

# HORMIGÓN y acero

n° 231

Primer trimestre de 2004



**Asociación Científico-técnica  
del Hormigón Estructural**

<http://www.e-ache.net>





Foto de portada:  
Puente extradosado sobre el río Deba

EDITAN:



Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja (C.S.I.C.)

Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid.

COMITÉ DE REDACCIÓN:

Director:

ORTEGA BASAGOTI, Luis María

Miembros del comité:

- AGUADO DE CEA, Antonio
- ARRIETA TORREALBA, José M<sup>a</sup>
- ASTIZ SUÁREZ, Miguel Angel
- BARBAT BARBAT, Alex H.
- BURÓN MAESTRO, Manuel
- CUVILLO JIMÉNEZ, Ramón del
- FERNÁNDEZ GÓMEZ, Jaime
- GÁLVEZ RUIZ, Jaime
- LÓPEZ PALANCO, Rafael
- LLOMBART JAQUES, José Antonio
- MARTÍNEZ CALZÓN, Julio
- MILLANES MATO, Francisco
- MORÁN CABRÉ, Francisco
- PÉREZ-FADÓN MARTÍNEZ, Santiago
- RIPOLL GARCÍA-MANSILLA, Javier
- RODRÍGUEZ SANTIAGO, Jesús
- SIEGRIST FERNÁNDEZ, Carlos
- VAQUERO GARCÍA, Julio
- VILLAR LUENGO, José M<sup>a</sup> de

La Asociación, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, no se hace responsable del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocine su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

Hormigón y Acero:

E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos  
Avda. Profesor Aranguren, s/n  
Ciudad Universitaria  
28040 Madrid  
Tel.: 91 336 66 98 - Fax: 91 336 67 02

Depósito Legal: M-853-1958

ISBN: 0439-5689

Diseño: María del Pozo

Imprime: Invoprint, S.L.

# HORMIGÓN y acero

Carta del Director.....	3
<b>ARTÍCULO CENTRAL</b>	
Puente extradosado sobre el río Deba)..... (Autopista Vitoria/Gasteiz - Eibar) <i>Extradosed bridge over the river Deba (Vitoria Gasteiz - Eibar Motorway)</i> J. A. Llombart y J. Revoltós	5-19
<b>INVESTIGACIONES Y ESTUDIOS</b>	
De la necesidad de mejorar el ensayo normalizado de adherencia en estructuras pretensadas de armadura pretesa..... <i>The need to enhance the standard test to determine bond properties of prestensioned concrete structures</i> C. Vázquez Herrero y F. Martínez Abella	21-33
Rigidez a flexión EI para el método de amplificación de momentos en soportes esbeltos de sección rectangular de hormigón armado sometidos a esfuerzos de flexo-compresión recta..... <i>Flexural rigidity EI of RC slender columns under axial force and bending of rectangular section for the moment magnifier method</i> J.L. Bonet Senach, P. F. Miguel Sosa y M.A. Fernández Prada	35-48
Rigidez a flexión EI para el método de amplificación de momentos en soportes esbeltos de sección rectangular de hormigón armado sometidos a esfuerzos de flexo-compresión esviada..... <i>Flexural rigidity EI of RC slender columns under axial force and biaxial bending of rectangular section for the moment magnifier method</i> J.L. Bonet Senach, P. F. Miguel Sosa y M.A. Fernández Prada	49-61
Evaluación del daño sísmico en puentes de hormigón armado .. <i>Evaluation of the seismic damage in reinforced concrete bridges</i> C. Gómez Soberón, S. Oller y A.H. Barbat	63-74
Estudio sobre el comportamiento no lineal de la fluencia. Propuesta de modelo y comparación con resultados experimentales y modelos teóricos .. <i>Non-linear creep behaviour, study of a model and comparison with experimental data and theoretical models</i> M. Fernández Ruiz, F. del Pozo Vindel y J.M. Arrieta Torrealba	75-86
Estudio experimental y modelización de vigas de hormigón armado reforzadas con fibras de vidrio (GFRP)..... <i>Experimental study and modelization of reinforced concrete beams reinforced with fiber glasses (GFRP)</i> A. Catalán Goñi, M.J. Lamela Rey, A. Fernández Canteli y L. Bozzo Rotondo	87-95
<b>OPINIÓN Y DEBATE</b>	
Límites de la teoría de rotura y prerrotura para solicitaciones combinación de momentos torsores y flectores en piezas de hormigón..... <i>Limits of strength and pre-crack theories in the calculation of the torsional and flexural resistance of reinforced and prestressed concrete cross sections</i> E. Hernández Montes, L.M. Gil Martín y L. Albajar Molera	97-100
<b>RINCÓN DE ACHE</b>	
Método de bielas y tirantes. Monografía M-6 de ACHE..... Por: José Romo Martín	101-102
Normas de publicación de artículos .....	103-104



## La necesidad de reflexionar sobre el futuro de nuestra revista



Querido lector:

Al tiempo que un deber, es una satisfacción para mí dirigirme a ti en este primer número de la revista que ve la luz después hacerme cargo de la Dirección de Hormigón y Acero, correspondiendo al encargo del Consejo de ACHE decidido en su reunión de diciembre de 2003.

En primer lugar, quiero expresar mi más sincero agradecimiento al anterior Director, Ángel Carlos Aparicio. La oportunidad de trabajar con él en el Comité de Redacción durante los últimos 6 años ha sido una permanente y agradable lección.

Si echamos la vista atrás, creo que no puede haber duda alguna del avance logrado por la revista desde el nº 208, primero publicado bajo su dirección, hasta este nº 231 que tienes en tus manos. La carta del director publicada en el nº 210, al poco tiempo de comenzar esta última etapa bajo su batuta, constituía toda una declaración de intenciones, en la que se marcaban objetivos muy ambiciosos.

La modernización en la maquetación, la creación del artículo central con traducción del texto completo al inglés, la introducción del color en esa parte de la revista, la sistematización y profundización en la revisión de los artículos presentados, que ya existía, para garantizar una mayor calidad formal y de contenido,... creo que todo ello son mejoras irrefutables logradas en este último período de la revista. Incluso la incorporación de la publicidad, aunque resulte a veces incómoda, es un interesante complemento informativo sobre empresas, productos y sistemas (al tiempo que herramienta necesaria para lograr los fondos que permiten alcanzar los objetivos planteados).

Como epílogo de esa etapa, este ejemplar que lees ahora, quedó prácticamente preparado, a falta de los últimos toques, por el propio Ángel, a quien tendrás que agradecer las virtudes que puedas apreciar a través de su lectura. Asumo por mi parte, los posibles defectos que asimismo pudieras observar puesto que, en todo caso, sólo demostrarían que no he sido capaz de detectarlos y corregirlos en los tres meses desde que me hice cargo de la dirección. Te pido disculpas por ellos y espero ser capaz, junto a la totalidad del Comité de Redacción, de corregirlos en el futuro.

Los logros conseguidos en esa etapa anterior no deben hacer, sin embargo, que nos sintamos satisfechos con lo alcanzado y nos limitemos a mantenerlo. Aunque el único reproche a mi antecesor sea que nos ha dejado el listón muy alto y que, por tanto, el camino que se presenta ante nosotros es difícil, nuestro deber ahora como Comité de Redacción es tratar de seguir progresando y ponérselo, por nuestra parte, aún más difícil a los que nos sucedan en esta labor.

Hay muchos aspectos a considerar. Por ejemplo, en la antes citada carta del director del nº 210, se señalaba la necesidad de evitar la interferencia y solape que, hasta ese momento, se había producido entre *Hormigón y Acero* y las asambleas de ATEP, asociación madre de nuestra revista, ahora adoptada por su sucesora, ACHE. En esa línea, se subrayaban los inconvenientes derivados de tal solape: revistas copadas mayoritariamente por las ponencias de las asambleas, tardanza en la publicación de artículos originales presentados a la revista y consiguiente pérdida de actualidad, descontento de los autores,... En consecuencia, se establecía un objetivo claro de desvincular la revista de las ponencias presentadas a las asambleas de ATEP (ahora congresos trienales de ACHE).

Ese propósito se ha conseguido plenamente en estos años, pero ha traído consigo otras consecuencias no perseguidas. La carta del director publicada en el nº 227, hace ahora un año, constituía una pública reflexión tratando de encontrar las razones de la carencia de originales, sobre todo de realizaciones, para los números ordinarios de la revista. Esta carencia amenazaba con hacer endémico el retraso en su publicación, por lo que se anunciaba que, por mandato del Consejo de ACHE, los cuatro núme-

ros pendientes del año 2002 se cerrarían con la publicación de *un número monográfico de extraordinario interés* (que, por cierto, espero que llegue a tus manos en pocas semanas).

La comparación entre lo publicado por los asociados de ACHE en diversos cauces (no sólo en Hormigón y Acero sino en Memorias de Jornadas o Congresos) en los trienios 1990-1992 y 2000-2002, hecha dentro de esa carta-reflexión, demostraba que los asociados de ACHE no sólo no publicaban menos, sino que habían casi triplicado su producción, pero que un 75% de ella se había dirigido hacia esas Jornadas o Congresos.

Por otra parte, esa concentración de originales en Jornadas y Congresos ha afectado bastante más a los artículos de carácter más práctico (realizaciones, mantenimiento y reparación) que a los de estudio e investigación, de forma que en los números 211 al 222 una media del 60% de los artículos publicados, se incluyeron en el grupo de Investigaciones y estudios, con una tendencia acusada a incrementar esa proporción (en 2001 fue de casi el 80%).

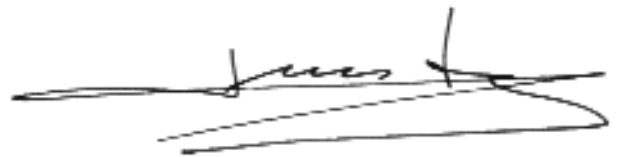
La conclusión básica de tal reflexión es clara: el objetivo trazado de desligar revista y Congresos se ha logrado, pero a costa de unos efectos colaterales no pretendidos, por lo que, como ya se señalaba en esa carta del director, *“el Consejo de nuestra Asociación y el Comité de Redacción estamos obligados a diseñar una nueva política de publicaciones, en la que los libros y monografías deberán ser también considerados.”*

Esta idea es totalmente compartida por el Presidente y Consejo de ACHE, razón por la que, cuando estés leyendo estas líneas, se habrá celebrado ya la primera reunión de una Comisión de Reflexión, creada para estudiar el futuro de la revista y definir un plan estratégico y unos objetivos para los próximos años. Ya estamos “manos a la obra”.

Este futuro de la revista se estudiará a lo largo de 2004, aprovechando que la planificación decidida en su momento por el Consejo para el resto del año, sobre la base de una revisión monográfica, está ya muy avanzada en su realización. Contamos con más de 30 artículos sobre la investigación actual del hormigón estructural en España, en cuyo proceso de edición estamos trabajando para lograr su publicación en la fecha prevista.

Las ideas a considerar en la reflexión sobre el futuro son muchas, pero el objetivo esencial es único y está claro desde el principio: lograr que la revista responda a lo que nuestros asociados esperan de ella. Desde aquí te dirijo mi invitación a participar en esa reflexión, enviándonos las ideas que te parezcan más oportunas sobre lo que crees que debe ser la revista. Vaya por anticipado mi agradecimiento por tu colaboración que espero con gran interés. Confío en que dentro de 2005 podamos empezar a hacer realidad ese enfoque de la revista que definamos entre todos.

marzo de 2004



Luis Mª Ortega Basagoiti  
*Director de Hormigón y Acero*

# Puente extradadosado sobre el río Deba (autopista Vitoria-Gasteiz – Eibar)

## *Extradosed Bridge over the river Deba (Vitoria-Gasteiz – Eibar Motorway)*

◆  
José Antonio Llombart

◆  
Jordi Revoltós

Estudio de Ingeniería y Proyectos, EIPSA

### RESUMEN

El presente artículo describe las principales características y sistema constructivo del Puente sobre el río Deba, perteneciente a la Autopista Vitoria-Eibar en el Enlace de Málzaga.

El puente, que discurre en curva, tiene una sucesión de luces de 42.00 + 66.00 + 42.00 m, cruza un ferrocarril, el río Deba y una carretera. Para resolver el problema de gálibo estricto sobre la carretera se ha diseñado un tablero de hormigón con una sección en forma de “U”, cuyo canto sobrepasa la plataforma de rodadura y en el que el pretensado sobresale del canto de la sección.

El tablero está soportado por unas pilas con disposición en “Y”. La solución, cuyas especiales características están obligadas por la circunstancia de gálibo, aporta el atractivo formal derivado de su singularidad.

### 1. INTRODUCCIÓN

La Autopista Vitoria-Eibar entronca en su extremo norte con la Autopista A-8 en el Enlace de Málzaga. Este enlace se

halla en la confluencia de los angostos valles de los ríos Deba y Ego, un enclave con una gran concentración industrial y viaria. Estos factores han condicionado el diseño de un enlace complejo en el que abundan los túneles y viaductos (Figura 1).

En particular, el ramal Vitoria-Irún debe cruzar sucesivamente una línea

### SUMMARY

*This article describes the main features and construction system relating to the Bridge over the river Deba, belonging to the Vitoria- Eibar Motorway at Málzaga Junction.*

*Running in a curve, the bridge has a succession of spans measuring 42.00 +*



Figura 1. Enlace de Málzaga.  
Figure 1. Málzaga Junction.

66.00 + 42.00 m, crosses a railway line, the river Deba and a road. A “U” shaped cross-sectioned concrete deck was designed for overcoming the strict clearance problem over the road. Its edge protrudes from the roadway and the prestressing protrudes from the cross section’s edge.

The deck is supported by “Y” shaped piers. The solution, whose special features are compelled by the clearance requirement, provides the attractive shape deriving from its uniqueness.

1. INTRODUCTION

The Vitoria-Eibar motorway connects at its north end with the A-8 motorway at the Málzaga junction. This junction is located where the narrow valleys of the rivers Deba and Ego meet, an enclave with a high concentration of industry and roads. These were determining factors in the design of a complex junction where tunnels and viaducts abound (Figure 1).

The Vitoria-Irún branch in particular has to successively cross a railway line, the river Deba and the N-634 road (Figure 2), to then join the A-8 a little further on. Combined with the conditioning factor of not building piers in the riverbed, this succession of obstacles generates a structure with three spans



Figura 2. Puente sobre el río Deba. En la izquierda de la imagen aparece el paso de la Carretera N-634 por debajo del tablero.  
Figure 2. Bridge over the river Deba. The N-634 road appears passing under the deck on the left of the picture.

measuring 42.00 + 66.00 + 42.00 m. (Figure 3). The proximity of the connection to the A-8 limits the branch’s vertical alignment and only allows a 1.05 m thickness below roadway level where passing over the N-634. This value is considerably less than the thicknesses normally used in concrete decks with these spans (A typical solution would be formed by a deck varying from 2.20 m to 3.60 m in thickness, in the same way as other structures belonging to the same Málzaga Junction have been designed).

ferroviaria, el río Deba y la N-634 (Figura 2), para después unirse a poca distancia con la A-8. Esta sucesión de obstáculos, unida al condicionante de no disponer pilas en el lecho del río, genera una estructura de tres vanos con luces de 42.00 + 66.00 + 42.00 m. (Figura 3). La proximidad de la conexión con la A-8 limita el trazado en alzado del ramal, permitiendo únicamente un canto bajo rasante de 1,05 m en su paso sobre la N-634. Este valor es notablemente inferior a los cantos que se disponen habitualmente en tableros de hormigón con estas

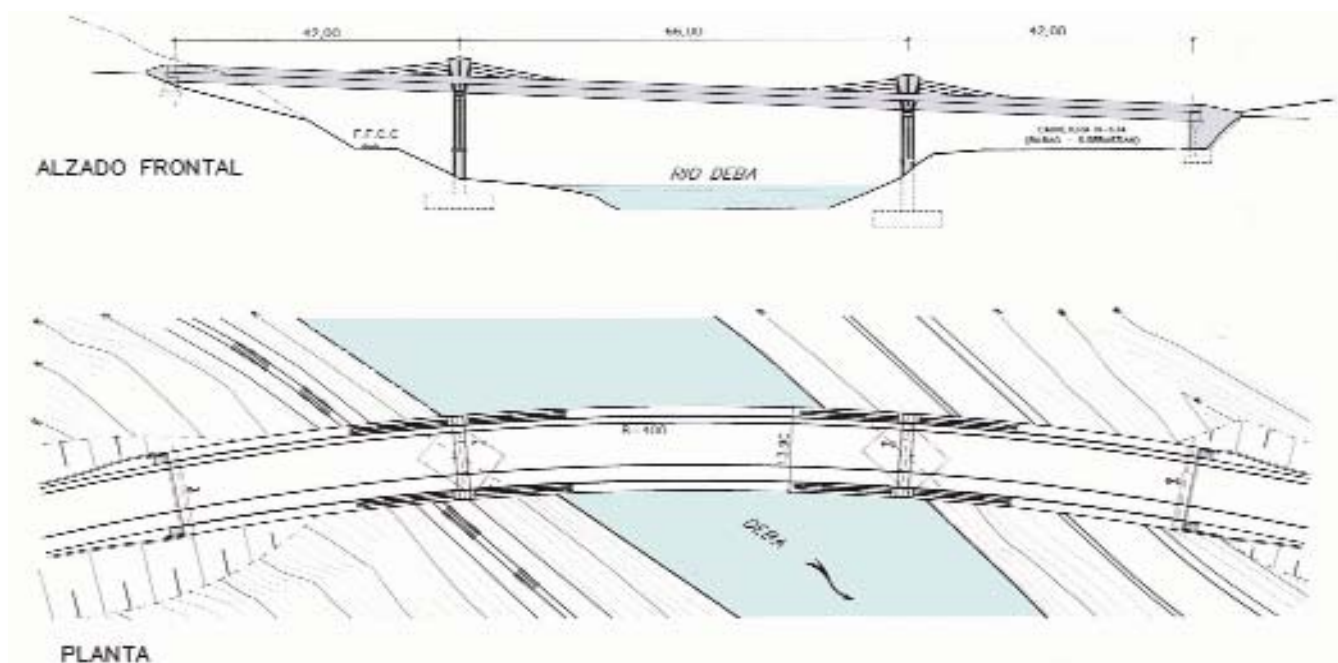


Figure 3. Puente sobre el río Deba. Esquema y dimensiones generales.  
Figure 3. Bridge over the river Deba. Scheme and general dimensions.



luces (Una solución típica estaría constituida por un tablero con canto variable de 2,20 m a 3,60 m, en la misma forma como se han resuelto otras estructuras pertenecientes al mismo Enlace de Málzaga).

Para resolver este problema de gálibo estricto se ha diseñado un tablero de hormigón con una sección abierta en forma de "U", cuyo canto sobrepasa la plataforma de rodadura y en el que el pretensado sobresale a su vez del canto de la sección (Figura 4).

## 2. ESTUDIO DE SOLUCIONES EN FASE DE PROYECTO. Puentes provistos de tirantes

La consideración de la magnitud de las luces a salvar, unida a la escasez de gálibo, hizo que en un principio se plantease la conveniencia de una solución con un cierto atirantamiento, lo cual motivó un estudio de las distintas posibilidades y el establecimiento de una serie de consideraciones relativas a diversos esquemas de puentes de hormi-

*A concrete deck with an open "U" shaped cross section was designed to solve this strict clearance problem. Its edge protrudes from the carriageway and the prestressing in turn protrudes from the cross section's edge (Figure 4).*

### 2. STUDY OF SOLUTIONS IN THE DESIGN PHASE. CABLE STAYED BRIDGES

*Combined with the lack of clearance, consideration of the spans to be*

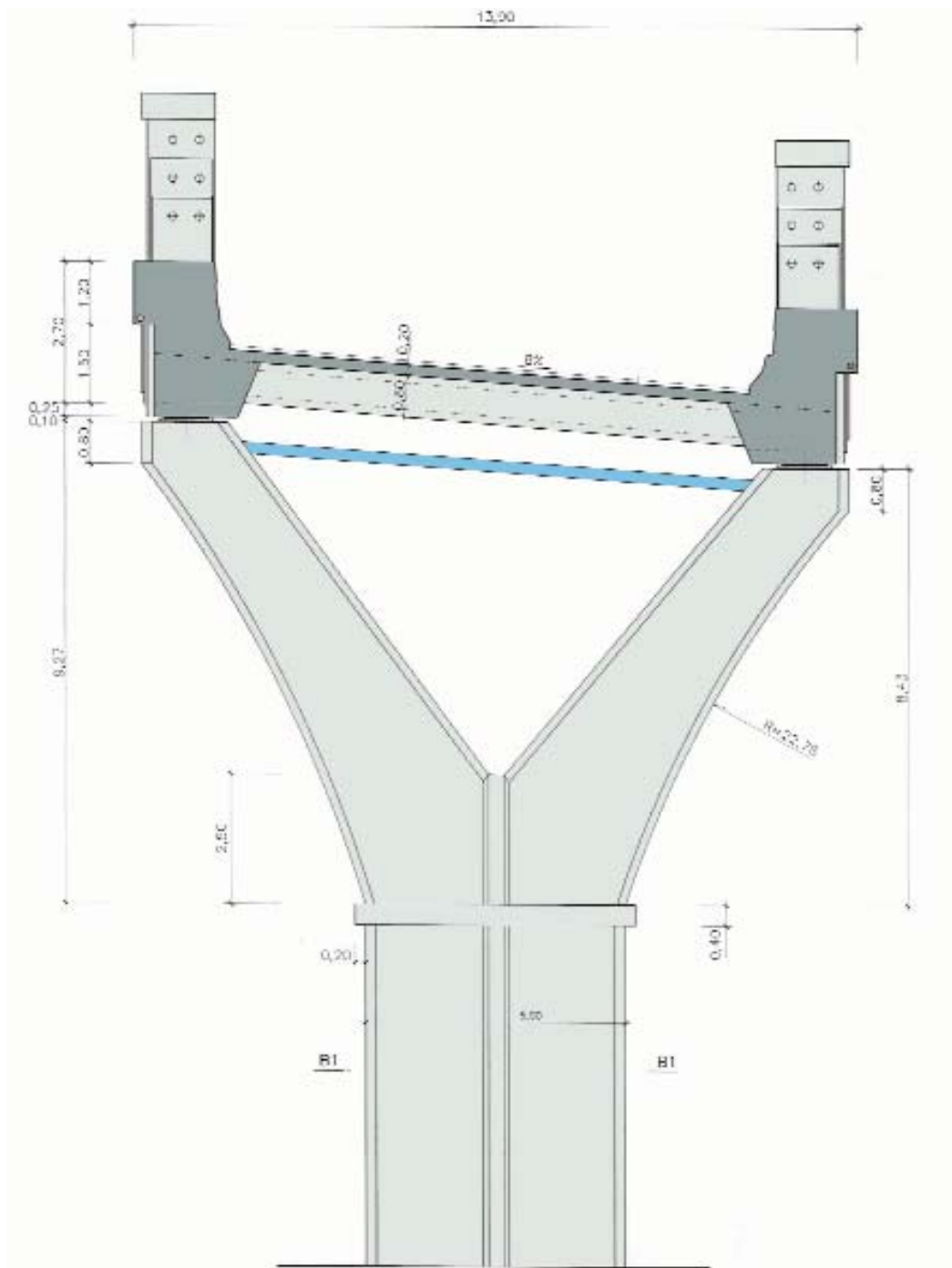


Figura 4. Puente sobre el río Deba. Sección transversal.  
Figure 4. Bridge over the river Deba. Cross section.

overcome led initially to the advisability of coming up with a solution using a certain amount of stays which, in turn, led to studying the different possibilities involving a number of considerations relating to various schemes of cable stayed bridges as shown in figure 5:

a) Concrete deck bridge, classic staying with a multiple stay arrangement. The Brotonne Bridge in France has been reproduced as an example in the scheme shown.

b) Extradosed, cable stayed bridge. The diagram shows the EIPSA designed Teror Bridge in Gran Canaria.

c) Prestressed concrete deck bridge, provided with extradosing in the support areas on piers. The scheme corresponds to the Bridge over the river Deba.

Multiple stayed concrete deck bridges (scheme a) are nowadays an ideal solution for overcoming large spans between 200 and 400 metres, with 400 m having been exceeded in cases which

could be deemed a “record”, to now enter the range of spans in metal cable stayed bridges which have achieved in excess of 800 metres in extraordinary constructions such as the Normandy Bridge in France and the Tataru in Japan.

The height of the pylons, whose dimensions are usually pleasing to the eye in open spaces, stands out in classic cable stayed bridges with a concrete deck. The pylon/main span ratio is usually around 0.20. The deck is characterised by its slenderness and flexibility and normally its dead load and a large part of the live loads are offset by the staying system. The variation in stay tension as against the live loads requires consideration to be given to the consequences deriving from fatigue and, therefore, sizing must be made such that the maximum stress is in the order of 40% of the failing load and in no event must exceed 45%, with which the use made of the steel's strength is less than that usually achieved in other types of structure.

gón provistos de tirantes, que se muestran en la figura 5:

a) Puente con tablero de hormigón, atirantado clásico con disposición de tirantes múltiples. En el esquema mostrado se ha reproducido, a título de ejemplo, el puente de Brotonne, en Francia.

b) Puente atirantado extradosado. En el esquema se ha representado el puente de Teror, en Gran Canaria, proyectado por EIPSA.

c) Puente con tablero de hormigón pretensado, provisto de un extradosado en las zonas de apoyo sobre pilas. El esquema corresponde al puente sobre el río Deba.

Los puentes de tablero de hormigón con tirantes múltiples (Esquema a) constituyen hoy en día una solución idónea para resolver grandes luces comprendidas entre 200 y 400 metros, habiéndose superado los 400 m en casos excepcionales que podrían considerarse “record”, entrando ya en el rango de luces de

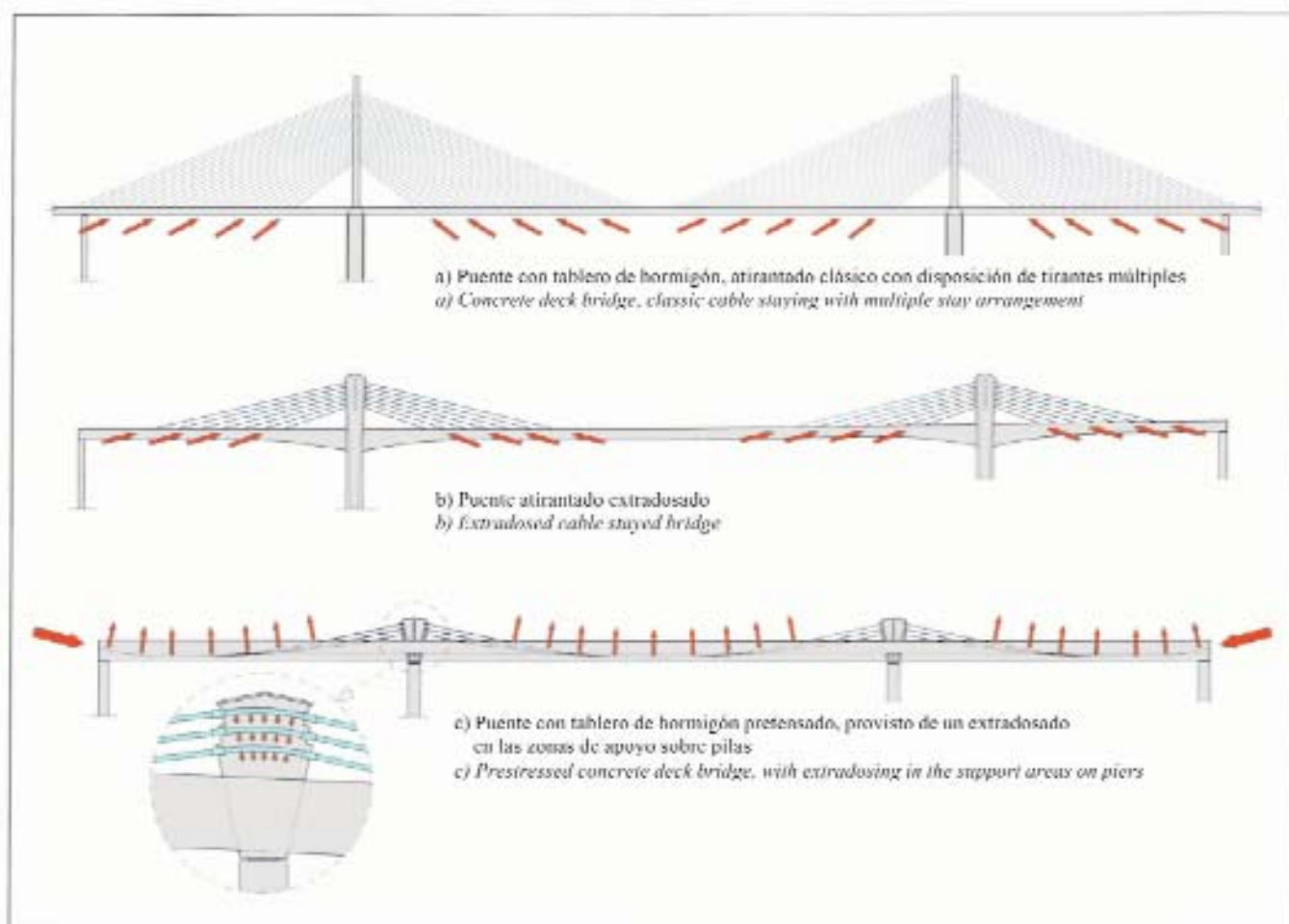


Figura 5. Esquemas de puentes de hormigón provistos de tirantes.  
Figure 5. Schemes of cable stayed concrete bridges.

los puentes atirantados metálicos, que han logrado sobrepasar la luz de 800 metros en obras extraordinarias, tales como el Puente de Normandía, en Francia y Tatara, en Japón.

En los puentes atirantados clásicos con tablero de hormigón destaca la altura de los pilonos, cuyas dimensiones suelen resultar gratas a la vista en espacios abiertos. La relación altura de pilono/ luz principal suele estar en el entorno de 0,20. El tablero de estos puentes se caracteriza por su esbeltez y flexibilidad y normalmente su peso propio y gran parte de las sobrecargas se compensan por el sistema de atirantamiento. La variación de la tensión en los tirantes frente a las sobrecargas exige considerar las consecuencias derivadas de la fatiga, por lo que el dimensionamiento debe hacerse de manera que la máxima tensión sea del orden del 40% de la carga de rotura, no debiéndose superar en ningún caso el 45%, con lo que el aprovechamiento de la capacidad resistente del acero es inferior al que se suele conseguir en otro tipo de estructuras.

Las formas del esquema b), perteneciente a un puente extradosado, difieren sensiblemente del puente atirantado clásico. Se entiende por pretensado extradosado, aquél que es exterior a la sección y sobresale del canto del tablero, ya sea por arriba o por abajo. Estos puentes tienen en común una característica consistente en que su atirantamiento no entra en el tablero, sino que se ancla a él en todos sus puntos de entrada, mientras que en el pilono los tirantes suelen ser pasantes durante construcción y están bloqueados en servicio. El atirantamiento sirve para compensar en gran parte los esfuerzos de peso propio, mientras que las sobrecargas son resistidas por la flexión del dintel. La baja relación altura de pilono/luz del vano hace que la efectividad de los tirantes sea reducida. Sin embargo, la poca variación de tensión de los tirantes permite que éstos sufran menos frente a fenómenos de fatiga y que, por tanto, se puedan aprovechar mejor, llegando a estados de tensión más altos que los permitidos para tirantes convencionales y usando anclajes más sencillos. Normalmente, pueden dimensionarse los tirantes con tensiones de servicio por encima del 60% de la carga de rotura.

La escasa altura de los pilonos, en relación con la dimensión de la luz, proporciona al conjunto un aspecto estético que puede resultar apropiado para los casos en que se desea que la forma que emerge del tablero no entre en competencia con el paisaje circundante. Ello suele ocurrir cuando se trata de cruzar valles en los que se pretende evitar el efecto del impacto visual que se produciría como consecuencia de una excesiva intromisión de elementos artificiales en un conjunto natural. Un pilono de gran altura, característico de un puente atirantado, puede realmente ofrecer un sugestivo panorama en el caso de construirse un puente en un espacio abierto y sin embargo, causar un efecto negativo cuando se sitúa en zonas montañosas o espacios semiurbanos, por el hecho de restar protagonismo a los elementos existentes, bien sean naturales, o edificaciones próximas.

Los viaductos con pretensado extradosado se han venido desarrollando principalmente en los últimos años en Japón, donde cabe destacar el puente de Odawara (Luz máxima: 122 m), el puente de Tsukuhara (Luz máxima: 180 m) y más recientemente, los puentes sobre los ríos Ibi y Kiso (Luz máxima: 272 m). La figura 6 muestra una imagen del puente de Teror, proyectado recientemente por EIPSA, con una disposición de vanos de 54 + 145 + 62 m.

El esquema c), adoptado en el puente sobre el río Deba, corresponde a una

*The shapes in scheme b), belonging to an extradosed bridge, considerably differ from the classic cable stayed bridge. Extradosed prestressing is taken to be that outside the cross section which protrudes from the deck's edge whether above or below. These bridges have a feature in common consisting in their stays not entering the deck but being anchored to it, at all their points of entry whilst stays in the pylon are usually through stays during construction and are blocked in service. Staying serves for largely offsetting dead load stresses whilst live loads are withstood by the deck's bending. The low pylon height/span length ratio makes for a reduced effectiveness of the stays. However, the small variation in the stays' tension allows them to suffer less from fatigue phenomena and, therefore, better use can be made of them, reaching higher tension states than those allowed for conventional stays and using simpler anchorages. Stays can normally be sized with service stress above 60% of the failing load.*

*Low pylons in comparison with the span dimension provides an aesthetic look to the overall unit which may prove suitable for cases where the shape emerging from the deck is required not to compete with the surrounding landscape. This usually occurs when crossing valleys where endeavour is made to prevent the effect of visual impact, which would arise as a result of artificial items excessively interfering in*



Figura 6. Puente de Teror. Atirantado extradosado.  
*Figura 6. Teror Bridge. Extradosed cable stayed bridge.*

a natural scenario. Characteristic of a cable stayed bridge, a very high pylon may actually offer an attractive panorama should a bridge be built in an open space but, however, may cause a negative effect when located in mountain areas or semi-urban spaces because it takes the leading role away from already existing elements, whether natural or nearby constructions.

Viaducts with extradosed prestressing have been developed mainly in Japan over the last few years, where the Odawara Bridge (maximum span of 122 m), the Tsukuhara Bridge (maximum span of 180 m) and, more recently, the Bridges over the rivers Ibi and Kiso (maximum span of 272 m) may be highlighted. Figure 6 shows a picture of the Teror Bridge recently designed by EIPSA, with a span arrangement of 54 + 145 + 62 m.

Adopted in the Bridge over the river Deba, scheme c) corresponds to a different conception of the aforementioned extradosed cable stayed bridges. This is a bending resistant concrete deck arrangement where prestressing runs the deck's whole length, entering and leaving the cross section several times and being anchored only at the ends (Figure 7). Following this same scheme, a precedent may be quoted in J. Tonello's Saint-Remy de Maurienne bridge, with two spans of 52.5 + 48.5 m. In both cases, the cables do not act as stays but as conventional post-tensioning which stress the deck by means of the axial compression force

and the cable's deviation forces. The variation in the steel's stress due to live load action is minimal and, therefore, the risk of fatigue is completely discarded. Tensioning in the Bridge over the river Deba was performed at 70% breaking stress in the cables protruding from the cross section. The remaining inner tendons were tensioned at 75% of the failing load stress in the usual way in post-tensioned structures.

### 3. SOLUTION ADOPTED. DECK WITH EXTRADOSED POST-TENSIONING

The scheme of a conventional cable stayed bridge was discarded in the Bridge over the river Deba for functional and aesthetic reasons. The roadway's plan curvature (radius = 400 m) and the existence of a single carriageway obliged consideration to be given to a type of pier with a "A" scheme, hydraulically incompatible with the river Deba's flow due to its skewed crossing. In addition, the fact that the bridge being designed forms part of a group of junction structures, performed with continuous, varying thickness beams, and of being that with a height closest to the river, advised its not standing out heightwise over its neighbours for aesthetic reasons. This is why it was decided to develop a solution with extradosed prestressing.

Using the scheme as indicated, the maximum thickness achieved in the Bridge over the river Deba under the

concepción distinta de los puentes atirantados extradosados mencionados anteriormente. Se trata de la disposición de un tablero de hormigón, resistente a flexión, en el que el pretensado recorre toda la longitud del tablero, entrando y saliendo de la sección varias veces y anclándose únicamente en los extremos (Figura 7). Siguiendo este mismo esquema, cabe citar un precedente en el puente de Saint-Remy de Maurienne de J. Tonello, con dos vanos de 52,5 + 48,5 m. En ambos casos, los tendones no actúan como tirantes, sino como postesado convencional que solicita al tablero mediante el axil de compresión y las fuerzas de desviación del cable. La variación de tensión en el acero, debida a la acción de las sobrecargas es mínima, por lo que se descarta totalmente el riesgo de fatiga. En el puente sobre el río Deba, el tesado se ha realizado al 70% de la carga de rotura en los tendones que sobresalen de la sección. El resto de tendones interiores se han tesado al 75% de la carga de rotura, en la forma usual de las estructuras postesadas.

### 3. SOLUCIÓN ADOPTADA. TABLERO CON PRETENSADO EXTRADOSADO

El esquema de puente atirantado convencional fue descartado en el puente sobre el río Deba por razones funcionales y estéticas. La curvatura en planta de la plataforma (Radio = 400 m) y la existencia de una sola calzada obligaba a la consideración de una tipología de pila

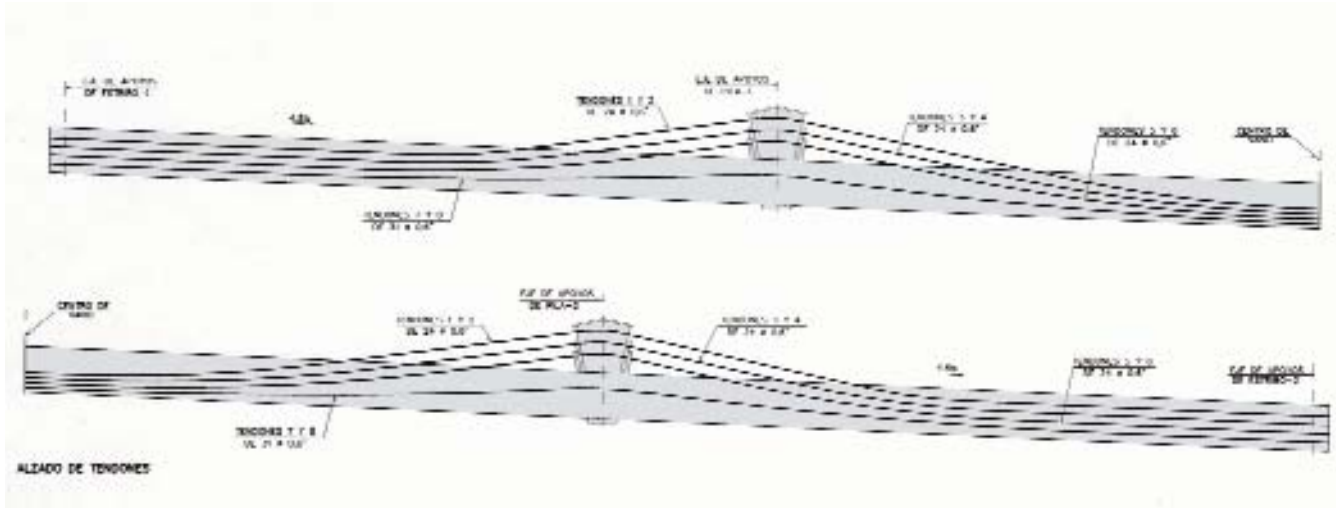


Figura 7. Puente sobre el río Deba. Esquema de pretensado longitudinal.  
Figure 7. Bridge over the river Deba. Scheme of longitudinal prestressing.



Figura 8. Tablero del Puente sobre el río Deba. Vista superior.

Puede apreciarse la disposición de los pilonos, que soportan el pretensado extradosado y la forma de los nervios longitudinales, que sirven de protección exterior de la calzada.

Figure 8. Deck of the Bridge over the river Deba. Top view.

The pylon arrangement supporting the extradosed prestressing and the shape of the longitudinal ribs acting as outside protection for the carriageway can be seen.

con esquema en “A”, incompatible hidráulicamente con el flujo del río Deba, debido a su cruce esviado. Además, el hecho de que el puente objeto del proyecto forma parte de un conjunto de estructuras del enlace, resueltas con vigas continuas de canto variable y de ser la de cota más cercana al río, aconsejaba por razones estéticas el no destacar en altura frente a sus vecinas. Por tanto, se decidió desarrollar una solución con pretensado extradosado.

Con el esquema indicado, en el puente sobre el río Deba se ha conseguido que el espesor máximo existente bajo la capa de rodadura sea menor de 1,05 m, resolviendo el problema de gálibo estricto sobre la Carretera N-634 (Bilbao-San Sebastián). Las barreras de seguridad están embebidas en sendos nervios longitudinales, en forma de grandes vigas continuas de tres vanos. Coincidiendo con la posición de los apoyos intermedios, sobresalen unos pilonos que soportan el pretensado extradosado (Figura 8). La solución, cuyas especiales características están obligadas por la circunstancia de gálibo, aporta el atractivo formal derivado de su singularidad.

#### 4. TABLERO

La sección transversal del tablero está formada por una viga artesa compuesta

por dos nervios longitudinales de 2,70 m de canto, realizados in situ, en los que se empotran unas vigas transversales prefabricadas que soportan la acción directa del tráfico. Sobre las vigas longitudinales, y coincidente con el eje de pilas, se disponen unos pilonos que sirven de elementos desviadores del pretensado extradosado (Figura 9).

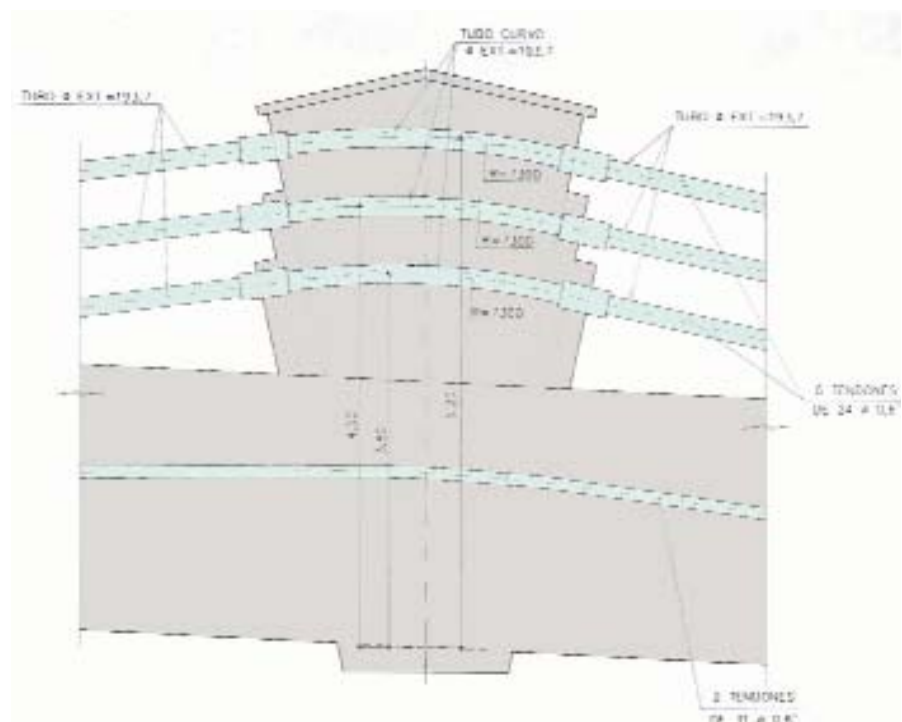


Figura 9. Esquema del paso del pretensado extradosado por el interior del pilono.  
 Figure 9. Scheme of the extradosed prestressing passing through the inside of the pylon.

roadway level is less than 1.05 m, thus solving the strict clearance problem over the N-634 road (Bilbao – San Sebastián). The safety barriers are embedded in longitudinal ribs in the shape of large continuous three span beams. Coinciding with the position of the intermediate supports, pylons protrude supporting the extradosed prestressing (Figure 8). The solution, whose special features are compelled by the clearance issue, provides an attractive shape deriving from its uniqueness.

#### 4. DECK

The deck's cross section is formed by a trough beam made up of two in-situ made 2.70 m thick longitudinal ribs into which prefabricated cross beams are embedded, which support the traffic's direct load. Pylons acting as extradosed prestressing deviation items are arranged on the longitudinal beams, coinciding with the pier centre-lines (Figure 9).

The deck's cross width is 13.90 m at its top and the roadway's width, 10.50 m. The safety barriers are embedded in the longitudinal ribs, which at the bottom, reproduce the New Jersey inside profile.



Figura 10. Vigas prefabricadas transversales, colocadas sobre el encofrado inferior de los nervios longitudinales. En una fase de construcción posterior, el extremo de las vigas quedará en el interior de la masa de hormigón de los nervios longitudinales.  
 Figure 10. Prefabricated cross beams placed on the bottom formwork of the longitudinal ribs. The end of the beams will remain inside the longitudinal ribs' concrete mass in a subsequent construction phase.



Figura 11. Prelsas.  
 Figure 11. Preslabs.

*A slab floor formed by 0.66 m thick prefabricated concrete beams and a 0.20 m thick reinforced concrete slab were used to make the roadway located between the two longitudinal beams. The prefabricated beams (Figure 10) with a rectangular cross section 0.40 m wide are placed every 2.00 m and are prestressed. The 0.20 m thick slab is formed by prefabricated pre-slabs on which in situ concreting is subsequently*

*performed to provide continuity to the roadway. The pre-slabs are formed by a 6 centimetre thick flat concrete bottom supplemented by a spatial structure of welded reinforcing bars (Figure 11).*

*Stronger cross beams are arranged on the piers to absorb pylon transmitted loads. These in situ concreted beams have a 1.80 x 0.80 m cross-section and are post-tensioned with 15  $\phi$  0.6" cables.*

El ancho transversal del tablero es de 13,90 m en su parte superior y el ancho de calzada, 10,50 m. Las barreras de seguridad están embebidas en los nervios longitudinales que reproducen, en su parte baja, el perfil interior de la New Jersey.

Para constituir la plataforma de rodadura, situada entre las dos vigas longitudinales, se dispone un forjado formado por unas vigas prefabricadas de hormigón, de 0,66 m de canto y una losa de hormigón armado de 0,20 m de espesor. Las vigas prefabricadas (Figura 10) con sección rectangular de ancho 0,40 m, se disponen cada 2,00 m y están pretensadas con armaduras pre-tensas. La losa de 0,20 m de espesor está constituida por unas prelasas prefabricadas sobre las que posteriormente se hormigona in situ para dar continuidad a la plataforma. Las prelasas están formadas por un fondo plano de hormigón, de 6 centímetros de espesor, complementado por una estructura espacial de redondos electrosoldados (Figura 11).

Sobre las pilas se disponen unas vigas transversales más potentes para poder absorber los esfuerzos transmitidos por los pilonos. Estas vigas, hormigonadas in situ, tienen una sección transversal de 1,80 x 0,80 m y están postesadas con tendones de 15  $\phi$  0,6" .

En la figura 12 se puede observar el artesonado formado por el conjunto de los nervios longitudinales, las vigas transversales y la losa superior, que ofrece una agradable visión de la parte inferior del tablero.

## 5. PRETENSADO DE VIGAS LONGITUDINALES

El pretensado de cada una de las dos vigas longitudinales está formado por 3 pares de tendones de 24  $\phi$  0,6" de pretensado extradosado y 1 par de tendones de 31  $\phi$  0,6" convencionales, estos últimos situados en el interior de la viga en toda su longitud (Figura 7).

El pretensado extradosado es no adherente en toda su longitud, estando cada tendón formado por torones mono-protegidos dentro de una vaina de polietileno en la zona que discurre por el interior del tablero. Por la zona exterior



Figura 12. Aspecto del tablero, visto por la parte inferior.  
Figure 12. Appearance of the deck, seen from underneath.

y en el interior del pilono, los conductos están formados por tubos metálicos. Estos tendones han sido tesados al 70% de la carga de rotura, puesto que como se ha indicado anteriormente, no sufren prácticamente variación alguna de tensión frente a sobrecargas. El pretensado extradosado es plenamente sustituible en cualquier momento. Por otro lado, el pretensado convencional es adherente y está en el interior de la sección en todo el tablero. Este pretensado se ha tesado al 75% de la carga de rotura.

Todos los tendones, tanto los extradosados como los convencionales, son continuos en toda la longitud de la viga, habiéndose dispuesto anclajes activos en los extremos, situados en los estribos del puente (Figura 13).

Desde el punto de vista de cálculo, cabe resaltar que el efecto del momento hiperestático de pretensado es el contrario del usual en puentes continuos de tres vanos. En este tablero, su aportación es favorable en centro de vano, mientras que en secciones de pilas reduce el efecto de la mayor excentricidad del pretensado en los pilonos.

En la figura 14 se ha representado un resumen de los valores más representativos obtenidos durante el proceso de cálculo. Las magnitudes indicadas corresponden a la verificación de una de las dos grandes vigas continuas laterales del tablero. Se ha indicado la fuerza de pretensado, a tiempo infinito, junto con los correspondientes momentos resultantes (hiperestático e isostático).

Figure 12 shows the trussing formed by the group of longitudinal ribs, the cross beams and the top slab, offering a pleasing view of the deck's bottom.

## 5. LONGITUDINAL BEAM POST-TENSIONING

The post-tensioning of each of the two longitudinal beams is formed by 3 pairs of 24  $\phi$  0.6" extradosed tendons and 1 pair of conventional 31  $\phi$  0.6" tendons, the latter located inside the beam along its whole length (Figure 7).

The extradosed tendons are not bonded along its whole length, and each tendon is formed by unbonded strands inside a polyethylene duct in the area running along the inside of the deck. Ducts are formed by metal tubes in the outside area and inside the pylon. These cables have been tensioned to 70% of the failing load since, as was pointed out earlier, they undergo practically no variation in tension to live loads. The extradosed pre-stressing is fully replaceable at any time. Moreover, conventional pre-stressing is adherent and is inside the cross section in the whole deck. This post-tensioning was tensioned to 75% of the failing load.

All tendons, both extradosed and conventional, are continuous over the whole length of the beam with active anchorages having been arranged at the ends, located in the bridge's abutments (Figure 13).

From the calculation point of view, it is worth mentioning that the effect of the



Figura 13. Anclajes de pretensado en un extremo del tablero. En la imagen de la izquierda, con el conjunto de tendones en fase de tesado. En la imagen de la derecha, protección exterior de los anclajes de pretensado extradosado.  
Figure 13. Prestressing anchorages at one end of the deck. In the left hand picture, with the group of cables in the tensioning phase. In the right hand picture, outside protection of the extradosed prestressing anchorages.

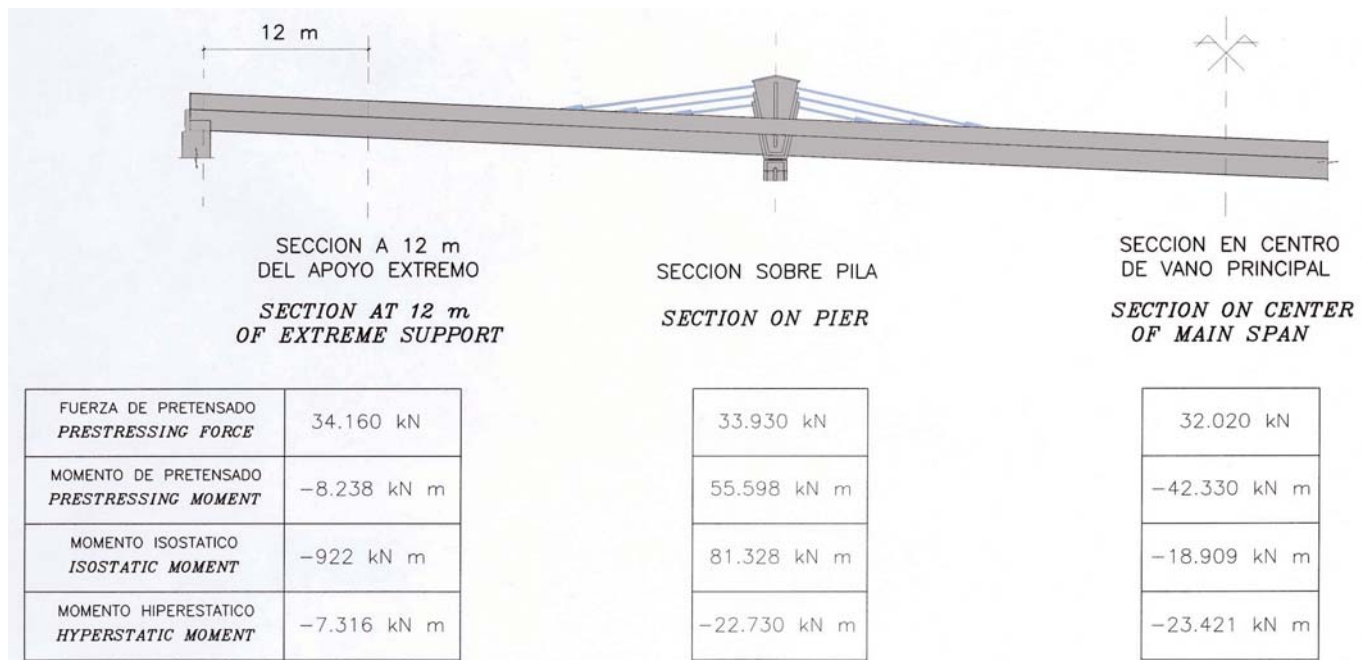


Figura 14. Efecto del pretensado longitudinal en el tablero.  
Figure 14. Longitudinal prestressing effect on the deck.

pre-stressing's hyperstatic moment is the opposite of the usual in continuous, three span bridges. Its contribution in this deck is favourable at the span centre whilst in pier cross-sections it reduces the effect of the prestressing's greater eccentricity in the pylons.

Figure 14 shows a summary of the most representative values obtained during the calculation process. The magnitudes given correspond to the verification of one of the two large, continuous deck side beams. The infinite time prestressing force together with the pertinent moments resulting (hyperstatic and isostatic) are shown.

The hyperstatic prestressing moment at the centre of the intermediate span proves favourable and tends to diminish the exterior moment of dead load + live loads acting on the section. It is also favourable in the side spans and, in addition, the relatively small value of the isostatic moment vis-à-vis the hyperstatic is to be stressed. The hyperstatic moment considerably reduces the value of the overall prestressing moment in the section located on the piers.

The use of extradosed pre-stressing enabled the strict clearance problems to be solved and the concrete deck to be built with a degree of slenderness much

greater than would have resulted should a continuous concrete span have been built with conventional pre-stressing. To this must be added the resources the system provided to the structural design and to the creation of eye pleasing shapes.

The existence of a geometric peculiarity deriving from the roadway's plan curvature (radius = 400 m), longitudinal slope (4.5 %) and bank (8 %), associated with the fact that the pylons were arranged in a vertical position, was taken into account in assessing the stresses deriving from the deviation forces of the extradosed pre-stressing's tendons in the areas the pylons cross through. There are 4 apparently equal pylons in the bridge but, however, due to the geometric differences caused by the alignment, the force the extradosed pre-stressing produces on the structure is notably different.

The friction losses of the extradosed tendons in the area where passing through the pylons may be assimilated to horizontal component forces, the effect of which on the overall structure is considerable, as could be deduced from calculation.

Figure 15 shows a simplified diagram of the effect the friction losses produce in

En el centro del vano intermedio, el momento hiperestático de pretensado resulta favorable y tiende a disminuir el momento exterior de peso propio + sobrecargas que actúa sobre la sección. En los vanos laterales, resulta asimismo favorable y cabe destacar además el valor relativamente pequeño del momento isostático frente al hiperestático. En la sección situada sobre las pilas, el momento hiperestático reduce considerablemente el valor del momento total del pretensado.

La utilización del pretensado extradosado ha permitido solucionar los problemas de gálibo estricto y construir el tablero de hormigón con un grado de esbeltez mucho mayor que el que hubiese resultado en caso de disponer un tramo continuo de hormigón con pretensado convencional. A ello hay que añadir los recursos que ha aportado el sistema al diseño estructural y a la creación de formas agradables a la vista.

