

Investigación en  
hormigón estructural I

# MIEMBROS DE LA ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL

Según los Estatutos de la Asociación existen dos tipos de miembros, uno para personas jurídicas y otro para personas físicas. De entre los primeros, y por la importancia que tienen para la Asociación por su contribución económica, destacan los **miembros Patrocinadores** y los **Protectores**. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

## MIEMBROS PATROCINADORES

- AGUAS Y ESTRUCTURAS, S.A.**—Pabellón de Checoslovaquia - Isla de la Cartuja. 41092 Sevilla.
- ALATEC, S.A.**—José Echegaray, 14. P.E. Las Rozas. 28230 Las Rozas (Madrid).
- ANEFHOP.**—Bretón de los Herreros, 43. 28003 Madrid.
- ASOCIACIÓN NACIONAL DE PREFABRICADOS Y DERIVADOS DEL CEMENTO (ANDECE).**—  
Pº de la Castellana, 226 - Entreplanta A. 28046 Madrid.
- ASSOCIACIÓ DE CONSULTORS D'ESTRUCTURES.**—Gran Capitá, 2-4. Edifici Nexus. 08034 Barcelona.
- CALIDAD SIDERÚRGICA.**—Orense, 58 - 10 C. 28020 Madrid.
- CARLOS FERNÁNDEZ CASADO, S.L.**—Grijalba, 9. 28006 Madrid.
- CEDEX (Laboratorio Central).**—Alfonso XII, 3. 28014 Madrid.
- CENTRO DE ESTUDIOS E INVESTIGACIONES CINSA-EP.**—Avda. Iparaguirre, 82, 1º. 48940 Leioa (Vizcaya).
- COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.**—Almagro, 42. 28010 Madrid.
- COLEGIO OFICIAL INGENIEROS INDUSTRIALES DE CATALUÑA.**—Vía Laietana, 39. 08003 Barcelona.
- CONSEJO GENERAL DE COLEGIOS OFICIALES DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TÉCNICOS.**—P.º de la Castellana, 155 - 1. 28046 Madrid.
- CYPE INGENIEROS, S.A.**—Avda. Eusebio Sempere, 5, planta B.03003 Alicante.
- DEPARTAMENTO DE MECÁNICA MEDIOS CONTINUOS ETSIC-UPM.**—Ciudad Universitaria, s/n. 28040 Madrid.
- DRAGADOS OBRAS Y PROYECTOS, S.A.**—Avda. de Tenerife, 4-6. Edificio Agua. 1ª planta. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).
- ESTEYCO, S.A.**—Menéndez Pidal, 17. 28036 Madrid.
- EUROCONSULT, S.A.**—Apartado 99. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).
- FCC CONSTRUCCIÓN, S.A.**—Acanto, 22. 28045 Madrid.
- FUNDACIÓN LABEIN.**—Cuesta de Olabeaga, 16. 48013 Bilbao.
- HILTI ESPAÑOLA, S.A.**—Isla de Java, 35. 28034 Madrid.
- IECA.**—José Abascal, 53-2º. 28003 Madrid.
- INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA CONSTRUCCION EDUARDO TORROJA.**—Serrano Galvache, s/n. 28033 Madrid.
- INSTITUTO TÉCNICO DE LA CONSTRUCCIÓN.**—Avda. de Elche, 164. 03008 Alicante.
- INTEINCO.**—Serrano, 85. 28006 Madrid.
- INTEMAC.**—Monte Esquinza, 30. 28010 Madrid.
- NECSO. Entrecanales Cubiertas, S.A.**—Avda. Europa, 18. Parque Empresarial La Moraleja. 28108 Alcobendas (Madrid).
- PRAINSA.**—Madrazo, 86 - Entlo. 1ª. 08021 Barcelona.
- S.G.S. TECNOS, S.A.**—C/Trespaderne, 29. 28042 Madrid

## MIEMBROS PROTECTORES

- ALVI, S.A.**—Travesía de Téllez, 4. 28027 Madrid.
- ARMACENTRO, S.A.**—Ctra. Alcalá a Carmama, Km. 4.900. 28816 Camarma de Esteruelas (Madrid)
- ARPO EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.**—Avda. de la Innovación, s/n. Edificio Espacio, planta 3.ª, mód. 4-7. 41020 Sevilla.
- ASOCIACIÓN ESPAÑOLA DE FABRICANTES DE ARMADURAS PASIVAS CERTIFICADAS PARA HORMIGÓN (AEFACER).**—C/ Cañada Real de las Merinas, 18. Avda. Eisenhower, Edif. 1 - of.2 - 3. 28042 Madrid.





Portada: Collage sobre la investigación en hormigón estructural. (Sobre una idea de J. Vaquero y J. Mari).

EDITAN:



Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja (C.S.I.C.)

Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid.

COMITÉ DE REDACCIÓN:

Director:

ORTEGA BASAGOITI, Luis María

Miembros del comité:

- AGUADO DE CEA, Antonio
- ARRIETA TORREALBA, José M<sup>a</sup>
- ASTIZ SUÁREZ, Miguel Ángel
- BARBAT BARBAT, Alex H.
- BURÓN MAESTRO, Manuel
- CUVILLO JIMÉNEZ, Ramón del
- FERNÁNDEZ GÓMEZ, Jaime
- GÁLVEZ RUIZ, Jaime
- LÓPEZ PALANCO, Rafael
- LLOMBART JAQUES, José Antonio
- MARTÍNEZ CALZÓN, Julio
- MILLANES MATO, Francisco
- MORÁN CABRÉ, Francisco
- PÉREZ-FADÓN MARTÍNEZ, Santiago
- RIPOLL GARCÍA-MANSILLA, Javier
- RODRÍGUEZ SANTIAGO, Jesús
- SIEGRIST FERNÁNDEZ, Carlos
- VAQUERO GARCÍA, Julio
- VILLAR LUENGO, José M<sup>a</sup> de

La Asociación, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, no se hace responsable del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocine su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

Hormigón y Acero:

E.T.S.I Caminos, Canales y Puertos  
Avda. profesor Aranguren, s/n  
Ciudad Universitaria  
28040 Madrid

Tel.: 91 336 66 98 - Fax: 91 336 67 02

Depósito Legal: M-853-1958

ISBN: 0439-5689

Diseño: María del Pozo

Imprime: Invoprint, S.L.

# HORMIGÓN y Acero

MONOGRÁFICO SOBRE LA INVESTIGACIÓN EN HORMIGÓN ESTRUCTURAL EN ESPAÑA I (NÚM. 232)

<b>Desarrollo de nuevos diagramas tensión-deformación para el dimensionamiento en E.L.U. de elementos de hormigón estructural de alta resistencia</b> . . . . .	7-17
<i>Development of new stress-strain diagrams to the design in U.L.S. of high strength structural concrete</i>	
<i>G. Gutiérrez Martín, M. A. Vicente Cabrera, y D.C. González Cabrera</i>	
<b>Estudio del comportamiento en flexocompresión de los hormigones de alta resistencia</b> . . . . .	19-28
<i>Behaviour of high strength concrete under bending and compression</i>	
<i>J.J. Arenas de Pablo, G. Gutiérrez Martín, M.A. Vicente Cabrera y D.C. González Cabrera</i>	
<b>Cálculo a cortante de vigas de hormigón de alta resistencia</b> . . . . .	29-50
<i>Shear design of reinforced high-strength concrete beams</i>	
<i>A. Cladera Bohigas y A. Marí Bernat</i>	
<b>Estudio teórico y experimental de la respuesta a cortante en juntas secas de puentes de dovelas</b> . . . . .	51-61
<i>Theoretical and experimental study on the shear behaviour of dry joints segmental bridges</i>	
<i>G. Ramos, Á.C. Aparicio, J. Turmo, T. Polo, J. Piernagorda y S. Llopart</i>	
<b>Estudio analítico y experimental de los efectos de las deformaciones impuestas en las estructuras integrales</b> . . . . .	63-81
<i>Analytic and experimental study of imposed deformation effects in integral structures</i>	
<i>H. Corres Peiretti, J.A. Martín-Caro Álamo, T. Petschke, V. Moreno Padilla y J. Torrico Narváez</i>	
<b>Estudio de la problemática estructural de las losas de transición. Interacción terreno losa</b> . . . . .	83-96
<i>Structural study of the problems affecting the bridge approach slabs. Extension to the soil-slab interaction</i>	
<i>J.A. Pacheco Monteagudo, L. Albajar Molera y C. Sagaseta Millán</i>	
<b>Refuerzo a flexión de vigas de hormigón armado con materiales compuestos. Estudio de la zona de anclaje</b> . . . . .	97-112
<i>Flexural strengthening of RC beams using composite materials. End anchorage study</i>	
<i>E. Oller Ibars, D. Cobo del Arco y A.R. Marí Bernat</i>	
<b>Estudio numérico del comportamiento de los hormigones reforzados con fibras cortas</b> . . . . .	113-123
<i>Numerical study of the behaviour of concrete reinforced with short fibers</i>	
<i>S. Oller, A.H. Barbat y J. Miquel</i>	
<b>Evaluación probabilista del comportamiento sísmico de edificios porticados de hormigón armado</b> . . . . .	125-136
<i>Probabilistic assessment of the seismic behaviour of reinforced concrete framed buildings</i>	
<i>R. Moreno González, J.M. Bairán García, L. Pujades Beneitt, Á.C. Aparicio Bengoechea y A.H. Barbat Barbat</i>	
<b>Evaluación de la seguridad de estructuras de hormigón mediante un sencillo modelo de daño isotrópico</b> . . . . .	137-157
<i>Evaluation of the safety of concrete structures using a simple isotropic damage model</i>	
<i>E. Oñate, A. Hanganu y J. M. Canet</i>	
<b>Normas de publicación de artículos</b> . . . . .	159-160



Portada: Collage sobre la investigación en hormigón estructural. (Sobre una idea de J. Vaquero y J. Mari).

EDITAN:



Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja (C.S.I.C.)

Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid.

COMITÉ DE REDACCIÓN:

Director:  
ORTEGA BASAGOITI, Luis María

Miembros del comité:  
AGUADO DE CEA, Antonio  
ARRIETA TORREALBA, José M<sup>a</sup>  
ASTIZ SUÁREZ, Miguel Ángel  
BARBAT BARBAT, Alex H.  
BURÓN MAESTRO, Manuel  
CUVILLO JIMÉNEZ, Ramón del  
FERNÁNDEZ GÓMEZ, Jaime  
GÁLVEZ RUIZ, Jaime  
LÓPEZ PALANCO, Rafael  
LLOMBART JAQUES, José Antonio  
MARTÍNEZ CALZÓN, Julio  
MILLANES MATO, Francisco  
MORÁN CABRÉ, Francisco  
PÉREZ-FADÓN MARTÍNEZ, Santiago  
RIPOLL GARCÍA-MANSILLA, Javier  
RODRÍGUEZ SANTIAGO, Jesús  
SIEGRIST FERNÁNDEZ, Carlos  
VAQUERO GARCÍA, Julio  
VILLAR LUENGO, José M<sup>a</sup> de

La Asociación, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, no se hace responsable del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocine su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

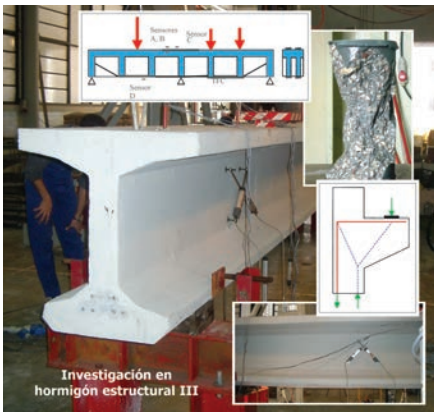
De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

Hormigón y Acero:  
E.T.S.I Caminos, Canales y Puertos  
Avda. profesor Aranguren, s/n  
Ciudad Universitaria  
28040 Madrid  
Tel.: 91 336 66 98 - Fax: 91 336 67 02  
Depósito Legal: M-853-1958  
ISBN: 0439-5689  
Diseño: María del Pozo  
Imprime: Invoprint, S.L.

# HORMIGÓN y acero

MONOGRÁFICO SOBRE LA INVESTIGACIÓN EN HORMIGÓN ESTRUCTURAL EN ESPAÑA II (NÚM. 233)

<b>Comportamiento en rotura y en servicio de puentes de vigas prefabricadas in situ con continuidad en negativos</b> .....	7-22
<i>Behaviour in failure and service of bridge decks built with in situ precast beams made continuous over the supports</i> M. Sánchez Pérez, A. Pérez Caldentey y H. Corres Peiretti	
<b>Ensayo en rotura de dos vigas hiperestáticas postesas. Resultados experimentales y teóricos</b> .....	23-35
<i>Ultimate bearing capacity of two prestressed continuous beams. Experimental and theoretical results</i> A. Pérez Caldentey, H. Corres Peiretti, M. Sánchez Pérez y J. Torrico Narváz	
<b>Estudio experimental sobre la monitorización continua y a largo plazo de estructuras</b> .....	37-45
<i>Experimental study on the long-term monitoring of structures</i> J.R. Casas y R. Gettu	
<b>Aproximación a las pérdidas de pretensado en viguetas de cemento aluminoso</b> .....	47-53
<i>Losses approximation of alumina concrete pre-stressed small beams</i> V. Alegre, T. Antonio, E. Carrasco, J. Terzán	
<b>Estudio experimental de leyes momento curvatura en servicio de piezas de hormigón armado sometidas a flexión pura</b> .....	55-63
<i>Experimental study on the influence of cover a quantity of reinforcement with different diameters in the moment curvature relationship</i> J. Ley Urzáiz y J. Calavera Ruiz	
<b>Análisis de estructuras de hormigón armado con una deficiente transferencia de tensiones hormigón-acero</b> .....	65-79
<i>Assessment of reinforced concrete structures with deficiency concrete steel stress transfer</i> J.P. Gutiérrez, M. Molina, A. Recuero, M.D. García, C. López	
<b>Propuesta de estudio experimental de soportes esbeltos de HAR sometidos a esfuerzos de flexión esviada</b> .....	81-87
<i>Proposal of experimental study of HSC slender columns under axial forces and biaxial bending</i> J. L. Bonet Senach, P.F. Miguel Sosa, M.A. Fernández Prada, P. Serna Ros, J.R. Martí Vargas, M.L. Romero García y L. Pallarés Rubio	
<b>Estudio del comportamiento del hormigón con fibras de acero en elementos laminares de pequeño espesor y su comportamiento post-fisuración</b> .....	89-101
<i>Study of the behaviour of steel fiber reinforced concrete in shell structures and its post-cracking behaviour</i> A. Domingo, P. Serna y C. Lázaro	
<b>Análisis de piezas sometidas a cortante con bajas cuantías de armadura longitudinal. Estudio teórico de elementos estructurales con estas características y definición de un programa experimental de investigación</b> .....	103-118
<i>Analysis of reinforced concrete elements with low reinforcement ratios subject to shear. Theoretical study proposal of an experimental program</i> A. Pérez Caldentey, P. Padilla Lavaselli y H. Corres Peiretti	
<b>Diseño de un ensayo para el estudio experimental del anclaje de armaduras pasivas en nudos C-C-T</b> .....	119-128
<i>Design of a test for experimental analysis of passive reinforcement anchorage in C-C-T joints</i> P.F. Miguel Sosa, J.R. Martí Vargas, M.A. Fernández Prada, M <sup>a</sup> C. Castro Bugallo, J.L. Bonet Senach, P. Serna Ros y M.L. Romero García	
<b>Recientes avances en la caracterización del hormigón reforzado con fibras de acero</b> .....	129-143
<i>Recent advances in the characterization of steel fiber reinforced concrete</i> R. Gettu, B.E. Barragán, G. Ramos y F. Capilla	
<b>Análisis del comportamiento estructural del hormigón: de la micro a la macro estructura. Aplicación al caso de presas</b> .....	145-158
<i>Analysis of structural behaviour: from micro - to macrostructure. Application to dams</i> A. Aguado, L. Agulló, I. Carol, I. Casanova, C. M. <sup>a</sup> López	
<b>Normas de publicación de artículos</b> .....	159-160



Portada: Collage sobre la investigación en hormigón estructural. (Sobre una idea de J. Vaquero y J. Mari).

EDITAN:



Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja (C.S.I.C.)

Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid.

COMITÉ DE REDACCIÓN:

Director:

ORTEGA BASAGOITI, Luis María

Miembros del comité:

AGUADO DE CEA, Antonio  
 ARRIETA TORREALBA, José M<sup>a</sup>  
 ASTIZ SUÁREZ, Miguel Ángel  
 BARBAT BARBAT, Alex H.  
 BURÓN MAESTRO, Manuel  
 CUVILLO JIMÉNEZ, Ramón del  
 FERNÁNDEZ GÓMEZ, Jaime  
 GALVEZ RUIZ, Jaime  
 LÓPEZ PALANCO, Rafael  
 LLOMBART JAQUES, José Antonio  
 MARTÍNEZ CALZÓN, Julio  
 MILLANES MATO, Francisco  
 MORÁN CABRÉ, Francisco  
 PÉREZ-FADÓN MARTÍNEZ, Santiago  
 RIPOLL GARCÍA-MANSILLA, Javier  
 RODRÍGUEZ SANTIAGO, Jesús  
 SIEGRIST FERNÁNDEZ, Carlos  
 VAQUERO GARCÍA, Julio  
 VILLAR LUENGO, José M<sup>a</sup> de

La Asociación, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, no se hace responsable del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocine su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

Hormigón y Acero:

E.T.S.I Caminos, Canales y Puertos  
 Avda. profesor Aranguren, s/n  
 Ciudad Universitaria  
 28040 Madrid  
 Tel.: 91 336 66 98 - Fax: 91 336 67 02  
 Depósito Legal: M-853-1958  
 ISBN: 0439-5689  
 Diseño: María del Pozo  
 Imprime: Invoprint, S.L.

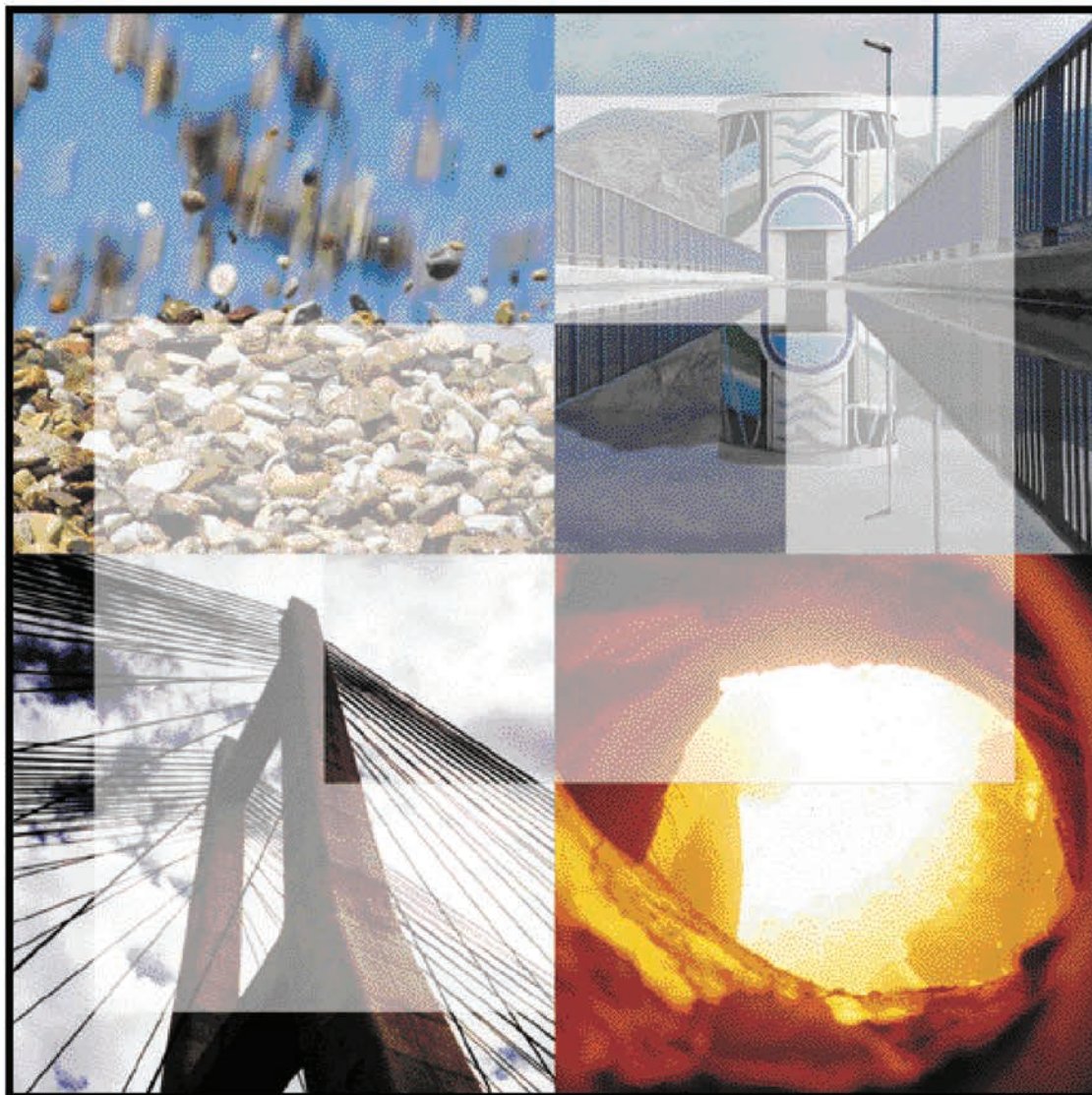
# HORMIGÓN y Acero

MONOGRÁFICO SOBRE LA INVESTIGACIÓN EN HORMIGÓN ESTRUCTURAL EN ESPAÑA III (NÚM. 234)

<b>Comportamiento estático y a fatiga de la adherencia entre armaduras no metálicas y hormigones de naturaleza diversa</b> .....	7-18
<i>Static and fatigue behaviour of bonding between non metallic rebars and concretes of different nature</i> J.T. San-José Lombera, J.L. Ramírez Ortiz e I.J. Vegas Ramiro	
<b>Estudio de los mecanismos combinados de fisuración y adherencia en elementos de hormigón pretensado</b> .....	19-30
<i>Study of the bond and splitting in pretensioned concrete elements</i> J.C. Gálvez Ruiz, B.S. Tork y J. Planas Rosselló	
<b>Estudio de la adherencia de cordones de pretensado en hormigones de alta resistencia a muy corto plazo</b> .....	31-38
<i>A study on prestressed tendons bond to HSC in very short time spans</i> J.R. Martí Vargas, P. Serna Ros, M.A. Fernández Prada, P. Miguel Sosa y C. Arbeláez Jaramillo	
<b>Longitud máxima eficaz de transferencia en refuerzo de pilares por encamisado de hormigón</b> .....	39-50
<i>Maximum effective transference length in column strengthening by reinforced concrete</i> B. Navarrete Francisco y J. Calavera Ruiz	
<b>Desarrollo de estrategias de obtención de cemento a partir de los residuos de construcción y demolición</b> .....	51-61
<i>Strategies for cement manufacture using construction and demolition waste</i> J.A. Sánchez de Sancha, C. Urcelay Gordóbil, E. Guede Vázquez	
<b>Los requerimientos ambientales en la toma de decisiones sobre estructuras de hormigón</b> .....	63-73
<i>The environmental requirements in the decision making process on concrete structures</i> A. Aguado, A. Josa, G. Ormazábal, B. Estévez y A. Cardim	
<b>Estudio experimental de las propiedades mecánicas y químicas de vigas de hormigón armado sometidas a diferentes ataques químicos</b> .....	75-88
<i>Experimental study of mechanicals and chemical properties of reinforced concrete beams under different chemical attacks</i> M. Cordero, A.C. Aparicio y E. Vázquez	
<b>Estabilidad colorimétrica e influencia de la adición de pigmentos inorgánicos en hormigones sometidos a distintos estados de exposición ambiental</b> .....	89-95
<i>Colorimetric stability and influence of the addition of inorganic pigments in concretes under different weathering conditions</i> F. Carvalho y J. Calavera	
<b>Diagramas característicos tensión-deformación de los aceros soldables con características especiales de ductilidad con marca Arcer</b> .....	97-107
<i>Characteristic stress-strain curves of Arcer mark special ductility weldable steel</i> J.M. Gállego Estévez y N. Ruano Paniagua	
<b>Uso económico de composites de polímeros avanzados con hormigón en estructuras (Proyecto I+D: BRITE Compton)</b> .....	109-119
<i>The economic use of advanced polymer composites with concrete in structures (COMPCON R&amp;D BRITE project)</i> F. Hue García	
<b>Comportamiento mecánico de estructuras de fábrica de ladrillo</b> .....	121-134
<i>Mechanical behaviour of the structural brickwork masonry</i> J.C. Gálvez, E. Reyes Pozo y M.J. Casati Calzada	
<b>Normas de publicación de artículos</b> .....	135-136



# Cimentando soluciones



- ✓ *Asistencia técnica a la Administración y usuarios del cemento y el hormigón.*
- ✓ *Investigación.*
- ✓ *Normalización y Certificación.*
- ✓ *Publicaciones técnicas.*



José Abascal, 53, 2º. 28003 MADRID.  
Teléf.: 91 442 93 11. Fax: 91 442 72 94.  
<http://www.ieca.es>

Delegaciones en:  
Madrid, Barcelona, Valencia,  
Sevilla, Bilbao, León y Canarias.

# Monográfico sobre la investigación en hormigón estructural en España



El presente número (232) de la Revista Hormigón y Acero y los dos siguientes (233, 234) constituyen un monográfico dedicado a proyectos de investigación en Hormigón Estructural llevados a cabo en España recientemente.

El origen de estos números monográficos se remonta a finales de 2002, cuando el nuevo Consejo de ACHE surgido de la Asamblea de Madrid se planteó la idea de editar algunos números monográficos y, entre ellos, uno dedicado a la investigación, dado el creciente número de proyectos de investigación que, en los últimos años, se han desarrollado, financiados bien por el Plan Nacional de I+D+I, bien por las Comunidades Autónomas, Universidades o Empresas.

Con el encargo expreso del Consejo de ACHE de coordinar este número y tras la aprobación del Comité de Redacción de la revista, inicié contacto con numerosos investigadores y profesionales de la ingeniería estructural, invitándoles a participar en este número monográfico a través de artículos que plasmasen la investigación realizada en los últimos años en este campo. La respuesta fue magnífica, ya que se propusieron inicialmente 45 artículos, de los cuales finalmente 33 han llegado a quedar plasmados por escrito. Esta extraordinaria respuesta se ha traducido en la imposibilidad física de agruparlos en un solo número de la revista, dando lugar así a un monográfico que ocupará no uno, sino tres números de Hormigón y Acero. Por razones de urgencia, en el momento de plantear la metodología de trabajo se consideró, con la aceptación del Comité de Redacción, que el proceso de revisión de los artículos finalmente presentados se llevase a cabo por parte de un solo revisor, con la colaboración, en caso necesario, del coordinador del número monográfico. En este caso, los revisores han sido conocidos expertos en los temas del hormigón estructural, algunos de ellos del propio Comité de Redacción de la Revista y otros no.

Dado el carácter monográfico de este número, no se incluye el habitual artículo central dedicado a una realización específica que ha venido siendo norma en la revista. Esto se traduce además, a efectos prácticos, en la ausencia de las páginas editadas en color que, asociadas a dicho artículo central, se venían asomando a Hormigón y Acero desde la puesta en marcha de esa costumbre, en 1999. Por ello, se ha adoptado la decisión de publicar este triple monográfico a dos tintas, con objeto de hacer más atractiva su presentación, que no su lectura, ya sobrada de interés por el contenido de los artículos.

Además, estos tres números tienen otra característica no habitual en su presentación, decidida para subrayar su carácter monográfico, al haber optado por incluir en todos los números el índice completo correspondiente a los tres. En cada uno de ellos, se ha resaltado el texto del índice que corresponde a ese número mediante el empleo del color negro habitual, mientras el de los otros números aparece atenuado en gris. Por decisión del Consejo de ACHE, también se ha optado por distribuir los tres números simultáneamente.

Sin pretender cubrir toda la investigación que se viene realizando en España en Hormigón Estructural en los últimos años, sí podemos constatar con gran satisfacción el gran número y la calidad de los artículos publicados, los cuales abordan temáticas muy diversas y constituyen una muestra significativa de la actividad investigadora realizada en Universidades, Centros de Investigación y Empresas.

La distribución de los artículos entre los tres números de la revista que constituyen el monográfico, se ha realizado tratando de lograr una cierta homogeneidad tanto de temática como de tamaño de cada número. En los números 232 y 233 se incluyen los artículos de carácter esencialmente teórico, que tratan de simular el comportamiento estructural mediante modelos conceptuales o numéricos, incluyendo, en su

caso, el contraste experimental de los resultados teóricos. En el número 234 se agrupan los trabajos de carácter fundamentalmente experimental y aquellos que se refieren a materiales, durabilidad u otros.

El presente número consta de 10 artículos teórico-experimentales: tres de ellos se dedican al hormigón de alta resistencia (ecuaciones constitutivas, cálculo a flexión y cálculo a cortante), otros tres tratan de fenómenos propios de puentes (comportamiento de juntas secas en dovelas prefabricadas, efectos de las deformaciones impuestas en puentes integrales y estudio de la problemática estructural de losas de transición), dos artículos tratan del comportamiento de estructuras que incluyen materiales compuestos (estudio de las zonas de anclaje de vigas reforzadas con fibra de carbono y estudio del comportamiento de los hormigones reforzados con fibras cortas) y otros dos artículos abordan estudios de seguridad (evaluación probabilista del comportamiento sísmico o evaluación determinista mediante modelos de daño).

Deseo expresar mi agradecimiento a todos cuantos han colaborado a que este triple monográfico de Hormigón y Acero haya visto la luz. En primer lugar a los autores, por el esfuerzo realizado y por la calidad de los artículos enviados y a los revisores, quienes han hecho un trabajo riguroso y puntual, contribuyendo con sus sugerencias a mejorar la calidad de los artículos; al Comité de Redacción y en especial y a su Director y amigo, Luis Ortega Basagoiti, por su concienzudo trabajo en el establecimiento de criterios, en el impulso de la revista y en el trabajo concreto de elaboración de estos números; al Consejo de ACHE, que depositó su confianza en mí para llevar adelante este proyecto, lo que considero un gran honor, y como no, a mi secretaria Silvia Borges y a Beatriz Gutiérrez, secretaria de ACHE, quienes tanto han ayudado en la gestión de la información y en facilitar la relación entre autores, coordinador y Comité de Redacción. A todos ellos muchas gracias.

ANTONIO R. MARÍ BERNAT  
*Coordinador del Monográfico sobre  
Investigación en hormigón estructural*



# Desarrollo de nuevos diagramas tensión-deformación para el dimensionamiento en E.L.U. de elementos de hormigón estructural de alta resistencia

## *Development of new stress-strain diagrams to the design in U.L.S. of high strength structural concrete*

**Germán Gutiérrez Martín**  
(Universidad de Cantabria)



**Miguel A. Vicente Cabrera**  
(Universidad de Burgos)



**Dorys C. González Cabrera**  
(Universidad de Burgos)

### RESUMEN

Este artículo desarrolla tres nuevos diagramas tensión-deformación, alternativos a los propuestos en la actualidad por las diferentes normas europeas y americanas para el diseño de elementos de hormigón estructural de alta resistencia frente a esfuerzos de flexión compuesta. Los diagramas propuestos en este artículo presentan algunas diferencias sustanciales con respecto a los utilizados en la actualidad. La más importante es que estos diagramas incluyen, en su definición matemática la influencia de la forma de la sección en el comportamiento del hormigón de alta resistencia frente a esfuerzos de flexocompresión.

Estos diagramas son el resultado más importante de la campaña de ensayos llevada a cabo por los autores en el Laboratorio de Estructuras de la Universidad de Cantabria.

### SUMMARY

*This paper develops three new stress-strain diagrams, alternative to the actually proposed by the European and American Codes, to design structural concrete elements under combined bending and axial efforts. The diagrams proposed in this paper have some substantial differences with the ones actual use. The most important is that these new diagrams includes, in their mathematical definition, the influence of the cross-section shape in the behaviour of high strength concrete under bending compression.*

*These new diagrams are the main result of the testing campaign carried out by the authors at the Structures Laboratory of the University of Cantabria.*

### 1. INTRODUCCIÓN

El presente artículo es el resultado de un ambicioso proyecto de investigación, cuyo objetivo último es la obtención de nuevos diagramas tensión-deformación para el dimensionamiento de elementos de hormigón estructural de Alta Resistencia en Estado Límite Último de agotamiento frente a sollicitaciones que producen tensiones normales. Ha sido financiado con fondos FEDER y ha contado con la colaboración de la empresa de prefabricados PRECON. La motivación principal de este trabajo de investigación es el conocer un poco más sobre los hormigones de alta resistencia y su posible respuesta en la práctica (1 a 15).

De este estudio han salido dos tesis doctorales (16 y 17), un artículo internacional (27) y las dos patentes que se exponen a continuación:

- Sistema universal de compresión excéntrica en probeta móvil "P200200583".
- Procedimiento de ensayo de compresión excéntrica en probetas de hormigón "P200200582".

### 2. CAMPAÑA EXPERIMENTAL

En el Laboratorio de Estructuras de la Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad de Cantabria se ha llevado a cabo una amplia campaña de ensayos sobre probetas de hormigón de alta resistencia.

El ensayo consistió en someter a las probetas de hormigón a una carga vertical creciente hasta rotura, situada en un punto tal de la sección que una de las fibras de la probeta (definida a priori, que llamaremos fibra de control) se mantenga, durante todo el ensayo, con deformación vertical nula.

Los parámetros de ensayo estudiados fueron los siguientes:

- *Resistencia a compresión del material.* Se utilizaron hormigones con resistencias medias a 28 días entre 55 y 105 MPa.
- *Forma de la probeta.* Se ensayaron probetas rectangulares, semicirculares, triangulares con deformación nula en arista y triangulares con deformación nula en cara.
- *Edad de rotura.* Se ensayaron a 3, 7, 28 y 90 días.

Para llevar a cabo el ensayo, se ha desarrollado una máquina capaz, de forma simultánea, de aplicar la carga vertical sobre la probeta y de moverla horizontalmente con objeto de cumplir, en todo momento, con la condición de deformación nula en fibra de control.

La información obtenida ha sido muy amplia, puesto que en la campaña de ensayos se analizaron 240 probetas con formas especiales, además de 60 probetas cilíndricas normalizadas de 100 x 200 mm para la caracterización de los hormigones. De cada ensayo y en todo momento se recogieron 4 parámetros fundamentales, que son: carga vertical, su posición, deformación en la fibra más comprimida y la deformación en la fibra de control.

El análisis del comportamiento del hormigón durante el ensayo es objeto de otro artículo. Para este trabajo, nos interesan fundamentalmente los valores obtenidos en el momento de la “rotura”. En particular, de cada ensayo, se tomaron los siguientes parámetros:

- Carga de rotura
- Posición de la carga en rotura
- Deformación de la fibra más comprimida
- Resistencia del hormigón
- Módulo de Elasticidad Longitudinal

### 3. ANÁLISIS DE LA NORMATIVA EXISTENTE

Con los resultados obtenidos se ha procedido, en primer lugar, a chequear si los diagramas tensión-deformación propuestos por las más relevantes normas europeas y americanas (así como la diferente formulación relativa a deformación máxima en rotura y al módulo de elasticidad longitudinal) predicen adecuadamente los resultados obtenidos de los ensayos.

Se han elegido siete normas internacionales, las cuales se consideran representativas de la mayor parte de la normativa existente en la actualidad. Éstas son las que se indican a continuación (18-26):

- Instrucción Española del Hormigón Estructural (EHE)
- Código Modelo (MC90)
- Código Noruego (NS3473).
- Código Finandés (MK 1983/1984. Suplemento DBY34)
- ACI 318-95
- Norma Holandesa (NEN)
- Norma Sueca (BBK79).

#### Instrucción Española del Hormigón Estructural (EHE)

Para el dimensionamiento frente a tensiones normales de elementos de hormigón estructural, la norma española EHE propone, como diagramas tensión-deformación del hormigón, los dos que se exponen a continuación:

- Diagrama parábola-rectángulo (EHE-1) (Figura 1): Está formado por una parábola de segundo grado y un segmento rectilíneo. La expresión matemática del diagrama es la que se indica a continuación.

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} 0,85 \cdot f_{cd} \cdot \eta \cdot (2 - \eta) & \text{si } 0 \leq \varepsilon < \varepsilon_{c1} \\ 0,85 \cdot f_{cd} & \text{si } \varepsilon_{c1} \leq \varepsilon < \varepsilon_{cu} \end{cases}$$

siendo:

$$\eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}}, \text{ con } \varepsilon_{c1} = 0,002; \varepsilon_{cu} = 0,0035 \cdot \frac{50}{f_{ck}}$$

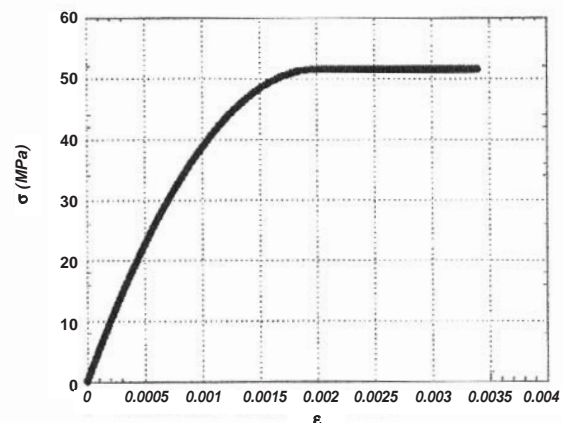


Figura 1. Diagrama tensión-deformación EHE-1.

- Diagrama rectangular (EHE-2) (Figura 2) cuya expresión es:

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq \varepsilon < (1 - \lambda) \cdot \varepsilon_{cu} \\ 0,85 \cdot f_{cd} & \text{si } (1 - \lambda) \cdot \varepsilon_{cu} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cu} \end{cases}$$

siendo  $\lambda = \left(1 - \frac{f_{ck} \cdot 250}{3}\right)$

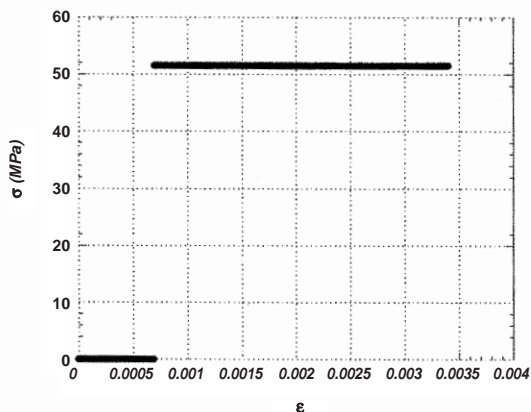


Figura 2. Diagrama tensión-deformación EHE-2.

Por su parte, para el módulo de elasticidad, la norma española admite, para los hormigones de alta resistencia, la misma expresión que la desarrollada para los hormigones convencionales:

$$E_c = 10000 \cdot (f_{ck} + 8)^{\frac{1}{3}}$$

**Código Modelo (MC-90)**

El Código Modelo propone dos diagramas tensión-deformación:

- Diagrama parabólico (MC-1) (Figura 3): La expresión matemática del diagrama es la que se indica a continuación:

Rama ascendente:  $\sigma(\epsilon) = f_{ck} \cdot \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta}$

Rama descendente:  $\sigma(\epsilon) = \frac{f_{ck}}{\left[1 + \left(\frac{\eta - 1}{\eta_2 - 1}\right)^2\right]}$

siendo:

$$k = \frac{E_{ci}}{\frac{f_{cm}}{0,0022}}$$

$$\eta = \frac{\epsilon}{\epsilon_{c1}}, \text{ con } \epsilon_{c1} = -0,7 \cdot f_{cm}^{0,31} / 1000$$

$$\eta_2 = \frac{(\epsilon_{c1} + t)}{\epsilon_{c1}}, \text{ tomando t los valores recogidos en [20]}$$

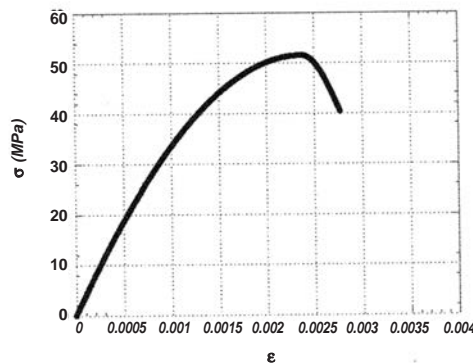


Figura 3. Diagrama tensión-deformación MC-1.

- Diagrama parábola - rectángulo (MC-2) (Figura 4), cuya expresión matemática es la siguiente:

$$\sigma(\epsilon) = \begin{cases} 0,85 \cdot f_{cd} \cdot \left[1 - \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{c1}}\right)^n\right] & \text{si } 0 \leq \epsilon < \epsilon_{c1} \\ 0,85 \cdot f_{cd} & \text{si } \epsilon_{c1} \leq \epsilon \leq \epsilon_{cu} \end{cases}$$

siendo:

$$\epsilon_{c1} = 0,002 - 0,5 \cdot (f_{ck} - 50) \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_{cu} = 0,0025 + 0,002 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{100}\right)$$

$$n = 2 - 0,008 \cdot (f_{ck} - 50)$$

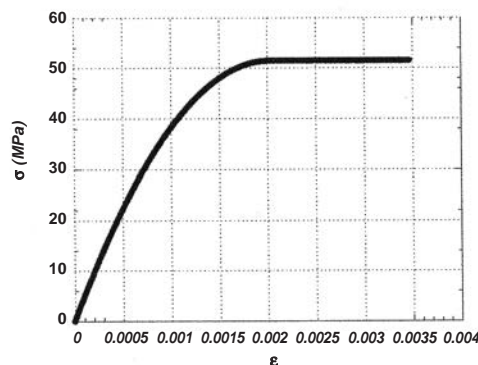


Figura 4. Diagrama tensión-deformación MC-2.

El código modelo propone, para el módulo de elasticidad longitudinal, la siguiente expresión matemática:

$$E_c = 22000 \cdot \left(\frac{f_{ck} + 8}{10}\right)^{0,3}$$

**Código Noruego (NS3437)**

El código noruego propone un diagrama tensión-deformación bilineal, con la siguiente expresión matemática (Figura 5).



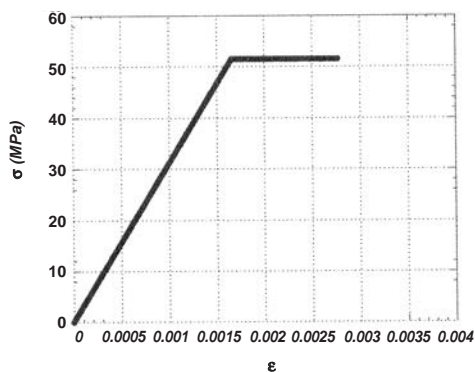


Figura 5. Diagrama tensión-deformación NS3437.

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{cm}} \cdot \varepsilon & \text{si } 0 \leq \varepsilon < \varepsilon_{cm} \\ f_{cd} & \text{si } \varepsilon_{cm} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cu} \end{cases}$$

siendo:

$$\varepsilon_{cm} = \frac{f_{cd}}{E_c}$$

$$\varepsilon_{cu} = \left( 2,5 \cdot (0,004 \cdot f_{cd} + 1,9) \cdot 10^{-3} - 1,5 \right) \cdot \varepsilon_{cm}$$

Por su parte, el valor del módulo de elasticidad longitudinal en compresión del hormigón puede ser deducido de la siguiente fórmula:

$$E_c = 9500 \cdot f_{ck}^{0,3}$$

### Código Finlandés (MK B4 1983/84. Suplemento DBY 34)

El código finlandés presenta un suplemento en el que se dan pautas de diseño para los hormigones de alta resistencia. El diagrama tensión-deformación propuesto es trilineal, con la siguiente expresión (Figura 6).

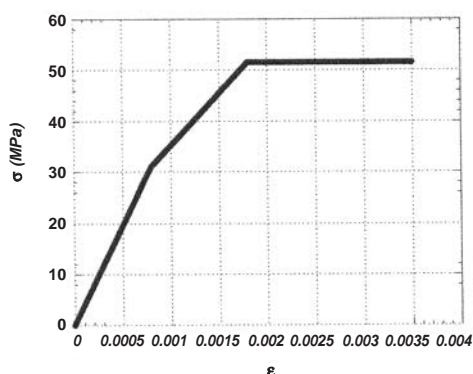


Figura 6. Diagrama tensión-deformación DBY 34.

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} E_c \cdot \varepsilon & \text{si } 0 \leq \varepsilon < \varepsilon_{c0} \\ 0,6 \cdot f_{ck} + \frac{0,4 \cdot f_{ck}}{\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c0}} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{c0}) & \text{si } \varepsilon_{c0} \leq \varepsilon < \varepsilon_{c1} \\ f_{cd} & \text{si } \varepsilon_{c1} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cu} \end{cases}$$

siendo:

$$\varepsilon_{c1} = 0,002 - 0,5 \cdot (f_{ck} - 50) \cdot 10^{-5}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0,0025 + 0,002 \cdot \left( 1 - \frac{f_{ck}}{100} \right)$$

$$n = 2 - 0,008 \cdot (f_{ck} - 50)$$

Para el módulo de elasticidad propone un valor constante e igual a 38.700 MPa.

### ACI 318-02

La norma americana admite, como diagrama tensión-deformación del hormigón en compresión, cualquier diagrama (de tipo rectangular, trapezoidal, parabólico, etc.) siempre que sus resultados sean concordantes con los resultados experimentales. Para facilitar el cálculo, la norma americana propone un diagrama rectangular con la siguiente expresión matemática (Figura 7).

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq \varepsilon(1-\lambda) \cdot \varepsilon_{cu} \\ 0,85 \cdot f_{cd} & \text{si } (1-\lambda) \cdot \varepsilon_{cu} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cu} \end{cases}$$

estando  $\lambda$  definido en [23]

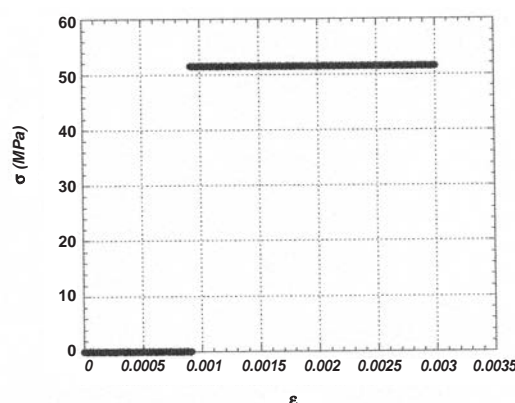


Figura 7. Diagrama tensión-deformación ACI.

Para el módulo de elasticidad longitudinal, el ACI propone la siguiente expresión:

$$E_c = 3320 \cdot \sqrt{f_{ck}} + 6900$$

### Norma Holandesa (NEN)

El diagrama tensión-deformación propuesto es de tipo bilineal con la siguiente expresión (Figura 8).

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c1}} \cdot \varepsilon & \text{si } 0 \leq \varepsilon < \varepsilon_{c1} \\ f_{cd} & \text{si } \varepsilon_{c1} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cu} \end{cases}$$

siendo:

$$\epsilon_{c1} = (1,75 + 0,00375 \cdot (f_{ck} - 65)) \cdot 10^{-3}$$

$$\epsilon_{cu} = (3,5 - 0,025 \cdot (f_{ck} - 65)) \cdot 10^{-3}$$

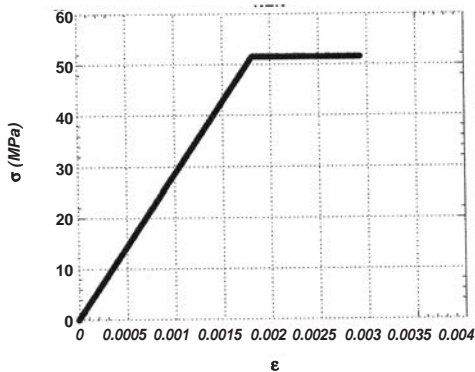


Figura 8. Diagrama tensión-deformación NEN.

Para la determinación del módulo de elasticidad longitudinal, la norma holandesa propone la siguiente expresión simplificada:

$$E_c = 35900 + 40 \cdot f_{ck}$$

**Norma Sueca (BBK 79)**

Para el cálculo en flexión, la norma sueca propone un diagrama parabólico-bilineal. Se trata de un diagrama bastante complejo, compuesto por un tramo lineal hasta una tensión igual al 60% de la tensión de rotura. A continuación se dispone un tramo parabólico hasta alcanzar la máxima resistencia a compresión, y finalmente, un tramo lineal horizontal. La expresión matemática del mismo es la que se expone a continuación (Figura 9):

$$\sigma(\epsilon) = \begin{cases} E_c \cdot \epsilon & \text{si } 0 \leq \epsilon < \epsilon_{c0} \\ f_{cd} \cdot \left[ \begin{aligned} & \left( 0,6 \cdot \eta - 1,4 \right) \cdot \left( \frac{\epsilon - \epsilon_{c0}}{\epsilon_{c1} - \epsilon_{c0}} \right)^3 + \\ & + \left( 2,4 - 1,2 \cdot \eta \right) \cdot \left( \frac{\epsilon - \epsilon_{c0}}{\epsilon_{c1} - \epsilon_{c0}} \right)^2 + \\ & + 0,6 \cdot \frac{\epsilon - \epsilon_{c0}}{\epsilon_{c0}} + 0,6 \end{aligned} \right] & \text{si } \epsilon_{c1} \leq \epsilon \leq \epsilon_{cu} \\ f_{cd} & \text{si } \epsilon_{c1} \leq \epsilon \leq \epsilon_{cu} \end{cases}$$

siendo:

$$\eta = \frac{\epsilon}{\epsilon_{c1}}$$

$$\epsilon_{c0} = \frac{0,6 \cdot f_{cd}}{E_c}$$

$$\epsilon_{c1} = 0,02$$

$$\epsilon_{cu} = 0,0035$$

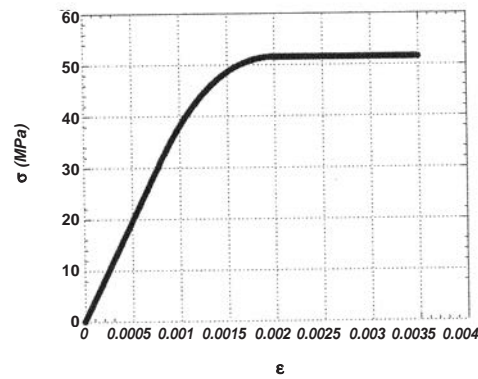


Figura 9. Diagrama tensión-deformación BBK 79.

Para la determinación del módulo de elasticidad longitudinal, la norma sueca propone la siguiente expresión:

$$E_c = 28500 + 125 \cdot f_{ck}$$

**Método de comparación**

El método de evaluación de cada uno de los diagrama recogidos en la diferente normativa se realizó según se expone a continuación:

Con objeto de poder comparar en profundidad los resultados, se definen cuatro parámetros, que son:

- Carga excéntrica / Carga centrada (P<sub>e</sub>/P<sub>c</sub>)
- Excentricidad / Canto (e/h)
- Deformación máxima en rotura
- Módulo de elasticidad longitudinal

Para determinar el valor teórico de la carga excéntrica de rotura, según los diagramas, se parte de la hipótesis de que, en el momento de la rotura, la distribución de tensiones sobre la probeta se ajusta a lo dispuesto por el diagrama objeto de estudio (Figura 10). Integrando el volumen de tensiones bajo el diagrama se obtiene el valor de la carga teórica de rotura.

$$P_e = \int_0^h \sigma(x) \cdot b(x) \cdot dx$$

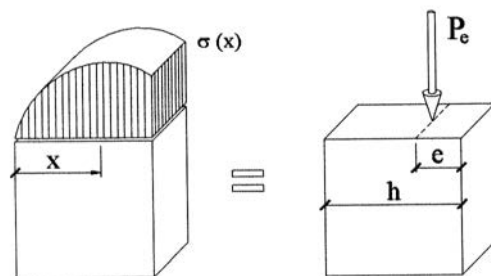


Figura 10. Método de comparación.

El valor teórico de la carga se obtiene directamente multiplicando el valor de la resistencia del hormigón por el área de la probeta.

$$P_c = f_{ck} \cdot A_c$$

Por su parte, el centro de gravedad del volumen de tensiones nos define la posición de la carga.

$$e = \frac{\int_0^h \sigma(x) \cdot b(x) \cdot (h-x) \cdot dx}{\int_0^h \sigma(x) \cdot b(x) \cdot dx}$$

Para la determinación del módulo de elasticidad se toma una pareja de valores  $P_e$ ,  $\epsilon_{max}$  en un instante cualquiera del ensayo que corresponda a un comportamiento elástico del hormigón. Aplicando la teoría clásica de la Resistencia de Materiales, se deduce la siguiente expresión, de la que se despeja el valor del módulo de elasticidad:

$$\frac{P}{\epsilon_{max}} = \frac{E_c \cdot A}{1 + \frac{v'}{v}}$$

En [17] aparecen recogidas todas las gráficas de comparación. Del análisis en profundidad de todos estos datos se pueden obtener las siguientes conclusiones:

- Para la relación carga excéntrica / carga centrada se observa cómo este parámetro disminuye con la edad de rotura así como con la resistencia del hormigón; tendencia que está de acuerdo con los resultados obtenidos de las normas. Se pueden encontrar concordancias aceptables a nivel local entre los resultados experimentales y los determinados por las normas, es decir, para ciertos rangos de resistencia, edades y determinadas formas; no siendo posible encontrar alguna norma que se ajuste a los resultados experimentales en todo el rango analizado.
- Para la relación excentricidad / canto se constata en los gráficos expuestos como, para las probetas semicirculares y triangulares con deformación nula en cara, este parámetro crece con la edad de rotura, mientras que para las probetas rectangulares y triangulares con deformación nula en arista, disminuye. Por el contrario, los códigos internacionales estudiados ofrecen un valor descendente de la relación excentricidad/canto con la edad de rotura, independientemente de la forma de la sección.
- Para la deformación máxima en rotura por flexocompresión se ha comprobado como ésta disminuye con la edad de rotura y con la resistencia del hormigón. El módulo de elasticidad longitudinal por el contrario aumenta. Estos resultados están de acuerdo en líneas generales con los valores propuestos en las normas. Sin embargo, se ha podido apreciar una singularidad, y es el hecho de la influencia de la forma de la sección en los resultados; influencia ésta no tenida en cuenta por ninguna de las normas analizadas.

#### 4. AJUSTE NUMÉRICO DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

A continuación se procede al desarrollo de fórmulas de ajuste de los parámetros experimentales más interesantes,

entre los que se encuentran los cuatro analizados anteriormente. Los parámetros objeto de ajuste son:

- Relación Carga excéntrica/Carga centrada en rotura
- Relación excentricidad/canto en rotura
- Deformación máxima en rotura
- Módulo de elasticidad longitudinal
- Resistencia a compresión

El desarrollo de las fórmulas de ajuste va a permitir poder estimar, de forma fiable, el parámetro deseado para cualquier edad, cualquier resistencia y cualquiera de los cuatro tipos de probetas estudiados. En particular, van a ser confeccionadas expresiones para determinar la deformación máxima en rotura, el módulo de elasticidad longitudinal y la resistencia a compresión del hormigón, alternativas a las propuestas actualmente por las diferentes normas internacionales.

Las fórmulas obtenidas dependen, en términos generales, de los siguientes tres factores:

- Forma de la probeta
- Edad de rotura
- Resistencia característica a los 28 días del hormigón

A continuación se presentan las fórmulas de ajuste desarrolladas para cada uno de los parámetros:

#### Relación carga excéntrica/carga centrada

$$P_e / P_c = (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \log(t)) \cdot f_{ck}^{\beta_1 + \beta_2 \cdot \log(t)}$$

Tipo probeta	$\alpha_1$	$\alpha_2$
Rectangular	2.1513	-0.4291
Semicircular	2.3007	-0.6230
Triangular-Arista	1.9622	-0.3448
Triangular-Cara	1.4917	-0.2620

Tipo probeta	$\beta_1$	$\beta_2$
Rectangular	-0.28373	0.0567
Semicircular	-0.2716	0.0700
Triangular-Arista	-0.2144	0.0353
Triangular-Cara	-0.2059	0.0376

#### Relación excentricidad/canto

$$e / h = (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \log(t)) \cdot f_{ck}^{\beta_1 + \beta_2 \cdot \log(t)}$$



Tipo probeta	$\alpha_1$	$\alpha_2$
Rectangular	0.9592	-0.2231
Semicircular	0.0093	0.0966
Triangular-Arista	2.7156	-1.2751
Triangular-Cara	0.0068	0.1404

Tipo probeta	$\beta_1$	$\beta_2$
Rectangular	-0.1762	0.0492
Semicircular	0.3154	-0.0947
Triangular-Arista	-0.5150	0.2175
Triangular-Cara	0.2961	-0.1016

**Deformación máxima en rotura**

$$\epsilon_c = \left( \alpha_1 + \alpha_2 \cdot \log(t) \right) \cdot f_{ck}^{\beta_1 + \beta_2 \cdot \log(t)}$$

Tipo probeta	$\alpha_1$	$\alpha_2$
Rectangular	0.0431	-0.0143
Semicircular	0.0179	0.0015
Triangular-Arista	0.0378	-0.0121
Triangular-Cara	0.0287	0.0017

Tipo probeta	$\beta_1$	$\beta_2$
Rectangular	-0.6063	0.1008
Semicircular	-0.2996	-0.0740
Triangular-Arista	-0.5560	0.0751
Triangular-Cara	-0.3603	-0.0469

**Módulo de Elasticidad Longitudinal**

$$E_c = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot \log(t) + \left( \beta_1 + \beta_2 \cdot \log(t) \right) \cdot \log(f_{ck})$$

Tipo probeta	$\alpha_1$	$\alpha_2$
Rectangular	-124600	-3928
Semicircular	-107090	-38369
Triangular-Arista	-110730	-8661
Triangular-Cara	-91659	-66689

Tipo probeta	$\beta_1$	$\beta_2$
Rectangular	82923	3767
Semicircular	75117	24790
Triangular-Arista	81617	5449
Triangular-Cara	64678	42330

**Resistencia del hormigón**

$$f_c = -2.46 + 1.98 \cdot \log(t) + \left( 0.57 + 0.27 \cdot \log(t) \right) \cdot f_{ck}$$

**5. DESARROLLO DE NUEVOS DIAGRAMAS TENSIÓN-DEFORMACIÓN**

A continuación se exponen tres diagramas tensión-deformación, alternativos a los existentes en la actualidad en el diseño y cálculo de elementos de hormigón estructural de alta resistencia frente a sollicitaciones normales.

Los diagramas dependen de tres parámetros, a saber,  $k_1$ ,  $k_2$ , y  $k_3$ , los cuales presentan valores diferentes en función del tipo de sección, la edad del hormigón y su resistencia. Para obtener los valores de estos tres parámetros se aplica la condición de que, para todos los tipos de probetas, todas las edades de rotura y todas las resistencias, la distribución tensional sobre la probeta que cada diagrama propone reproduzca exactamente tanto el valor de la carga experimentalmente medido, como su posición.

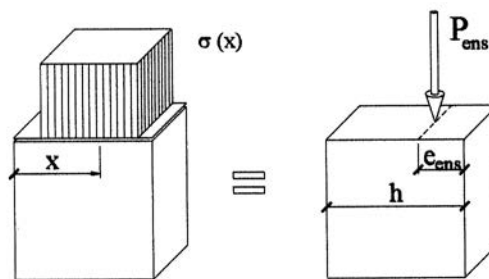


Figura 11. Procedimiento de evaluación de los nuevos diagramas.

Del equilibrio de fuerzas y de momentos sobre la sección sólo es posible obtener dos de los tres parámetros. El tercero de ellos se ajusta de manera que los resultados obtenidos sean coherentes.

**Diagrama tensión-deformación 1**

La forma del diagrama queda recogida en la Figura 12

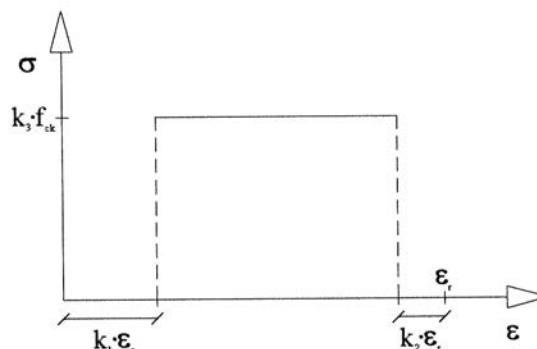


Figura 12. Diagrama tensión-deformación 1.

La expresión numérica del diagrama es la siguiente:

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} 0 \rightarrow 0 \leq \varepsilon < k_1 \cdot \varepsilon_r \\ k_3 \cdot f_{ck} \rightarrow k_1 \cdot \varepsilon_r \leq \varepsilon \leq (1 - k_2) \cdot \varepsilon_r \\ 0 \rightarrow (1 - k_2) \cdot \varepsilon_r \leq \varepsilon \leq \varepsilon_r \end{cases}$$

### Diagrama tensión-deformación 2

La forma del diagrama 2 queda recogida en la Figura 13

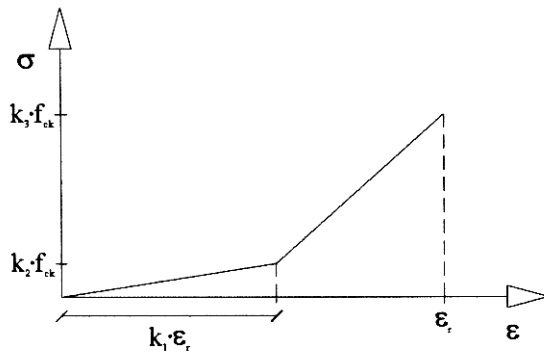


Figura 13. Diagrama tensión-deformación 2.

La expresión numérica del diagrama es:

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{k_2 \cdot f_{ck}}{k_1 \cdot \varepsilon_r} \cdot \varepsilon \rightarrow 0 \leq \varepsilon < k_1 \cdot \varepsilon_r \\ k_2 \cdot f_{ck} + \frac{(k_3 - k_2) \cdot f_{ck}}{(1 - k_1) \cdot \varepsilon_r} \cdot (\varepsilon - k_1 \cdot \varepsilon_r) \rightarrow k_1 \cdot \varepsilon_r \leq \varepsilon \leq \varepsilon_r \end{cases}$$

### Diagrama tensión-deformación 3

A diferencia de los diagramas anteriores, el diagrama 3 es de aplicación únicamente a probetas rectangulares y triangulares con deformación nula en arista. Por la propia configuración del diagrama, la distancia desde el centro de gravedad del volumen de tensiones hasta la fibra más comprimida es siempre superior que la que habría en caso de comportamiento perfectamente elástico y lineal. Sin embargo, los resultados expe-

rimentales han desvelado que, para las probetas semicirculares y triangulares con deformación nula en cara, esa distancia es incluso menor que la que corresponde a un comportamiento elástico y lineal.

La forma del diagrama 3 viene recogida en la Figura 14.

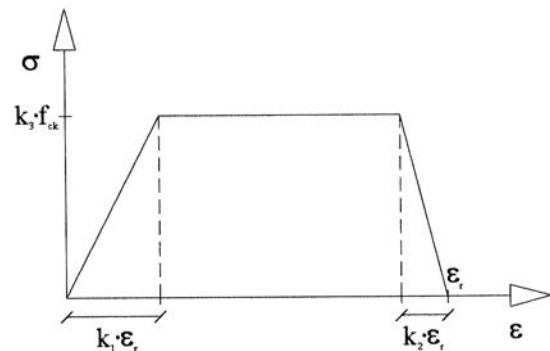


Figura 14. Diagrama tensión-deformación 3.

La expresión numérica del diagrama es:

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{k_3 \cdot f_{ck}}{k_1 \cdot \varepsilon_r} \cdot \varepsilon \rightarrow 0 \leq \varepsilon < k_1 \cdot \varepsilon_r \\ k_3 \cdot f_{ck} \rightarrow k_1 \cdot \varepsilon_r \leq \varepsilon \leq (1 - k_2) \cdot \varepsilon_r \\ \frac{k_3 \cdot f_{ck}}{k_2 \cdot \varepsilon_r} \cdot (\varepsilon_r - \varepsilon) \rightarrow (1 - k_2) \cdot \varepsilon_r < \varepsilon \leq \varepsilon_r \end{cases}$$

Una vez definidos matemáticamente los tres diagramas se procede a obtener, para cada una de las formas de las probetas, cada una de las edades y cada una de las resistencias, el valor de  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$ . En [17] se encuentran recogidos los valores numéricos obtenidos.

Para poder manejar los datos de forma cómoda, se procede a realizar un ajuste numérico de los mismos, determinando una expresión matemática para cada uno de los parámetros que dependen de los siguientes factores:

- Forma de la probeta.
- Edad de rotura
- Resistencia característica a los 28 días del hormigón

A continuación se muestran las expresiones obtenidas para cada uno de los tres diagramas.

### Diagrama tensión-deformación 1

$$k_1 = (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \log(t)) + (\beta_1 + \beta_2 \cdot \log(t)) \cdot f_{ck}$$

$$k_2 = (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \log(t)) + (\beta_1 + \beta_2 \cdot \log(t)) \cdot f_{ck}$$

$$k_3 = (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \log(t)) + (\beta_1 + \beta_2 \cdot \log(t)) \cdot f_{ck}$$

Tipo probeta	$k_1$		$k_2$		$k_3$	
	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
Rectangular	-0,0295	0,1077	0,0000	0,0000	0,3833	0,3375
Semicircular	0,7437	-0,1436	0,0000	0,0000	2,2965	-0,2214
Triangular-Arista	-0,7815	0,4789	0,2343	-0,1433	0,8427	-0,0077
Triangular-Cara	0,7720	-0,1879	0,0000	0,0000	3,4044	-0,7609

Tipo probeta	k <sub>1</sub>		k <sub>2</sub>		k <sub>3</sub>	
	β <sub>1</sub>	β <sub>2</sub>	β <sub>1</sub>	β <sub>2</sub>	β <sub>1</sub>	β <sub>2</sub>
Rectangular	0,0021	-0,0007	0,0000	0,0000	0,0015	-0,0016
Semicircular	-0,0030	0,0010	0,0000	0,0000	-0,0125	0,0031
Triangular-Arista	0,0098	-0,0042	-0,0023	0,0014	-0,0035	0,0017
Triangular-Cara	-0,0033	0,0013	0,0000	0,0000	-0,0215	0,0077

### Diagrama tensión-deformación 2

$$k_1 = (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \log(t)) + (\beta_1 + \beta_2 \cdot \log(t)) \cdot f_{ck}$$

$$k_2 = (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \log(t)) + (\beta_1 + \beta_2 \cdot \log(t)) \cdot f_{ck}$$

$$k_3 = (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \log(t)) + (\beta_1 + \beta_2 \cdot \log(t)) \cdot f_{ck}$$

Tipo probeta	k <sub>1</sub>		k <sub>2</sub>		k <sub>3</sub>	
	α <sub>1</sub>	α <sub>2</sub>	α <sub>1</sub>	α <sub>2</sub>	α <sub>1</sub>	α <sub>2</sub>
Rectangular	0,1198	0,0551	0,8000	0,0000	0,1004	0,5565
Semicircular	0,6153	-0,1008	0,1000	0,0000	3,9910	-0,0208
Triangular-Arista	-0,2171	0,4840	1,3079	0,0073	-0,0085	0,2877
Triangular-Cara	0,3761	-0,0140	-0,4573	0,4087	5,5406	-0,7242

Tipo probeta	k <sub>1</sub>		k <sub>2</sub>		k <sub>3</sub>	
	β <sub>1</sub>	β <sub>2</sub>	β <sub>1</sub>	β <sub>2</sub>	β <sub>1</sub>	β <sub>2</sub>
Rectangular	0,0035	-0,0003	0,0000	0,0000	0,0020	-0,0019
Semicircular	-0,0015	0,0005	0,0000	0,0000	-0,0160	0,0025
Triangular-Arista	0,0089	-0,0037	-0,0058	0,0021	0,0033	-0,0035
Triangular-Cara	0,0009	0,0001	0,0069	-0,0020	-0,0263	0,0060

### Diagrama tensión-deformación 3

$$k_1 = (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \log(t)) + (\beta_1 + \beta_2 \cdot \log(t)) \cdot f_{ck}$$

$$k_2 = (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \log(t)) + (\beta_1 + \beta_2 \cdot \log(t)) \cdot f_{ck}$$

$$k_3 = (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \log(t)) + (\beta_1 + \beta_2 \cdot \log(t)) \cdot f_{ck}$$

Tipo probeta	k <sub>1</sub>		k <sub>2</sub>		k <sub>3</sub>	
	α <sub>1</sub>	α <sub>2</sub>	α <sub>1</sub>	α <sub>2</sub>	α <sub>1</sub>	α <sub>2</sub>
Rectangular	-0,2472	0,3344	0,0000	0,0000	0,3684	0,3492
Semicircular	-1,2507	0,7490	0,5221	-0,3194	0,8696	-0,0313

Tipo probeta	k <sub>1</sub>		k <sub>2</sub>		k <sub>3</sub>	
	β <sub>1</sub>	β <sub>2</sub>	β <sub>1</sub>	β <sub>2</sub>	β <sub>1</sub>	β <sub>2</sub>
Rectangular	0,0045	-0,0012	0,0000	0,0000	0,0015	-0,0014
Semicircular	0,0173	-0,0070	-0,0052	0,0032	-0,0038	0,0021



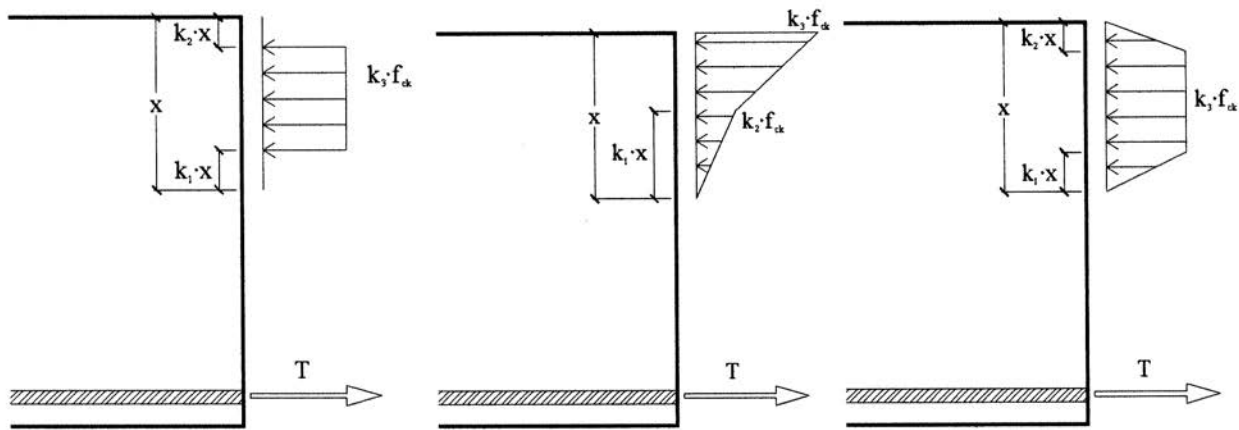


Figura 15. Esquemas de aplicación de los nuevos diagramas tensión-deformación.

## 6. PROCEDIMIENTO DE APLICACIÓN DE LOS NUEVOS DIAGRAMAS

El modo de utilización de estos nuevos diagramas es muy similar al de los diagramas actuales; aunque existen algunas diferencias dignas de mención.

En primer lugar se hace necesario conocer la forma de la sección de nuestro elemento estructural, la resistencia característica del hormigón a los 28 días y la edad del mismo.

Asimismo se hace necesario decidir qué diagrama se va a utilizar.

Con estos datos se estima el valor de los parámetros  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$  a través de las fórmulas de ajuste anteriormente recogidas.

A continuación el modo de análisis es el mismo que el utilizado en la actualidad. Planteando equilibrio sobre la sección se determina el valor de la profundidad de la fibra neutra y de la tracción en la armadura (Figura 15).

### Agradecimientos

Quisiéramos agradecer sinceramente la financiación recibida de los fondos de la Unión Europea, el apoyo recibido por el Laboratorio de Estructuras de la Universidad de Cantabria y por la Universidad de Burgos. Asimismo agradecemos la colaboración de las empresas PRECON, S.A., BETTOR-MBT y SIKA.

## 7. CONCLUSIONES

Las conclusiones más relevantes del presente trabajo de investigación son:

- Se han constatado diferencias entre los resultados de los ensayos y las normas internacionales analizadas, en lo que se refiere a comportamiento en rotura de elementos de hormigón de alta resistencia bajo esfuerzos de flexo-compresión.

- Se han desarrollado fórmulas de estimación de algunos parámetros del hormigón, como son, deformación máxima en rotura, módulo de elasticidad y resistencia a compresión. Tanto la deformación máxima en rotura como el módulo de elasticidad incluyen en su formulación la influencia de la forma de la sección.
- Se han desarrollado tres diagramas tensión-deformación, alternativos a los existentes, de aplicación al dimensionamiento en flexión compuesta de elementos de hormigón estructural de alta resistencia. Su característica más importante es que incluyen en su definición matemática la calidad del hormigón, la edad de rotura y la forma de la sección.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Mcherry, D.; Handon, N. W.; Hognestad, E. "Concrete stress distribution in ultimate strength design". *Journal of the American Concrete Institute*. Diciembre, 1995.
2. Mattock, A.H.; Kriz, L. B. y Hognestad, E. "Rectangular concrete stress distribution in ultimate strength design". *Journal of the ACI*. Febrero, 1961.
3. Rüsç, H. "Versuche zur Festigkeit der Biegedruckzone. Festigkeit und Verformung des exzentrisch gedrückten Rechteckquerschnittes aus unberwehrtem Beton bei kurzzeitiger Lasteinwirkung". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1995.
4. Rüsç, H.; Kordina, K.; Stöckl, S. "Festigkeit der Biegedruckzone. Vergleich von Prismen- und Balkenversuchen". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1967.
5. Rasch, C. "Spannungs-Dehnungs-Linien des Beton und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1962.
6. Griffith, A.A. "The theory of rupture". Proceedings of the First International Conference of Applied Mechanics, 1924.

7. Hillerborg, A.; Modéer, M.; Petersson, P.E. "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements". *Cement Concrete Res*, 1976.
8. Bazant, J.P.; Planas, J. "Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials". Ed. CRC Press, 1998.
9. Markeset, G. "Failure of concrete under compressive strain gradients". NTH Universitetet i Trondheim, 1993.
10. Markeset, G. "Eccentrically loaded prisms of high strength concrete". 4th International Symposium on Utilization of High Strength/High Performance Concrete. París, 1996.
11. Meyer, J. "Improving the ductility of high performance concrete". Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Leipzig, LACER, núm. 3, 1998.
12. Meyer, J.; Sint, A. "Calculation of the load-deformation behaviour of over-reinforced concrete beams with the BDZ Model", Universität Leipzig. LACER, núm. 4, 1999.
13. Foster, S.J.; Attard, M.M. "Experimental tests on eccentrically loaded high -strength concrete columns". *ACI Structural Journal*. Marzo, 1997.
14. Ahmad, S.J.; Shah, S.º. "High Performance Concretes and Applications". Edward Arnold Publications. 1994.
15. Shah, S.P; Swartz, S.E.; Ouyang, C. "Fracture Mechanics of Concrete". Wiley Interscience, 1995.
16. Vicente M.A. "Estudio del comportamiento en flexo-compresión de los hormigones de alta resistencia". Tesis Doctoral. Departamento de Ingeniería Estructural y Mecánica. Universidad de Cantabria, Febrero, 2001.
17. González, D.C. "Desarrollo de nuevos diagramas tensión-deformación para el dimensionamiento en E.L.U. de elementos de hormigón estructural de alta resistencia". Tesis Doctoral. Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Burgos. Noviembre, 2002.
18. "EHE Instrucción de Hormigón Estructural". Comisión permanente del Hormigón Estructural, 1999.
19. "Código Modelo para Hormigón Estructural". CEB-FIP. 1990.
20. "High Performance Concrete. Recommended Extensions to the Model Code 90. Research Needs". *CEB Bulletin d'Infomation* 228. Julio, 1995.
21. NS-3473E. *Concrete Structures. Design rules*". 1992.
22. "RAK MK Finnish code for concrete structures". RAK.MK.B.4.1983/84. Supplement 1989. Finland.
23. "Building code requirements for structural concrete (ACI318-02) and commentary (ACI 318R-02)". *ACI Manual of Concrete Practice*. 2002.
24. "NEN Netherlands code for concrete structures". Supplement to ENE 6720, NEN 5950 and NEN 6722, 1994.
25. "BBK 79. Sweden code for concrete structures". 1979.
26. "ACI-363R/92. State-of-the-Art Report on High-Strength Concrete (Reapproved 1997)". *ACI Manual of Concrete Practice*, 1999.
27. Arenas, J.J.; Gutiérrez, G.; Vicente, M.A.; González, D.C. "Behaviour of high strength concrete under combined bending and compression". *ACI Journal of Materials*. Aceptado para publicar.

## Tecnología de la Construcción y de sus Materiales

Otoño 2004  
Ciclo 46



El Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja, del CSIC, viene organizando seminarios monográficos sobre temas de actualidad en el ámbito de la Tecnología de la Construcción y de sus Materiales, a cargo de destacados investigadores nacionales y extranjeros del Sector. Los seminarios programados para el cuadragésimo sexto ciclo, correspondiente al otoño de 2004, son los siguientes:

**07 OCTUBRE**

Juan Miguel Hernández de León  
Dr. Arquitecto  
Escuela de Arquitectura,  
UPM

Álvaro Siza  
Arquitecto  
Álvaro Siza Arquitecto, LDA,  
Oporto

Reforma  
y acondicionamiento  
del Paseo del Prado  
en Madrid

**21 OCTUBRE**

Francisco González de Posada  
Dr. Arquitecto y Lic. en Física  
Escuela TS de Arquitectura,  
UPM

Evacuación del calor  
de hidratación  
del hormigón  
en grandes masas

**04 NOVIEMBRE**

Jaime Fernández Gómez  
Dr. Ingeniero de Caminos,  
Canales y Puertos  
INTEMAC - Madrid

Elez Dervisevic  
Ingeniero Civil  
ARMATEK - Madrid

Avances en el uso  
de las armaduras  
industrializadas  
en el hormigón

**18 NOVIEMBRE**

Francisca Puertas Maroto  
Dra. en Ciencias Químicas  
Instituto Eduardo Torroja,  
CSIC

Cementos  
y hormigones  
de escorias activadas  
alcalinamente

**02 DICIEMBRE**

Antonio Cruz Villalón  
Antonio Ortiz García  
Arquitectos  
Cruz y Ortiz Arquitectos,  
Sevilla

Estadio de Atletismo de  
Madrid y su ampliación

**16 DICIEMBRE**

César Bedoya Frutos  
Francisco Javier Neila  
González  
Dres. Arquitectos  
Escuela TS de Arquitectura,  
UPM

Concurso Solar  
Decathlon 2005

Estos Seminarios se celebran en el Aula Eduardo Torroja del Instituto, que está situado en la c/ Serrano Galvache, 4 (acceso por Arturo Soria, frente al núm. 278), y tienen lugar normalmente los jueves alternos a las 12:00 horas. Su duración aproximada es de dos horas, incluyendo la ponencia y el coloquio que se realiza a continuación. La asistencia a los mismos tiene carácter libre y gratuito.

# Estudio del comportamiento en flexocompresión de los hormigones de alta resistencia

## *Behaviour of high strength concrete under bending and compression*

◆  
**Juan J. Arenas de Pablo**  
 Universidad de Cantabria

◆  
**Germán Gutiérrez Martín**  
 Universidad de Cantabria

◆  
**Miguel A. Vicente Cabrera**  
 Universidad de Burgos

◆  
**Dorys C. González Cabrera**  
 Universidad de Burgos

### RESUMEN

Este artículo describe la máquina de ensayo desarrollada en el Laboratorio de Estructuras de la Universidad de Cantabria para obtener experimentalmente la distribución de tensiones en hormigones de diferentes resistencias, desde hormigones convencionales hasta hormigones de alta resistencia. Utilizando la máquina de ensayo anteriormente mencionada han sido ensayadas 240 probetas bajo carga creciente y excéntrica hasta rotura. Las variables de ensayo han sido la forma de la probeta, edad de rotura y resistencia del hormigón.

Uno de los resultados más interesantes ha sido la conclusión de que no es posible definir un único diagrama tensión – deformación que satisfaga simultáneamente las dos condiciones de equilibrio para cualquier nivel de carga. La consecuencia de este hecho es que la distribución tensional en el hormigón y la deformación máxima en rotura depende de la forma de la sección.

### SUMMARY

*This paper describes computerized closed-loop testing facility that was developed to experimentally obtain the stress distribution in concretes of different strength, including high strength concretes. Using the closed loop computerized testing facility 240 test specimens were tested to failure under increasing eccentric load. The test variables were geometry or shape of specimens, age at testing and the concrete strength.*

*On the basis of results, it is concluded that it is not possible to define a unique stress-strain diagram satisfying simultaneously the two equilibrium conditions at any given stage of loading. It is further concluded that the shape of the concrete compression zone and the maximum strain depend upon the cross-section shape of the specimen.*

### 1. INTRODUCCIÓN

El estudio del comportamiento de vigas frente a esfuerzos de flexión ha suscitado, desde los orígenes mismos del nacimiento del hormigón estructural, un gran interés a la comunidad científica. Además, muy pronto se tiene constancia de que el fallo de dichos elementos está fuertemente condicionado por la capacidad resistente de la cabeza flexocomprimida del hormigón. Sin embargo, el modo de abordar este análisis no ha estado claro y, en función del momento histórico y de la capacidad tecnológica, el estudio se ha planteado de una u otra forma.

En cualquier caso, la mayoría de los trabajos presentados hasta el momento han propuesto modelos predictivos de la carga de rotura de elementos de hormigón estructural. Dichos modelos se pueden clasificar en tres grandes grupos:

- *Modelos basados en criterios tensionales:* Están asociados a trabajos de investigación de tipo experimental, sin base teórica. Dan como resultados modelos de tipo empírico [1-5].



- *Modelos basados en criterios energéticos*: Están asociados a trabajos de corte teórico, acompañados de una escasa base experimental. Los modelos obtenidos suelen estar basados en los postulados de la Mecánica de Fractura [6-8].
- *Modelos mixtos*: Están asociados a trabajos de corte experimental, en los que los resultados son analizados basándose en los postulados de la Mecánica de Fractura. Dan como resultado modelos de tipo pseudo empírico [9-15].

La necesidad de investigación sobre el comportamiento del hormigón en flexocompresión es un tema plenamente vigente. No solo porque, hasta el momento, ningún trabajo de investigación ha resultado plenamente satisfactorio, sino también porque el material que se estudia, el hormigón, ha experimentado un importante desarrollo en los últimos años, con la consecuente evolución de sus características mecánicas.

Para la realización del presente trabajo de investigación se ha contado con financiación procedente de fondos FEDER, así como con la colaboración de la empresa PRECON. El resultado científico del mismo ha sido dos Tesis Doctorales [16 y 17], un artículo internacional [18] y dos patentes, a saber, *Sistema universal de compresión excéntrica en probeta movable* "P200200583", y *Procedimiento de ensayo de compresión excéntrica en probetas de hormigón* "P200200582".

Este artículo describe una máquina de ensayo totalmente computerizada que ha sido desarrollada en el Laboratorio de Estructuras de la Universidad de Cantabria con objeto de obtener la distribución de tensiones en hormigones con diferentes calidades, incluidos hormigones de alta resistencia. El procedimiento de ensayo utilizado supone una evolución con respecto a los llevados a cabo por otros investigadores (incluidos Rüsck y Hognestad). Se han ensayado un total de 240 probetas, con diferentes secciones tipo, diferente edad de rotura y diferente resistencia del hormigón.

## 2. CAMPAÑA EXPERIMENTAL

Para estudiar el comportamiento de elementos de hormigón de alta resistencia bajo esfuerzos combinados de flexión y compresión se ha desarrollado una máquina de ensayo, dotada de una serie de singularidades que se describen a continuación.

La máquina de ensayo aplica una carga vertical creciente en magnitud y, simultáneamente, ajusta la posición horizontal de la probeta dentro de la misma, con objeto de mantener con deformación nula una de las fibras de la probeta (denominada fibra de control) (figuras 1 y 2).

La máquina de ensayo puede ser dividida en tres partes principales:

- Sistema de carga
- Sistema de desplazamiento
- Sistema de adquisición de datos

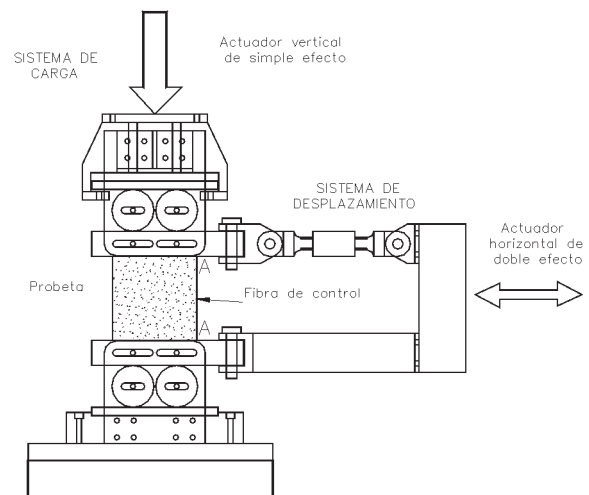


Figura 1: Esquema de la máquina de ensayo.

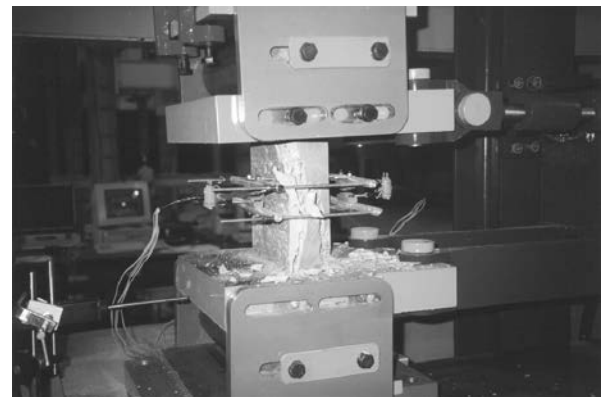


Figura 2: Máquina de ensayo.

El "sistema de carga" aplica una carga vertical creciente con el tiempo. Para este propósito se ha utilizado un actuador vertical de simple efecto con una capacidad de 2,50 MN. Entre este actuador y la máquina de ensayo, se dispone una rótula y un sistema de rodillos que permite el movimiento horizontal de la probeta dentro de la máquina de ensayo, sin dejar de aplicar carga vertical.

El "sistema de desplazamiento" está compuesto por un actuador horizontal de doble efecto y todo un complejo sistema de bielas y rodillos. Esto permite que las probetas puedan moverse horizontalmente durante la aplicación de la carga vertical.

El "sistema electrónico de control" garantiza que la deformación en la fibra de control se mantenga con valor nulo durante todo el ensayo. También la aplicación de la carga vertical está controlada computacionalmente. La velocidad de aplicación de la carga fue fijada en 0,50 kN/seg. El esquema de funcionamiento de la máquina de ensayo es el que se recoge en la figura 3.

Para cada ensayo se registraron continuamente los siguientes cuatro parámetros (figura 4):

- Magnitud de la carga vertical (P).

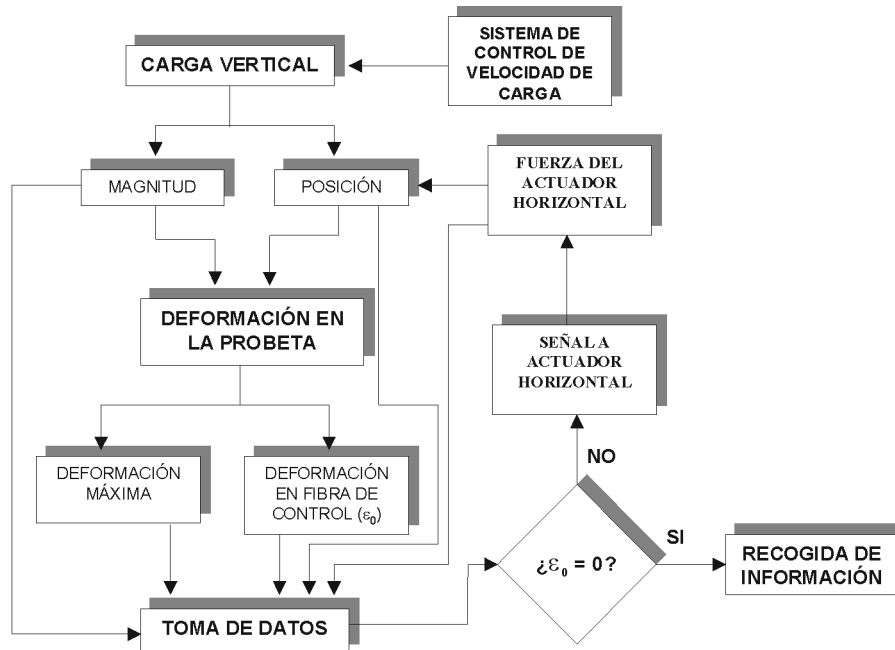


Figura 3. Esquema de funcionamiento de la máquina de ensayo.

- Excentricidad de la carga vertical, definida como la distancia entre el punto de aplicación de la carga y la fibra más comprimida ( $e$ ).
- Deformación de la fibra más comprimida ( $\epsilon$ ).
- Deformación en la fibra de control ( $\epsilon_0$ ), que actúa a modo de parámetro de control de la calidad del ensayo.

El sistema de adquisición de datos recoge información con una frecuencia de 0,50 Hz, excepto para la deformación

de la fibra de control, que es medido con una frecuencia de 6,00 Hz.

Con objeto de poder medir simultáneamente la deformación de la fibra de control y de la fibra más comprimida, se ha diseñado un extensómetro doble de cuchillas (figura 5).

Tal y como se puede apreciar en la figura 5, el extensómetro se sujeta firmemente a la probeta, incluso en el momento de la rotura, mediante un sistema compuesto por cuatro barras roscadas y sendos muelles.

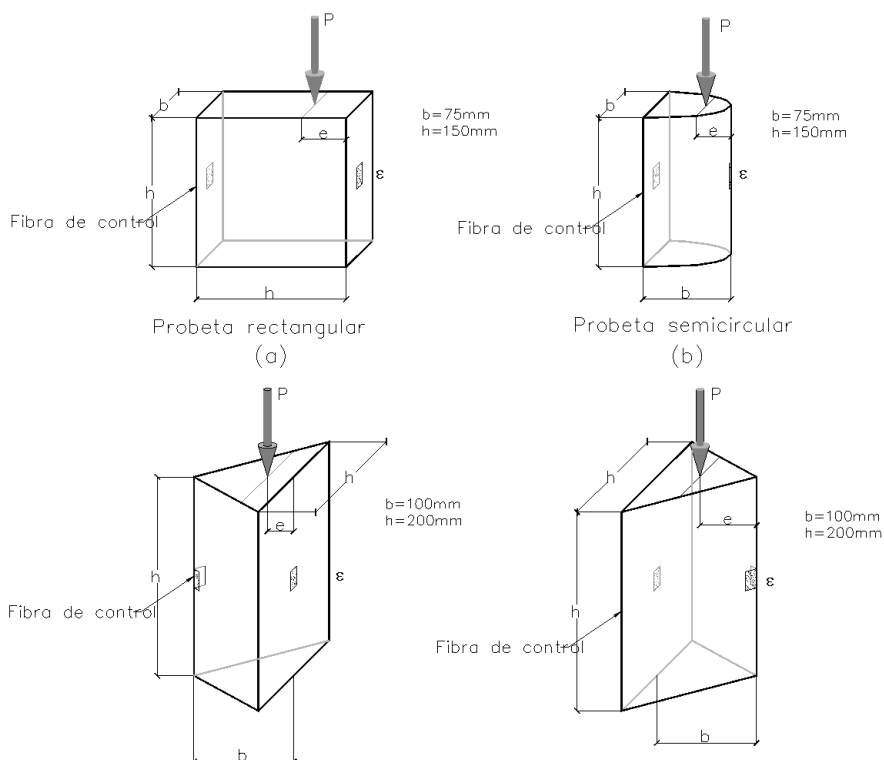


Figura 4: Diferentes tipos de probetas.

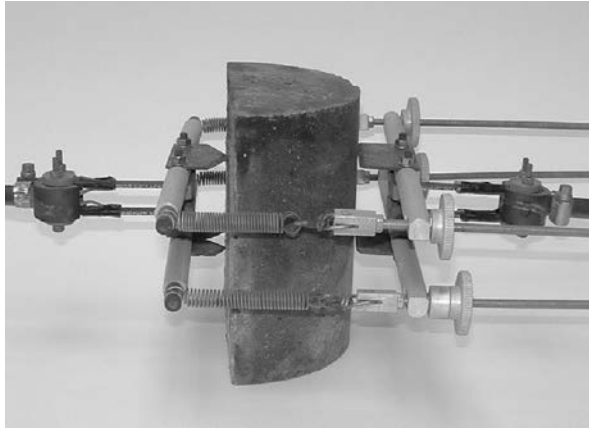


Figura 5: Extensómetro.

### 3. PROGRAMA DE ENSAYOS

Un total de 240 probetas han sido ensayadas utilizando la máquina de ensayo anteriormente descrita. Adicionalmente, 60 probetas cilíndricas (100x200 mm) han sido ensayadas bajo carga centrada, con objeto de determinar las propiedades mecánicas del hormigón [16]. Las variables analizadas en el programa de ensayo han sido las siguientes:

- Resistencia del hormigón. Cinco calidades diferentes de hormigón han sido estudiadas, variando entre 55 y 105 MPa.
- Forma de la sección transversal: Cuatro diferentes secciones transversales han sido ensayadas: rectangular, semi-circular, triangular con deformación nula en cara y triangular con deformación nula en arista (figura 4).
- Edad de rotura: Los ensayos se han realizado a cuatro edades distintas: 3, 7, 28 y 90 días.

### 4. ESTUDIO ANALÍTICO

#### Planteamiento matemático

Una vez que los ensayos han finalizado y se han medido los valores de  $P$ ,  $e$  y  $\epsilon$ , el diagrama tensión – deformación debe ser determinado. Sin embargo, a diferencia de lo que ocurre con los ensayos bajo carga centrada, la determinación del diagrama tensión – deformación no es inmediata. A continuación se presenta una metodología para obtenerlo.

