texto, dicho coeficiente debe ser aplicado cuando la variación de tensiones pueda suponerse proporcional al coeficiente de fluencia. No obstante, de esta manera se pierde gran parte de la potencia del método de las  $j$ 's al no contemplar variaciones con el cuadrado del coeficiente de fluencia para estados modificativos de carga, correspondiente a  $j_2$ .

#### 4. ACERO ESTRUCTURAL

El análisis que se va a realizar (un análisis en servicio), permite considerar para el acero estructural el trabajo dentro del rango elástico – lineal. De esta manera, la ecuación que rige el comportamiento de las fibras de acero estructural es:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \rightarrow \Delta \varepsilon_s = \frac{\Delta \sigma_s}{E_s} \quad (9)$$

En el estudio a nivel seccional, por lo tanto, cuando se necesita el módulo de elasticidad para trabajar con el método de la sección ideal, se empleará un módulo constante y de valor  $E_s$ . Además, debido a que el acero no se encuentra en un régimen tensional en que pueda sufrir relajación, no producirá deformaciones atensionales diferidas sobre la sección.

#### 5. EXPRESIÓN DE LOS COEFICIENTES $\psi$

La formulación de fluencia adoptada en [5] para calcular los valores de  $\psi$  permite obtener unas expresiones analíticas que presentan algunos problemas (si bien proporcionan resultados del lado de la seguridad). Entre dichas dificultades se encuentran:

- El valor del coeficiente de fluencia en el hormigón a tiempo infinito debe ser superior a 0.40.
- El valor de  $\psi$  debe encontrarse comprendido entre cero y uno<sup>7</sup>. Sin embargo, las expresiones de  $\psi$  presentadas en

[5] proporcionan para valores bajos del coeficiente de fluencia resultados que pueden ser superiores a la unidad.

- Para valores elevados del coeficiente de fluencia y secciones exclusivamente de hormigón, predice redistribuciones excesivas.

En este estudio, se propone una formulación y valores de los coeficientes  $\psi$  que supera estos problemas y para ello se emplea además la actual propuesta del coeficiente de fluencia recogida en la EHE.

De esta manera, resolviendo numéricamente la ecuación de la  $\psi$  para un hormigón cargado a 28 días<sup>8</sup> se obtuvo una base de coeficientes que posteriormente fue ajustada a una curva media. El resultado obtenido fue el siguiente:

$$\psi_1 = \frac{0.86 \cdot \varphi + 0.4}{\varphi + 0.4} \quad (10)$$

$$\psi_2 = \frac{0.80 \cdot \varphi + 0.2}{\varphi + 0.2} \quad (11)$$

Estas expresiones pueden introducirse directamente en las fórmulas aproximadas<sup>9</sup> de las  $j$ 's, incluidas en las referencias [5] y [9] resultando:

Para  $j_t^{(1)}$

$$\begin{aligned} j_t^{(1)} &= \frac{1}{1 - \frac{(1 - \psi_1)\varphi}{1 + \delta^{(0)}}} = \frac{1}{1 - \frac{\left(1 - \frac{0.86 \cdot \varphi + 0.4}{\varphi + 0.4}\right)\varphi}{1 + \delta^{(0)}}} = \\ &= \frac{1}{1 - \frac{0.14\varphi^2}{(1 + \delta^{(0)})(\varphi + 0.4)}} \end{aligned} \quad (12)$$

Para  $j_t^{(2)}$

$$\begin{aligned} j_t^{(2)} &= \frac{\psi_1}{1 - \frac{(\psi_1 - \psi_2)\varphi}{1 + \delta^{(0)}}} = \\ &= \frac{\frac{0.86 \cdot \varphi + 0.4}{\varphi + 0.4}}{1 - \frac{\left(\frac{0.86 \cdot \varphi + 0.4}{\varphi + 0.4} - \frac{0.80 \cdot \varphi + 0.2}{\varphi + 0.2}\right)\varphi}{1 + \delta^{(0)}}} \end{aligned} \quad (13)$$

<sup>7</sup>  $\psi=1$  cuando la tensión se mantiene constante a lo largo del tiempo y  $\psi=0$  cuando la tensión aparece en el último instante de tiempo.

<sup>8</sup> Podría tabularse asimismo para cada edad de puesta en carga y evaluación pero no se consigue un incremento importante de la precisión y se introduce una cierta complicación en el manejo de la  $\psi$ . Parece más sensato adoptar, como en el método del coeficiente de envejecimiento, un valor "medio" a 28 días de puesta en carga y tiempo infinito de evaluación.

<sup>9</sup> Sigue siendo aplicable la restricción geométrica sobre  $\delta^{(0)}$ . En caso de no cumplirse (aunque el resultado quedaría del lado de la seguridad) es recomendable acudir al método iterativo con las expresiones de  $\psi$  anteriores.

## 6. CONTRASTACIÓN DE LOS NUEVOS VALORES DE $\psi$ . COMPARACIÓN CON EL MÉTODO DEL COEFICIENTE DE ENVEJECIMIENTO Y PASO A PASO.

### 6.1. Estudio a nivel seccional

En este apartado se presentan los resultados obtenidos con los nuevos valores de  $\psi$ , comparándolos con los obtenidos empleando los antiguos, así como los derivados de un estudio mediante el método del coeficiente de envejecimiento y un método paso a paso. Se ha considerado además en el cálculo como sección ideal un valor constante de  $\chi$  de 0.80 para todos los tiempos de puesta en carga y evaluación en el método del coeficiente de envejecimiento. En el método de las  $j$ 's también se ha empleado el valor de  $j_{\infty}$  para todos los tiempos de puesta en carga y evaluación<sup>10</sup>. En ambos métodos aproximados, el módulo de elasticidad se considera constante e igual a  $E_{28}$ .

En el cálculo paso a paso se considera la variación real del módulo de elasticidad del hormigón con el tiempo y por lo tanto la aparición de un momento debido a este efecto. La formulación de fluencia y retracción empleada en todos los casos es la recogida en la EHE.

El estudio se realiza sobre una sección sometida a la acción permanente de una serie de esfuerzos, lo que corresponde al caso de una estructura isostática. Las redistribuciones de esta manera provienen de la existencia de materiales con diferentes deformabilidades en el tiempo y con deformaciones atensionales diferidas. Este caso puede corresponder por ejemplo a la sección de centro de vano de una viga isostática (figura 1) sometida a la acción de unas cargas permanentes en el tiempo.

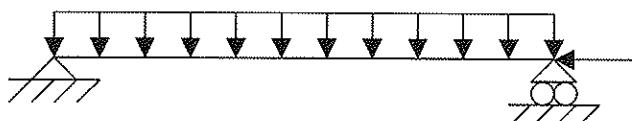


Figura 1. Esquema de viga isostática.

#### 6.1.1. Resultados obtenidos

Para la comparación de los métodos se estudiaron una serie de situaciones sobre la sección mixta de la figura 2.

El primer caso que se propone estudiar corresponde a una edad de puesta en carga de 28 días para el efecto de fluencia y retracción.

a) Retracción. La retracción presenta un mejor ajuste en tensiones y curvaturas (deformaciones) para la nueva formulación de los coeficientes  $\psi$ . Los gráficos 4 y 6 presentan los resultados con la nueva formulación mientras que los 3 y 5 recogen los resultados con la anterior formulación, en cualquier caso las diferencias son pequeñas. El cálculo de la retracción en el método de las  $j$ 's se realiza a partir de la formulación en constantes 2 donde debe modificarse la fórmula existente introduciendo los nuevos valores de  $\psi$ .

$$N_{\infty} = \frac{E_S A_{CR}^{(0)} \varepsilon_{c\infty}^{(0)}}{1 + \psi_1 \varphi} \quad (14)$$

b) Fluencia. Se analizan los resultados obtenidos con la nueva formulación en las figuras 7, 8, 9 y 10. En ellas se puede ver el resultado para los casos de flexión pura (figs. 7 y 8) y de compresión pura en  $t_0$  (figs. 9 y 10)<sup>11</sup>. Nuevamente puede comprobarse el buen ajuste logrado por ambos métodos aproximados, superior en el caso de flexión pura debido a que el efecto del momento que se desarrolla en el tiempo al aplicar un axil es más complejo de reproducir.

#### 6.1.2. Otros tiempos de puesta en carga

Para otros tiempos de puesta en carga el método paso a paso muestra una peor coincidencia con los resultados predichos por los métodos aproximados. Estas discrepancias tienen su origen no en el valor adoptado para la  $\chi$  o la  $\psi$  sino en que los métodos aproximados emplean el módulo de elasticidad a 28 días por lo que no es posible que sus resultados coincidan con los del estudio paso a paso. Sin embargo puede comprobarse cómo ambos métodos aproximados coinciden entre sí de manera prácticamente exacta. Los gráficos 11 y 12 reproducen la redistribución debida a un axil y la debida al efecto de la retracción respectivamente cuando la edad de puesta en carga es muy diferente a 28 días (los cálculos se realizaron suponiendo un  $t_0=100$  días).

### Datos geométricos sección

Hormigón	
bc(m)	1.20
hc(m)	0.20
Acero	
As (m <sup>2</sup> )	1.35E-02
Is (m <sup>2</sup> )	5.08E-04
ys(m)	0.3857
Htot perfil (m)	0.53
Es(MPa)=	2.10E+05

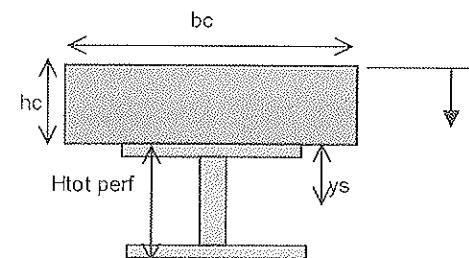
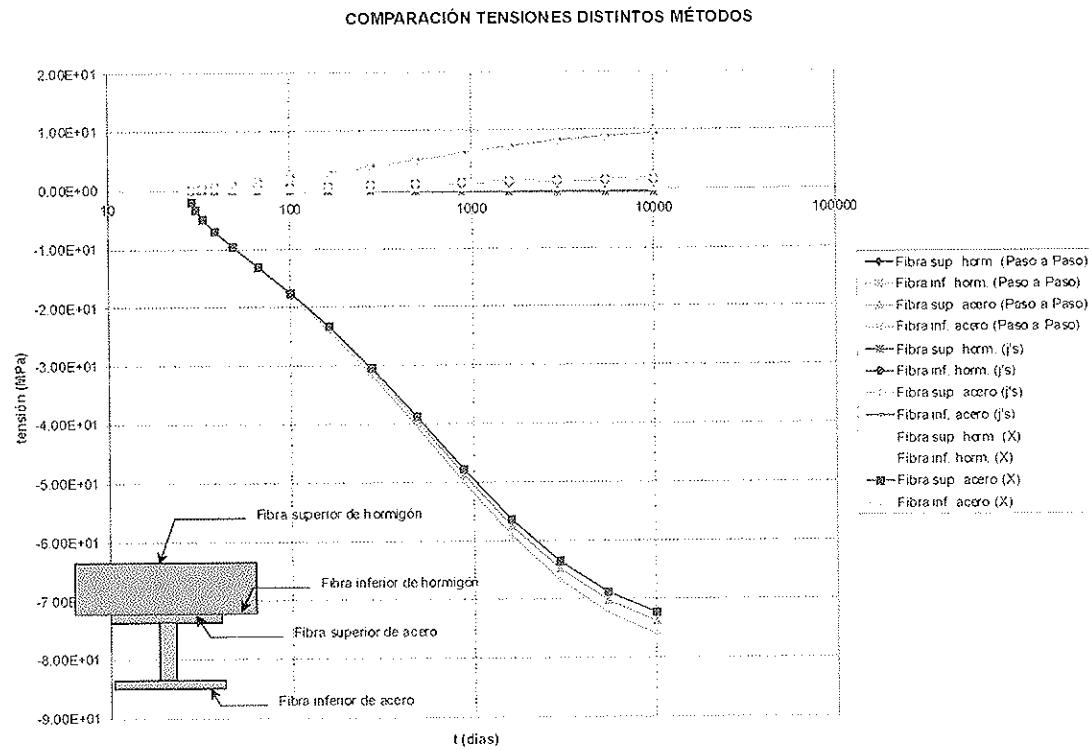
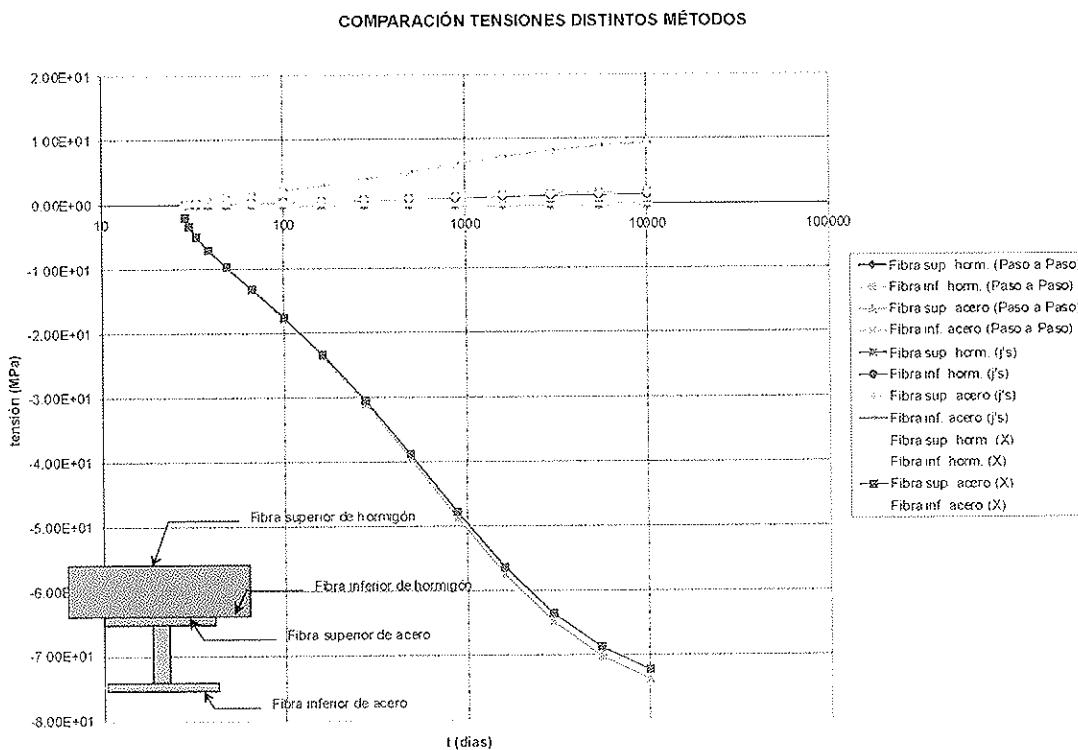


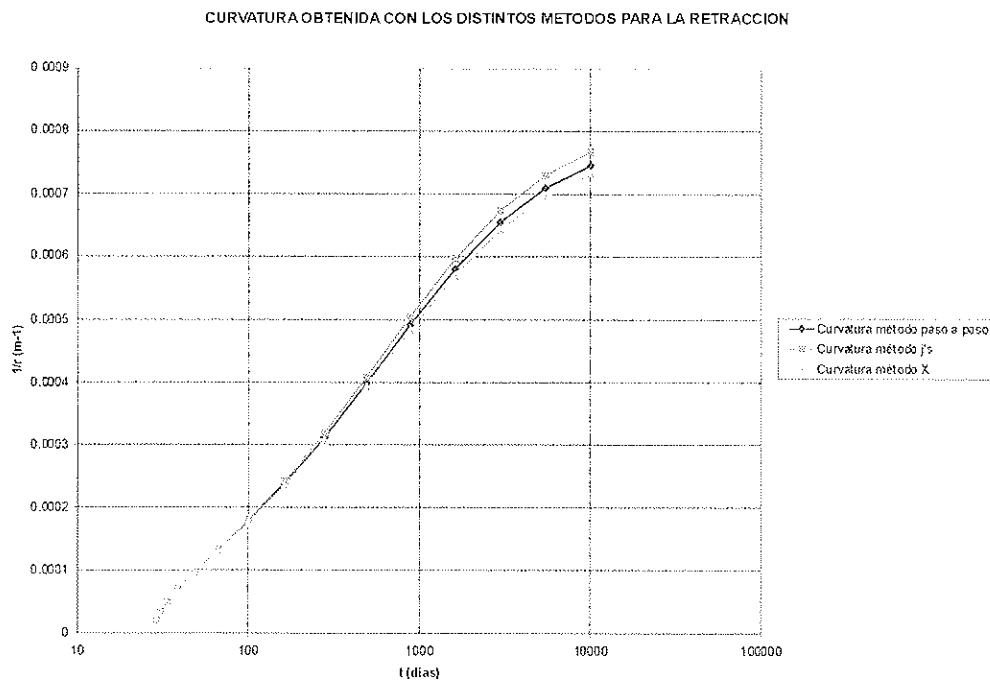
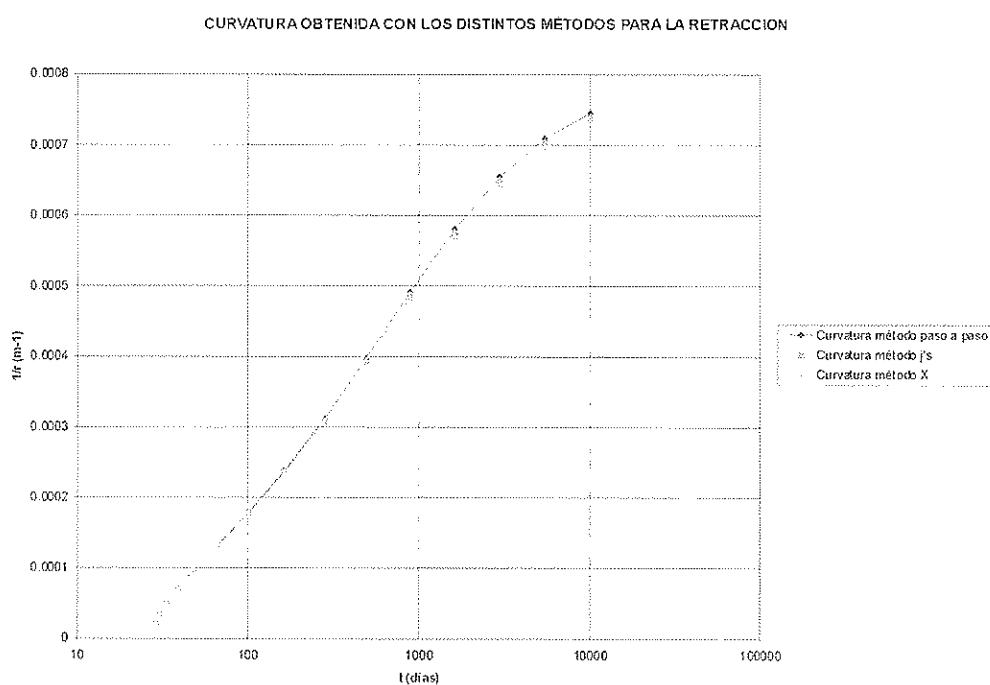
Figura 2. Características de la sección mixta.

<sup>10</sup> Además se ha separado la 'j' del axil de la 'j' del flector así como las provenientes de estados tipo '1' y '2'.

<sup>11</sup> En realidad el efecto de la fluencia provoca un descenso de la posición del centro de gravedad que provoca la aparición de un momento.



Figura 3. Redistribución de tensiones debidas a retracción (formulación antigua  $\psi$ 's).Figura 4. Redistribución de tensiones debidas a retracción (formulación nueva  $\psi$ 's).

Figura 5. Evolución de las curvaturas debidas a retracción (formulación antigua  $\psi$ 's).Figura 6. Evolución de las curvaturas debidas a retracción (formulación nueva  $\psi$ 's).

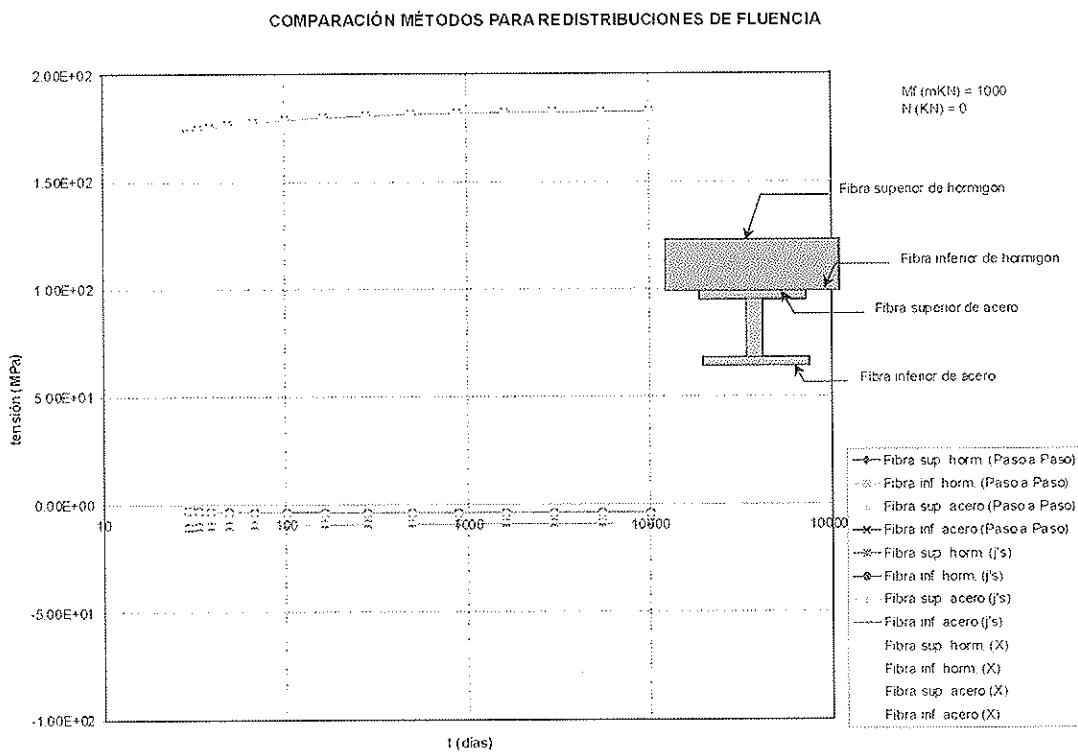


Figura 7. Evolución de las tensiones debidas a fluencia en el hormigón para flexión pura (formulación nueva de  $\psi$ 's).

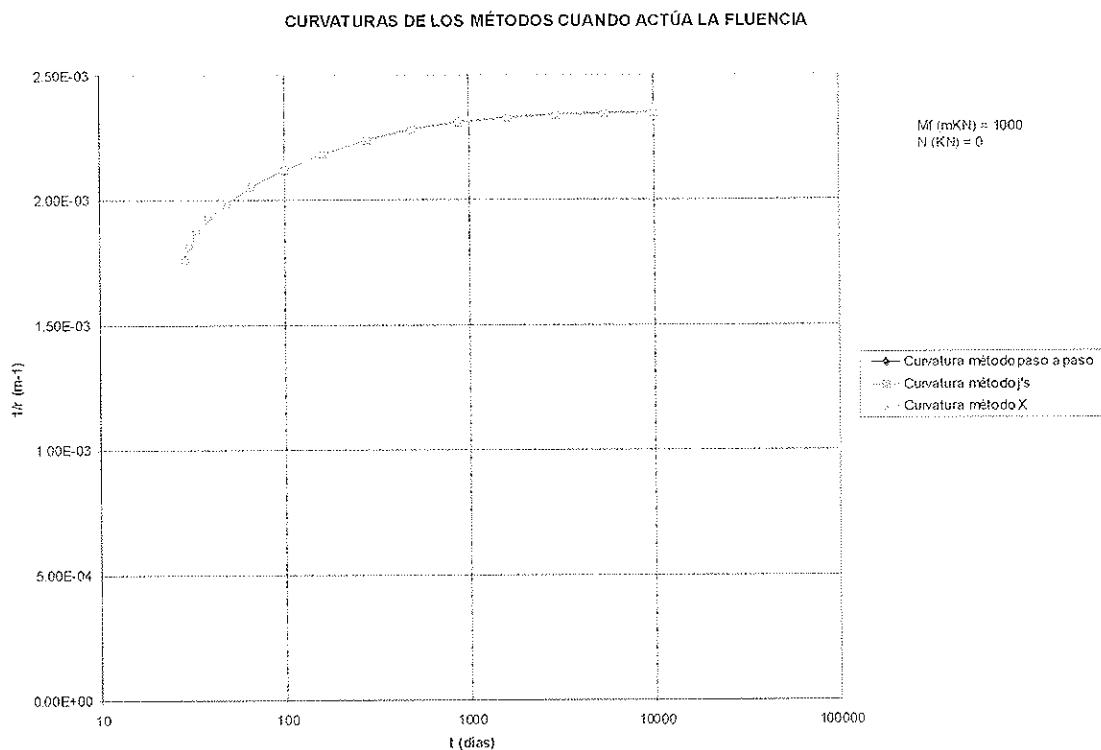


Figura 8. Evolución de las curvaturas debidas a fluencia en el hormigón para flexión pura (formulación nueva de  $\psi$ 's).

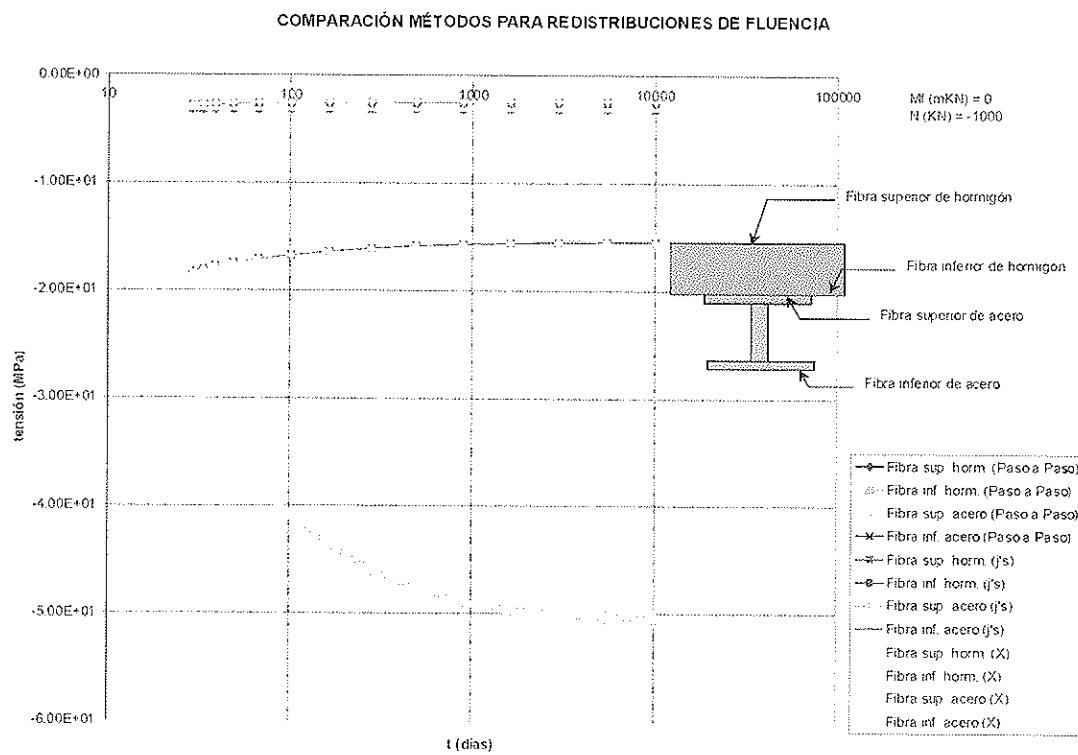


Figura 9. Evolución de las tensiones debidas a fluencia en el hormigón para compresión pura en  $t_0$  (formulación nueva de  $\psi$ 's).