La existencia de una peculiaridad geométrica derivada de la curvatura en planta de la plataforma (Radio = 400 m), pendiente longitudinal (4,5%) y peralte transversal (8%), asociada al hecho de que los pilonos se han dispuesto en posición vertical, ha sido tenida en cuenta en la valoración de los esfuerzos derivados de las fuerzas de desviación de los ten-



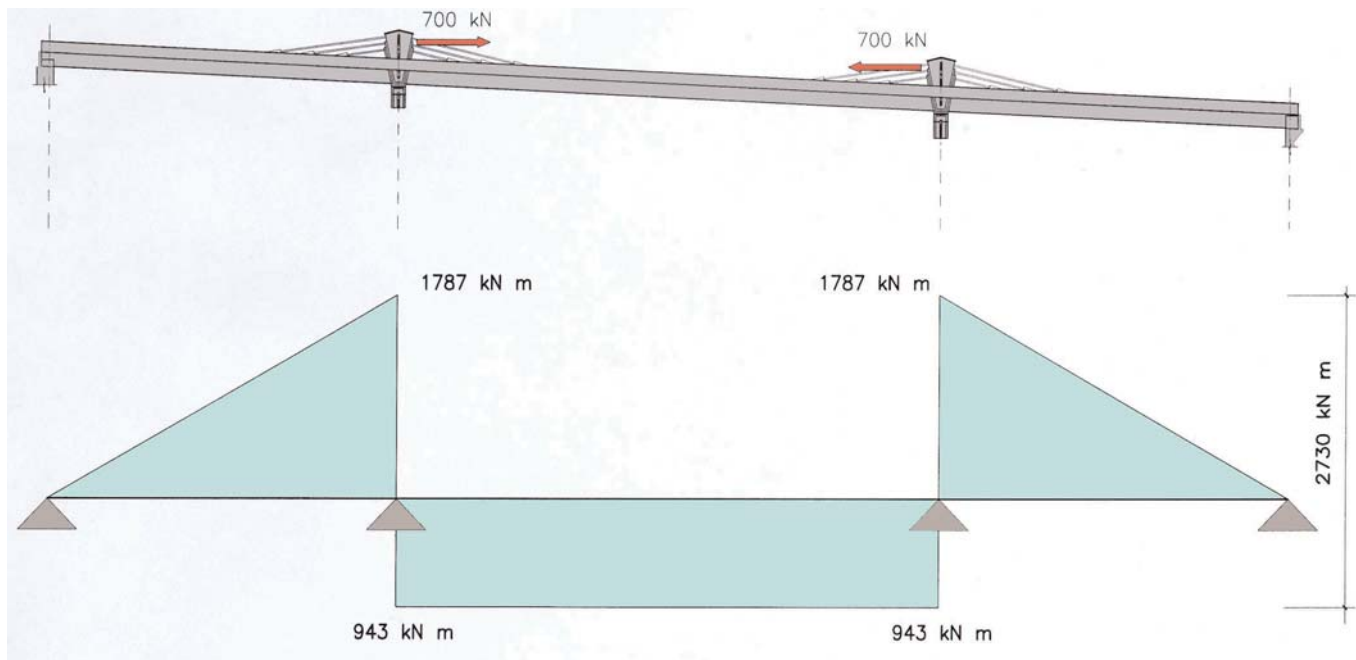


Figura 15. Efecto de las pérdidas por rozamiento existentes en los tubos desviadores situados en el interior de los pilonos.  
Figure 15. Effect of friction losses existing in the diverting pipes located inside the pylons.

dones del pretensado extradosado en las zonas en que atraviesan los pilonos. En el puente existen 4 pilonos aparentemente iguales y sin embargo, debido a las diferencias geométricas motivadas por el trazado, la acción que el pretensado extradosado produce sobre la estructura es notablemente distinta.

Las pérdidas de rozamiento de los tendones extradosados en la zona de paso por los pilonos son asimilables a unas fuerzas de componente horizontal, cuyo efecto sobre el conjunto de la estructura es notable, según ha podido deducirse del cálculo.

En la figura 15 se representa un esquema simplificado del efecto que producen las pérdidas de rozamiento en el conjunto de los tubos desviadores dispuestos en el interior de los pilonos.

Las pérdidas por rozamiento, consideradas aisladamente, se han asimilado a una carga horizontal y se ha indicado el esfuerzo que genera en una de las vigas continuas laterales del tablero. Una pérdida de pretensado del orden del 2 % representa un incremento total de momento sobre el apoyo igual a 2730 kNm, que se reparte en los vanos adyacentes en la forma representada en la figura.

Una desviación en las previsiones del valor de las pérdidas por rozamiento podría producir esfuerzos de importancia no deseados, por lo que se ha estimado

oportuno disponer de un procedimiento apropiado para evaluar dichas pérdidas, controlar y modificar el efecto de las mismas, a fin de que las diferencias de tensión de cada tendón en ambos lados del pilono no supere el 5%, que es la diferencia que se ha estimado admisible de acuerdo con las previsiones del cálculo.

Se ha utilizado un sistema capaz de realizar sucesivos tesados y destesados de tendones, al objeto de conseguir que la diferencia de tensión en ambas partes de cada pilono no supere el valor establecido del 5%. Para controlar la tensión en los tendones, durante las fases de tesado, se han practicado unas aberturas en las zonas situadas fuera de la sección (Figura 16), en las que se han montado unas bandas extensométricas destinadas a conocer en todo momento el estado tensional en algunos de los cordones de cada tendón. Con el objeto de poder realizar eficazmente las operaciones sucesivas de tesado y destesado parcial, los anclajes de los tendones extradosados han estado provistos de rosca (Figura 17).

## 6. PILAS

Cada pila tiene forma de "Y", siendo esta disposición la apropiada para recibir en sus extremos, separados 11,90 m, las cargas de las vigas longitudinales (Figura 18).

*the overall diverting pipes arranged inside the pylons.*

*Considered separately, friction losses have been assimilated to a horizontal load and the force it generates on one of the continuous deck side beams has been shown. A prestressing loss in the order of 2 % represents a total increase in the moment on the support equal to 2730 kNm, which is distributed over the adjacent spans in the form as represented in the figure.*

*A deviation in the forecasts of the value of friction losses could produce major, undesired stresses which is why it was thought advisable to avail of an appropriate procedure to evaluate such losses, control and modify their effect, in order for differences in the tension of each tendon on both sides of the pylon not to exceed 5%, which is the difference estimated as admissible according to the calculation provisions.*

*A system able to make successive tendon tensionings and detensionings was used with the purpose of having the difference in force in both parts of each pylon not to exceed the value of 5% as established. Openings were made in the areas located outside the cross section to monitor the tensile stress during the tensioning phases (Figure 16). Strain gauges were fitted in these openings*



Figura 16. Abertura de los tendones de pretensado extradosado. En la imagen de la derecha puede observarse la zona en que se ha eliminado provisionalmente la protección individual de los cordones, a fin de situar las bandas extensométricas para control de tensiones durante el proceso de tesado.

Figure 16. Extradosed prestressing cable opening. The area where the individual strand protection has been provisionally removed in order to locate strain gauges to monitor stresses during the tensioning process can be seen in the right hand picture.



Figura 17. Anclajes de pretensado provistos de rosca. Montaje de una cabeza de anclaje, tras el enfilado de cordones.

Figure 17. Threaded prestressing anchorages. Fitting an anchorage head behind the strand run.

earmarked to knowing at all times what the tension status in some of the strands of each tendon was. The extradosed tendon anchorages were provided with a thread with the object of efficiently performing the successive partial tensioning and detensioning operations (Figure 17).

## 6. PIERS

Each pier is "Y" shaped and this arrangement is the appropriate one

for receiving the longitudinal beam loads at its ends, separated 11.90 m (Figure 18).

The pier is horizontally stayed at its top by means of three metal tubes anchored at its ends (Figure 19), acting as a passive reinforcement during the first construction phase to support the deck's dead load. The tubes forming the tie system are formed by 490 N/mm<sup>2</sup> breaking stress steel and each one has an outside diameter of 219 mm and is 25 mm thick.

La pila se encuentra atirantada horizontalmente en su parte superior por medio de tres tubos metálicos anclados en sus extremos (Figura 19), que actúan como armadura pasiva durante la primera fase de construcción para soportar el peso propio del tablero. Los tubos que forman el sistema de atirantamiento están formados por acero de 490 N/mm<sup>2</sup> de tensión de rotura y cada uno de ellos tiene un diámetro exterior de 219 mm y 25 mm de espesor.

En el momento de descimbrar el tablero, debido al peso propio, el axil calculado en el conjunto de los tres tirantes ha sido resistido enteramente por los tubos, funcionando como armaduras pasivas, con una tensión de tracción de 141 N/mm<sup>2</sup>.

Posteriormente se han enfilado unos cordones de pretensado en cada tubo por el paramento exterior de la pila (Figura 20), constituyendo en el interior de cada tubo un tendón de 15 Ø 0,6". Se ha procedido al tesado en cada extremo, de tal forma que ha quedado compensado el alargamiento inicial del acero pasivo. Con ello, los fustes inclinados de las pilas han quedado exclusivamente sometidos a esfuerzos de compresión centrada debido a la actuación del peso propio del tablero. Una vez inyectado el espacio libre por el interior de los tubos, han quedado constituidos unos tirantes con un gran margen de seguridad frente a las sobrecargas de tráfico en el tablero y al mismo tiempo, debido al tesado previo, sin los inconvenientes en la estructura de hormigón que se hubiesen derivado del efecto de la elongabilidad de los tirantes.

La sección metálica que soporta el esfuerzo axil debido a las sobrecargas



Figura 18. Aspecto de una de las pilas.  
Figure 18. Appearance of one of the piers.



Figura 19. Detalle de la zona de apoyo del tablero sobre las pilas.  
Pueden apreciarse los tres tubos de atirantamiento transversal.  
Figure 19. Detail of the deck support area on the piers.  
The three cross stay tubes can be seen.

es la suma del área de los tubos más la de los tendones de pretensado que están dispuestos en su interior. La sobreten-sión de tracción en el acero debida al efecto de las sobrecargas es muy pequeña ( $21 \text{ N/mm}^2$ ), así como el efecto de la elongación de los tirantes. El con-

junto formado por los fustes inclinados y por los tirantes horizontales constitu-idos por la asociación de tubo estructural más tendón de pretensado se encuentra en óptimas condiciones estructurales para resistir las acciones normales en fase de servicio.

The axial force calculated in the group of three stays at the time when the deck's centering was struck was fully withstood by the tubes, working as passive reinforcements, with a  $141 \text{ N/mm}^2$  tensile stress.

A pre-stressing cable was then placed into each tube along the pier's outside face (Figure 20), making a cable of  $15 \text{ } \varnothing 0.6''$  inside each tube. Tensioning was performed at each end, such that the initial elongation of the passive steel was offset. The inclined pier shafts were thus exclusively subjected to centered compression stresses due to the action of the deck's dead load. Once the free space had been injected inside the tubes, stays resulted with a high safety margin as to traffic live loads on the deck and, at the same time, due to the prior tensioning, without the disadvantages in the concrete structure, which would have derived from the effect of the ties' elongability.

The metal cross section withstanding the axial stress due to live loads is the sum of the area of the tubes plus the prestressing cables arranged inside. The tensile overstress in the steel due to the effect of the live loads is very small ( $21 \text{ N/mm}^2$ ), as is the effect of the stays' elongation. The unit formed by the inclined shafts and by the horizontal ties formed by the association of a structural tube plus pre-stressing cable is in optimum structural conditions for withstanding loads in the service phase.

## 7. ABUTMENTS

The closed type abutments receive the load from the longitudinal beams and the space necessary for cable tensioning and inspection was taken into account in them. The foundations are direct and neoprene-teflon bearings were arranged for allowing for the deck's longitudinal movements.

## 8. CONSTRUCTION

The deck was built on two lanes of centering, one under each longitudinal beam. The prefabricated beams were supported on them in a first phase and



Figura 20. Detalle de la zona superior de una pila en proceso de construcción. Pueden apreciarse los extremos salientes de los tendones, que discurren por el interior de los tubos metálicos

Figure 20. Detail of the top area of a pier in the construction process. The emerging ends of the cables running inside the metal tubes can be seen.

the preslabs on the beams. Each stretch of central slab was in situ concreted, prior to building the side beams. The deck's construction was divided into several phases, and the result was a structure with a continuous reinforced concrete beam scheme supported on provisional



Figura 21. Tablero en fase de construcción. Vista inferior.  
Figure 21. Deck in the construction phase. Bottom view.

## 7. ESTRIBOS

Los estribos, que son de tipo cerrado, reciben la carga de las vigas longitudinales y en ellos se ha tenido en cuenta el espacio necesario para las operaciones de tesado y de inspección de los tendones. La cimentación es directa y se han dispuesto apoyos de neopreno-teflón para permitir desplazamientos longitudinales del tablero.

## 8. CONSTRUCCIÓN

La construcción del tablero se ha realizado sobre dos carriles de cimbras, uno bajo cada viga longitudinal. En ellos se han apoyado en primera fase las vigas prefabricadas y sobre éstas, las prelosas. Cada tramo de losa central se ha hormigonado in situ, previamente a la ejecución de las vigas laterales. La construcción del tablero se ha dividido en varias fases, resultando una estructura con esquema de viga continua de hormigón armado apoyada en torretas provisionales con luces máximas de 22 m (Figuras 21 y 22). El descimbrado de esta estructura se ha producido automáticamente al tesar las vigas laterales. Por último, antes de la pavimentación se ha procedido a tesar los tendones de las pilas, tal como se ha indicado anteriormente.

## 9. REALIZACIÓN DE LA OBRA

La obra de la Autopista ha sido gestionada por la Diputación Foral de Gui-



Figura 22. Tablero en fase de construcción. Vista lateral.  
Figure 22. Deck in the construction phase. Side view.

púzcoa, representada por D. Luis de los Mozos, actuando como Dirección de la Obra, la Empresa Prointec.

El conjunto de la obra del Enlace de Málzaga ha sido realizado por una Unión Temporal de las Empresas Galdeano, Moyúa, Murías, Altuna y Uría.

La estructura del Puente sobre el río Deba ha sido construida por la Empresa Puentes y Calzadas. El pretensado ha sido aportado por Mekano4.

El ramal de la Autopista que discurre sobre el puente sobre el río Deba ha sido puesto en servicio en diciembre de 2003.

towers with maximum spans of 22 m (Figures 21 and 22). The centering of this structure was struck automatically when tensioning the side beams. Finally, as stated earlier, the pier ties were tensioned before paving.

## 9. WORK PERFORMANCE

The Motorway work was managed by the Guipúzcoa Provincial Council represented by Mister Luis de los Mozos, with Prointec acting as Site Manager.

The overall Málzaga Junction work was carried out by a Joint Venture involving the Galdeano, Moyúa, Murías, Altuna and Uría Companies. The structure of the Bridge over the river Deba was built by the Puentes y Calzadas Company. Mekano4 provided pre-stressing.

The Motorway branch running over the river Deba bridge came into service in December, 2003.





# De la necesidad de mejorar el ensayo normalizado de adherencia en estructuras pretensadas de armadura pretesa

## *The need to enhance the standard test to determine bond properties of pretensioned concrete structures*

◆  
**Cristina Vázquez Herrero**

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Profesora Titular de Universidad, Área de Ingeniería de la Construcción. Universidad de La Coruña

◆  
**Fernando Martínez Abella**

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Catedrático de Universidad, Área de Ingeniería de la Construcción. Universidad de La Coruña

### RESUMEN

La adherencia entre el hormigón y las armaduras es necesaria para garantizar un correcto comportamiento estructural. Actualmente, la EHE (1998) establece (Art. 67.4º) que las longitudes de transmisión y anclaje de la armadura pretesa se determinarán en general de forma experimental. El ensayo UNE 7-436-82 permite determinar la longitud de transmisión, pero este ensayo no evalúa la adherencia en la totalidad de la longitud de anclaje. Este artículo se centra en el establecimiento de las bases de un ensayo representativo y económico que permita estudiar la adherencia de elementos pretensados. Para ello se efectúa un análisis crítico de los diferentes ensayos planteados en la bibliografía y en las diferentes normativas, y de su grado de representatividad. Finalmente se sugieren las características que debería cumplir un futuro ensayo normativo, que permita caracterizar la zona de transmisión y complementaria a tracción (*flexural bond length*) de los elementos pretensados de armadura pretesa.

**PALABRAS CLAVE.** *hormigón, pretensado, armadura pretesa, anclaje, adherencia, ensayo*

### SUMMARY

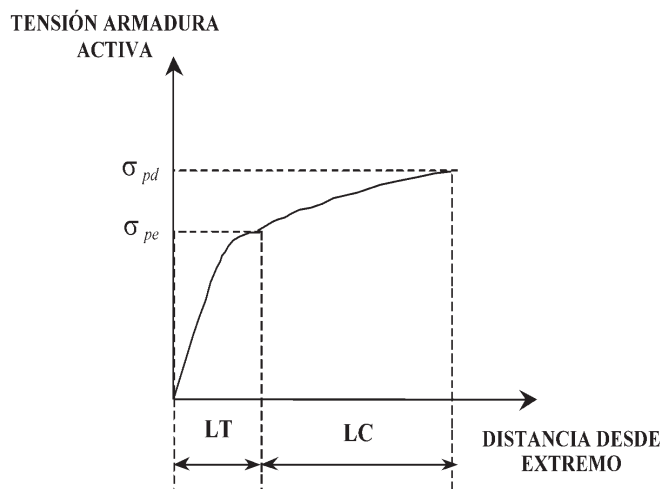
*Bond between concrete and prestressing strand is essential to guarantee the correct structural behavior of the pretensioned concrete elements. At present Spanish Standard EHE (1998) establishes that transfer length and development length must be determined experimentally. However there is*

*not a standard procedure to measure bond performance along the development length. In this article the basis of a new standard and economic test is discussed, which allows determination of bond properties of prestressing strand. A critical review of the different existing experimental procedures is done. Finally the general characteristics of a future standard test are established, in order to characterize bond properties along both transfer length and flexural bond length of pretensioned concrete elements.*

**KEYWORDS:** *concrete, prestressed, pretensioned, reinforcement, bond, test*

### 1. EL ESTADO LÍMITE ÚLTIMO DE ANCLAJE EN LA NORMATIVA ESPAÑOLA

La adherencia en hormigón pretensado con armadura pretesa se manifiesta de dos formas diferentes. Por una parte es la responsable de garantizar la transmisión de la fuerza de pretensado. Por otra se constata que, durante el período de servicio de la estructura, los tendones experimentan un aumento de su tensión debido al gradiente de momentos flectores originado por la actuación de las acciones exteriores: aquí también el papel de la adherencia es crucial para asegurar la capacidad resistente de la estructura, garantizando el correcto anclaje de las armaduras activas. Por todo ello es fundamental el estudio de la distribución de la tensión de adherencia a lo largo del elemento pretensado, tanto de su magnitud como de la zona a lo largo de la cual se desarrolla (longitud de anclaje), dado que condiciona el correcto funcionamiento estructural.



$LT$  = longitud de transmisión

$LC$  = longitud complementaria a tracción (flexural bond length)

$\sigma_{pe}$  = tensión de la armadura activa transferida al hormigón

$\sigma_{pd}$  = tensión de cálculo de la armadura activa traccionada

Figura 1. Longitud de anclaje (1).

La Instrucción EHE-1998 (2) propone la determinación experimental de la longitud de anclaje y de la de transmisión (Artículo 67.4). La longitud de anclaje se define como la necesaria para garantizar la resistencia del anclaje por adherencia, hasta la rotura del acero. Esto plantea una serie de problemas:

- La definición de longitud de anclaje no es coherente con el planteamiento de los Estados Límite Últimos (ELUs): en el correspondiente a solicitaciones normales la tensión de la armadura activa será de la de cálculo.
- Actualmente no existe ningún ensayo normalizado en España para comprobar la adherencia de los cordones de pretensado a lo largo de la longitud de anclaje. Estos ensayos se hacen necesarios para:
  - Explorar el comportamiento de los elementos pretensados al reducir la edad de transferencia, lo que incide directamente en la productividad de las empresas de prefabricados.
  - Estudiar la posibilidad de fabricar elementos prefabricados pretensados con materiales alternativos: armaduras pretensas no metálicas, hormigones no convencionales,...

Para determinar experimentalmente la longitud de anclaje, tal como se define en la EHE-1998 (2), habría que diseñar un dispositivo y método de ensayo de elementos pretensados a flexión o a tracción que provocara la rotura de la armadura activa traccionada. Esto se podría conseguir ensayando elementos a tracción o a flexión simple (o a una combinación de ambas). El primero de los métodos presenta las dificultades inherentes a la transmisión de tracciones al elemento pretensado de armadura pretensa. Por otra parte, el ensayo de elementos pretensados a flexión simple, para alcanzar el agotamiento de la armadura activa, exige que estos presenten un canto elevado, máxime en el caso de los cordones de pretensado de gran diámetro.

## 2. DEFINICIÓN DE LONGITUD DE ANCLAJE. ZONAS QUE LA COMPONEN

### 2.1. Definición de la longitud de anclaje

Creemos que la longitud de anclaje se podría redefinir como “la longitud medida a partir del extremo adherente de la arma-

dura activa, necesaria para garantizar la resistencia del anclaje por adherencia, hasta alcanzar la tensión de cálculo”. Realmente la longitud de anclaje dependerá del dominio de rotura de la viga (Figura 1): por ejemplo, en dominio 3, es suficiente con garantizar el anclaje de la fuerza correspondiente al límite elástico del pretensado. Interesa, de cara a la satisfacción de los ELUs, conocer la cota superior de la longitud de anclaje, puesto que condiciona la capacidad resistente de las estructuras pretensadas (3).

### 2.2. Definición de la longitud de transmisión

Se define longitud de transmisión (que denominaremos en adelante  $LT$ ) (EHE, Art. 67) como “la necesaria para transferir al hormigón por adherencia la fuerza de pretensado introducida en dicha armadura”. La determinación experimental de la longitud de transmisión real de un elemento pretensado es complicada puesto que:

- La medida de las deformaciones sobre el tendón de pretensado mediante galgas extensométricas afecta a la adherencia, por lo que, razonablemente, el número de éstas se ve limitado.
- Si efectuamos medidas de la deformación del hormigón en los paramentos de la pieza, la longitud de transmisión obtenida será superior a la real, por el efecto Saint Venant. Realmente estaremos obteniendo una cota superior de la longitud de transmisión (que denominaremos longitud de transmisión aparente).
- En elementos pretensados de pretensado centrado la longitud de transmisión aparente se determina de manera sencilla, por ejemplo mediante el ensayo UNE 7-436-82. Este ensayo consiste en fabricar un elemento pretensado al que se le adhieren antes de la transferencia unos discos de extensometría, a fin de determinar las deformaciones longitudinales del hormigón. De esta forma, tomando medidas periódicamente se determinan las deformaciones totales del hormigón a partir de la transferencia de pretensado. Una vez calculadas éstas, se obtienen curvas como las que aparecen representadas en la Figura 2, en las que se puede diferenciar claramente el tramo de defor-



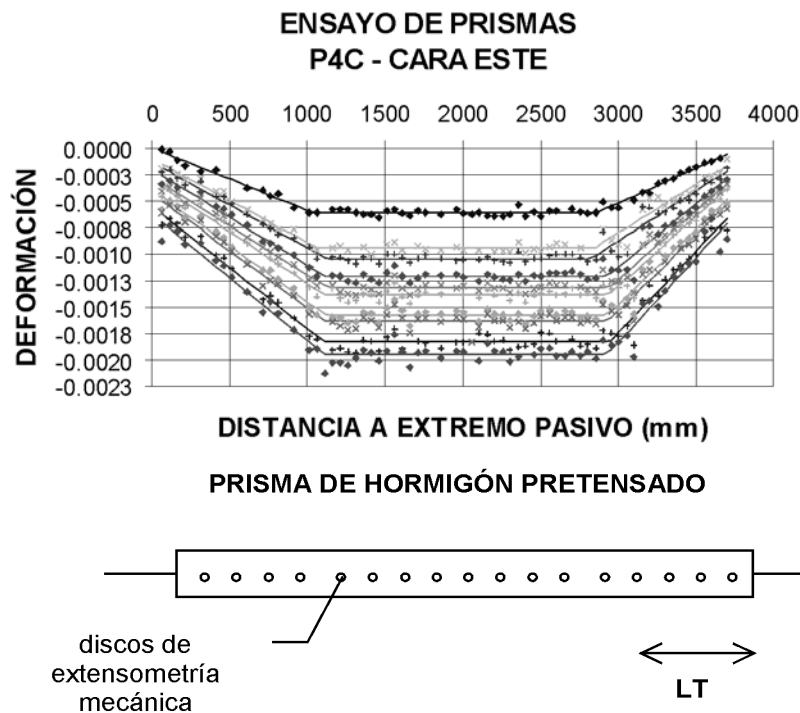


Figura 2. Evolución temporal de las deformaciones longitudinales medidas en el paramento de un elemento pretensado (prisma) con pretensado centrado (4)

mación constante del hormigón, correspondiente a la zona de adherencia perfecta, lo que permite estimar el valor de la longitud de transmisión. Sin embargo, en elementos con pretensado excéntrico la deformación del hormigón es variable a lo largo de todo el elemento pretensado. Si bien en ausencia de fisuración es sencillo estimar la deformación instantánea a lo largo del elemento, no lo es determinar de forma precisa la deformación total a una edad cualquiera.

Dado que es difícil precisar la longitud de transmisión, podemos intentar resolver el problema de una forma práctica, acotando la longitud de transmisión correspondiente a la fuerza de pretensado.

Interesa, para satisfacer el estado límite de servicio (ELS) de fisuración, conocer la cota inferior de la longitud de transmisión, pues cuanto menor sea ésta mayores son las tensiones transversales que se originan debido a la adherencia en esta zona (3). Estas tensiones transversales pueden provocar la fisuración de los elementos prefabricados pretensados, lo que compromete su durabilidad.

También interesa, de cara a los ELUs, determinar la cota superior de la longitud de transmisión, a fin de conocer con precisión la capacidad portante de los elementos prefabricados.

### 2.3. Definición de la longitud complementaria a tracción

Una vez definida la longitud de transmisión y la longitud de anclaje, definimos la longitud complementaria a tracción (en lo sucesivo, LC), como la distancia, más allá de la longitud de transmisión, necesaria para garantizar la resistencia del ancla-

je por adherencia hasta alcanzar la tensión de cálculo en la armadura activa traccionada (4). Es decir, es la diferencia entre la longitud de anclaje y la longitud de transmisión.

### 3. LA SITUACIÓN TENSIONAL Y ADHERENTE EN LA LONGITUD DE ANCLAJE

En 1939 Hoyer & Friedrich (5) atribuyeron el anclaje de alambres lisos en hormigón pretensado al efecto de acuñamiento del alambre durante la transferencia, debido al módulo de Poisson del acero. Este efecto ha sido denominado a partir de entonces efecto Hoyer.

En las vigas de hormigón pretensado con armadura pretesa, se conviene en denominar a los distintos tipos de tensiones transversales de la forma definida en la Figura 3, acorde con el Código Modelo, Artículo 6.9.11 (3):

Las tensiones de estallido se manifiestan en toda la longitud de la viga: su origen radica en la recuperación de diámetro de la armadura debida al efecto Hoyer, si bien este efecto es más pronunciado en el extremo de las vigas. Generalmente, en elementos pretensados de armadura pretesa, las tensiones debidas a hendimiento y estallido se presentan en la misma zona, por lo que es difícil discernir qué tipo de tensiones causan la fisuración longitudinal en los extremos. A este tipo de fisuras las denominaremos fisuras por hendimiento, quedando sobreentendido que pueden deberse a la interacción de ambos efectos. Las fisuras por tensiones de exfoliación, a diferencia de las anteriores, son más fácilmente identificables.

Una vez alcanzada la regularización de las tensiones al final de la longitud de transmisión, los incrementos de tracciones

1. Tensiones de estallido (*bursting*).
2. Tensiones de exfoliación (*spalling*).
3. Tensiones de hendimiento (*splitting*).

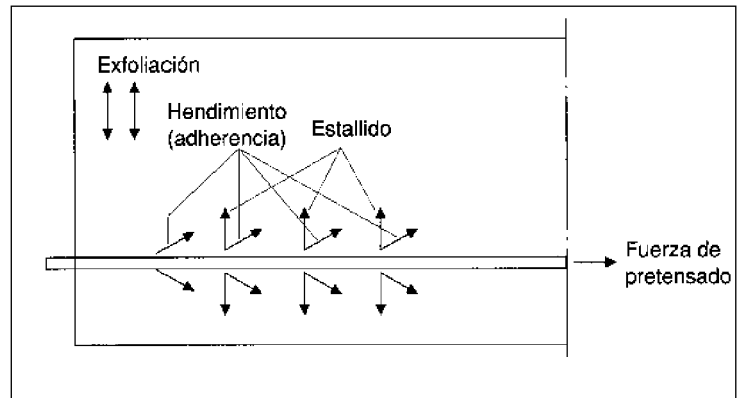


Figura 3. Tensiones transversales de tracción en elementos (3).

procedentes del interior de la pieza originan una disminución del diámetro de la sección transversal del cordón (por efecto Poisson) que reduce la adherencia. Esto supone que el incremento de la fuerza de pretensado por unidad de longitud sea menor en la longitud complementaria a tracción que en la longitud de transmisión (véase la Figura 1).

#### 4. PARÁMETROS QUE INFLUYEN EN LA ADHERENCIA

En la Tabla 1 se resumen los principales factores que se han considerado a lo largo de las investigaciones previas, y los efectos de su variación sobre las zonas de transmisión y com-

plementaria a tracción, manteniendo constantes el resto de los factores (4). La notación empleada es la siguiente:

**LT** = longitud de transmisión;

**LC** = longitud complementaria a tracción

↓ disminución del factor o de la longitud correspondiente

↑ aumento del factor o de la longitud correspondiente

? efecto dudoso

Tabla 1. Principales factores que afectan a la adherencia, y su efecto sobre la longitud de anclaje

Factor y tendencia		Efecto en LT	Efecto en LC
1. Diámetro del cordón de pretensado	↑	↑	↑
2. Tensión inicial de tesado	↑	↑	↓
3. Límite elástico del pretensado	↑		↑
4. Pérdidas de pretensado	↑	?	↑
5. Edad de transferencia	↑	↓	↓
6. Rugosidad superficial del tendón	↑	↓	↓
7. Verticalidad del cordón respecto a la dirección de hormigonado	↑	↓	↓
8. Recubrimiento	↑	↓	↓
9. Espesor de hormigón fresco sobre el cordón considerado	↑	↓	↓
10. Separación entre cordones	↑	↓	↓
11. Compacidad del hormigón alrededor del cordón	↑	↓	↓
12. Presencia de armadura de confinamiento	↑	↓	
13. Resistencia del hormigón a compresión	↑	↓	↓
14. Resistencia a tracción	↑	↓	↓
15. Módulo de deformación longitudinal del hormigón	↑	↓	↓
16. Efecto dinámico de las cargas aplicadas	↑	↑	↑
17. Enfundado parcial del cordón	SÍ	↑	↑
18. Transferencia súbita	SÍ	↑	↑
19. Recubrimiento del tendón con mortero epoxi	SÍ	↓	↓

A estos factores hay que añadir los siguientes, de efectos menos conocidos sobre las zonas LT y LC:

20. Tipo de hormigón: tipo de árido grueso, tipo y cantidad de los componentes.
21. Orden de transferencia de los cordones de pretensado dentro de la sección.
22. Tipo de pretensado: centrado/excéntrico. En el caso de pretensado centrado no aparecen tras la transferencia esfuerzos de cortante y flexión inducidos por el propio pretensado. En el caso de pretensado excéntrico, al transferir se producirán contraflechas, por lo que el peso propio introducirá esfuerzos que generarán campos de tensiones que se superpondrán a los generados por el pretensado.
23. Tipo de lubricante empleado durante el proceso de trefilado, factor señalado por Rose y Russell (6).
24. La relación agua-cemento del hormigón. Cuando menor es ésta, mayor es la adherencia, según detectaron Tilanterä y Rechardt (7).
25. La cercanía de las zonas de apoyo/aplicación de carga, que introducen tensiones transversales de confinamiento tal y como apreciaron Weerasekera (1) y Den Uijl (8).
26. El paso de hélice de los alambres exteriores del cordón y la coacción/libertad del giro del cordón de pretensado a lo largo de su "huella", factores detectados por Tilanterä y Rechardt (7), Cousins et al. (9), y Den Uijl (8).

## 5. DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LA LONGITUD DE ANCLAJE

Los métodos de evaluación de la adherencia se pueden clasificar en:

- Ensayo de vigas reales o a escala, procedentes de la fabricación habitual. Este método, debido a su elevado coste sólo se emplea cuando se produce un daño, como evaluación de éste en comparación con vigas no dañadas; o bien en la fabricación de prototipos, como último paso en la investigación de nuevos materiales o procedimientos de fabricación.
- Ensayos de fabricación de prismas pretensados, entendiendo como tales las vigas pretensadas de pretensado centrado. La geometría de estos elementos no permite la realización de ensayos de anclaje a flexión.
- Ensayos de adherencia en probeta: se denomina así a los ensayos en los que se confeccionan probetas relativamente reducidas con la armadura embebida, por lo que éstas no son propiamente elementos pretensados. Estos ensayos permiten conocer separadamente propiedades de las zonas LT o LC.
- Métodos analíticos o numéricos, empleados junto con los experimentales para predecir las tensiones en los elementos pretensados, la posibilidad de fisuración o para siste-

matizar las secuencias de transferencia de pretensado. La complejidad del fenómeno estudiado conlleva el predominio de los métodos numéricos.

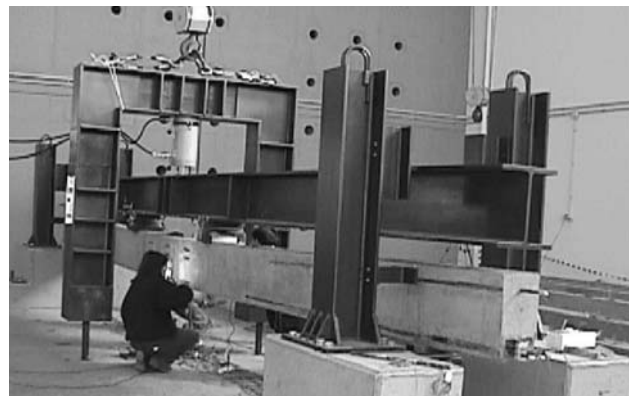
A su vez, los métodos experimentales se pueden diferenciar en:

- Ensayos para acotar la longitud de anclaje.
- Ensayos para acotar la longitud de transmisión.

### 5.1. Ensayos para acotar la longitud de anclaje

La determinación experimental de la longitud de anclaje en vigas pretensadas consiste en un proceso iterativo, que requiere el ensayo a rotura de un cierto número de vigas, a fin de ir acotando en un rango cada vez más reducido la longitud de anclaje. En primer lugar hay que diferenciar si se pretende ensayar la viga frente a cargas estáticas o cargas dinámicas. La viga deberá ser diseñada para presentar rotura a flexión dúctil, habiendo plastificado el acero de pretensado traccionado.

Generalmente el proceso consiste en ensayar vigas biapoyadas frente a carga puntual simétrica respecto a centro luz (para que en la zona central se tenga un estado de flexión pura), a una distancia  $d$  desde los extremos (véase la Fotografía 1). Si dicha distancia es inferior a la longitud de anclaje la rotura de la viga será por fallo en el anclaje probablemente, para una carga menor que la de cálculo (la armadura activa traccionada no alcanzará la tensión de cálculo  $f_{pd}$ ). Durante el ensayo previsiblemente se producirán deslizamientos generalizados de los cordones de pretensado debido al fallo en el anclaje. Si dicha distancia es superior a la longitud de anclaje, la carga de rotura será como mínimo la nominal, no se apreciarán deslizamientos, y el modo de rotura deberá ser el previsto por la teoría de dominios.



Fotografía 1: ensayo de determinación de la longitud de anclaje en vigas pretensadas de armadura pretesa (4).

Variando la distancia  $d$  e identificando en cada caso el modo de rotura, se trata de ir acotando dentro de un intervalo cada vez más estrecho la longitud de anclaje: si la rotura es por fallo del anclaje se aumenta  $d$  en el siguiente ensayo, si el fallo es por flexión se disminuye  $d$ , y así sucesivamente. Es evidente que este proceso es muy laborioso y caro (hay que instrumentar y fabricar una serie de vigas pretensadas iguales, con el consiguiente coste, y ensayarlas a rotura). Destacan los ensayos realizados por Chong Key (10), Mitchell et al. (11), Cousins et al. (12), Deatherage et al. (13) y Vázquez (4).

## 5.2. Ensayos para acotar la longitud de transmisión

Este tipo de ensayos está normalizado en España (UNE 7-436-82 (14) “Método de ensayo para la determinación de las características de adherencia de las armaduras de pretensado”) para alambres y cordones. El procedimiento consiste en la fabricación de un elemento pretensado con armadura activa centrada, con uno o varios alambres o cordones de pretensado (véase la Fotografía 2). Se miden las deformaciones medias longitudinales del hormigón en el paramento, lo que permite delimitar la extensión de la longitud de transmisión aparente (como hemos explicado, la real es menor debido al efecto Saint Venant). También se miden los deslizamientos del cordón de pretensado en los extremos.



Fotografía 2: vigas pretensadas de pretensado centrado (4).

Este tipo de ensayo es laborioso y costoso, y en la práctica apenas se realiza, si bien proporciona resultados muy valiosos. La longitud de elementos que se precisa es elevada, en general superior a 100 diámetros, con objeto de garantizar una zona central de adherencia perfecta. De todas formas, es la única forma directa de determinar la longitud de transmisión aparente en elementos pretensados. Destacan los ensayos realizados por Chandler (15), Abendroth et al. (16), Russell y Burns (17) y Vázquez (4), estos últimos realizados siguiendo el procedimiento descrito en la UNE 7-436-82 (14).

## 6. ENSAYOS DE ADHERENCIA EN PROBETA

### 6.1. Requisitos de estos ensayos

Los ensayos de adherencia en probeta, ensayos a escala destinados a conocer las propiedades adherentes, deben cumplir:

- Reproducibilidad una vez fijadas las condiciones de contorno, condición que ha de cumplir todo ensayo.
- Representatividad, es decir, que recojan en lo posible las condiciones de ensayo de los elementos reales.
- Seguridad durante la ejecución para el personal que ha de efectuar el ensayo (lo que no es obvio, tratándose de cordones tesados que pueden alcanzar, según el ensayo, el límite elástico).
- Sencillez de ejecución, para minimizar la probabilidad de error.

- Sencillez y objetividad en la interpretación de los resultados.
- Ocupación espacial reducida. Se pretende realizar un ensayo a escala.
- Economía.
- Plazo corto. Hay que garantizar el comportamiento adherente durante la vida útil, por lo que éste está influenciado por fenómenos diferidos (4). Sin embargo, se trata de obtener resultados en un plazo razonable.

El reducido tamaño de las probetas hace en general difícil que las probetas sean realmente elementos pretensados.

### 6.2. Clasificación

Los ensayos de adherencia en probeta se pueden diferenciar según:

- El tipo de armadura activa empleada (alambres o cordones).
- La forma de aplicación de las cargas. Se distinguen los ensayos de simulación de la zona LT (solicitud “push-in”, sólo para armadura con tensión previa), y ensayos de simulación de la zona LC (solicitud “pull-out”).
- Dirección de la armadura: vertical (posición favorable respecto a la adherencia) u horizontal (posición desfavorable).
- Tesado previo de la armadura. Si no se realiza el ensayo ha de ser necesariamente de arrancamiento (por ejemplo, el ensayo “Moustafa pull-out”). De realizarse el tesado previo, el mismo pórtico o el encofrado actúan de banca, reteniendo la fuerza de pretensado mientras el hormigón adquiere resistencia.

En la Tabla 2 se presentan diferentes ensayos de adherencia a escala, según el tipo de armadura y la zona que pretenden simular (zona LT o zona LC). En función de las variables comentadas se distinguen en dicha tabla hasta cinco tipos de ensayos.

## 7. EXPERIENCIA EN LA UNIVERSIDAD DE LA CORUÑA

En la Universidad de La Coruña se ha realizado una investigación sobre hormigones convencionales y ligeros de altas prestaciones iniciales (4), (22), (23), (24), (25) para lo que se realizaron varios tipos de ensayos:

- Vigas con un cordón de pretensado centrado (prismas), de 3.75 metros de longitud (Fotografía 2).
- Vigas pretensadas de 9 metros, con cuatro cordones de pretensado excéntricos, para la determinación de LT y LC (Fotografía 1).

**Tabla 2: Ensayos de determinación de las zonas de la longitud de anclaje**

TIPO DE ENSAYO	1	2	3	4	5
TENDÓN CON/SIN TENSIÓN/	Cordón con tensión		Cordón con tensión		Cordón sin tensión
TIPO DE ENSAYO	push-in		pull-out		
POSICIÓN DE LA ARMADURA RESPECTO A LA ADHERENCIA	Vertical Favorable	Horizontal Desfavorable	Vertical Favorable	Horizontal Desfavorable	Vertical Favorable
Solicitación	Transferencia		Arrancamiento		
RESULTADOS	Tensiones tagenciales, cargas y deslizamientos	Tensiones tagenciales, cargas y deslizamientos	Tensiones tagenciales, cargas y deslizamientos	Tensiones tagenciales, cargas y deslizamientos	Tensiones tagenciales, cargas y deslizamientos
REFERENCIAS	Abrishami y Mitchell (18) Vázquez (4)	Rose y Russell (6) Martí (19)	Abrishami y Mitchell (18) Sharaf (20) Vázquez (4)	Brearley y Johnston (21) Martí (19)	Tilanterä y Rechartd (7) Rose y Russell (6)

- Ensayos de adherencia sobre probeta (Fotografías 3 y 4) de los tipos 1 y 3 (según la Tabla 2) para estimar la longitud de transmisión (ensayo de pórtico LT, véase la Figura 4) y la zona complementaria a tracción (ensayo de pórtico LC, véase la Figura 5). Los resultados de estos ensayos se calibraron con los de los prismas y vigas fabricadas.

La relación de las variables estudiadas ha sido:

- Tipo de hormigón.
- Tipo de ensayo sobre la longitud de transmisión.

- Tipo de ensayo sobre la longitud complementaria a tracción.
- Posición del cordón.
- Recubrimientos.

A la vista de las observaciones realizadas y de las conclusiones obtenidas (4) se considera que los ensayos más adecuados para determinar LT y LC son los ensayos sobre prisma y sobre viga respectivamente. No obstante, el coste de los ensayos hace inviable que estas determinaciones puedan ser normalizadas para controles más rutinarios.

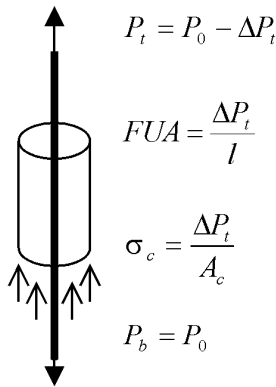


Figura 4. Ensayo de pórtico LT (4).

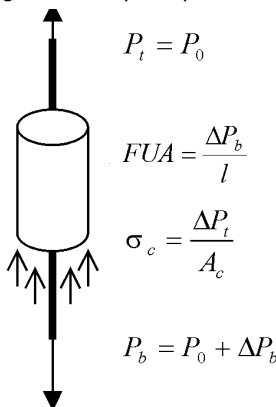
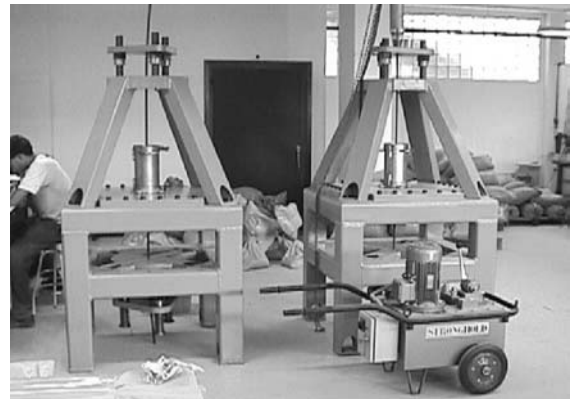


Figura 5. ensayo de pórtico LC (4).



Fotografía 3. Equipo de los ensayos de los pórticos (4).



Fotografía 4. Ensayo de una probeta normalizada (4).

Por tanto, y demostrada la necesidad de subsanar la carencia de un ensayo de adherencia, se ha constatado que los ensayos sobre probeta (ensayos de pórtico LT y LC) ofrecen una estimación razonable de las características adherentes hormigón-acero. Estos ensayos cumplen los cuatro criterios fundamentales que debe reunir un ensayo: fiabilidad, precisión (ensayos calibrables), coste de ejecución razonable, y reducida peligrosidad.

## 8. CARACTERÍSTICAS DEL ENSAYO IDEAL

El ensayo ideal debería reunir unas características básicas que se resumen a continuación.

- **Dirección del cordón durante el hormigonado.** Diversos autores optaron por la disposición vertical del cordón durante el hormigonado (por ejemplo Abrishami y Mitchell (18), Tilanterä y Rechardt (7), Sharaf (20), Vázquez (4)), y otros adoptaron la horizontal (Yu (26), Brearley y Johnston (21), Rose y Russell (6), Martí (19)). El cordón horizontal tiene la ventaja de que reproduce fielmente la situación más frecuente del tendón en elementos prefabricados. Por contra, aumenta la posibilidad de defectos durante el hormigonado y condiciona la forma de la probeta, que no puede ser circular. En este sentido el tendón vertical elimina estos problemas aunque proporciona unos resultados favorables en cuanto a la adherencia, que una adecuada calibración debe corregir.
- **Forma de la probeta.** Las secciones transversales más empleadas son la cuadrada (Armstrong (27), Burnett y Anis (28), Jokela y Tepfers (29), Brearley y Johnston (21), Vandewalle y Mortelmans (30), Rose y Russell (6), Martí (19)), la rectangular (Terrea et al. (31), Rose y Russell (6)) y la circular (den Uijl (8), Tulin y Al-Chalabi (32) y Vázquez (4)). Probablemente la probeta circular sea la más adecuada, dado que genera estados tensionales con simetría de revolución, lo que facilita la adquisición de medidas en la superficie lateral de la probeta y la calibración de modelos analíticos y numéricos.
- **Longitud adherente.** Tradicionalmente se ha optado por permitir la adherencia en toda la longitud de la probeta (Den Uijl (8), Yu (26), Abrishami y Mitchell (18), Rose y Russell (6), Sharaf (20), Vázquez (4)) o tan sólo en parte de ella (Logan (33), Rose y Russell (6), Martí (19)). Nuestra experiencia ha permitido determinar la longitud de transmisión de cordones de 15.2 mm de diámetro, resultando ésta superior a 50 diámetros para hormigón de alta resistencia (4). Por ello estimamos que la longitud de probeta necesaria para poder transferir el pretensado totalmente es poco manejable. En este sentido, y para fijar una única longitud de probeta para cualquier diámetro de tendón, se podría plantear una longitud adherente de entre 20 y 50 cm, renunciándose así a ensayar probetas totalmente pretensadas.
- **Tipo de bastidor.** El bastidor debe tener una ocupación espacial reducida, y debería servir para realizar cual-

quier ensayo “pull-out” y “push-in” para cualquier tipo de armadura (pasiva o activa). Habrían de poderse fabricar probetas de diferentes tamaños (sección transversal, recubrimiento, altura de probeta, longitud adherente). La rigidez del bastidor influye en los resultados obtenidos, pero resulta muy difícil obtener la óptima exigiendo simultáneamente la versatilidad deseada. En este sentido, por tanto, creemos más adecuado emplear bastidores de alta rigidez relativa, lo que permite establecer comparaciones entre los diversos tipos de variables. Siempre que se mida la fuerza en ambos anclajes las tensiones de adherencia medias no presentan incertidumbre. Las variables que se podrían estudiar con este bastidor, para los ensayos “pull-out” y “push-in”, serían:

- La carga de tesado
  - El recubrimiento (dependiente del tipo de tendón)
  - La velocidad de transferencia (gradual o súbita)/carga (estática o dinámica)
  - El tipo de elementos de tesado (tipos de acero, otros materiales,...)
  - El tipo de hormigón
  - El uso de armadura de confinamiento
- **Tensión del cordón inmediatamente antes del hormigonado.** En primer lugar, es preciso diferenciar los ensayos tendentes a reproducir las condiciones adherentes en la zona longitud complementaria a tracción (ensayos “pull-out”) de los ensayos cuya finalidad es caracterizar el comportamiento en la longitud de transmisión (ensayos “push-in”). En el primer tipo hay investigadores que optaron por efectuar los ensayos con la armadura inicialmente sin tensión (Tilanterä y Rechardt (7), Brearley y Johnston (21), den Uijl (8), Rose y Russell (6)), si bien otros decidieron introducir una tensión previa en la armadura (Tulin y Al-Chalabi (32), den Uijl (8), Abrishami y Mitchell (18), Sharaf (20), Vázquez (4), Martí (19)). En el segundo tipo necesariamente debe imponerse una tensión previa a la armadura activa. Conviene destacar que en los ensayos LC deberían tenerse en cuenta las pérdidas diferidas de pretensado. En efecto, las condiciones más desfavorables en la determinación de LC corresponden a la situación a largo plazo, lo que es muy difícil de reproducir en un ensayo de control. Por ello resulta útil tesar la armadura a tensiones inferiores a las máximas permitidas para tener en cuenta un porcentaje de pérdidas.
  - **Coacción al giro del tendón en anclajes.** La influencia de ésta fue estudiada experimentalmente por Den Uijl (8). En opinión de este investigador, si la longitud de cordón libre entre los anclajes y la probeta es suficiente, la rigidez a torsión del cordón es reducida y, por lo tanto, el giro no se ve coartado. En todo caso, se puede interponer un cojinete entre el dispositivo de anclaje y la placa.
  - **Control del ensayo.** A fin de garantizar la reproducibilidad del ensayo proponemos la realización del mismo mediante un actuador hidráulico servocontrolado

(Figura 6) que debe interponerse entre el dispositivo de anclaje y el bastidor o pórtico utilizado (Yu (26), Vandewalle y Mortelmans (30), Martí (19)). Este actuador es el que debe introducir el pretensado inicial del tendón y, a continuación, debe variar la fuerza de la armadura en el anclaje activo (desde el que se realiza el ensayo). En los ensayos LT el actuador deberá disponerse en el anclaje activo, es decir, desde el que se simula la transferencia de pretensado. Sin embargo, en el ensayo LC el actuador debe situarse en el extremo opuesto: se encargará igualmente de tesar el tendón y de introducir los incrementos de tensión correspondientes en la armadura. Es conveniente disponer también actuadores mecánicos en ambos anclajes (véase la Fotografía 3), para poder variar gradualmente la tensión de la armadura en caso de fallo del actuador hidráulico, y para destesar gradualmente la armadura en el extremo pasivo una vez finalizado el ensayo.

El ensayo puede controlarse a través de varios parámetros: la carga del tendón en el anclaje activo (mediante una célula de carga), la carrera del pistón del actuador, la deformación del tendón en el extremo activo (mediante galgas extensométricas adheridas al mismo) y el deslizamiento relativo entre la armadura y el hormigón (véase la Figura 6). A fin de obtener el comportamiento adherente post-crítico (una vez que se ha producido deslizamiento en toda la probeta), el control debe realizarse por deformación (Abrishami y Mitchell (18)), lo que invita a establecer como parámetro de control del ensayo la carrera del pistón del gato.

- **Medidas a realizar.** Dado que no se considera la reproducción completa de la zona LT, ni de la zona LC, la instrumentación de la probeta de hormigón puede hacerse pero con el único objeto de determinar situaciones tensionales concretas. Para no modificar las propiedades adherentes hormigón-acero se ha de evitar disponer galgas adheridas al cordón a lo largo de la longitud adherente. En nuestra opinión la instrumentación debería consistir en células de carga huecas en ambos anclajes del bastidor, galgas adheridas al pretensado en el cordón libre a ambos lados de la probeta (para controlar deformaciones del tendón), transductores de desplazamiento o métodos ópticos para medir el deslizamiento relativo en las caras superior e inferior de la probeta, y opcionalmente galgas adheridas a la superficie lateral de la probeta de hormigón, en dirección ortogonal a la armadura.
- **Calibración del ensayo.** Es necesario realizar la calibración de los ensayos de adherencia en probeta con los resultados obtenidos mediante la fabricación y ensayo de elementos pretensados (apartados 5.1 y 5.2). Esto permite evaluar la representatividad de los ensayos que se propongan sobre una propiedad como la que estamos estudiando, en la que resultados de adherencia alta implican una mayor probabilidad de fisuración por hendidamiento. Diversos autores (Rose y Russell (6), Chong Key (10), Lane (34)) realizaron campañas de calibración de diversos ensayos en probeta con elementos pretensados. En España este aspecto se abordó en la investigación llevada a cabo en la Escuela de Ingenieros de

Caminos, Canales y Puertos de la Universidad de La Coruña (4), en la que los ensayos en probeta se calibraron, con buenos resultados, con prismas pretensados fabricados siguiendo la UNE 7-436-82 (14) y con vigas pretensadas instrumentadas y ensayadas a tal efecto.

## 9. PROPUESTA DE EQUIPO DE ENSAYO

Fruto de la investigación bibliográfica, y de la campaña experimental realizada en la Universidad de La Coruña se describe a continuación un equipo de ensayo para caracterizar las propiedades adherentes de las armaduras y el hormigón. Este equipo permite la realización de los ensayos de tipo “pull-out” y “push-in”, como los ensayos de pórtico LT y LC, desarrollados en la Universidad de La Coruña. Además, el dispositivo que se plantea es transformable en una bancada o mesa de pretensado, con lo que se pueden realizar los diferentes tipos de ensayo de adherencia anteriormente reseñados, incluido el ensayo normalizado por la normativa UNE 7-436-82 (14).

El dispositivo de ensayo que se plantea aparece reflejado de manera esquemática en la Figura 6, para el ensayo tipo LT. Éste consiste en un bastidor o pórtico suficientemente rígido [7], en el que se ancla la armadura activa (previamente tesa-da) o pasiva (sin tensión previa) [8]. El bastidor también comprende una plataforma rígida [10], donde se apoya la probeta de material conglomerante [9] que se fabrica alrededor de la armadura [8]. El bastidor permite la ejecución de probetas hormigonadas en vertical y en horizontal, puesto que es autoportante, es decir, no precisa de anclaje en el suelo o en otro medio.

El anclaje desde el que se realiza el ensayo (anclaje activo, en el sentido especificado arriba), el superior en la Figura 6, consta de un dispositivo de retención [1], pudiéndose disponer un cojinete para permitir, en su caso, el libre giro por torsión de la armadura [2]. Se dispone además un dispositivo mecánico [6] que transfiere la fuerza al bastidor. Se podrán interponer entre ambos un actuador hidráulico servocontrolado [3] una célula de carga [5], y una placa de ensamblaje entre ambas [4], en la que se dispondrá un transductor para medir la carrera del pistón del actuador hidráulico [15]. El anclaje pasivo es similar al anclaje activo, por lo que dispondrá de un dispositivo de retención de la armadura [14], el dispositivo mecánico [11], y opcionalmente una célula de carga [12] y un cojinete [13].

La disposición para la realización del ensayo LC es similar, excepto que el anclaje activo [1, 2, 3, 4, 5, 15] se dispondrá en la parte inferior del bastidor, y el anclaje pasivo [12, 13, 14] en la parte superior del mismo.

El dispositivo mecánico [6] consta de un sistema de tuercas que permite variar manualmente la tensión de las armaduras, así como desmontar el ensayo una vez finalizado.

Se podrá disponer instrumentación adicional consistente en galgas extensométricas adheridas a la armadura [16] o a la probeta de material base, a fin de medir deformaciones. Asimismo podrán disponerse transductores de desplazamiento

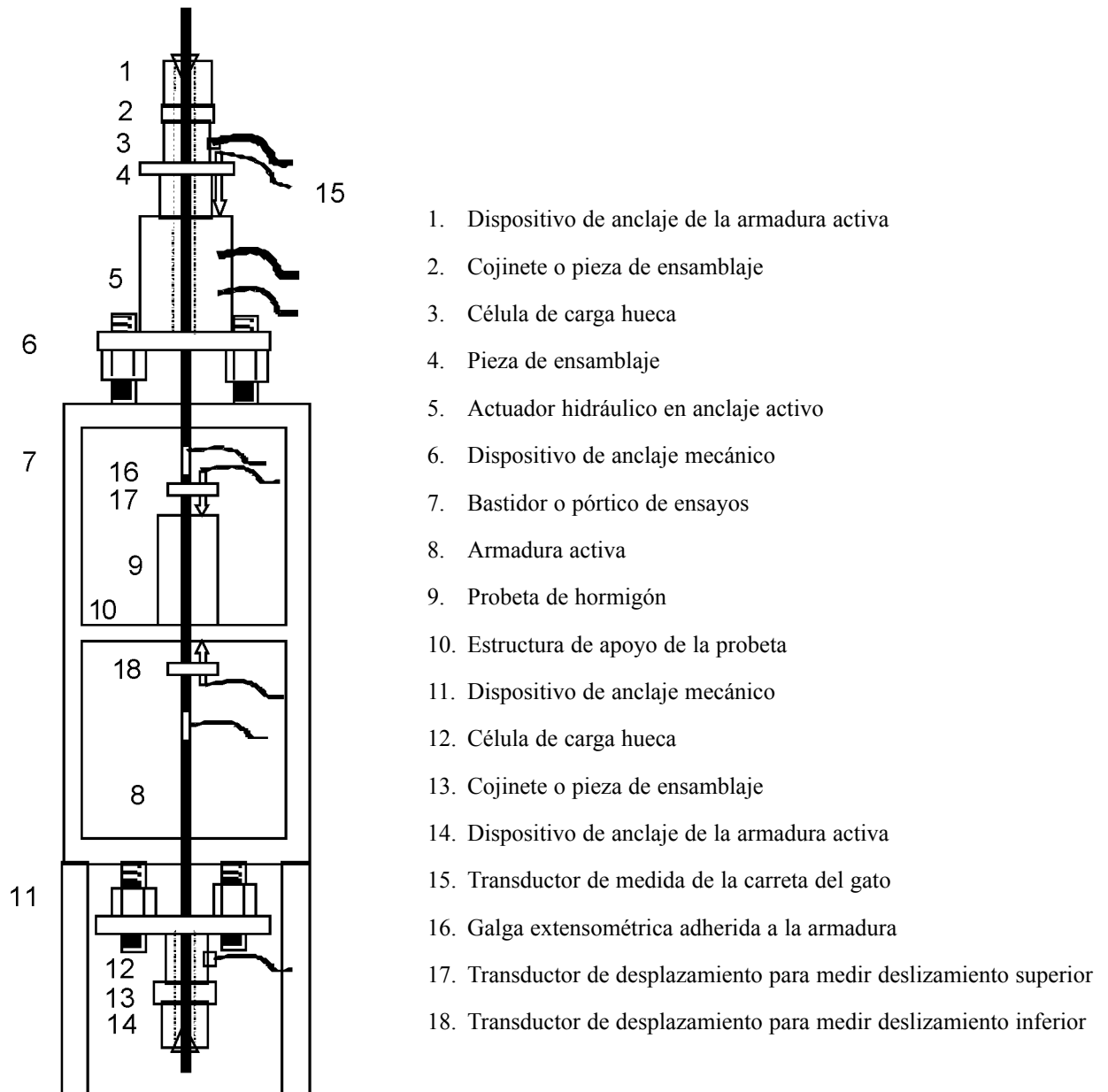


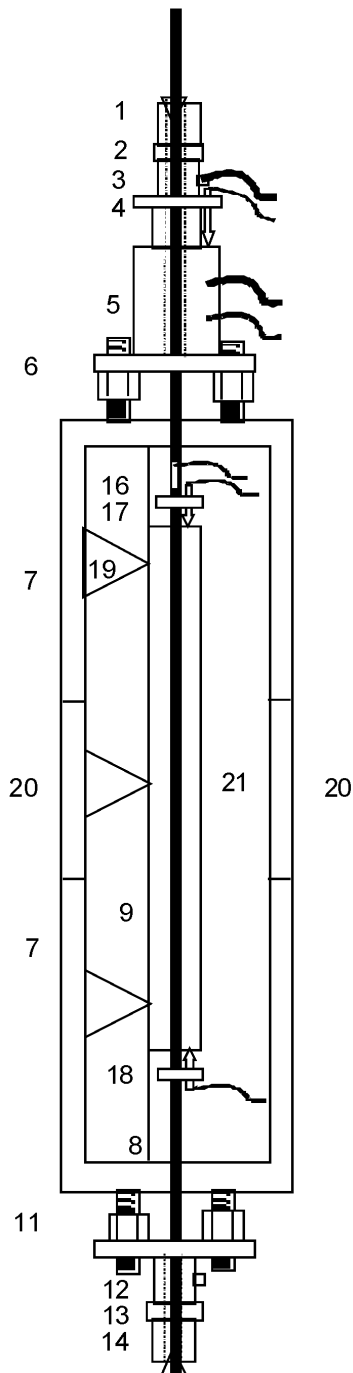
Figura 6. Bastidor de ensayo de adherencia en probeta.

para medir el deslizamiento relativo entre armadura y material base en la cara superior de la probeta [17], y en la cara inferior [18].