Las dos condiciones de equilibrio de fuerzas verticales y de momento pueden ser redactadas según se expone a continuación (ecuación 1) (figura 6):

$$P(t) = \int_0^h \sigma(x,t) \cdot b(x) \cdot dx \quad (1a)$$

$$P(t) \cdot e(t) = \int_0^h \sigma(x,t) \cdot b(x) \cdot (h-x) \cdot dx \quad (1b)$$

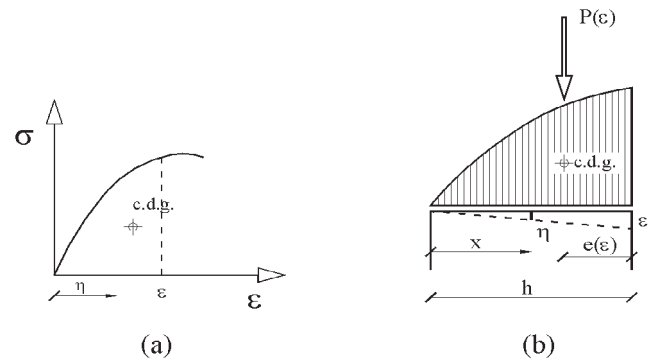


Figura 6: Diagrama tensión deformación satisfaciendo las ecuaciones de equilibrio de fuerzas verticales y momento para un determinado nivel de carga.

Aplicamos al sistema de ecuaciones (1) el siguiente cambio de variable (ecuación 2),

$$\eta(t) = \frac{\epsilon(t)}{h} \cdot x \quad (2a)$$

$$d\eta(t) = \frac{\epsilon(t)}{h} \cdot dx \quad (2b)$$

Sustituyendo la ecuación (2) en (1), obtenemos (ecuación 3):

$$P(\epsilon) \cdot \frac{\epsilon}{h} = \int_0^\epsilon \sigma(\eta) \cdot b(\eta, \epsilon) \cdot d\eta \quad (3a)$$

$$P(\epsilon) \cdot e(\epsilon) \cdot \left(\frac{\epsilon}{h}\right)^2 = \int_0^\epsilon \sigma(\eta) \cdot b(\eta, \epsilon) \cdot (\epsilon - \eta) \cdot d\eta \quad (3a)$$

siendo:

$P(\epsilon)$  , la carga vertical.

$e(\epsilon)$  , la excentricidad.

$\epsilon$  , la deformación en la fibra más comprimida.

$\eta$  , la deformación en una fibra interior genérica.

$h$  , el canto de la probeta.

$b(\epsilon, \eta)$ , el ancho de la probeta.

$\sigma(\eta)$  , el diagrama tensión – deformación, cuya expresión matemática estamos buscando.

En nuestra campaña de ensayos,  $b(\epsilon, \eta)$  presenta las siguientes expresiones (ecuaciones 4 a 7):

- Probeta rectangular:

$$b(\epsilon, \eta) = \frac{h}{2} \quad (4)$$

- Probeta semicircular

$$b(\epsilon, \eta) = 2 \cdot \frac{h}{\epsilon} \cdot \sqrt{\epsilon^2 - \eta^2} \tag{5}$$

- Probeta triangular con deformación nula en arista

$$b(\epsilon, \eta) = 2 \cdot \frac{h}{\epsilon} \cdot \eta \tag{6}$$

- Probeta triangular con deformación nula en cara

$$b(\epsilon, \eta) = 2 \cdot \frac{h}{\epsilon} \cdot (\epsilon - \eta) \tag{7}$$

La ecuación (3) representa un sistema de dos ecuaciones integrales con una única incógnita funcional  $\sigma(\eta)$ . Por analogía con los sistemas de ecuaciones convencionales, se puede comprender fácilmente que el sistema puede tener, o bien una única solución, o bien no tener solución.

Si asumimos como válida la existencia de  $\sigma(\eta)$ , entonces deberían verificarse las siguientes relaciones entre  $P(\epsilon)$  y  $e(\epsilon)$  (ecuaciones 8 a 10):

- Probeta rectangular:

$$\frac{d}{d\epsilon} \left( P(\epsilon) \cdot e(\epsilon) \cdot \left( \frac{\epsilon}{h} \right)^2 \right) = P(\epsilon) \cdot \frac{\epsilon}{h} \tag{8}$$

- Probeta triangular con deformación nula en arista

$$\frac{d}{d\epsilon} \left( P(\epsilon) \cdot e(\epsilon) \cdot \frac{\epsilon^3}{h^3} \right) = P(\epsilon) \cdot \frac{\epsilon^2}{h^2} \tag{9}$$

- Probeta triangular con deformación nula en cara

$$\frac{d}{d\epsilon} \left( P(\epsilon) \cdot e(\epsilon) \cdot \frac{\epsilon^3}{h^3} \right) = 2 \cdot P(\epsilon) \cdot \frac{\epsilon^2}{h^2} \tag{10}$$

Para la probeta semicircular no es posible obtener una expresión explícita entre  $P(\epsilon)$  y  $e(\epsilon)$ .

Introduciendo las funciones experimentalmente medidas de  $P(\epsilon)$  y  $e(\epsilon)$ , se puede observar como las relaciones anteriormente descritas entre  $P(\epsilon)$  y  $e(\epsilon)$  no son satisfechas. Esto significa que no existe una función  $\sigma(\eta)$ , dependiente únicamente de la deformación, que satisfaga simultáneamente las dos condiciones de equilibrio para todo nivel de deformación. Esto significa que el valor de la tensión en una fibra depende no solo de la deformación en dicha fibra, sino de su posición.

Esta conclusión coincide con los resultados de trabajos desarrollados por otros grupos de investigación, que proponen la posibilidad de la existencia de una distribución tensional tridimensional en elementos de hormigón sometidos a esfuer-

zos uniaxiales (similares a los desarrollados en este trabajo) [13-18].

### Análisis numérico

Tal y como ha sido demostrado anteriormente, no existe ninguna función  $\sigma(\eta)$ , que dependa únicamente de la deformación, que cumpla simultáneamente las dos condiciones de equilibrio del sistema de ecuaciones (3). El presente artículo propone una metodología para obtener un diagrama tensión – deformación complejo  $\sigma(\eta, \epsilon)$ , en el que la tensión en un punto depende del valor de deformación en ese punto y del nivel de deformación general del elemento.

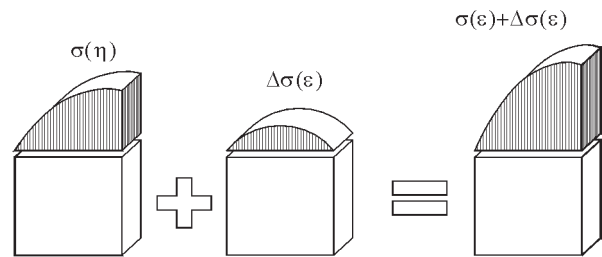


Figura 7: Primer y Segundo diagramas tensión-deformación, y diagrama completo.

Este diagrama tensión – deformación complejo se define como suma de dos diagramas: el primero de ellos  $\sigma(\eta)$ , que depende únicamente del valor de deformación en el punto, y el segundo  $\Delta\sigma(\epsilon)$ , que depende del nivel de deformación general (figura 7).

El primer diagrama tensional es obtenido experimentalmente a partir de los ensayos siguiendo un procedimiento numérico que será explicado más adelante. Para el segundo diagrama tensión – deformación, se propone la siguiente expresión (ecuación 11):

$$\Delta\sigma(\epsilon) = \frac{k(\epsilon)}{h^2} \cdot x \cdot (h - x) \tag{11}$$

siendo:

$k(\epsilon)$ , el “coeficiente de tridimensionalidad”, que depende únicamente del nivel de deformación general. Este coeficiente también es obtenido siguiendo el mismo procedimiento numérico que el utilizado para obtener el primero de los diagramas.

Este diagrama tensional complejo presenta una propiedad muy interesante: satisface simultáneamente las dos condiciones de equilibrio para todo nivel de deformación. Esto hace que el diagrama pueda ser utilizado para el diseño de elementos de hormigón, no solo en el momento de rotura, sino también en régimen elasto-plástico.

A continuación se expone el procedimiento numérico para obtener tanto el primer diagrama tensión – deformación, como el coeficiente de tridimensionalidad.



**Procedimiento numérico**

Sean  $P_i$ ,  $e_i$  and  $\epsilon_i$  los parámetros anteriormente definidos en el instante “i”. Se considera conocido el valor del primero de los diagramas hasta el instante “i-1”. Se asume la hipótesis de distribución lineal de tensiones entre dos valores de deformación consecutivos  $\epsilon_{j-1}$  y  $\epsilon_j$ . En el instante i, la distribución de tensiones en la probeta es la que se recoge en la figura 8.

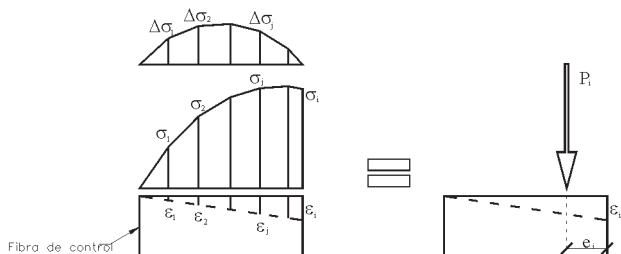


Figura 8: Distribución tensional para un determinado nivel de deformación.

La deformación en una fibra cualquiera se obtiene según la siguiente expresión (ecuación 12):

$$x_j = \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \cdot h \tag{12}$$

Las ecuaciones de equilibrio quedan como siguen (ecuaciones 13 y 14):

$$\sum F = P_i$$

$$P_i = \sum_{j=0}^i \frac{\sigma_j + \sigma_{j+1}}{2} \cdot (x_{j+1} - x_j) \cdot b + \sum_{j=0}^i \frac{\Delta\sigma_{j,i} + \Delta\sigma_{j+1,i}}{2} \cdot (x_{j+1} - x_j) \cdot b \tag{13}$$

$$\sum M = P_i \cdot e_i$$

$$P_i \cdot (h - e_i) = \sum_{j=0}^i \frac{\sigma_j + \sigma_{j+1}}{2} \cdot (x_{j+1} - x_j) \cdot b \cdot \left( x_j + \frac{2 \cdot \sigma_{j+1} + \sigma_j}{3 \cdot (\sigma_j + \sigma_{j+1})} \cdot (x_{j+1} - x_j) \right) + \sum_{j=0}^i \frac{\Delta\sigma_{j,i} + \Delta\sigma_{j+1,i}}{2} \cdot (x_{j+1} - x_j) \cdot b \cdot \left( x_j + \frac{2 \cdot \Delta\sigma_{j+1,i} + \Delta\sigma_{j,i}}{3 \cdot (\Delta\sigma_{j,i} + \Delta\sigma_{j+1,i})} \cdot (x_{j+1} - x_j) \right) \tag{14}$$

Para el valor de tensión  $\Delta\sigma_{j,i}$ , se propone la siguiente expresión (ecuación 15):

$$\Delta\sigma_{j,i} = \frac{k_i}{h^2} \cdot x_j \cdot (h - x_j) \tag{15}$$

Considerando esta hipótesis, las ecuaciones 13 y 14 quedan de la siguiente manera (ecuaciones 16 y 17):

$$P_i = \sum_{j=0}^i \frac{\sigma_j + \sigma_{j+1}}{2} \cdot (x_{j+1} - x_j) \cdot b + \frac{k_i}{h^2} \cdot \sum_{j=0}^i \frac{x_j \cdot (h - x_j) + x_{j+1} \cdot (h - x_{j+1})}{2} \cdot (x_{j+1} - x_j) \cdot b \tag{16}$$

$$P_i \cdot (h - e_i) = \sum_{j=0}^i \frac{\sigma_j + \sigma_{j+1}}{2} \cdot (x_{j+1} - x_j) \cdot b \cdot \left( x_j + \frac{2 \cdot \sigma_{j+1} + \sigma_j}{3 \cdot (\sigma_j + \sigma_{j+1})} \cdot (x_{j+1} - x_j) \right) + \frac{k_i}{h^2} \cdot \sum_{j=0}^i \frac{x_j \cdot (h - x_j) + x_{j+1} \cdot (h - x_{j+1})}{2} \cdot (x_{j+1} - x_j) \cdot b \cdot \left( x_j + \frac{x_{j+1} \cdot (h - x_{j+1}) + x_j \cdot (h - x_j)}{3 \cdot (x_j \cdot (h - x_j) + x_{j+1} \cdot (h - x_{j+1}))} \cdot (x_{j+1} - x_j) \right) \tag{17}$$

De las ecuaciones 16 y 17 es posible determinar, para cada nivel de deformación, los dos parámetros desconocidos:  $\sigma_j$  y  $k_i$ .

El resultado final del procedimiento numérico anteriormente descrito es la determinación de los dos siguientes diagramas [16]:

$\sigma(\eta)$  Es el primero de los diagramas tensión-deformación anteriormente definidos, que depende únicamente de la deformación en el punto.

$k(\epsilon)$  Este es el principal componente de  $\Delta\sigma(\epsilon)$ , Segundo de los diagramas tensión - deformación anteriormente definidos, que depende del nivel de deformación general del elemento.

**5. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LOS ENSAYOS**

El parámetro más interesante observado es la evolución de la relación carga vertical-excentricidad de la carga. En este punto cabe decir que las probetas, en función de su forma, se pueden clasificar en dos grandes grupos:

- Grupo 1: Este grupo incluye la sección rectangular y la triangular con deformación nula en arista.
- Grupo 2: Este grupo incluye la sección semicircular y la triangular con deformación nula en cara.

**Fenómenos observados en las probetas pertenecientes al grupo 1**

En las figuras 9 a 11 se recogen los resultados típicos de unos ensayos pertenecientes a este grupo 1. Como puede

observarse, al inicio del ensayo, la carga vertical se mantiene estática en torno al borde teórico del núcleo central. Este comportamiento se mantiene hasta que la deformación máxima alcanza un valor de aproximadamente 0,001.

- Forma de la probeta: La sección rectangular exhibe un movimiento horizontal mayor que la sección triangular con deformación nula en arista.

Este fenómeno observado coincide, en términos generales, con el descrito por Rüsçh y Hognestad en la década de los 60 [1-5]. A raíz de estos resultados se propone el siguiente mecanismo de colapso para las probetas pertenecientes al grupo 1.

Cuando la carga vertical es pequeña, el comportamiento del hormigón puede considerarse como elástico. En la probeta de hormigón se desarrolla todo un complejo campo tridimensional de tensiones. Este comportamiento elástico ocurre hasta que la carga vertical alcanza un determinado valor. En ese momento, aparece en la probeta, una región de daño. En este caso, se considera que aparecen dos regiones de daño situadas en los puntos superior e inferior de la fibra más comprimida (figura 12).

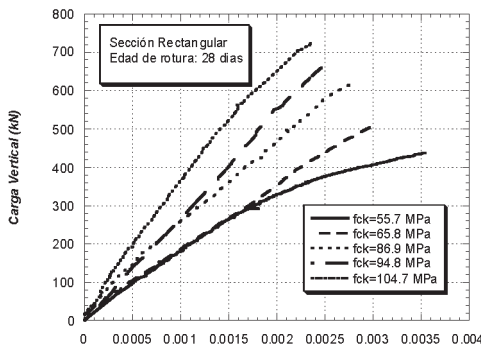


Figura 9: Relación carga vertical-deformación máxima.

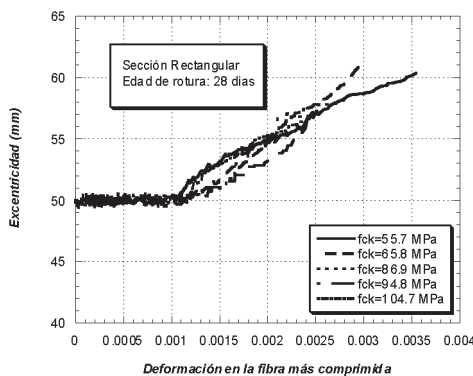


Figura 10: Relación excentricidad-deformación máxima.

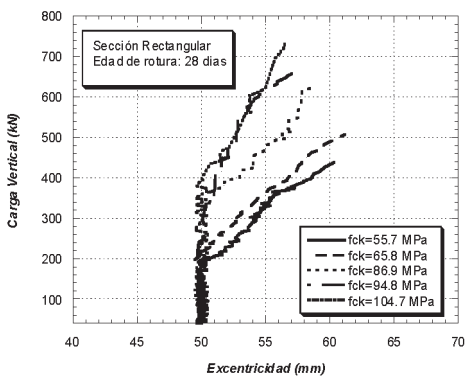


Figura 11: Relación carga vertical - excentricidad.

En ese momento, la carga vertical comienza a moverse hacia el centro de gravedad de la probeta. El valor del movimiento horizontal global depende de los siguientes factores:

- Resistencia a compresión del hormigón. Cuando mayor es la resistencia a compresión, menor es el movimiento horizontal medido.
- Edad de rotura: Cuanto mayor es la edad de rotura, menor es el movimiento horizontal medido.

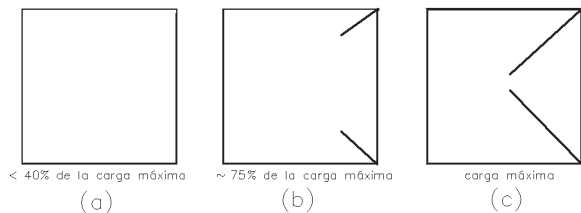


Figura 12: Propagación del daño en probetas pertenecientes al grupo 1.

Conforme continúa aumentando la carga vertical, así también lo hacen las regiones de daño. Éstas se mueven hacia el interior de la probeta siguiendo sendos planos inclinados. Esto provoca que la zona más comprimida de la probeta se debilite, y la carga vertical deba moverse hacia el interior con objeto de mantener la condición de ensayo (deformación vertical nula en fibra de control). La rotura ocurre cuando los dos planos de daño se encuentran. Esta explicación está de acuerdo con las investigaciones de Bazant [8].

### Fenómenos observados en las probetas pertenecientes al grupo 2

En las figuras 13 a 15 se representan los resultados típicos de unos ensayos pertenecientes a este grupo 2. Al igual que ocurre con los ensayos del grupo 1, al principio del mismo, la

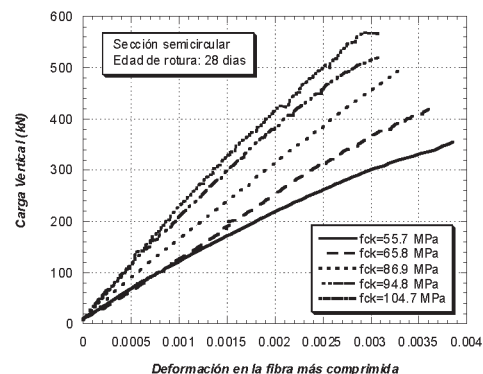


Figura 13: Relación carga vertical-deformación máxima.

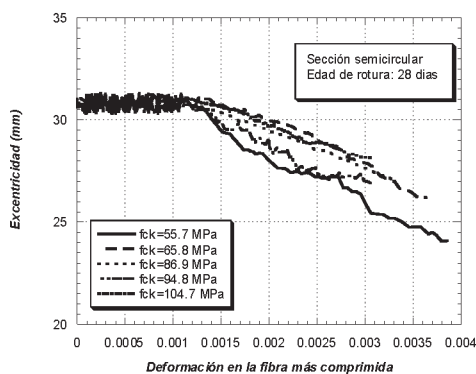


Figura 14: Relación excentricidad-deformación máxima.

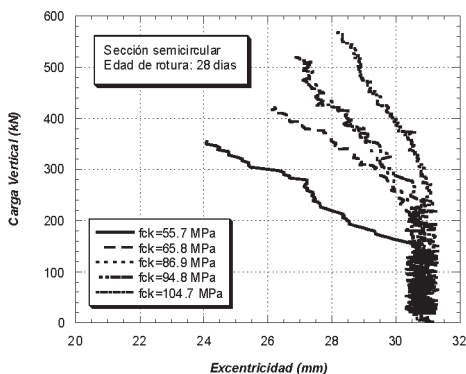


Figura 15: Relación carga vertical-excentricidad.

carga vertical se mantiene estática alrededor del borde teórico del núcleo central. Esto ocurre hasta que la deformación máxima alcanza un valor de aproximadamente 0,001.

En ese momento, la carga vertical comienza a moverse, pero a diferencia del caso anterior, el movimiento se produce hacia la fibra más comprimida. El valor del movimiento horizontal global depende de los mismos parámetros que en el caso anterior. Este fenómeno observado es nuevo y no ha sido descrito por ningún otro grupo de investigación.

El mecanismo de colapso propuesto para este caso es el que se recoge a continuación:

Para valores bajos de carga, el comportamiento del hormigón puede considerarse como elástico. Esto es cierto hasta que la deformación máxima del hormigón alcanza un determinado valor. A partir de este momento, aparece en la probeta una región de daño. A diferencia del caso anterior, se considera que el daño nace en el interior (figura 16).

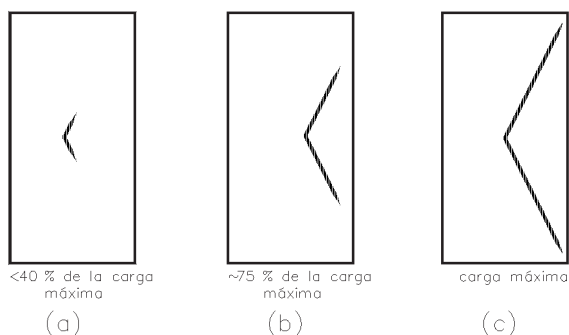


Figura 16: Propagación del daño en probetas pertenecientes al grupo 2.

Conforme la carga continúa aumentando, la región de daño va progresando. En este caso, el desarrollo es según dos planos oblicuos dirigidos hacia la fibra más comprimida. Esto provoca un debilitamiento del núcleo de la probeta. Es como si la probeta se ahuecase. En este caso, para poder mantener la condición de ensayo de deformación vertical nula en fibra de control, se hace necesario que la carga vertical se mueva hacia el exterior de la probeta.

Tanto para las probetas del grupo 1 como para las del grupo 2, cuanto más dúctil es el hormigón, más lenta es la propagación de la región de daño, y mayor es el movimiento horizontal observado de la carga vertical. Por el contrario, cuanto más frágil es el hormigón, más rápida es la propagación de los planos de rotura, y menor es el movimiento horizontal observado de la carga vertical.

### 6. COMPARACIÓN CON LOS RESULTADOS OBTENIDOS POR RÜSCH Y HOGNESTAD

Existen únicamente dos casos en los que dicha comparación es posible: probetas rectangulares de hormigón de alrededor de 45 MPa y probetas rectangulares de hormigón de 60 MPa. Previamente a la comparación es necesario definir los siguientes dos parámetros adimensionales ( $\alpha$  y  $\eta$ ) (ecuaciones 18 y 19):

$$\alpha = \frac{P}{b \cdot d \cdot f_c} \tag{18}$$

$$\eta = \frac{e}{d} \tag{19}$$

siendo:

- P: carga vertical
- b: anchura de las probetas
- d: canto de las probetas
- $f_c$ : resistencia a compresión del hormigón
- e: excentricidad de la carga vertical, definida como la distancia horizontal entre la fibra más comprimida y el punto de aplicación de la carga.

#### Hormigón de 45 MPa

En este caso, es únicamente posible comparar nuestros resultados con los obtenidos por Rüschi. Con los parámetros previamente definidos, se ha dibujado los diagramas de las figuras 17 y 18. Como se puede apreciar, los resultados de ambos trabajos de investigación son muy similares.

#### Hormigón de 60 MPa

En este caso es posible comparar nuestros ensayos con los desarrollados por Rüschi y también por Hognestad (figuras 19 y 20). Se puede ver que los resultados también son bastante similares.

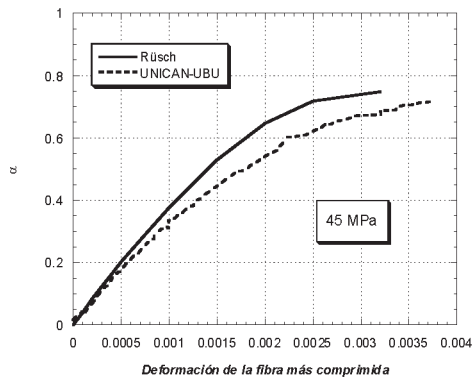


Figura 17: Comparación del parámetro  $\alpha$  con los resultados de Rüsçh [3, 4].

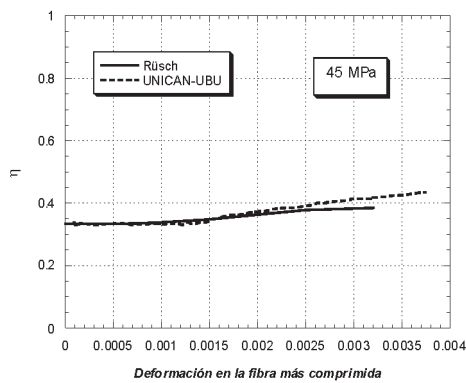


Figura 18: Comparación del parámetro  $h$  con los resultados de Rüsçh [3, 4].

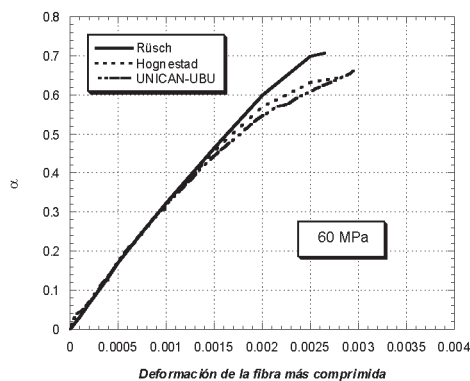


Figura 19: Comparación del parámetro  $\alpha$  con los resultados de Hognestad [1, 2] y Rüsçh [3, 4].

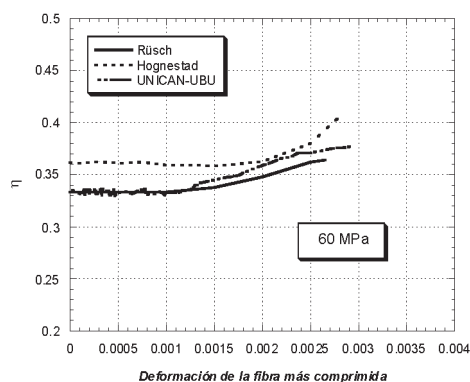


Figura 20: Comparación del parámetro  $\eta$  con los resultados de Hognestad [1, 2] y Rüsçh [3, 4].

## 7. CONCLUSIONES

De los resultados de este estudio se derivan las siguientes conclusiones:

- Una nueva máquina de ensayo ha sido desarrollada para obtener experimentalmente la distribución tensional en probetas de hormigón de diferente resistencia, incluyendo hormigones de alta resistencia. El procedimiento de ensayo supone una mejora sustancial con respecto al utilizado anteriormente por otros investigadores.
- Se ha llevado a cabo una amplia campaña de ensayos, en la que 240 probetas han sido ensayadas hasta rotura. Las variables de ensayo han sido la forma de la probeta, la edad de rotura y la resistencia del hormigón.
- No es posible establecer una relación biunívoca entre la tensión en un punto y su deformación únicamente, sino que la tensión vertical aplicada en un punto de la sección de la probeta depende de la deformación vertical de dicho punto y del nivel de deformación general de la pieza. Esto se traduce en que no es posible definir un diagrama tensión – deformación que cumpla de forma simultánea con las dos condiciones de equilibrio sobre la sección para todo nivel de carga.
- Existen dos modos de comportamiento diferente de los elementos de hormigón excéntricamente cargados, en función de la forma de la sección transversal. En las probetas pertenecientes al grupo 1, la carga vertical se mueve hacia el centro de gravedad. Por el contrario, en las probetas pertenecientes al grupo 2, la carga vertical se mueve hacia la fibra más comprimida.
- Este comportamiento puede tener influencia en el diseño de elementos de hormigón estructural, especialmente para el caso de las secciones pertenecientes al grupo 2. En este caso es posible obtener un mayor brazo mecánico en la sección, lo que implica menores esfuerzos de tracción en la armadura para resistir un determinado esfuerzo de flexión, así como una menor cantidad de armadura.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen sinceramente la ayuda ofrecida por las universidades de Cantabria y Burgos. Asimismo se agradece la colaboración de las empresas PRECON S.A., BETTOR-MBT y SIKKA. Se agradece de igual forma a la Unión Europea por los fondos concedidos.

## BIBLIOGRAFÍA

1. McHenry, D.; Hanson, N.W.; Hognestad, E. "Concrete stress distribution in ultimate strength design". Journal of the American Concrete Institute. Diciembre 1955.
2. Mattock, A.H.; Kriz, L.B. Hognestad, E. "Rectangular concrete stress distribution in ultimate strength design". Journal of the ACI. Febrero 1961.



3. Rüsç, H. "Versuche zur Festigkeit der Biegedruckzone. Festigkeit und Verformung des exzentrisch gedrückten Rechteckquerschnittes aus unbewehrtem Beton bei kurzzeitiger Lasteinwirkung". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. 1955.
4. Rüsç, H.; Kordina, K.; Stöckl, S. "Festigkeit der Biegedruckzone. Vergleich von Prismen- und Balkenversuchen". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. 1967.
5. Rasch, C. "Spannungs – Dehnungs – Linien des Beton und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. 1962.
6. Griffith, A.A. "The theory of rupture". Proceedings of the First International Conference of Applied Mechanics. 1924.
7. Hillerborg, A.; Modéer, M.; Petersson, P.E. "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements". Cement Concrete Res. 1976.
8. Bazant, J.P; Planas, J. "Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials". Ed. CRC Press. 1998.
9. Markeset, G. "Failure of concrete under compressive strain gradients". NTH Universitetet i Trondheim. 1993.
10. Markeset, G. "Eccentrically loaded prisms of high strength concrete". 4th International Symposium on Utilization of High Strength/High Performance Concrete. Paris 1996.
11. Meyer, J. "Improving the ductility of high performance concrete". Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Leipzig. LACER N° 3, 1998.
12. Meyer, J.; Sint, A. "Calculation of the load – deformation behaviour of over-reinforced concrete beams with the BDZ Model". , Universität Leipzig. LACER N° 4, 1999.
13. Foster, S.J.; Attard, M.M. "Experimental tests on eccentrically loaded high -strength concrete columns". ACI Structural Journal. Marzo 1997.
14. Ahmad, S.H.; Shah, S.P. "High Performance Concretes and Applications". Edward Arnold Publications. 1994.
15. Shah, S.P.; Swartz, S.E.; Ouyang C. "Fracture Mechanics of Concrete". Wiley Interscience. 1995.
16. Vicente, M.A. "Estudio del comportamiento en flexocompresión de los hormigones de alta resistencia.". Tesis Doctoral. Departamento de Ingeniería Estructural y Mecánica. Universidad de Cantabria. Febrero 2001.
17. González, D.C. "Desarrollo de nuevos diagramas tensión-deformación para el dimensionamiento en E.L.U. de elementos de hormigón estructural de alta resistencia". Tesis Doctoral. Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Burgos. Noviembre 2002.
18. Arenas, J.J.; Gutiérrez, G.; Vicente, M.A.; González D.C. "Behaviour of high strength concrete under combined bending and compression". ACI Journal of Materials. Aceptado para publicar.

# Cálculo a cortante de vigas de hormigón de alta resistencia

## *Shear design of reinforced high-strength concrete beams*



**Antoni Cladera Bohígas**

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Profesor Asociado. Departamento de Ingeniería de la Construcción  
Universidad Politécnica de Cataluña



**Antonio Marí Bernat**

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y puertos  
Catedrático. Departamento de Ingeniería de la Construcción  
Universidad Politécnica de Cataluña

### RESUMEN

Se ha llevado a cabo una extensa investigación con el objetivo de avanzar en el conocimiento de la respuesta de vigas de hormigón de alta resistencia sin y con cercos rompiendo por cortante. Se ensayaron dieciocho vigas, construidas con hormigones de resistencia a compresión comprendida entre 50 y 87 MPa. Además, para tener en cuenta la gran cantidad de información disponible en la literatura científica sobre vigas ensayadas a cortante, se desarrollaron dos Redes Neuronales Artificiales para predecir la resistencia a cortante y, basándose en sus resultados, se efectuó un estudio paramétrico para determinar la influencia de cada variable que afecta al cortante último. Finalmente, y en función del comportamiento observado, se han propuesto nuevas expresiones para el proyecto de vigas de hormigón convencional y de alta resistencia sin y con armadura a cortante. Las nuevas expresiones correlacionan con los resultados experimentales mejor que las normativas vigentes estudiadas.

### SUMMARY

*To better understand the response of high-strength concrete beams failing in shear with and without shear reinforcement, an extensive research on shear design of reinforced high-strength and normal-strength has been carried out. Eighteen reinforced concrete beams were tested whose concrete compressive strength of the beams at the age of the tests ranged from 50 to 87 MPa. Moreover, to take into account the large*

*amount of beams tested, two Artificial Neural Networks were developed to predict the shear strength of reinforced beams and, based on its results, a parametric study was carried out to determine the influence of each parameter affecting the failure shear strength. Finally, new expressions are proposed, taking into account the observed behaviour for the design of high-strength and normal-strength reinforced concrete beams with or without shear reinforcement. The new expressions correlate with the empirical tests better than any current studied code of practice does.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Pese a que el uso del hormigón de alta resistencia (HAR) se ha extendido significativamente en el sector de la construcción durante los últimos años, existen todavía algunas dudas sobre la utilización para HAR de formulas originariamente obtenidas para hormigones convencionales (HC). El incremento de la resistencia a compresión conlleva una mejora de la mayoría del resto de las propiedades del hormigón, en especial de la durabilidad, pero también produce un aumento de la fragilidad y la formación de fisuras menos rugosas, lo que puede afectar de forma importante a la resistencia a cortante.

Además, desde principios del siglo xx, cuando Mörsch y Ritter postularon los primeros modelos de celosía, se han producido grandes avances en el conocimiento del fenómeno de la rotura por cortante, aunque no se ha llegado todavía a un acuerdo total entre los investigadores. Algunos modelos alta-

mente sofisticados todavía necesitan simplificación para poder ser implementados en el ámbito normativo, mientras que otras formulaciones han ofrecido correlaciones excelentes con determinados ensayos, pero han fallado al predecir resultados en condiciones no ensayadas con anterioridad [1].

En este contexto, y dentro del proyecto “CICYT-TRA99/0974: Establecimiento de bases de cálculo y criterios de proyecto de elementos estructurales de hormigón de alta resistencia para infraestructuras viarias y ferroviarias”, se plantea estudiar la respuesta a cortante de vigas de hormigón armado de alta resistencia y llevar a cabo una propuesta de formulación capaz de predecir la rotura por cortante de vigas armadas tanto de HC como de HAR.

Para ello, en el apartado 2 se presenta y discute los resultados de una campaña experimental, llevada a cabo en la Universidad Politécnica de Cataluña, que implicó la rotura por cortante de 18 vigas de resistencia a compresión comprendida entre 50 y 87 MPa. A continuación, en el apartado 3, se muestra la base de datos creada para estudiar el fenómeno de la rotura por cortante a través de más de 315 resultados experimentales y se analizan los datos a través de dos redes neuronales artificiales desarrolladas a tal efecto. En el apartado 4 se propone, en base a los resultados y las observaciones de los anteriores, una nueva formulación de la resistencia a cortante para vigas armadas de HC sin armadura a cortante, y se compara las propuestas con diferentes normativas. En el apartado 5 se presenta la propuesta para vigas con armadura transversal. Finalmente, se concluye que los métodos propuestos mejoran notablemente la correlación con los resultados experimentales respecto a las formulaciones actualmente vigentes.

## 2. CAMPAÑA EXPERIMENTAL

### 2.1. Objetivos de la campaña experimental y propiedades de las vigas ensayadas

- Los principales objetivos de la campaña experimental llevada a cabo fueron:
- Estudiar la influencia de la resistencia a compresión del hormigón en la resistencia a cortante en vigas sin y con armadura a cortante.
- Proponer y verificar una cuantía mínima de armadura en función de la resistencia a tracción del hormigón, y no de la resistencia a compresión como en la actual Instrucción EHE.
- Evaluar la eficiencia de la cuantía de armadura transversal en función de la resistencia a compresión del hormigón. Algunos investigadores creen que los cercos son más eficientes en vigas de HAR que en vigas de HC [2] [3].
- Evaluar la influencia de la cuantía de armadura longitudinal por encima del valor límite de 2% que fija la Instrucción EHE.
- Estudiar la influencia en la resistencia a cortante de la armadura de piel distribuida en el alma, ya que de acuerdo con Collins y Kuchma [4] es una variable importante en el efecto tamaño.

Para alcanzar estos objetivos, se diseñaron y ensayaron dieciocho vigas. La tabla 1 y la figura 1 muestran los detalles de las vigas de 400 mm de canto y 200 mm de ancho que fueron ensayadas bajo una luz a cortante de 1080 mm. Las vigas se agrupaban en 4 series (H50, H60, H75 y H100) en función de la resis-

Tabla 1: Detalles de las vigas ensayadas y resumen de los resultados experimentales.

Viga	$f_c$ MPa	$f_{sp}$ MPa	$b_w$ mm	$d$ mm	$a/d$	Arm. cortante		Arm. longitudinal		$V_{test}$ (KN)	$V_{fis}$ (KN)
						Cercos/dist. mm	$\rho_w \dagger$ MPa	Arm. de refuerzo	$\rho_l$		
H50/1	49,9	3,46	200	359	3.01	-	0	2 $\phi$ 32	2,24	99,69	95
H50/2	49,9	3,46	200	353	3.06	$\phi$ 6/260	0,577	2 $\phi$ 32	2,28	177,64	85
H50/3	49,9	3,46	200	351	3.08	$\phi$ 8/210	1,291	2 $\phi$ 32	2,29	242,07	90
H50/4	49,9	3,46	200	351	3.08	$\phi$ 8/210	1,291	2 $\phi$ 32 + 1 $\phi$ 25	2,99	246,34	110
H50/5	49,9	3,46	200	359	3.01	-	0	2 $\phi$ 32 + 6 $\phi$ 8	2,24	129,65	85
H60/1	60,8	4,22	200	359	3.01	-	0	2 $\phi$ 32	2,24	108,14	104
H60/2	60,8	4,22	200	353	3.06	$\phi$ 6/200	0,747	2 $\phi$ 32	2,28	179,74	95
H60/3	60,8	4,22	200	351	3.08	$\phi$ 8/210	1,267	2 $\phi$ 32	2,29	258,78	100
H60/4	60,8	4,22	200	351	3.08	$\phi$ 8/210	1,267	2 $\phi$ 32 + 1 $\phi$ 25	2,99	308,71	-
H75/1	68,9	3,69	200	359	3.01	-	0	2 $\phi$ 32	2,24	99,93	99
H75/2	68,9	3,69	200	353	3.06	$\phi$ 6/200	0,747	2 $\phi$ 32	2,28	203,94	95
H75/3	68,9	3,69	200	351	3.08	$\phi$ 8/210	1,267	2 $\phi$ 32	2,29	269,35	95
H75/4	68,9	3,69	200	351	3.08	$\phi$ 8/210	1,267	2 $\phi$ 32 + 1 $\phi$ 25	2,99	255,23	100
H100/1	87,0	4,05	200	359	3.01	-	0	2 $\phi$ 32	2,24	117,85	117,85
H100/2	87,0	4,05	200	353	3.06	$\phi$ 6/165	0,906	2 $\phi$ 32	2,28	225,55	110
H100/3	87,0	4,05	200	351	3.08	$\phi$ 8/210	1,291	2 $\phi$ 32	2,29	253,64	110
H100/4	87,0	4,05	200	351	3.08	$\phi$ 8/210	1,291	2 $\phi$ 32 + 1 $\phi$ 25	2,99	266,53	85
H100/5	87,0	4,05	200	359	3.01	-	0	2 $\phi$ 32 + 6 $\phi$ 8	2,24	140,09	85

$\dagger$  Calculado utilizando el límite elástico real de los cercos

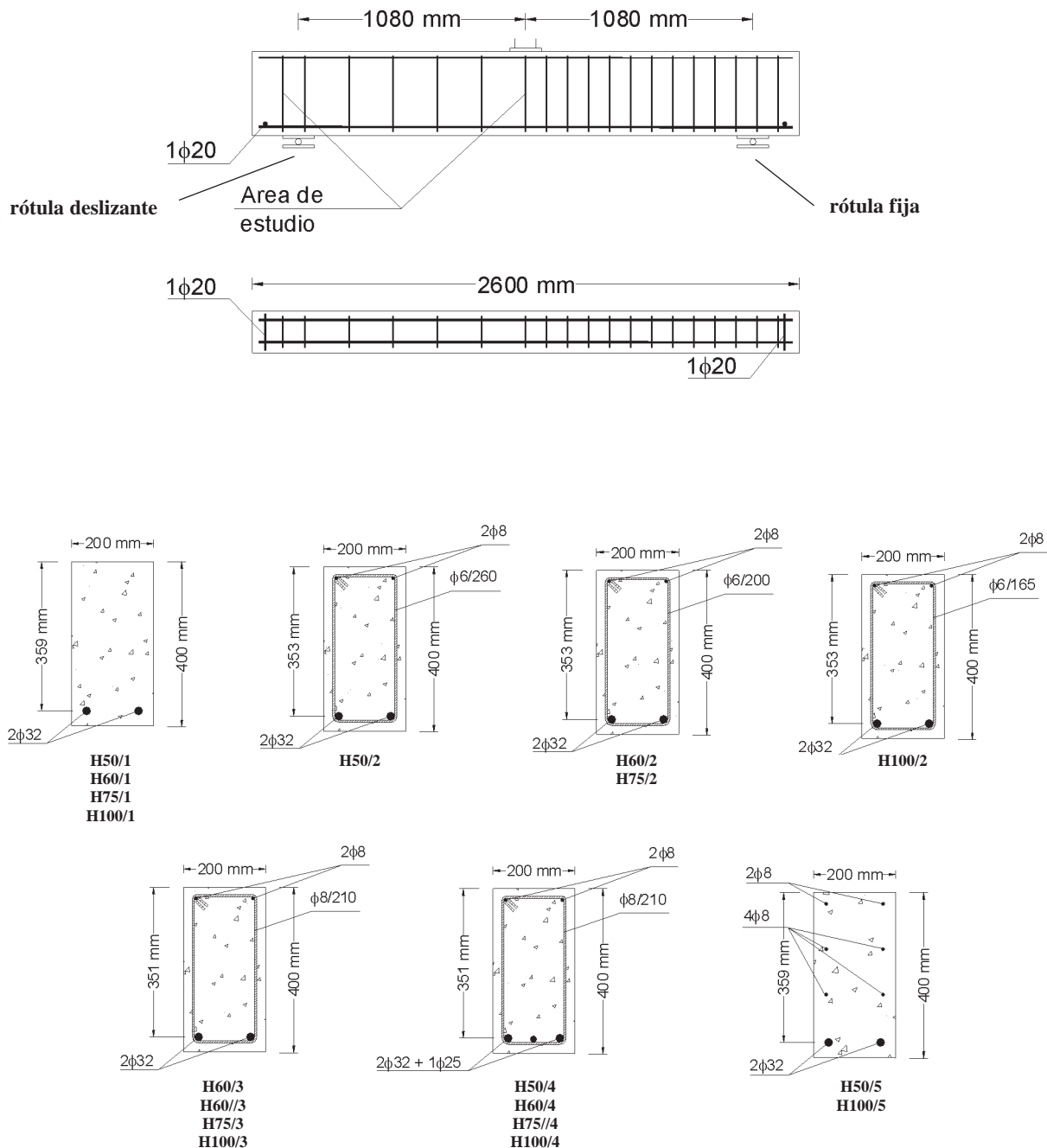


Figura 1: Configuración del ensayo y sección transversal de las vigas ensayadas.

tencia a compresión del hormigón. La resistencia real de cada hormigón a la edad de los ensayos se presenta en la tabla 1.

Las vigas número 1 de cada serie (H50/1, H60/1, H75/1 y H100/1) no tenían armadura a cortante. La armadura longitudinal consistía en 2 barras de acero B 500 S de 32 mm de diámetro.

Las vigas número 2 disponían de la armadura mínima a cortante propuesta en este estudio, que se basa en que ésta tiene que ser proporcional a la resistencia a tracción del hormigón y que para un hormigón de 25 MPa el valor de la armadura mínima propuesta debe aproximadamente ser igual al dado por la Instrucción EHE y el Código ACI. Finalmente la expresión propuesta resulta:

$$A_{w,min} = \frac{f_{ct,m}}{7,5} \frac{b_w s}{f_{ywd}} \text{ MPa} \quad (1)$$

donde, según la ‘Guía de diseño para HAR’ [5], la resistencia media a tracción se define como:

$$f_{ct,m} = 0,30 \sqrt[3]{f_c^2} \text{ MPa si } f_c \leq 60 \text{ MPa} \quad (2)$$

$$f_{ct,m} = 0,58 \sqrt[2]{f_c} \text{ MPa si } f_c > 60 \text{ MPa} \quad (3)$$

y  $f_{ywd}$  es el límite elástico minorado de la resistencia a cortante.

La figura 2 compara la cuantía de armadura transversal propuesta por la ecuación 1 con distintas cuantías dadas por diferentes normativas. La Instrucción EHE [6] resulta excesivamente conservadora al plantear que la armadura mínima a



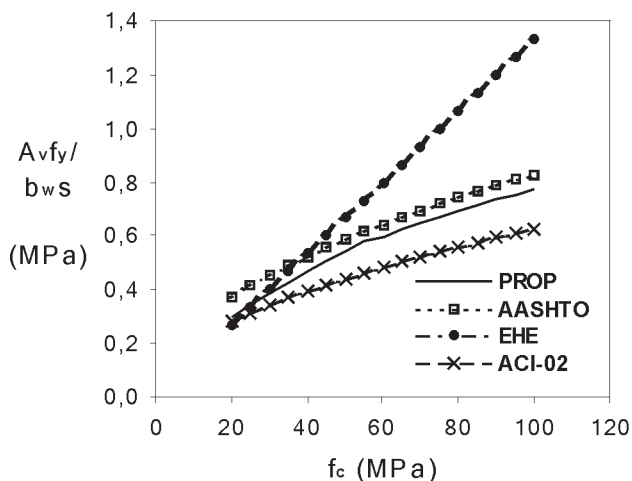


Figura 2: Comparación de la armadura mínima a cortante para diferentes normativas y la ecuación propuesta.

cortante es función de la resistencia a compresión del hormigón cuando la resistencia a tracción no crece proporcionalmente a ésta.

La tercera viga de cada serie (H50/3, H60/3, H75/3 y H100/3) disponía de una cuantía de cercos constante en las 4 vigas y mayor que la cuantía mínima propuesta. La armadura longitudinal era igual que en las vigas 1 y 2 de cada serie.

La viga número 4 de cada serie presentaba la misma armadura a cortante que las vigas 3, pero una mayor cuantía longitudinal, como se aprecia en la tabla 1 y en la figura 1.

Las vigas H50/5 y H100/5 no tenían cercos pero disponían de cuatro  $\phi 8$  longitudinales distribuidos en las caras laterales además de dos  $\phi 8$  en la zona de compresión, resultando una distancia vertical entre barras longitudinales de 110 mm. Collins et al. [4] sugirieron que el efecto tamaño no es solamente función del canto de la viga, sino también de la distancia entre armaduras distribuidas en el alma ( $s_x$ ). Según las especificaciones del AASHTO, cada capa de esta armadura de control debe tener un área de, al menos,  $0,004 \cdot b_w \cdot s_x$ . El área provista en las vigas H50/5 y H100/5 verificaba esta condición.

## 2.2. Fabricación de las vigas, propiedades de los materiales, instrumentación y procedimiento de ensayo

Las vigas fueron construidas en la planta de prefabricados Alvisa de Selgua (Huesca). Los componentes del hormigón, las armaduras de refuerzo, moldes y los procedimientos fueron los habitualmente utilizados en su planta. El tamaño máximo de árido fue 12 mm en todas las dosificaciones. La resistencia a compresión y tracción a la edad de los ensayos obtenidas a partir de probetas mantenidas en las mismas condiciones ambientales que las vigas se muestra en la tabla 1.

Las armaduras utilizadas eran B 500 SD. El límite elástico real ( $f_y$ ) y la carga unitaria de rotura ( $f_u$ ) de las armaduras utilizadas como cercos se presentan en la tabla 2.

Tabla 2: Propiedades del acero de los cercos.

Tamaño – series	Área $\text{mm}^2$	$f_y$ MPa	$f_u$ MPa
$\phi 6$ - H60 y H75	28,27	530	680
$\phi 8$ - H60 y H75	50,27	530	685
$\phi 6$ - H50 y H100	28,27	530	680
$\phi 8$ - H50 y H100	50,27	540	672

La instrumentación de las vigas se llevó a cabo utilizando células de carga, galgas extensométricas en la armadura longitudinal y transversal, y transductores de desplazamiento tanto para medir flechas como la deformación del alma por cortante. Todas las variables fueron monitorizadas de forma continua a través del sistema de adquisición de datos.

La carga se aplicaba en el centro del vano, como indica el croquis de la figura 1, mediante una rótula esférica sobre un neopreno de 150 mm de anchura y 28 mm de espesor. La viga se apoyaba sobre una rótula deslizante, en el lado instrumentado, y una rótula fija en el lado contrario. Los cilindros de las rótulas eran en ambos casos de 40 mm. Los ensayos se desarrollaron bajo control de desplazamiento, utilizando una prensa de 1000 kN de capacidad máxima.

## 2.3. Modos de rotura

Todas las vigas rompieron por mecanismos de cortante. Sin embargo, la viga H60/3 colapsó bajo una combinación de cortante y elevadas deformaciones longitudinales, de modo que las fisuras por cortante no llegaron a atravesar la cabeza de compresión de la viga. La figura 3 muestra los esquemas habituales de fisuración en el momento de la rotura observados en la campaña experimental.

El modo de rotura de las vigas sin armadura a cortante es diferente del de las vigas con cercos. Las vigas H50/1, H60/1, H75/1 y H100/1 colapsaron bruscamente tras la aparición de una sólo fisura a cortante. En general, cuanto mayor era la resistencia a compresión del hormigón más frágil era la rotura.

Las vigas sin cercos pero con armadura longitudinal en el alma desarrollaron más de una fisura por cortante (figura 3b), y el cortante de rotura fue más elevado que para las vigas iguales sin la armadura distribuida. De todos modos, la rotura fue también muy repentina.

Sin embargo, las vigas provistas de cercos presentaron un comportamiento más dúctil. Tras la formación de la primera fisura, los cercos empezaron a trabajar y se formaron más fisuras diagonales (figura 3c).

## 2.4. Discusión de los resultados experimentales

### Vigas sin armadura a cortante

El cortante de rotura de las vigas H50/1, H60/1, H75/1 y H100/1 fue 99,69 kN, 108,14 kN, 99,93 kN y 117,85 kN

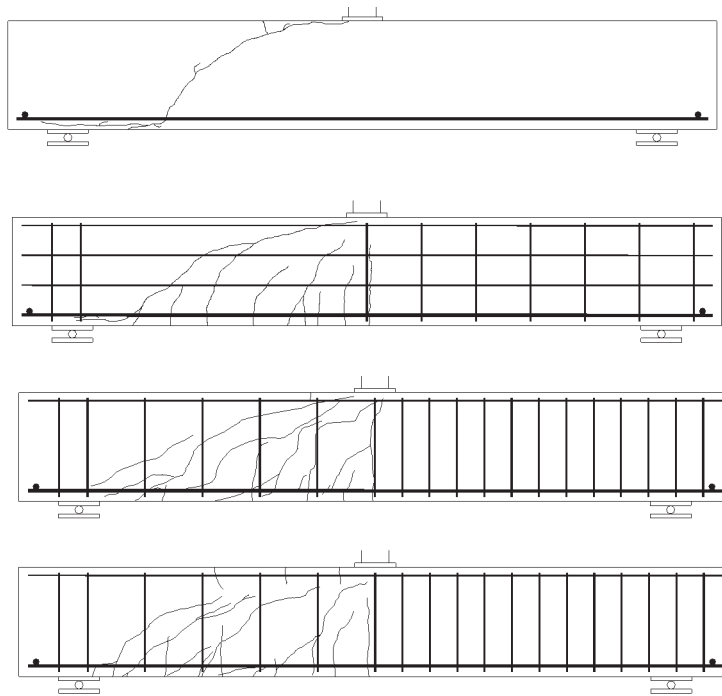


Figura 3: Fisuración en rotura típica para las vigas ensayadas. a) Vigas sin armadura a cortante. b) Vigas con armadura longitudinal distribuida en el alma. c) Vigas con armadura a cortante. d) Viga H60/3 –las fisuras de cortante no cruzaron la cabeza comprimida de la viga.

respectivamente (figura 4). Por tanto, hubo un pequeño incremento del cortante de rotura al aumentar la resistencia a compresión del hormigón, excepto para la viga H75/1, cuyo hormigón presentaba una resistencia a tracción inferior que la de la viga H60/1 (tabla 1). El análisis llevado a cabo mediante un programa de elementos finitos no lineal reproduce correctamente el mismo comportamiento (figura 4).

*Vigas con armadura longitudinal distribuida en el alma*

Las vigas H50/5 y H100/5 (con armadura longitudinal distribuida) presentaron un mecanismo de rotura diferente a las vigas H50/1 y H100/1, sin cercos y sin armadura distribuida, como se aprecia en la figura 5. Se desarrolló más de una fisura a cortante, y el cortante de rotura aumentó en un 30% en la

viga H50/5 respecto la viga H50/1, y un 19% en la viga H100/5 respecto H100/1.

*Vigas con armadura a cortante*

Las vigas H50/2, H60/2, H75/2 y H100/2 disponían de la armadura mínima propuesta por la ecuación 1. La figura 6 y la tabla 3 demuestran que la cuantía mínima de armadura a cortante propuesta es adecuada, ya que las vigas con la armadura mínima mostraron una reserva de resistencia significativa tras la fisuración. El valor del cortante que produce la plastificación de los cercos,  $V_y$  en la tabla 3, se consideró como el cortante en el momento en que plastificaban los dos cercos que cruzaban la fisura.

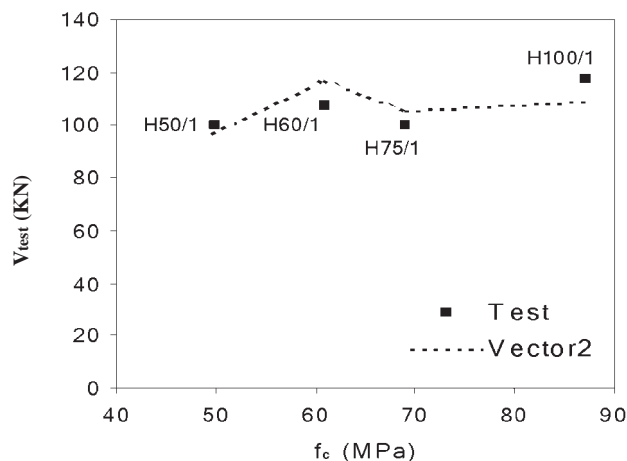


Figura 4: Comparación del cortante de rotura experimental con el obtenido mediante un programa no lineal de elementos finitos (Vector 2 del Prof. Vecchio) para las vigas H50/1, H60/1, H75/1 y H100/1.

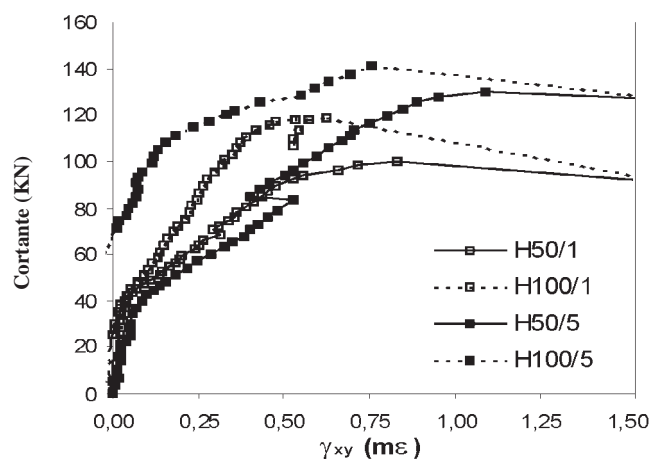


Figura 5: Deformación por cortante en vigas con armadura longitudinal distribuida (H50/5 y H100/5) comparada con la deformación en las vigas sin armadura a cortante (H50/1 y H100/1).

**Tabla 3: Armadura mínima a cortante, cortante de rotura, de plastificación y de fisuración para vigas con armadura mínima propuesta.**

Viga	$f_c$ MPa	Armadura a cortante Cercos/dis mm	$tr_w$ † MPa	$V_{test}$ (KN)	$V_y$ (KN)	$V_{fis}^*$ (KN)	$V_y / V_{fis}$	$V_{test} / V_{fis}$
H50/2	49,9	φ6/260	0,577	177,64	158	85	1,86	2,09
H60/2	60,8	φ6/200	0,747	179,74	140	95	1,47	1,89
H75/2	68,9	φ6/200	0,747	203,94	144	95	1,52	2,15
H100/2	87,0	φ6/165	0,906	225,55	194	110	1,76	2,32

† Calculado utilizando el límite elástico real de los cercos  
\* Cortante de fisuración aproximado

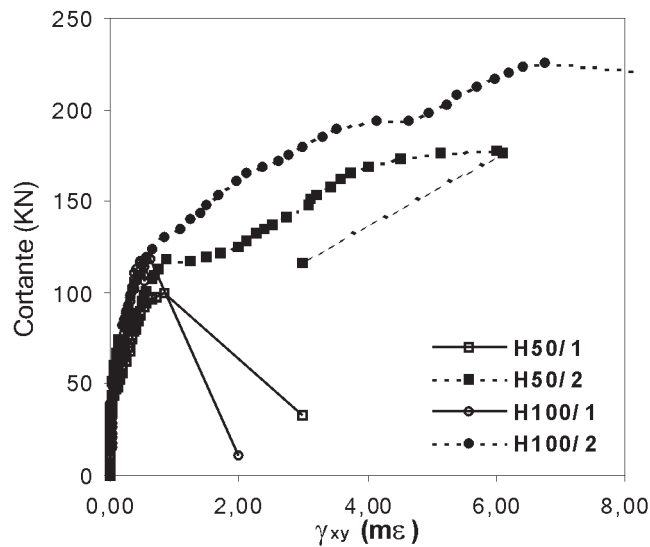


Figura 6: Deformación por cortante en vigas sin armadura a cortante (H50/1, H100/1) y en vigas con la armadura mínima propuesta (H50/2 y H100/2).

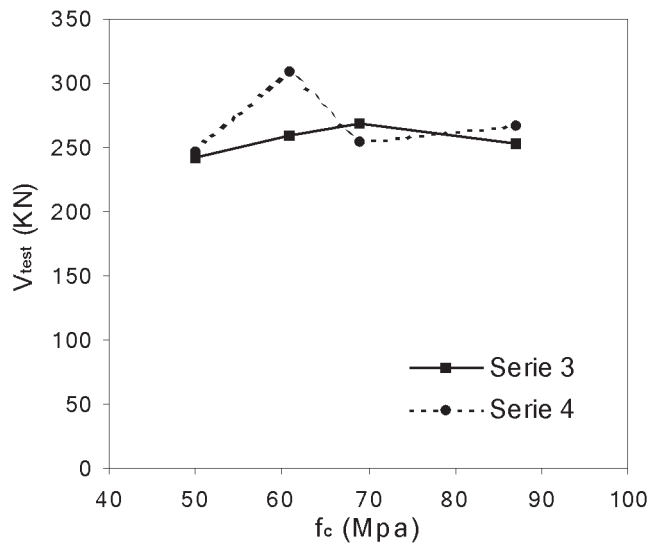


Figura 7: Cortante de rotura en vigas con armadura a cortante en función de la resistencia del hormigón.

La influencia de la resistencia a compresión del hormigón en vigas con armadura a cortante se puede estudiar a partir de las vigas de las Series 3 y 4. El cortante de rotura de estas

vigas se muestra en la figura 7. Se aprecia, como tendencia general, un ligero aumento de la resistencia a cortante al aumentar la resistencia del hormigón, excepto para la viga

H100/3. La viga H60/4 colapsó bajo un cortante muy elevado, tras la plastificación de la armadura longitudinal, sin que se haya encontrado ninguna razón que lo justifique.

La adición de armadura de refuerzo aumenta la resistencia a cortante y proporciona una mayor ductilidad a la viga. El esquema de fisuración también cambia en función de la armadura. Por ejemplo, en la viga H50/1 sólo apareció una fisura diagonal antes de la rotura, mientras que aparecieron dos en la viga H50/2 y de tres a cuatro en la viga H50/3. El cortante de rotura de las vigas 1, 2 y 3 de cada dosificación de hormigón se presenta en la figura 8 juntamente con una línea de tendencia (línea a trazos en las gráficas) y su respectiva ecuación

### 3. REDES NEURONALES APLICADAS A LA RESISTENCIA A CORTANTE

Una Red Neuronal Artificial (RNA) es una herramienta computacional que trata de simular la arquitectura y las características internas del cerebro humano y su sistema nervioso [7]. Las RNAs se componen de un número de elementos de proceso simples y altamente interconectados, que representan neuronas, y que constituyen una red (figura 9). Cada neurona o elemento de proceso recibe varias entradas (*inputs*) desde otras neuronas, pero manda solo una señal de salida (*output*). El proceso de aprendizaje de una RNA implica presentar un conjunto de ejemplos con variables de entrada y salidas cono-

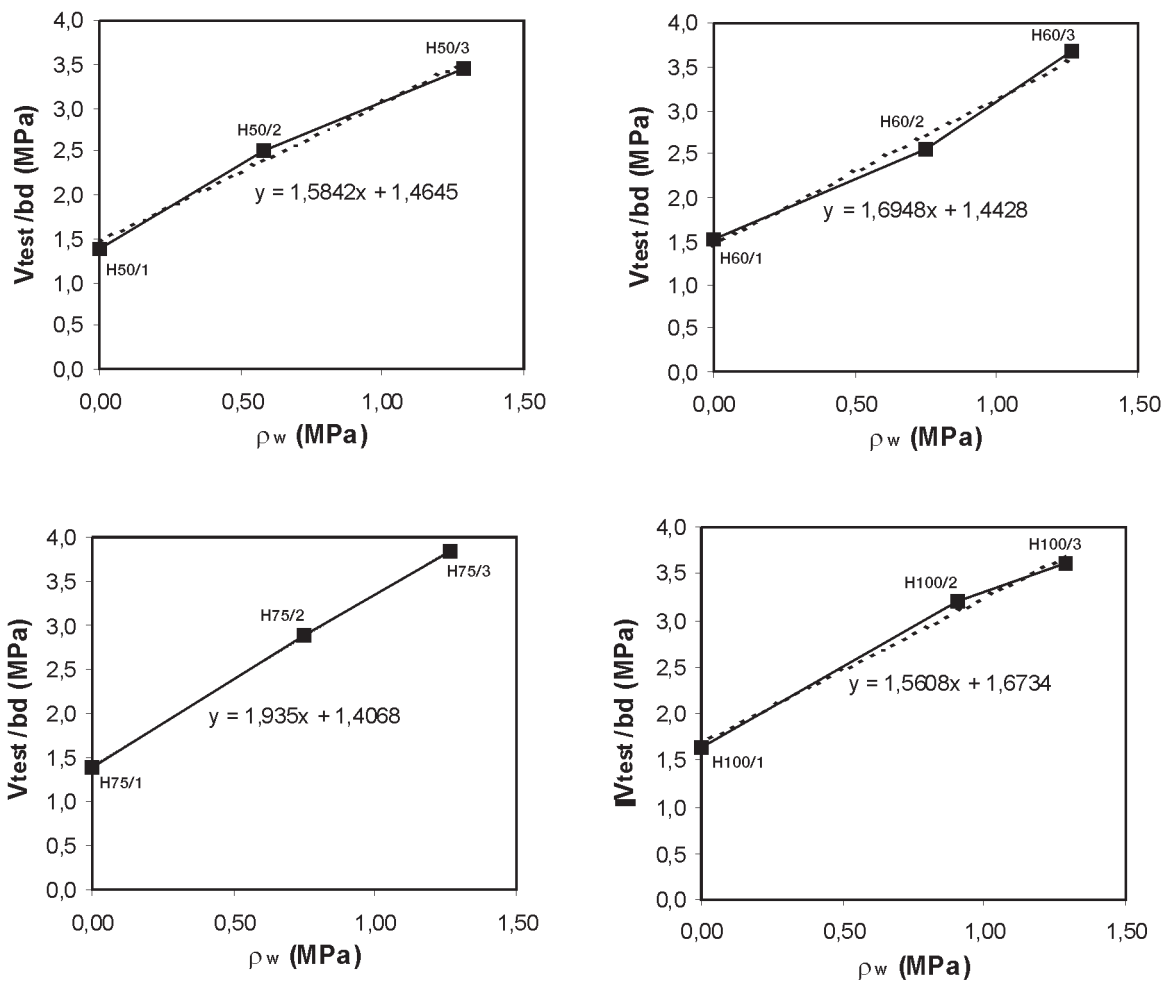


Figura 8: Influencia de la cuantía de armadura transversal relacionada con la resistencia del hormigón.

ción. Las líneas de tendencia sugieren que los cercos son más efectivos al aumentar la resistencia a compresión del hormigón, excepto para la dosificación H100. No obstante, el número de ensayos no es suficiente para afirmar con rotundidad la anterior sugerencia, que ya había sido observada por otros autores [3].

Las vigas de la serie 4 estaban provistas de un 2,99% de armadura longitudinal, comparado con un 2,24% de las vigas de la serie 3. La resistencia a cortante aumentó ligeramente al aumentar dicha cuantía, excepto en el caso de la viga H75/4 (figura 7). El incremento medio de resistencia fue aproximadamente de un 5%.

El sistema ajusta los pesos de las conexiones internas para minimizar los errores entre el valor de la salida de la red y el valor objetivo (*target*) de la salida. Una de las características más importantes de las RNAs es que este aprendizaje puede tener lugar incluso cuando los datos de entrada contienen errores o son incompletos, que es uno de los problemas que nos encontramos cuando hablamos de la resistencia a cortante. Una excelente referencia sobre la construcción de redes neuronales para aplicaciones en ingeniería es Rafiq et al. [8].

Las redes neuronales desarrolladas en este artículo fueron construidas utilizando el programa PDP ++ (actualizado 2002) de O'Reilly et al. de Carnegie Mellon University [9].



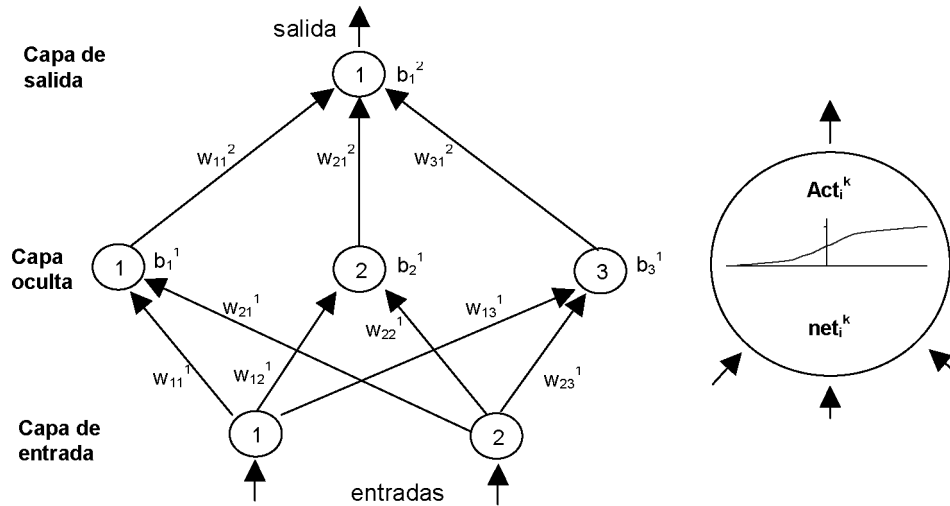


Figura 9: Esquema típico de una red neuronal. Adaptado de Sanad y Saka [7].

### 3.1. Vigas sin armadura a cortante

*Selección de los datos, topología de la red neuronal, proceso de aprendizaje y verificación*

Para entrenar y verificar la red neuronal para vigas sin armadura a cortante se han utilizado un total de 177 resultados experimentales, tomando como origen la base de datos desarrollada por Kuchma y Su [10].

Los datos de entrada considerados son el canto efectivo,  $d$ ; el factor de esbeltez del alma  $d/b_w$ , donde  $b_w$  es la anchura del alma; la esbeltez a cortante de la viga  $a/d$ , donde  $a$  es la luz a cortante, es decir, la distancia del punto de aplicación de la carga al soporte; la cuantía de armadura de refuerzo longitudinal,  $\rho_l$ ; y la resistencia a compresión del hormigón  $f_c$ . El valor de salida es el cortante de rotura  $V_{test}$ . La tabla 4 resume los rangos de las distintas variables.

**Tabla 4: Rango de las variables de entrada y salida en los datos para el aprendizaje de las redes neuronales.**

Variable	Vigas sin cercos		Vigas con cercos	
	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
$d$ (mm)	101,6	1090	198	925
$d/b$	0,37	7,17	0,792	4,5
$\rho_l$ (%)	0,50	6,64	0,50	5,80
$f_c$ (MPa)	14,7	101,8	21	125,2
$a/d$	2,48	7,86	2,49	5,0
$\rho_w$ (MPa)	-	-	0,33	3,57
$V_{test}$ (KN)	19,52	332,14	63,3	1172,2

Los 177 resultados experimentales se dividieron en dos conjuntos: un conjunto para el entrenamiento de la red con 147 vigas, y un grupo de 30 vigas para la comprobación del aprendizaje, que se extrajo de forma aleatoria con el único

requisito de que ambos conjuntos presentaran correlaciones similares al comparar los resultados experimentales con las predicciones de las diferentes normativas.

Para definir la topología óptima de la red, el procedimiento y la duración del entrenamiento se ha llevado a cabo un proceso de prueba y error. Algunos parámetros fueron fijados de antemano: 5 neuronas en la capa de entrada ( $d$ ,  $d/b$ ,  $a/d$ ,  $\rho_l$  y  $f_c$ ); 1 neurona en la capa de salida; conexiones de tipo 'feed-forward'; función de activación sigmoideal; y 'momentum' igual a 0,9. Una vez fijados estos parámetros, se construyeron y comprobaron más de 50 redes diferentes, alcanzando la solución óptima con una red formada por 10 neuronas ocultas y tras 8000 iteraciones. Una completa descripción de estos parámetros y del entrenamiento puede encontrarse en la referencia [11].

La figura 10 muestra el error cuadrático normalizado para los conjuntos de entrenamiento y comprobación para una red neuronal formada por 10 neuronas en la capa oculta. Se observa que el error para el conjunto de entrenamiento siempre disminuye, mientras que existe un valor de error mínimo para el

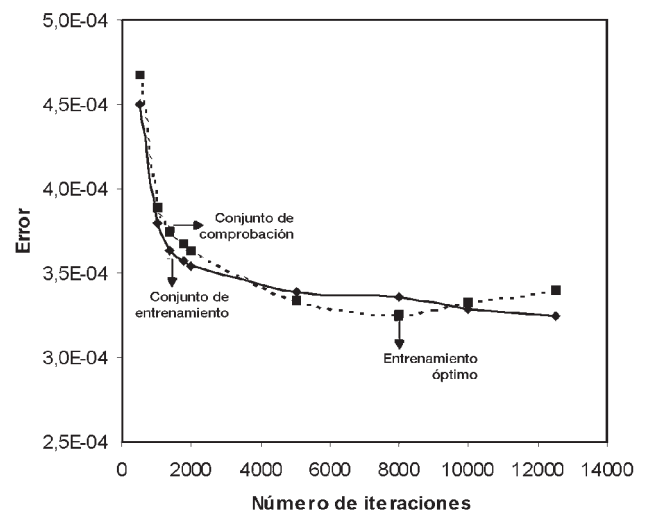


Figura 10: Red neuronal para vigas sin armadura a cortante. Proceso de entrenamiento para una red con 10 neuronas en la capa oculta.

conjunto de comprobación. Cabe señalar que este es el comportamiento habitual en el proceso de aprendizaje de una red, produciéndose el nivel óptimo de entrenamiento cuando la red alcanza la máxima generalización. Tras ese nivel óptimo, el error sigue disminuyendo para los datos de entrenamiento ya que para ello se ha programado la red neuronal, pero esta disminución de error en los datos conocidos produce un aumento del error frente a datos nuevos, ya que la red está captando el “ruido” propio de los datos de entrada del laboratorio.

El valor medio del factor  $V_{test}/V_{pred}$  es igual a 0,99 para el conjunto de entrenamiento y 1,02 para el de comprobación. Los coeficientes de variación son, respectivamente, 12,79% y 12,53%.

#### Estudio paramétrico basado en los resultados de la red neuronal en vigas sin cercos

Una vez que la red ha sido correctamente entrenada, es posible implementar las funciones de activación y los pesos en una sencilla hoja de cálculo, para de este modo generar nuevas vigas con el objetivo de estudiar la influencia de los distintos parámetros que afectan el cortante de rotura y compararla con las formulaciones de diversas normativas actuales (tabla 5). A continuación se exponen los resultados más interesantes.

#### Efecto tamaño. Influencia del canto efectivo, $d$ .

El efecto tamaño, planteado por Kani en 1967 [12], está relacionado no sólo con el canto efectivo, sino también con la resistencia a compresión del hormigón. Algunos autores constataron que para vigas de HAR la reducción de la tensión de cortante de rotura debido al efecto tamaño era mayor que para vigas de hormigón convencional [4][13]. Sin embargo, la Instrucción EHE [6] al igual que el Código Modelo 90 [14] y el Eurocódigo 2 [15], no consideran esta dependencia, siendo el efecto tamaño de estas normativas independiente de la resistencia a compresión. Otras formulaciones, como la dada en el Código ACI [16] en la ecuación 11-3, no consideran ni siquiera el efecto tamaño.

Las expresiones del Código Modelo y del ACI se comparan en la figura 11 con las predicciones de la RNA para un conjunto de 10 vigas con  $b_w = 200$  mm,  $\rho_l = 2\%$ ,  $a/d = 3$ . Se observa claramente que la ecuación 11-3 del ACI no presenta una buena correlación con los resultados experimentales y que puede resultar del lado de la inseguridad para vigas de hormigón de alta resistencia.

La expresión del CM-90 (similar a la de la Instrucción EHE) muestra correlaciones satisfactorias para la serie de vigas de hormigón convencional, pero el efecto tamaño es subestimado en las vigas de HAR.

Tabla 5. Resumen de las formulaciones de diferentes normativas para vigas sin armadura a cortante.

Normativa	Formulación	Comentarios
CM-90	$V_c = 0,15\xi(100\rho_l f_c)^{1/3} \left(\frac{3}{a/d}\right)^{1/3} b_w d$	$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$ $\rho_l = \frac{A_l}{b_w d'}$
Borrador final 2002 del EC - 2	$V_{Rdc} = 0,18k (200\rho_l f_c)^{1/3} b_w \geq 0,035k^{3/2} f_c^{1/2} b_w d$	$f_c = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$ $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$ $\rho_l = \frac{A_l}{b_w d} \leq 0,02$
AASHTO LRFD 2000	$V_c = \beta \sqrt{f_c} b_w z$	$\beta$ se da en una tabla como función del ancho equivalente de fisura y la deformación longitudinal del alma.
ACI 318-02 Ec. 11-3	$V_c = \left(\frac{\sqrt{f_c}}{6}\right) b_w d$	$f_c < 70$ MPa
ACI 318-02 Ec. 11-5	$V_c = \left(0,16\sqrt{f_c} + 17\rho_l \frac{V \cdot d}{M}\right) b_w d$	$f_c < 70$ MPa $Vd/M \leq 1$

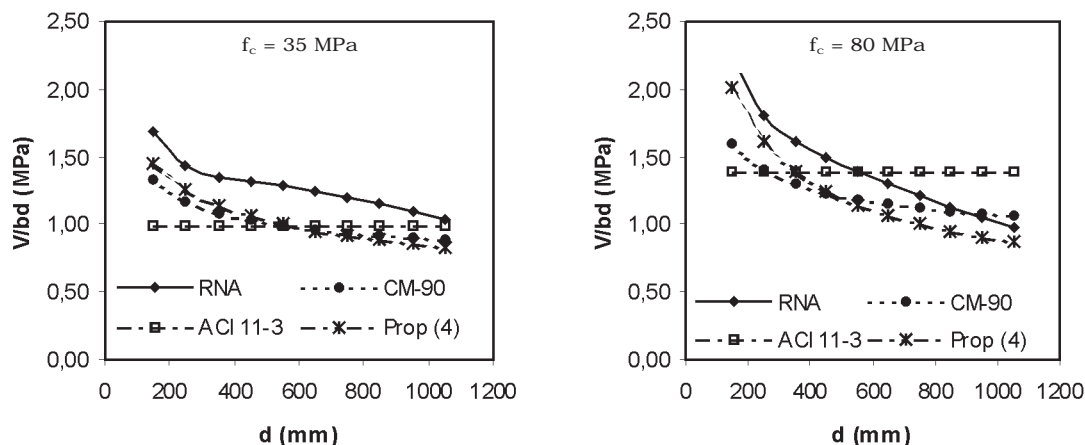


Figura 11: Relación del efecto tamaño con la resistencia a compresión del hormigón.

Se ha desarrollado un nuevo factor que tiene en cuenta la relación entre el efecto tamaño y la resistencia al hormigón y que es fácilmente implementable en la formulación del CM-90, y por extensión en la de la Instrucción EHE, y vale:

$$V_c = \left[ 0,15 \xi (100 \rho_l f_c)^{1/3} \right] b_w d \quad (4)$$

$$\xi = \left( \frac{150000 \cdot f_c^{-1.1}}{d} \right)^{0,25} \left( 1 + \frac{f_c - 25}{75} \right) \quad (5)$$

En la figura 11 se aprecia la buena correlación entre las predicciones de la RNA y las de la ecuación propuesta.

#### Influencia de la resistencia a compresión del hormigón, $f_c$ .

La figura 12 presenta la resistencia a cortante de una serie de vigas de hormigón sin armadura a cortante. La anchura del alma, la cuantía de armadura longitudinal, y  $a/d$  eran 200 mm, 2% y 3 respectivamente. Para la serie de vigas con canto efectivo igual a 250 mm, la respuesta es casi lineal produciéndose un aumento significativo de resistencia a cortante al aumentar

la resistencia a compresión del hormigón. Sin embargo, para las vigas de 900 mm de canto efectivo la resistencia a cortante es prácticamente constante, e incluso disminuye para HAR. Esto se debe a que para estas vigas, el aumento de resistencia a cortante que aportaría el incremento de la resistencia a compresión del hormigón es inferior a la disminución de la resistencia a cortante por el efecto tamaño, que a su vez está relacionado con la resistencia a compresión del hormigón, como se ha explicado en el apartado anterior. Las ecuaciones 4 y 5 propuestas anteriormente predicen este comportamiento, como puede verse en la figura 12.

#### Influencia de la cuantía de armadura longitudinal, $\rho_l$ .

La influencia de la armadura longitudinal que predice la RNA se analiza en este apartado con la influencia de este parámetro en las formulaciones del CM-90 y de la ecuación 11-3 del ACI. El CM-90 formula que la influencia de la armadura longitudinal es proporcional a  $\rho_l$  mientras que la ecuación ACI 11-3 no considera este parámetro.

Las predicciones llevadas a cabo con la RNA sugieren que la armadura longitudinal tiene una influencia mayor (figura 13). Las dimensiones de las vigas analizadas en la figura 13 son:  $b_w = 200$  mm,  $d = 300$  mm, and  $a/d = 3$ .

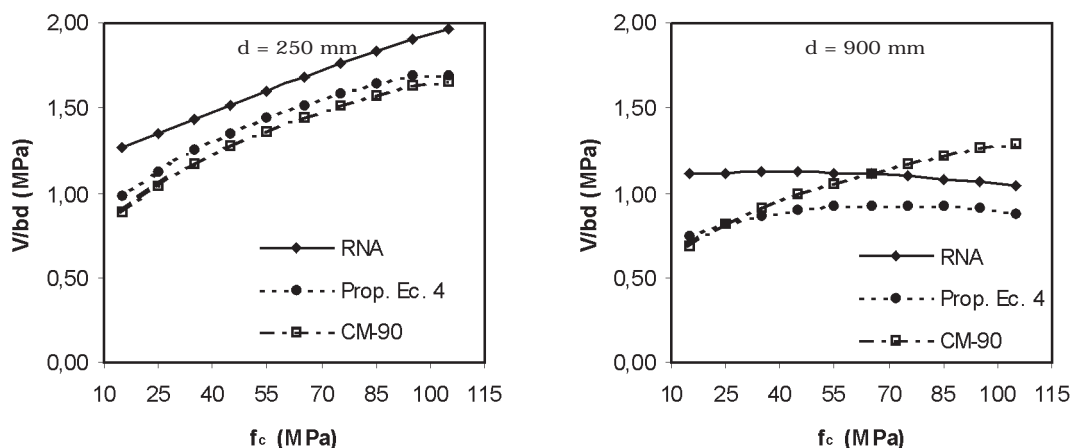


Figure 12: Influencia de la resistencia a compresión del hormigón en el cortante último relacionado con el canto efectivo de las vigas.

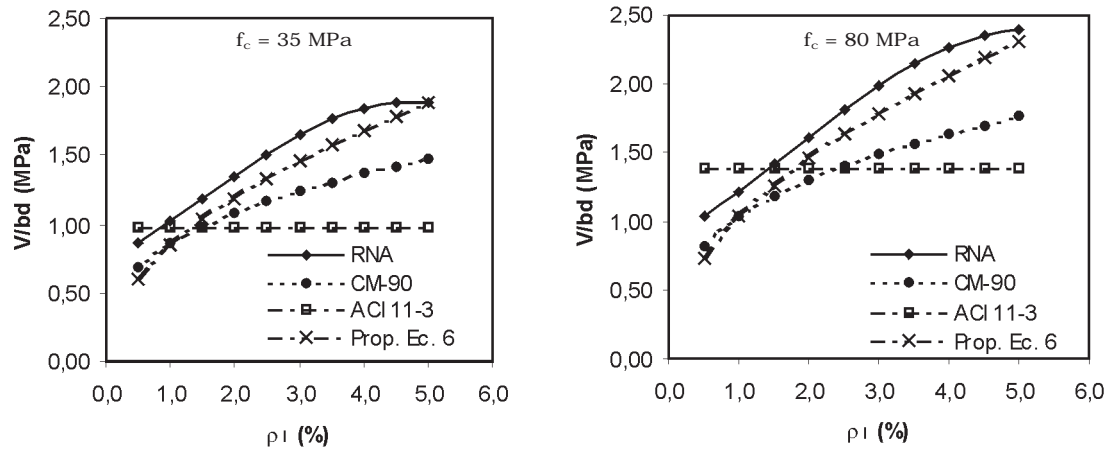


Figura 13: Influencia de la cuantía de armadura longitudinal en la resistencia a cortante.

Para adaptar la ecuación 4 anterior para tener en cuenta la mayor influencia de la armadura longitudinal, se eleva el término  $\rho_l$  a 0,5, que como se observa en la figura 13 proporciona una buena correlación con los resultados de la RNA:

$$V_c = \left[ 0,13 \xi (100 \rho_l)^{1/2} f_c^{1/3} \right] b_w d \quad (6)$$

donde  $\xi$  se define según la ecuación 5. La figura 5 también sugiere que el valor superior límite de cálculo de  $\rho_l$  se podría relacionar con la resistencia a compresión del hormigón, siendo este límite superior en HAR que en hormigón convencional.

### 3.2 Vigas con armadura a cortante

*Selección de los datos, topología de la red neuronal, proceso de aprendizaje y verificación*

Se utilizó una base de datos con 123 resultados experimentales también basada en la *Sheardata Bank* de Kuchma and Su [10]. Estas vigas se subdividieron en dos conjuntos: un total de 104 vigas fueron utilizadas para el entrenamiento y 19 vigas constituyeron el conjunto de comprobación del entrenamiento.

Las variables de entrada, en este caso, fueron las mismas que en el caso de vigas sin armadura a cortante añadiendo la cuantía de armadura a cortante en MPa. En la tabla 4 se presentan los rangos de estudio de estas variables.

El proceso de prueba y error para construir la red neuronal conllevó más de 65 intentos. La solución óptima se obtuvo tras un entrenamiento consistente en 3000 iteraciones sobre una red con 9 neuronas en su capa oculta.

El promedio del cociente  $V_{\text{test}}/V_{\text{pred}}$  es igual a 1,00 para el conjunto de entrenamiento y 1,01 para el de comprobación. Los coeficientes de variación valen 10,96% y 13,38% respectivamente.

*Estudio paramétrico basado en los resultados de la red neuronal en vigas con cercos*

Se ha llevado a cabo también un estudio paramétrico para estudiar la influencia de los distintos términos que afectan a la

resistencia a cortante, cuyos resultados más interesantes se muestran en este apartado. En este caso, el estudio ha conllevado más dificultades debidas principalmente a tres motivos: la cuantía de armadura de refuerzo interacciona considerablemente con todos los otros parámetros, el número de ensayos no era demasiado elevado y se notaba una falta de información para algunos grupos de vigas, y la comparación sólo podía realizarse sobre el cortante de rotura, y no de forma independiente con la contribución del hormigón y el acero. La tabla 6 presenta las formulaciones de las distintas normativas que se han utilizado.

*Influencia de la cuantía de armadura a cortante,  $\rho_w$*

La cuantía de armadura transversal tiene lógicamente una influencia muy importante en el cortante de rotura. Desde los primeros modelos de celosía de Ritter y Morsch a las celosías de ángulo variable con o sin contribución del hormigón se ha supuesto, siempre, linealidad entre la cuantía de armadura a cortante y el cortante último.

Sin embargo, la RNA predice una relación no lineal entre estos parámetros, como se observa en la figura 14. Según los resultados de la RNA, cuanto mayor es la cuantía de armadura a cortante, menos efectiva es esta. Considerar que la respuesta es lineal puede llevar incluso a obtener resultados del lado de la inseguridad para cuantías elevadas, como en el caso del HAR de la figura 14. Esta no linealidad aparece también en la teoría modificada del campo de compresiones [17] ya que para cuantías muy elevadas el ángulo de inclinación de las bielas comprimidas toma valores mayores a los de vigas con cuantías inferiores, y por lo tanto la armadura resulta menos efectiva. La formulación del AASHTO LRFD [18] tiene en cuenta este fenómeno, por lo que se correlaciona mejor con las predicciones de la RNA.

Hay que destacar que la formulación del Eurocódigo 2, que no considera la contribución del hormigón a la resistencia a cortante, ofrece resultados muy conservadores para vigas débilmente armadas a cortante, y resultados del lado de la inseguridad para vigas fuertemente armadas, basándose en las predicciones de la RNA. Las vigas de la figura 14 tienen las siguientes características:  $d = 350$  mm,  $b_w = 200$  mm,  $\rho_l = 3$  % y  $a/d = 3$ .



**Tabla 6. Resuenn de las formulaciones de diferentes normativas para vigas con armadura a cortante.**

Normativa	Formulación	Comentarios
Borrador final 2002 del EC - 2	$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta$	No considera la contribución del hormigón $1 \leq \cot \theta \leq 2.5$
AASHTO LRFD 2000	$V_c = \beta \sqrt{f_c} \Phi_w z$ $V_s = \frac{A_v f_y}{s} z \cot \theta$	$\beta$ y $\theta$ se encuentran en una tabla en función de la deformación longitudinal del alma y del cortante adimensional
ACI 318-99 Ec. 11-3	$V_c = \left( \frac{\sqrt{f_c}}{6} \right) b_w d$ $V_s = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd}$	$f_c < 70$ MPa
ACI 318-99 Ec. 11-5	$V_c = \left( 0,16\sqrt{f_c} + 17\rho_l \frac{V \cdot d}{M} \right) b_w d$ $V_s = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd}$	$f_c < 70$ MPa $Vd/M \leq 1$

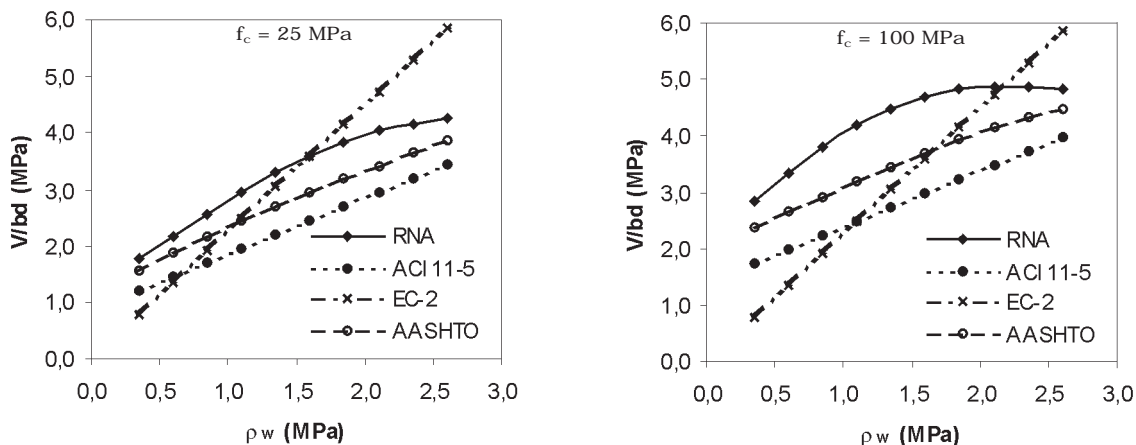


Figura 14: Relación entre la cuantía de armadura a cortante y el cortante último según la RNA y diferentes formulaciones de normativas actuales.

**Efecto tamaño. Influencia del canto efectivo, d.**

Se ha considerado tradicionalmente que el efecto tamaño desaparece cuando la viga cuenta con armadura transversal. No obstante, Collins señaló que en vigas con una baja cuantía de armadura transversal se seguía manteniendo una cierta reducción debido al efecto tamaño [19]. Este efecto disminuía cuando la cuantía de armadura a cortante aumentaba.

El análisis llevado a cabo con la RNA revela que para elementos débilmente armados a cortante ( $b_w = 300$  mm,  $f_c = 25$  MPa,  $\rho_w = 0.35$  MPa,  $\rho_l = 2.5$  %, y  $a/d = 3$ ) el efecto tamaño

puede reducir la tensión de cortante de rotura en un 25% al pasar de un canto efectivo de 250 a 700 mm, tal como se observa en la figura 15. Vigas armadas con una cuantía doble a la anterior no mostraron esta reducción.

**Influencia de la resistencia a compresión del hormigón, fc.**

La influencia de la resistencia a compresión del hormigón depende del tamaño de la viga. Las vigas de la figura 16 ( $b_w = 300$  mm,  $a/d = 3$ ,  $\rho_l = 3$  %, y  $\rho_w = 0.50$  MPa) muestra que la influencia de la resistencia a compresión es menor en las

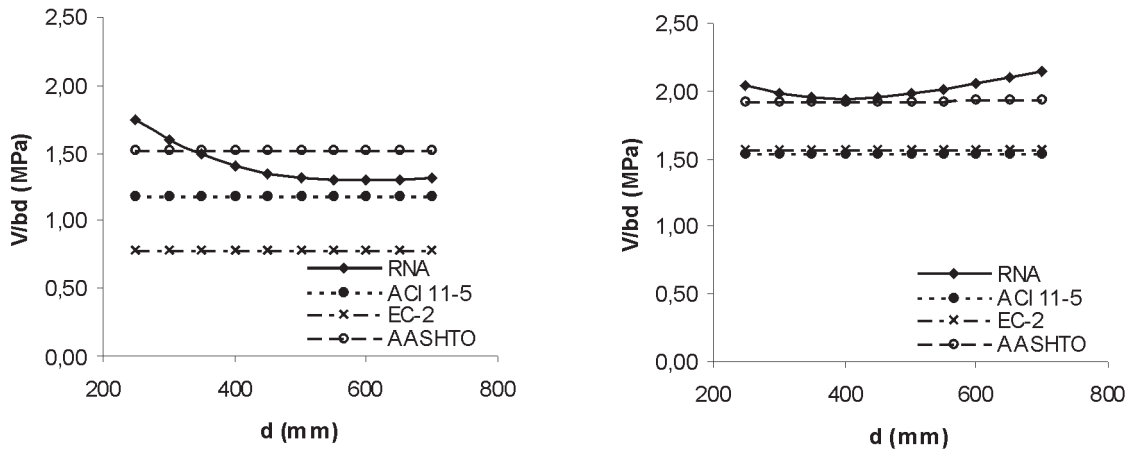


Figura 15: Efecto tamaño en vigas con armadura a cortante. Influencia del armado a cortante.

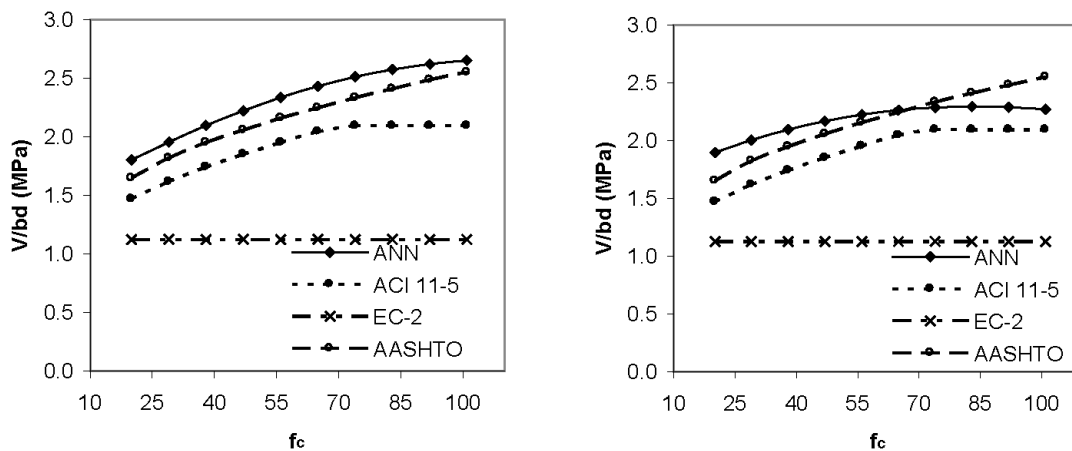


Figura 16: Influencia de la resistencia a compresión en vigas con cercos en relación con el canto efectivo.

vigas de 700 mm de canto efectivo respecto a las de 350 mm, lo que parece estar relacionado con el efecto tamaño como en las vigas sin armadura a cortante. El Eurocódigo 2 no considera la influencia de la resistencia a compresión del hormigón y proporciona en este caso, además, resultados muy conservadores al estar las vigas débilmente armadas a cortante.