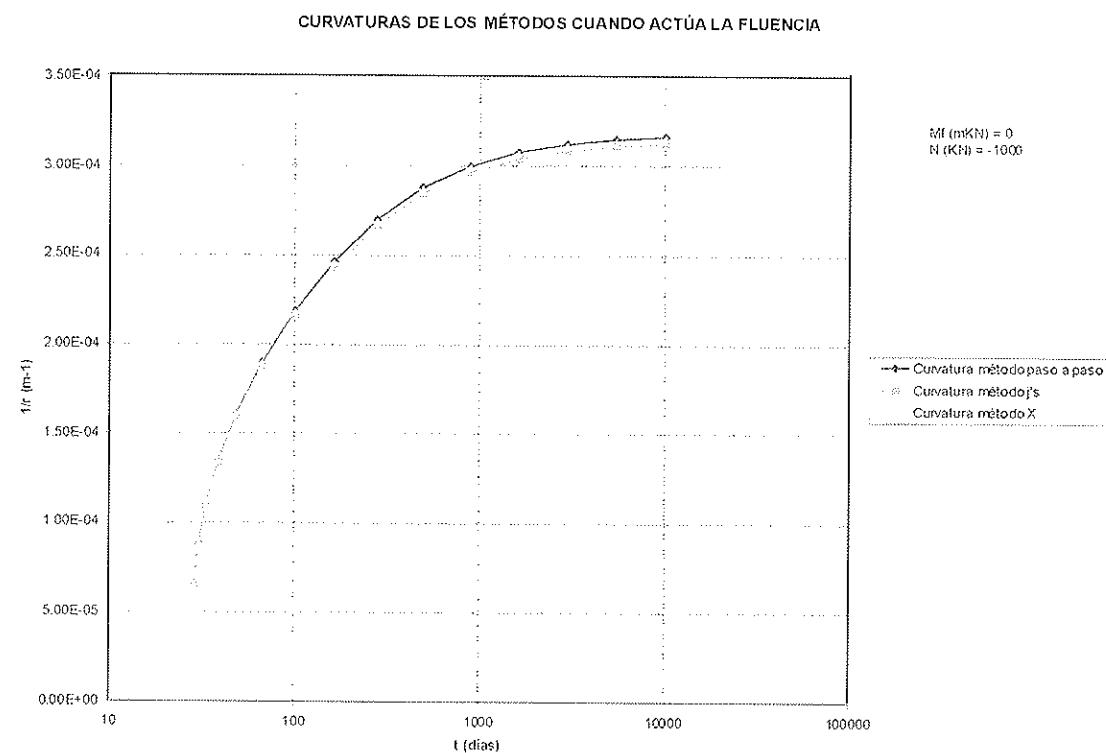


Figura 10. Evolución de las curvaturas debidas a fluencia en el hormigón para compresión pura en  $t_0$  (formulación nueva de  $\psi$ 's).



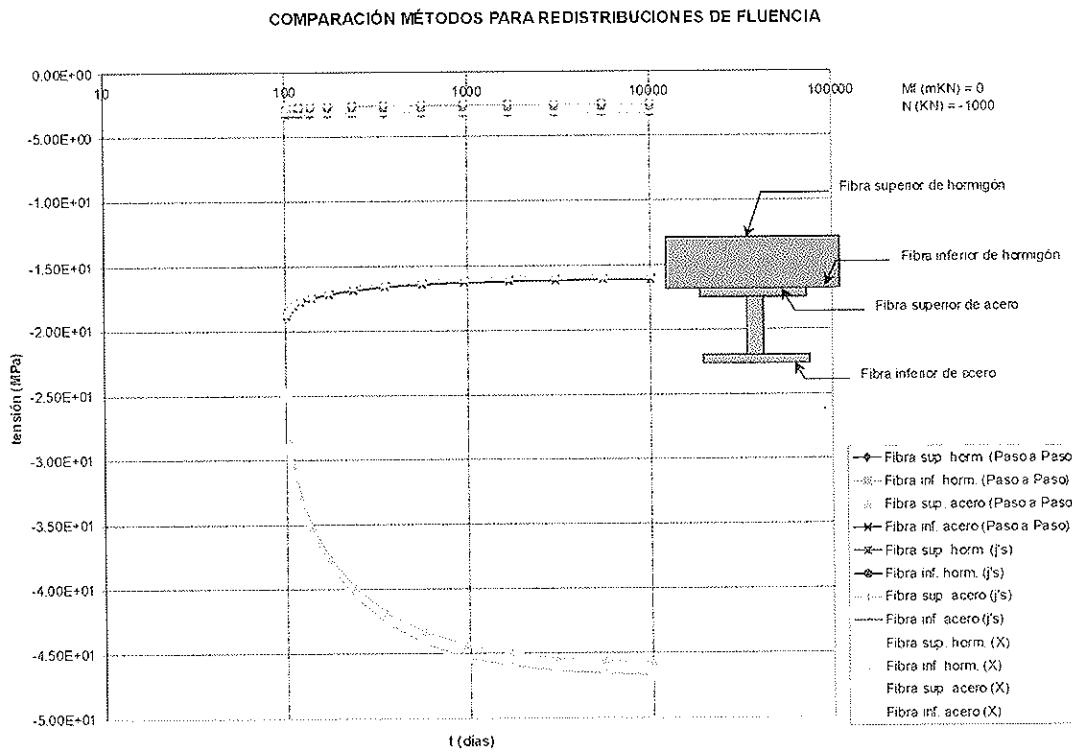


Figura 11. Evolución de las tensiones debidas a fluencia en el hormigón para compresión pura en  $t_0$  y tiempo de puesta en carga 100 días (formulación nueva de  $\psi$ 's).

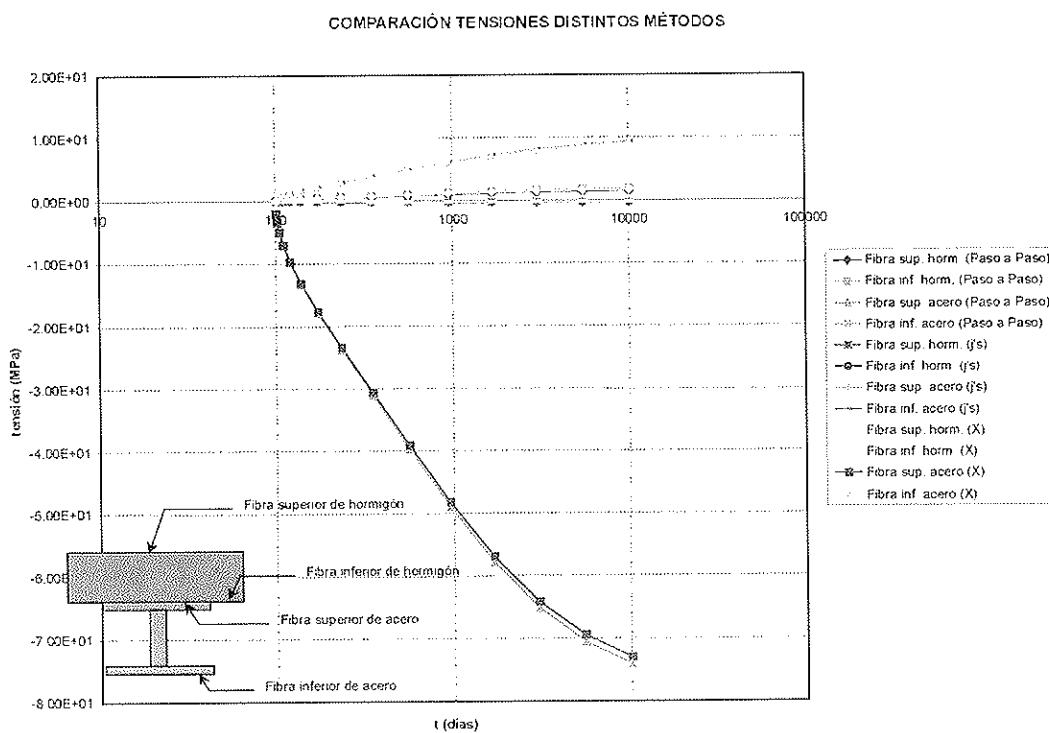
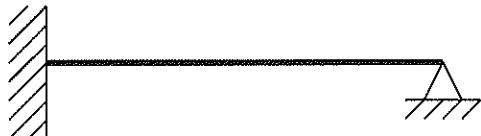


Figura 12. Evolución de las tensiones debidas a retracción en el hormigón para  $t_0=100$  días (formulación nueva de  $\psi$ 's).

## 6.2. Estudio a nivel de estructura

Se propone resolver el caso de una viga cuya sección está compuesta exclusivamente de hormigón (o débilmente armada) sin fisurar cuando se le impone un desplazamiento en la base y se mantiene en el tiempo (ver figura 13).

Estructura inicial



Descenso de apoyo  $\delta$  en  $t_0$

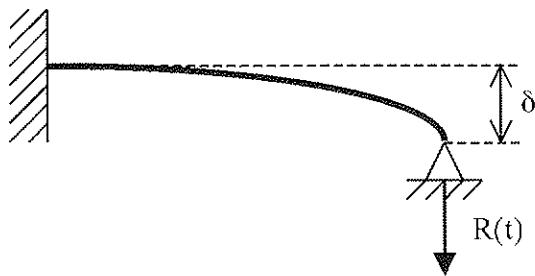


Figura 13. Problema de relajación pura sobre viga de hormigón.

La reacción inicial en el apoyo evolucionará hacia un valor  $R(t)$  que será menor que  $R_0$ . El estudio de esa evolución se puede realizar por diferentes métodos. En este caso se va a estudiar por dos, el método del coeficiente de envejecimiento y el método de las  $j$ 's.

### 6.2.1. Método de las $j$ 's

El cálculo se puede realizar con el método de las  $j$ 's de la siguiente forma:

Cons tan tes (1) :

$$\delta^{(0)} = \infty \rightarrow j_{\infty}^{(1)} = 1 \Rightarrow n_{c,1} = (1 + \varphi)n_{c,0} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} f(t) &= f(t_0)(1 + \varphi) = \left( \frac{K \cdot R_0}{E} \right)(1 + \varphi) \rightarrow \Delta f(t_{\infty}) = \\ &= \left( \frac{K \cdot R_0}{E} \right)\varphi = f(t_0)\varphi \end{aligned} \quad (16)$$

Cons tan tes (2) :

$$n_{c,2} = (1 + j_{\infty}^{(2)}\varphi)n_{c,0} \quad (17)$$

Compatibilidad :

$$f(t_0)\varphi = \Delta R_{\infty} \frac{K}{E} (1 + j_{\infty}^{(2)}\varphi) \Rightarrow \Delta R_{\infty} = R_0 \frac{\varphi}{(1 + j_{\infty}^{(2)}\varphi)} \quad (18)$$

Con lo que se obtendría finalmente normalizando la reacción por el valor inicial para  $t_{\infty}$ :

$$\mathfrak{R}(t_{\infty}) = 1 - \frac{\varphi}{1 + j_{\infty}^{(2)}\varphi} \quad (19)$$

Con la expresión simplificada de  $j_{\infty}^{(2)}$  se tendría:

$$j_{\infty}^{(2)} = \frac{\psi_1}{1 - (\psi_1 - \psi_2)\varphi} \quad Si \quad \delta^{(0)} \rightarrow \infty \Rightarrow j_{\infty}^{(2)} = \psi_1 \quad (20)$$

En realidad, esta expresión simplificada no debería aplicarse al ser  $\delta^{(0)} \rightarrow \infty$  (y por lo tanto superior a 0.25). Sin embargo para una sección sólo de hormigón la fórmula es estrictamente correcta, para explicar la razón hay que acudir a la propia definición de  $j^{(2)}$ :

$$j_{\infty}^{(2)} = \psi_{1t} + \left( \frac{\sigma_c(t)^{(0)}}{\sigma_c(t)^{(2)}} - 1 \right) (\psi_{1t} - \psi_{2t}) \quad (21)$$

Evidentemente, no tiene sentido aplicar esta fórmula en el centro de gravedad de la sección (para donde se dedujo la fórmula) ya que en ese punto la tensión es constantemente nula y se llegaría a una indeterminación (0/0). Sin embargo, si ahora se aplica sobre cualquier otra fibra se obtiene:

$$M(t) \rightarrow \begin{cases} \sigma_c(t)^{(0)} = \sigma_c \\ \sigma_c(t)^{(2)} = \sigma_c \end{cases} \quad (22)$$

$$j_{\infty}^{(2)} = \psi_{1t} + 0 \cdot (\psi_{1t} - \psi_{2t}) = \psi_{1t} \quad (23)$$

En este caso particular,  $j_{\infty}^{(2)}$  y  $\psi_{1t}$  serían idénticamente iguales.

$$\mathfrak{R}(t_{\infty}) = 1 - \frac{\varphi}{1 + j_{\infty}^{(2)}\varphi} = 1 - \frac{\varphi}{1 + \psi_{1t}\varphi} \quad (24)$$

### 6.2.2. Método del coeficiente de envejecimiento

Según este método se tiene:

$$f_0 = \delta = \frac{K \cdot R_0}{E_0} \quad (25)$$

$$\Delta f(t) = \delta \cdot \varphi \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \text{Compatibilidad} \rightarrow \Delta R(t) &= \frac{\Delta f(t)}{K} E^* = \\ &= \frac{\delta \cdot \varphi}{K} \frac{E_0}{1 + \chi\varphi} = R_0 \frac{\varphi}{1 + \chi\varphi} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\mathfrak{R}(t) = 1 - \frac{\varphi}{1 + \chi\varphi} \quad (28)$$

### 6.2.3. Comparación de resultados

De los apartados anteriores se tiene:

Método del coeficiente de envejecimiento:

$$\mathfrak{R}(t) = 1 - \frac{\varphi}{1 + \chi\varphi} \quad (29)$$

Método de las  $j'$ . Se debe cumplir en general la siguiente relación:

$$\mathfrak{R}(t_{\infty}) = 1 - \frac{\varphi}{1 + j_{\infty}^{(2)}\varphi} = 1 - \frac{\varphi}{1 + \psi_1\varphi} \quad (30)$$

Que para la formulación antigua de las  $j$ 's se transforma en:

$$\mathfrak{R}(t_{\infty}) = 1 - \frac{\varphi}{1 + j_{\infty}^{(2)}\varphi} = 1 - \frac{\varphi}{1.2 + 0.5\varphi} \quad (31)$$

Mientras que según la nueva formulación es:

$$\mathfrak{R}(t_{\infty}) = 1 - \frac{\varphi}{1 + j_{\infty}^{(2)}\varphi} = 1 - \frac{\varphi}{1 + \varphi \left[ \frac{0.86\varphi + 0.4}{\varphi + 0.4} \right]} \quad (32)$$

Se pueden ahora representar las expresiones anteriores. Para ello, y en el método del coeficiente de envejecimiento, a pesar de que se puede encontrar en este caso de relajación pura en hormigón una  $\chi$  exacta se propone emplear la  $\chi$  recomendada en el MC - 90<sup>12</sup> según la expresión:

$$\chi = \frac{\sqrt{t_0}}{1 + \sqrt{t_0}} \rightarrow t_0 = 28d \Rightarrow \chi = 0.84 \quad (33)$$

Los resultados se presentan en el gráfico 14 donde puede comprobarse cómo el método de las  $j$ 's con los coeficientes  $\psi$

antiguos predice reacciones negativas para valores del coeficiente de fluencia usuales y cómo con la actual formulación de los mismos el resultado obtenido es muy similar al del cálculo según el coeficiente de envejecimiento.

## 7. COMENTARIOS SOBRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

Se ha abordado en este artículo el estudio de las redistribuciones que se producen tanto a nivel de fibra como de sección y estructura debidas a las deformaciones reológicas del hormigón. Para ello se ha presentado tanto el método general de resolución de la integral de Volterra como dos métodos aproximados (coeficiente de envejecimiento y método de las  $j$ 's) y se han comparado sus resultados.

Además, se han obtenido unas expresiones nuevas de los coeficientes y del método de las  $j$ 's, más precisas que las anteriores, y que pueden aplicarse con total generalidad. Para ello se ha resuelto numéricamente la integral de Volterra en una serie de fibras cargadas a 28 días hasta tiempo infinito ajustándose una curva media a la base de resultados existente. El resultado obtenido es el siguiente:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{0.86 \cdot \varphi + 0.4}{\varphi + 0.4} \\ \psi_2 &= \frac{0.80 \cdot \varphi + 0.2}{\varphi + 0.2} \end{aligned} \quad (34)$$

COMPARACIÓN MÉTODOS. NIVEL ESTRUCTURAL

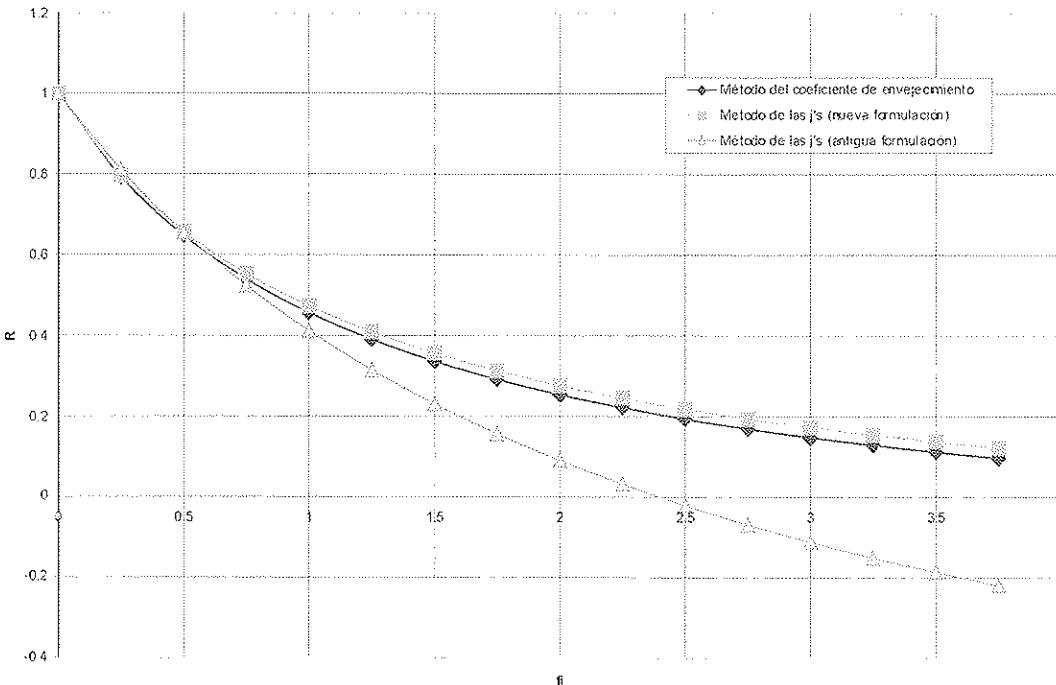


Figura 14. Comparación de la reacción predicha por los diferentes métodos en el apoyo de la viga según la fluencia desarrollada.

<sup>12</sup> De esta manera, siendo un valor algo más preciso que 0.80, no es necesario considerar cada edad de puesta en carga, tipo de hormigón, condiciones ambientales, etcétera.

Estas expresiones pueden aplicarse además para el cálculo seccional y estructural empleándolas en las fórmulas simplificadas de las  $j$ 's propuestas en [5] resultando:

Constantes (1):

$$j_t^{(1)} = \frac{1}{1 - \frac{(1 - \psi_1)\varphi}{1 + \delta^{(0)}}} = \frac{1}{1 - \frac{1 - \frac{0.86 \cdot \varphi + 0.4}{\varphi + 0.4}}{1 + \delta^{(0)}}\varphi} = \frac{1}{1 + \delta^{(0)}} \\ = \frac{1}{1 - \frac{0.14\varphi^2}{(1 + \delta^{(0)})(\varphi + 0.4)}} \quad (35)$$

Constantes (2):

$$j_t^{(2)} = \frac{\psi_1}{1 - \frac{(\psi_1 - \psi_2)\varphi}{1 + \delta^{(0)}}} = \frac{0.86 \cdot \varphi + 0.4}{\varphi + 0.4} \\ = \frac{\frac{0.86 \cdot \varphi + 0.4}{\varphi + 0.4} - \frac{0.80 \cdot \varphi + 0.2}{\varphi + 0.2}}{1 + \delta^{(0)}} \quad (35)$$

Los resultados obtenidos con estos nuevos valores se han comparado con los de los otros métodos así como con las antiguas expresiones de las  $\psi$ 's. De este estudio cabe destacar las siguientes conclusiones:

1. Los diferentes métodos de cálculo para el estudio de redistribuciones debidas a fluencia y retracción en el hormigón pueden verse como diferentes maneras de aproximar la integral de Volterra. En este sentido los tres métodos estudiados en este artículo pueden considerarse como originales y diferentes en la manera de hacerlo (paso a un sumatorio; término ponderado o base de funciones del coeficiente de fluencia).
2. Para casos de flexión pura, ambos métodos proporcionan resultados tanto en tensiones como en curvaturas que coinciden de una manera prácticamente exacta con los obtenidos de un cálculo paso a paso.
3. Para casos de flexión compuesta o compresión pura, los métodos aproximados proporcionan resultados prácti-

mente idénticos entre ellos y muy ajustados al cálculo paso a paso aunque ligeramente menos que en el caso de flexión pura<sup>13</sup>.

Debe no obstante realizarse el cálculo del método de las  $j$ 's en estos casos con el axil aplicado sobre la sección con constantes '1' pero el momento que se desarrolla en el tiempo debido al axil y la variación de la posición del centro de gravedad en el tiempo con constantes '2'.

4. El método propuesto en la RPX - 95 a pesar de tener la misma denominación que el método de las  $j$ 's no tiene toda la potencia de aquél a la hora de analizar estructuras mixtas ya que sólo considera variaciones proporcionales al coeficiente de fluencia y no de sus potencias.
5. En el análisis de la retracción el método de las  $j$ 's presenta unos resultados mejores que los del coeficiente de envejecimiento debido a su mayor potencia a la hora de analizar fenómenos donde la historia de tensiones es variable.
6. La mayor precisión del método de las  $j$ 's se obtiene empleando en el análisis un mayor número de secciones ideales lo que debe sopesarse a la hora de elegir un método u otro<sup>14</sup>.
7. Ambos métodos pueden aplicarse en el ámbito del análisis estructural para cualquier tipo de sección (mixta o de hormigón) y estructura proporcionando unos resultados prácticamente idénticos a los de un estudio paso a paso (especialmente para edades de puesta en carga normales) con un esfuerzo de cálculo muy inferior.
8. Adoptar un valor de  $\psi$  y de  $\chi$  independiente de la edad de puesta en carga parece un criterio razonable al ser ambos métodos relativamente poco sensibles a estos parámetros y por lo tanto no obtenerse una mejora significativa en los resultados<sup>15</sup>.

En definitiva, ambos métodos proporcionan unos resultados más que aceptables a la hora de estimar las redistribuciones seccionales y estructurales que se producen debido a la aparición de deformaciones diferidas en el hormigón. En general puede decirse que ambos métodos son de gran interés especialmente a la hora de diseñar una estructura donde debe jugarse con las dimensiones y características del modelo. Un cálculo paso a paso requiere tener todo definido además de un esfuerzo importante en tiempo de cálculo, en este sentido, es más valioso como una herramienta de comprobación que de diseño.

<sup>13</sup> La causa de esta desviación es probablemente debida a que es más difícil reproducir con los métodos aproximados la aparición en el tiempo de un momento flector como consecuencia de la aplicación permanente de un axil en la sección. En cualquier caso, los resultados obtenidos son muy satisfactorios.

<sup>14</sup> Esta consideración tiene particular interés en los cálculos realizados "a mano", cuando se emplea un programa de ordenador la diferencia es relativamente poca.

<sup>15</sup> Es superior la imprecisión debida a considerar constante el módulo de elasticidad que la de ajustar ambos coeficientes sobre todo para la fluencia.



**REFERENCIAS**

- [1] McHenry, D., *A new study of creep in concrete and its applications to design*, ASTM Proc 43, pp 1069 – 1084, 1943.
- [2] Trost H., *Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech und Relaxations Probleme bei Beton und Spannbeton*, Beton und Stahlbetonbau 62, No 10, 1967.
- [3] Bazant, Z. P., *Prediction of concrete creep effects using age-adjusted modulus method*, Journal of American Concrete Institute, nº 69, 1972.
- [4] Ghali, A. y Favre, R. *Concrete Structures. Stresses and Deformations*. E & FN Spon, Londres, 1994.
- [5] Martínez Calzón J. y Ortíz J., *Construcción mixta hormigón-acero*, Ed. Rueda, Madrid, 1978.
- [6] Pérez Caldentey A., *Comportamiento en servicio y rotura del hormigón estructural. Estudio teórico y experimental*, Tesis doctoral (Dir H. Corres) ETSICCP-UPM, 1996.
- [7] Sánchez Pérez, Miriam V., *Comportamiento diferido del hormigón estructural considerando la no linealidad mecánica*. Estudio Teórico y Experimental. Tesis Doctoral (Dir. A. Pérez Caldentey) ETSICCP – UPM, Madrid, 2002.
- [8] Millanes Mato, F., *Estudio del comportamiento en servicio de puentes pretensados de hormigón y estructura mixta*, ATEP, Comunicaciones XIII Asamblea, 1991.
- [9] Martínez Calzón, J., Ortega Calvo, O., González Barcina J.M. *Estructuras Mixtas*, Ed. Colegio de Caminos Canales y Puertos, Madrid, 1989.
- [10] Pérez Caldentey, A., *Comportamiento no lineal de estructuras de hormigón. Apuntes del curso de Doctorado*. Madrid, 2002.