El dispositivo de ensayo podrá ser transformable en una bancada o mesa de pretensado (Figura 7), con el eje longitudinal del elemento ensayado en posición horizontal. Esta mesa o bancada permite la fabricación de vigas pretensadas de armadura pretesa [21]. De esta forma se pueden realizar además ensayos sobre probetas o elementos en posición horizontal [como, por ejemplo, el ensayo descrito en la norma UNE 7-436-82 (14)]. Para ello es preciso ensamblar dos bastidores idénticos, según la Figura 6, interponiendo entre ambos una estructura de prolongación [20] a fin de conferir al conjunto la longitud necesaria para la fabricación de vigas pretensadas [21]. Será preciso retirar la plataforma de uno o de ambos pórticos [10]. De esta forma la viga o probeta se fabricará en un molde o encofrado [19] en el interior de la bancada.

Un ejemplo de los resultados que pueden obtenerse puede hallarse en Vázquez (4). A continuación se muestran los dos tipos de curvas asociadas a los ensayos tipo LT y LC. La Figura 8 muestra la relación entre fuerza unitaria adherente y el deslizamiento relativo entre hormigón y cordón en la parte inferior de la probeta, para dos ensayos iguales de tipo LT (se puede apreciar la reducida dispersión de resultados) sobre un hormigón convencional de alta resistencia (HC). La fuerza unitaria adherente es la diferencia de fuerza en el cordón entre la parte inferior de la probeta (más traccionada) y la parte superior, dividida entre la longitud adherente (en este caso 300 mm). De esta forma se puede evaluar la tensión máxima de adherencia que provoca el deslizamiento generalizado, así como la tensión de adherencia residual (comportamiento post-crítico). La Figura 9 presenta los mismos resultados para el ensayo LC, respecto al deslizamiento medido en la parte superior de la probeta. En este caso también se puede observar la reducida dispersión de resultados de ensayos iguales.





1 a 15. Véase la Figura 6

16. Extremo activo de la viga

17. Transductor de desplazamiento para medir el desplazamiento del extremo activo

18. Transductor de desplazamiento para medir el desplazamiento del extremo pasivo

19. Encofrado de la viga

20. Prolongación necesaria para disponer de la bancada con la longitud necesaria

21. Viga pretensada

Figura 7. Bancada de pretensado construida a partir de los bastidores.

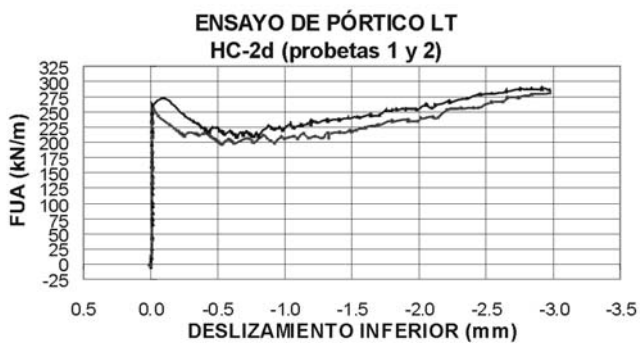


Figura 8. Ensayo de pórtico LT sobre hormigón convencional (HC) a 2 días (4).

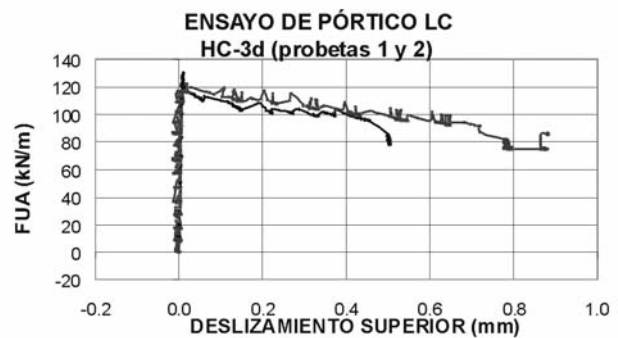


Figura 9. Ensayo de pórtico LT sobre hormigón ligero (HL10-1) a 2 días (4).

## 10. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La necesidad de plantear un ensayo de caracterización de la adherencia de la armadura pretesa es clara: actualmente existe un vacío normativo en este punto. El creciente uso de materiales alternativos (hormigones no convencionales, armaduras no metálicas) hace necesaria una calibración del comportamiento de éstos en estructuras pretensadas. Por otra parte, es de interés crucial en prefabricación la reducción de la edad de transferencia, a fin de aumentar la productividad. Para poder explorar estos campos, y para poder asegurar las prestaciones de las estructuras de hormigón pretensado de armadura pretesa (que se basan en un correcto anclaje de ésta) se realizó el trabajo cuyas conclusiones resumimos:

- Las exigencias actuales de calidad y seguridad de las estructuras hacen necesaria una labor de revisión de la normativa actual: se plantea la adecuación de la definición de la zona de anclaje a la teoría de ELU's, así como un ensayo tipo a fin de llenar el vacío normativo existente.
- Se ha hecho un resumen de los diferentes tipos de ensayo de caracterización de las propiedades adherentes de los elementos pretensados planteados en la bibliografía: ensayos realizados sobre elementos pretensados, y ensayos de adherencia en probeta.
- A partir de la experiencia obtenida mediante la realización de los diferentes tipos de ensayos en la Escuela de Ingenieros de Caminos de La Coruña (4), se ha constatado la necesidad de un ensayo normalizado de tipo probeta para caracterizar las propiedades adherentes en las zonas de transmisión y complementaria a tracción, dado el elevado coste de los ensayos sobre elementos pretensados.
- Se han apuntado las características más importantes que debería reunir un dispositivo y procedimiento de ensayo de adherencia en probeta para su normalización, que cumple los requisitos de representatividad, sencillez en la realización e interpretación, seguridad en la ejecución y economía.

Como ha quedado patente en el Primer Congreso de Prefabricación, organizado por ACHE (mayo de 2002), se ha producido en España en los últimos años una intensa actividad investigadora en el campo de la adherencia de estructuras pretensadas de armadura pretesa. En nuestra opinión deberíamos encaminarnos a la realización de una campaña experimental en el marco de ACHE, coordinada entre los diferentes grupos de investigación, a fin de formalizar un ensayo de adherencia normativo. En esta campaña se debe realizar una calibración del ensayo de adherencia que se proponga con los resultados de elementos pretensados reales, como los ensayados en la Universidad de La Coruña. Son estos algunos de los objetivos del nuevo grupo de trabajo de ACHE al que pertenecen los autores.

## AGRADECIMIENTOS

El trabajo que aquí se expone es fruto de la investigación desarrollada mediante un Convenio de Corporación Noroeste con la Fundación de la Ingeniería Civil de Galicia, y los Proyectos de Investigación XUGA22801A97 y CICYT

MAT20001-0765, concedidos por la Xunta de Galicia y el Ministerio de Ciencia y Tecnología, respectivamente, a la Universidad de La Coruña. Queremos agradecer la valiosa colaboración de D. Humberto Vázquez, D. Arturo Martínez y D. Marcos Fernández. Asimismo deseamos agradecer el asesoramiento de D. Juan Rabuñal en la instrumentación, y el buen hacer de todas las personas que han participado en esta investigación.

## REFERENCIAS

1. Weerasekera, I.R.; *Transfer and Flexural Bond in Prestensioned Prestressed Concrete*; Tesis Doctoral; UMI; Michigan; 1991.
2. EHE *Instrucción de Hormigón Estructural*; 2ª Reimpresión; Centro de Publicaciones; Secretaría General Técnica; Ministerio de Fomento; Marzo; 1998.
3. CEB-FIP; *Código Modelo CEB-FIP 1990 para Hormigón Estructural*; Colegio de Ingenieros de Caminos; Canales y Puertos; 1990.
4. Vázquez Herrero, C.; *Estudio comparativo de las propiedades de adherencia de cordones de pretensado en elementos prefabricados de altas prestaciones iniciales*; Tesis doctoral; Universidad de La Coruña; Diciembre 2000.
5. Hoyer, E.; Friederich, E.; *Beitrag zur Frage der Haftspannung in Eisenbeton-bauteilen*; Beton und Eisen; Vol. 50; No. 9; pp. 717-736; Berlín; 1939.
6. Rose, D.R.; Russell, B.W.; *Investigation of Standardized Tests to Measure the Bond Performance of Prestressing Strand*; PCI Journal; Vol. 42; No. 4; pp. 56-80; Julio-Agosto; 1997.
7. Tilanterä, T.; Rechartd, T.; *Bond of Reinforcement in Lightweight Aggregate Concrete*; Vol. 17; pp. 2-35; Helsinki University of Technology; Division of Structural Engineering; 1977.
8. Den Uijl, J.A.; *Background of the CEB-FIP Model Code 90 Clauses on Anchorage and Transverse Tensile Actions in the Anchorage Zone of Prestressed Concrete Members*; 28<sup>th</sup> CEB Plenary Session; pp. 71-94; Viena; Septiembre; 1991.
9. Cousins, T.E.; Johnston, D.W.; Zia, P.; *Bond of Epoxy Coated Prestressing Strand*; Final Report; Research Project; Center for Transportation Engineering Studies; North Carolina States University; Diciembre; 1986.
10. Chong Key, C.; *Development Length of Prestressing Strand*; PhD Thesis; UMI; University Microfilms International; 1991.
11. Mitchell, D.; Cook, W.D.; Khan, A.A.; Tham, T.; *Influence of High Strength Concrete on Transfer and Development Length of Pretensioned Strand*; PCI Journal; Vol. 38; No. 3; pp. 52-56; 1993.

12. Cousins, T.; Stallings, J.M.; Simmons, M.B.; *Reduced Strand Spacing in Pretensioned; Prestressed Members*; ACI Structural Journal; Vol. 91; No. 3; pp. 277-286; ACI; Marzo-Abril; 1995.
13. Deatherage, J.H.; Burdette, E.G.; Chong, C.; *Development Length and Lateral Spacing Requirements of Prestressing Strand for Prestressed Concrete Bridge Decks*; PCI Journal; pp. 70-83; Enero-Febrero; 1994.
14. UNE 7-436-82 *Método de Ensayo para la Determinación de las Características de Adherencia de las Armaduras de Pretensado*; IRANOR; Madrid; 1982.
15. Chandler, I.J.; *Transmission Lengths of Pretensioned Tendons from Measurements of Pull-in*; Senior Lecturer; Civil Engineering; Curtin University of Technology; pp. 131-135; Noviembre; 1990.
16. Abendroth, R.E.; Stuart, R.A.; Yuan, D.; *Epoxy-Coated and Uncoated Strand Transfer Lengths for PC Panels*; Journal of Structural Engineering; Vol. 123; No. 5; pp. 550-560; ASCE; Mayo; 1997.
17. Russell, B.W.; Burns, N.H.; *Measurement of Transfer Lengths on Pretensioned Concrete Elements*; Journal of Structural Engineering; Vol. 123; No. 5; pp. 541-549; Mayo; 1997.
18. Abrishami, H.H.; Mitchell, D.; *Bond Characteristics of Pretensioned Strand*; ACI Materials Journal; Vol. 90; No. 3; pp. 228-235; ACI; Mayo-Junio; 1993.
19. Martí Vargas, J.R.; *Estudio Experimental de la adherencia de cordones pretensos en hormigones de altas prestaciones iniciales*; Tesis Doctoral; Universidad Politécnica de Valencia; 2001.
20. Sharaf Tork, B.; *Estudio de los Mecanismos Combinados de Fisuración y Adherencia en Elementos de Hormigón Armado y Pretensado*; Tesis Doctoral; Universidad Politécnica de Madrid; 1999.
21. Brearley, L.D.; Johnston, D.W.; *Pull-Out Bond Tests of Epoxy Coated Prestressing Strand*; Journal of Structural Engineering; Vol. 116; No. 8; pp. 2236-2252; Agosto; 1990.
22. Martínez, F.; Vázquez Herrero, C. et al.; *Adherencia entre el Hormigón y el Acero en Elementos Pretensos del Hormigón de Altas Prestaciones Iniciales: Objetivos del Proyecto y Planteamiento de los Ensayos*; 1<sup>er</sup> Congreso de Puentes y Estructuras; ACHE; Noviembre; 1999.
23. Vázquez Herrero, C.; Martínez Abella, F. et al.; *Adherencia entre el Hormigón y el Acero en Elementos Pretensos del Hormigón de Altas Prestaciones Iniciales: Desarrollo Experimental y Resultados*; 1<sup>er</sup> Congreso de Puentes y Estructuras; ACHE; Noviembre; 1999.
24. High Performance Structures and Composites; WIT Press; 2002. Capítulo: Martínez-Abella, F.; Vázquez-Herrero, C.; *Transfer length of high performance pretensioned concrete elements*; Southampton 2002.
25. Vázquez Herrero, Cristina; Martínez Abella, Fernando; *“De la necesidad de un ensayo normalizado para caracterizar la adherencia en elementos pretensados de armadura pretensa”*; Primer congreso de Prefabricación; ACHE; Mayo; 2002.
26. Yu, S.; *“Characteristic bond behavior of prestressing strands within the transfer length”*; Tesis Doctoral; UMI; 1993.
27. Armstrong, W.E.I.; *“Bond in Prestressed Concrete”*; Journal of the Institution of Civil Engineers, Vol. 33, N° 51, pp. 19-40; 1949.
28. Burnett, E.F.; Anis, A.H.; *“Bond Characteristics of Initially Untensioned Strand”*; Journal of the structural division, ASCE Journal, Vol. 107, N° ST5, pp.953-964; 1981.
29. Jokela, J. Tepfers, R.; *“Bond of Bundled Prestressing Steel Strands”*; Nordic Concrete Research, N° 1, pp.12.1-19, Technical Research Center of Finland, Diciembre 1982.
30. Vandewalle, L.; Mortelmans, F.; *“Anchorage of Strands”*; Actas XII Congreso de la FIP; pp. J16-J22; Washington, 1994.
31. Terteza et al.; *“The anchorage length of Pretensioned strands in Lightweight and Normal Weight Concrete Elements”*; Bond in Concrete: from research to practice; Riga Technical University and CEB, Riga; pp. 2.29-2.37, 1992.
32. Tulin, L.G.; Al-Chalabi, M.; *“Bond Strength as a function of Strand Tension and Cement Paste Content for Lightweight Aggregate concrete”*; Journal of the American Concrete Institute, Octubre, 1969, pp. 840-848.
33. Logan, D.R. *“Acceptance Criteria for Bond Quality of Strand for Pretensioned Prestressed Concrete Applications”*; PCI Journal, Vol. 42, N° 2, p. 52-90.
34. Lane, S.; *“Transfer Lengths in Rectangular Prestressed Concrete Concentric Specimens”*; Public Roads, Vol. 56, N° 2, pp. 67-71.



## SEMINARIO S10

# EVALUACIÓN DE ESTRUCTURAS EXISTENTES

Madrid, 3 al 5 de mayo de 2004

### OBJETIVOS:

El número y la edad de las estructuras existentes aumentan continuamente, por lo que los organismos competentes se ven cada vez más confrontados con la pregunta: *¿Tienen las estructuras existentes una fiabilidad suficiente para las condiciones actuales y futuras de uso?*

La diferencia fundamental entre la evaluación de estructuras existentes y el proyecto de estructuras de nueva construcción reside en el estado de información. Cuando la estructura analizada existe ya, son muchas las incertidumbres que se pueden reducir porque es posible afinar los modelos de cálculo para cada caso, aprovechando los resultados de inspecciones, ensayos y mediciones *in situ*. Por este motivo, la evaluación de una estructura existente se suele llevar a cabo de acuerdo con un procedimiento por fases: partiendo de datos generales, se afinan los modelos de resistencia y de las acciones de una fase a otra, actualizando y mejorando la información disponible. En la mayoría de los casos, el coste de la actualización de la información y de la aplicación de métodos sofisticados de análisis incluyendo métodos probabilistas de cálculo, se compensa con una reducción significativa del coste de la intervención o de otros costes, puesto que una evaluación demasiado conservadora puede conducir a limitaciones no justificadas de las cargas variables de uso, así como a refuerzos o demoliciones innecesarias de estructuras existentes.

En el seminario se abordarán, específicamente para las estructuras de hormigón, aspectos teóricos y prácticos de este exigente campo de trabajo. Se tratará tanto la evaluación de estructuras no dañadas como de estructuras afectadas por mecanismos de deterioro. Se presentará el Manual Contecvet para la evaluación de estructuras corroídas. También se abordarán las distintas medidas a adoptar en los casos en los que la evaluación no permita justificar una adecuada fiabilidad estructural. Medidas de este tipo incluyen inspecciones periódicas, reparaciones y refuerzos. Finalmente, se expondrán casos prácticos de evaluación y de gestión de estructuras existentes.

### PROFESORES

- M<sup>a</sup> Carmen Andrade Perdrix, Dra. Química Industrial, IETcc
- Peter Tanner, Ing. de Caminos, IETcc
- Fernando Rodríguez, Ing. de Caminos, Ministerio de Fomento
- José Manuel Gálligo, Ing. de Caminos, CEDEX
- Luis Ortega Basagoiti, Ing. de Caminos, GEOCISA
- Jorge Perelli, Ing. de Caminos, GEOCISA
- Juan Carlos López Agüi, Dr. Ing. de Caminos, IECA
- David Izquierdo López, Dr. Ingeniero de Caminos, INTECSA-INARSA
- Jesús Rodríguez Santiago, Dr. Ing. de Caminos, GEOCISA
- Miguel Ángel Losada, Dr. Ing. de Caminos, Universidad de Granada
- Juan A. Sobrino, Dr. Ing. de Caminos, PEDELTA y ETSICCP, UPC
- José M<sup>a</sup> Arrieta, Dr. Ing. de Caminos, PROES y ETSICCP, UPM
- Enrique González Valle, Dr. Ingeniero de Caminos, INTEMAC
- José Simón-Talero, Ing. de Caminos, Torroja Ingeniería
- Francisco Cosme de Mazarredo, Arquitecto, Generalitat Valenciana
- José Antonio Martín-Caro Álamo, Dr. Ing. de Caminos, M & C Ingeniería Estructural.

### Lugar:

Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja  
C/ Serrano Galvache, 4 - 28033 Madrid  
Tel.: 91 302 04 40 - Ext. 234 - Fax: 91 302 07 00  
e-mail: cemco@ietcc.csic.es

### Cuota de inscripción:

La cuota de inscripción es de 464,00 Euros (IVA incluido). Esta cuota cubre los derechos de matriculación, documentación y comida.



MINISTERIO  
DE CIENCIA  
Y TECNOLOGÍA

Con la colaboración del  
MINISTERIO  
DE FOMENTO

**Instituto de Ciencias de la  
Construcción Eduardo Torroja**

Consejo Superior de  
Investigaciones Científicas



# Rigidez a flexión $EI$ para el método de amplificación de momentos en soportes esbeltos de sección rectangular de hormigón armado sometidos a esfuerzos de flexo-compresión recta

## *Flexural rigidity $EI$ of RC slender columns under axial force and bending of rectangular section for the moment magnifier method*

♦  
José Luis Bonet Senach\*

♦  
Pedro F. Miguel Sosa\*

♦  
Miguel Ángel Fernández Prada\*

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
ETSI Caminos, Canales y Puertos  
Universidad Politécnica de Valencia

### RESUMEN

En este artículo se propone una nueva expresión para el cálculo de la rigidez a flexión  $EI$  en soportes de sección rectangular con armadura doblemente simétrica sometidos a una sollicitación de flexo - compresión recta, tanto instantánea como sostenida, válida tanto para hormigones convencionales como de alta resistencia.

La expresión propuesta ha sido deducida a partir de los resultados obtenidos mediante una simulación numérica y ha sido contrastada con 238 ensayos experimentales.

Se han comparado la expresión propuesta con las propuestas realizadas por el ACI-318 (02) y el EC-2(02). Se ha observado que mediante la expresión propuesta se obtiene una mejora notable en el grado de precisión.

La propuesta permite tanto la comprobación como el dimensionamiento de soportes esbeltos con suficiente precisión para la práctica profesional. Este método es aplicable a un importante porcentaje de soportes que se encuentran en el campo de la edificación.

### SUMMARY

*In this paper, a new expression is proposed for the flexure rigidity  $EI$  of RC slender columns under instantaneous and sustained axial force and bending, with rectangular*

*cross-section, symmetrically reinforced in both axes, valid not only for normal strength concrete but for high strength concrete.*

*The proposed expression has been derived from the results of a numeric simulation and has been checked against 238 experimental tests.*

*This proposed expression has been compared with the ACI-318 (02) and EC-2 (02) proposals. It has been observed a remarkable improvement in the accuracy with the proposed expression with regard to the proposed by both cases.*

*The proposal allows verification and design of slender columns with enough accuracy for the professional practice. This method is applicable to an important percentage of columns in buildings.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Cualquier elemento lineal sometido a flexión adopta una posición deformada desplazada de su posición original. En estas condiciones, la existencia de un esfuerzo axial de compresión ( $N$ ) produce una flexión adicional ( $N \cdot \Delta$ ), tanto mayor cuanto mayor sea dicho desplazamiento (Figura 1). Este momento flector adicional es un esfuerzo de segundo orden ( $M_2$ ) que invalida el principio de proporcionalidad entre las acciones y los momentos flectores en cada sección. Este efecto se conoce como **no-linealidad geométrica**. La amplificación de los flectores puede conducir al agotamiento de la

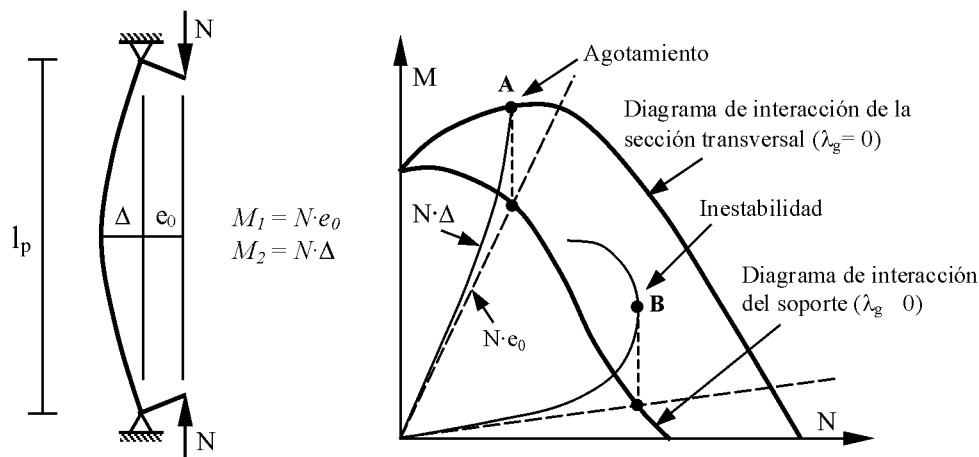


Figura 1. Diagrama de interacción de la sección transversal y del soporte.

estructura por sollicitaciones normales, o a una situación de pérdida de equilibrio (inestabilidad o pandeo) antes del agotamiento de la estructura.

En la magnitud de los esfuerzos de segundo orden tiene una especial importancia la deformabilidad de la estructura. Por ello, en el caso de estructuras de hormigón resulta imprescindible la consideración del comportamiento no-lineal de los materiales, la fisuración y los efectos diferidos (**no-linealidad de los materiales**).

Para la consideración de los momentos de segundo orden en el análisis de soportes aislados sometidos a esfuerzos de flexo-compresión recta existen distintos métodos que pueden clasificarse de acuerdo con el esquema que se indica en la figura 2.

Son numerosos los **métodos generales** propuestos para analizar el comportamiento estructural del soporte (Marí (1984) [32], Wang (1990) [42], Tsao (1991) [39], Kim et al (1992) [30], Ahmad et al (1995) [3] y Bonet (2001)[5]). La diferencia entre los mismos estriba en las características que incorporan en el modelo y las técnicas de aproximación numérica (método de los elementos finitos, diferencias finitas,...) Para aplicar dichos métodos resulta necesario la utilización de computadoras.

Los métodos simplificados de cálculo de soportes sometidos a una sollicitación de **flexo-compresión recta**, se pueden clasificar en dos tipos: métodos de comprobación y métodos de dimensionamiento. Los **métodos de comprobación** (Arenas (1980) [4]), aplicables si se conoce la distribución y cuantía de armadura, permiten verificar si los esfuerzos resistidos por la sección son superiores o no a los esfuerzos de diseño (método de la deformada senoidal, método de la columna modelo).

Los **métodos de dimensionamiento**, buscan obtener la cuantía y distribución de armadura. Estos procedimientos se clasifican a su vez en dos tipos: directo o indirecto. Mediante los métodos de dimensionamiento **directo** se obtiene la cuantía de armadura a partir de los esfuerzos de primer orden, teniendo en cuenta implícitamente los esfuerzos de segundo orden (Corres et al (1983)[17, 18 y 19]) Sin embargo, mediante los métodos de dimensionamiento **indirecto** (Van Laruwen et al (1966)[40]) se calcula un esfuerzo total de diseño que incluye el comportamiento no lineal del hormigón. A partir de este esfuerzo se dimensiona la armadura del soporte. Según el modo de obtener el esfuerzo de diseño se distinguen dos tipos de métodos: método del momento complementario o de la excentricidad adicional y el método de amplificación de momentos.

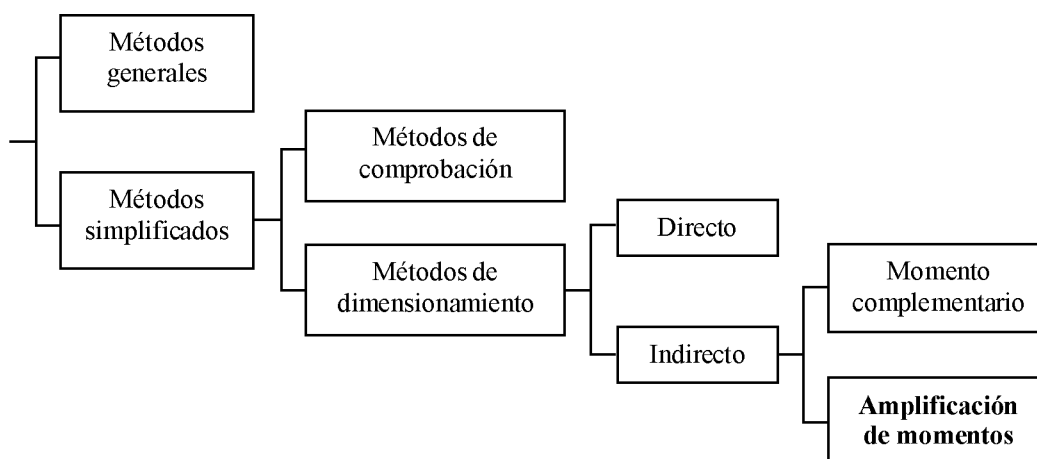


Figura 2. Métodos de cálculo de soportes aislados sometidos a sollicitaciones de flexo-compresión recta.

En general, la mayoría de las normativas (BAEL-91[8], BS-8110(1997)[7], CM-90[14], EC-2(1991)[22], EC-2 (Draft for Stage 49) (2002)[23], EHE(1999)[12]) aplican el **método del momento complementario**, que consiste en añadir al momento de primer orden ( $M_1$ ) un momento adicional ( $M_{add}$ ), que se obtiene evaluando una excentricidad adicional ( $e_{add}$ ):

$$M_t = M_1 + M_{add} = N \cdot (e_0 + e_{add}) \quad (1)$$

donde:  $M_t$  momento total de diseño  
 $e_0$  excentricidad de primer orden

El código ACI-318(02)[2] y el EC-2 (Draft for Stage 49) (2002) [23] propugnan el empleo del **método de amplificación de momentos**. Mediante este método, el momento total de diseño, se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$M_t = \delta_{ns} \cdot M_1 \quad (2)$$

donde  $\delta_{ns}$  es el factor de amplificación de momentos que depende de la relación entre el axil aplicado ( $N$ ) y el axil crítico ( $N_{cr}$ )

$$\delta_{ns} = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \neq 1.0 \quad (3)$$

$$N_{cr} = \frac{EI \cdot \pi^2}{l_p^2} \quad (4)$$

donde:  $EI$  rigidez a flexión EI del soporte  
 $l_p$  longitud de pandeo

La rigidez a flexión EI del soporte representa la rigidez equivalente de un soporte ficticio de rigidez constante y, cuya longitud de pandeo ( $l_p$ ) y axil crítico ( $N_{cr}$ ) coincide con los del soporte real. Dicha rigidez EI del soporte representa el comportamiento global del mismo y no el de una sección en concreto.

En las últimas tres décadas han sido numerosas las propuestas realizadas por distintos códigos y autores para determinar la rigidez del soporte tanto para cargas instantáneas como sostenidas.

Así, en 1971 el código ACI-318 [1] presentó las siguientes expresiones para evaluar la rigidez EI del soporte:

$$EI = \frac{0.2 \cdot E_c \cdot I_c + E_s \cdot I_s}{1 + \beta_d} \quad (5)$$

$$EI = \frac{0.4 \cdot E_c \cdot I_c}{1 + \beta_d} \quad (6)$$

donde:  $E_c$  módulo de deformación secante del hormigón  
 $I_c$  momento de inercia de la sección bruta respecto a su centro de gravedad  
 $E_s$  módulo de deformación de las armaduras

$I_s$  momento de inercia de las armaduras respecto al centro de gravedad de la sección bruta  
 $\beta_d$  en estructuras intraslacionales es la relación entre el axil permanente y el axil total asociado a una misma combinación de carga

En la actualidad el código ACI-318 (02) [2] sigue manteniendo para el cálculo de la rigidez a flexión EI del soporte las expresiones 5 y 6 propuestas desde 1971.

Distintos autores como Mavichak y Furlong (1976) [33] y Mirza (1990) [34], citan que dichas expresiones en ocasiones están del lado de la inseguridad al no considerarse ni el nivel del axil ni la excentricidad relativa entre sus parámetros.

En 1976, Mavichak y Furlong [33], basándose en los ensayos realizados para soportes de sección cuadrada por Drysdale y Huggins (1971) [20] y por Wu (1973) [43], y en ensayos experimentales propios para sección rectangular y oval, propusieron la siguiente expresión de la rigidez EI del soporte para cargas instantáneas:

$$EI = \frac{0.2 \cdot E_c \cdot I_c + E_s \cdot I_s}{1.6 \cdot (1 - 2 \cdot N / N_{uc})} \quad (7)$$

donde  $N_{uc}$  es el esfuerzo de agotamiento correspondiente a la situación de compresión simple.

De nuevo, en 1979 Furlong [25] propuso las siguientes expresiones para evaluar la rigidez EI del soporte a partir de resultados experimentales.

$$EI = \left( \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{N_{uc}} - \frac{1}{7.5} \right) \cdot E_c \cdot I_c + E_s \cdot I_s \geq E_c \cdot I_c \quad (8)$$

$$EI = \frac{2}{3} \cdot E_c \cdot I_c \geq 0.2 \cdot E_c \cdot I_c \quad (9)$$

En 1990, Mirza [34] analiza estadísticamente los distintos parámetros que intervienen en la definición de la rigidez a partir de resultados deducidos mediante la simulación numérica de soportes esbeltos de sección cuadrada. El estudio indica que existe una gran dependencia de la rigidez EI con la excentricidad relativa ( $e_0/h$ ) o el índice de la carga aplicada ( $N/N_{uc}$ ). Además, observa que la relación entre las rigideces ( $E_s I_s / E_c I_c$ ) o el recubrimiento tiene muy poca importancia sobre la rigidez EI del soporte

Por otra parte, este mismo autor realiza una regresión múltiple con los datos obtenidos a partir de la simulación numérica realizada, proponiendo las siguientes expresiones de la rigidez EI del soporte para cargas instantáneas:

$$EI = \left[ \left( 0.27 + 0.003 \cdot \frac{l_p}{h} - 0.3 \cdot \frac{e_0}{h} \right) \cdot E_c \cdot I_c + E_s \cdot I_s \right] \geq E_s \cdot I_s \quad (10)$$

$$EI = \left[ \left( 0.3 - 0.3 \cdot \frac{e_0}{h} \right) E_c I_c + E_s I_s \right] \geq E_s I_s \quad (11)$$

Alternativamente, Ehsani et al (1987) [21], Sigmon et al (1990 [38] y Resheidat et al (1995) [37] han propuesto distintas expresiones de la rigidez  $EI$  para soportes de sección circular sometidas a cargas instantáneas.

En 1999, Mirza y Tikka [35, 36], han propuesto una expresión para el cálculo de la rigidez  $EI$  en soportes de sección compuesta para cargas instantáneas tanto flectando respecto a su eje débil como respecto a su eje fuerte a partir de una simulación numérica.

Por último, en el EC-2 (Draft for Stage 49) (2002) [23], se ha propuesto la siguiente expresión para el cálculo de la rigidez  $EI$  del soporte:

$$EI = K_c \cdot E_{cd,eff} \cdot I_c + K_s \cdot E_s \cdot I_s \quad (12)$$

donde  $E_{cd,eff}$  módulo de elasticidad eficaz

$$E_{cd,eff} = E_{cm} / \left\{ \gamma_{cE} \cdot (1 + \varphi_{eff}) \right\} \quad (13)$$

$\gamma_{cE}$  coeficiente parcial de seguridad igual a 1.2

$E_{cm}$  módulo de deformación secante del hormigón

$\varphi_{eff}$  coeficiente de fluencia equivalente igual a:

$$\varphi_{eff} = \beta \cdot \varphi \quad (14)$$

$\varphi$  coeficiente de fluencia

$\beta$  relación entre la carga cuasi-permanente y la carga total

$K_s = 1$  para  $\rho \geq 0.002$

$K_c = k_1 \cdot k_2 / (1 + \varphi_{eff})$  para  $\rho \geq 0.002$

$\rho$  cuantía geométrica de la armadura longitudinal ( $A_s/A_c$ )

$k_1 = \sqrt{f_{ck}/20}$  (MPa)

$k_2 = (v \cdot \lambda_m) / 170 \leq 0.20$

$v$  axil reducido [ $N/(A_c \cdot f_{cd})$ ]

$\lambda_m$  esbeltez mecánica del soporte

Del análisis de los antecedentes se observa que son numerosas las propuestas que se han realizado para evaluar la rigidez a flexión  $EI$  del soporte. De las expresiones referenciadas la más sencilla es la propuesta por el código ACI-318 (02) [2] (ec 5 y 6). Puede observarse que dichas expresiones son independientes del esfuerzo de primer orden aplicado en el soporte. Sin embargo, el resto de las propuestas hacen depender sus expresiones del esfuerzo aplicado, bien a través de la excentricidad relativa ( $e_0/h$ ) bien a través del índice de la carga aplicada ( $N/N_{uc}$ ).

Por otra parte, la mayoría de las propuestas han sido desarrolladas para hormigones convencionales. Por ello, resulta necesario revisar la expresión de la rigidez a flexión  $EI$  con el fin de ampliar el rango de aplicación al campo de los hormigones de alta resistencia así como evaluar los parámetros que más influyen en la expresión de la rigidez.

## 2. OBJETIVOS, METODOLOGÍA E IMPORTANCIA DE LA INVESTIGACIÓN

El objetivo de este artículo es proponer una nueva expresión para el cálculo de la rigidez a flexión  $EI$  en soportes de sección rectangular de hormigón armado con una distribución de armado doblemente simétrica, sometido a una sollicitación de flexo - compresión recta, tanto instantánea como sostenida, válida tanto para hormigones convencionales como de alta resistencia.

La expresión propuesta de la rigidez  $EI$  ha sido deducida a partir de los resultados obtenidos mediante una simulación numérica. Las características de la simulación se enumeran en el apartado tercero de este trabajo. El ajuste de la expresión que se propone ha sido contrastado con resultados experimentales.

Este método es aplicable a un importante porcentaje de soportes de hormigón armado que se encuentran en el campo de la edificación, permite de forma sencilla la comprobación de secciones o el dimensionamiento de la armadura y muestra un buen grado de precisión para su aplicación en la práctica profesional.

## 3. SIMULACIÓN NUMÉRICA

La rigidez a flexión  $EI$  del soporte ha sido deducida a partir de la aplicación de un método general de análisis de estructuras lineales de hormigón armado basado en la técnica de los elementos finitos. Este modelo numérico incluye entre otras las siguientes características básicas:

- Elemento finito unidimensional de trece grados de libertad (Marí (1984)[32])
- Comportamiento no lineal del hormigón (CM-90[14], CEB-FIP (1995) [15])
- Comportamiento no lineal del acero: diagrama bilineal. (CM-90[14])
- No linealidad geométrica: grandes desplazamientos y grandes deformaciones.
- Comportamiento en el tiempo: fluencia y retracción (CEB(1978, 1983) [16,13])

Una más detallada información de este modelo numérico puede encontrarse en Bonet (2001) [5]. Este mismo trabajo muestra el buen nivel de ajuste de los resultados obtenidos reproduciendo numerosos ensayos experimentales existentes en la bibliografía, que cubren un amplio rango de variación de resistencias de hormigón y de esfuerzos aplicados

Este modelo numérico se ha empleado en este trabajo para realizar el análisis de las principales variables que influyen en la rigidez  $EI$ . En la tabla 1 se muestran los parámetros analizados y sus intervalos de variación. Además, se ha considerado como dato fijo el recubrimiento mecánico de las armaduras longitudinales, fijándose en un 10% del canto. La



combinación de los diferentes valores adoptados para dichos parámetros ha dado lugar a aproximadamente 3.000 ensayos numéricos.

#### 4. PROPUESTA DE LA RIGIDEZ EI

##### 4.1. Rigidez a flexión EI del soporte bajo cargas instantáneas

La estimación de la rigidez EI del soporte sometido a cargas instantáneas se realiza a partir de la conocida expresión:

$$EI = \alpha \cdot E_c \cdot I_c + E_s \cdot I_s \quad (15)$$

donde  $\alpha$  se denomina en este trabajo factor de rigidez. Este factor requiere un ajuste numérico a partir de los resultados que se obtienen de la simulación numérica (Tabla 1).

Mediante la simulación numérica (S.N.) aplicada a un soporte esbelto ( $\lambda_g \neq 0$ ) sometido a unos esfuerzos de flexo-compresión, se obtiene para un determinado nivel de axil  $N_i$ , el máximo esfuerzo de primer orden  $(M_1)_{SN}$  que es capaz de soportar. Por otra parte, también es posible calcular el momento flector de agotamiento  $(M_t)_{SN}$  correspondiente a la sección transversal del soporte ( $\lambda_g = 0$ ) para el mismo nivel de axil (Figura 3).

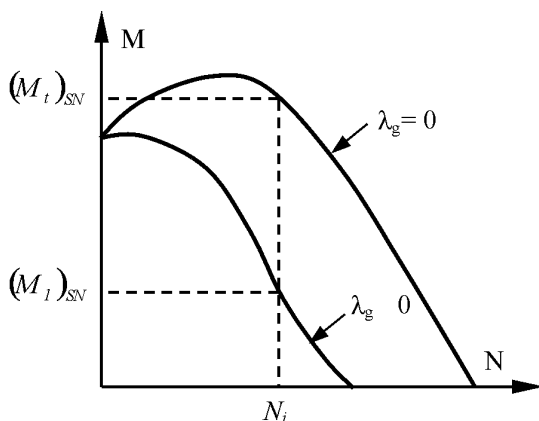


Figura 3. Método de Amplificación de Momentos.

A partir de estos datos se puede obtener el valor del factor de rigidez " $\alpha$ " realizando secuencialmente los siguientes pasos:

- a) En primer lugar se obtiene el factor de amplificación:

$$(\delta_{ns})_{SN} = \frac{(M_t)_{SN}}{(M_1)_{SN}} \quad (16)$$

- b) Este valor permite obtener el axil crítico del soporte a partir de la expresión 3:

$$(N_{cr})_{SN} = \frac{N_i}{1 - \frac{1}{(\delta_{ns})_{SN}}} \quad (17)$$

- c) A partir de la expresión 4 se calcula la rigidez a flexión del soporte:

$$(EI)_{SN} = \frac{(N_{cr})_{SN} \cdot I_p^2}{\pi^2} \quad (18)$$

- d) Y finalmente, de la expresión 15 se obtiene el factor de rigidez " $\alpha$ "

$$(\alpha)_{SN} = \frac{(EI)_{SN} - E_s I_s}{E_c I_c} \quad (19)$$

A modo de ejemplo, en la figura 4 se representa gráficamente el factor de rigidez " $\alpha$ " en función de la excentricidad relativa de primer orden  $e_0/h$ , y de la esbeltez geométrica  $\lambda_g$ , para el caso de un soporte de sección cuadrada, con armadura en las cuatro esquinas, cuantía mecánica ( $\omega$ ) de 0.5 y resistencia a compresión simple del hormigón ( $f_c$ ) de 30 MPa. La excentricidad relativa de primer orden se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$(e_0/h) = \frac{(M_1)_{SN} / N_i}{h} \quad (20)$$

donde h es el canto de la sección según el eje de flexión.

Tabla 1. Rango de variación de los parámetros analizados.

Parámetros	Valores considerados
Esbeltez geométrica	• $\lambda_g = 10, 15, 20, 25, 30$
Forma de la sección	• Rectangular
Distribución de la armadura	– Doblemente simétrica en las cuatro esquinas – Doblemente simétrica distribuida uniformemente en los cuatro lados – Simétrica situada en dos caras opuestas
Tipología estructural	• Soporte aislado bipoyado
Esfuerzo axil	• Se divide como mínimo en diez niveles de axil definidos entre el axil nulo y el axil de agotamiento a compresión simple
Resistencia del hormigón	• $f_c = 30$ MPa, 50 MPa y 80 MPa
Resistencia del acero	• $f_y = 400$ MPa y 500 MPa
Cuantía mecánica	• $\omega = 0.06, 0.25, 0.50, 0.75$
Coefficiente de fluencia	• $\phi = 1, 2, 3$

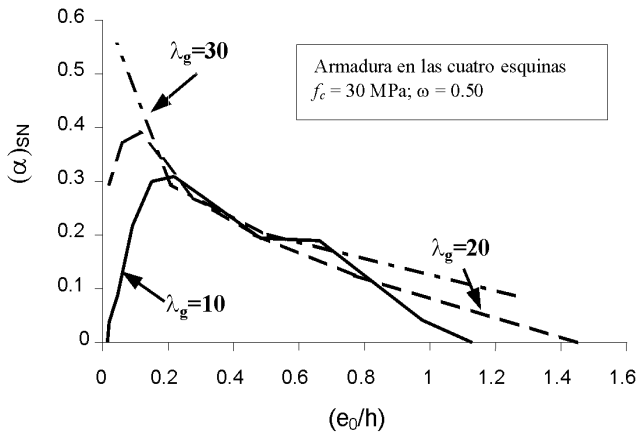


Figura 4. Factor de rigidez  $\alpha$ .

Como se observa en la figura 4 el valor del factor de rigidez  $\alpha$  coincide para cualquier valor de  $\lambda_g$  si la excentricidad relativa  $e_0/h$  es igual a 0.2. A este punto característico se le denomina en este trabajo “factor de rigidez pivote” y se le designará como  $\alpha_p$ . También puede observarse en esta figura un comportamiento diferente del factor de rigidez si la excentricidad  $e_0/h$  es superior o inferior a 0.2.

Así, si la excentricidad  $e_0/h$  es superior a 0.2, el factor de rigidez  $\alpha$  es decreciente. En este caso, el valor del factor de rigidez es sensiblemente independiente de la esbeltez y puede aproximarse por una única recta. En caso contrario, el factor de rigidez es fuertemente dependiente de la esbeltez pasando de una pendiente positiva para pequeñas esbelteces a una pendiente negativa para grandes esbelteces. En este caso se aproximará el factor de rigidez en función de la excentricidad relativa ( $e_0/h$ ) mediante rectas de pendiente variable en función de la esbeltez geométrica  $\lambda_g$ .

La forma de las curvas  $\alpha - e_0/h$  está asociado al diferente tipo de rotura del soporte: para excentricidades elevadas ( $e_0/h > 0.2$ ) la rotura es esencialmente por agotamiento y, en este caso, la rigidez se ve poco influenciada por la esbeltez; sin embargo, para excentricidades pequeñas, la rotura del soporte se produce principalmente por inestabilidad, y en consecuencia, está estado marcadamente influido por la esbeltez.

La expresión analítica correspondiente a las observaciones cualitativas comentadas es:

$$\begin{aligned} \alpha &= m_1 \cdot (e_0/h - 0.2) + \alpha_p \quad \text{si } e_0/h < 0.2 \\ \alpha &= m_2 \cdot (e_0/h - 0.2) + \alpha_p \quad \text{si } e_0/h \geq 0.2 \end{aligned} \quad (21)$$

Los coeficientes  $m_1$ ,  $m_2$  y  $\alpha_p$  se determinan ajustando por mínimos cuadrados los resultados obtenidos en la simulación numérica.

La pendiente “ $m_1$ ” como ya se ha mencionado depende principalmente de la esbeltez geométrica del soporte. Se propone una variación lineal en función de la esbeltez geométrica  $\lambda_g$ .

$$m_1 = -0.14 \cdot \lambda_g + 2.5 \quad (22)$$

La pendiente “ $m_2$ ” depende fundamentalmente de la resistencia del hormigón, pero prácticamente no depende ni de la esbeltez ni de la cuantía de armadura. Se propone una variación lineal de  $m_2$  con la resistencia  $f_c$ :

$$m_2 = -\frac{f_c}{200} - 0.12 \quad f_c \text{ en MPa} \quad (23)$$

Análogamente, el factor de rigidez pivote  $\alpha_p$  sólo es función de la resistencia del hormigón, proponiéndose también una función lineal con  $f_c$ :

$$\alpha_p = \frac{f_c}{200} + 0.12 \quad (24)$$

Por tanto, el factor de rigidez  $\alpha$  tiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \alpha &= (-0.14 \cdot \lambda_g + 2.5) \cdot (e_0/h - 0.2) + \left(\frac{f_c}{200} + 0.12\right) \cdot 0.1 \quad \text{si } e_0/h < 0.2 \\ \alpha &= \left(\frac{f_c}{200} + 0.12\right) \cdot (1.2 - e_0/h) \cdot 0.1 \quad \text{si } e_0/h \geq 0.2 \end{aligned} \quad (25)$$

#### 4.2. Rigidez a flexión EI del soporte bajo cargas sostenidas

Análogamente al proceso seguido en el apartado anterior, se obtiene la expresión de la rigidez EI para cargas sostenidas.

Cabe señalar que en algunos casos se obtienen valores de la rigidez “EI” inferiores a la rigidez elástica de las armaduras ( $E_s I_s$ ). En primera instancia, este resultado parece erróneo si se piensa que el acero es un material elástico y lineal. No obstante, este fenómeno tiene su explicación en la rama plástica del diagrama tensión-deformación ( $\sigma_s - \epsilon_s$ ) del acero (Figura 5). Cuando el acero plastifica y desarrolla deformaciones superiores a la deformación de plastificación ( $\epsilon_y$ ), el módulo de deformación que interviene en la rigidez EI de la sección es el módulo secante ( $E_s^*$ ) y no el módulo tangente ( $E_s$ ).

Debido a que en el caso de soportes de esbeltez pequeña la rotura se alcanza fundamentalmente por agotamiento (ver figura 5), la fluencia en el hormigón hace que se produzcan deformaciones superiores a la de plastificación en las armaduras comprimidas ( $\epsilon_s^*(t) > \epsilon_s^*(t_0)$ ). Así, si se reduce la esbeltez del soporte el módulo de deformación secante del acero disminuye. Por el contrario, cuando la esbeltez aumenta, la rotura viene definida por la inestabilidad que se produce al cambiar bruscamente la rigidez de las armaduras comprimidas y, por consiguiente con deformaciones próximas al límite elástico, así conforme se incrementa la esbeltez el módulo de deformación secante ( $E_s^*$ ) tiende al módulo tangente ( $E_s$ ).

Debido a este fenómeno, el módulo secante ( $E_s^*$ ) del acero se ajustará con una función del tipo:

$$E_s^* = E_s / (1 + \eta(\lambda_g, \varphi)) \quad (26)$$

donde  $\eta(\lambda_g, \varphi)$  es el coeficiente de minoración del módulo de deformación tangente del acero.

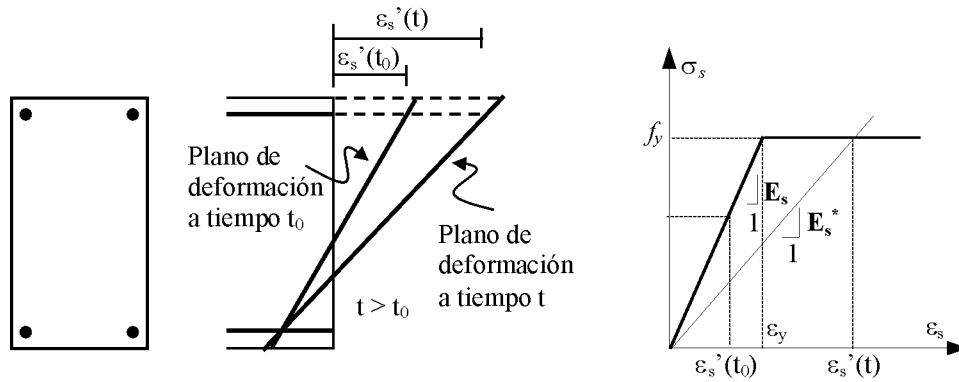


Figura 5. Comportamiento de la sección frente a cargas sostenidas.

Por otra parte, el módulo  $E_c$  del hormigón que interviene en el cálculo de la rigidez de la sección transversal también disminuirá debido a la fluencia a partir de la conocida expresión:

$$E_c / (1 + \varphi) \tag{27}$$

Con todo ello, la rigidez equivalente del soporte se estimará a partir de la expresión:

$$EI = \alpha \cdot \frac{E_c}{1 + \varphi} \cdot I_c + \frac{E_s}{1 + \eta(\lambda_g, \varphi)} \cdot I_s \tag{28}$$

Mediante un análisis por mínimos cuadrados se obtiene el ajuste del coeficiente de interpolación  $\eta$  a partir de la siguiente función exponencial:

$$\eta = 1.9 \cdot \varphi \cdot \exp(-0.1 \cdot \lambda_g) \tag{29}$$

Por último, se ha modificado sensiblemente la expresión 25 del factor de rigidez  $\alpha$  al considerar el efecto de la fluencia para el caso de excentricidades pequeñas ( $e_0/h < 0.2$ ) proponiéndose la siguiente expresión:

$$\alpha = (-0.14 \cdot \lambda_g + 2.5 - 0.35 \cdot \varphi) \cdot (e_0/h - 0.2) + \left(\frac{f_c}{200} + 0.12\right) \leq 0.1 \tag{30}$$

si  $e_0/h < 0.2$

$$\alpha = \left(\frac{f_c}{200} + 0.12\right) \cdot (1.2 - e_0/h) \leq 0.1$$

si  $e_0/h \geq 0.2$

En el caso de que la carga permanente que solicita al soporte difiera de la carga total, se substituirá el coeficiente de fluencia ( $\varphi$ ) en las expresiones 27, 29 y 30 por el coeficiente de fluencia equivalente ( $\varphi_{eff}$ ) calculado a partir de la expresión 14.

### 5. VERIFICACIÓN DEL MODELO PROPUESTO

Debido a las simplificaciones adoptadas resulta necesario analizar el grado de precisión que se consigue aplicando la

expresión propuesta para el cálculo de la rigidez EI del soporte (ec. 30) respecto a resultados experimentales.

El grado de precisión puede evaluarse a partir de la relación entre el esfuerzo axial de agotamiento calculado mediante el método simplificado ( $N_s$ ) y el obtenido en el ensayo experimental ( $N_t$ ), pero resultaría inadecuado para situaciones de flexión simple. Si por el contrario el grado de precisión se evalúa a partir de la relación entre los momentos flectores ( $M_s$ ) y ( $M_t$ ), resulta de nuevo inadecuado para situaciones de compresión simple. Para salvar esta dificultad, se toma como referencia para evaluar el grado de precisión la relación ( $\xi$ ) entre los valores obtenidos por el método simplificado y por el ensayo del parámetro R definida por Zhou y Hong (2000) [44].

$$\xi = \frac{R_s}{R_t} \tag{31}$$

$$R = R(N, M_1) = \sqrt{N^2 + \left(\frac{M_1}{h}\right)^2} \tag{32}$$

donde  $R_s$  es el parámetro correspondiente a los resultados de aplicar el método simplificado,  $R_t$  el correspondiente al ensayo experimental,  $N$  es el axil aplicado en soporte,  $M_1$  es el momento de primer orden (Figura 1) y  $h$  es el canto de la sección

La expresión propuesta para el cálculo de la rigidez EI ha sido contrastada con 238 ensayos experimentales. Los ensayos experimentales utilizados corresponden a soportes de hormigón armado biapoyados sometidos a esfuerzos de flexo-compresión recta. La sección es rectangular con armadura doblemente simétrica. En estos ensayos se fija la magnitud, dirección y sentido de la excentricidad, que es igual en ambos extremos, y se ha obtenido la máxima capacidad axial del soporte.

Esta misma condición de carga ha sido aplicada para obtener la capacidad axial del soporte que predice el método simplificado con el fin de contrastarlos con resultados experimentales. Para calcular los momentos últimos de sección se ha aplicado el diagrama de cálculo parábola - rectángulo y el diagrama de pivotes de rotura definidos por la instrucción EHE (1999) [12].

En la tabla 2 se muestra el rango de variación de los parámetros que han sido estudiados en los distintos ensayos experimentales.

En la tabla 3, se muestra el grado de precisión que alcanza el método propuesto tanto para los ensayos experimentales de soportes sometidos a cargas instantáneas como sostenidas. También, se incluye la evaluación del método para la totalidad de los ensayos independientemente del tipo de

carga. En esta tabla se puede observar que se obtiene un ratio medio ( $\xi_m$ ) para cargas instantáneas de 0.95 con un coeficiente de variación de 0.12, mientras que para cargas sostenidas se mejora sensiblemente los resultados obtenidos obteniéndose un ratio medio de 0.97 y un coeficiente de variación de 0.07. Finalmente, para la totalidad de los ensayos analizados la aplicación del método muestra un ratio medio de 0.95 y un coeficiente de variación de 0.11.