#### 4. PROPUESTA DE FORMULACIÓN PARA VIGAS SIN ARMADURA A CORTANTE

##### 4.1 Método general

Se propone la siguiente ecuación, directamente derivada del análisis de la RNA y teniendo en cuenta la observación de Collins y Kuchma [4] sobre el efecto tamaño, para calcular el cortante último de vigas sin armadura a cortante:

$$V_c = \left[ 0,13 \xi (100 \rho_l)^{1/2} f_c^{1/3} \right] b_w d \quad (7a)$$

donde

$$\xi = \left( \frac{135000 \cdot f_c^{-1,1}}{s_x} \right)^{0,25} \left( 1 + \frac{f_c - 25}{75} \right) \leq 2,75, \text{ es el efecto tamaño}$$

con  $f_c \geq 25 \text{ MPa}$ ,

$s_x$  es el menor entre  $z$  ( $z = 0,9d$ ) y la distancia vertical entre las capas de armadura horizontal distribuida en el alma según indicado en la figura 17 en mm

$d$  es el canto efectivo en mm,

$z$  es el brazo mecánico y puede ser tomado como igual a  $0,9 \cdot d$ ,

$\rho_s = \frac{A_l}{b_w d} \leq 0,02 \left( 1 + \frac{f_c}{100} \right)$  es la cuantía de armadura longitudinal,

$f_c \leq 100 \text{ MPa}$

$b_w$  el ancho del alma en mm.

El factor  $\xi$  que representa el efecto tamaño se muestra en la figura 18 en función de la resistencia a compresión del hormigón.

La ecuación 7a no incluye el factor de seguridad de minoración del hormigón. Siguiendo el formato del nuevo borrador del Eurocódigo 2, la ecuación resultaría:

$$V_c = \left[ \frac{0,13}{\gamma_c} \xi (100 \rho_l)^{1/2} f_c^{1/3} \right] b_w d \quad (7b)$$

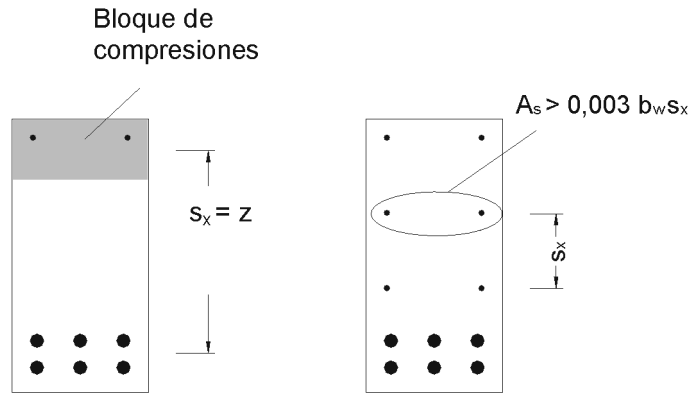


Figura 17: Definición de la distancia entre armadura de piel y el brazo mecánico.

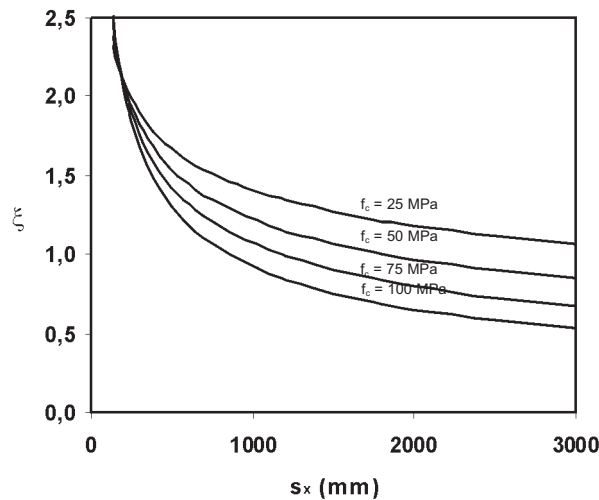


Figura 18: Efecto tamaño propuesto en función de la resistencia a compresión del hormigón.

Sin embargo, los autores no están seguros de que esta sea la mejor forma de introducir el coeficiente de minoración del hormigón en la resistencia a cortante, ya que, una reducción de la resistencia a compresión del hormigón del 33% (equivalente a  $\gamma_c = 1,5$ ) no implica una disminución de la resistencia a cortante del 33%, sino una reducción menor. Por ello, o debería ser tomado  $\gamma_c$  como un valor menor en el caso de resistencia a cortante, o el coeficiente debería afectar directamente en la fórmula a la resistencia a compresión del hormigón, o debería disponerse un coeficiente de seguridad de forma implícita, resultando:

$$V_c = \left[ 0,10 \xi (100 \rho_l)^{1/2} f_c^{1/3} \right] b_w d \quad (7c)$$

#### 4.2 Método simplificado

El término correspondiente al efecto tamaño de la ecuación anterior es, tal vez, demasiado complejo para ser utilizado de manera convencional. Por este motivo, se propone el siguiente método simplificado para la evaluación de la resistencia a cortante de vigas armadas de HAR o HC:

$$V_c = \left[ 0,225 \xi (100 \rho_l)^{1/2} f_c^{0,2} \right] b_w d \quad (8)$$

donde:

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{s_x}} \leq 2,75$$

$s_x$  es el menor entre  $z$  ( $z = 0,9d$ ) y la distancia vertical entre las capas de armadura horizontal distribuida en el alma según indicado en la figura 17

$$\rho_l = \frac{A_l}{b_w d} \leq 0,02 \left( 1 + \frac{f_c}{100} \right) \text{ es la cuantía de armadura}$$

longitudinal,

$$f_c \leq 60 \text{ MPa}$$

Cabe destacar en el caso del método simplificado es necesario limitar la resistencia a compresión del hormigón, a nivel de cálculo, a 60 MPa, mientras que en el método general la limitación se establecía en 100 MPa. Esto se debe a que en el método simplificado se está infravalorando la reducción debida al efecto tamaño en HAR, fenómeno observado den las figuras 11 y 12, por lo que no se puede considerar que un aumento de resistencia a compresión conlleva siempre un aumento de la resistencia última (pese a ser cierto para vigas de canto efectivo pequeño).

### 4.3 Verificación de los métodos propuestos

La tabla 7 compara las correlaciones con 193 resultados experimentales obtenidas por los procedimientos dados en las diferentes normativas y las ecuaciones 7 y 8 propuestas. Ambas ecuaciones ofrecen resultados similares, aunque el coeficiente de variación es ligeramente menor para el método general. De todos modos, ambas ecuaciones proporcionan mejores correlaciones que las normativas consideradas. Hay que señalar que el CM-90 considera la influencia del término  $a/d$ , factor no incluido en las ecuaciones propuestas debido a las dificultades que se presentan para su evaluación en vigas con carga distribuida, que es el caso más habitual en el proyecto de estructuras. Si introducimos el término de forma exactamente igual que en el CM-90, el coeficiente de variación del método propuesto se reduce hasta un 13,58%.

La tabla 7 no sólo presenta los resultados para la totalidad de la base de datos, sino que presenta el análisis efectuado para diferentes subconjuntos, para estudiar de forma separada cómo influencia el efecto tamaño, la cuantía de armadura longitudinal, y la resistencia a compresión del hormigón en la seguridad de los métodos estudiados. Las ecuaciones 7 y 8 representan una mejora en términos de del coeficiente de variación sobre los métodos vigentes para prácticamente todos los subconjuntos de vigas.

La base de datos utilizada para la elaboración de la tabla 7 no incluía vigas que contenían capas de armadura longitudi-

nal distribuida en el alma, ya que esto hubiera perjudicado al comportamiento de las normativas que no consideran su influencia. De hecho, sólo las especificaciones del AASHTO, además de las ecuaciones 7 y 8 propuestas, consideran el beneficio que proporciona en la resistencia a cortante este tipo de armadura.

La tabla 8 resume las características geométricas de 17 vigas ensayadas, los resultados experimentales, y las predicciones de distintos procedimientos. Todas las vigas fueron ensayadas por Collins y Kuchma [4] excepto las últimas dos vigas que se han presentado previamente en este artículo.

El CM-90 no tiene en cuenta esta armadura, y por ello es excesivamente conservadora para estas vigas, con un valor medio del coeficiente  $V_{test}/V_{pred}$  de 1,35 comparado al valor de 1,15 para la base de datos de 193 vigas sin armadura de piel. En cambio, las ecuaciones 7 y 8 si consideran esta influencia en el término correspondiente al efecto tamaño (figura 17), por lo que el valor medio del cociente  $V_{test}/V_{pred}$  y el de su coeficiente de variación son similares al de la base de datos de la tabla 7.

### 4.4 Ejemplo de aplicación

Shioya [20] ensayó la viga de mayores dimensiones que jamás ha sido estudiada experimentalmente a cortante. La

**Tabla 7: Correlación de diferentes métodos de cálculo con resultados experimentales de vigas sin armadura a cortante.**

Vigas	n° vigas	Promedio $V_{test}/V_{pred}$							Coeficiente de variación $V_{test}/V_{pred}$						
		ACI 11-5	ACI 11-3	MC 90	EC2	AASHTO	Ec.7	Ec.8	ACI 11-5	ACI 11-3	MC 90	EC2	AASHTO	Ec.7	Ec.9
Todas	193	1,16	1,29	1,15	1,02	1,28	1,15	1,13	26,89	31,21	16,57	22,03	16,80	15,73	16,42
$d \geq 900$ mm	18	0,71	0,76	0,99	0,83	1,11	1,28	1,07	25,08	28,49	20,57	18,84	14,46	10,65	11,49
$d \leq 100$ mm	12	1,46	1,58	0,98	1,18	1,42	1,11	1,07	10,63	10,65	8,09	10,59	10,57	10,53	9,16
$\rho_l \leq 1\%$	37	0,87	0,90	1,08	0,89	1,16	1,27	1,17	23,98	25,51	15,15	17,40	10,13	12,96	12,68
$f_c > 50$ MPa	93	1,18	1,32	1,15	1,03	1,29	1,14	1,17	29,90	34,23	19,19	25,81	20,10	15,96	17,32
$f_c \leq 50$ MPa	100	1,15	1,27	1,16	1,01	1,28	1,16	1,09	23,71	27,79	13,83	17,58	12,99	15,53	14,69
$\rho_l > 2\%$															
$f_c > 50$ MPa	55	1,35	1,54	1,22	1,15	1,38	1,13	1,20	23,00	26,27	17,33	23,24	19,85	17,47	19,59
$\rho_l > 2\%$															
$f_c \leq 50$ MPa	54	1,31	1,52	1,26	1,10	1,35	1,15	1,07	17,42	20,68	11,86	16,10	13,26	15,23	16,49



**Tabla 8: Vigas con armadura longitudinal distribuida en el alma. Comparación de los resultados experimentales con diferentes procedimientos.**

Viga	f <sub>c</sub> MPa	b mm	d mm	a/d	ρ <sub>l</sub>	s <sub>x</sub> <sup>†</sup>	V <sub>test</sub> (KN)	V <sub>pred</sub>				V <sub>test</sub> / V <sub>pred</sub>			
								MC90	LRFD	Ec. 7	Ec. 8	MC90	LRFD	Ec. 7	Ec. 8
B100D	36	300	925	2,92	0,76	170	320	185	288	225	232	1,73	1,11	1,42	1,38
BND100	37	300	925	2,92	0,76	170	258	187	268	227	234	1,38	0,96	1,14	1,10
BND50	37	300	450	3,00	0,81	85	163	105	141	139	143	1,55	1,15	1,17	1,14
BND25	37	300	225	3,00	0,89	40	112	63	72	75	81	1,78	1,56	1,49	1,38
BHD100	99	300	925	2,92	0,76	170	278	260	345	321	257	1,07	0,81	0,87	1,08
BHD100R	99	300	925	2,92	0,76	170	334	260	345	321	257	1,29	0,97	1,04	1,30
BHD50	99	300	450	3,00	0,81	85	193	146	180	198	157	1,33	1,07	0,98	1,23
BHD50R	99	300	450	3,00	0,81	85	205	146	180	198	157	1,41	1,14	1,04	1,30
BH25D	99	300	225	3,00	0,89	40	111	88	103	104	89	1,27	1,07	1,07	1,24
SE100B-45	50	295	920	2,50	1,03	195	281	236	321	274	273	1,19	0,87	1,02	1,03
SE100B-45-R	50	295	920	2,50	1,03	195	316	236	321	274	273	1,34	0,98	1,15	1,16
SE50B-45	53	169	459	2,72	1,03	195	87	76	87	80	79	1,15	1,00	1,09	1,10
SE100B-83	86	295	920	2,50	1,03	195	365	283	361	328	283	1,29	1,01	1,11	1,29
SE100B-83-R	86	295	920	2,50	1,03	195	364	283	361	328	283	1,29	1,01	1,11	1,29
SE50B-83	91	169	459	2,72	1,03	195	101	91	97	95	81	1,11	1,04	1,06	1,25
H50/5	49,9	200	359	3,01	2,24	110	130	91	110	129	124	1,44	1,18	1,00	1,05
H100/5	87	200	359	3,01	2,24	110	141	109	125	167	129	1,29	1,13	0,85	1,09
											<b>Promedio</b>	<b>1,35</b>	<b>1,06</b>	<b>1,09</b>	<b>1,20</b>
											<b>Desviación estándar</b>	<b>0,19</b>	<b>0,16</b>	<b>0,16</b>	<b>0,11</b>
											<b>Coefficiente de variación</b>	<b>14,36</b>	<b>15,17</b>	<b>14,94</b>	<b>9,45</b>

<sup>†</sup> Distancia vertical entre armaduras longitudinales

viga, de 36 metros de luz, tenía un canto útil de 3000 mm, un espesor de alma de 1500 mm, y una cuantía de armadura longitudinal igual a 0,4%. La resistencia característica del hormigón era igual a 24,3 MPa y el tamaño máximo de 25 mm [21]. La viga, que no se incluyó en la base de datos utilizada para desarrollar los métodos propuestos, colapsó para un cortante de 1575 KN ( $V_{test} = 1575$  KN)

Adoptando el método de cálculo simplificado (ecuación 8) se obtiene:

$$V_c = \left[ 0,225 \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{0,9 \cdot 3000}} \right) (0,4)^{1/2} 24,3^{0,2} \right] 1500 \cdot 3000 = 1542 \text{ KN}$$

que implica un coeficiente  $V_{test}/V_{pred}$  igual a 1,02.

Sin embargo, el cortante último calculado según la ecuación 11-3 del ACI es igual a  $V_{ACI 11-3} = 3695$  KN, por lo que  $V_{test}/V_{pred} = 0,43$ . Se observa claramente la peligrosidad de aplicar esta formulación para vigas de cantos elevados. Por otro lado, el cortante que agota la viga según el Eurocódigo 2 vale  $V_{EC-2} = 2174$  KN ( $V_{fail}/V_{pred} = 0,72$ ).

## 5. PROPUESTA DE FORMULACIÓN PARA VIGAS CON ARMADURA A CORTANTE

Para vigas con armadura a cortante de hormigón convencional y hormigón de alta resistencia, se propone un método de cálculo general que considera tanto compatibilidad como equilibrio y que simplifica el método de cálculo de las especificaciones del AASHTO. A continuación se presenta el modelo general, así como dos métodos simplificados, el primero especialmente pensado para dimensionamiento sin considerar la interacción entre el momento flector concomitante y el cortante último, y el segundo para comprobación.

### 5.1 Método general (GSDM – General Shear Design Method)

La resistencia a cortante es la suma de la contribución del hormigón ( $V_{cu}$ ) y la del acero ( $V_{su}$ ):

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{su} \quad (9)$$

Y la contribución del hormigón vale:

$$V_{cu} = \left[ 0,17 \xi (100 \rho_l)^{1/2} f_c^{0,2} \tau^{1/3} \right] b_w d \tag{10}$$

donde

$\xi$  igual que en la definición de la ecuación 8,

$$\rho_l = \frac{A_l}{b_0 d} \leq 0,04 ,$$

$$f_c \leq 100 \text{ MPa},$$

$$\tau = \frac{V_d}{b_0 z} \leq 3 \text{ MPa}, \text{ término que considera que a}$$

mayor sollicitación, la cuantía de armadura a cortante necesaria será mayor y, por tanto, la fisura estará cosida por una mayor cantidad de cercos, lo que permitirá mantener un ancho de fisura menor y aumentar el cortante que es capaz de transmitir la fisura.

Y la contribución de la armadura a cortante vale

$$V_{su} = z A_\alpha f_{yad} \cot \theta \tag{11}$$

donde

$A_\alpha$  es el área por unidad de longitud de las armaduras verticales ( $\alpha = 90^\circ$ )

$\theta$  el ángulo de las bielas comprimidas calcn:

$$\theta = 20 + 15 \varepsilon_x + 45 \frac{\tau}{f_{ck}} \leq 45^\circ \tag{12}$$

donde

$\varepsilon_x$  es la deformación longitudinal en el alma, expresada en 1/1000, y obtenida mediante la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_x = 0,5 \frac{M_d + V_d z}{E_s A_s} \cdot 1000 \leq 1$$

$$\frac{\tau}{f_{ck}} \geq 0,05$$

El ángulo de las bielas comprimidas,  $\theta$ , se ha derivado de las tablas de las especificaciones AASHTO LRFD, simplificando su obtención al transformar los valores en una ecuación (12).

La expresión de la deformación longitudinal es una simplificación del lado de la seguridad (figura 19) que asume que la deformación en el alma es igual a la mitad de la deformación de la armadura traccionada y que la máxima deformación a tracción de dicha armadura vale 0,002.

La ecuación 10, que considera la contribución del hormigón a la resistencia a cortante de vigas con cercos, no incluye el coeficiente de seguridad del hormigón. Las consideraciones hechas en el apartado 4.1 sobre la forma de introducir el coeficiente de seguridad también son válidas aquí. La ecuación 10 resultaría, según el formato del EC-2:

$$V_{cu} = \left[ \frac{0,17}{\gamma_c} \xi (100 \rho_l)^{1/2} f_c^{0,2} \tau^{1/3} \right] b_w d \tag{10.b}$$

En caso de considerar un coeficiente de seguridad menor de forma implícita, la ecuación resulta:

$$V_{cu} = \left[ 0,14 \xi (100 \rho_l)^{1/2} f_c^{0,2} \tau^{1/3} \right] b_w d \tag{10.c}$$

### 5.2 Método simplificado de dimensionamiento (SSDM – Simplified Shear Design Method)

Para no tener en cuenta la influencia que el momento flector ejerce en la obtención del ángulo  $\theta$ , el método simplificado supone que la armadura longitudinal traccionada plastifica, y que por tanto la deformación longitudinal en el alma en tanto por mil toma el valor de 1. Por lo tanto:

$$\theta = 35 + 45 \frac{\tau}{f_{ck}} \leq 45^\circ \tag{13}$$

donde

$$\frac{\tau}{f_{ck}} \geq 0,05$$

Y los valores de  $V_{cu}$  y  $V_{su}$  se calculan como en el método general de dimensionamiento.

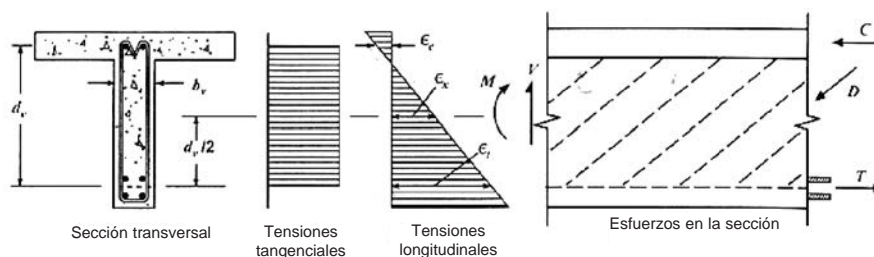


Figura 19: Deformación longitudinal en el alma de la viga.

### 5.3 Método simplificado de comprobación (SSVM – Simplified Shear Verification Method)

En los métodos anteriormente explicados el cortante de cálculo  $V_d$  se ha considerado como una variable de entrada para el cálculo de la contribución del hormigón,  $V_{cu}$ . Para la comprobación de secciones, en el que el cortante de diseño no se conoce de antemano, se puede sustituir el valor de  $\tau$  para la determinación de  $V_{cu}$  (ecuación 10) por:

$$\tau_{est} = 3,5 \sqrt{\frac{200}{s_x} \frac{f_{ywd}}{b_w} \left( \frac{A_w}{s} \right)^{0,5}} \quad (14)$$

y, al igual que en el método simplificado de dimensionamiento, tomar  $\epsilon_x = 1$ , y por lo tanto se vuelve a considerar la ecuación 13.

La estimación de la tensión de corte de rotura dada en la ecuación 14 equivale a una celosía de ángulo variable. Para elementos de pequeño canto, por ejemplo de forma que  $s_x = 200$  mm, el valor estimado de la tensión de cortante en rotura vendría dado de suponer una celosía plástica sin contribución del hormigón considerando que  $\cot \theta = 3,5$ . Para una viga más grande, por ejemplo con  $s_x = 1000$  mm, las bielas comprimidas adoptarían una inclinación equivalente a  $\cot \theta = 1,57$ .

### 5.4 Verificación de los métodos propuestos

La tabla 9 presenta la correlación de los métodos propuestos y varias normativas con los resultados experimentales de la base de datos de vigas con armadura a cortante. Los méto-

dos propuestos reproducen mejor los resultados experimentales que las formulaciones del Eurocódigo 2 y las dos ecuaciones del Código ACI. A modo de ejemplo, el valor medio del cociente  $V_{test}/V_{pred}$  es igual a 1,83 para el EC-2 con un coeficiente de variación del 40,29%. El método de dimensionamiento general (GSDM) presenta un valor medio de  $V_{test}/V_{pred}$  igual a 1,11 y su coeficiente de variación es 18,77%. La formulación de las especificaciones del AASHTO LRFD proporciona resultados comparables con los de las ecuaciones propuestas.

En la tabla 9 también se observa que los dos métodos simplificados son ligeramente más conservadores que el método general. Esto se debe a que los métodos simplificados no tienen en cuenta la interacción entre flexión y cortante, adoptando que la armadura plastifica en todos los casos y por tanto tomando valores de la deformación longitudinal del alma siempre del lado de la seguridad.

La mayoría de normativas vigentes no tienen en cuenta el efecto tamaño en las vigas con armadura a cortante. Por ello, como se observa en la tabla 9 para el Eurocódigo 2, las especificaciones AASHTO LRFD y el Código ACI; se presenta una disminución del cociente  $V_{test}/V_{pred}$  en las vigas con  $d \geq 750$  mm. En los métodos propuestos esta reducción es proporcionalmente mucho menor.

La reducción de la seguridad de la formulación del EC-2 al aumentar la cuantía de armadura transversal se aprecia también en la tabla 9. El promedio del factor  $V_{test}/V_{pred}$  es 2,05 para las vigas con cuantía de armadura a cortante baja ( $\rho_w \leq 1$ MPa) y se reduce a 0,78 para vigas con cuantía más elevada ( $\rho_w > 2$ MPa). Esto se debe a la observación realizada ante-

**Tabla 9: Correlación de diferentes métodos de cálculo con resultados experimentales de vigas con armadura a cortante.**

Vigas	n° vigas	Promedio $V_{test} / V_{pred}$							Coeficiente de variación $V_{test} / V_{pred}$						
		EC-2	LRFD	ACI 11-5	ACI 11-3	GS DM	SS DM	SS VM	EC-2	LRFD	ACI 11-5	ACI 11-3	GS DM	SS DM	SS VM
Todas	123	1,83	1,18	1,28	1,41	1,11	1,17	1,18	40,29	19,23	24,68	26,70	18,77	19,56	18,71
$d \geq 750$ mm	12	1,34	1,00	0,85	0,88	1,08	1,12	1,14	24,66	20,38	19,33	20,97	16,83	16,26	15,05
$\rho_w \leq 1$ MPa	93	2,05	1,18	1,29	1,42	1,12	1,19	1,20	34,28	19,84	26,26	28,42	18,63	19,17	18,54
$\rho_w > 1$ MPa		2,05	1,18	1,29	1,42	1,12	1,19	1,20	34,28	19,84	26,26	28,42	18,63	19,17	18,54
$\rho_w \leq 2$ MPa	23	1,28	1,22	1,32	1,42	1,10	1,14	1,17	22,76	15,89	17,56	18,66	15,68	16,38	15,51
$\rho_w > 2$ MPa	7	0,78	1,07	1,14	1,23	0,99	1,02	1,06	19,63	20,91	22,84	23,84	29,50	31,08	29,62
$f_c \leq 50$ MPa	38	1,44	1,13	1,23	1,33	1,08	1,13	1,13	29,70	17,99	22,85	23,71	16,22	15,80	15,79
$f_c > 50$ MPa	85	2,01	1,21	1,31	1,44	1,12	1,19	1,21	38,92	19,51	25,28	27,57	19,65	20,73	19,52
$\rho_l \leq 2$ %	19	1,33	0,99	0,92	0,96	1,05	1,08	1,08	32,24	15,54	22,17	23,37	17,62	17,66	16,02

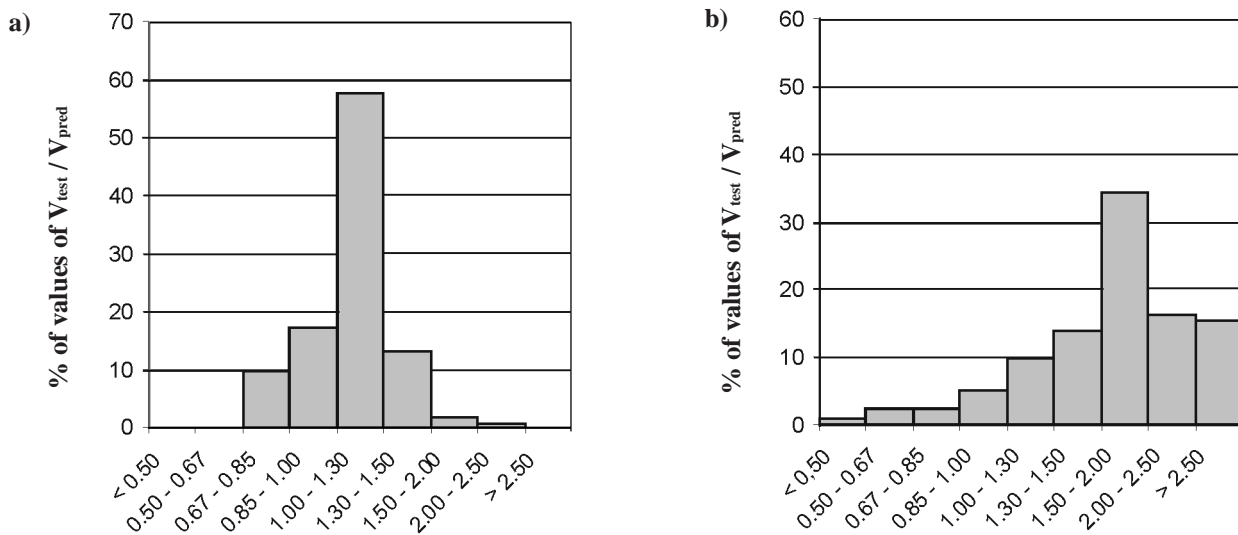


Figura 20: Histograma de los valores  $V_{test}/V_{pred}$  para vigas con armadura a cortante. a) Método general de dimensionamiento propuesto (GSDM). b) Eurocódigo 2.

riormente en este artículo que el cortante último no es proporcionalmente lineal a la cuantía de armadura a cortante, como propone la formulación del EC-2. La reducción de la seguridad que se observa en los métodos propuestos es mucho menor.

En el caso de vigas con baja cuantía de armadura longitudinal ( $\rho_l \leq 2\%$ ) los métodos propuestos obtienen resultados satisfactorios, mientras que para las normativas se obtienen resultados ligeramente del lado de la inseguridad, excepto para el Eurocódigo 2, en que los resultados no son inseguros aunque la reducción del cociente  $V_{test}/V_{pred}$  es del 27%.

Finalmente, la figura 20 muestra la distribución de  $V_{test}/V_{pred}$  para el método general propuesto y el Eurocódigo 2.

### 5.5 Equivalencia entre el método simplificado de dimensionamiento y el de comprobación

Los métodos simplificados, especialmente dirigidos al dimensionamiento y a la comprobación de secciones, consideran que la armadura longitudinal plastifica, y que por tanto deformación longitudinal del alma es igual a 0.1%. Sin embargo, ambos métodos se diferencian en que para calcular la contribución del hormigón  $V_c$  (ecuación 10), el método de dimensionamiento utiliza como dato la tensión de cortante de proyecto, mientras que en el método de comprobación esta tensión se estima a partir de la cuantía de armadura transversal (ecuación 14).

No obstante, ambos métodos proporcionan resultados muy similares, siendo el de comprobación ligeramente más conservador (1%) que el de dimensionamiento. El promedio del cociente  $V_{SSDM}/V_{SSVM}$  para las 123 vigas de la base de datos es igual a 1,01, siendo  $V_{SSDM}$  el cortante último según el método simplificado de dimensionamiento y  $V_{SSVM}$  el cortante último calculado mediante el método simplificado de comprobación. El coeficiente de variación es igual a 3,85%.

### 5.6 Ejemplo de aplicación

A continuación, para ilustrar el uso de los métodos propuestos, se calcula el cortante último resistido por la viga H2-N ensayada por Yoon et al. [22] mediante el método simplificado de comprobación y el método general de dimensionamiento. La viga presentaba las siguientes características:  $b_w = 375$  mm,  $d = 655$  mm,  $f_c = 87$  MPa,  $f_y = 430$  MPa,  $A_s = 7000$  mm<sup>2</sup> ( $\rho_l = 0.028$ ),  $A_w = 2 \times 71$  mm<sup>2</sup>,  $s = 160$  mm ( $\rho_w = 0,99$  MPa), y fue ensayada bajo una luz a cortante de 2150 mm. La viga rompió para un esfuerzo cortante igual a 721 kN.

#### Método simplificado de comprobación (SSVM)

El cortante último es la suma de la contribución del hormigón y el acero. De todos modos, en primer lugar hay que estimar la tensión de cortante,  $\tau$ , de la ecuación 14:

$$\tau = 3,5 \sqrt{\frac{200}{0,9 \cdot 655} \frac{430}{375} \left(\frac{2 \cdot 71}{160}\right)^{0,5}} = 2,20 \text{ MPa}$$

entonces, la contribución del hormigón de la ecuación 10 vale:

$$V_c = 0,17 \left(1 + \sqrt{\frac{200}{0,9 \cdot 655}}\right) \left(100 \frac{7000}{655 \cdot 375}\right)^{0,5} 87^{0,2} 2,20^{1/3} 375 \cdot 655 = 354 \text{ kN}$$

En caso de haber deseado calcular la contribución del hormigón teniendo en cuenta el coeficiente reductor de la resistencia a compresión del hormigón debería haberse calculado con las ecuaciones 10.b o 10.c.

El ángulo de las bielas comprimidas se da en la ecuación 13, considerando que  $\tau/f_c = 2,20/87 = 0,02$  aunque no puede tomarse menor que 0.05:

$$\theta = 35 + 45 \cdot 0,05 = 37,25^\circ$$



La contribución de los cercos a la resistencia a cortante vale (ecuación 11):

$$V_s = 0,9 \cdot 655 \frac{2 \cdot 71}{160} 430 \cdot \cot 37,25^\circ = 296 \text{ KN}$$

Por lo que el cortante último es igual a:

$$V = V_c + V_s = 354 + 296 = 650 \text{ KN}$$

valor que comparado con el cortante de rotura del ensayo da un cociente  $V_{\text{test}}/V_{\text{SSVM}}$  igual a 1.11.

#### Método general de dimensionamiento (GSDM)

En este caso se va a calcular la cuantía de armadura a cortante necesaria para obtener un cortante último de 721 KN.

El cortante último es, de nuevo, la suma de las contribuciones del hormigón y el acero. De la ecuación 10, y considerando  $\tau = 721 \cdot 10^3 / (375 \cdot 0,9 \cdot 655) = 2,94 \text{ MPa} < 3 \text{ MPa}$ :

$$V_c = 0,17 \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{0,9 \cdot 655}} \right) \left( 100 - \frac{7000}{655 \cdot 375} \right)^{0,5} 87^{0,2} 2,94^{1/3} 375 \cdot 655 = 387 \text{ KN}$$

Antes de calcular el ángulo de inclinación de las bielas (ecuación 12), resulta necesario evaluar la deformación longitudinal en el alma. El momento flector en la sección crítica (situada a una distancia  $z$  del borde del punto de aplicación de la carga) vale 1071 KN·m:

$$\epsilon_x = 0,5 \frac{\frac{1071 \cdot 10^6}{0,9 \cdot 655} + 721 \cdot 10^3}{200000 \cdot 7000} 1000 = 0,91$$

$$\theta = 20 + 15 \cdot 0,91 + 45 \cdot 0,05 = 35,9^\circ$$

Ahora es ya posible calcular, a partir de la ecuación de la contribución de los cercos (ecuación 11), la distancia entre cercos de  $71 \text{ mm}^2$  de área:

$$V_s = 721 - 387 = 334 \text{ KN} = 0,9 \cdot 655 \frac{2 \cdot 71}{s} 430 \cdot \cot 35,9^\circ$$

resultando  $s = 149 \text{ mm}$ , menos de un 10% mayor que la realmente dispuesta en la viga ensayada ( $s = 160 \text{ mm}$ ).

## 6. CONCLUSIONES

Se extraen las siguientes conclusiones basadas en el estudio experimental de 18 vigas de hormigón de alta resistencia ensayadas a cortante:

- Las vigas sin armadura a cortante tuvieron un comportamiento muy frágil. Cuanto mayor era la resistencia a compresión del hormigón más frágil era la rotura.

- Para vigas sin cercos, el cortante de rotura generalmente aumentó al aumentar la resistencia a compresión del hormigón, excepto para la viga H75/3.

- La cuantía mínima de armadura a cortante propuesta en este artículo (ecuación 1) es suficiente en cuanto a la reserva de resistencia de las vigas tras la fisuración.

- Para vigas con la misma cuantía de armadura transversal, a mayor resistencia a compresión del hormigón mayor cortante de rotura. Además, la influencia de la cuantía de cercos aumentó según la resistencia del hormigón.

- No se justifica experimentalmente para HAR la necesidad de limitar a 2% la influencia de la armadura longitudinal en la resistencia a cortante.

- Las vigas con armadura longitudinal distribuida en el alma mostraron un mejor comportamiento que vigas similares pero sin ningún tipo de armadura a cortante. Aunque la rotura fue también frágil, se formaron varias fisuras por cortante en lugar de una sola, y además el cortante último aumentó alrededor de un 25%.

Las redes neuronales artificiales han demostrado ser una herramienta potente para predecir la resistencia a cortante de vigas sin y con armadura a cortante. De los estudios paramétricos llevados a cabo se puede concluir que:

- El efecto tamaño está fuertemente relacionado a la resistencia a compresión del hormigón. En vigas de cantos elevados sin armadura transversal, aumentar la resistencia a compresión del hormigón no conlleva un aumento de la resistencia a cortante en vigas. En vigas con baja cuantía de cercos también se aprecia la importancia del efecto tamaño.

- La influencia de la cuantía de armadura longitudinal es mayor que lo propuesto por el CM-90. Además se propone que se limite el valor de cálculo al 2-4% (en función de la resistencia a compresión del hormigón y de la presencia o no de armadura a cortante).

- El cortante último de una viga no es directamente proporcional a la cuantía de armadura a cortante. De modo simplificado se puede considerar que cuanto mayor es la cuantía de cercos, menos eficaces son estos.

Finalmente, se han propuesto diversos métodos para el cálculo de la resistencia a cortante de vigas de hormigón convencional y hormigón de alta resistencia sin y con armadura a cortante. Se extraen las siguientes conclusiones:

- El método general para vigas sin armadura a cortante se ha derivado directamente del análisis paramétrico efectuado con las redes neuronales artificiales. El método propuesto correlaciona los resultados experimentales para HAR o para HC de forma muy similar. El valor medio del cociente  $V_{\text{test}}/V_{\text{pred}}$  es igual a 1,15 para la base de datos considerada, con un coeficiente de variación de 15,73%. Estos resultados contrastan con los obtenidos mediante el Eurocódigo 2 o la ecuación 11-3 del ACI, cuyos valores promedio son de 1,02 y 1,29 con coeficientes de variación de 22,03% y 31,21% respectivamente.

- El método simplificado para vigas sin armadura a cortante considera el efecto tamaño de forma más sencilla, por lo que se recomienda el uso de este método por su simplicidad. El promedio de  $V_{\text{test}}/V_{\text{pred}}$  es igual a 1,13 y el coeficiente de variación 16,42%. Ambos métodos consideran que el efecto tamaño es función de la distancia vertical entre capas de armadura horizontales.
- El método de dimensionamiento general para vigas con armadura a cortante depende del momento flector concomitante en cada sección. El método correlaciona satisfactoriamente con los resultados experimentales, obteniendo un valor promedio del cociente  $V_{\text{test}}/V_{\text{pred}}$  igual a 1,11 y un coeficiente de variación del 18,77% para la base de datos estudiada. Para la misma base de datos, las formulaciones del Eurocódigo 2 y el ACI (ec. 11-5) obtienen valores medios de 1,83 y 1,28, con coeficientes de variación de 40,29% y 24,68%.
- Se presenta también dos métodos simplificados para el cálculo del cortante último en vigas con armadura a cortante que no tienen en cuenta el momento flector concomitante. El primer método (método simplificado de dimensionamiento) está indicado para el dimensionamiento de secciones, mientras que el método simplificado de comprobación se recomienda para calcular el cortante último de secciones con cuantías de armadura ya conocidas. El promedio de  $V_{\text{test}}/V_{\text{pred}}$  es 1,17 y 1,18 respectivamente, con coeficientes de variación de 19,56% y 18,71%.

## 7. AGRADECIMIENTOS

La investigación descrita en este artículo fue realizada dentro del proyecto del Ministerio de Ciencia y Tecnología "CICYT-TRA99/0974: Establecimiento de bases de cálculo y criterios de proyecto de elementos estructurales de hormigón de alta resistencia para infraestructuras viarias y ferroviarias". Los autores desean expresar su más sincero agradecimiento a Alvisa por la fabricación de las vigas. La campaña experimental se llevó a cabo en el Laboratorio de Tecnología de Estructuras del Departamento de Ingeniería de la Construcción de la Universidad Politécnica de Cataluña, con el soporte de los estudiantes de Ingeniería de Caminos Josep Capell y Jorge Suárez.

## 8. REFERENCIAS

- [1] Regan, P. (1993). "Research on shear: A benefit to humanity or a waste of time?", *The Structural Engineer*, Vol. 71, No. 19, October 1993, pp. 337-347.
- [2] Elzanaty, A. H., Nilson, A. H. and Slate, F.O. (1986). "Shear Capacity of Reinforced Concrete Beams Using High-Strength Concrete", *ACI Journal, Proceedings*, Vol. 83, No. 2, March-April 1986, pp. 290-296.
- [3] Duthinh, D, and Carino, N.J. (1996). "Shear design of high-strength concrete beams: a review of the state-of-the-art", *Building and Fire Research Laboratory. National Institute of Standards and Technology*, 198 pp.
- [4] Collins, M.P, Kuchma, D. (1999). "How safe are our large, lightly reinforced concrete beams, slabs and footings?", *ACI Structural Journal*, Vol. 96, No.4, July-August 1999, pp. 482-490.
- [5] Concrete Society Technical Report 49 (1998). "Design guidance for high strength concrete", United Kingdom 1998, 168 pp.
- [6] Comisión permanente del hormigón (1999). "Instrucción de Hormigón Estructural EHE". Ministerio de Fomento, 476 pp.
- [7] Sanad, A. and Saka, M.P. (2001). "Prediction of ultimate shear strength of reinforced-concrete deep beams using neural networks", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 127, No. 7, July 2001, pp. 818-828.
- [8] Rafiq, M. Y., Bugmann, G., and Easterbrook, D.J. (2001). "Neural network design for engineering applications", *Computers and Structures*, vol. 79, no. 17, 2001, pp. 1541-1552.
- [9] O'Reilly, R.C., Dawson, C. K., and McClelland J.L. (2000). "Software PDP++ version 2.1", Carnegie Mellon University, updated 2000.
- [10] Kuchma, D. (2000). "Shear Data Bank", University of Illinois, Urbana-Champaign, [www.cee.cd.uiuc.edu/Kuchma](http://www.cee.cd.uiuc.edu/Kuchma), 2000.
- [11] Cladera, A. (2002). "Shear design of reinforced high-strength concrete beams", Ph.D. thesis, Department of Construction Engineering, Technical University of Catalonia, 324 pp.
- [12] Kani, G. N. J. (1967). "How Safe Are Our Large Concrete Beams?", *ACI Journal Proceedings*, Vol. 64, No. 3, Mar. 1967, pp. 128-141.
- [13] Fujita, M., Sato, R., Matsumoto, K., and Takaki, Y. (2002). "Size effect on shear capacity of RC Beams using HSC without shear reinforcement", *Proceeding of the 6<sup>th</sup> International Symposium on Utilization of High Strength/High Performance Concrete*, Edited by König, Dehn, and Faust, Leipzig, June 2002, pp. 235-245.
- [14] CEB/FIP (1990). "Código Modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural", (E-4). Traducción Española de GEHO. Colegio de Ingenieros de Caminos, C. y P. /GEHO/ATEP, 1995.
- [15] European Committee for Standardization, Eurocode 2: Design of Concrete Structures, Part 1: General rules and rules for buildings, Revised Final Draft, April 2002, 226 pp.
- [16] ACI (American Concrete Institute). *ACI Building Code Requirements for Reinforced Concrete*, ACI 318-02, 2002.
- [17] Vecchio, F.J., and Collins, M.P. (1986). "The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear", *ACI Structural Journal*, VOL. 83, No. 2, Mar.-Apr. 1986, pp. 219-231.
- [18] *AASHTO LRFD Bridge Design Specifications and Commentary*. Second Edition, (1998) and 2000 update, Ame-

rican Association of State Highway Transportation Official, Washington D.C., 1998, 2000.

[19] Collins, M.P. (1997). "The influence of member size on the shear response of reinforced concrete members", Report No. SSRP-97/12 of the Division of Structural Engineering, University of California, San Diego, 52 pp.

[20] Shioya, T. (1989). "Shear Properties of Large Reinforced Concrete Members," Special Report of the Institute of Technology, Shimizu Corp., No. 25, Feb. 1989, 198 pp.

[21] Lubell, A., Sherwood, T., Bentz, E., and Collins, M.P. (2003) "Safe shear design of large wide beams", Incluido en la publicación del seminario de investigación del Departamento de Ingeniería de la Construcción de la UPC "Comportamiento y cálculo a cortante de estructuras de hormigón – Planteamientos normativos", Barcelona.

[22] Yoon, Y.-S., Cook, W.D., and Mitchell, D. (1996). "Minimum shear reinforcement in normal, medium and high-strength concrete beams", ACI Structural Journal, Vol. 93, No. 5, September-October 1996, pp. 576-584.

## APÉNDICE. NOTACIÓN.

$A_l$	= área de la armadura longitudinal traccionada;
$A_w$	= área de la armadura a cortante;
$A_{w,min}$	= área mínima de la armadura a cortante;
$a/d$	= luz a cortante / canto efectivo;
$b_w$	= ancho del alma;
$d$	= canto efectivo;
$f_c$	= resistencia a compresión del hormigón;
$f_{ct,m}$	= tensión de tracción media del hormigón;
$f_{sp}$	= tensión de tracción media calculada a partir del ensayo brasileño;
$f_u$	= fuerza unitaria de rotura de la armadura de refuerzo;
$f_y$	= límite elástico de la armadura;
$f_{ywd}$	= límite elástico minorado de la armadura a cortante;
$s$	= espaciamiento de los cercos;
$s_x$	= distancia vertical entre capas de armadura longitudinal en el alma;
$V_{fis}$	= cortante de fisuración diagonal;
$V_{pred}$	= cortante último calculado mediante alguna formulación;
$V_{test}$	= cortante último experimental;
$V_{GSDM}$	= cortante último calculado según el método de dimensionamiento general;
$V_{SSDM}$	= cortante último calculado según el método simplificado de dimensionamiento;
$V_{SSVM}$	= cortante último calculado según el método simplificado de comprobación;
$V_y$	= cortante de plastificación de los cercos;
$z$	= brazo mecánico, considerado como $0,9 \cdot d$ ;
$\epsilon_x$	= deformación longitudinal en el alma;
$\gamma_{xy}$	= deformación por cortante en el alma;
$\rho_l$	= cuantía de armadura longitudinal traccionada (%);
$\rho_w$	= cuantía de armadura a cortante (MPa);
$\theta$	= ángulo de inclinación de las bielas respecto a la directriz de la viga.

# Estudio teórico y experimental de la respuesta a cortante en juntas secas de puentes de dovelas

## *Theoretical and experimental study on the shear behaviour of dry joints segmental bridges*

Gonzalo Ramos



Ángel C. Aparicio



José Turmo\*



Tomás Polo



Joel Piernagorda



Sira Llopart

Departamento de Ingeniería de la Construcción, ETS de Ingenieros de Caminos de Barcelona, UPC  
\* ETS de Ingenieros de Caminos de Ciudad Real, UCLM

### RESUMEN

En este artículo se presentan los estudios realizados en el proyecto de investigación PB98-0927 financiado por el Ministerio de Educación y Cultura en el periodo 1999 a 2002. En este proyecto se ha realizado una extensa campaña experimental, así como un profundo estudio teórico, del comportamiento en ELU, frente a solicitaciones combinadas de cortante y flexión, de juntas secas en puentes construidos mediante dovelas prefabricadas.

### SUMMARY

*This paper presents the research project PB98-0927 supported by the Spanish Ministry of Education and Culture from 1999 to 2002. This project included extensive testing and numerical modelling of the behaviour on combined flexure and shear ultimate limit state of dry joints of segmental concrete bridges.*

## 1. INTRODUCCIÓN

El número creciente de puentes construidos en España con dovelas prefabricadas de hormigón ensambladas con pretensado exterior y disponiendo juntas secas llevó a plantear este estudio, encaminado a profundizar en el comportamiento de uno de los puntos singulares de estas estructuras, como son sus juntas secas.

Como bien es sabido, estos puentes están constituidos por dovelas prefabricadas que, normalmente, se montan vano a vano sobre una cimbra en celosía, aunque hay diversidad de posibilidades. Siempre van combinados con pretensado exterior, pues la introducción de vainas en forjados y almas exige la presencia de resina epoxy para el sellado de las juntas. En todos los puentes modernos, las juntas presentan llaves de cortante múltiples y conjugadas (figura 1).

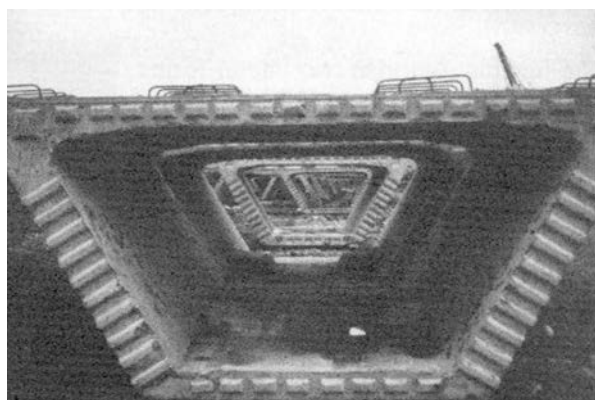


Figura 1. Dovela con llaves de cortante

La existencia de puntos de discontinuidad en la estructura, que al fin y al cabo es el efecto de las juntas, introduce múltiples interrogantes en cuanto al comportamiento en servicio y, sobre todo, en estado límite último. Entre estas cuestiones está cómo se transfiere el cortante en una junta que puede estar cerrada o abierta por el efecto de la flexión.



La transferencia de cortante a través de juntas abiertas es un tema complejo. La teoría universalmente aceptada propone que el cortante es transmitido a través de las juntas por forjados y almas mediante dos mecanismos cualitativa y cuantitativamente diferentes. El primero representa la fuerza de rozamiento que surge cuando dos superficies planas y comprimidas intentan deslizar la una contra la otra y que es proporcional a las compresiones actuantes, llamándose este factor de proporcionalidad, coeficiente de rozamiento  $\mu_1$ . El segundo recoge el efecto del apoyo de las llaves conjugadas. Estas llaves permiten la transferencia de cortante cuando están en contacto una con otra, comportándose como unas pequeñas ménsulas de hormigón en masa, ya que su pequeño tamaño impide que estén adecuadamente armadas. La resistencia a cortante de estas llaves por unidad de área es lo que se llama cohesión  $c$ . Si sobre estas llaves están actuando tensiones de compresión  $\sigma_m$ , la ménsula de hormigón en masa será ahora una ménsula pretensada, incrementándose la tensión tangencial última de manera proporcional a la compresión. A este factor de proporcionalidad, siguiendo la terminología de Fouré [FOURE (1993)], se le llamará rozamiento interno  $\mu_2$ .

Así pues, la evaluación de la resistencia a cortante de las juntas abiertas, se puede realizar mediante la ecuación 1

$$V_u = A'_f \cdot \sigma_m \cdot \mu_1 + A_{kc} \cdot (\mu_2 \cdot \sigma_m + c) + A_{kt} \cdot c \quad \text{Ecuación 1}$$

Donde:  $V_u$  es el cortante último respuesta

$A'_f$  es el área de forjado comprimido susceptible de transmitir cortante

$\sigma_m$  es la tensión normal media aplicada en una superficie

$\mu_1$  es el coeficiente de rozamiento entre dos superficies de hormigón

$A_{kc}$  es el área de llaves que están en la zona comprimida de la sección.

$\mu_2$  es el coeficiente de rozamiento interno

$c$  es el término de la cohesión

$A_{kt}$  área de las llaves en la zona de tracción que se encuentran físicamente en contacto

Aunque cualitativamente es un fenómeno bien comprendido, los reducidos ensayos realizados en el mundo [KOSEKI (1983), BUYUKOZTURK (1990), FOURÉ (1993)] han lleva-

do a dar valores distintos de  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  y  $c$ , que conducen a valores del cortante último respuesta que varían en proporción de dos a uno. La tabla 1 muestra los distintos valores de  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  y  $c$  propuestos por distintos investigadores. Además, aunque las distintas propuestas coinciden en desprestigiar la resistencia de las llaves de centrado de los forjados, difieren al evaluar el área del forjado comprimido susceptible de transmitir cortante  $A'_f$ . El cortante se transmite por el forjado comprimido para algunos autores [FOURÉ (1993)] y sólo a través de la parte del forjado comprimido próximo a las almas para otros [VIRLOGEUX (1993)].

El objetivo propuesto al desarrollar esta investigación ha sido determinar cómo evaluar, con una mayor confianza, el comportamiento en estado límite último de las juntas sometidas a un esfuerzo combinado de flexión y cortante. Conocer la resistencia a cortante de este tipo de puentes es importante ya que el hecho de que las vainas se encuentren dispuestas fuera del alma puede permitir el dimensionamiento de éstas estrictamente por cortante. Para ello se han desarrollado tanto ensayos sobre paneles como ensayos sobre vigas y estudios numéricos con elementos finitos. A continuación se hace una relación de todos estos trabajos, destacando únicamente lo esencial de los mismos, dado que el volumen de información que se ha obtenido sobrepasa con mucho la disponibilidad de un artículo. Algunos resultados ya se han presentado en el II Congreso ACHE sobre Puentes y Estructuras de Edificación mientras que otros se presentarán en breve.

## 2. CAMPAÑA EXPERIMENTAL

Como primer paso para alcanzar los objetivos globales del proyecto de investigación se diseñó de manera concienzuda una campaña experimental sobre vigas y paneles. Los principales objetivos de esta campaña eran los siguientes:

- Obtención de resultados experimentales para interpretar la diferente y dispar formulación existente en la normativa y la literatura para evaluar la capacidad última de la junta referente a los distintos valores dados a los coeficientes  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  y  $c$  y al ancho eficaz susceptible de transmitir cortante.
- Verificación de la hipótesis de que la resistencia a cortante se alcanza simultáneamente en todas las llaves de manera que la resistencia de la junta es la suma de la resistencia de cada llave.

Tabla 1. Comparación de las distintas formulaciones y aplicación para un HA35. Unidades en MPa.

	$\mu_1$	$\mu_2$	$c(\text{MPa})$	$\mu_1$	$\mu_2$	$c(\text{MPa})$
Buyukozturk	*	1,36	$0,647 \cdot \sqrt{f'_c}$	*	1,36	3,82
Breen	0,6	$0,205 \cdot \sqrt{f'_c}$	$0,996 \cdot \sqrt{f'_c}$	0,6	1,21	5,89
Fouré	*	$0,5 \cdot \sqrt{f'_c}^{1/3}$	$0,5 \cdot f_t$	*	1,63	1,60

\* No especificado explícitamente.



- Estudiar el comportamiento de la junta cuando se incluyen fibras en la matriz de hormigón y registrar los beneficios inducidos en resistencia y ductilidad.
- Estudiar el comportamiento de la junta y de las llaves conjugadas en elementos estructurales. Estudiar el comportamiento de las llaves por debajo de la fibra neutra.
- Estudiar la armadura necesaria para resistir el cortante en el seno de la dovela tras la apertura de junta. Determinar si es necesario o no incluir la armadura de suspensión propugnada por algunos autores.
- Verificar si, estructuralmente, es factible la sustitución de toda o parte de la armadura convencional en este tipo de vigas tras la inclusión de fibras en el seno del hormigón.
- Obtención de datos experimentales con los que calibrar el modelo numérico con el fin de validarlo.

**2.1. Ensayos sobre paneles**

Con objeto de cumplir los objetivos previstos, se ensayaron un total de ocho paneles, cuatro de los cuales eran de hormigón convencional [POLO (2001)] y otros cuatro de hormigón con fibras de acero [LLOPART (2001)], que intentaban modelizar el comportamiento de las almas de los puentes de dovelas. Cada uno de ellos estaba formado por tres subpaneles de 10 cm de espesor ensamblados con barras de pretensado no embebidas en la sección de hormigón.

Se estudiaron distintas configuraciones de juntas, tanto lisas, como con llaves múltiples de dimensiones reales. En

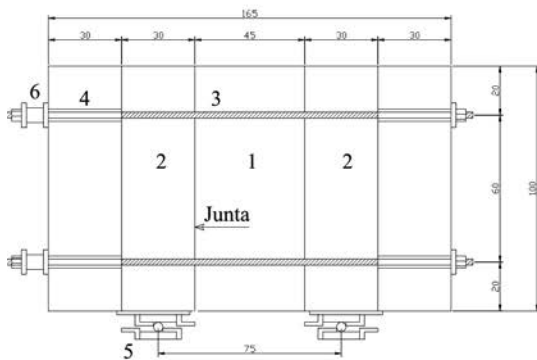
concreto se plantearon cuatro condiciones sobre las juntas de los paneles ensayados:

1. Ensayo de fricción (PC-R y SFRC-R): Las juntas entre subpaneles son lisas, sin llaves, de modo que el único mecanismo que desarrolla resistencia a cortante es la fricción (Figura 2). El objetivo de este ensayo es determinar el coeficiente de fricción en la junta  $\mu_i$  y estudiar la evolución del mismo en función del deterioro de las superficies de contacto. Así el panel de hormigón armado, fue ensayado cuatro veces (PC-R-1, PC-R-2, PC-R-3 y PC-R-4) y el panel de hormigón reforzado con fibras, dos (SFRC-R-1 y SFRC-R-2).

2. Ensayo de cohesión (PC-C y SFRC-C): Las juntas entre subpaneles tienen siete llaves. En las juntas se mantiene una separación (del orden del 10% del vuelo de la llave), de modo que no se permite desarrollar la resistencia a cortante aportada por la fricción en la junta. Entre las juntas de los subpaneles se disponían unos neoprenos-teflon situados en las partes superior e inferior que evitaban que las llaves transmitieran tensiones normales, entrando éstas en contacto sólo cuando comenzaba a actuar la carga. El objetivo de este ensayo es determinar la componente de cohesión  $c$ , ya que las tensiones normales en la zona de llaves son nulas. (Figura 3).

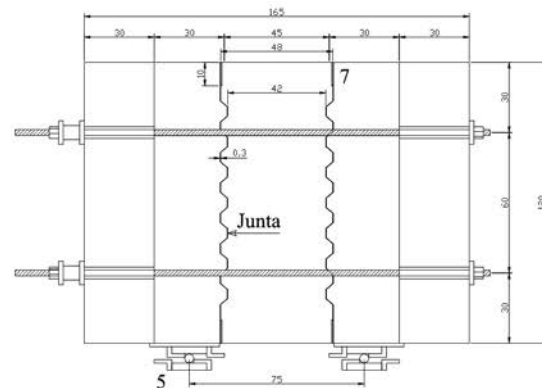
3. Ensayo conjunto con junta cerrada (PC-JC y SFRC-JC). Las juntas entre subpaneles tienen cuatro llaves y sus caras están en contacto. El pretensado de las dovelas hace que la junta se mantenga cerrada al aplicar carga. El objetivo de este ensayo es determinar cuánto resiste la junta antes de superar el estado límite de descompresión. (Figura 4).

4. Ensayo conjunto con junta abierta (PC-JA y SFRC-JA). Las juntas entre subpaneles tienen siete llaves y sus caras están



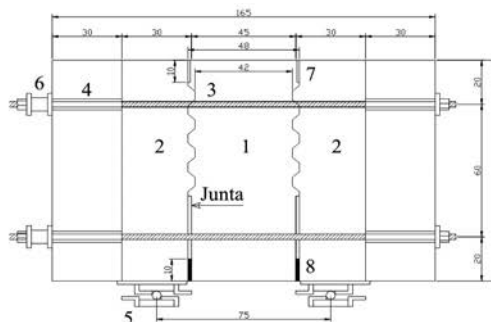
Dimensiones en cm

Figura 2. Ensayos de paneles UPC.



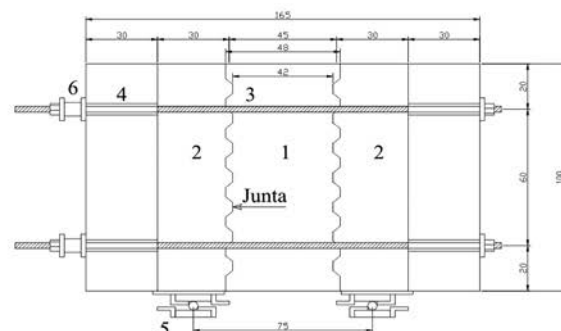
Dimensiones en cm

Figura 3. Ensayos de paneles UPC.



Dimensiones en cm

Figura 4. Ensayos de paneles UPC.



Dimensiones en cm

Figura 5. Ensayos de paneles UPC.

en contacto. En este caso las dovelas se unen con barras pasivas, sin tensión inicial, de modo que al aplicar carga la junta se abre. El objetivo de este ensayo es determinar como afecta la cinemática de la junta al cortante que ésta es capaz de transmitir, verificando hasta que punto ayudan a transmitir cortante las llaves situadas debajo de la fibra neutra. (Figura 5).

El hormigón con el que fueron realizados los paneles tenía una resistencia que variaba entre  $f_{cm}=42,4\text{MPa}$  y  $f_{cm}=30,7\text{MPa}$ . En los hormigones con fibras se introdujo un contenido de 0,75% en volumen ( $60\text{ kg/m}^3$ ) de fibras Dramix 65/40 BN cuyos extremos estaban conformados.

En la figura 6 se presenta la curva carga-flecha obtenida en el ensayo PC-R-2, donde se aprecia como en el panel sobreviene el deslizamiento cuando el cortante de la junta supera la componente del rozamiento. La figura muestra asimismo la disminución de la fuerza de rozamiento que se genera a medida que progresa el deslizamiento entre las superficies. En las figuras 7 se presentan la configuración general adoptada en los ensayos de rozamiento.

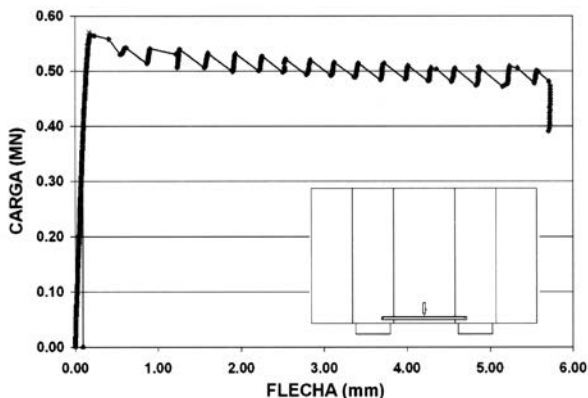


Figura 6. Curva carga-flecha. Ensayo PC-R-2.

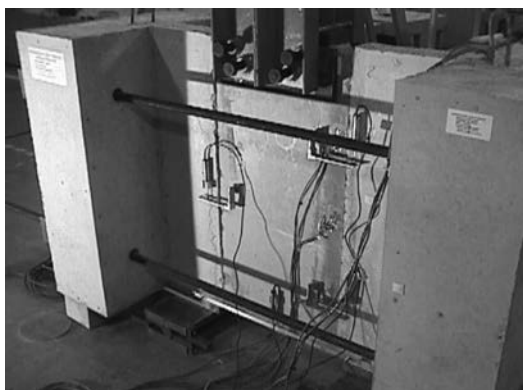


Figura 7. Configuración general del ensayo PC-R.

En la figura 8 se presenta un detalle de las llaves en el ensayo de cohesión. En ella se aprecia la separación entre las llaves. En la figura 9 se muestra el estado en el que quedaban las llaves tras sobrevenir la rotura.

Las figuras 10 y 11 corresponden a los ensayos de junta cerrada, en los que la junta permanecía firmemente comprimida en el momento de la rotura. En la primera de ellas,



Figura 8. PC-C. Detalle de la junta instrumentada donde se aprecia la separación entre las llaves.



Figura 9. Detalle de la rotura de una llave PC-C.

correspondiente a la fase de prerrotura, se aprecia como las llaves, a pesar de estar profusamente fisuradas, son capaces de transmitir carga. En la segunda se muestra el estado en el que quedó la junta tras la rotura.



Figura 10. PC-JC. Estado en el que se encontraban las llaves en la fase de prerrotura.



Figura 11. PC-JC. Estado en el que quedó la junta tras la rotura.

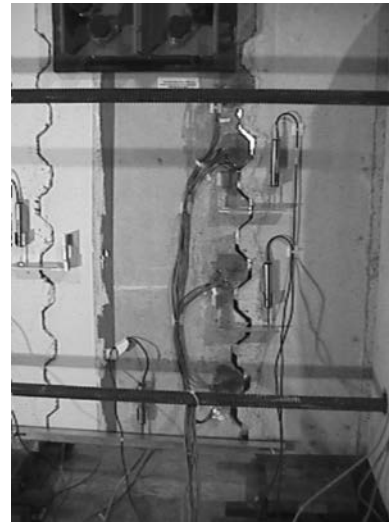


Figura 12. Desarrollo del ensayo PC-JA.

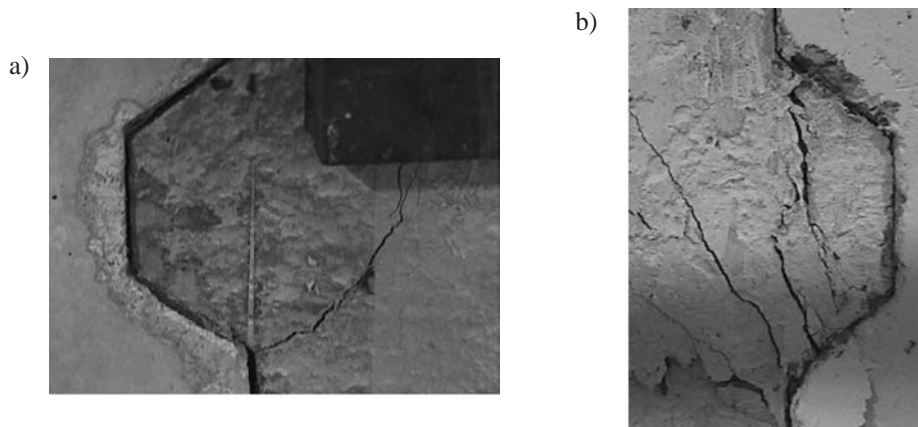


Figura 13. Fisuración en las llaves en los ensayos de junta abierta. a) flexión local b) cortante.

La figura 12 muestra el desarrollo del ensayo de junta abierta, donde se aprecia claramente la apertura de junta. En la figura 13 se reproducen instantáneas de los distintos patrones de fisuración que se desarrollan en las llaves del panel.

Los ensayos efectuados han puesto de manifiesto que la resistencia de las juntas no se incrementa tras la inclusión de fibras en el hormigón, si bien el comportamiento de los paneles efectuados con hormigón reforzado con fibras resulta más tenaz que los realizados con hormigón convencional. Una descripción más amplia de ensayos y resultados se puede encontrar en LLOPART et al. 2002.

## 2.2. Ensayos sobre vigas

Se ensayaron a cortante un total de seis vigas con sección en doble T de 0,60 m de canto y 7,60 m de longitud, tres de ellas de hormigón convencional (PC) y otras tres de hormigón reforzado con fibras de acero (SFRC). Las vigas estaban provistas de juntas secas conjugadas, con tres llaves de cortante cada una. Estas llaves eran geoméricamente idénticas a las ensayadas en los paneles del apartado anterior.

Estos ensayos pueden dividirse en dos series. La primera constaba de cuatro vigas biapoyadas de 7,20 m de luz, com-

puestas de tres dovelas de longitud variable ensambladas con pretensado exterior, a las que se les aplicaba una carga exterior Q1 llevándolas hasta rotura (figura 14). Los ensayos de los que constaba esta serie se denominaron:

1. V1-PC-35. Ensayo sobre una viga de hormigón de  $f_c=30$  MPa con un axil de pretensado de 0,350 MN.
2. V1-PC-70. Ensayo sobre una viga de hormigón de  $f_c=30$  MPa con un axil de pretensado de 0,700 MN.
3. V1-SFRC-35. Ensayo sobre una viga de hormigón reforzado con fibras de  $f_c=30$  MPa con un axil de pretensado de 0,350 MN.
4. V1-SFRC-70. Ensayo sobre una viga de hormigón reforzado con fibras de  $f_c=30$  MPa con un axil de pretensado de 0,700 MN.

Los ensayos V1-PC tenían como objetivos verificar el comportamiento de la junta abierta ante solicitaciones de cortante, cuantificar la influencia del axil de pretensado en la resistencia de la junta y de la estructura, y estudiar la eficacia de la armadura de cortante próxima a la junta abierta, para determinar si es necesario incluir la armadura de suspensión propugnada por la ATEP (1996). Con los ensayos V1-SFRC,

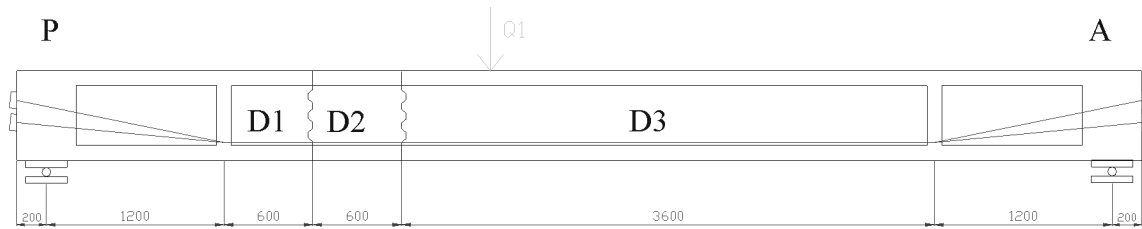


Figura 14. Configuración de la serie de ensayos V1. Dimensiones en mm.

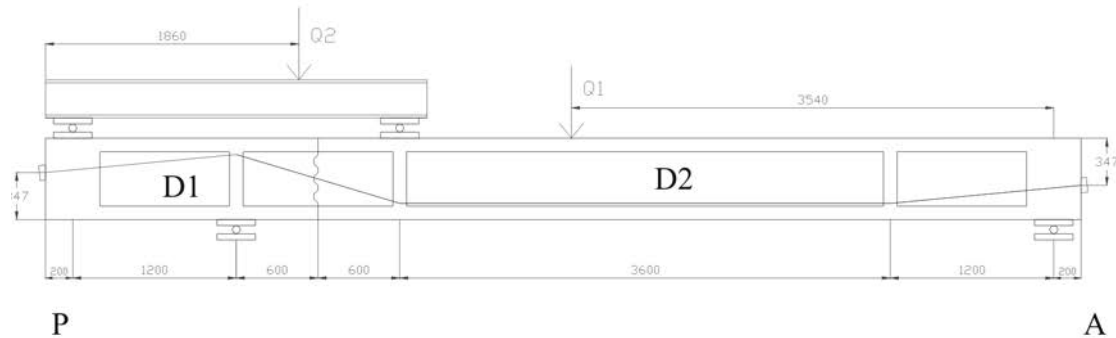


Figura 15. Configuración de la serie de ensayos V3. Dimensiones en mm.

complementarios de los anteriores, se quería además tantear la posibilidad de la sustitución de la armadura convencional de cortante en el caso de utilización de hormigones con fibras. Para ello, la armadura convencional en estas vigas se eliminó por completo (salvo unos refuerzos longitudinales para evitar roturas prematuras por flexión en la dovela más larga y las armaduras presentes en anclajes y desviadores).

La segunda serie intentaba profundizar en el comportamiento de la junta abierta en la transmisión de cortante. En concreto, se pretendía medir la resistencia de la junta y comprobar la colaboración del forjado comprimido a la hora de transmitir cortante en estructuras con relaciones  $a/d$  mayores que las empleadas en los ensayos de Fouré [FOURE (1993)]. Para ello, se ensayaron a rotura dos vigas de 7,60 m. de longitud y 0,60 m de canto, constituidas de dos dovelas, sometidas a tres puntos de carga (figura 15). En cada estructura, que constaba de una luz principal de 6,00 m. y un voladizo de 1,40 m., se superaba el estado límite de descompresión mediante la actuación de una carga  $Q_1$ . Una vez conseguida la apertura de junta, se aplicaba la carga  $Q_2$  y se llevaba la viga a rotura, manteniendo constante la carga  $Q_1$ . La carga  $Q_2$ , permitía aumentar el cortante actuante en la junta, sin aumentar la ley de momentos flectores.

Los ensayos de los que constaba esta segunda serie se denominaron:

1. V3-PC. Ensayo sobre una viga de hormigón de  $f_c=33$  MPa con un axil de pretensado de 0,250 MN.
2. V3-SFRC. Ensayo sobre una viga de hormigón reforzado con fibras de  $f_c=38$  MPa con un axil de pretensado de 0,250 MN.

El hormigón reforzado con fibras tenía un contenido de 60  $\text{kg/m}^3$  de fibra Dramix RC 65/35 BN.

La figura 16 muestra de manera compacta los diagramas carga-flecha obtenidos en los ensayos V1. Hay que destacar que la carga última de las vigas V1-SFRC es muy similar a la carga última de las vigas V1-PC, a pesar de que las primeras no disponen de armadura de cortante.

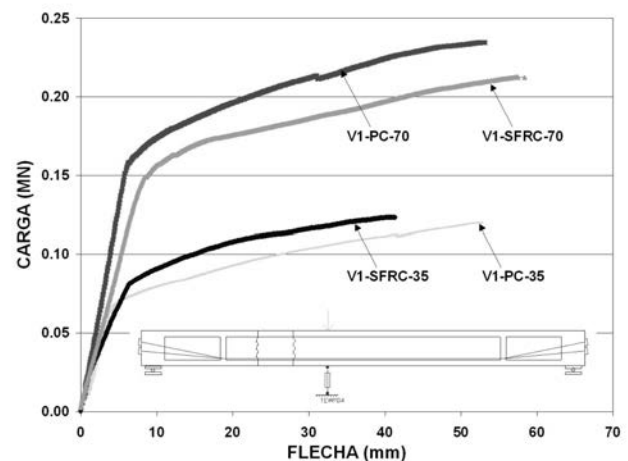


Figura 16. Gráfico carga-flecha bajo carga en ensayos V1.

En las siguientes figuras se puede comparar la diferente fisuración inducida en las vigas provistas de armadura de cortante (figura 17) y en las vigas de hormigón reforzado con fibras, desprovistas de ella (figura 18).

La figura 19 muestra sintéticamente los diagramas carga flecha registrados en los ensayos V3, durante la aplicación de la carga  $Q_1$ , y manteniendo ésta en su valor máximo, durante la aplicación de la carga  $Q_2$ .

La figura 20 muestra la fisuración obtenida en la rotura de la viga V3-PC. Nótese como la fisuración inclinada atraviesa la totalidad del forjado superior.





Figura 17. Ensayo V1-PC-70. Fase de prerrotura (a) y rotura (b).

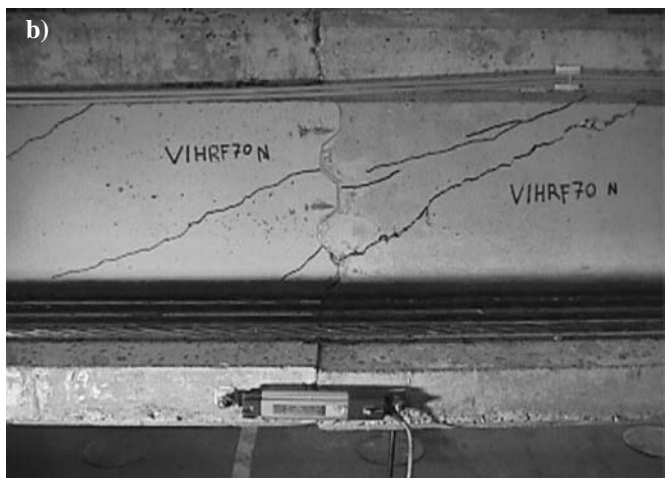


Figura 18. Ensayo V1-SFRC-70. Fase de prerrotura (a) y viga descargada (b).

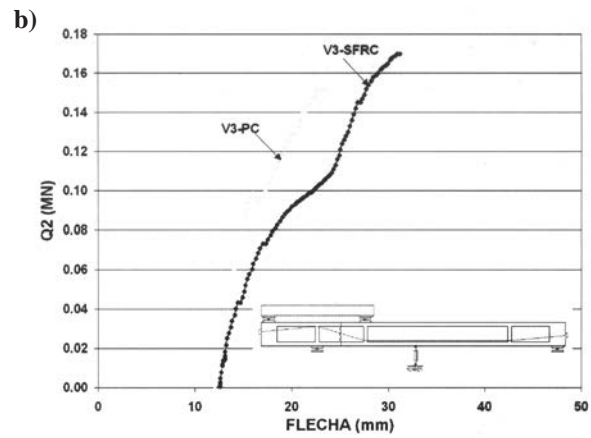
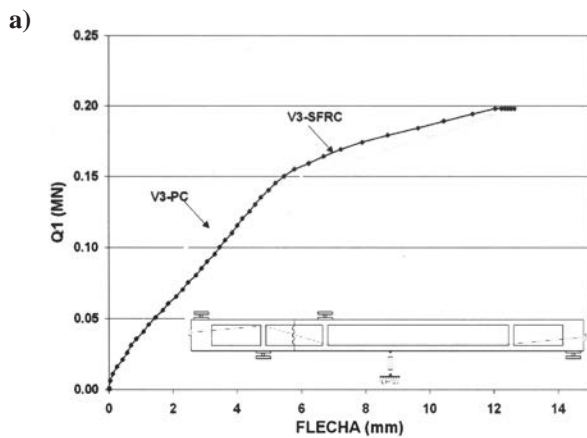


Figura 19.a. Gráfico carga Q1-flecha en ensayos V3.

Figura 19.b. Gráfico carga Q2-flecha en ensayos V3.

Los resultados de estos ensayos y los de los encontrados en la literatura se han usado para evaluar las distintas propuestas realizadas por autores y normativas para determinar la capacidad última de las juntas secas. Estos ensayos, además, han proporcionado información suficiente para cali-

brar los modelos de cálculo empleados en los análisis numéricos.

Una información mucho más extensa puede consultarse en PIERNAGORDA (2002), PIERNAGORDA et al. (2002) y en TURMO (2003).



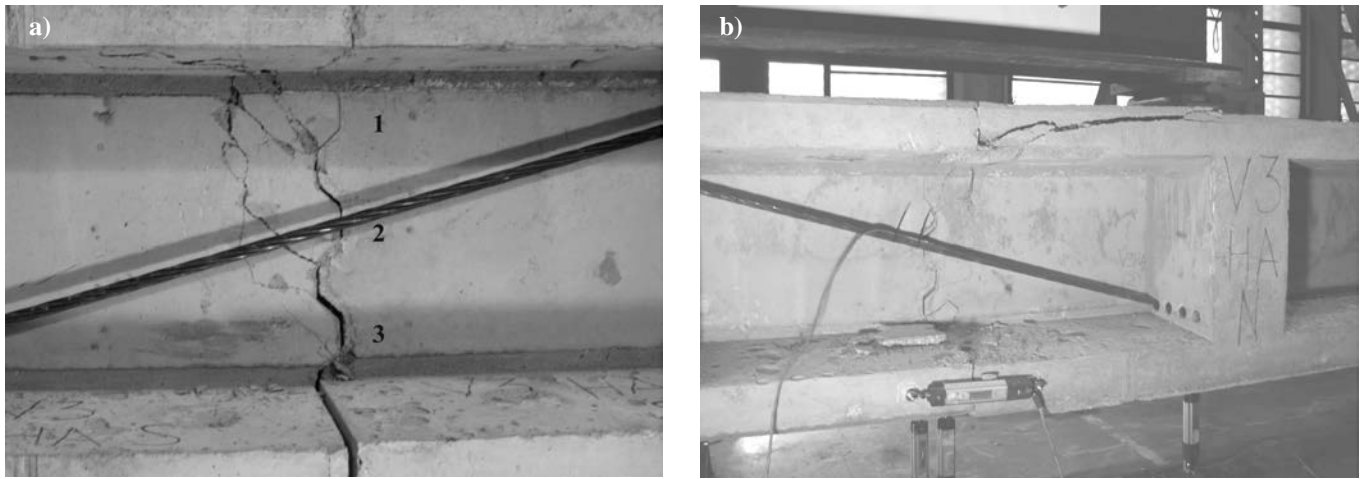


Figura 20. Ensayo V3-HA. Fase de prerrotura (a) y viga descargada (b).

### 3. ANÁLISIS NUMÉRICOS

Tanto los ensayos de los paneles como los ensayos efectuados sobre las vigas fueron reproducidos numéricamente usando un análisis bidimensional. El análisis se realizó con el código de elementos finitos Diana 8.1. En el caso de las vigas, el pequeño ancho de los forjados y las medidas efectuadas con las galgas embebidas en el forjado superior en el ensayo V1-PC permitía asegurar un comportamiento uniforme en anchura del forjado.

Fueron numerosos los estudios numéricos realizados con el fin de interpretar y comprender los resultados obtenidos en el laboratorio. De entre todos ellos, se destacarán unos ensayos numéricos que se pueden agrupar en tres series. La primera de ellas intenta reproducir el comportamiento de los ensayos en los que la junta ha sido modelizada con su geometría. La segunda serie intenta refinar el modelo introduciendo la fisuración observada en los ensayos en forma de fisura discreta. La tercera serie intenta evaluar la posibilidad de reproducir los resultados de los ensayos utilizando un modelo de junta plana que no reproduzca la geometría del dentado de las llaves, simplificando así la modelización.

En las dos primeras series, el modelo de junta empleado está elaborado con elementos tipo junta a los que se les confiere un comportamiento de rozamiento coulombiano y que modeliza la junta (y sus llaves conjugadas) con su geometría. En el caso de la última serie, se emplea otro modelo de junta, un modelo de junta plana que modeliza el comportamiento medio de la junta en la zona de llaves con elementos tipo junta dotados de un modelo de comportamiento de rozamiento cohesivo. Tanto los efectos de segundo orden como el comportamiento no lineal en compresión del hormigón han sido considerados en los análisis.

A modo de ejemplo, en la figura 21 se presentan algunos resultados obtenidos en la simulación de los ensayos V1, cuando se modelizaba la junta con su geometría. La figura reproduce los diagramas carga - apertura de junta obtenidos en la simulación (V1-35-FEM-B y V1-35-FEM-A) y los compara con los medidos en los ensayos (V1-PC-35 y V1-SFRC-35). En la figura 22 se comparan los resultados obtenidos al simular el comportamiento de la viga V1-PC-70 modelizando

la junta con su geometría (V1-70-FEM) y los obtenidos utilizando el modelo de junta plana (V1-70-FEM-P).

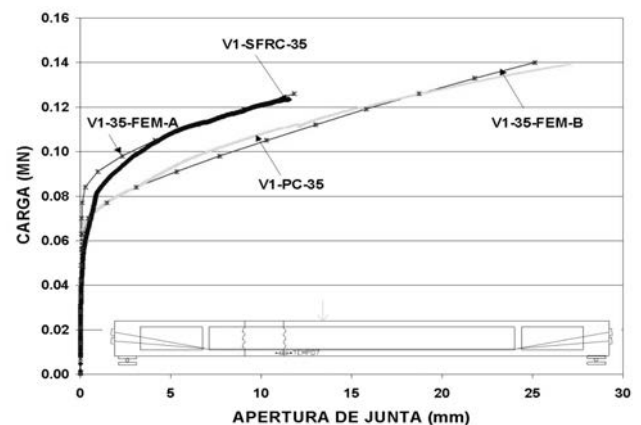


Figura 21. Curvas carga-apertura de junta en V1-35. Ensayos (V1-PC-35 y V1-SFRC-35) y análisis numérico (V1-35-FEM-B y V1-35-FEM-A).

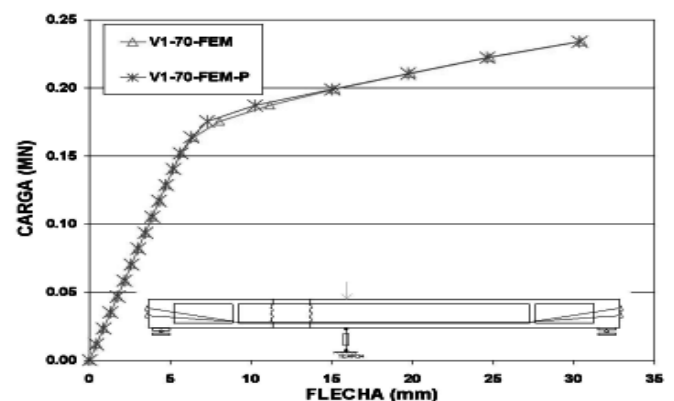


Figura 22. Curvas carga-flecha V1-70. Comparación de los resultados obtenidos con distintos modelos.

El modelo de junta plana, que había sido calibrado satisfactoriamente, se aplicó a la modelización de las juntas secas conjugadas de dos puentes de dovelas de hormigón con pretensado exterior. Los dos ejemplos analizados, un puente isostático y otro hiperestático, fueron adaptados de los ejemplos

estudiados en la publicación "Pretensado exterior en puentes de carretera. Recomendaciones para la verificación de la seguridad frente a rotura por flexión" [APARICIO, RAMOS (1996)]. Los dos modelos bidimensionales se prepararon con elementos rectangulares de cuatro nodos con ocho grados de libertad. Los elementos interface que modelizaban las juntas eran elementos lineales de 2+2 nodos. El análisis, que planteaba el equilibrio en posición deformada, fue realizado con el código de elementos finitos Diana 8.1.

La aplicación del modelo de junta plana al estudio de puentes, comporta claras ventajas con respecto a la modelización de la junta con su geometría. En primer lugar, la geometría de las dovelas puede ser reproducida por una malla compuesta por un menor número de elementos, lo que implica una drástica reducción del número de grados de libertad, redundando en un ahorro importante del tiempo de computación. Además, la regularidad de la malla, formada por elementos rectangulares, favorece la convergencia numérica. El empleo del modelo de junta plana se plantea como especialmente atractivo para simular juntas de puentes de cantos de dos o tres metros, en el que el comportamiento deformacional estará dominado más por la apertura de juntas que por el sistema de contactos entre unas llaves conjugadas de diez centímetros de altura.

El empleo de un modelo de dos dimensiones para el estudio de un puente con sección cajón implica despreciar los efectos del arrastre por cortante (shear lag) y considerar eficaz todo el ancho del forjado superior e inferior, lo que resulta una hipótesis razonable en este tipo de puentes. De hecho, la aplicación de la formulación prevista para el cálculo del ancho eficaz en el Eurocódigo 2 (EC2-2) a un puente de estas dimensiones permite considerar todo el ancho del forjado como colaborante.

El puente isostático estudiado, cuyas dimensiones pueden considerarse estándar dentro de su categoría, era una estructura isostática de 50,00 metros de luz y canto constante de 2,70 (relación de esbeltez 1/18) formada por 17 dovelas de 3,00 m de longitud. La sección transversal es un cajón con un forjado superior de espesor variable y de 12,70 m de anchura y un forjado inferior de espesor constante con cartelas y de 5,70 m de anchura. Las almas son verticales. El puente hiperestático escogido como ejemplo era una estructura de cinco vanos, de 48,00 m de luz por vano y canto constante de 2,70 m (relación de esbeltez 1/18).

Los modelos fueron cargados hasta obtener la rotura por solicitaciones normales. A modo de ejemplo, en la figura 23 se muestran los campos de tensiones principales obtenidos en el análisis del puente isostático en el momento de alcanzar el ELU según los criterios propugnados por el Eurocódigo 2 para estructuras con pretensado exterior[EC-2], que limita la altura de la sección susceptible de estar descomprimida a un tercio del canto total. La figura 24 muestra los campos de tensiones principales en el estado previo de rotura por solicitaciones normales. Obsérvese la radical diferencia entre la distribución y magnitud de las tensiones principales. Una información mucho más extensa se puede consultar en TURMO (2003).

#### 4. CONCLUSIONES

Este artículo tiene por objetivo mostrar el conjunto de la investigación desarrollada, sin entrar en detalles en todos los aspectos pues sobrepasaría, de largo, la extensión de un artículo normal. Por tanto, para las personas interesadas en pro-

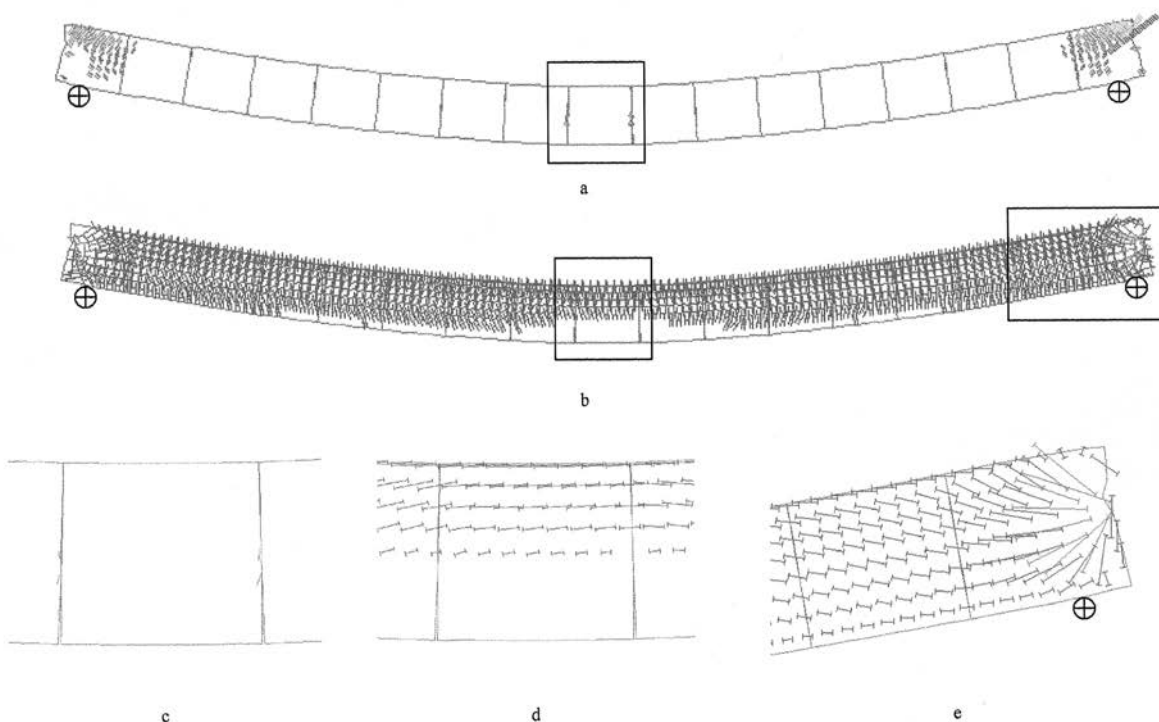


Figura 23. Campo de tensiones bajo carga última (criterio EC-2) obtenido en el ensayo numérico del puente isostático. ( $\gamma_q=1,50$ ).

a) Tensiones principales de tracción ( $|\sigma_t| > 2,0\text{MPa}$ ); b) Tensiones principales de compresión ( $|\sigma_n| > 2,5\text{MPa}$ );

c)Detalle dovela central. Tensiones principales de tracción ( $|\sigma_t| > 2,0\text{MPa}$ ); d) Detalle dovela central.

Tensiones principales de compresión. ( $|\sigma_n| > 2,5\text{MPa}$ ); e) Detalle dovela de apoyo. Tensiones principales de compresión. ( $|\sigma_n| > 2,5\text{MPa}$ ).

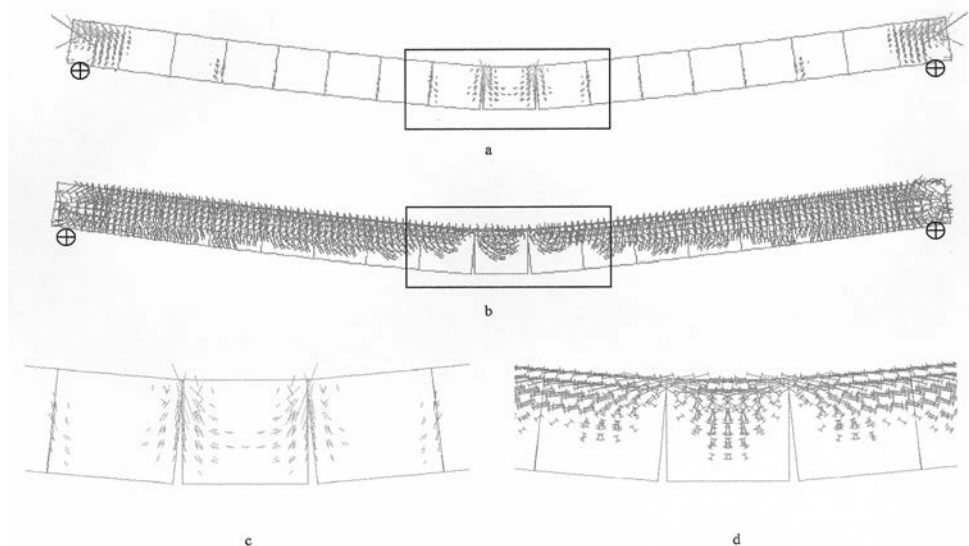


Figura 24. Campo de tensiones previo a la rotura por flexión obtenido en el ensayo numérico del puente isostático. ( $\gamma_q=1,90$ ).  
 a) Tensiones principales de tracción ( $|\sigma_{II}| > 2,0\text{MPa}$ ); b) Tensiones principales de compresión ( $|\sigma_{III}| > 2,5\text{MPa}$ );  
 c) Detalle dovela central. Tensiones principales de tracción ( $|\sigma_{II}| > 2,0\text{MPa}$ ); d) Detalle dovela central.  
 Tensiones principales de compresión. ( $|\sigma_{III}| > 2,5\text{MPa}$ ).

fundizar en el tema, nos remitimos a las tres tesinas de especialidad desarrolladas (LLOPART, 2001; POLO, 2001; PIERNAGORDA, 2002) y a la Tesis Doctoral (TURMO, 2003), así como a los artículos en revistas y comunicaciones a Congresos citados en las referencias.

No obstante lo anterior, queremos aquí indicar algunas de las conclusiones obtenidas con carácter general que enmarcan los resultados del estudio.

Así, cabe indicar que el dimensionamiento de puentes de dovelas frente al estado límite de rotura por flexión siguiendo el criterio del EC-2, que limita la profundidad de la fibra neutra a como mínimo dos tercios del canto total para los esfuerzos de diseño en cualquier sección, es claramente conservador. La rotura real, por flexión, cortante o combinación de ambos, está alejada de dicho estado, en especial en puentes continuos.

La adición de fibras al hormigón no influye en la carga de rotura de las llaves de cortante, aunque sí introduce tenacidad en su comportamiento. Por otro lado, las vigas ensayadas con almas únicamente reforzadas con fibras de acero tienen cargas de rotura iguales, a efectos prácticos, a las que presentaban un refuerzo a cortante convencional mediante cercos. Este aspecto abre todo un campo de investigación, no pudiéndose concluir, sólo con los ensayos realizados, que se pueda sustituir automáticamente los cercos por fibras en puentes de dovelas, pues debe seguir investigándose si, sistemáticamente, no se produce fisuración oblicua sino sólo el mecanismo arco.

La aplicación de la técnica de elementos de contacto, que en principio parecía prometedora para la simulación de las llaves, no ha dado resultados positivos. Sin embargo, sí se han desarrollado varios modelos numéricos calibrados con los resultados experimentales (TURMO 2003) que permiten modelar la respuesta de los puentes de dovelas con suficiente precisión bajo determinadas hipótesis.

El gran problema pendiente reside en la determinación del ancho eficaz del forjado que es capaz de transmitir cortante funcionando como cabeza de compresión de los arcos que interiormente se forman. En las vigas ensayadas, con alas sólo de 60 cm, todo el forjado ha sido eficaz. En un puente de dovelas real, pensamos que el efecto escala puede ser significativo, por lo que sólo ensayos a escala uno a uno pueden validar las hipótesis que se realicen en los modelos numéricos.

## 5. AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer la financiación recibida por parte del Ministerio de Educación y Cultura a través del proyecto de investigación PB98-0927, así como la ejecución de las vigas por parte de la empresa FCC. Además de la parte financiera todo proyecto necesita, de forma imprescindible, de una parte humana que no hay que olvidar. Agradecemos la dedicación del Director del Laboratorio de Tecnología de Estructuras Ravindra Gettu, así como de sus técnicos Miguel Ángel Martín, Carlos Hurtado, Ernesto Díaz y Camilo Bernad.

## 6. REFERENCIAS

APARICIO, A. C. y RAMOS, G. (1996). Pretensado exterior en puentes de carretera. Recomendaciones para la verificación de la seguridad frente a rotura por flexión. MOPTMA, Madrid 1996.

ATEP (1996). Proyecto y construcción de puentes y estructuras con pretensado exterior. Madrid. Septiembre 1996.

BUYUKOZTURK, O. et al. (1990). Shear Behavior of Joints in Precast Concrete Segmental Bridges. ASCE Journal of Structural Engineering. Dec. 1990. pp. 3380-3401.

EC 2 1-5 (1996). UNE-ENV 1992-1-5 Reglas generales estructuras con tendones de pretensado exteriores o no adherentes. AENOR, Abril 1996.

EC 2-2. UNE-ENV 1992-2. Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 2. Puentes de hormigón. Madrid, AENOR, 1997.

FOURE, B. et al. (1993). Shear Test on Keyed Joints between Precast Segments. Proceedings of the Workshop AFPC External Prestressing in Structures. Saint-Rémy-lès-Chevreuse. June, 1993, pp 297-319.