# La probeta compacta con doble entalla (PCDE) para el estudio de la rotura del hormigón por tensiones tangenciales: estudio experimental

***The double-edge notched specimen (DENS) applied to  
study the fracture of concrete under shear loading:  
experimental approach***

D. A. Cendón Franco<sup>(1)</sup>



J. C. Gálvez Ruiz<sup>(2)</sup>



M. Elices Calafat<sup>(1)</sup>



<sup>(1)</sup> E.T.S. Ingenieros de Caminos, Universidad Politécnica de Madrid

C/ Profesor Aranguren s/n, 28040, Madrid.

<sup>(2)</sup> E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Castilla-La Mancha

Av. Camilo José Cela, s/n, 13071 Ciudad Real

## RESUMEN

Recientemente, Reinhardt ha propuesto la *Probeta Compacta con Doble Entalla* (PCDE) ensayada a compresión asimétrica para estudiar la rotura del hormigón por tensiones tangenciales. El ensayo ha sido empleado con éxito en materiales muy ortótropos, pero existen serias dudas sobre su validez para estudiar la rotura del hormigón y los morteros bajo cortante puro (fractura en modo II), y muy especialmente para medir la energía de fractura en modo II. Este artículo presenta los resultados experimentales de la campaña realizada para verificar la validez de la geometría propuesta (PCDE) en el estudio de la rotura del hormigón bajo tensiones tangenciales (modo II). Los ensayos se han realizado con probetas de hormigón de tres tamaños y con probetas de PoliMetilMetacrilato (PMMA). El artículo presenta los detalles de la investigación, en especial las técnicas empleadas para la detección y seguimiento de las grietas debidas a las tensiones tangenciales, así como los registros experimentales de las variables medidas durante los ensayos. Los resultados obtenidos ponen de manifiesto que la rotura se inicia bajo fuertes tensiones tangenciales (modo II importante) pero que, superada la fase de inicio de la rotura, las grietas se propagan debido a las tensiones de tracción locales (modo I, local).

## SUMMARY

The Double-Edge Notched Specimen (DENS) under compression loading has been recently proposed by Reinhardt to study the fracture of concrete under tangential stresses. The

testing procedure was successful with highly orthotropic materials, but some doubts remain about its applicability to mortar and concrete, particularly to evaluate mode II fracture energy. This paper shows the experimental set up and measurements devoted to check the suitability of this testing procedure for analysing the fracture of concrete under shear loading (mode II). Tests were performed with concrete specimens (three sizes) and PolyMethylMethacrylate (PMMA). The paper presents the experimental details, especially the procedures to detect and follow the starting and growing of the cracks. The experimental records are also shown. The results show that the fracture of concrete starts under high tangential stresses (mode II), but, after this initial phase, the cracks grow under predominant tensile stresses (mode I).

## 1. INTRODUCCIÓN

La rotura del hormigón es un proceso complejo sobre el que se investiga desde hace muchos años [1]. En términos generales podemos afirmar que la rotura por tracción (rotura en modo I) está bien estudiada y caracterizada [2-4], e incluso disponemos de una Recomendación RILEM [5] para la medida de la energía de fractura en hormigones y morteros. Sin embargo, no puede decirse lo mismo de la rotura bajo tensiones tangenciales (rotura en modo II), o bajo la combinación de tensiones normales y tangenciales (rotura en modo mixto I y II). Es indudable el interés práctico de disponer de herramientas para simular, predecir y caracterizar el comportamiento de la rotura del hormigón bajo tensiones tangenciales.



tamiento en rotura del hormigón bajo acciones combinadas de tracción y cortante.

El estudio de la rotura del hormigón bajo tensiones tangenciales (modo II) y bajo la combinación de tensiones normales y tangenciales (modo mixto I y II) encuentra una importante dificultad: la inexistencia de una técnica experimental fiable para generar y propagar fisuras en modo II en el hormigón. Para entender las razones que subyacen en el problema es necesario comprender el proceso de rotura del hormigón.

El hormigón, y en general los materiales cohesivos, no agotan su resistencia una vez que han alcanzado una tensión igual a su resistencia. La Figura 1 muestra una grieta en un material de este tipo. De izquierda a derecha distinguimos tres zonas: 1) zona completamente rota, abierta y sin posibilidad de transmitir tensiones entre los labios de la grieta, 2) zona en proceso de fisuración, el material ha alcanzado tensiones iguales a su resistencia y se ha roto, pero mantiene la capacidad de transmitir tensiones normales y tangenciales entre los labios de la grieta a través de puentes de material sano y la imbricación entre los áridos, y 3) zona sana, en la que el material no ha sido solicitado por tensiones superiores a su resistencia. Entendemos por rotura en modo mixto I y II la que se produce cuando en la zona en proceso de fisuración hay una combinación de tensiones normales y tangenciales [6]. Hasta la fecha no se ha conseguido desarrollar ningún ensayo que permita, de forma satisfactoria, desarrollar tensiones normales y tangenciales en la zona en proceso de fisuración.

De los ensayos hasta ahora publicados destacan aquellos que emplean vigas entalladas sometidas a flexión en tres y cuatro puntos [7-16]. Se ha comprobado que, aunque la grieta se inicia a partir de la entalla bajo tensiones tangenciales apreciables, su propagación se produce bajo tensiones de tracción predominantes (rotura en modo I) [6, 16-21]; es decir, los ensayos no consiguen desarrollar tensiones tangenciales apreciables en la zona en proceso de fisuración.

Más prometedores parecían los ensayos basados en la aplicación de tensiones tangenciales sobre una probeta de hormigón parcialmente fisurada bajo tensiones de tracción [22-23]. Sin embargo, los resultados obtenidos no se repiten de un ensayo a otro, se han detectado grietas no deseadas y presentan importantes dificultades técnicas de realización.

En los últimos años se ha propuesto un nuevo ensayo, la Probeta Compacta con Doble Entalla (PCDE) sometida a compresión asimétrica. El ensayo ha sido propuesto por Reinhardt y sus colaboradores [24-26]. Se basa en la solución elástica de Tada et al. [27] al problema de una placa infinita con dos grietas semi-infinitas (veásc Figura 2a), según la cual en la punta de las grietas se obtendría un modo II puro ( $K_I = 0$  y  $K_{II} \neq 0$ ). El procedimiento de ensayo fue aplicado con éxito por Reinhardt et al. [28] en probetas de dimensiones finitas (Figura 2b) de madera, un material marcadamente ortotrópico. Aparentemente el procedimiento de ensayo es sencillo, pero sin embargo han surgido algunas dudas que cuestionan su aplicabilidad al estudio de la rotura del hormigón en modo II puro, e incluso en modo mixto I y II. Los ensayos han sido repetidos por otros investigadores [29-30] obteniéndose trayectorias de grietas distintas a las inicialmente previstas por Reinhardt [24-26], por lo que los mecanismos de rotura deben ser distintos a los obtenidos en las probetas de madera [28]. Además, simulaciones numéricas de los ensayos [6, 20, 21, 31] cuestionan la existencia de un modo II puro de rotura durante la propagación de la grieta. A priori el procedimiento de ensayo es atractivo y presenta indudables ventajas, pero deben aclararse las dudas sobre su validez para estudiar la rotura en modo II del hormigón y/o limitar su ámbito de aplicación.

Este trabajo presenta los resultados experimentales de la campaña de ensayos realizada para clarificar algunos aspectos relativos a la validez de la geometría propuesta (PCDE) en el estudio de la rotura del hormigón en modo II, o en su caso en modo mixto I y II. Con este fin se han ensayado probetas de hormigón de tres tamaños y probetas de PoliMetilMetacrilato (PMMA). Durante los ensayos se ha realizado un minucioso seguimiento del inicio y crecimiento de las grietas en las probetas, para ello se ha empleado un microscopio óptico de larga distancia focal y además se ha empleado fluorescencia para hacer visibles las grietas a simple vista. Los resultados obtenidos apuntan a que las discrepancias observadas por los distintos autores en las trayectorias de las grietas se deben a la dificultad para identificar y asociar las grietas a los mecanismos de rotura presentes durante el ensayo de las probetas.

El trabajo se inicia con la descripción del procedimiento de ensayo de la probeta de doble entalla sometida a compresión asimétrica propuesta por Reinhardt [24-26]. A continuación

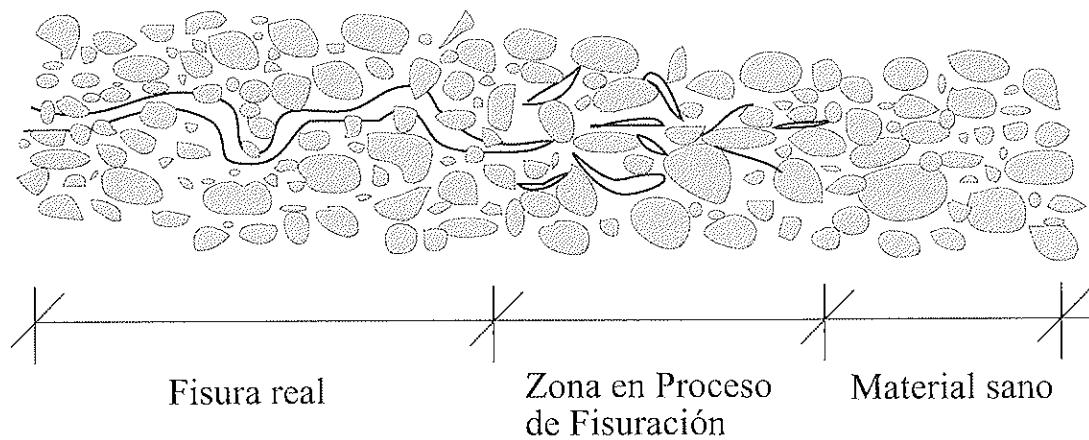
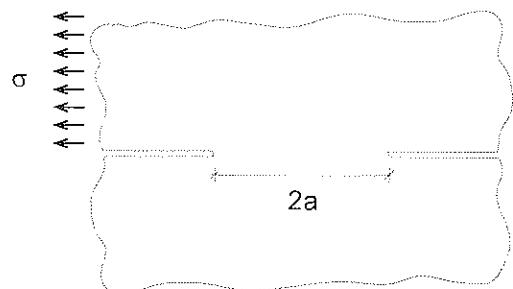


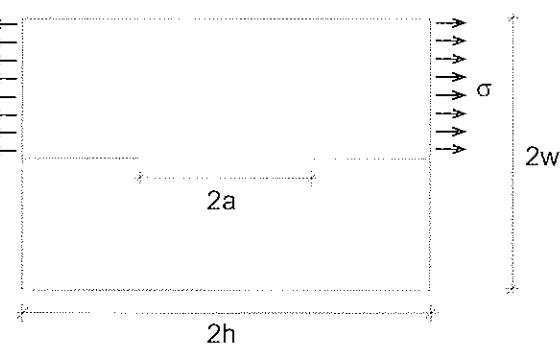
Figura 1. Evolución de la zona en proceso de fisuración en el hormigón.

a) Placa infinita



$$K_I = 0 \quad \text{y} \quad K_H = \frac{\sigma}{4} (\pi a)^{0.5}$$

b) Placa finita



$$\text{If } h \geq 2a \text{ y } w \geq \pi a : K_H = \frac{\sigma}{4} (\pi a)^{0.5}$$

$$\text{If } h \geq 2a \text{ y } w \leq \pi a : K_H = \frac{\sigma}{4} w^{0.5}$$

Figura 2. Problema de la placa con doble entalla: a) placa infinita y solución propuesta por Tada et al. [27], b) placa de dimensiones finitas y solución de Reinhardt et al. [28].

se describen los ensayos desarrollados en la presente investigación, con especial atención a la instrumentación y a los aspectos novedosos de los ensayos respecto a los realizados por otros autores. Posteriormente se presentan los resultados obtenidos y se analizan. Finalmente se establecen las conclusiones del trabajo.

## 2. LA PROBETA COMPACTA CON DOBLE ENTALLA (PCDE)

Como se ha indicado, la probeta PCDE fue inicialmente propuesta por Xu, Reinhardt y Gappoev [28], para la medida de la energía de fractura en modo II en materiales fuertemente ortotropos, como la madera, obteniéndose muy buenos resul-

tados. Más tarde, el propio Reinhardt propuso emplear la probeta PCDE para realizar ensayos de fractura en modo II puro con hormigón; primero con hormigón de alta resistencia [24] y después con hormigón normal [25-26].

El ensayo se basa en la solución elástica de Tada [27] al problema de una placa infinita con dos grietas semiinfinitas (véase Figura 2a), según la cual en la punta de las grietas se obtendría un modo II puro ( $K_I = 0$  y  $K_H \neq 0$ ). Los valores  $K_I$  y  $K_H$  son los factores de intensidad de tensiones,  $K_I = 0$  indica tracciones nulas, y  $K_H \neq 0$  indica tensiones tangenciales no nulas. Los factores de intensidad de tensiones “miden” la magnitud de la singularidad de tensiones que se produce en la punta de la grieta, para más detalles puede consultarse la ref. [32]. La Figura 3 muestra el esquema de la probeta empleada

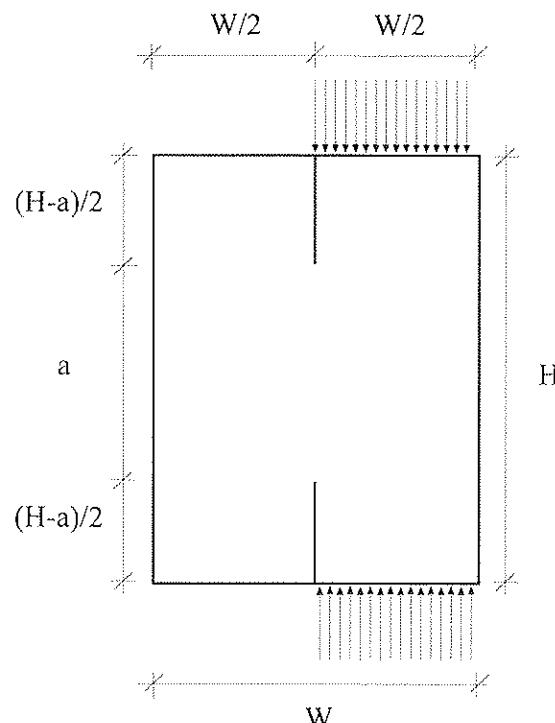


Figura 3. Geometría de las probetas compactas con doble entalla (PCDE).



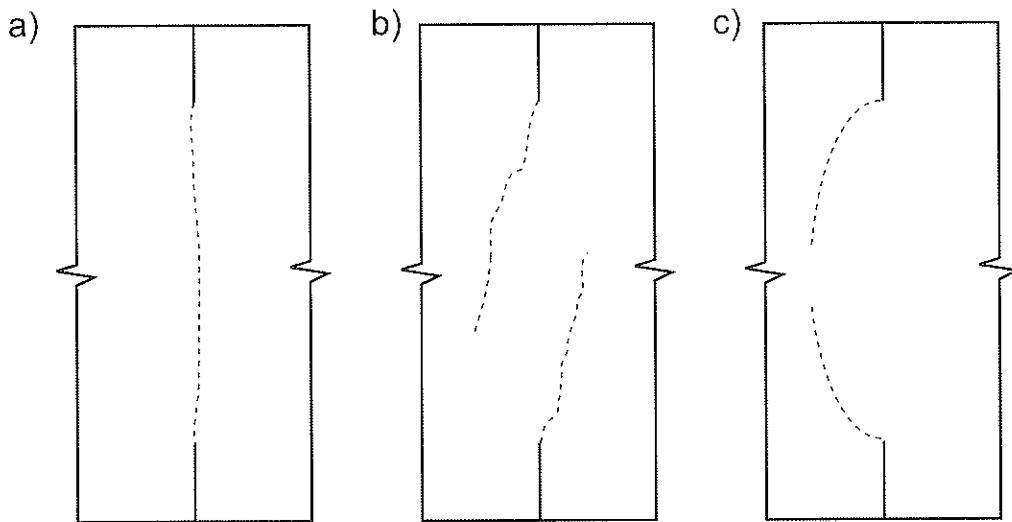


Figura 4. Trayectorias de las grietas observadas por varios autores en las probetas compactas con doble entalla: a) probetas de madera ensayadas por Reinhardt et al. [28], b) probetas de hormigón ensayadas por Cedolin et al. [29], c) aproximación numérica propuesta por di Prisco y Ferrara [30].

por Reinhardt en sus ensayos, lógicamente con dimensiones finitas. La aplicación de una tensión de compresión en lugar de tracción se debe a que el signo de las tensiones tangenciales es irrelevante, y así el ensayo es más sencillo de realizar.

Los ensayos realizados por Reinhardt con probetas de madera [28] generaron grietas a partir de la punta de las entallas. Como muestra la Figura 4a, las grietas se mantenían en el plano de las entallas. Las grietas fueron causadas por la concentración de tensiones que origina la punta de la entalla. De acuerdo con sus observaciones experimentales y la simulación numérica que realizaron [28] las grietas se generaban y propagaban bajo tensiones tangenciales exclusivamente, es decir por rotura en modo II puro, por lo que podían medir la energía de fractura en modo II del material,  $G_{IIc}$ , en planos de rotura paralelos a la dirección de las fibras. Animados por los resultados obtenidos emplearon el ensayo para estudiar la rotura del hormigón en modo II puro. Dado que era previsible que el fallo por compresión de la parte cargada de la probeta se produjese antes de que las grietas generadas en la punta de las entallas pudiesen crecer hasta separar completamente la probeta en dos mitades, realizaron sus ensayos con hormigón de alta resistencia [24]. Pudieron observar que, aún así, el mecanismo de fallo por compresión era el que producía el colapso de la probeta, sin que se desarrollasen por completo las grietas generadas en la punta de las entallas. Concluyeron que “la energía de fractura en modo II no era medible”, aunque calcularon la tenacidad de fractura en modo II,  $K_{Ic}$ , como el factor de intensidad de tensiones en modo II que se alcanzaba cuando se detectaba el inicio de las grietas que arrancaban de la punta de las entallas. Repitieron los ensayos con hormigón normal [25]. En todos los cálculos que realizaron asumieron que la trayectoria de las grietas estaba en el plano de las entallas, tal y como se había observado con las probetas de madera [28], y que crecía en modo II puro.

Los ensayos realizados por Cedolin et al. [29] con probetas de hormigón de tres tamaños, en los que empleó interferometría Moiré para detectar las grietas generadas, pusieron de

manifiesto, como muestra la Figura 4b, que las grietas se propagaban fuera del plano de la entalla, y que por tanto los mecanismos de propagación debían ser distintos a los observados en las probetas de madera [28].

Di Prisco y Ferrara [30] y los autores [21, 31] realizaron simulaciones numéricas de los ensayos, incluido el proceso de rotura del hormigón a partir de la punta de las entallas, y observaron que las grietas crecían fuera del plano de las entallas, tal y como se observa en la Figura 4c. De acuerdo con estas simulaciones las grietas se generan en modo mixto I y II, pero crecen bajo un modo I predominante. Estos resultados, relativos a la trayectoria de las grietas y a las tensiones que en ellas se presentan, apuntan a que el procedimiento de ensayo propuesto con las probetas compactas con doble entalla de hormigón conduce a una rotura en modo mixto I y II, y no a una rotura en modo II puro. Por esta razón en lo que sigue nos referiremos a las grietas que arrancan de la punta de las entallas como grietas de modo mixto I y II.

Lo anteriormente expuesto pone de manifiesto la necesidad de realizar una campaña experimental que clarifique, en la medida de lo posible, la controversia relativa a las trayectorias de grieta en estas probetas cuando se ensaya hormigón. El análisis de si las grietas se generan y crecen en modo II puro o modo mixto I y II es objeto de un segundo artículo y requiere el apoyo de herramientas de cálculo numérico.

### 3. DESCRIPCIÓN DE LAS PROBETAS

Se confeccionaron probetas de hormigón de tres tamaños semejantes (razón de semejanza 2). Los tamaños adoptados son similares a los empleados por otros autores [24-26, 29]. El hecho de ensayar probetas de distintos tamaños responde a la conveniencia de poder observar posibles efectos de tamaño en el comportamiento de las probetas, así como a la ventaja de

disponer de un conjunto de resultados lo más amplio posible de cara a verificar modelos analíticos y numéricos de fractura en modo mixto I y II para el hormigón. La Figura 3 muestra la geometría de las probetas confeccionadas y la Tabla 1 recoge las dimensiones correspondientes a cada tamaño de probeta, todas ellas tenían un espesor de 50 mm. Para cada uno de los tres tamaños se ensayaron tres probetas.

Las probetas de hormigón se confeccionaron con hormigón procedente de una sola amasada. El hormigón se hizo con cemento Portland II-Z/35A, suministrado a granel para garantizar su homogeneidad. Se emplearon áridos silíceos de 5 mm de tamaño máximo. La relación agua/cemento fue 0,45. Las probetas se obtuvieron mediante corte a partir de prismas de dimensiones mayores y espesor 50 mm. Dichos prismas se confeccionaron en moldes metálicos con las caras interiores rectificadas. El hormigón fresco se vertió en los moldes y se vibró. Los prismas de hormigón se cubrieron con tela de arpillera húmeda y se desmoldaron a las 72 horas. Una vez desmoldados, se mantuvieron 28 días en una cámara húmeda a 20°C y 99% de humedad relativa para realizar el curado. A partir de ese momento, y hasta el instante de ser cortados para obtener las probetas PCDE y éstas ensayadas, se mantuvieron sumergidos en una piscina de agua saturada de cal a temperatura ambiente de laboratorio. Todos los cortes, incluidas las entallas, se realizaron con sierra circular a baja velocidad por vía húmeda. Las entallas resultantes tuvieron 1,7 mm de ancho. Las superficies sobre las que se aplicó la carga a las probetas PCDE fueron rectificadas para garantizar que eran planas y paralelas.

Además de las probetas tipo PCDE, se confeccionaron probetas para caracterizar las propiedades mecánicas del hormigón: resistencia a compresión, módulo de elasticidad, resistencia a tracción y energía de fractura, de acuerdo con las normas y recomendaciones ASTM C39 [33], ASTM C469 [34], ASTM C496 [35] y RILEM 50-FMC [5], respectivamente. Los valores medios obtenidos a la edad del ensayo de las probetas PCDE fueron: resistencia a compresión,  $f_c = 57$  MPa; módulo de elasticidad,  $E = 39$  GPa; resistencia a tracción,  $f_t = 3$  MPa; energía de fractura,  $G_f = 69$  N/m.

Las probetas de PMMA se confeccionaron con un doble objetivo. Por un lado el PMMA es un material con un comportamiento en fractura asimilable al de un material elástico lineal, por lo que ensayar probetas de este material, y comparar la trayectoria de las grietas con las de las probetas del mismo tamaño en hormigón, permitiría ver si adoptar para el

hormigón una trayectoria de grieta como la proporcionada por la mecánica de la fractura elástica lineal es una aproximación razonable, como ya se ha comprobado con otras geometrías [16]. Además, las probetas de PMMA con las caras pulidas permiten ver claramente cómo se propagan las grietas y cuál es su trayectoria, lo que es muy útil para identificar las grietas generadas por fractura en modo mixto I y II, durante el ensayo de las probetas.

En la Tabla 1 se recogen también las dimensiones de las probetas de PMMA. Su espesor fue 20 mm. En el PMMA, por ser un material casi elástico lineal perfecto en rotura, una entalla no se comporta igual que una grieta frente a fractura. Por ello en estas probetas se ejecutaron las entallas en toda su longitud con una sierra de 1 mm de espesor, salvo los últimos 5 mm, en los que se propagó un grieta con la ayuda de una cuchilla [36], de modo que las grietas de fractura en modo mixto I y II de la probeta PCDE partan de una verdadera grieta.

Las propiedades mecánicas del PMMA empleado en la confección de las probetas fueron [37]: coeficiente de Poisson,  $\nu = 0.4$ ; módulo de elasticidad,  $E = 28.9$  GPa; resistencia a tracción,  $f_t = 57$  MPa; tenacidad de fractura,  $K_f = 1.09$  MPam<sup>1/2</sup>, todos ellos medidos a una velocidad de deformación de  $33 \cdot 10^{-6}$  s<sup>-1</sup>.

## 4. DESCRIPCIÓN DE LOS ENSAYOS

### 4.1. Dispositivo experimental

Los ensayos se llevaron a cabo con una máquina hidráulica servocontrolada, marca INSTRON, modelo 1275. Se empleó una rótula bloqueable, con el fin de aplicar la compresión uniformemente. La compresión se aplicó a la probeta a través de chapas de acero de 10 mm de espesor. En el contacto entre las chapas y la probeta se introdujo una fina lámina de teflón, con el fin de minimizar el rozamiento entre el acero y el PMMA.

Las probetas se instrumentaron con dos extensómetros, uno de ellos situado en el borde exterior de la parte no cargada de la probeta, y el otro acoplado en borde exterior de la parte cargada de la probeta. La base de medida de ambos extensómetros era exactamente igual a la longitud del ligamento de la probeta. La Figura 5 muestra un esquema del dispositivo experimental utilizado y de la posición de los extensómetros. La Figura 6 muestra un esquema de conjunto de la probeta en la máquina de ensayos.

Con el fin de distinguir las fisuras propagadas a partir de las entallas (fisuras generadas por la fractura en modo mixto I y II) y las fisuras de compresión se emplearon dos técnicas complementarias: a) una de las caras de las probetas se espolvoreó con fluoresceína, b) la punta de la entalla inferior de la otra cara se filmó con un microscopio óptico de larga distancia focal (dispositivo óptico QUESTAR®), conectado a un sistema de grabación continua de imagen.