**Tabla 2. Rango de variación de los parámetros de estudio en los ensayos experimentales.**

Parámetro	Rango
Resistencia del hormigón [ $f_c$ (MPa)]	10.76 MPa – 107 MPa
Resistencia del acero [ $f_y$ (MPa)]	229.55 MPa – 684 MPa
Cuantía mecánica de armadura [ $\omega$ ]	0.065 – 0.87
Cuantía geométrica de armadura [ $\rho_g$ ]	0.01 – 0.04
Tipo de sección	Rectangular o cuadrada
Distribución de armadura	Doblemente simétrica
Esbeltez geométrica [ $\lambda_g$ ]	3 – 40
Relación canto – ancho [ $h/b$ ]	1 – 3
Axil reducido [ $v$ ]	0.09 – 1.19
Excentricidad relativa [ $\theta$ ]	0.05 – 0.73
Coeficiente de fluencia [ $\phi$ ]	0.32 – 2.67
Coeficiente de fluencia equivalente [ $\phi_{eff}$ ]	0.32 – 2.67
Relación entre el axil debido a la carga permanente y el debido a la carga total [ $\beta = N_g/N_{total}$ ]	0.41 – 1

**Tabla 3. Relación de autores y grado de precisión del método propuesto respecto a los ensayos experimentales.**

	Cargas instantáneas					Cargas sostenidas					Total				
	Nº	$\xi_m$	C.V.	$\xi_{m\max}$	$\xi_{m\min}$	Nº	$\xi_m$	C.V.	$\xi_{m\max}$	$\xi_{m\min}$	Nº	$\xi_m$	C.V.	$\xi_{m\max}$	$\xi_{m\min}$
Kim y Yang (1995) [28]	23	0.98	0.09	1.19	0.84	–	–	–	–	–	23	0.98	0.09	1.19	0.84
Kim y Lee (2000) [29]	6	0.85	0.05	0.94	0.81	–	–	–	–	–	6	0.85	0.05	0.94	0.81
Drysdale y Huggins (1971) [20]	4	0.94	0.03	0.96	0.91	4	0.87	0.05	0.93	0.81	8	0.90	0.05	0.96	0.81
Claeson y Gylltoft (1998) [11]	11	0.95	0.09	1.11	0.81	–	–	–	–	–	11	0.95	0.09	1.11	0.81
Foster y Attard (1997) [24]	54	0.87	0.08	1.20	0.71	–	–	–	–	–	54	0.87	0.08	1.20	0.71
Lloyd y Rangan (1996) [31]	30	0.98	0.12	1.18	0.73	–	–	–	–	–	30	0.98	0.12	1.18	0.73
Claeson y Gylltoft (2000) [10]	2	1.08	(*)	1.08	1.08	2	0.83	(*)	0.85	0.80	4	0.95	0.15	1.08	0.80
Breen y Ferguson (1969) [6]	2	0.96	(*)	0.98	0.94	–	–	–	–	–	2	0.96	(*)	0.98	0.94
Chang y Ferguson (1963) [9]	4	0.90	0.09	1.02	0.80	–	–	–	–	–	4	0.90	0.09	1.02	0.80
Molzahn (1983) [13]	–	–	–	–	–	8	0.99	0.07	1.13	0.88	8	0.99	0.07	1.13	0.88
Green y Breen (1969) [27]	–	–	–	–	–	2	0.97	(*)	0.97	0.97	2	0.97	(*)	0.97	0.97
Goyal y Jackson (1971) [26]	23	1.12	0.04	1.20	1.03	20	0.98	0.05	1.06	0.90	43	1.05	0.08	1.20	0.90
Viest et al (1956) [41]	15	0.96	0.09	1.12	0.77	28	0.97	0.07	1.12	0.86	43	0.97	0.07	1.12	0.77
	174	0.95	0.12	1.20	0.71	64	0.97	0.07	1.13	0.8	<b>238</b>	<b>0.95</b>	<b>0.11</b>	<b>1.20</b>	<b>0.71</b>

(\*) El valor del coeficiente de variación no es representativo debido al escaso número de ensayos  
 $\xi_m$ : ratio medio; C.V.: coeficiente de variación;  $\xi_{m\max}$ : ratio máximo;  $\xi_{m\min}$ : ratio mínimo

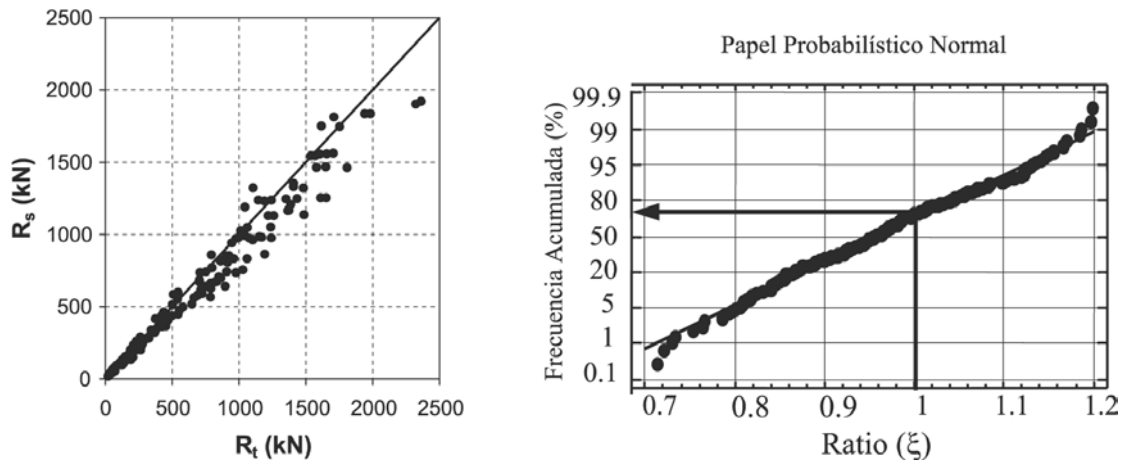


Figura 6. Comparación entre los resultados experimentales y los resultados obtenidos mediante el método propuesto.

En la figura 6 se muestra una comparación entre los resultados experimentales ( $R_t$ ) respecto a los resultados obtenidos mediante el método propuesto ( $R_s$ ). En esta misma figura se ha representado la distribución de frecuencias acumuladas del ratio  $\xi$  en un papel probabilístico normal. Puede observarse que dicha distribución de errores se adapta correctamente a la distribución normal, así como que la gran mayoría de los resultados se sitúan del lado de la seguridad, siendo el fráctil para el ratio igual a la unidad del 71.49%.

En la figura 7, se muestra la distribución de ratios  $\xi$  en función de los parámetros más importantes. Sobre dicha figura se ha representado la línea de tendencia y su ecuación correspondiente en función de cada parámetro objeto de estudio. La dispersión de resultados obtenidos es razonable con la variación típica de este tipo de pruebas de laboratorio.

Se ha elegido como variables de referencia la resistencia a compresión simple del hormigón en probeta cilíndrica ( $f_c$ ), el límite elástico del acero ( $f_s$ ), la cuantía mecánica de armadura ( $\omega$ ), la esbeltez geométrica del soporte ( $\lambda_g$ ), el axil reducido ( $\nu$ ), el coeficiente de fluencia ( $\varphi$ ) y el coeficiente de fluencia equivalente ( $\varphi_{eff}$ ) obtenido como producto del coeficiente de fluencia y la relación entre el axil permanente y el axil total que causa la rotura del soporte (ec. 14). Además se ha representado el ratio  $\xi$  en función de un parámetro auxiliar  $\theta$  cuya expresión analítica es la siguiente:

$$\theta(\text{rad.}) = \tan^{-1} \left[ \frac{M_t}{N \cdot h} \right] \quad (33)$$

El parámetro  $\theta$  permite analizar de forma indirecta la distribución de ratios en función de la excentricidad relativa aplicada en el soporte. Así, para el caso de compresión simple  $\theta$  se anula y para el caso de flexión simple  $\theta$  es igual a  $\pi/2$ . La ventaja de utilizar este cambio de variable es que es tratable matemáticamente el caso de carga de flexión simple.

En todas las gráficas de la figura 7, la línea de tendencia se sitúa en una posición de  $\xi$  ligeramente inferior a la unidad, proporcionando por consiguiente resultados del lado de la

seguridad. En general, se observa que las líneas de tendencia son decrecientes, salvo para la cuantía mecánica de armadura y el parámetro  $\theta$  que presenta una tendencia marcadamente horizontal y la esbeltez geométrica que presenta una línea de tendencia creciente.

Por último, en las figuras 8 y 9 se muestra una comparación entre los resultados obtenidos aplicando las expresiones propuestas por el código ACI-318(02)[2] (ec.5), el EC-2(02)[23] (ec. 12) y la expresión propuesta en este trabajo (ec.28, 29 y 30) en forma de histograma de frecuencias tanto para soportes sometidos a cargas instantáneas como sostenidas. Puede observarse como la expresión propuesta muestra un buen grado de precisión tanto para cargas instantáneas como sostenidas en comparación con el resto de las expresiones. Cabe resaltar la precisión de la expresión propuesta frente a cargas sostenidas respecto a los otros dos métodos. Sin embargo, para este tipo de cargas el código ACI-318(02)[2] se muestra muy conservador con un coeficiente de variación muy importante, mientras que los resultados obtenidos con el EC-2(02)[23] se muestran menos conservadores.

## 6. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Para ilustrar la aplicación práctica de la expresión propuesta, se va a realizar el dimensionamiento de la armadura longitudinal de un soporte intraslacional de longitud de pandeo 4 metros sometido a unos esfuerzos de cálculo correspondientes al ELU constantes a lo largo de la longitud correspondientes a la situación permanente o transitoria de valor  $N_d = 920$  kN y  $M_d = 50$  m kN. La sección transversal del soporte se muestra en la figura 10. Las características mecánicas de los materiales son  $f_{ck} = 80$  MPa y  $f_{yk} = 500$  MPa y el nivel de control de la ejecución es normal. El coeficiente de fluencia ( $\varphi$ ) es igual a 2 y la relación entre el axil cuasi-permanente y el axil total ( $\beta = N_{sg}/N_{total}$ ) es igual a 0.6.

El dimensionamiento de la armadura se obtendrá siguiendo el método expuesto en los apartados primero y cuarto del presente trabajo.

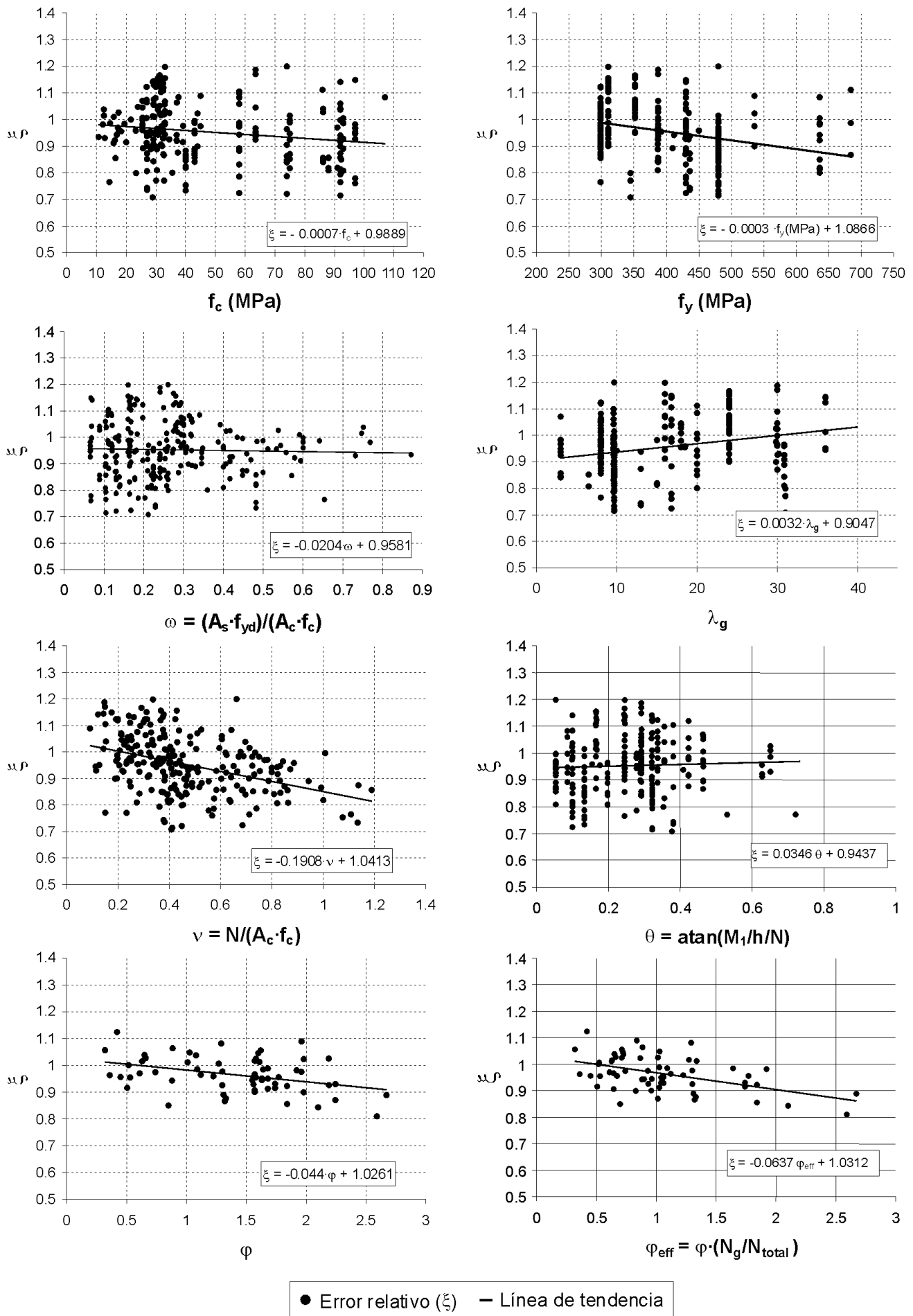


Figura 7. Contraste del método propuesto respecto a los resultados experimentales.

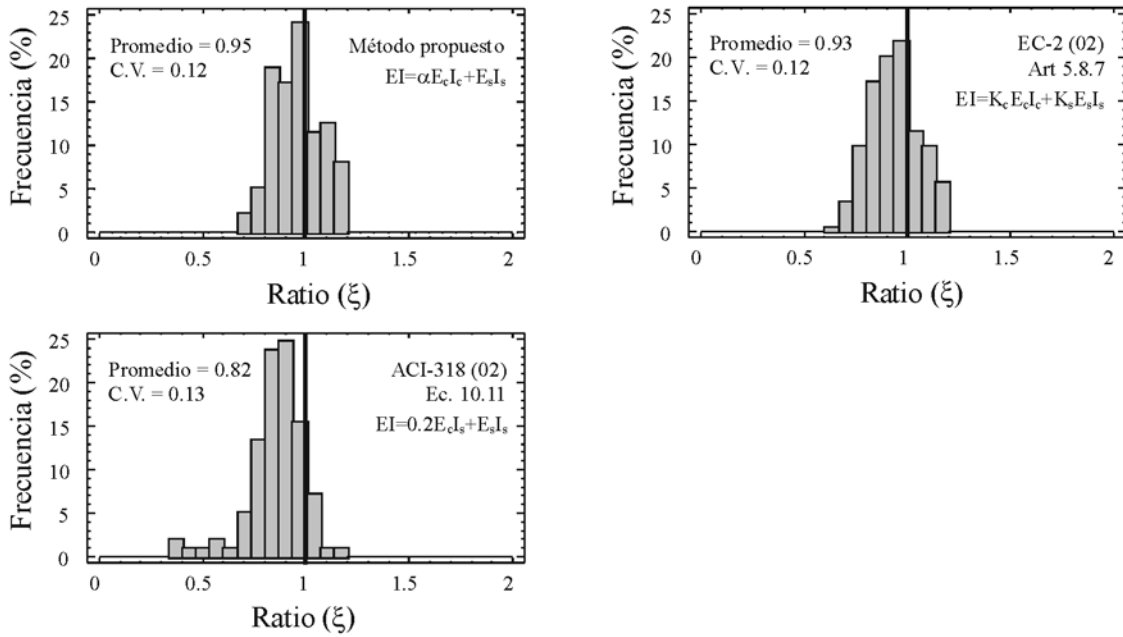


Figura 8. Comparación de distintos métodos simplificados para el análisis de soportes sometidos a cargas instantáneas.

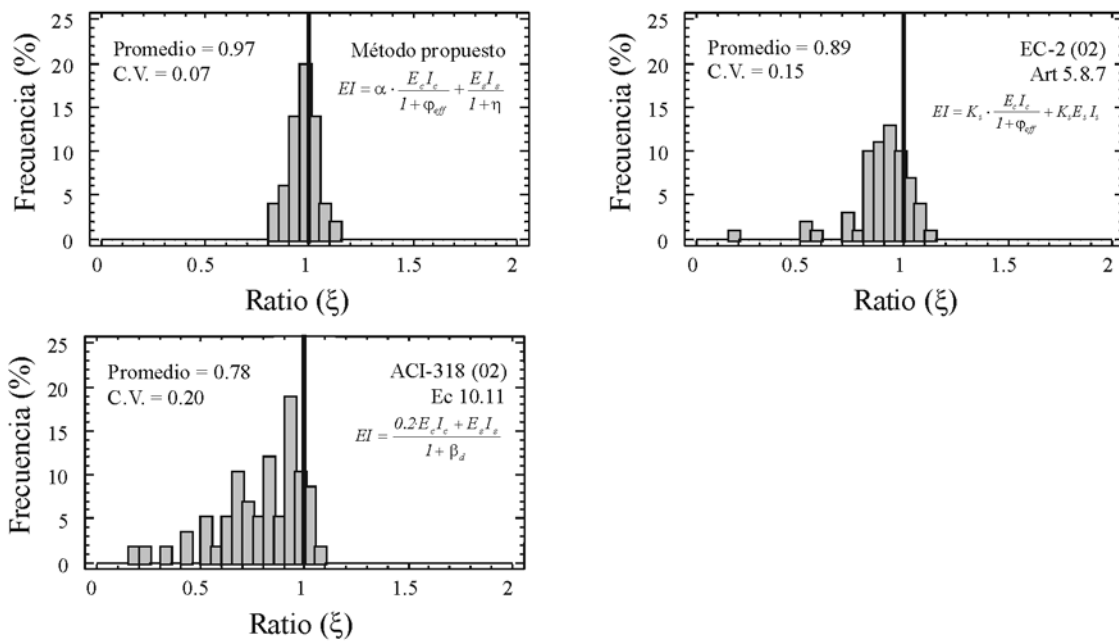


Figura 9. Comparación de distintos métodos simplificados para el análisis de soportes sometidos a cargas sostenidas.

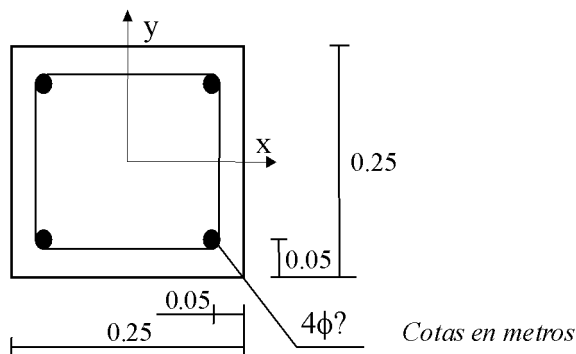


Figura 10. Ejemplo de aplicación. Sección transversal del soporte.

Se calculan previamente los siguientes parámetros:

$$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c = 80 / 1.5 = 53.3 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa}$$

$$\lambda_g = l_p / h = 4 / 0.25 = 16$$

$$\varphi_{eff} = \beta \cdot \varphi = (N_{sg} / N_{total}) \cdot \varphi = 0.6 \cdot 2 = 1.2$$

La rigidez a flexión EI del soporte se obtiene aplicando la expresión 28, para ello resulta necesario realizar los siguiente cálculos:

– Excentricidad relativa ( $e_0/h$ ) de primer orden

$$e_0 = \frac{M_d}{N_d} = \frac{50}{920} = 0.0543 \text{ m} \cdot \begin{cases} h/20 = 0.0125 \text{ m} \\ 0.02 \text{ m} \end{cases} \text{ (Art 42, 2, 1, EHE)}$$

$$e_0/h = 0.2174 > 0.2$$

– Factor de rigidez  $\alpha$  (ec. 30) para  $e_0/h > 0.2$

$$\alpha = (f_{ck}/200 + 0.12) \cdot (1.2 - e_0/h) = (80/200 + 0.12) \cdot$$

$$(1.2 - 0.2174) = 0.51 \neq 0.1$$

– Coeficiente  $\eta$  (ec. 29)

$$\eta = 1.9 \cdot \varphi_{eff} \cdot \exp(-0.1 \cdot \lambda_g) = 1.9 \cdot 1.2 \cdot \exp(-0.1 \cdot 16) = 0.46$$

– Momento de inercia de la sección bruta respecto a su centro de gravedad

$$I_c = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 = 3.255 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

– Momento de inercia de las armaduras respecto al centro de gravedad de la sección bruta. Para la distribución de armadura indicada en la figura 10, el momento de inercia  $I_s$  en  $\text{m}^4$  en función de la armadura total  $A_s$  en  $\text{cm}^2$  dispuesta en el mismo es igual a:

$$I_s = A_s \cdot i_s^2 = 0.005625 \cdot 10^{-4} A_s$$

donde  $i_s$  es el radio de giro de las armaduras

– Módulo de deformación secante de cálculo del hormigón ( $E_{cd}$ )

(El EC-2 (2002)[23] y el CM-90 [14] adoptan el valor de 1.2 para el coeficiente de seguridad ( $\gamma_{cE}$ ) del módulo de deformación del hormigón):

$$E_{cd} = E_c / \gamma_{cE} = 8500 \cdot \sqrt[3]{80 + 8} / 1.2 \approx 31506 \text{ MPa}$$

– Módulo de deformación longitudinal de las armaduras

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

– Rigidez a flexión EI en  $\text{kN}\cdot\text{m}^2$  del soporte (ec.28)

$$EI = \alpha \cdot \frac{E_{cd} \cdot I_c}{1 + \varphi_{eff}} + \frac{E_s \cdot I_s}{1 + \eta} = 2381.80 + 77.05 \cdot A_s$$

El axil crítico ( $N_{cr}$ ) en kN es igual a (ec.4):

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_p^2} = 1469.21 + 47.53 A_s$$

El factor de amplificación es igual a (ec.3):

$$\delta_{ns} = \frac{1}{1 - (N_d/N_{cr})} = \frac{1461.21 + 47.53 \cdot A_s}{549.21 + 47.53 A_s} \cdot 1.0$$

El momento amplificado en mkN es igual a (ec.2):

$$M_d^* = \delta_{ns} \cdot M_d = \frac{73460.74 + 2376.5 \cdot A_s}{549.21 + 47.53 \cdot A_s} \cdot M_d = 50 \text{ mkN}$$

Para determinar la armadura longitudinal necesaria en el soporte se igualan los esfuerzos de diseño ( $N_d, M_d^*$ ) a los esfuerzos de agotamiento de la sección ( $N_u, M_u$ ) obteniéndose un sistema no lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas ( $A_s, x$ ). Este sistema puede resolverse por el método de "Regula Falsi". En la figura 11, se muestra la variación de  $M_d^*$  y  $M_u$  en función de la armadura  $A_s$  para el axil  $N_d$  dado, la intersección entre ambas curvas determina el valor de la armadura necesaria  $A_s$  igual a  $10.02 \text{ cm}^2$ , lo que equivale a  $4\phi 20$  ( $12.56 \text{ cm}^2$ )

$$N_d = N_u(A_s, x)$$

$$M_d^*(A_s) = M_u(A_s, x)$$

(34)

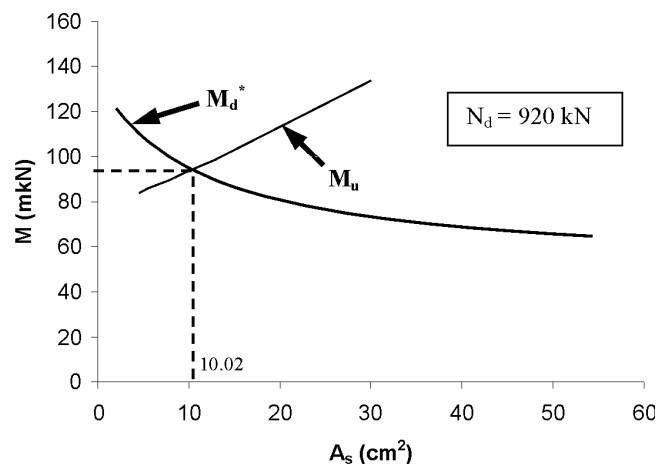


Figura 11. Ejemplo de aplicación. Cálculo de la cuantía de armadura.



## 7. CONCLUSIONES

En este artículo se ha propuesto una nueva expresión para el cálculo de la rigidez a flexión  $EI$  en soportes de sección rectangular con armadura doblemente simétrica sometido a una sollicitación de flexo-compresión recta, tanto instantánea como sostenida, válida tanto para hormigones convencionales como de alta resistencia.

Se ha observado que existe una correlación importante de la rigidez  $EI$  del soporte con las siguientes variables: excentricidad relativa de primer orden ( $e_0/h$ ), esbeltez geométrica ( $\lambda_g$ ), resistencia del hormigón ( $f_c$ ) y el coeficiente de fluencia ( $\phi$ ). Todas las variables han sido consideradas en el modelo propuesto.

El método ha sido contrastado con 238 ensayos experimentales obteniéndose un buen grado de precisión para su aplicación práctica. Así, se ha obtenido un ratio medio de 0.95, y un coeficiente de variación de 0.11.

Se han comparado el grado de precisión de la nueva expresión de la rigidez  $EI$  propuesta en este trabajo con las expresiones propuestas por el ACI-318 (02) [2] y el EC-2 (02) [23]. Se observa que existe una notable mejora en el grado de precisión. Cabe resaltar que dicha mejora es muy relevante para el caso de cargas sostenidas.

La expresión propuesta es aplicable a un importante porcentaje de soportes de hormigón armado que se encuentran en el campo de la edificación y, permite tanto comprobar como dimensionar las armaduras longitudinales.

## 8. AGRADECIMIENTOS

El contenido del presente artículo se enmarca en una línea de investigación que está llevando a cabo el Grupo de Investigación de Análisis, Diseño y Tecnología de la Construcción (ADITEC) en el Departamento de Ingeniería de la Construcción y de Proyectos de Ingeniería Civil de la Universidad Politécnica de Valencia. Este trabajo cuenta con la financiación del Ministerio de Ciencia y Tecnología (Referencia MAT2002-02461) y del Ministerio de Fomento (BOE 13/12/2002). Los autores agradecen la colaboración de las entidades arriba indicadas.

## 9. BIBLIOGRAFÍA

[1] ACI Comitee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-71)" American Concrete Institute, Detroit, 1971.

[2] ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-02)" American Concrete Institute, Detroit, 2002.

[3] Ahmad, S.H., Weerakoon S.L.: "Model for Behaviour of Slender Reinforced Concrete Columns under Biaxial Bending", A.C.I. Structural Journal, V.92, N° 2, Mar-Apr 1995, pp. 188-198.

[4] Arenas de Pablo, J.J.: "Cálculo de soportes de hormigón armado en teoría de segundo orden. Ábacos de dimensionamiento", Editores Técnicos Asociados, S.A., 1980.

[5] Bonet Senach, J.L.: "Método simplificado de cálculo de soportes esbeltos de hormigón armado de sección rectangular sometidos a compresión y flexión biaxial", Tesis Doctoral, Dpto. Ingeniería de la Construcción y Proyectos de Ingeniería Civil, Universidad Politécnica de Valencia, Julio 2001.

[6] Breen, J.E., Ferguson, P.M.: "Long Cantilever Columns Subject to Lateral Forces", A.C.I. Journal, Proceedings V.66, N° 11, Nov 1969, pp 866-874.

[7] British Standard Institution; "Structural use of concrete: Part 1. Code of practice for design and construction", BS 8110, 1997, pp 120.

[8] Centre Scientifique et Technique du Bâtiment: "Regles BAEL 91: Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et construction en béton armé suivant la méthode des états limites", CSTB, 1992, pp 145.

[9] Chang, W.F.; Ferguson, P.M.: "Long Hinged Reinforced Concrete Columns", Journal of the American Concrete Institute, Vol 60, January, 1963, pp 1-25.

[10] Claeson, C., Gylltoft, K.: "Slender concrete columns subjectes to sustained and short-term eccentric loading". A.C.I. Structural Journal, V, 97, N° 1, Jan - Feb 2000, pp. 45-52.

[11] Claeson, C., Gylltoft, K.: "Slender High-Strength Concrete Columns Subjected to Eccentric Loading", Journal of Structural Engineering V. 124, N° 3, March 1998, pp 233-240.

[12] Comisión Permanente del Hormigón: "Instrucción de Hormigón Estructural. EHE", Ministerio de Fomento, 1999.

[13] Comité Euro-internacional du beton: "Buckling and Instability - Progress Report", C.E.B.. Bulletin, N° 155, 1983.

[14] Comité Euro-internacional du beton: "CEB-FIB Model Code 1990" C.E.B. Bulletin N° 203-204 y 205, 1991.

[15] Comité Euro-internacional du beton: "High Performance Concrete. Recommended extensions to the Model Code 90 research needs", C.E.B.. Bulletin, N° 228, 1995.

[16] Comité Euro-internacional du beton: "Manual of Buckling and Instability", C.E.B. Bulletin N° 123, 1978, pp 135.

[17] Corres Peiretti, H.; Morán Cabré, F.: "Dimensionamiento de soportes esbeltos de hormigón armado 3ª parte. Fórmulas de dimensionamiento", Hormigón y Acero, N°149, 1983, pp 9-14.

[18] Corres Peiretti, H.; Morán Cabré, F.: "Dimensionamiento de soportes esbeltos de hormigón armado. 2ª parte. Abacos de dimensionamiento", Hormigón y Acero, N°148, 1983, pp 9-22.

- [19] Corres Peiretti, H.; Morán Cabré, F.: "Dimensionamiento de soportes esbeltos de hormigón armado. 1ª parte. Método de las curvaturas de referencia", *Hormigón y Acero*, N°147, 1983, pp 49-68.
- [20] Drysdale, R.G., Huggins, M.W.: "Sustained biaxial load on slender concrete columns", *Journal of the Structural Division, Proceedings A.S.C.E.*, V.97, N°5, May-1971, pp 1423-1443.
- [21] Ehsani, M.R.; Alameddine, F.: "Refined stiffness of slender circular reinforced concrete columns", *ACI, Structural Journal*, V.84, 1987, 419-427.
- [22] European Committee for Standardization: "Eurocode 2: Design of concrete structures- Part 1: General rules and rules for buildings". ENV-1992-1-1, December 1991.
- [23] European Committee for Standardization: "Eurocode 2: Design of concrete structures- Part 1: General rules and rules for buildings", prEN 1992-1-1 (Draft for Stage 49). 2002.
- [24] Foster, S.J., Attard, M.M.: "Experimental Tests on Eccentrically Loaded High-Strength Concrete Columns", *A.C.I. Structural Journal*, V.94, N°3, May-June 1997, pp 295-303.
- [25] Furlong, R.W.: "Concrete columns under biaxially eccentric thrust", *ACI, Journal of the American Concrete*, V.76, N°10, 1979, pp 1116-1130.
- [26] Goyal, B.B.; Jackson, N.: "Slender Concrete Columns under Sustained load", *Journal of the Structural Division, Proceedings of American Society of Civil Engineers*, V.97, N° ST11, Nov 1971, 2729-2750.
- [27] Green, R.; Breen, J.E.: "Eccentrically Loaded Concrete Columns under Sustained Load", *Journal of the American Concrete Institute*, Vol 66, Oarts 1 and 11, Nov 1969, pp 866-874.
- [28] Kim, J.K., Yang, J.K.: "Buckling Behaviour of Slender High-Strength Concrete Columns", *Engineering Structures*, V.17, N° 1, 1995, pp 39-51.
- [29] Kim, J.K.; Lee, S.S.: "The behaviour of reinforced concrete columns subjected to axial force and biaxial bending", *Engineering Structures*, V.23, 2000, pp 1518-1528.
- [30] Kim, J.K.; Lee T.G.: "Nonlinear analysis of reinforced concrete beams with softening", *Computer and structures*, V.44, N°3, 1992, pp 567-573.
- [31] Lloyd, N.A.; Rangan, V.B.: "Studies on High-Strength Concrete Columns under Eccentric Compression", *A.C.I. Structural Journal*, V.93, N° 6, Nov-Dec 1996, pp 631-638.
- [32] Mari, A.R.: "Nonlinear Geometric, Material And Time Dependent Analysis Of Three Dimensional Reinforced And Pretressed Concrete Frames", Report No. USB/SESM-84/12, Department of Civil Engineering, University of California, Berkley, California, USA, June 1984.
- [33] Mavichak, V., Furlong, R.W.: "Strength and stiffness of reinforced concrete columns under biaxial bending", *Research Report 7-2F, Center for Highway Research, The University of Texas at Austin, Texas*, 1976.
- [34] Mirza, S.A.: "Flexural stiffness of rectangular reinforced concrete columns", *ACI, Structural Journal*, V.87, N°4, 1990, pp 425-435.
- [35] Mirza, S.A.; Tikka, T.K.: "Flexural stiffness of composite columns subject to bending about minor axis of structural steel section core" *ACI, Structural Journal*, V.96, N°5, 1999, pp 748-757.
- [36] Mirza, S.A.; Tikka, T.K.: "Flexural stiffness of composite columns subject to bending about major axis of structural steel section core" *ACI, Structural Journal*, V.96, N°1, 1999, pp 19-28.
- [37] Resheidat, M.; Ghanma, M.; Sutton, C.; Chen, W.-F.: "Flexural rigidity of biaxially loaded reinforced concrete rectangular column sections", *Computers and Structures*, Vol 55, N°4, 1995, pp 601-614.
- [38] Sigmon, G.R.; Ahmad, S.H.: "Flexural rigidity of circular reinforced concrete sections", *ACI, Structural Journal*, V.87, N°5, 1990, pp 548-556.
- [39] Tsao, W.H.: "Behaviour of square and L-shaped slender reinforced concrete columns under combined biaxial bending and axial compression", PhD dissertation, New Jersey Institute of Technology, 1991.
- [40] Van Laruwen, J.; Van Riel, A.C.: "Ultimate load design of axially and eccentrically compressed structural members", *Heron*, 1966.
- [41] Viest, I.M.; Elstner, R.C.; Hognestad, E.: "Sustained Load Strength of Eccentrically Loaded Short Reinforced Concrete Columns", *Journal of the American Concrete Institute*, V.27, N°7, Mar 1956, 727-755.
- [42] Wang, G. Hsu C.-T.T.: "Complete load-deformation behaviour of biaxially loaded reinforced concrete columns", *Technical Report Structural Series N° 90-2, Department of Civil and Environmental Engineering, New Jersey Institute of Technology, Sep-1990*.
- [43] Wu, H.: "The effect of volume/surface ratio on the behaviour of reinforced concrete columns under sustained loading", thesis presented to the University of Toronto, Canada, in 1973, in partial fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.
- [44] Zhou W. ; Hong H.P.: "Modeling Error of Strength of Short Reinforced Concrete Columns" *ACI Structural Journal*, V. 97, No 3, May-Jun 2000, pp 427-435.

# Rigidez a flexión $EI$ para el método de amplificación de momentos en soportes esbeltos de sección rectangular de hormigón armado sometidos a esfuerzos de flexo-compresión esviada

## ***Flexural rigidity $EI$ of RC slender columns under axial force and biaxial bending of rectangular section for the moment magnifier method***

José Luis Bonet Senach



Pedro F. Miguel Sosa



Miguel Ángel Fernández Prada

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puerto. ETSI Caminos, Canales y Puertos.  
Universidad Politécnica de Valencia

### RESUMEN

En este artículo se propone una expresión para el cálculo de la rigidez a flexión  $EI$  en soportes de sección rectangular con armadura doblemente simétrica sometidos a una sollicitación de flexo-compresión esviada, tanto instantánea como sostenida, válida tanto para hormigones convencionales como de alta resistencia. La expresión propuesta solamente es válida en el caso de soportes con longitudes de pandeo similares en las dos direcciones principales de flexión

Los resultados han sido contrastados con 108 ensayos experimentales extraídos de la bibliografía existente.

La propuesta permite tanto la comprobación como el dimensionamiento de soportes esbeltos con suficiente precisión para la práctica profesional. Este método es aplicable a un importante porcentaje de soportes que se encuentran en el campo de la edificación.

### SUMMARY

*In this paper, an expression is proposed for flexural rigidity  $EI$  of RC slender columns under instantaneous and sustained axial force and biaxial bending with rectangular cross – section, symmetrically reinforced in both axis. This expression is valid not only for normal strength concrete but for high strength concrete. Nevertheless, the effective length in the both principal directions of bending must be similar.*

*The results have been check against 108 experimental tests taken from the literature. The proposed allows verification and design of slender columns with enough accuracy for the professional practice. This method is applicable to an important percentage of columns in building.*

### INTRODUCCIÓN

El estudio de las estructuras de hormigón armado habitualmente se ha centrado en el análisis de elementos sometidos a sollicitaciones de flexión recta. Sin embargo, la realidad muestra que la gran mayoría de los elementos están sometidos a sollicitaciones de flexión esviada como resultado de su posición en la estructura, de la forma de la sección o de la naturaleza de las acciones exteriores. Son numerosos los ejemplos que se encuentran en el campo de la edificación o en la obra civil, especialmente en soportes situados en las esquinas de los edificios o en las pilas de los puentes.

Como bien es conocido, en el caso del análisis de soportes esbeltos sometidos a una sollicitación de flexo-compresión esviada resulta imprescindible la consideración de los momentos segundo orden. Para calcular dichos esfuerzos existen distintos métodos simplificados que pueden clasificarse de acuerdo con el esquema que se indica en la figura 1.

Los métodos simplificados basados en la reducción a dos cálculos en flexión recta permiten desacoplar el análisis según los ejes principales de flexión. Para desacoplar existen dos

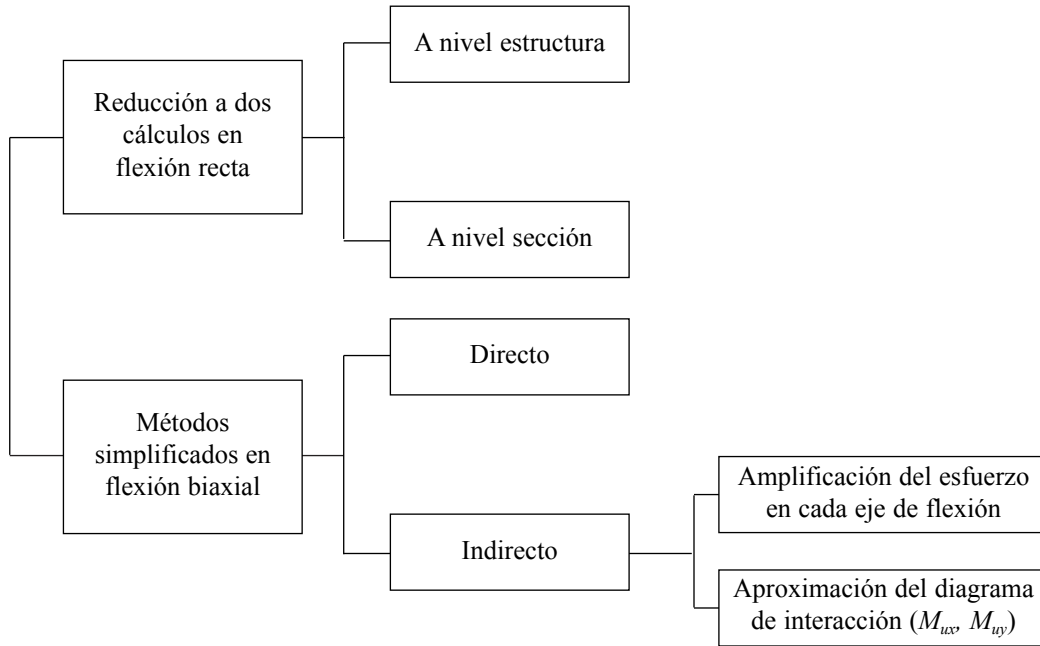


Figura 1. Métodos de cálculo de soportes aislados sometidos a solicitaciones de flexo-compresión esviada.

estrategias diferentes: una a nivel estructura y otra a nivel sección. La primera de ellas (CEB(1978)[11]), válida para soportes de sección rectangular, permite comprobar independientemente el Estado Límite de Inestabilidad en cada dirección principal de la sección, si los tercios medios de las configuraciones de pandeo de las dos direcciones de flexión no se superponen entre sí (Figura 2.a). La segunda de las estrategias, permite realizar una comprobación desacoplada en elementos de sección rectangular, si la excentricidad del esfuerzo axial se sitúa en la zona sombreada indicada en la figura 2.b. La amplitud de la zona sombreada es definida a través del factor  $k$ , que oscila entre 0.20 y 0.25 (EHE (1999)[7], EC-2 (1991)[13], CM-90 [9]).

Los métodos simplificados en flexión biaxial se pueden clasificar en dos tipos: directo e indirecto. Los métodos de

dimensionamiento directo obtienen la cuantía de armadura a partir de los esfuerzos de primer orden (Aires (1986)[2]). Sin embargo, mediante los métodos de dimensionamiento indirecto, se calcula un esfuerzo total de diseño que incluye los efectos de segundo orden. A partir de dicho esfuerzo se dimensiona la armadura del soporte. Según el modo de operar se distinguen dos metodologías de cálculo: amplificación del esfuerzo flector en cada eje de flexión y aproximación del diagrama de interacción ( $M_{ux}$ ,  $M_{uy}$ ) para el esfuerzo axial  $N_d$  aplicado.

En general, la mayoría de las normativas (EHE(1999)[7], ACI-318(02) [1], BAEL-91 [6]) calculan un esfuerzo total de diseño ( $M_{ux}$ ,  $M_{uy}$ ) teniendo en cuenta los efectos de segundo orden, bien al considerar una excentricidad adicional en cada dirección independientemente ( $e_{add,x}$ ,  $e_{add,y}$ ), bien al calcular un

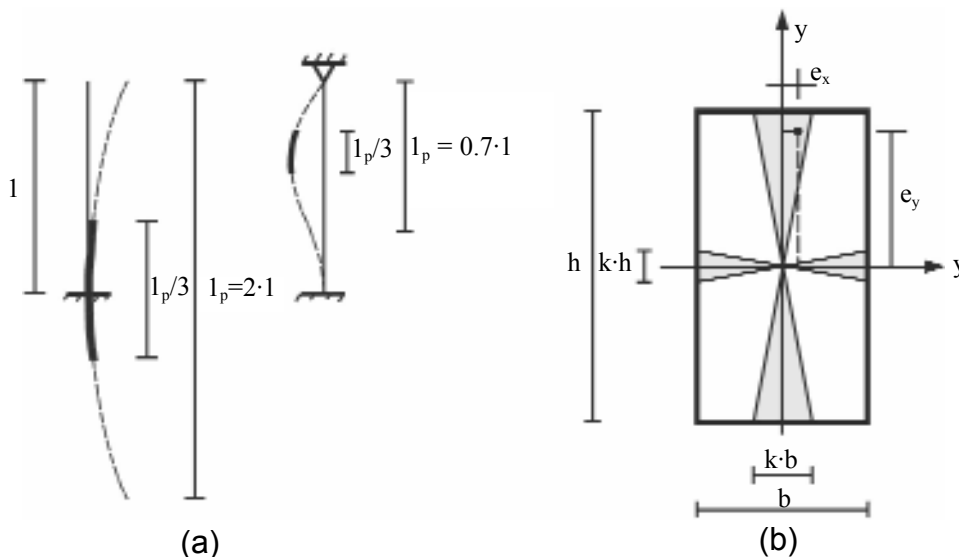


Figura 2. Métodos simplificados de cálculo: Reducción a dos cálculos en flexión recta (a) A nivel estructura (b) A nivel sección.

factor de amplificación del esfuerzo flector en cada dirección ( $\delta_{ns,x}$ ,  $\delta_{ns,y}$ )

$$\begin{aligned} M_{Tx} &= M_{dx} + N_d \cdot e_{add,y} & M_{Tx} &= \delta_{ns,x} \cdot M_{dx} \\ M_{Ty} &= M_{dy} + N_d \cdot e_{add,x} & M_{Ty} &= \delta_{ns,y} \cdot M_{dy} \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $M_{dx}$  y  $M_{dy}$  son esfuerzos flectores de primer orden aplicados en la sección crítica del soporte y  $N_d$  es el axil aplicado en el soporte

Según Bonet (2001) [5] estos métodos pueden dar lugar a situaciones de lado de la inseguridad, para niveles de axil cercanos al axil crítico del soporte, en el caso de que la flexión más importante corresponda a la dirección de menor esbeltez del soporte (flexión respecto al eje fuerte del soporte). Esto es debido a que dichos métodos no tienen en cuenta la interacción que ejercen ambos ejes de flexión en el comportamiento del soporte.

Por otra parte, la instrucción EHE (1999) [7] para secciones rectangulares y, el EC-2 (Draft for Stage 49) (2002) [14] para secciones rectangulares y circulares o elípticas, aproximan el diagrama de interacción ( $M_{ux}$ ,  $M_{uy}$ ) mediante la siguiente expresión (Figura 3):

$$\left( \frac{M_{Tx}}{M_{ux}} \right)^\gamma + \left( \frac{M_{Ty}}{M_{uy}} \right)^\gamma \leq 1 \quad (2)$$

donde:

$M_{ux}$ ,  $M_{uy}$  momentos de agotamiento de la sección según los ejes principales de la sección.

$M_{Tx}$ ,  $M_{Ty}$  momentos totales de diseño aplicados en la sección crítica del soporte considerando los efectos de segundo orden, según los ejes principales de la sección.

$\gamma$  factor de forma. En general este factor depende del tipo de sección transversal del soporte y del nivel de axil aplicado en el mismo.

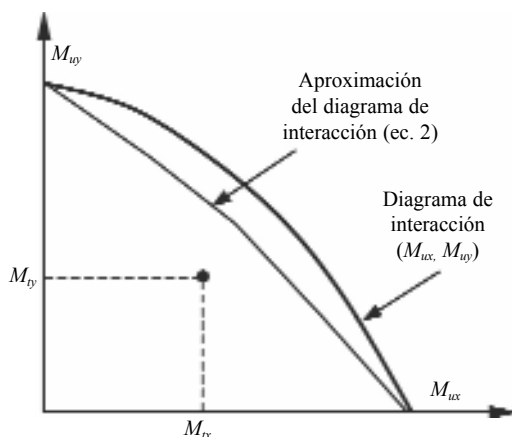


Figura 3. Aproximación del diagrama de interacción ( $M_{ux}$ ,  $M_{uy}$ ).

En general, los métodos simplificados en flexión biaxial se alejan del fenómeno físico. Los métodos que amplifican componente a componente el momento flector de primer orden no consideran la interacción entre ambas direcciones. Los méto-

dos que aproximan el diagrama de interacción, normalmente dan lugar a situaciones excesivamente del lado de la seguridad, aunque en ocasiones, cuando la flexión más importante corresponda a la dirección de menor esbeltez del soporte, también puede dar lugar a situaciones del lado de la inseguridad (Bonet (2001) [5]). Por último, mediante el método propuesto por Aires (1986) [2] se obtiene directamente la armadura teniendo en cuenta la interacción entre ambos ejes, pero, es necesario proceder por iteraciones, requiriendo además el uso de tablas y sólo es válido para cargas instantáneas.

Por último, la mayoría de las propuestas han sido desarrolladas para hormigones convencionales. Por ello, resulta necesario revisar las distintas propuestas descritas con el fin de ampliar su rango de aplicación a los hormigones de alta resistencia.

## 2. OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN Y PLANTEAMIENTO

El objetivo de este artículo es proponer un método simplificado de dimensionamiento indirecto de soportes esbeltos con longitudes de pandeo similares en las dos direcciones de flexión ( $I_{px} \approx I_{py}$ ), de hormigón armado de sección rectangular, con armadura doblemente simétrica, sometidos a una sollicitación de compresión y flexión biaxial, tanto instantánea como sostenida, y válido tanto para hormigones convencionales como de alta resistencia.

El método propuesto está basado en la amplificación del esfuerzo flector de primer orden aplicado en la sección crítica del soporte según la dirección de flexión (Figura 4):

$$M_t = \delta_{ns} \cdot M_d \quad (3)$$

donde:

$M_t$  módulo del momento total de diseño

$M_d$  módulo del momento de primer orden

$\delta_{ns}$  factor de amplificación

$$\delta_{ns} = \frac{1}{1 - N_d/N_{cr}} \neq 1 \quad (4)$$

$N_d$  axil de diseño

$N_{cr}$  axil crítico del soporte, función de la rigidez a flexión EI del soporte en flexión esviada y de la longitud del pandeo ( $l_p$ )

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_p^2} \quad (5)$$

En este trabajo se presenta una expresión para el cálculo de la rigidez EI del soporte en flexión-compresión esviada. Dicha expresión contempla en su formulación la interacción existente entre los ejes de flexión.

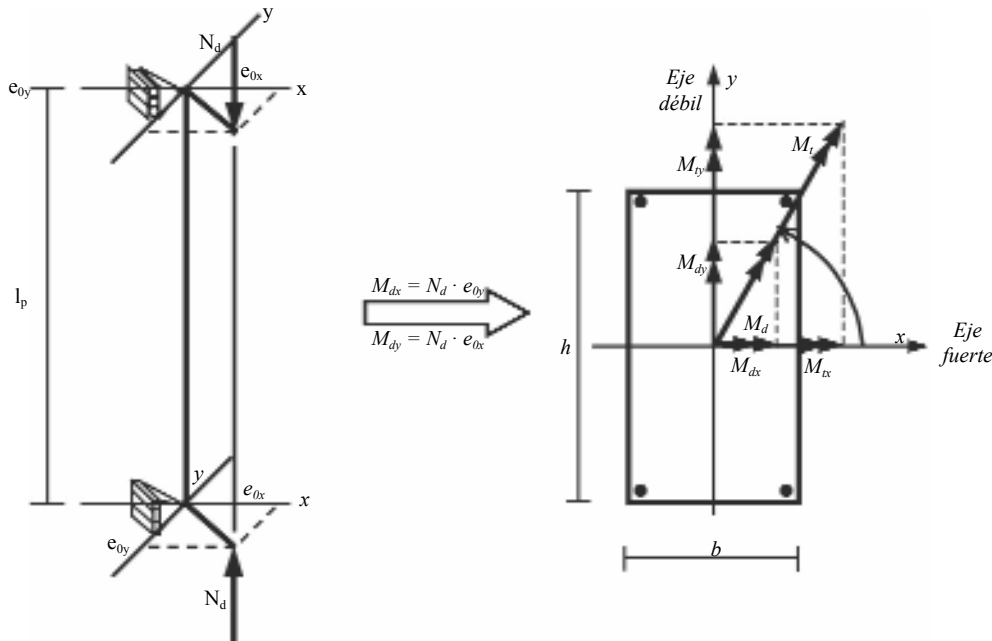


Figura 4. Método simplificado propuesto.

La expresión propuesta de la rigidez  $EI$  ha sido deducida a partir de los resultados obtenidos mediante una simulación numérica. Las características de la simulación se enumeran en el apartado tercero de este trabajo. El ajuste de la expresión que se propone ha sido contrastado con resultados experimentales.

### 3. SIMULACIÓN NUMÉRICA

La rigidez a flexión  $EI$  del soporte ha sido deducida a partir de la aplicación de un método general de análisis de estructuras lineales de hormigón armado basado en la técnica de los elementos finitos. Este modelo numérico incluye entre otras las siguientes características básicas:

- Elemento finito unidimensional de trece grados de libertad (Marí (1984)[17]).
- Comportamiento no lineal del hormigón (CM-90[9], CEB-FIP (1995) [10]).
- Comportamiento no lineal del acero: diagrama bilineal(CM-90[9]).
- No linealidad geométrica: grandes desplazamientos y grandes deformaciones.
- Comportamiento en el tiempo: fluencia y retracción (CEB (1978, 1983) [11,8]).

Una más detallada información de este modelo numérico puede encontrarse en Bonet (2001) [5]. Este mismo trabajo muestra el buen nivel de ajuste de los resultados obtenidos reproduciendo numerosos ensayos experimentales existentes en la bibliografía, que cubren un amplio rango de variación de resistencias de hormigón y de esfuerzos aplicados

Este modelo numérico se ha empleado en este trabajo para realizar el análisis de las principales variables que influyen en

la rigidez  $EI$ . En la tabla 1 se muestran los parámetros analizados y sus intervalos de variación. Además, se ha considerado como dato fijo el recubrimiento mecánico de las armaduras longitudinales tomándose el 10% del canto y del ancho de la sección. La combinación de los diferentes valores adoptados para dichos parámetros ha dado lugar a aproximadamente 4.600 ensayos numéricos.

Los ángulos de esviaje ( $\beta$ ) de  $45^\circ$ ,  $34^\circ$  y  $27^\circ$  que se indican en la tabla 1, para las relaciones canto/ancho ( $h/b$ ) de 1, 1.5 y 2 respectivamente, corresponden al caso de carga en donde los momentos reducidos son iguales ( $M_{dx}/h = M_{dy}/b$ )

### 4. PROPUESTA DE RIGIDEZ EI EN FLEXIÓN ESVIADA

Para estimar la rigidez  $EI$  del soporte sometido a una sollicitación de flexo-compresión esviada se extiende la expresión de la rigidez  $EI$  propuesta por Bonet et al (2003) [4] para flexo-compresión recta a este caso de carga a partir de la siguiente expresión:

$$EI = \alpha \cdot \frac{E_c}{1 + \varphi_{eff}} \cdot I_{ce} + \frac{E_s}{1 + \eta} \cdot I_{se} \quad (6)$$

donde

$\alpha$  factor de rigidez definido por Bonet et al (2003) [4] para soportes sometidos a sollicitaciones tanto instantáneas como diferidas

$$\alpha = (-0.14 \cdot \lambda_g + 2.5 - 0.35 \cdot \varphi_{eff}) \cdot (e_0/h_c - 0.2) + \alpha_p \uparrow 0.1 \quad \text{si } e_0/h_c < 0.2$$

$$\alpha = \alpha_p \cdot (1.2 - e_0/h_c) \uparrow 0.1 \quad \text{si } e_0/h_c \geq 0.2 \quad (7)$$

Tabla 1. Rango de variación de los parámetros analizados.

Parámetros	Valores considerados
Esbeltez geométrica del soporte ( $\lambda_g$ )	• $\lambda_g = 10, 15, 20, 25, 30$
Forma de la sección	• Rectangular
Relación canto ancho de la sección ( $h/b$ )	• $h/b = 1, 1.5$ y $2$
Ángulo de esviaje ( $\beta$ ) respecto al eje fuerte de la sección transversal (Figura 4)	– Para $h/b = 1$ $\beta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ y $45^\circ$ – Para $h/b = 1.5$ $\beta = 0^\circ, 17^\circ, 34^\circ$ y $62^\circ$ – Para $h/b = 2$ $\beta = 0^\circ, 14^\circ, 27^\circ$ y $59^\circ$
Distribución de la armadura	– Doblemente simétrica en las cuatro esquinas – Doblemente simétrica distribuida uniformemente en los cuatro lados – Simétrica situada en dos caras opuestas
Tipología estructural	• Soporte aislado bipoyado
Esfuerzo axil	• Se divide como mínimo en diez niveles de axil definidos entre el axil nulo y el axil de agotamiento a compresión simple
Resistencia del hormigón ( $f_c$ )	• $f_c = 30$ MPa, $50$ MPa y $80$ MPa
Resistencia del acero ( $f_y$ )	• $f_y = 400$ MPa y $500$ MPa
Cuantía mecánica ( $\omega$ )	• $\omega = 0.06, 0.25, 0.50, 0.75$
Coefficiente de fluencia ( $\phi$ )	• $\phi = 1, 2, 3$

$\alpha_p$  factor de rigidez pivote

$$\alpha_p = \left( \frac{f_c}{200} + 0.12 \right) \quad f_c \text{ en MPa} \quad (8)$$

$e_0$  excentricidad de primer orden, igual al cociente entre el módulo del momento de primer orden ( $M_d$ ) y el axil de diseño ( $N_d$ )

$$e_0 = M_d / N_d$$

$$M_d = \sqrt{M_{dx}^2 + M_{dy}^2} \quad (9)$$

$h_c$  dimensión crítica de la sección transversal (Figura 4) igual a:

- En soportes arriostrados transversalmente, cuyo eje de flexión coincide con el eje fuerte, se toma la mayor dimensión ( $h$ )
- En el resto de casos, se toma la menor dimensión ( $b$ )

$\lambda_g$  esbeltez geométrica del soporte

$$\lambda_g = l_p / h_c \quad (10)$$

$l_p$  longitud de pandeo del soporte

$E_c$  módulo de deformación del hormigón

$I_{ce}$  momento de inercia equivalente de la sección bruta

$\phi_{eff}$  coeficiente equivalente de fluencia, igual al producto entre el coeficiente de fluencia ( $\phi$ ) y la relación entre la carga cuasi-permanente y la carga total aplicada en el soporte.

$E_s$  módulo de deformación del acero

$I_{se}$  momento de inercia equivalente de las armaduras

$\eta$  coeficiente de minoración de la rigidez de las armaduras para cargas sostenidas

$$\eta = 1.9 \cdot \phi_{eff} \cdot \exp(-0.1 \cdot \lambda_g) \quad (11)$$

Los momentos de inercias equivalentes de la sección bruta ( $I_{ce}$ ) y de las armaduras ( $I_{se}$ ) requieren un ajuste numérico a partir de los resultados obtenidos en la simulación numérica.

Con el objetivo de obtener una expresión analítica que aproxime los momentos de inercias equivalentes ( $I_{ce}$ ,  $I_{se}$ ) se ha analizado el comportamiento que muestra el soporte frente a una sollicitación de flexo-compresión esviada a partir de los resultados obtenidos mediante la simulación numérica.

En un soporte de sección rectangular las esbelteces geométricas del mismo ( $\lambda_{g_x}$ ,  $\lambda_{g_y}$ ) se definen a partir de las direcciones principales de la sección, de tal manera que la mayor de ellas define una dirección de debilidad en la flexión del soporte.

Si el soporte está sometido a una sollicitación de flexo-compresión recta respecto del eje fuerte, el axil crítico es diferente según si el soporte está arriostrado en la otra dirección de flexión a lo largo del mismo. Si el soporte está arriostrado el axil crítico corresponde al del eje fuerte, en caso contrario corresponde al del eje débil (Figura 5). De la misma forma, en un soporte arriostrado sometido a una sollicitación de flexo-compresión recta respecto a su eje fuerte, cuando la excentricidad tienda a ser nula, el momento de inercia con el cual responde el soporte corresponde al del eje fuerte, mientras que si no está arriostrado, corresponde al del eje débil.

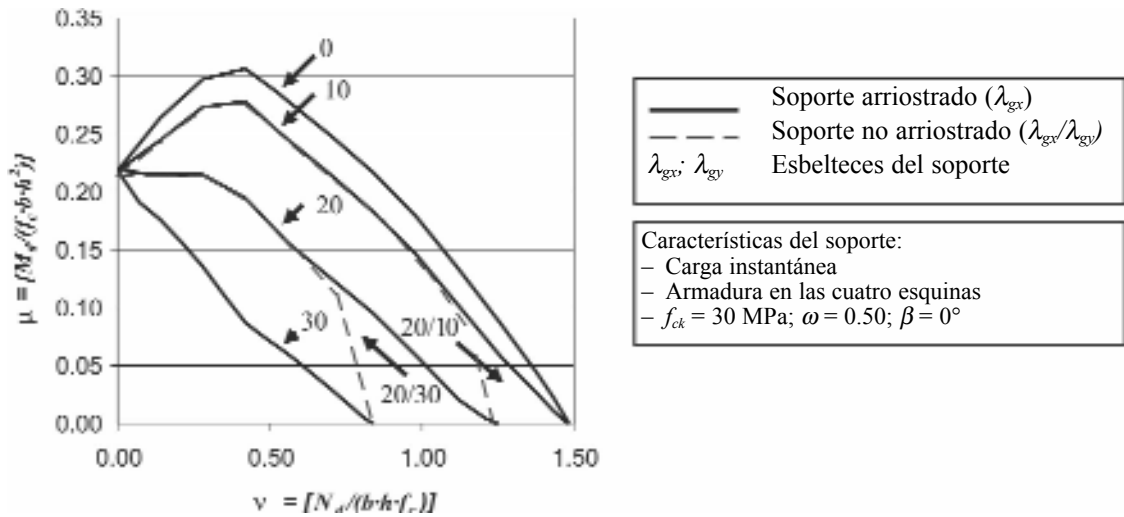


Figura 5. Influencia del arriostramiento transversal en el comportamiento de un soporte sometido a una sollicitación de flexo-compresión recta respecto a su eje fuerte.