KOSEKI, K., BREEN, J.(1983). Exploratory Study of Shear Strength of Joints for Precast Segmental Bridges. Texas State Department of Highways and Public Transportation. September 1983.

LLOPART, S. (2001). Estudio experimental de la respuesta a cortante de juntas secas de puentes de dovelas construidos con hormigón con fibras. Tesina de Especialidad. ETS de Ingenieros de Caminos de Barcelona. Septiembre 2001.

LLOPART, S., POLO, T. et al (2002). Ensayos sobre paneles de juntas de dovelas a cortante. Hormigón convencional frente

a hormigón con fibras de acero. II Congreso ACHE de puentes y estructuras de edificación. Madrid, noviembre 2002.

PIERNAGORDA, J. (2002). Ensayo hasta rotura por cortante de vigas de dovelas. Tesina de especialidad. ETS de Ingenieros de Caminos de Barcelona. Junio 2002.

PIERNAGORDA, J., TURMO, J. et al (2002). Ensayos a rotura por cortante de vigas de dovelas de hormigón con pretensado exterior y junta seca. II Congreso ACHE de puentes y estructuras de edificación. Madrid, noviembre 2002.

POLO, T. (2001). Estudio experimental de la respuesta a cortante de puentes de dovelas construidos con hormigón convencional. Tesina de Especialidad. ETS de Ingenieros de Caminos de Barcelona. Septiembre 2001.

TURMO J. (2003). Estudio del comportamiento a flexión y cortante de puentes de dovelas de hormigón con pretensado exterior y juntas secas. Tesis Doctoral. ETSICCP de Barcelona. Dept. de Ingeniería de la Construcción. Julio 2003.

VIRLOGEUX, M. et al. (1993). Some Elements for a Codification of External Prestressing and of Precast Segments. Proceedings of the Workshop AFPC External Prestressing in Structures. Saint-Rémy-lès-Chevreuse. June, 1993, pp 449-466.





# Estudio analítico y experimental de los efectos de las deformaciones impuestas en las estructuras integrales

## *Analytic and experimental study of imposed deformation effects in integral structures*

Hugo Corres Peiretti



José A. Martín-Caro Álamo



Tobias Petschke



Valentín Moreno Padilla



José Torrico Narváez

U.D. de Hormigón Estructural.  
E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. UPM

### RESUMEN

En este artículo se presentan las conclusiones obtenidas en la primera fase de los trabajos que actualmente se están realizando dentro del proyecto de investigación “Estudio analítico y experimental de los efectos de las deformaciones impuestas en las estructuras integrales” concedido por el Ministerio de Fomento a la Unidad Docente de Hormigón Estructural dentro del Plan Nacional de Investigación Tecnológica 2000-2003. Este proyecto, cuyo horizonte temporal es de tres años, pretende dar respuesta, en la medida de lo posible, a las cuestiones planteadas alrededor del análisis de las deformaciones impuestas en las estructuras integrales, combinando equilibradamente el estudio analítico y experimental.

La totalidad del proyecto comprende cuatro etapas diferenciadas. En primer lugar, la obtención de datos experimentales mediante mediciones realizadas *in situ*, en estructuras reales en construcción. En segundo lugar, la realización de ensayos de laboratorio. En tercer lugar, la realización de análisis teóricos que permitan representar los fenómenos estudiados, tanto en las estructuras reales como en los modelos de laboratorio y que puedan ser contrastados con los resultados experimentales. Por último, la formulación de criterios de proyecto que permitan abordar el proyecto y construcción de estructuras integrales más allá de los límites de la normativa actual.

En el texto que se presenta a continuación se recoge, por una parte, la descripción y objetivos del proyecto de investigación que se pretende llevar a cabo y, por otra parte, un resumen de los resultados más relevantes obtenidos durante el primer año

del proyecto. En este periodo, los trabajos se han centrado en la campaña experimental *in situ* en las estructuras reales, tanto en el diseño e implantación de la campaña en el N.A.T. del Aeropuerto de Barajas y en el aparcamiento de la calle Urzaiz en Vigo, como en el análisis preliminar de las primeras mediciones y en los análisis teóricos de contraste.

### SUMMARY

*A large amount of civil and building structures is designed with joints in order to minimize the effects of imposed deformations due to shrinkage, creep (prestressed structures) and temperature. This has become common practice to a large extent due to the lack of knowledge of the effects of imposed deformations on structures and due to the permanence of a code of actions in Spain, in need of an update. In the case of structural engineering, especially when dealing with large public buildings, this design practice leads to a bad relation between structure and architecture and to an unnatural division between them. It also makes it impossible for the designer to benefit from the advantages derived from other structural solutions, and even worse, creates operational, maintenance and durability problems.*

*Joints, which are meant to minimize the forces generated by imposed deformations, mainly due to shrinkage, creep and temperature, are expensive and can be the origin of local problems due to poor performance and a lack of maintenance. The design of integral structures requires an effort in order to analyze the effects of imposed deformations, which can easily*

*be repaid by the benefits of eliminating the joints. The purpose of the study is to analyze the effects of imposed deformations on integral structures through a balanced combination of analytical study and experimental tests.*

*Therefore, a first proposal is to obtain experimental data from in situ measurements of real structures during construction. On a second level, laboratory tests on simplified prototypes are proposed that allow the study of the involved phenomena. Finally, the application of an adequate model -capable of representing these common structural problems- selected from several already existing models, is proposed. The comparison with the measured data would allow calibrating the model. Another objective is to use this model in other cases. This may finally lead towards the achievement of more general criteria included in a more modern code of standards.*

## 1. ANTECEDENTES

La gran mayoría de las estructuras, tanto de edificación como de obra pública se han proyectado con juntas de dilatación para minimizar los efectos debidos a las deformaciones impuestas provocadas por retracción, fluencia y temperatura. Esta práctica habitual está fundada, principalmente, en el poco conocimiento que se tiene de estos fenómenos y en la existencia de una normativa antigua y no actualizada que facilita unas reglas simplificadas muy restrictivas que, en cualquier caso, no siempre aseguran resultados satisfactorios y que exigen partir las estructuras en subestructuras de pequeña longitud. En el caso de la edificación, especialmente cuando se trata de grandes edificios públicos, esta práctica conduce a un mal acoplamiento entre la estructura y la arquitectura, a un fraccionamiento antinatural de las mismas y al desaprovechamiento de las posibilidades estructurales que otras soluciones pueden ofrecer y, lo que es más grave, generan problemas de explotación, de durabilidad y mantenimiento. Las juntas que en principio se disponen para minimizar los esfuerzos generados por las deformaciones impuestas, fundamentalmente debidas a la retracción, fluencia y a la temperatura, suponen un coste alto y pueden terminar generando problemas locales por mal funcionamiento de las mismas.

La concepción de las estructuras integrales ha ido pareja a la necesidad de optimizar las formas estructurales que absorban los efectos de las deformaciones impuestas, tratando de minimizar los costos de mantenimiento al suprimir el mayor número posible de juntas. No se debe olvidar que, a la hora de valorar el costo económico de una estructura, se debe tener en cuenta no sólo el coste de su ejecución sino también el coste de su mantenimiento. A este respecto, resulta siempre más económico realizar una inversión inicial ligeramente más cara pero que, por el contrario, supone un aumento en la calidad de la estructura durante la vida útil de la misma y su explotación y una drástica disminución en los costes de mantenimiento.

En aparcamientos subterráneos o en hospitales u otras obras de grandes dimensiones, es posible ver, como en cada junta de dilatación, que en estos casos siempre están visibles, aparecen síntomas de degradación del hormigón y de falta de buen funcionamiento de las juntas en relación con la estanqueidad y otras exigencias funcionales. En los muros se disponen juntas

verticales con el trastorno de ejecución que esto supone y con los posibles problemas de degradación en estos elementos ya comentados. En el caso de puentes los aparatos de apoyo, tanto de neopreno como de teflón, y las juntas de dilatación son elementos con una vida útil muy inferior a la de la estructura que obliga a una sustitución prematura que requiere gastos de inspección y mantenimiento.

La concepción de estructuras integrales permite la supresión de las juntas, pero requiere un esfuerzo para analizar los efectos que las deformaciones impuestas generan sobre ellas [1, 2, 3]. Actualmente, el estudio del comportamiento de las estructuras integrales se encuentra en España en una fase de estancamiento con respecto a Europa y Estados Unidos. Este hecho viene provocado fundamentalmente por dos causas:

- Por una parte, la inexistencia de una normativa clara a la hora de tratar estos efectos que conduce a que las empresas de Control de Calidad, exigidas por la nueva ley de la Edificación, cuando controlan este tipo de estructuras obligan a que se introduzcan juntas o, dicho de otra forma, son poco motivadoras de la utilización de nuevos procedimientos que no están recogidos en la normativa vigente.

Esta situación está conduciendo a una parálisis de la evolución y optimización de las tipologías estructurales, sin que exista además una razón fundada en el conocimiento del comportamiento estructural. Por otra parte, aunque existen una serie de realizaciones de estructuras de gran longitud sin juntas, que se encuentran funcionando correctamente, (Centro Comercial Aldaya, Auditorio del Kursaal, OAMI, por nombrar solo algunas) lo cual demuestra su viabilidad, no existen criterios claros en lo relativo al cálculo de estas estructuras y este aspecto genera incertidumbres acerca de la forma de proyectarlas y desconfianza a la hora de la validación del proyecto constructivo que deben llevar a cabo las empresas de control con objeto de formalizar el seguro decenal.

En el campo de los puentes, el problema es similar aunque más alentador especialmente debido al esfuerzo realizado por la Dirección General de Carreteras del Ministerio de Fomento que recientemente ha publicado unas Recomendaciones para esta tipología. La tendencia hacia las estructuras integrales (aunque no sea aún completa) se puede ver en la práctica cada vez más frecuente (por ejemplo en los pasos superiores sobre las nuevas vías de alta velocidad) de suprimir los apoyos de neopreno en las pilas y establecer un empotramiento entre pilas y tablero, además de en algunas realizaciones aisladas, en particular impulsadas por ESTEYCO y otras empresas consultoras [4].

- Por otra parte, la restricción cada vez más grave de recursos para la financiación de estudios en el campo de la construcción también ha contribuido muy significativamente a un estancamiento de la evolución del conocimiento en este sector y muy particularmente en este tema.

Además, debe recalcar que un análisis riguroso de los efectos de las deformaciones impuestas en estructuras complejas requiere de análisis más complejos y prolongados que

los habitualmente empleados en el cálculo estructural (análisis del comportamiento no lineal mecánico, interacción con el terreno, etc.). Por ello, en el proyecto de estructuras integrales se aplican procedimientos muy simplificados que tienden a exagerar los efectos de las deformaciones impuestas y dan lugar a un sobredimensionamiento de las estructuras. Por todo ello, resulta necesario emprender una línea de investigación profunda en este campo con objeto de poder proponer criterios simplificados más ajustados a la realidad de los que se usan actualmente. Este esfuerzo redundará en un abaratamiento de estas estructuras que ya resultan baratas de por sí debido a su mayor durabilidad.

La necesidad de profundizar en el estudio de las estructuras integrales queda también plenamente reflejado en el resultado de una encuesta llevada a cabo en las administraciones estatales de transporte de Estados Unidos [5], en la cual destacan las siguientes quejas relativas a los puentes integrales:

- “No existen métodos racionales para predecir el comportamiento”.
- “Se desconocen las tensiones térmicas”.
- “Sólo es posible resolver puentes cortos”.
- “El incremento de carga en el terreno puede provocar fisuras en los estribos”.

En respuesta a esta necesidad, la Unidad Docente de Hormigón Estructural esta llevando a cabo un proyecto de investigación “Estudio analítico y experimental de los efectos de las deformaciones impuestas en las estructuras integrales”, financiado por el Ministerio de Fomento y enmarcado dentro del Plan Nacional de I+D+I (Investigación, Desarrollo e Innovación Tecnológica) 2000-2003 que pretende contribuir a dar respuesta a la problemática planteada. El proyecto tiene un horizonte temporal de tres años, habiendo transcurrido ya un año desde su puesta en marcha. En el texto que se presenta a continuación, se presentan los objetivos y generalidades del proyecto en su conjunto, junto a los primeros resultados obtenidos.

## 2. OBJETIVOS Y FASES DEL PROYECTO

El objetivo fundamental del proyecto es el de profundizar en el análisis y en el conocimiento del efecto que las deformaciones impuestas tienen en las estructuras integrales para poder así formular unas reglas prácticas que permitan facilitar y agilizar el proyecto de estas estructuras. Para lograr este objetivo es necesario la realización de estudios analíticos y experimentales estructurados de la siguiente manera:

**Fase 1.** En primer lugar, la obtención de datos experimentales *in situ* en estructuras reales en construcción. Para esta labor se cuenta con la colaboración de Dragados, Obras y Proyectos S.A., como empresa constructora del Edificio Satélite del NAT del Aeropuerto de Barajas y del Aparcamiento en la c/ Urzaiz en Vigo. La campaña experimental incluye:

- Caracterización del material: La caracterización de los hormigones utilizados más frecuentemente en edificación y obra pública.

- Cuantificación de las acciones actuantes sobre las estructuras integrales de hormigón armado y pretensado: fluencia, retracción y temperatura teniendo en cuenta el comportamiento no lineal de los materiales.
- Estudio de la influencia de las características geotécnicas y tipológicas de la cimentación. La interacción suelo estructura, que se resuelve de forma simplificada en estructuras de otro tipo, tiene un importante papel en las estructuras integrales y consecuentemente debe estudiarse detalladamente.
- Medición de la respuesta estructural: Análisis de los efectos estructurales que se han manifestado en las estructuras reales auscultadas, en particular, seguimiento de dos estructuras prototípicas:

La estructura del Edificio Satélite del NAT del Aeropuerto de Barajas (figura 1), se compone en gran medida de elementos de hormigón armado cuyo proyecto viene condicionado en parte por los efectos debidos a las deformaciones impuestas. Especial atención se prestará a dos de estos elementos. En primer lugar, a los pórticos longitudinales cuyos tramos sin juntas tienen unas dimensiones de 72 m y cuya longitud total es de 1000 m lineales. En alzado, el pórtico consta de cuatro plantas, sus vigas tienen una luz de 18.00 estando pretensadas parcialmente y los pilares son de hormigón armado con una altura entre plantas de 3.00 m aproximadamente. En segundo lugar, a los diferentes tipos de muros de sótanos perimetrales ejecutados. El Edificio Satélite, actualmente en construcción, permitirá estudiar, en una estructura real, los distintos fenómenos que concurren a lo largo de su construcción y durante su vida en servicio.

El aparcamiento de Vigo (figura 2), es un ejemplo clásico de estructura enterrada de dos plantas (sótano-2 y sótano-1), cuya tipología estructural es de losa maciza (losa de cubierta y losa de sótano-1) apoyados en pilas pilote interiores y en la pantalla perimetral de pilotes. El sistema constructivo adoptado ha sido ascendente-descendente. La longitud total del aparcamiento es de más de 500 m, disponiéndose tan sólo 5 juntas, resultando una longitud media de 100 m y una longitud máxima de 115 m. En el sentido transversal su dimensión es constante y de, aproximadamente, 15.00 m.

**Fase 2.** En segundo lugar, la realización de ensayos de laboratorio con modelos simplificados. La necesidad de realizar ensayos en laboratorio está fundada en la posibilidad de analizar de forma detallada la influencia de distintas variables y seguir la evolución de un determinado fenómeno pormenorizadamente. Para ello, con el fin de lograr una adecuada representatividad del comportamiento de estas variables, es fundamental la adecuada elección del tipo de ensayo y del número de prototipos a ensayar.

El desarrollo de prototipos en laboratorio permite:

- Estudio experimental controlado de la influencia de las variables fundamentales involucradas en el comportamiento de las estructuras integrales.
- Alcanzar niveles de carga elevados y comprobar el comportamiento hasta rotura de los prototipos así como la influencia en Estado Límite Último de las deformaciones impuestas.





Figura 1. Vista aérea de la construcción del dique Norte del Edificio Satélite de la Nueva ÁREA Terminal del Aeropuerto de Barajas. En la imagen se ha señalado la ubicación de los elementos instrumentados.



Figura 2. Fotografía de la vista panorámica del aparcamiento y de la zona actualmente excavada en el modulo 1. Aparcamiento en la calle Urzaiz en Vigo.

- Controlar de forma más precisa las acciones introducidas (deformaciones y desplazamientos impuestos).

Actualmente se está trabajando en el diseño de la campaña experimental de laboratorio, la cual va encaminada a la realización de los siguientes tipos de ensayos:

- Ensayos de elementos sometidos a deformaciones impuestas con o sin flexión. Estos ensayos permitirán estudiar el fenómeno que se produce en estructuras reales en las que las deformaciones impuestas actúan produciendo simplemente una tracción como es el caso de los muros o sobre elementos sometidos a esfuerzos de flexión

concomitantes con una deformación axial impuesta, como es el caso de losas o vigas de un pórtico.

- Ensayos para medir la pérdida de rigidez de elementos portantes verticales de hormigón sometidos a esfuerzos de flexocompresión concomitantes con un movimiento horizontal impuesto. Estos ensayos permitirán estudiar el efecto de la pérdida de rigidez, provocada en principio por la fisuración, para cargas de servicio. También se podrá evaluar la pérdida de rigidez provocada por el comportamiento no lineal de los materiales en Estado Límite Último.

Por último, dentro de los prototipos a ensayar se distinguen 3 grupos:

- Losas sometidas a deformaciones impuestas crecientes con diversos niveles de cuantía y sometidas a tracción simple.
- Losas sometidas a deformaciones impuestas crecientes con diversos niveles de cuantía y sometidas a flexotracción.
- Pilares sometidos a compresión y una deformación impuesta en cabeza.

**Fase 3.** En esta fase se pretende calibrar y ajustar un modelo de comportamiento general para estas estructuras gracias a los resultados experimentales, provenientes de las mediciones realizadas en estructuras reales y de los resultados de los prototipos de laboratorio.

Posteriormente, el modelo se empleará para el estudio de otros tipos estructurales, para la generalización del comportamiento medido y para la formulación de reglas de proyecto, realizando estudios paramétricos que permitan identificar las variables fundamentales en el comportamiento de las estructuras y la importancia relativa de cada una de ellas (la importancia de la cuantía de armado en cada elemento estructural en función de, por ejemplo, la temperatura, condiciones de vinculación del elemento, geometría del elemento, etc.). El desarrollo de un modelo analítico de comportamiento general permite la realización de estos estudios paramétricos de forma rápida y efectiva.

Las características principales del modelo de comportamiento son la posibilidad de representar el comportamiento no lineal del hormigón estructural, particularmente en relación con los fenómenos de deformaciones impuestas. Además, debe permitir representar elementos lineales (pórtico) y bidimensionales (muro).

**Fase 4.** En esta fase final, se pretende recoger las conclusiones del estudio analítico y experimental dentro de la normativa, donde se incorporen aspectos tales como:

- Recomendaciones para la concepción estructural. Se trata de definir cuales son los tipos estructurales más idóneos, cuales son las medidas a adoptar para minimizar la influencia de las deformaciones impuestas y como se puede paliar su actuación.
- Recomendaciones para la estimación de los esfuerzos en este tipo de estructuras. Se sobreentiende que a nivel de proyecto no es posible realizar cálculos demasiados complicados pero si es posible definir reglas, que sean compatibles con los medios normalmente utilizados, para que permitan estimar adecuadamente los fenómenos involucrados. Se pretende definir criterios de pérdida de rigidez que permitan estimar con un cálculo elástico con rigideces fisuradas el comportamiento real de este tipo de estructuras. Por otra parte, en casos más singulares, se debería establecer el tipo de análisis requerido en función de los parámetros de la estructura tales como, rigidez del soporte o longitud sin juntas.

- Recomendaciones para el armado de estructuras integrales. Se pretende definir correcciones a los criterios establecidos por la normativa vigente para los casos estudiados: cuantías mínimas en muros, cuantías mínimas en otros elementos estructurales, etc.

### 3. CAMPAÑA DE MEDICIONES “IN SITU”: RESULTADOS PRELIMINARES

Los trabajos realizados hasta el presente momento se han centrado en el diseño, implantación y análisis de la campaña experimental llevada a cabo en estructuras reales actualmente en construcción. La campaña experimental se está llevando a cabo en dos estructuras que Dragados Obras y Proyectos S.A. está ejecutando actualmente: la estructura del Edificio Satélite de la Nueva Área Terminal del Aeropuerto de Barajas, y el Aparcamiento de la calle Urzaiz en Vigo. En el primer caso, el diseño y puesta en marcha de la instrumentación se realizó en enero de 2002, por lo que actualmente se dispone de un registro completo anual de las variables auscultadas. En el segundo caso, la campaña acaba de comenzar por lo que apenas se dispone de un registro representativo.

Además y, paralelamente, se está trabajando en un modelo analítico de comportamiento, desarrollando modelos teóricos de contraste para cada uno de los elementos estructurales auscultados que permiten contrastar los resultados experimentales recogidos y calibrar el modelo analítico de comportamiento.

Se presenta a continuación, un resumen de los resultados preliminares de la primera fase del proyecto de investigación, Campaña de Mediciones *in situ*, que pretende, por una parte, mostrar cualitativamente los fenómenos que se ven involucrados y, por otra parte, indicar la problemática y particularidades de llevar a cabo una campaña de mediciones en una estructura en construcción. Esta fase, quizás la más importante del proyecto y, desde luego, la más larga, ha presentado una complejidad adicional al tener que conjugar y compatibilizar las necesidades del proyecto de investigación con los problemas y ritmos de toda obra. Los datos recogidos han estado sometidos a todo tipo de avatares, cortes de luz, accidentes, robos, etc. por lo que algunos de ellos se han perdido en el camino.

Se presenta en primer lugar el diseño de la campaña junto con los primeros resultados de la misma, para pasar, en segundo lugar, a contrastar analíticamente los datos recogidos.

#### 3.1 Diseño de la campaña experimental y primeros resultados

El programa experimental comprende tres grupos de ensayos necesarios para entender el comportamiento de las estructuras integrales ante las deformaciones impuestas: por una parte, caracterizar los materiales constituyentes, por otra parte, cuantificar las acciones actuantes y, por último, medir la respuesta estructural. Esta manera de proceder permite medir todas las variables intervinientes en el comportamiento de estas estructuras. A continuación se describen el conjunto



de las mediciones realizadas en las dos estructuras seleccionadas.

### 3.1.1. Caracterización de los materiales empleados

Se han realizado los siguientes ensayos encaminados a caracterizar las variables mecánicas imprescindibles para el análisis para cada uno de los hormigones empleados:

**Resistencia a tracción ( $f_{ct}$ ):** El ensayo de tracción indirecta se realiza de acuerdo con la norma UNE 83.305/84. Para cada hormigón se ensayará dos probetas a 12 horas, 24 horas, 48 horas, 7 días, 14 días, 28 días, 60 y 90 días.

**Resistencia a compresión ( $f_c$ ):** El ensayo de compresión simple se realiza de acuerdo con la norma UNE 83.304/84. Para cada hormigón se ensayarán dos probetas a compresión a 12 horas, 24 horas, 48 horas, 7 días, 14 días, 28 días, 60 y 90 días.

**Módulo de deformación longitudinal ( $E_c$ ):** El ensayo de módulo de deformación longitudinal se realiza según la ASTM C 469/81 para cada uno de los hormigones empleados en la obra. Se ensayará dos probetas a 12 horas, 24 horas, 48 horas, 7 días, 14 días, 28 días, 60 y 90 días (total 16 probetas).

Estos ensayos se han realizado para los dos tipos de hormigones estudiados en el Edificio Satélite, HA-30 y HA-40, y para el único tipo empleado en el aparcamiento de la calle Urzaiz en Vigo, HA-30. En la figura 3 se muestra, a título de ejemplo, la evolución de las resistencias a compresión y a tracción obtenidas en el hormigón HA-30, empleado en la ejecución de los muros del edificio satélite (cada una de las gráficas corresponde a la media de las 2 probetas ensayadas). También se recoge en forma de tabla la evolución del módulo de deformación longitudinal.

Es de señalar que la resistencia a tracción alcanzada a 2 días es de 2.25 MPa y a 7 días 2.6 MPa.

### 3.1.2. Cuantificación de las acciones debidas a las deformaciones impuestas.

Las acciones debidas a las deformaciones impuestas provienen de la temperatura, retracción y fluencia, en el caso de estructuras pretensadas.

**Retracción.** Para obtener valores aproximados de la retracción se han ensayado probetas en condiciones ambientales (humedad y temperatura) similares a las de la obra del edificio satélite del aeropuerto de Barajas en el Laboratorio de la Escuela de Caminos de Madrid. Se han ensayado dos probetas para cada tipo de hormigón (HA-30 y HA-40), registrando paralelamente la temperatura y la humedad ambiental. Todavía no se han ensayado las probetas correspondientes al hormigón empleado en el aparcamiento de Vigo.

Para la determinación de las deformaciones de retracción se han utilizado probetas cilíndricas de 15.00 cm de diámetro por 45.00 cm de longitud, fabricadas utilizando moldes de PVC. El sistema de medición ha sido el siguiente: por una parte, se han dispuesto 4 bases de medida por probeta, situadas en puntos diametralmente opuestos. La lectura de las deformaciones se lleva a cabo por medio de un extensómetro mecánico de 4 microdeformaciones de precisión. Por otra parte, un sistema mediante galgas embebidas en el hormigón. Ambos sistemas de medición han sido comprobados en un análisis de la precisión y estabilidad de las mediciones obtenidas con diferentes tipos de galgas como parte de un estudio general sobre la estabilidad de este tipo de instrumentación que actualmente se está llevando a cabo en el Laboratorio [6].

En la figura 4 se representa la evolución de la deformación de retracción registrada mediante extensómetro mecánico (la media de la medida en las cuatro caras), (referente disk BQ-1 y BM-1) y mediante galgas embebidas, también para dos tipos diferentes de galgas (KYOWA BQ-1 y MMBM-1). También se representa la evolución teórica de la retracción según el

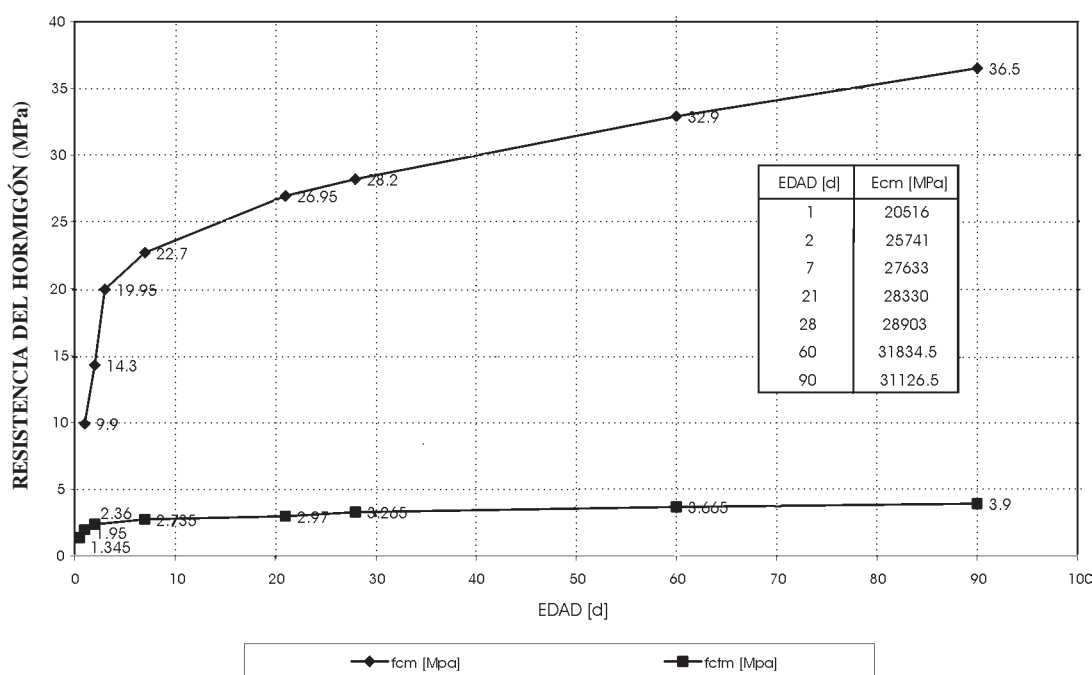


Figura 3. Evolución de la resistencia a compresión y a tracción del hormigón HA-30 empleado en la ejecución de los muros del edificio satélite de la Nueva Área Terminal del Aeropuerto de Barajas. Evolución del valor del módulo de deformación longitudinal del hormigón.

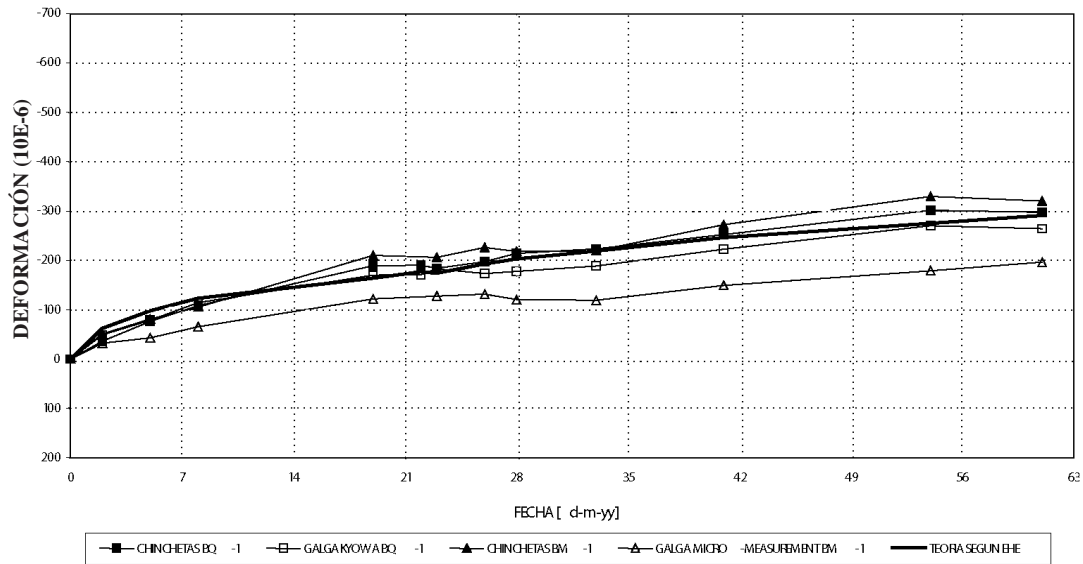


Figura 4. Medición de la deformación de retracción realizada en dos probetas en laboratorio (BQ-1 y BM-1).

modelo de la EHE. En esta figura es posible apreciar las diferencias obtenidas en la medida de las microdeformaciones de retracción en dos probetas con diferentes tipos de galgas embebidas en el hormigón, se representa también el valor teórico de la retracción y la media de las medidas mediante extensómetro mecánico en las cuatro caras de la probeta, durante los primeros sesenta días de vida. Es posible observar la dispersión existente entre las medidas de las diferentes galgas (de hasta un 35%).

**Fluencia.** Los ensayos de fluencia se han realizado de acuerdo con la Norma ASTM C-152, en todo lo relativo a los equipos de carga e instrumentación. Al igual que en los ensayos de retracción, se han utilizado probetas de 15.00 cm de diámetro y 45.00 cm de longitud, fabricadas utilizando moldes de PVC. Se han ensayado dos series compuestas de dos probetas por serie, correspondientes a los hormigones utilizados en los elementos de hormigón armado y pretensado. En total se han ensayado 2 bastidores de dos probetas cada uno

para cada tipo de hormigón (HA-30 y HA-40) empleados en la NAT del Aeropuerto de Barajas.

Se han ensayado cada uno de los dos bastidores correspondientes de cada hormigón a dos edades de puesta en carga diferente (14 y 28 días).

En la figura 5 se representa la evolución de las microdeformaciones de fluencia y retracción registradas en probetas de HA-40 mediante extensómetros mecánicos. En el momento actual las medidas llegan hasta los primeros 145 días. Cabe resaltar que la retracción medida a 145 días es de 580  $\mu\epsilon$  valor muy superior al indicado por la normativa, que para este caso es de (290  $\mu\epsilon$ ), si bien es verdad que la forma de la gráfica hace pensar que el valor de la retracción total no vaya a ser muy superior. Por otra parte, la función de fluencia medida en este caso es de 92  $\mu\epsilon$ /MPa, valor habitual para estas edades. La deformación de fluencia se ha obtenido restando a los valores de deformación medidos en los bastidores, los valores

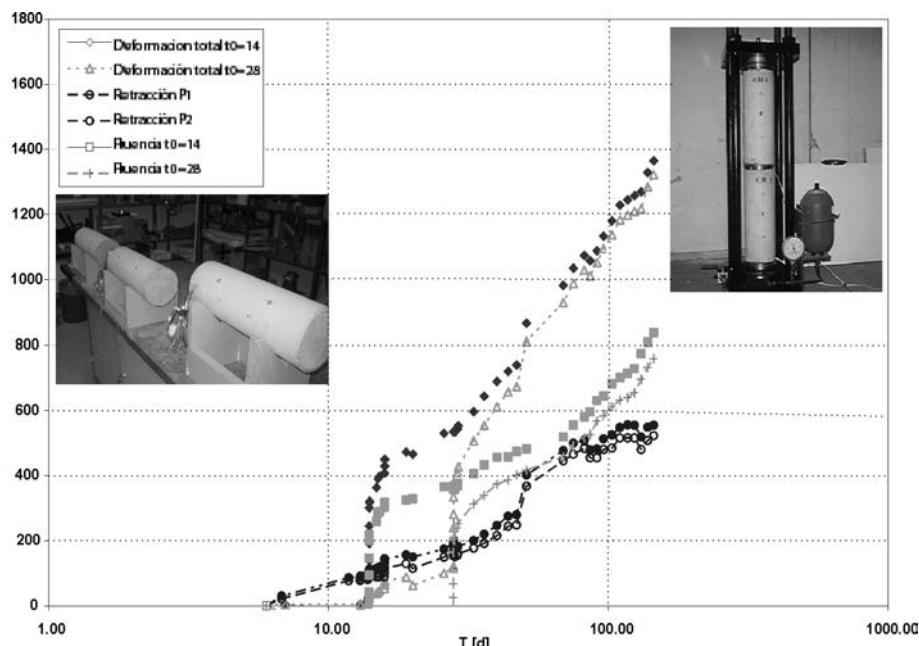


Figura 5. Evolución de las microdeformaciones medidas en las probetas de HA-40 de fluencia y retracción.

de deformación medidos en las probetas de retracción. Por último, indicar que, tal y como se puede apreciar en la figura 5, la edad de puesta en carga no parece influir sustancialmente en los valores de la función de fluencia ni de la retracción. Los valores y tendencias obtenidos para el HA-30 han sido cualitativamente similares.

**Humedad y Temperatura.** Actualmente sólo se dispone de mediciones representativas de humedad y temperatura en la obra del aeropuerto de Barajas. En Vigo, la campaña de mediciones acaba de comenzar. Se ha registrado la humedad y temperatura de la obra a tres niveles diferentes. En primer lugar, se ha analizado la temperatura y humedad de la zona aeroportuaria gracias a los datos recibidos del Instituto Nacional Meteorológico (INM) de la estación cercana al Aeropuerto de Barajas (Longitud  $3^{\circ} 32' 33''$ , Latitud  $40^{\circ} 27' 15''$  Altitud 582 m). En segundo lugar, se ha medido la temperatura y humedad de las diferentes zonas cercanas a las zonas de auscultación de la obra pero que, debido a su ubicación dentro del conjunto de la obra, se han ido encontrando expuestas a soleamientos diferentes en función de su orientación y del avance de la obra. Estas mediciones se han realizado mediante estaciones meteorológicas similares a la representada en la figura 6. Por último, se ha medido la temperatura en el interior de los elementos de hormigón armado a diferentes profundidades mediante termopares tipo J.

En la figura 7 se representan las temperaturas registradas desde febrero de 2002 a septiembre de 2003 en el edificio Satélite del Aeropuerto de Barajas. El registro del INM es continuo y permite establecer una referencia general; en la figura 7 se aprecia los ciclos estacionales de 2002 y en la figura 8 los ciclos diarios y semanales. La amplitud térmica máxima diaria registrada en 2002 ha sido de  $20^{\circ}$ , la semanal de  $25^{\circ}$  y la anual de  $39^{\circ}$ .

En las figuras 7 y 8 (que es un zoom de la 7) se indican los principales hitos constructivos de los elementos estructurales del pórtico instrumentado. También se señala el día de paso de la instrumentación manual discontinua a la medición automática y continua.

En la figura 7 se representa, por una parte, la temperatura facilitada por el Instituto Meteorológico, por otra parte, la

temperatura registrada por las estaciones meteorológicas situadas en la zona del dique Norte en la planta N-1 cerca del muro instrumentado y en la planta N+1 en la cercanía del pórtico instrumentado. Por último la temperatura registrada por los termopares embebidos en los pilares y vigas del pórtico instrumentado del Dique Norte.

Se ha representado las medidas de temperatura registradas por dos estaciones meteorológicas, DL001SM34N-1, que entró en servicio el 17 de octubre de 2002 y que se encuentra en la planta N-1 en las cercanías del muro instrumentado y la DLOO3SM34N+1 que entró en funcionamiento el 5 de febrero de 2003 y que se encuentra ubicada en la planta N+1 del pórtico y expuesta actualmente al soleamiento. Como se puede apreciar en las figuras 7 y 8, la amplitud del ciclo térmico no es el mismo para ambas estaciones. En el primer caso, la estación se encuentra más resguardada, especialmente una vez ejecutados los muros laterales de la planta N-1 que coincidió en el tiempo con el hormigonado de la viga del pórtico N+2 (ver figura 7). En este caso, la amplitud térmica diaria apenas era de  $15^{\circ}$  antes del cierre lateral y  $5^{\circ}$  después del cierre. En el segundo caso, debido a su ubicación, el ciclo térmico registrado es mucho mayor, siendo la amplitud máxima diaria registrada durante los tres meses funcionamiento de  $25^{\circ}$ .

Durante el periodo mayo-septiembre de 2002 se tomaron medidas de la temperatura en el interior de los elementos de hormigón que forman el pórtico de forma puntual, (una medida diaria a las 9:00 de la mañana) por medio de termopares (T13-18). Estas mediciones pasaron a ser continuas a partir de septiembre. Gracias a estas mediciones se pudieron registrar fenómenos relacionados con el proceso constructivo del pórtico como las altas temperaturas debidas al calor de hidratación liberado durante el fraguado, temperaturas que se suavizan casi totalmente a las pocas horas (36).

La variación térmica medida con los termopares y, representada en las figuras 7 y 8, es más atenuada que la recogida con las estaciones meteorológicas y que la recogida por el INM como es lógico.

En la figura 8 se representa, por una parte, la temperatura facilitada por el Instituto Meteorológico, por otra parte, la



a)



b)

Figura 6a y 6b. a) Fotografía de la ubicación de una de las estaciones meteorológicas en uno de los pilares del pórtico instrumentado en las primeras fases de la construcción. b) Disposición de una galga y dos termopares en uno de los muros del edificio Satélite del Aeropuerto de Barajas.

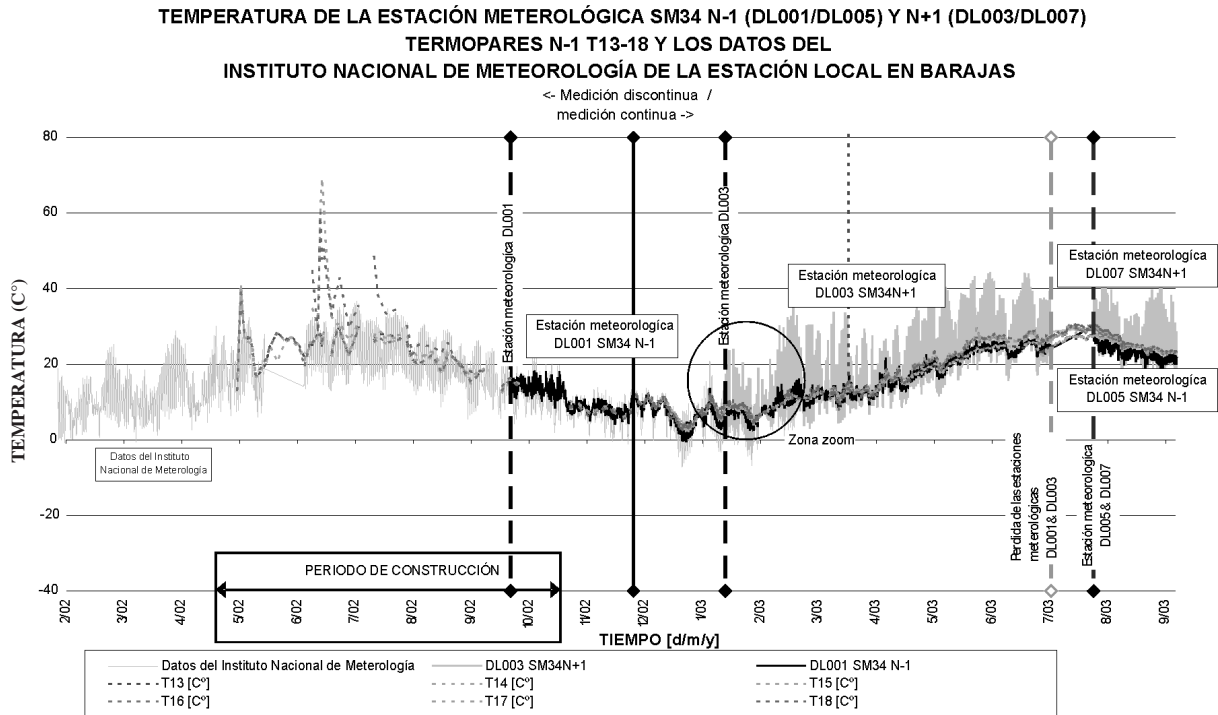


Figura 7. Temperaturas registradas desde febrero de 2002 a abril de 2003 en el Aeropuerto de Barajas.

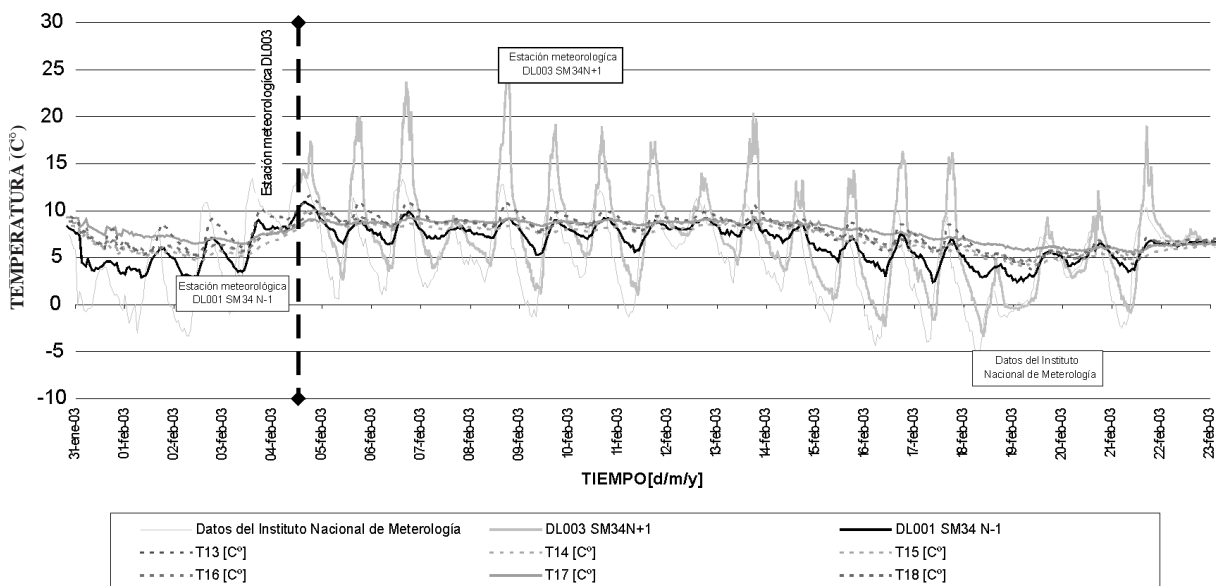


Figura 8. Temperaturas registradas desde enero de 2003 a marzo de 2003 en el Aeropuerto de Barajas.

temperatura registrada por las estaciones meteorológicas situadas en la zona del Dique Norte en la planta N-1, en las cercanías del muro instrumentado y en la planta N+1 en la cercanía del pórtico instrumentado. Por último la temperatura registrada por los termopares embebidos en los pilares y vigas del pórtico instrumentado del Dique Norte.

En la figura 9 es posible distinguir la diferencia existente de apenas 2° de diferencia entre la temperatura central interior y a 4 cm del contorno. Además, en los meses de gran insolación, la orientación de los pilares puede hacer que una cara se

caliente ligeramente más que la otra. La inercia térmica de los pilares hace que la variación de su temperatura interior vaya ligeramente retardada con respecto a la temperatura en el exterior.

### 3.2.3 Medición de la respuesta estructural

Una vez caracterizados los materiales constituyentes y caracterizadas las acciones debidas a las deformaciones impuestas se han tomado medidas de la respuesta estructural



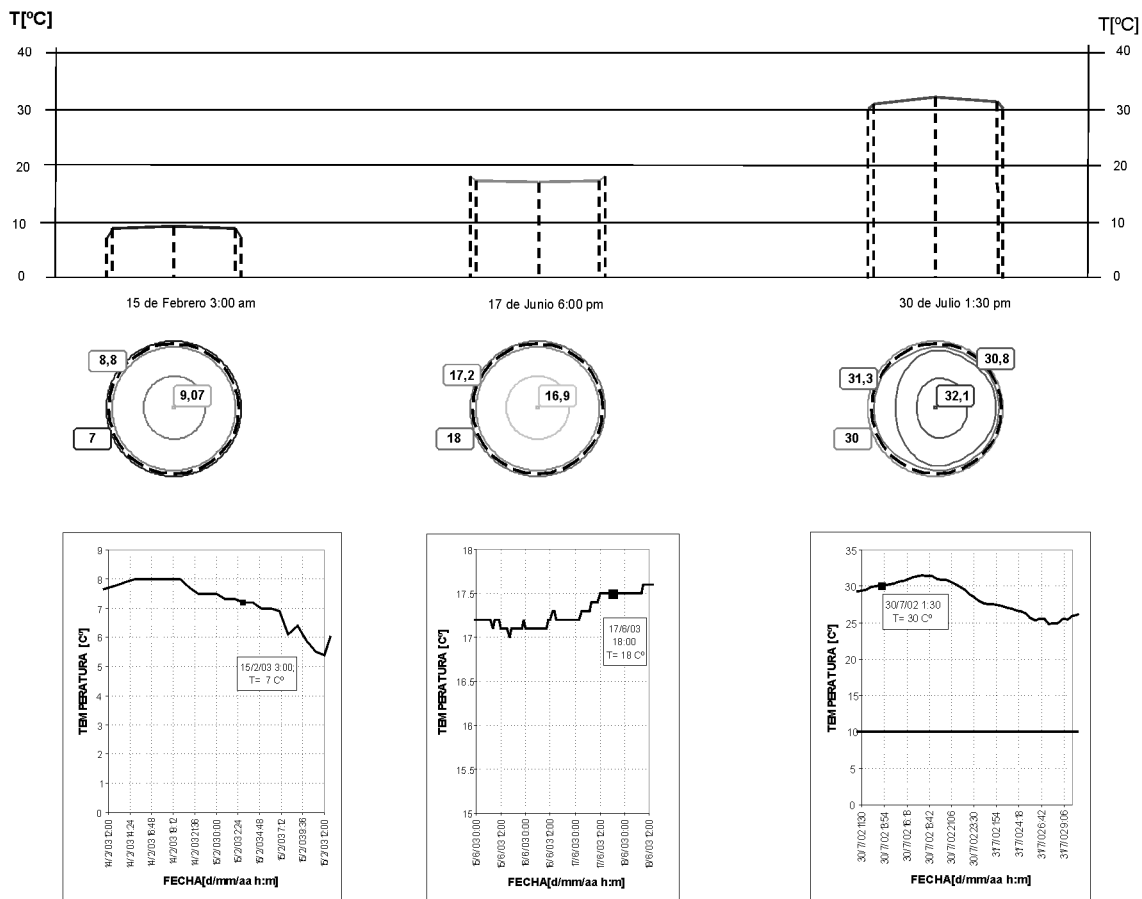


Figura 9. Temperaturas registradas en el interior de un pilar de hormigón  $f = 1.20$  m mediante termopares en los meses de febrero, junio y julio. En los gráficos inferiores se representa la temperatura ambiente los días anteriores a la toma del registro.

de los elementos auscultados. Las mediciones se están realizando mediante dispositivos de funcionamiento mecánico y manual, constituyendo lo que podríamos llamar la *instrumentación presencial periódica*, y también mediante dispositivos eléctricos y automáticos, que constituirían la *instrumentación continua automática*.

En general, la instrumentación continua automática permite recoger un gran número de medidas (24 diarias) sin necesidad de desplazarse hasta el lugar de la obra. La instrumentación presencial periódica tiene por objeto fundamental el tener un registro de contraste de la instrumentación automática y un medio de corrección de distintos problemas que se pueden presentar y que se han presentado.

La instrumentación que se ha dispuesto ha sido pensada específicamente para los casos particulares de la estructura del Edificio Satélite de la Nueva Terminal de Barajas y del Aparcamiento de Vigo, cuyos elementos cubren gran parte de la amplia gama de los elementos sometidos a este tipo de acciones (deformaciones impuestas).

#### EDIFICIO SATÉLITE DE LA NUEVA TERMINAL DE BARAJAS

**Muros.** Los muros de contención o de sótano son elementos donde los efectos de las deformaciones impuestas condicio-

nan en parte el proyecto de los mismos. El efecto habitual en estos elementos es un patrón de fisuración vertical donde las fisuras nacen cerca de los arranques para progresar verticalmente alcanzando una altura que oscila en función de la tipología del muro (sótano o contención). La estimación de la resistencia a tracción del hormigón y su evolución con el tiempo, al igual que el rozamiento movilizado entre el suelo y la zapata del muro, constituyen las variables fundamentales a la hora de conocer el momento de aparición de la fisura y de cuantificar la abertura y la distribución de la misma. El efecto de las deformaciones impuestas también se manifiesta en forma de movimientos horizontales en las juntas y en los extremos del elemento, cuya magnitud depende fundamentalmente de la distancia entre juntas, la retracción, el máximo gradiente térmico y la coacción ejercida por la zapata y, en el caso de muros de sótano por los forjados intermedios.

El edificio Satélite de la nueva Terminal de Barajas consta de varios tipos de muros. En la tabla 1 se recogen los cuatro tipos estudiados y en la figura 10 se indica la localización aproximada de tres de ellos dentro del edificio.

Se están llevando a cabo dos tipos de mediciones, por un lado, se ha realizado un seguimiento general de estos muros, prestando especial atención a su secuencia constructiva y a su patrón de fisuración. Se han recogido como datos generales, el

**Tabla 1. Clasificación tipológica de los muros estudiados y registro de fisuras**

Tipo	h [m]	d [m]	$\rho$	$\phi$ [mm]	s [cm]	$T_{fis}$	$w_k$ [mm]	$s_m$ [m]
1	6.625	0.60	3.77E-03	12	10	3 semanas	0.1-0.2	2.00-4.00
2	3.325	0.40	8.48E-03	12	15	1-2 semana	0.15	1.00-3.00
3	3.525	0.95	5.29E-03	16	12.5	-	-	-
4	6.325	0.50	4.52E-03	12	10	2-3 semanas	0.2	2.50-4.00

patrón o mapa de fisuración (vertical, pasante, desarrollo con el tiempo, etc.), la edad de aparición de la primera y última fisura y la abertura de fisura y su evolución con el tiempo.

En la tabla 1 se muestra, para cada uno de los muros, la edad de fisuración, la abertura de fisura y la separación de las mismas.

A título de ejemplo, en la figura 10 se representan los dos alzados de un tramo de muro tipo 2 de unos 40.0 m de longitud total donde se han dispuesto juntas de dilatación cada 72.00 m y juntas de construcción cada 18.00 m. En la figura aparece representada de forma aproximada el tipo de fisura que, en este caso, eran mayoritariamente verticales, pasantes y con un desarrollo igual a la altura total del muro. La primera fisura apareció a los 7 días del hormigonado y la más tardía a los 14 días. Este tramo de muro se hormigonó en el mes de abril de 2002 con temperaturas medias de hasta 15° y con variaciones térmicas día/noche de 10°. La abertura registrada en las primeras fisuras (7 días) era de  $w_k = 0.15$  mm y en las últimas (14 días) de  $w_k = 0.20$  mm. Este hecho está directamente relacionado con la evolución de la resistencia a tracción con el tiempo. Un año después la abertura de fisura en términos generales ha aumentado hasta  $w_k = 0.3$ mm

Por otro lado, se ha llevado a cabo un estudio pormenorizado de un tramo de muro tipo 1 (primer tramo próximo a una junta) en el que se ha establecido una instrumentación que ha

permitido registrar de forma automática, la deformación y la temperatura en diferentes secciones del mismo. Durante su construcción se recogieron medidas manuales con una periodicidad que ha dependido en gran medida del ritmo y las posibilidades de la obra.

Actualmente se están tomando las siguientes medidas automáticas con una secuencia de 24 medidas diarias:

- La deformación en la armadura horizontal del muro, interior y exterior .
- La deformación interior en el hormigón, en dos fibras próximas a las de las armaduras.

Estas mediciones se realizaran en cuatro puntos distribuidos en 3 alturas según se especifica en la figura 11: a un metro del arranque, a un metro de la coronación y en dos puntos intermedios.

*Pórtico longitudinal interno de 72 m.* Actualmente, y como ya se ha comentado, cuando se proyecta una estructura de edificación la normativa vigente aconseja disponer juntas cada 40.00 m aproximadamente, para minimizar los efectos debidos a las deformaciones impuestas. Si se opta por suprimir totalmente estas juntas o si se decide proyectar estructuras con una separación entre juntas mayor a la recomendada por la normativa, se debe estudiar el efecto de las deformaciones impuestas debidas a la retracción, fluencia y temperatura en

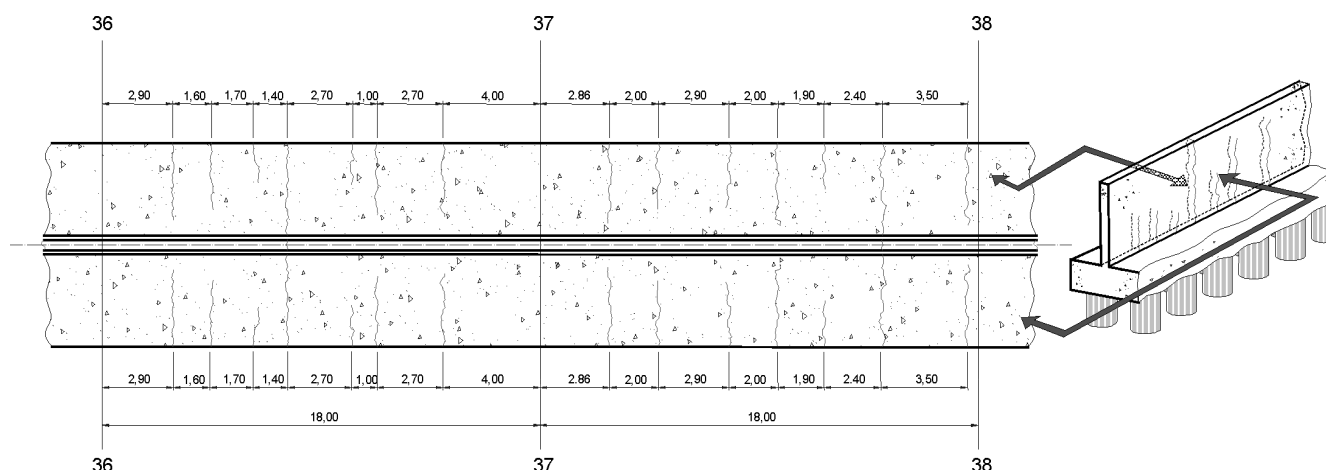


Figura 10. Alzados y sección de un tramo de muro tipo 2 donde se representan las fisuras detectadas. El mapa de fisuración corresponde a los 30 días de su hormigonado y antes de que se rellenara de tierras su trasdós.

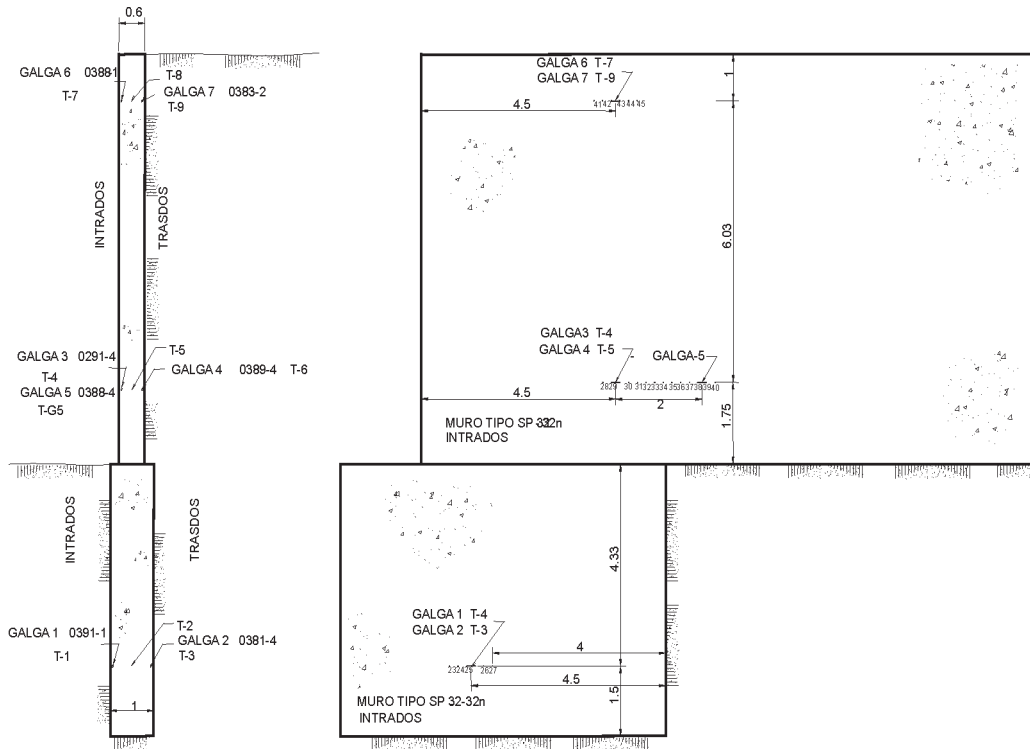


Figura 11. Puntos de medida en la sección de control transversal de muro e instrumentación en cada punto de medida.

los elementos horizontales (forjado, generalmente de losa maciza o reticular) y verticales (pilares y pantallas) de los pórticos que constituyen la estructura.

En la figura 12 aparece representado el pórtico instrumentado durante su construcción. En el momento en que se tomó la fotografía izquierda se acababa de ejecutar la viga de la planta N+1. En la fotografía de la derecha se representa el momento en el que se había ejecutado en su totalidad los pilares del pórtico, el forjado de planta N-1, N+0, N+1 y se estaba ejecutando el forjado N+2.

Las deformaciones impuestas producen una acción que intenta acortar o alargar los elementos horizontales de la estructura. A este movimiento se oponen los elementos ver-

ticales (pilares y pantallas dispuestas). El comportamiento conjunto de la estructura y los efectos que en ella se manifiestan dependen de la rigidez relativa (teniendo en cuenta los efectos no lineales debidos a la fisuración y otros aspectos propios del hormigón) de ambos elementos, horizontales y verticales.

Si la rigidez de los pilares es muy grande, la coacción que estos elementos ejercen sobre el elemento horizontal redundante en que éste estará sometido a un axil de tracción o compresión que será equivalente a la deformación impuesta, por lo que, en el caso de tracción, se producirán fisuras perpendiculares a la dirección del pórtico con una distribución uniforme de las mismas que dependerán básicamente de la resistencia a tracción del hormigón y de su evolución con el tiempo.



Figura 12. Vistas del pórtico instrumentado durante la construcción.

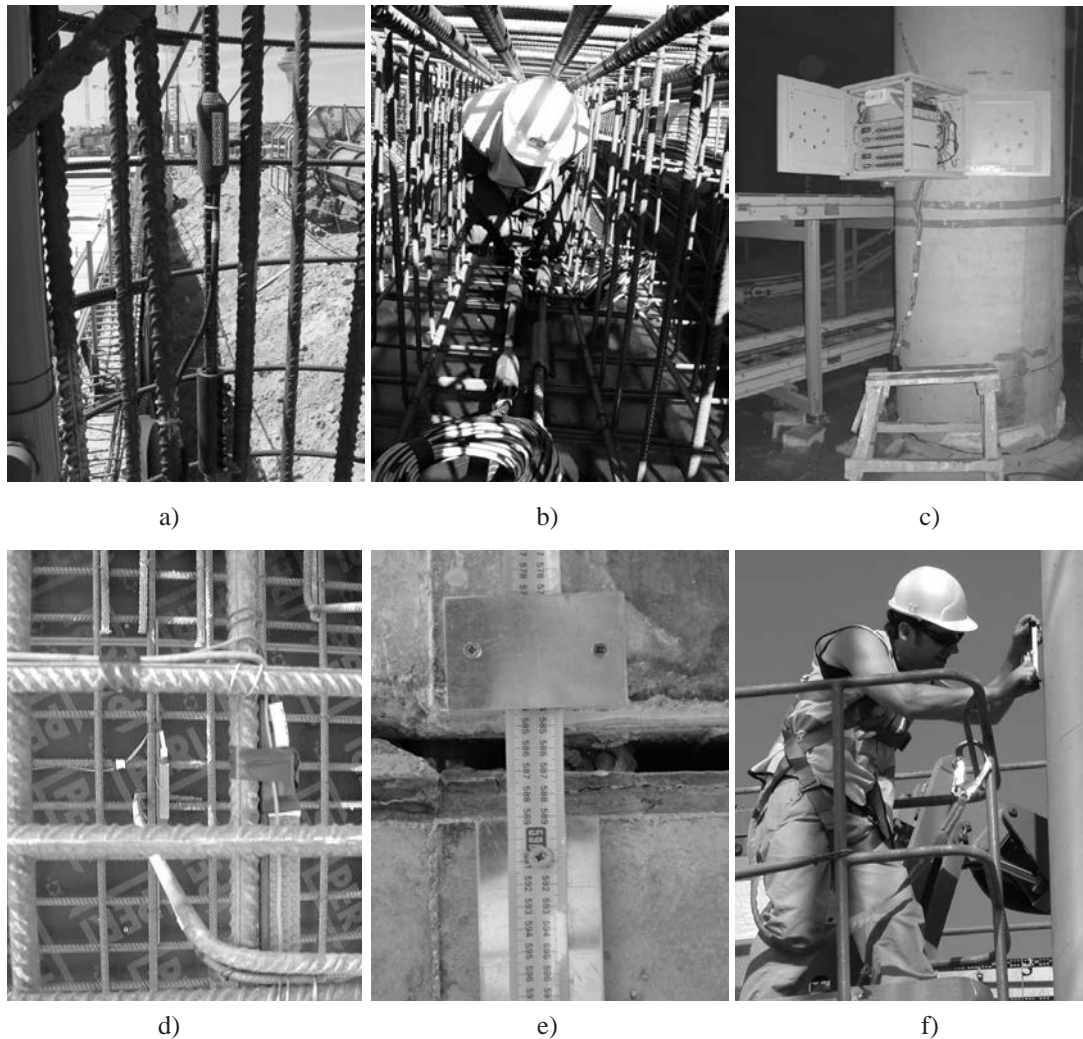


Figura 13. Diferentes tipos de instrumentación. a). Colocación de una barra instrumentada en el primer tramo del pilar del pórtico. b) Colocación de las dos barras instrumentadas en una de las vigas del pórtico. c) Sistema de recogida automática de datos formado por un multímetro, dos cajas de acondicionamiento de la señal y un sistema de alimentación ininterrumpida. d) Colocación de galgas y termopares en el muro. e) Sistema de medición del movimiento en la junta. f) Medición manual mediante extensómetro mecánico en uno de los pilares del pórtico.

Si la rigidez de los elementos verticales es muy pequeña, el elemento horizontal se acortará o alargará más libremente, con una coacción que minimiza los esfuerzos inducidos por las deformaciones impuestas. En este caso, los elementos horizontales apenas estarán sometidos a esfuerzos provenientes de las deformaciones impuestas. Por el contrario, los elementos verticales estarán sometidos a desplazamientos en cabeza cuya magnitud dependerá de la longitud total del los elementos horizontales sin juntas y será máxima en los pilares extremos y mínima en el pilar central.

Normalmente, la situación real de la mayoría de las estructuras se encuentra en un punto intermedio a las dos indicadas anteriormente. La dificultad radica, entonces, en cuantificar la coacción real que los pilares suponen a la deformación libre del forjado. El análisis de esta coacción pasa por estudiar la redistribución de esfuerzos que se produce teniendo en cuenta la fisuración en cada uno de los elementos (horizontal y vertical) y la consiguiente degradación de la rigidez en ellos y teniendo en cuenta la ductilidad de ambos que condiciona la capacidad de redistribución.

Además, es necesario valorar, de forma precisa, la configuración de apoyo de los pilares en el terreno. En ocasiones, y

dependiendo de las propiedades geotécnicas del terreno, la acción de las deformaciones impuestas en la estructura vertical y horizontal se ve aliviada por el giro que se produce en la cimentación.

El efecto principal manifestado en el elemento horizontal es una fisuración perpendicular a la dirección del pórtico, con una distribución uniforme de fisuras, como corresponde a una fisuración por tracción (tirante). En el elemento vertical los efectos habituales son, por una parte, un movimiento horizontal en cabeza y una rotulación en cabeza y arranques que lleva consigo una fisuración horizontal en estas zonas del pilar. Teniendo en cuenta este comportamiento, la campaña experimental prevista para el pórtico estaba enfocada a registrar las siguientes variables:

- En primer lugar, se han registrado las deformaciones en el hormigón de los pilares extremos del pórtico y en la sección de empotramiento de las vigas pretensadas con los pilares extremos en las diferentes plantas del pórtico según el esquema representado en la figura 14. En los pilares extremos del pórtico se ha recogido la deformación del hormigón en dos puntos diametralmente opuestos en el sentido longitudinal del pórtico, estableciéndose dos secciones de control por planta, a



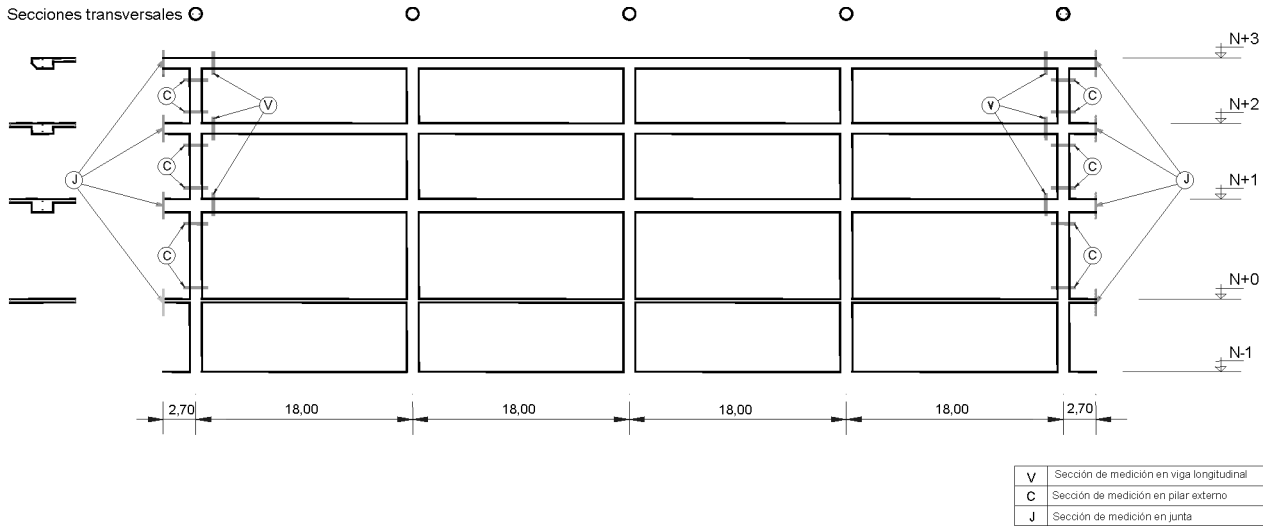


Figura 14. Esquema del pórtico longitudinal y secciones de medición.

0,5 m del arranque y a 0,50 m del techo, tal y como viene representado en el esquema de la figura 15. Se recogen, por tanto, 6x2 mediciones de deformación en el hormigón por cada uno de los dos pilares extremos.

Se han tomado también medidas de las deformaciones del hormigón en las vigas pretensadas que conforman el pórtico. En este caso se están tomando medidas en la sección de la viga extrema en cada una de las plantas tal y como se indica en la figura 14 (6x2). Las mediciones se realizan en un punto cercano a la fibra superior y en otro cercano a la fibra inferior. Al igual que en el resto de la auscultación, parte de la instrumentación se realiza de forma manual y mecánica y parte automática y eléctrica.

Las mediciones manuales y mecánicas, mediante extensómetro mecánico, se han compatibilizado con el proceso constructivo acomodándose a los ritmos de la obra y a las dificultades

surgidas en la misma, por lo que su secuencia no está siendo del todo continua.

Las mediciones eléctricas, que empezaron siendo discontinuas, para pasar a partir de septiembre de 2002 a ser continuas y automáticas (con una secuencia de medición de 24 medidas diarias), se están realizando mediante barras instrumentadas y un sistema de adquisición de datos (ver figura 13).

Como ejemplo representativo del conjunto de las mediciones, en las figuras 15, 16, 17, y 18 se recogen las deformaciones medidas en la sección de empotramiento de uno de los pilares extremos del pórtico en el nivel inferior, tanto en su sección exterior como interior y las deformaciones medidas en la sección de empotramiento en el nivel superior, respectivamente. También se recogen las mediciones de las temperaturas registradas (T-x y HPT-x) junto con las líneas verticales que marcan los hitos más importantes en la construcción del

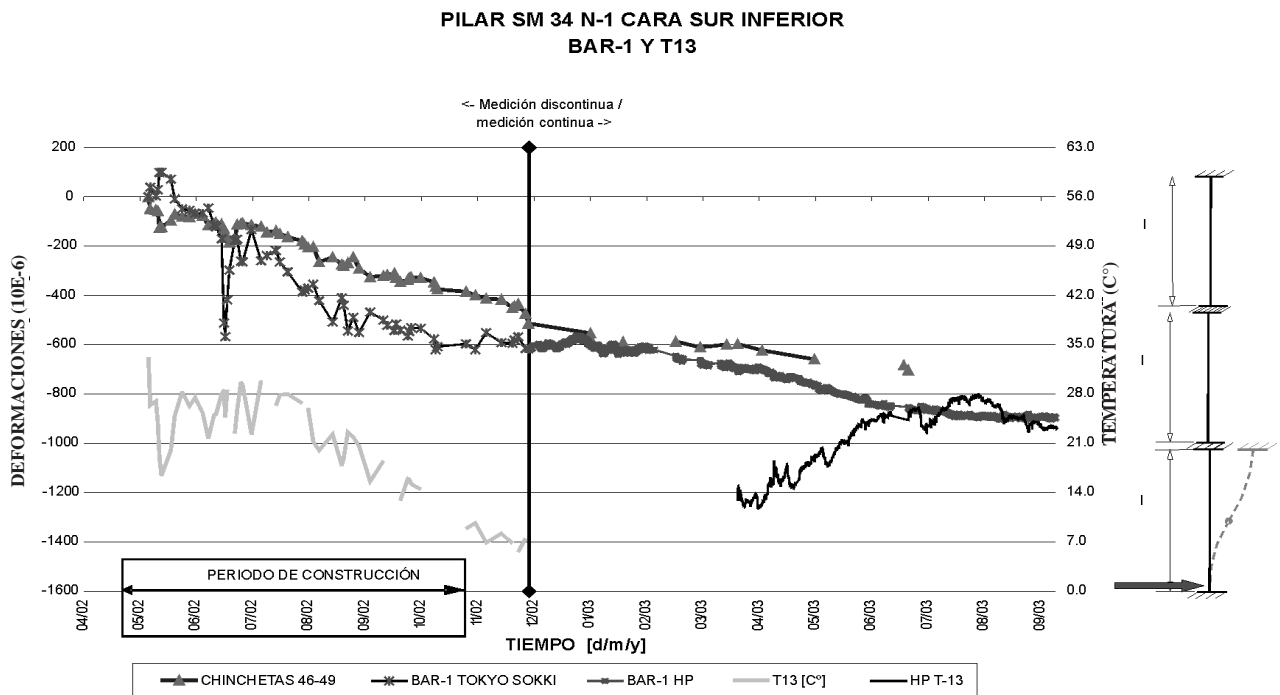


Figura 15. Medidas de la deformación mediante extensómetro mecánico y barras instrumentadas en el pilar extremo del pórtico auscultado y de la temperatura registrada desde abril de 2002 a marzo de 2003.

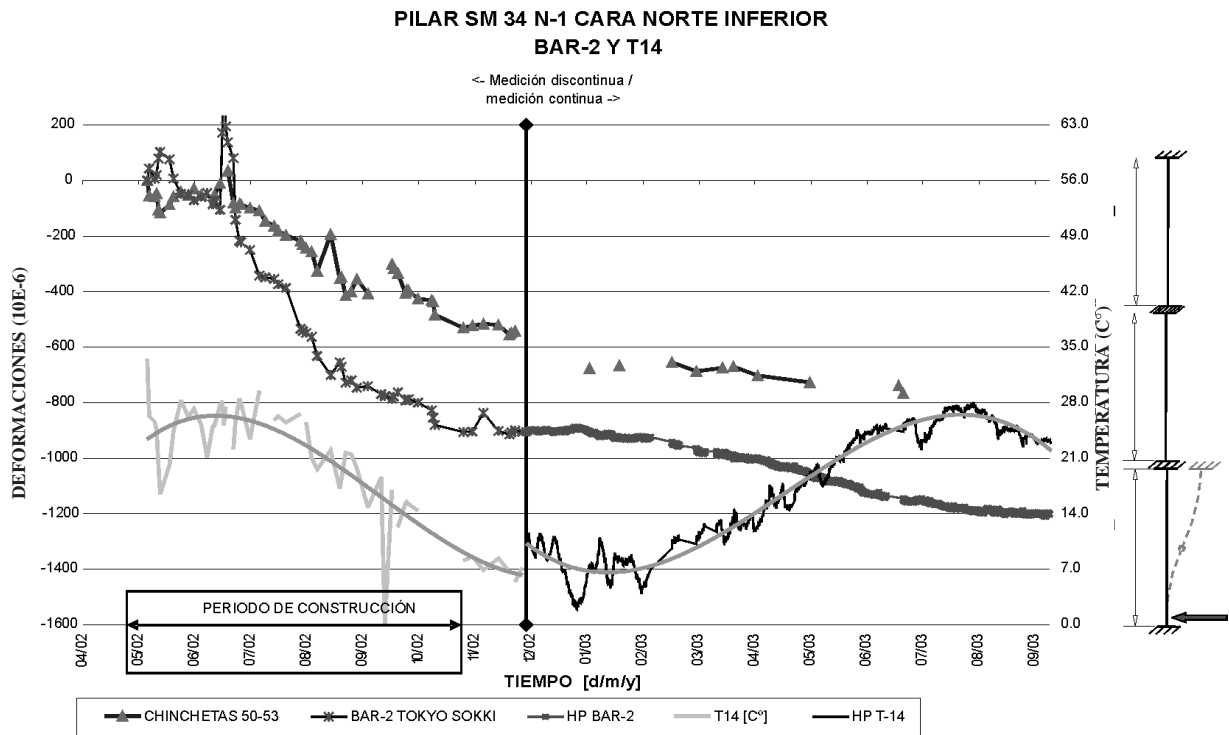


Figura 16. Medidas de la deformación mediante extensómetro mecánico y barras instrumentadas en el pilar extremo del pórtico auscultado y de la temperatura registrada desde abril de 2002 a marzo de 2003.

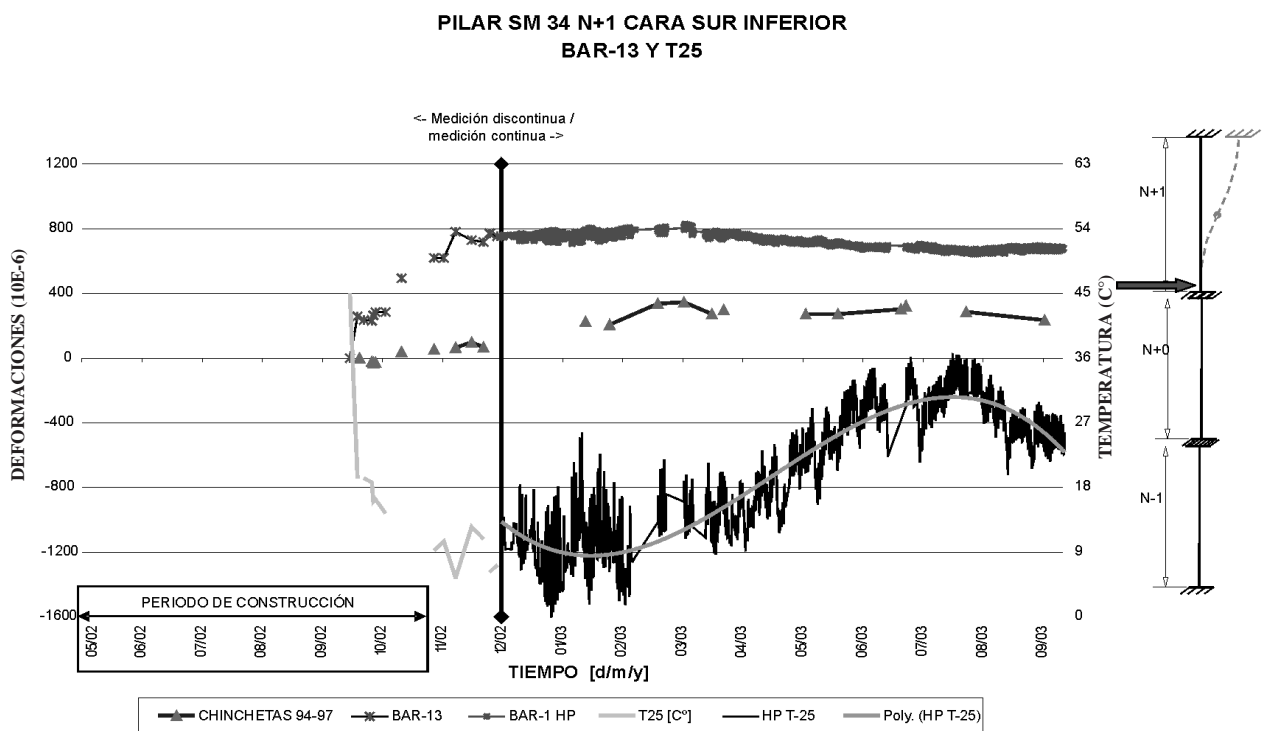


Figura 17. Medidas de la deformación mediante extensómetro mecánico y barras instrumentadas en el pilar extremo del pórtico auscultado y de la temperatura registrada desde abril de 2002 a marzo de 2003.

pórtico. Las mediciones de las deformaciones fueron realizadas de forma discontinua hasta el 20 de diciembre de 2002. Durante esta época se observan diferencias entre las medidas “manuales”, extensómetro mecánico (mean value Ref.), y las “eléctricas”, barras instrumentadas (BAR-1 TOKYO SOKKI), la razón de esta diferencia puede estar en la poca fiabilidad de algunas medidas eléctricas provocada por la

suciedad de los contactos durante el proceso de toma de datos (proceso realizado mediante un aparato portátil de lectura de datos tipo TOKYO SOKKI). En el momento en que los terminales de las barras instrumentadas se conectaron al equipo de registro de datos (ver figura 13) y los contactos quedaron estabilizados (BAR-XHP), las medidas mecánicas y eléctricas, aunque parten de puntos diferentes, son similares.

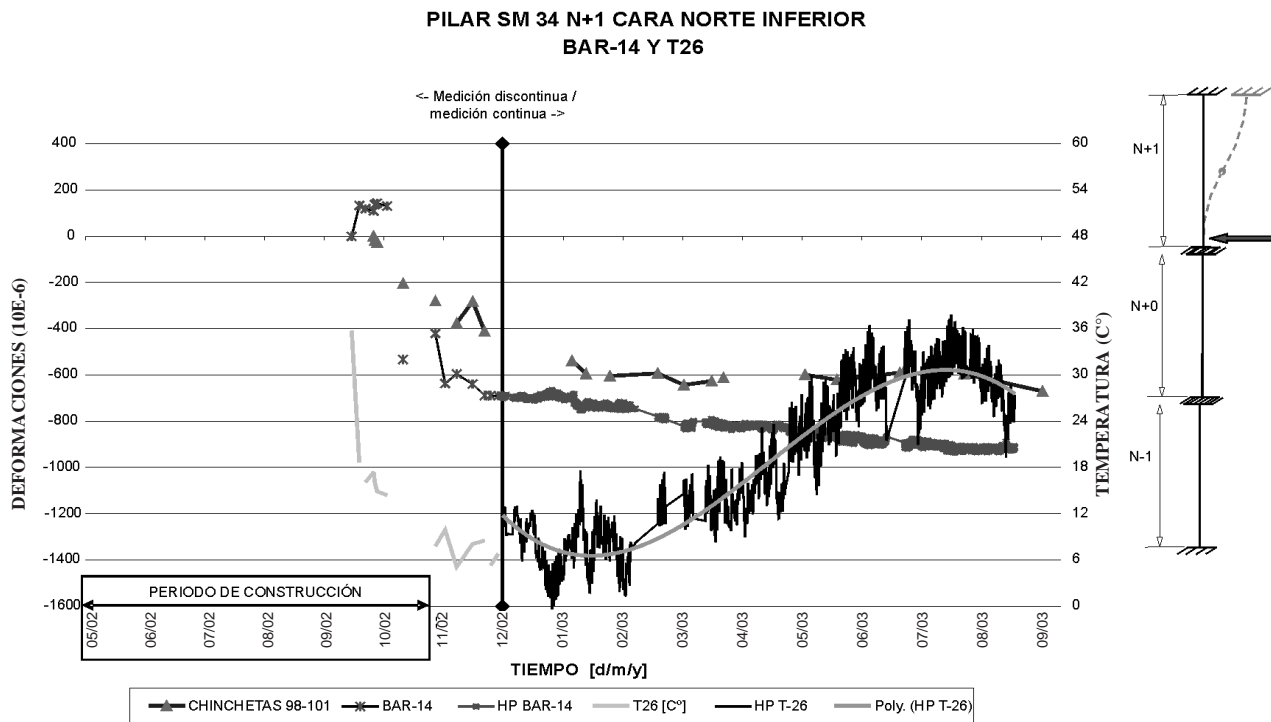


Figura 18. Medidas de la deformación mediante extensómetro mecánico y barras instrumentadas en el pilar extremo del pórtico auscultado y de la temperatura registrada desde abril de 2002 a marzo de 2003.

Durante los primeros meses de la instrumentación abril–noviembre de 2002 las acciones condicionantes fueron las debidas a la construcción del pórtico y en menor medida a las deformaciones impuestas de retracción, fluencia y temperatura, por ello, las medidas registradas (sistema manual y discontinuo) reflejan, fundamentalmente, las diferentes etapas del proceso constructivo del pórtico. En las figuras 15, 16, 17, y 18 es posible distinguir el efecto de los sucesivos hormigonados de los elementos estructurales de los pisos superiores, también es posible apreciar el momento provocado por el pretensado en la sección de empotramiento del pilar, (deformaciones iguales y contrarias en puntos diametralmente opuestos del pilar).

Actualmente, tal y como se describe en el epígrafe siguiente, se está desarrollando un modelo completo del pórtico

donde se están analizando las sucesivas etapas constructivas para poder comparar cuantitativamente los resultados experimentales obtenidos.

En la figura 17 es posible apreciar cómo la deformación medida en la cara exterior en la sección de empotramiento del pilar en la planta N+1 es de tracción; este hecho ha llevado consigo la fisuración horizontal de los pilares extremos de los pórticos tal y como se recoge en la figura 20. Es de esperar que esta deformación de tracción, que teóricamente es máxima en este momento, se convierta en deformación de compresión cuando se termine de ejecutar la plata superior que, en la actualidad, no ha sido finalizada y, por consiguiente, se cierre la fisuración detectada.

– En segundo lugar, se están recogiendo los movimientos en



Figura 19. Fisuración horizontal detectada en los pilares extremos del pórtico en la zona de solape de las armaduras verticales.

los extremos del pórtico, es decir, en las juntas materializadas con un apoyo vertical de una viga en otra utilizando conectadores tipo *GOUJON-CRET* que permiten el desplazamiento en la dirección longitudinal. Estas mediciones se están realizando en las tres plantas en dos pórticos de una alineación (ver figura 13). Aunque el movimiento estimado en proyecto, suma de la retracción total y del efecto térmico era de 0.07m, actualmente se están obteniendo valores máximos de apenas 0.015 m y con oscilaciones máximas anuales de 0.005 m.

– En tercer y último lugar, se está realizando un seguimiento pormenorizado de la fisuración de las vigas y pilares, recogiendo cuando y donde se produce, su abertura y evolución. Hasta el momento sólo se han detectado fisuras horizontales en la planta superior en la cara exterior de los pórticos extremos.

#### APARCAMIENTO DE VIGO

En el aparcamiento de Vigo acaba de comenzar la campaña experimental por lo que todavía no es posible presentar datos de la misma. En cualquier caso, a continuación se describe brevemente el diseño de la campaña destinada a la medición de la respuesta estructural, que se centra en la instrumentación de las dos losas de hormigón que constituyen la losa de cubierta y la losa del sótano -1. La tipología del aparcamiento es de losa maciza de 0,50 m de espesor en la losa de cubierta y 0,30 m de espesor en el forjado intermedio, que apoya en una pantalla de pilotes perimetral y en 2 filas de pilas - pilote intermedias. En este caso, el módulo interesante de instrumentar es el 4, coincidente con la zona de aparcamiento de mayor longitud entre juntas, aproximadamente 115 m. La dimensión de la estructura en la dirección transversal es de 15,00 m.

Se van a instrumentar tres secciones en cada una de las dos losas y en cada junta estudiada (3x2x2), coincidentes con el centro y con L/4 de la longitud transversal total y situadas a 0.07 m (en dirección longitudinal) de la junta del tramo estudiado. En cada sección se dispondrá una galga y un termopar, recogiendo la deformación y la temperatura en el hormigón. También se ha previsto medir el movimiento horizontal ocurrido en la junta. Actualmente, la obra todavía se encuentra en una fase del proceso constructivo que no permite disponer un sistema automático y continuo de medidas (ver figura 2) por lo que, las medidas que se están registrando actualmente son manuales con cierta periodicidad (1 diaria). En octubre de 2003 esta previsto que se disponga un sistema de mediciones totalmente autónomo y definitivo que permitirá la consulta y volcado de los datos vía telefónica desde Madrid.

En los pilares se controlará la verticalidad, para poder comprobar los movimientos de la losa que consecuentemente deben arrastrar las pilas - pilotes.

### 3.3 Contrastación de los valores analíticos y experimentales

Simultáneamente a la campaña experimental descrita en el punto anterior, se han desarrollado dos modelos teóricos de contraste de los elementos auscultados que ha permitido contrastar los datos que se iban obteniendo permitiendo modificar y mejorar la campaña originalmente diseñada..

En el caso de los muros se ha realizado un primer análisis del nivel de tensiones generado en la sección del empotramiento del muro en la zapata. En este primer análisis se han realizado las siguientes hipótesis, por una parte, teniendo en cuenta el proceso constructivo seguido, se ha supuesto que una gran parte de la retracción de la zapata se ha producido cuando el muro empieza a retraer y, por otra parte, que el rozamiento existente entre el suelo y zapata coarta el movimiento de esta, por lo que el muro se ha considerado empotrado en la zapata a estos efectos. Además y, teniendo en cuenta las temperaturas registradas en el interior del hormigón durante los primeros 15 días después de su hormigonado, se ha supuesto una acción térmica de enfriamiento de 8 °, correspondiente a la máxima amplitud diaria registrada en ese periodo.

En la figura 20 se muestra, en primer lugar, la evolución de la resistencia a tracción del hormigón HA-30 empleado en los muros, en segundo lugar, la tensión de tracción inducida<sup>1</sup> en la sección del empotramiento debido a la retracción del muro, en tercer lugar la tensión de tracción inducida en la sección de empotramiento debido a la suma de la retracción y de un enfriamiento de 8°. La retracción del muro se ha obtenido teniendo en cuenta, las mediciones realizadas sobre las probetas en el Laboratorio y su conversión a la geometría del muro según el modelo de retracción recogido en la EHE. Como se puede apreciar en este análisis simplista, sólo un enfriamiento durante los primeros días de “vida” puede explicar la fisuración del muro, ya que la retracción, en principio, no parece ser suficiente para que el hormigón alcance el valor de su resistencia a tracción.

En el caso del análisis del pórtico se ha desarrollado un modelo completo del mismo, donde es posible analizar las sucesivas fases constructivas mediante el programa SOFISTIK de la casa Sofistik AG [7], que permite el análisis estructural teniendo en cuenta el comportamiento no lineal del material mediante modelos de elementos finitos.

En la figura 21 se representa las diferentes fases constructivas analizadas. El análisis realizado permite tener en cuenta el comportamiento no lineal del material, es decir, la redistribución y disipación de esfuerzos debido a la desrígidización de los diferentes elementos estructurales bajo la acción de las cargas verticales y horizontales.

El objetivo del análisis era el de servir de contraste a las mediciones experimentales realizadas, por lo que el cálculo se ha hecho a partir de los valores medios de las variables mecánicas de los materiales ( $f_{cm}$ ,  $E_m$ , etc..) y donde las acciones no se han mayorado.

Las acciones analizadas han sido, por un lado la retracción, cuyo valor se ha obtenido a partir de las mediciones realizadas en el laboratorio, la acción térmica, cuyo valor proviene de las mediciones realizadas en la propia obra y las cargas gravitatorias y de pretensado, cuyo valor se corresponden a los valores de proyecto.

<sup>1</sup> La tensión de tracción correspondiente a la deformación de retracción y a la acción térmica se ha obtenido simplemente multiplicando el valor de la deformación de retracción y retracción+térmica por el valor obtenido para el módulo de deformación longitudinal a su edad correspondiente.



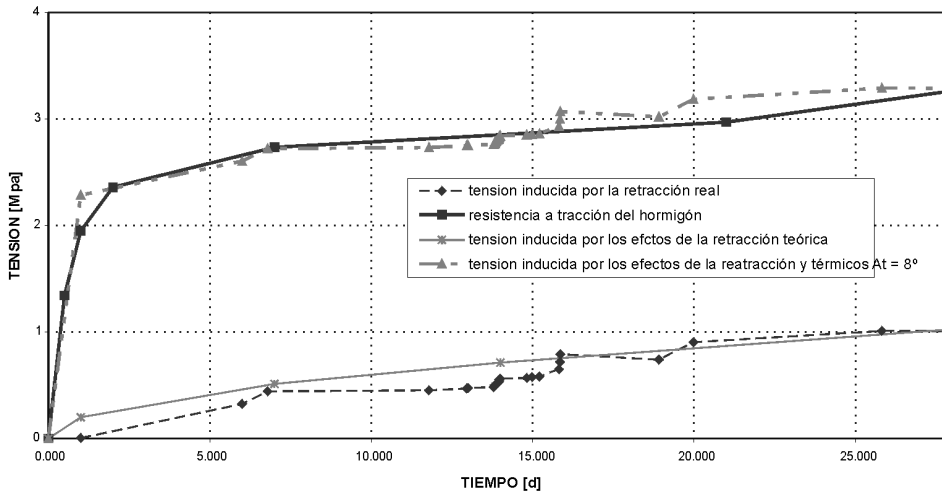


Figura 20. Comparativa entre la evolución de la resistencia a tracción del hormigón y la tensión inducida en la sección de empotramiento del muro debido a los efectos de la retracción y un enfriamiento de  $8^\circ$ .

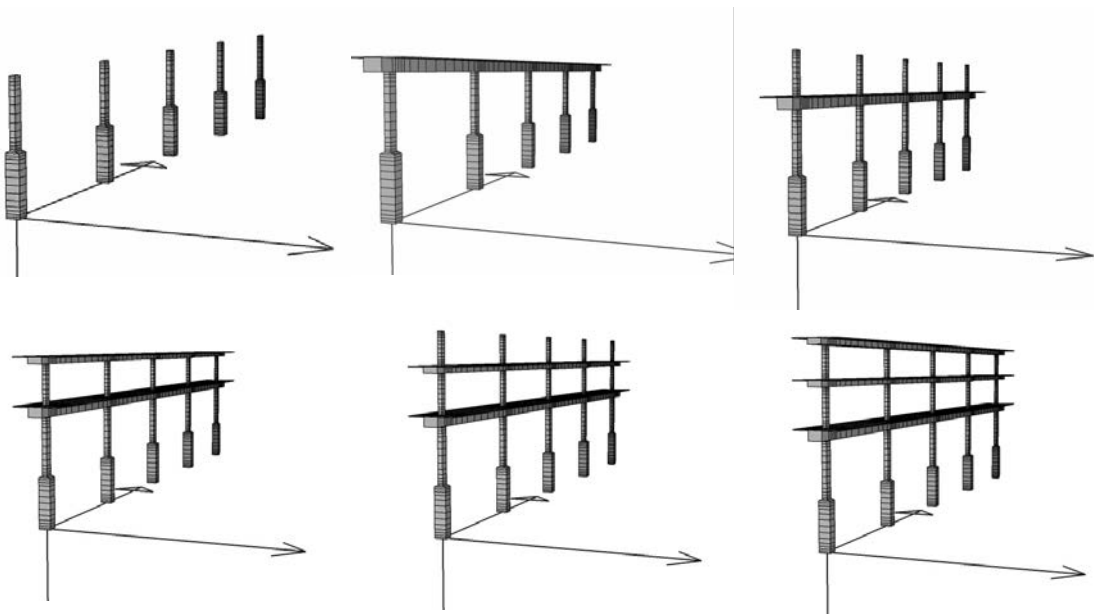


Figura 21. Diferentes fases constructivas analizadas en el pórtico mediante SOFISTIK.