La fluoresceína es un polvo que cambia de color en contacto con el agua. Dicho polvo se extendió sobre una de las

**Tabla 1. Denominación, dimensiones y material de las probetas ensayadas.**

Nombre	Material	<i>W</i> (mm)	<i>a</i> (mm)	<i>H</i> (mm)
H-75	Hormigón	56,25	37,5	75
H-150	Hormigón	112,5	75,0	150
H-300	Hormigón	225,0	150,0	300
PM-75	PMMA	56,25	37,5	75



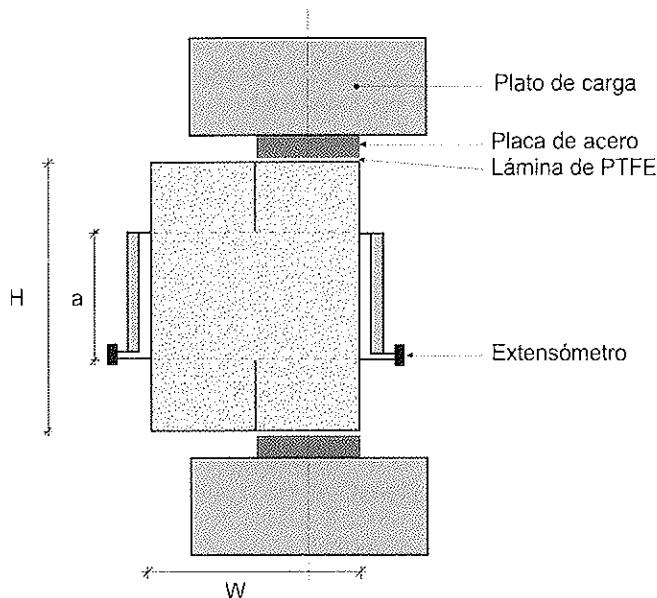


Figura 5. Dispositivo de ensayo, dimensiones de las probetas y esquema de instrumentación.

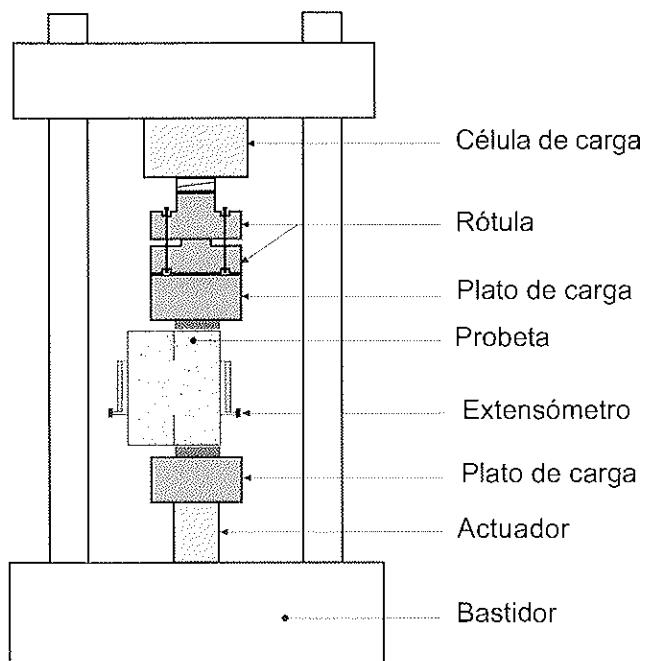


Figura 6. Esquema de la probeta en la máquina de ensayos.

caras de las probetas de hormigón, previamente secada con un paño. Así, durante el transcurso del ensayo, al formarse las grietas, el agua contenida en el interior de las probetas salía al exterior, con lo cual las fisuras podían ser localizadas a medida que aparecían y se propagaban.

El microscopio óptico de larga distancia focal es un dispositivo óptico que, acoplado a una cámara de adquisición de imágenes, permite ver las grietas ampliadas y observar su evolución. El dispositivo se enfocó a la punta de la entalla inferior de una de las caras de la probeta. De esta forma el proceso de generación y propagación de las fisuras, en el entorno de la punta de la entalla, pudo ser observado y grabado con un videocasete.

Con las probetas de PMMA se empleó el mismo dispositivo experimental. En este caso no fue necesario ningún dispositivo especial para detectar las fisuras ya que éstas, una vez iniciadas a partir de las grietas iniciales, eran visibles a simple vista.

#### 4.2. Procedimiento de ensayo de las probetas de hormigón

Las probetas se sacaron de la solución de agua con cal en el momento de su ensayo. Se secaron superficialmente con la ayuda de un paño y se espolvoreó la fluoresceína en una de sus caras. Posteriormente, se situaron en la máquina de ensayos y se colocaron los extensómetros. Con la rótula del actuador inicialmente libre, se aplicó una pequeña compresión hasta que la chapa superior se acomodó completamente a la probeta. En este instante se bloqueó la rótula, y se comenzó a aplicar carga sobre la probeta hasta el momento del colapso.

Los ensayos se realizaron con control del desplazamiento del pistón de aplicación de carga. La velocidad de ascenso del pistón fue 0,04 mm/min para las probetas pequeñas, 0,06 mm/min para las medianas y 0,08 mm/min para las probetas grandes.

Para el seguimiento de las fisuras propagadas desde el ligamiento, al inicio del ensayo se enfocaba la cámara del microscopio óptico de larga distancia focal al entorno de la punta de la entalla. Según avanzaba el ensayo, la cara espolvoreada con fluoresceína era observada con atención hasta que se localizaba una fisura. En este momento, se enfocaba con precisión la fisura aparecida con la cámara del microscopio óptico de larga distancia focal y se grababa su evolución y abertura con un videocasete. La razón de hacerlo así es porque la amplitud de campo del microscopio óptico de larga distancia focal es muy pequeña y, pese a comenzar el ensayo con el dispositivo enfocando a la punta de la fisura, la probabilidad de que la fisura comenzase justo en el punto donde se tenía enfocado el microscopio óptico era muy pequeña.

En los tramos finales del ensayo, la fluoresceína permitió también localizar y observar el desarrollo de las grietas formadas en el lado comprimido de la probeta. El ensayo se detenía cuando la probeta fallaba por rotura de la parte comprimida al agotar su resistencia a compresión.

#### 4.3. Procedimiento de ensayo de las probetas de PMMA

Con las probetas de PMMA, se siguió exactamente el mismo procedimiento de ensayo que en las probetas de hormigón, sólo que en este caso no se utilizó ni la fluoresceína, ni el dispositivo óptico ya que, con las superficies pulidas, las fisuras son perfectamente visibles a simple vista en el PMMA.

### 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES

#### 5.1. Fisuras propagadas en las probetas de hormigón

La fluoresceína permitió observar y caracterizar las fisuras de las probetas a medida que éstas fueron apareciendo y creciendo. Durante el ensayo, en primer lugar aparecieron y se

propagaron las fisuras desde la punta de la entalla hacia el lado no cargado de la probeta (lado izquierdo de la probeta en la Figura 5). Estas fisuras se propagaron hasta que las compresiones en la mitad comprimida de la probeta fueron muy elevadas, momento en el cual comenzaron a aparecer fisuras de compresión en dicha zona. El microscopio óptico de larga distancia focal permitió observar cómo al aparecer las grietas de compresión las grietas que arrancaban de las puntas de las entallas se cerraban. Esto era debido a que al colapsar la parte comprimida de la probeta (aparición de las grietas de compresión) se producía una descarga de la probeta y por tanto disminuía la carga transmitida a la mitad de probeta no comprimida. Finalmente, la probeta fallaba por compresión de la mitad cargada, pudiendo observarse en la mayoría de las probetas ensayadas los mecanismos de fallo propios de un ensayo de compresión. La Figura 7 muestra un esquema, ordenado cronológicamente, de las fisuras observadas en las probetas durante los ensayos.

La Figura 8 muestra una secuencia de tres fotos de un ensayo. La Fotografía 8a muestra la aparición de las primeras fisuras partiendo de la entalla. Como puede verse, las fisuras surgen formando un ángulo apreciable respecto al plano de la entalla. En la Figura 8b se aprecia cómo, en un estado posterior del ensayo, con una mayor carga, aparece la primera fisura de compresión; además puede observarse que, respecto a la Figura 8a, las fisuras que arrancan de las entallas han crecido apreciablemente. La Figura 8c muestra el estado final de la probeta. Se aprecia que las fisuras que arrancan de la punta de las entallas apenas han crecido respecto a cómo estaban en la Figura 8b, mientras que las fisuras de la zona comprimida se han desarrollado hasta romper la probeta.

La Figura 9 muestra las imágenes captadas por el microscopio óptico de larga distancia focal. En ella se observa la fisura generada a partir de la entalla, y su evolución a lo largo del ensayo. La Figura 9a corresponde al comienzo del ensayo, en ella sólo se aprecia la entalla. En la Figura 9b se observa cómo ya ha aparecido la fisura, aunque su abertura aún es pequeña, además conviene destacar que la fisura forma un ángulo apreciable con la vertical (plano de la entalla). La Figura 9c muestra un momento posterior del ensayo, en el cual la abertura de la fisura ha aumentado considerablemente respecto a la imagen anterior. En la Figura 9d se aprecia uno de los instantes de mayor abertura de la fisura. La Figura 9e muestra un instante próximo al colapso de la probeta: los movimientos que ésta ha sufrido son tan grandes, que la superficie observada de la probeta se ha salido del enfoque y se ve borrosa. En esta misma figura puede apreciarse que la fisura se ha cerrado respecto de la imagen previa (Figura 9d). Esto indica que, a medida que va colapsando la parte cargada de la probeta, el esfuerzo transmitido a la mitad no cargada directamente también va disminuyendo. Finalmente la Figura 9f muestra el instante posterior al colapso: la probeta está completamente desenfocada debido al desplazamiento sufrido.

## 5.2. Fisuras propagadas en las probetas de PMMA

En las probetas de PMMA también se observaron las fisuras arrancando desde la punta de las entallas hacia la mitad no cargada de la probeta. Debido al comportamiento elastoplástico del PMMA en compresión, el colapso de la parte comprimida se manifestó mediante una gran deformación plástica y

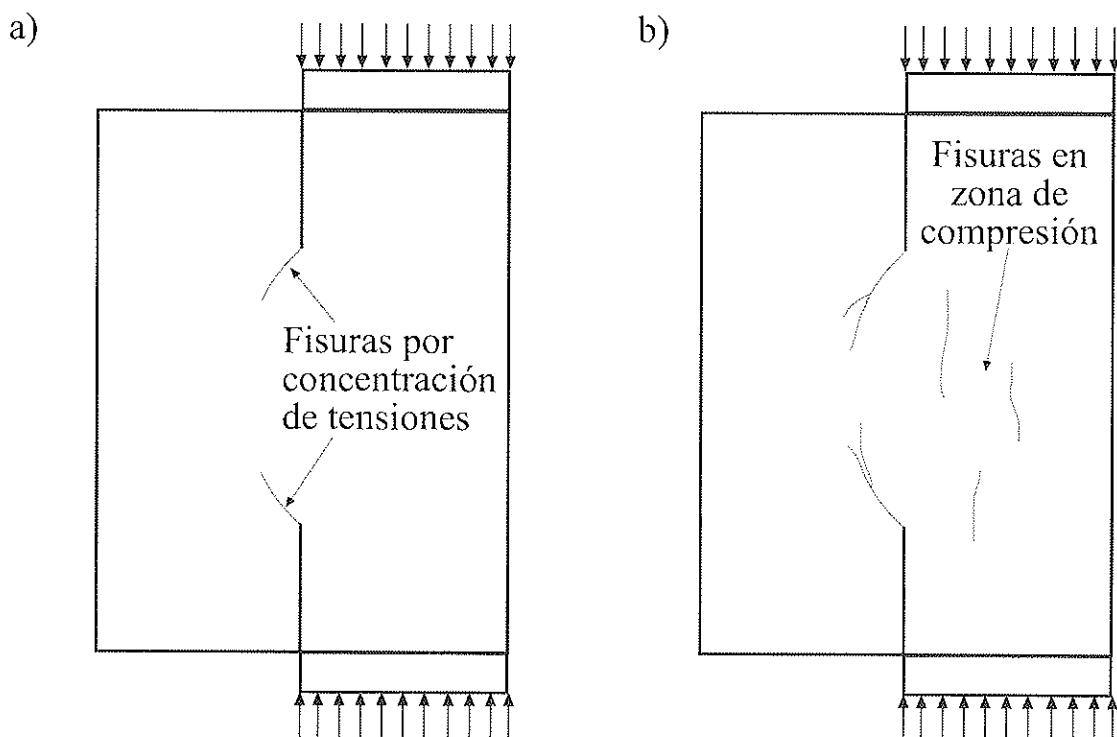


Figura 7. Esquema de las familias de fisuras observadas en los ensayos: a) fisuras debidas a la concentración de tensiones en la punta de las entallas (las primeras en aparecer), b) fisuras debidas al fallo por compresión de la parte cargada (aparecieron después).



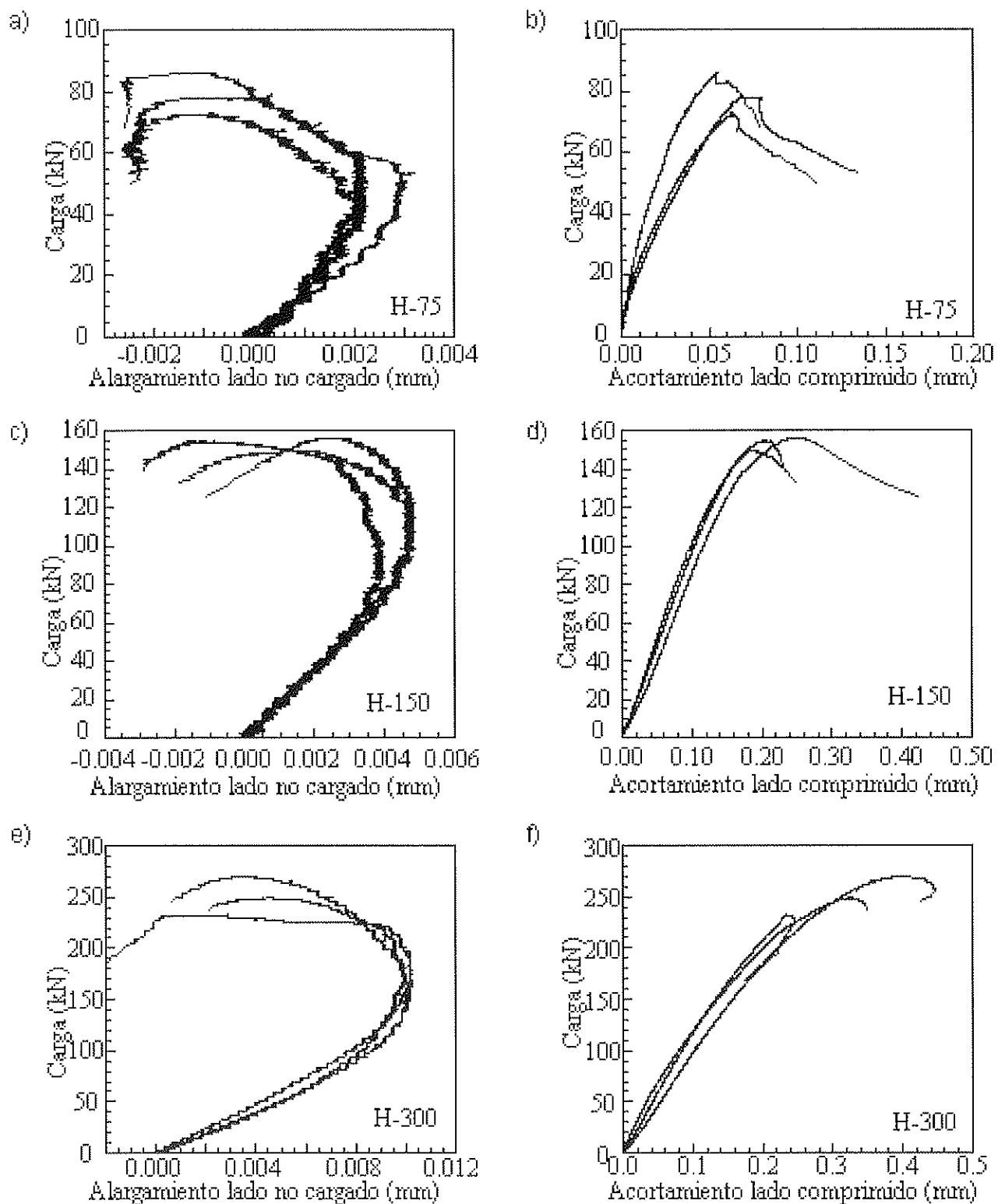


Figura 11. Registros de los ensayos de las probetas de hormigón: a), c) y e) carga aplicada frente a lectura del extensómetro de la parte no cargada, para los tamaños pequeño (H75), mediano (H150) y grande (H300) respectivamente; b), d) y f) carga aplicada frente a lectura del extensómetro de la zona comprimida, para los tamaños pequeño (H75), mediano (H150) y grande (H300) respectivamente.

Las Figuras 11a, 11c y 11e muestran los registros de la carga aplicada frente a la lectura del extensómetro situado en el lado no cargado, para los tres tamaños de probeta ensayados, respectivamente. En todos los casos se observa cómo las curvas muestran inicialmente un crecimiento hacia valores positivos que va siendo cada vez menor hasta que pasa hacia valores de desplazamiento nulos.

Las probetas de PMMA fueron ensayadas únicamente con el

fin de comparar experimentalmente las trayectorias de fisura obtenidas en un material de comportamiento asimilable a elástico y lineal, como es el PMMA, con las trayectorias obtenidas en el hormigón. Por esta razón no se presentan los registros experimentales de la carga aplicada frente al desplazamiento de los extensómetros en las probetas de PMMA. La forma de estas curvas es muy parecida a la de las obtenidas con las probetas de hormigón, pero sus valores difieren considerablemente.

## 6. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

### 6.1. Trayectorias de fisura

Los resultados experimentales obtenidos, y muy especialmente el seguimiento realizado de las grietas a medida que se generaban y propagaban, permite aclarar algunas de las dudas que originaron la presente investigación. En el hormigón se han detectado dos familias de grietas claramente diferenciadas: 1) las grietas que arrancan de las puntas de las entallas y crecen siguiendo una trayectoria curvada hacia la parte no cargada de la probeta (Figura 7a), y 2) las grietas debidas al fallo por compresión de la parte cargada de la probeta (Figura 7b). En las probetas de PMMA solo se apreciaron las primeras grietas debido a que su mecanismo de fallo por compresión es plástico y no genera grietas. La Figura 12 compara la envolvente experimental de las grietas que arrancan de la punta de las entallas en las probetas de hormigón y las trayectorias observadas en las probetas de PMMA ensayadas, en las probetas de 75 mm de altura. Se observa que son muy parecidas. Se puede admitir, como aproximación válida al menos para estas probetas, que el camino de la grieta en el hormigón corresponde al de un material de comportamiento elástico lineal en fractura. Este resultado avala y confirma los resultados presentados por los autores [16, 37, 38] en los que, para otras geometrías de probeta, se mostraba que la trayectoria de grieta proporcionada por la mecánica de la fractura elástica lineal, proporcionaba una aproximación válida de la trayectoria de grieta en materiales cohesivos como el hormigón solicitados en rotura bajo modo mixto I y II. Las ref. [20 y 21] muestran que, en otros ensayos de fractura en modo mixto I y II de probetas de hormigón, la grieta se genera en la punta de la entalla bajo un modo mixto I y II apreciable, pero que se propaga bajo un modo I local predominante. Esto hace que el camino de grieta durante su crecimiento esté gobernado por la

dirección normal a la tensión principal mayor y por ello se observen trayectorias de grieta tan parecidas en probetas de materiales cuyas propiedades mecánicas son muy diferentes.

Es importante destacar que en las probetas de madera las trayectorias de grieta observadas [28] eran líneas rectas que unían las puntas de las dos entallas de la probeta PCDE, mientras que en el caso de los materiales aquí ensayados, hormigón y PMMA, las trayectorias de grieta son curvadas y se salen claramente del plano de las dos entallas. La diferencia de comportamiento se debe a que la madera es un material fuertemente ortotropo, con una resistencia a tracción mucho menor en la dirección transversal a las fibras que en la dirección de las fibras de la madera. Los ensayos de las probetas de madera se realizaron con las fibras orientadas en la dirección paralela al plano de las entallas, por lo que el plano de las entallas era claramente un plano de debilidad, y teniendo en cuenta que la punta de las entallas actúa como concentrador de tensiones, dicho plano fue el camino más propicio para la propagación de la grieta. Es importante tener presente que en un material ortotropo la dirección de propagación de una grieta no tiene por qué coincidir con la dirección normal a la tensión principal mayor, puesto que se puede superar la resistencia del material en otra dirección sin que la tensión principal mayor haya alcanzado la resistencia del material en la dirección que corresponde a esa tensión principal mayor. Sin embargo el hormigón y el PMMA presentan un comportamiento prácticamente isotropo y la dirección de propagación de la grietas corresponde a la dirección normal a la tensión principal mayor, produciéndose la propagación cuando se alcanza la resistencia a tracción del material. Esta es la razón por la que las probetas PCDE hechas con material isotropo presentan trayectorias curvadas en las grietas que arrancan de las puntas de las entallas, y no en el plano de las entallas como ocurría con los materiales ortotropos (madera [28]).

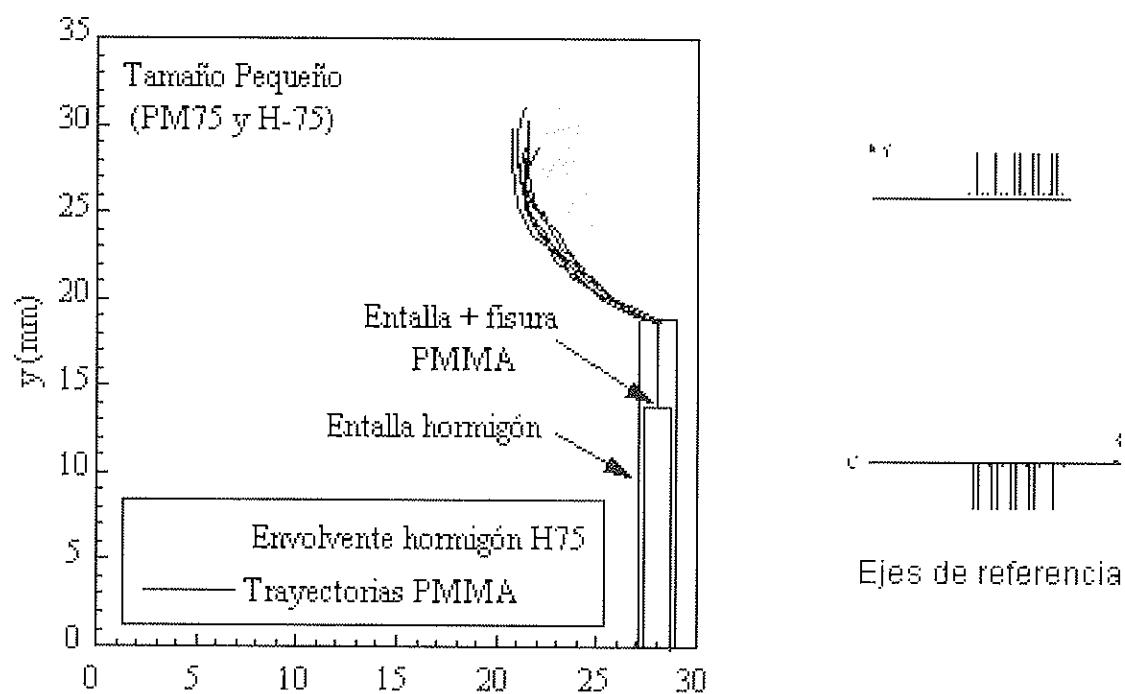


Figura 12. Envolvente de las trayectorias de las fisuras de tracción obtenidas en los ensayos de las probetas pequeñas de hormigón (H75) y las obtenidas en las probetas del mismo tamaño de PMMA (PM75).



## 6.2. Registros carga-desplazamiento

Los registros experimentales correspondientes a la carga aplicada frente al acortamiento del extensómetro situado en la parte comprimida de la probeta (extensómetro derecho de la Figura 5), Figuras 11b, 11d y 11f, son muy similares a los que se obtendrían en un ensayo de compresión sobre la media probeta prismática comprimida, sin la parte no cargada. La generación de las grietas en la punta de las entallas y su crecimiento no parece afectar al gráfico carga aplicada frente al acortamiento del extensómetro.

En el caso de los registros experimentales correspondientes a la carga aplicada frente al acortamiento del extensómetro situado en la parte no cargada de la probeta (extensómetro izquierdo de la Figura 5), Figuras 11a, 11c y 11e, se aprecia una clara influencia de la generación y propagación de las grietas a partir de la punta de las entallas. Inicialmente las curvas son prácticamente lineales, lo que indica que a medida que aumenta la carga en la zona comprimida se produce una transmisión de carga a la zona no cargada, manifestada por el alargamiento del extensómetro de la izquierda. Llega un instante en el que se inician las grietas a partir de la punta de las entallas, lo que provoca una disminución de la carga transmitida por el ligamento a medida que las grietas crecen, que se manifiesta en que el extensómetro de la izquierda tiende a recuperar la longitud inicial, y su lectura vuelve hacia valores del alargamiento nulos. En definitiva, la generación y crecimiento de las grietas a partir de la punta de las entallas se manifiesta por la pérdida de linealidad y retroceso de las curvas carga aplicada frente al alargamiento del extensómetro situado en la zona no cargada de la probeta.

## 7. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado una campaña experimental con probetas compactas de doble entalla (PCDE) sometidas a compresión asimétrica, empleando dos materiales: hormigón y PMMA.

Como principal aportación, respecto a trabajos previos de otros autores que han empleado la misma geometría, se ha presentado una técnica de observación que ha permitido identificar, caracterizar y hacer un seguimiento exhaustivo de las grietas generadas en las probetas durante los ensayos. De los resultados se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Durante los ensayos de las probetas de hormigón se detectaron dos familias de fisuras claramente diferenciadas: las fisuras generadas por la concentración de tensiones en torno a la punta de las entallas, y las fisuras generadas en la mitad de la probeta directamente comprimida, propias de los ensayos de compresión de probetas de hormigón. Aunque su generación no es simultánea, ambas familias de grietas están presentes en fases avanzadas del ensayo. Este hecho dificulta el uso del ensayo para medir la energía de fractura del material durante el ensayo, ya que se presentan de forma simultánea dos modos de disipación de energía distintos: rotura en modo mixto (tracción y cortante) y rotura por compresión.

- Las fisuras generadas en las puntas de las entallas, causadas por la concentración de tensiones que provoca la punta de la entalla, no se propagaron siguiendo el ligamento (plano vertical que contiene a las entallas), sino siguiendo trayectorias curvadas a medida que se propagan. Este resultado se presentó tanto en las probetas de hormigón como en las de PMMA, y es claramente distinto al presentado por las probetas de madera [28], en las que las fisuras se propagaron dentro del plano de las entallas. Este resultado parece indicar que en materiales isótropos el ensayo de la probeta compacta con doble entalla (PCDE) aquí estudiado no es un ensayo de fractura en modo II puro; este aspecto debe ser estudiado más detalladamente con el apoyo de herramientas de cálculo numérico.
- La trayectoria de la grieta obtenida en el ensayo de las probetas de PMMA constituye una buena aproximación de las trayectorias de grieta presentadas por las probetas de hormigón. Este resultado experimental avala la hipótesis, mostrada en otras geometrías de ensayo, de que la trayectoria de grieta obtenida por medio de la teoría de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal, y en particular con la teoría de la máxima tensión circunferencial [16, 37, 38], es una aproximación suficiente para simular las trayectorias de grieta en materiales cohesivos como el hormigón.