La disminución del axil crítico del soporte condicionada por el eje débil reduce la capacidad resistente del soporte no arriostrado sollicitado a axiles próximos al axil crítico. Sin embargo, para un nivel de axil pequeño, esta reducción no es relevante. En este caso, el momento de inercia con el cual responde el soporte corresponde al del eje fuerte. Para niveles intermedios de sollicitación, la progresión entre los dos tipos de comportamiento se ve afectada por el valor y la diferencia entre las esbelteces según cada eje.

Si el soporte está sometido a una sollicitación de flexo-compresión esviada el axil crítico corresponde al del eje débil (Figura 6). En este caso, cuando la excentricidad tiende a ser nula, la rigidez del soporte corresponderá al del eje débil. Si se analiza la superficie de interacción de primer orden de un soporte no arriostrado, para cualquier relación de momentos flectores, el axil crítico corresponderá al definido por el eje débil. La intersección de esta superficie por el plano  $(N_d, M_{dx})$

corresponde al comportamiento de un soporte no arriostrado sometido a sollicitación de flexión recta según el eje fuerte. Cabe señalar que este diagrama de interacción no coincide con el del mismo soporte sometido a una sollicitación de flexión recta según el eje fuerte si se impide la flexión en la dirección del eje débil (soporte arriostrado). La diferencia entre ambos comportamientos estriba fundamentalmente en que si el soporte no está arriostrado en la dirección del eje débil, cualquier imperfección geométrica con axiles cercanos al axil crítico producirá una deformada de pandeo con flexión en el eje débil, produciéndose en el soporte una pérdida notable de capacidad portante.

Tal y como se muestra en la figura 7, en general, la capacidad resistente expresada en términos adimensionales de un soporte de sección transversal rectangular de lados desiguales en flexo-compresión recta coincide con la de un soporte cuadrado si la esbeltez geométrica según el eje de flexión es la

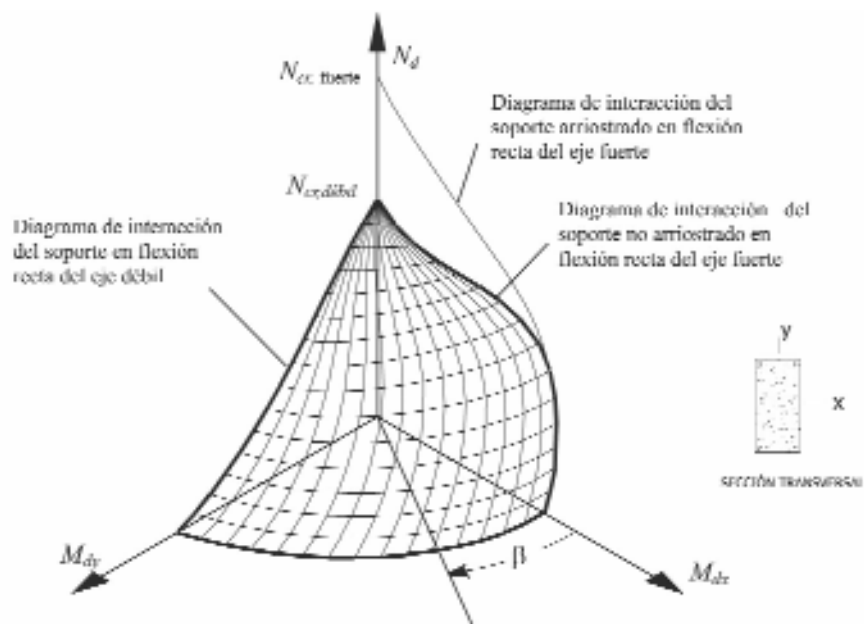


Figura 6. Influencia del arriostramiento en la superficie de interacción de primer orden.



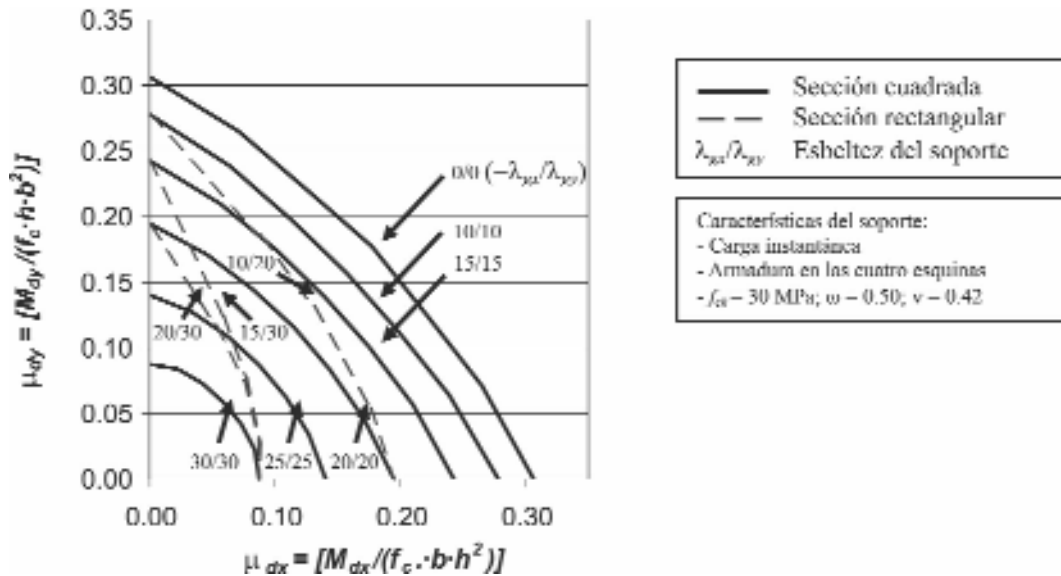


Figura 7. Influencia de la relación de lados en la capacidad resistente del soporte en flexo-compresión esviada.

misma. Mientras que en una situación de flexo-compresión esviada el soporte de sección rectangular muestra un comportamiento intermedio entre la capacidad resistente de dos soportes cuadrados cuyas esbelteces geométricas son iguales a las definidas según los dos ejes principales de flexión, sometidos a una sollicitación de flexo-compresión recta.

Por otra parte, en la figura 7 también puede observarse que si la relación de lados es igual a la unidad, y la distribución de armadura es igual en las cuatro caras, la pérdida de capacidad no depende de la relación de los momentos ( $\mu_{dx}/\mu_{dy}$ ) para cualquier nivel de axil. En caso contrario, si la relación de lados es distinta de la unidad o la distribución de armaduras no es igual en las cuatro caras, la pérdida de capacidad depende de la relación de momentos ( $\mu_{dx}/\mu_{dy}$ ), siendo creciente conforme la dirección del momento flector total se acerca al eje débil

donde  $\gamma$  es el coeficiente de interpolación. A partir del coeficiente de interpolación  $\gamma$ , es posible calibrar la influencia que el eje débil ejerce en el comportamiento del soporte (Figura 8)

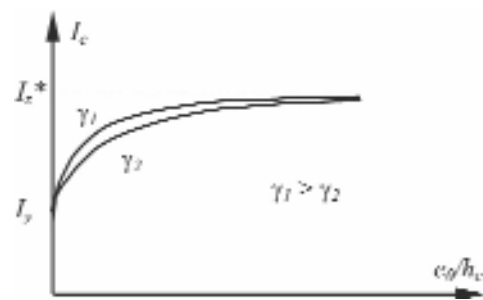


Figura 8. Influencia del coeficiente de interpolación  $\gamma$  en la inercia equivalente  $I_e$  del soporte

A la vista del comportamiento que registra el soporte, la inercia equivalente ( $I_e$ ) del soporte, tanto de la sección bruta ( $I_{ce}$ ) como de las armaduras ( $I_{se}$ ), puede expresarse como un valor intermedio entre dos valores límite (Figura 6): cuando la excentricidad tienda a infinito (flexión esviada pura), la inercia equivalente ( $I_e$ ), ha de ser igual a la inercia equivalente de la sección en flexión esviada pura ( $I_z^*$ ); y cuando la excentricidad tienda a ser nula (compresión simple), la inercia equivalente es igual a la inercia del eje débil de la sección ( $I_y$ ):

$$e_0/h_c \rightarrow \infty \quad I_e = I_z^* \quad \forall \beta \quad (\text{Flexión esviada pura})$$

$$e_0/h_c \rightarrow 0 \quad I_e = I_y \quad \forall \beta \quad (\text{Compresión simple})$$

Para cumplir estos valores límite, se propone la siguiente función de interpolación para el momento de inercia equivalente, tanto para la sección bruta como para las armaduras:

$$I_e = I_z^* \cdot \frac{(e_0/h_c)^\gamma + I_y}{(e_0/h_c)^\gamma + I_z^*} \quad (12)$$

Para estimar el momento de inercia equivalente de la sección en flexión esviada pura ( $I_z^*$ ) podría emplearse la conocida expresión de transformación de las componentes del tensor de inercia de la sección respecto a un eje que forma un ángulo cualquiera  $\theta$  con el eje x:

$$I_z^* = I_x \cdot \cos^2 \theta + I_y \cdot \sin^2 \theta \quad (13)$$

Sin embargo, se ha observado que el valor de la inercia obtenido con esta aproximación es muy superior a la inercia que refleja la simulación numérica. Esto se debe a que en las condiciones de repuesta no-lineal de la sección la influencia del eje débil sobre la inclinación de la fibra neutra es mayor que la que se deduce del cálculo elástico y lineal en sección íntegra. Por ello, se propone para el método simplificado propuesto utilizar la siguiente función de interpolación empírica para el cálculo de la inercia equivalente de la sección en flexión esviada pura ( $I_z^*$ ), tanto para la sección bruta como para las armaduras:

$$I_z^* = I_x \cdot (1 - \delta) + I_y \cdot \delta \quad (14)$$

donde:  $I_x$  momento de inercia de la sección respecto al eje fuerte (Figura 4)

$I_y$  momento de inercia de la sección respecto al eje débil

$\delta$  función de interpolación igual a:

$$\delta = \text{sen}^{\xi} \beta \quad (15)$$

siendo:  $\xi$  coeficiente de interpolación

$\beta$  ángulo de esviaje del esfuerzo flector de primer orden respecto al eje fuerte de la sección (Figura 4) igual a:

$$\beta = \tan^{-1} \left( M_{dy} / M_{dx} \right) \dagger 1^{\circ} \quad (16)$$

El momento de inercia equivalente en flexión esviada pura depende del coeficiente de interpolación ( $\xi$ ) y del ángulo de esviaje ( $\beta$ ). Así, conforme el parámetro  $\xi$  decrece el valor de la inercia  $I_x^*$  disminuye, de tal forma que la función  $I_x^*(\beta)$  es más asintótica al eje de ordenadas (Figura 9) y, además, para ángulos de inclinación  $\beta$  crecientes, la inercia  $I_x^*$  tiende más rápidamente a la inercia del eje débil  $I_y$ . Además, para garantizar que la expresión 13 simule correctamente la influencia que el eje débil ejerce en el comportamiento del soporte no arriostrado sometido a una sollicitación de flexo-compresión recta según el eje fuerte, se impone que el ángulo  $\beta$  no sea inferior a un grado

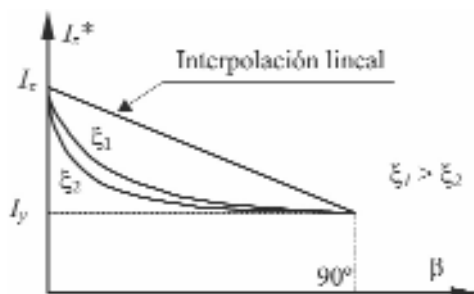


Figura 9. Influencia del coeficiente de interpolación  $\xi$  en la inercia  $I_x^*$  de la sección transversal.

Con todo lo expuesto anteriormente, el ajuste del momento de inercia equivalente  $I_e$  en flexión esviada se reduce a la obtención de los parámetros  $\gamma$  y  $\xi$ , correspondientes a las expresiones (12) y (15). Analizando los resultados obtenidos con la simulación numérica en soportes sometidos a flexo-compresión esviada, tanto instantánea como sostenida, se obtienen los siguientes valores:  $\gamma = 5$  y  $\gamma = 0.1$

### 5. VERIFICACIÓN DEL MODELO PROPUESTO

Debido a las simplificaciones adoptadas resulta necesario analizar el grado de precisión que se comete aplicando la expresión propuesta para el cálculo de la rigidez a flexión EI del soporte (expresión 6) respecto a resultados experimentales.

El grado de precisión puede evaluarse a partir de la relación entre el esfuerzo axial de agotamiento calculado mediante el método simplificado ( $N_s$ ) y el obtenido en el ensayo experimental ( $N_t$ ), pero resultaría inadecuado para situaciones de flexión simple. Si por el contrario, el grado de precisión se evalúa a partir de la relación entre los momentos flectores ( $M_s$ ) y ( $M_t$ ), resulta de nuevo inadecuado para situaciones de compresión simple. Para salvar esta dificultad, se toma como referencia para evaluar el grado de precisión la relación ( $\xi$ ) entre los valores obtenidos por el método simplificado y por el ensayo del parámetro R (Figura 4):

$$\xi = \frac{R_s}{R_t} \quad (17)$$

$$R = R(N_d, M_{dx}, M_{dy}) = \sqrt{N_d^2 + \left(\frac{M_{dx}}{h}\right)^2 + \left(\frac{M_{dy}}{b}\right)^2} \quad (18)$$

donde  $R_s$  es el parámetro correspondiente a los resultados de aplicar el método simplificado,  $R_t$  el correspondiente al ensayo experimental.

La expresión del parámetro R es una extensión al caso de flexión esviada definido para flexión recta por Zhou y Hong (2000) [23] y aplicada por Bonet et al (2003) [3].

La expresión propuesta para el cálculo de la rigidez EI ha sido contrastada con 108 ensayos experimentales. Los ensayos experimentales utilizados corresponden a soportes de hormigón armado biapoyados sometidos a esfuerzos de flexo-compresión esviada. La sección es rectangular con armadura doblemente simétrica. En estos ensayos se fija la magnitud, dirección y sentido de la excentricidad, que es igual en ambos extremos, y se evalúa la máxima capacidad axial del soporte.

Dicha condición de carga ha sido aplicada para contrastar los resultados experimentales con los obtenidos mediante el método simplificado. Para calcular los momentos últimos de sección se ha aplicado el diagrama de cálculo parábola-rectángulo y el diagrama de pivotes de rotura definidos por la instrucción EHE (1999) [7].

En la tabla 2 se muestra el rango de variación de los parámetros estudiados en los distintos ensayos experimentales.

En la tabla 3, se muestra la relación de autores que han realizado dichos ensayos, así como el grado de precisión del método propuesto tanto para los ensayos de soportes sometidos a cargas instantáneas como sostenidas. Además se incluye la evaluación del método para la totalidad de los ensayos independientemente del tipo de carga. En esta tabla se puede observar que se obtiene un ratio medio para cargas instantáneas de 0.94 con un coeficiente de variación de 0.08. Mientras que para cargas sostenidas se obtiene un ratio medio de 0.87 y un coeficiente de variación de 0.09. Finalmente, para la totalidad de los ensayos analizados la aplicación del método muestra un ratio medio de 0.92 y un coeficiente de variación de 0.09.

Tabla 2. Rango de variación de los parámetros de estudio en los ensayos experimentales.

Parámetro	Rango
Resistencia del hormigón [ $f_c$ ] (MPa)	18.58 MPa – 92 MPa
Resistencia del acero [ $f_y$ ] (MPa)	387.67 MPa – 537.81 MPa
Cuantía mecánica de armadura [ $\omega$ ]	0.11 – 1.42
Cuantía geométrica de armadura [ $\rho_g$ ]	0.01 – 0.05
Tipo de sección	Rectangular o cuadrada
Distribución de armadura	Doblemente simétrica
Esbeltez geométrica [ $\lambda_g$ ]	8.57 – 30.87
Relación canto - ancho [ $h/b$ ]	1 – 2
Axil reducido [ $\nu$ ]	0.09 – 0.61
Excentricidad relativa [ $\theta$ ]	0.10 – 1.05
Ángulo de esviaje [ $\beta$ ]	18.04 ° – 85.91 °
Coefficiente de fluencia [ $\varphi$ ]	0.32 – 3.29
Coefficiente de fluencia equivalente [ $\varphi_{eff}$ ]	0.32 – 2.83
Relación entre el axil debido a la carga permanente y el debido a la carga total [ $N_{sg}/N_{tot}$ ]	0.42 – 1.00

Tabla 3. Relación de autores y grado de precisión del método propuesto respecto a los ensayos experimentales.

	Cargas instantáneas					Cargas sostenidas					Total				
	Nº	$\xi_m$	C.V.	$\xi_{máx}$	$\xi_{mín}$	Nº	$\xi_m$	C.V.	$\xi_{máx}$	$\xi_{mín}$	Nº	$\xi_m$	C.V.	$\xi_{máx}$	$\xi_{mín}$
Drysdale y Huggins (1971) [12]	21	0.87	0.03	0.93	0.82	24	0.87	0.09	1.04	0.75	45	0.87	0.07	1.04	0.75
Wu (1973) [22]	11	0.99	0.06	1.12	0.90	-	-	-	-	-	11	0.99	0.06	1.12	0.90
Mavichak y Furlong (1976) [18]	9	0.97	0.12	1.17	0.83	-	-	-	-	-	9	0.97	0.12	1.17	0.83
Wang y Hsu (1990) [21]	8	1	0.02	1.03	0.98	-	-	-	-	-	8	1	0.02	1.03	0.98
Tsao y Hsu (1994) [20]	6	0.98	0.09	1.11	0.87	-	-	-	-	-	6	0.98	0.09	1.11	0.87
Hsu et al (1995) [15]	7	0.90	0.04	0.94	0.84	-	-	-	-	-	7	0.90	0.04	0.94	0.84
Kim y Lee (2000) [16]	10	0.95	0.08	1.07	0.85	-	-	-	-	-	10	0.95	0.08	1.07	0.85
Saker et al (2001) [19]	12	0.92	0.08	1.05	0.83	-	-	-	-	-	12	0.92	0.08	1.05	0.83
	84	0.94	0.08	1.17	0.82	24	0.87	0.09	1.04	0.75	<b>108</b>	<b>0.92</b>	<b>0.09</b>	<b>1.17</b>	<b>0.75</b>

$\xi_m$ : ratio medio; C.V.: coeficiente de variación;  $\xi_{máx}$ : ratio máximo;  $\xi_{mín}$ : ratio mínimo.

En la figura 10 se muestra una comparación entre los resultados experimentales ( $R_e$ ) respecto a los resultados obtenidos mediante el método propuesto ( $R_p$ ). En esta misma figura se ha representado la distribución de frecuencias acumuladas del ratio  $\xi$  en un papel probabilístico nor-

mal. Puede observarse, como dicha distribución de errores se adapta correctamente a la distribución normal, así como que la gran mayoría de los resultados se sitúan del lado de la seguridad, siendo el fráctil para el ratio igual a la unidad del 84.85 %.

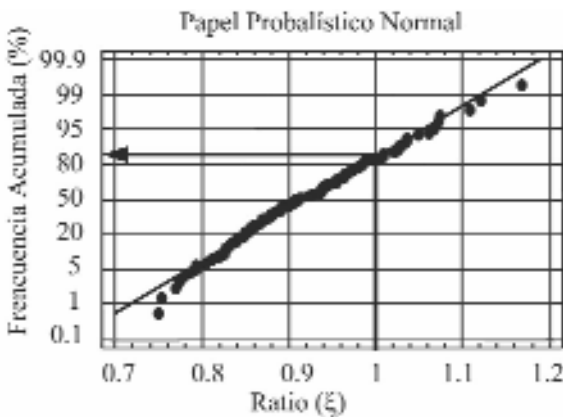
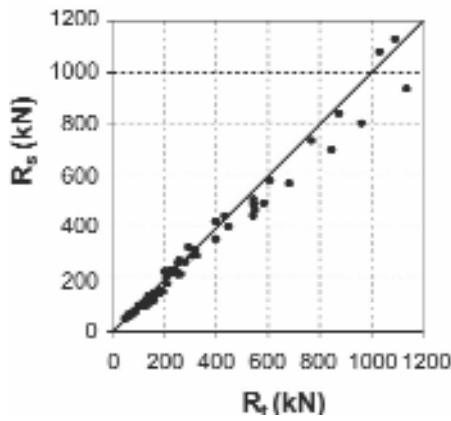


Figura 10. Comparación entre los resultados experimentales y los resultados obtenidos mediante el método propuesto.

En la figura 11, se muestra la distribución de ratios  $\xi$  en función de los parámetros más importantes. Sobre dicha figura se ha representado la línea de tendencia y su ecuación correspondiente en función de cada parámetro objeto de estudio. La dispersión de resultados obtenidos es razonable con la variación típica de este tipo de pruebas de laboratorio.

Se ha elegido como variables de referencia la resistencia a compresión simple del hormigón en probeta cilíndrica ( $f_c$ ), el límite elástico del acero ( $f_y$ ), la cuantía mecánica de armadura ( $\omega$ ), la esbeltez geométrica del soporte ( $\lambda_g$ ), el axil reducido ( $\nu$ ), el ángulo de esviaje ( $\beta$ ), el coeficiente de fluencia equivalente ( $\varphi_{eff}$ ) obtenido como producto del coeficiente de fluencia ( $\varphi$ ) y la relación entre el axil permanente ( $N_{sg}$ ) y el axil total que causa la rotura del soporte ( $N_{tot}$ ). Además se ha representado el ratio  $\xi$  en función de un parámetro auxiliar  $\theta$  cuya expresión analítica es la siguiente:

$$\theta(\text{rad.}) = \tan^{-1} \left[ \frac{\sqrt{(M_{dx}/h)^2 + (M_{dy}/b)^2}}{N_d} \right] \quad (19)$$

El parámetro  $\theta$  permite analizar de forma indirecta la distribución de ratios en función de la excentricidad relativa

( $e_0/h_c$ ) aplicada en la sección. Así, para el caso de compresión simple se anula y para el caso de flexión simple  $\theta$  es igual a  $\pi/2$ . La ventaja de utilizar este cambio de variable es que es tratable matemáticamente el caso de carga de flexión simple.

En todas las gráficas de la figura 11, la línea de tendencia se sitúa en una posición de  $\xi$  ligeramente inferior a la unidad, proporcionando por consiguiente resultados del lado de la seguridad. En general, se observa que las líneas de tendencia son crecientes, salvo para la esbeltez geométrica y el axil reducido que presenta una tendencia decreciente y la resistencia del hormigón que presenta una línea de tendencia marcadamente horizontal.

### 6. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Para ilustrar la aplicación práctica de la expresión propuesta, se va a realizar el dimensionamiento de la armadura longitudinal de un soporte intraslacional cuya longitud de pandeo es 4 metros sometido a unos esfuerzos de cálculo correspondientes al ELU constantes a lo largo de la longitud correspondientes a la situación permanente o transitoria de valor  $N_d = 1560$  kN,  $M_{dx} = 48$  m kN y  $M_{dy} = 36$  m kN. La sección transversal del soporte se muestra en la figura 12. Las características mecánicas de los materiales son  $f_{ck} = 80$  MPa y  $f_{yk} = 500$  MPa y el nivel de control de la ejecución es normal. El coeficiente de fluencia ( $\varphi$ ) es igual a 2 y la relación entre el axil cuasi-permanente y el axil total ( $N_{sg}/N_{tot}$ ) es igual a 0.6

El dimensionamiento de la armadura se obtendrá siguiendo el método expuesto en los apartados primero y cuarto del presente trabajo.

Se calculan previamente los siguientes parámetros:

$$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c = 80 / 1.5 = 53.3 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa}$$

$$h_c = \min(h, b) = \min(0.25, 0.35) = 0.25 \text{ m}$$

$$\lambda_g = l_p / h_c = 4 / 0.25 = 16$$

$$\varphi_{eff} = (N_{sg} / N_{tot}) \cdot \varphi = 0.6 \cdot 2 = 1.2$$

La rigidez a flexión EI del soporte se obtiene aplicando la expresión 6, para ello resulta necesario realizar los siguiente cálculos:

– Excentricidad relativa ( $e_0/h_c$ ) de primer orden:

$$e_{0y} = \frac{M_{dx}}{N_d} = \frac{48}{1560} = 0.0307 \text{ m} \begin{cases} h/20 = 0.0175 \text{ m} \\ 0.02 \text{ m} \end{cases} \quad (\text{Art 42.2.1. EHE})$$

$$e_{0x} = \frac{M_{dy}}{N_d} = \frac{36}{1560} = 0.0231 \text{ m} \begin{cases} b/20 = 0.0125 \text{ m} \\ 0.02 \text{ m} \end{cases} \quad (\text{Art 42.2.1. EHE})$$

$$e_0/h_c = \sqrt{e_{0x}^2 + e_{0y}^2} / h_c = 0.03846 / 0.25 = 0.15384$$

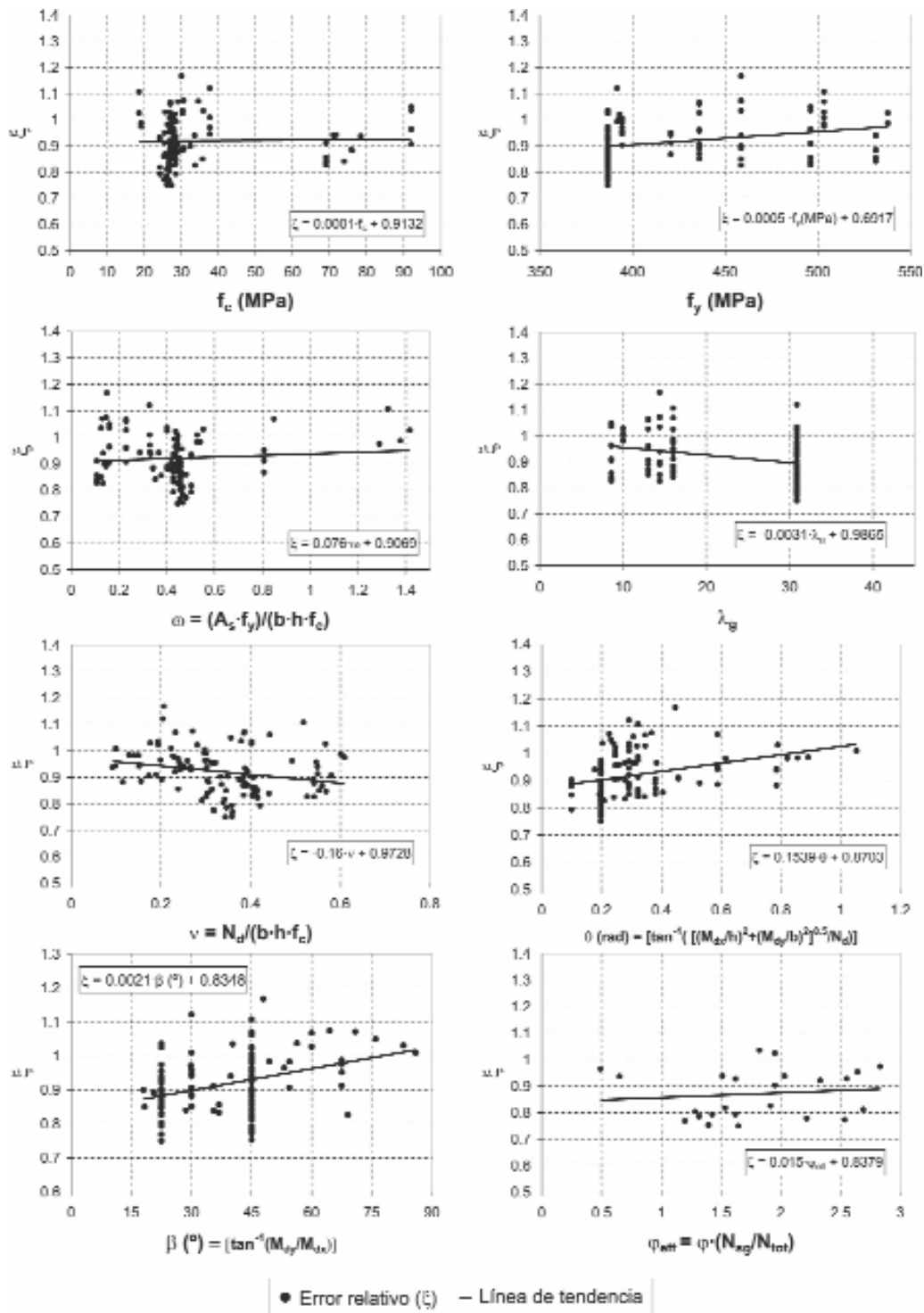


Figura 11. Contraste del método propuesto respecto a los resultados experimentales.

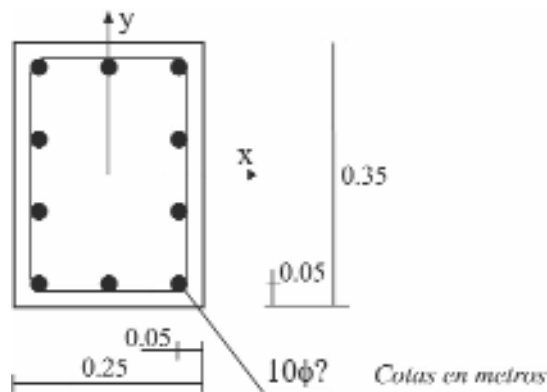


Figura 12. Ejemplo de aplicación. Sección transversal del soporte.

- Factor de rigidez  $\alpha$  (ec. 7) para  $e_0/h_c < 0.2$ :

$$\alpha = (-0.14 \cdot \lambda_g + 2.5 - 0.35 \cdot \varphi_{eff}) \cdot (e_0/h_c - 0.2) + (f_{ck}/200 + 0.12) =$$

$$= (-0.14 \cdot 16 + 2.5 - 0.35 \cdot 1.2)(0.15384 - 0.2) + (80/200 + 0.12) = 0.5273 \uparrow 0.1$$

- Coefficiente  $\eta$  (ec. 29):

$$\eta = 1.9 \cdot \varphi_{eff} \cdot \exp(-0.1 \cdot \lambda_g) = 1.9 \cdot 1.2 \cdot \exp(-0.1 \cdot 16) = 0.46$$

- Momentos de inercia de la sección bruta ( $I_{cx}$ ,  $I_{cy}$ ) en  $m^4$  respecto a su centro de gravedad:

$$I_{cx} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 = 8.932 \cdot 10^{-4}$$

$$I_{cy} = \frac{1}{12} \cdot h \cdot b^3 = 4.557 \cdot 10^{-4}$$

- Momentos de inercia de las armaduras ( $I_{sx}$ ,  $I_{sy}$ ) en  $m^4$  respecto al centro de gravedad de la sección bruta. Para la distribución de armadura indicada en la figura 12, dichos momentos de inercia pueden expresarse en función de la armadura total ( $A_s$ ) en  $cm^2$  dispuesta en la sección:

$$I_{sx} = A_s \cdot i_{sx}^2 = 0.010069 \cdot 10^{-4} A_s$$

$$I_{sy} = A_s \cdot i_{sy}^2 = 0.0045 \cdot 10^{-4} A_s$$

donde  $i_{sx}$  y  $i_{sy}$  son los radios de giro de las armaduras respecto a los ejes coordenados de la sección

- Ángulo  $\beta$  de esviaje (ec.16):

$$\beta = \tan^{-1} (M_{dy} / M_{dx}) = \tan^{-1} (36/48) = 36.87^\circ \uparrow 1^\circ$$

- Coefficiente  $\delta$  de interpolación (ec.15):

$$\delta = \sin^{0.1} \beta = \sin^{0.1} 36.87^\circ = 0.95$$

- Momentos de inercia equivalentes en  $m^4$  en flexión esviada pura (ec.14):

$$\circ \text{Sección bruta } I_{cz}^* = I_{cx} \cdot (1 - \delta) + I_{cy} \cdot \delta = 4.7757 \cdot 10^{-4}$$

$$\circ \text{Armaduras } I_{sz}^* = I_{sx} \cdot (1 - \delta) + I_{sy} \cdot \delta = 0.0047784 \cdot 10^{-4} A_s$$

- Momentos de inercia equivalentes en  $m^4$  de la sección (ec.12):

$$\circ \text{Sección bruta } I_{ce} = I_{cz}^* \cdot \frac{(e_0/h_c)^5 + I_{cy}}{(e_0/h_c)^5 + I_{cz}^*} = 4.59047 \cdot 10^{-4}$$

$$\circ \text{Armaduras } I_{se} = I_{sz}^* \cdot \frac{(e_0/h_c)^5 + I_{sy}}{(e_0/h_c)^5 + I_{sz}^*} = \frac{4.117 \cdot 10^{-4} \cdot A_s + 2.150 \cdot 10^{-6} \cdot A_s^2}{861.68 + 4.78 \cdot A_s}$$

- Módulo de deformación secante de cálculo ( $E_{cd}$ ) del hormigón

(EI EC-2 (2002)[14] y el CM-90 [9] adoptan el valor de 1.2 para el coeficiente de seguridad ( $\gamma_{cE}$ ) del módulo de deformación del hormigón):

$$E_{cd} = E_c / \gamma_{cE} = 8500 \cdot \sqrt[3]{80 + 8} / 1.2 \approx 31506 \text{ MPa}$$

- Módulo de deformación longitudinal de las armaduras:

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

- Rigidez a flexión EI en  $kN \cdot m^2$  del soporte (ec.6):

$$EI = \alpha \cdot \frac{E_{cd} \cdot I_{ce}}{1 + \varphi_{eff}} + \frac{E_s \cdot I_{se}}{1 + \eta} = 3466.46 + \frac{56403 \cdot A_s + 294.54 \cdot A_s^2}{861.68 + 4.78 \cdot A_s}$$

- El axil crítico ( $N_{cr}$ ) en  $kN$  es igual a (ec.5):

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_p^2} = 2138.29 + \frac{34792 \cdot A_s + 181.69 \cdot A_s^2}{861.68 + 4.78 \cdot A_s}$$

- El factor de amplificación es igual a (ec.4):

$$\delta_{ns} = \frac{1}{1 - (N_d / N_{cr})} = \frac{181.69 \cdot A_s^2 + 45010 \cdot A_s + 1842518}{181.69 \cdot A_s^2 + 37555 \cdot A_s + 498297} \uparrow 1.0$$

- El momento de amplificado en  $mkN$  es igual a (ec.3):

$$M_d^* = \delta_{ns} \cdot M_d = \frac{10901 \cdot A_s^2 + 2700603 \cdot A_s + 110551096}{181.69 \cdot A_s^2 + 37555 \cdot A_s + 498297} \cdot M_d = 60 \text{ mkN}$$

$$\text{donde: } M_d = \sqrt{M_{dx}^2 + M_{dy}^2} = 60 \text{ mkN}$$

Para determinar la armadura longitudinal necesaria en el soporte se igualan los esfuerzos de diseño ( $N_d$ ,  $M_d^*$ ) a los esfuerzos de agotamiento de la sección ( $N_u$ ,  $M_u$ ) obteniéndose un sistema no lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas ( $A_s$ ,  $x$ ). Este sistema puede resolverse por el método de "Regula Falsi". En la figura 13, se muestra la variación de  $M_d^*$  y  $M_u$  en función de la armadura  $A_s$  para el axil  $N_d$  dado, la intersección entre ambas curvas determina el valor de la armadura necesaria  $A_s$  igual a  $16.72 \text{ cm}^2$ , lo que equivale a  $10\phi 16$  ( $20.01 \text{ cm}^2$ )

$$N_d = N_u(A_s, x)$$

$$M_d^*(A_s) = M_u(A_s, x)$$

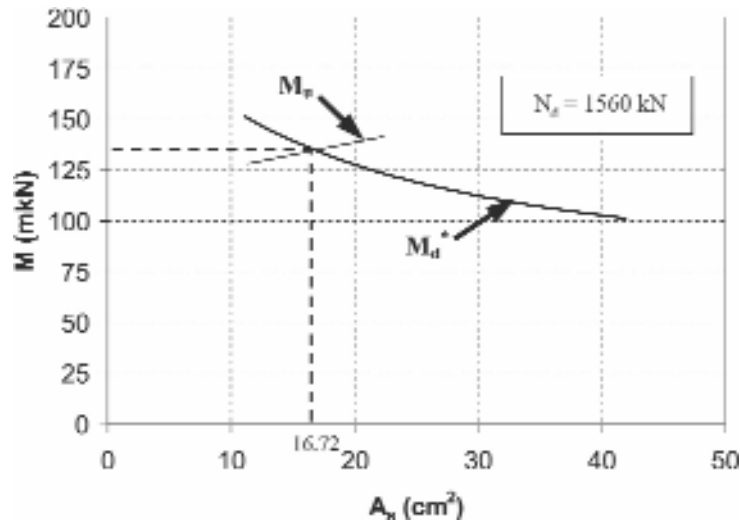


Figura 13. Ejemplo de aplicación. Cálculo de la cuantía de armadura.

## 7. CONCLUSIONES

En este artículo se ha propuesto un método simplificado de cálculo de soportes esbeltos de sección rectangular con armadura doblemente simétrica sometido a una solicitación de flexo-compresión esviada, tanto instantánea como sostenida, válida tanto para hormigones convencionales como de alta resistencia. La expresión es válida en el caso de soportes con longitudes de pandeo similares en las dos direcciones principales de flexión.

El método propuesto está basado en la amplificación del esfuerzo flector de primer orden aplicado en la sección crítica del soporte según la dirección de flexión. El factor de amplificación depende de la rigidez  $EI$  del soporte por lo que se propone una formulación simplificada fácil de aplicar tanto en los problemas de comprobación como de dimensionamiento de armaduras.

La formulación propuesta para la rigidez  $EI$  en flexión esviada es una extensión de la expresión general de la rigidez  $EI$  para flexión recta propuesta por Bonet et al (2003) [4] mediante el cálculo de los momentos de inercia equivalentes de la sección bruta y de las armaduras.

Dicha formulación contempla la interacción existente entre los ejes de flexión y, como caso particular, el de la solicitación de flexo-compresión recta. Además, se tiene en cuenta el efecto del arriostramiento en el comportamiento del soporte sometido a una solicitación de flexo-compresión recta respecto al eje fuerte.

El método ha sido contrastado con 108 ensayos experimentales obteniéndose un buen grado de precisión para su aplicación práctica. Así, se ha obtenido un ratio medio de 0.92, y un coeficiente de variación de 0.09.

Este método es aplicable a un importante porcentaje de soportes de hormigón armado que se encuentran en el campo de la edificación, permite de forma sencilla la comprobación de secciones o el dimensionamiento de la armadura y muestra un buen grado de precisión para su aplicación en la práctica profesional.

## AGRADECIMIENTOS

El contenido del presente artículo se enmarca en una línea de investigación que está llevando a cabo el Grupo de Investigación de Análisis, Diseño y Tecnología de la Construcción (ADITEC) en el Departamento de Ingeniería de la Construcción y de Proyectos de Ingeniería Civil de la Universidad Politécnica de Valencia. Este trabajo cuenta con la financiación del Ministerio de Ciencia y Tecnología (Referencia MAT2002-02461) y del Ministerio de Fomento (BOE 13/12/2002). Los autores agradecen la colaboración de las entidades arriba indicadas.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-02)" American Concrete Institute, Detroit, 2002.
- [2] Aires Pereira, A.M.: "Dimensionamiento en teoría de segundo orden de soportes esbeltos de sección constante de hormigón armado en flexo-compresión esviada", Tesis Doctoral, E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, 1986.
- [3] Bonet Senach, J.L., Fernández Prada, M.A y Miguel Sosa, P.F.: "Factor  $\beta$  para el cálculo de secciones rectangulares de hormigón de alta resistencia sometidos a esfuerzos de flexo-compresión esviada, mediante reducción a flexo-compresión recta", Hormigón Armado, 2003 (en prensa).
- [4] Bonet Senach, J.L., Miguel Sosa, P.F. y Fernández Prada, M.A.: "Rigidez a flexión  $EI$  para el método de amplificación de momentos en soportes esbeltos de sección rectangular de hormigón armado sometidos a esfuerzos de flexo-compresión recta", Hormigón Armado, 2003 (en prensa).
- [5] Bonet Senach, J.L.: "Método simplificado de cálculo de soportes esbeltos de hormigón armado de sección rectangular sometidos a compresión y flexión biaxial", Tesis Doctoral, Dpto. Ingeniería de la Construcción y Proyectos de Ingeniería Civil, Universidad Politécnica de Valencia, Julio 2001.

- [6] Centre Scientifique et Technique du Bâtiment: "Regles BAEL 91: Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et construction en béton armé suivant la méthode des états limites", CSTB, 1992, pp. 145.
- [7] Comisión Permanente del Hormigón: "Instrucción de Hormigón Estructural. EHE", Ministerio de Fomento, 1999.
- [8] Comité Euro-internacional du beton: "Buckling and Instability - Progress Report", C.E.B.. Bulletin, N° 155, 1983.
- [9] Comité Euro-internacional du beton: "CEB-FIB Model Code 1990" C.E.B. Bulletin N° 203-204 y 205, 1991.
- [10] Comité Euro-internacional du beton: "High Performance Concrete. Recommended extensions to the Model Code 90 research needs", C.E.B.. Bulletin, N° 228, 1995.
- [11] Comité Euro-internacional du beton: "Manual of Buckling and Instability", C.E.B. Bulletin N° 123, 1978, pp. 135.
- [12] Drysdale, R.G., Huggins, M.W.: "Sustained biaxial load on slender concrete columns", Journal of the Structural Division, Proceedings A.S.C.E., V.97, N°5, May-1971, pp. 1423-1443.
- [13] European Committee for Standardization: "Eurocode 2: Design of concrete structures- Part 1: General rules and rules for buildings". ENV-1992-1-1, December 1991.
- [14] European Committee for Standardization: "Eurocode 2: Design of concrete structures- Part 1: General rules and rules for buildings", prEN 1992-1-1 (Draft for Stage 49). 2002.
- [15] Hsu, T.T.C.; Hsu, M.S.; Tsao, W.H.: "Biaxially loaded slender high-strength reinforced concrete columns with and without steel fibres", Magazine of Concrete Research, V.47, N°173, 1995, pp. 299-310.
- [16] Kim, J.K.; Lee, S.S.: "The behaviour of reinforced concrete columns subjected to axial force and biaxial bending", Engineering Structures, V.23, 2000, pp. 1518-1528.
- [17] Mari, A.R.: "Nonlinear Geometric, Material And Time Dependent Analysis Of Three Dimensional Reinforced And Pretressed Concrete Frames", Report No. USB/SESM-84/12, Department of Civil Engineering, University of California, Berkley, California, USA, June 1984.
- [18] Mavichak, V., Furlong, R.W.: "Strength and stiffness of reinforced concrete columns under biaxial bending", Research Report 7-2F, Center for Highway Research, The University of Texas at Austin, Texas, 1976.
- [19] Sarker, P.K.; Adolphus, S.; Patterson, S.; Rangan, B.V.: "High-Strength Concrete Columns Under Biaxial Bending", SP-200-14, Farmington Hills, ACI 2001, pp. 217-234.
- [20] Tsao, W.H., Hsu C.-T. T.: "Behaviour of square and L-shaped slender reinforced concrete columns under combined biaxial bending and axial compression", Magazine of Concrete Research, V 46, N° 169, Dec 1994, pp. 257-267.
- [21] Wang, G. Hsu C.-T.T.: "Complete load-deformation behaviour of biaxially loaded reinforced concrete columns", Technical Report Structural Series N°, 90-2, Department of Civil and Environmental Engineering, New Jersey Institute of Technology, Sep-1990.
- [22] Wu, H.: "The effect of volume/surface ratio on the behaviour of reinforced concrete columns under sustained loading", thesis presented to the University of Toronto, Canada, in 1973, in partial fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.
- [23] Zhou W. ; Hong H.P.: "Modeling Error of Strength of Short Reinforced Concrete Columns" ACI Structural Journal, V. 97, No 3, May-Jun 2000, pp. 427-435.



# Evaluación del daño sísmico en puentes de hormigón armado

## *Evaluation of the seismic damage in reinforced concrete bridges*



Consuelo Gómez Soberón



Sergio Oller



Alex H. Barbat

Departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras en la Ingeniería, ETSECCPB,  
Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona

### RESUMEN

Después de los últimos sismos importantes, se observó que entre el 3% y el 6% de las estructuras existentes de hormigón armado sufrieron daños que requirieron algún grado de reparación. Este daño ocasionó pérdidas económicas de consideración, debidas a la rehabilitación o reposición de los elementos dañados. Este problema, aunado al hecho de que actualmente existe un buen número de puentes con capacidad sísmica reducida, muestra la necesidad de contar con modelos de análisis simples que ayuden a la toma de decisiones sobre el futuro de estas estructuras. En este trabajo se presenta la formulación básica de un modelo de evaluación simplificada del daño sísmico en puentes de hormigón armado de eje simple de pilas. La evaluación del daño considerada se basa en el cálculo de la inercia dañada de las pilas del puente para la estimación de su degradación. A través del análisis numérico del comportamiento de un puente austriaco sometido al sismo de Friuli de 1976 se muestra la fiabilidad y eficacia del modelo propuesto.

### SUMMARY

*After the last important earthquakes, it was observed that between 3% and 6% of the existing RC structures suffered damage that required some degree of retrofitting. This damage caused important economic losses, due to the rehabilitation or reposition of the damaged elements. This problem and the fact that a big number of existing bridges have a reduced*

*seismic capacity, show the need of simplified analysis models that help the decision-making process about the future of these structures. In this work, the basic formulation of a simplified evaluation model of the seismic damage in RC bridges of simple pier bent is developed. The evaluation of the damage is based on the calculation of the damaged inertia of the bridge piers to estimate their global degradation. By means of a numerical example simulating the behaviour of an Austrian bridge subjected to the Friuli 1976 earthquake, the reliability and efficiency of the proposed model is shown.*

### 1. INTRODUCCIÓN

En octubre de 1989 y enero de 1994 ocurrieron dos sismos de magnitud local 7.1 y 6.7 en las regiones de Loma Prieta y Northridge, respectivamente. Estos sismos causaron daños importantes y pérdidas económicas de consideración, en parte ocasionadas por el cierre parcial o total de los puentes dañados. El gasto económico producido por el sismo de Loma Prieta fue de más de 6000 millones de dólares, 1800 de los cuales fueron utilizados para reparaciones o sustituciones en el sistema de transporte. Por su parte, después del sismo de Northridge se reportaron 190 millones de dólares americanos en gastos de reparación del sistema de transporte estatal, 75% de los cuales se utilizaron en la reparación o reposición de seis puentes colapsados [1] [2] [3].

Después de la ocurrencia de estos sismos se realizó un importante trabajo de recopilación de información, tanto de

las características de los sistemas, como de los daños y costos de reparación reportados. Toda esta información fue condensada por Basöz y Kiremidjian [1] para realizar diversos estudios estadísticos que proporcionaran correlaciones entre daño y tamaño del sismo. De estos estudios se desprende que la mayoría (sobre un 90%) de los puentes afectados por el sismo de Loma Prieta eran estructuras de hormigón armado, 67% construidas antes de 1971 y 2/3 partes de vanos múltiples con ejes múltiples de pilas. También, 3.6% de todos los puentes de Loma Prieta reportaron algún grado de daño, 82% eran de hormigón armado y 80% de fueron construidos antes de 1971. 50% del costo estimado de reparación de estas estructuras fue ocasionado por el daño en pilas y la mayoría de los puentes eran sistemas de eje simple de pilas. Para la zona de Northridge, 80% de los puentes afectados eran estructuras de hormigón armado, 72% fueron construidos antes de 1971 y 22% tenían ejes únicos de pilas. De igual forma, 6.5% de los puentes presentaron daños, cerca del 91% eran estructuras de hormigón armado, 68% se diseñaron antes de 1971 y 25% tenían vanos múltiples y ejes simples de pilas.

Estas observaciones también se pueden aplicar a los resultados del sismo de Kobe de 1995 [4], lo que demuestra que existe una gran cantidad de estructuras viejas de hormigón armado con capacidad sísmica reducida, cuyo daño puede ocasionar inmensas pérdidas económicas. Esto último se constató ya después del sismo de Washington del 2000 [5], ya que la acción de este terremoto no produjo pérdida de vidas humanas, pero si ocasionó importantes gastos por daños en las estructuras. Aunque para puentes existen en la actualidad algunas propuestas de modelos de cálculo, se requieren métodos simples que proporcionen resultados confiables del estado actual de las estructuras, puesto que éstos se utilizarán en la toma de decisiones sobre futuros programas de refuerzo o en planes de mitigación del daño

Las propuestas de métodos de evaluación en puentes incluyen la inspección de la vulnerabilidad simplificada, la aplicación de modelos estructurales, la utilización del juicio de expertos y la aplicación de análisis estadísticos de daños [6] [7]. La inspección de la vulnerabilidad se basa en la estimación simplificada que busca una primera clasificación de las estructuras, ejemplos de estos modelos son las propuestas de Pezeshk et al. [8], Kim [9] y Maldonado et al. [10]. Por su parte, los modelos basados en el análisis estructural suelen proporcionar gran cantidad de resultados, pero la confiabilidad de éstos depende de su calidad, ver por ejemplo el trabajo de Ciampoli [11]. Finalmente, las estimaciones basadas en el juicio de expertos (como la realizada por el ATC-25 [12]) requieren un gran número de profesionales con conocimientos y experiencia comprobada, mientras que las estimaciones estadísticas que parten de datos reales de daño, como la comentada de Basöz y Kiremidjian [1], sólo se aplican en zonas de sismicidad moderada o grande donde puede haber información suficiente.

En este trabajo, se propone una metodología simplificada de evaluación del daño en puentes de hormigón armado de vanos múltiples y ejes simples de pilas. Dicha metodología estima el comportamiento no lineal de la estructura de manera simple, por lo que puede ser de gran utilidad en la evaluación probabilista del daño. El modelo de cálculo propuesto es

aplicable al estudio de los puentes de autopista de hormigón armado con eje simple de pilas, principalmente por ser éstos de uso común y por presentar en el pasado un gran número de elementos dañados, como se comentó anteriormente [1]. Debido a que estas estructuras tienen mayor redundancia y rigidez en la dirección longitudinal, el modelo propuesto analiza el comportamiento de puentes sometidos a carga sísmica actuando en la dirección transversal. Una mención especial debe hacerse al hecho de que el modelo desarrollado es adecuado al estudio de puentes con tablero con junta transversal sobre cada pila y con tablero suficientemente rígido para poder desprestigiar su flexión transversal. Sin embargo, este modelo simplificado puede dar resultados satisfactorios también en el caso de puentes con tablero sin junta transversal.

Este artículo describe primeramente el modelo propuesto para la estimación del daño en pilas de puentes de autopista. Tal modelo se calibra utilizando las propiedades dinámicas de la estructura, mediante los resultados obtenidos a través de mediciones experimentales en un puente existente. Luego, se describe el análisis no lineal del puente, a partir de cual se define el daño máximo en las pilas. Este daño se representa mediante varios índices de daño de pila y de daño global de la estructura. El artículo finaliza mostrando un ejemplo de aplicación del modelo propuesto para un sismo real.

Aunque existe una variada gama de métodos de evaluación de la respuesta no lineal de puentes, la metodología propuesta es simple, confiable y de bajo costo computacional. Por lo tanto, esta metodología es idónea para considerar las incertidumbres en los parámetros del modelo dentro del marco de la simulación de Monte Carlo, como en la evaluación de la vulnerabilidad sísmica de estructuras o en los estudios previos para decidir sobre el refuerzo de sistemas estructurales con capacidad reducida.

## 2. FORMULACIÓN ELÁSTICA DEL MODELO PROPUESTO

### 2.1. Descripción del modelo

Los puentes de hormigón armado con ejes simples de pilas tienen mayor redundancia y resistencia en su dirección longitudinal; entonces, el mayor daño ocurrirá en las pilas cuando éstas se someten a carga sísmica en su dirección transversal. Consecuentemente, el modelo propuesto se desarrolla considerando esta condición.

Un primer paso en el desarrollo del modelo dinámico simplificado propuesto es la definición de sus propiedades elásticas. Para ello se consideran elementos continuos, con masa distribuida en pilas y concentrada en vigas. Cuando las pilas del puente están sometidas a una excitación sísmica en su base en dirección transversal, el movimiento de las vigas adyacentes restringe parcialmente su oscilación. Es decir, sometida a cargas dinámicas transversales, la pila se desplaza y causa la distorsión de los apoyos de unión con la viga y la subsiguiente rotación de éstas, que se consideran rígidas. El

modelo simplificado esquematizado en la figura 1 se basa en las siguientes hipótesis:

1. Las pilas se modelizan mediante elementos continuos con masa distribuida y rigidez axial infinita.
2. Las vigas se modelizan como elementos perfectamente rígidos con masa concentrada.
3. Los apoyos de las vigas sobre las pilas son modelizados como piezas cortas de sección transversal circular y con dimensiones reales, trabajando principalmente a cortante.
4. El efecto de interacción suelo-estructura en pilas y estribos se estima a través de muelles lineales que representan la rigidez rotacional del suelo.
5. Los estribos son considerados como perfectamente rígidos.

De acuerdo con el modelo de la figura 1, los desplazamientos transversales en la cabeza de las pilas y de los estribos son

los únicos grados de libertad del sistema estructural, con lo que el modelo estructural tendrá un número de grados de libertad,  $n$ , igual al número de pilas más el de los estribos. Además, el modelo permite considerar excitaciones sísmicas diferentes en la base de cada pila del puente, es decir la variabilidad espacial de la carga externa [13].

A partir de las hipótesis generales de modelación, a continuación se establece la rigidez total del modelo dinámico, considerando la contribución de la rigidez transversal de las vigas y de las pilas en cada modo de vibración.

### 2.2. Rigidez transversal del modelo en el modo $i$

El desplazamiento de la pila  $i$  del puente genera en planta una distribución de fuerzas como la que se indica en la Figura 2. En esta figura,  $F_i^{in}$  es la fuerza inercial,  $F_{i,i-1}$  y  $F_{i,i+1}$  son las fuerzas elásticas producidas por la rotación de las vigas

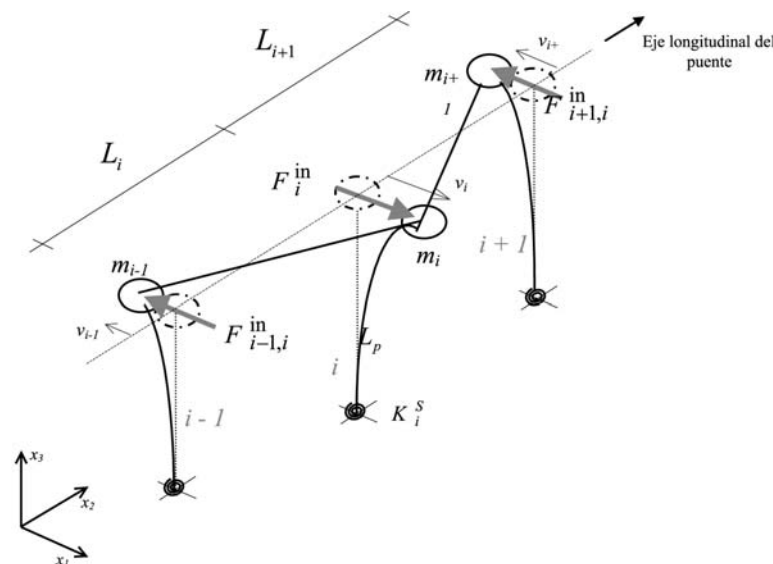


Figura 1. Esquema básico de análisis.

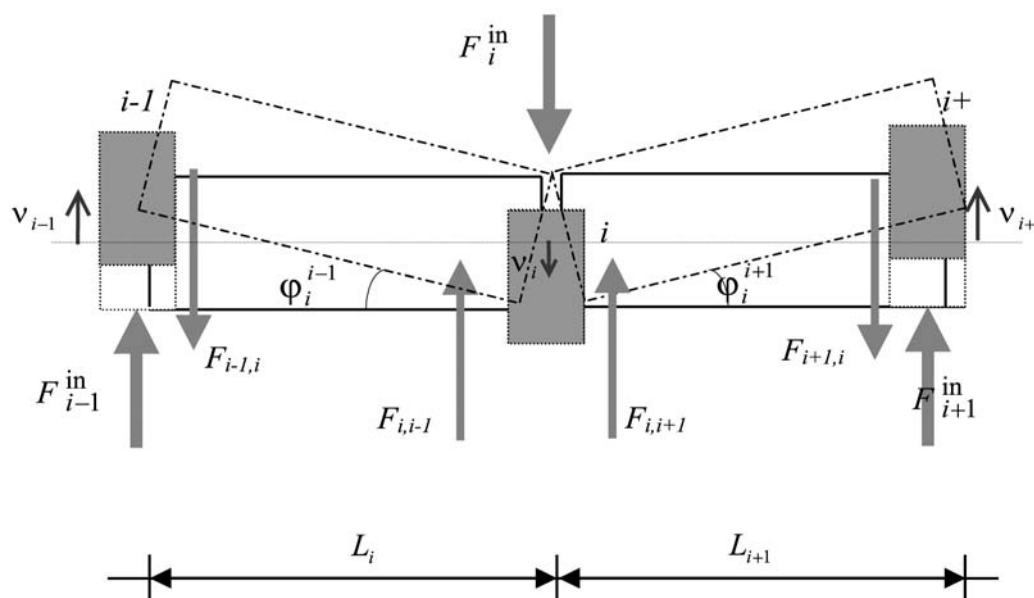


Figura 2. Esquema de la rotación de vigas adyacentes.

adyacentes a la pila  $i$ , y  $F_{i-1,i}$  y  $F_{i+1,i}$  son las fuerzas elásticas producidas en las pilas  $i-1$  e  $i+1$  por la rotación de las vigas continuas, respectivamente. Esto es, el subíndice de las fuerzas indica la pila donde la fuerza se aplica y la pila asociada con la que comparte el segmento de tablero que rota. Como se puede observar en la figura 2, la peor condición ocurre cuando dos pilas adyacentes se mueven en sentido contrario a la pila estudiada.