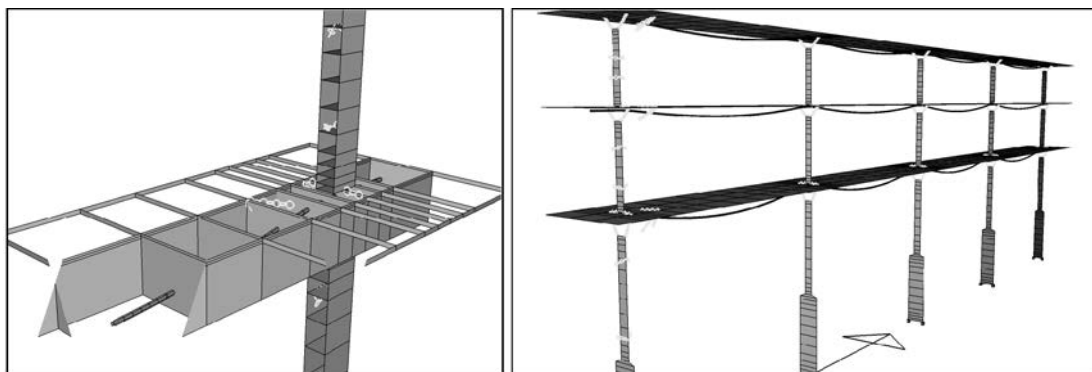


Figura 22. Configuración del pretensado. Esquema del anclaje en el pilar extremo del pórtico y perspectiva donde se puede ver el trazado de los cables. Programa SOFISTIK.

#### 4 CONCLUSIONES

A pesar de que el proyecto de investigación todavía se encuentre en una fase previa, los resultados experimentales se encuentran en una fase preliminar y los análisis teóricos se encuentran en una fase inicial, es posible concluir que:

- Es fundamental tener presente el proceso constructivo durante la fase de diseño de la campaña experimental. Es más que probable que durante fases del proceso constructivo algunas zonas queden inaccesibles, temporal o definitivamente, y otras están sometidas al paso ininterrumpido de maquinaria, por lo que, por una parte, debe preverse varios emplazamientos para los sistemas de medición y, por otra parte, debe combinarse inteligentemente la medición automática y continua (en situaciones más o menos definitivas) y la manual (en situaciones provisionales).
- La instrumentación durante la ejecución de la estructura está sujeta a un gran número de incertidumbres e imponderables por lo que conviene duplicar los puntos de medición de las variables, no sólo por tener valores de contraste sino por prever roturas, robos, etc..
- La cuantificación de la resistencia a tracción y su evolución con el tiempo se revela fundamental para la correcta interpretación de la fisuración.
- Las variaciones y oscilaciones térmicas registradas durante ciertas fases constructivas son mucho mayores que las registradas en situación definitiva.
- La retracción medida en laboratorio es considerablemente mayor que la indicada por la normativa. La función de fluencia medida en los ensayos realizados es similar a los valores encontrados en la bibliografía existente.
- Todos los muros inspeccionados se han fisurado a pesar de que las cuantías dispuestas han sido superiores al 3.5‰ (3.77‰- 8.5‰). Todas las fisuras detectadas son pasantes. El desarrollo de las fisuras se produce de abajo hacia arriba alcanzando una altura que oscila entre 1/3 y la altura total del muro. La abertura de las fisuras más tempranas es menor que la abertura de las tardías, este hecho está directamente relacionado con la evolución con el tiempo de la resistencia a tracción del hormigón.
- Teniendo en cuenta las microdeformaciones medidas en las probetas de retracción, no parece que ésta sea la única responsable de la fisuración de los muros. Las temperaturas registradas durante la construcción presentaban variaciones fuertes incluso en un mismo día que parecen haber contribuido en el estado tensional del muro y en su fisuración.
- Las mediciones de la deformación del hormigón obtenidas en el pórtico en el momento actual (edad del pórtico 5 meses) reflejan fundamentalmente el proceso constructivo y en menor medida la acción térmica y los efectos de la retracción y fluencia. A este respecto, es de destacar la fisuración horizontal de los pilares extremos del pórtico, donde si es apreciable los efectos de la deformaciones impuestas.
- Los movimientos de la junta medidos son actualmente pequeños comparados con los previstos en proyecto y reflejan la oscilación térmica fundamentalmente.

#### BIBLIOGRAFÍA

- [1] M.P. Burke. The Design of Integral Concrete Bridges, Concrete International Vol. June (1993).
- [2] J.M.M. Camara. Comportamento em Serviço de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado Universidad Técnica de Lisboa, 1988.
- [3] S. Engelsmann, J. Schlaich, K. Schäfer. Entwerfen und Bemessen von Betonbrücken ohne Fugen und Lager, Deutscher Ausschuss Für Stahlbeton Vol. Heft 496 (1999).
- [4] ESTEYCO. Guía para la Concepción de Puentes Integrales en Carreteras y Autopistas, Vol. (1997).
- [5] K.A. Siros, C.C. Spyrakos. Creep Analysis of Hybrid Integral Bridges, Transportation Research Record Vol. 1476.
- [6] H. Corres, T. Petschke, V. Moreno. Experimental Measurement and the Accuracy of Strain Gages, (2003).
- [7] Bellmann, J. Nonlinear Analysis of Plates and Disks, SOFiSTiK (2000).



# Estudio de la problemática estructural de las losas de transición. Interacción terreno losa

## *Structural Study of the Problems Affecting the Bridge Approach Slabs, Extension to the Soil-Slab Interaction*



**Jorge Andrés Pacheco Monteagudo**

Doctorando del Dpto. de Mecánica de Medios Continuos



**Luis Albajar Molera**

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

ETSI de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid



**César Sagaseta Millán**

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

ETSI de Caminos, Canales y Puertos, Universidad de Cantabria

### RESUMEN

La losa de transición es la solución más frecuente en carreteras para dar continuidad al paso entre un tablero de puente y un terraplén. El estribo del puente no presenta normalmente asientos verticales y la losa, normalmente articulada en el estribo y apoyada en el terraplén que si asienta, sirve para producir un cambio de pendiente admisible.

En condiciones normales, con asientos controlados del terraplén y ejecución cuidadosa de la losa el funcionamiento es correcto, pero con cierta frecuencia aparecen problemas que afectan al confort y generan gastos de conservación importantes. Esta situación hace que éste sea un tema de atención de las administraciones de carreteras europeas y americanas.

En la actualidad la mayoría de las losas de transición se dimensionan mediante la aplicación de guías de diseño y construcción como las existentes en varios estados norteamericanos, en Francia y la Nota de Servicio de la Dirección General de Carreteras en España [4].

En la práctica actual los aspectos estructurales de la losa son los menos estudiados y ello nos llevó desde el año 2000 a iniciar un estudio estructural de las losas de transición teniendo en cuenta su interacción con el terreno.

En una primera etapa, incluyendo tráfico real, fisuración de la losa, distintas condiciones de apoyo, etc., hemos detectado la importancia de los fenómenos de fatiga en el comportamiento real.

Posteriormente y con una ayuda de investigación del Ministerio de Fomento estamos cuantificando de forma más precisa los resultados del primer estudio.

El trabajo incluye perfeccionamientos del modelo inicial sobre todo en la interacción con los asientos del terraplén, análisis de encuestas de comportamiento real y ensayos en laboratorio de losas sometidas a ciclos de cargas.

Finalmente el modelo se ajustará con los datos experimentales.

En las páginas siguientes comentamos los resultados del estudio en la fase actual que incluye el perfeccionamiento del modelo inicial y el análisis de las encuestas.

### SUMMARY

*Approach slab is the most common solution in roads to provide a continuous transition between the bridge deck and the embankment. The bridge abutment usually shows no settlement; the slab is jointed to the abutment and supported on the embankment that suffers some settlements. The slab is designed to get an acceptable slope change.*

*Under normal conditions, with controlled embankment settlement and well done construction, the approach slab shows a satisfactory behaviour, but often problems appear that disturb travellers comfort and cause important maintenance costs.*



*This situation focuses the attention of American and European roads authorities towards this question.*

*Now days most approach slabs are designed applying guidelines for the design and construction. This is the situation in many States of USA, France and Spain where the "Nota de Servicio de la Dirección General de Carreteras" is used.*

*Structural topics of the approach slab are those less studied in actual practice. This is the reason we begun one structural study of the bridge approach slabs in the year 2000, including the soil-slab interaction.*

*In the first period we have implemented the real traffic loads, the cracking of the slab and several support conditions to the structural model. We have realized the leading role of the fatigue phenomena on the real behaviour.*

*Now and thanks to the investigation support of the Ministerio de Fomento we are making a much more accurate quantification on the main results of the first study.*

*Actual job includes the improvement of the model mainly in the interaction of the slab and the embankment settlement, the analysis of the results of one inquiry on real bridge transition and laboratory tests of concrete slabs submitted to cyclic loads.*

*Finally the model will be adjusted thanks to these experimental and real data.*

*In the next pages we comment the results in the actual state of the work that includes improvement of the model and the analysis of the inquiry data.*

## 1. PLANTEAMIENTO Y FINALIDAD DEL TRABAJO

En los últimos años hemos asistido a un desarrollo sustancial de la calidad y seguridad de la circulación viaria. Ha prevalecido el criterio de continuidad y optimización del trazado para lo cual los puentes se han adaptado al mismo con una frecuencia importante de puentes esviados, curvos, etc. El comportamiento en servicio de los puentes, flechas instantáneas y diferidas, vibraciones, etc., está muy controlado. En toda esta mejora de la continuidad vial permanecen dos puntos de discontinuidad; las juntas y las transiciones tablero terraplén (normalmente resueltas mediante losas de transición).

Las juntas de calzada han tenido importantes mejoras recientes con el predominio de puentes continuos que reducen el número de ellas. El límite de esta tendencia son los puentes integrales. Por otra parte, se ha progresado en su normalización y métodos de cálculo sobre todo con el estudio conjunto de juntas y apoyos. Esta es una cuestión tratada en los libros de puentes.

La situación de las losas de transición es diferente, normalmente no se calculan y a pesar de la importante ayuda que suponen las recientes guías de diseño y construcción americanas y europeas, esta situación contrasta con los cuidadosos cálculos de que son objeto los elementos que une la losa, el tablero y el terraplén.

La losa de transición, apoyada en el estribo del puente y el terraplén, crea un plano inclinado entre el estribo, que prácticamente no asienta, y el terraplén, que sufre asentamientos a lo largo del tiempo debido a su consolidación y acción de los ciclos de humectación así como la consolidación del terreno base sobre el que se apoya (Figura 1.1).

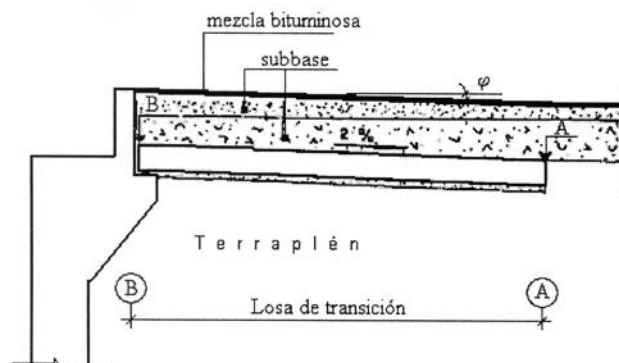


Figura 1.1. Proporción en rampa de la zona de aproximación.

La transición resuelta mediante losas funciona bien normalmente, pero existe una incidencia significativa de problemas con importantes gastos de conservación tanto en Estados Unidos como en Europa. La "Guía para el uso, diseño y construcción de losas de transición" de 1999 del Estado de Virginia [10] señala claramente esta situación en una encuesta que incluye.

Los problemas constructivos son decisivos al ser la zona próxima al estribo difícil de compactar por tamaño y geometría. Por otra parte, en el pasado, el carácter secundario atribuido erróneamente a la losa de transición ha afectado a la calidad del hormigonado y armado.

Se han detectado casos de asentamientos excesivos que provocan diferencias de pendiente inadmisibles desde el punto de vista vial y otros en que este efecto se ha visto acompañado por rotura de la propia losa.

El primer caso es una cuestión fundamentalmente geotécnica pero cuando va acompañado de deterioro o rotura de la losa su estudio implica un problema estructural con importantes componentes geotécnicas en la interacción de la losa con el terreno.

Nuestro trabajo aborda este segundo caso. Pretendemos poner a punto un modelo de cálculo de la losa contrastado con datos de observaciones "in situ" y experimentales de laboratorio, útil para recomendaciones y guías futuras y para el cálculo de casos singulares, incluyendo el comportamiento en condiciones de asiento realistas pero extremas. También abordamos el efecto de las reparaciones y recrecidos.

Tras una primera etapa de modelización de la losa unidireccional y del terreno mediante muelles de distinta rigidez para simular el deterioro del coeficiente de balasto en las proximidades del estribo hemos incluido una modelización bidireccional de la losa con un modelo de elementos finitos que

incluye la variación de rigidez por fisuración. Tras simular cargas realistas de tráfico pesado (EUROCÓDIGO 1) y condiciones de apoyo parciales aparecen unas conclusiones iniciales.

Los esfuerzos en la losa son importantes sólo cuando se produce un apoyo parcial de la misma (que sucede cuando existe un asiento significativo del terraplén, en el límite del asiento admisible por pendiente).

En estas condiciones los fenómenos de fatiga del hormigón y acero son importantes y muy sensibles a la resistencia de los materiales, condiciones de apoyo e intensidad de camiones de tres ejes de tren posterior.

En el resto del trabajo desarrollamos los aspectos determinantes apuntados en este estudio previo.

- a) Desde el punto de vista de la evolución del modelo
  - Cuestiones geotécnicas para valorar asientos probables del terraplén y longitudes de apoyo de la losa.
  - Fenómenos dinámicos.
  - Mejora del tratamiento de fisuración en el modelo de elementos finitos de la losa, introduciendo la anisotropía provocada por el armado ortótropo.
- b) Desde el punto de vista de contrastación del modelo con la realidad
  - Participación, impulso y análisis de la encuesta que sobre losas de transición ha realizado el Comité de Puentes de la AIPCR en España.
  - Seguimiento detallado de casos particulares significativos.
  - Ensayos bajo cargas concentradas pulsatorias de losas armadas reproduciendo características de las losas de transición reales en el laboratorio de estructuras de la ETS de ingenieros de caminos de Madrid.
- c) Incorporación de la información del apartado anterior a la depuración del modelo y adaptación al proyecto práctico.

En el artículo presentamos los resultados del apartado a) y de los dos primeros epígrafes del apartado b), que se encuentran en un estado avanzado de realización.

Una parte de este trabajo está siendo financiado por el Ministerio de Fomento en la convocatoria "Ayudas a la Investigación 2002 en el área de la Construcción Civil y Patrimonio Histórico".

El trabajo previo se basa en la memoria con la que obtuvo Jorge A. Pacheco la Suficiencia Investigadora dentro del Programa de Doctorado del Departamento de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la UPM.

Su tesis doctoral consiste en el desarrollo de este trabajo previo mediante la realización de los apartados a) y b) mencionados anteriormente y está siendo dirigida por los dos últimos autores de este artículo.

## 2. ANTECEDENTES

La "Guía para el uso, diseño y construcción de losas de transición" del estado de Virginia [10], constituye una visión realista de la cuestión, sobre todo, en su parte previa de revisión bibliográfica y análisis de una amplia encuesta sobre losas de transición realizada en 48 Estados de la Unión.

De sus diferentes cuestiones destacamos:

### Revisión bibliográfica

- Aunque la solución de la losa de transición funciona bien normalmente, existe una incidencia significativa de asientos excesivos lo que constituye motivo de debate en el mundo de la carretera.
- Los Departamentos de Transportes de muchos estados consideran los asientos excesivos de las losas de transición como un problema de conservación sustancial con un coste anual superior en Estados Unidos a 100 millones de dólares.
- Un cierto asiento es inevitable, es la razón de ser de la losa de transición, el criterio de variación de pendiente admisible es 1/200 y cuando un asiento excesivo provoca pendientes de 1/125 es necesaria la reparación.
- Las causas fundamentales del problema son: la consolidación del terreno original, el asentamiento del terraplén y el asiento localizado junto al estribo por problemas locales de compactación.
- Se comenta la influencia del tipo de estribo.

### Encuesta

- La longitud de la losa oscila entre 3 y 12 m con valores frecuentes de 6,1. Los espesores varían entre 0,2 y 0,48 m.
- Las normas en cuanto al material y forma de ejecución del terraplén son variables pero exigentes (tongadas de 0,2 m, 95-100 Proctor, limitaciones de finos).
- El 50% refleja problemas para alcanzar el grado de compactación en las proximidades del estribo por dificultades constructivas, pero al mismo tiempo un 32% de este 50% manifiesta estar satisfecho con la calidad del sistema de control.

### En la discusión

- La longitud de las losas debe ser  $L > 200 \cdot \Delta H$  ( $\Delta H$ , asiento esperable) lo que provoca para asientos normales ( $\Delta H$  comprendido entre 1,5 y 6 cms) longitudes entre 3 y 12 m.
- Recomienda enterrar las losas entre 5 y 60 cms y dotarlas de una pendiente que dificulte el vertido de agua hacia el estribo. Esta solución es aplicable en el caso de firmes flexibles. En el caso de puentes integrales la solución enterrada no es viable y se recomienda una unión cuidadosa de la losa con el estribo para soportar los movimientos horizontales de los estribos de este tipo de puentes.

## Entre las conclusiones y recomendaciones

- Dispersión de criterios de diseño y construcción de losas de transición.
- Losas dispuestas a todo lo ancho para minimizar la erosión
- Longitud de la losa compatible con los asientos previsible.
- En el estudio geotécnico del puente incluir los asientos de la transición tanto del terreno base como del terraplén.

Finalmente se insiste en que la mayor parte de los estados consideran los asientos excesivos en la transición como un problema serio y persistente de conservación.

La situación en Europa es similar a la anteriormente reflejada en Estados Unidos.

En España se dispone de la “Nota de servicio sobre losas de transición en obras de paso” [4], publicada por la Dirección General de Carreteras en Junio de 1992. En el caso de firmes flexibles se describe una losa enterrada y con contrapendiente, muy en coincidencia con las últimas recomendaciones de la guía de Virginia de 1999 (Figura 2.1.). En el caso de firmes rígidos la losa es superficial. En ambos casos las losas están articuladas en el estribo con armadura pasante a través de la rótula. Se detalla el armado para las losas normales de 4 y 5 metros y se indica la necesidad de un diseño específico cuando se prevean asientos más importantes. También se llama la atención sobre las precauciones en la compactación.

En la “Guía para la concepción de puentes integrales en Carreteras y Autopistas” [11], se describen las losas de transición para este tipo de puentes. La losa es superficial como en Estados Unidos y la unión con el estribo empotrada. Existe un cálculo con el carro y sobrecarga repartida de la instrucción suponiendo un descenso del terraplén y la losa empotrada y apoyada un metro en el otro extremo del terraplén. Se proporciona la armadura del cálculo anterior en el que se supone plastificación del empotramiento.

Por otra parte desde un punto de vista más teórico es importante señalar el artículo de Muzás F. “Comportamiento y Diseño de losas de transición” [12].

La losa se estudia como viga apoyada o empotrada en el estribo y totalmente apoyada en el terraplén modelizado por la

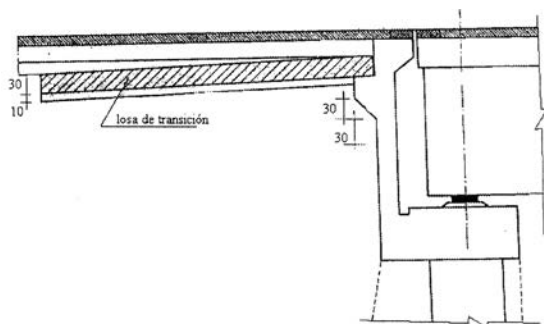


Figura 2.1. Emplazamiento de la losa de transición [10], caso de pavimentos flexibles.

teoría de Winkler; la solución analítica permite optimizar la longitud de la losa en función de la longitud elástica, a efectos de las flechas para una carga uniformemente repartida.

A pesar de su interés y elegancia no incluye aspectos muy importantes del fenómeno real como son: el asiento diferido del terraplén que provoca un apoyo parcial de la losa, el carácter concentrado y móvil de las sobrecargas reales, y la realidad de una losa bidireccional fisurada.

El diseño y construcción de las losas de transición en Estados Unidos y Europa se basa en Guías cada vez más perfeccionadas. Se mantiene una fuerte componente empírica y una atención preferente en las cuestiones geotécnicas que influyen en el asiento del terraplén. Otros trabajos más teóricos abordan aspectos parciales existiendo poca interacción entre ambos enfoques.

En este contexto nuestro trabajo estudia el comportamiento estructural de la losa con el tráfico real y condiciones de apoyo motivadas por el asiento del terraplén, con los correspondientes problemas de interacción suelo estructura. La observación de que los asientos excesivos hayan sido acompañados a veces por rotura de la losa da sentido a esta línea de estudio que tiene aplicación no sólo en el proyecto sino también en la conservación.

## 3. ESTADO ACTUAL DEL TRABAJO

### 3.1 Estudio inicial

Dada la cantidad de variables que intervienen en el fenómeno, el estudio se inicia mediante modelos sencillos tratando de valorar la influencia de estas variables. Posteriormente se va complicando para mejorar la precisión y se va centrando en las variables preponderantes.

Partimos de un modelo unidireccional representando la losa como una viga articulada en un extremo fijo y apoyada en el resto de su longitud en un conjunto de muelles cuya rigidez se adapta al coeficiente de balasto del terraplén. Este modelo se ajusta y contrasta con el modelo continuo utilizado por Muzás, F. [12].

Este modelo discreto (Figura 3.1.) permite aproximarnos más al fenómeno real, por una parte introduciendo los camiones de la norma de acciones europea (EC1, [5]) próximos al tráfico real y además simulando la menor calidad de compactación en las proximidades del estribo introduciendo muelles de menor rigidez en las proximidades del apoyo. También

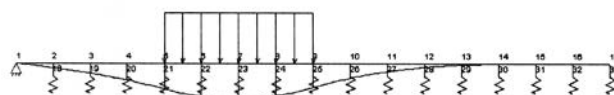


Figura 3.1. Modelo unidireccional con losa íntegramente apoyada en el terraplén.

hemos introducido la inercia fisurada en aquellas zonas de la viga en que se superaba el momento de fisuración. Las cargas concentradas se reparten a lo largo del firme y de la losa. Las tensiones se calculan a partir de los esfuerzos en la sección fisurada. Hemos comprobado que incluso en la hipótesis de degradación importante del terreno junto al estribo, las flechas y esfuerzos están muy lejos de los que pudiesen provocar problemas.

Una hipótesis más realista, que reproduce lo que sucede cuando el terraplén sufre un asiento de consolidación consiste en considerar la losa apoyada en el estribo y en el otro extremo en el terreno en una longitud pequeña (Figura 3.2). Este apoyo lo hemos considerado de 1 metro y modelizado mediante muelles adaptados al coeficiente de balasto.

Para losas normales en estas condiciones las flechas son pequeñas comparadas con los asientos del terraplén pero los esfuerzos son mucho mayores que en el caso de apoyo completo. Estamos lejos de alcanzar la rotura pero las tensiones en el hormigón, superiores al 60% de la resistencia (en algunas losas), indican un riesgo de fatiga al estar provocadas por el paso frecuente de camiones.

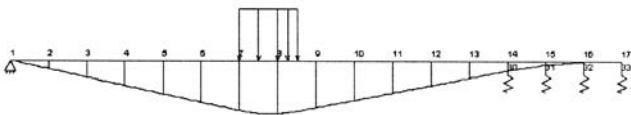


Figura 3.2. Modelo unidireccional con losa apoyada en sus extremos.

Nos hemos concentrado en este fenómeno y hemos mejorado el modelo de estudio pasando de una viga a una placa bidireccional para reproducir la losa de transición (Figura 3.3). La losa se estudia por medio de un programa de elementos finitos tipo placa, apoyada en un borde y colocando en una zona próxima al opuesto unos muelles para reproducir el apoyo en el terraplén asentado (la franja de apoyo se ha valorado con anchos entre 0.5 y 1.5 metros).

Se valoran las zonas fisuradas y se introducen en ellas unas correcciones de la rigidez para estudiar su influencia en los esfuerzos generados por las cargas concentradas del tráfico.

Se ha realizado un estudio paramétrico que incluye: losas superficiales, losas enterradas, distintas resistencias, distintas longitudes de apoyo, etc.

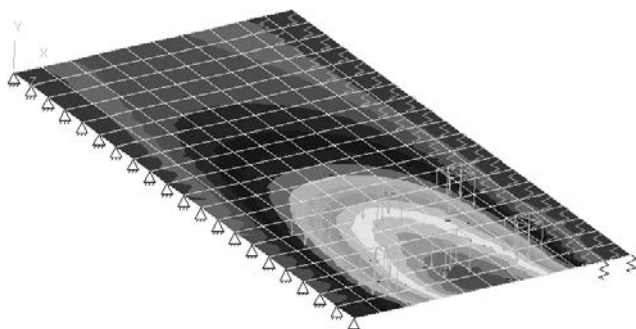


Figura 3.3. Modelo bidireccional con losa apoyada en los extremos.

El estudio a fatiga se ha realizado a partir de las tensiones obtenidas en la sección fisurada y utilizando las curvas S-N del Código Modelo de 1990. Se han comparado con los resultados obtenidos con las expresiones equivalentes del ACI.

El comportamiento es muy sensible a los siguientes factores:

- Longitud de apoyo de la losa en el terraplén.
- Resistencia de los materiales, fundamentalmente del hormigón.
- Espesor de la capa sobre la losa.
- Intensidad de vehículos pesados, especialmente de camiones de tren posterior de tres ejes.

Los apartados siguientes indican el trabajo realizado posteriormente, en orden a una cuantificación más precisa y a una profundización de los aspectos que aparecieron como determinantes en el primer estudio. Se han realizado los estudios geotécnicos para precisar la longitud del apoyo y los dinámicos correspondientes al paso de los vehículos, no abordados inicialmente.

También analizamos el documento sobre transiciones obra de fábrica terraplén realizado por el comité de puentes de la AIPCR que esencialmente incluye una encuesta de comportamiento. Algunos de sus datos y conclusiones inciden sobre las condiciones estudiadas en el modelo teórico.

### 3.2. Análisis de la encuesta del comité de puentes de la AIPCR

Este trabajo se ha desarrollado por un grupo de trabajo, del que hemos formado parte sobre todo en el análisis e interpretación de la encuesta. Además de otros aspectos: constructivos, planteamiento del problema, bibliografía, etc., el trabajo se centra en la ejecución e interpretación de una encuesta sobre transiciones, de un grupo suficientemente representativo de puentes.

La encuesta recoge datos de:

- Referencia (ubicación, fecha de puesta en servicio, intensidad de tráfico...)
- Datos de proyecto (datos geométricos, características de relleno...)
- Datos de construcción (tipo de estribos, resistencia de los materiales...)
- Reparaciones efectuadas
- Estado actual, deformaciones y fisuras
- Otros datos como: planos de secciones tipo, fotos...

Las fichas recogen sugerencias derivadas de nuestro trabajo inicial (epg. 3.1) como: datos de resistencias de los materiales, sentido de la circulación y de los escalones, anotaciones de la localización de las posibles fisuras en el firme, etc.

Se han contestado 38 encuestas de las que existe un análisis detallado en el documento de la ref. [13].



Desde el punto de vista de este trabajo señalamos:

1. Existe gran variedad de tipologías de la losa en cuanto a longitud, canto y armado. Algunas no se ajustan a las dimensiones para casos normales de la Nota de Servicio de la Dirección General de Carreteras.
2. Doce casos entre treinta y ocho presentan algún tipo de incidencia o reparación coincidiendo con asientos iguales o superiores a 4 cms.
3. En general en un mismo tramo de carretera existen tendencias de comportamiento. Aunque siempre en tramos que presentan incidencias alternan puentes en los que se da un comportamiento perfecto.

Hemos completado este trabajo con el estudio *in situ* más detallado de casos significativos bien documentados.

### 3.3. Detalles geotécnicos

La gran variabilidad de propiedades geotécnicas de los terraplenes y de su terreno de apoyo hace inviable cualquier intento de caracterización sistemática del problema.

Aunque en principio un terraplén correctamente diseñado y construido no debiera presentar asientos diferidos de importancia, es posible que determinados aspectos de los materiales del terraplén y del cemento hagan que eliminar por completo dichos asientos sea imposible con un costo razonable. Los problemas aparecen cuando los asientos son de magnitud superior a la esperada.

Por todo lo anterior, el análisis de asientos debe hacerse con detalle en cada caso particular, lo que se sale fuera del objetivo de este trabajo. Lo que si es pertinente es identificar las posibles causas de asientos más frecuentes y los rangos de movimientos a que pueden dar lugar. Ello se presenta en los siguientes párrafos.

Los asientos diferidos pueden deberse a deformaciones del propio terraplén o del cemento. Dentro de las deformaciones del terraplén, los mecanismos más importantes son la consolidación secundaria debida al peso propio del terraplén, y los efectos de la humectación a partir de la superficie o, en algunos casos, del cemento. Ambos problemas están acotados y con una adecuada selección de materiales y compactación, pueden reducirse a valores admisibles.

Las deformaciones del terreno de apoyo, cuando se trata de suelos blandos, suelen ser el principal motivo de asientos diferidos de terraplenes, pudiendo alcanzar valores muy altos, incluso de orden decimétrico. Ello se sale fuera de un análisis como el presente.

Teniendo en cuenta tan sólo los asientos debidos a la deformación del terraplén, podemos encontrar valores que bien pueden justificar la necesidad de que la losa tenga que efectivamente pontear una determinada longitud entre el estribo y una zona de apoyo en el terraplén (figura 3.4).

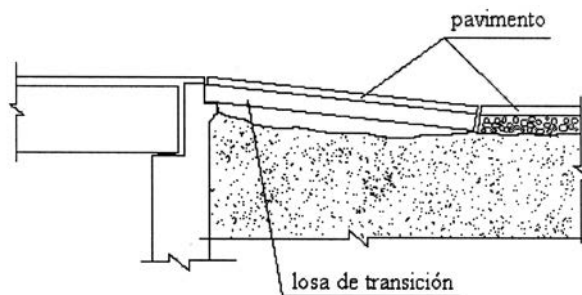


Figura 3.4. Esquema de trabajo de la losa.

En principio el detalle de apoyo de la losa en el terraplén quedaría representado por un punto (figura 3.5) pero en la práctica, en función de las características de la losa este apoyo puntual se materializaría en una determinada longitud de apoyo (Figura 3.6).

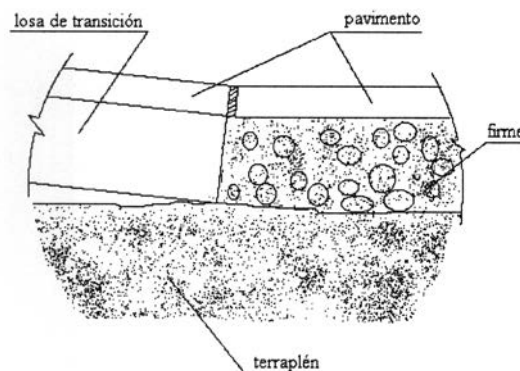


Figura 3.5. Apoyo puntual ideal, en el momento inicial.

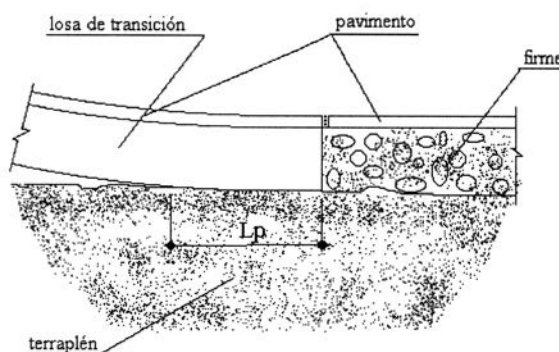


Figura 3.6. Apoyo en una determinada longitud  $L_p$ .

#### 3.3.1. Mecanismos de deformación del terraplén

##### • Consolidación secundaria

Sobre la base de diferentes ensayos y del seguimiento de los procesos de consolidación secundaria podemos observar una casuística como la reflejada en Jiménez Salas y otros, 1981, pág. 874 [1].

El asiento de consolidación secundaria es usual caracterizarlo según la descripción de la ec. 3.1 [1], pág. 873.

$$\Delta H = C_{\alpha} \cdot H_0 \cdot \log_{10} \frac{t}{t_0} \tag{3.1}$$

- $H_0$ : Altura inicial del terraplén
- $t$ : Tiempo al cual se mide la consolidación secundaria
- $t_0$ : Tiempo a partir del cual predomina el fenómeno de la consolidación sec.

$C_{\alpha}$  es un coeficiente que sobre la base de datos *in situ* de diferentes terraplenes se relaciona con la humedad según la tabla 14.7, pág. 874 de la ref. [1]. Al representarse estos valores en doble escala logarítmica (Figura 14.9 [1]) se obtiene una nube de puntos que al analizar las condiciones de cada uno, permite trazar una recta de mejor ajuste que caracterizaría la ec. 3.2.

$$C_{\alpha(\omega)} = 9,9429 \cdot 10^{-4} \cdot \omega^{1.6724} \tag{3.2}$$

Dentro de la zona que mejor encajaría la recta, se ha trazado ésta de forma tal que el valor que proporcionaría para una humedad dada sería prácticamente el mínimo y por tanto los asientos esperables (que luego contabilizamos), puede decirse que al menos llegarían a alcanzar estos valores.

En la figura 3.7 se mostrarían los resultados de tres posibles alturas de terraplén considerando que la humedad del mismo esté en el orden del 14% y que la losa venga a colocarse 20 días después de su realización.

• *Procesos de humectación*

Dentro de toda la evolución que en los últimos años ha tenido lugar en el estudio del comportamiento geotécnico de los suelos parcialmente saturados, el Modelo de Barcelona, ocupa un lugar destacado. Las deformaciones volumétricas integradas a las ecuaciones de flujo le permite evaluar eficientemente el proceso de asentamiento del terreno consecuente con su humectación (v. Navarro, V; Alonso, E., 1999 [2]).

Alonso, E. y otros, haciendo una macro-valoración del comportamiento de las deformaciones remanentes tras las lluvias cita en ref. [3] una idea de gran interés práctico<sup>1</sup>: un suelo con

densidad seca del orden de 1,9 g/cm<sup>3</sup> (alta) vendría a tener deformaciones del orden de 10<sup>-3</sup> mientras que otro de 1,7 g/cm<sup>3</sup> (baja) pudiese llegar a alcanzar valores del 1% de su altura. Sin lugar a dudas el valor de 1.7 pudiese parecer un valor inferior, sin embargo, estudios particularizados de la zona próxima al estribo llegan a verificar valores como éste.

En ref. [3] se desarrolla el ejemplo de un terraplén en el que incorporando el conjunto de datos de ensayos para la resolución del problema numérico, tras 652 días de infiltración las deformaciones máximas remanentes serían del orden de 3,8 cm (Figura 3.8). La altura del terraplén es de 7 m y puede apreciarse que sería un valor medio entre el 0,1 y el 1% anteriormente referido.

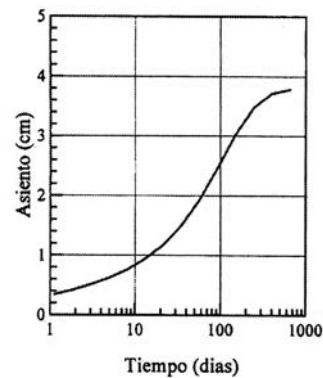


Figura 3.8. Evolución del asiento del terraplén tras el proceso de humectación del caso desarrollado en [3].

Son muchas las variables que inciden en el proceso pero el orden de magnitud y los datos tenidos en cuenta, pueden con ayuda de la Figura 3.9 (variando los parámetros propuestos) darnos una idea de los asientos remanentes tras las lluvias.

Tomando como base la cota media del orden de magnitud de los asientos máximos esperables, 0,54% (según el ejemplo desarrollado), resultaría que en función de la altura del terraplén éstos vendrían a estar en el orden de los reflejados en la columna sombreada de la Tabla 3.1.

Del mismo modo, haciendo uso del tiempo adimensional del eje de accisas de la Figura 3.9 encontramos que para una permeabilidad de 5.10<sup>-8</sup> m/s, período de infiltración T = 10 días y alturas de terraplén entre 7 y 20 m; los asientos esperables quedarían en el orden de los reflejados en la columna derecha de la Tabla 3.1.

Haciendo uso de la curva de retención de aguas del material, se puede correlacionar perfectamente el grado de saturación con la humedad y en este sentido con independencia de la dispersión de los resultados, el entorno del 14% de humedad parece ser un valor bastante razonable.

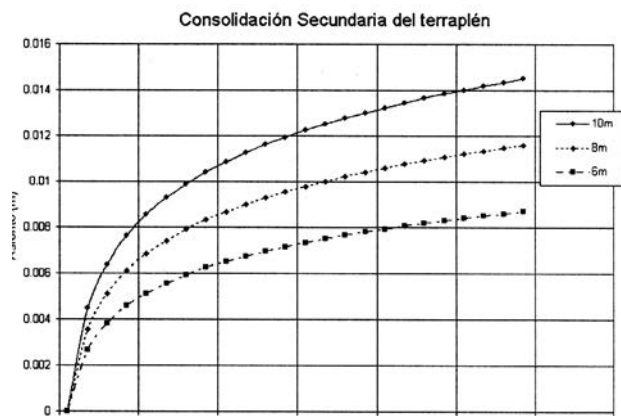


Figura 3.7. Ejemplos de evolución de la C.S. con  $\omega = 14\%$ .

<sup>1</sup> En este sentido, también en ref. [10] se señala que en el caso de densidades del orden del 95% del Proctor los asientos esperables pueden llegar al orden del 1% de la altura mientras que con densidades del 98%, el asiento esperable podría ser del orden de la mitad

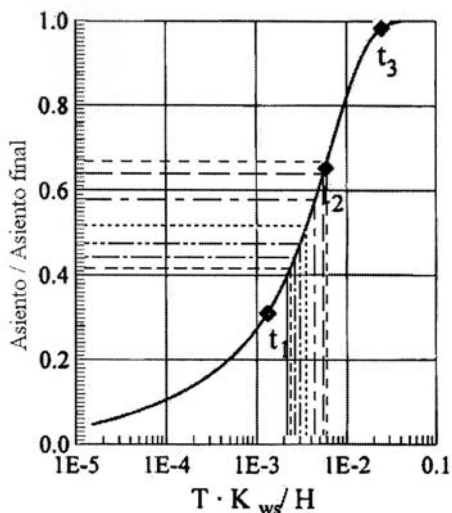


Figura 3.9. Relación adimensional de asientos tras T días de lluvia [3].

Integrando los valores de asientos por humectación (Tabla 3.2) con los que tendría lugar por consolidación secundaria (tomando  $\omega = 14\%$ ), encontramos que perfectamente marcarían una cota sobre la base de la cual la losa pontearía perfectamente su distancia hasta el estribo.

Considerando una buena práctica constructiva se ha reflejado en la Tabla 3.2 el rango mínimo esperable de asientos, según los elementos comentados en las respectivas secciones de asientos por humectación y consolidación secundaria (considerándose en este último caso un período de dos años).

### 3.3.2 Modelo de análisis de la longitud de apoyo de la losa

Otra cuestión que hay que valorar es cómo vendría a desarrollarse su apoyo en el terraplén. Es por ello que en apretada síntesis se ha intentado resumir estos procesos de asientos que en definitiva nos llevarían al planteamiento de las Figura 3.6 en la que la longitud de apoyo de la losa vendría

Tabla 3.1. Asientos máximos esperables por procesos de humectación, a tiempo infinito y "T" días

Altura del terraplén (H), (m)	Asiento máximo esperable (cm)	Asiento esperable tras 10 días de infiltración (cm)
7	3,8	2,55
8	4,3424	2,77
10	5,4280	3,14
12	6,5136	3,38
14	7,5992	3,64
16	8,1420	3,82
18	9,7704	4,10
20	10,8560	4,34

dada por su flexibilidad y características geotécnicas del material base.

Buscando acotar lo más aproximadamente posible esta longitud (Figura 3.6) se hizo por elementos finitos un modelo que recogiese estos fenómenos (figura 3.10).

La casuística que nos podemos encontrar con el emplazamiento de la losa es bastante variable pero en el análisis que nos ocupa se intentó buscar una posición intermedia.

Para la simulación del diseño de la subbase y mezclas bituminosas se ha elegido una sección de uso frecuente en los casos de tráfico elevado (categoría TO), formada por 30 cm de mezcla bituminosa apoyada sobre 25 cm de zahorra artificial y 25 cm de zahorra natural (esta sección corresponde a la norma de secciones de 1989).

El terraplén se conformaría por la explanada, la coronación y el núcleo, colocándose entre ambos una capa adicional para el caso de que quisiésemos discretizar algunas características de la zona superior del terraplén.

Tabla 3.2. Asientos totales previsible

H (m)	Asientos			Total (cm)	
	Consolidación secundaria		Humectación	$\omega = 10\%$	$\omega = 14\%$
	$\omega = 10\%$	$\omega = 14\%$			
7	0,511	0.897	2.55	3.06	3.45
8	0.584	1.026	2.77	3.35	3.80
10	0.730	1.282	3.14	3.87	4.42
12	0.876	1.539	3.38	4.25	4.92
14	1.023	1.795	3.64	4.66	5.43
16	1.168	2.052	3.82	4.99	5.87
18	1.315	2.308	4.10	5.41	6.41
20	1.416	2.56	4.34	5.80	6.90



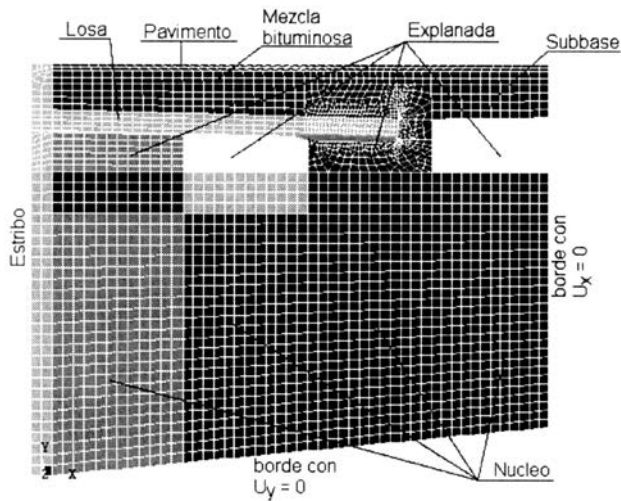


Figura 3.10. Modelo de análisis de la zona de apoyo y distribución de cargas. La cuadrícula del núcleo es de aproximadamente 15 cm.

Las características de cada capa responderían en principio a los criterios establecidos por la normativa y la buena práctica constructiva, sin embargo, atendiendo a la dificultad real de compactación en las proximidades del estribo, se ha dividido el terraplén en cuatro franjas verticales. La más alejada del estribo tendría las características exigidas en los pliegos, es decir, aquellas que mejor responderían a lo deseable y en la medida que éste se aproxima, cada franja reduciría en un tercio estas características.

La losa modelizada correspondería con la de la Nota de Servicio en cuanto a su longitud y canto (v. [4]).

La zona de apoyo de la losa se ha modelizado de tal forma que en principio respondería a un esquema como el de la Figura 3.5. pero unos elementos de contacto del tipo CON-TAC 48 serán los que luego en el proceso de resolución del ANSYS convertirán el apoyo idealizado puntual en una determinada longitud (Figura 3.6). El terreno de contacto con la losa (Figura 3.11) se ha caracterizado con un modelo de tipo Mohr-Coulomb.

Habiéndose trabajado con diferentes hipótesis de materiales y cargas se encuentra que la longitud de apoyo de la losa estaría en el orden de los 50 cm. De esta forma con sufi-

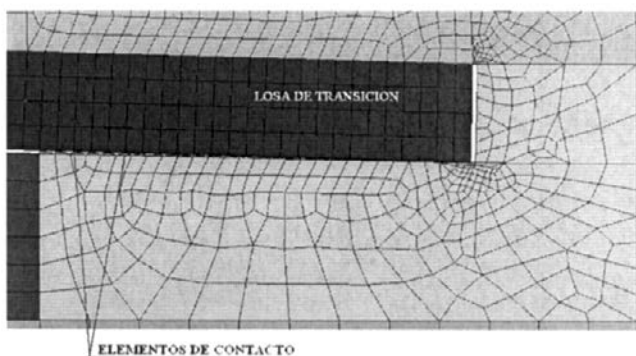


Figura 3.11. Detalle de la zona de apoyo. El lado menor de la cuadrícula de la losa es de aproximadamente 5 cm.

ciente aproximación quedarían mucho mejor acotadas las condiciones de borde de la losa lo que permite llevar con mayor precisión todo el proceso de análisis estructural de la misma.

### 3.4. Fenómenos dinámicos

#### 3.4.1. Impacto en la junta

La zona en que colocamos la losa de transición está muy próxima a la junta extrema del puente y por bien que se encuentre su estado, la rodadura siempre encontrará un cierto efecto de impacto sobre la misma.

Estudios teóricos y experimentales han servido de base para que precisamente en la ref. [5] (ENV 1991 - 3, Eurocódigo 1), cuando se estudia esta zona se indique que a los trenes de cargas a considerar en modelos de cargas de fatiga, se incremente la acción de los mismos por un cierto coeficiente  $\Delta\phi_{fat}$  (Figura 3.12).

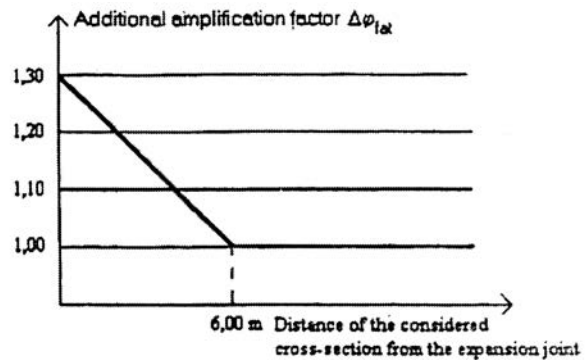


Figura 3.12. Coeficiente amplificador de la carga en la zona próxima a la junta. Tomado de la ref. [5].

Al hacerse el análisis de la losa de transición tomando como base las dimensiones de la Nota de servicio de la D.G.C. [4] (longitud entre 4 y 5 m), se ha considerado que para ésta  $\Delta\phi_{fat} = 1.15$  sería razonable al ser, precisamente, el valor medio de la zona.

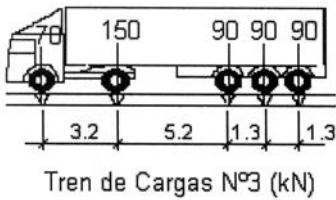
En la ref. [6] (Manual de Interacción Vehículo Carretera), al hacerse un análisis de este fenómeno se confirma que un valor de 1.15 corresponde a una situación normal de las juntas.

Cabe esperar un efecto análogo en la intersección de la losa en el terraplén, pues cuando aparecen asientos importantes éstos van acompañados de fisuración marcada en dicha zona.

#### 3.4.2. Efecto dinámico de la rodadura

Al mencionar la ref [5] (ENV 1991 - 3, Eurocódigo 1), se citaba como trenes de cargas los establecidos para los modelos de acciones de fatiga, en este sentido del conjunto de cinco que lo forma el N.º 3 es el que se ha escogido, y probado como más adecuado para el estudio.





Tren de Cargas N.º3 (kN)

Figura 3.13. Tren de cargas N.º 3 [5].

la conclusión que sería el tipo tres (Figura 3.13) el que produce mayor perjuicio sobre la losa.

Nótese que precisamente el eje trasero (tridem) tendría en su conjunto un peso de 270 kN, es decir algo por encima de lo que prescribiría la normativa para este tipo de ejes. En el Reglamento General de Circulación [7\*], puede apreciarse el peso limitativo de los tridem, con distancia entre ejes de 1.3 m, sería de 240 kN con lo que con relación al estático se tendría un incremento del 12.5%. Este hecho viene dado por las imperfecciones de la capa de rodadura, y aun así el valor prescrito correspondería con los pavimentos de buena calidad. En ref. [6], págs. 67-76, se hace un análisis de este fenómeno, y en cuanto al incremento señalado puede apreciarse que correspondería con velocidades del orden de 80 km/h y una buena calidad de la superficie de rodadura. Velocidades superiores prescribirían un incremento algo mayor.

El vehículo tipo (Figura 3.13) circulando a velocidades de 80km/h y superiores, representa un porcentaje muy elevado (superior al setenta por ciento) en los aforos realizados en muchas de las estaciones de largo recorrido (ej.: N-II).

### 3.4.3. Efecto dinámico del cambio de pendiente

Además de los hechos descritos en la zona de entrada y salida de los puentes se produce un cambio de pendiente cuyos efectos, precisamente queremos minimizar con la losa de transición (Figura 3.14).

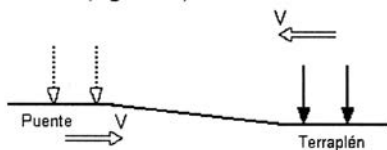


Figura 3.14. Esquema habitual de la zona de aproximación.

Aun cuando éstos sean muy pequeños es un hecho observable la oscilación que en el vehículo se produce y consecuentemente es de pensar que aunque amortiguada por el propio sistema de suspensión, producirá unos incrementos de fuerza que a su vez actuarán sobre la losa de transición.

Existen dos cambios de pendiente, uno en la unión losa-estribo y otro en el otro extremo en el apoyo de la losa en el terraplén, por lo que este efecto dinámico sobre la losa sucede en los dos sentidos de circulación. Veremos que su valor depende de la velocidad y del ángulo (variación de pendientes). Según la Guía del estado de Virginia [10] el valor aceptable de esta variación de pendiente es 1/200 y cuando por

El modelo N.º 3 está compuesto a su vez por cinco trenes de carga y en cualquier caso, se cita que la carga considerada tiene en cuenta una cierta amplificación dinámica. Habiéndose estudiado el conjunto de todos estos trenes de carga se llega a

asientos diferidos importantes se alcanza al valor de 1/125 es necesaria una reparación. Para losas de 5 metros esta pendiente supondría asientos de 4 cm valor observado en las encuestas en aquellos casos que presentaban algún tipo de incidencia.

La losa debe ser capaz de resistir estas condiciones extremas de trabajo y por esto hemos adoptado este valor de la variación de pendiente en los cálculos posteriores.

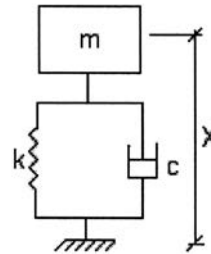


Figura 3.15. Modelo teórico

En un primer análisis teórico del problema se utilizó un modelo como el representado por la Figura 3.15 para representar la masa y suspensión del camión. Como puede apreciarse es un modelo sencillo de un grado de libertad cuyo comportamiento vendría dado por la ec. 3.3

$$m \cdot \ddot{X} = k \cdot X + c \cdot \dot{X} \quad (3.3)$$

*Ecuación homogénea que representa las oscilaciones libres*

la solución de la ec. 3.3. nos llevaría a la expresión (3.4) en la que al resolverse la constante A, como sigue, la representación gráfica de la misma sería del tipo de la Figura 3.16.

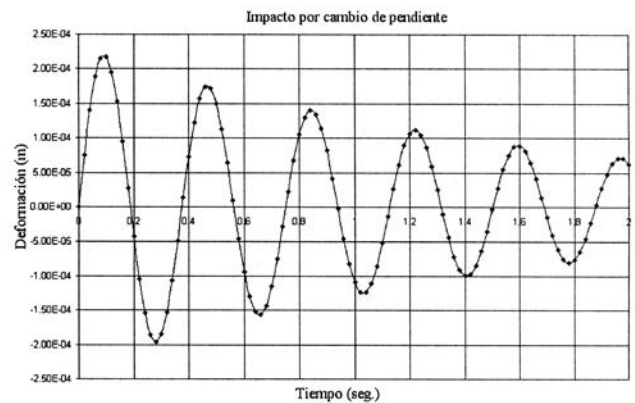


Figura 3.16. Oscilaciones libres amortiguadas como consecuencia del impulso del cambio de pendiente.

$$X = A e^{-\frac{c \cdot t}{2 \cdot m}} \cdot \text{sen} \left[ \frac{\sqrt{4 \cdot k \cdot m - c^2} \cdot t}{2 \cdot m} \right] \quad (3.4)$$

La condición inicial del problema vendría dada por la variación de pendiente de la Figura 3.17 donde nos encontramos con un sistema de oscilaciones libres cuyo impulso inicial viene dado por  $m \cdot V_v$ .

$V_v = V \cdot \text{sen } \varphi$  y al ser  $\varphi$  un ángulo muy pequeño podemos decir que

$$V_v = V \cdot \varphi \quad (3.5)$$

Resolviendo la primera derivada de la ec. 3.4 evaluada para  $t = 0$  e igualando a la condición inicial, ec. 3.5, se tiene que:

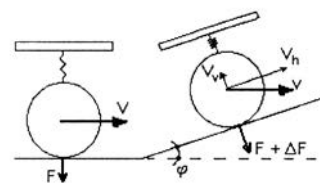


Figura 3.17. Esquema de la condición inicial.

$$A = \frac{2 \cdot V \cdot \varphi \cdot m}{\sqrt{4 \cdot k \cdot m - c^2}} \tag{3.6}$$

Sustituyendo (3.6) en (3.4) a su vez ésta en (3.3) nos encontramos con que:

$$\Delta F_{\max} = k \cdot X_{\max} + c \cdot \dot{X}_{\max} = f_{(t)} \tag{3.7}$$

Igualando a cero la primera derivada de la ec. 3.7 obtenemos la expresión de “t” que hace máximo el incremento de fuerza, sustituyendo esta expresión en (3.7) se obtiene.

$$\Delta F_{\max} = \frac{V \cdot \varphi \cdot e^{\left[ \frac{c \cdot \arctan \left( \frac{\sqrt{4 \cdot k \cdot m - c^2} \cdot (-k \cdot m + c^2)}{c \cdot (-3 \cdot k \cdot m + c^2)} \right)}{\sqrt{4 \cdot k \cdot m - c^2}} \right]} \cdot k^2 \cdot m^2}{c \cdot (3 \cdot k \cdot m + c^2) \cdot \sqrt{\frac{k^3 \cdot m^3}{c^2 \cdot (-3 \cdot k \cdot m + c^2)}}} \tag{3.8}$$

De esta forma sustituyendo los valores correspondientes obtenemos el incremento de fuerza producido por el cambio “brusco” de pendiente. A efectos del modelo para el análisis de la losa lo que se hace es determinar un coeficiente multiplicador de la carga que recoja este efecto ( $\Delta\phi_{\text{imp,din}}$ ).

$$\Delta\phi_{\text{imp,din}} = \frac{F_{\text{est}} + \Delta F_{\max}}{F_{\text{est}}} \tag{3.9}$$

Con velocidades del orden de 100 km/h, pendiente del 1/125 e introduciendo en el modelo de forma aproximada las características del eje tridem del tren de carga N.º 3 (Figura 3.13) el coeficiente de impacto dinámico tomaría valores del orden del 36%. En la Figura 3.18 pueden apreciarse las características del vehículo modelo.

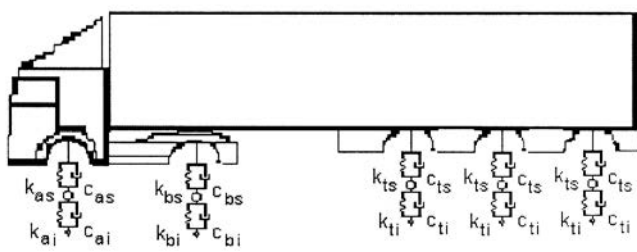


Figura 3.18. constantes del vehículo modelo.

Se comprueba que el tiempo “t” en que se produce el  $\Delta F_{\max}$  coincide con el que corresponde a una posición de la carga próxima al centro, es decir, donde se tendrían los mayores esfuerzos de flexión, con lo cual es perfectamente asimilable la descripción del coeficiente ( $\Delta\phi_{\text{imp,din}}$ ), como un agente multiplicador de la carga estática a considerar.

Tabla 3.3 Valores numéricos de las constantes del vehículo modelo

Constante	Tractor		Trailer
	a	b	t
$k_{ms}$ (kN/m)	430	1470	1470
$k_{ni}$ (kN/m)	2142	4724	4724
$c_{ms}$ (kN.s/m)	9,34	21,49	21,22
$c_{ns}$ (kN.s/m)	3,56	4,20	6,15

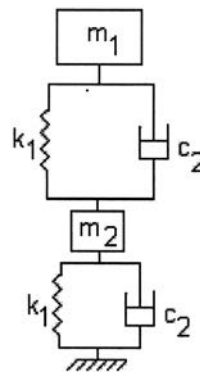


Figura 3.19, Modelo teórico (II).

Haciendo un análisis algo más preciso del modelo (según la Figura 3.15) se decidió abordar el problema utilizando un esquema como el de la Figura 3.19 que reproduce mejor la complejidad del vehículo real. Como puede apreciarse estaríamos en este caso en un problema de dos grados de libertad en el que el tratamiento de la masa se subdivide en dos. Siendo como es habitual la relación de  $m_2/m_1$  del orden del 10%, se encuentra que los resultados son prácticamente del mismo orden para ambos modelos y nos confirma que el análisis del modelo de impacto es lo suficientemente aproximado. En este segundo modelo el sistema de dos ecuaciones diferenciales se

resuelve matemáticamente utilizando el Mapple e imponiendo unas condiciones iniciales análogas a las del modelo simplificado. Valores de velocidades del orden de 100 km/h llega a ser en la práctica una situación normal y la variación de pendiente 1/125 corresponde a situaciones extremas, pero realistas que se producen en condiciones en que normalmente se debiera iniciar la reparación.

### 3.4.4 Amplificación dinámica por paso de trenes de cargas móviles

Es un fenómeno conocido el efecto amplificador con relación a los valores estáticos que se produce en una viga por el paso de un tren de cargas móviles. Este efecto es máximo cuando la frecuencia de excitación (dependiente de la separación y velocidad de las cargas) coincide con la frecuencia propia de la viga. Es un fenómeno importante en puentes de ferrocarril y existen métodos de cálculo disponibles para su estudio.

Hemos estudiado este efecto para losa de transición con luces de 5 metros para el paso de las tres cargas concentradas del eje posterior del camión tipo, cuya separación de 1,3 metros guarda relación la luz de la losa.

Para ello utilizamos el programa (FEAP) que incluye este tipo de estudio, tomando una viga de longitud e inercia equivalente a las de la losa real y, distintas masas en función de la profundidad media de la losa.

Para valorar esta masa hemos considerado varias profundidades de la losa en su articulación con el estribo y distintas inclinaciones de la misma (Figura 3.20).

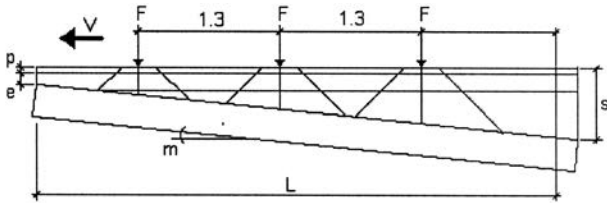


Figura 3.20. Parámetros para estudio de posibles emplazamientos.

La pendiente “m” podría variar entre 0-10% y el espesor bajo pavimento “e”, se ha estudiado entre valores de 0 y 1 m.

En la Figura 3.21 se ha representado la respuesta dinámica al paso de trenes de carga con diferentes profundidades de la losa (masa), y una velocidad del camión de 80 km/h.

Se puede apreciar que si bien el efecto dinámico del cambio de pendiente disminuiría con relación al calculado en el apartado anterior, por la menor velocidad, el efecto de las cargas móviles compensaría esta disminución en un coeficiente global que incluyera ambos efectos.

El Caso IV representado en la Figura 3.21 vendría dado por una situación en la que  $m = 10\%$  y  $e = 1.00$  m

Del mismo modo se tienen:

Caso V:  $m = 10\%$ ,  $e = 0,15$  m.

Caso VI:  $m = 10\%$ ,  $e = 0,00$  m.

La Figura 3.22 correspondería con el caso de la losa a ras,  $m = 0$ .  $e = 0$  (que es una de las soluciones prescritas por la ref. [4], con camiones pasando a distintas velocidades.

En el apartado anterior hemos propuesto un coeficiente dinámico por cambio de pendiente del 36%. Se calculó con una variación de pendiente del 1/125 y una velocidad de 100 km/h. En este apartado se constata un coeficiente adicional importante en un rango de velocidades entre 80 y 100 km/h que permite asegurar que el coeficiente global es superior al 36% para estas condiciones y pendientes del 0,6 y 0,8%. Esta zona de velocidades es la más frecuente y, por lo tanto, la más importante en un estudio de fatiga.

#### 4. RESULTADOS

Hemos analizado las losas en condiciones contrastadas por datos realistas con pendientes que llegan a situarse en el orden de 1/125 y que coincidiría con la Guía del Estado de Virginia [10] en línea con el límite en que debería ser necesaria la reparación.

En 3.4.4. se hacía referencia a que para el análisis de la losa (según su diseño en ref. [4],  $L = 5,0$  m) se había analizado los diferentes emplazamientos que pudiese tener y en la Figura 3.20 se advertían algunas de estas cuestiones.

En la Tabla 4.1 se han resumido algunos de los casos que entendemos como más significativos. La resistencia del hormi-

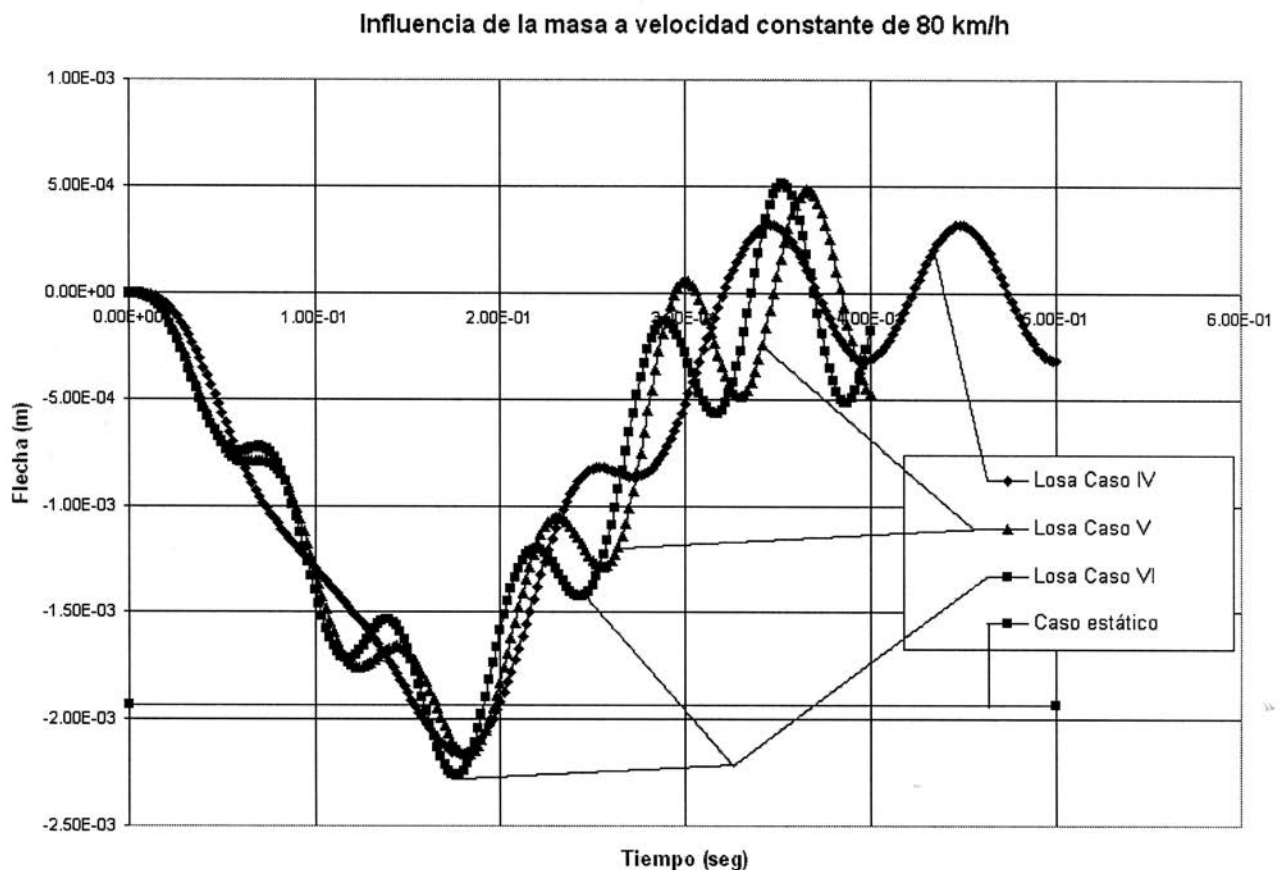


Figura 3.21. Los valores de incrementos frente al estático se sitúan en 12 y 17% respectivamente.

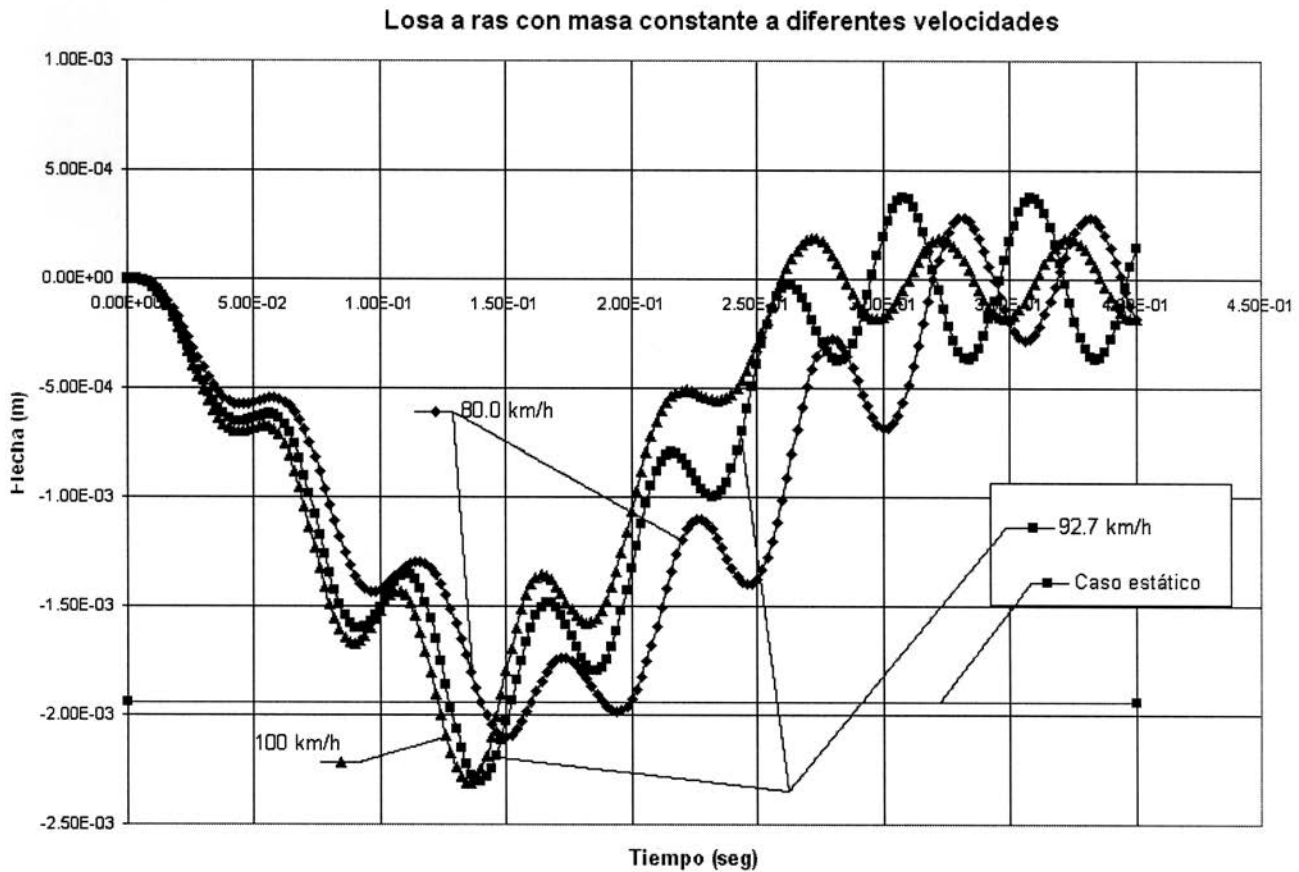
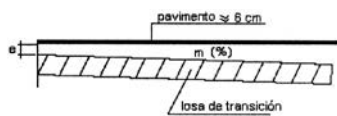


Figura 3.22. Con una velocidad media de 90 km/h en el rango de 80-100 km/h el incremento frente al valor estático sería de un 15%.

**Tabla 4.1. Número de vehículos del tipo tridem soportados (Fig. 3.13)**

Caso		Hormigón		Acero
e (cm)	m (%)	log (N)	N	N
0	0		***	3 854 293
0	10		***	7 273 311
10	10		***	7 446 477
55	2	6.821	7 714 880	7 714 880
100	10	6.695	4 954 501	***

Nota: (\*\*\*) indica que el número de ciclos sería muy superior a  $10^7$



**Tabla 4.2. Sensibilidad de la resistencia del hormigón en el comportamiento a fatiga**

Caso		$f_{ck}$ (mPa)	Hormigón	
e (cm)	m (%)		log N	N
10	10	20	***	
		19	6.989	9 749 896
		18	6.02	1 047 128

de la fatiga. Se ha tomado como referencia un caso bastante recurrente que, en principio, no tendría por qué tener problemas con la resistencia prescrita y, sin embargo, una pequeña caída de resistencia afectaría notablemente el comportamiento a fatiga.

gón ( $f_{ck} = 20$  mPa) correspondería con la prescrita por la Nota de Servicio en el momento de su realización, junio, 1992 [4].

Para el análisis del comportamiento a fatiga, en especial del hormigón, al tiempo de que se ha hecho una revisión bibliográfica de estudios y normativas relacionadas con el tema y aunque los resultados descritos toman su base en el cálculo de tensiones con la sección fisurada y modelos de resistencia a fatiga de los materiales del Código Modelo [8], también se han seguido planteamientos como sería el caso, por ejemplo, de la Instrucción descrita por el ACI o del Boletín de Información N.º 188 del CEB [9].

En la Tabla 4.2 en atención al hormigón, se intenta reflejar la tremenda sensibilidad que se tendría respecto al fenómeno

la sensibilidad a la resistencia del hormigón es muy importante y una pequeña caída de resistencia deteriora enormemente el número de ciclos de resistencia a fatiga, así como un ligero aumento produce el efecto contrario.

Esta sensibilidad existe también con relación al rango de oscilación de tensiones. Si las losas anteriores estuvieran trabajando en el rango de pendientes normales 1/300 o 1/200 el coeficiente dinámico de 0,36 disminuiría a valores de 0,15 o 0,22 el número de ciclos aumentaría sustancialmente con relación a la Tabla 5.2 desapareciendo en estas condiciones los problemas de fatiga.

Con losas inferiores a las de la Nota de servicio en espesores, armado o resistencias, los períodos de resistencia a fatiga



disminuirían de forma sustancial dada la sensibilidad reflejada en el estudio anterior.

## 5. AGRADECIMIENTOS

Al Ministerio de Fomento por la ayuda concedida dentro del marco de las acciones estratégicas del área sectorial de Construcción civil y Conservación del Patrimonio Histórico Cultural del Plan Nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación Tecnológica 2000-2003, convocado por Orden/FOM/1540/2002 de 6 de junio (BOE, núm. 147 de 20-6-2002).

Al Comité de Puentes de la AIPCR y al Grupo de Trabajo de Losas de Transición por la información y ayuda recibida desde el principio del trabajo.

A Javier Rodríguez y Felipe Gabaldón doctorando y Profesor Titular del Dpto. de Mecánica de los Medios Continuos de la UPM por su ayuda en el campo dinámico.

A Jaime García Palacios por su ayuda en aspectos computacionales.

## BIBLIOGRAFÍA

(1). Jiménez Salas, J.A.; Justo Alpañes, J.L.; Serrano González, A.A. Geotécnica y Cimientos II (2.ª Ed.), págs. 873-877.

(2) Navarro Gàmir, V.; Alonso Pérez de Agreda, E. Suelos parcialmente saturados. Simulación numérica del comportamiento termo-hidro-mecánico. Revista de Obras Públicas, marzo 1999, pág. 35.

(3) Alonso, E.; Lloret, A.; Romero, E. Efecto de las lluvias en terraplenes.

(4). Nota de Servicio sobre Losas de Transición en Obras de paso. Dirección General de Carreteras, julio, 1992.

(5) Eurocódigo 1: Bases de Proyecto y Acciones en Estructuras. ENV 1991-3: Cargas de tráfico en Puentes.

(6) Cebon, D. Handbook of Vehicle - Road Interaction, 1999.

(7) Reglamento General de Circulación, junio, 1992.

(8) Código Modelo, CEB-FIB, 1990.

(9) Bulletin D'Information, N.º 188, Junio, 1988. CEB. Fatigue of Concrete Structures.

(10) Guidelines for the Use. Design and Constructions of Bridge Approach Slabs, nv. 1999 D.O.T. of Virginia, E.U.A.

(11) "Guía para la Concepción de Puentes Integrales en Carreteras y Autopistas". Ministerio de Fomento.

(12) Muzás, F. "Comportamiento y Diseño de las Losas de transición". Revista de Obras Públicas, abril, 2000.

(13) Documento Transiciones Obra de Fábrica - Terraplén Comité de Puentes de la AIPCR.

# Refuerzo a flexión de vigas de hormigón armado con materiales compuestos. Estudio de la zona de anclaje

## *Flexural strengthening of RC beams using composite materials. End anchorage study*

**Eva Oller Ibars**

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos



**Diego Cobo del Arco**

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos



**Antonio R. Marí Bernat**

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Departamento de Ingeniería de la Construcción  
Universidad Politécnica de Cataluña

### RESUMEN

El empleo de polímeros reforzados con fibras (FRP) adheridos a la cara traccionada de elementos de hormigón armado constituye un atractivo sistema de refuerzo estructural debido a su elevada resistencia, ligereza, y facilidad de colocación. La cuantía de refuerzo exterior se obtiene para el modo de rotura ideal, que consiste en el aplastamiento de la cabeza comprimida del hormigón o la rotura del laminado. Este fallo no se produce en la mayoría de ensayos experimentales, donde se observa la aparición de fenómenos locales que conducen al desprendimiento prematuro del refuerzo, bien sea por tensiones excesivas en sus extremos o entorno a las fisuras de flexión y cortante. En este artículo se presenta un análisis elástico lineal del comportamiento de la zona de anclaje del laminado. La teoría de la mecánica de fractura no lineal permite incorporar el comportamiento post-pico una vez iniciada la fisuración en el hormigón, generando un incremento de la carga transmitida entre hormigón y refuerzo a través de la interfase.

### SUMMARY

*Due to the excellent properties of fiber reinforced polymers (FRP), concrete retrofitted by bonding composite plates to its soffit have become an attractive structural strengthening method. The amount of external reinforcement is calculated assuming the ideal mode of failure, which is concrete crushing or plate rupture. However, the results of many experimental programs have shown prema-*

*ture failure due to high stresses at the end of the laminate or related to the crack mouth opening of flexural or shear cracks. A linear-elastic analysis at the end anchorage of the laminate is presented in this paper. Non Linear Fracture Mechanics Theory includes a post-peak behavior once concrete cracking is initiated. This fact implies an enhancement of the load transfer between concrete and FRP through the interface.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Durante las dos últimas décadas, en todo el mundo, especialmente en las áreas propensas a acciones sísmicas, el campo de la reparación y refuerzo estructural ha sufrido un considerable impulso debido al envejecimiento de las infraestructuras y la necesidad de mejorarlas para cumplir requisitos de diseño más estrictos.

Entre los distintos sistemas de refuerzo existentes, uno de los más utilizados es el refuerzo exterior, que consiste en añadir al elemento estructural una armadura en forma de platabanda encolada, que soporta, en la mayoría de los casos, esfuerzos de tracción. Esta técnica, tradicionalmente realizada con chapas metálicas, además de simple, resulta eficiente y de coste efectivo pero presenta varios inconvenientes: la aparición de corrosión en la armadura, que provoca un deterioro de la adherencia; el peso de las platabandas, que hace necesario el empleo de apuntalamientos provisionales; y por último, el límite de longitud condicionado por el transporte.

La primera aplicación de refuerzo mediante encolado de platabandas metálicas data de finales de los años sesenta del siglo pasado, por Fleming y King (1964) en un edificio en Durban (Sudáfrica). L'Hermite y Breson llevaron a cabo en Francia las primeras investigaciones en este campo. En España, en 1969 se utilizó por primera vez esta técnica, en el refuerzo de un edificio de viviendas en Madrid, bajo proyecto y dirección de Fernández Cánovas [1].

Como alternativa al acero, en la década de los noventa se introdujo el empleo de laminados de materiales compuestos constituidos por polímeros reforzados con fibras (FRP). Las características específicas de estos materiales (elevada resistencia a tracción, resistencia a la corrosión, ligereza, y facilidad de colocación) han contribuido al aumento sustancial del número de aplicaciones. La primera estructura reforzada con laminados de fibras de carbono fue el puente Ibach (Suiza) en 1991 (Meier, [2]). Desde entonces, se ha realizado un gran esfuerzo en investigación en lo que concierne a refuerzo a flexión, cortante o confinamiento de pilares, encontrándose realizaciones en prácticamente todo el mundo, no sólo en estructuras de hormigón, sino también en obras de fábrica, estructuras metálicas y de madera.

En particular, en la Universidad Politécnica de Cataluña se está desarrollando un trabajo de investigación sobre refuerzo a flexión de estructuras de hormigón armado con laminados de fibra de carbono, cuyo inicio estuvo enmarcado en el proyecto de investigación "Simulación y verificación experimental de procesos de reparación y refuerzo de estructuras de hormigón" DGES PB96-0498. El objetivo de este trabajo se centra en el estudio de fenómenos de carácter local que conducen al desprendimiento prematuro del refuerzo exterior.

## 2. REFUERZO A FLEXIÓN DE ELEMENTOS DE HORMIGÓN ARMADO CON LAMINADOS FRP

### 2.1. Descripción

El refuerzo a flexión de elementos de hormigón armado con laminados FRP consiste en adherir laminados prefabricados o *in situ* al elemento estructural soporte, con una disposición de las fibras paralela a la dirección de la tensión principal de tracción.

El establecimiento de criterios de diseño para obtener la cuantía óptima de refuerzo exterior tiene como punto de partida el conocimiento del comportamiento en servicio y rotura de elementos estructurales reforzados con FRP. Con este objetivo, desde finales de los años 80, se han llevado a cabo numerosos programas experimentales en elementos tipo viga o losa reforzados con laminados prefabricados o *in situ* de fibra de carbono, vidrio o aramida (Oelhers [3], Ritchie et al. [4], Nanni [5], Juvandes [6]). A lo largo de este trabajo, se han recopilado gran número de ensayos en una base de datos que se ha utilizado para el contraste de modelos analíticos.

Como consecuencia de estos estudios experimentales, se sugiere que los modos de rotura deseables para controlar la resistencia última de la viga son la rotura por tracción del laminado o el aplastamiento de la cabeza comprimida del hormigón. Sin embargo, se puede producir el desprendimiento prematuro de refuerzo, antes del agotamiento de la sección más solicitada, por la aparición de ciertos fenómenos locales como son la rotura del hormigón debida a la concentración de tensiones en el extremo del laminado o entorno a las fisuras de flexión o cortante (Figura 1). La ausencia de normativas vigentes sobre el tema genera la necesidad de definir unos criterios de diseño adecuados para impedir el desarrollo de modos de fallo prematuros, y por lo tanto, obtener un mejor rendimiento de este tipo de refuerzo. Para evitar el efecto conocido como "peeling", algunas de las referencias (Juvandes [6], Róstasy [7], Seim et al. [8], S&P [9]) recomiendan limitar la deformación máxima en el FRP en Estado Límite Último al 0.6-0.8%.

### 2.2. Campaña experimental

En el contexto descrito en el apartado anterior, en el año 2000, se llevó a cabo una campaña experimental en el Laboratorio de Tecnología de Estructuras de la Universidad Politécnica de Cataluña, con el objetivo de estudiar el comportamiento en rotura de diez vigas de hormigón armado, reforzadas con laminados de fibras de carbono (CFRP) (Figura 2) [10].

Las Tablas 1 y 2 muestran el tipo de refuerzo, la relación entre la cuantía de CFRP y armadura pasiva ( $\rho_L/\rho_S$ ), y algunos de los resultados obtenidos de los ensayos de las vigas tipo 1 y 2 (donde  $\epsilon_{L,max}$  es la deformación en el laminado en el ins-

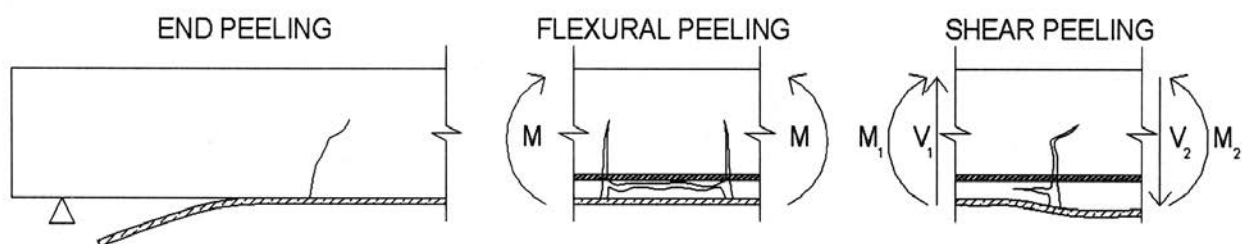


Figura 1. Modos de rotura prematuro debido al efecto "peeling".

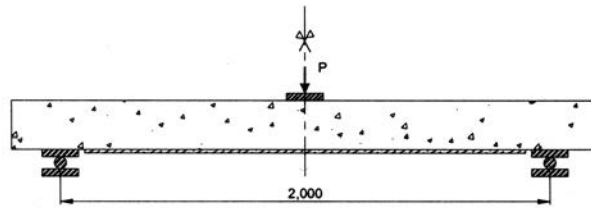
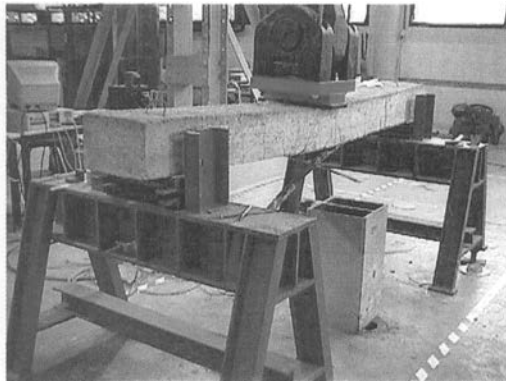


Figura 2. Desprendimiento del CFRP de una de las vigas. Esquema estático de los ensayos.

**Tabla 1. Refuerzo y resultados experimentales de las vigas tipo 1.**

Viga	Refuerzo	$\rho_l/\rho_s$ (%)	$P_s$ (kN)	Modo de rotura	$P_{u,exp}$ (kN)	$\epsilon_{L,max}$ ( $\mu\epsilon$ )	$\tau_{L,max}$ (MPa)
1/E	Viga de control	–	51.3	Aplastamiento del hormigón	82.0	–	–
1/D	1 laminado S&P150/2000, 100 x 1.5 mm long=1500 mm (Euxit 220)	0.34	55.0	Falta de anclaje	80.0	2824	2.73
	2 laminados S&P150/200, 50 x 1.4 mm long=1800 mm (Mbrace Adhesive)	0.34		Rotura por “peeling”	L1 111.0 (35.3%) L2 100.9	4112 4982	
1/C	1 laminado S&P150/2000, 100 x 1.4 mm long=1800 mm (Euxit 220)	0.34	48.8	Rotura por “peeling”	104.0 (26.8%)	3949	2.08
	1 laminado S&P150/2000, 100 x 1.4 mm long=1800 mm (Mbrace Adhesive), y S&P C Sheet 240 (Mbrace Sturant)	0.43		Rotura por “peeling”	121.0 (47.6%)	4181	
1/B	1 laminado S&P150/2000, 100 x 1.4 mm long=1800 mm (Euxit 220)	0.34	50.1	Rotura por “peeling”	100.4 (22.4%)	3646	1.66
	2 slot-applied S&P150/2000, 10 x 1.4 mm long=1800 mm (Mbrace Adhesive)	0.07		Rotura por “peeling” deslizamiento CFRP	91.7 (11.8%)	7000	
1/A	1 laminado S&P150/2000, 100 x 1.4 mm long=1800 mm (Euxit 220)	0.34	–	Rotura por “peeling”	109.0 (32.9%)	4612	

**Tabla 2. Refuerzo y resultados experimentales de las vigas tipo 2.**

Viga	Refuerzo	$\rho_l/\rho_s$ (%)	$P_s$ (kN)	Modo de rotura	$P_{u,exp}$ (kN)	$\epsilon_{L,max}$ ( $\mu\epsilon$ )	$\tau_{L,max}$ (MPa)
2/E	Viga de control	–	72.3	Aplastamiento del hormigón	113.7	–	–
2/D	1 laminado S&P 150/2000, 100 x 1,4 mm long=1800 mm (Euxit 220)	0.22	74.1	Rotura por “peeling”	128.0 (12.6%)	3905	1.45
	2 laminados S&P150/2000, 100 x 1,4 mm long=1800 mm (Euxit 220)	0.44		Rotura por “peeling”	L1 163.0 (43.4%) L2 162.9	3992 4122	1.42 1.33
2/C	2 laminados S&P150/2000, 50 x 1,4 mm long=1800 mm (Mbrace Adhesive)	0.22	70.1	Rotura por “peeling”	L1 142.8 (25.6%) L2 118.8	5618 5509	1.87 1,67
	2 laminados S&P150/2000, 50 x 1.4 mm long=1800 mm (Mbrace Adhesive) y S&P C Sheet 240 (Mbrace Saturant)	0.22	70.4	Rotura del anclaje exterior, “peeling” y deslizamiento CFRP	L1 153.1 (34.6%) L2 126.4	5062 5156	2,26 –
2/A	1 laminado S&P150/2000, 100 x 1,4 mm long=1800 mm (Mbrace Adhesive) y S&P C Sheet 240 (Mbrace Saturant)	0.22	71.3	Rotura del anclaje exterior, “peeling”	154.6 (35.9%)	5643	2.23

tante de rotura, y  $\tau_{L,max}$  es la máxima tensión tangencial en el extremo del CFRP. A excepción de la viga 1/A, los ensayos se realizaron en dos etapas. En la primera, hasta carga de servicio ( $P_s$ ) se simuló un estado de tensiones similar al que tendría la

viga en condiciones reales. Tras la aplicación del refuerzo, durante la segunda fase se ensayó la viga hasta rotura ( $P_{u,exp}$ ). Las vigas que posteriormente no presentaron daño fueron reforzadas y ensayadas por segunda vez.



La insuficiente cuantía de refuerzo en los extremos de la viga 1/D produjo el arranque del laminado para una carga similar a la de la viga de control ( $P_{u,exp} = 80.0$  kN). Este hecho condujo a extender el laminado hasta los apoyos en los siguientes ensayos. El comportamiento de las vigas 1/C, 1/B, 1/A, 2/D y 2/C fue muy similar. En estos casos, el desplazamiento vertical entre los labios de las fisuras de cortante aparecidas bajo niveles de carga superiores a la de servicio provocó una concentración de tensiones causante de la rotura del hormigón situado entre el CFRP y la armadura pasiva. Este fallo prematuro por tensiones de “peeling” se inició en el centro del laminado propagándose hacia sus extremos de forma súbita. Para igual cuantía, se observó un mejor comportamiento cuando los laminados se situaron en la vertical de los cercos transversales, al ser más directa la transmisión de la componente vertical del esfuerzo de tracción del FRP hacia las ramas de la armadura de cortante.

El efecto de adherir el laminado sin previa aplicación de la carga (viga 1/A) originó un aumento de la rigidez inicial en la viga, siendo despreciable su influencia a nivel de estado límite último ( $P_{u,exp} = 109.0$  kN,  $\epsilon_{L,max} = 4612$   $\mu\epsilon$ ).

Para retardar el fenómeno del “peeling” diferentes autores (Colotti & Spadea [11], Täljsten [12]) proponen un sistema de anclaje exterior con lámina de fibra de carbono, gracias al cual, tras producirse el desprendimiento del laminado como consecuencia de la concentración de tensiones entorno a las fisuras de cortante, el anclaje exterior sostiene al refuerzo durante su deslizamiento hasta que las fibras de lámina de CFRP alcanzan su resistencia última. En las vigas 2/A y 2/B, se aplicaron bandas de fibra de carbono (C Sheet) como anclaje exterior, obteniéndose en ambas una carga última muy similar (2B, 153.1 kN y 2/A, 154.6 kN), pese a que en una de ellas el anclaje exterior sólo se aplicó en la cara traccionada de la viga. Por este motivo, al menos en este caso, el anclaje en las almas se revela como innecesario. Este hecho sugiere la posibilidad del uso de este anclaje exterior para retardar el fenómeno del “peeling” en elementos tipo losa.

Con el fin de aumentar la ductilidad de los sistemas de refuerzo exterior, los laminados se pueden aplicar en ranuras efectuadas en el hormigón. Para limitar la profundidad de la ranura (sobre unos 15 mm) se utilizan laminados mucho más

pequeños (10 x 1.4 mm) y por lo tanto, con muchas menos capacidad (Figura 3). El hecho de introducir el laminado en la ranura aumenta la adherencia entre el hormigón y el CFRP pudiéndose alcanzar mayores deformaciones antes del desprendimiento del refuerzo. El comportamiento de dos laminados aplicados tal y como se ha descrito fue estudiado en el segundo ensayo de la viga 1/B. A pesar del bajo porcentaje de refuerzo empleado se observó un aumento de la capacidad de carga del 11.82% respecto de la viga de control y una mayor ductilidad en relación al resto de vigas (Figura 3). El desprendimiento del laminado provocado por la concentración de tensiones al abrirse las fisuras de cortante, se produjo tras el deslizamiento del refuerzo, consecuencia de la pérdida de contacto con el adhesivo.

### 2.3. Conclusiones de la campaña experimental

Como se puede observar en las Tablas 1 y 2, en todas las vigas se produjo el desprendimiento prematuro del refuerzo, ya sea por tensiones excesivas en el extremo del laminado (1/D) o por el efecto de las fisuras intermedias de flexión y/o cortante (resto de ensayos). En cualquier caso, la deformación máxima en el laminado fue inferior al 0.45%, en vigas 1, y al 0.55%, en vigas 2. Por lo tanto, se produjo el efecto “peeling” aunque la deformación en el FRP era inferior a los límites aconsejados para evitar este tipo de fallo (0.6-0.8%). Este hecho genera un grado de incertidumbre, ya que los límites aconsejados parecen estar del lado de la inseguridad, al menos en el caso de refuerzo con laminados prefabricados. Como consecuencia, parece necesario establecer unos valores más realistas que se ajusten a los resultados experimentales. En las Tablas 1 y 2 también se recogen valores de la tensión tangencial máxima en el extremo del laminado obtenidas a partir de la diferencia en deformaciones entre dos galgas contiguas.

De los resultados de los ensayos a flexión de esta campaña experimental y de otras recogidas en la base de datos recopilados, se deduce que para la mayoría de los casos el estado de rotura se encuentra asociado con el desprendimiento del laminado de forma anticipada. En los primeros estudios teóricos (Ritchie [4], Triantafillou [13]) sólo se tenían en cuenta los modos de rotura ideales, y en base a ellos, realizando un análisis seccional clásico se obtenía el área de refuerzo necesaria.

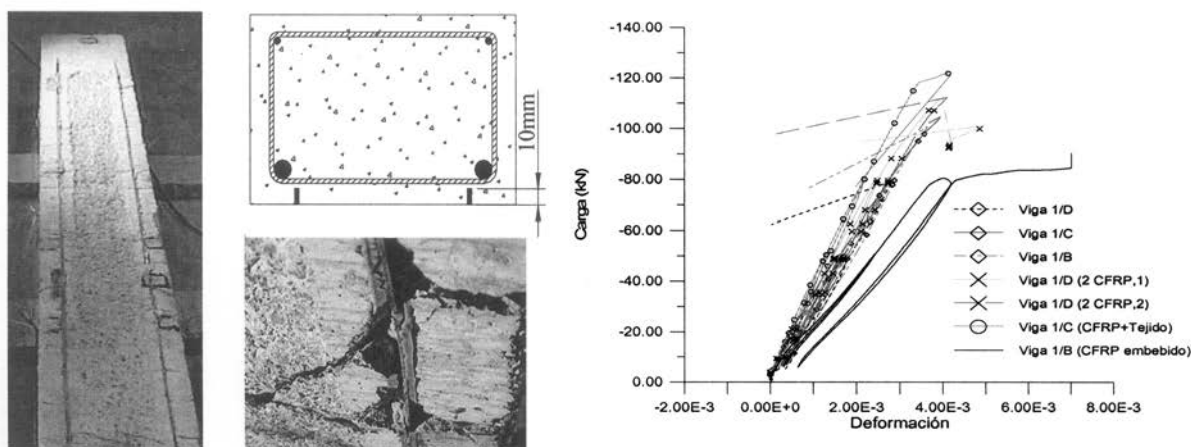


Figura 3. Viga 1/B con dos laminados CFRP (10 x 1.4 mm) embebidos en hormigón. Carga vs deformación máxima en el laminado para las vigas tipo 1.

Estudios posteriores realizados por Malek [14], Täljsten [15] y Smith [16] desarrollaron soluciones analíticas bajo la hipótesis de elasticidad lineal para el problema de tensiones tangenciales y normales en el extremo del laminado. Una adaptación de este estudio se presenta en el apartado siguiente. Debe mencionarse que la experimentación muestra que en elementos de hormigón armado resulta usual la aparición de fisuras de flexión o de cortante en la cara traccionada del elemento que tienden a abrirse con la carga aplicada lo que genera tensiones que provocan la deslaminación. Sobre este fenómeno existe un gran vacío en la literatura. Las fórmulas que se presentan a continuación tratan únicamente el caso de desprendimiento del laminado en la zona anclaje.

### 3. ANÁLISIS ELÁSTICO LINEAL DE LA INTERFASE ENTRE SOPORTE Y REFUERZO EXTERIOR. ZONA DE ANCLAJE

Adoptando las hipótesis de elasticidad lineal y tensiones tangenciales y normales constantes en el espesor del adhesivo se puede desarrollar un modelo de comportamiento de la interfase que sirva como herramienta para elaborar unos criterios adecuados de diseño y de este modo, evitar el desprendimiento del refuerzo por tensiones excesivas en la zona de anclaje.

#### 3.1. Tensiones tangenciales

Las tensiones tangenciales en el adhesivo ( $\tau(x)$ ) se obtienen de la diferencia de desplazamientos en la dirección longitudinal entre la fibra inferior del elemento soporte y la cara superior del laminado.