## 8. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Comunidad Económica Europea y al Ministerio de Ciencia y Tecnología las ayudas económicas concedidas a través de los proyectos EVK4-2001-00091 y MAT2001-3863-CO3-02. Así mismo agradecen a la Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha la ayuda concedida a través del proyecto PBI-02-006. Además agradecen la beca FPU concedida por el Ministerio de Educación y Cultura a D. David Cendón Franco. Por último agradecen al Prof. Dr. Jaime Planas los valiosos comentarios y sugerencias realizadas durante la investigación.

## 9. REFERENCIAS

- [1] Kaplan, M.F., "Crack propagation and the fracture of concrete", *ACI Journal*, **58**, pág. 591-610, (1961).
- [2] Bazant, Z.P. y Planas, J., *Fracture and Size Effect in Concrete and other Quasibrittle Materials*, CRC Press, (1998).
- [3] Norma UNE 83306:1985. *Ensayos de hormigón. Rotura por Tracción Indirecta*, IRANOR, 3 págs., (1985).
- [4] Van Mier, J.G. y Shi, C., "Stability issues in uniaxial tensile tests on brittle disordered materials", *International Journal of Solids and Structures*, **39**, pág. 3359-3372, (2002).

- [5] RILEM 50-FMC Committee Fracture Mechanics of Concrete, "Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams", *Materiaux et Constructions*, **18**, pág. 285-290, (1986).
- [6] Cendón, D.A., *Estudio de la Fractura en Modo Mixto de Hormigones y Morteros*, Tesis Doctoral, UPM, 328 pp., Director: J.C. Gávez, Madrid, (2002).
- [7] Arrea, M. e Ingraffea, A., *Mixed Mode Crack Propagation in Mortar and Concrete*, Report 81-13, Dpt. of Structural Engineering, Cornell University, (1982).
- [8] Bažant, Z.P. y Pfeiffer, P.A., "Shear fracture tests of concrete", *Materials and Structures*, **19**, pág. 111-121 (1986).
- [9] Jenq, Y.S. y Shah, S.P., "Mixed-mode fracture of concrete", *International Journal of Fracture*, **38**, pág. 123-142 (1988).
- [10] Swartz, S.E., Lu, L.W. y Tang, L.D., "Mixed-mode fracture toughness testing of concrete beams in three-point bending", *Materials and Structures*, **21**, pág. 33-40 (1988).
- [11] Ballatore, E., Carpinteri, A., Ferrara, G. y Melchiorri, G., "Mixed mode fracture energy of concrete", *Engineering Fracture Mechanics*, **35**, pág. 145-157 (1990).
- [12] Biolzi, L., "Mixed mode fracture in concrete beams", *Engineering Fracture Mechanics*, **35**, pág. 187-193 (1990).
- [13] Bocca, P., Carpinteri, A. y Valente, S., "Mixed mode fracture of concrete", *International Journal of Solids and Structures*, **27**, pág. 1139-1153 (1991).
- [14] Schlangen E. y Van Mier, J.G.M., "Mixed-mode fracture propagation: a combined numerical and experimental study", *Fracture and Damage of Concrete and Rock*, H.P. Rossmanith, ed., E & FN Spon, pág. 166-175 (1993).
- [15] García, V.O., *Estudio de la Fractura en Modo Mixto de los Materiales Cuasifrágiles: Aplicación al Hormigón Convencional y al Hormigón de Alta Resistencia*, Tesis Doctoral, U.P.C., 286 pág. (1997).
- [16] Gávez, J.C., Elices, M., Guinea, G.V. y Planas, J., "Mixed mode fracture of concrete under proportional and non-proportional loading", *International Journal of Fracture*, **94**, pág. 267-284 (1998).
- [17] Carpinteri, A., Valente, S., Ferrara, G. y Melchiorri, G., "Is mode II fracture energy a real material property?", *Computers and Structures*, **48**, pág. 397-413, (1993).
- [18] Cervenka, J., *Discrete Crack Modelling in Concrete Structures*, Ph. D. Thesis, 156 pág., University of Colorado, (1994).
- [19] Xie, M. y Gerstle, W.H., "Energy-based cohesive crack propagation modelling", *Journal of Engineering Mechanics*, **121**, pág. 1349-1358, (1995).
- [20] Gávez, J.C., Cendón, D.A. y Planas, J., "Análisis numérico de la influencia del modo II en los ensayos de fractura en modo mixto I/II de hormigón y morteros", *Métodos Numéricos en Ingeniería V*, J.M. Goicoechea, C. Mota, M. Pastor y G. Bugeda (eds.), SEMNI, 20 pág., (2002).
- [21] Gávez, J.C., Cendón, D.A. y Planas, J., "Influence of the shear parameters on mixed mode fracture of concrete", *International Journal of Fracture*, **118**, págs. 163-189 (2002).
- [22] Hassanzadeh, M., *Behavior of Fracture Process Zones in Concrete Influenced by Simultaneously Applied Normal and Shear Displacements*, Ph. D. Thesis, 103 pág., Division of Building Materials, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden (1992).
- [23] Nooru-Mohamed, M.B., *Mixed Mode Fracture of Concrete: an Experimental Approach*, Ph. D. Thesis, 151 pág., University of Delft, (1992).
- [24] Reinhardt, H., Ozbolt, J., Xu, S. y Dinku, A., "Shear of structural concrete members and pure mode II testing", *Advanced Cement Based Materials*, **5**, pág. 75-85, (1997).
- [25] Reinhardt, H. y Xu, S., "Experimental determination of  $K_{IIC}$  of normal strength concrete", *Materials and Structures*, **31**, pág. 296-302, (1998).
- [26] Reinhardt, H. y Xu, S., "A practical testing approach to determine mode II fracture energy  $G_{IIc}$  for concrete", *International Journal of Fracture*, **105**, pág. 107-125, (2000).
- [27] Tada, H., Paris, P. e Irwin, G., *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, 2<sup>nd</sup> ed., Paris Productions Incorporated, St. Louis, pág. 4.13, (1985).
- [28] Xu, S., Reinhardt, H. y Gappoov, M., "Mode II fracture testing method for highly orthotropic materials like wood", *International Journal of Fracture*, **75**, pág. 185-214, (1996).
- [29] Cedolin, L., Bisi, G. y Nardello, P. A. "Mode II fracture resistance of concrete", *Concrete Science and Engineering*, RILEM, 1, pág. 1-9, (1999).
- [30] di Prisco, M. y Ferrara, L. "On the evaluation of mode II fracture energy in high strength concrete", *Computational Modelling of Concrete Structures*, de Borst et al. (editores), Balkema, pág. 409-418, (1998).
- [31] Gávez, J.C., Elices, M. y Cendón, D.A., "Fracture of double-edge notched specimens under compression loading", *Construction Materials: Theory and Application*, Ibidem-Verlag, pág. 95-105, Stuttgart, (1999).
- [32] Elices, M., *Mecánica de la Fractura Aplicada a Sólidos Elásticos Bidimensionales*, E.T.S.I. de Caminos, C. y P., Universidad Politécnica de Madrid, 93 pág., (1998).
- [33] ASTM C39-94, "Standard test method for compressive strength of cylindrical concrete specimens", *Annual Book of ASTM Standards*, ASTM, 4.02, pág. 18-22, (1999).



- [34] ASTM C469-94, "Standard method for static modulus of elasticity and Poisson's ratio of concrete in compression", *Annual Book of ASTM Standards*, ASTM, 4.02, pág. 241-244, (1999).
- [35] ASTM C496-96, "Splitting tensile strength of cylindrical concrete specimens", *Annual Book of ASTM Standards*, ASTM, 4.02, pág. 266-269 (1999).
- [36] Chi-Kwai Lau. *Fractura del Polimetilmetacrilato (PMMA)*, Tesis Doctoral, UPM (1992).
- [37] Gálvez, J.C., Elices, M., Guinea, G.V. y Planas, J., "Crack trajectories under mixed mode and non-proportional loading", *International Journal of Fracture*, **81**, pág. 171-193, (1996).
- [38] Gálvez, J.C., Cendón, D.A., Planas, J., Guinea, G.V. y Elices, M., "Fracture of concrete under mixed loading. Experimental results and numerical prediction", *Fracture Mechanics of Concrete Structures*, Vol. 3, AEDIFICATIO Pubs., pág. 729-738, (1998).

# Propuesta práctica operativa para la evaluación del término $V_{cu}$ del cortante en los nervios de los forjados planos

*A practical operative proposal for the evaluation of the term  $V_{cu}$  shear strength of flat-slab ribs*

**Florentino Regalado Tesoro**

Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos.

(CYPE Ingenieros Estudios y Proyectos S.A./Escuela Politécnica Superior.  
Universidad de Alicante)

## RESUMEN

Nuestra propuesta pretende proporcionar una forma sencilla, simple y segura de evaluar el término  $V_{cu}$  del cortante en los nervios de los forjados planos sin hacer distinción entre los mismos, más ajustada a la realidad que las formulaciones que existen en la actualidad en las normas vigentes.

formulaciones diferentes a la que nos tienen acostumbrados los códigos en los últimos 25 años evaluando el término  $V_{cu}$  de los nervios de hormigón armado en los forjados planos, resulta posible establecer una práctica operativa muy simple y sencilla que permite dicha evaluación sin mayores complicaciones, teniendo presente la necesaria seguridad y economía, al mismo tiempo que algunas de las particularidades que diferencian a los forjados de los edificios entre sí.

## SUMMARY

*Our suggestion tries to provide an easy, simple and safe way to evaluate the term  $V_{cu}$  of the shear strength of the concrete on the ribs of flat slabs without distinction among them, nearer to actual behaviour than present formulations in codes of practice.*

Con el objeto de simplificar nuestra exposición al máximo, la descripción de los ensayos, sus resultados y sus análisis posteriores, figuran recogidos muy resumidamente en un anexo adjunto (1).

Nuestro agradecimiento personal al laboratorio ITC de Alicante, dirigido por D. Ismael Sirvent que hizo posible los ensayos realizados.

## 1. INTRODUCCIÓN

Bajo el paraguas de una amplia experiencia en el análisis y la observación posterior del comportamiento de millones de metros cuadrados construidos y prestando servicio en situaciones muy diversas; y a la luz también, de unos sencillos ensayos realizados para nuestra tesis doctoral sobre los forjados reticulares, consistentes en la rotura de diez placas de tipo reticular construidas con nervios y casetones de aligeramiento de diversas tipologías, y con el objeto de obviar el vaivén de

## 2. BASES DE PARTIDA PARA NUESTRA PROPUESTA QUE CONSIDERAMOS SUFFICIENTEMENTE VÁLIDAS Y CIERTAS

- La calidad resistente del hormigón frente al esfuerzo cortante no resulta especialmente determinante; aunque lógicamente, un aumento de la  $f_{ck}$  del mismo, siempre supone un incremento, aunque limitado y no linealmente proporcionado, del término  $V_{cu}$ .

<sup>1</sup> La descripción más pormenorizada de los mismos puede solicitarse al ponente en CYPE Ingenieros Estudios y Proyectos, S.A.



- b) La mayoría de los investigadores que analizan el cortante del hormigón, de una forma u otra manifiestan que existe un cierto conservadurismo de las normas en la evaluación del término  $V_{cu}$ , que incomprensiblemente se traduce, sin que entendamos exactamente porqué, en una reacción contraria y opuesta en el desarrollo posterior de dichas normas, escrita por ellos mismos, que tiende a minusvalorarlo todavía más.
- c) Históricamente en España, hasta la aparición de la nueva EHE y los organismos de control de la LOE, se ha calculado el término  $V_{cu}$  en los nervios de los forjados unidireccionales y reticulares con la expresión:

$$V_{cu} = 2 f_{cv} \cdot b \cdot d \quad f_{cv} = 0,16 \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{MPa})$$

b : ancho mínimo de los nervios

d : canto útil

sin que aparecieran patologías por esta causa.

- d) La inmensa mayoría de la experiencia acumulada, bajo el punto de vista del término  $V_{cu}$  de cortante, se encuentra basada en forjados de todos los tipos construidos con bovedillas y casetones de aligeramiento de tipo cerámico o de hormigón, y también forjados reticulares construidos con casetones recuperables con nervios claramente troncopiramidales.

La experiencia en el comportamiento de los forjados construidos con casetones y bovedillas de poliestireno, es manifiestamente inferior, y a mucha distancia de la que se tiene con las piezas aligerantes cerámicas y de hormigón.

- e) La resistencia de los hormigones que se manejarán en la edificación estará comprendida entre 20 y 30 MPa.
- f) Los forjados reticulares construidos con casetones perdidos de hormigón, capas de compresión de 3 cm y ancho de nervio igual a 10 cm, tienen un comportamiento mecánico y resistente muy similar a los forjados reticulares recuperables de nervios troncopiramidales de ancho mínimo 12 cm y capas de compresión 5 cm.
- g) Las bovedillas de aligeramiento perdidas, de tipo cerámico o de hormigón en los forjados unidireccionales, y los casetones perdidos de hormigón que se emplean en la construcción de los forjados reticulares, proporcionan un comportamiento mejor frente a las deformaciones instantáneas verticales que la de sus homólogos construidos con bovedillas de aligeramiento de poliestireno. Las deformaciones de los segundos pueden ser mayores entre un 20 y un 25%.
- h) De igual forma, la resistencia al cortante ( $V_{cu}$ ), de los nervios de los forjados planos, sean estos del tipo que sean, que emplean en sus aligeramientos pieza de cerá-

mica o de hormigón, y no se tiene presente en el cálculo, resulta ser mayor que la que presentan los nervios construidos con piezas aligerantes de poliestireno entre un 20 y un 25%.

### 3. CONCLUSIONES Y PROPUESTA OPERATIVA PARA LA EVALUACIÓN DEL TÉRMINO $V_{cu}$ DEL CORTANTE

- Los nervios de los forjados de edificación planos, sean estos del tipo que sean, se dividirán en tres grandes grupos:
    - A. Forjados que emplean piezas aligerantes perdidas que posean una cierta resistencia, como pueden ser las empleadas en España de tipo cerámico o de hormigón, y se construyan con una capa de compresión mayor o igual a 3 cm.
    - B. Forjados construidos con casetones recuperables conformando nervios claramente troncopiramidales, base mínima 12 cm y capa de compresión 5 cm.
    - C. Forjados de nervios rectilíneos construidos con aligeramientos de poliestireno expandido.
  - Los criterios propuestos para el cálculo del término  $V_{cu}$  del cortante en los forjados usuales de la edificación serán los siguientes:
    - Para el grupo A:  $V_{cu} = b \cdot d \cdot f_{cv}$   $f_{cv} = 1 \text{ MPa}$
    - Para el grupo B:  $V_{cu} = b_0 \cdot d \cdot f_{cv}$   $b_0 = \text{ancho mínimo del nervio}$   $f_{cv} = 1 \text{ MPa}$
    - Para el grupo C:  $V_{cu} = b \cdot d \cdot f_{cv}$   $f_{cv} = 0,14 \sqrt{f_{ck}} \text{ MPa}$   $(f_{cv} = \leq 1 \text{ MPa})$
  - Cuando el cortante de diseño supere el  $V_{cu}$  considerado, el exceso que exista sobre el mismo, deberá ser cubierto con un plano de barras verticales o inclinadas a 45°.
- Creemos que nuestra propuesta simplifica y clarifica considerablemente el análisis de los cortantes en los nervios de los forjados sin hacer distinción entre los mismos, proporcionando unos resultados más ajustados a la realidad de su comportamiento; y sin renunciar a la necesaria seguridad, proporcionar un cierto ahorro en el ferrallado tan costoso que bajo el punto de vista del trabajo humano supone colocar la ferralla del cortante en los nervios estrechos de los forjados, aunque su coste material no sea tan relevante en el contexto global de la obra.

**ANEJO N.º 1**  
**ENSAYOS A ROTURA REALIZADOS SOBRE DIEZ PLACAS RETICULARES (RESUMEN DE RESULTADOS)**

**A.I. Descripción y objetivos del plan de ensayos**

Con el objeto de comprobar algunas de las afirmaciones vertidas en la tesis doctoral del autor, basadas fundamentalmente en su experiencia observando el comportamiento real que poseen las estructuras construidas con los forjados reticulares, se diseñó una serie de ensayos a rotura de un conjunto de 10 placas reticulares, que podrían considerarse suficientemente representativas en su comportamiento ensayado, de los aspectos más relevantes que se trataban de analizar y confirmar.

Dichos aspectos fundamentales son:

- La resistencia a cortante de los nervios en placas reticulares se encuentra muy por encima de la especificado en las normas vigentes, especialmente en lo establecido en la nueva EHE.
- Capas de compresión de 3 cm son más que suficiente para garantizar un magnífico comportamiento mecánico de los forjados reticulares, cuando se construyen con bloques aligerantes perdidos de hormigón. Las capas de compresión de 5 cm deben quedar reservadas a los forjados reticulares de cestones recuperables. Capas de compresión elevadas penalizan a los forjados reticulares tal y como se construyen en España. No se conocen patologías de corrosión debidas a deficientes recubrimientos de las armaduras de flexión negativa o de los mallazos superiores, dado que se encuentran en los forjados de viviendas superprotegidos.
- Los bloques aligerantes de hormigón perdidos mejoran el comportamiento resistente de las placas reticulares, al quedar solidariamente unidos a los nervios, puesto que actúan de encofrado perdido.
- La capacidad resistente de las placas reticulares a flexión se encuentra por encima de lo esperado, poseyendo una elevada capacidad redistribuyendo los esfuerzos que las solicitan.

Las placas ensayadas a rotura poseían una geometría en planta de 4,70 x 2,50 y descansaban isostáticamente en una especie de pilares de 20 x 40 cm, separados entre sí una distancia a ejes de 4,20 m, sin empotramiento de tipo alguno.

El canto de todas las placas fue de 25 cm, obteniéndose el mismo con una altura de cestones de 22 cm y 3 cm de capa de compresión, salvo en las placas de bovedilla recuperable, que fueron construidas con una altura de cestones de 20 cm y una capa de compresión de 5 cm.

El ancho de los nervios fue de 10 cm, salvo en los recuperables que poseían su forma típicamente tronco-piramidal, partiendo de una base mínima de 12 cm, tal y como se presentan en la industria de la construcción española. Las dos últimas placas ensayadas se realizaron con bloques aligerantes especiales de poliestireno de cantos redondeados y anchos de nervios de 12 cm, de la casa FOREL.

Los ensayos fueron planificados procurando reproducir lo que puede pasarle a los nervios en una obra convencional de edificación cuando salen de los ábacos, proyectada con un hormigón de resistencia 25 MPa, sometida a un control de tipo Normal, donde las resistencias reales que se obtienen oscilan entorno al valor especificado en el Proyecto, pero que en un momento dado pueden resultar ligeramente inferiores.

En base a lo anterior, los elementos del forjado para los ensayos fueron diseñados para que en el momento de la rotura, el hormigón de las placas tuviese en torno a los 25 MPa, sin establecer ninguna otra limitación relativa a la edad constructiva de las mismas, puesto que fueron rotas a edades variando en torno a los 10 días.

Las resistencias reales obtenidas en los hormigones se encontraban distribuidas en una banda de 23 a 36 MPa.

El acero empleado respondía a la calidad B-400S y, en general, salvo en la primera placa, no se dispuso armadura de cortante de ningún tipo, ni tampoco el preceptivo mallazo que en la actualidad exige la EHE. Ningún nervio fue armado frente al cortante y, en la salida de los mismos de lo que se estimó podría ser el ábaco, como armadura útil de flexión solamente existía un redondo del  $\phi 12$ , salvo en la Placa 8 donde existían dos  $\phi 12$  correctamente anclados.

El esquema expuesto en la Fig. I refleja claramente la naturaleza y geometría de las placas ensayadas.

La zona maciza transversal sobre los apoyos trataba de simular la presencia de los ábacos y los ensayos, en general, buscaban analizar el comportamiento de los nervios a la salida de los mismos, trabajando básicamente a flexión positiva, como en principio cabría aceptar que sucede en la realidad.

Se han despreciado como hipótesis las deformaciones transversales de los perfiles que transmitían las cargas lineales a las placas, suponiéndolas linealmente constantes a efectos de los análisis teóricos realizados en los cálculos auxiliares con el programa **CYPECAD** y los restantes cálculos manualmente desarrollados; no obstante, dicha hipótesis se ha mantenido así, puesto que, en nuestra opinión, los resultados que proporciona en las conclusiones que se obtienen caen del lado de la seguridad, puesto que ello implica aceptar unos repartos de esfuerzos mayores a los que presumiblemente y realmente podrían producirse y, por tanto, una mayor penalización de los dos nervios centrales en beneficio de los dos laterales antes de alcanzar el estado último de rotura.



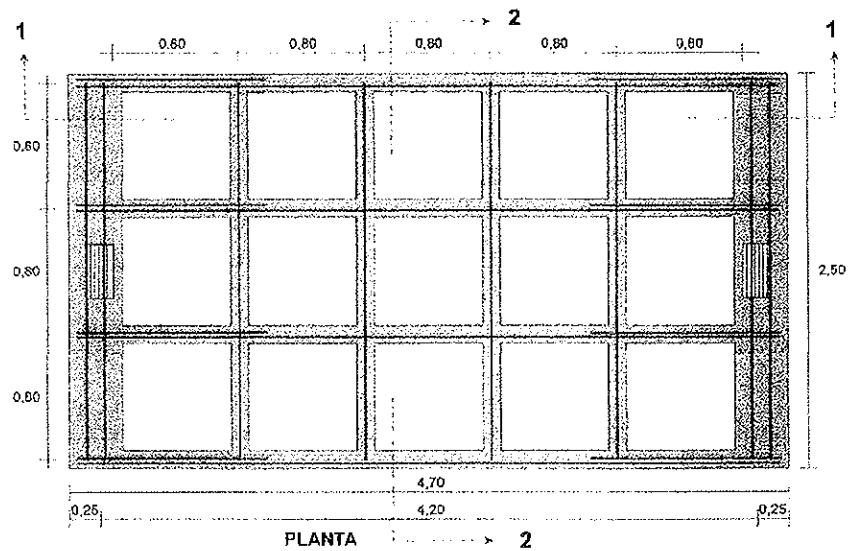


Figura 1. Esquema geométrico básico y disposición de las armaduras en las placas ensayadas.

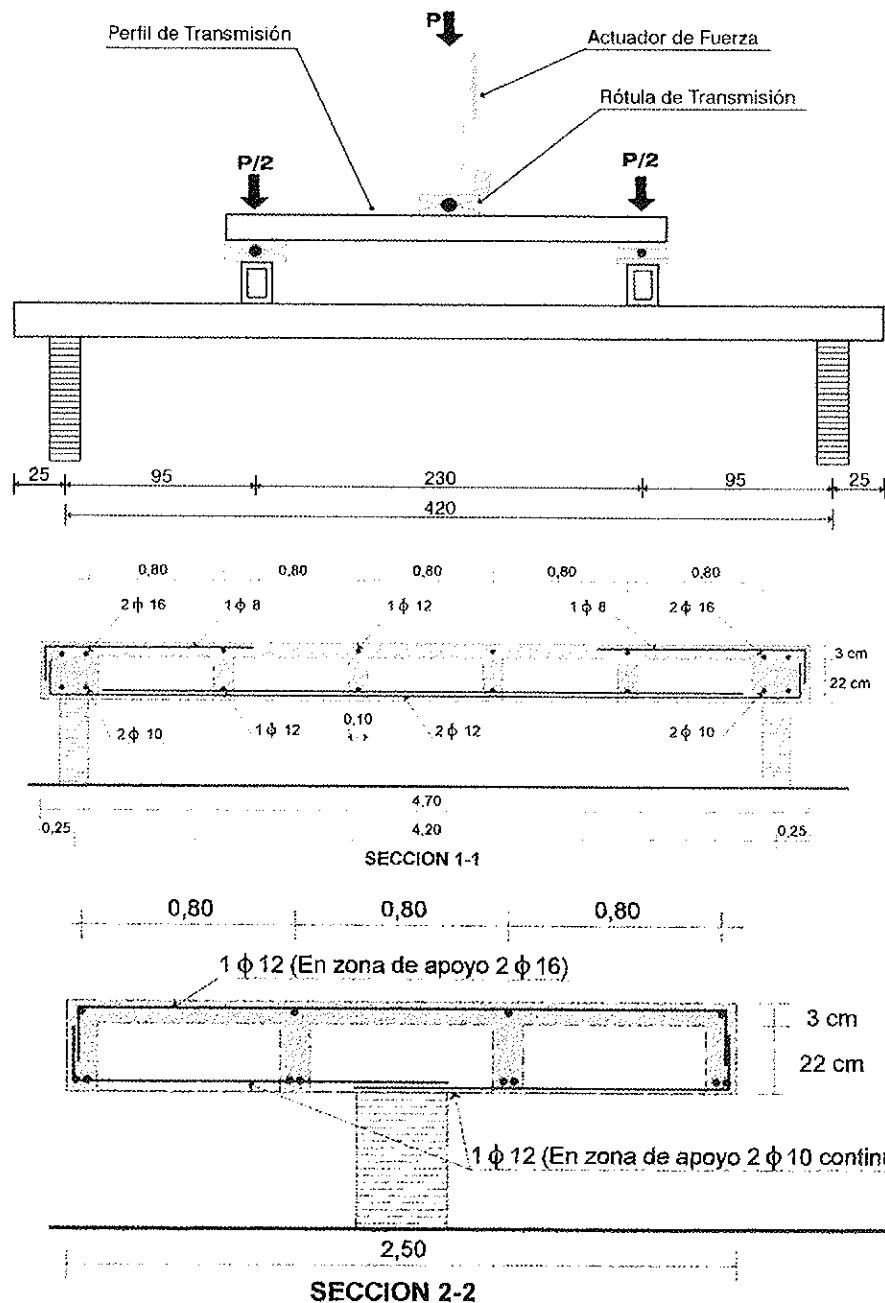


Figura 2. Situación de las cargas ensayadas.

## A.2. Fotografías representativas de los ensayos y cuadros de los resultados obtenidos

Las fotografías y los cuadros adjuntos reflejan los resultados obtenidos durante los ensayos.