Para determinar las fuerzas elásticas en las pilas por rotación del tablero se analiza su movimiento. Si se observa la figura 2 se desprende que la rotación producida a la izquierda,  $\varphi_i^{i-1}$ , de la pila  $i$ , que depende del desplazamiento relativo entre las tres pilas contiguas, es

$$\varphi_i^{i-1} = \left( \frac{v_i - v_{i-1}}{L_i} \right) \quad (1)$$

donde  $L_i$  es la longitud de la viga contigua a la izquierda de la pila  $i$  y  $v_i$  y  $v_{i-1}$  son los desplazamientos máximos de las pilas  $i$  e  $i-1$ , respectivamente. El giro a la derecha de pila  $i$  se obtiene de manera similar.

Los apoyos existentes sobre cada una de las pilas (ver la Figura 3) son simulados como piezas cortas con sección transversal circular, principalmente regidas por las deformaciones cortantes. La influencia de la rigidez de los apoyos en el comportamiento global del puente es asociada a su modulo cortante,  $G$ , a la distancia en planta entre los centros geométricos de los apoyos de cada viga,  $h_a$ , a su altura,  $a$ , y al área de su sección transversal,  $A_p$ . A partir de esta figura se deduce que el desplazamiento superior de los apoyos,  $u_p$ , produce un par de fuerzas  $F$

$$F = \tau A_p = (G\gamma) A_p \cong \left( G \frac{u_p}{a} \right) A_p = \left( \frac{G}{a} \varphi \frac{h_a}{2} \right) A_p \quad (2)$$

cuyo momento es

$$M_T = F \cdot h_a = \frac{GA_p}{a} \left( \varphi \cdot \frac{h_a}{2} \right) \cdot h_a \quad (3)$$

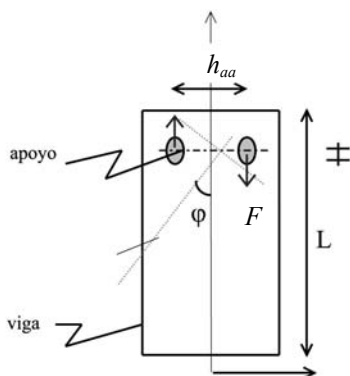


Figura 3. Vista en planta de una viga.

$$\begin{aligned} F &= \frac{2M_T}{L} \\ F &= \frac{2F h_a}{L} \\ F &= \frac{2\tau A_p h_a}{L} \\ F &= \frac{2(Gu_p) A_p h_a}{aL} \\ F &= \frac{2G\varphi h_a^2 A_p}{2aL} \end{aligned}$$

donde  $F$  es la fuerza cortante en el apoyo,  $\tau$  es la tensión tangencial y  $u_p = \varphi (h_a / 2)$  es el desplazamiento relativo entre la cara superior e inferior del apoyo. Las restantes variables ya fueron definidas anteriormente.

A partir de la ecuación 3 y como se constata en la figura 3, la fuerza total producida en una pila por la rotación de vigas se define mediante la ecuación siguiente:

$$F = \frac{2M_T}{L} = \frac{GA_p h_a^2}{aL} \varphi \quad (4)$$

Aplicando la ecuación 4 a la pila  $i$  y sustituyendo la ecuación 1 en ésta, la fuerza elástica producida en la viga  $i-1$  es

$$F_{i,i-1} = \left[ \frac{GA_p h_a^2}{aL_i^2} \right] v_i - \left[ \frac{GA_p h_a^2}{aL_i^2} \right] v_{i-1} \quad (5)$$

Siguiendo un proceso similar, es posible obtener la fuerza elástica por la rotación de la viga  $i+1$ , considerando ahora que la longitud de la viga  $i+1$  es  $L_{i+1}$ . Sumando las fuerzas por rotación de las vigas continuas a la pila  $i$  y ordenando términos, la fuerza total elástica es:

$$\begin{aligned} R_i = F_{i,i-1} + F_{i,i+1} &= \left[ \frac{GA_p h_a^2}{aL_i^2} + \frac{GA_p h_a^2}{aL_{i+1}^2} \right] v_i - \\ &v_i - \left[ \frac{GA_p h_a^2}{aL_i^2} \right] v_{i-1} - \left[ \frac{GA_p h_a^2}{aL_{i+1}^2} \right] v_{i+1} \end{aligned} \quad (6)$$

### 2.3. Rigidez transversal de una pila en el modo $i$

Con base en las hipótesis generales de definición del modelo propuesto, las pilas del puente son consideradas como elementos continuos con masa distribuida. En estos, el efecto de interacción suelo-estructura es incluido por medio de resortes rotacionales de rigidez  $K_i^S$  (ver Figura 4). Por lo tanto, el máximo desplazamiento en el cabezal de una pila es

$$v_i = v_{\theta}^i + v_p^i \quad (7)$$

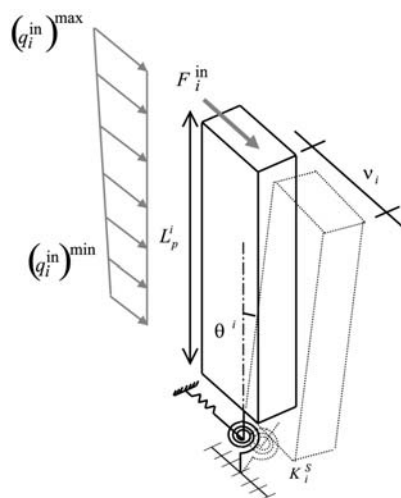


Figura 4. Deformación de la pila  $i$ .

siendo  $v_i^{\theta}$  el desplazamiento producido por la rotación en la base de la pila y  $v_p^i$  el desplazamiento ocasionado por la acción externa.

A partir del esquema de la figura 4, se define el momento flector para el desplazamiento máximo, el cual al ser sustituido en la ecuación 7 proporciona el máximo desplazamiento de la pila

$$v_i = F_i^{in} \left[ \frac{L_p^i}{K_i^S} + \frac{(L_p^i)^3}{3 E_{c_i} I_i} \right] + \frac{[2(q_i^{in})^{max} + (q_i^{in})^{min}](L_p^i)^2}{6 K_i^S} + \frac{[11(q_i^{in})^{max} + 4(q_i^{in})^{min}](L_p^i)^4}{120 E_{c_i} I_i} \quad (8)$$

donde  $K_i^S$  es la rigidez equivalente del suelo,  $(q_i^{in})^{max}$  y  $(q_i^{in})^{min}$  son la carga inercial máxima y mínima por unidad de longitud producidas por la aceleración horizontal,  $F_i^{in}$  es la fuerza inercial total de la superestructura (vigas) y  $L_p^i$ ,  $E_{c_i}$  y  $I_i$  son la longitud, el módulo de Young y la inercia de la sección transversal de pilas, respectivamente.

Despejando la fuerza inercial de la ecuación anterior resulta

$$F_i^{in} = \frac{1}{\left[ \frac{L_p^i}{K_i^S} + \frac{(L_p^i)^3}{3 E_{c_i} I_i} \right]} \left[ v_i - \frac{[2(q_i^{in})^{max} + (q_i^{in})^{min}](L_p^i)^2}{6 K_i^S} - \frac{[11(q_i^{in})^{max} + 4(q_i^{in})^{min}](L_p^i)^4}{120 E_{c_i} I_i} \right] \quad (9)$$

En la ecuación 9 se observa que la fuerza inercial en la cabeza de la pila en estudio está compuesta por la parte que resulta de su contribución como elemento en voladizo más el término que aporta la rotación restringida por los apoyos, en la que interviene la rigidez equivalente del suelo,  $K_i^S$ .

## 2.4. Ecuación de equilibrio pila-tablero

Aplicando la segunda ley de Newton, y sustituyendo los valores de  $R_i = F_{i,i-1} + F_{i,i+1}$  (ecuación 6) y  $F_i^{in}$  (ecuación 9), la fuerza efectiva total en el extremo superior de la pila  $i$ ,  $F_i^T$ , es

$$F_i^T = m_i a_i = \left\{ \left[ \frac{G A_p h_a^2}{a L_i^2} + \frac{G A_p h_a^2}{a L_{i+1}^2} \right] + \frac{1}{\left[ \frac{L_p^i}{K_i^S} + \frac{(L_p^i)^3}{3 E_{c_i} I_i} \right]} \right\} v_i - \left[ \frac{G A_p h_a^2}{a L_i^2} \right] v_{i-1} - \left[ \frac{G A_p h_a^2}{a L_{i+1}^2} \right] v_{i+1} - \left[ \frac{1}{\left[ \frac{L_p^i}{K_i^S} + \frac{(L_p^i)^3}{3 E_{c_i} I_i} \right]} \right] \left[ \frac{[2(q_i^{in})^{max} + (q_i^{in})^{min}](L_p^i)^2}{6 K_i^S} + \frac{[11(q_i^{in})^{max} + 4(q_i^{in})^{min}](L_p^i)^4}{120 E_{c_i} I_i} \right] \quad (10)$$

donde  $m_i$  es la masa asociada al grado de libertad  $i$  y  $a_i$  es la aceleración correspondiente.

De forma compacta, la ecuación anterior, de equilibrio de cada pila, se puede escribir como

$$F_i^q + m_i a_i = K_{ii} v_i - K_{i,i+1} v_{i+1} - K_{i,i-1} v_{i-1} \quad (11)$$

donde  $K_{ij}$  es la fuerza correspondiente a la coordenada  $i$ , debida a un desplazamiento unitario producido en la coordenada  $j$ ,  $v_i$  es el desplazamiento de la pila  $i$  y  $F_i^q$  es la fuerza del término independiente. Aplicando la ecuación anterior a cada grado de libertad, se obtiene un sistema de ecuaciones del tipo  $\mathbf{F} = \mathbf{K} \mathbf{v}$ . En este,  $\mathbf{K}$  es la matriz de rigidez tri-diagonal del sistema,  $\mathbf{F}$  es el vector de fuerzas y  $\mathbf{v}$  es el vector desplazamiento en el cabezal de pilas y estribos. Además, la masa del puente se concentra en los puntos en que son obtenidos los desplazamientos transversales, obteniendo así una matriz de masa diagonal.

## 3. FORMULACIÓN NO LINEAL DEL MODELO

En condiciones elásticas, la solución de la ecuación 11 cumple el equilibrio estático en cada instante de tiempo. Sin embargo, cuando se considera el comportamiento no lineal de los materiales de la estructura y el amortiguamiento presente en ésta, la ecuación del movimiento en cada pila es

$$F_i^q + m_i a_i - K_{ii} v_i - K_{i,i+1} v_{i+1} - K_{i,i-1} v_{i-1} - F_a = F_i^R \quad (12)$$

donde  $F_a$  es la fuerza de amortiguamiento de la pila  $i$  y  $F_i^R$  es la fuerza residual o fuerza de desequilibrio que debe ser eliminada mediante una linealización de Newton-Raphson. Dicha falta de equilibrio se produce porque las rigideces  $K_{ii}$ ,  $K_{i,i+1}$  y  $K_{i,i-1}$  no son constantes durante el proceso de análisis y, en consecuencia, la solución de la ecuación 12 se debe obtener de manera iterativa.

Para obtener el daño máximo de las pilas de puentes mediante el modelo descrito en la figura 1 se resuelve la ecuación 12 no lineal, mediante el algoritmo de Newmark. En este análisis se busca el equilibrio mediante la eliminación de  $F_i^R$  por Newton-Raphson, lo que conduce indirectamente a la eliminación del momento flector residual,  ${}^3M$ , que surge como desequilibrio interno en la sección transversal. Consecuentemente  ${}^3M = M_e - M_{int}$  es la diferencia entre el momento solicitante y el resistente. De esta forma, para cada paso del análisis no lineal se actualiza la rigidez del sistema, la cual se modifica por la degradación del material causada por carga externa.

A continuación se describen los pasos seguidos para definir el daño en cualquiera de las pilas del puente, sin utilizar subíndices para cada elemento. Mediante el modelo simplificado propuesto se evalúa el daño estructural global máximo del puente considerando en el análisis sólo el daño en la base de las pilas debido a la acción sísmica transversal.

### 3.1. Momento externo máximo

Se considera que las pilas están sometidas, predominantemente, a flexión en la dirección perpendicular al eje del puente, tal como se observa en la Figura 5. Conociendo el desplazamiento máximo de una pila por el método no lineal de Newmark, la fuerza resultante en el extremo superior de ésta se obtiene multiplicando dicho desplazamiento por la rigidez a flexión de la pila. Consecuentemente, el momento externo en la base (predictor) se obtienen mediante:

$$M_e^{max} = F_e \cdot L_p \quad (13)$$

donde  $F_e$  es la fuerza elástica producida por la acción sísmica en el extremo superior de la pila,  $M_e$  es el momento externo máximo predictor y  $L_p$  es la longitud de la pila.

### 3.2. Estado de daño de la estructura

En el caso de una carga sísmica actuando en la dirección transversal del puente (eje  $x_1$ ), el estado de tensiones y deformaciones elásticas en esta dirección es

$$\begin{cases} \varepsilon(x_1, x_3) = \chi_1(x_3) \cdot x_1 = \frac{M_e(x_3)}{E_c I} x_1 \\ \sigma(x_1, x_3) = E_c \cdot \varepsilon(x_1, x_3) = \frac{M_e(x_3)}{I} x_1 \end{cases} \quad (14)$$

donde  $\chi_1(x_3) = \frac{M_e(x_3)}{E_c I}$  es la curvatura de la pila,  $\sigma(\cdot)$  y  $\varepsilon(\cdot)$  son las tensiones y deformaciones,  $x_2$  es la distancia (en dirección de este eje) desde el punto de análisis hasta el eje neutro actual de la pila,  $E_c$  es el módulo de Young inicial de la pila y  $M_e$  es la ley de momentos.

A partir de estas ecuaciones, el momento interno resistente en la sección transversal del elemento,  $M_{int}(x_3)$ , se obtiene mediante integración de los momentos producidos por las fuerzas elementales,  $\sigma dA_c$ , en la sección transversal de área  $A_c$

$$M_{int}(x_3) = \int_{A_c} \sigma x_1 dA_c \quad (15)$$

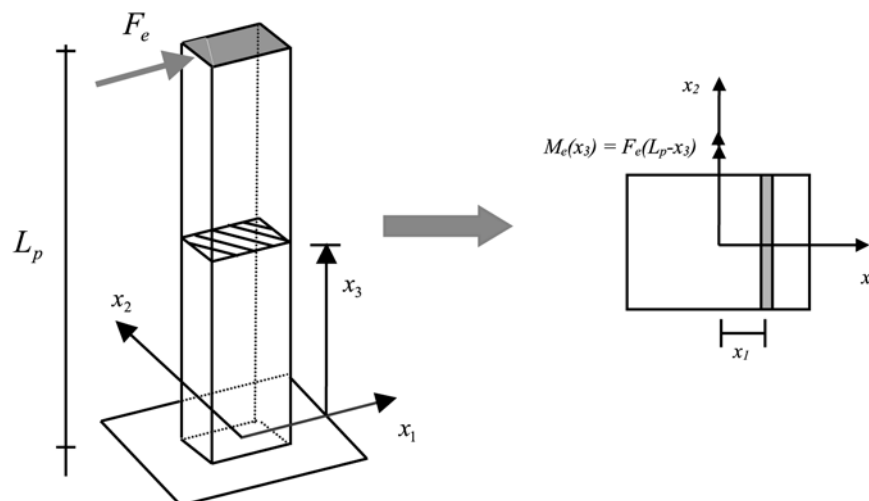


Figura 5. Modelo simplificado de análisis no lineal.

Cuando el elemento permanece dentro del rango elástico, los momentos externos e internos máximos de la pila son iguales. Sin embargo, cuando se excede el límite elástico del material, el momento solicitante,  $M_e$ , supera al resistente,  $M_{int}$ , y se produce un desequilibrio que conduce a un comportamiento no lineal

$$\Delta M(x_3) = M_e(x_3) - M_{int}(x_3) < Tolerancia \quad (16)$$

Este momento desequilibrante debe ser eliminado mediante un método de Newton-Raphson, haciendo tender la diferencia a una tolerancia suficientemente pequeña.

Cuando las pilas sufren daño por la acción sísmica, el estado de tensiones desarrollado en la sección transversal de éstas (ecuación 14) es obtenido como:

$$\sigma(x_1, x_3) = E_c^d \chi_1(x_3) x_1 \quad (17)$$

donde

$$E_c^d = f(x_1, x_3) E_c^0 \quad (18)$$

es el módulo de Young del material dañado,  $E_c^0$  es el módulo Young inicial y  $f(x_1, x_3)$  es la función de daño que será descrita posteriormente. Sustituyendo la ecuación 17 en la ecuación 15, el momento inercial en la sección transversal de la pila es

$$M_{int}(x_3) = E_c^0 \chi_1(x_3) I^d(x_3) \quad (19)$$

donde

$$I^d(x_3) = \int_{A_c} f(x_1, x_3) \cdot x_1^2 dA_c \quad (20)$$

es la inercial de la sección transversal del elemento dañado respecto a su eje neutro.

Durante la linealización de las ecuaciones de equilibrio, en el paso de tiempo donde el momento predictor produce un incremento de carga no equilibrado mayor que la tolerancia prescrita (ecuación 16), se considera un incremento de la curvatura inelástica en función del momento desequilibrante. El proceso iterativo finaliza cuando la carga no equilibrada es

menor que la tolerancia. El criterio de convergencia utilizado en el proceso iterativo establece que la respuesta estable del sistema estructural completo está garantizada si se cumple

$$C_c = \sqrt{\frac{\sum_i \Delta M_i^2}{\sum_i (M_e^i)^2}} \leq TOL \quad (21)$$

donde  $TOL$  es la tolerancia escogida.

### 3.3. Función de daño

En este trabajo se utiliza un modelo de daño basado en la Mecánica del Daño Continuo, principalmente porque tales modelos son simples y sus bases respetan los principios fundamentales de la Termodinámica. El modelo de daño seleccionado, propuesto por Oliver et al. [14, 15], se basa en la determinación de una variable interna de daño o degradación,  $d$ , que mide la pérdida de rigidez secante del material. Para elementos con desigual degradación en tensión y compresión, como en los elementos de hormigón armado, el modelo de Oliver et al. [14] establece diferentes límites del dominio elástico del material. De acuerdo con dicho modelo puede definirse el siguiente nivel de daño en la sección transversal de una pila:

$$f(x_1, x_3) = 1 - d(x_1, x_3) \quad (22)$$

donde la expresión

$$d(x_1, x_3) = 1 - \frac{\tau^*}{\tau(\sigma(x_1, x_3))} \exp \left[ A - \frac{\tau(\sigma(x_1, x_3))}{\tau^*} \right] \quad (23)$$

está deducida para representar el comportamiento a degradación del hormigón. En trabajos previos se ha mostrado el grado de acercamiento a la realidad que tiene este tipo de modelo basado en la Mecánica del Daño Continuo [14, 15]. En esta expresión,  $\tau^*$  representa la resistencia a la que se inicia el daño del material, siendo éste al así llamado umbral de daño. La tensión efectiva  $\tau$  es aquella que actúa sobre el material sin poros y está representada por una función escalar de argumentos tensoriales (tensor de tensiones  $\sigma(x_1, x_3)$  en cada punto de la sección transversal) del tipo de la función de fluencia que se utiliza en la Teoría de la Plasticidad. Finalmente,  $A$  es un parámetro que depende de la energía de fractura del material [23]. Para mayor información de este modelo pueden consultarse las referencias [14, 15, 23].

### 3.4. Obtención de la inercia degradada

Debido a las dificultades que presenta la integración cerrada de la inercia degradada (ecuación 20) con la función de daño definida en la ecuación 23, es necesario realizar una integración numérica; en este caso particular se utiliza una cuadratura de Lobato [16]. Dicho algoritmo asegura que algunos puntos de evaluación estén situados en el contorno de la sección transversal de la pila, siendo así posible capturar el máximo nivel de daño.

Para pilas de sección transversal cajón, que es el tipo de pila del puente estudiado, el área y el momento de inercia de la sección transversal dañada se obtiene numéricamente por subsecciones. Para cada una de ellas el área de la subsección dañada es

$$A_c^d(x_3) = \int_{A_c} f(x_1; x_3) dA_c \quad (24)$$

y el momento de inercia global de la sección transversal degradada de la pila,  $I_T^d$ , es

$$I_T^d(x_3) = \sum_{j=1}^4 \left( I_j^d + A_c^{d(i)} l_c^{2(j)} \right) \quad (25)$$

donde  $I_j^d$  es el momento de inercia dañado de la subsección  $j$ , y  $l_c^{2(j)}$  es la distancia entre los ejes centroidales de la subsección  $j$  y del elemento. En el cálculo de  $l_c^{2(j)}$  se considera la modificación de la posición del eje centroidal de cada subsección en función del área transversal dañada.

### 3.5. Índices de daño de pila y globales

Una vez alcanzado el equilibrio en toda la estructura (convergencia), para cada incremento de tiempo es posible obtener los índices de daño para cada pila y para el puente completo, a partir de los momentos elástico  $M_e$ , predictor y dañado  $M_{int}$ , de cada pila. En este trabajo se definieron dos índices de daño de pila y tres índices de daño global de la estructura, calculados estos últimos a partir de los primeros. El primer índice de daño de pila caracteriza el daño máximo en la base de cada pila del puente

$$D = \frac{M_e(x_3) - M_{int}(x_3)}{M_e(x_3)} \quad \text{para } x_3 = 0 \quad (26)$$

El segundo índice de daño de pila,  $DP$ , propuesto por DiPasquale y Cakmak [17], se basa en las características dinámicas de la estructura para evaluar el daño sísmico. Este daño se calcula para cada pila a partir de su periodo fundamental de vibración y se utiliza a modo de comparación con el índice propuesto en la ecuación 26

$$DP = 1 - \frac{(T_o)^2}{(T_f)^2} \quad (27)$$

donde  $T_o$  representa el periodo de la estructura en el rango elástico y  $T_f$  es el periodo final, correspondiente a la estructura dañada al final del análisis.

A partir de los índices de daño de pila (expresiones 26 y 27), el daño global de la estructura se determina mediante tres índices:

- *Índice global medio*, que es la media de los índices de pilas

$$D_m = \frac{\sum_i D_i}{n_p} \quad i = 1, \dots, n_p \quad (28)$$

donde  $n_p$  es el número de las pilas del puente y es el daño de pilas, definido por la ecuación 26.

- Índice global de daño funcional,  $D_p$

$$D_p = 1 - \left[ \prod_i (1 - D_i) \right] \quad i = 1, \dots, n_p \quad (29)$$

Cuando todas las pilas de la estructura sufren un daño mayor, este índice refleja el daño global extremo. Dicho índice es un indicador de la capacidad del puente de prestar servicio después de un sismo.

- Índice global medio de DiPasquale y Cakmak, que se define a partir de los índices de daño de pila expresados por la ecuación 27

$$D_a = \frac{\sum_i DP_i}{n_p} \quad i = 1, \dots, n_p \quad (30)$$

## 4. EJEMPLO NUMÉRICO

### 4.1. Descripción de la estructura

Como ejemplo de aplicación del procedimiento de análisis propuesto se analiza el comportamiento ante carga sísmica de una de las estructuras gemelas del puente Warth, situado a 63 km al sur de Viena, Austria (ver Figura 6). Conforme a las actuales normativas sísmicas [18] es necesario un estudio de reevaluación del comportamiento de este puente.



Figura 6. Vista del puente de Warth.

El puente Warth es una estructura de hormigón armado construida en los años setenta (Figura 7). Esta se compone de seis pilas de sección rectangular hueca de 6.8 m x 2.5 m y de un tablero de sección cajón de 5 m de canto. Se consideró que la resistencia a compresión simple del hormigón armado es de  $f'_c = 45.0$  MPa para el tablero y de  $f'_c = 40.0$  MPa para las pilas. En ambos elementos, se consideró un peso específico del hormigón armado de  $\gamma = 24.0$  kN/m<sup>3</sup>. Dentro del peso específico del tablero se incluyó el peso de los componentes no estructurales (como pavimentos y barandillas), por lo que se consideró  $\gamma = 28.0$  kN/m<sup>3</sup>. Para el acero de refuerzo se utilizó  $\gamma = 78.5$  kN/m<sup>3</sup>.

Finalmente, el módulo de elasticidad del hormigón armado de las pilas,  $E_c$ , se obtiene aplicando la Teoría de Mezclas [19], mediante la proporción de acero y hormigón en cada pila. Concretamente, el módulo de elasticidad de las pilas de hormigón armado es:

$$E_c = k_h E_h + k_a E_a \quad (31)$$

donde

$$k_h = \frac{A_h}{A} \quad k_a = \frac{A_a}{A} \quad (32)$$

y  $E_h$ ,  $E_a$  y  $E_c$  son el módulo de Young del hormigón, del acero longitudinal de refuerzo y del material compuesto, respectivamente, y  $A_h$ ,  $A_a$  y  $A_c$  son las áreas asociadas a éstos. Para este cálculo se consideró que los módulos de elasticidad del hormigón y del acero son de  $E_h = 2.8 \times 10^4$  MPa y  $E_a = 2.0 \times 10^5$  MPa, respectivamente. Es necesario observar que la Teoría de Mezcla está formulada en un punto, tal como lo establece la Mecánica de Medios Continuos, y que la integración de esta formulación a nivel seccional conduce a obtener implícitamente las rigideces a flexión, cortante y axil.

### 4.2. Calibración del modelo

Las propiedades dinámicas de puente Warth con el modelo propuesto fueron ajustadas a valores determinados en estudios dinámicos de campo [20] [21], modificando en este proceso el módulo cortante de los elementos de apoyo equivalentes. Posteriormente, con este modelo dinámico se realiza un análisis no lineal del puente, utilizando como excitación externa en cada pila funciones senoidales crecientes de frecuencia de oscilación similar a la fundamental del puente. El puente

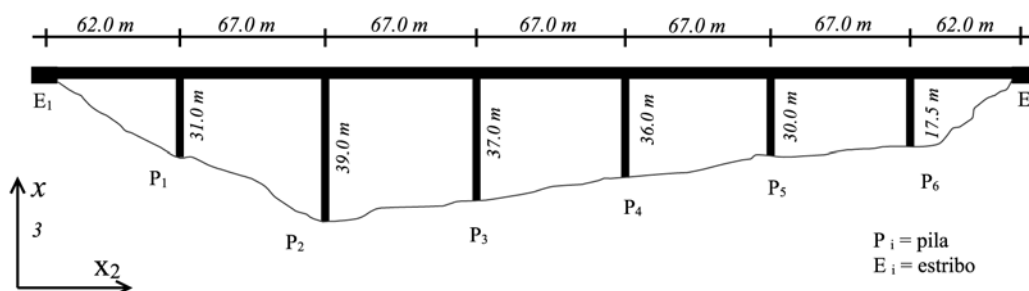


Figura 7. Esquema de la estructura del puente Warth, Austria.



**Tabla 1. Valores máximos de daño en los puntos de integración de las pilas del puente Warth.**  
*Excitación senoidal creciente*

Pila	Modelo simplificado Máximo daño en un punto	Modelo ABAQUS Máximo daño en un punto
1	0.9514	1.0000
2	0.9842	0.9831
3	0.9757	0.9820
4	0.9692	0.9844
5	0.9497	0.9834
6	0.8552	0.9950

Warth también fue analizado utilizando un modelo de elementos finitos con el código comercial ABAQUS [22]. En el modelo de elementos finitos utilizado para el puente se consideraron ocho elementos de viga de Timoshenko para las vigas y las pilas y dos para las zapatas, lo que representa un total de 116 elementos. Las vigas están representadas por elementos de sección cajón y las uniones entre pilas y vigas mediante elementos de articulación. Además, se utilizaron las siguientes condiciones de sujeción: se restringieron los tres grados de libertad traslacionales y se liberaron los giros en la zona de unión con los estribos y se supuso que la cimentación de las pilas se apoya en una base rígida. Mediante el modelo de elementos finitos se obtuvieron las frecuencias y modos de vibración de la estructura. Las primeras seis frecuencias

transversales de este modelo se indican en la tercera columna de la tabla 1. Se desprende de la comparación de los valores de la tabla 1 que las frecuencias calculadas con el modelo de elementos finitos son similares a las obtenidas experimentalmente.

Para cada pila del puente se determinaron los daños en los puntos de integración, aplicando los modelos propuestos y de EF. Los resultados máximos obtenidos con ambos modelos, como se constata en la tabla 1, son similares, excepto para el caso de la pila más corta del puente.

Un análisis no lineal como el realizado requiere, con el modelo simplificado propuesto, aproximadamente 25 s de

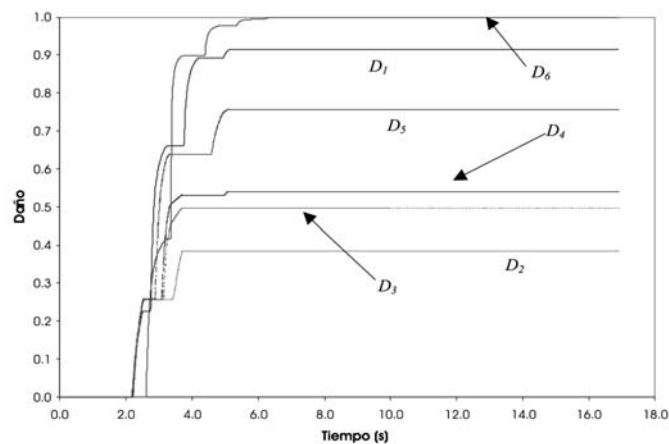


Figura 8. Variación de los índices de daño de pila (ecuación 26).

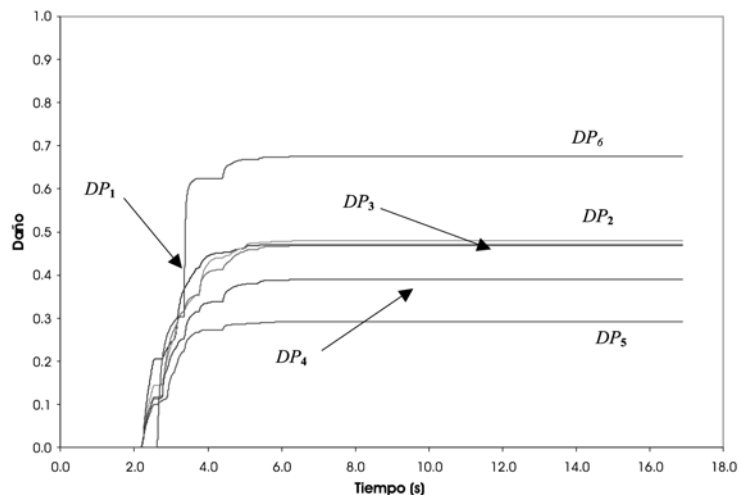


Figura 9. Variación de los índices de daño de pila (ecuación 27).

CPU en una máquina Silicon Origin 2000. Por su parte, el mismo análisis con el modelo de elementos finitos con el programa ABAQUS necesita de un tiempo total de CPU de 3.27 horas, en la misma máquina.

### 4.3. Análisis del daño

El 15 de septiembre de 1976 se produjo en la zona italiana de Friuli, próxima a la frontera con Austria, un sismo de magnitud local 6.1. Para este sismo se dispone de los acelerogramas registrados en la estación de San Rocco en las tres direcciones del movimiento. De éstos, se utilizaron los acelerogramas en la dirección este-oeste para someter al puente Warth a carga sísmica en su dirección transversal. Debido a la falta de registros que consideren la variación espacial de las ondas en el subsuelo del puente Warth, en este caso se consideró la misma aceleración en cada pila, aunque en una estructura como esta es muy importante considerar este efecto del movimiento del terreno [13].

Aplicando el modelo simplificado de estimación del daño se obtuvieron los índices de daño en pilas (ecuaciones 26 y 27) y los índices de daño global del puente (ecuaciones 28 a 30), los cuales se muestran en las figuras 8 a 10. En las figuras 8 y 9 se presentan las variaciones de los índices de daño de pilas. En la figura 8 se observa que las pilas más corta y más larga,  $P_6$  y  $P_2$  en la figura 7, son los elementos con mayo-

res y menores valores del índice de daño  $D$  (ecuación 26), respectivamente. De igual forma, las curvas de mayor y menor índice de daño  $ID$  (ver figura 9), son las asociadas a las pilas  $P_6$  y  $P_5$ . De la comparación de las figuras 8 y 9 se deduce que los valores finales del índice de daño  $ID$  difieren entre 40% y 95% de aquellos obtenidos para el índice de daño  $D$ .

Los valores máximos de los índices globales de daño del puente obtenidos en este ejemplo son de  $D_m = 68.2\%$ ,  $D_p = 100.0\%$  y  $D_a = 46.3\%$ , es decir, se produciría un daño importante, que podría comprometer la estabilidad de la estructura. Como se observa en la figura 10 el índice global promedio  $D_p$  representa un valor extremo del daño, que podría corresponder a estados de servicio de la estructura. Entonces, con un daño final de  $D_p=1.0$  se podría decir que es seguro que el puente tendrá interrupción total de sus servicios. Reflejando los valores de los índices de daño de pilas, el índice global de daño  $D_a$  es menor que el índice de daño global  $D_m$ .

Finalmente, en la figura 11 se presentan las variaciones de los momentos de inercia seccionales de las pilas, calculados mediante la ecuación 23. En esta figura se observa que el modelo simplificado propuesto captura adecuadamente la degradación de las propiedades de elementos pila, producidas por acción sísmica externa. Esto es, a mayor daño menor momento de inercia. Como se observa en la figura 11, la acción del sismo de Friuli sobre el puente Warth produce la total degradación de la inercia transversal de la pila  $P_6$ .

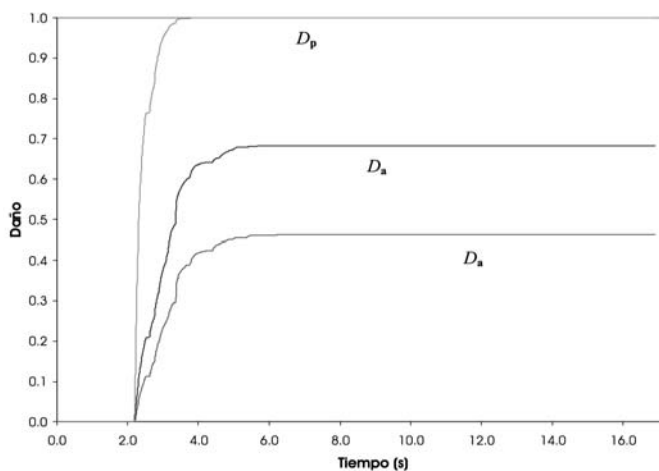


Figura 10. Variación de los índices de daño globales (ecuaciones 28 a 30).

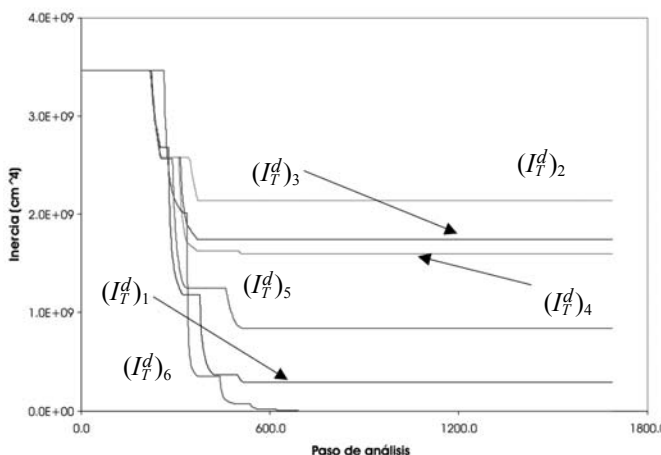


Figura 11. Variación de las inercias transversales de las pilas del puente Warth.

## 5. CONCLUSIONES

En este artículo se muestra un modelo simple de evaluación del daño sísmico propuesto para el análisis de puentes de hormigón armado de eje simple de pilas. La formulación planteada en este trabajo está basada en el estudio de la compleja interacción de los elementos que componen la tipología de puentes considerado, para conseguir un análisis confiable y de fácil aplicación.

El modelo dinámico propuesto, cuyos grados de libertad son los desplazamientos transversales en la cabeza de pilas, parte de la definición de las propiedades elásticas de la estructura para llegar a la estimación del daño máximo ocasionado por sismo. Se considera que el tablero del puente permanece en el rango elástico durante la acción sísmica, por lo que los únicos elementos estructurales susceptibles de sufrir daño son las pilas.

El daño producido por sismo se evalúa aplicando un modelo de daño basado en la Mecánica del Daño Continuo, para definir la degradación en la sección transversal de pilas. Definido el daño se propone la utilización de dos índices de daño de pilas y tres índices de daño global del puente, que son función de los índices de pilas y dan idea del daño máximo en la estructura.

Para calibrar el modelo propuesto, los resultados máximos obtenidos con éste se comparan con aquellos generados con un modelo de elementos finitos, utilizando el programa ABAQUS. Esta comparación muestra que estos resultados máximos son similares, aunque el modelo simplificado los obtiene en tiempos de CPU menores. Esto demuestra que el modelo simplificado propuesto es una herramienta de análisis fiable

que permite realizar evaluaciones rápidas, lo que la hace muy adecuada en casos de análisis múltiples, tales como la evaluación de la vulnerabilidad sísmica o los estudios previos a la estimación del refuerzo necesario en puentes con capacidad sísmica reducida.

Para finalizar, se realiza un ejemplo numérico de evaluación del comportamiento de una estructura real sometida a excitación sísmica externa. En este ejemplo se determinan los índices de daño de pila y daño global de un puente de hormigón armado construido hace más de 30 años. Este puente, situado en Austria, se somete a carga sísmica en su dirección transversal, definida por el acelerograma EW registrado en la estación de San Rocco durante el sismo de Friuli de 1976. A falta de registros para este sismo que consideren la variabilidad espacial del movimiento del terreno, se supone el mismo acelerograma en todas las pilas del puente.

Los resultados obtenidos muestran que una carga sísmica como la impuesta produce daños considerables en la estructura, los cuales se deberían de analizar para decidir sobre futuras acciones sobre su rehabilitación. De los resultados también se deduce que ante una carga externa como la del sismo de Friuli, los índices de daño de las pilas tienen valores que difieren más de un 40%. Las medias de los daños globales finales de la estructura son  $D_m = 68.2\%$ ,  $D_p = 100.0\%$  y  $D_a = 46.3\%$ . El índice de daño global  $D_p$  muestra un límite superior del daño máximo, por lo que puede emplearse para definir niveles de servicio de la estructura.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue parcialmente financiado por la Comunidad Europea mediante el proyecto ENV4-CT-97-0574 "Advanced methodologies to assessment the seismic vulnerability of highway bridges" y a través del programa de becas de doctorado para la formación del personal investigador (FI) de la Generalitat de Catalunya. Asimismo, parte del trabajo fue realizado debido a la financiación del Ministerio de Ciencia y Tecnología, proyecto de investigación REN2002-03365/RIES.

## REFERENCIAS

- Basöz, N. y Kiremidjian, A. S. (1998). "Evaluation of bridge damage data from the Loma Prieta and Northridge, California earthquakes. Multidisciplinary Centre of Earthquake Engineering Research. Reporte Técnico MCEER-98-0004.
- Housner, G. W. y Thiel, C. C. (1995). "The continuing challenge: report of the performance of state bridges in the Northridge Earthquake". *Earthquake Spectra*, 11 (4): 607-636.
- Priestley, M. J. N., Seible F. y Uang C. M. (1994). "The Northridge earthquake of January 17, 1994". Structural Systems Research Project, University of California at San Diego. Reporte Técnico SSRP-94/06.
- Nakajima H. (1996). "Seismic performance and repair of mayor steel bridges on the Hanshin Expressway, Japan". 11<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, 2024, Acapulco, México.
- Eberhard, M., Lowes L. y Staton, J. (2001). "The Nisqually earthquake of 28 February 2001. Preliminary reconnaissance report". Nisqually Earthquake Clearinghouse Group, University of Washington, Seattle.
- Gómez Soberón, C., Barbat, A. y Oller, S. (1999). "Vulnerabilidad de puentes de autopista: un estado del arte". Monografía de Ingeniería Sísmica, CIMNE IS-41.
- Gómez Soberón, C., Oller, S. y Barbat A. H. (2002) "Seismic vulnerability of bridges using simple models". Monographs of Seismic Engineering, en prensa.
- Pezeshk, S., Chang, T. S., Yiak K. C. y Kung H. T. (1993). "Seismic vulnerability evaluation of bridges in Memphis and Shelby County, Tennessee". *Earthquake Spectra*, 9(4):803-816.
- Ren, S. y Gaus, M. P. (1996). "GIS tools for regional bridge seismic risk assessment", Department of Civil Engineering, State University of New York at Buffalo, GIS-2.
- Maldonado Rondón, E., Casas Rius J. R. y Canas J. A. (2000). "Modelo de vulnerabilidad sísmica de puentes basado en Conjuntos Difusos". Monografías de Ingeniería Sísmica, CIMNE IS-40, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería.
- Ciampoli, M. (1994). "Upgrading R/C bridges for seismic risk reduction". Proceedings of the 10<sup>th</sup> European Conference on Earthquake Engineering, Viena, Austria, 3:2209-2214.
- Applied Technology Council (1997). "Seismic vulnerability and impact of disruption of lifelines in the coterminous United States", ATC-25, Redwood City, California.
- Eurocódigo 8 "Disposiciones para el proyecto de estructuras sismorresistentes. Parte 2: Puentes". Volumen UNE-ENV 1998-2.
- Oller, S., Barbat, A. H., Oñate E. y Hanganu A. (1992). "A damage model for the seismic analysis of buildings structures". 10<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering. 2593-2598.
- Oliver, J., Cervera M., Oller S. y Lubliner J. (1990). "Isotropic damage models and smeared crack analysis of concrete". Second International Conference on *Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures*, 2:945-958, Austria.
- Press, W. H., Teulosky S. A., Vetterling W. T. y Flannery, B. P. (1992). "Numerical recipes in Fortran 77. The art of scientific computing. Volume 1". Cambridge University Press.
- Rodríguez, S. y DiPasquale, E. (1990), "MUMOID user's guide. A program for the identification of modal parameters", National Center on Earthquake Engineering Research. Reporte Técnico NCEER-90-0026.

18. ÖNORM B4015-2 (1998). "Belastungsannahmen im bauwesen. Auâergewöhnliche einwirkungen erdbebeneinwirkungen grundlagen. Código de diseño sísmico austriaco.

19. Hull, D. (1987). "Materiales compuestos". Editorial Reverté, España.

20. Duma, G. y Seren S. (1998). "Determination of basic seismological parameters for the Warth bridge site". *Technical report CIMG*. Department of Geophysics, Austria.

21. Flesch, R. G., Kirkegaard, P. H., Kramer, C., Brughmans, M., Roberts, G. P. y Gorozzo, M. (1999). "Dynamic in situ test of bridge WARTH/Austria". Reporte Técnico TU-Graz, TUG TA 99/0125.

22. Hibbit Karlsson and Sorensen. (2000). "ABAQUS. User Manual" (2000). Versión 6.1.

23. Oller, S. "Fractura mecánica; Un enfoque global", CIMNE-Ediciones UPC, Barcelona, 2001.



## SEMINARIO S11

# REPARACIÓN Y REFUERZO DE ESTRUCTURAS. SOLUCIONES DE INTERVENCIÓN

Madrid, 3 al 5 de mayo de 2004

### OBJETIVO:

El seminario tratará, entre otros temas, los siguientes: Bases para las intervenciones de reparación y refuerzo de estructuras. Metodología de la reparación o refuerzo y adecuación y seguimiento de las aplicaciones. Sistemas de refuerzo de elementos estructurales de hormigón armado, aplicación a vigas y pilares de edificios. Refuerzo de forjados de edificación, evaluación y puesta en obra. Intervenciones en puentes y criterios de evaluación. Reparación de estructuras dañadas por corrosión. Intervenciones de reparación y refuerzo de estructuras, algunos casos estudiados. La utilización de materiales compuestos en el refuerzo de estructuras. Recalce y refuerzo de cimentaciones.

### Lugar:

Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja  
C/ Serrano Galvache, 4 - 28033 Madrid  
Tel.: 91 302 04 40 - Ext. 234 - Fax: 91 302 07 00  
e-mail: cemco@ietec.csic.es

### Cuota de inscripción:

La cuota de inscripción es de 464,00 Euros (IVA incluido). Esta cuota cubre los derechos de matriculación, documentación y comida.

### PROFESORES

- José Pedro Gutiérrez Jiménez, Dr. Ing. de Caminos, IETcc
- David Izquierdo López, Dr. Ing. de Caminos. INTECSA-INARSA, S.A.
- Enrique González Valle, Dr. Ing. de Caminos, INTEMAC, S.A.
- Jesús Rodríguez Santiago, Dr. Ing. de Caminos, GEOCISA
- Luis Casas López-Amor, Ing. de Caminos, ARQUING, Arquitectura e Ingeniería, S.L.
- M<sup>a</sup> Carmen Andrade Perdrix, Dra. Química Industrial, IETcc
- Alfonso del Río Bueno, Dr. Arquitecto, Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid
- Antonio González Serrano, Ing. de Caminos, PROXECTOS, S.L.
- Luis Vega Catalán, Arquitecto, IETcc
- Ramón Martínez Martínez, Ing. de Caminos, SIKA
- David Revuelta Crespo, Dr. Ing. Industrial, IETcc
- Luis María Ortega Basagoiti, Ing. de Caminos, GEOCISA
- Jorge Perelli, Ing. de Caminos, GEOCISA
- Cecilio López Hombrados, Ing. de Caminos, IETcc
- Marta Molina Huelva, Arquitecto, IETcc
- Pilar Rodríguez Monteverde, Arquitecto, Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid



Instituto de Ciencias de la  
Construcción Eduardo Torroja

Consejo Superior de  
Investigaciones Científicas



# Estudio sobre el comportamiento no lineal de la fluencia. Propuesta de modelo y comparación con resultados experimentales y modelos teóricos

## Non-linear creep behaviour, study of a model and comparison with experimental data and theoretical models

**Miguel Fernández Ruiz**

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Estudiante de Doctorado en la E.T.S.I.C.C.P. (U.P.M.)



**Florencio del Pozo Vindel**

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Catedrático de Cálculo de Estructuras en la E.T.S.I.C.C.P. (U.P.M.)



**José María Arrieta Torrealba**

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, Ingeniero Industrial. Profesor Titular de Cálculo de Estructuras en la E.T.S.I.C.C.P. (U.P.M.)

### RESUMEN

Las deformaciones de fluencia producidas por la aplicación de una carga en una pieza de hormigón se ven fuertemente incrementadas según el nivel de tensiones existente en la misma. Este fenómeno conocido como fluencia no lineal, aparece para relaciones tensión/resistencia superiores a 0.40 debe ser incluido en la formulación del coeficiente de fluencia como especifica la EHE (comentarios al art. 39.8.), a pesar de no proporcionar una expresión para ello. En este estudio se presenta un modelo de sencilla aplicación que muestra un excelente ajuste a los resultados experimentales, incluso superior al de otros modelos teóricos excesivamente groseros, y que permite corregir de una manera simplificada, pero eficaz, la predicción lineal proporcionada por las diferentes normativas.

Palabras clave: Fluencia; Comportamiento no lineal; Ensayo fluencia no lineal; Modelos teóricos fluencia no lineal.

### SUMMARY

*The creep strains developed by concrete due to the application of a load are strongly increased depending on the level of stress. This phenomenon, known as non linear creep, appears when the stress – resistance ratio is higher than 0.40, and in this case has to be included in the creep coefficient as for example is specified in the Spanish code EHE (art. 39.8) but no formula to do it is provided. In this paper an easy to apply*

*model is presented showing excellent agreement with the experimental data and it also allows to correct in a simple but accurate way the linear prediction given by the different codes.*

*Key-words: Creep; Non linear behaviour; Non linear creep experimental data; Non linear creep models.*

### 1. INTRODUCCIÓN

La fluencia es un fenómeno que presenta una gran dispersión en los valores de las deformaciones que produce. Según E. Cinlar [1] dos probetas fabricadas al mismo tiempo con el mismo hormigón, sometidas a idénticas historias de tensiones y condiciones medioambientales dan desviaciones en los valores debidos a deformaciones de fluencia del 20 – 30 %. Dicha afirmación, además, está realizada para rangos de tensiones moderados donde la fluencia puede suponerse aproximadamente lineal. Cuando se pierde además este comportamiento lineal, la dispersión que presentan los resultados es aún mayor.

El desarrollo de un modelo que permita considerar la no linealidad a altas tensiones no es una tarea sencilla, debido a la ya citada dispersión que presentan los resultados y a que la experimentación que se ha llevado a cabo en este rango no es tan profunda como en otros aspectos o variables que intervienen en el fenómeno de la fluencia. Por este motivo, se han empleado resultados obtenidos por diferentes grupos de

investigadores sobre diferentes probetas en las cuales varía la forma de la misma, dosificación y tipo de cemento, condiciones medioambientales... Para que el empleo de dichos ensayos sea consistente se proponen unos criterios homogéneos de comparación que se aplicarán a todos los resultados experimentales estudiados.

Una vez realizada esta tarea, se analizará y comparará el modelo propuesto con las predicciones proporcionadas por otros modelos teóricos existentes en la bibliografía donde algunos de ellos, tal vez excesivamente simplificados, sólo aproximan correctamente una zona del comportamiento no lineal.

Finalmente el estudio concluye con un análisis de la dispersión existente en los resultados y una discusión sobre el rango de tensiones en el cual es razonable aplicar el modelo propuesto.

## 2. CONSIDERACIONES PREVIAS

Antes de comenzar con la descripción del modelo es interesante resaltar una serie de aspectos para de esta manera centrar correctamente el problema y fijar el ámbito de aplicación del mismo.

### 2.1. Consideraciones sobre el módulo de deformación

El modelo de fluencia no lineal planteado recoge una gran cantidad de información de ensayos realizados por diferentes equipos de investigadores y llevados a cabo en distintas épocas. Por lo tanto, antes de realizar ajustes y propuestas es interesante reflexionar sobre la manera en que se realizan los ensayos ya que es fundamental para una correcta interpretación de los resultados obtenidos.

Para ello hay que partir primero de la definición de fluencia. Dada una deformación inicial ( $\varepsilon_0$ ) en el hormigón a una tensión determinada, ésta se ve incrementada en el tiempo en

una proporción expresada mediante el coeficiente de fluencia ( $\varphi$ ). De esta forma:

$$t = t_0 \Rightarrow \varepsilon(t_0) = \varepsilon_0 \quad (1)$$

$$t = t \Rightarrow \varepsilon(t) = \varepsilon_0(1 + \varphi) \quad (2)$$

En definitiva, lo que se mide para una tensión determinada es una deformación y cómo varía ésta con el tiempo. La formulación que por lo tanto se realice de la misma debe recoger este comportamiento y efectivamente es así como lo hace<sup>1</sup>:

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)}(1 + \varphi(t, t_0)) \quad (3)$$

Relacionando esta definición con la anterior se observa que se debe cumplir:

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} \quad (4)$$

Es decir, la expresión de la fluencia relaciona de una manera sencilla la deformación inicial con el nivel de tensiones también inicial mediante la inclusión del módulo de deformación a  $t_0$  para ese nivel de tensiones.

Esta idea debe estar clara pues si no puede originar confusión qué módulo de deformación debe considerarse<sup>2</sup> (el tangente en el origen, el secante a la tensión considerada, el tangente,...). En los ensayos realizados para  $\sigma_0$  se mide  $\varepsilon_0$ , dividiendo ambos obtenemos  $E_0$ , que corresponde siempre al módulo de deformación secante real.

La idea anterior se encuentra recogida por Ghali [16] en su definición de fluencia y cómo el módulo de deformación a considerar es el secante existente para ese nivel de tensiones cuyo esquema se muestra en el gráfico 1.

Para niveles moderados de tensiones ( $\sigma/f_c < 0.40$ ) el módulo de deformación del hormigón se puede aproximar razonable-

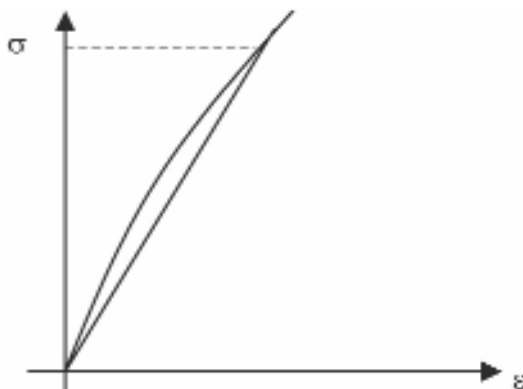


Gráfico 1. Módulo de deformación secante a considerar en la curva tensión – deformación del hormigón.

<sup>1</sup> Ver por ejemplo A. Ghali [16], Z. P. Bazant [1], A. Pérez [11].

<sup>2</sup> Además, el valor del módulo de deformación depende de una serie de factores como la velocidad de puesta en carga, que complicaría más si cabe el problema.

mente bien por una recta<sup>3</sup>. Esta aproximación lineal deja de ser válida para valores superiores a 0.40 por lo que para estos casos debe tomarse el módulo que realmente existe (el secante a ese nivel de tensiones), lo que puede hacerse como ya se ha comentado deduciéndolo a partir de las deformaciones y tensiones existentes.

En cuanto a los ensayos realizados para determinar los valores desarrollados de fluencia en una probeta, presentan las deformaciones registradas para cada tiempo según se puede a modo de esquema en el gráfico 2.

Este formato se emplea en gran parte de los ensayos realizados y que se exponen a continuación (Bazant, Ulitkii,...) aunque existen otras formas de representarlos que resultan en ocasiones más ventajosas como puede ser en vez de disponer una curva para cada nivel de tensión, poner el nivel de tensiones en el eje y representar una curva para unos tiempos determinados (Gvozdev, Jones & Richart,...). En cualquier caso ambas formas reflejan los mismos datos, la medida de deformaciones en el tiempo para un nivel de tensiones constante.

Queda aún por comentar otra manera de expresar las deformaciones de fluencia, que es la propuesta por el código modelo, y los diferentes códigos que le siguen en su planteamiento, por ejemplo la EHE. En esta formulación se plantean las deformaciones de fluencia de la siguiente manera<sup>4</sup>:

$$\epsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \left[ \frac{1}{E_0} + \frac{\varphi_{CEB}(t, t_0)}{E_{28}} \right] \quad (5)$$

Por lo tanto se tiene:

$$\epsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} \left[ 1 + \frac{E_c(t_0)}{E_{c,28}} \varphi_{CEB}(t, t_0) \right] \quad (6)$$

$$\text{Donde } \rightarrow \varphi(t, t_0) = \varphi_{CEB}(t, t_0) \frac{E(t_0)}{E_{c,28}} \quad (7)$$

Comparando esta definición del coeficiente de fluencia con la anterior se observa que de nuevo hace referencia a la defor-

mación inicial por lo que sigue siendo válido todo lo expuesto anteriormente del módulo de deformación. La diferencia entre ambas formulaciones únicamente radica en la manera en que se deduce el coeficiente de fluencia. El coeficiente de fluencia tal y como se ha definido anteriormente se obtiene con la fórmula propuesta por el CEB corrigiéndola por un nuevo coeficiente que expresa la variación del módulo de deformación del hormigón con el tiempo.

De esta manera, aunque aparentemente se presentan como formulaciones diferentes, son en realidad idénticas.

## 2.2. Consideraciones sobre el campo de aplicación del modelo de fluencia no lineal propuesto

El modelo lineal comentado anteriormente para expresar las deformaciones de fluencia está basado en el principio de superposición de McHenry [18]. Dicho principio fue enunciado de la siguiente manera:

*La deformación producida en el hormigón en cualquier instante t por cualquier incremento de tensión aplicado en t<sub>0</sub>, es independiente de cualquier incremento de tensión que se produzca antes o después de t<sub>0</sub>.*

Para que dicho principio pueda ser aplicado existen no obstante una serie de condiciones que deben ser satisfechas [1]:

- 1) Relación  $\sigma/fc < 0.40$
- 2) La  $\epsilon$  no debe decrecer (descarga), aunque eso no implica que la  $\sigma$  deba crecer. La tensión puede decrecer y el principio ser aplicable siempre y cuando la deformación no disminuya (como por ejemplo sucede en el caso de la relajación).
- 3) Pieza sobre la que no se haya ejercido un secado intenso.
- 4) No haya variaciones fuertes de tensión en la pieza.

En el campo de la ingeniería civil, estas hipótesis suelen ser razonables. Las dos primeras son tal vez las que puede que no se cumplan en determinados casos. El modelo no lineal que se propondrá a continuación va a actuar sobre la primera de las

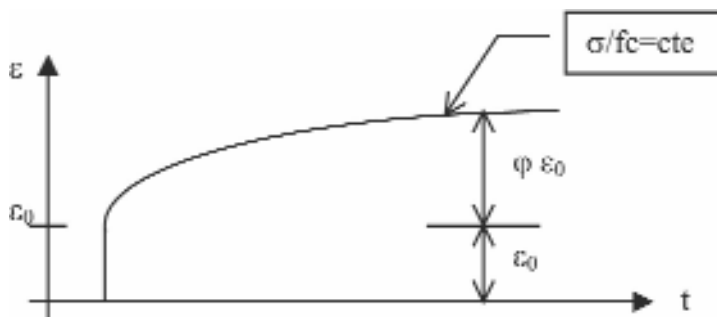


Gráfico 2. Esquema de una curva típica de medición de deformaciones diferidas para un nivel tensional constante en el tiempo.

<sup>3</sup> Utilizando un modelo de Sargin y para edades y características normales del hormigón, el error es inferior al 10%.

<sup>4</sup> La razón de que se adopte esta expresión es que la fórmula se calibró sobre una base experimental de probetas cargadas a 28 días a la cual se refiere la deformación [5].

dos restricciones, es decir, va a permitir ampliar el rango de aplicación del principio de superposición a relaciones  $\sigma/f_c$  mayores. La segunda restricción requiere acudir a modelos de cierta complejidad donde el estudio no se realiza en deformaciones sino en términos de su derivada (Bazant, L'Hermitte) como también se comentará.