Planteando las ecuaciones constitutivas del adhesivo, y aplicando equilibrio en un diferencial de longitud del elemento estructural reforzado (Figura 4) se deduce la ecuación que rige el comportamiento de las tensiones tangenciales en la interfase. La diferencia entre las distintas soluciones propuestas por diferentes autores, Malek [4], Täljsten [15], y Smith [16], estriba en la elección de los términos que intervienen en dicha ecuación. La no consideración de la deformación por cortante permite desacoplar los problemas de tensiones tangenciales y normales de interfase. En laminados de poco espesor, para simplificar la ecuación diferencial se puede despreciar la rigidez a flexión del refuerzo.

Empleando la siguiente notación se deduce la ecuación diferencial (1)

- $b_i, t_i$ : ancho y espesor del elemento  $i$ , siendo  $i=C$  elemento soporte,  $i=L$  el refuerzo,  $i=a$ , el adhesivo.
- $I_i$ : momento de inercia del elemento  $i$ .
- $E_i$ : módulo de deformación longitudinal del material  $i$ .
- $G_i$ : módulo de deformación transversal del material  $i$ .
- $V(x)$ : esfuerzo cortante actuante en la sección de coordenada  $x$ .
- $M(x)$ : momento flector actuante en la sección de coordenada  $x$ .
- $y_c$ : diferencia de coordenadas verticales en el elemento soporte entre la fibra inferior y el centro de gravedad

$$\frac{d^2\tau(x)}{dx^2} - \frac{G_a}{t_a} \frac{1}{E_L t_L} \tau(x) + \frac{G_a}{t_a} \frac{y_c}{E_C I_C} V(x) = 0 \quad (1)$$

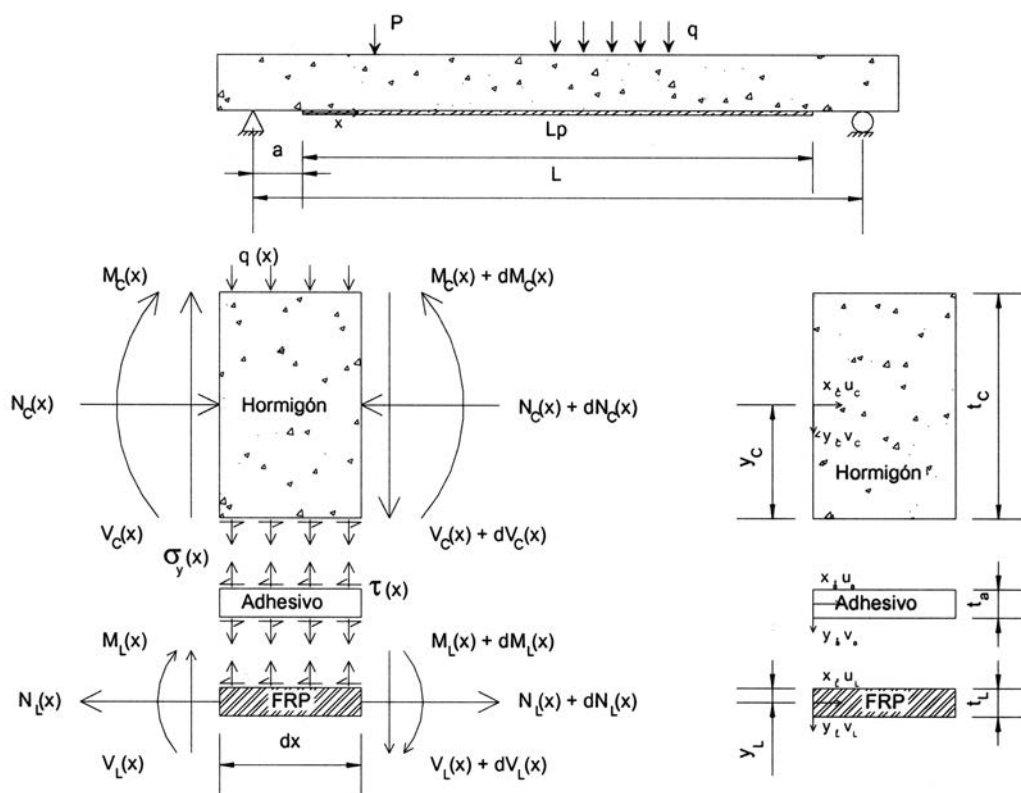


Figura 4. Diferencial del elemento estructural reforzado.

La solución de la ecuación diferencial, con una parte homogénea y otra particular, viene dada por (2)

$$\tau(x) = C_1 \cosh(\lambda x) + C_2 \sinh(\lambda x) + \frac{G_a}{t_a} \frac{y_C}{\lambda^2 E_C I_C} V(x) \quad (2)$$

$$\text{siendo: } \lambda^2 = \frac{G_a}{t_a} \frac{1}{E_L t_L} \quad (3)$$

Aplicando las condiciones de contorno adecuadas se obtienen las constantes de integración. Sustituyendo las mismas en la ecuación (2) se llega a la expresión para las tensiones tangenciales,  $\tau(x)$ , que generalizaría los casos particulares resueltos por Malek [14], [Täljsten [15] y Smith [16].

$$\tau(x) = \frac{G_a}{t_a} \frac{y_C}{\lambda E_C I_C} \left\{ \left[ M(x=0) - \frac{1}{\lambda^2} \frac{dV}{dx} \Big|_{x=0} \right] \cdot e^{-\lambda x} + \frac{1}{\lambda} V(x) \right\} \quad (4)$$

Operando con la ecuación (4) se llega a la siguiente igualdad:

$$\tau(x) = \alpha V(x) + \beta \sigma_L(x=0) e^{-\lambda x} - \gamma e^{-\lambda x} \frac{dV}{dx} \Big|_{x=0} \quad (5)$$

$$\text{con: } \alpha = t_L \frac{y_C}{I}, \beta^2 = \frac{G_a t_L}{t_a E_L}, \gamma^2 = t_L^3 \frac{t_a}{G_a} E_L, \quad (6)$$

$$I = I_C \frac{E_C}{E_L}, \sigma_L(x=0) = \frac{M(x=0) y_C}{I}$$

El valor máximo de las tensiones tangenciales se da para el extremo del laminado. Nótese que en la expresión (5) el primer término,  $\alpha V(x)$ , coincide con el valor de la tensión tangencial de acuerdo con las fórmulas clásicas de la resistencia de materiales (al ser  $\alpha$  el momento estático del laminado dividido por el ancho del laminado y el momento de inercia homogeneizado de la sección,  $\alpha = m_x / b_L I$ ). Para el caso de carga puntual ( $\frac{dV}{dx} = 0$ ), la expresión (5) sugiere entonces que la tensión tangencial máxima ( $x = 0$ ) se puede obtener como la suma de dos componentes. La primera, como ya se ha comentado, coincidiría con la formulación clásica de tensiones tangenciales en función del cortante actuante en esa sección y la segunda componente sería una fracción de la tensión de tracción en el laminado provocada por el momento flector en  $x = 0$ . Este valor coincide con las soluciones de Roberts [17], Ziraba et al. [referenciados en 18] y El-Mihilmy [18].

### 3.2. Tensiones normales a la interfase

Las tensiones normales a la interfase,  $\sigma_y(x)$ , (Figura 4) se obtienen por compatibilidad de deformaciones entre la viga y el refuerzo. Al aplicar un determinado estado de cargas se produce un desplazamiento vertical relativo entre ambos adherentes que genera tensiones normales a la interfase. Planteando equilibrio y haciendo uso de la notación del apartado anterior se deduce la

ecuación diferencial que rige el comportamiento de las tensiones normales a la interfase (7).

$$\frac{d^4 \sigma_y(x)}{dx^4} + \frac{E_a b_L}{t_a} \frac{1}{E_L I_L} \sigma_y(x) = \left[ \frac{y_L}{E_L I_L} - \frac{y_C}{E_C I_C} \right] \frac{E_a b_L}{t_a} \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{E_a}{t_a} \frac{q}{E_C I_C} \quad (7)$$

Suponiendo que en puntos suficientemente alejados de los extremos del laminado el valor de las tensiones normales a la interfase tiende a anularse, se obtiene la solución de la ecuación anterior, en función de dos constantes de integración.

$$\sigma_y(x) = e^{-\mu x} \left[ C_1 \cos(\mu x) + C_2 \sin(\mu x) \right] + y_L \frac{d\tau(x)}{dx} \quad (8)$$

$$\text{con: } \mu = \sqrt[4]{\frac{E_a b_L}{4 t_a} \cdot \frac{1}{E_L I_L}} \quad (9)$$

Aplicando como condiciones de contorno que el momento flector y cortante en la sección extremo del laminado son resistidos íntegramente por el soporte se obtienen las constantes  $C_1$  y  $C_2$ . Finalmente, las tensiones normales a la interfase vienen dadas por la expresión (10).

$$\sigma_y(x) = e^{-\mu x} \left[ 2\mu y_L \tau(x=0) \cos(\mu x) - \frac{E_a}{2\mu^2 t_a} \frac{M(x=0)}{E_C I_C} \sin(\mu x) \right] + y_L \frac{d\tau(x)}{dx} \quad (10)$$

El valor máximo de tensión normal se da para el extremo del laminado, en  $x = 0$ , y es directamente proporcional a la tensión tangencial máxima y su primera derivada.

$$\sigma_y(x=0) = y_L \left( 2\mu \tau(x=0) + \frac{d\tau(x)}{dx} \Big|_{x=0} \right) \quad (11)$$

A modo de ejemplo, en la Figura 5, para la viga 1/B de la campaña experimental del apartado 2.2, se presenta el análisis comparativo de las distribuciones de tensiones tangenciales y normales a la interfase obtenidas con las expresiones (4) y (10) y numéricamente, mediante un análisis elástico-lineal con el programa de elementos finitos DIANA 8. Con los datos de geometría ( $t_L = 1.4$  mm,  $t_a = 3.0$  mm,  $y_C = 100$  mm) y del material ( $E_C = 32773$  MPa,  $E_L = 150$  GPa,  $G_a = 3692$  MPa) se han obtenido las constantes que intervienen en la formulación. Éstas se exponen a continuación para dar un orden de magnitud:  $\lambda = 0.076$ ,  $\alpha = 3.20 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-2}$ ,  $\beta = 0.017$ ,  $\gamma = 10.558 \text{ mm}^2$ ,  $\mu = 0.390$ .

Nótese cómo en el extremo laminado se producen tensiones de despegue que se concentran de forma muy localizada. Para este caso en particular, las tensiones tangenciales descienden de 1.50 MPa a 0.20 MPa en apenas 45 mm. Para las tensiones normales a la interfase esta localización es aún más acusada.

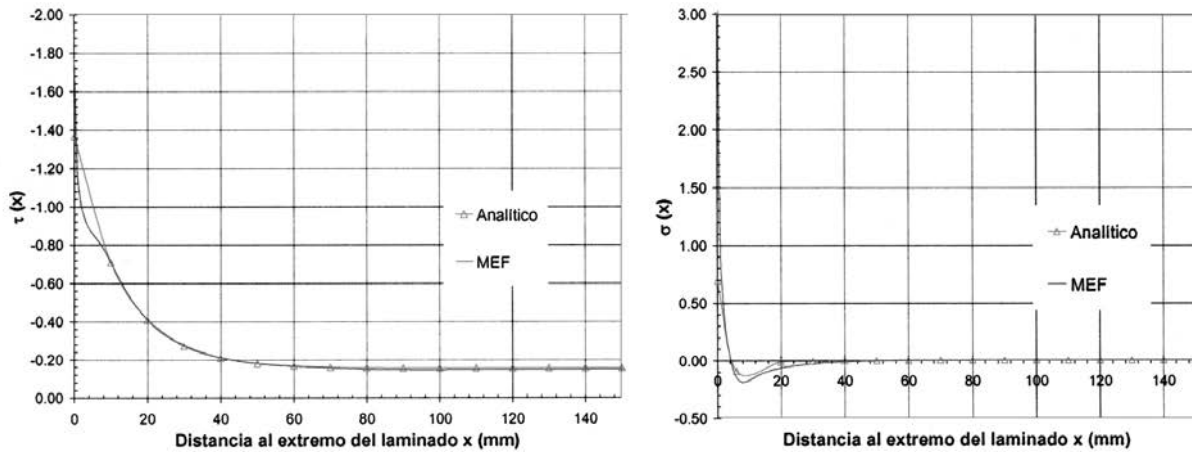


Figura 5. Distribución de tensiones tangenciales y normales a la interfase (MPa) entre hormigón y FRP.

Este hecho dificulta el análisis numérico. Para captar este efecto, es necesario realizar una discretización muy densa en la zona de anclaje del laminado, lo que se traduce en un aumento del coste computacional. Pese a la densificación de la malla, en el extremo del laminado se ha obtenido un pico de tensión normal bastante más elevado que el analítico. Sin embargo, a pocos milímetros de esta sección, ambas distribuciones de tensiones resultan acordes.

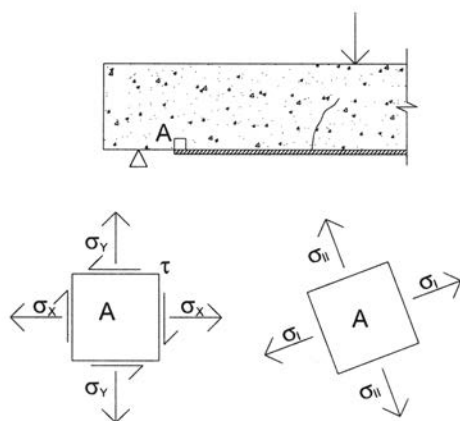
### 3.3. Criterios de rotura

Una vez conocidos los máximos de las tensiones tangenciales y normales de interfase se debería realizar una comparación de estos valores con un criterio de rotura adecuado. Ésta podría tener lugar si se excediese el umbral máximo de tensión tangencial o de tensión de tracción. Sin embargo, parece más realista adoptar un criterio que combine ambas tensiones. En la bibliografía los criterios más frecuentemente empleados son dos. De los tres materiales que intervienen en la interfase, el hormigón es el medio menos resistente bajo tensiones de tracción, por lo que algunos autores (Malek [14], El Mihilmy [18]) proponen aplicar el criterio

de rotura de Kupfer & Gerstle [19] desarrollado para elementos de hormigón. Se calculan las tensiones principales ( $\sigma_I$  y  $\sigma_{II}$ ) a partir de las tensiones ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau$ ) que actúan en un elemento diferencial y se comparan con los valores últimos del criterio de rotura (Figura 6).

Otros autores (Chaallal et al. [20], Brosens [21]) recomiendan la aplicación del criterio de rotura de Mohr-Coulomb (Figura 7). En este caso, el desprendimiento del laminado se produce para los círculos de Mohr tangentes a la recta, que a su vez es tangente a los círculos de tracción y compresión uniaxial.

Con los resultados de ensayos de vigas reforzadas a flexión que fallaron por "end peeling", recogidos en la base de datos, y siguiendo la formulación de los apartados 3.1 y 3.2, se han calculado las tensiones máximas de interfase ( $\tau_{max}$ ,  $\sigma_{y,max}$ ) asociadas a la carga última experimental y a partir de éstas, las tensiones principales ( $\sigma_{I,max}$ ,  $\sigma_{II,max}$ ). Utilizando el criterio de Kupfer & Gerstle para el valor determinado de  $\sigma_{II,max}$  se ha obtenido, de acuerdo con la Figura 6, el valor teórico de la tensión principal mayor de rotura  $\sigma_{Iu}$ . El cociente  $\sigma_{Iu}/\sigma_{I,max}$  indica la aproximación del criterio de Kupfer & Gerstle respecto



#### Tracción-Tracción

$$\sigma_{Iu} = f_{ctm}$$

#### Tracción-Compresión

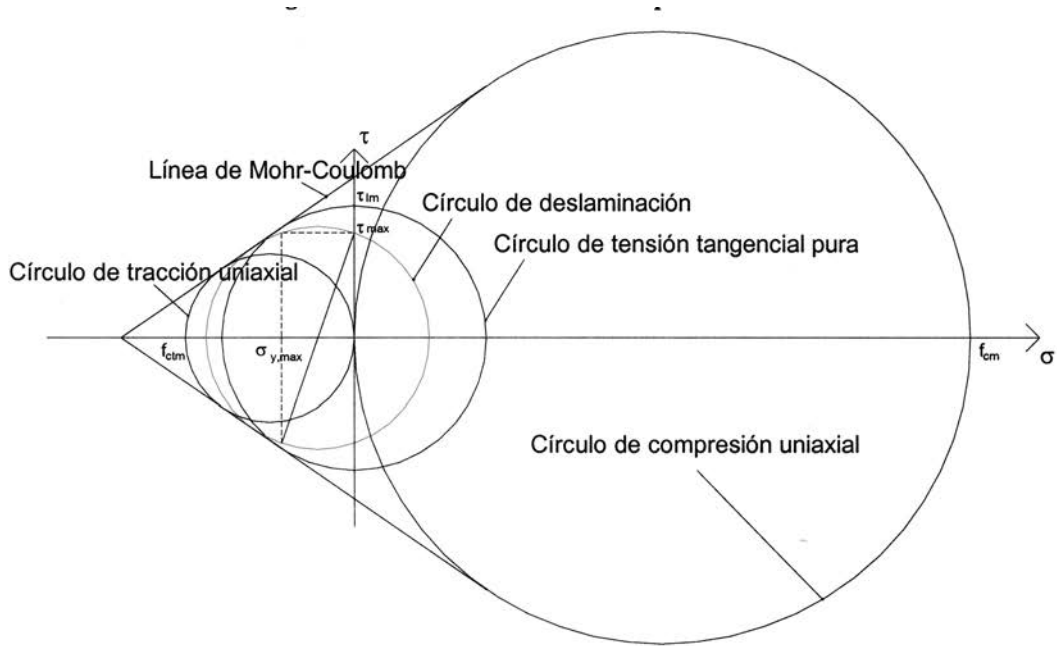
$$\sigma_{Iu} = f_{ctm} \left( 1 + 0.8 \frac{\sigma_{IIu}}{f_{ctm}} \right)$$

$\sigma_{Iu}$ ,  $\sigma_{IIu}$  : tensiones principales en rotura

$f_{cm}$ ,  $f_{ctm}$  : resistencias medias del hormigón

Figura 6. Criterio de rotura de Kupfer & Gerstle.





$$\tau_u^2 = \left( \frac{f_{cm} f_{ctm}}{f_{cm} + f_{ctm}} \right)^2 - \frac{f_{cm} f_{ctm} (f_{cm} - f_{ctm})}{(f_{cm} + f_{ctm})^2} \sigma_{y,u} - \frac{f_{cm} f_{ctm}}{(f_{cm} + f_{ctm})^2} \sigma_{y,u}^2$$

Figura 7. Criterio de rotura de Mohr-Coulomb.

de los datos experimentales. En la Figura 8 se ha representado este cociente para 79 ensayos de la base de datos anteriormente mencionada. Valores inferiores a 1 indican que este criterio es conservador, y que infravalora la capacidad resistente del elemento reforzado. Esto ocurre en 53 de los 79 ensayos analizados. Sin embargo, en los 26 casos restantes el criterio sobrevalora la capacidad resistente sin que los autores puedan dar una explicación convincente sobre este hecho. De forma similar, utilizando el criterio de Mohr-Coulomb a partir de  $\sigma_{y,max}$  se ha obtenido el valor teórico de la tensión tangencial de rotura  $\tau_u$ , de acuerdo con la Figura 7. La relación

$\tau_u/\tau_{max}$  muestra la aproximación de este criterio de rotura a los resultados empíricos. En la Figura 8 se representa este ratio junto al de Kupfer & Gerstle para los mismos ensayos de la base de datos. Si el valor del cociente  $\tau_u/\tau_{max}$  es inferior a la unidad se está infravalorando la capacidad resistente del elemento reforzado. Este hecho se da en 23 de los 79 ensayos analizados. En el resto de ensayos, 56 en total, se sobrevalora la capacidad resistente al ser la relación  $\tau_u/\tau_{max}$  mayor a la unidad. Cabe mencionar que en los 23 ensayos para los que el criterio de Mohr-Coulomb infravalora la capacidad resistente, el ratio  $\sigma_u/\sigma_{l,max}$  es también menor a la unidad.

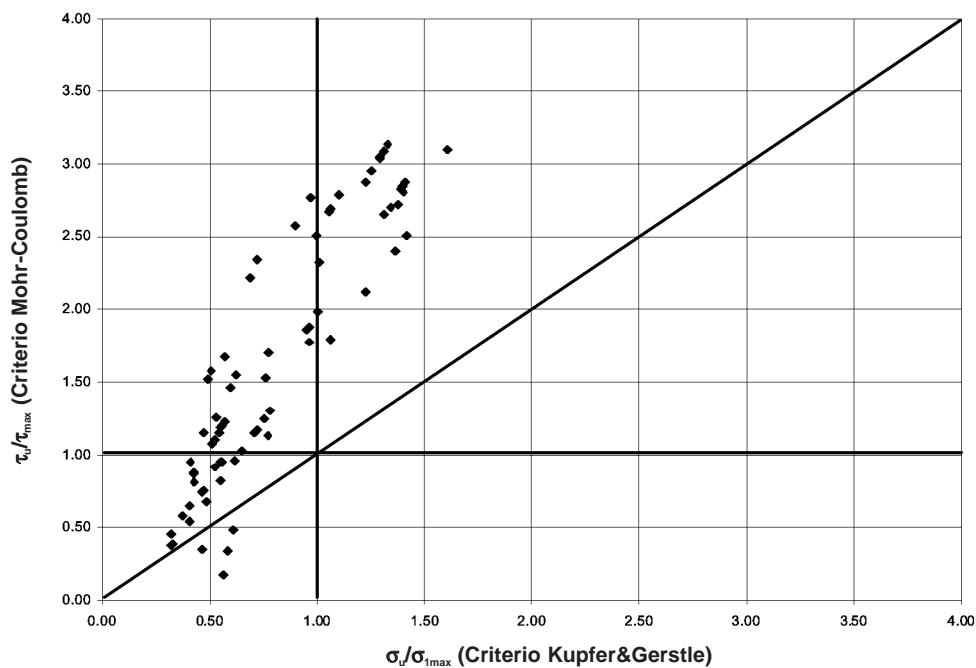


Figura 8. Aplicación de los criterios de rotura para ensayos recogidos en la base de datos.

**Tabla 3. Tensiones tangenciales y normales en el extremo del laminado para las vigas 1 y 2.**

Viga	Modo de rotura	$P_{u,exp}$ (kN)	$\tau_{L,max}$ analítico (MPa)	$\sigma_{y,max}$ analítico (MPa)	$\sigma_{C(z=0)}$ analítico (MPa)	$\sigma_{L,max}$ analítico (MPa)	$\sigma_{u,Kupfer}$ (MPa)	$\tau_{u,Mohr}$ (MPa)	$\tau_{L,max}$ FEM (MPa)
1/D	Falta de anclaje	80.0	3.04	1.66	5.00	6.80	2.75	1.65	2.81
1/D(2)	“Flexural/shear peeling”	111.0	1.81	0.99	2.77	3.90	2.75	2.07	
1/C	“Flexural/shear peeling”	104.0	1.70	0.93	2.60	3.65	2.75	2.11	1.69
1/B	“Flexural/shear peeling”	100.4	1.64	0.89	2.51	3.53	2.75	2.13	1.62
1/A	“Flexural/shear peeling”	109.0	1.78	0.97	2.73	3.83	2.75	2.08	1.77
2/D	“Flexural/shear peeling”	128.0	2.09	1.14	3.20	4.50	2.75	1.99	2.00
2/D(2)	“Flexural/shear peeling”	163.0	2.66	1.45	4.07	5.73	2.75	1.79	
2/C	“Flexural/shear peeling”	142.8	2.33	1.27	3.57	5.02	2.75	1.91	2.23
2/B	Rotura del anclaje exterior, “peeling” y deslizamiento CFRP	153.1	2.50	1.36	3.82	5.38	2.75	1.85	
2/A	Rotura del anclaje exterior “peeling” y deslizamiento CFRP	154.6	2.52	1.38	3.86	5.43	2.75	1.85	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)

Con el fin de clarificar un poco más cuál es el criterio de rotura más adecuado, se ha realizado un análisis con más detalle para las vigas de la campaña experimental realizada en el año 2000 [10]. En la Tabla 3 se muestra un estudio comparativo en el extremo del laminado de las tensiones tangenciales y normales obtenidas analítica y numéricamente mediante análisis lineal con el programa de elementos finitos, DIANA 8. Obsérvese cómo las tensiones tangenciales máximas analíticas (columna 4) y numéricas (columna 10) son muy similares. La existencia de algún problema numérico da valores de tensión normal en la sección extrema del FRP bastante más elevados que los analíticos lo que no los hace comparables. Sin embargo, a pocos milímetros, tal y como se ha mostrado en la Figura 5, la distribución de tensiones obtenida con el método de los elementos finitos coincide prácticamente con la obtenida analíticamente. A partir de la carga última experimental ( $P_{u,exp}$ ) se han obtenido las máximas tensiones de interfase en el extremo del laminado (columnas 4 y 5). Aplicando al criterio de rotura de Kupfer & Gerstle [19] se ha comparado la tensión principal mayor  $\sigma_1$  (columna 7) con la tensión última de tracción  $\sigma_u$  (columna 8). Siguiendo este criterio, parece ser que la totalidad de las vigas deberían haber fallado por tensiones excesivas en el extremo del refuerzo para una carga bastante menor, lo que no coincide con los modos de rotura observados. Sin embargo, aplicando el criterio de Mohr-Coulomb (comparando columnas 4 y 9), únicamente la viga 1/D, y las vigas 2 habrían fallado por “end peeling”, al superar la tensión tangencial en el extremo del CFRP el valor máximo permitido. No obstante, esta rotura debería haberse producido para un valor de carga sustancialmente menor.

### 3.4. Crítica a los métodos elásticos

A la vista de los resultados de la Figura 8 y de la Tabla 3, parece claro que ni el criterio de rotura de Kupfer & Gerstle ni el de Mohr-Coulomb representan oportunamente el fenómeno de rotura observado.

El planteamiento descrito en el apartado 3 se basa en la hipótesis de comportamiento elástico-lineal del elemento reforzado con FRP. Esta hipótesis sólo es válida durante la primera de las tres etapas en que se puede describir el proceso de formación y propagación de la fisura que conduce al desprendimiento del refuerzo. A partir de un cierto instante, al inicio de la segunda etapa, el comportamiento deja de ser lineal debido a la aparición de microfisuras. La transferencia de tensiones entre hormigón y laminado sigue siendo posible hasta que tiene lugar la formación de una macrofisura. Durante la tercera etapa, que comienza al abrirse la macrofisura, ésta se va propagando hacia el otro extremo del laminado. El comportamiento post-pico, una vez finalizada la etapa elástico-lineal, sólo se puede analizar con la mecánica de fractura no lineal.

En el siguiente apartado, esta teoría se aplica al caso particular en que la zona de anclaje se encuentra sometida a un estado de corte puro, donde el esfuerzo de tracción del laminado se transmite al soporte únicamente por tensiones tangenciales de interfase.

## 4. ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA INTERFASE EN ESTADO DE CORTE PURO POR MEDIO DE LA MECÁNICA DE FRACTURA. ZONA DE ANCLAJE

### 4.1. Ecuaciones de gobierno

La teoría de Volkersen [21], basada en una relación lineal de tensión-deformación, es el origen de la ecuación diferencial que describe las tensiones y deformaciones a lo largo de la interfase en estado de corte puro y es extensible a otras relaciones no lineales mediante la teoría de la mecánica de fractura no lineal (NLFM).

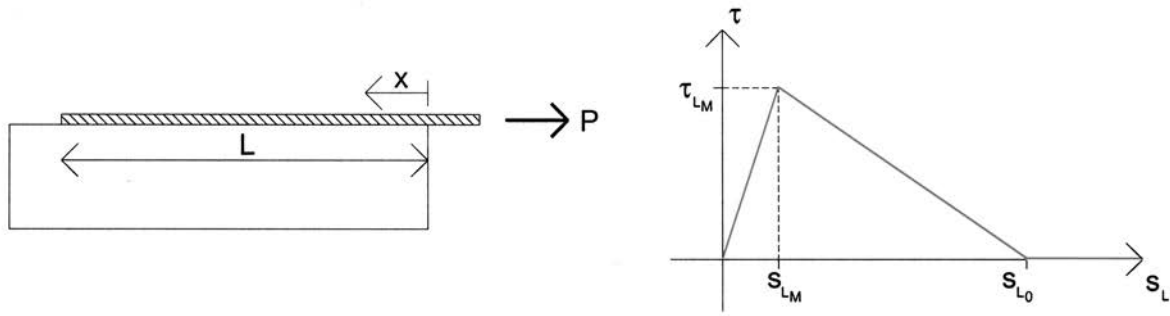


Figura 9. Relación bilineal entre tensiones tangenciales y deslizamiento relativo.

El desprendimiento del laminado se puede analizar a través del proceso de formación y propagación de una fisura de interfase fijando una relación constitutiva mediante una curva bond-slip ( $\tau - \sigma_L$ ). Se emplea como modelo un ensayo de corte simple de una probeta de hormigón a la que se le adhiere un laminado FRP y se le aplica un esfuerzo de tracción sobre uno de sus extremos. Este esfuerzo se transmite al soporte a través de las tensiones tangenciales que se desarrollan en la interfase (Figura 9). Estableciendo una relación bilineal entre tensiones tangenciales ( $\tau$ ) y deslizamiento relativo entre ambos adherentes ( $s_L$ ) (Figura 9), y para longitudes suficientemente largas de refuerzo, se distinguen tres estados.

En primer lugar, el total de la interfase se encuentra sometido a un estado elástico, es decir, se encuentra en la rama ascendente de la relación  $\tau-s_L$ , por lo que en el espécimen todavía no han aparecido fisuras.

En este estado 1, para un deslizamiento relativo dado  $s_{L_A}$  (Figura 10), planteando equilibrio, fijando la relación bond-slip, y tomando como origen de coordenadas el extremo del elemento donde se transmite la carga, se puede obtener la distribución de tensiones tangenciales en la interfase, la distribución de tensiones de tracción en el laminado, así como la fuerza aplicada para ese desplazamiento relativo, o lo que es lo mismo, la fuerza aplicada para un valor de la energía de fractura desarrollada (área bajo la curva  $\tau-s_L$ ).

Zona I:  $0 \leq x \leq L$

$$\tau^I(x) = \tau_{L_A} \frac{\cosh(\Omega_1(L-x))}{\cosh(\Omega_1 L)} \tag{12}$$

$$\sigma_L^I(x) = \frac{\tau_{L_A}}{t_L \Omega_1} \frac{\sinh(\Omega_1(L-x))}{\cosh(\Omega_1 L)} \tag{13}$$

$$P_A = \frac{\tau_{L_A}}{\Omega_1} b_L \tanh(\Omega_1 L) = b_L \sqrt{2G_F^{IA} E_L t_L} \tanh(\Omega_1 L) \tag{14}$$

$$\text{con: } \Omega_1^2 = \frac{1}{E_L t_L} \frac{\tau_{L_M}}{s_{L_M}} \tag{15}$$

Una vez alcanzada la tensión tangencial máxima  $\tau_{L_M}$ , se inicia una fisura y da comienzo la rama descendente de la relación bond-slip ( $\tau-s_L$ ). Se distinguen la región elástica I en que el hormigón se encuentra sin fisurar y las tensiones tangenciales aumentan con el deslizamiento relativo, y la zona II en que han aparecido microfisuras en la interfase, pero todavía es capaz de transmitir esfuerzos (Figura 11).

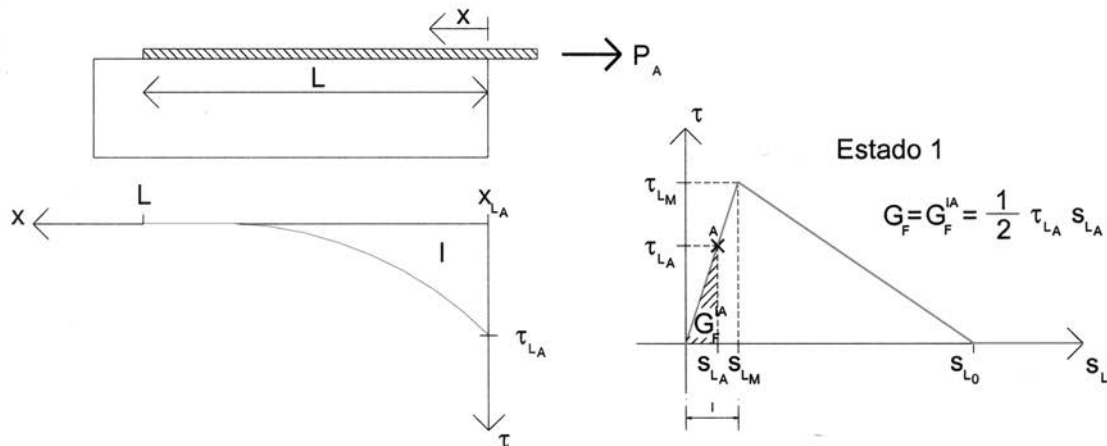


Figura 10. Distribución de tensiones en Estado 1.

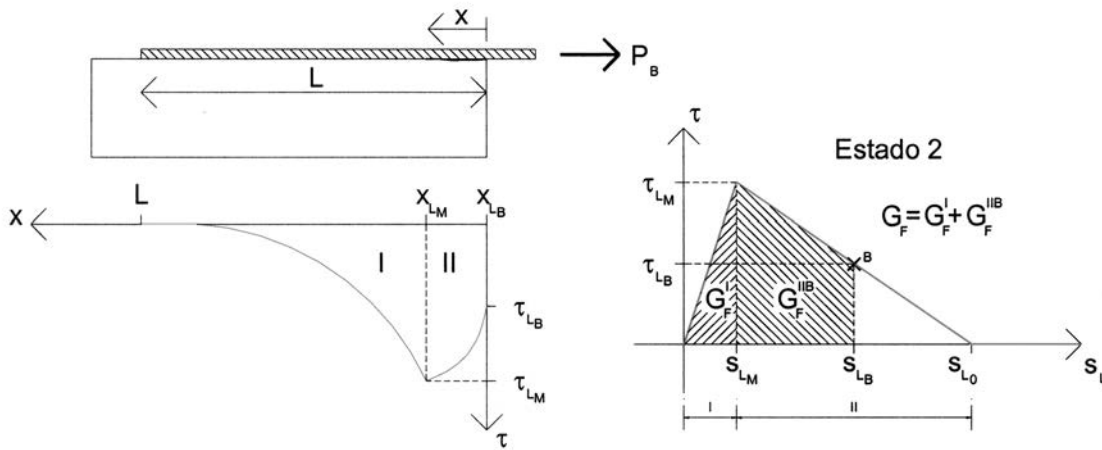


Figura 11. Distribución de tensiones en Estado 2.

Para estos casos, a medida que va aumentando la extensión de la zona II, el valor máximo de tensión tangencial  $\tau_{LM}$  se va trasladando hacia el otro extremo laminado.

La distribución de tensiones dependerá de la ubicación de la sección (zona I o II). La integral de las tensiones tangenciales en la zona adherida permite obtener la fuerza transmitida del FRP al soporte.

Zona I:  $x_{LM} \leq x \leq L$

$$\tau^{II}(x) = \tau_{LM} \frac{\cosh(\Omega_1(L-x))}{\cosh(\Omega_1(L-x_{LM}))} \quad (16)$$

$$\sigma_L^I(x) = \frac{\tau_{LM}}{t_L \Omega_1} \frac{\sinh(\Omega_1(L-x))}{\cosh(\Omega_1(L-x_{LM}))} \quad (17)$$

Zona II:  $0 \leq x \leq x_{LM}$

$$\tau^{II}(x) = \frac{\tau_{LM}}{\sin(\Omega_2 x_{LM})} \left[ \frac{\tau_{LB}}{\tau_{LM}} \sin(\Omega_2(x_{LM}-x)) + \sin(\Omega_2 x) \right] \quad (18)$$

$$\sigma_L^{II}(x) = \frac{\tau_{LM}}{t_L \Omega_2 \sin(\Omega_2 x_{LM})} \left[ -\frac{\tau_{LB}}{\tau_{LM}} \cos(\Omega_2(x_{LM}-x)) + \cos(\Omega_2 x) \right] \quad (19)$$

$$P_B = b_L \left( \sqrt{s G_F^I E_L t_L \tanh(\Omega_1(L-x_{LM}))} \cos(\Omega_2 x_{LM}) + \sqrt{2 G_F^{II} E_L t_L \sin(\Omega_2 x_{LM})} \right) \quad (20)$$

$$\text{con: } \Omega_1^2 = \frac{1}{E_L t_L} \frac{\tau_{LM}}{s_{LM}} \text{ y } \Omega_2^2 = \frac{1}{E_L t_L} \frac{\tau_{LM}}{s_{L_0} - s_{LM}} \quad (21)$$

siendo  $x_{LM}$ , el valor que resuelve la ecuación

$$\frac{\tau_{LB}}{\tau_{LM}} = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \tanh(\Omega_1(L-x_{LM})) \sin(\Omega_2 x_{LM}) - \cos(\Omega_2 x_{LM}) \quad (22)$$

Cuando el deslizamiento en el extremo del laminado alcanza el valor  $s_{l_0}$ , las tensiones tangenciales se anulan (Figura 12). En ese momento, las microfisuras se convierten en una macrofisura (zona III), cuya longitud se indicará como  $x_{l_0}$ . El estado tensional de las tres zonas se puede describir mediante las siguientes ecuaciones (23 a 30).

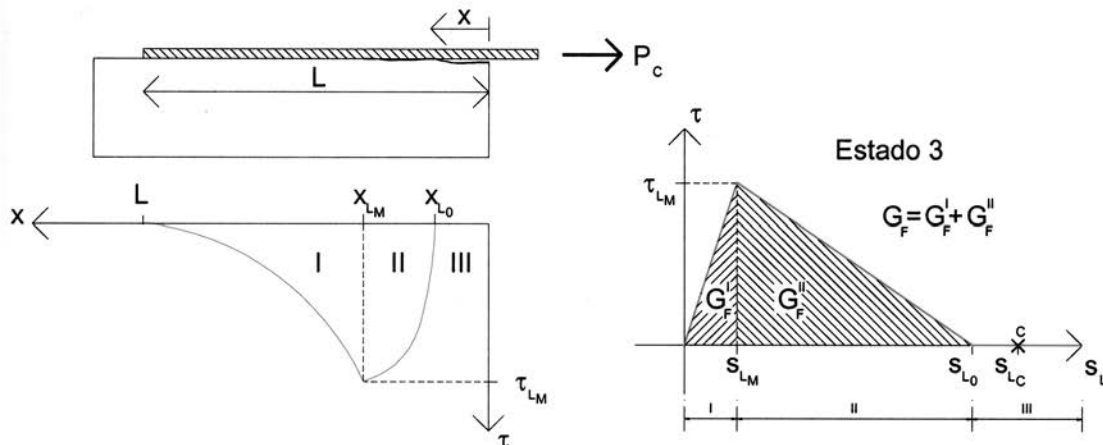


Figura 12. Distribución de tensiones en Estado 3.



Zona I:  $x_{L_M} \leq x \leq L$

$$\tau^I(x) = \tau_{L_M} \frac{\cosh(\Omega_1(L-x))}{\cosh(\Omega_1(L-x_{L_M}))} \quad (23)$$

$$\sigma_L^I(x) = \frac{\tau_{L_M}}{t_L \Omega_1} \frac{\sinh(\Omega_1(L-x))}{\cosh(\Omega_1(L-x_{L_M}))} \quad (24)$$

Zona II:  $x_{L_0} \leq x \leq x_{L_M}$

$$\tau^{II}(x) = \frac{\tau_{L_M}}{\sin(\Omega_2(x_{L_M} - x_{L_0}))} \sin(\Omega_2(x - x_{L_0})) \quad (25)$$

$$\sigma_L^{II}(x) = \frac{\tau_{L_M}}{t_L \Omega_2 \sin(\Omega_2(x_{L_M} - x_{L_0}))} \cos(\Omega_2(x - x_{L_0})) \quad (26)$$

$$P_C = b_L \left( \sqrt{2G_F^I E_L t_L \tanh(\Omega_1(L - x_{L_M}))} \right) \quad (27)$$

$$\cos(\Omega_2(x_{L_M} - x_{L_0})) + \sqrt{2G_F^{II} E_L t_L \sin(\Omega_2(x_{L_M} - x_{L_0}))}$$

$$\text{con: } \Omega_1^2 = \frac{1}{E_L t_L} \frac{\tau_{L_M}}{s_{L_M}} \quad \text{y} \quad \Omega_2^2 = \frac{1}{E_L t_L} \frac{\tau_{L_M}}{s_{L_0} - s_{L_M}} \quad (28)$$

siendo  $x_{L_M}$ , el valor que resuelve la ecuación

$$\frac{\Omega_2}{\Omega_1} \tanh(\Omega_1(L - x_{L_M})) \tan(\Omega_2(x_{L_M} - x_{L_0})) = 1 \quad (29)$$

Zona III:  $x \leq x_{L_0}$

$$\tau^{III}(x) = 0 \quad (30)$$

La expresión (27) se puede evaluar (haciendo uso de la ecuación (29)) para distintos valores de longitud de macrofisura  $x_{L_0}$ . Se observa cómo la fuerza máxima que se puede transmitir entre hormigón y laminado se da para el caso en que  $x_{L_0} = 0$  y depende de la energía de fractura necesaria para separar completamente el refuerzo del soporte ( $G_F$ ). En este caso, la ecuación (31) da el valor de la fuerza máxima en función de  $x_{L_M}$ , (recuérdese que dicho valor se obtiene de la ecuación 29)).

$$P_{\max} = b_L \left( \sqrt{2G_F^{II} E_L t_L} \frac{1}{\sin(\Omega_2 x_{L_M})} \right) \quad (31)$$

Algunos autores (Brosens & Van Gemert [22], Täljsten (referenciado en [23]), Neubauer [24] dan la expresión de carga máxima según (32). Ésta constituye una cota inferior de la expresión (31).

$$P_{\max} = b_L \sqrt{2G_F E_L t_L} \quad (32)$$

El límite teórico de la carga aplicada sobre el laminado establece a su vez una cota superior de la deformación máxima que puede alcanzar el refuerzo.

$$\varepsilon_{L,\max} = \sqrt{\frac{2G_F^{II}}{E_L t_L}} \frac{1}{\sin(\Omega_2 x_{L_M})} \quad (33)$$

Posteriormente, en el apartado 4.3, se presenta un ejemplo de un ensayo de corte simple, para el que se han obtenido las distribuciones de tensiones en los diferentes estados desarrollados en función del valor de la carga aplicada.

## 4.2. Determinación de los parámetros experimentales

Mediante la formulación derivada se puede predecir la carga última, las distribuciones de tensiones tangenciales en la interfase y de tensiones de tracción en el laminado. La aplicación de este modelo, adoptando una relación bilineal entre tensiones tangenciales y deslizamiento (Figura 9), requiere la definición de tres parámetros ( $\tau_{L_M}$ ,  $s_{L_M}$ ,  $s_{L_0}$ ), que son función de las propiedades del hormigón adyacente al refuerzo y del adhesivo empleado.

La tensión tangencial máxima de la relación bond-slip,  $\tau_{L_M}$ , es el valor dado por el círculo de Mohr de corte puro (Figura 7), afectado por unos factores que dependen del grado de preparación de la superficie ( $k_c$ ) y de la relación entre ancho de laminado y soporte ( $k_b$ ) [21].

$$\tau_{L_M} = k_b k_c \left( \frac{1}{f_{cm}} + \frac{1}{f_{cm}} \right)^{-1} \quad (34)$$

El deslizamiento correspondiente a la máxima tensión tangencial,  $s_{L_M}$ , se puede obtener relacionando la tensión tangencial  $\tau_{L_M}$  con los espesores y módulos de deformación transversal de los distintos elementos que conforman la interfase: el hormigón adyacente al laminado (se toma un espesor de referencia  $t_{c,ref}$ ,  $G_c$ ), el adhesivo ( $t_a$ ,  $G_a$ ) y mortero de regularización ( $t_m$ ,  $G_m$ ), si es el caso [21].

$$s_{L_M} = \left[ \frac{t_a}{G_a} + \frac{t_m}{G_m} + \frac{t_{c,ref}}{G_c} \right] \tau_{L_M} \quad (35)$$

Finalmente, el deslizamiento relativo para tensión tangencial nula,  $s_{L_0}$ , se deduce a partir del área encerrada bajo la curva  $\tau$ - $s_L$ . Este área es la energía de fractura  $G_F$ , que se define como la energía por unidad de área necesaria para que tenga lugar el desprendimiento completo del refuerzo. Existen discrepancias en la definición de este parámetro, ya que la mayoría de formulaciones provienen de un ajuste experimental de ensayos de corte puro. La más comúnmente empleada y que ha sido ajustada posteriormente en varias ocasiones es de Holzenkämpfer [21], en función de la resistencia a tracción del hormigón ( $f_{cm}$ ) y de una constante  $C_F$ , optimizada para desviación estándar mínima a partir de ensayos de corte doble.

$$G_F = C_F f_{cm} \quad (36)$$

Con el objetivo de caracterizar este parámetro de forma más exacta se está llevando a cabo una base de datos de ensayos de adherencia de corte simple o doble. A partir de estos ensayos se ha obtenido una relación de valores típicos para cada parámetro:

$$\tau_{L,M} = 1.50 \text{ a } 3.80 \text{ MPa} \tag{37}$$

$$s_{L,M} = 0.01 \text{ a } 0.07 \text{ mm} \tag{38}$$

$$s_{L_0} = 0.60 \text{ a } 1.20 \text{ mm} \tag{39}$$

$$G_F = 0.90 \text{ a } 2.30 \text{ MPa mm} \tag{40}$$

### 4.3. Ejemplo

A modo de ejemplo, se presenta un caso genérico de un ensayo de corte puro con un laminado de longitud 600 mm. Se ha adoptado una relación bond-slip bilineal de parámetros  $\tau_{L,M} = 2.56 \text{ MPa}$ ,  $s_{L,M} = 0.012 \text{ mm}$ ,  $s_{L_0} = 0.972 \text{ mm}$ . En las Figuras 13 y 14, se presenta la distribución de tensiones tangenciales a lo largo del refuerzo, en función de la fuerza aplicada y del deslizamiento relativo en el extremo del laminado ( $s_0$ ) donde se aplica la carga ( $x = 0$ ). Para niveles bajos de sollicitación, las tensiones tangenciales se concentran en la zona cercana al punto de aplicación de la carga. A medida que aumenta el deslizamiento ( $s_0$ ) en  $x = 0$ , las tensiones se desplazan hacia el otro extremo del refuerzo.

Para un cierto valor de deslizamiento  $s_0$ , la fuerza que se transmite entre homigón y laminado se puede obtener integrando la distribución de tensiones tangenciales en toda la longitud del refuerzo. La fuerza máxima (72.2 kN) se da cuando el deslizamiento en el extremo del laminado  $s_0$  alcanza el valor  $s_{L_0}$ , es decir, en el paso de Estado 2 a 3, cuando tiene lugar la formación de una macrofisura. En la Figura 14

se presenta la evolución de las tensiones tangenciales durante el Estado 3, para deslizamientos  $s_0$  superiores a  $s_{L_0}$ . Se puede observar cómo la macrofisura se propaga a lo largo de la longitud del laminado a medida que progresa este estado.

En la Figura 15, para el mismo caso, se muestra la distribución de tensiones de tracción en el laminado, obtenida a partir de la formulación presentada en este apartado. La tensión máxima de tracción, 516 MPa, viene asociada a una deformación máxima en el laminado de  $3440 \mu\epsilon$  (0.34%, bastante inferior al 0.6-0.8% recomendado para evitar este tipo de fallo).

En la Figura 16, se da una relación de la carga aplicada para distintos valores de deslizamiento en el extremo del laminado. Nótese que el valor máximo de carga se da cuando el deslizamiento en la sección  $x = 0$  se corresponde con el valor asociado a tensión tangencial nula ( $s_{L_0} = 0.972 \text{ mm}$ ), es decir, cuando tiene lugar el inicio de la formación de la macrofisura ( $x_{L_0} = 0$ ). A partir de ese instante, al ir aumentando el deslizamiento en el extremo del laminado, el valor de la carga aplicada comienza a disminuir con una pendiente muy poco pronunciada en una extensión que depende de la longitud de laminado. Una vez  $\tau_{L,M}$  alcanza el otro extremo del laminado la fuerza aplicada disminuye de forma más acusada.

### 4.4 Líneas actuales de investigación

Mediante la formulación presentada en esta sección se puede obtener la carga máxima que se puede transmitir entre refuerzo y soporte a través de la interfase. Este valor de carga última también se puede expresar como deformación máxima en el laminado, y depende de los parámetros vistos en el apartado 4.2. Actualmente, se está trabajando en el análisis de una base de datos de ensayos de corte simple y doble para ajustar la definición de estos parámetros. A partir de allí, se pretende

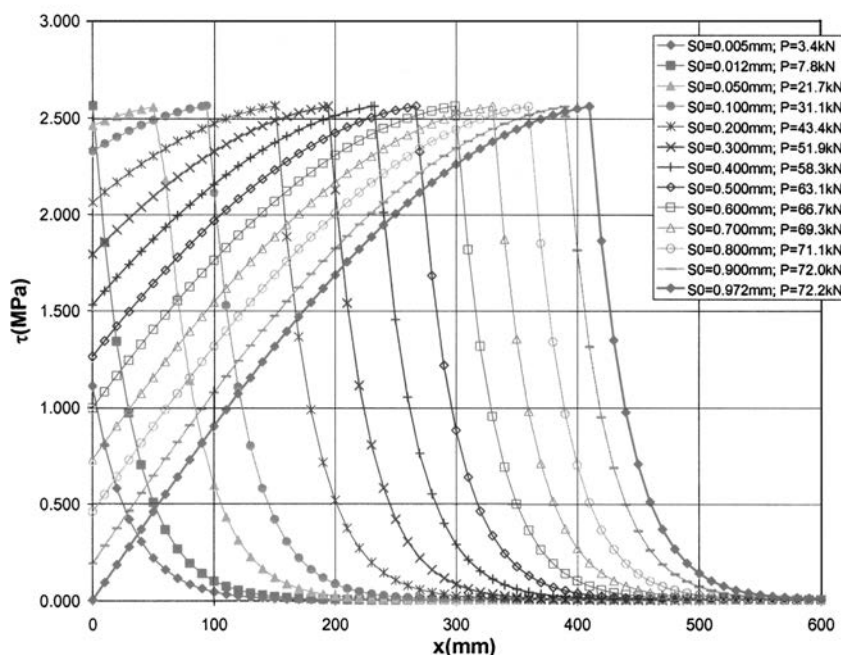


Figura 13. Distribución de tensiones tangenciales en función del deslizamiento relativo en  $x = 0$  ( $s_0$ ). Estados 1 y 2.

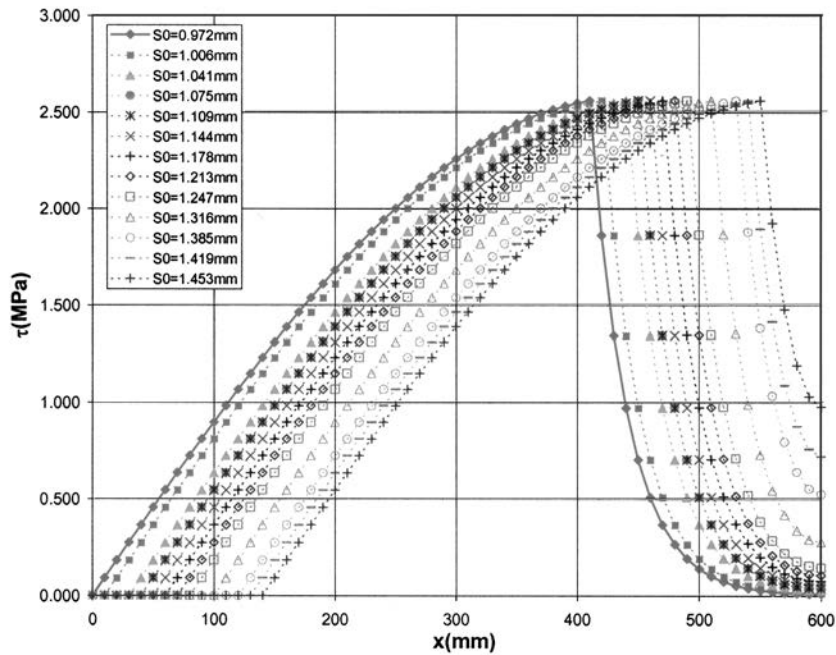


Figura 14. Distribución de tensiones tangenciales en función del deslizamiento relativo en  $x = 0$  ( $s_0$ ). Estado 3.

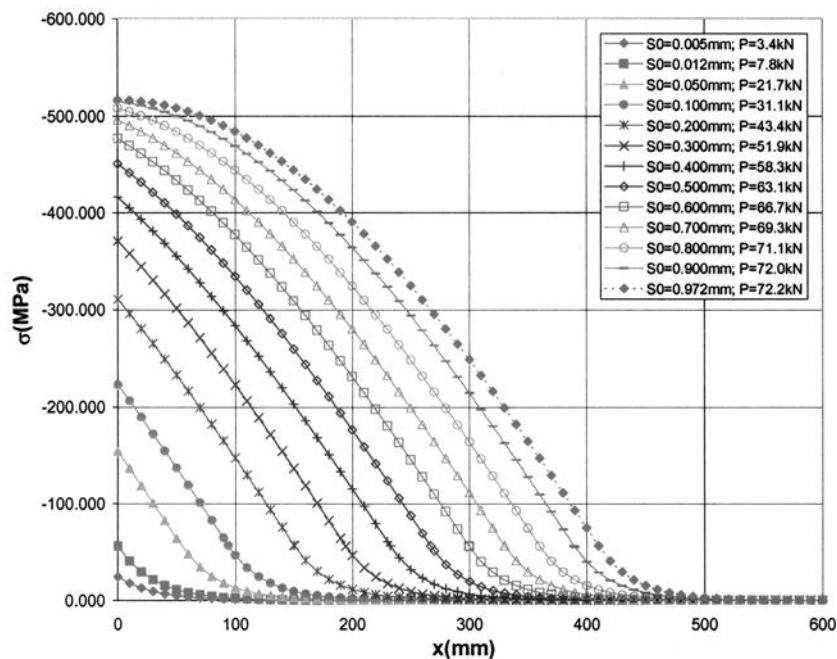


Figura 15. Distribución de tensiones normales en función del deslizamiento relativo en  $x = 0$  ( $s_0$ ).

establecer un orden de magnitud para el valor de deformación máxima en el laminado y contrastarlo con los valores recomendados por la literatura para evitar el fallo por “peeling” (0.6-0.8%). El siguiente paso, es aplicar esta formulación a la zona de anclaje de las vigas de hormigón armado reforzadas con laminados FRP cuyos ensayos a flexión se han recogido en la base de datos mencionada en el apartado 2.

Hasta el momento en los apartados anteriores sólo se ha tratado el problema de tensiones excesivas en el extremo del laminado. Sin embargo, experimentalmente se ha comprobado la existencia de otros modos de rotura prematuros debido

a concentraciones de tensiones entorno a fisuras de flexión y cortante. Para tratar estos modos de rotura, en una primera instancia se pretende extender la formulación de este apartado al caso de un elemento diferencial entre dos fisuras de flexión en una viga de hormigón armado reforzada con laminados FRP.

## 5. CONCLUSIONES

La introducción de los materiales compuestos en el refuerzo estructural no se acaba de afianzar, básicamente, por la

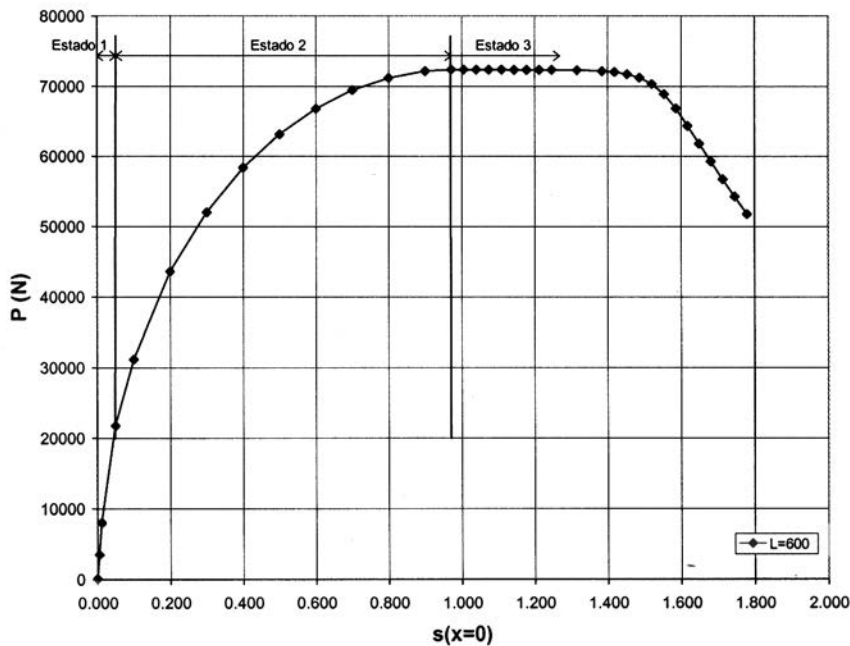


Figura 16. Valor de carga aplicada para distintos valores de deslizamiento en el extremo del laminado.

ausencia de normativa vigente, quizás por la existencia de fenómenos locales que provocan el efecto “peeling”, es decir, que conducen al desprendimiento del laminado antes del agotamiento de la sección más solicitada, sin que se produzca el desarrollo de la totalidad de la resistencia a tracción del material compuesto. Se ha comprobado experimentalmente que las recomendaciones basadas en una limitación de la deformación máxima del laminado pueden quedar claramente de lado de la inseguridad, por lo que resulta necesario profundizar en el estudio de los mecanismos de rotura.

En este artículo se ha visto cómo tratar el efecto del “peeling” en la zona de anclaje del refuerzo. Se pueden obtener las tensiones de interfase en el extremo del FRP mediante un análisis elástico lineal, y, aplicando un criterio de rotura adecuado se puede predecir o contrastar el modo de fallo observado experimentalmente. Sin embargo la hipótesis de elasticidad lineal riñe con la fragilidad del hormigón. Es allí donde entra en juego la mecánica de fractura no lineal, que permite describir el proceso de formación y propagación de la fisura de interfase, y hallar la distribución de tensiones en función de la energía desarrollada para la formación de esta fisura. En el apartado 4 se ha mostrado una aproximación al tema bastante esperanzadora que deberá ser calibrada haciendo uso de una base de datos de ensayos de corte simple y doble que se está recopilando actualmente.

Tal y como se ha comentado en líneas anteriores, el efecto del “peeling” no se puede reducir en el extremo del laminado, sino que en muchos casos el desprendimiento anticipado del refuerzo se debe a la aparición de fisuras de flexión y cortante. En un futuro inmediato se pretende extender la formulación de la mecánica de fractura no lineal para el caso de un diferencial entre dos fisuras en estado de flexión pura, así como, para el caso en que actúan momento flector y cortante.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Fernández Cánovas, M. “Refuerzo de elementos estructurales mediante encolado de bandas de acero con resinas epoxídicas”. Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, Madrid, 1985.
- [2] Meier, U. “Strengthening of Structures using Carbon Fibre Epoxy Composites”. *Construction and Building Materials*, Vol. 9, N. 6, 1995, pp. 341-351.
- [3] Oelhers, D. “Reinforced Concrete Beams with Plates Glued to their soffits”. *Journal of Structural Engineering*, Vol. 118, N. 8, August 1992, pp. 2023-2038.
- [4] Ritchie, P.A.; Thomas, D.A.; Lu, L.; Connelly, G. “External Reinforcement of Concrete Beams Using Fiber Reinforced Plastics”. *ACI Structural Journal*, Vol. 88, N. 4, July-August 1991, pp. 491-500.
- [5] Nanni, A. “Flexural Behavior and Design of RC members using FRP reinforcement”. *Journal of Structural Engineering*, Vol. 19, N. 11, November 1993, pp. 3344-3359.
- [6] Juvandes, L. “Reforço e Reabilitação de estruturas de betão usando materiais compósitos de CFRP”. Thesis. Porto: Universidade do Porto. Faculdade de Engenharia, 1999.
- [7] Róstasy, F.S. “Expert opinion n° 98/0322. Assessment of the suitability of CRP plates from the S&P CRP system for use asive-bonded reinforcement to strength concrete constructional elements”. Braunschweig. S&P Clever Reinforcement, 1998.
- [8] Seim, W.; Karbhari, V.; & Seible, F. “Post-Strengthening of concrete slabs with externally bonded fiber reinforced polymer (FRP) strips”. San Diego: SSRP Report, 1999.



- [9] S&P Clever Reinforcement Company. "Design guide FRP fibre reinforcement polymer for S&P products", 2000.
- [10] Oller, E.; Cobo, D.; Mari, A.R. "Flexural strengthening of Reinforced Concrete Beams with Externally Bonded CFRP Laminates". *Composites in Constructions*. Porto, 2001, pp. 473-478.
- [11] Colotti, V.; Spadea, G.; Swamy, R.M. "Shear and flexural behaviour of RC beams externally reinforced with bonded FRP laminates". *Composites in Constructions*. Porto, 2001, pp. 517-522.
- [12] Täljsten, B. "Strengthening concrete beams for shear using CFRP-materials". *Composites Part B* 31, 2000, pp. 87-96.
- [13] Triantafillou, T. C.; Plevris, N. "Strengthening of RC beams with epoxy-bonded fibre composite materials". *Materials and Structures*, Vol. 25, 1992, pp. 201-211.
- [14] Malek, A.M.; Saadatmantes, H.; Ehsani, M.R. "Prediction of Failure Load of R/C Beams Strengthened with FRP Plate Due to Stress Concentration at the Plate End". *ACI Structural Journal*, Vol. 95, N. 1, January-February 1998, pp. 142-152.
- [15] Täljsten, B. "Strengthening of Beams By Plate Bonding". *Journal of Materials in Civil Engineering*, Vol. 9, N. 4, November 1997, pp. 206-212.
- [16] Smith, S.T.; Teng, J.G. "Interfacial stresses in plated beams". *Engineering Structures*, Vol. 23, 2001, pp. 857-871.
- [17] Roberts, T.M.; Haji-Kazemi, H. "Theoretical study of the behaviour of reinforced concrete beams strengthened by externally bonded steel plates". *Proceedings Institution of Civil Engineers*, Vol. 87, Part. 2, 1989, pp. 39-55.
- [18] El Mihilmy, M., Tedesco, J. "Prediction of Anchorage Failure for Reinforced Concrete Beams Strengthened with Fiber-Reinforced Polymer Plates". *ACI Structural Journal*, Vol. 98, N. 3, May-June 2001, pp. 301-314.
- [19] Kupfer, H.B.; Gerstle, K.H. "Behaviour of Concrete under Biaxial Stresses". *Journal Engineering mechanics division, ASE*, Vol. 99, EM4, August 1973.
- [20] Chaallal, O.; Nollet, M.J.; Perraton, D. "Strengthening of reinforced concrete beams with externally bonded fiber-reinforced-plastics plates: design guidelines for shear and flexure". *Canadian Journal of Civil Engineering*, 1998, Vol. 25, pp. 692-704.
- [21] Brosens, K. "Anchorage of externally bonded steel plates and CFRP laminates for the strengthening of concrete elements". *Thesis Katholieke Universiteit Leuven*, 2001.
- [22] Brosens, K.; Van Gemert, D. "Plate End Shear Design for External CFRP Laminates". *Proceedings of FRAMCOS-3, Fracture Mechanics of Concrete Structures*, 1998, pp. 1793-1804.
- [23] Triantafillou, T.C. "Fracture Mechanics Approaches to Concrete Strengthening Using FRP Materials". *Proceedings of FRAMCOS-3, Fracture Mechanics of Concrete Structures*, 1998, pp. 1761-1770.
- [24] Neubauer, U. "Verbundtragverhalten geklebter Lamellen aus Kohlenstoffaser-Verbundwerkstoff zur Verstärkung von Betonbauteilen". *Tesis, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz IBMB TU Braunschweig*, 2000.

# Estudio numérico del comportamiento de los hormigones reforzados con fibras cortas

## *Numerical study of the behaviour of concrete reinforced with short fibers*

◆  
Sergio Oller

◆  
Alex H. Barbat

◆  
Juan Miquel

Departamento de Resistencia de Materiales, ETSECCPB, Universidad Politécnica de Cataluña

### RESUMEN

En este trabajo se presenta un acercamiento al estudio del comportamiento de los hormigones reforzados con fibras cortas. Se establece una formulación basada en una modificación de la teoría de mezclas clásica para determinar sus parámetros mecánicos a partir de las características de los materiales componentes (hormigón–fibras cortas). También se muestran resultados numéricos obtenidos mediante el método de los elementos finitos y se comentan las posibilidades de un método analítico simplificado para el estudio de su comportamiento.

El desarrollo del trabajo trata sobre el comportamiento del hormigón reforzado con fibras y las características que justifican su utilización. Se estudia el equilibrio interno y mecanismo de transmisión de tensiones entre el hormigón y las fibras cortas y la formulación general del problema e inserción dentro de la técnica de los elementos finitos. Se hace un breve comentario sobre el tratamiento simplificado del comportamiento de los hormigones reforzados con fibras cortas y se presenta un ejemplo de comprobación.

### SUMMARY

*An approach for the short fibers reinforced concrete behavior is presented in this work. A formulation based on a modification of the classical mixing theory to obtain the composite mechanical properties starting from the single compounding characteristics (concrete–short fibers) is developed. Numerical results obtained by means of the finite ele-*

*ment method are also shown and the possibilities of using a simplified analytical method in the study of the short fibers reinforced concrete are commented.*

*The development of the work studies the behavior of the concrete reinforced with short fibers and the characteristics that justify its use. It studies the internal balance and the stress transmission mechanism between the concrete and the short fibers as well as the general formulation of the problem and its insertion within the frame of the finite element technique. A brief comment is made on the simplified treatment of the behavior of the concrete reinforced with short fibers and a validation example is presented.*

### 1. CLASIFICACIÓN DE LOS MATERIALES COMPUESTOS

Es muy difícil definir un material compuesto dada sus cualidades, composición, propiedades, forma de fabricación, etc. Por esta razón hay distintas maneras de clasificar los materiales compuestos y con seguridad cada una de ellas acertaría en la forma de hacerlo. En este caso, y para ser coherente con el posterior desarrollo del trabajo, se presenta la siguiente clasificación:

#### 1.1. Clasificación según su topología

Entre las posibles clasificaciones, está aquella que se basa en su configuración topológica, es decir en como son y como

se distribuyen los componentes: materiales de matriz compuesta (hormigón), materiales de matriz compuesta con fibras cortas y/o largas (hormigón reforzado con fibras), materiales laminados y también una combinación de cada uno de estos tipos enunciados.

### 1.2. Clasificación según sus componentes

Los materiales compuestos pueden también clasificarse según el tipo y forma en que están constituidos. Entre los grupos más importantes están los materiales:

- **Fibrosos:** Compuestos por fibras continuas cortas o largas, en una dos o tres direcciones, o bien distribuidas en forma aleatoria aglutinados por una matriz. A su vez esta matriz puede estar formada por dos o más materiales (caso de hormigones reforzados con fibras).
- **Particulados:** Formados por partículas que puntualmente trabajan aglutinadas por una matriz.
- **Laminares:** Compuestos por capas o constituyentes laminares con características de resistencia en magnitud y dirección diferentes.

Los más utilizados son los fibrosos, en los cuales las fibras asumen el papel de resistir las acciones mecánicas y la matriz sirve como aglutinante y protector del medio ambiente. La resistencia mecánica de las fibras es del orden de 25 a 50 veces mayor que la matriz. En el caso del hormigón a tracción esta relación es del orden de 100 veces. La matriz (hormigón) tiene como objetivo garantizar la distribución y transmisión de las cargas a las fibras.

### 1.3. Hipótesis para realizar un estudio numérico

En este trabajo se presentará un estudio estructural desde el punto de vista macroscópico, considerando las siguientes hipótesis:

- Las fibras se distribuyen uniformemente en la matriz,
- Existe perfecta adherencia entre la matriz y el refuerzo, pudiéndose considerar el deslizamiento relativo entre ambos mediante la incorporación de la teoría de la plasticidad en la interface de la matriz-fibra,
- La matriz no contiene vacíos ni defectos,
- No existen tensiones residuales en el material compuesto provenientes de posibles defectos en la fabricación. Sin embargo, es posible incluirlos como condiciones iniciales.

Una extensa descripción sobre los tipos de materiales compuestos y de componentes, formas de fabricación y aplicaciones industriales, puede consultarse en Miravete (2000) (1) y Car (2000) (2).

## 2. INTRODUCCIÓN LOS COMPUESTOS REFORZADOS CON FIBRAS

La utilización de nuevos materiales compuestos en el diseño de las estructuras se ha visto incrementada notablemente

en los últimos años. Esta tendencia se debe a la posibilidad de diseñar el material con ciertas propiedades especiales que mejoren las cualidades de comportamiento de las estructuras.

Las mayores dificultades que se encuentran en la utilización de estos nuevos materiales radican en la falta de tecnología apropiada para garantizar su correcto funcionamiento. Esta situación ocurre en los materiales con fibras largas de matrices de hormigón o epoxy. Hay también una cierta incertidumbre en cuanto a la durabilidad de los refuerzos cortos y largos y sobre todo, actualmente hay un problema serio en conseguir una evaluación estructural fiable, pues son materiales cuya no linealidad se manifiesta desde que comienzan los micro-movimientos entre fibra y matriz, situación que ocurre a cargas bajas.

Particularmente, se define el hormigón con fibras como aquel material compuesto por cemento, árido y agua, más la adición de fibras cortas discontinuas y/o fibras largas continuas.

La distribución de estas fibras en el hormigón es aleatoria, pero se busca una homogeneidad que confiera una cierta isotropía al conjunto. Para conseguir esto se debe realizar una mezcla evitando tanto la segregación de los áridos como la concentración, preservando una dada orientación dominante en las fibras.

Las fibras para hormigones pueden ser de acero, de vidrio, de asbesto, cerámicas o de algún material plástico. Las fibras confieren al hormigón propiedades muy diversas, pero las cualidades mecánicas más importantes que aporta al comportamiento del material compuesto son:

- Las fibras cortas dan al material compuesto mayor ductilidad, aunque no aumenta considerablemente la resistencia del conjunto,
- Las fibras largas dan al material compuesto mayor resistencia, con menor aumento de la ductilidad que los compuestos de fibras cortas.

De estas dos ideas surge que el hormigón con fibras cortas y largas se transforma en un buen material estructural, transformándose en un material de cualidades destacables frente a otros materiales tradicionales.

Entre las fibras más utilizadas en la actualidad en hormigones puede citarse:

**a. Fibras de Vidrio:** Resultan de un filtrado del vidrio a través de una malla metálica. El diámetro de las fibras depende de esta malla, de la temperatura del vidrio y de la velocidad de estiramiento. La colocación en el hormigón puede realizarse luego de constituir un tejido uni, bi o tridimensional. Su primera incorporación en el mundo de los materiales compuestos data del 1950, cuando se intentó sustituir el acero mediante tendones de fibra de vidrio, puesto que su resistencia es del orden de los 2000 MPa y el módulo de elasticidad de 70 GPa. El mayor problema en la utilización de las fibras de vidrio surgió a nivel tecnológico por las dificultades de anclaje que estas tienen (Páez, 1979) (3).

**b. Fibras Plásticas:** Se caracteriza por su bajo peso específico y bajo coste. Sus características mecánicas son más modesta que las del grupo anterior, pues su resistencia alcanza escasamente los 500 MPa con un módulo de elasticidad de 10 GPa. Este tipo de fibras admite endurecimientos y aumento de resistencia por plasticidad en frío, mediante retorcido y/o estirado. Entre sus cualidades está su inalterabilidad frente a agentes agresivos junto a su bajo coste y peso. También puede tratarse como ventaja su trabajabilidad durante la fabricación del hormigón.

**c. Fibras Cerámicas:** Un grupo de materiales que ha comenzado a ser muy atractivo en la conformación de compuestos, son los denominados cerámicos de altas prestaciones o también cerámicas nuevas o nuevas cerámicas. Estos materiales se componen principalmente de Óxidos de Aluminio, Zirconio, Silicio, Berilio, Titanio, Magnesio, etc.; de Nitruros de Silicio, Boro, Aluminio, etc.; y de Carburos de Silicio (fibra de carbono) y Boro. Estos nuevos materiales tienen una gran potencialidad para ser utilizados en distintas formas, solos o formando parte de un compuesto.

**d. Fibras Metálicas:** Es un tipo de fibras cortas muy utilizado en el hormigón. Su resistencia es del orden de 2 a 3 GPa y su módulo elástico de 210 GPa. Uno de los problemas más serios es su falta de adherencia con el hormigón, situación que se pone de manifiesto en ensayos a tracción y flexión. Esta situación, que en menor medida ocurre en otras fibras, hace que su capacidad de participación en el material compuesto está limitado a su posibilidad de transferir esfuerzos, más que a su resistencia nominal.

### 3. REPRESENTACIÓN MECÁNICA DEL COMPORTAMIENTO DE UN COMPUESTO REFORZADO CON FIBRAS CORTAS

#### 3.1. Introducción

En este apartado se presenta un modelo basado en la mecánica de medios continuos, que permite representar el comportamiento tenso-deformacional de un punto de un material compuesto. La formulación se orienta en este caso particular al estudio de compuestos de matriz reforzada con fibras cortas. Toda esta formulación mecánica se incorpora dentro de un procedimiento numérico de análisis por elementos finitos para problemas no-lineales, que no se describe en este trabajo pero su formulación se encuentra con detalle en la literatura clásica (ver O. Zienkiewicz, R. Taylor) (4).

Existen diversas teorías que permiten simular el comportamiento constitutivo de los materiales compuestos en un punto (ver una síntesis de ellos en Car (2000) (5), Zalamea (2000) (6), una de ellas es la Teoría de Mezclas (Trusdell y Toupin, 1960) (7), que se considera adecuada para la simulación del comportamiento de materiales compuestos en régimen lineal y con ciertas modificaciones permite representar el comportamiento no lineal del material. Por otro lado, esta teoría, en su forma clásica, establece que los materiales componentes, que coexisten en un punto del sólido deben tener la misma deformación (componentes participando en paralelo). Esta hipóte-

sis plantea una fuerte limitación en la utilización de esta teoría para la predicción del comportamiento de los materiales compuestos. Para solucionar este problema, se debe reformular la teoría clásica a partir de una ecuación de compatibilidad que se adapte al comportamiento del compuesto (componentes participando en serie-paralelo).

La teoría de mezclas clásica fue estudiada inicialmente por Trusdell y Toupin (1960) (7) en el año 1960 y a su vez estos estudios establecieron las bases de otros trabajos posteriores (Green y Naghdi, 1965) (8), Ortiz y Popov (1982) (9, 10), Oller *et al.* (1996) (11), Oller y Oñate (1996) (12). La teoría que aquí se presenta es más general que la clásica y representa el comportamiento constitutivo de un material compuesto por varias fases –“*n-fases*”– altamente anisótropas y sin la limitación exigida por la clásica ecuación de compatibilidad de la teoría original, permitiendo que la relación de comportamiento entre las sustancias componentes pueda ser en serie o en paralelo.

La teoría de mezclas podría entenderse como un “gestor de los modelos constitutivos” de cada componente del compuesto, permitiendo considerar la interacción entre las distintas leyes de comportamiento de las diversas fases de un compuesto. Esta técnica de combinación de comportamientos, o de sustancias en este caso particular, permite que cada una de ellas conserve su ley constitutiva original, isotrópica o anisotrópica, lineal o no-lineal, y a la vez condicione el comportamiento global del conjunto o compuesto.

Como ya se ha mencionado, la forma clásica de la teoría de mezclas es sólo adecuada para simular el comportamiento mecánico de ciertos materiales compuestos, cuyos componentes responden en paralelo (con igual deformación y sin movimientos relativos entre ellos). Materiales que responden a este perfil son aquellos constituidos de matrices con refuerzo de fibras largas alineadas con la acción de la carga. Para otra orientación de la carga u otros tipos de materiales compuestos, como las fibras es necesario realizar modificaciones en la teoría clásica.

#### 3.2. Teoría de mezclas clásica

La teoría de mezclas clásica de sustancias básicas se basa en la mecánica del sólido continuo local y se considera adecuada para explicar el comportamiento de un punto de un sólido compuesto. Se basa en el principio de interacción de entre las sustancias que componen el material compuesto, suponiendo las siguientes hipótesis básicas:

- i. En un compuesto participan un conjunto de sustancias componentes;
- ii. Cada componente contribuye en el comportamiento del compuesto en la misma proporción que su participación volumétrica;
- iii. Todos los componentes poseen la misma deformación –ecuación de cierre o compatibilidad–;
- iv. El volumen ocupado por cada componente es mucho menor que el volumen total del compuesto.



La segunda de las hipótesis implica una distribución homogénea de todas las sustancias en cada punto del compuesto. La interacción entre las diferentes sustancias componentes, cada una con su respectiva ley constitutiva, determina el comportamiento del material compuesto y depende básicamente del porcentaje en volumen ocupado por cada componente y de su distribución en el compuesto. Esto permite combinar materiales con comportamientos diferenciados (elástico, elasto-plástico, etc.), donde cada uno de ellos presenta un comportamiento evolutivo gobernado por su propia ley.

La tercera hipótesis establece que en ausencia de difusión atómica<sup>1</sup> se cumple la siguiente condición de compatibilidad bajo la hipótesis de pequeñas deformaciones para cada una de las fases del material compuesto:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \dots \varepsilon_n \quad [1]$$

donde  $\varepsilon$  y  $\varepsilon_n$  representan respectivamente las deformaciones del material compuesto y de la  $n$ -ésima componente de dicho material compuesto.

El coeficiente de participación volumétrica  $k_c$  permite considerar la contribución de cada fase dentro del compuesto y se obtiene considerando la participación volumétrica de cada una de los materiales componentes respecto del volumen total

$$k_c = \frac{dV_c}{dV_0} \Rightarrow \sum_{c=1}^n k_c = 1 \quad [2]$$

donde  $V_c$  representa el volumen del componente  $c$ -ésimo del material y  $V_0$  es el volumen total del material compuesto.

La ecuación constitutiva deriva de un planteamiento termodinámico consistente y tiene la siguiente forma:

$$= \mathbf{C} : \varepsilon^e = \sum_{c=1}^n k_c \sigma_c = \sum_{c=1}^n k_c \mathbf{C}_c : \varepsilon_c^e \quad [3]$$

siendo  $\sigma$  la tensión en el material compuesto,  $\sigma_c$  la tensión en cada componente (fibra/matriz),  $\mathbf{C}$  el tensor constitutivo del compuesto,  $\mathbf{C}_c$  el tensor constitutivo de cada material componente y  $\varepsilon_c^e = \varepsilon - \varepsilon_c^p - \varepsilon_c^t$  la deformación elástica de cada material componente. En esta última,  $\varepsilon_c^e$ ,  $\varepsilon_c^p$  y  $\varepsilon_c^t$  representan las cuotas de deformación elástica, plástica y de origen térmico.

De las ecuaciones anteriores surge que el tensor constitutivo del compuesto adquiere la forma

$$\mathbf{C} = \sum_{c=1}^n k_c \mathbf{C}_c \quad [4]$$

La teoría de mezclas clásica, la cual parte de la hipótesis de que el campo de deformaciones es el mismo para todos los componentes del compuesto, es rigurosamente válida sólo si se aplica a materiales cuyos componentes trabajan en parale-

lo. Estos materiales se caracterizan porque su estado tensional resulta ser la suma de las tensiones de cada componente, ponderadas de forma proporcional al volumen que ocupa cada fase respecto del total —ejemplo: matriz con fibras largas, hormigón armado, etc.—. En el caso de matrices con refuerzo de corta longitud no resulta válida la hipótesis de igualdad entre las deformaciones de todos los componentes. Para solucionar este inconveniente existen dos alternativas: definir otra ecuación de cierre (Ecuación [1]), que permita simular adecuadamente los fenómenos que se producen en el material, o realizar una corrección en las propiedades de cada componente y mantener la hipótesis de igualdad deformaciones en cada uno de los componentes del compuesto, expresión que se utilizará en este trabajo y se explicará más adelante.

### 3.3. Teoría de mezclas para refuerzo de poca longitud —Fibra corta—

La formulación de la teoría de mezclas clásica está orientada a un material de matriz reforzada con fibras largas, y a medida que la relación de aspecto<sup>2</sup> de la fibra disminuye, la condición de compatibilidad fibra-matriz deja de cumplirse. Así, al acortarse la longitud de la fibra el efecto de deslizamiento se hace más significativo y disminuye la capacidad de transmisión de esfuerzos entre fibra y matriz y la “eficacia” de la contribución de las fibras en la rigidez del material compuesto disminuye.

La Figura 1 muestra la deformación de la matriz circundante a una fibra discontinua embebida en la misma y sometida a una carga de tracción paralela a la fibra.

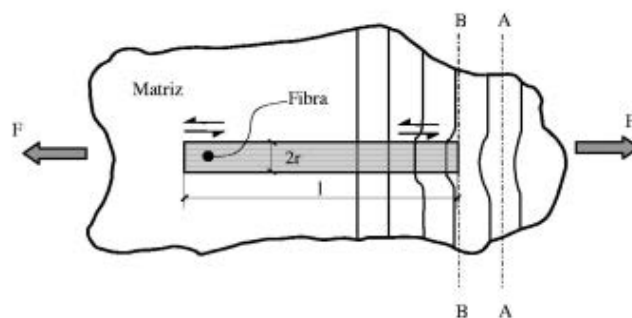


Figura 1. Deformación alrededor de una fibra discontinua embebida en una matriz sometida a tracción.

En un material compuesto con refuerzo de fibras largas se tiene el mismo estado de deformaciones para la matriz y las fibras. Por otro lado, la tensión a lo largo del refuerzo no varía salvo en la zona de los extremos, donde se verifica que la deformación de la misma es menor respecto a la de la matriz. En el caso de refuerzos de corta longitud embebidos en una matriz este fenómeno juega un papel fundamental en la determinación de las propiedades mecánicas del compuesto.

<sup>1</sup> Nota: Los fenómenos de difusión atómica se producen a temperaturas cercanas al punto de fusión. En los análisis se considera una temperatura inferior a la correspondiente al punto de fusión.

<sup>2</sup> Nota: Se define como relación de aspecto al cociente  $l/2r$ , donde  $l$  y  $r$  son la longitud y el radio de una fibra corta respectivamente.

Este fenómeno puede explicarse teniendo en cuenta la Figura 1. En la misma, en la sección AA la deformación del conjunto se debe sólo a la deformación de la matriz. En la sección BB, justo en el extremo de la fibra, evidencias experimentales muestran que la transferencia de esfuerzos de la matriz hacia la fibra es gradual, con esfuerzo nulo en el extremo de la fibra y con un aumento gradual de la tensión a lo largo de la fibra hasta el punto en el cual las deformaciones de matriz y fibra son iguales. De acuerdo con esto, la zona central de una fibra presenta el máximo valor de tensión axial. Se define como *longitud de transferencia*  $l_c$  a la longitud de refuerzo necesaria para garantizar la compatibilidad fibra-matriz y la transferencia de los esfuerzos desde la matriz hacia la fibra. Cualquier refuerzo cuya longitud sea inferior a esta magnitud, no participa plenamente en los mecanismos de transferencia de esfuerzo (Jayatilaka, 1969) (13).

En la Figura 2 se muestra la distribución de esfuerzos en una fibra de refuerzo. La tensión tangencial es máxima en los extremos de las fibras y resulta casi nulo en la zona central. En la misma figura se observa que en los extremos de las fibras la tensión axial cae a cero, resultando un esfuerzo medio en la fibra de longitud  $l$  menor que en una fibra continua sometida a las mismas cargas externas. La "eficacia" del refuerzo disminuye en la medida en que lo hace la longitud de la fibra debido a que no toda la fibra puede trabajar a la máxima tensión. Por lo tanto, en los materiales compuestos reforzados con fibras cortas es necesario que la longitud  $l$  de la fibra sea superior a la longitud crítica de transferencia  $l_c$  con el objetivo de que las mismas sean aprovechadas a su máxima capacidad.

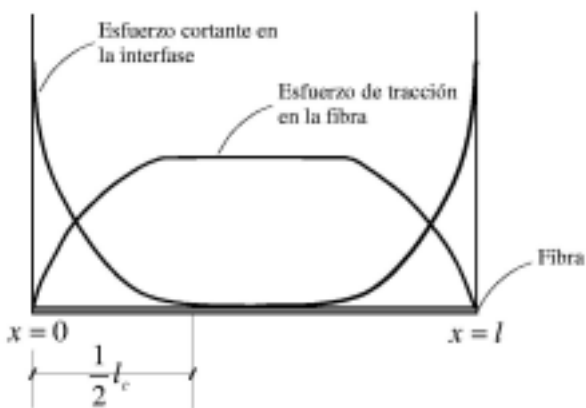


Figura 2. Distribución de esfuerzos axiales en la fibra y cortantes en la interfaz fibra-matriz.

Debido a estos fenómenos locales, los materiales compuestos reforzados con fibras cortas no cumplen exactamente con la condición de compatibilidad expresada en la Ecuación [1], debido a las diferentes deformaciones que se presentan entre la matriz y las fibras. Por ello, a los fines de representar el comportamiento constitutivo de estos materiales, es necesario el planteamiento de otra ecuación de cierre de deformaciones (Oller *et al.*, 1995) (14) o, como se ha mencionado anteriormente, mantener la clásica teoría de mezclas, manteniendo la hipótesis de igualdad de deformaciones en todos los componentes y realizar una corrección en las propiedades de cada componente (Car *et al.*, 1997) (15).

**Distribución de tensión axial en la fibra**

A los fines de determinar una expresión analítica de la distribución de tensiones en una fibra es necesario considerar el equilibrio en la zona de transferencia de tensiones (ver Figura 3). El equilibrio de la fibra en la dirección longitudinal  $x$  está dado por la siguiente ecuación:

$$\sigma_f \pi r^2 + 2 \tau \pi r dx = (\sigma_f + d\sigma_f) \pi r^2 \Rightarrow \frac{\partial \sigma_f}{\partial x} = \frac{2 \tau}{r} \quad [5]$$

o, en términos de fuerzas,

$$\frac{\partial P_f}{\partial x} = 2 \tau \pi r \quad [6]$$

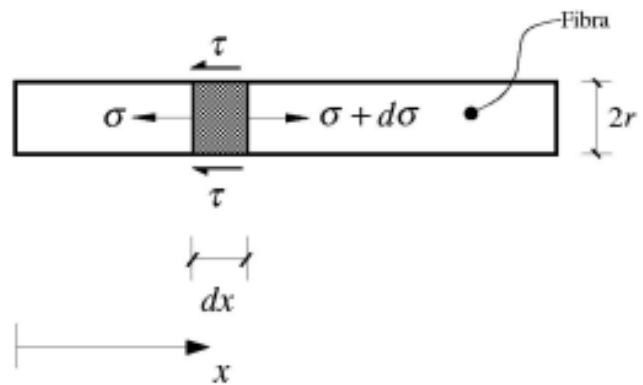


Figura 3. Esfuerzos en los extremos de fibras.

donde  $\sigma_f$  es la tensión en la fibra en la dirección  $x$ ,  $d\sigma_f$  es el incremento de la tensión en la fibra en  $x + dx$  y  $\tau$  es la tensión tangencial en la interface fibra-matriz. La tensión tangencial  $\tau$  se produce debido a las deformaciones diferenciadas entre fibra y matriz y por lo tanto depende de la diferencia entre los campos de desplazamientos de fibra y matriz. El equilibrio entre matriz y fibra corta puede describirse mediante la siguiente ecuación diferencial sobre el eje longitudinal de la fibra resulta (Jayatilaka, 1979) (13).

$$\frac{\partial^2 P_f}{\partial x^2} = H \left[ \frac{P_f}{C_f A_f} - E_m \right] \quad [7]$$

donde  $P_f$  es la fuerza máxima de interacción entre el refuerzo y la matriz,  $H$  una constante que depende de la distribución topológica de las fibras,  $C_f$  el módulo de Young del refuerzo,  $A_f$  la sección transversal media del refuerzo y  $E_m$  es la deformación longitudinal en la matriz. La solución de la ecuación diferencial (7) permite obtener la siguiente fuerza en la fibra,

$$P_f = c_1 \sinh(\beta x) + c_2 \cosh(\beta x) + C_f A_f E_m \quad [8]$$

siendo  $c_1$  y  $c_2$  las constantes que resultan de las condiciones de contorno  $P_f = 0$  en  $x = 0$  y  $x = l$ ;  $\beta$  es un coeficiente que tiene

en cuenta parámetros mecánicos y geométricos y está dado por la siguiente expresión:

$$\beta = \sqrt{\frac{H}{C_f A_f}} = \sqrt{\frac{G_c}{C_f A_f} \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{r'}{r}\right)}} \quad [9]$$

en la cual  $G_c$  es el módulo elástico transversal del compuesto y  $r'$  la distancia media entre las fibras de refuerzo (ver Figura 4).

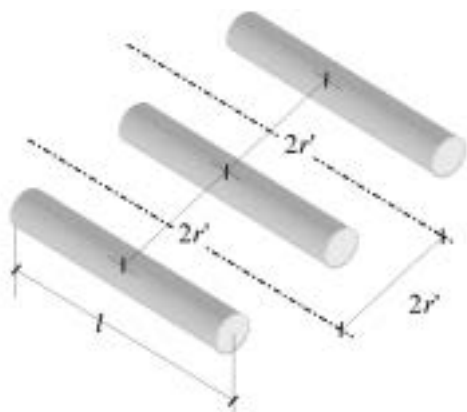


Figura 4. Relación de aspecto que se considera en el refuerzo.

Una vez obtenidas las constantes de integración, la ecuación de la tensión resulta:

$$\sigma_f(x) = C_f E_m \left[ 1 - \frac{\cosh\left(\beta\left(\frac{l}{2} - x\right)\right)}{\cosh\left(\beta\frac{l}{2}\right)} \right] \quad \forall 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \quad [10]$$

Esta ecuación establece la distribución de tensiones axiales a lo largo de la fibra. Esta distribución se muestra esquemáticamente en la Figura 2. En la zona central del refuerzo no existe un valor de tensión constante, pero si el refuerzo es lo suficientemente largo se puede admitir la hipótesis de que  $\sigma_f \cong C_f E_m$ . El valor de tensión máximo se produce en  $x = l/2$  y está dado por

$$(\sigma_f)_{max} = \sigma_f(x = \frac{l}{2}) = C_f E_m \left[ 1 - \frac{1}{\cosh\left(\beta\frac{l}{2}\right)} \right] \quad [11]$$

#### Distribución de tensión tangencial en la interfaz

La distribución de tensión tangencial en la interfaz se obtiene haciendo el equilibrio en la fibra entre tensiones axiales y adherencia con la matriz. Para ello, teniendo en cuenta la ecuación [5] y la ecuación [10], resulta:

$$\tau_f(x) = \frac{C_f E_r \beta}{2} \frac{\sinh\left(\beta\left(\frac{l}{2} - x\right)\right)}{\cosh\left(\beta\frac{l}{2}\right)} \quad [12]$$

Esta última ecuación establece la función de distribución de tensiones tangenciales en la interfaz fibra-matriz. Esta distribución se muestra esquemáticamente en la Figura 2. El valor de la tensión cortante es nulo en la zona central de la fibra y coincide con el máximo de la tensión axial. En esta zona no existen deformaciones diferenciadas entre fibra y matriz lo cual explica el valor nulo de las tensiones tangenciales. La máxima tensión tangencial se verifica en el extremo de la fibra y está dada por

$$(\tau_f)_{max} = \tau_f(x = \frac{l}{2}) = \frac{C_f E_m r \beta}{2} \tanh\left(\frac{\beta l}{2}\right) \quad [13]$$

#### Módulo de elasticidad y tensión media para las fibras cortas

Una forma de incorporar la contribución del refuerzo en fibras cortas en la teoría de mezclas es a través de la tensión media a lo largo de la fibra –parámetros homogeneizados–, esto es:

$$\bar{\sigma}_f = \frac{1}{l} \int_0^l \sigma_f(x) dx = C_f \left[ 1 - \frac{\tanh\left(\beta\frac{l}{2}\right)}{\left(\beta\frac{l}{2}\right)} \right] E_m = \tilde{C}_f E_m \quad [14]$$

siendo  $\tilde{C}_f$  el módulo de Young medio del refuerzo o módulo homogeneizado. La ecuación [14] muestra que el módulo de Young de un refuerzo de fibras es función de la longitud de las mismas y de otros parámetros geométricos. En el caso de fibras largas el módulo elástico promedio tiende al valor nominal del módulo de Young del refuerzo, en tanto en este caso se ve fuertemente afectado por la capacidad para transferir las tensiones que tiene la interfaz matriz-refuerzo.

La definición de un módulo de Young promedio del refuerzo, de magnitud inferior al real, explica que la participación de este aporta unas características mecánicas al compuesto que no sólo dependen de las propiedades intrínsecas del mismo, sino también de las propiedades del conjunto matriz-refuerzo. En esta situación las propiedades de la interface entre los componentes son determinantes en la forma de participación de los mismos. Esto significa que las propiedades mecánicas de un punto del sólido no sólo dependen de sí mismas, sino del conjunto matriz-refuerzo.

#### Modelo constitutivo para fibras cortas

La matriz de un material compuesto reforzado con fibras de corta longitud suele estar sometido a tensiones superiores a aquellas constituidas con fibras largas. En general, las propiedades mecánicas del material compuesto con fibras cortas son inferiores que los compuestos con refuerzo continuo<sup>3</sup>.

El concepto de homogeneización que se describe en la sección anterior puede extenderse a “3-D” mediante la simplifi-

<sup>3</sup> Nota: Se entiende por refuerzo continuo a aquel que presenta una longitud mayor a la necesaria para transmitir los esfuerzos desde la matriz hacia el refuerzo.

cación de admitir una reducción isotropa del cambio de propiedades, resultando el siguiente tensor constitutivo aproximado para la fibra corta:

$$\tilde{\mathbf{C}}_f = \mathbf{C}_f \left[ 1 - \frac{\tanh\left(\beta \frac{l}{2}\right)}{\left(\beta \frac{l}{2}\right)} \right] \quad [15]$$

donde el tensor constitutivo del refuerzo en la configuraciones referencial  $\mathbf{C}_f$  es ortótropo. De esta manera la formulación que se presenta permite tener en cuenta la pérdida de efectividad del refuerzo en la respuesta debido a su escasa longitud que impide una total transferencia de los esfuerzos desde la matriz.

Considerando el tensor constitutivo de la fibra corta, definido en la ecuación [15], se obtiene la ley constitutiva de la fibra, afectada de sus condiciones de contorno

$$\sigma = \underbrace{\left[ 1 - \frac{\tanh\left(\beta \frac{l}{2}\right)}{\beta \frac{l}{2}} \right]}_{\xi} \cdot \mathbf{C}_f : \varepsilon^e = \tilde{\mathbf{C}}_f : \varepsilon^e \quad [16]$$

El factor  $\xi$  representa la corrección de las propiedades mecánicas del material debido a la presencia de un refuerzo de corta longitud dentro del material compuesto.