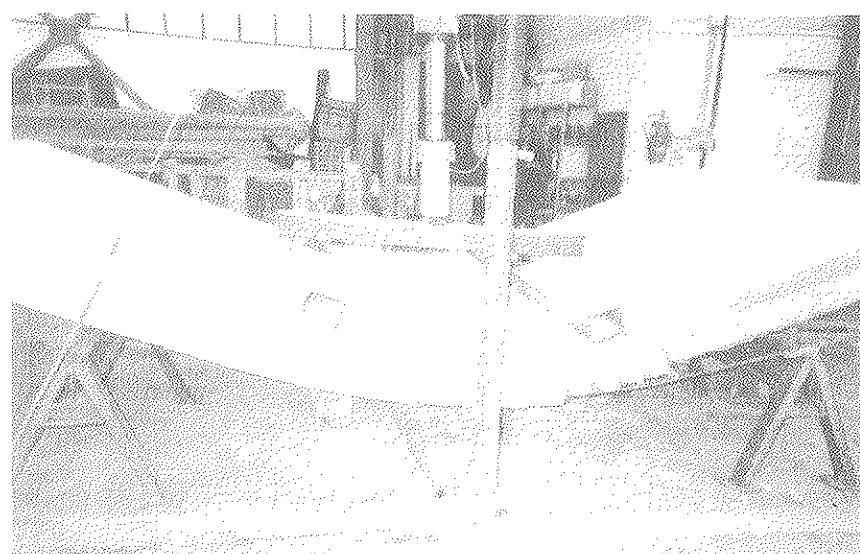


Figura 3. Estado final de una placa con casetones de hormigón bajo la acción de una carga de 140 KN.

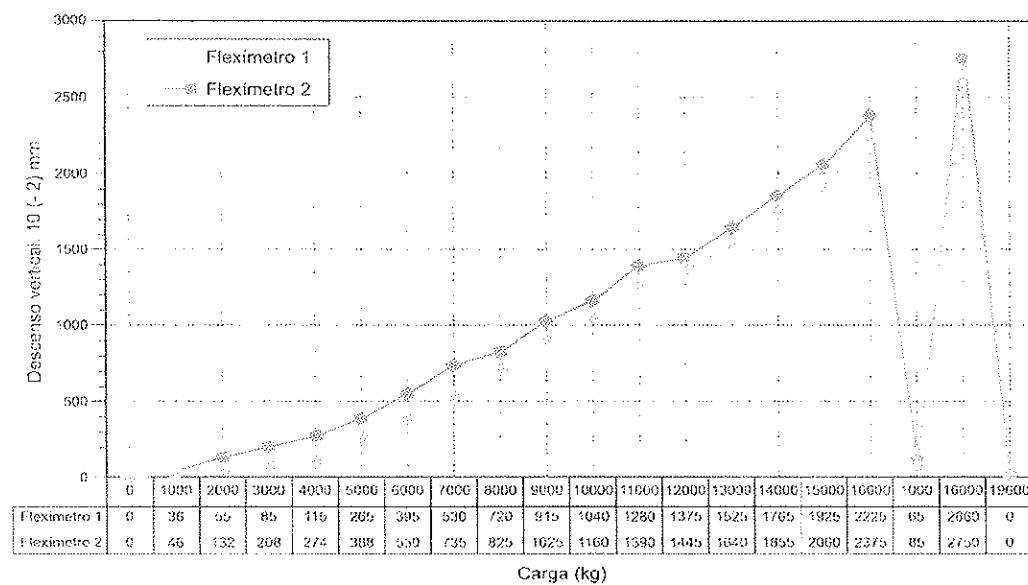


Figura 4. Tipología de las deformaciones que se obtenían en las placas.

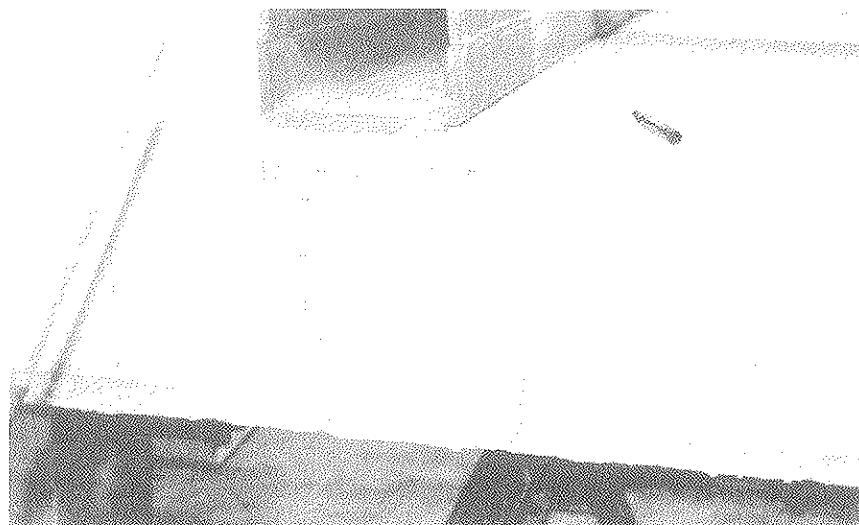


Figura 5. Situación de las fisuras de flexión bajo la carga del gato.

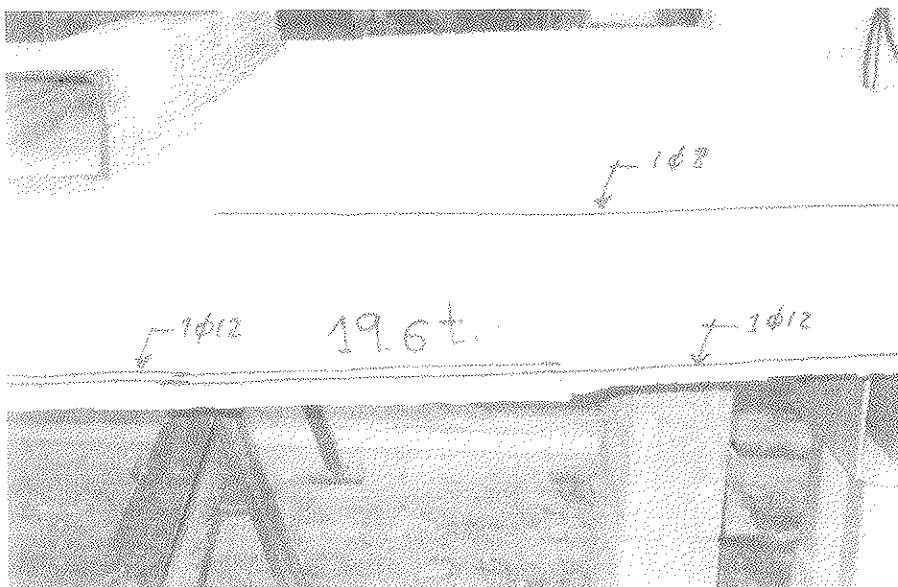


Figura 6. Rotura brusca por cortante bajo la carga de 19,6 t (196 kN) sin aviso previo. Véase donde acaba la segunda barra del  $\phi$  12 y donde se iniciaba la rotura.



Figura 7. Lado derecho inferior bajo la carga de 196 KN.

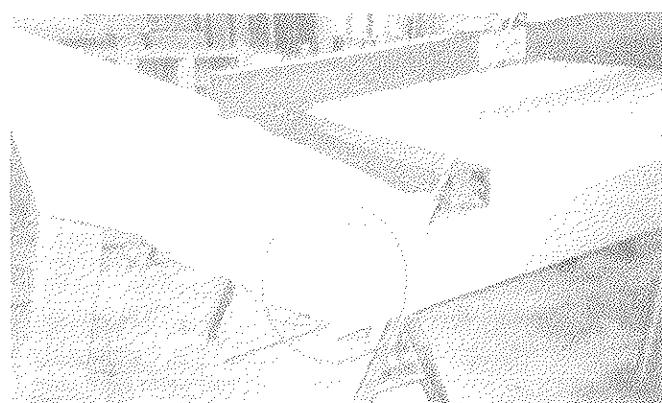


Figura 8. Aspecto que presentaba uno de los lados de la placa tras su rotura brusca bajo la acción de 110 kN (caseton de poliestireno).

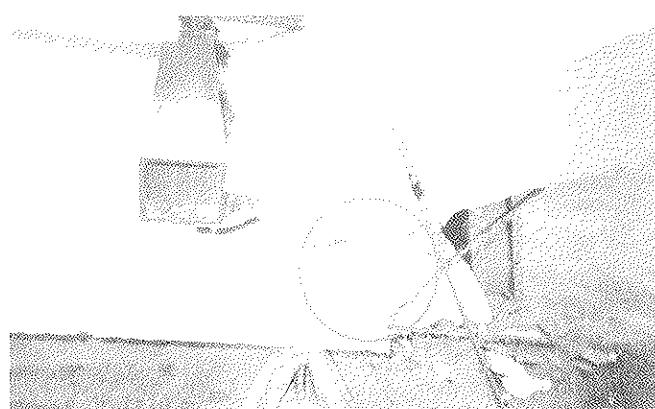


Figura 9. Aspecto que presentaba el otro lado de la placa tras su rotura brusca bajo la acción de 110 kN.

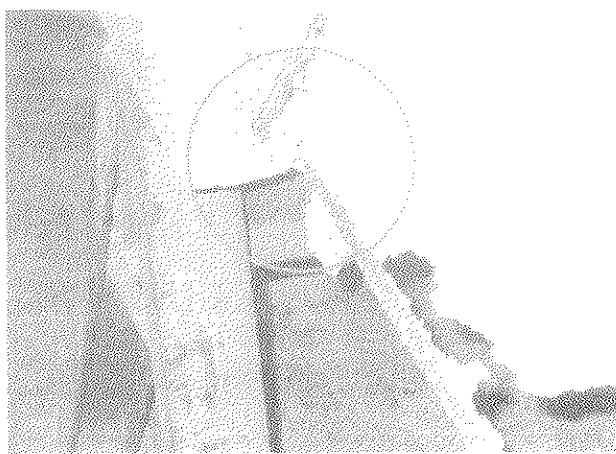


Figura 10. Fallos de adherencia de las barras incrustadas en los casetones de poliestireno.

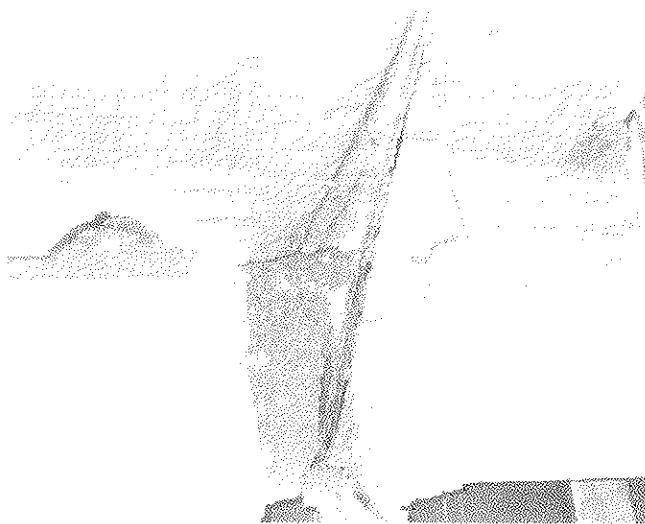


Figura 11. Fallos de adherencia con los casetones de poliestireno.



Figura 12. Rotura frágil por fallos de adherencia con los casetones de poliestireno

Tabla 1

PLACA TIPO	Carga de rotura (kN)	$f_c$ (Mpa)	Proyecto ( $f_{ck} = 25$ Mpa)			Real Construido ( $f_c =$ sin minorar)			Cortantes últimos y de servicio de proyecto (N) ( $f_{ck} = 25$ Mpa, $\gamma_c = 1.5$ y $\gamma_s = 1.6$ )			Cortantes últimos y de servicio reales ( $\gamma_c = 1$ y $\gamma_s = 1.6$ )			Cortante de rotura deducido de los ensayos
			$f_{c1}$ (EHE)	$f_{c2}$ (EH-91)	$f_{cs}$ (EF-96)	$f'_{c1}$ (EHE)	$f'_{c2}$ (EH-91)	$f'_{cs}$ (EF-96)	$V_{st}$ ( $V_{si}$ )	$V_{sc}$ ( $V_{si}$ )	$V_{sr}$ ( $V_{si}$ )	$V_{st}^*$ ( $V_{si}^*$ )	$V_{sc}^*$ ( $V_{si}^*$ )	$V_{sr}^*$ ( $V_{si}^*$ )	
Nº 1 (Bloques hormigón)	140 (Flexión)	23,7	0,544	0,65	1,30	0,535	0,77	1,54	11968 (7480)	14300 (8937)	28600 (17875)	11770 (7356)	16940 (10587)	33880 (21174)	> 21700 (1)
Nº 2 (Bloques hormigón)	196 (Cortante)	26,8	0,544	0,65	1,30	0,557	0,818	1,636	11968 (7480)	14300 (8937)	28600 (17875)	12254 (7659)	17996 (11247)	35992 (22494)	28600
Nº 3 (Bloques poliestireno, $b=10$ ) (Adherencia)	110	29,3	0,544	0,65	1,30	0,574	0,856	1,712	11968 (7480)	14300 (8937)	28600 (17875)	12628 (7893)	18832 (11770)	37664 (23540)	> 15620 (2)
Nº 4 (Bloques poliestireno, $b=10$ )	150 (Cortante)	29,2	0,544	0,65	1,30	0,573	0,854	1,708	11968 (7480)	14300 (8937)	28600 (17875)	12606 (7879)	18788 (11742)	37576 (23484)	21330
Nº 5 (Bloques poliestireno, $b=10$ )	144 (Cortante)	23,2	0,544	0,65	1,30	0,531	0,761	1,522	11968 (7480)	14300 (8937)	28600 (17875)	11682 (7301)	16742 (10464)	33484 (20028)	20580
Nº 6 (Bloques poliestireno, $b=10$ )	159 (Cortante)	25,8	0,544	0,65	1,30	0,550	0,803	1,606	11968 (7480)	14300 (8937)	28600 (17875)	12100 (7563)	17666 (11041)	35332 (22082)	22450
Nº 7 (Casetones recuperables, $b=12$ )	196 (Cortante)	36,6	0,517	0,65	1,30	0,587	0,956	1,912	13649 (8530)	17160 (10725)	34320 (21450)	15497 (9686)	25238 (15774)	50476 (31548)	28385
Nº 8 (Casetones recuperables, $b=12$ )	211 (Cortante)	35,2	0,651	0,65	1,30	0,730	0,938	1,876	17186 (10741)	17160 (10725)	34320 (21450)	19272 (12045)	24763 (15477)	49526 (30954)	> 30260
Nº 9 (Bloques poliestireno, $b=12$ )	201 (Cortante)	32,4	0,517	0,65	1,30	0,563	0,900	1,800	13649 (8530)	17160 (10725)	34320 (21450)	14863 (9290)	23760 (14850)	47520 (29700)	29109
Nº 10 (Bloques de poliestireno, $b=12$ )	230 (Cortante)	33,9	0,517	0,65	1,30	0,572	0,920	1,840	13649 (8530)	17160 (10725)	34320 (21450)	15101 (9438)	24288 (15180)	48576 (30360)	33309

Tabla 2

Placa tipo	$V_{st}$ (N) (EHE)	$V_{sc}$ (N) (EH-91)	$V_{sr}$ (N) (EF-96)	$V_r$ (N)	$\frac{V_r}{V_s}$		
					$\gamma_l$ (EHE)	$\gamma_r$ (EH-91)	$\gamma_s$ (EF-96)
Nº 1	7480	8937	17875	> 21700	> 2,9	> 2,43	> 1,21
Nº 2	7480	8937	17875	28600	3,8	3,2	1,6
Nº 3	Dado que se produjo un fallo por falta de adherencia de las armaduras los resultados son descartados.						
Nº 4	7480	8937	17875	21330	2,85	2,39	1,19
Nº 5	7480	8937	17875	20580	2,75	2,30	1,15
Nº 6	7480	8937	17875	22450	3	2,51	1,26
Nº 7	8530	10725	21450	28385	3,33	2,65	1,32
Nº 8	10741	10725	21450	> 30260	> 2,81	> 2,82	1,41
Nº 9	8530	10725	21450	29109	3,41	2,71	1,36
Nº 10	8530	10725	21450	33309	3,9	3,1	1,55

Tabla 3

Placa tipo	$V_{u1}^*$ (EHE)	$V_{u2}^*$ (EH-91)	$V_{u3}^*$ (EF-96)	$V_r$	$V_r/V_{u*}^*$		
					$\gamma_1^*$ (EHE)	$\gamma_2^*$ (EH-91)	$\gamma_3^*$ (EF-96)
Nº 1	11770	16940	33880	> 21700	> 1,84	> 1,28	> 0,64
Nº 2	12254	17966	35992	28600	2,33	1,59	0,79
Nº 3	Dado que se produjo un fallo por falta de adherencia de las armaduras los resultados son descartados.						
Nº 4	12606	18788	37576	21330	1,69	1,14	0,57
Nº 5	11682	16742	33484	20580	1,76	1,23	0,61
Nº 6	12100	17666	35332	22450	1,85	1,27	0,64
Nº 7	15497	25238	50476	28385	1,83	1,12	0,56
Nº 8	19272	24763	49526	> 30260	> 1,57	> 1,22	> 0,61
Nº 9	14863	23760	47520	29109	1,96	1,23	0,61
Nº 10	15101	24288	48576	33308	2,21	1,37	0,69

Tabla 4

Placa tipo	ACI-318 $f_{cv}^* (V_{u1}^*)$ (sin $\phi = 0,85$ ) $f_{ct} = 25$	ACI-318 $f_{cv}^* (V_{u2}^*)$ (con $\phi = 0,85$ ) $f_{ct} = 25$	ACI-318 $f_{cv}^* (V_{u3}^*)$ (sin $\phi = 0,85$ ) $f_{ct,real}$	FRT - 1 1 MPa (V)	$V_r$	$(V_r/V_{u1}^*)$	$(V_r/V_{u2}^*)$	$(V_r/V_{u3}^*)$
Nº 1 (b = 10 Hormigón)	0,85 (12064)	0,725 (10290)	0,828 (18216)	1,00 (22000)	> 21700	> 2,11	> 1,19	> 0,99
Nº 2 (b = 10 Hormigón)	0,85 (12064)	0,725 (10290)	0,880 (19360)	1,00 (22000)	28600	2,80	1,48	1,3
Nº 4 (b = 10 Poliestireno)	0,85 (12064)	0,725 (10290)	0,919 (20218)	1,00 (22000)	21330	2,07	1,06	0,97
Nº 5 (b = 10 Poliestireno)	0,85 (12064)	0,725 (10290)	0,819 (18018)	1,00 (22000)	20580	2	1,14	0,94
Nº 6 (b = 10 Poliestireno)	0,85 (12064)	0,725 (10290)	0,863 (18986)	1,00 (22000)	22580	2,19	1,19	1,03
Nº 7 (b = 12 Recuperable)	0,85 (14477)	0,725 (12348)	27139 (19360)	1,00 (26400)	28385	2,30	1,05	1,08
Nº 8 (b = 12 Recuperable)	0,85 (14477)	0,725 (12348)	1,009 (26638)	1,00 (26400)	> 30260	> 2,45	> 1,14	> 1,15
Nº 9 (b = 12 Forel)	0,85 (14477)	0,725 (12348)	0,968 (25555)	1,00 (26400)	29109	2,36	1,14	1,10
Nº 10 (b = 12 Forel)	0,85 (14477)	0,725 (12348)	0,990 (26136)	1,00 (26400)	33309	2,70	1,27	1,26

### A.3. Conclusiones

- El comportamiento resistente a flexión de los nervios de los forjados reticulares, calculados con los criterios habituales es magnífico en todos los casos, sin que sean de tener problemas de tipo alguno por esta causa. Capas de compresión de 3 cm de espesor para el forjado reticular son más que suficientes para garantizar un espléndido comportamiento, sea cual sea la pieza aligerante que se emplee en su configuración, garantizando que la rotura tendrá lugar por las armaduras y no por fallos en dichas capas.
- El ignorar las piezas aligerantes perdidas construidas con materiales resistentes, y la forma trapecial de los nervios reticulares construidos con los casetones recuperables, como suele ser la práctica habitual en los proyectos estructurales españoles, aporta márgenes de seguridad adicionales entre un 20 y un 25%, frente a los forjados reticulares de similares características construidos con bloques aligerantes no resistentes, como pueden ser los de poliestireno.
- Las placas reticulares construidas con bloques aligerantes de poliestireno similares a los de hormigón, exigen una cuidadosa puesta en obra, especialmente en todo lo relacionado con su ferrallado. Cuando se realiza la puesta en obra del hormigón, puede existir un desplazamiento de las armaduras que acabe incrustándolas en el poliestireno de los casetones, haciéndola perder la adherencia necesaria e imprescindible que le permita desarrollar los mecanismos resistentes que se exigen en el hormigón armado. Los bloques de poliestireno redondeados de la casa FOREL, SA. de 68 x 68 x 20 cm y base 12, tratan de mejorar estas deficiencias con un diseño cuidadoso y con calzos de apoyo, que pretenden sean de hormigón frente al fuego, aunque en el presente no lo sean.

Lo anterior no sucede cuando se emplean bloques aligerantes rígidos o perdidos de hormigón.

4. Para cargas instantáneas, las deformaciones obtenidas en los forjados reticulares con bloques aligerantes de hormigón de base igual a 10 cm y capas de compresión de 3 cm y las de los forjados reticulares construidos con moldes recuperables o de poliestireno con bases de nervios (12 cm) y cantes redondeados, y capas de 5 cm, han sido bastante parecidas y similares.

Las deformaciones obtenidas con los bloques aligerantes de poliestireno y los nervios de 10 cm de espesor, han sido mayores, entre un 20 y un 25%.

5. Las placas han presentado un comportamiento sensiblemente elástico, incluso hasta valores próximos a los momentos que agotaban la totalidad de los nervios a flexión.

6. Los repartos de esfuerzos entre nervios quedan plenamente garantizados con las tipologías reticulares habitualmente empleadas en la construcción española, con capas de compresión de 3 cm. Por consiguiente, resulta absolutamente innecesario demandar como lo hace la EHE, capas de compresión mínimas de 5 cm de manera indiscriminada.

Solamente, bajo un punto de vista de estrategia constructiva de los recubrimientos, puede justificarse incrementar dicha capa de 3 a 4 cm. Pasar de 4 cm, sólo supondrá una pérdida de brazos mecánicos y un sobrecosto injustificable en las estructuras proyectadas con bloques aligerantes perdidos, tal y como se construye habitualmente esta tipología de forjados en España.

Las redistribuciones que tienen lugar entre los nervios, tanto a flexión como a cortante, frente a su rotura total, resultan impresionantes; hasta el punto, que en ninguna de las placas ensayadas se ha roto algún nervio o presentado síntomas de daños visibles dignos de consideración que los diferenciara claramente entre sí, pese a que los cálculos en su fase elástica, conducían a la obtención de momentos en los nervios centrales que prácticamente duplicaban a los momentos de los nervios laterales, y triplicaban los cortantes.

7. El análisis de los cortantes de los nervios reticulares a través de la formulación de la EHE, operando con:

$$f_{cv} = 0,12\xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3}$$

resulta manifiestamente conservador y en modo alguno reproduce la realidad, debiéndose modificar con carácter de urgencia dicha fórmula, dado que operativamente es sumamente penalizadora en exceso.

La influencia beneficiosa de la presencia de las armaduras longitudinales de flexión, puesta de manifiesto en la **Placa 8** que no hemos podido romper a cortante, y que nadie discute, debe hacerse partiendo de un valor mínimo de  $f_{cv}$  fijado por otra formulación más precisa y realista que la contemplada en la EHE, tal y como hace y formula, por ejemplo, el código ACI-318 actual.

8. La evaluación de la resistencia a cortante del hormigón de los nervios empleados en la edificación (25 MPa), siguiendo los criterios de las viejas normas EH, dados por:

$$f_{cv} = 0,16 \cdot \sqrt{f_{cd}} \quad (\text{MPa})$$

también resulta ser conservadora, pero en una línea menor que lo contemplado en la EHE, especialmente cuando la cuantía de armaduras es pequeña o nula.

9. Con carácter general, lo especificado en la Norma Española sobre los forjados unidireccionales EF-96, de poder calcular la contribución de las secciones de hormigón a cortante en sus nervios, con una resistencia doble de la propuesta en las viejas Normas EH, e igual a:

$$f_{cv} = 2 \cdot 0,16 \cdot \sqrt{f_{cd}} \quad (\text{MPa})$$

es sumamente peligroso y debía ser cambiado, especialmente con los hormigones de calidades por encima de los 25 MPa.

Dicho criterio podría resultar válido cuando se den las siguientes circunstancias:

- Que las armaduras de flexión sean las adecuadas y se encuentren correctamente ancladas y dispuestas.
- Que los nervios se configuren con piezas aligerantes que tengan una cierta resistencia y se incorporen a los mecanismos resistentes, pero sin embargo no sean tenidas en cuenta en el cálculo y se opere con las secciones netas de hormigón y el ancho mínimo de los nervios.



- Que en los forjados reticulares recuperables, se opere con el ancho mínimo de la base de los nervios y se desprecie su carácter tronco-piramidal.
- Que si limite la resistencia del hormigón a cortante a 1 MPa.

Tal vez por ello, la reciente EF-2001 cambió el criterio de la EF-96, pero lo ha hecho de forma apresurada e incompleta, sin haber meditado en profundidad sobre el tema, puesto que el borrador de la EF-2000 seguía manteniendo los criterios de la EF-96 relativos al cortante.

El variar  $f_{cv}$  excesivamente por los efectos del pretensado nos parece una aproximación insuficiente y simplista al problema.

# Una formulación práctica y segura del punzonamiento en las losas de hormigón armado suficientemente ajustada a su comportamiento real

*A practical and safe formulation of the analysis  
of punching shear of slabs sufficiently adapted  
to their actual behaviour*

**Florentino Regalado Tesoro**

Dr. Ing. de Caminos, Canales y Puertos

(CYPE Ingenieros, Estudios y Proyectos, S.A.  
Escuela Politécnica Superior. Universidad de Alicante)

## RESUMEN

Creemos que es posible establecer una formulación simple y sencilla sobre el punzonamiento en las losas, considerando el perímetro crítico a  $0,5 d$  del borde de los soportes y haciendo variar la resistencia a cortante del hormigón.

Dicha variación se establece en función de dónde se encuentren ubicados los soportes de la losa: soportes centrados, soportes en los bordes con tres lados y soportes en las esquinas con dos lados.

## SUMMARY

*We believe it is possible to set up a simple formulation on punching shear of slabs, considering the critical perimeter at  $0,5 d$  from the edge of the columns and varying the shear strength of the concrete.*

*Such variation is set up depending on where the slab columns are located: internal columns, edge columns and corner columns.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Nuestra propuesta se basa en la observación del comportamiento real de cientos de losas prestando servicio en situacio-

nes muy diversas y, también, contrastándola con algunos ensayos publicados obteniéndose resultados asumibles. El último contraste que hemos efectuado de dicha propuesta figura recogido en el punto num. 3 de la presente ponencia, basado en los ensayos publicados por el ACI STRUCTURAL JOURNAL Vol. 96, núm. 1 (1999).