En definitiva, es un modelo que sirve para reproducir el efecto de cargas elevadas mantenidas o crecientes (o incluso decrecientes, siempre que no lo haga la deformación). Sin embargo en casos de descarga total (que son más atípicos en problemas de ingeniería civil) el modelo al estar basado en el principio de superposición predecirá unas recuperaciones superiores a las reales por lo que no debe aplicarse.

### 3. HIPÓTESIS SOBRE EL COMPORTAMIENTO DE LA FLUENCIA EN RÉGIMEN NO LINEAL

Para el desarrollo del modelo de fluencia no lineal, es necesario realizar una hipótesis cuya validez se comentará con los modelos ya existentes y se verificará posteriormente gracias a diversos resultados experimentales.

#### 3.1. Relación entre la fluencia lineal y no lineal

La hipótesis que a continuación se va a plantear surge de la necesidad de enlazar la fluencia no lineal sobre la que no existe una experimentación tan exhaustiva y tanto los resultados experimentales como los diferentes modelos presentan una cierta dispersión con la fluencia lineal, o mejor dicho la fluencia a bajas tensiones, bien estudiada y caracterizada por diferentes parámetros en distintos códigos y modelos (B3, Model Code, ACI, ...)

Dicha hipótesis es la siguiente:

*La curva de fluencia no lineal es proporcional a la curva de fluencia lineal dependiendo la relación entre ambas únicamente del nivel de tensiones  $\sigma/f_c$  existente.*

La hipótesis planteada tendrá un rango de  $\sigma/f_c$  en la cual pueda ser supuesta como cierta y posiblemente un rango donde no. En general podría expresarse de la siguiente manera:

$$\varepsilon_{flu} = (\sigma/E_0) \cdot (\eta(\sigma/f_c) \cdot \varphi(t, HR, e, \dots)) \quad (8)$$

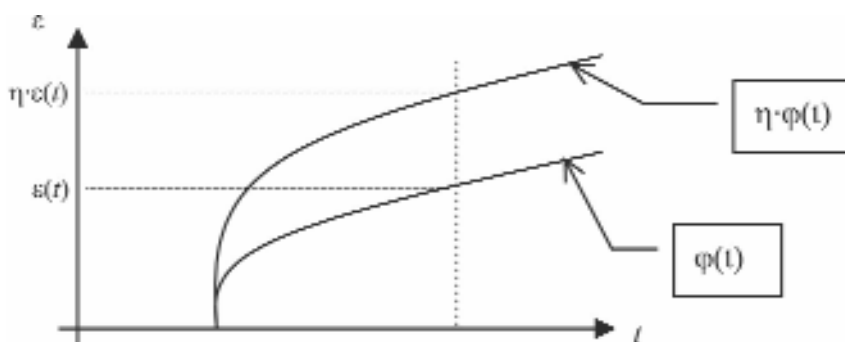


Gráfico 3. Representación de la hipótesis de proporcionalidad entre la fluencia lineal y la fluencia no lineal.

Donde:

$\varepsilon_{flu}$ : Deformación debida a la fluencia en el hormigón.

$(\sigma/E_0)$ : Deformación de referencia debida a la aplicación de la carga, en general suele aceptarse  $E_0 \approx E_{28}$  para tiempos de puesta en carga normales. Esta simplificación se realiza para facilitar los cálculos y debido a que en realidad existe mayor error en el valor de  $\varphi(t)$  que en dicha simplificación.

$\varphi(t, HR, e, \dots)$ : Función que expresa la fluencia lineal que se produce en la pieza y que además depende de la humedad relativa, espesor, edad de puesta en carga, etcétera.

$\eta(\sigma/f_c)$ : Función que mayor la deformación lineal de fluencia y que sólo depende de la relación  $\sigma/f_c$ .

La hipótesis anterior en definitiva corresponde a la idea expresada en el gráfico 3.

#### 3.2. Propuesta de modelo para fluencia no lineal

##### 3.2.1. Consideraciones previas

Para la determinación del coeficiente  $\eta$  corrector de la fluencia lineal se analizarán primero una serie de ensayos. En dicho análisis se utilizará un mismo procedimiento, que se expone a continuación, de manera que los resultados puedan compararse de una forma homogénea.

- 1) Se ajusta una relación lineal entre los valores de la deformación de fluencia y el ratio  $\sigma/f_c$  al que se produce (siempre que éstos sean menores que 0.40) para los diferentes instantes de tiempo. Normalmente no será necesario realizar este paso pues los resultados experimentales proporcionados ya se ajustan a una ley lineal en ese rango ( $0 < \sigma/f_c < 0.4$ ) pero hay curvas (como las de Gvozdev, por ejemplo) que sí muestran ligeras desviaciones.
- 2) Se tabula tanto las deformaciones de fluencia reales obtenidas de los diferentes ensayos  $\varepsilon_{flu\_real}^{flu}$  como la que se obtendría con la ley lineal para todos los niveles de tensión  $\varepsilon_{flu\_lin}^{flu}$ .
- 3) Se obtienen los diferentes  $\eta$  para los distintos niveles de  $\sigma/f_c$  como  $\eta = (\varepsilon_{flu\_real}^{flu} / \varepsilon_{flu\_lin}^{flu})$



De esta manera, se trata de tener un criterio común a la hora de comparar los resultados de ensayos realizados sobre hormigones de diferentes características

Los ensayos analizados se han obtenido de la bibliografía existente del tema, buscando una base lo más amplia y contrastada posible. Finalmente se ha optado por los siguientes:

- Ensayos de Gvozdev [6], (citadas en [7], [8]).
- Ensayos de Jensen y Richart [10] (citadas en [7])
- Ensayos de Bazant (presentados en [4])
- Ensayos de Weil (ver [13])
- Ensayos de Karapetean [3] (recogidos en [2])
- Ensayos de Ulitkii [12] (recogidas en [2])

Además de estos ensayos se estudiaron otros resultados experimentales (F. de Larrard y otros [15]; ensayos de Jones

y Richart [9];...) pero finalmente se desecharon debido a que se han realizado sobre hormigones de características especiales o bajo circunstancias no usuales o incluso presentan resultados muy poco creíbles.

Finalmente se recogen los resultados de los diferentes investigadores en la tabla 1 donde poder compararlos<sup>5</sup>.

La representación de los coeficientes se muestra en el gráfico 4.

Existe como se puede apreciar una banda en la cual se mueve el valor del coeficiente  $\eta$ . También es apreciable una cierta dispersión en los valores obtenidos, no obstante esta dispersión es algo intrínseco al fenómeno de la fluencia (como se comentó anteriormente [1]) y a los propios ensayos, hechos sobre hormigones muy diferentes, con equipos y condiciones distintas. Aún así se ve claramente definido un intervalo al que pertenece el coeficiente  $\eta$ .

**Tabla 1. Resultados del coeficiente  $\eta$  para las diferentes series experimentales analizadas.**

$\sigma/f_c$	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80
$\eta$ Gvozdev	1.0	1.0	1.1	1.2	1.5	1.7	2.2
$\eta$ Je. & Ri.	1.0	1.0	1.0	1.0	1.1	1.3	
$\eta$ Bazant	1.0	1.0	1.0	1.2	1.4		
$\eta$ Weil	1.0	1.0	1.1	1.2	1.4		
$\eta$ Karap.	1.0	1.0	1.0	1.0	1.1	1.4	1.4
$\eta$ Ulitkii	1.0	1.0	1.0	1.1	1.2	1.5	

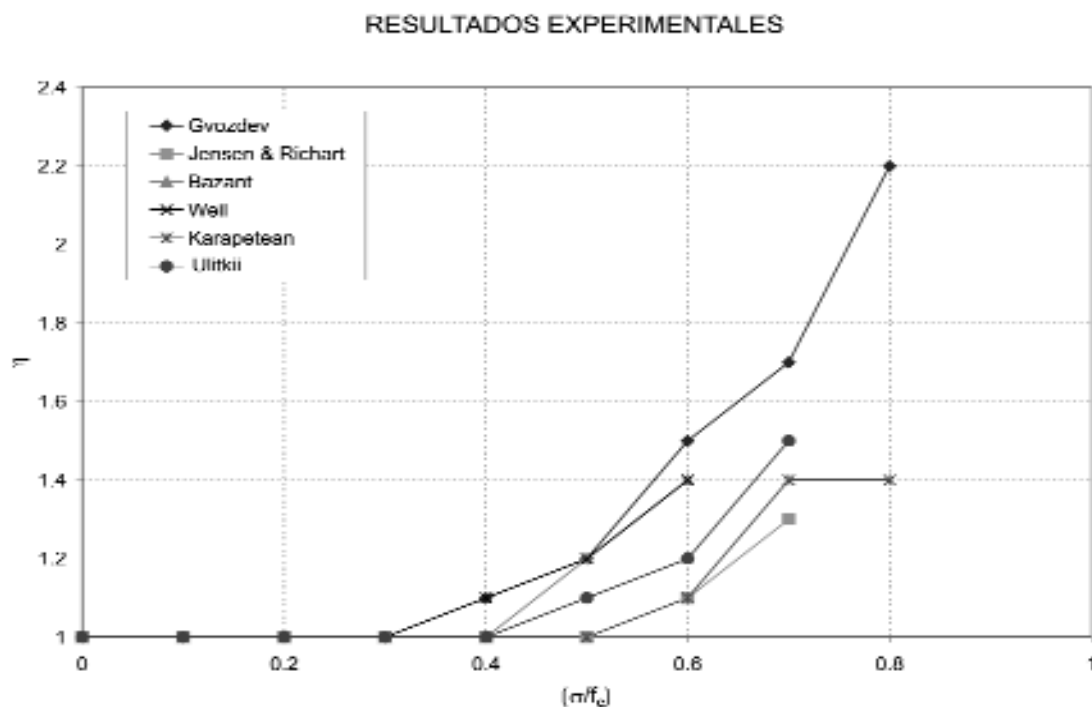


Gráfico 4. Valores del coeficiente  $\eta$  para las diferentes series experimentales analizadas.

<sup>5</sup> Para homogeneizar los valores de  $\sigma/f_c$  y realizar de una forma sencilla la comparación, se interpolará los resultados obtenidos a unos valores comunes de  $\sigma/f_c$  para todos los ensayos.

Para el ajuste de los diferentes resultados a una ley de fluencia no lineal, se va a proceder primero a realizar un ajuste para los valores medios en los diferentes rangos de  $\sigma/f_c$  existentes. Posteriormente, se estudiará el nivel de confianza que presenta el ajuste.

3.2.2. Ley de fluencia no lineal

De esta forma, ajustaremos una curva a los valores medios de la tabla 2.

El ajuste se realiza con una ley del tipo:

$$\eta = 1 + A \cdot (\sigma/f_c)^4 \tag{9}$$

Dicha función se elige por ser continua (algo que sucede en la realidad), suave, ser siempre superior a la unidad y representar correctamente la forma que apuntan los valores medios calculados.

Mediante un ajuste por mínimos cuadrados se obtiene la siguiente ley:

$$\eta = 1 + 2 \cdot (\sigma/f_c)^4 \tag{10}$$

El ajuste conseguido con dicha función es muy satisfactorio<sup>6</sup> como muestra el gráfico 5.

El tema del posible codo de no linealidad queda también resuelto con esta formulación del coeficiente  $\eta$  ya que en realidad no existe un punto de pérdida de linealidad sino que la curva va abandonando dicho comportamiento ( $\eta=1.0$ ) gradualmente. Podría estudiarse dicha pérdida de linealidad a partir de prefijar un valor, por ejemplo  $\eta=1.05$  lo cual se produciría para una relación  $\sigma/f_c$  de 0.40 el cual viene nuevamente a coincidir con el valor tradicionalmente aceptado.

Otra forma de estudiarlo podría ser a base de trazar dos rectas que modelizaran una el comportamiento lineal (que vendría a estar representada por una recta paralela al eje de abscisas por la ordenada unidad) y otra el no lineal hallando su punto de corte, lo que en realidad corresponde a un modelo bilineal, por lo que se prefiere utilizar el primer método y valor.

Los valores tabulados de  $\eta$  a partir de la fórmula anterior son los presentados en la tabla 3, donde se expresa  $\eta(\sigma/f_c=0.4)$  con dos decimales para mostrar el cambio de fluencia lineal a no lineal, ya que en realidad no tiene sentido tomar dos decimales en este fenómeno.

Tabla 2. Valores medios del coeficiente  $\eta$  (según resultados experimentales).

$\sigma/f_c$	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80
$\eta$	1.0	1.0	1.0	1.0	1.03	1.1	1.3	1.5	1.8

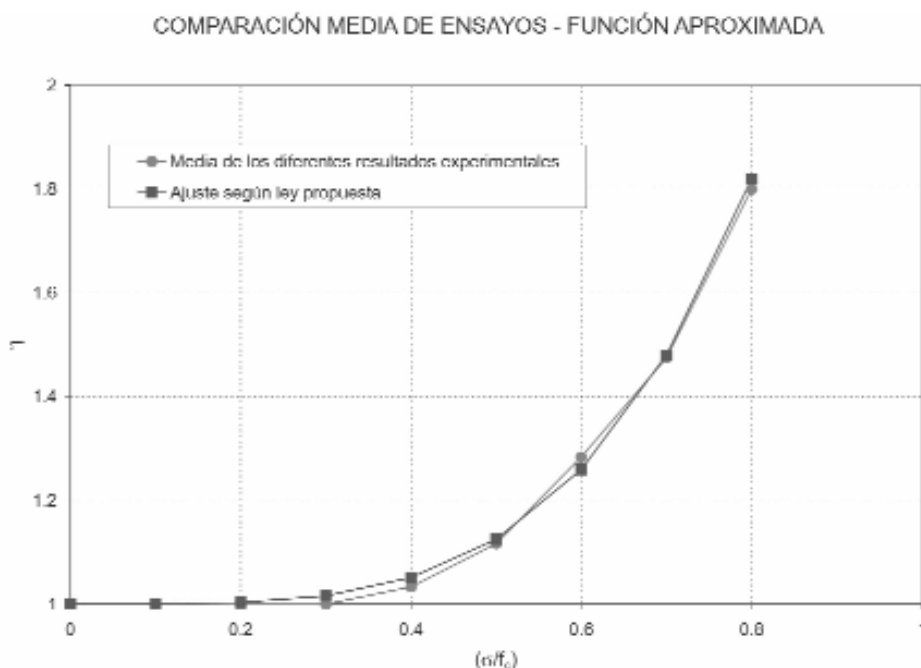


Gráfico 5. Ajuste a la media de los resultados experimentales obtenidos con la ley propuesta.

<sup>6</sup> El coeficiente de correlación obtenido entre ambas leyes es igual a 0.998.

COMPARACIÓN RESULTADOS EXPERIMENTALES - LEY PROPUESTA

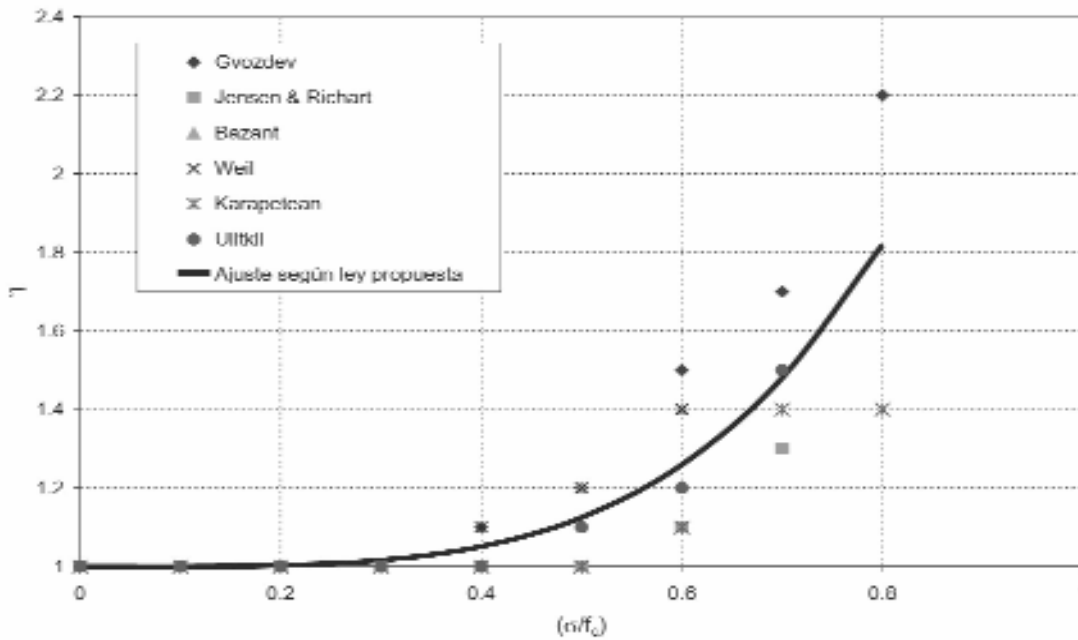


Gráfico 6. Comparación de la ley propuesta – resultados experimentales analizados.

Tabla 3. Valores del coeficiente η (según ley propuesta).

σ/fc	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80
η	1.0	1.0	1.0	1.0	1.03	1.1	1.3	1.5	1.8

Finalmente puede representarse la ley obtenida superpuesta a los resultados experimentales para comprobar el ajuste logrado en el gráfico 6. El ajuste a los resultados experimentales es correcto al representar su media de una manera satisfactoria en todos los rangos de tensiones. Únicamente presenta ciertos problemas cuando se está cerca del límite de cansancio del hormigón debido sobre todo a la gran dispersión en los resultados.

$$\varepsilon(t) = f(\sigma_c) \cdot J_t \Rightarrow \lambda \cdot f_c < \sigma_c < f_{cD} \quad (12)$$

$$f(\sigma_c) = \sigma_c + \beta(\sigma_c)^2 \quad (13)$$

$$\text{Donde } \rightarrow \beta = v \cdot \left( \frac{\sigma_c}{f_c} - \lambda \right)^2 \quad (14)$$

Siendo v un coeficiente experimental.

### 3.2.3. Principales modelos teóricos existentes

La hipótesis adoptada así como los resultados derivados de la misma se comparó además con diversos modelos teóricos para contrastar ambos. Entre los diferentes modelos existentes en la bibliografía sobre el tema se estudiaron los siguientes:

#### – Modelo del coeficiente β

Este modelo recogido por Avram y otros [2] propone considerar la fluencia según el intervalo de tensiones en que se encuentre la relación σ/fc. De esta forma se supone lineal para valores inferiores a λ · fc y no lineal para valores superiores a λ · fc y a su vez menores que fcD, donde fcD es la resistencia del hormigón a cargas permanentes.

Para evaluar la fluencia no lineal proponen utilizar un coeficiente β de la siguiente forma:

$$\varepsilon(t) = \sigma_c \cdot J_t \Rightarrow \sigma_c < \lambda \cdot f_c \quad (11)$$

#### – Modelos bilineales

Karapetean ya en 1959 planteó la posibilidad de modelizar la fluencia no lineal por dos tramos rectos fijando la relación σ/fc en 0.5 y válido para tensiones inferiores a 0.95 fc donde la microfisuración existente distorsiona el comportamiento. Sus resultados experimentales fueron estudiados anteriormente.

Becker y Bresler [3] presentaron un modelo (recogido en la referencia [19]) basado en el concepto de ‘tensión eficaz’ σe el cual se obtiene multiplicando la tensión real por un factor amplificador. De esta forma el modelo que proponen considera

$$\varepsilon_{nu} = (\sigma_e / E_0) \cdot \varphi(t) \quad (15)$$

$$\sigma_e = \sigma \quad \text{si } \sigma < r_1 \cdot f_c \quad (16)$$

$$\sigma_e = c_1 + c_2 \cdot f_c \quad \text{si } r_1 \cdot f_c < \sigma < f_c \quad (17)$$

$$\sigma_e = r_2 \cdot f_c \quad \text{si} \quad \sigma = f_c \quad (18)$$

Donde sugieren  $r_1 = 0.35$  y  $r_2 = 1.865$  y siendo:

$$c_1 = \frac{r_2 - r_1}{1 - r_1} \quad (19)$$

$$c_2 = r_1 \cdot (1 - c_1) \quad (20)$$

#### – Modelo de Bazant

Bazant y otros autores han desarrollado también un modelo para estudiar el comportamiento no lineal debido a la fluencia [14].

Las principales manifestaciones no lineales debidas a la fluencia son denominadas según Bazant como:

- “Flujo” (*flow*). No linealidad debido a altas tensiones (mayor deformación que la lineal)
- Adaptación” (*adaptation*). No linealidad debido a procesos de descarga (menor deformación que la lineal)

El límite en el cual fija el comienzo del comportamiento no lineal debido al fenómeno de flujo es aproximadamente igual a 0.5 y lo toma constante para todo tipo de hormigones. La adaptación no obstante ocurre en hormigones cargados para cualquier rango de tensiones (siempre que hayan permanecido un periodo de tiempo bajo la carga razonablemente largo).

Para modelizar dichos comportamientos plantea el estudio en vez de en términos de la deformación, en términos de su derivada respecto del tiempo<sup>7</sup>, es decir de su variación en el tiempo:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{\dot{\sigma}(t)}{E(t_e)} + g\{\sigma(t)\} \int_{t'=0}^{t'=t} \frac{\partial J(t, t_e, t')}{\partial t} \frac{d\sigma(t')}{1 + a(t')} + \varepsilon_f(t) \quad (21)$$

Las funciones  $g\{\sigma(t)\}$  y  $d\varepsilon_f(t)/dt$  son las que describen la no linealidad a altas tensiones. El término dentro de la integral es el que representa la adaptación.

Para verificar el modelo teórico propuesto compararon los resultados numéricos con los procedentes de una serie de ensayos, empleada anteriormente en este estudio, obteniéndose ajustes muy correctos. Sin embargo cabe destacar que es un modelo de gran complejidad con un elevado número de parámetros y funciones a determinar, algo complejo de aplicar a nivel práctico.

<sup>7</sup> Esta idea ya había sido planteada por Robert L’Hermitte en 1.958 [17] aunque con un valor acotado de la deformación final de fluencia, idea actualmente desechada.

<sup>8</sup> Dicha expresión es la siguiente  $\varphi = \varphi_{lim} \cdot e^{(1.5 \cdot (\sigma/f_c - 0.40))}$

<sup>9</sup> Una aproximación mediante tres tramos rectos (trilineal) parece más acertada debido al acusado cambio de pendiente para relaciones  $\sigma/f_c$  elevadas.

#### – Otros modelos

Aparte de los modelos teóricos ya expuestos, existe en la bibliografía del tema una gran cantidad de propuestas para representar el comportamiento no lineal de la fluencia así como diferentes normativas que también tratan de corregir la predicción lineal del coeficiente de fluencia.

Entre las diferentes propuestas teóricas, cabe destacar los recientes trabajos de A. Marí y P. Cruz [20], donde se plantea para ello el empleo de un modelo reológico con elementos de fricción. Se han desarrollado también modelos de tipo trilineal en un intento de mejorar el comportamiento de los bilineales.

En cuanto a normativa, cabe destacar la propuesta del MC – 90 que plantea una relación exponencial de la fluencia no lineal cuyos resultados se discutirán en el siguiente apartado<sup>8</sup>; este modelo es el que se encuentra recogido también en el EC – 2.

#### 3.2.3. Comparación entre los modelos teóricos y la ley propuesta

La ley propuesta, que mostraba una buena concordancia con los resultados experimentales, también presenta un ajuste interesante con los modelos teóricos. La razón de ello es que la mayoría de los modelos anteriormente expuestos admiten reformularse en términos de la relación  $\sigma/f_c$  por lo que son consistentes con la hipótesis realizada, en concreto:

- El modelo del coeficiente  $\beta$  muestra un buen ajuste hasta relaciones  $\sigma/f_c$  cercanas a 0.70 donde comienza a predecir unos valores superiores a todos los resultados experimentales encontrados en la Bibliografía. Por lo tanto, parece excesivamente conservador en estos rangos. En cualquier caso, el coeficiente de correlación encontrado entre la predicción del modelo del coeficiente  $\beta$  y la media de los ensayos recopilados es elevado (0.983).
- El modelo de Becker & Bresler presenta también un buen ajuste al principio pero una cierta desviación para valores elevados de la relación  $\sigma/f_c$  debido principalmente a que con la aproximación bilineal se vuelve excesivamente grosera<sup>9</sup>, debido a ello el coeficiente de correlación disminuye en este modelo hasta 0.972.
- Finalmente, el modelo del MC – 90 presenta un ajuste prácticamente perfecto con la ley propuesta. Tiene un rango de validez relativamente pequeño (únicamente llega a 0.60 de  $f_c$ ) pero parece una propuesta que también se ajusta perfectamente a los resultados experimentales analizados. Debido a ello presenta un coeficiente de correlación de 0.991 (donde únicamente se han empleado los resultados hasta una relación tensión/resistencia de 0.60).

La comparación de las predicciones los anteriores modelos con la ley propuesta puede encontrarse en el gráfico 7.

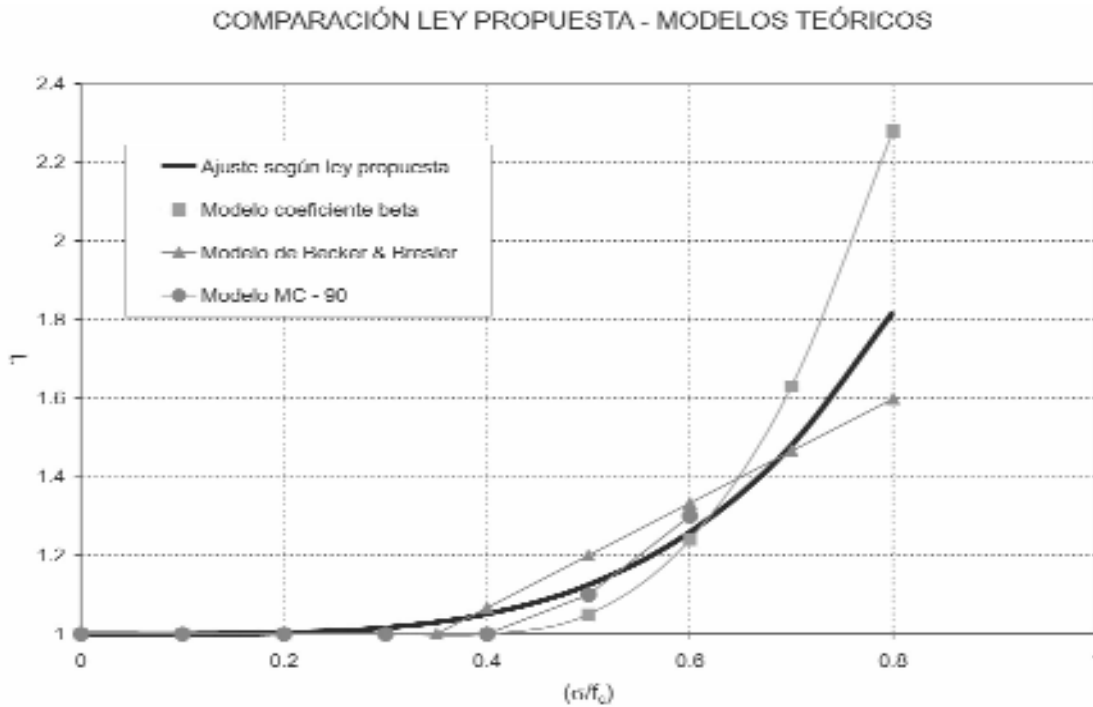


Gráfico 7. Comparación de las predicciones de los distintos modelos experimentales y la ley propuesta.

A la vista de los resultados parece sensato pensar que la ley propuesta efectivamente proporcionará resultados correctos a la hora de estudiar el fenómeno de la fluencia no lineal<sup>10</sup>. Sin embargo, y al igual que en el MC – 90, es interesante acotar el rango de tensiones en el cual pueda aceptarse como válida la ley propuesta y de esta manera, fijar una frontera donde la dispersión de los ensayos invalide la aplicación de la misma.

#### 4. DISPERSIÓN DE RESULTADOS

##### 4.1. Intervalos de confianza

La ley presentada anteriormente se ajusta a los valores medios obtenidos en diferentes ensayos, sin embargo, el fenómeno de la fluencia está sujeto a una cierta dispersión. Por lo tanto, parece interesante cuantificar dicha dispersión y ver para qué rangos es razonable aplicarla y para cuáles no. Para llevar a cabo este estudio, es necesario recurrir al tratamiento estadístico de los valores obtenidos anteriormente.

Para cada nivel de tensiones se ha obtenido en una pieza una  $\eta$  media, la cual presenta a su vez una cierta dispersión. Se acepta que los resultados en cada nivel de tensiones no dependen de los resultados obtenidos para otro nivel de tensiones<sup>11</sup> y por lo tanto se pueden estudiar de manera independiente.

Suponiendo que los resultados de la población para cada nivel de tensiones responden a una distribución estadística normal, se intenta determinar a partir de la muestra de ensayos anterior un intervalo de confianza tal que la variable alea-

toria tenga una probabilidad menor o igual que una prefijada de estar fuera de él. El estudio de este tipo de problemas puede realizarse a partir de la distribución ‘t’ de Student y asumiendo que la media y desviación muestral es el mejor estimador de la media y desviación de la población.

Para el cálculo de dicho intervalo se procede de la siguiente manera:

Sea ‘x’ la variable aleatoria perteneciente a una distribución Normal  $N(\mu, \sigma)$ , se obtienen la media y la raíz de la cuasi – varianza muestral:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{n} \right) \tag{22}$$

$$\hat{s} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{X} - x_i)^2}{n - 1}} \tag{23}$$

A partir de ellas se aplica la definición de la distribución de la ‘t’:

$$\frac{x - \bar{X}}{\left( \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} \right)} \in t_{n-1} \tag{24}$$

$$I_{1-\alpha} = \bar{X} \pm t_{n-1} \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} \tag{25}$$

<sup>10</sup> El coeficiente de correlación con la media de los modelos experimentales es de 0.999

<sup>11</sup> En realidad con esta hipótesis se intenta mostrar que los resultados para estados avanzados de carga (donde ocurren una serie de fenómenos en la microestructura del hormigón) no dependen de los resultados, dispersión (y mecanismos) para otros estados tensionales.

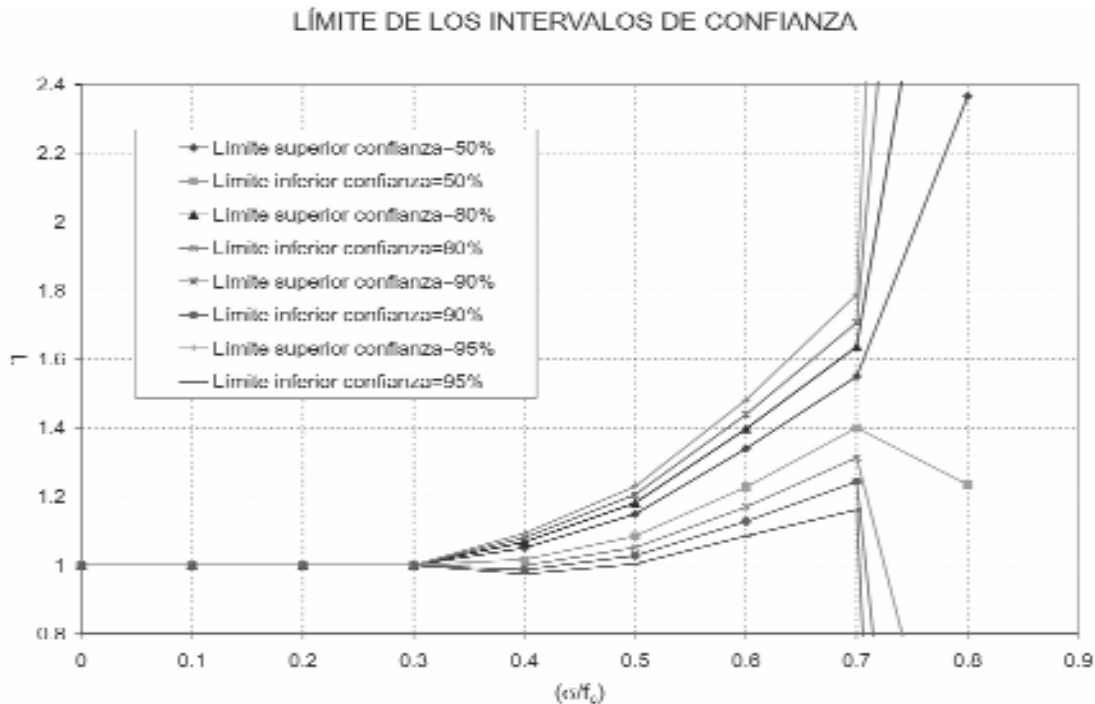


Gráfico 8. Intervalos de confianza a partir de la dispersión presentada por los resultados experimentales.

De esta forma y para diferentes valores del intervalo de confianza  $I_{(1-\alpha)}$  se obtienen distintos intervalos en los que debe estar contenida la variable. En la determinación de la  $t_{n-1}$  influyen tanto el nivel  $(1-\alpha)$  como el número 'n' de ensayos realizados. Se presentan en el gráfico 8 los resultados obtenidos para los diferentes niveles de confianza. En él puede observarse cómo los intervalos muestran una dispersión razonable hasta una relación  $\sigma/f_c$  de 0.80 en la cual aumenta sensiblemente, debido principalmente a dos causas:

- 1) a mayor dispersión de los propios resultados.
- 2) El menor número de resultados existentes que en este caso se ve reducido a sólo cuatro, lo que incrementa aún más el valor de  $t_{n-1}$ .

#### 4.2. Límites de los intervalos

Una vez fijados los intervalos de confianza, en este apartado se va a estudiar qué variación se le puede dar al coeficiente  $\eta$  para mantener un nivel de confianza dado. Hay que destacar no obstante que se está intentando analizar la dispersión de la fluencia no lineal respecto a una predicción lineal y no la del propio modelo lineal.

Para ello, a partir del gráfico anterior, se puede comprender que para valores superiores a 0.70 de relación  $\sigma/f_c$  no tiene sentido tratar de determinar el valor de la fluencia no lineal,

ya que los pocos resultados existentes así como la gran dispersión intrínseca de los mismos lo imposibilita. También se observa que para valores de la relación  $\sigma/f_c$  inferiores a 0.40 no existe dispersión (es decir los resultados de los ensayos se ajustan perfectamente a una ley lineal<sup>12</sup>), por lo tanto sólo se va a estudiar la zona que pertenezca al intervalo de 0.40 – 0.70 que es la de mayor interés. Dicha variación se va a estudiar en términos de:

$$\eta^* = k \cdot \eta \rightarrow k = k\left(\frac{\sigma}{f_c}\right) \quad (26)$$

Donde  $k=1.0$  en la zona lineal (ratios inferiores a 0.40), el valor se supone máxima en el límite de 0.70 y entre ambos se asume una transición lineal en el valor de dicho coeficiente. Tomando como variación admisible un  $\pm 25\%$  se obtendría ( $k_{\min}=0.75$   $k_{\max}=1.25$ ) el resultado del gráfico 9. En el mismo se observa que dicha variación en los valores de  $\eta$  del  $\pm 25\%$  permite considerar una confianza cercana al 95%. Estos valores de dispersión se encuentran dentro de los ordenes de magnitud normales del fenómeno de la fluencia<sup>13</sup>, pues como ya se comentó anteriormente, incluso dos probetas iguales bajo idénticas condiciones difieren en sus resultados entre un 20 – 30 %. Sin embargo, el modelo deja de ser aplicable para relaciones  $\sigma/f_c$  superiores a 0.70 donde la elevada dispersión del modelo impide garantizar la fiabilidad del modelo.

<sup>12</sup> Lo cual sucede por la propia definición del modelo.

<sup>13</sup> Según Bazant [17] los modelos de fluencia (lineal) del ACI y del CEB – FIB (MC) tienen desviaciones del  $\pm 80\%$  respecto de la media en un intervalo de confianza del 95%. Incluso su modelo BP tiene una desviación del  $\pm 30\%$  para ese mismo nivel de confianza.

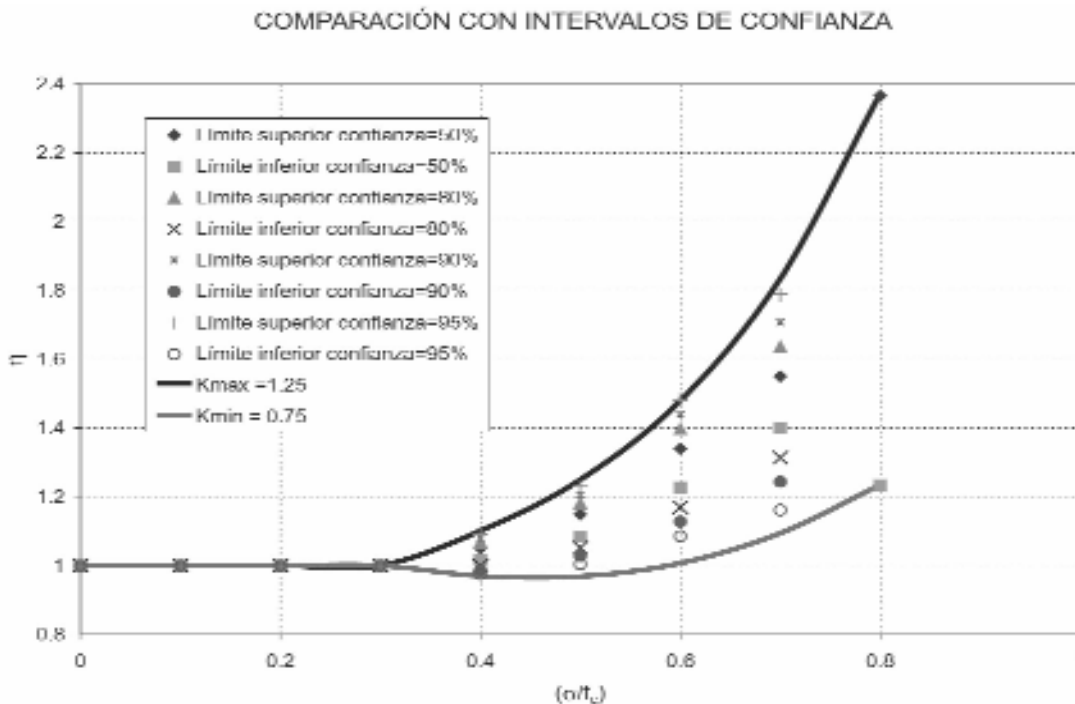


Gráfico 9. Variación del coeficiente k en ± 25%.

### 5. CONCLUSIONES

Se ha presentado en este artículo un modelo de fluencia no lineal que permite mediante una sencilla hipótesis corregir el coeficiente de fluencia lineal proporcionado por las normativas multiplicándolo por un coeficiente corrector según el nivel de tensiones y de esta manera poder ampliar su uso a rangos donde la relación  $\sigma/f_c$  sea superior a 0.40.

El modelo propuesto muestra una buena concordancia tanto con los resultados experimentales como con los modelos teóricos existentes y mediante un estudio de la dispersión encontrada en los diferentes resultados experimentales se puede acotar un rango de tensiones donde su uso es razonable.

Finalmente la expresión obtenida es la siguiente:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{lin}(t, t_0) \cdot \eta \rightarrow \eta = 1 + 2 \cdot \left( \frac{\sigma}{f_c} \right)^4 \quad (27)$$

En cuanto al rango de aplicación de la misma, su influencia puede despreciarse para valores inferiores a 0.40 de  $\sigma/f_c$  sin embargo para valores superiores dicho coeficiente sí puede tener cierta importancia y es recomendable su utilización. Una vez superado el umbral de 0.70 en la relación  $\sigma/f_c$  la gran dispersión existente en los resultados parece no invitar a emplear ningún tipo de coeficiente corrector.

En cualquier caso no parece sensato mantener un hormigón cargado constantemente a relaciones tan elevadas por problemas de deformaciones excesivas y desencaje estructural. De esta manera, el modelo de fluencia no lineal propuesto cubre el rango de tensiones a las que el hormigón puede verse solidificado con carácter permanente.

### REFERENCIAS

[1] AA.VV., *Creep and Shrinkage in Concrete Structures*, Editado por Z. P. Bazant, F. H. Wittmann (1984).

[2] Avram C., Facaoaru I., Filimon I., Mirsu O., Terteia I. *Concrete Strength and Strain*. Elsevier Scientific Publishing Company. (1981).

[3] Karapetean, K. S.: "Vlianic starenia betona na zavismosti mejdu napreajeniami i deformatiami polzucesti" Izvestia AN. Armeanskoi SSR. Fizico-matematicheskie nauki, XII (4), 1959.

[4] Becker, J. y Bresler, B. "FIRES-RC, A computer program for the fire response of Structures and Reinforced Concrete Frames", UC-FRG Report No.74-3, University of California, Berkeley, 1974.

[5] Corres Peiretti, H., Pérez Caldentey, A., León González, J. y otros. *Prontuario Informático del Hormigón Armado*, IECA, Madrid, 1992.

[6] Gvozdev, A. A., *Creep of concrete*, en : *Mekhanika Tverdogo Tela*, Moscú, pp.137-152, 1966.

[7] Neville A. M., *Creep of concrete: Plain Reinforced and Prestressed*, North-Holland Publishing Company, 1970.

[8] Delibes Liniers A., *Tecnología y propiedades mecánicas del hormigón*, INTEMAC, 1987.

[9] Jones, P. G. y Richart, F. E. *The effects of testing speed on strength and elastic properties of concrete*, ASTM Proc. 36, Part 2, pp 380-391, 1936.

[10] Jensen, R. S. y Richart, F. E. *Short-time creep test of concrete in compression*, ASTM, Proc 38, Part 2 pp 410-417, 1938.

[11] Pérez Caldentey A., Comportamiento en servicio y rotura del hormigón estructural. Estudio teórico y experimental, Tesis doctoral (Dir H. Corres) ETSICCP – UPM, 1996.

[12] Ulitkii, I. I. *Teoria i rasciot jelezobetonnih sterjnevih konstruktii s uciotom dlitelinih protesov*, Kiev, Izd. Budivel'nik, 1967.

[13] Pérez Caldentey A. y Arroyo J.C. *Caracterización de las propiedades diferidas del hormigón y su incidencia estructural*, GT II/3 GEHO, Boletín 22, 1998.

[14] Bazant, Z. P., Kim, S. S. y Meiri, S. "Triaxial moisture controlled creep tests of hardened cement paste at high temperature" *Materials and Structures*, (RILEM, Paris) 5, 3-20.

[15] de Larrard F., Acker P. y le Roy R., "Shrinkage, creep and thermal properties" *High performance Concretes and its Applications*. Editado por S. P. Shah y S. H. Ahmad. Ed. Edward Arnold (Londres), 1994.

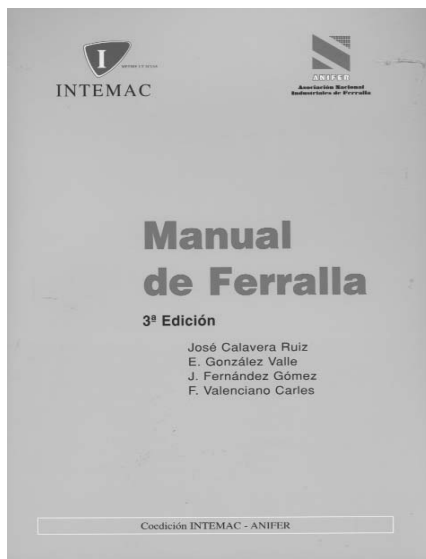
[16] Ghali, A. y Favre, R. *Concrete Structures. Stresses and Deformations*. E & FN Spon, Londres, 1994.

[17] Bazant, Z. P. *Mathematical modelling of Creep and Shrinkage of Concrete*, John Wiley and Sons, Nueva York, 1988.

[18] McHenry, D., *A new study of creep in concrete and its applicatios to design*, ASTM, Proc. 43, pp. 1069 – 1084, 1943.

[19] Marí Bernat, A., Carrascón Ortiz, S., Carol Vilarasau, I., *Análisis no lineal instantáneo y diferido de puentes curvos de hormigón pretensado*, ETSICCP – UPC, 1987.

[20] de Sousa Cruz, P. J., *Un modelo para el análisis no lineal y diferido de estructuras de hormigón y acero construidas evolutivamente*, Tesis doctoral (Dir. A. Marí Bernat), ETSICCP-UPC, 1995.



## MANUAL DE FERRALLA

3ª edición

El éxito de este libro ha motivado que se realicen tres ediciones en cinco años.

Probablemente las razones de este éxito han sido principalmente dos:

- La escasez de información sobre la tecnología de las armaduras.
- La equilibrada mezcla que los autores han sabido imprimir en la exposición de los aspectos teóricos básicos y a la vez de la aplicación práctica de los conocimientos expuestos.

Esta tercera edición presenta ampliaciones importantes en múltiples temas, en especial en lo referente a Sistemas de Representación de Armaduras en los Planos y a lo referente a anclajes con barras transversales soldadas.

### ÍNDICE DE CAPÍTULOS

1. Armaduras para hormigón armado.
2. Tipos de elementos de las estructuras de hormigón armado.
3. Funcionamiento de la armadura en las piezas de estructuras de hormigón armado.
4. Planos de armaduras.
5. Reglas para el despiece, corte y doblado de armaduras.
6. Organización y métodos de las instalaciones industriales de ferralla.
7. Reglas para la sujeción y la colocación de armaduras en obra.
8. Anclajes y empalmes mecánicos de armaduras
9. Los detalles constructivos esenciales.
10. Los métodos básicos de montaje de armaduras.
11. Soldadura de barras.
12. Racionalización de la ferralla

Anejo 1 Reglas de anclaje con barras transversales soldadas.

Anejo 2. Influencia de la oxidación de las barras sobre su adherencia al hormigón.

Anejo 3. Influencia de las materias contaminantes sobre la adherencia de las barras de hormigón.

Anejo 4. Influencia de la oxidación en la pérdida de sección de las armaduras.

Bibliografía

Programa informático de detalles constructivos



# Estudio experimental y modelización de vigas de hormigón armado reforzadas con fibras de vidrio (GFRP)

## *Experimental study and modelization of reinforced concrete beams reinforced with fiber glasses (GFRP)*

A. Catalán Goñi\*



M. J. Lamela Rey\*



A. Fernández Canteli\*\*



L. Bozzo Rotondo\*\*

\* Universidad de Oviedo. DCIF. MMC.

\*\* Universitat de Girona. DCIF.

### RESUMEN

Este trabajo describe el estudio numérico y experimental que se ha realizado sobre vigas de hormigón armado, reforzadas con materiales compuestos avanzados.

Se ensayaron vigas en escala natural (de 3 m de longitud) a flexión simple a 4 puntos. Las vigas han sido prefisuradas y luego reparadas con bandas de fibra de vidrio (GFRP), pegadas con adhesivo. Finalmente han sido ensayadas hasta rotura.

Se aplica un método simplificado que resulta muy útil para modelizar el comportamiento de la viga hasta rotura. Se observa la bondad del método para predecir la carga de rotura final, con los ensayos realizados.

### SUMMARY

*This work describes the numerical and experimental study that has been made on RC beams, reinforced with advanced composite materials.*

*Beams in natural scale (of 3 ms of length) to simple bending were tried to 4 points. The beams have been cracked and soon repaired with fiber glass sheets (GFRP), gluing with adhesive. Finally they have been tried until failure.*

*A simplified method is applied and that turns out very useful to understand the behavior of the beam until failure. The*

*kindness of the method is observed to predict the final critical load, with the made tests.*

### 1. INTRODUCCIÓN

La rehabilitación y reparación de elementos estructurales de hormigón armado es una técnica que comienza a ser popular en el ámbito de la construcción. La industria de la construcción muestra preferencia por el uso sistemático de refuerzos de fibra de carbono ya que es un material con excelentes propiedades resistentes y con muy buen comportamiento en su pegado. Sin embargo, presenta el inconveniente de su elevado coste, por lo que la utilización de fibra de vidrio puede ser una buena alternativa, a pesar de su menor resistencia, especialmente en aquellas situaciones en las que se requiere grandes secciones de refuerzo. En este trabajo, haremos uso de fibras de vidrio en refuerzo de vigas de hormigón armado con el objetivo de demostrar su aplicabilidad en casos prácticos.

Como es conocido, el refuerzo de barras de hormigón armado (especialmente vigas) con placas de fibras de vidrio o de carbono (GFRP o CFRP), incrementa notablemente la resistencia última a flexión respecto a su capacidad original.

Se dan situaciones, sin embargo, en los que no se puede llegar a alcanzar la capacidad máxima de resistencia flexión típica, debido a la aparición de otros tipos de roturas. En unos casos, son las altas concentraciones de tensiones que se desarrollan en la interfaz hormigón- refuerzo las que pueden con-

ducir a despegue del refuerzo (deslaminación), y en otros, el fallo es de tipo frágil, por efecto cortante, debido a un sobre-refuerzo a flexión.

Se han propuesto diferentes expresiones analíticas para predecir el comportamiento tensional en la interfase placa de fibra-hormigón, aunque la verificación experimental de estas ecuaciones está restringida a unos pocos laboratorios de ensayos de vigas.

En este artículo se utiliza la metodología simplificada de El-Mihlimy and Tedesco [1], que se implementa considerando dos estados: 1) el estado tensional de la interfase fibra-hormigón y 2) la comparación de estas tensiones con las que se desarrollan en el fallo del hormigón, en el estado límite último.

## 2. MECANISMOS DE FALLO POSIBLES [1]

Las vigas de hormigón armado reforzadas externamente con láminas de fibras (FRP), pueden presentar alguno de los siguientes modos de fallo:

1. Ruptura de fibra. Se alcanza el valor máximo de la resistencia a tracción de la fibra, en la zona de máximo momento flector.
2. Fallo por compresión. El hormigón excede el valor de su deformación última (0.0035 para EHE) en la zona de máximo momento, mientras que la armadura de acero se encuentra por debajo de su tensión de fluencia (fallo bajo cuantía hiper crítica o sobrerreforzado).
3. Fallo por tracción. La armadura de refuerzo plastifica, pero la placa de fibra se encuentra en un valor menor a su tensión última. La viga rompe generalmente por un aplastamiento en la zona de compresión.
4. Fallo de cortante. Se alcanza la capacidad a cortante de la viga y la rotura se produce en las proximidades de los apoyos.
5. Fallo por despegue 1. Se alcanza la tensión tangencial máxima en la interfase hormigón - adhesivo.
6. Fallo por despegue 2. Se alcanza la tensión tangencial máxima en la interfase fibra - adhesivo.
7. Fallo por despegue 3. Se inicia por el desarrollo de una fisura por flexión en la zona de máximo momento flector y se propaga horizontalmente hacia los apoyos.
8. Fallo por tensión tangencial local. Se inicia una fisura en uno de los extremos de la placa de fibra y se propaga horizontalmente hacia el punto medio de la luz de la viga o hacia el punto de aplicación de la carga concentrada.

Los tres primeros modos de fallo han sido discutidos en detalle en otras investigaciones [1;4;5].

El cuarto modo, fallo a cortante, es el que ocurre habitualmente cuando la viga ha sido reforzada a flexión solamente y su capacidad resistente a cortante se deja intacta. Este modo puede ser eliminado con un apropiado refuerzo a cortante de la viga (refuerzo en las caras laterales) [5].

Los modos quinto y sexto, tienen que ver con la calidad del adhesivo empleado. Se ha demostrado experimentalmente [6] que la tensión tangencial resistida en la interfase fibra- adhesivo es aproximadamente 3 veces mayor que la desarrollada en la interfase hormigón - adhesivo. Ello implica que el sexto modo es raro y poco probable.

El séptimo modo puede producirse en la región de máximo momento flector debido a la fuerza de tracción desarrollada y que puede deberse a la propagación de fisuras microscópicas localizadas allí antes de entrar en carga (efectos de la manipulación y del peso propio, por ejemplo).

El octavo modo de fallo, fallo por tensiones tangenciales localizadas, es uno de los fallos más comunes y se detectó claramente en la campaña experimental de este trabajo y de otros [1]. Es un fallo de tipo cortante (frágil) que se inicia en los extremos de la fibra y se propaga hacia los puntos de aplicación de la carga. Este fallo ha sido estudiado por varios autores y para su predicción, en este trabajo, se usará (como ya se mencionó) un método simplificado pero suficientemente preciso [1].

## 3. ESTUDIO EXPERIMENTAL

En el presente trabajo se pretendía comprobar cómo afecta un refuerzo mediante placas de fibra de vidrio a la resistencia de vigas sometidas a flexión a 4 puntos. La adquisición de datos se realiza a través de 2 canales digitales carga/flecha, en la mitad del vano. En la figura 1 se muestra un esquema del ensayo así como de la sección transversal de la viga ensayada. En la foto 1, se observa la colocación de la viga en el ensayo.

El programa de ensayos adoptado fue el siguiente: se ensayaron 3 vigas originales hasta la rotura (vigas de control), 6 vigas fueron fisuradas (ver foto 2) con una carga de fisuración correspondiente a un ancho de fisura  $w = 0.2$  mm (ambiente tipo III) según EHE, a continuación fueron descargadas y reparadas con una banda de fibras de vidrio de diferente largo (3 vigas con refuerzo de 90 cm y 3 con refuerzo de 150 cm) y posteriormente fueron cargadas nuevamente hasta la rotura, y por último, 3 vigas originales fueron reforzadas con placas de refuerzo de 90 cm de largo y cargadas hasta la rotura. Los datos de los materiales y los resultados obtenidos de las cargas máximas se recogen en las tablas 1 y 2.

Se debe mencionar que los ensayos se realizaron a los 80 días de edad del hormigón, pero se tomaron los datos del mismo a los 28 días.

Una de las gráficas obtenidas carga/flecha, correspondiente a las vigas prefisuradas y con refuerzo de 150 cm de largo, queda recogida en la figura 2.

Los tipos de rotura obtenidos, corresponden fundamentalmente al tipo 8. En las fotos 3; 4 y 5, se pueden ver las vigas del ensayo, con algunas roturas típicas.

Como se observa en la tabla 2, existe un claro incremento de la capacidad resistente para las vigas reforzadas (sin fisurar) mientras que no se aprecia diferencia significativa entre los valores hallados para las vigas fisuradas y reparadas con distinta longitud de fibra. La mayoría de estas roturas se han producido por fallo del tipo 8, es decir, por desa-

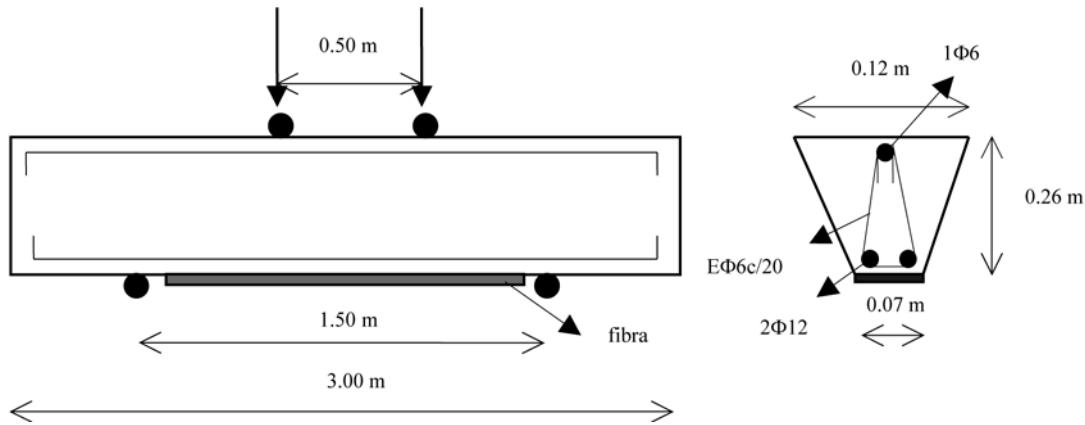


Figura 1. Esquema de ensayo y sección transversal.

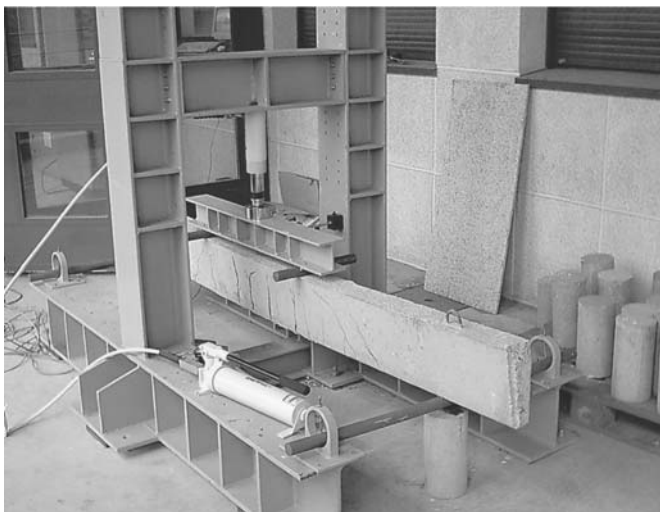


Foto 1. Colocación de la viga.



Foto 2. Viga fisurada.

Tabla 1. propiedades de los materiales

Material	$\sigma$ [Mpa]	E [Mpa]
Hormigón	25	27264.05 (Secante s/EHE)
Acero	400	210000
Adhesivo (SIKADUR 31)	100	4500
Fibras	63.1	30000

rollo y progresión de fisura por cortante desde el extremo de la fibra (fotos 3 y 4).

Este tipo de rotura ha sido modelizado teóricamente por varios autores, lo que permite hacer un estudio aplicado a nuestro caso.

#### 4. MÉTODO DE CÁLCULO

Por estudios analíticos y numéricos (MEF, MEC) se sabe que la tensión tangencial ( $\tau$ ) toma un valor aproximadamente nulo en el borde de la placa de fibra y que crece rápidamente hasta su

valor máximo, a una corta distancia que es aproximadamente igual al espesor de la capa de adhesivo [3]. Luego  $\tau$  decrece en dirección a la luz media de la viga (figura 3). La tensión normal, sin embargo, es máxima en los extremos de la placa y luego decae, disminuyendo en dirección al punto medio de la viga.