### 3.4. Ecuación del compuesto - Propiedades de conjunto del material compuesto

En el caso de materiales compuestos reforzados con fibras cortas se debe modificar la ecuación de compatibilidad [1] o hacer una corrección en las propiedades de cada componente manteniendo la ecuación de cierre de la teoría de mezclas clásica (Car *et al.*, 1998) (16). Este último método conduce a una formulación más simple que es la que se mostrará a continuación.

La eficacia de la participación del refuerzo de fibras cortas es menor que la del de fibras largas, por lo tanto se deduce que las propiedades mecánicas de los materiales compuestos reforzados con fibras cortas no son mejores que aquellos reforzados con fibras largas. La expresión del tensor constitutivo del material compuesto dado en la ecuación [4] en pequeñas deformaciones se generaliza en la siguiente forma para el caso de refuerzos de cortas longitud.

$$\mathbf{C} = \underbrace{\sum_{c_m=1}^{n_m} k_{c_m} \mathbf{C}_{c_m}}_{\text{Componentes de la matriz}} + \underbrace{\sum_{c_r=1}^{n_r} k_{c_r} \xi_{c_r} \mathbf{C}_{c_r}}_{\text{Componentes del refuerzo}} \quad [17]$$

En las definiciones anteriores  $n_m$  es el número de materiales componentes que constituyen la matriz del compuesto y  $n_r$  es el número de materiales componentes que constituyen la fase del refuerzo. En el caso de refuerzos continuos el factor  $\xi_{c_r}$  tiende a la unidad y hace que la expresión para fibras cortas coincida con la de fibras largas.

La ecuación de la tensión en el material compuesto queda definida como

$$\sigma = \underbrace{\sum_{c_m=1}^{n_m} k_{c_m} \mathbf{C}_{c_m} : \varepsilon_{c_m}^e}_{\text{Componentes de la matriz}} + \underbrace{\sum_{c_r=1}^{n_r} k_{c_r} \xi_{c_r} \mathbf{C}_{c_r} : \varepsilon_{c_r}^e}_{\text{Componentes del refuerzo}} \quad [18]$$

### 3.5. Deslizamiento fibra-matriz

Entre las causas del comportamiento no-lineal de los materiales compuestos reforzados con fibras largas y más aun aquellos con fibras cortas, está el fenómeno de formación de grietas en la matriz, acompañada del deslizamiento o movimiento relativo entre fibra y matriz. Este fenómeno se conoce en la literatura en inglés como *debonding* y se caracteriza por el agrietamiento de la matriz y el deslizamiento relativo entre fibra y matriz. Esta pérdida de adherencia se manifiesta como una pérdida de rigidez del material compuesto e induce a movimientos que pueden representarse en forma de deformaciones inelásticas, o no-recuperables, entre la fibra y la matriz. El fenómeno antes mencionado se designará en este trabajo con las siglas "DFM" (Deslizamiento Fibra-Matriz).

El proceso de apertura de fisuras en la matriz ocurre a niveles de tensiones que resultan significativamente menores que el nivel tensional necesario para producir la rotura de las fibras. La rotura de la matriz ocurre a valores bajos de tensión y está usualmente alineado con la dirección de las tensiones principales, produciendo una disminución en la rigidez e induciendo deformaciones inelásticas y ciclos de histéresis (Beyerley *et al.*, 1992) (17), (Preyce y Smith, 1992) (18).

Los materiales compuestos sometidos a estados tensionales en los cuales se ha producido el fenómeno "DFM" no cumplen con la condición cinemática impuesta por la teoría de mezclas de sustancias básicas. Este fenómeno tiene como consecuencia directa la limitación de la matriz, para transferir esfuerzos a la fibra. Esto es, la fibra no es capaz de aumentar su estado tensional por causas atribuibles a la adherencia limitada que existe en la zona de interface fibra-matriz.

La incorporación de este fenómeno en el modelo constitutivo mencionado en los apartados previos se basa en la idea de que el proceso de transferencia de cargas de matriz a fibra varía en el momento en que la matriz sufre deformaciones plásticas. El movimiento relativo entre fibra y matriz puede representarse en mecánica de medios continuos a través de una deformación inelástica irrecuperable en la fibra. La determinación del inicio de este fenómeno se realiza mediante una condición umbral máxima de resistencia que compara la tensión efectiva en un punto con la resistencia de la fibra. Dada la forma en que participa la fibra dentro del compuesto y el mecanismo de transmisión de tensiones entre fibra y matriz, la determinación de su máxima resistencia o resistencia real y su capacidad de colaboración depende de su propia resistencia nominal ( $f_{fib}^{\sigma}$ ), o resistencia de la fibra en condiciones aisladas, de la resistencia nominal de la matriz ( $f_{mat}^{\sigma}$ ) y de la resistencia nominal de la interface fibra-matriz ( $f_{fib-mat}^{\tau}$ ), o capacidad de transferencia de tensiones desde la matriz a la fibra. Desde otro punto de vista, se puede decir que la fibra



participa dentro del compuesto en función de su propia resistencia y de la capacidad de transferencia de esfuerzo de la interfaz fibra-matriz, por lo tanto su resistencia está influenciada por el medio que la contiene y podría decirse que su tratamiento constitutivo implica una formulación no-local. Se define entonces la resistencia de una fibra contenida en una matriz como:

$$(f^\sigma)_{fib} = \min \left\{ (f^\sigma)_{fib}^N, (f^\sigma)_{mat}^N, \left[ \frac{(f^\tau)_{fib-mat}^N \cdot 2\pi r_f}{A_f} \right] \right\} \quad [19]$$

en la que  $r_f$  representa el radio de la fibra y  $A_f$  es el área de la sección transversal de la fibra. A partir de la ecuación [19] se deducen los siguientes casos límites:

- Si la matriz es más resistente que la fibra y la adherencia fibra-matriz es perfecta, la capacidad de participación de la fibra queda limitada por su propia resistencia nominal  $(f^\sigma)_{fib} \equiv (f^\sigma)_{fib}^N$ .
- Si se produce un fallo en la matriz por microfisuras, etc., en tanto la fibra se mantiene en régimen lineal, la resistencia de la fibra queda limitada por la resistencia de la matriz, pues se rompe el “mecanismo” de transferencia de tensión entre fibra y matriz y no se podría transferir más tensión que la permitida por el medio que contiene la fibra  $(f^\sigma)_{fib} \equiv (f^\sigma)_{mat}^N$ .
- Si el fallo se produce en la interface fibra-matriz, la resistencia de la fibra queda limitada por la de la interfaz

$$(f^\sigma)_{fib} \equiv \frac{2 \cdot (f^\tau)_{fib-mat}^N \cdot 2\pi r_f}{A_f} = \frac{2 \cdot (f^\tau)_{fib-mat}^N}{r_f}$$

En la mayoría de los materiales compuestos se verifica que el agrietamiento por tensiones tangenciales en la interfaz se produce antes que la rotura de las fibras y se observa una separación masiva entre fibra y matriz y por lo tanto la resistencia de la fibra queda limitada por la capacidad de la interfaz de transmitir esfuerzos. La aparición de fenómenos plásticos en la matriz de un material compuesto sometido a un estado de cargas monótono creciente impide la transferencia de los esfuerzos desde la matriz hacia las fibras dando lugar a

la aparición de deformaciones irreversibles por deslizamiento de la fase de refuerzo respecto de la matriz. A partir de este momento la transferencia de cargas de fibras a matriz no es nula debido a la presencia de fenómenos de fricción entre ambas fases del material compuesto. Por lo tanto, las fibras aumentan su estado tensional según un módulo elástico diferente del inicial.

#### 4. EJEMPLO DE APLICACIÓN

A continuación se obtiene una respuesta numérica de una viga de hormigón reforzado con fibras cortas de acero –DRAMIX–, mediante el método de los elementos finitos, utilizando dentro de éste el modelo mecánico para materiales compuestos con fibras cortas presentado en apartados previos. Se realiza una comparación de estos resultados numéricos con aquellos obtenidos experimentalmente en laboratorio por otros investigadores (19).

##### 4.1. Detalles del ensayo y la viga

El material compuesto utilizado en el ensayo de laboratorio es un hormigón de alta resistencia con humo de sílice reforzado con fibras cortas de acero en diferentes fracciones de volumen (0.0%, 0.5% y 1.0%).

Los materiales componentes del hormigón fueron cemento I 55-A (ASTM tipo III, CEN clase I 52.5), arena silícea (0-5 mm), arcilla (5-12 mm) y humo de sílice (ELKEM grado 920D). También se añadió súper plastificante GRACE Darcem 195 en la proporción de 25.4 litros/m<sup>3</sup> de hormigón (súper plastificante seco/cemento = 1.5% en peso). Los valores medio de la resistencia a compresión,  $f_c = 86.4 \text{ MPa}$  ( $\pm 2.76\%$ ) y  $f_c = 88.3 \text{ MPa}$  ( $\pm 2.82\%$ ) y  $f_c = 92.47 \text{ MPa}$  ( $\pm 5.39\%$ ) para el 0.0%, 0.5% y 1.0% en volumen de fibra, respectivamente. Las fibras cortas fueron de acero tipo DRAMIX ZC30, con un límite elástico de 1150 MPa, 30 mm de longitud y 0.5 mm de diámetro.

Los ensayos se realizaron aplicando una carga de 1MN en un Instron 8505, bajo control de desplazamiento en el punto de aplicación de la carga Figura 5.

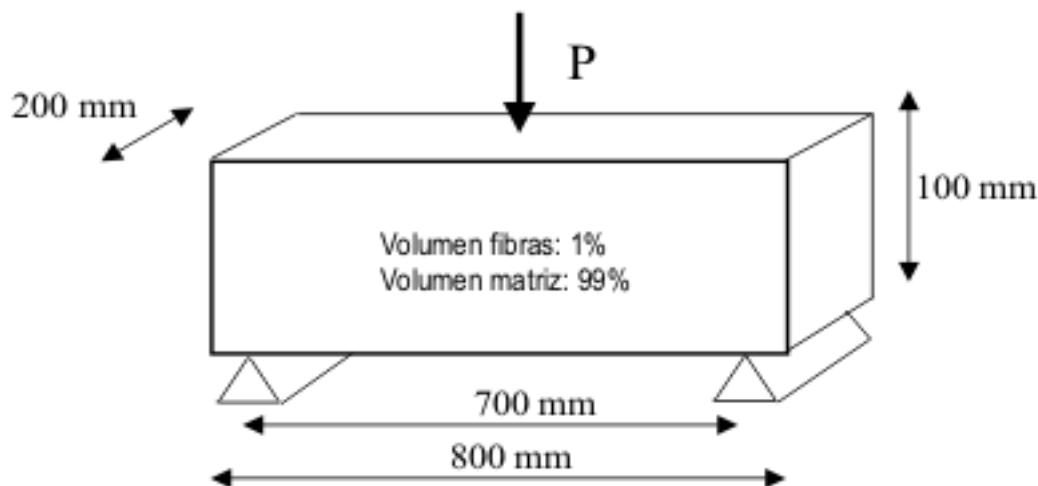


Figura 5. Características geométricas de la viga del ensayo.

Tabla 2. Características mecánicas de los materiales componentes a utilizar en la simulación numérica

Propiedad	Matriz	Fibras (real)	Fibras (modificado)
Módulo de Young	50000 MPa	210000 MPa	190000 Mpa
Coficiente de Poisson	0,17	0,25	0,25
Resistencia umbral a tracción	8,27 Mpa	1150 Mpa	277 Mpa
Resistencia umbral a compresión	82,7 Mpa	1150 Mpa	277 Mpa
Módulo de endurecimiento	Ablandamiento	0	0
Material simulado	Mohr-Coulomb, $\phi=30^\circ$	von-Mises	von.Mises
Energía de fractura	25 KN/m	$3 \times 10^6$ KN/m	$7.2 \times 10^5$
Energía de aplastamiento	2500 KN/m	$3 \times 10^6$ KN/m	$7.2 \times 10^5$

El problema ha sido resuelto por elementos finitos con 80 elementos de tensión plana con 4 nodos y dos grados de libertad por nodo, bajo la hipótesis de tensión cuasi-estática. A este modelo numérico se le ha incorporado el modelo constitutivo mencionado en apartados previos, considerando los siguientes tres casos:

- a- Hormigón 100%,
- b- Hormigón 99% + Fibras cortas metálicas 0.5% orientadas a  $0^\circ$  + Fibras cortas metálicas 0.5% orientadas a  $90^\circ$ ,
- c- Hormigón 99% + Fibras cortas metálicas 0.3% orientadas a  $0^\circ$  + Fibras cortas metálicas 0.7% orientadas a  $90^\circ$ ,

En las figuras que a continuación se muestran, puede verse la influencia de la ductilidad que añaden estas fibras cortas al hormigón simple y también un aumento en la resistencia. También puede verse la comparación de estos resultados numéricos con los experimentales.

En la Figura 6 puede verse la comparación entre la respuesta numérica de un hormigón simple y un hormigón con un 1% de fibras cortas, de las cuales la mitad de ellas está orientada según el eje longitudinal de las fibras ( $0^\circ$ ) y la otra mitad transversal a dicho eje ( $90^\circ$ ).

Como puede verse en la Figura 7, la sola disminución de la proporción de fibras en la dirección longitudinal a  $0^\circ$  (de 0,5% a 0,3%), se produce una disminución de la carga máxima o carga de pico de 4500 N a 4200 N. Esta situación muestra que el material es muy sensible a la orientación de las fibras cortas, siendo este uno de los problemas que presenta este material compuesto.

La Figura 8 muestra la comparación entre la respuesta numérica y experimental. En ella puede verse una diferencia en el nivel de la carga de pico que puede soportar la viga y se considera que esto se debe al problema de deslizamiento fibra matriz, del que no hay datos suficientes para ajustar el modelo.

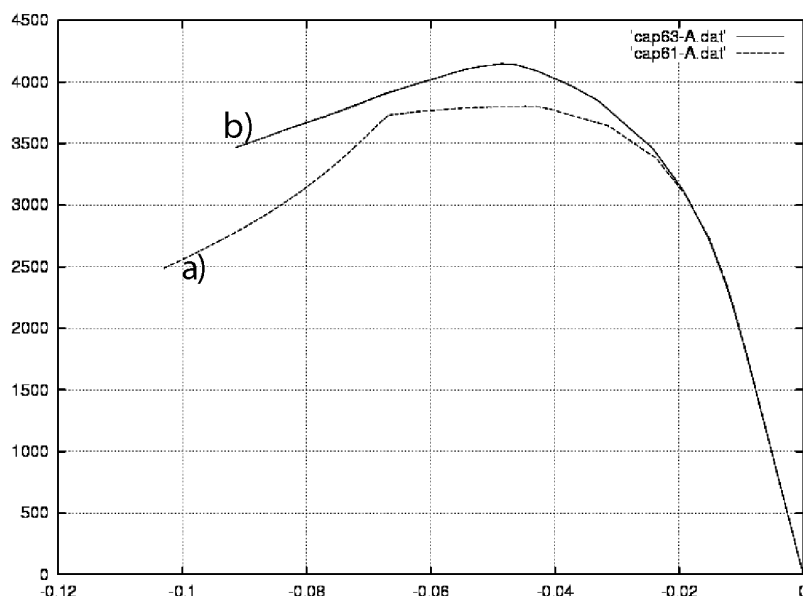


Figura 6. Respuesta numérica. Carga [ $\times 10^3$  N]- Desplazamiento [ $\times 10^{-2}$  mm]:

a) Hormigón (100%).

b) Hormigón (99%) + Fibra corta (0,5%- $0^\circ$ ) + Fibra corta (0,5%- $90^\circ$ )

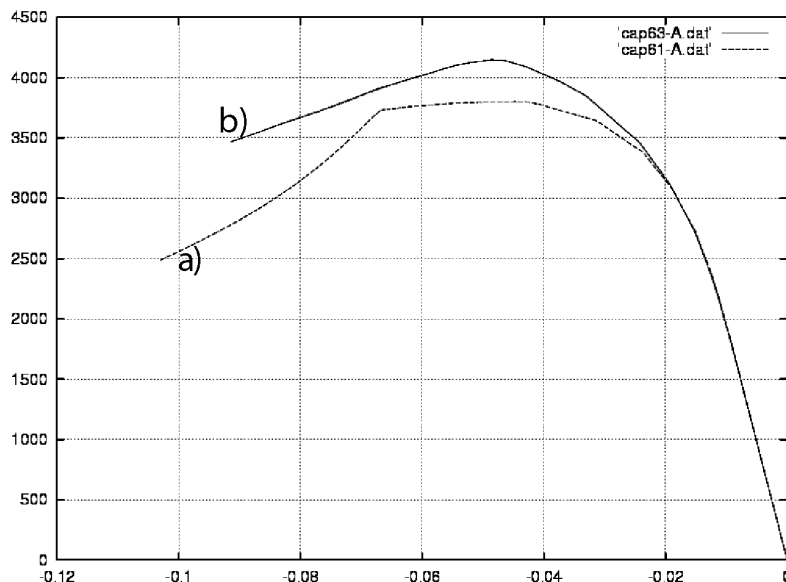


Figura 7. Respuesta numérica. Carga [ $\times 10=N$ ]-Desplazamiento [ $\times 10=mm$ ]:  
 a) Hormigón (100%).  
 b) Hormigón (99%) + Fibra corta (0,3%-0°) + Fibra corta (0,7%-90°).

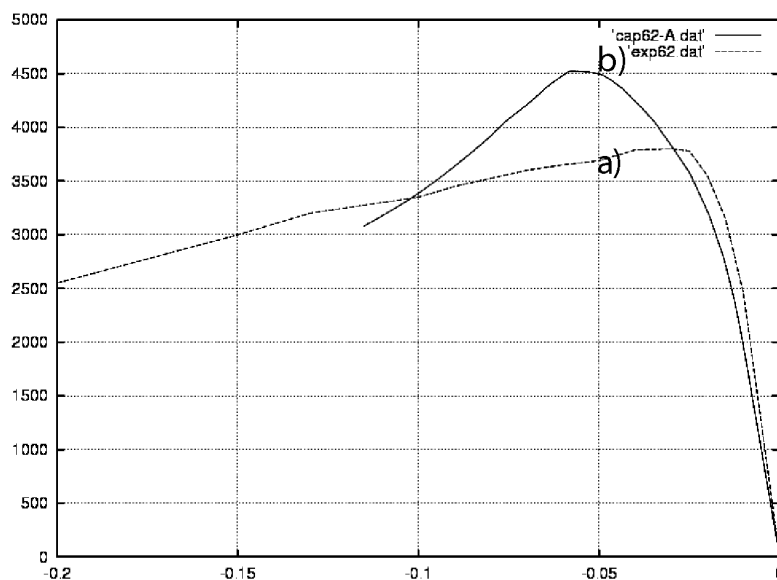


Figura 8. Respuesta numérica-experimental. Carga [ $\times 10=N$ ]-Desplazamiento [ $\times 10=mm$ ]:  
 a) Experimental.  
 b) Hormigón (99%) + Fibra corta (0,5%-0°) + Fibra corta (0,5%-90°).

La Figura 9 muestra también la comparación entre la respuesta numérica y experimental. En ella nuevamente puede verse una diferencia en el nivel de la carga de pico que puede soportar la viga y se considera que esto se debe al problema de deslizamiento fibra matriz, del que no hay datos suficientes para ajustar el modelo. A diferencia de la Figura 8, aquí puede verse que la diferencia entre la carga de pico entre la respuesta experimental y numérica es menor.

## 5. CONCLUSIONES

De todo esto surge como conclusión que la incorporación de fibras cortas en el hormigón mejora su ductilidad y en

menor medida su resistencia y por lo tanto se convierte en un material con mejores cualidades para su utilización estructural. Además, el cálculo y diseño de estructuras con este material es posible tratarlo en forma simplificada si se admite el cambio de las propiedades reales del material por otras que serían las denominadas propiedades homogeneizadas, tal como se trata en este trabajo. Esto permitiría utilizar estas nuevas propiedades dentro del esquema de cálculo simplificado tradicional que se realiza en el hormigón. No obstante esta simplificación, cabe decir que si se quiere estudiar el material en rotura es necesario resolver su comportamiento a través de elementos finitos, prestando especial atención a los efectos no lineales del deslizamiento fibra matriz mediante la utilización del modelo constitutivo previamente presentado.

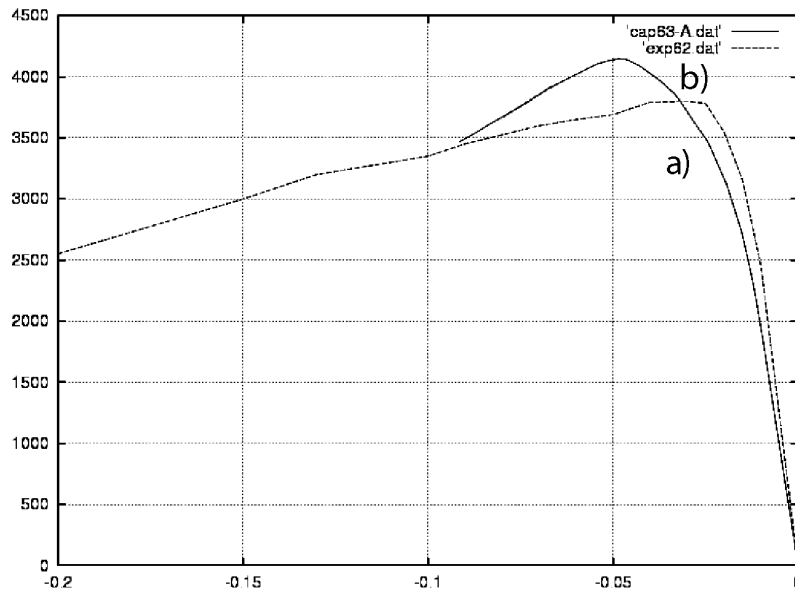


Figura 9. Respuesta numérica-experimental. Carga [x10=N]- Desplazamiento [x10=mm]:  
 a) Experimental.  
 b) Hormigón (99%) + Fibra corta (0,3%-0°) + Fibra corta (0,7%-90°).

## 6. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la DGICYT por la financiación concedida a través del contrato MAT2000-0741-C02-02 y al Ministerio de Fomento por el proyecto de investigación concedido en el área de la construcción civil.

## 7. REFERENCIAS

- (1) Miravete A. (2000). *Materiales Compuestos. Vol. 1 y Vol. 2*. Director de la obra: Antonio Miravete.
- (2) Car E. (2000). *Modelo constitutivo continuo para el estudio del comportamiento mecánico de los materiales compuestos*. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña.
- (3) Paez A. (1979). *Hormigones fibrosos*. Universidad de Santander, Escuela de Ingenieros de Caminos Canales y Puertos.
- (4) Zienkiewicz, O.C. and Taylor R. (1994). *El método de elementos finitos Vol. 1 y 2*. Mc Graw Hill – CIMNE.
- (5) Car E. (2000). *Modelo constitutivo continuo para el estudio del comportamiento mecánico de los materiales compuestos*. PhD thesis, Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona, España.
- (6) Zalamea F. (2000). *Tratamiento numérico de materiales compuestos mediante la teoría de homogeneización*. PhD thesis, Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona, España.
- (7) Trusdell, C. y Toupin, R. (1960). *The classical Field Theories*. Handbuch der Physik III/I. Springer Verlag, Berlin.
- (8) Green A. and Naghdi P. (1965). "A dynamical theory of interacting continua". *Journal of Engineering Science*, 3 3-231.
- (9) Ortiz M. and Popov E. (1982). "A physical model for the inelasticity of concrete". *Proc. Roy. Soc. London*, A383, 101-125.
- (10) Ortiz M. and Popov E. (1982). "Plain concrete as a composite material". *Mechanics of Materials*, 1, 139-150.
- (11) Oller S., Oñate E., Miquel J., and Botello S. (1996). "A plastic damage constitutive model for composite materials". *Int. J. Solids and Structures*, 33 (17), 2501-2518.
- (12) Oller S., Oñate E. (1996). "A Hygro-Thermo-Mechanical constitutive model for multiphase composite materials". *Int. J. Solids and Structures*. Vol.33, (20-22), 3179-3186.
- (13) Jayatilaka, A. (1979). *Fracture of engineering brittle materials*. Applied Science Publishers
- (14) Oller, S., Neamtu, L., & Oñate, E. (1995). Una generalización de la teoría de mezclas clásica para el tratamiento de compuestos en serie/paralelo. *Congreso Nacional de Materiales Compuestos*, pp. 433 - 438.
- (15) Car, E., Oller, S., & Oñate, E. (1997). "Un modelo constitutivo elasto-plástico acoplado con daño mecánico e higrométrico. Aplicación a pavimentos flexibles". U. de Brasilia (Ed.), *XVIII CILAMCE Congresso Ibero Latino-Americano de Métodos Computacionais Em Engenharia* (pp. 2100 - 2108). Brasilia.
- (16) Car, E., Oller, S., & Oñate, E. (1998). "Un modelo constitutivo elasto plástico acoplado con daño mecánico e higrométrico. Aplicación a pavimentos flexibles". *Rev. Int. de Ingeniería de Estructuras*, 3(1), 19 - 37
- (17) Beyerley D. and Spearing S. M. and Zok F. W. and Evans A. G. (1992). "Damage, degradation and failure in a unidirectional ceramic-matrix composite". *J. Am. Ceram. Soc.*, 75, pp. 2719-2725.
- (18) Pryce A. W. and Smith P. A. (1992). "Modelling of the stress/strain behavior of unidirectional ceramic matrix composite laminates". *J. Mater. Sci.*, 27, pp. 2695-2704.
- (19) Saldivar H., Gettu R. and Aguado A. (1997). *Test on high strength fiber reinforced concrete beams*. Dpto. De Ingeniería de la Construcción, ETSECCPB-UPC.





# Evaluación probabilista del comportamiento sísmico de edificios porticados de hormigón armado

## *Probabilistic assessment of the seismic behaviour of reinforced concrete framed buildings*

**Rosangel Moreno González**

Ingeniera de Caminos, Canales y Puertos, M. Sc.



**Jesús M. Bairán García**

Ingeniero Civil, M.Sc



**Lluís Pujades Beneitt**

Dr. Ciencias Físicas. Prof. Catedrático



**Ángel C. Aparicio Bengoechea**

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Prof. Catedrático



**Alex H. Barbat Barbat**

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Prof. Catedrático

Universidad Politécnica de Cataluña, UPC, Barcelona, España

### RESUMEN

Se describen los procedimientos utilizados en la construcción de curvas de fragilidad de edificios. Se diseña un edificio porticado de cinco pisos donde se consideran las acciones sísmicas previstas en la norma sísmica española y en el eurocódigo para una región de sismicidad baja, como el área de Barcelona, España. Para tener en cuenta las incertidumbres en las propiedades mecánicas de los materiales se ha realizado una simulación por Monte Carlo, donde para cada variable se generan 100 muestras. A partir de un análisis estático no lineal se obtienen los espectros de capacidad. Utilizando también los espectros de demanda, se obtienen los puntos de desempeño (conocidos en la literatura inglesa como *performance points*) del edificio para diferentes niveles de intensidad sísmica cuantificada por la aceleración pico del suelo. Seguidamente se construyen las curvas de fragilidad, las cuales indican la probabilidad de alcanzar un estado de daño, dada una demanda sísmica. Los resultados obtenidos indican que, para aceleraciones del orden del 20% de la gravedad se tiene una probabilidad del 40% de sufrir colapso, debido a la baja ductilidad del edificio considerado.

### SUMMARY

*The procedures employed in the construction of building fragility curves are described. A five storeys framed building has been designed considering the seismic actions given in the Spanish code and Eurocode 8 for a low seismicity zone,*

*like the case of Barcelona, Spain. A Monte Carlo simulation generating 100 samples for each variable has been carried out in order to take into account the uncertainties in the mechanical properties of the materials. Using a non-linear static analysis, the capacity spectra are obtained. Using also the demand spectra, the performance points of the building are obtained for several seismic intensity levels quantified by the peak ground acceleration. The fragility curves are then built, which indicate the probability of reaching or exceeding a certain damage state, given a seismic demand. The results obtained show that for accelerations near to 20% of gravity, the building has a probability of about 40% of collapse, due to its low ductility.*

### 1. INTRODUCCIÓN

El análisis y diseño basado en el comportamiento esperado o desempeño, conocido en la literatura inglesa como *performance based engineering (PBE)*, se ha convertido en un área científica y técnica relevante en la ingeniería estructural. Su ámbito de aplicación ha trascendido el diseño de edificios nuevos para emplearse en la predicción del comportamiento de edificios existentes. Los estudios de vulnerabilidad y de fragilidad son de vital importancia para la predicción y prevención del daño sísmico esperado. De particular interés es la aplicación de este tipo de técnicas en zonas de sismicidad moderada donde el desarrollo de las ciudades y de los entornos urbanos ha significado un aumento del riesgo sísmico. En este trabajo se ilustra el procedimiento de construcción de

curvas de fragilidad tomando como ejemplo el caso de edificios porticados de hormigón armado que se encuentran en una región típica de alta concentración de valor, pero con una peligrosidad sísmica moderada a baja: la ciudad de Barcelona. Dicha ciudad reúne ambos requisitos. Si bien la tipología de edificios escogida no es la más representativa de las construcciones de Barcelona, se analiza el caso de un edificio porticado debido a su simplicidad de diseño y de análisis mediante programas y algoritmos más o menos estándar, que permiten abordar el análisis no lineal involucrado en este tipo de estudios.

Es típico de estas regiones la falta de costumbres constructivas que protejan a los edificios de posibles acciones sísmicas, puesto que no existe conciencia popular ni institucional de la amenaza sísmica y las normas existentes no suelen obligar a ello. Con todo, para ofrecer una visión completa de estos procedimientos y como el objetivo del trabajo es más bien didáctico y metodológico, se han tenido en cuenta, en el diseño, los niveles de aceleración y formas espectrales previstos en la norma sísmica española, NCSE-94 (1), con algunas consideraciones adicionales sobre la nueva normativa española aparecida recientemente, NCSE-02 (2), y la actual versión del Eurocódigo 8 (3). Por lo tanto, se presentan los resultados obtenidos a partir de la evaluación del comportamiento de un edificio de pórticos de hormigón armado, hipotéticamente situado en un área de características sísmicas comparables a la de la ciudad de Barcelona.

Para ello, se ha proyectado un edificio residencial porticado de hormigón armado de cinco pisos, teniendo en cuenta las normas españolas y códigos europeos vigentes. A partir de aquí, se ha utilizado el programa STAC (4) que permite generar muestras de acuerdo a la distribución de probabilidad de las propiedades mecánicas de los materiales empleados en el edificio, consideradas como variables aleatorias. Teniendo en

cuenta estas incertidumbres, se realiza un estudio del comportamiento sísmico mediante un análisis estático no lineal con el programa RUAUMOKO (5), lo que permite obtener los espectros de capacidad. Mediante el método del espectro de capacidad (6) se consiguen los espectros de demanda y el punto de desempeño, obteniendo finalmente las curvas de fragilidad. El objetivo de este trabajo es realizar una evaluación del comportamiento sísmico de los edificios de hormigón armado mediante el uso de curvas de capacidad y fragilidad para determinar cual es su vulnerabilidad frente a acciones sísmicas.

## 2. DESCRIPCIÓN DE LA TIPOLOGÍA ESTRUCTURAL

Se ha proyectado un edificio de cinco plantas de pórticos de hormigón armado con una altura total de 15.80 m, tipo vivienda. El edificio posee una estructura regular en planta y en la dirección según la cual realizamos el análisis, consta de cuatro pórticos de dos vanos mientras que en la otra dirección existen tres pórticos de tres vanos (Figura 1).

Los pórticos están constituidos por vigas de sección 25 cm x 25 cm y pilares de 30 cm x 30 cm y de 35 cm x 35 cm. Se ha elegido un forjado unidireccional formado por nervios de hormigón armado y bloques cerámicos de aligeramiento con un canto total de 25 cm. En la Figura 1 se muestra un pórtico tipo del edificio.

## 3. NORMATIVA UTILIZADA EN EL PROYECTO

Para el proyecto de la estructura de hormigón armado y la definición de las acciones se han seguido las siguientes norma-

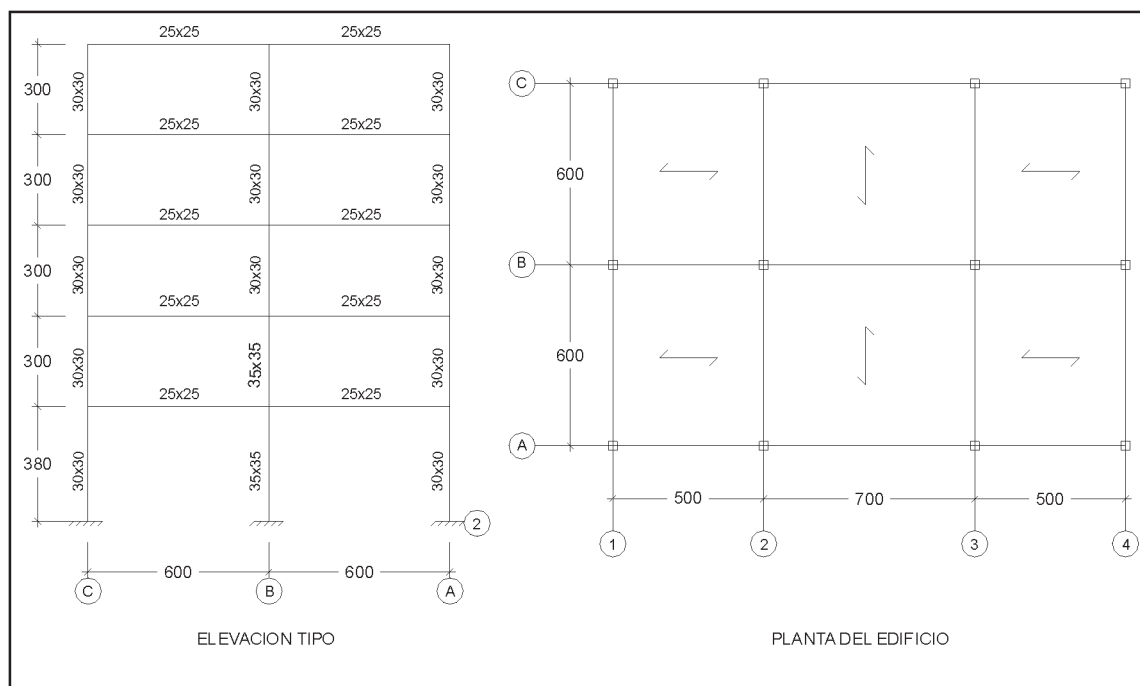


Figura 1. Planta y alzado típico, unidades en cm.

tivas: “Instrucción del Hormigón Estructural – EHE-99” (7), normativa de obligado cumplimiento en el Estado Español; de manera paralela fue empleado el “Eurocódigo 2 – Estructuras de Hormigón” (8), norma no incompatible con la primera, “Acciones en la Edificación - AE-88” (9) y por último la “Norma de Construcción Sismorresistente - NCSE-94” (1).

En el año 2002 se publica NCSE-02 (2) que sustituye la NCSE-94 (1), si bien establece un periodo transitorio de 5 años durante los que se pueden seguir aplicando las prescripciones de la NCSE-94. Es una norma continuista con pocas modificaciones; algunas de las introducidas en la NCSE-02 afectan a la aceleración sísmica de cálculo, en lo que se refiere al factor de amplificación del terreno. Se consideran cuatro tipos de suelo (en lugar de tres) y, por lo tanto, cuatro coeficientes del suelo. Por otra parte los factores para las masas que intervienen en el cálculo son un poco más conservadores, al igual que el coeficiente de respuesta para el cálculo de las fuerzas sísmicas estáticas equivalentes. En este trabajo no se consideró oportuno incorporar ninguna modificación y se aplicó estrictamente la NCSE-94.

#### 4. BASES DEL PROYECTO: MATERIALES Y ACCIONES

Con referencia a *los materiales* y utilizando la nomenclatura definida en la EHE-99, se describen a continuación los materiales especificados en el proyecto para los elementos estructurales:

- Hormigón: HA-25. Resistencia característica  $f_{ck} = 25$  N/mm<sup>2</sup>.
- Acero pasivo estructural: B400-SD. Límite elástico característico  $f_{yk} = 400$  N/mm<sup>2</sup>.

Como coeficientes parciales de seguridad en los materiales, conocidos también como coeficientes de minoración, se han empleado, para el hormigón y el acero, los valores  $\gamma_c = 1.50$  y  $\gamma_s = 1.15$ , respectivamente, para un control de calidad y ejecución normal.

Se han empleado los *coeficientes de combinación de acciones* previstos en los anejos de la EHE-99 que se indican en la Tabla 1. Tanto en la EHE-99 como en el Eurocódigo 2 existen tres niveles de probabilidad de ocurrencia de los valores de las acciones: poco probable, frecuente y cuasi-permanente. A estas probabilidades están asociados los coeficientes de combinación  $\psi_0$ ,  $\psi_1$  y  $\psi_2$ , respectivamente, que dependen del tipo de acción. En la EHE-99 no existe un nivel de servicio a verificar con la acción sísmica y únicamente se verifica a estado límite último (situación de no colapso).

Para definir el estado límite último se emplean los *coeficientes parciales de seguridad* de la Tabla 2, considerando un nivel de ejecución normal.

En la *definición de las acciones* se tienen en cuenta las acciones gravitatorias y las laterales. Entre las segundas se considera el viento y la acción sísmica. Se consideran las *acciones gravitatorias*, producidas por el peso de los elementos constructivos, la sobrecarga de uso y la nieve en la cubierta. La Tabla 3 presenta los valores de las cargas.

**Tabla 1. Coeficientes de combinación de las acciones, EHE-99.**

	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Sobrecarga de Uso	0.7	0.5	0.3
Nieve	0.6	0.2	0.0
Viento	0.6	0.2	0.0
Sismo	Es considerada como una acción accidental, debe combinarse como una acción determinante y con su valor característico total.		

**Tabla 2. Coeficientes parciales de seguridad, EHE-99.**

*Si la acción es desfavorable:*

	Acción permanente ( $\gamma_g$ )	Acción variable ( $\gamma_q$ )	Acción accidental o sísmica ( $\gamma_a$ )
Situación persistente o transitoria	1.50	1.60	—
Situación accidental o sísmica	1.00	1.00	1.00

*Si la acción es favorable:*

	Acción permanente ( $\gamma_g$ )	Acción variable ( $\gamma_q$ )	Acción accidental o sísmica ( $\gamma_a$ )
Situación persistente o transitoria	1.00	0.00	—
Situación accidental o sísmica	1.00	0.00	0.00

**Tabla 3. Valores de las cargas permanentes y variables.**

	Piso 5 (Tejado)	Pisos 4, 3, 2, 1 (Vivienda)
Cargas permanentes:	4.7 kN/m <sup>2</sup>	3.3 kN/m <sup>2</sup>
Cargas variables:	1.9 kN/m <sup>2</sup>	3.0 kN/m <sup>2</sup>

Se consideran las *acciones laterales*, producidas por:

*Acción del viento:*

Estos parámetros que tienen en cuenta la acción del viento, dependen de la altura del edificio sobre el terreno, de la situa-



ción topográfica y de la clase de construcción, entre otras, de acuerdo a la NBE-AE/88.

- Situación topográfica: expuesta.
- Velocidad del viento:  $v = 144 \text{ km/h} = 40 \text{ m/s}$ .
- Presión dinámica:  $w = 1.0 \text{ kN/m}^2$ .

#### Acción sísmica:

De acuerdo con el párrafo §1.2.3 de la NCSE-94 no es obligatorio el diseño sismorresistente para aceleraciones de cálculo menores a  $0.06g$  y en el Eurocódigo-8 (3), parte 1-1 párrafo §4.1.5, se estipula que en zonas sísmicas con aceleraciones de cálculo al terreno no mayores que  $0.04g$  no es necesario observar las disposiciones del Eurocódigo-8. Por otra parte, de acuerdo con la nueva normativa sismorresistente española, NCSE-02, no es obligatorio usar la norma cuando la aceleración sísmica básica es inferior a  $0.04g$ . No obstante, para fines de este estudio ha sido aplicada la normativa NCSE-94 (vigente en el momento de estudio) y ha sido aplicada la acción sísmica en las hipótesis de cálculo. Por su uso, la estructura se considera de normal importancia, la aceleración sísmica de cálculo para la estructura es:  $a_c = 0.04g$ . Se ha supuesto que el suelo en que será cimentada la estructura es de tipo granular o cohesivo de compacidad media.

Debido a que la aceleración de cálculo es considerablemente baja, se ha dispuesto en proyecto que la estructura responda con una ductilidad baja. De esta manera se trata de reproducir la situación normal de la práctica, ya que no es razonable para una exigencia tan baja, exigir disipación de energía y respuesta dúctil o de ductilidad especial. Implícitamente, esto se corresponde con una respuesta bastante elástica o ligeramente no lineal y por lo tanto se debe esperar un daño bajo para las acciones de diseño.

La NCSE-94 establece un espectro elástico de respuesta que corresponde a un oscilador lineal simple con un amortiguamiento del 5% respecto al crítico. La Tabla 4 resume los valores adoptados:

**Tabla 4. Valores adoptados típicos para una zona de la ciudad de Barcelona.**

Barcelona

$T_0$ :	0.20
$T_1$ :	0.59
$\alpha(T_0)$ :	2.20
$c$ :	1.40
$k$ :	1.00
$a(g)$ :	0.04

← coeficiente de suelo

← coeficiente de contribución

donde,  $T$  es el período (segundos),  $c$  es el coeficiente del suelo,  $k$  el coeficiente de contribución,  $\alpha(T)$  es un factor de amplificación de la aceleración y  $a$  es la aceleración sísmica.

## 5. ANÁLISIS ESTRUCTURAL

En el proyecto ha sido empleado el programa SAP2000 non-lineal (10), basado en el método de los elementos finitos. La acción del viento ha sido modelada de forma cuasi estática mientras que para la acción sísmica se emplea un análisis de superposición modal utilizando un modelo tridimensional y 15 modos de vibración (3 por piso). De esa forma se garantiza una masa modal total superior al 90% en cada dirección. Se adoptan tres grados de libertad por planta (dos desplazamientos horizontales y una rotación en torno al eje vertical).

En el modelo tridimensional (3-D) fue impuesta una excentricidad mínima (accidental) entre los centros de masa y rigidez de cada piso igual al 5% de la longitud de la estructura en la dirección perpendicular a la dirección de la onda sísmica. De esta forma se tienen en cuenta los efectos torsionales. El dimensionamiento del edificio se ha hecho siguiendo las instrucciones citadas anteriormente y los estados límites últimos y de servicio que en ellas se especifican. En la Figura 2 se muestra una sección de una viga con su armadura correspondiente.

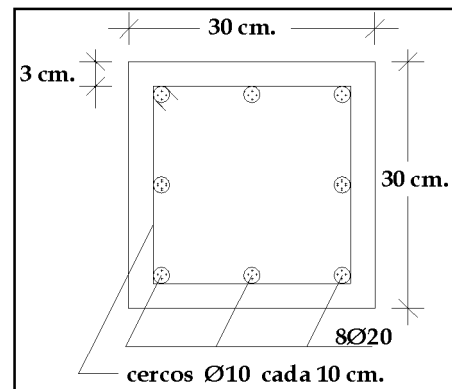


Figura 2. Sección de una columna.

## 6. ANÁLISIS NO LINEAL

Se realizó una evaluación completa de la rigidez, resistencia y ductilidad de la estructura mediante un análisis no lineal; para llevar a cabo este análisis se emplearon los programas BCSEC (11), RUAUMOKO (5) y STAC (4). El programa RUAUMOKO es un programa de análisis no lineal estático y dinámico en dos dimensiones (2-D), el cual es utilizado para evaluar el comportamiento de la estructura. Para modelar la estructura en dos dimensiones (2-D) se colocaron los pórticos uno al lado del otro imponiendo la condición de que los desplazamientos sean iguales a los del primer pórtico, introduciendo el efecto de diafragma rígido, (Figura 3).

El programa BCSEC (11, 12) se utiliza para determinar las curvas momento-curvatura para las vigas y columnas. Estas curvas se convierten posteriormente a un diagrama elasto-plástico para así poder calcular la ductilidad de la sección en función del esfuerzo axial. Se ha construido un módulo especial, que se ha incorporado al programa BCSEC, para el cálculo directo de las curvas Momento-Curvatura en los puntos requeridos por el programa RUAUMOKO y la correspondiente simplificación bilineal y el cálculo de la ductilidad de

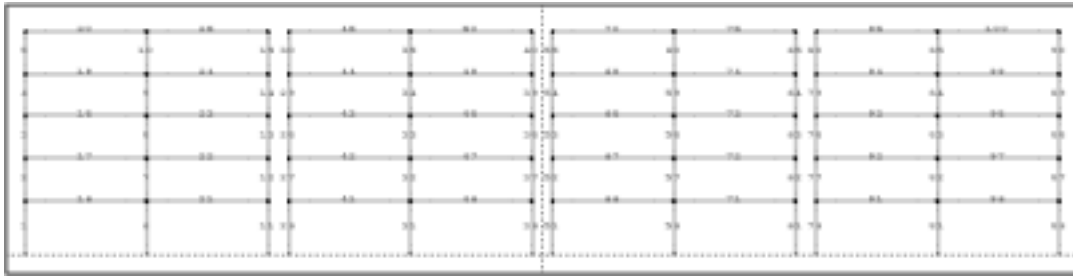
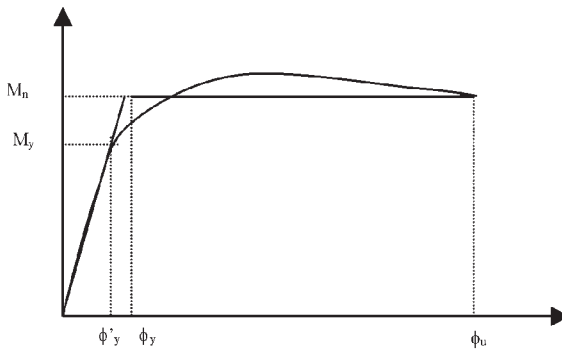


Figura 3. Colocación plana de los pórticos analizados en el RUAUMOKO-2D.

curvaturas  $\mu = \frac{\phi_u}{\phi_y}$ , la cual se define de acuerdo a una aproximación elasto-plástica (13).

En la Figura 4 se describe el diagrama  $m-\phi$  donde la rama elástica se define como la recta que une el origen con el punto definido por la primera cedencia ( $\phi'_y$ ) y el momento de cedencia ( $M_y$ ), la cual se prolonga hasta alcanzar el momento nominal resistente ( $M_n$ ) y a partir de aquí se comienza la rama plástica; el fallo ocurre cuando se alcanza la curvatura última ( $\phi_u$ ).



$$\mu = \frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{\phi_u}{\phi'_y} \cdot \frac{M_y}{M_n} \quad (1)$$

Figura 4. Diagrama de momento-curvatura.

$\phi_y$  es la cedencia del modelo elasto-plástico.

Se ha tenido en cuenta el confinamiento del hormigón mediante la ecuación constitutiva de Kent y Park (14), el endurecimiento por deformación del acero y los planos de rotura según el Eurocódigo 2 excepto la deformación máxima a tracción del 1% que ha sido modificada a un valor suficientemente grande para que no limite la curvatura última y se pueda desarrollar toda la ductilidad de la sección.

En el programa BCSEC se definen los distintos materiales que constituyen la sección asignando a cada uno la curva de tensión-deformación correspondiente. En este caso los materiales son hormigón y acero y las curvas asignadas parábola-rectángulo y lineal-rectángulo respectivamente (Figura 5). La

sección propiamente dicha se define geoméricamente asignando a cada geometría un material previamente definido. En la Figura 6, se observa la sección transversal definida y el gráfico de superficie mecánica que muestra los diagramas momento-curvatura y la ductilidad correspondiente para cada diagrama y para cada esfuerzo axial, así como los planos de deformación y diagramas de tensiones para cada curvatura y esfuerzo axial actuante.

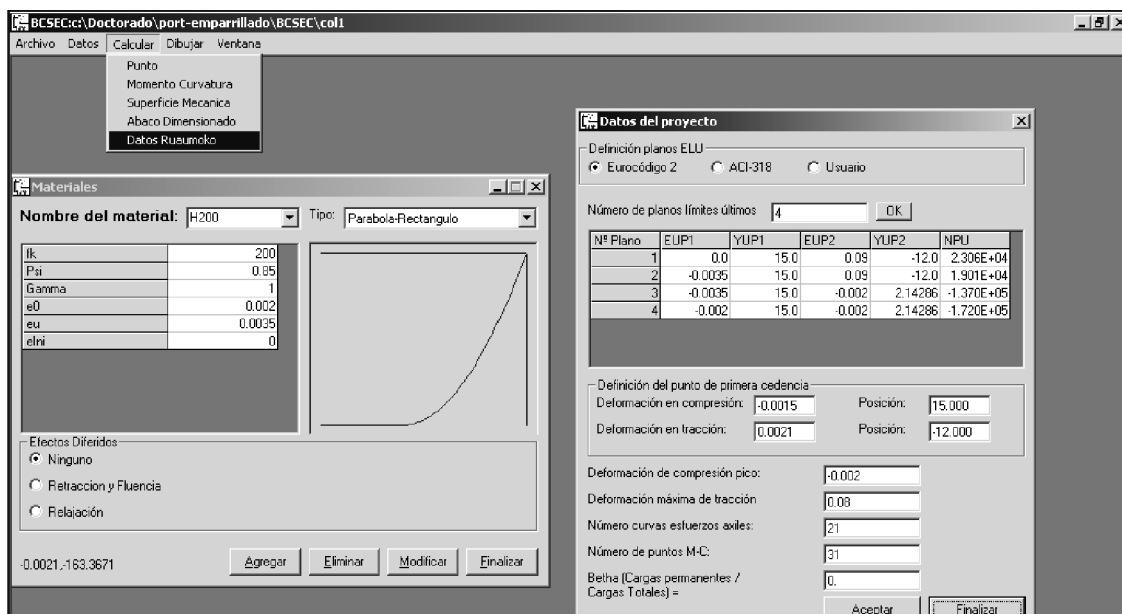


Figura 5. Definición de materiales y datos del proyecto, BCSEC.

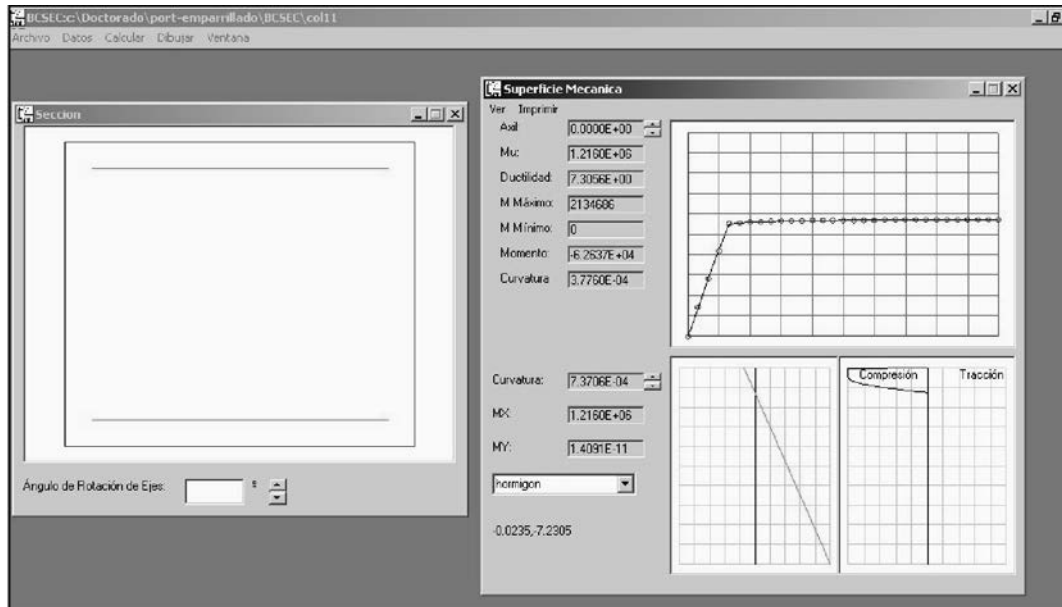


Figura 6. Sección tipo y diagrama de interacción, BCSEC.

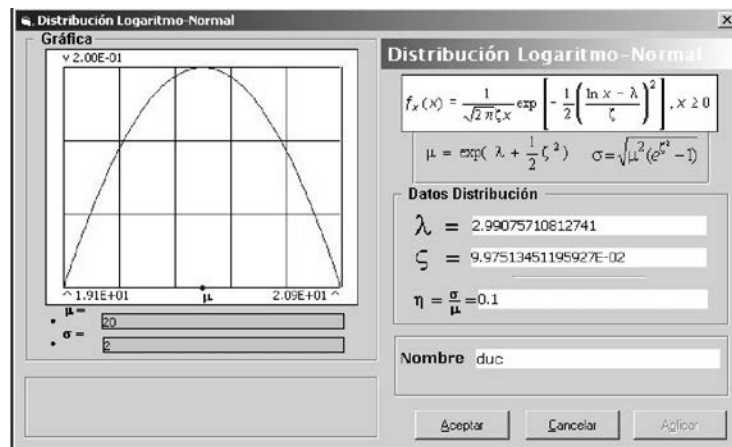


Figura 7. Definición de variables aleatorias, STAC.

El programa STAC se basa en el Método de Monte Carlo (MMC). El MMC es un método numérico que permite resolver problemas matemáticos mediante simulación de variables aleatorias. Cuando se habla de variable aleatoria es porque se ignora el valor específico que ésta tomará, pero se conoce bien el conjunto de valores que puede tomar y sus probabilidades. Al generar dichas variables se obtiene una muestra de valores que ajustan bien la distribución de probabilidad del modelo estocástico adoptado. Este programa por tanto, permite tener en cuenta las incertidumbres existentes en las propiedades mecánicas de los materiales. Mediante el programa STAC se definen las funciones de distribución de las variables

y se les asigna un coeficiente de variación (Figura 7) de acuerdo con las recomendaciones de trabajos previos (15). Las variables utilizadas en este trabajo, el tipo de distribución adoptada y los valores de los parámetros que las caracterizan, se resumen en la Tabla 5. Como resultado se obtienen la media y desviación estándar de los momentos últimos y de las ductilidades de cada sección (variables de salida).

En la Tabla 5,  $f_{c_k}$  es la resistencia a compresión del hormigón,  $E_c$  el módulo de elasticidad del hormigón,  $f_{y_k}$  es la resistencia del acero y  $E_{s_{max}}$  es el módulo de elasticidad del acero.

Tabla 5. Variables aleatorias (ver explicación en el texto).

Variabes	Distribución	Media	Covarianza
$f_{c_k}$	Normal	25 N/mm <sup>2</sup>	0.15
$E_c$	Normal	3.21e <sup>4</sup> N/mm <sup>2</sup>	0.15
$f_{y_k}$	Lognormal	400 N/mm <sup>2</sup>	0.11
$E_{s_{max}}$	Normal	2.1e <sup>5</sup> N/mm <sup>2</sup>	0.09

## 7. CAPACIDAD DEL EDIFICIO

La capacidad del edificio se obtiene a partir de un análisis estático no lineal, realizado con el programa RUAUMOKO. Se aplica a la estructura un incremento de cargas horizontales hasta que esta falle o alcance la capacidad última obteniendo la curva de capacidad (conocida en la literatura inglesa como curva "pushover"), que relaciona el cortante en la base con el desplazamiento en el tope del edificio, Figura 8. En esta figura se muestra la curva de capacidad obtenida de manera determinista y la correspondiente a los valores medios obtenidos por el MMC.

La curva de capacidad es transformada a coordenadas espectrales utilizando las ecuaciones de aceleración y desplazamiento espectral ( $Sa$  y  $Sd$  respectivamente) que dependen de las propiedades modales del edificio. Esta nueva curva se conoce como espectro de capacidad. La representación del espectro de capacidad en esta forma también es conocida como formato ADRS (Acceleration-Displacement Response Spectra), ver Figura 9. Las ecuaciones siguientes indican la

transformación de la curva de capacidad al espectro de capacidad.

$$Sa = \frac{V/W}{\alpha_1} \quad (2)$$

$$Sd = \frac{\Delta_{tope}}{PF_1 \cdot \Phi_{1,tope}} \quad (3)$$

donde,  $V$  es el cortante basal,  $W$  el peso modal,  $\alpha_1$  el coeficiente de la masa modal efectiva del primer modo,  $PF_1$  es el factor de participación modal del primer modo,  $\Delta_{tope}$  es el desplazamiento en la coronación del edificio y  $\Phi_{1,tope}$  es la amplitud del primer modo en la última planta del edificio. En la Figura 10 se muestran los espectros de capacidad correspondientes a la curva de capacidad media y las curvas de los valores medios más / menos la desviación estándar.

## 8. DEMANDA SÍSMICA

El espectro elástico contenido en el código sísmico, NCSE-94, y el espectro de capacidad son usados en el Método del

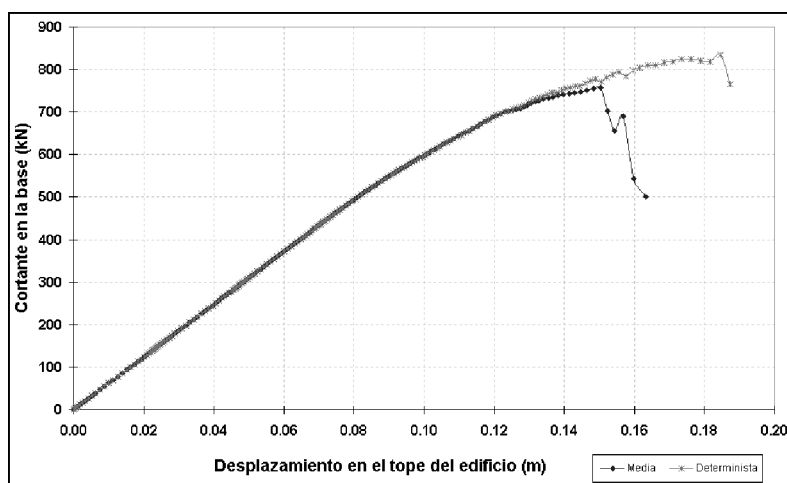


Figura 8. Curvas de capacidad determinista y media.

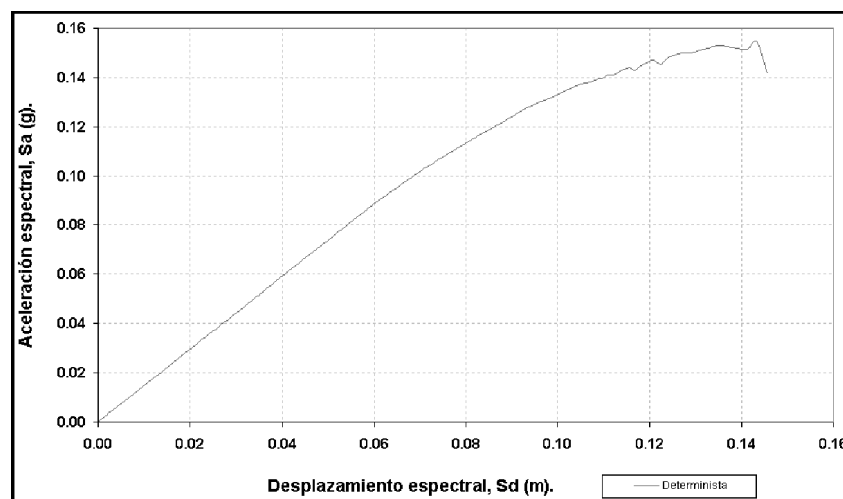


Figura 9. Espectro de capacidad determinista.



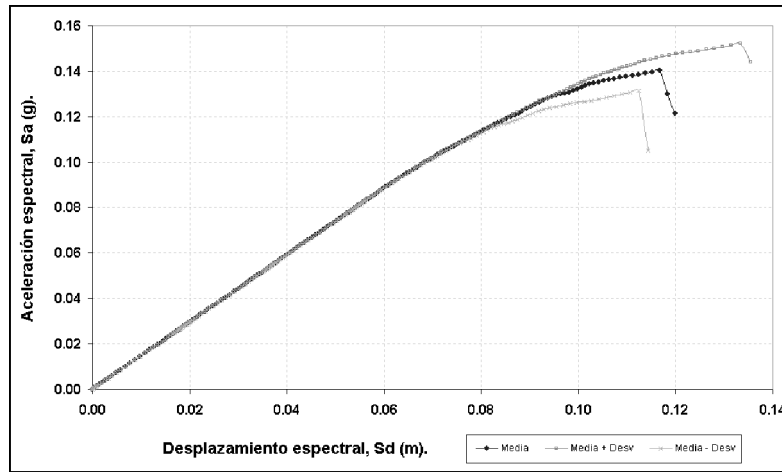


Figura 10. Espectros de capacidad: media más desviación estándar, media y media menos desviación estándar.

Espectro de Capacidad (MEC) para obtener el espectro de demanda. El MEC, desarrollado por Freeman en 1998, es usado en el ATC-40 (6) y se representa en formato ADRS.

Al superponer el espectro de capacidad y el espectro de demanda se obtiene la respuesta máxima de la estructura ante una acción sísmica que viene dada por el punto donde se interceptan ambos espectros. Este punto se conoce como Punto de Desempeño o “Performance Point”.

Cuando un movimiento del suelo lleva a una estructura al rango inelástico, el amortiguamiento de la estructura puede ser visto como una combinación de amortiguamiento viscoso e histerético; a la combinación de ambos se le llama amortiguamiento efectivo. Para estimar el amortiguamiento efectivo y, por tanto los factores de reducción de la demanda espectral inelástica ( $SRa$  y  $SRv$ ) en el dominio de la aceleración y la velocidad, respectivamente, es necesario construir una representación bilineal del espectro de capacidad. Para ello se requiere definir un punto sobre el espectro de capacidad como una estimación inicial del punto de desempeño y además, tener en cuenta el comportamiento estructural del edificio según la curva de histéresis desarrollada. Mediante un proceso iterativo se obtiene el amortiguamiento efectivo ( $\beta_{eff}$ ), el cual depende: del amortiguamiento histerético ( $\beta_0$ ), del 5% de amortiguamiento inherente de la estructura y de un factor de modificación del amortiguamiento ( $\kappa$ ) que, a su vez, depende del comportamiento estructural del edificio.

Los factores de reducción espectral,  $SRa$  y  $SRv$ , dependen del amortiguamiento efectivo del edificio. Para su obtención se usan las siguientes expresiones:

$$SRa \approx \frac{3.21 - 0.681n(\beta_{eff})}{2.12} \quad (4)$$

$$SRv \approx \frac{2.31 - 0.41n(\beta_{eff})}{1.65} \quad (5)$$

$$\beta_{eff} = \kappa\beta_0 + 5\% \quad (6)$$

$$\beta_0 = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{E_D}{E_{SO}} \quad (7)$$

Donde  $E_D$  es la energía disipada por el amortiguamiento y  $E_{SO}$  es la máxima energía de deformación. El cálculo de los valores de  $\kappa$ , que dependen del comportamiento estructural, se describe a continuación.

Para el comportamiento estructural, el ATC-40 (6) presenta tres categorías:

- Tipo A: razonablemente una curva de histéresis completa
- Tipo B: reducción moderada del área de la curva de histéresis
- Tipo C: comportamiento pobre de la curva de histéresis.

La Tabla 6 (6) da los valores para el factor de modificación del amortiguamiento  $\kappa$ , dependiendo del comportamiento estructural.

Tabla 6. Valores para el factor de modificación del amortiguamiento

Comportamiento estructural	$\beta_0$ (%)	$\kappa$
Tipo A	$\leq 16.25$	1.0
	$> 16.25$	$1.13 - 0.51 \cdot \frac{E_D/4}{2 \cdot E_{SO}}$
Tipo B	$\leq 25$	0.67
	$> 25$	$0.845 - 0.446 \cdot \frac{E_D/4}{2 \cdot E_{SO}}$
Tipo C	Cualquier valor	0.33

Se debe comprobar que los valores numéricos deducidos del cálculo de los factores de reducción espectral sean mayores o iguales que los siguientes (ver Tabla 7):

Tabla 7. Valores mínimos permitidos SRa, SRv.

Comportamiento estructural	SRa	SRv
Tipo A	0.33	0.50
Tipo B	0.44	0.56
Tipo C	0.56	0.67

Finalmente, si el espectro reducido y el espectro de capacidad, se interceptan en el punto inicial que se ha supuesto, o cerca de éste con una tolerancia aceptable del 5%, entonces este es el punto de desempeño ( $dp$ ,  $ap$ ) para la demanda sísmica concreta (Figura 11).

Los espectros reducidos correspondientes al edificio modelado en este estudio se muestran en la Figura 12, junto al espectro de capacidad, en su forma bilineal.

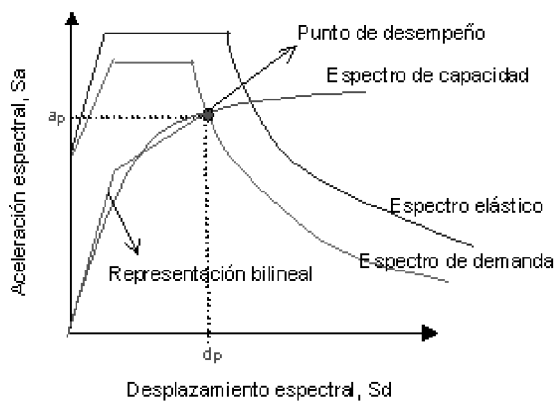


Figura 11. Espectro de capacidad, espectro de demanda y punto de desempeño.

## 9. CURVAS DE FRAGILIDAD

Suponiendo que las curvas de fragilidad siguen una distribución lognormal, éstas se pueden definir mediante un valor medio de desplazamiento espectral ( $\overline{Sd}_{ED}$ ), correspondiente al umbral de un estado de daño y a la variabilidad ( $\beta_{ED}$ ) asociada con ese estado de daño. Estas curvas describen la probabilidad de alcanzar o exceder un cierto estado de daño particular ( $ED_i$ ) dada la demanda sísmica, representada, en este caso, por el desplazamiento espectral ( $Sd$ ) correspondiente a la aceleración pico (PGA), y vienen dadas como:

$$P[ED \geq ED_i / PGA] = \Phi \left[ \frac{1}{\beta_{ED}} \cdot \ln \left( \frac{Sd}{\overline{Sd}_{ED}} \right) \right] \quad (8)$$

donde  $\Phi$  es la función de distribución normal estándar acumulada.

El valor medio del desplazamiento espectral ( $\overline{Sd}_{ED}$ ) es el valor límite en el cual la estructura alcanza los umbrales de los estados de daño, los cuales dependen de la capacidad de la estructura y se clasifican en diferentes grados. En este trabajo se han considerado los estados de leve, moderado, severo y muy fuerte (casi colapso). Estos estados de daño son los mismos que se consideran en diversas iniciativas para evaluar el riesgo sísmico en entornos urbanos europeos, como por ejemplo el proyecto RISK-UE.

En general, para evaluar el daño estructural mediante el método del espectro de capacidad, se suele adoptar la representación bilineal simplificada del espectro de capacidad, de forma que éste queda definido mediante sólo dos puntos de control: el punto de capacidad de cedencia ( $Dy$ ,  $Ay$ ) y el punto de capacidad última ( $Du$ ,  $Au$ ). La Figura 12 muestra una representación bilineal del espectro de capacidad y los espectros de demanda para diferentes PGA's. En la misma curva se

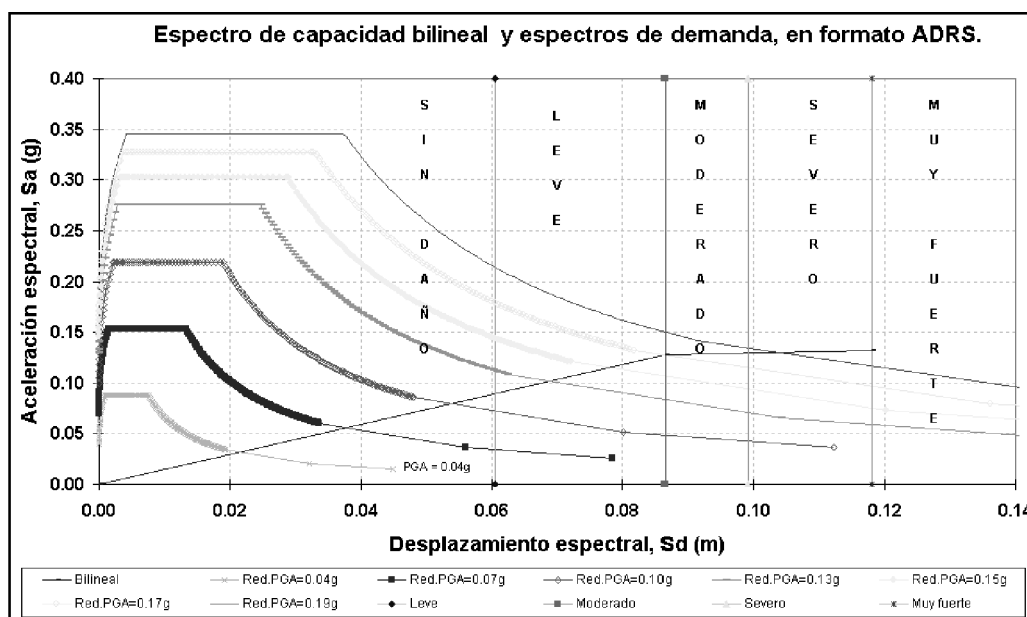


Figura 12. Espectros reducidos para aceleraciones comprendidas entre 0.04g – 0.19g, espectro de capacidad bilineal e indicadores de los estados de daño.

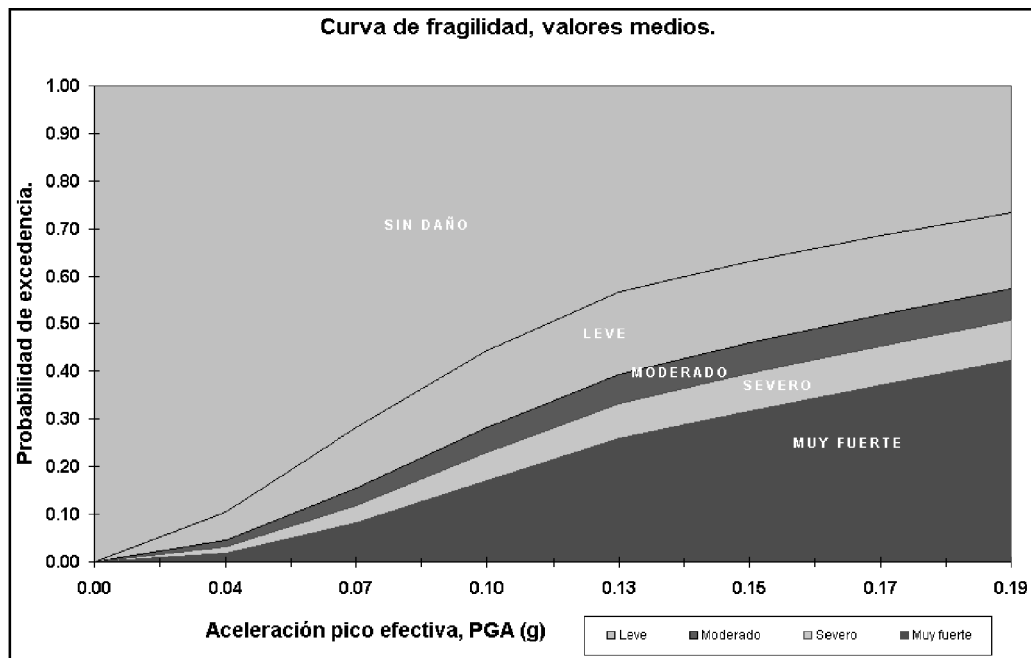


Figura 13. Curvas de fragilidad para distintas aceleraciones picos.

indican también los umbrales de los estados de daño. Estas curvas corresponden a los valores medios obtenidos de la simulación por el MMC.

Finalmente, la variabilidad asociada con los estados de daño depende de la variabilidad de la acción, de la variabilidad de la estructura y de la variabilidad de los estados de daño considerados. En este ejercicio y por simplicidad,  $\beta$  fue obtenida como un promedio de los valores contenidos en los manuales técnicos de la metodología HAZUS (16), correspondientes a una tipología similar a la aquí estudiada. Conocidos ambos parámetros para cada estado de daño se tiene la curva de fragilidad correspondiente. En la Figura 13 se representan las curvas de fragilidad finalmente obtenidas en función de la aceleración pico. El paso de la aceleración pico al desplazamiento espectral es directo a partir del punto de desempeño correspondiente. Estas curvas representan la probabilidad de exceder el estado de daño correspondiente en función de la aceleración pico.

De la Figura 13 se infiere que para el caso aquí analizado, y para la acción sísmica esperada para la ciudad de Barcelona para un período de retorno de 500 años ( $PGA=0.04g$ ) es muy poco probable que ocurran daños. Se obtiene una probabilidad del 90% de que no ocurran daños, lo cual es consistente con las representaciones de la Figura 12 donde se observa que, para la misma aceleración pico, el punto de desempeño permanece dentro del rango lineal, en la zona donde no se espera que ocurran daños.

## 10. CONCLUSIÓN

El análisis de la respuesta dinámica de una estructura ha adquirido una especial importancia tanto para el diseño sísmico

de edificios como para la predicción del daño causado por los terremotos. Particularmente relevantes son los estudios orientados a la obtención de escenarios de daño sísmico. Este trabajo presenta la metodología para la obtención de curvas de fragilidad que se halla en la base de los estudios de probabilidad de ocurrencia de un determinado estado de daño. Para ello se ha modelado un edificio tipo que, consistentemente con las variables utilizadas en su diseño, presenta un buen comportamiento con respecto a la acción de cálculo que exige la normativa española NCSE-94. Para esa aceleración el edificio respondió linealmente. A ello puede haber contribuido la consideración de la acción del viento en el dimensionamiento de la estructura, la cual resultó ser la acción más desfavorable.

De la representación del espectro de capacidad y de los espectros de demanda, obtenidos por el método del espectro de capacidad, se observa que para una  $PGA = 0.10g$  el amortiguamiento viscoso efectivo ( $\beta_{eff}$ ) es igual al 5%, lo cual quiere decir que el amortiguamiento histerético representado como amortiguamiento viscoso equivalente ( $\beta_0$ ) es nulo y, por lo tanto, el amortiguamiento viscoso efectivo, sería igual al amortiguamiento viscoso inherente en la estructura (5%). Por lo tanto, se llega a la conclusión de que este edificio, diseñado siguiendo las normativas españolas, responderá de manera elástica para aceleraciones menores a  $0.10g$ , mientras que para aceleraciones mayores el edificio responderá de forma frágil, provocando daños estructurales muy fuertes que podrían llevar al colapso de la estructura.

## 11. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología y con fondos FEDER (proyectos de investigación: REN 2000-1740-C05-01/RIES, REN 2001-2418-C04-01 y REN2002-03365/RIES) y por la Comisión

Europea (proyecto RISK-UE, contrato EVK4-CT-2000-00014). El segundo autor agradece el soporte del “Departament d’Universitats, Recerca i Societat de la Informació de la Generalitat de Catalunya”.

## 12. REFERENCIAS

1. NCSE-94: Normativa, “Norma de Construcción Sismo-resistente: Parte General y Edificación”, Madrid, 1994.
2. NCSE-02: Normativa, “Norma de Construcción Sismo-resistente: Parte General y Edificación”, Madrid, 2002.
3. EC-8: Eurocódigo 8, “Disposiciones para el Proyecto de Estructuras Sismorresistentes”, Parte 1-1: Reglas generales, Acciones Sísmicas y Requisitos Generales de las Estructuras, Parte 1-2: Reglas generales, Reglas Generales para Edificación, AENOR, España, 1998.
4. STAC Program, “Stochastic Analysis Computational”, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE), Barcelona, España, 2002.
5. Carr, A., “Inelastic Dynamic Analysis Program: RUAU-MOKO and Post-processor for RUAUMOKO: DYNAPLOT”, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Nueva Zelanda, 2000.
6. ATC-40: Applied Technology Council, “Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings, Volume 1”, Report: SSC 96-01, Seismic Safety Commission, Redwood City, California, 1996.
7. EHE-99: Normativa, “Instrucción de Hormigón Estructural, EHE”, Ministerio de Fomento, Madrid, 1999.
8. EC-2: Eurocódigo 2, “Proyecto de Estructuras de Hormigón”, Parte 1-1: Reglas generales y Reglas Generales para Edificación, AENOR, España, 1992.
9. NBE-AE-88: Norma Básica de la Edificación, “Acciones en la edificación”, Ministerio de Fomento, 5ta reimprección, Madrid, 1998.
10. SAP2000 Non linear Structural Analysis Program, “Static and Dynamic Finite Element Analysis of Structures Non Linear”, Computers and Structural, Inc., Berkeley, California, USA, 2000.
11. Bairán, J., “BCSEC: Programa computacional para el cálculo de características mecánicas no lineales de secciones y piezas arbitrarias”, Departamento de Ingeniería de la Construcción, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España, 2000.
12. Bairán, J., “Efectos de segundo orden y no-linealidad en soportes de hormigón armado”, Tesis de Maestría, Universidad de Cantabria, Santander, España, 1999.
13. Paulay, T. y Priestley, M.J.N., “Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings”, Jonh Wiley & Sons, Inc. USA, 1992.
14. Park, P. y Paulay, T., “Estructuras de Concreto Reforzado”, Editorial Limusa, páginas 796, México, 1994.
15. Yépez, F., “Metodología para la Evaluación de la Vulnerabilidad y Riesgo Sísmico de Estructuras Aplicando Técnicas de Simulación”, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España, 1996.
16. HAZUS, Earthquake Loss Estimation Methodology, “Technical Manual HAZUS-99”, Vol. 1, Federal Emergency Management Agency (FEMA), USA, 1999.

## ANEXO: LISTA DE NOTACIONES

### Letras romanas:

a:	aceleración sísmica	My:	momento de cedencia
Au:	aceleración de capacidad última	PF <sub>1</sub> :	factor de participación modal del primer modo
Ay:	aceleración de capacidad de cedencia	PGA:	aceleración pico
c:	coeficiente del suelo	Sa:	aceleración espectral
Du:	desplazamiento de capacidad última	Sd:	desplazamiento espectral
Dy:	desplazamiento de capacidad de cedencia	$\overline{Sd}_{ED}$ :	valor medio del desplazamiento espectral
Ec:	módulo de elasticidad del hormigón	SRa:	factores de reducción de la demanda espectral inelástica en el dominio de la aceleración
ED <sub>i</sub> :	estados de daño	SRv:	factores de reducción de la demanda espectral inelástica en el dominio de la velocidad
E <sub>D</sub> :	energía disipada por el amortiguamiento	T:	período
E <sub>max</sub> :	módulo de elasticidad del acero	V:	cortante basal
E <sub>SO</sub> :	máxima energía de deformación	v:	velocidad del viento
f <sub>ck</sub> :	resistencia a compresión del hormigón	W:	peso modal
f <sub>yk</sub> :	límite elástico del acero	w:	presión dinámica
k:	coeficiente de contribución		
Mn:	momento nominal resistente		

.../...



## ANEXO: LISTA DE NOTACIONES (Continuación)

**Letras griegas:**

$\alpha_i$ :	coeficiente de la masa modal efectiva del primer modo
$\alpha(T)$ :	factor de amplificación de la aceleración
$\beta_{ED}$ :	variabilidad asociada a los estados de daño
$\beta_{eff}$ :	amortiguamiento efectivo
$\beta_o$ :	amortiguamiento hysterético
$\Delta_{tope}$ :	desplazamiento en la coronación del edificio
$\gamma_i$ :	coeficientes parciales de seguridad
$\psi_i$ :	coeficientes de combinación
$\Phi_y$ :	curvatura de cedencia

$\phi'_y$ :	curvatura de la primera cedencia
$\phi_u$ :	curvatura última
$\Phi_{1, tope}$ :	amplitud del primer modo en la última planta del edificio
$\Phi$ :	función de distribución normal estándar acumulada
$\kappa$ :	factor de modificación del amortiguamiento
$\mu$ :	ductilidad

**Notación especial:**

$\emptyset$ :	diámetro de refuerzo
---------------	----------------------

# Evaluación de la seguridad de estructuras de hormigón mediante un sencillo modelo de daño isótropo

## *Evaluation of the safety of concrete structures using a simple isotropic damage model*

Eugenio Oñate



Alex Hanganu



Juan Miquel Canet

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
Universidad Politécnica de Cataluña

### RESUMEN

El artículo presenta una panorámica de las posibilidades de un sencillo modelo de daño continuo isótropo para el análisis no lineal de estructuras. La motivación fundamental para el desarrollo de este modelo se centra en el análisis de la seguridad de estructuras de hormigón en masa y armado utilizando el método de los elementos finitos (MEF) para la solución numérica. En el artículo se describen sucintamente la base teórica del modelo y la formulación por el MEF, incluyendo diversas aplicaciones al estudio de la seguridad de estructuras.

### SUMMARY

*The present paper is an overview of some theoretical aspects and practical applications of a simple continuum damage model for non linear analysis of structures. The main motivation for the development of the model is the failure analysis of plain concrete and reinforced concrete structures using the finite element method. The paper presents a summary of the main features of the model and some relevant applications to non linear structural analysis.*

### 1. INTRODUCCIÓN

Existen fundamentalmente cuatro procedimientos para modelar el comportamiento no lineal de estructuras de hormigón armado y en masa, prediciendo la aparición y evolución

de las fisuras y la carga última de colapso: a) *el modelo de fisura discreta* [61-63], b) *el modelo de fisura distribuida* [1-9], c) *modelos de daño* [10-50] y *modelos de barras* [68]. En esta última clase de modelos el continuo se sustituye a priori por una malla de elementos de barras articuladas o reticuladas. Tras ello se asignan a dichas barras propiedades de la microestructura del material, dependiendo si cada barra representa un árido o una zona de mortero. Los modelos de barras son útiles, por tanto, para investigar sobre el origen del proceso de fisuración a nivel detallado.

En los modelos de fisura discreta se supone que aparece una fisura tan pronto como la fuerza nodal normal a los contornos de un elemento finito excede la máxima tensión de tracción que resiste el hormigón en un ensayo uniaxial. Tras ello se añaden nuevos grados de libertad en la posición de dicho nodo y se crea una discontinuidad geométrica entre el nodo antiguo y el nuevo. En la Figura 1 se muestra un esquema sencillo del modelo de fisura discreta. Las dos desventajas obvias de este método es que requiere un cambio en la topología de la malla y que restringe la propagación de las fisuras a líneas nodales. Esta técnica puede mejorarse utilizando remallado [63] y mediante el uso de elementos de interfaz como fisuras pre-definidas en las zonas donde se espera la propagación de aquellas [3,47,48].

La alternativa al modelo de fisura discreta es el de fisura distribuida, en el que el sólido se mantiene como un continuo. Una vez que se inicia la fisuración se supone que el comportamiento isótropo elástico inicial cambia por uno ortótropo que es función de la dirección de la fisuración. Como consecuencia se preserva la topología inicial de la malla. Esto expli-

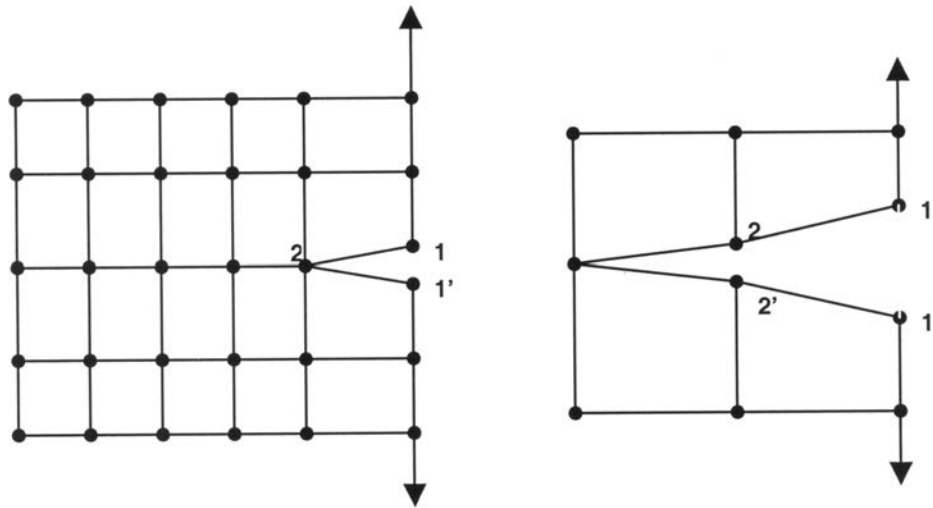


Fig. 1. Modelo de fisura discreta.

ca la gran popularidad del modelo de fisura distribuida para aplicaciones prácticas [1-9,69,70].

Dentro de los modelos de fisura distribuida puede distinguirse entre los de fisura fija y fisura giratoria. En los primeros se supone que la dirección de la normal a la fisura es fija después de iniciarse esta. Los modelos de fisura giratoria admiten que la dirección normal a la fisura puede girar durante el proceso de fisuración, siguiendo las direcciones de los ejes de tensiones o deformaciones principales [3].

En la Figura 2 se muestra un esquema de la base del modelo de fisura distribuida más simple. Una vez que la tensión principal mayor supera la tensión de tracción límite se supone

que aparece una fisura en la dirección normal. En ese momento se modifica la matriz constitutiva en ejes locales, de manera que se anula la resistencia en la dirección normal a la fisura, manteniéndose intacta la resistencia en la dirección de ésta. Asimismo, suele admitirse un módulo de rigidez por cortante reducido por un coeficiente  $\beta$  (es usual tomar  $(\beta \cong 0,2)$ ). La nueva relación constitutiva ortótropa en ejes locales se escribe en ejes globales mediante una transformación estándar por medio de la matriz de rotación  $\mathbf{T}$  que depende de la dirección de la fisura [3,4].

Los modelos de daño se basan en la teoría de la mecánica de daño. Esta es una rama de la mecánica del continuo que incorpora cambios a nivel microestructural del material a tra-

Comportamiento Elástico

$$\sigma_1 < f'_t, \quad \sigma_2 < f'_t$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}$$

Comportamiento fisurado

$$\sigma_1 > f'_t, \sigma_1 \geq \sigma_2$$

$$\boldsymbol{\sigma}' = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & \beta G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \mathbf{D}'\boldsymbol{\varepsilon}$$

Transformación a ejes globales

$$\boldsymbol{\sigma} = \bar{\mathbf{D}}\boldsymbol{\varepsilon} \quad \text{con} \quad \bar{\mathbf{D}} = \mathbf{T}\mathbf{D}'\mathbf{T}$$

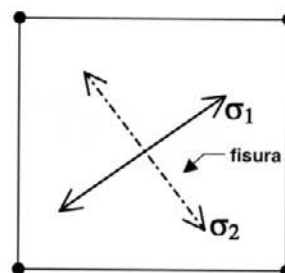


Fig. 2. Modelo de fisura distribuida para un elemento de tensión plana.

vés de un número de variables internas escalares o tensoriales [11-12,15,16,64-67]. En ese sentido es similar a conceptos de plasticidad donde la influencia de la historia del material en la evolución de las tensiones se incorpora en la teoría del continuo a través de un conjunto de variables. En el modelo de daño elástico más sencillo la descarga sigue una trayectoria secante hasta el origen, donde se llega con un estado libre de tensiones y deformaciones. En los apartados que siguen se detalla el concepto de modelo de daño, se describe el modelo de daño más sencillo de un solo parámetro y su implementación en un programa de cálculo de estructuras por el método de elementos finitos y se presentan diversas aplicaciones de este modelo al análisis no lineal de estructuras de hormigón y de mampostería.

El modelo de fisura distribuida fija se aplicó con éxito al estudio por elementos finitos bidimensionales de la presa de Mequinenza por Oñate, Oliver y Bugeda [9]. Las dificultades conceptuales del método de fisura distribuida motivaron el desarrollo de modelos de fractura del hormigón más consistentes desde el punto de vista termodinámico. Así, Oñate *et al.* [10] y Oller [11] sugirieron formular el comportamiento no lineal del hormigón a tracción y compresión dentro del marco de la teoría de la plasticidad clásica. Estas ideas se amplían en el trabajo de Lubliner *et al.* [12] donde se incorpora el concepto de daño como una medida de la pérdida de resistencia del hormigón (a tracción o a compresión) fuera del rango elástico. Los trabajos posteriores de Oliver *et al.* [13-23] y Cervera *et al.* [24-27] perfeccionaron el modelo de daño incorporando el concepto de longitud característica para garantizar la objetividad de la solución con la malla de elementos finitos, distinguiendo el efecto del daño por compresión y tracción y modelando de forma correcta el efecto de discontinuidades fuertes (fracturas) en cualquier tipo de malla. La extensión y aplicaciones del modelo de daño al análisis de estructuras de hormigón armado se desarrollan en los trabajos de Barbat *et al.* [28-31] y Hanganu *et al.* [32-35,72]. Las aplicaciones de este modelo se han centrado fundamentalmente en el estudio de edificios y estructuras civiles de hormigón armado y edificios históricos [28-38].

Carol *et al.* [39-44] y Prat y Bazant [45,46] han extendido el modelo de daño al análisis de multifracturas incluyendo la posibilidad de apertura y cierre de fisuras. Otra extensión de

interés es la inclusión de elementos junta insertados en el continuo elástico para representar múltiples trayectorias de fisuras [47,48]. Estos modelos se han aplicado a estructuras de hormigón y al análisis de la resistencia del hueso trabecular poroso [49,50].

En el campo de los materiales compuestos Oller *et al.* [51-57] y Car *et al.* [58-60] han desarrollado un modelo constitutivo de daño y plasticidad, basado en la combinación de la teoría de mezclas con una transformación adecuada de espacios, para analizar el comportamiento hasta rotura de materiales compuestos anisótropos.

## 2. ANÁLISIS NO LINEAL DE ESTRUCTURAS CON MODELOS DE DAÑO

Es sabido que la microfisuración en el hormigón y la mampostería ocurre a niveles de carga bajos debido a la pérdida de cohesión entre las partículas de mortero y el árido o por fisuración del mismo mortero. La fisuración progresa siguiendo caminos no homogéneos que combinan los mecanismos arriba mencionados con el crecimiento y la conexión de las microfisuras en varias direcciones. Los experimentos sobre mortero han evidenciado que la distribución de las microfisuras es altamente discontinua con orientaciones arbitrarias. Este hecho está demostrado por muchos experimentos que muestran que la microfisuración puede ser considerada un fenómeno no direccional y que la propagación de las fisuras sigue caminos aleatorios que dependen del tamaño de las partículas del árido. De esta manera, las direcciones de fisuración dominantes pueden interpretarse como el lugar geométrico de las trayectorias de los puntos dañados del material (véase la Figura 3). Los conceptos anteriores apoyan la idea de que el comportamiento no lineal del hormigón y la mampostería pueden modelizarse utilizando la teoría del daño, si se define una función de daño adecuada que tenga en cuenta la diferencia de respuesta de estos materiales a tracción y compresión [11,12,15,16]. La fisuración se interpreta en este caso como un efecto de daño local, definido por la evolución de parámetros conocidos del material y de una o varias funciones que controlan la aparición y evolución del daño.

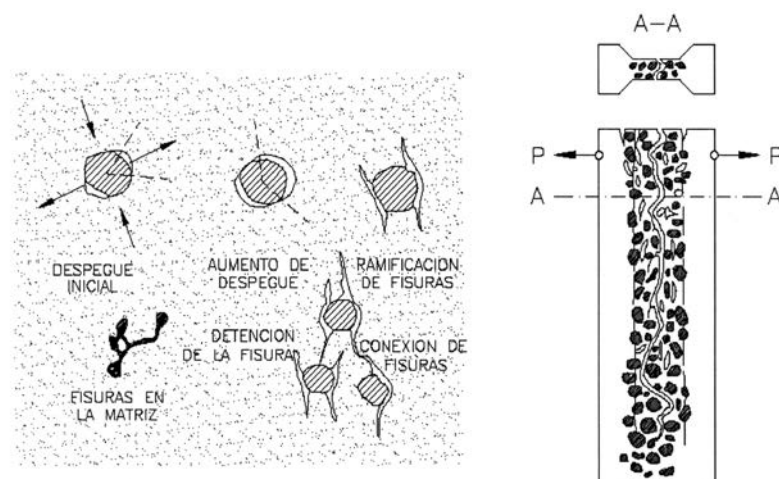


Fig. 3. Mecánica del daño y propagación de una fisura macroscópica en hormigón en masa.



Una de las ventajas de un modelo de este tipo es la independencia del análisis de las direcciones de fisuración que pueden identificarse "a posteriori" una vez se haya obtenido la solución no lineal. El modelo de daño puede tener en cuenta todos los aspectos importantes que deben considerarse en un análisis no lineal de estructuras de hormigón y mampostería, tales como la diferencia de comportamiento a tracción y compresión, el efecto de la degradación de la rigidez debido a causas mecánicas y la objetividad de la respuesta con respecto a diferentes mallas de elementos finitos.

## 2.1 El concepto de daño isotrópico

Para aclarar mejor el concepto de daño, se considera una superficie elemental en un volumen de material degradado. Dicha superficie es suficientemente grande para tener un número representativo de defectos, pero al mismo tiempo puede todavía considerarse como perteneciente a un punto del material específico. En la Figura 4,  $S_n$  es el área de toda la sección,  $\bar{S}_n$  el área resistente efectiva (siendo  $S_n - \bar{S}_n$  el área ocupada por los huecos) y, como consecuencia, el índice de daño  $d_n$  asociado a esta superficie es

$$d_n = \frac{S_n - \bar{S}_n}{S_n} = 1 - \frac{\bar{S}_n}{S_n} \quad (1)$$

En la relación anterior  $d_n$  representa la densidad de los defectos del material y toma el valor cero en el estado inicial no dañado. A medida que la fisuración avanza  $d_n$  tiende hacia un valor crítico cercano a la unidad que corresponde a la completa desaparición del área resistente  $\bar{S}_n$ . En la mayoría de los casos es suficiente una representación escalar del daño ( $d_n = d$ ) para asegurar la modelización realista del material. En este caso las microfisuras no tienen una dirección particular y la fractura macroscópica se define posteriormente como el lugar geométrico de los puntos dañados.

Un concepto útil para entender el efecto del daño es el de tensión efectiva. La relación de equilibrio entre la tensión de Cauchy estándar  $\sigma$  y la tensión efectiva  $\bar{\sigma}$  en el caso de la probeta dañada de la Figura 4 es:

$$\sigma S = \bar{\sigma} \bar{S} \quad (2)$$

Utilizando (1) y (2) se obtiene:

$$\sigma = (1 - d) \bar{\sigma} = (1 - d) E_0 \varepsilon \quad (3)$$

donde  $E_0$  es el módulo elástico del material matriz que, se supone, se mantiene inalterado y  $\varepsilon$  es la deformación.