## 2. APROXIMACIÓN PRÁCTICA AL PUNZONAMIENTO

El análisis del punzonamiento creemos firmemente que debe hacerse de una forma mucho más simple que el tortuoso camino seguido por la vieja Instrucción EH-91 y el Código ACI y, si además, permite un dimensionado seguro y económico, estaremos situados en el dominio ideal al que debe aspirar cualquier normativa digna y sensata, lejos de academicismos oscurantistas que acaban siendo ignorados por su complejidad. Bienvenida sea pues la EHE que, bajo ciertos aspectos, parece sumarse en lo relativo al punzonamiento a criterios más simples y cómodos de utilizar que los mantenidos anteriormente.

El código ACI-318 permite al hormigón tomar valores admisibles para sus tensiones tangenciales desde  $0,14\sqrt{f_{ck}}$  a  $0,28\sqrt{f_{ck}}$  en MPa, dependiendo de si los pilares se encuentran en los bordes o centrados, para no reforzar a punzonamiento.



Otras normas, como la suiza, aceptan para el hormigón tensiones tangenciales casi coincidente con la española, pero cuando las aplica al punzonamiento las incrementa 1,8 veces mediante una formulación muy simple:

No hay punzonamiento si

$$\frac{1,68 \cdot V}{A_c} \leq 1,8 \cdot \tau_c$$

- Nuestra vieja norma EH-73 nos decía de manera muy sencilla:

- a) No se admiten cargas tales que conduzcan a valores de  $\tau$  mayores que  $3 \cdot f_{cv}$  en la superficie crítica de punzonamiento situada a  $0,5 d$ , es decir:

$$V_d \leq 3 \cdot f_{cv} \cdot A_c$$

$$f_{cv} = 0,5 \cdot \sqrt{f_{cd}} \text{ (en Kp/cm}^2\text{)} \text{ o } f_{cv} = 0,16 \cdot \sqrt{f_{cd}} \text{ (en MPa)}$$

$$\tau = \frac{V_d}{A_c} \leq 3 \cdot f_{cv}$$

- b) En los pilares de borde y esquinas no es preciso reforzar a punzonamiento si:

$$\frac{V_d}{A_c} \leq f_{cv}$$

En caso contrario, dispóngase armadura transversal cubriendo  $V_{su} = V_d - f_{cv} \cdot A_c$ .

- c) En los pilares centrales no es preciso reforzar a punzonamiento si:

$$\frac{V_d}{A_c} \leq 2 \cdot f_{cv}$$

En caso contrario, dispóngase armadura transversal cubriendo  $V_{su} = V_d - f_{cv} \cdot A_c$ .

Los criterios de la EH-73 se aplicaron y aplicamos en miles de metros cuadrados construidos con losas de todas las tipologías conocidas, sin conocer patologías atribuibles a los mismos.

Cuando aparece la EH-80 y se complica el análisis, modificamos personalmente el criterio relativo a los pilares centrales transformándolo en:

- Si el soporte es centrado con luces equilibradas no es preciso reforzar a punzonamiento cuando se cumpla que:

$$\frac{V_d}{A_c} \leq 2 \cdot f_{cv}$$

- Si existen luces ligeramente distintas ( $< 25\%$ ) en la placa, el criterio para no reforzar a punzonamiento sería:

$$\frac{V_d}{A_c} \leq 1,5 \cdot f_{cv}$$

- Si las luces que rodean al pilar son muy diferentes ( $> 25\%$ ), o si la estructura se encuentra sometida a esfuerzos horizontales importantes, no es necesario armar a punzonamiento si:

$$\frac{V_d}{A_c} \leq f_{cv}$$

Este criterio lo hemos venido aplicando también en nuestras obras sin conocer patologías.

A la vista de los nuevos criterios recogidos en el EC-2 y la EHE, en línea con la filosofía práctica que veníamos aplicando nosotros, nos atrevemos sin miedo a efectuar una nueva propuesta que sin lugar a dudas resolvería el dimensionado del punzonamiento de forma sencilla, eficaz y segura, aceptando un hecho físico evidente y real: Cuando el hormigón actúa y trabaja en forma de losas, se produce un confinamiento resistente del mismo en los perímetros que produce un incremento de su resistencia frente a los esfuerzos cortantes (comportamiento de las secciones anchas frente a las estrechas de menor resistencia).

Dicha propuesta es:

- Situar el perímetro crítico a  $0,5d$  de los bordes de apoyo en todos los casos.
- Restar la influencia de los huecos situados a una distancia menor a  $5d$ .
- Considerar por sencillez operativa como  $V_d$  la carga total que transmite la placa al pilar sin reducción alguna. En casos especiales como losas de cimentación en terrenos de resistencia elevada, puede descontarse las reacciones interiores al perímetro crítico.
- No será necesario armar a punzonamiento la losa partiendo de  $f_{cp} = 2 \cdot f_{cv}$ , considerando para  $f_{cv}$  el valor resultante de  $0,14 \sqrt{f_{ck}}$  o  $0,16 \sqrt{f_{cd}}$  en MPa.

- a) Pilares Centrales luces compensadas:

$$\frac{V_d}{A_c} \leq f_{cp} \rightarrow \frac{V_d}{A_c} \leq 2 \cdot f_{cv} \text{ (k = 2)}$$

- b) Pilares Centrales luces dese compensadas:

$$\frac{1,15 \cdot V_d}{A_c} \leq f_{cp} \rightarrow \frac{V_d}{A_c} \leq 1,7 \cdot f_{cv} \text{ (k = 1,7)}$$

- c) Pilares de Borde:

$$\frac{1,30 \cdot V_d}{A_c} \leq f_{cp} \rightarrow \frac{V_d}{A_c} \leq 1,5 \cdot f_{cv} \text{ (k = 1,5)}$$

- d) Pilares de Esquina:

$$\frac{1,50 \cdot V_d}{A_c} \leq f_{cp} \rightarrow \frac{V_d}{A_c} \leq 1,3 \cdot f_{cv} \text{ (k = 1,3)}$$

En todos los casos, cuando sea necesario colocar armaduras, debemos cubrir con las mismas un valor  $V_{su}$  dado por:

$$V_{su} = V_d - 0,85 \cdot k \cdot f_{cv} \cdot A_c$$

y nunca se aceptará una losa donde las compresiones oblicuas generadas por  $V_d$  se aproximen a  $0,3 \cdot f_{cd} \cdot u_o \cdot d$ .

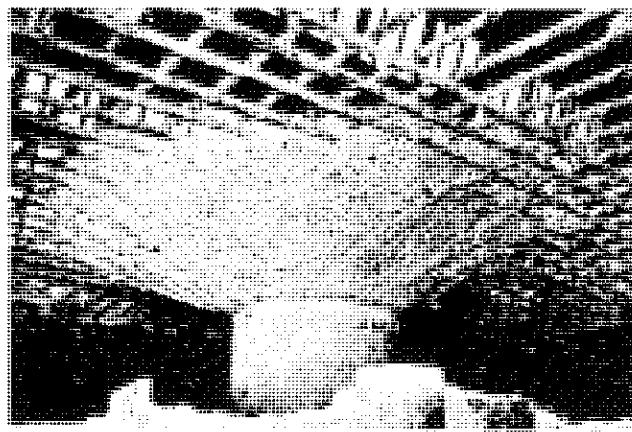


Fig.1. Ensayo de una losa de canto 28 cm (H-350) a punzonamiento sobre un soporte circular de 50 cm de diámetro. Carga de rotura: 169.400 Kp. Tensión  $t$  de rotura: 30,4 Kp/cm<sup>2</sup>, dos veces superior a la teóricamente máxima considerada en nuestro planteamiento simplificado.

### 3. CONTRASTE DE LA FORMULACIÓN PROPIUESTA E IMPORTANCIA DE LOS HUECOS DE INSTALACIONES EN LAS PROXIMIDADES DE LOS PILARES EN LOS MECANISMOS RESISTENTES A PUNZONAMIENTO DE LAS PLACAS

La presencia de huecos en las proximidades de los apoyos en cualquier tipo de placa reduce la eficacia de los mecanismos resistentes de las mismas frente a los esfuerzos de punzonamiento y también de flexión, puesto que los empotramientos disminuyen y las deformaciones se amplifican.

La norma EHE considera que si los huecos se encuentran a menos de  $6d$ , debe reducirse el perímetro crítico siguiendo el dibujo contemplado en la Fig. 2.

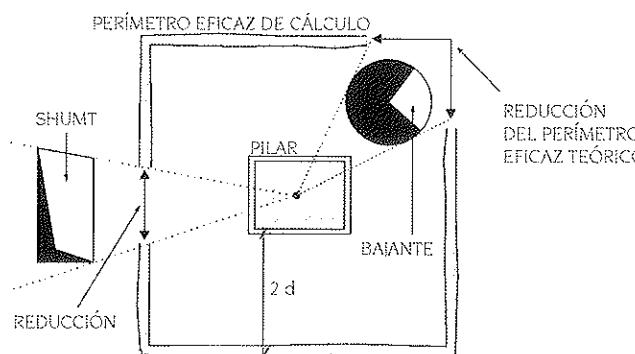


Fig. 2. Reducción del perímetro teórico de cálculo frente al punzonamiento debido a la presencia de huecos situados en las proximidades de los soportes a una distancia  $\leq 6d$  (EHE).

Experimentalmente en las obras hemos podido constatar que la presencia de huecos en las proximidades de los pilares aumentan las deformaciones de las placas y, pese a tener éstas los cantes adecuados para las luces de la obra, se producían daños en las tabiquerías, daños que no se presentaban y que, por tanto, no existían en otras zonas de similares características, salvo la de que no tenían huecos de instalaciones bordeando los apoyos. Nunca hemos podido apreciar punzonamientos en los forjados reticulares construidos que hayan tenido su origen por la presencia de huecos en las uniones, realizados a posteriori durante la construcción, por olvidos en los proyectos y durante la construcción.

Creemos que puede resultar sumamente interesante analizar bajo la óptica de la norma española EHE los ensayos realizados por Ehab F. El-Salakawy, María Ana Polak y Manir H. Soliman sobre placas con huecos frente al punzonamiento en las zonas de borde y publicado en *ACI Structural Journal*, vol. 96, núm. 1 (1999), al mismo tiempo que contrastamos los resultados con las formulaciones prácticas anteriormente expuestas.

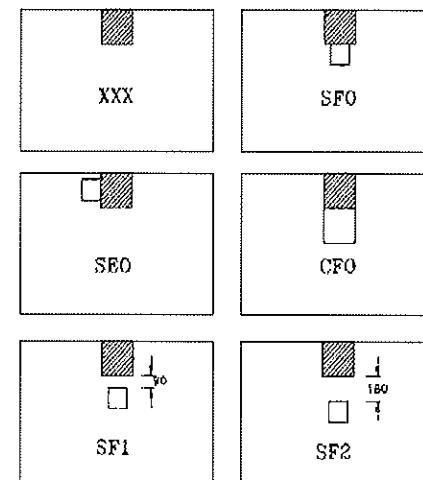


Fig. 3. Losas ensayadas. (Todos los huecos eran de 150 x 150 mm, salvo el de la placa CFO, que era de 250 x 250 mm).

Los ensayos reproducen una estructura de varios pisos resuelta con una placa maciza de 12 cm de espesor empotrada en pilares de 25 x 25 cm, que poseía los huecos indicados en la Fig. 3.

Las armaduras de las losas fueron diseñadas para unas cargas de servicio del orden de 7 KN/m<sup>2</sup> (3 KN/m<sup>2</sup> peso propio, 2 KN/m<sup>2</sup> cargas muertas y 2 KN/m<sup>2</sup> sobrecarga de uso), lo cual conduce a una estimación de esfuerzos en servicio sobre el pilar de  $N = 43$  KN y  $M = 12,9$  KN x m, sin mayorar.

Las cuantías medias de armaduras a tracción paralelas y perpendiculares al borde libre han sido igual a  $\rho = 0,0075$  y las armaduras de compresión  $\rho = 0,0045$ .

La posición de las armaduras queda recogida en la Fig. 4.



Tabla 1. Datos sobre las placas ensayadas.

Modelo	Resistencia a compresión MPa	Resistencia a tracción. MPa	Tamaño de hueco mm	Situación del hueco alrededor del soporte	Distancia del hueco desde el soporte mm	Edad de los ensayos en días	fck estimado MPa
XXX	33,0	3,38				32	27,5
SF0	31,5	2,85	150 x 150	Frontal	0,0	30	27,5
SE0	32,5	3,49	150 x 150	Lateral	0,0	28	27,5
SF1	33,0	3,01	150 x 150	Frontal	90	29	27,5
SF2	30,0	3,04	150 x 150	Frontal	180	28	27,5
CF0	30,5	2,86	250 x 250	Frontal	0,0	32	27,5

Tabla 2. Armaduras empleadas en las losas.

Capa de acero	En la dirección del borde libre			Perpendicular al borde libre		
	Área en mm <sup>2</sup>	Diámetro de las barras de armado mm	Distancia de la cara de compres. mm	Área en mm <sup>2</sup>	Diámetro de las barras de armado mm	Distancia de la cara de compres. mm
Tracción	100	11,3	83,1	100	11,3	94,4
Compresión	38,0	7,0	30,5	38,0	7,0	23,5

Tabla 3. Características de las armaduras empleadas.

Tipo	Diámetro mm	Área en mm <sup>2</sup>	Límite elástico en Mpa	Tensión de rotura	Deformac. Unit. en límite elás. en%	Deformac. Unit. de rotura en %	Módulo de elasticidad en Mpa
N. <sup>o</sup> 10M	11,3	100,0	545	900	10	0,01	1,95 x 10 <sup>5</sup>
N. <sup>o</sup> 5M	7,0	38,0	430	612	15	0,024	1,89 x 10 <sup>5</sup>

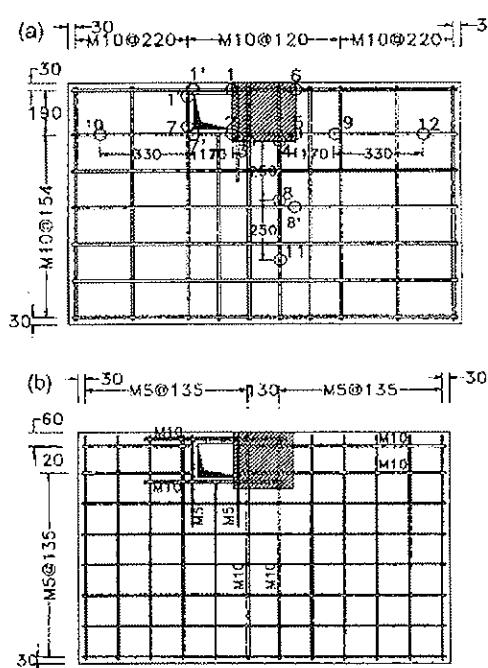


Fig. 4. Posición de las armaduras de tracción y de compresión.

No se dispusieron armaduras transversales de tipo alguno frente a los esfuerzos cortantes y las armaduras cortadas por los huecos, tal y como es habitual, se añadian a izquierda y derecha de los mismos como se contempla en la Fig. 4. y es costumbre en estos casos.

Las cargas transmitidas a las losas, carga vertical y momento, se han mantenido en una relación constante en los seis ensayos realizados:

$$\frac{M}{N} = 0,3$$

- **Estado I:** A velocidad de 2,5 KN/min se ha aplicado la carga hasta llegar a la situación de servicio.
- **Estado II:** Manteniendo la carga correspondiente al peso propio se ha colocado y quitado diez veces la sobrecarga de uso.
- **Estado III:** Finalmente, se han incrementado las cargas en escalones de 1,5 KN/min hasta la rotura.

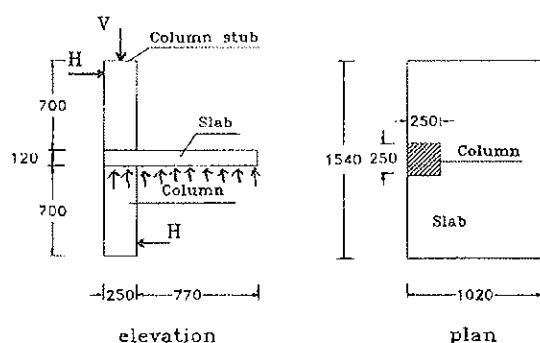


Fig. 5. Mecanismo ideado para introducir las cargas verticales y momentos en las losas.

### 3.1. Comportamiento general de las placas ensayadas

Todas las losas han colapsado a punzonamiento de un modo frágil y repentino.

La formación de las primeras fisuras de flexión en la cara traccionada de la losa se han iniciado para una carga vertical de 40 a 48 KN, partiendo de las esquinas interiores de los pilares hacia el borde libre exterior; y a medida que aumentaba la carga las fisuras se extendieron gradualmente sobre toda la losa. Para cargas de 60 a 70 KN, las fisuras alcanzaron los bordes libres con inclinación variable en 30° y 45°.

La formación de las fisuras inclinadas se observó en el borde libre y en el interior de los huecos, iniciándose las mismas al 50% de la carga última de rotura.

Las fisuras inclinadas generalmente empezaron a consecuencia de las fisuras de flexión.

Las bases de los conos de punzonamiento han resultado similares, salvo en aquellas losas que poseían huecos en contacto con los pilares que han resultado ser menores. Lo anterior significa que el efecto de los huecos que se encuentran separados de los pilares sobre la capacidad y comportamiento de las losas a punzonamiento ha sido relativamente pequeño.

Las deformaciones verticales medidas en los soportes frente a las cargas verticales aplicadas en los mismos han sido similares para todas las losas. Se observó un aumento del 14 al 19% en la máxima deformación vertical de las placas después de completar el décimo ciclo del estado de carga repetitivo.

El comportamiento de las placas con huecos se ha comparado con el comportamiento de la placa que no tenía huecos y los resultados se resumen en las siguientes conclusiones:

- La placa que tenía el hueco de 150 × 150 mm en el lateral del pilar (SEO) ha experimentado en la situación de servicio una deformación superior del 16%.
- La placa con el hueco frontal de 150 × 150 (SFO) ha tenido una deformación que ha superado a la de la placa sin huecos (xxx) en un 16 y 32%; bajando en las proximidades de la rotura a un 11 y un 25%.
- La placa cuyo hueco frontal era similar al tamaño del pilar (250 × 250 mm) ha tenido una deformación del 143% mayor; disminuyendo en la rotura a un 75%.
- La placa con el hueco de 150 × 150 mm situado a una distancia frontal del pilar de 90 mm ha experimentado una deformación superior al 6%.
- Y la placa con el hueco de 150 × 150 mm situado a la distancia de 180 mm ha tenido una deformación superior con relación a la placa de referencia (xxx) de tan solo el 4%.

En situación de rotura, las diferencias han sido bastante menores, como ya se ha dicho.

Debido a la presencia de los huecos, la capacidad de punzonamiento de las losas disminuyó de un 4 a un 12%, excepto en la losa que tenía el hueco de 250 × 250 mm situado frontalmente, que tuvo una disminución del 28%.

Los huecos situados frontalmente a los soportes disminuyen la capacidad de la resistencia a cortante mucho más que si se encuentran situados en los laterales.

La distancia entre la cara del soporte y el hueco influye en la capacidad resistente de las uniones, en una proporción que podría estimarse de tipo lineal. El hueco situado a d de la cara del pilar produjo una reducción del 8% y el situado a 2d, una reducción del 4,5%. El hueco situado junto al soporte produjo una reducción del 10%.

El código americano ACI-318-95 y el canadiense CSA.A23.3-M94 preven valores conservadores de resistencia en las uniones de las losas con pilares, cuando éstas poseen huecos en las proximidades (Tabla 4). Los códigos son más conservadores a medida que dichos huecos aumentan.

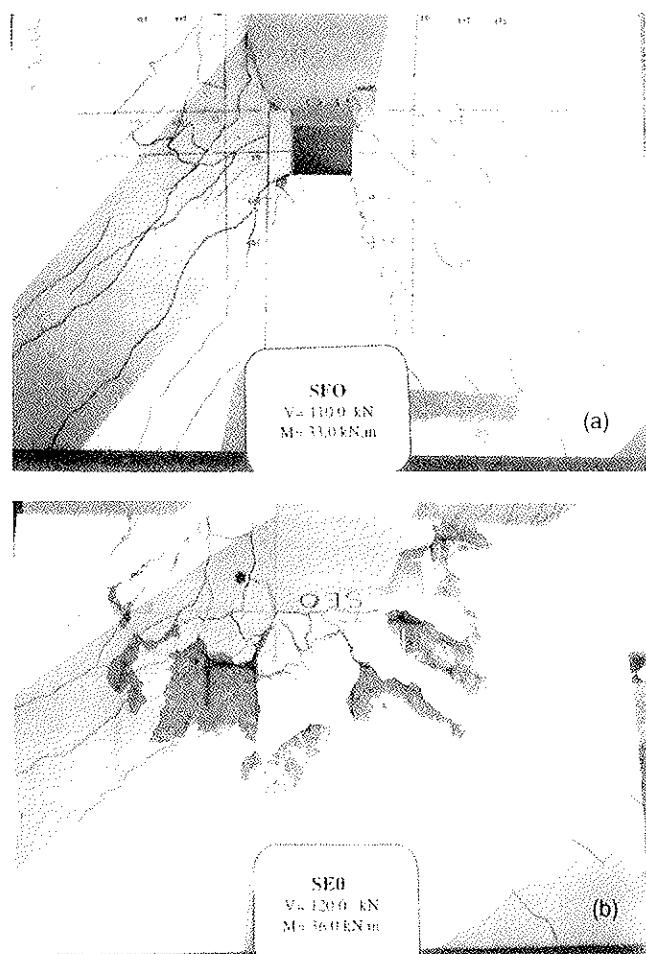


Fig. 6. Aspecto que presentaban las placas SFO y SEO en el momento de la rotura en sus caras traccionadas.



**Tabla 4. Valores de rotura, valores obtenidos en los ensayos y valores propuestos en los proyectos según los códigos ACI y CSA.**

Modelo	Carga de rotura $V_u$				ACI		CSA		$V_u / V_{CSA}$	$V_u / V_{ACI}$	Mecanismos de rotura
	$V_u$ KN	$M_u$ KN.m	$V_{ensayo}$ KN	$M_{ensayo}$ KN.m	$V_{ACI}$ KN	$M_{ACI}$ KN.m	$V_{CSA}$ KN	$M_{CSA}$ KN.m			
XXX	125	37,5	123,1	36,93	90,0	27,00	109,1	32,73	1,15	1,39	Punzon.
SF0	110	33,0	110,9	33,27	55,0	16,5	66,66	20,0	1,65	2,00	Punzon.
SE0	120	36,0	118,8	35,64	75,0	22,5	90,90	27,27	1,32	1,60	Punzon.
SF1	115	34,5	113,3	34,00	72,0	21,6	87,27	26,18	1,32	1,60	Punzon.
SF2	114	34,2	117,7	35,31	73,0	21,9	88,48	26,55	1,29	1,56	Punzon.
CFO	87	26,1	89,1	26,73	36,0	10,8	43,64	13,1	2,00	2,42	Punzon.

### 3.2. Análisis de los resultados obtenidos a la luz de la norma española EHE bajo el punto de vista del proyecto

Aceptamos que las uniones de las placas ensayadas forman parte de una estructura convencional de edificación construida con un control de ejecución normal, empleándose un hormigón de resistencia característica estimada  $f_{ck} = 27,5$  MPa.

El cortante de servicio que las placas tienen que transmitir a los pilares se ha calculado en  $V = 43$  KN y no se ha dispuesto en las losas armaduras de cortante de tipo alguno. El momento transferido entre las losas y soportes la norma española lo tiene presente genéricamente mediante el factor  $\beta$ , que en el caso que nos ocupa por ser soportes de borde vale 1,40. La resistencia del hormigón a cortante con la cuantía de la armadura de tracción dispuesta ( $\rho = 0,0075$ ) vale:

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{95}} = 2,45$$

$$f_{cv} = 0,12 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} = \\ = 0,12 \cdot 2,45 \cdot (100 \cdot 0,0075 \cdot 27,5)^{1/3} = 0,81 \text{ MPa}$$

canto útil ( $d$ ) = 95 mm

Los perímetros críticos para los distintos modelos de placas se deducen teniendo presente el dibujo de las Figs. 1. y 7.

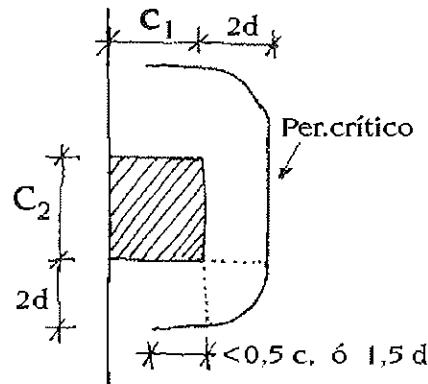


Fig. 7. Perímetro crítico genérico según EHE.

**Tabla 5. Perímetros críticos de las losas ensayadas teniendo presentes los huecos según la EHE (a 2d) y los obtenidos de forma tradicional (a 0,5 d).**

(mm) Modelo	P cr (mm)	EHE	Tradicional a 0,5 d (EH)
XXX	1097	940	
SEO	917	710	
SFO	717	733	
CFO	548,5	595	
SF1	877	820	
SF2	942	855	

**Tabla 6. Resultados comparativos entre los ensayos y los valores propuestos por la EHE y el autor (F.R.T.).**

Placa	Carga de rotura obtenida ( $V_r$ ) KN	Punzonam. de diseño $V_d = F_{ed}$ (EHE)	Punzonam. de diseño $V_d$ (F.R.T.) ( $F_{ep} = 1,5 f_{cv}$ )	$V_r/V_d$	$V_r/V_d$ (F.R.T.)	$\gamma = \frac{V_r}{V_s}$ (EHE)	$\gamma = \frac{V_r}{V_s}$ (F.R.T.)
XXX	123,1	60,30	92,4	2,04	1,33	$3,27 > 1,95 (+86\%)$	$2,13 > 1,95 (+18,5\%)$
SEO	118,8	50,4	69,81	2,35	1,70	$3,77 > 1,95 (+93\%)$	$2,72 > 1,95 (+39,5\%)$
SFO	110,9	39,4	72	2,81	1,54	$4,50 > 1,95 (+131\%)$	$2,46 > 1,95 (+26,2\%)$
CFO	89,1	30,15	58,5	2,95	1,52	$4,72 > 1,95 (+142\%)$	$2,43 > 1,95 (+24,6\%)$
SF1	113,3	48,20	80,63	2,35	1,41	$3,76 > 1,95 (+93\%)$	$2,25 > 1,95 (+15,4\%)$
SF2	117,7	51,78	84,1	2,27	1,40	$3,64 > 1,95 (+87\%)$	$2,24 > 1,95 (+15\%)$

La tabla 19.6 recoge la interpretación de los resultados que se obtendrían aplicando los criterios de la EHE y nuestra aproximación práctica y sencilla al análisis del punzonamiento (F.R.T.), partiendo de los resultados obtenidos en los ensayos de las placas descritas.