Aunque los máximos valores de  $\sigma$  y  $\tau$  no se alcanzan simultáneamente en la misma sección, de forma simplificada puede admitirse que coinciden. Se ha visto, además, que la concentración de tensiones  $\sigma$  y  $\tau$ , desarrolladas en los extremos de la placa, depende de varios factores:

- $\sigma_a$  y  $\tau_a$  del adhesivo.
- espesor y módulo de elasticidad de la placa de fibras.

Tabla 2. Resultados de los ensayos

Viga	Tipo	Carga Última	Media	Tipo de rotura
viga 01	Viga original	96.45 kN	97,22 kN	Dúctil. Rotura flexión
viga 02	Viga original	101.33 kN		Dúctil. Rotura flexión
viga 03	Viga original	93.88 kN		Frágil. Rotura por cortante en los apoyos
viga 04	Viga con fibra 90 cm.	110.27 kN	101,85 kN	Frágil. Rotura por cortante en extremo de fibra
viga 05	Viga con fibra 90 cm.	101.33 kN		Frágil. Rotura por cortante en extremo de fibra.
viga 06	Viga con fibra 90 cm.	93.94 kN		Frágil. Rotura por cortante en extremo de fibra
viga 07	Viga prefisurada con fibra 90 cm.	106.20 kN	84,41 kN	Dúctil. Rotura de la fibra y compresión del hormigón.
viga 08	Viga prefisurada con fibra 90 cm.	84.04 kN		Frágil. Rotura por cortante en extremo de fibra.
viga 09	Viga prefisurada con fibra 90 cm.	62.98 kN		Fallo repentino por cortante Fisura hacia el apoyo.
viga 10	Viga prefisurada con fibra 150 cm.	101.92 kN	100,76 kN	Frágil. Rotura por cortante en los apoyos
viga 11	Viga prefisurada con fibra 150 cm.	95.96 kN		Frágil. Rotura por cortante en los apoyos
viga 12	Viga prefisurada	104.41 kN		Dúctil. Rotura de fibra con fibra 150 cm.

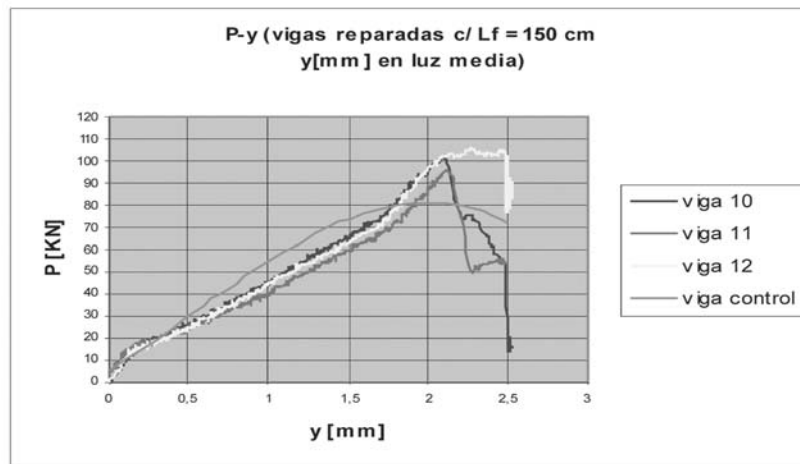


Figura 2. Curvas de vigas prefisuradas y reparadas.



Foto 3. Rotura por cortante desde el extremo de la fibra. Rotura tipo 8.



Foto 4. Rotura por cortante desde el extremo de la fibra. Rotura tipo 8.



Foto 5. Rotura de la fibra. Rotura tipo 1.

– distancia de los apoyos hasta los extremos de la placa de fibras.

La concentración de tensiones puede ser reducida usando placas de menor espesor y haciendo más largas las placas (idealmente hasta los soportes).

Entre todos los métodos analíticos disponibles, el de El Mihimy - Tedesco [1], parece ser el más idóneo para predecir los valores extremos de tensiones normal y tangencial, donde se tiene en cuenta la no linealidad existente en la interfase hormigón-adhesivo.

Para el cálculo de la tensión tangencial, los autores proponen:

$$\tau_{max} = \frac{V_o \cdot t_f}{I} (d_f - c) + \left( \frac{G_a \cdot b_a \cdot t_f^2}{E_f \cdot b_f \cdot t_f \cdot t_a} \right)^{1/2} \frac{M_o}{I} (d_f - c) \quad (1)$$

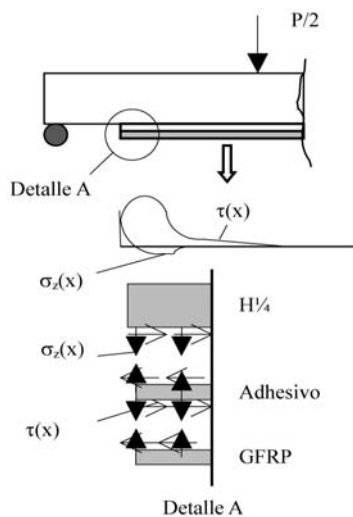


Figura 3. Distribución de tensiones normales y tangenciales en extremo de la placa, de [3].

donde es:

$\tau_{max}$ : máxima tensión tangencial en el extremo de la placa de fibra [Mpa]

- $V_o$ : Esfuerzo cortante en extremo de la placa [N]
- $M_o$ : Momento flector en el extremo de la placa [N mm]
- $E_f$ : Módulo de elasticidad de la placa GFRP [Mpa]
- $b_f$ : Anchura de la placa [mm]
- $t_f$ : Espesor de la placa [mm]
- $t_a$ : Espesor del adhesivo [mm]
- $d_f$ : Canto efectivo hasta la placa de fibras [mm]
- $I$ : Momento de inercia de la sección transversal de la viga fisurada incluyendo la placa [mm<sup>4</sup>]
- $c$ : Profundidad del eje neutro de la sección fisurada [mm]
- $b_a$ : Ancho del adhesivo [mm]
- $E_a$ : Módulo de elasticidad del adhesivo [Mpa]
- $G_a$ : Módulo de cortante del adhesivo [Mpa]

Si hacemos  $b_a = b_f$ , queda:

$$\tau_{max} = \frac{V_o \cdot t_f}{I} (d_f - c) + \left( \frac{G_a \cdot t_f}{E_f \cdot t_a} \right)^{1/2} \frac{M_o}{I} (d_f - c) \quad (2)$$

De acuerdo a la teoría clásica de vigas, las tensiones tangenciales y normales pueden expresarse como:

$$\tau = \frac{V_o \cdot S_f}{I \cdot b_f} = \frac{V_o \cdot b_f \cdot t_f \cdot (d_f - c)}{I \cdot b_f} = \frac{V_o \cdot t_f \cdot (d_f - c)}{I} \quad (3)$$

$$\sigma_x = \frac{M_o}{I} (d_f - c) \quad (4)$$

con lo que definiendo:

$$\alpha_f = \sqrt{\frac{G_a \cdot t_f}{E_f \cdot t_a}} \quad (5)$$

sustituyendo (3), (4) y (5) en (2):

$$\tau_{max} = \tau + \alpha_f \sigma_x \quad (6)$$

La ecuación (6) indica que la tensión tangencial máxima en los extremos de la placa es la suma de la tensión tangencial elástica ( $\tau$ ) y de una fracción de la tensión normal en la placa ( $\sigma_x$ ), definida por el factor ( $\alpha_f$ ). El factor  $\alpha_f$  es función de las características de la placa y del adhesivo y debe ser ajustado para tener en cuenta las no linealidades que existen en la interfase:

Se propone:

$$\alpha_f = \sqrt{\frac{G_a \cdot t_f}{E_f \cdot t_a}} \quad (7)$$

$$\text{si } G_a = \frac{E_a}{2(1+\nu_a)} = \frac{E_a}{2(1+0.3)} = \frac{E_a}{2.6} \quad (8)$$

tomando espesor del medio del adhesivo entre 1 mm y 2 mm, se puede poner:

$$\alpha_f = c_1 \sqrt{\frac{E_a \cdot t_f}{E_f}} \quad (9)$$

donde  $c_1$ , es una constante empírica que es determinada desde tests experimentales y tiene en cuenta las no linealidades (los autores mencionados utilizan  $c_1 = 0.28$ ).

Para la tensión normal se usa:

$$\sigma_{z,max} = \tau_{max} \left[ \frac{t_f^4 \cdot k_n}{4 \cdot E_f \cdot I_f} \right]^{1/4} \quad \text{con } k_n = E_a \frac{b_a}{t_a} \quad (10)$$

Pudiendo simplificarse como:

$$\sigma_{z,max} = \tau_{max} \cdot \xi_f \quad (11)$$

donde es:

$$\xi_f = \left[ \frac{t_f^4 \cdot k_n}{4 \cdot E_f \cdot I_f} \right]^{1/4} \quad (12)$$

si sustituimos  $k_n$  y  $I_f = b_f t_f^3 / 12$ , queda:

$$\xi_f = \left[ \frac{3 \cdot t_f^4 \cdot E_a \cdot b_a}{E_f \cdot b_f \cdot t_f^3 \cdot t_a} \right]^{1/4} = \left[ \frac{3 \cdot E_a \cdot t_f}{E_f \cdot t_a} \right]^{1/4} = c_2 \sqrt{\alpha_f} \quad (13)$$

donde  $c_2$  es una constante a determinar de forma experimental (los autores referidos toman  $c_2 = 1.3$ ).

En definitiva, se han establecido las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \sigma_{z,max} &= c_2 \sqrt{\alpha_f} \tau_{max} \\ \alpha_f &= c_1 \sqrt{\frac{E_a \cdot t_f}{E_f}} \\ \xi_f &= c_2 \sqrt{\alpha_f} \end{aligned} \quad (14)$$

De estudios experimentales [3], se sabe que el valor de  $M_0$  (momento flector elástico de la viga en la sección correspondiente al extremo de la fibra) (figura 4), debe ser afectado por un coeficiente para poder cuantificar el verdadero valor en esa sección ( $M^*$ ).

Si la distancia del extremo de la fibra al soporte es pequeña, se puede considerar  $M_0 = M^*$ , pero si la distancia es grande, resulta excesivamente conservador. Por ello se propone:

$$M^* = M_0 \cdot \Psi_f^2 \quad (15)$$

donde:

$$\Psi_f = 1.35 - 12.5 \frac{L_f}{L} \quad \text{para } \frac{L_f}{L} \leq 0.1 \quad (16)$$

siendo:

$L_f$ : distancia del extremo de la placa de refuerzo al soporte.

$L$ : longitud total de la luz de la viga (entre soportes).

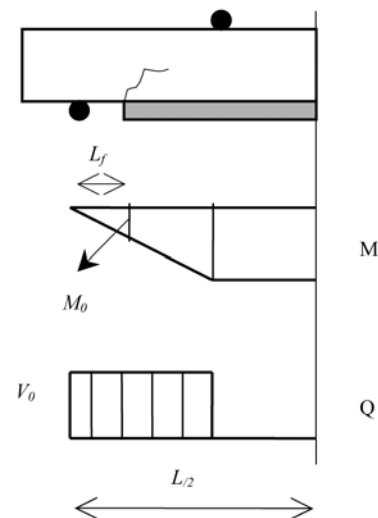


Figura 4. Valor de  $M^*$  aplicado al modelo.

Con lo que, a partir de la expresión (4), se deduce:

$$\sigma_x = \frac{M^*}{I} (d_f - c) = \frac{M_0}{I} \Psi_f^2 (d_f - c) \quad (17)$$

## 5. CRITERIO DE FALLO

En la zona cercana al extremo de la placa de refuerzo, el hormigón se encuentra bajo un estado combinado de tensiones tangencial y normal. Debido a ello, el estado de tensiones principales bidimensionales en el hormigón pueden ser de tracción-tracción ó tracción-compresión, dependiendo de la magnitud de la tensión tangencial desarrollada (en general, la tensión normal longitudinal puede ser despreciada debido a que la distancia entre el extremo de la placa y el apoyo es pequeña).

Si se adopta el criterio de fallo para el hormigón de Tasuji, Slate y Nilson [7], para el caso de estado biaxial de tensiones, el modelo de fallo indica que cuando ambas tensiones principales son menores que la resistencia a tracción del hormigón

(f). Si una de las tensiones es de compresión, el fallo desarrollado puede ser aproximado por un valor intermedio entre la resistencia a tracción del hormigón y su resistencia a compresión.

Denominando  $\sigma_1$  como la tensión principal primaria y  $\sigma_2$  como la tensión principal secundaria (positivas si son de tracción y negativas si son de compresión), deducidas de las ecuaciones de transformación clásicas del estado de tensión planas, éstas se compararan con la tensión de rotura del hormigón a tracción (ver figura 5).

La tensión de tracción última del hormigón ( $f_{tu}$ ) se define como:

- a) Caso de tracción-tracción: para este estado, el fallo se produce si la tensión principal primaria  $\sigma_1$  es mayor que la tensión última del hormigón a tracción, definida como:

$$f_{tu} = f_t = k\sqrt{f_{c'}} \tag{18}$$

siendo

$k$ : una constante a definir

$f_{c'}$ : resistencia característica del hormigón a compresión.

Para la EHE, se debe usar:

$$f_{tu} = f_t = 0.21 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \tag{19}$$

- b) Caso de tracción-compresión: para este estado, el fallo ocurre si la tensión principal primaria  $\sigma_1$  es mayor que la tensión última del hormigón, definida ahora como:

$$f_{tu} = f_t \left( 1 + \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right) \tag{20}$$

A partir de aquí, se llega a una ecuación simplificada (válida para distancias cercanas al apoyo). Si se considera que la razón,  $\sigma_2/f_{ck}$  es pequeña, el fallo puede predecirse igualando  $\sigma_1$  con  $0.95 f_t$ . De esta igualdad se obtiene la carga  $P_u$  para una viga simplemente apoyada con cargas concentradas a  $L/3$ , que puede ser aproximada como:

$$P_u = \frac{3.8 \cdot f_t \cdot I}{(\xi_t + 2)(d_f - c)(t_f + \Psi_f^2 \cdot \alpha_f \cdot L_f)} \tag{21}$$

donde:  $\alpha_f$ ,  $\xi_t$  y  $\Psi_f$  son los coeficientes hallados anteriormente y  $P_u$  es la suma de las cargas concentradas. Esta sencilla fórmula tiene mucha utilidad porque representa el caso general de flexión a 4 puntos, es decir, el caso tratado en la presente experimentación.

### 6. APLICACIÓN DEL MÉTODO

Se trata de calcular la carga máxima que puede soportar la viga reforzada considerada en la presente investigación. Intentaremos predecir la carga de rotura para la viga prefisurada con fibras de 150 cm. Se toma un valor  $L_f = 30$  mm, que son los que se dejaron prácticamente en los ensayos, desde el extremo del rodillo de apoyo.

- Datos iniciales:

$h = 260$  mm;  $r = 20$  mm;  $d = 240$  mm;  $b = 70$  mm;  $A_s = 226.20$  mm<sup>2</sup>;  $A_s = 28.27$  mm<sup>2</sup>;  $L = 1500$  mm;  $L_f = 30$  mm;  $t_f = 2.5$  mm;  $b_f = 70$  mm;  $t_a = 1$  mm;  $E_s = 210000$  Mpa;  $E_f = 30000$  Mpa;  $E_a = 4300$  Mpa;  $= f_{ck} 25$  Mpa;  $E_c$  (sec) = 27264.04 Mpa.

- Propiedades de la sección fisurada (con placa)

$$n_c = \frac{E_c}{E_f} = 0.9086$$

$$n_s = \frac{E_s}{E_f} = 7$$

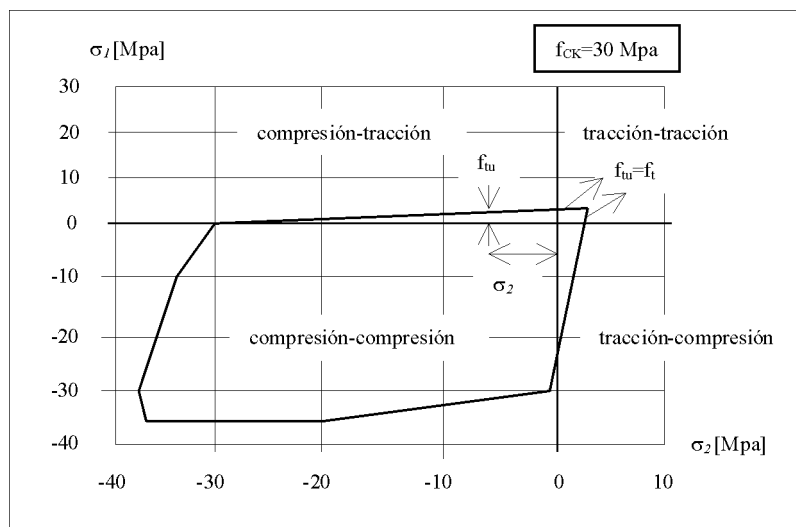


Figura 5. Típico desarrollo de fallo biaxial

$$\begin{aligned}
 d_f &= 262.25 \text{ mm} \\
 A_f &= 175 \text{ mm}^2 \\
 a_k &= 31.80 \text{ mm} \\
 b_k &= 1956.29 \text{ mm}^2 \\
 c_k &= -429867.55 \text{ mm}^3 \\
 C &= 89.50 \text{ mm} \\
 I &= 57243435.90 \text{ mm}^4
 \end{aligned}$$

- Cálculo de coeficientes  $\alpha_f$ ,  $\xi_f$  y  $\Psi_f$

$$\alpha_f = 0.28 \cdot \sqrt{\frac{E_a \cdot t_f}{E_f}} = 0.1714$$

$$\xi_f = 1.3 \cdot \sqrt{\alpha_f} = 0.5383$$

$$\Psi_f = 1.35 - 12.5 \cdot \frac{L_f}{L} = 1.10$$

- Cálculo de tensiones  $\tau$  y  $\sigma_x$ , suponiendo  $P_u = 90 \text{ kN}$

$$M^* = \frac{P}{2} L_f \cdot \Psi^2 = 1633500 \text{ Nmm}$$

$$\tau = \frac{V_0}{I} t_f \cdot (d_f - C) = 0.339 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_x = \frac{M^*}{I} (d_f - C) = 4.929 \text{ Mpa}$$

- Cálculo de tensiones  $\tau_{max}$  y  $\sigma_{z,max}$

$$\tau_{max} = \tau + \alpha_f \cdot \sigma_x = 1.185 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{z,max} = \xi_f \cdot \tau_{max} = 0.637 \text{ Mpa}$$

- Cálculo de tensiones principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_{z,max}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{z,max}}{2}\right)^2 + \tau_{max}^2}$$

$$\sigma_1 = 1.5457 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_2 = -0.90 \text{ Mpa (compresión)}$$

- Criterio de fallo

$$f_t = 0.21 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 1.7954 \text{ Mpa}$$

$$f_{tu} = f_t \left(1 + \frac{\sigma_2}{f_{ck}}\right) = 1.7302 \text{ Mpa}$$

Dado que  $\sigma_1 < f_{tu}$ , el verdadero valor de la carga última ( $P_u$ ) debe ser mayor que 90 kN. Haciendo algunas iteraciones se establece la igualdad tensional para  $P_u = 100.30 \text{ kN}$  ( $\sigma_1 = f_{tu} = 1.7226 \text{ Mpa}$ ).

Utilizando la formula simplificada, será:

$$P_u = \frac{3.8 \cdot f_t \cdot I}{(\xi_f + 2) \cdot (d_f - C) \cdot (t_f + \Psi_f^2 \alpha_f L_f)} = 102.09 \text{ KN}$$

## 7. CONCLUSIONES

Podemos extraer varias conclusiones preliminares, a falta de mayor experimentación y estudio, de los ensayos y resultados obtenidos. Las más importantes son:

1. Respecto a los valores teóricos hallados con la formulación dada por la EHE, se observó que aunque las ecuaciones parecen representar bien la carga de fisuración utilizada, podría ser un poco excesiva (del lado de la inseguridad). La carga de fisuración aplicada fue de 55 kN (para  $w = 0.2 \text{ mm}$ ) y la carga teórica de la norma para esta fisuración es de alrededor de 60 kN. Si bien no se hizo un estricto seguimiento del ancho de la fisura durante los ensayos. Las vigas rompieron con una  $P_u$  de 100 kN aproximadamente.

2. Las láminas de fibra de vidrio utilizadas en el programa experimental transforman el fallo de tipo dúctil y por flexión observado en las vigas de control, en fallos de tipo frágil, tanto para las vigas prefisuradas y reparadas, como para las reforzadas previamente. Esto puede representar un serio problema en algunas utilizaciones propias de la ingeniería estructural, donde se requiere como premisa fundamental, precisamente, garantizar un tipo de fallo dúctil y progresivo. De esto se deduce que es necesario optimizar estos métodos de reparación / refuerzo y lograr incrementar la carga máxima de elementos flexionados sin alterar el tipo de rotura (para lo cual habría que incrementar simultáneamente la resistencia a cortante de la viga o, en su caso, utilizar fibras que aporten una sobrerresistencia perfectamente establecida y cuantificada a fin de no cambiar el tipo de fallo.

3. La modelización teórica utilizada proporciona una buena aproximación de la carga última resistente en vigas reforzadas con planchas de fibra de vidrio. El problema fundamental de este método reside en la alta sensibilidad que presenta el modelo respecto al valor de  $L_f$ . Así, en nuestro estudio, para distintos valores de  $L_f$ , se obtendría:

$L_f$ [mm]	$P_u$ [KN]
10	165
20	116
30	100.3
40	91

A priori, no parece lógico pensar que estas diferencias en la longitud desde el rodillo de apoyo al extremo de la placa de fibra, sean capaces de generar tales dispersiones en los valores de las cargas últimas.

Se hace, por tanto, necesaria una mayor experimentación, especialmente para establecer con seguridad algunos valores



empíricos utilizados en el modelo y que se han extraído a partir de los valores deducidos por autores. A falta de métodos más precisos, este método resulta ser muy eficaz y sencillo.

## 8. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es el resultado de la colaboración entre la Universidad de Oviedo y la Universitat de Girona en el marco del proyecto DGE-01-PD98-0455-UDG. Los autores agradecen la colaboración de RUBIERA PREDIS de Gijón, por la colaboración gratuita con las vigas para los ensayos.

## 9. BIBLIOGRAFÍA

1. Mahmoud T. El-Mihilmy and Joseph W. Tedesco. "Prediction of anchorage failure for reinforced concrete beams strengthened with fiber-reinforced polymer plates". ACI Structural Journal. V 98. N° 3. pp 301. 2001

2. Jones R., Swamy R. and Charif A. "Plate separation and anchorage of reinforced concrete beams strengthened by

epoxy bonded steel plates". Structural Engineer. V 66. N° 5. pp 85. 1988.

3. Roberts, T., "Approximate Analysis of Shear and Normal Strees Concentrations in the Adhesive Layer of Plated RC Beams". Structural Engineer, V 67, N° 12, 1989, pp. 228-233.

4. Taljsten B., "Strenthening of Beams by Plate Bonding". Journal of Materials on Civil Engineering, ASCE, V 9, N° 4 Nov. 1997, pp. 206-212.

5. Malek, A. and Saadatmanesh, H., "Design Equations and Guidelines for Reinforced Concrete Beams Strengthened with FRP Plates". ACI Structural Journal V 95 N° 4, July 1998, pp. 391-399

6. Arduini, M. Di Tomasso, A., and Nanni A., "Brittle Failure in FRP Plate and Sheet Bonded Beams", ACI Structural Journal, V 94, N° 4 Aug 1997, pp. 363-370.

7. Tasuji, M.; Slate, F. and Nilson, A. "Stress-Strain Response and Fracture of Concrete in Biaxial Loading". ACI Journal, Proceedings V 75, July 1978, pp. 306-312.

## COLOR Y TEXTURA EN PAVIMENTOS Y PARAMENTOS DE HORMIGÓN

En la presente publicación se describen con detalle tres de las técnicas más utilizadas hoy en día para obtener de forma económica y duradera, una gran variedad de efectos decorativos jugando con el color y la textura del hormigón: pavimentos de árido visto, de hormigón coloreado o de hormigón impreso, cada una de ellas con sus distintas alternativas.

Como es lógico, la segunda de ellas puede combinarse con cualquiera de las dos restantes. Se mencionan también de forma sucinta varios procedimientos (recrecidos con morteros poliméricos, pavimentos autonivelantes, terrazos continuos, etc.) que amplían todavía más las posibilidades de este tipo de acabados. Finalmente se dan algunas indicaciones para un correcto proyecto y ejecución de los pavimentos destinados a recibir estas terminaciones.

En paramentos de hormigón, tanto la tematización como la desactivación permiten conseguir una variedad muy amplia de acabados, así como efectos estéticos de gran belleza.

La tematización tuvo su origen en la búsqueda de nuevas soluciones imitando distintos elementos, naturales y arquitectónicos, y poco a poco, debido a la calidad de los trabajos realizados, se ha ido extendiendo a sectores tales como centros comerciales, urbanizaciones, fachadas, muros de separación y decoración de interiores.

Las distintas técnicas utilizadas para mejorar la estética de los paramentos de hormigón son también objeto de este manual.

Autores: Varios

Título: Color y textura en pavimentos y paramentos de hormigón

P.V.P.: 15 Euros (IVA incluido) + gastos de envío.

Los interesados en dicha publicación deberán consultar la hoja WEB:

**www.ieca.es**





# Límites de la teoría de rotura y prerrotura para solicitaciones combinación de momentos torsores y flectores en piezas de hormigón

## *Limits of strength and pre-crack theories in the calculation of the torsional and flexural resistance of reinforced and prestressed concrete cross sections*

◆  
Enrique Hernández Montes\*

◆  
Luisa María Gil Martín\*\*

◆  
Luis Albajar Molera\*\*\*

\* Dr. Ingeniero de Caminos. E.T.S. Ingenieros de Caminos. Universidad de Granada.

\*\* Dra. Ingeniera de Caminos. E.T.S. Ingenieros de Caminos. Universidad de Granada.

\*\*\* Dr. Ingeniero de Caminos. E.T.S. Ingenieros de Caminos. Universidad Politécnica de Madrid.

### RESUMEN

Esta nota técnica versa sobre el criterio usado por el Eurocódigo 2 y la Instrucción española EHE, para cálculo de agotamiento en compresión bajo solicitaciones combinadas de torsión y momento flector. Ambas normativas establecen un criterio de comparación en mecánica del continuo. En este artículo se definen los límites de validez del criterio propuesto y se delimita cuándo se debe usar un criterio de rotura.

### SUMMARY

*This technical note is about the ultimate criteria in compression for combined torque and flexural moment. Eurocode 2 and the Spanish Concrete Code (EHE) specify a criteria in the continuum domain, this is valid when the value of the flexural moment is important. In this paper the limits of this criteria are discussed along with the boundary where continuum criteria or ultimate state criteria must be used.*

### INTRODUCCIÓN

El único objetivo de esta nota técnica es el de facilitar la comprensión del apartado 4.3.3.2.2 (2) del Eurocódigo 2(1993) –en adelante EC2– y del apartado 45.3.2.1 de la

EHE(2001). Ambos apartados tratan sobre la sollicitación combinada de momentos torsor y flector, y más concretamente, en la comprobación de las tensiones de resistencia límite a compresión en una sollicitación combinada de torsor y flector.

Tanto el Eurocódigo 2 como la Instrucción española EHE establecen que dicha comprobación se realice limitando el valor de la tensión principal de compresión ( $\sigma_{cd}$ ), que debe calcularse mediante la expresión:

$$\sigma_{cd} = \frac{\sigma_{md}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{md}}{2}\right)^2 + \tau_{td}^2} \quad (1)$$

válida, en principio, para situaciones elásticas de pieza sin fisurar (prerrotura). En la ecuación anterior  $\sigma_{md}$  es la tensión de compresión debida a la flexión compuesta en el punto considerado y  $\tau_{td}$  es la tensión tangencial de torsión en dicho punto. Según la EHE (apartado 45.3.2.1) se debe de cumplir:

$$\sigma_{cd} \leq \alpha f_{1cd} \quad (2)$$

donde  $\alpha$  vale 1.2 ó 1.5 en función del tipo de estribo y  $f_{1cd} = 0.6f_{cd}$  es la resistencia a compresión del hormigón en biela.

La comprobación de agotamiento anterior (teoría de prerrotura) choca un poco con el tratamiento de agotamiento en bielas de compresión, criterio empleado tanto en cor-

tante como en torsor y en la combinación de ambos (cortante más torsor), tal y como se puede comprobar en la expresión que la EHE facilita para este caso:

$$\left(\frac{T_d}{T_{ul}}\right)^\beta + \left(\frac{V_{rd}}{V_{ul}}\right)^\beta \leq 1$$

$$\text{donde } \beta = 2 \cdot \left(1 - \frac{h_e}{b}\right) \quad (3)$$

La Ecuación 3 representa una superficie de interacción cortante-torsión y define, por tanto, el estado límite último frente a solicitaciones tangenciales (rotura).  $T_d$  es el momento torsor de cálculo,  $V_{rd}$  es el esfuerzo cortante de cálculo efectivo,  $T_{ul}$  es el máximo momento torsor que pueden resistir las bielas comprimidas de hormigón,  $V_{ul}$  es el máximo esfuerzo cortante que pueden resistir las bielas comprimidas de hormigón,  $b$  es la anchura del elemento y  $h_e$  el espesor eficaz de la pared de la sección de cálculo.

El porqué de que en el caso de flexión más torsión el tratamiento de agotamiento a compresión se realice de forma diferente se intuye en la forma de abordar el tema en el Eurocódigo 2, en donde se puntualiza que esto debe de hacerse así cuando “la torsión se combine con un momento flector importante”, puntualización no efectuada por la EHE y que como veremos a continuación es bastante relevante. Además, a nuestro parecer, es conveniente especificar los límites de ese tratamiento y delimitar cuándo la combinación de torsor y flector debe tratarse mediante teoría de rotura o mediante teoría de mecánica del continuo.

Es interesante señalar que la revisión más reciente del Eurocódigo 2(2002) no trata el tema de torsión combinada con flexión.

### TORSIÓN EN ROTURA Y PRERROTURA: TORSOR DE FISURACIÓN

En la Figura 1 se representa el comportamiento del hormigón frente a una solicitación de torsor en prerrotura y en rotura. En piezas de hormigón el tratamiento de la torsión se basa en la teoría de perfiles delgados cerrados, de tal forma que se supone que el torsor genera un flujo de tensiones cortantes  $q$  ( $q = \tau h_e$ ) en la parte exterior de la pieza. Donde  $\tau$  es la tensión tangencial debida al momento torsor.

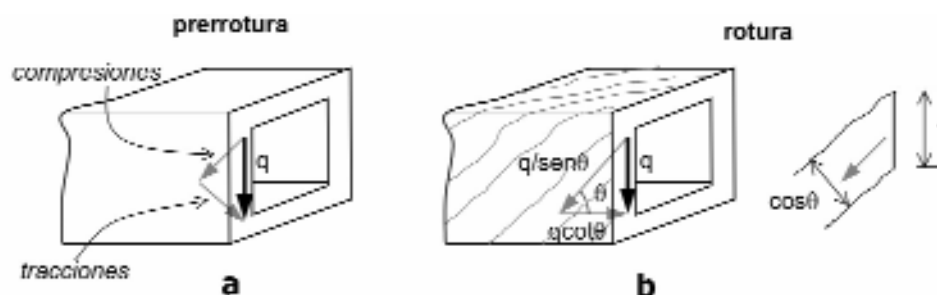


Figura 1. Estados de prerrotura y rotura en torsión.

En prerrotura el flujo de cortante  $q$  puede ser absorbido mediante compresiones y tracciones en el hormigón (Figura 1.a). Cuando dichas tracciones superan la resistencia del hormigón a tracción se produce la fisuración de la pieza dando lugar al desarrollo de unas bielas de compresión orientadas un ángulo  $\theta$  (ver Figura 1.b). A partir de ese instante, el mismo flujo de cortante debe de descomponerse de distinta forma: las compresiones siguiendo las bielas de compresión y las tracciones buscando la armadura disponible, que en el caso de la Figura 1.b corresponde a armadura longitudinal. Esta nueva descomposición, en rotura, provoca un incremento instantáneo de las compresiones en comparación con el estado de prerrotura.

Aplicando criterios de la mecánica del continuo es fácil deducir cuál es el torsor que provoca la rotura, a este torsor se le denomina torsor de fisuración ( $T_{fis}$ )

El valor del torsor de fisuración cuando sobre la pieza actúa además del torsor una compresión, debida bien al pretensado o a una acción exterior, se puede determinar a partir del estado tensional existente en una de las caras del elemento torsionado, tal y como se indica en la figura 2. El estado tensional es el indicado en la Figura 2.

Imponiendo en el círculo de tensiones que la tensión máxima de tracción tome el valor de  $f_{ct}$  (tensión máxima de tracción en el hormigón), se obtiene el valor de la tensión tangencial  $\tau$  que produce  $f_{ct}$ .

$$f_{ct} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2} - \frac{\sigma_x}{2} \rightarrow \tau = f_{ct} \sqrt{1 + \frac{\sigma_x}{f_{ct}}}$$

Si en la ecuación anterior se sustituye el valor de  $\tau$  por su valor en función del torsor que lo genera ( $\tau = T/(2h_e A_e)$ ) y  $f_{ct} = 0.3f_{ck}^{2/3}$  se obtiene la siguiente expresión para el torsor de fisuración,  $T_{fis}$ .

$$T_{fis} = 2 h_e A_e 0.30^3 \sqrt{f_{ck}^2} \sqrt{1 + \frac{\sigma_x}{0.30^3 f_{ck}^2}} \text{ en } N \cdot mm$$

donde  $A_e$  es el área encerrada por la línea media de la sección cerrada, según la teoría de torsión en perfiles delgados.

De la ecuación anterior se deduce que en el caso de que el flector sea “importante”, tal y como especifica el EC2, el valor del torsor de fisuración se incrementa, pudiendo no llegar ni siquiera a presentarse fisuración, por lo que la comprobación a agotamiento en compresión debe de realizarse en la mecánica del continuo, tal y como se especifica en el EC2 y en

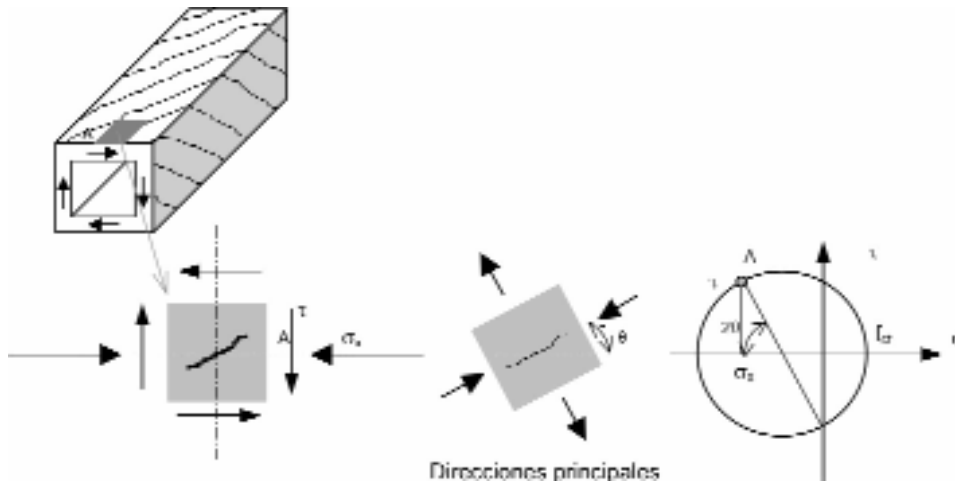


Figura 2. Tensiones tangenciales de torsión junto con tensiones normales.

la EHE. Por el contrario, si el momento flector no es “importante” puede presentarse fisuración y en ese caso, aplicar la mecánica del continuo quedaría del lado de la inseguridad.

De la ecuación anterior se deduce que la “importancia” del momento flector está en relación tanto con su valor como con la magnitud del torsor aplicado.

Considerando que la tensión normal tenía su origen en la actuación de un momento flector pero esto no siempre es así puesto que dicha tensión puede ser originada por una acción de pretensado. Por esto es muy interesante saber si el torsor de diseño es superior o inferior al torsor de fisuración.

La norma americana ACI-318-02, hace un uso explícito del torsor de fisuración para determinar la importancia del valor del torsor, como a raíz de este artículo es fácil de comprender.

### LÍMITE DE LA TENSIÓN PRINCIPAL DE COMPRESIÓN

Como se ha visto en la introducción de este artículo, la EHE y el Eurocódigo 2 limitan el valor de la tensión principal de

compresión al valor de la resistencia a compresión en biela, Ecuación 2. La resistencia a compresión en biela es menor que la resistencia a compresión obtenida mediante el ensayo de compresión con probetas cilíndricas. El origen de la disminución de la resistencia del hormigón cuando se encuentra en un mecanismo de bielas es debido a la presencia de grietas diagonales como se puede ver en la Figura 3 (ASCE-ACI Committe 445 on Shear and Torsion 1998).

La tensión de compresión en el hormigón  $\sigma_c$  en presencia de grietas tiene un valor máximo  $f_{cmax}$ , menor que el valor máximo del ensayo de compresión  $f_c$ . Collins (1978) propuso la fórmula de la Figura 3.b para el valor de la tensión máxima de compresión en biela en función de las deformaciones  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$ , siendo  $\epsilon_2$  y  $\epsilon_1$  el valor de la deformación unitaria en la dirección principal de compresión y perpendicular a ella respectivamente.

Los autores consideramos que en el caso de que el torsor sea inferior al torsor de fisuración la tensión principal de compresión debería de compararse con  $f_{cd}$  en lugar de la Ecuación 2.

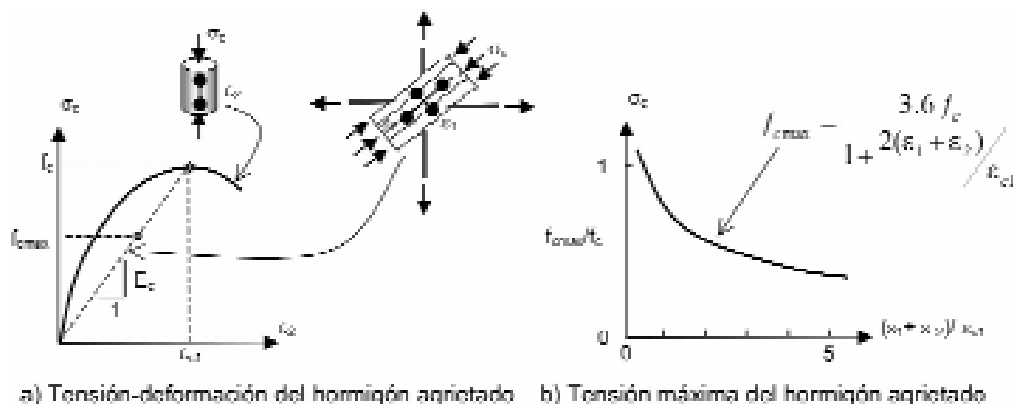


Figura 3. Relaciones tensión-deformación para el hormigón agrietado en compresión.

### Ejemplo

Consideremos una sección cuadrada de  $0.6 \times 0.6$  m, maciza, fabricada con HA-25. Dicha sección está solicitada por un momento flector aplicado de  $28.8 \text{ kN}\cdot\text{m}$  que actúa junto con un torsor de  $180 \text{ kN}\cdot\text{m}$ . El momento flector origina una tensión normal máxima de compresión y de tracción (suponiendo distribución lineal) de  $0.8 \text{ N/mm}^2$ . El torsor de fisuración en las caras perpendiculares al eje de aplicación del momento (donde no tenemos en cuenta la tensión normal) es de  $156 \text{ kN}\cdot\text{m}$ , sin embargo, en la cara paralela al eje de aplicación del momento (donde se producen las compresiones máximas) el torsor de fisuración es de  $178 \text{ kN}\cdot\text{m}$ .

Aplicando los criterios de la mecánica del continuo, que son las fórmulas dadas por la EHE, se obtiene un valor máximo de la tensión de compresión de  $2.96 \text{ N/mm}^2$ .

No obstante sabemos que este criterio no es del todo aplicable puesto que el momento torsor es superior al torsor de fisuración y la sección, por tanto, se encuentra fisurada.

Para aplicar el criterio de rotura lo primero que hay que decidir es la inclinación de las bielas de compresión. En este ejemplo se ha adoptado la inclinación de fisuras correspondiente al caso de que todo el flector está aplicado y el valor del momento torsor sea igual al torsor de fisuración. En ese caso la inclinación es de  $41^\circ$ .

Proyectando el estado tensional generado por las solicitaciones iniciales en bielas de compresión a  $41^\circ$  y en tracciones, el resultado de la tensión en las bielas de compresión es de  $5.98 \text{ N/mm}^2$ , que es muy diferente de los  $2.96 \text{ N/mm}^2$ , obtenidos a partir de la teoría del continuo.

### COMENTARIOS FINALES

Como resumen de este artículo se puede decir:

- Que la norma española de hormigón, EHE, no establece ningún criterio acerca de los límites en la comprobación

a agotamiento en compresión en el caso de una sollicitación combinada de momento flector y torsor. Sería conveniente, al menos, realizar el comentario que hace el Eurocódigo 2 acerca de que el momento debe de ser “importante”.

- Que el comentario incluido por el Eurocódigo 2, aunque acertado, es a nuestro juicio incompleto. Dicho comentario necesitaría ser aclarado, tanto en el porqué se comprueba en mecánica del continuo como en el establecimiento de los límites a dicha comprobación.

### REFERENCIAS

ASCE-ACI Committee 445 on Shear and Torsion. “Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete”. *Journal of Structural Engineering*. December 1998. Páginas 1375-1417.

*Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-02) and Commentary (ACI 318R-02)*. American Concrete Institute. Michigan. (Enero 2002).

Collins, M.P. (1978). “Toward a rational theory for RC members in shear”. *J. Structural Division*, ASCE 104(4), 649-666.

Collins M.P., Mitchell D. (1991). *Prestressed Concrete Structures*. Prentice Hall, Nueva Jersey.

*Eurocódigo 2*. (1993). AENOR.

*Eurocode 2: Design of concrete structures -Part 1: General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization. Bruselas. (Julio 2002).

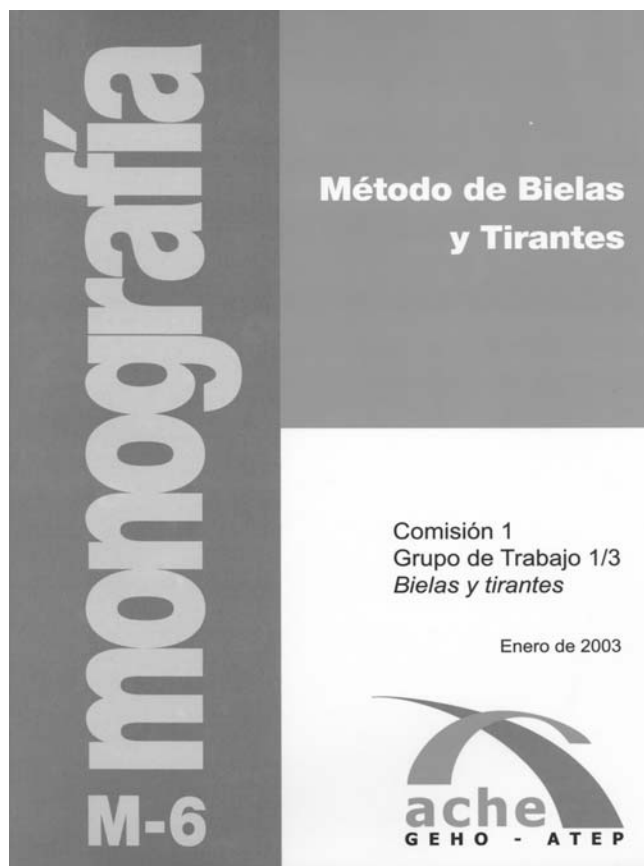
Hernández Montes E. (2002). *Hormigón Estructural*. Editorial Universidad de Granada.

*Instrucción de Hormigón Estructural EHE*. (2001). Ministerio de Fomento.

# Método de bielas y tirantes

## Monografía M-6 de ACHE

Por: José Romo Martín  
Coordinador del Grupo de Trabajo de Bielas y Tirantes



Como consecuencia de la publicación en 1998 de la instrucción EHE, en la que se introdujo de forma explícita y sistemática el método de las bielas y tirantes, surgió la idea en el Consejo de ACHE de formar un grupo de trabajo dentro de la Comisión I “Proyecto”, cuyo fin último era el de preparar una monografía que sirviese para la difusión del método de bielas y tirantes, tanto desde el punto de vista teórico como práctico.

En 1999 el presidente de la comisión me invitó a ser el coordinador de este grupo de trabajo, lo que acepté gustosamente. Rápidamente se forma un grupo de 12 personas, la mayor parte de ellas relacionadas con el mundo del proyecto, que con gran entusiasmo empieza a debatir el contenido de la futura monografía.

Desde el primer momento se intentó preparar un documento asequible a la medida del sector técnico involucrado en el proyecto, aunque planteado con el necesario rigor teórico. Por

ello se dividió la monografía en dos partes: una teórica y otra práctica. La teoría se abordó de la forma más sintética posible para que el lector pudiese captar los principios en los que se basa el método.

Dentro de esta **parte teórica** la monografía se divide en los siguientes apartados:

– **Introducción al método y evolución histórica**

En este epígrafe se describe la evolución del método que nace con el propio hormigón armado hasta nuestros días.

– **Fundamentos teóricos del método**

Se enuncian en este apartado los principios teóricos básicos en que se fundamenta el método.

– **Método de bielas y tirantes en la normativa**

Se describe sintéticamente el tratamiento que dan las distintas normas de hormigón al método de bielas y tirantes.

– **Criterios de proyecto**

En este apartado se recogen una serie de criterios prácticos para la aplicación del método, por ejemplo: la forma de trazar los mecanismos resistentes, la manera de definir geoméricamente los nudos de los modelos, etc.

A continuación se aborda la **parte práctica** de aplicación del método de bielas y tirantes.

La redacción de esta parte de la monografía fue la más compleja: ya desde las primeras reuniones del grupo se comprobó que, como suele ocurrir en el proyecto, no existe una única solución para resolver un problema y que, en muchos casos existían visiones diferentes dentro del grupo de trabajo, lo que, sin duda, nos enriqueció a todos.

Ésta es, sin duda, una de las mayores ventajas e inconvenientes que presenta la aplicación del método de bielas y tirantes: hay que buscar un mecanismo resistente que suponga la mínima energía de deformación y que sea compatible con una disposición constructiva de armaduras, lo que implica un cierto aprendizaje y experiencia, así como la reflexión del técnico.

Como consecuencia de aquellos debates y para facilitar el uso del método, ya que son innumerables los ejemplos de aplicación que aparecen en la práctica diaria del proyecto, se prepararon una **colección de modelos** en los que se indicaron los posibles mecanismos resistentes. Estos modelos incluyen un gran número de elementos estructurales en el ámbito de la edificación, de los puentes y de las cimentaciones, de forma que el lector tenga una primera referencia de los posibles modelos de bielas y tirantes a usar.

Además se consideró imprescindible la resolución completa de una serie de elementos estructurales, **ejemplos de aplicación**, desarrollando desde el planteamiento del equilibrio hasta los croquis de definición de las armaduras, pasando por la comprobación de nudos, bielas y tirantes.

En la elección de los ejemplos a desarrollar se han buscado elementos estructurales que no estuviesen recogidos explícitamente en la bibliografía existente sobre el método y que, sin embargo, se presentasen en la práctica diaria del proyecto.

De esta forma se han recogido cuatro ejemplos correspondientes a **cimentaciones**: Encepado de una pantalla contraviento, encepado de una pila de puente con 6 pilotes, zapata sometida a flexión recta y zapata sometida a flexión esviada.

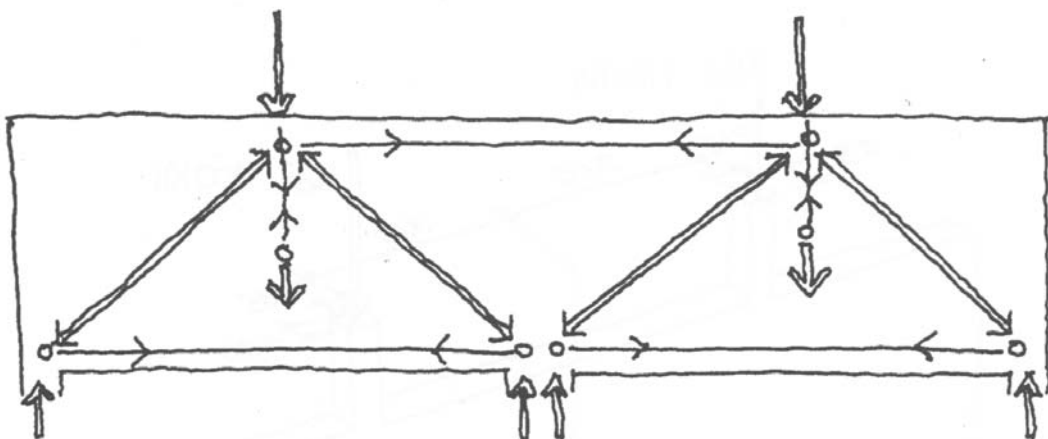
En el ámbito de los **puentes** se ha desarrollado el diseño de un diafragma de apoyos de un tablero con sección cajón y el dintel de una pila.

Por último se han desarrollado tres ejemplos de **edificación**: una ménsula corta, una viga de gran canto de dos vanos y una viga con cambio de canto.

Dentro del Grupo de Trabajo se considera que con el desarrollo completo de estos ejemplos, junto con las colecciones de modelos y los criterios de proyecto, se proporciona al lector las herramientas necesarias para la aplicación correcta del método.

De lo acertado de la visión de ACHE sobre la necesidad de difusión del método de bielas y tirantes, habla la concurrencia a los dos seminarios que se han organizado recientemente en los que se ha presentado esta monografía.

Como coordinador del Grupo de Trabajo he de agradecer a todos mis compañeros del grupo por el esfuerzo realizado, al Presidente de la Comisión I "Proyecto" por su apoyo incondicional y al Consejo de ACHE por todas las facilidades otorgadas para la redacción de la monografía.





# Normas que deben cumplir los artículos que se envíen

## 1. CONDICIONES GENERALES

Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural, acoge la publicación de artículos no sólo de sus asociados sino, también, de cuantos técnicos de todo el mundo que quieran comunicar los resultados de sus experiencias científicas o técnicas en el campo del hormigón estructural. Igualmente, y dada la cada vez mayor transversalidad que existe en el mundo de la investigación, proyecto y construcción de estructuras, la revista acogerá igualmente trabajos originales relacionados con cualquier otro material estructural.

Los originales de los Artículos que se deseen publicar en “Hormigón y Acero”, se enviarán a la Secretaría Administrativa de la ACHE. Deberán cumplir rigurosamente las normas que a continuación se especifican. En caso contrario, serán devueltos a sus Autores para su oportuna rectificación.

Los que cumplan los requisitos exigidos pasarán al Comité de Redacción de la Revista el cual, previo informe y evaluación de su calidad por los correspondientes Censores, decidirá si procede o no su publicación, sugiriendo eventualmente al Autor los cambios que, en su opinión, deben efectuarse para su final publicación en “Hormigón y Acero”. Toda correspondencia en este sentido se mantendrá directamente con el Autor o primero de los Autores que figuren en el Artículo.

Los originales de los artículos que por cualquier causa no fueran aceptados se devolverán al Autor.

## 2. PRESENTACIÓN DE ORIGINALES

Los originales de los artículos se presentarán en soporte magnético (disquete, zip o cd rom) escritos mediante el programa de tratamiento de Word 95, o superior. Podrá presentarse sólo el texto del artículo o, bien, el texto con gráficos, figuras y fotos insertados. En este último caso, se enviará también siempre, duplicados, todos los archivos digitales de las figuras, gráficos y fotos. Además, se enviarán 3 copias escritas en papel, por una sola cara, en hojas tamaño UNE A4, y con las figuras, fotografías y tablas, con el tamaño que se proponga para su reproducción.

### 2.1. Título

El título, en español e inglés, deberá de ser breve y explícito, reflejando claramente el contenido del Artículo. A con-

tinuación, se hará constar nombre y apellidos del Autor o Autores, titulación profesional y, si procede, Centro o Empresa en el que desarrolla sus actividades.

### 2.2. Resumen

Todo artículo deberá ir acompañado de un resumen en *español e inglés*, de extensión no inferior a cien palabras (unas ocho líneas mecanografiadas) ni superior a ciento cincuenta palabras (doce líneas).

El título del artículo, el nombre de autor o autores y los resúmenes del artículo en español e inglés se enviarán duplicados en un disquete aparte, con objeto de introducirlos automáticamente en la Base de Datos de artículos de la revista, que será incluida en la página web de la asociación a partir de su publicación en Hormigón y Acero.

### 2.3. Gráficos y figuras

Los gráficos y figuras deberán ir numerados correlativamente en el orden en que se citen en el texto, en el cual deberá indicarse el lugar adecuado de su colocación.

Los **planos** o **croquis** se presentarán siempre en soporte papel blanco, en formato A4, ( excepcionalmente se permitirá formato A3), debiéndose suprimir la información innecesaria y estar dibujados con tinta negra. El tamaño de números y letras empleados en el original deberá ser tal que, tras la reducción al ancho de una, dos o tres columnas, resulte de cuerpo 7 ( 1.7 5mm de altura) o, excepcionalmente, de cuerpo 6 (1,50 mm de altura).

Los originales de las figuras o gráficos se admiten en formato papel o en formato digital. En formato papel, éste será siempre blanco, todas las líneas estarán trazadas con tinta negra y no se permitirán colores, salvo en originales de figuras correspondientes a un artículo central. La distinción entre las distintas líneas se realizará, en su caso, mediante trazos distintos: continuo, discontinuo con rayas, ídem con puntos, etc., del grosor adecuado. El tamaño de letras y números seguirá las pautas indicadas para los planos, recomendándose un mínimo de cuerpo 7 para los títulos y de cuerpo 6 para el texto, una vez efectuada la reducción a 1,2 o 3 columnas.

Los gráficos se admiten también en archivo digital, sólo si éste está elaborado con el programa EXCEL®, el cual permite una buena comunicación con los programas de preimpresión. Las pautas de presentación son las mismas que las indicadas para las figuras en soporte papel, pero tiene la ventaja

de que, en imprenta, pueden manipularse los tamaños de forma bastante automática, pudiéndose lograr calidades de reproducción adecuadas en todos los casos, por lo se recomienda emplear este soporte para gráficos complicados. En cualquier caso, los archivos estarán adecuadamente identificados con un nombre, y relacionados con el número de gráfico o figura que corresponda.

Excepcionalmente se admitirán en formato digital gráficos o figuras de tipo “línea” escaneados, debiéndose utilizar entonces una resolución mínima de 300 ppm.

No se admite ningún tipo de texto, figura o gráfico en soporte digital realizado con Power-Point® por su imposibilidad de traducción a los programas de preimpresión.

Todas las figuras irán numeradas correlativamente como tales y llevarán su correspondiente pie explicativo.

#### 2.4. Fotografías

Se procurará incluir sólo las que, teniendo en cuenta su posterior reproducción, sean realmente útiles, claras y representativas. Con independencia de las copias que se piden para formar la maqueta, se deberán suministrar los originales. Estos pueden ser en formato analógico o digital.

En formato analógico se preferirá la diapositiva en color a la foto en papel color, y ésta a la de blanco y negro. No se admitirán como originales diapositivas realizadas sobre fondo azul.

En formato digital y, para fotografías originales, sólo se admiten fotografías digitales obtenidas con cámaras equipadas con un sensor de 2 millones de pixels de resolución o superior, y archivadas en formato SHQ/HQ (resolución superior a 1600x1200 pixels).

Para fotografías escaneadas, sólo puede garantizarse una calidad de reproducción mínima con resoluciones iguales o superiores a 1200ppm. Los originales deben enviarse preferentemente en archivos tipo TIF, admitiéndose, excepcionalmente, archivos JPG grabados con calidad óptima.

Todas las fotografías irán numeradas correlativamente como tales y llevarán su correspondiente pie explicativo.

#### 2.5. Tablas y cuadros

Cumplirán las condiciones indicadas para las figuras en el punto 2.3. Llevarán numeración correlativa, citada en el texto y un pie con la explicación adecuada y suficiente para su interpretación directa.

#### 2.6. Unidades

Las magnitudes se expresarán en unidades del Sistema Internacional (S.I.) según las UNE 5001 y 5002.

#### 2.7. Fórmulas, letras griegas, sub índices, exponentes

En las fórmulas se procurará la máxima calidad de escritura y emplear las formas más reducidas, siempre que no entrañen riesgo de incompreensión. Para su identificación se utilizará, cuando sea necesario, un número entre paréntesis, a la derecha de la fórmula.

Se elegirá un tipo de letra (Times New Roman u otra similares) tal que las letras griegas, sub índices y exponentes resulten perfectamente identificables, procurando evitar los exponentes complicados y letras afectadas simultáneamente de sub índices y exponentes.

Se diferenciarán claramente mayúsculas y minúsculas y aquellos tipos que puedan inducir a error (por ejemplo, la I y el 1; la O y el cero; la K y la k, etc. ).

#### 2.8. Referencias bibliográficas

Las referencias bibliográficas citadas en el texto se recogerán al final del mismo, dando todos los datos precisos sobre la fuente de publicación, para su localización.

Las citas en el texto se harán mediante números entre paréntesis. En lo posible, se seguirán las normas internacionales utilizadas generalmente en las diversas publicaciones, es decir:

##### *Referencias de Artículos publicados en Revistas*

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del Artículo; nombre de la publicación; número del volumen y fascículo; fecha de publicación, y número de la primera y última de las páginas que ocupa el Artículo al que se refiere la cita.

##### *Referencias de Libros*

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del libro; edición; editorial y lugar y año de publicación.

### 3. PRUEBAS DE IMPRENTA

De las primeras pruebas de imprenta se enviará una copia al Autor para que, una vez debidamente comprobadas y corregidas, las devuelva en el plazo máximo de quince días, con el fin de evitar el riesgo de que la publicación de su artículo tenga que aplazarse hasta un posterior número de “Hormigón y Acero”.

En la corrección de pruebas no se admitirán modificaciones que alteren sustancialmente el texto o la ordenación del Artículo original.