En el análisis se obtiene un coeficiente de seguridad representativo ( $\gamma$ ) que es comparado con el coeficiente de seguridad global de proyecto que estimamos por  $\gamma_f \cdot \sqrt{\gamma_c} \approx 1,95$ , que creemos interesa especialmente a los proyectistas.

Se recuerda que el máximo esfuerzo de punzonamiento aceptado por la EHE se deduce de multiplicar el perímetro crítico situado a  $2d$  por el canto útil y la resistencia del hormigón a cortante  $f_{cv}$  dividiendo el resultado por el factor  $\beta$  que tiene presente los momentos existentes en el apoyo ( $f_{cp} = f_{cv} = 0,81$  MPa).

También se recuerda que el criterio del autor consiste en operar con el perímetro crítico a  $0,5 d$  y obtener el máximo esfuerzo de punzonamiento de forma similar, pero operando con la  $f_{cv}$  tradicional amplificada en este caso por  $K=1,5$  en vez de  $K=2$ , por ser un apoyo extremo.

$$(f_{cp} = 1,5 \cdot f_{cv} \text{ (F.R.T.)}) = 1,5 \cdot 0,69 = 1,035 \text{ MPa para la } f_{ck} \text{ estimada en } 27,5 \text{ MPa}$$

Si hacemos también una aproximación a los ensayos realizados, pero esta vez operando, no en situación de proyecto, sino sobre los valores realmente obtenidos sin coeficientes de minoración de tipo alguno, aplicando el criterio del ponente, los resultados quedan recogidos en la Tabla 7 ( $d = 95$  mm).

#### 4. CONCLUSIONES

- La presencia de huecos en las proximidades de los apoyos reducen la eficacia resistente de las placas frente al punzonamiento, aunque bastante menos de lo que cabría deducir aplicando los criterios de los códigos oficiales (EHE, etc.).
- Las deformaciones de las placas se incrementan cuando existen huecos de instalaciones en las proximidades de los pilares.

- La reducción de los perímetros teóricos críticos de punzonamiento que proponen las normas, debido a la presencia de huecos, a distancias menores que  $5d$  de los apoyos no refleja el comportamiento real de la placa frente a los cortantes y debe ser revisada, puesto que resulta excesivamente penalizadora, ya que los huecos se amplían de forma indebida.
- Los planteamientos del cálculo a punzonamiento en las placas recogidos en la totalidad de los códigos vigentes, entre los cuales se incluye la norma EHE, son sumamente conservadores. El conservadurismo se amplifica cuando se aplican las reducciones de resistencia establecidas por la presencia de huecos.
- El planteamiento simplificado que proponemos para analizar el punzonamiento, recogido y expuesto en el apartado 2, conduce a resultados ligeramente conservadores (véase la columna (7) de la tabla 7), pero mucho más razonables y ajustados al comportamiento real de las placas que los propuestos en la EHE; y el ajuste, cuando no existen huecos, es magnífico.

#### BIBLIOGRAFÍA

- Tesis doctoral titulada "Investigación y revisión crítica del conocimiento y uso de los forjados reticulares en España, con propuestas de nuevos criterios para su diseño, análisis y construcción" de Florentino Regalado Tesoro, Año 2002, dirigida por D. Juan José Moragues, Catedrático de Edificación de la Universidad Politécnica de Valencia.
- Ensayos realizados por Ehab F. El-Salakawy, María Ana Polak y Manir H. Soliman sobre placas con huecos frente al punzonamiento en las zonas de borde y publicado en *ACI Structural Journal*, vol. 96, núm. 1 (1999).
- EH-73/91.
- EHE-98.
- ACI-31.

**Tabla 7. Resultados comparativos entre los realmente obtenidos de los ensayos y lo que realmente se predice con nuestros criterios (F.R.T.), operando con los valores reales de resistencias, sin coeficientes de seguridad añadidos.**

Placa	Carga de rotura obtenida ( $V_r$ ) KN	$f_c$	$P_r (0,5 d)$	$P_{cp} \text{ (F.R.T.)}$ ( $1,5 \cdot 0,16 \sqrt{f_c}$ )	$V_u$ (F.R.T.)	$V_r/V_u$ (7)
XXX	123,1	33	940	1,378	123	1,00
SEO	118,8	31,5	710	1,347	90,86	1,31
SFO	110,9	32,5	733	1,368	95,3	1,17
CFO	89,1	33	595	1,379	77,95	1,14
SF1	113,3	30	820	1,315	102,4	1,11
SF2	117,7	30,5	855	1,325	107,6	1,10





# Grupo General de Trabajo GGT3

## Tirantes. Recomendaciones

Por: Florencio J. del Pozo Vindel  
Presidente del GGT3  
José Emilio Herrero Benítez  
Coordinador del GGT3

En los casos en los que un puente debe salvar una gran luz se presenta la posibilidad de la estructura atirantada. En España, salvo excepciones, no existen accidentes geográficos que justifiquen esta tipología. Sin embargo existen otras razones por las que se han utilizado este tipo de estructuras. Al establecerse los elementos resistentes por encima de la calzada, éstos adquieren un carácter monumental que es habitualmente apreciado y valorado por los usuarios. Así, se han realizado estructuras de este tipo por razones estéticas o urbanísticas, marcando puntos de referencia o hitos dentro de las ciudades. En algunos casos la necesidad de cantos muy estrictos, al estar condicionada la cota de rasante, ha aconsejado esta tipología. En las estructuras de edificación también se han usado tirantes, por su capacidad de soportar grandes luces y sus características estéticas.

Sin embargo, hasta ahora no ha habido en España un documento de recomendaciones que divulgue y fije criterios para el diseño y construcción de este tipo de estructuras. Desde el punto de vista normativo, la instrucción IAP aborda los tirantes fijando las acciones específicas que deben soportar, pero no existen normas que consideren el cálculo resistente desde todos los puntos de vista.

Hace unos años y dentro del grupo de trabajo, impulsado por el Ministerio de Fomento, que desarrolló las recomendaciones RPX y RPM, se creó un subgrupo dedicado al estudio de los aspectos específicos de los tirantes, aunque sus trabajos no concluyeron con la publicación de un documento. Este GGT de Ache pretende recoger el testigo y elaborar un documento que dé las herramientas necesarias a cada uno de los agentes que intervienen en las estructuras atirantadas. El espíritu de este documento es a la vez el establecimiento de criterios y la divulgación, abordando el tema en tres aspectos, como son el diseño, los sistemas, y la conservación:

- **El diseño y el cálculo** está fundamentalmente dedicado a los proyectistas. Se dan los elementos necesarios que se deben dejar en la estructura y las dimensiones geométricas mínimas para poder alojar el sistema de tirantes que se describe en los capítulos correspondientes. En el cálculo, además de explicar los problemas más importantes desde el punto de vista divulgativo, se abordan problemas de dimensionamiento, intentando ir más allá de los criterios habituales de limitación de tensiones en los tirantes. En este sentido, resulta especialmente interesante poder distinguir en las estructuras entre tirantes, pretensado extradorsal y pretensado exterior, ya que la variación de tensiones ante el paso de la sobrecarga es muy diferente y, por tanto, el comportamiento de los cables frente a la fatiga es muy distinto. También hay que destacar los fenómenos aeroelásticos que a partir de cierta longitud cobran una gran importancia y que no se encuentran presentes en otras estructuras.
- Se abordan **los sistemas** de cada uno de los diferentes fabricantes de tirantes, definiéndose criterios generales comunes a todos ellos; en ningún caso se dan características que pudieran formar parte de patentes y dejar excluido algún otro sistema. Además se ha dejado para un anexo unas fichas con formato unificado, en las que se proporcionan diferentes características de los sistemas que se comercializan en España. Esto tiene una evidente utilidad para el proyectista, que puede comparar datos en un solo documento y elegir cuál es el sistema más adecuado para las condiciones particulares de su estructura.
- **La conservación y el mantenimiento.** Las administraciones públicas y, en el caso de concesiones de autopistas, las privadas están cada vez más preocupadas de los aspectos de conservación y mantenimiento. Hoy en día es bastante habitual en puentes singulares que la Administración que va a conservar el puente pida que se le entregue un manual de conservación. Se dan en este documento los aspectos a tener en cuenta en función del tipo de protección de los tirantes y sus anclajes. Es especialmente importante el anexo en el que se dan recomendaciones para la redacción de un manual de mantenimiento de puentes atirantados.



Dentro de la Comisión 3 "Ejecución" se decidió elaborar un documento de recomendaciones sobre ejecución de tirantes. Rápidamente se vio el interés que suscitaba el tema no solo en los aspectos de ejecución sino en diseño, cálculo, conservación, etc. El documento sobrepasaba el ámbito de una sola comisión, por lo que se decidió formar un Grupo General de Trabajo que se organizó en tres subgrupos, cada uno de los cuales abordan los temas indicados más arriba, con el siguiente índice:

1. INTRODUCCIÓN
2. SISTEMAS DE TIRANTES
  - 2.1. ALCANCE
  - 2.2. DEFINICIÓN
  - 2.3. MATERIALES
  - 2.4. ENSAYOS
  - 2.5. MONTAJE
3. DETALLES DE PROYECTO
  - 3.1. CONEXIÓN CON LA ESTRUCTURA
  - 3.2. ELEMENTOS DE DESVÍO
  - 3.3. AMORTIGUADORES Y RIGIDIZADORES
4. BASES DE CÁLCULO
  - 4.1. INTRODUCCIÓN
  - 4.2. COMPORTAMIENTO ELÁSTICO DE LOS TIRANTES
  - 4.3. COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LOS TIRANTES
  - 4.4. BASES DE CÁLCULO
5. DURABILIDAD INSPECCIÓN Y MANTENIMIENTO
  - 5.1. DURABILIDAD
  - 5.2. INSPECCIÓN
  - 5.3. MANTENIMIENTO
    - 5.3.1. MANUAL DE MANTENIMIENTO

En este momento se han elaborado borradores de casi todo el texto y está en revisión dentro de cada uno de los subgrupos, por lo que esperamos que el próximo año este documento pueda ver la luz.

# Normas que deben cumplir los artículos que se envíen para su publicación en HORMIGÓN Y ACERO

## 1. CONDICIONES GENERALES

Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural, acoge la publicación de artículos no sólo de sus asociados sino, también, de cuantos técnicos de todo el mundo que quieran comunicar los resultados de sus experiencias científicas o técnicas en el campo del hormigón estructural. Igualmente, y dada la cada vez mayor transversalidad que existe en el mundo de la investigación, proyecto y construcción de estructuras, la revista acogerá igualmente trabajos originales relacionados con cualquier otro material estructural.

Los originales de los Artículos que se deseen publicar en "Hormigón y Acero", se enviarán a la Secretaría Administrativa de la ACHE. Deberán cumplir rigurosamente las normas que a continuación se especifican. En caso contrario, serán devueltos a sus Autores para su oportuna rectificación.

Los que cumplan los requisitos exigidos pasarán al Comité de Redacción de la Revista el cual, previo informe y evaluación de su calidad por los correspondientes Censores, decidirá si procede o no su publicación, sugiriendo eventualmente al Autor los cambios que, en su opinión, deben efectuarse para su final publicación en "Hormigón y Acero". Toda correspondencia en este sentido se mantendrá directamente con el Autor o primero de los Autores que figuren en el Artículo.

Los originales de los artículos que por cualquier causa no fueran aceptados se devolverán al Autor.

## 2. PRESENTACIÓN DE ORIGINALES

Los originales de los artículos se presentarán en soporte magnético (disquete, zip o cd rom) escritos mediante el programa de tratamiento de Word 95, o superior. Podrá presentarse sólo el texto del artículo o, bien, el texto con gráficos, figuras y fotos insertados. En este último caso, se enviará también siempre, duplicados, todos los archivos digitales de las figuras, gráficos y fotos. Además, se enviarán 3 copias escritas en papel, por una sola cara, en hojas tamaño UNE A4, y con las figuras, fotografías y tablas, con el tamaño que se propone para su reproducción.

### 2.1. Título

El título, en español e inglés, deberá de ser breve y explícito, reflejando claramente el contenido del Artículo. A continua-

nuación, se hará constar nombre y apellidos del Autor o Autores, titulación profesional y, si procede, Centro o Empresa en el que desarrolla sus actividades.

### 2.2. Resumen

Todo artículo deberá ir acompañado de un resumen en *español e inglés*, de extensión no inferior a cien palabras (unas ocho líneas mecanografiadas) ni superior a ciento cincuenta palabras (doce líneas).

El título del artículo, el nombre de autor o autores y los resúmenes del artículo en español e inglés se enviarán duplicados en un disquete aparte, con objeto de introducirlos automáticamente en la Base de Datos de artículos de la revista, que será incluida en la página web de la asociación a partir de su publicación en Hormigón y Acero.

### 2.3. Gráficos y figuras

Los gráficos y figuras deberán ir numerados correlativamente en el orden en que se citen en el texto, en el cual deberá indicarse el lugar adecuado de su colocación.

Los **planos o croquis** se presentarán siempre en soporte papel blanco, en formato A4, (excepcionalmente se permitirá formato A3), debiéndose suprimir la información innecesaria y estar dibujados con tinta negra. El tamaño de números y letras empleados en el original deberá ser tal que, tras la reducción al ancho de una, dos o tres columnas, resulte de cuerpo 7 (1.75mm de altura) o, excepcionalmente, de cuerpo 6 (1,50 mm de altura).

Los originales de las figuras o gráficos se admiten en formato papel o en formato digital. En formato papel, éste será siempre blanco, todas las líneas estarán trazadas con tinta negra y no se permitirán colores, salvo en originales de figuras correspondientes a un artículo central. La distinción entre las distintas líneas se realizará, en su caso, mediante trazos distintos: continuo, discontinuo con rayas, ídem con puntos, etc., del grosor adecuado. El tamaño de letras y números seguirá las pautas indicadas para los planos, recomendándose un mínimo de cuerpo 7 para los títulos y de cuerpo 6 para el texto, una vez efectuada la reducción a 1,2 o 3 columnas.

Los gráficos se admiten también en archivo digital, sólo si éste está elaborado con el programa EXCEL®, el cual permite una buena comunicación con los programas de pre impresión. Las pautas de presentación son las mismas que las indicadas para las figuras en soporte papel, pero tiene la ventaja

de que, en imprenta, pueden manipularse los tamaños de forma bastante automática, pudiéndose lograr calidades de reproducción adecuadas en todos los casos, por lo se recomienda emplear este soporte para gráficos complicados. En cualquier caso, los archivos estarán adecuadamente identificados con un nombre, y relacionados con el número de gráfico o figura que corresponda.

Excepcionalmente se admitirán en formato digital gráficos o figuras de tipo "línea" escaneados, debiéndose utilizar entonces una resolución mínima de 300 ppm.

No se admite ningún tipo de texto, figura o gráfico en soporte digital realizado con Power-Point® por su imposibilidad de traducción a los programas de preimpresión.

Todas las figuras irán numeradas correlativamente como tales y llevarán su correspondiente pie explicativo.

#### 2.4. Fotografías

Se procurará incluir sólo las que, teniendo en cuenta su posterior reproducción, sean realmente útiles, claras y representativas. Con independencia de las copias que se piden para formar la maqueta, se deberán suministrar los originales. Estos pueden ser en formato analógico o digital.

En formato analógico se preferirá la diapositiva en color a la foto en papel color, y ésta a la de blanco y negro. No se admitirán como originales diapositivas realizadas sobre fondo azul.

En formato digital y, para fotografías originales, sólo se admiten fotografías digitales obtenidas con cámaras equipadas con un sensor de 2 millones de pixels de resolución o superior, y archivadas en formato SHQ/HQ (resolución superior a 1600x1200 pixels).

Para fotografías escaneadas, sólo puede garantizarse una calidad de reproducción mínima con resoluciones iguales o superiores a 1200ppm. Los originales deben enviarse preferentemente en archivos tipo TIF, admitiéndose, excepcionalmente, archivos JPG grabados con calidad óptima.

Todas las fotografías irán numeradas correlativamente como tales y llevarán su correspondiente pie explicativo.

#### 2.5. Tablas y cuadros

Cumplirán las condiciones indicadas para las figuras en el punto 2.3. Llevarán numeración correlativa, citada en el texto y un pie con la explicación adecuada y suficiente para su interpretación directa.

#### 2.6. Unidades

Las magnitudes se expresarán en unidades del Sistema Internacional (S.I.) según las UNE 5001 y 5002.

#### 2.7. Fórmulas, letras griegas, subíndices, exponentes

En las fórmulas se procurará la máxima calidad de escritura y emplear las formas más reducidas, siempre que no entrañen riesgo de incomprensión. Para su identificación se utilizará, cuando sea necesario, un número entre paréntesis, a la derecha de la fórmula.

Se elegirá un tipo de letra (Times New Roman u otra similares) tal que las letras griegas, subíndices y exponentes resulten perfectamente identificables, procurando evitar los exponentes complicados y letras afectadas simultáneamente de subíndices y exponentes.

Se diferenciarán claramente mayúsculas y minúsculas y aquellos tipos que puedan inducir a error (por ejemplo, la l y el 1; la O y el cero; la K y la k, etc.).

#### 2.8. Referencias bibliográficas

Las referencias bibliográficas citadas en el texto se recogerán al final del mismo, dando todos los datos precisos sobre la fuente de publicación, para su localización.

Las citas en el texto se harán mediante números entre paréntesis. En lo posible, se seguirán las normas internacionales utilizadas generalmente en las diversas publicaciones, es decir:

##### *Referencias de Artículos publicados en Revistas*

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del Artículo; nombre de la publicación; número del volumen y fascículo; fecha de publicación, y número de la primera y última de las páginas que ocupa el Artículo al que se refiere la cita.

##### *Referencias de Libros*

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del libro; edición; editorial y lugar y año de publicación.

### 3. PRUEBAS DE IMPRENTA

De las primeras pruebas de imprenta se enviará una copia al Autor para que, una vez debidamente comprobadas y corregidas, las devuelva en el plazo máximo de quince días, con el fin de evitar el riesgo de que la publicación de su artículo tenga que aplazarse hasta un posterior número de "Hormigón y Acero".

En la corrección de pruebas no se admitirán modificaciones que alteren sustancialmente el texto o la ordenación del Artículo original.

La Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural, ACHE, fusión de la Asociación Técnica Española del Pretensado, ATEP, y del Grupo Español del Hormigón, GEHO, de carácter no lucrativo, tiene como fines fomentar los progresos de todo orden referentes al hormigón estructural y canalizar la participación española en asociaciones análogas de carácter internacional.

Entre sus actividades figura el impulsar el campo de las estructuras de hormigón en todos sus aspectos (científico, técnico económico, estético, etc.) mediante actividades de investigación, docencia, formación continua, prenormalización, ejercicio profesional y divulgación; el proponer, coordinar y realizar trabajos de investigación científica y desarrollo tecnológico relacionados con los diversos aspectos del hormigón estructural y del hormigón en general, así como desarrollar todo tipo de actividades tendentes al progreso de las estructuras de hormigón.

La concreción de estas actividades se plasma en las publicaciones de sus Comisiones Técnicas y Grupos de Trabajo, en la organización de diversos eventos como conferencias, jornadas técnicas y un Congreso trianual, en la publicación de monografías no periódicas sobre hormigón estructural así como la edición de la revista Hormigón y Acero, de carácter trimestral.

Existen cinco tipos de miembros de la Asociación: Estudiantes, Personales, Colectivos, Protectores y Patrocinadores, cuyas cuotas anuales puede consultar en la primera página de la revista. Si usted quiere hacerse miembro de la Asociación y recibir Hormigón y Acero, o desea más información de la misma, fotocopie esta página y remítala por correo o fax a la dirección indicada.

---

ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL

ACHE - Secretaría

Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja

C/ Serrano Galvache, s/n - 28033 Madrid

---

Señores:

La persona física o jurídica cuyos datos se relacionan seguidamente:

Nombre.....

NIF..... Calle.....

Ciudad..... Código Postal..... País.....

Nombre de la persona de contacto (sólo para Personas Jurídicas).....

Teléfono..... Fax..... E-mail.....

desea hacerse miembro de ACHE en la modalidad de  solicita más información sobre la modalidad de Miembro

Estudiante  Personal  Colectivo  Protector  Patrocinador

Autorizando a cargar el importe de la cuota anual correspondiente en la entidad bancaria indicada más abajo.

Lugar, fecha y firma ..... (sello de la entidad para personas jurídicas)

---

Sr. Director del Banco de.....

Agencia .....

Calle.....

Ciudad..... Código Postal.....

Muy Sr. mío:

Le ruego que, con cargo a la cuenta cuyos datos relaciono más abajo, atienda hasta nuevo aviso los recibos emitidos por la Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural ACHE.

Atentamente.

Lugar, fecha y firma.....

DATOS DE LA CUENTA BANCARIA

Titular .....

NIF .....

Código cuenta cliente: Banco..... Sucursal..... Dígitos control.....

Número cuenta .....





## MIEMBROS DE LA ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL

(Continuación de Int. Portada)

- AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A.**–Biblioteca.–Plaza Gala Placidia, 1. 08006 Barcelona.
- CEMENTOS MOLINS INDUSTRIAL, S.A.**–C.N. 340, Km. 329,300. 08620 Sant Vicenc dels Horts (Barcelona).
- COLEGIO DE INGENIEROS TÉCNICOS DE OBRAS PÚBLICAS.**–José Abascal, 20-1º. 28003 Madrid.
- COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TÉCNICOS.**–Santa Eugenia, 19. 17005 Gerona.
- COL.LEGI OFICIAL D'ARQUITECTES DE CATALUNYA**, Biblioteca.–Arcs, 1-3. 08002 Barcelona.
- C.T.T. STRONGHOLD, S.A.**–Casanova, 2 - 4º - 3ª pta. 08011 Barcelona.
- DIRECCIÓN GENERAL DE O.P. Y TRANSPORTES (Servicio Carreteras).**–Marqués de Murrieta, 71. 26071 Logroño.
- DRACE. Construcciones Especiales y Dragados, S.A.**–Avda. Tenerife, 4-6. Edificio Flores, 2ª planta. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).
- DYWIDAG - SISTEMAS CONSTRUCTIVOS, S.A.**–Avda. de la Industria, 4. Polígono Industrial La Cantueña. 28947 Fuenlabrada (Madrid).
- EMESA-TREFILERÍA, S.A.**–Apartado 451. 15080 La Coruña.
- EPTISA, SERVICIOS DE INGENIERÍA, S.A.**–Arapiles, 14-4º Izda. 28015 Madrid.
- FERROVIAL AGROMAN, S.A.**–Avda. del Partenón, 4-6. Campo de las Naciones. 28042 Madrid.
- FORMIGONS GIRONA, S.A.**–Carretera C-250 de Girona a Sant Feliú de Guixols, Km. 4,3. 17242 Quart (Girona).
- FREYSSINET, S.A.**– Melchor Fernández Almagro, 23. 28029 Madrid.
- FUNDACIÓN AGUSTÍN DE BETHENCOURT.**–ETSIC.C. y P. Ciudad Universitaria. 28040 Madrid.
- G.O.C., S.A.**–Doctor Canoa, 5. 36206 Vigo.
- GRACE, S.A.**–Apartado 523. 08080 Barcelona.
- HIERRO INSTALADO Y SUMINISTRADO, S.A. (HIS, S.A.).**–Ctra. de la Esclusa, s/n. Pol. Ind. Torrecuellar. 41011 Sevilla.
- INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.**–Portal de Gamarra, 46. 01083 Vitoria.
- INGENIERÍA IDOM INTERNACIONAL, S.A.U.**–José Abascal, 4. 28003 Madrid.
- JOSÉ A. TORROJA OFICINA TÉCNICA, S.A.**–Príncipe de Vergara 103. 28006 Madrid.
- JULIÁN ARUMI, S.L.**–Figueres, s/n. 08500 Vic (Barcelona).
- MECANOGUMBA, S.A.**–Apartado 23. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).
- MEKANO-4, S.A.**–Can Pantiquer, 47 - 3ª - 1ª. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).
- O.H.L.**–Gobelas, 35-37. 28023 Madrid.
- PACADAR, S.A.**–Arturo Soria, 336 - 7ª planta. 28033 Madrid.
- PERI, S.A.U.**–Camino de Malatones, km. 0,500. 28110 Algete (Madrid).
- PREFABRICADOS CASTELO, S.A.**–Ap. 11. Polígono Industrial Las Gándaras. 36080 Porriño (Pontevedra).
- PREVALESA, S.L.**–Avda. Blasco Ibáñez, 20. 46010 Valencia.
- PROES, S.A.**–Estébanez Calderón, 5 - 1ª planta. 28020 Madrid.
- SENER, INGENIERÍA Y SISTEMAS, S.A.**–Avda. de Zugazarte, 56. 48930 Las Arenas (Vizcaya).
- SOCIEDAD DE ESTUDIOS DEL TERRITORIO E INGENIERÍA, S.A.**–Manuel Tovar, 1-6º. 28034 Madrid.
- TECPRESA, S.A.**–Ribera del Loira, 42 - Edificio 3 - planta 1ª. 28042 Madrid.
- TIERRA ARMADA, S.A.**–Melchor Fernández Almagro, 23. 28029 Madrid.
- TRENZAS Y CABLES, S.L. (TYC, S.L.).**–Monturiol, 5. 08210 Barberá del Vallés (Barcelona).
- VSL IBÉRICA, S.A.**–Casanova, 2 - 4º - 3ª pta. 08011 Barcelona.

La Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructural se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las Entidades citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encarnados.



**A s o c i a c i ó n  
C i e n t í f i c o - t é c n i c a  
d e l H o r m i g ó n  
E s t r u c t u r a l**

**Declarada de utilidad pública con fecha 4-3-77**

**Secretaría Administrativa:** Instituto Eduardo Torroja. c/ Serrano Galvache, s/n. 28033 Madrid. Tlf.: 91 766 07 03. Fax: 91 766 26 00 ♦ **N.I.F.:** G-28813442  
**Secretaría Técnica:** E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos. Laboratorio de Estructuras. Ciudad Universitaria s/n. 28040 Madrid. Tlf.: 91 336 66 98. Fax: 91 336 67 02