Durante un proceso de degradación,  $\bar{S}$  es el área efectiva que soporta la carga exterior y, por este motivo,  $\bar{\sigma}$  es una tensión más representativa físicamente que  $\sigma$ . La ecuación (3) puede extenderse al caso tridimensional como:

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - d) \bar{\boldsymbol{\sigma}} = (1 - d) \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4)$$

donde  $\mathbf{D}$  es la matriz constitutiva elástica y  $\boldsymbol{\sigma}$  y  $\boldsymbol{\varepsilon}$  son los vectores de tensión y deformación usuales.

El modelo de daño requiere el conocimiento de la variable de daño  $d$  en cada instante de la historia de la deformación de la estructura. Para ello debe definirse:

- a) Una norma adecuada  $\tau$  del tensor de deformaciones (o alternativamente del vector de tensiones no dañadas). Una expresión de dicha norma, muy utilizada para hormigón y mampostería, es:

$$\tau = \left( \theta + \frac{1-\theta}{n} \right) \left[ \bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \mathbf{D}^{-1} \bar{\boldsymbol{\sigma}} \right]^{1/2}, \bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}_0 \boldsymbol{\varepsilon} \quad (5)$$

donde  $n = \frac{f'_c}{f'_t}$  es el cociente entre las tensiones límites de compresión y tracción y

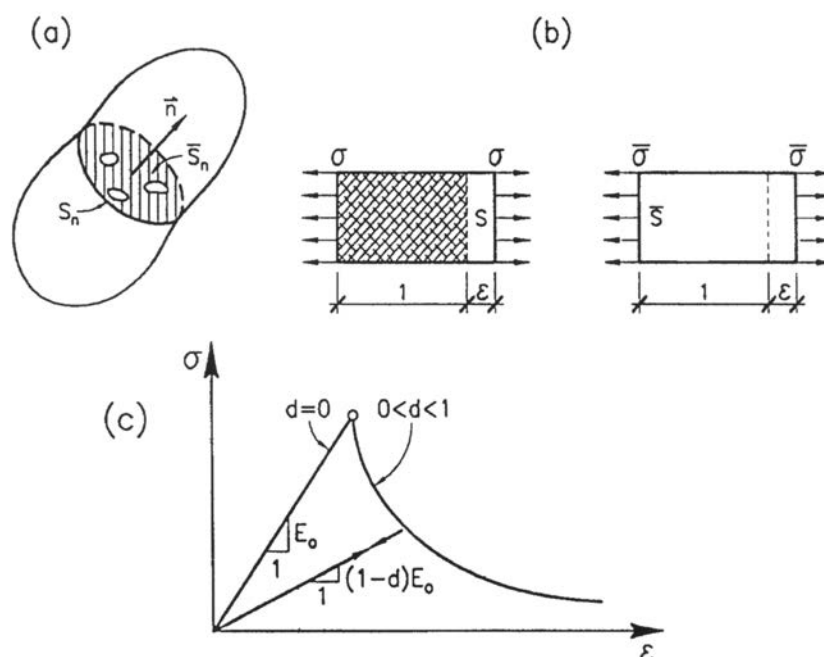


Figura 4. a) Superficie dañada, b) Tensión de Cauchy  $\sigma$  y tensión efectiva  $\bar{\sigma}$ . c) Evolución de la curva uniaxial tensión-deformación.

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \bar{\sigma}_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\bar{\sigma}_i|} \quad \text{con } \langle \pm \bar{\sigma}_i \rangle = \frac{1}{2} (|\sigma_i| \pm \sigma_i) \quad (6a)$$

con la simbología  $\langle x \rangle = x$  si  $x > 0$  y  $\langle x \rangle = 0$  si  $x \leq 0$ .

$$\bar{\sigma} = D\epsilon$$

La expresión (6a) tiene en cuenta el diferente comportamiento del material a tracción y compresión.

- b) *Un criterio de daño* formulado en el espacio de deformaciones o de tensiones no dañadas. La forma más sencilla de este criterio puede escribirse como:

$$F(t, r) = \tau - r \leq 0 \quad (7)$$

donde  $\tau$  es la norma definida en la ec. (5) y  $r$  es un parámetro que indica el límite del daño. El daño crece cuando la norma  $\tau$  excede el valor actual del parámetro  $r$ . En particular, el daño se inicia cuando  $\tau$  excede por primera vez el valor  $r^0$ . Típicamente se toma  $r^0 = f'_t / \sqrt{E}$

La Figura 5 muestra la forma de la superficie  $\tau - r^0 = 0$  que define el inicio del daño para la expresión de  $\tau$  por la ec. (5).

- c) *Leyes de evolución para la variable de daño*  $r$ . Estas leyes pueden escribirse como:

$$d = G(r), \quad r = \max \{r^0, \tau\} \quad (8)$$

donde  $G$  es una función escalar monótona definida por

$$G(r) = 1 - \frac{r^0}{r} \exp \left\{ A \left( 1 - \frac{r}{r^0} \right) \right\} \quad (9)$$

Adviértase que  $G(r^0) = 0$  y  $G(\infty) = 1$  como podía esperarse. El parámetro  $A$  se determina de la energía disipada en ensayo de fractura en una probeta. La expresión de  $A$  es

$$A = \left( \frac{G_f E}{1(f'_t)^2} - 1/2 \right)^{-1} \quad (10)$$

donde  $F_f$  es la energía de fractura por unidad de área,  $l$  es la longitud característica del dominio fracturado. Esta longitud define el tamaño máximo de un elemento finito [15]. De la condición que  $A$  tiene que ser positivo se deduce el límite superior de  $l$  como

$$l \leq \frac{2G_f E}{(f'_t)^2} \quad (11)$$

El modelo de daño presentado es muy sencillo y se ha utilizado con éxito para el análisis no lineal de estructuras de hormigón y otros materiales friccionales [12-35].

Faria y Oliver [15] han extendido el sencillo modelo de daño anterior separando las contribuciones de tensiones de compresión y tracción en el daño. Para ello se definen dos variables de daño  $d^+$  y  $d^-$  asociadas a las tensiones de tracción y compresión, respectivamente. Ello exige definir también una ley de evolución diferente para cada variable de daño. Este modelo es útil para reproducir con precisión el comportamiento no lineal del hormigón bajo altas tensiones de compresión y bajo cargas cíclicas que provocan estados de tensiones de tracción y compresión alternados. Situaciones prácticas de este tipo se encuentran en el análisis no lineal de estructuras de hormigón bajo cargas dinámicas [24-27].

### 3. ANÁLISIS NO LINEAL DE ESTRUCTURAS POR EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS CON UN MODELO DE DAÑO ISÓTROPICO

El modelo de daño isótropico es extremadamente simple en comparación con modelos no lineales más sofisticados. La implementación en un programa de elementos finitos sigue el proceso general [73,74]:

- a) Discretización en elementos finitos de la estructura. Interpolación del campo de desplazamientos  $\mathbf{u}$  dentro de cada elemento en función de los desplazamientos nodales  $\mathbf{a}$

$$\mathbf{u} = \mathbf{N} \mathbf{a} \quad (12)$$

donde  $\mathbf{N}$  es la matriz de funciones de forma.

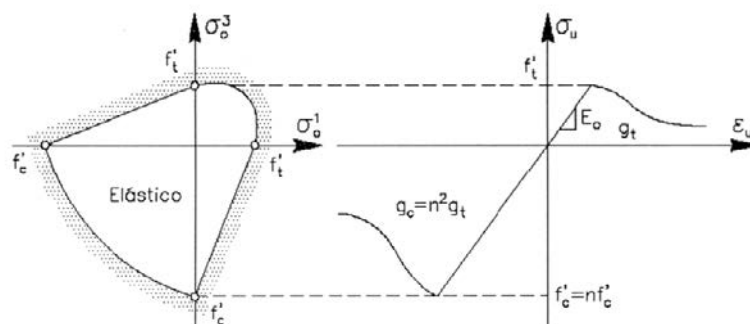


Figura 5. Superficie de límite de daño  $\tau - r^0$  y curva de tensión deformación uniaxial para el modelo de las ecs. (4-7).

- b) Discretización de los campos de deformaciones y tensiones por

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L}\mathbf{u} = \mathbf{L}\mathbf{N}\mathbf{a} = \mathbf{B}\mathbf{a} \quad (13)$$

$$= (1-d)\mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} = (1-d)\mathbf{D}\mathbf{B}\mathbf{a} \quad (14)$$

donde  $\mathbf{L}$  es el operador de deformaciones apropiado y  $\mathbf{B}$  es la matriz de deformaciones [72,73].

- c) Obtención de las ecuaciones (no lineales) de la discretización. Sustituyendo las ecuaciones (12)-(14) en el principio de los trabajos virtuales

$$\int_V \boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_V \boldsymbol{\delta}\mathbf{u}^T \mathbf{b} dV + \int_S \boldsymbol{\delta}\mathbf{u}^T \mathbf{t} dS \quad (15)$$

conduce tras operar a

$$\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{p} - \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (16)$$

$$\mathbf{p} = \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV \quad (17)$$

$$\mathbf{f} = \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV + \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS \quad (18)$$

En las ecuaciones anteriores  $\mathbf{b}$  y  $\mathbf{t}$  son los vectores de fuerzas másicas y de superficie, respectivamente,  $\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{\varepsilon}$  y  $\boldsymbol{\delta}\mathbf{u}$  son los vectores de deformaciones y desplazamientos virtuales y  $\boldsymbol{\Psi}$  es el vector de fuerzas residuales que expresa el equilibrio entre el vector de fuerzas exteriores  $\mathbf{f}$  e interiores  $\mathbf{p}$ .

El sistema de ecuaciones (16) es no lineal debido a la dependencia de las tensiones con el parámetro de daño. La solución del sistema puede hacerse mediante un proceso iterativo incremental tipo Newton-Raphson [74]. En el Cuadro 1 se presentan las etapas básicas de la solución del problema no lineal con el modelo de daño.

Uno de los aspectos a destacar en la formulación de daño es que no se requiere de un algoritmo especial para integración de la ecuación constitutiva como ocurre en los modelos elasto-plásticos, y las tensiones se calculan directamente en función del nivel de deformación y del parámetro de daño por la ecuación (14).

#### 4. CONCEPTO DE DAÑO GLOBAL

La capacidad resistente global de una estructura puede evaluarse mediante un índice de *daño global*  $D$ . Una posible definición de este índice es la siguiente [34, 35]

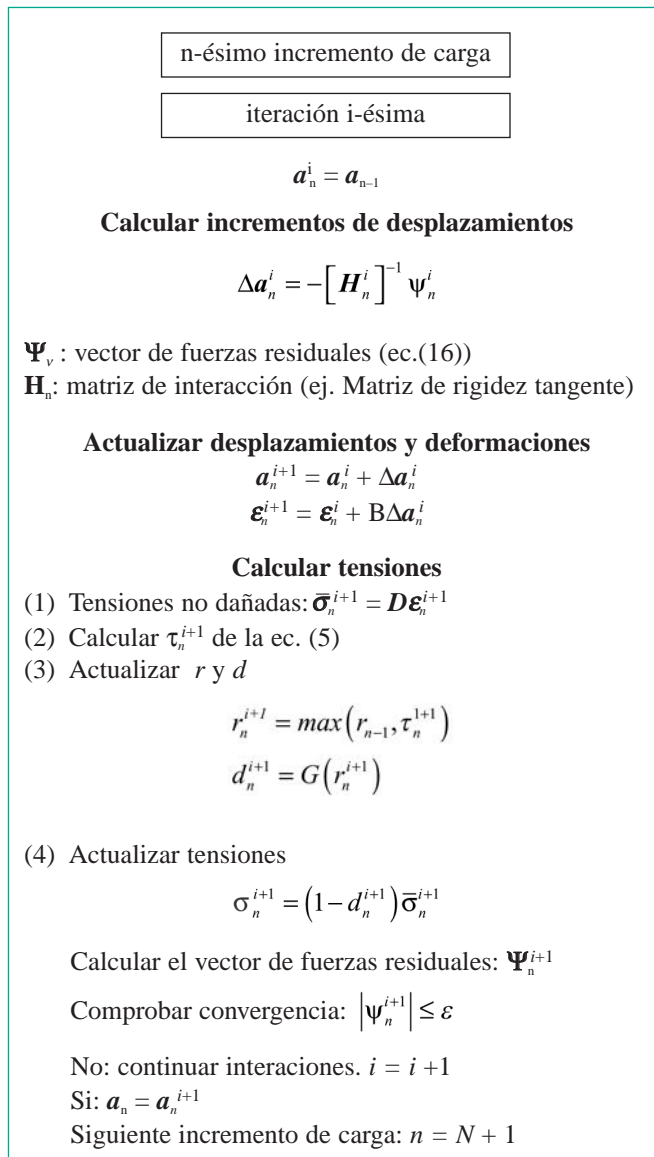
$$D = 1 - \frac{U}{\bar{U}} \quad (19)$$

donde  $U$  y  $\bar{U}$  son las energías de deformación de la estructura dañada y la estructura intacta, respectivamente, definidas por

$$U = \mathbf{a}^T \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{s} = \mathbf{a}^T \int_V \mathbf{B}^T (1-d) \bar{\boldsymbol{\sigma}} dV \quad (20)$$

$$\bar{U} = \mathbf{a}^T \int_V \mathbf{B}^T \bar{\boldsymbol{\sigma}} dV$$

#### Cuadro 1. Esquema de solución cuasiestática no lineal por el método de elementos finitos con un modelo de daño isótropo



Las integrales anteriores se obtienen por suma de las contribuciones elementales en la forma usual.

Adviértase que la pérdida total de la capacidad resistente de la estructura corresponde a un valor de  $D = 1$ . Este valor se alcanza cuando se produce una pérdida de rigidez en una zona o zonas de la estructura por acumulación de daño local, de manera que se produce el colapso de esa zona (que puede coincidir o no con toda la estructura) a través de un mecanismo de rotura que absorbe toda la deformación de la estructura. Es importante remarcar que el índice de daño global puede calcularse para una parte de la estructura (una planta, un conjunto de pilares, etc.), así como para la estructura completa. De esta forma puede evaluarse la influencia de dicha parte en el comportamiento no lineal de toda la estructura.

El cálculo de los índices de daño local y global proporciona unos indicadores muy útiles para seguir en detalle la evolución de la pérdida de rigidez de la estructura, a nivel de cada punto y a nivel general, hasta la ruina total.

## 5. INCLUSIÓN DEL EFECTO DE LAS ARMADURAS

Para el acero de las armaduras es usual aceptar un comportamiento elasto-plástico con una ley de endurecimiento obtenida de ensayos experimentales. Si se utiliza un modelo estructural de lámina, el efecto de las armaduras puede incluirse a través de una formulación de capas en la que a cada capa que discretiza el espesor se le asignan las propiedades del hormigón o del acero, como si se tratara de un material compuesto laminado. El modelo de capas es también aplicable en piezas prismáticas, si bien en este caso es más preciso utilizar un modelo de celdas para discretizar la sección transversal. Si se utilizan sólidos tridimensionales el efecto del acero se incluye también a través de capas con la cuantía de acero equivalente. Dichas capas se asignan a superficies interiores al elemento, sobre las que se efectúa integración numérica dentro del proceso del cálculo de la matriz de rigidez sobre el volumen del elemento. Para más detalles consultar las referencias [4-8, 34, 35, 37, 70-72].

## 6. ACOPLAMIENTO DE EFECTOS DE DEGRADACIÓN AMBIENTAL EN LOS MODELOS DE DAÑO

Además de los mecanismos de deterioro de naturaleza mecánica, en estructuras de hormigón y mampostería suelen ocurrir otros tipos de mecanismos de daño de origen físico-químico-biológico. Estos últimos se deben generalmente a la interacción entre el medio ambiente y el material construido.

El acoplamiento entre los efectos ambientales y las características resistentes del hormigón pueden tenerse en cuenta en el modelo de daño, modificando la ec. (3) como

$$\sigma = \beta (1 - d) E \varepsilon \quad (21)$$

donde  $\beta$  es un parámetro de daño ambiental (físico-químico-biológico) tal que  $\beta_c < \beta < 1$ . El valor de  $\beta$  se aproxima al valor inferior límite  $\beta_c$  cuando el proceso de degradación ambiental alcanza su nivel máximo.

Claramente el efecto de  $\beta$  es el de reducir la resistencia del material. La evolución de  $\beta$  depende de la humedad, la temperatura y las especies agresivas dentro del material poroso. Los parámetros físicos en este proceso de difusión dependen

también del nivel de degradación del material a través de la variable de daño  $d$  y el problema está totalmente acoplado. Un estudio completo requiere el análisis por elementos finitos de las ecuaciones diferenciales que gobiernan la difusión de las especies agresivas, con las ecuaciones que gobiernan la resistencia de la estructura. En las referencias [37, 38] se pueden encontrar algunas aplicaciones preliminares de este modelo de daño mecánico-ambiental al análisis de estructuras de hormigón y edificios históricos.

## 7. EJEMPLOS

Los ejemplos siguientes muestran algunas aplicaciones de los modelos descritos en los apartados anteriores.

### 7.1. Flexión de viga entallada sometida a fuerzas en cuatro puntos

El modelo de daño isótropo se ha aplicado el ensayo de la viga entallada sometida a fuerzas aplicadas en cuatro puntos, como ilustra la Figura 6. Los datos elegidos para el estudio del modelo corresponden al ensayo experimental realizado por Arrea y Ingraffea [74]. Se ha empleado una malla no estructurada formada por elementos finitos triangulares lineales de tensión plana. Se ha considerado que las piezas de acero utilizadas para transferir la carga a la viga se comportan elásticamente, presentando un módulo de elasticidad cien veces superior al de la viga.

Los resultados experimentales se obtuvieron mediante el control del desplazamiento vertical relativo  $\delta$  entre los labios de la entalla (Figura 6). El análisis numérico se ha llevado a cabo mediante el control de la componente vertical del desplazamiento del labio derecho de la entalla. Se ha considerado una ley de ablandamiento exponencial. Los detalles pueden encontrarse en [22, 69].

En la Figura 7 se exponen los resultados experimentales y numéricos correspondientes a la evolución de carga  $P$  aplicada en función del desplazamiento relativo  $\delta$ , donde se puede apreciar la satisfactoria concordancia de la predicción numérica con los resultados experimentales.

La Figura 8 muestra las líneas de discontinuidad obtenidas experimentalmente y mediante la formulación numérica pro-

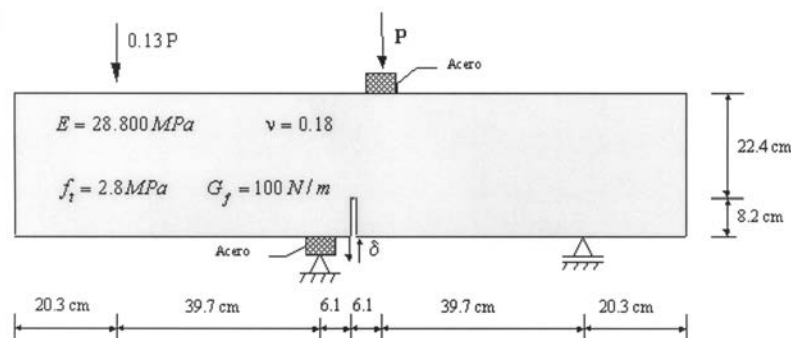


Figura 6. Ensayo de fractura en modo mixto.



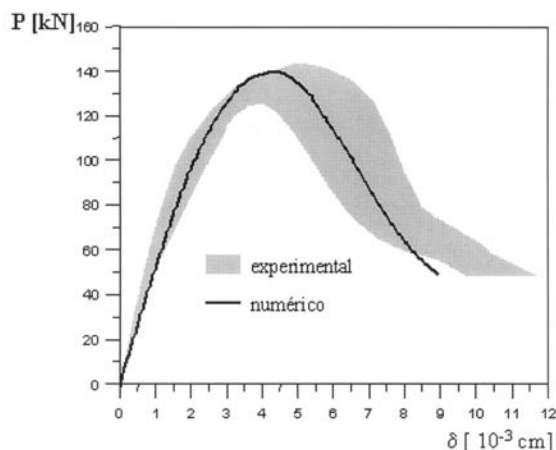


Figura 7. Viga entallada. Curvas de carga versus desplazamiento obtenidas experimental y numéricamente.

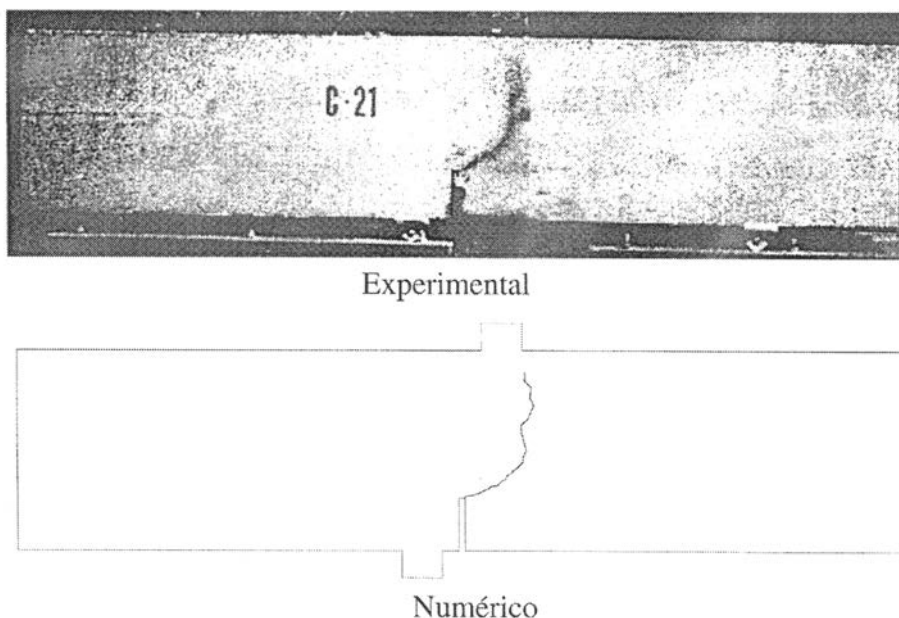


Figura 8. Trayectoria de la fisura: a) resultado experimental. b) Predicción numérica.

puesta, donde se puede observar la excelente predicción numérica de la posición de la línea de discontinuidad.

En la Figura 9 se muestra la malla de elementos finitos deformada en la etapa final del proceso de carga. Asimismo se presentan los contornos de iso-desplazamientos horizontales en la malla deformada.

**7.2. Pórtico plano sometido a acciones estáticas**

Este ejemplo estudia la evolución del daño en el pórtico plano de hormigón armado de la Figura 10a sometido a cargas estáticas y sísmicas. En este problema se utilizó el sencillo modelo de año isótropo para el hormigón, combinado con un modelo elasto-plástico para el acero [30, 34 35]. El pórtico tiene una altura de 9 metros, un ancho de 6 metros y es de 3 niveles. Los pilares tienen una sección transversal de 30 cm por 30 cm de hormigón armado con una cuantía de 4,35% de

acero. Las vigas tienen un canto de 40 cm y un ancho de 30 cm con una cuantía de armado de 5,3%. Los materiales utilizados tienen las siguientes propiedades:

Acero	Hormigón
$E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ daN/cm}^2$	$E = 2.0 \cdot 10^5 \text{ daN/cm}^2$
$\sigma^0 = 4200 \text{ daN/cm}^2$	$\sigma^0 = 300 \text{ daN/cm}^2$
$\nu = 0,25$	$n = 0.17$
$\rho = 8 \text{ g/cm}^3$	$\rho = 2.5 \text{ g/cm}^3$

La estructura se discretiza en 45 elementos finitos cuadráticos de piezas de Timoshenko de tres nodos. Cada elemento finito tiene una longitud de 1.0 m y su sección está dividida en 20 capas de igual espesor. La segunda y la decimonovena capa son de acero y las demás son de hormigón. La cuantía de

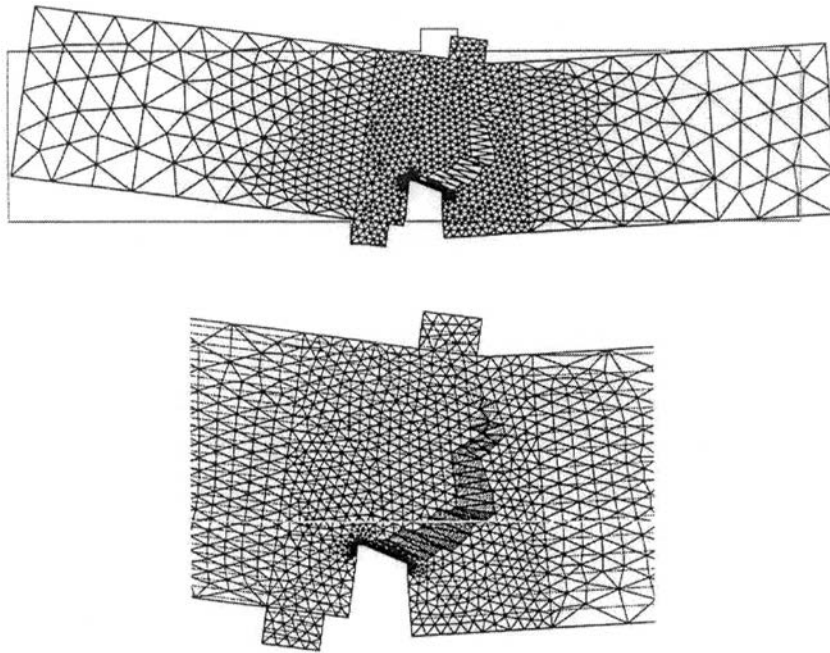


Figura 9. Resultados numéricos del ensayo de fractura en modo mixto.

acero se controla variando el ancho de las capas de acero. El estado del material se verifica en los puntos de contacto entre capas, de manera separada en cada capa y luego se interpola linealmente sobre el espesor de la capa.

El análisis realizado ha sido estático, tratando de simular un ensayo típico de empuje lateral aplicando un desplazamiento horizontal en el extremo superior izquierdo del pórtico hasta

un valor de 4% de altura total del mismo, que es el rango admisible de variación en una prueba de este tipo. En este estudio se considera para el acero un comportamiento elasto-plástico perfecto.

La Figura 10b muestra la evolución de la fuerza aplicada sobre el pórtico en función del desplazamiento del punto de aplicación de la carga. La evolución de los índices globales de

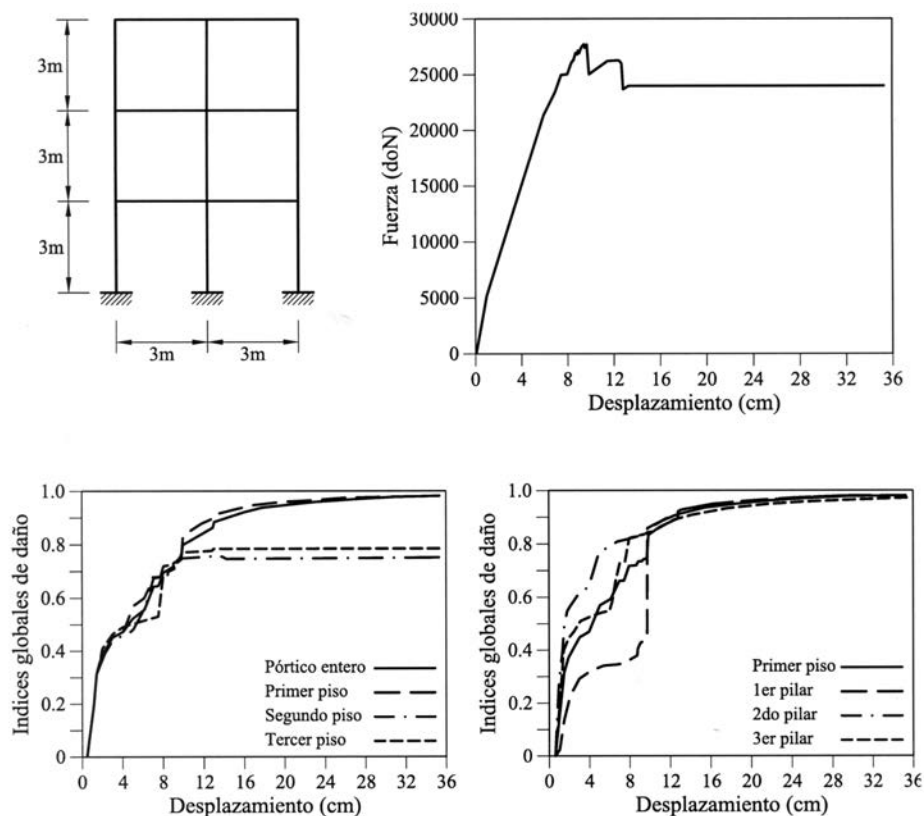


Figura 10. (a) Geometría del pórtico, (b) Curva fuerza-desplazamiento. (c) Evolución de los índices globales de daño de los tres pisos y de la estructura entera. (d) Evolución de los índices globales de daño del primer piso y de sus tres pilares. Curvas: A Pórtico entero. B: Primer piso; C: Segundo piso y D: Tercer piso.

daño de los pisos y del pórtico entero se presenta en la Figura 10c. El estudio conjunto de estos dos gráficos permite observar que hay dos tramos donde la reducción brusca de la fuerza aplicada se corresponde con aumentos instantáneos de los índices globales de daño total y del primer piso y, en mucho menor medida, de los demás pisos. La explicación se encuentra en la historia de degradación del pórtico que puede verse detalladamente en la Figura 10d.

Los pilares del primer piso son evidentemente las zonas donde ocurrirá el fallo estructural, puesto que el momento flector alcanza su máximo en la unión con la base de sustentación. Sin embargo, los pilares no fallarán a la vez, ya que el más solicitado es el primero por la izquierda, que soporta además el momento flector el mayor esfuerzo axial de tracción. Los esfuerzos de tracción son relevantes aquí debido a la menor resistencia del hormigón a este tipo de sollicitación. El primer pilar es el más solicitado y, a medida que va cediendo, el segundo pilar va absorbiendo su carga. A partir de cierto nivel de carga, el hormigón cede con fragilidad en estos dos pilares con la consiguiente transferencia de carga hacia el tercero, que sufre una degradación paulatina. Este es el momento de la primera discontinuidad en la curva fuerza-desplazamiento. La segunda discontinuidad ocurre algo más tarde, cuando el hormigón del tercer pilar sufre el mismo fenómeno y prácticamente desaparece a efectos de rigidez. El análisis efectuado permite destacar la capacidad del índice global de daño propuesto para describir adecuadamente el estado estructural. Se observa que dicho índice sigue de cerca la evolución del índice del primer piso que es el que define el esta-

do de fallo global de la estructura. Este resultado demuestra que el índice global de daño de la estructura se comporta como si tuviera asignados pesos en función de la importancia de las distintas zonas estructurales.

En la Figura 11 se presentan dos deformadas con sus correspondientes distribuciones de daño elemental, es decir, de los índices globales de daño de un elemento finito. La primera deformada recoge el momento anterior al primer salto en la curva fuerza-desplazamiento, cuando todavía se mantiene la forma característica al estado elástico y una distribución casi uniforme del daño. La segunda deformada corresponde al momento final, donde pueden apreciarse las rótulas plásticas en las extremidades de los tres pilares del primer piso. Las distribuciones de daño elemental muestran máximos en los elementos que contienen dichas rótulas.

### 7.3. Análisis de una planta de un edificio de viviendas

El mismo modelo de daño del ejemplo anterior se utilizó para analizar la estructura de un edificio del polígono Marina Besós de Sant Adrià del Besós, ciudad cercana a Barcelona. La estructura está formada por 5 plantas, con 2 viviendas simétricas por escalera. La Figura 12 muestra la discretización en elementos finitos hexahédricos de 20 nodos de la planta analizada [34, 35].

La sección del forjado que define la estructura resistente de hormigón armado condiciona la malla de elementos finitos

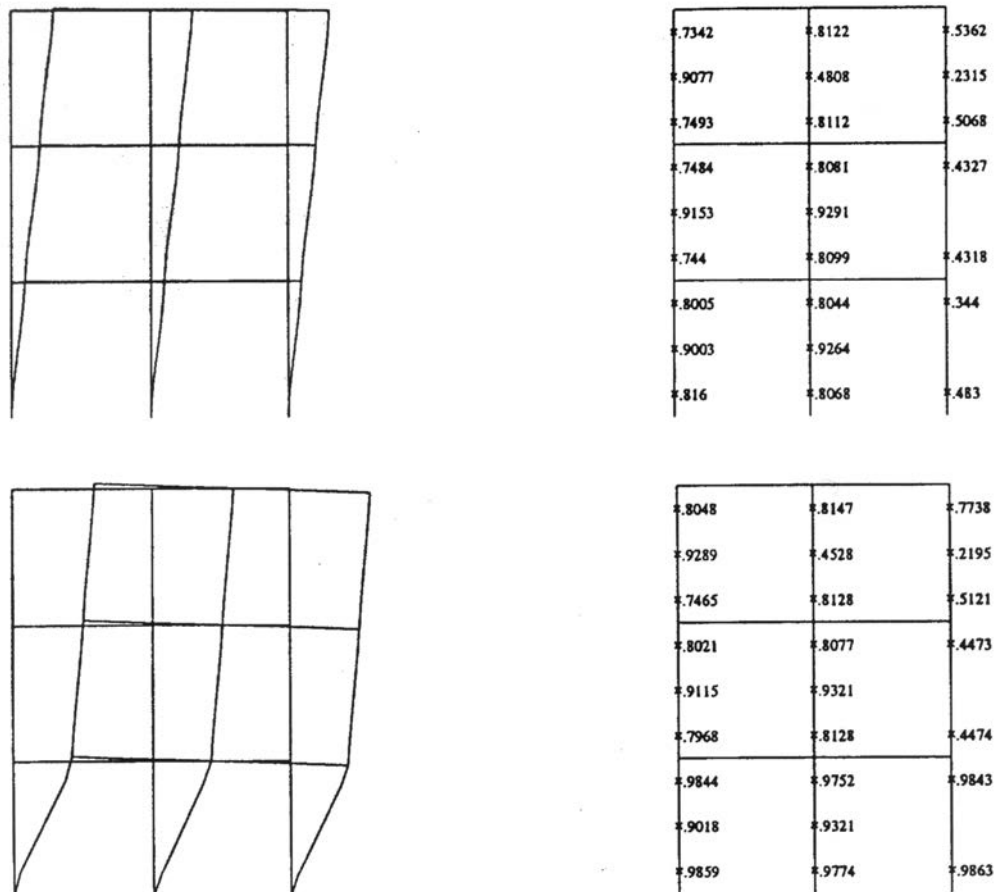


Figura 11. Deformada y distribución de daño en dos momentos característicos de la historia de carga.



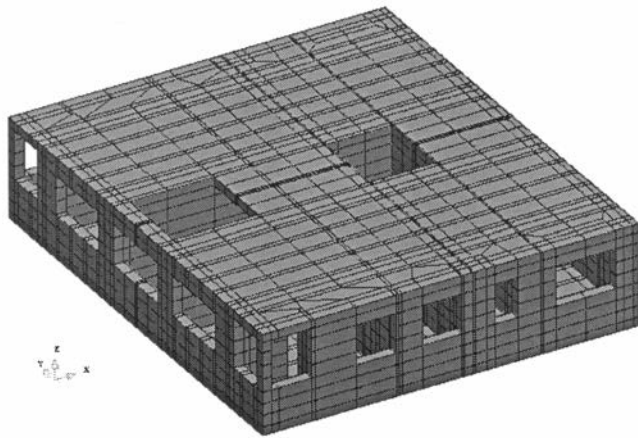


Figura 12. Planta de un edificio de viviendas. Discretización en elementos finitos.

representada en la Figura 16, de manera que hay un esqueleto resistente formado por viguetas de 15 cm de ancho alternando con elementos de relleno (entreviguetas) de 55 cm de ancho. Los elementos estructurales armados son dichas viguetas junto con las vigas planas contenidas en el forjado de 28 cm de altura y entre 50 y 80 cm de ancho y los pilares cuyas secciones son de 50 x 50 cm.

La problemática de este edificio es que poco tiempo después de acabarse su construcción y siendo ya habitado aparecieron fisuras que han ido aumentando hasta que en el momento del estudio se habían transformado en grietas

importantes. Este hecho ha motivado un estudio de la estructura en su totalidad que se realizó en dos etapas: reconocimiento y observación del estado de la estructura y modelización de la estructura para poder simular numéricamente su comportamiento. La carga aplicada en la simulación numérica ha consistido del peso propio de la estructura más una presión de 100 kg/cm<sup>2</sup> sobre el forjado y el techo. Dicha presión corresponde a un factor de carga de 1 y ha sido aumentada hasta producirse el fallo estructural.

Para las grietas más importantes que se han producido en los tabiques se ha obtenido una excelente correlación entre los resultados del cálculo y las observaciones (Figuras 13a y 13b), identificándose las fisuras en la misma zona que la observada, pero para un factor de carga de 4 veces la carga de servicio. Esto significa que el forjado de la planta es mucho más flexible de lo esperado, ya que los tabiques interiores no están sostenidos por ninguna columna. Dado que la carga última ha sido de 5,9 veces el peso propio, puede concluirse que la estructura tiene un índice de seguridad de 1.45 y que el estado real y las rigideces de los elementos estructurales son los correspondientes a la configuración calculada para 4 veces el peso propio.

Basándose en este resultado se inició una campaña de verificación del estado del forjado y sobre todo de las viguetas que son su principal elemento de rigidez. Los resultados del muestreo entre las viguetas han mostrado importantes desviaciones con respecto las prescripciones de proyecto sobre distancia entre armaduras, lo que disminuye la rigidez de las viguetas de manera importante.

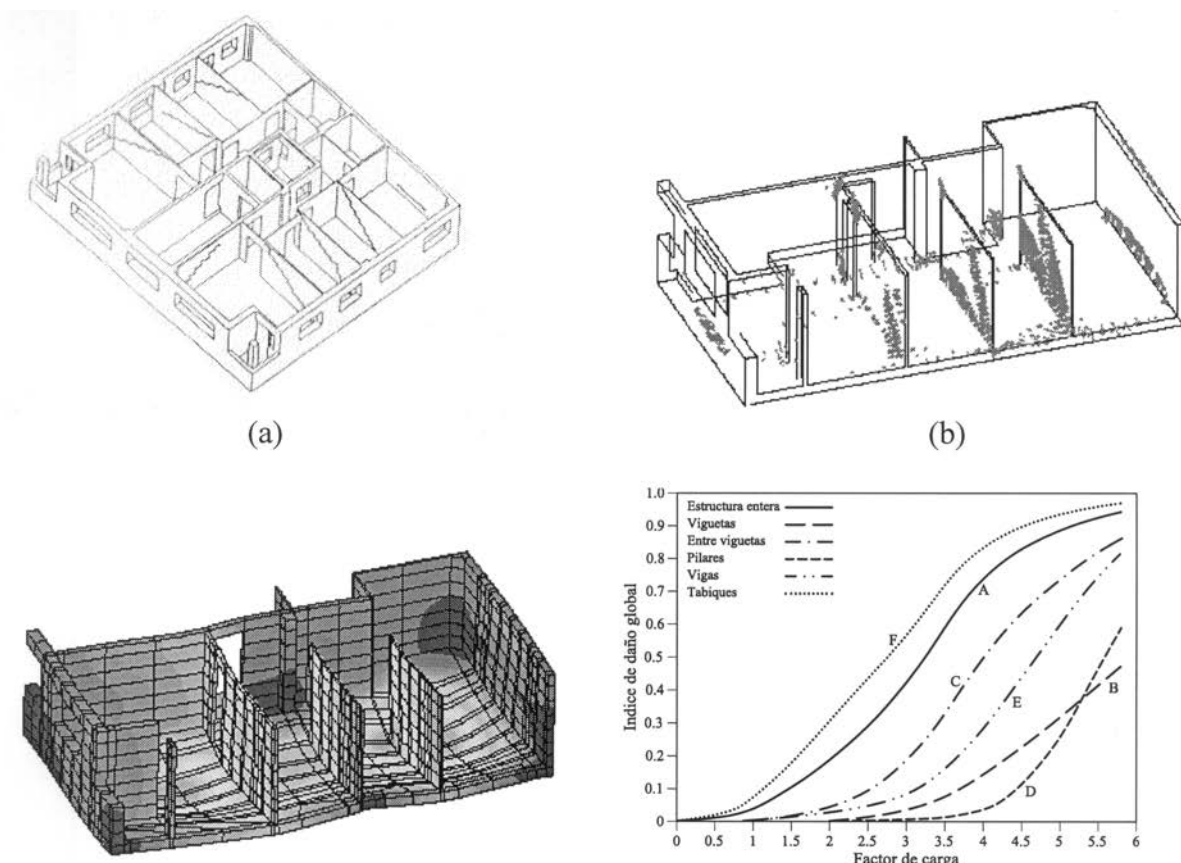


Figura 13. a) Fisuras detectadas visualmente. b) Puntos dañados calculados. c) Deformada de la estructura, d) Evolución de varios índices globales de daño. Curvas: A: Estructura entera; B: Viguetas; C: Entreviguetas; D: Pilares; E: Vigas y F: Tabiques.



La Figura 13c muestra la deformación obtenida en el ensayo numérico. Puede notarse que los mayores desplazamientos se producen en el centro del forjado, con un gradiente muy importante a lo largo de los tabiques, lo que provoca una sollicitación importante de cortante en estos últimos con la rotura característica a  $45^\circ$  (ver también la Figura 13b).

La evolución de los índices de daño globales de toda la planta y de sus componentes se muestra en la Figura 13d. Se resalta que los elementos de hormigón armado (vigas, viguetas y pilares) tienen índices de daño globales mucho más bajos y el índice de toda la estructura se ve fuertemente influido por las zonas sin armar (tabiques y entreviguetas). Esto demuestra que estos últimos elementos estructurales tienen un papel fundamental en el comportamiento del conjunto y de su estado depende la funcionalidad de la vivienda estudiada.

#### 7.4. Evaluación de la presión de rotura en un edificio de contención de una central nuclear

En la Figura 14 se muestra el edificio de hormigón armado que protege las instalaciones del reactor y el sistema de refrigeración. El edificio se compone de una cimentación rígida y una lámina cilíndrica cerrada por una cúpula esférica. La pared cilíndrica y la cúpula están presentadas con tendones no adherentes y su interior está protegido por una plancha de acero.

Para el análisis se utilizó el modelo de daño isótropo para el hormigón y un modelo elastoplástico para las armaduras [34, 35]. La utilización de elementos finitos tridimensionales permite considerar en el análisis las características que rompen la simetría de revolución del edificio de contención. Éstas son: los tres contrafuertes, las penetraciones, la falta de simetría de revolución de las fuerzas de postesado y la armadura adicional existente en las zonas donde se encuentran las penetracio-

nes. Como criterio de fallo del acero se ha considerado en ambos modelos que las armaduras pasivas y tendones de postesado se agotan (“rompen”) al alcanzar una deformación del 1%. El algoritmo de cálculo simula la rotura de la armadura eliminando completamente la rigidez de la barra o del grupo de barras que haya alcanzado dichos límites. Esto genera fuerzas adicionales que se redistribuyen a los componentes adyacentes, que reciben de esta manera una carga adicional. El proceso de fallo continúa desarrollándose en cadena, hasta el momento en que dichas fuerzas no pueden equilibrarse. Este es el instante en que se considera que la estructura ha fallado.

En la Figura 15a se muestra la distribución del parámetro de daño local en el momento de la rotura. En la Figura 15b se han resaltado las armaduras rotas en el momento del fallo estructural global. En dichas barras la deformación ha superado el límite del 1% prefijado.

La Figura 16 muestra la evolución del desplazamiento radial del punto medio en altura del cilindro en función de la presión interior en el punto de mayor deformación. Se observa una perfecta concordancia en el rango elástico de comportamiento, hasta las 6 atmósferas aproximadamente. A partir de dicha presión, el hormigón comienza a fisurarse y la pendiente de las curvas es salgo distinta debido a la extensiva fisuración que se produce en la zona de contacto pared-losa. Este fenómeno afecta en mayor grado al modelo en que también fisura la losa. A partir de las 10 atmósferas aproximadamente, las pendientes de las curvas vuelven a acercarse, debido a la generalización de la fisuración en ambos problemas. En los dos casos, la presión de fallo obtenida es prácticamente la misma, con una ligera diferencia en los desplazamientos máximos.

Se ha comprobado, asimismo, que en los dos casos se mantiene la misma localización del fallo estructural y el mismo estado de fisuración del edificio.

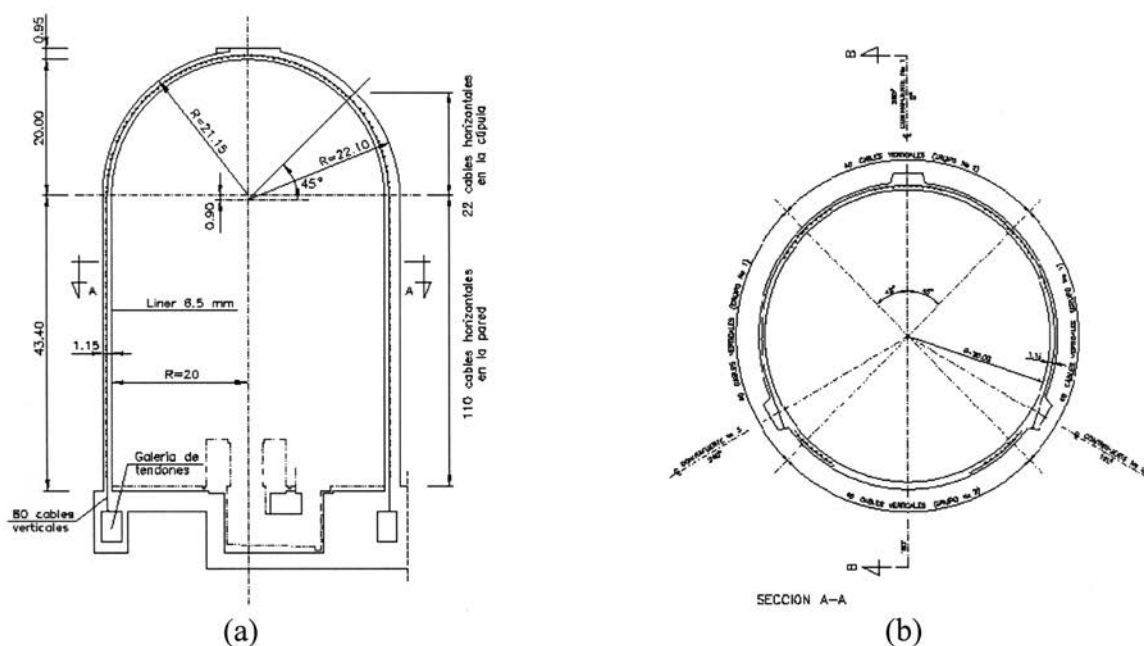


Figura 14. Edificio de contención de una central nuclear. a) Sección vertical; b) Sección horizontal.

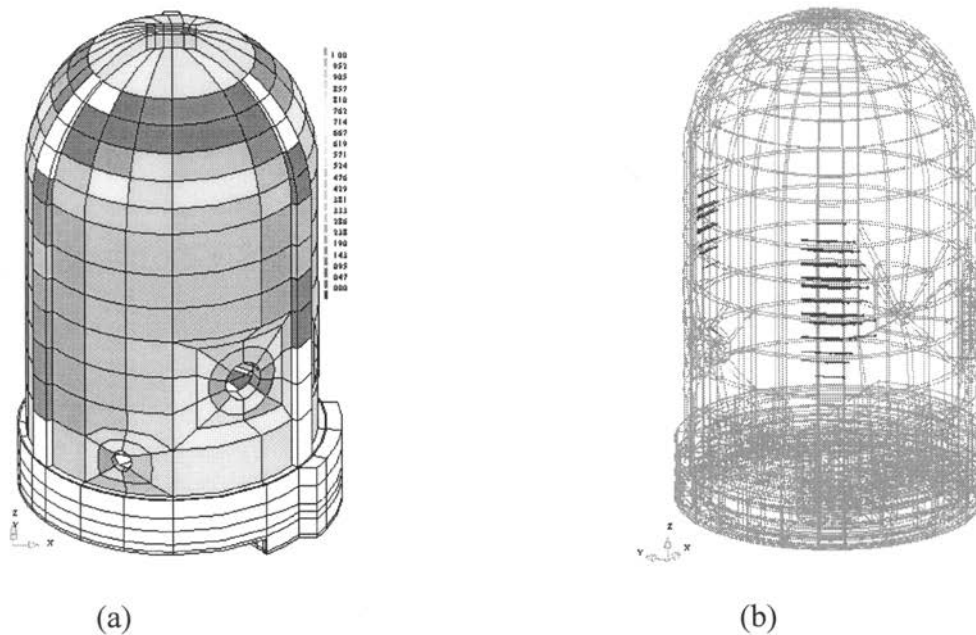


Figura 15. a) Distribución del parámetro de daño local en el momento de la rotura;  
b) Armaduras rotas en el instante del fallo global de la estructura.

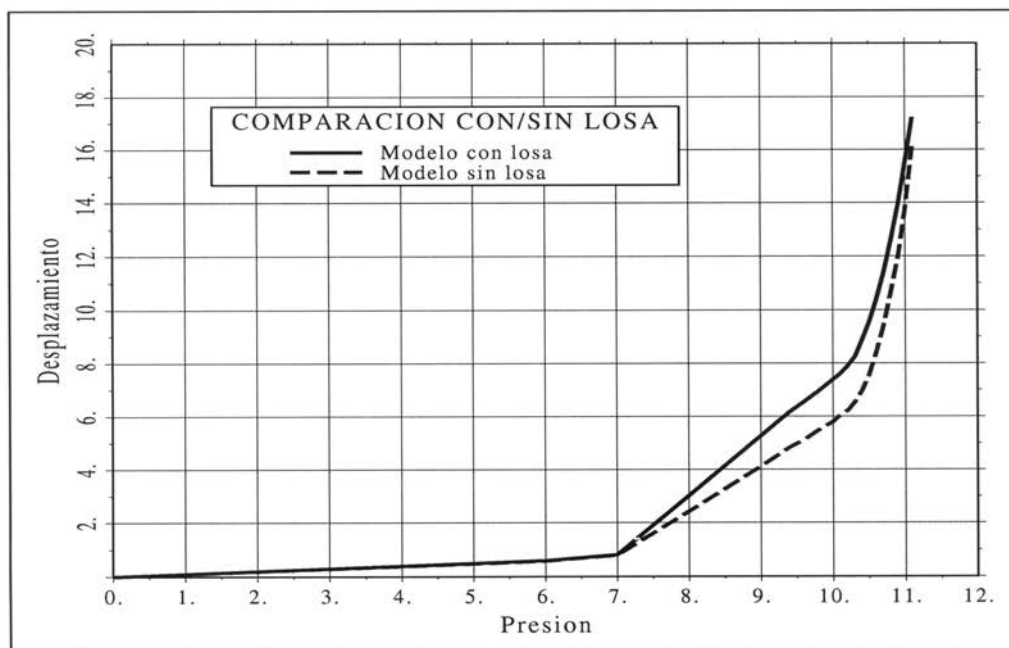


Figura 16. Curva presión-desplazamiento para el punto del edificio de contención que sufre mayor desplazamiento.

En la Figura 17 se dibuja la evolución del índice de daño global para la estructura completa y varias de sus partes. De esta manera se puede apreciar la contribución de los diferentes elementos resistentes en la resistencia última de la estructura. En este caso se han considerado como elementos independientes la pared cilíndrica, cada uno de los tres anillos que la forman (cada uno de altura igual a 1/3 de la altura de la pared) y la cúpula. Se aprecia la relevancia de la cúpula y el 2.º y 3.º anillo en el índice de daño global.

Este mismo problema se analizó con el modelo de fisura distribuida fija para el hormigón, obteniéndose resultados

muy similares para la presión de rotura y el modo de fallo. Los detalles pueden encontrarse en [69, 70].

### 7.5. Análisis de la Basílica de San Marcos de Venecia

El modelo de daño se ha aplicado por Oñate *et al.* [37] al análisis de la capacidad resistente de la Basílica de San Marcos en Venecia.

En la Figura 18 se muestra la discretización de las cinco cúpulas de la Basílica incluyendo 7676 hexaedros de 20 nodos

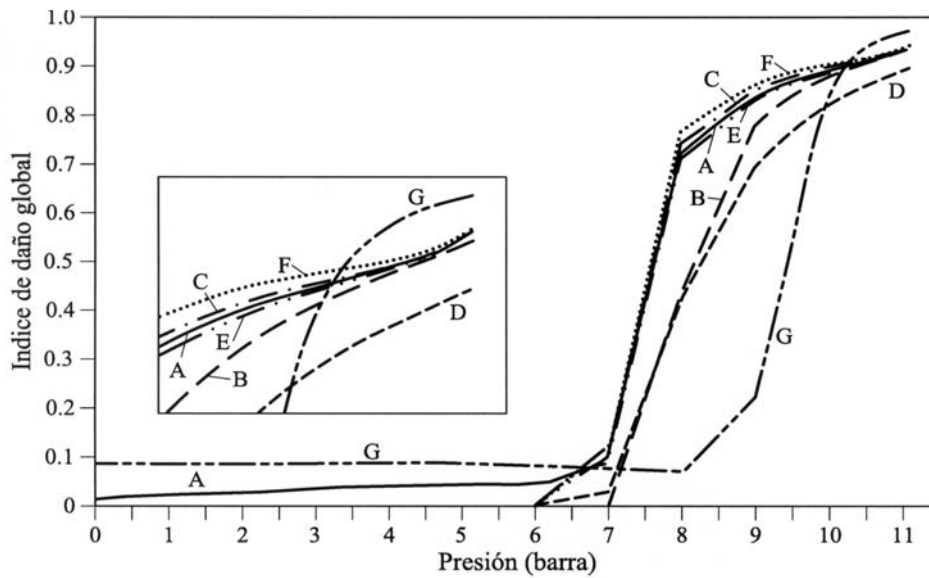


Figura 17. Evolución del índice de daño global. Curvas: A: Estructura completa; B: Cúpula; C: Cilindro; D: Primer anillo; E: Segundo anillo; F: Tercer anillo; G: Placa de cimentación.

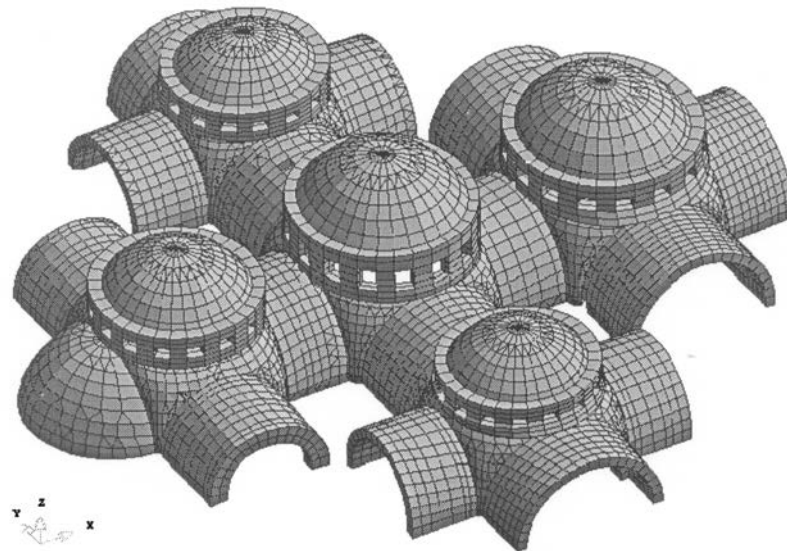


Figura 18. Basílica de San Marcos en Venecia. Discretización de las cinco cúpulas con elementos hexaédricos de 20 nodos.

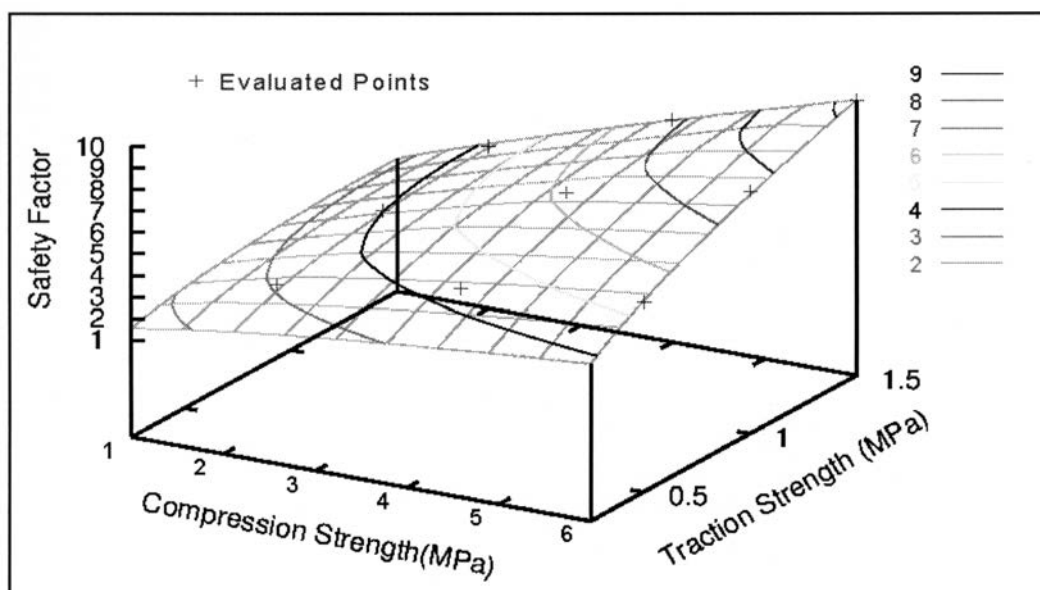


Figura 19. Coeficiente de seguridad a rotura bajo peso propio para diversos valores de las tensiones límites de la mampostería.



y 2265 prismas triangulares de 15 nodos. Las propiedades de la piedra se tomaron como  $E = 600.000 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\nu = 0.15$ , límite de compresión:  $400 \text{ kg/cm}^2$  y límite de tracción:  $40 \text{ kg/cm}^2$ . Para las paredes de ladrillo se tomó un módulo de elasticidad igual a  $30.000 \text{ kg/cm}^2$  y diferentes valores de los límites de tracción y compresión. La Figura 18 muestra la influencia de estos límites en el coeficiente de seguridad a rotura bajo peso propio.

En la Figura 20 se muestran las distribuciones del parámetro de daño en diferentes momentos de aplicación del peso propio multiplicado por un factor de carga. Para una información más detallada sobre este ejemplo se recomienda consultar la ref. [37].

## 7.6. Análisis de la rotura de bóvedas de mampostería armada

Una aplicación de las metodologías basadas en los modelos de daño es el estudio del comportamiento de bóvedas de mampostería armada como las que se presentan en la Figura 21. Dichas bóvedas están constituidas por una capa de ladrillos cerámicos armados con barras de acero colocadas dentro de las juntas y cubierta por una capa de mortero. El estudio de su comportamiento bajo varios tipos de carga permite verificar su idoneidad para una variedad de aplicaciones arquitectónicas como cubiertas con alto valor estético entre otras.

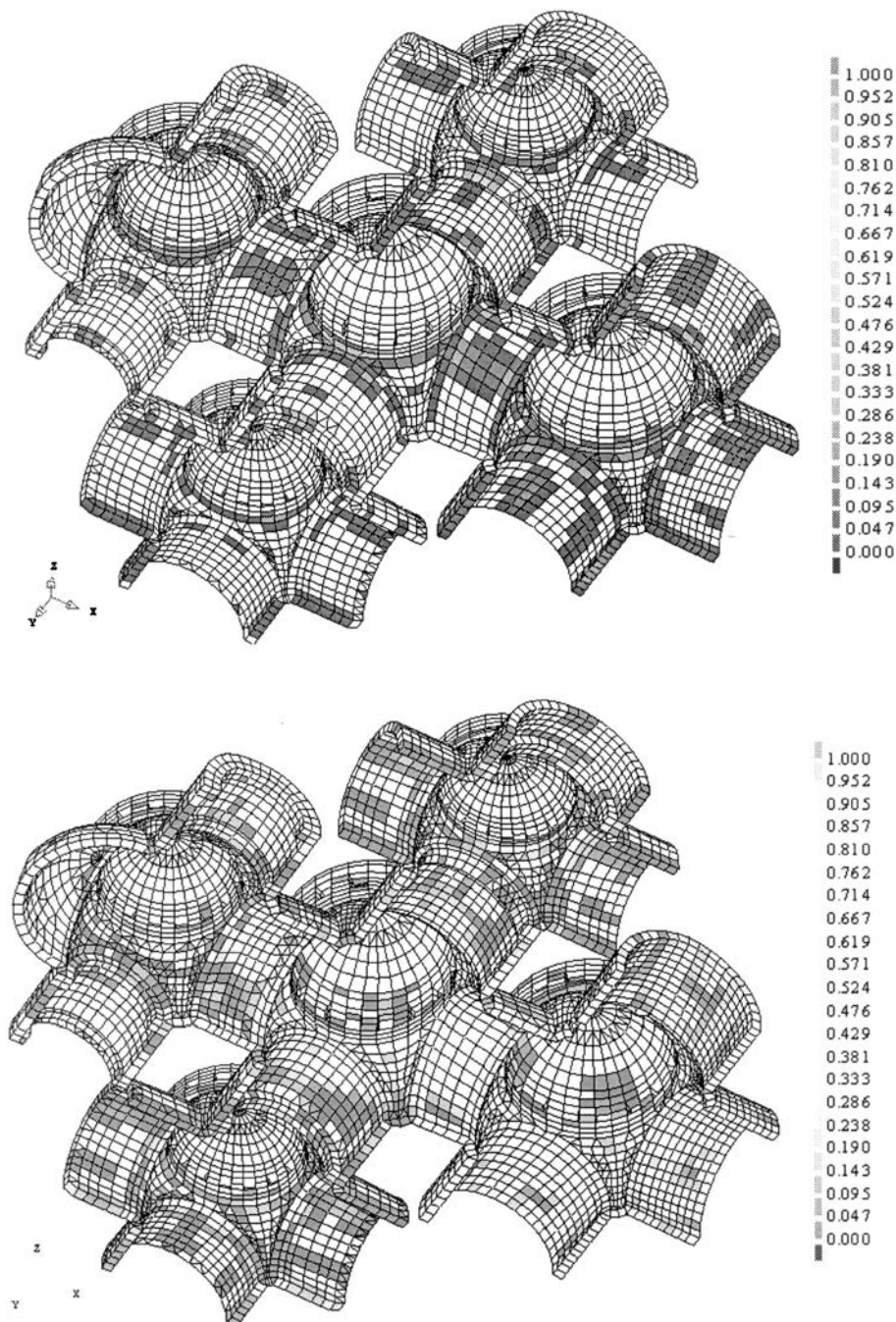


Figura 20. Mapas del daño sobre la estructura en diferentes estados de carga bajo peso propio creciente.



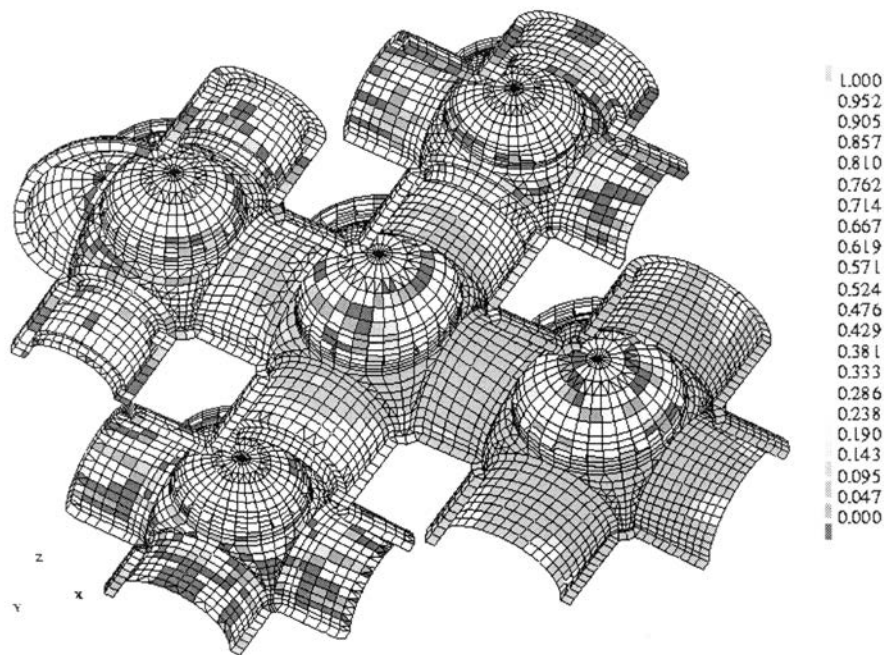


Figura 20 (Continuación). Mapas del daño sobre la estructura en diferentes estados de carga bajo peso propio creciente.

El modelo estructural presentado en la Figura 21 se ha obtenido utilizando el concepto de micromodelo, lo que supone la discretización en elementos finitos separados de los ladrillos por un lado y del mortero por otro. Esta estrategia permite observar en detalle el comportamiento de las dos componentes y obtener con gran precisión la localización exacta de las fisuras y las grietas que se van a formar a medida que se aumenta la carga, que en este caso ha sido una fuerza puntual aplicada a un cuarto de la luz del arco.

La bóveda tiene una luz de 10 m, una altura en la clave de 32.3 m y un ancho de 1 m. El espesor de la lámina es de 7,6 cm, compuesto por una capa de ladrillos de 4,6 cm y un recubrimiento de mortero de 3 cm. Las juntas son de 2 cm y hay

una barra de acero de  $\phi$  6 cada junta longitudinal. La forma de arco es catenaria, lo que asegura el comportamiento ideal de compresión uniforme frente a la carga de peso propio.

El propósito del análisis ha sido el de calcular la carga máxima y compararla con los resultados de los ensayos experimentales llevado a cabo en el laboratorio en un modelo a escala real 1:1. Asimismo, se han estudiado la localización del daño estructural y el nivel de tensiones y deformaciones en los distintos materiales (ladrillo, mortero y acero).

Las simulaciones numéricas realizadas han considerado dos condiciones de apoyo, empotramiento perfecto en las dos extremidades por un lado y, por otro, apoyos simples. Los

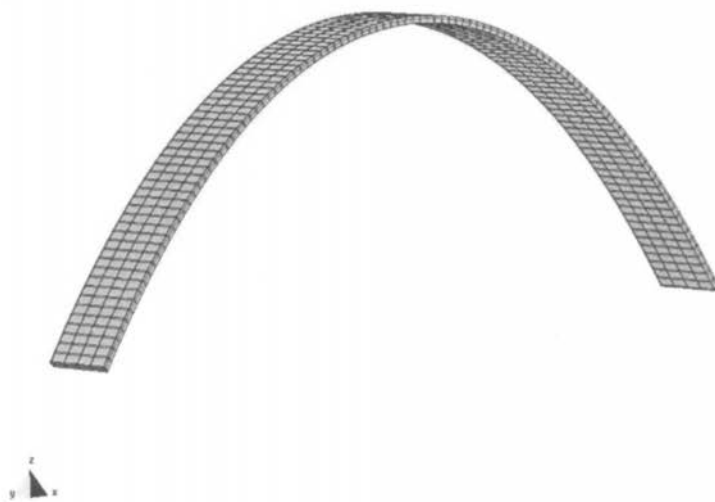
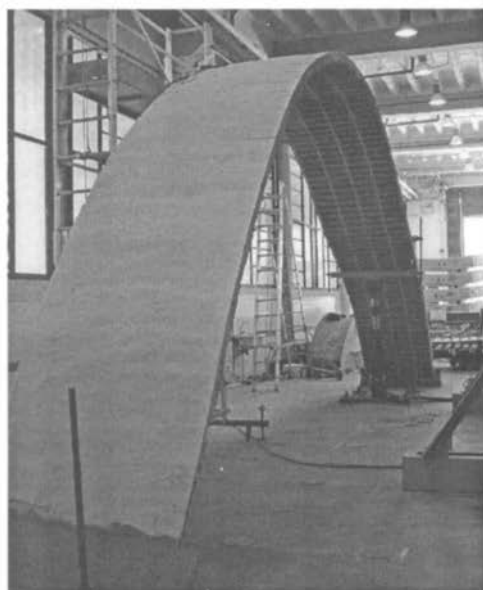


Figura 21. Bóveda de mampostería armada realizada en el laboratorio a escala 1:1. Malla de elementos finitos de la bóveda.

mapas de daño elemental obtenidos pueden verse en las Figuras 22 y 23, para los dos casos de apoyo mencionados.

En el caso de empotramiento perfecto se forman cuatro

rótulas plásticas, primero debajo del punto de aplicación de la carga, después en los dos apoyos y, por último, en la parte superior en una zona amplia centrada aproximadamente a 1 m de la clave en lado opuesto a la carga (Figura 22).

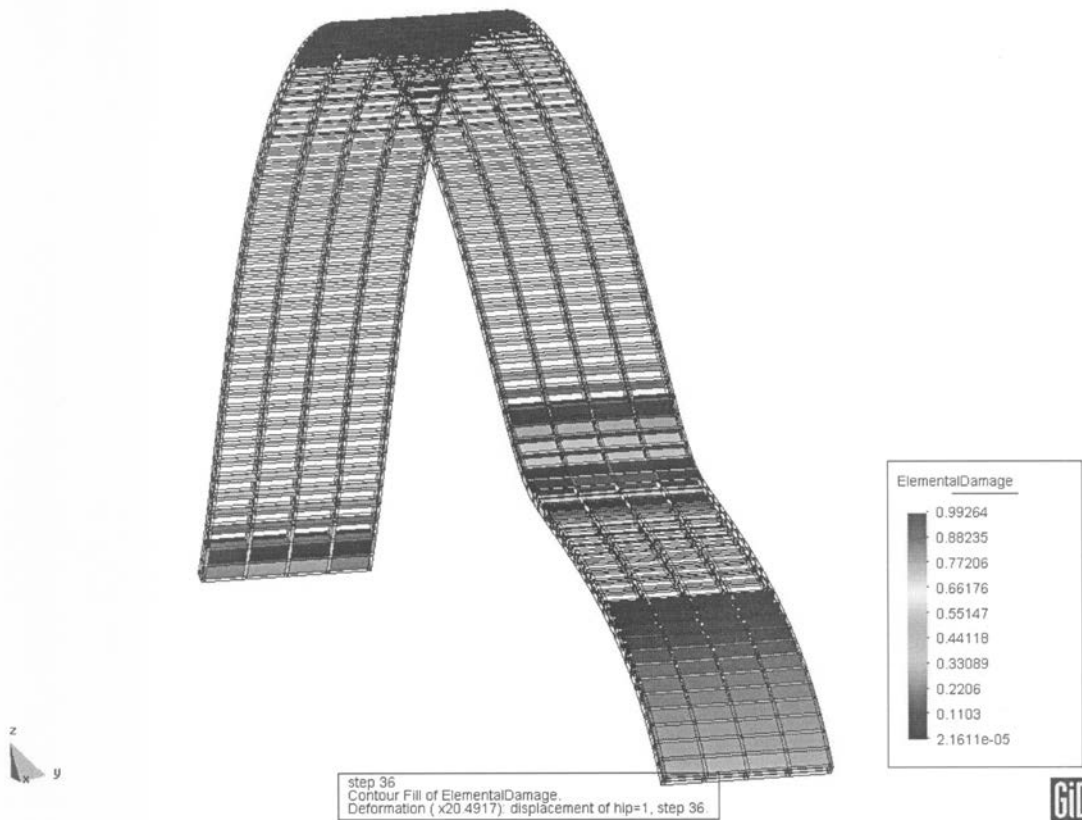


Figura 22. Mapas del daño sobre la estructura deformada correspondientes a la hipótesis de apoyo de empotramiento bajo cargas concentradas.

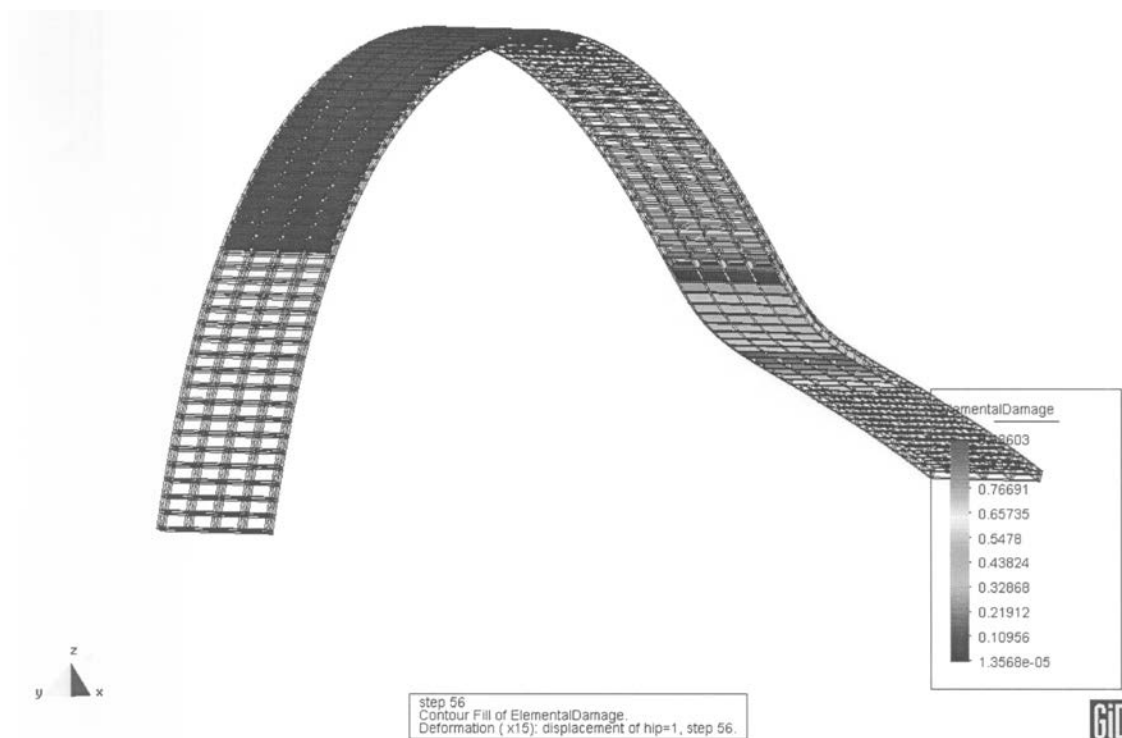


Figura 23. Mapas del daño sobre la estructura deformada correspondientes a la hipótesis de apoyo simple bajo cargas concentradas.

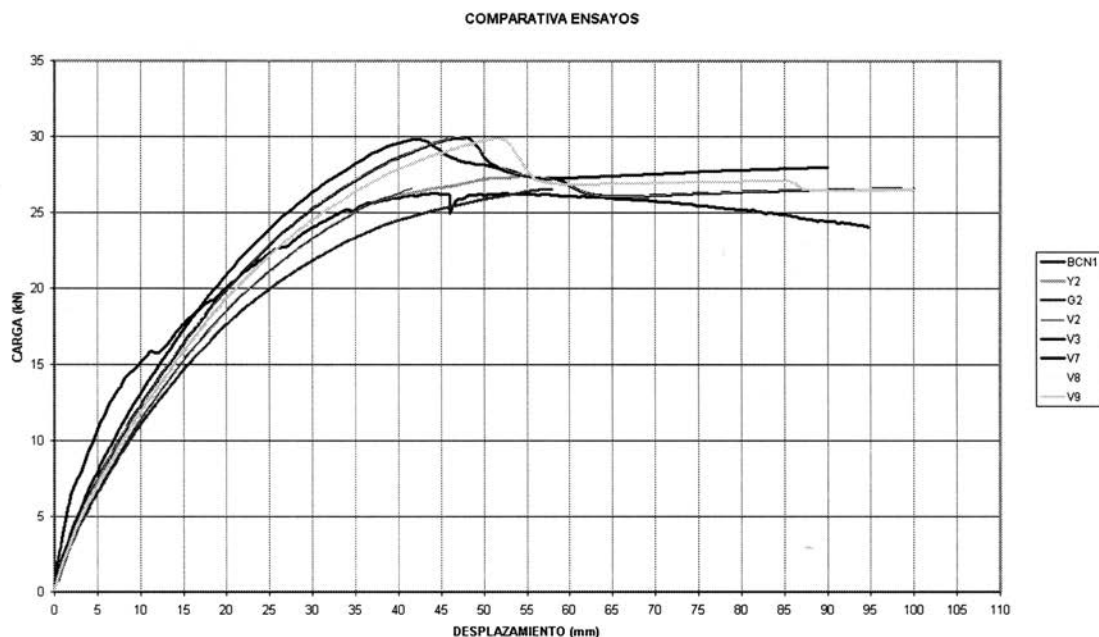


Figura 24. Comparación de datos experimentales (curva BCN1) y numéricos (curvas, Y, G, V) para diferentes hipótesis de comportamiento del material.

Por otra parte, si se trata de apoyos simples, se forman sólo dos rótulas plásticas, aproximadamente en las mismas posiciones que en el caso anterior si se excluyen las de los apoyos que ahora no sufren daño alguno (Figura 23).

En la Figura 24 se presenta una comparación entre los resultados numéricos obtenidos y los datos obtenidos en el ensayo experimental, que demuestra qué metodología presentada consigue simular adecuadamente el comportamiento de este tipo de estructuras. Al mismo tiempo, permite conocer en profundidad los mecanismos de colapso que pueden esperarse y la convierte en una valiosa herramienta capaz de cuantificar el efecto de eventuales cambios en los materiales empleados, la tecnología de construcción o las cargas aplicadas.

## CONCLUSIONES

El artículo ha presentado las ideas fundamentales de un sencillo modelo de daño isótropo y su aplicación en el marco del método de los elementos finitos. Los ejemplos realizados muestran que el modelo es muy adecuado para el análisis no lineal y la predicción de la carga última de estructuras de hormigón armado y en masa y de mampostería.

## REFERENCIAS

- Hofstetter, G. and Mang, H.A. *Computational Mechanics of Reinforced Concrete Structures*, Vieweg, 1995.
- Owen, D.R.J. and Figueiras, J.A. "Ultimate analysis of reinforced concrete plate and shells including geometrical non linear effects", *Finite Element Software for Plates and Shells*, E. Hinton and D.R.J. Owen (Eds.), Pineridge Press, 1984.

- Rots, J.G. "Smearred and discrete representations of localized fracture", *Int. J. Fracture*, 51, 45-59, 1991.

- Oñate, E. *lectures on non linear analysis of concrete shells*, Monografía CIMNE, núm. 7, Barcelona, 1992.

- Cervera, M. y E. Hinton. "Non-linear Analysis of Reinforced Plates and Shells using a Three Dimensional Model", en *Computational Modelling of Reinforced Concrete Structures*, Pineridge Press, 1986.

- Cervera, M.; Hinton, E. y Hassan, O. "Non-linear analysis of reinforced concrete plate and shell structures using 20-noded isoparametric brick elements", *Computer and Structures*, 25(6), 1987.

- Cervera, M.; Hinton, E. y Bicanic, N. "Non-linear Transient Dynamic Analysis of Three Dimensional Reinforced Concrete Structures", en *Numerical Methods in Transient and Coupled Analysis*, John Wiley, 1987.

- Cervera, M.; Hinton, E.; Bicanic, N. y Bonet, J. "Non-Linear Transient Analysis of Three Dimensional Structures - A Finite Element Program for Steel and Reinforced Concrete Materials", en *Numerical Methods and Software for Dynamic Analysis of Plates and Shells*, Pineridge Press, 1988.

- Oñate, E.; Oliver, J. y Bugeda, G. "Finite element analysis of nonlinear response of concrete dams subject to internal loads", *Europe-US Symposium on Finite Element Methods for Nonlinear Problems* (Edited by Bergan, Bathe and Wunderlich), Springer Verlag, 1986.

- Oñate, E.; Oller, S.; Oliver, J. y Lubliner, J. "A constitutive model for cracking of concrete based on the incremental theory of plasticity", *Engng. Comput.* 5, pp. 309-20, 1998.



11. Oller, S. *Modelización numérica de materiales friccionales*, Monografía CIMNE, Barcelona, 1991.
12. Lubliner, L.; Oller, S.; Oliver, J. y Oñate, E. "A plastic damage model for nonlinear analysis of concrete", *Int. J. Solid Struct.*, Vol. 25, 3, pp. 299-326, 1989.
13. Oliver, J. "A consistent characteristic length for smeared cracking models". *Int. J. Num. Meth. Engng.*, 28, 461-474, 1989.
14. Oliver, J.; Cervera, M.; Oller, S. y Lubliner, J. "Isotropic damage models and smeared crack See", Austria, pp. 445-57, N. Bicanic et al. (Eds.), Balkema, 1990.
15. Faria, R. y Oliver, J. *A rate dependent plastic-damage constitutive model for large scale computation in concrete structures*, Monografía CIMNE, núm., 17, Barcelona, January, 1993.
16. Oliver, J. "Continuum modelling of strong discontinuities in solid mechanics using damage models", *Computational Mechanics*, 17(1/2), 49-61, 1995a.
17. Oliver, J. "Continuum modelling of strong discontinuities in solid mechanics", in D. Owen, E. Oñate and H.E. (Eds.), *Proc. International Conference on Computational Plasticity IV*, pages 455-479, CIMNE, Barcelona, 1995b.
18. Oliver J. "Modelling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations". Part I: Fundamentals", *Int. J. Num. Meth. Engng.*, 39 (21), 3575-3600, 1996a.
19. Oliver, J. "Modelling strong discontinuities in solids mechanics via strain softening constitutive equations. Part II: Numerical simulation", *Int. J. Num. Met. Eng.* Vol. 39, 3601-3623, 1996.
20. Oliver J.; Cervera, M. y Manzoli, O. "On the use of j2 plasticity models for the simulation of 2D strong discontinuities in solids", in D. Owen, E. Oñate and H.E. (Eds.), *Proc. International Conference on Computational Plasticity V*, pages 38-55, CIMNE, Barcelona, 1997.
21. Oliver J. y Pulido, M.D.G. "On the use of strain-softening damage constitutive equations to model cracking of concrete", *computational Modelling of Concrete Structures*, Euro-C 1998 Conference, Badgastein, Austria, 31 March-3 April, 1998.
22. Manzoli, O.; Oliver, X. y Cervera M. *Localización de deformaciones. Análisis y simulación numérica en mecánica de sólidos*, Monografía 44, CIMNE, Barcelona, diciembre, 1998.
23. Oliver, X.; Huespe, A.E.; Pulido, M.D.G. y Chaves, E. "Modelação de fissuras em estruturas de concreto mediante una aproximação de descontinuidades fortes", *VI Congreso de Mecánica Aplicada e Computational*. P.M.M. Vila Real y José Grácio (Eds.), Univ. de Aveiro, Portugal, 17-19 Abril, 2000.
24. Cervera, M.; Oliver, J.; Herrero, E. y Oñate, E. "A computational model for progressive cracking in large dams due to swelling of concrete", *Engng. Fracture Mechanics*, 35, núm. 1, 2, 3, 575-585, 1990.
25. Cervera, M.; Oliver, J. and Galindo, M. "Simulación Numérica de Patologías en Presas de Hormigón", Monografía CIMNE, núm. 4, Barcelona, June, 1991.
26. Cervera, M.; Oliver, J. y Galindo, M. "Numerical Analysis of Dams with Extensive Cracking Resulting from Concrete Hydration: simulation of a real case", *Dam Engineering*, Vol. 3, Issue 1, 1992.
27. Galindo, M.; Oliver, J. y Cervera, M. *Simulación numérica de presas de hormigón frente a acciones sísmica*, Monografía CIMNE, núm. IS-3, Barcelona, 1993.
28. Barbat, A.H.; Oller, S.; Oñate, E. y Hanganu, A. "Simulation of damage phenomena in required concrete buildings subjected to seismic actions", *Numerical Methods in Engn. and Applied Sciences*, H. Alder et al. (Eds.), CIMNE, Barcelona, 1992.
29. Barbat, A. "Failure pressure evaluation of containment building of a large dry nuclear power plant", *Nuclear Engineering and Design*, 180, 251-270, 1998.
30. Barbat, A.H.; Oller, S.; Oñate, E. y Hanganu, A. "Viscous Damage Model for Timoshenko Beam Structures", *Int. J. Solids Structures*, Vol. 34, 30, pp. 3953-3976, 1997.
31. Barbat, A.H., Cervera, M.; Hanganu, A.; Cirauqui, C. y Oñate, E. "Failure pressure evaluation of the containment building of a large dry nuclear plant", *Nuclear Engng. and Design*, Vol. 180, Issue 3, pp. 251-270, 1998.
32. Hanganu, A.; Oller, S.; Oñate, E. y Barbat, A. "Evaluación del daño sísmico en modelos 3D de edificios de hormigón armado", *Métodos Numéricos de Ingeniería*, F. Navarrina and M. Casteleiro (Eds.), SEMNI, Barcelona, 1993.
33. Hanganu, A.; Oller, E.; Oñate, E. y Barbat, A.H. "A finite Element Model for Damage Analysis of Nuclear Reactor Containment Shells", *2nd National Conference on Boundary and Finite Elements*, Sibiu, Romania, 1993.
34. Hanganu, A. *Análisis no lineal estático y dinámico de estructuras de hormigón armado mediante modelos de daño*, Tesis Doctoral, Univ. Politécnica de Cataluña, 1997.
35. Hanganu, A.; Barbat, A. y Oñate, E. *Metodología de evaluación del deterioro en estructuras de hormigón armado*, Monografía CIMNE M-39, 1997.
26. Oñate, E. *Reability analysis of concrete structures. Numerical and experimental studies*, Publication CIMNE, núm. 107, Barcelona, 1997.
37. Oñate, E.; Hanganu, A.; Barbat, A.; Oller, S.; Vitaliani, R.; Saetta, A. y Scotta, R. "Structural analysis and durability assessment of historical constructions using a finite element damage model", in *Structural Analysis in Historical Construction*, Edited by P. Roca, J.L. González, A.R. Marí y E. Oñate, CIMNE, Barcelona, 1997.
38. Greazza, G.; Saetta, A.; Scotta, R.; Vitaliani, R. y Oñate, E. "Mathematical simulation of structural damage in



- historical buildings”, *Structural Studies of Historical Buildings*, C.A. Brebbia y B. Leftheris (Eds.) Vol. 1. *Comput. Mech. Publicat.*, 1995.
39. Carol, I. y Prat, P. “A multicroack model based on the theory of multisurface plasticity and two fracture energies”, *Proc. COMPLAS 4*, D.R.K. Owen, E. Oñate and E. Hinton (Eds.), Pineridge Press, Vol. 2, pp. 1583-1594, 1995.
40. Rizzi, E.; Carol, I. y Willam, K. “Localization analysis of elastic degradation with application to scalar damage”, *J. of Engineering Mechanics ASCE*, Vol. 121, núm. 4, pp. 541-554, 1995.
41. Carol, I.; and Willam, K. “Spurious energy dissipation/generation in modelling of stiffness recovery for elastic degradation and damage”, *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 33, núm. 20-22, pp. 2939-2957, 1996.
42. Carol, I., Prat, P. y Bazant, Z.P. “New explicit microplane model for concrete: theoretical aspects and numerical implementation”, *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 29, núm. 9, pp. 1173-1191, 1992.
43. Carol, I. and Bazant, Z.P. “Damage and plasticity in microplane theory”, *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 34, núm. 29, pp. 3807-3835, 1997.
44. Carol, I.; Jirasek, M. y Bazant, Z.P. “A thermodynamically consistent approach to microplane theory. I: free energy and consistent microplane stresses”, *Int. J. of Solids and Structures* (in press), 2000.
45. Prat, P.C. y Bazant, Z.P. “Tangential stiffness of elastic materials with systems of growing and closing cracks”, *J. of the Mechanics and Physics of Solid*, 45(4), 611-636. Addendum with errata 45(8), 1419-1420, 1967.
46. Bazant, Z.P. y Prat, P.C. “Stress-strain relation for elastic material with many growing microcracks”, *Proceedings FRAMCOS-3*, Vol. 2, 1055-1064, 1998.
47. Gens, A.; Carol, I. and Alonso, E. “An interface element formulation for the analysis of soil-reinforcement interaction”, *Computers and Geotechnics*, Vol. 7, pp. 133-151, 1988.
48. Carol, I. and López C.M. “Failure analysis of quasi-brittle materials using interface elements”, en *Mechanics of Quasi-Brittle Materials and Structures*, G. Pijaudier-Cabot et al. (Eds.), Hermès Publications (Paris), pp. 298-305, 1997.
49. Pini, M.; López, C.M.; Carol, I. y Contro, R. “Microstructural analysis of cancellous bone using interface elements”, en *Damage and Failure of Interfaces (DFI-1)*, H.P. Rossmanith (Ed.), Balkema, pp. 431-437. 1997.
50. Roa, O.; López, C.M.; Pisoni, P.; Pini, M.; Carol, I. y Contro, R. “Microstructural analysis of cancellous bones taking into account geometrically non-linear effects”, *Proc. ECCOMAS/COMPLAS 2000*, E. Oñate et al. (Eds.). In press, 2000.
51. Oller, S. *Modelización numérica de materiales friccionales*, Monografía núm. 3, CIMNE, Barcelona, 1991.
52. Oñate, E.; Oller, S.; Botello, S. y Canet, J. *Métodos para análisis de estructuras con materiales compuestos*, Publicación núm. 11, CIMNE, Barcelona, 1991.
53. Oller, S.; Botello, S.; Miquel, J. y Oñate, E. “An anisotropic elastoplastic model based on an isotropic formulation”, *Engineering Computations*, 12(3), 245-262, 1995a.
54. Oller, S.; Neamtu, L. y Oñate, E. “Una generalización de la teoría de mezclas clásica para el tratamiento de compuestos en serie/paralelo”, *Congreso Nacional de Materiales Compuestos*, págs. 433-438, 1995 b.
55. Oller, S.; Oñate and Miquel, J. “Simulation of anisotropic elastic-plastic behaviour of materials by means of an isotropic formulation”, In *2nd Nat. Congr. Comput. Mech.*, Washington DC, 1993a.
56. Oller, S.; Oñate, E.; Miquel, J.; And Botello, S. “A finite element model for analysis of multiphase composite materials”, In Miravete, A. (Ed.), *Ninth International Conference on Composite Materials*, Zaragoza, España. Woodhead Publishing Limited, 1993 b.
57. Oller, S.; Oñate, E.; Miquel, J.; And Botello, S. “A plastic damage constitutive model for composite materials”, *Int. J. Solids and Structures*, 33(17) 2501-2518, 1996.
58. Car, E.; Oller, S. and Oñate, E. “Un modelo constitutivo elasto-plástico acoplado con daño mecánico e higrométrico. Aplicación a pavimentos flexibles”, *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, 3(1), 19-37. 1998.
59. Car, E. *Modelo constitutivo continuo para el estudio del comportamiento mecánico de los materiales compuestos*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, 2000.
60. Car, E.; Oller, S. and Oñate, E. “An anisotropic elasto-plastic constitutive model for large strain analysis of fiber reinforced composite materials”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 185(2), 245-277, 2000.
61. Ngo, D and Scordelis, A.C. “Finite element analysis of reinforced concrete beams”, *J. Amer. Concrete Inst.*, 64, 152-163, 1967.
62. Rashid, Y.R. “Analysis of prestressed concrete vessels”, *Nuclear Eng. Des.*, 7, 334-344. 1986,
63. Ingraffea, A.R. and Saouma, V. “Numerical modelling of discrete crack propagation in reinforced and plain concrete”, in *Fracture Mechanics of Concrete* (eds. G.c. Sih and A. DiTomasso), Martinus Nijhoff, Dordrecht, 171-225, 1985.
64. Kachanov, L.M. “Continuum Model of Medium with Cracks”, *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 106, núm. Em5, 1039-1051, 1980.
65. Simó, J.C. and Ju, J.W. “Strain and Stress Based Continuum Damage Models-II. Computational Aspects”, *International Journal Solids & Structures*, Vol. 23, 841-869, 1987.

66. Lemaitre, J. and Chaboche, J.L. *Mechanics of Solid Materials*, Cambridge University Press, 1990.
68. van Mier, J.G.M.; Vervuurt, A. and Schlangen, E. "Bounday and size effects in uniaxial tensile tests: a numerical and experimental study", in *Fracture and Damage in Quasibrittle Structures* (eds. Z.P. Bazant, J. Mazars, Z. Bittnar and M. Jirasek), E & FN Spon, London, 189-302, 1994.
69. Manzoli, O. *Localización de deformaciones. Análisis y simulación numérica en mecánica de sólidos*, Tesis Doctoral, Univesidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, 1998.
70. Cervera, M.; Barbat, A.H.; Hanganu, A.; Oñate, E. y Cirauqui, C. "Evaluación de la Presión de Fallo del Edificio de Contención de una Central Nuclear Tipo PWR-W Tres Lazos. Parte I: Metodología", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Barcelona, 11(2), 271-293, 1995.
71. Barbat, A.H.; Cervera, M.; Cirauqui, C.; Hanganu, A. y Oñate, E. "Evaluación de la Presión de Fallo del Edificio de Contención de una Central Nuclear Tipo PWR-W Tres Lazos. Parte II: Simulación Numérica", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Barcelona, 11(3), 451-475, 1995.
72. Hanganu, A.; Oñate, E. y Barbat, A.M. "A finite element methodology for local/global damage evaluation in civil engineering structures". *Computers and Structures*, 80, 1667-1687, 2002.
73. Oñate, E. *Análisis de estructuras por el método de elementos finitos*", CIMNE, Barcelona, 1992.
74. Zienkiewicz, O.C. y Taylor, R.L. *El Método de Elementos Finitos*, 5ª Edición en inglés, 3 volúmenes, Butterworth-Heinemann, 2000. 5ª Edición en castellano, CIMNE, Barcelona, 2004.



# Normas que deben cumplir los artículos que se envíen para su publicación en HORMIGÓN Y ACERO

## 1. CONDICIONES GENERALES

Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural, acoge la publicación de artículos no sólo de sus asociados sino, también, de cuantos técnicos de todo el mundo que quieran comunicar los resultados de sus experiencias científicas o técnicas en el campo del hormigón estructural. Igualmente, y dada la cada vez mayor transversalidad que existe en el mundo de la investigación, proyecto y construcción de estructuras, la revista acogerá igualmente trabajos originales relacionados con cualquier otro material estructural.

Los originales de los Artículos que se deseen publicar en “Hormigón y Acero”, se enviarán a la Secretaría Administrativa de la ACHE. Deberán cumplir rigurosamente las normas que a continuación se especifican. En caso contrario, serán devueltos a sus Autores para su oportuna rectificación.

Los que cumplan los requisitos exigidos pasarán al Comité de Redacción de la Revista el cual, previo informe y evaluación de su calidad por los correspondientes Censores, decidirá si procede o no su publicación, sugiriendo eventualmente al Autor los cambios que, en su opinión, deben efectuarse para su final publicación en “Hormigón y Acero”. Toda correspondencia en este sentido se mantendrá directamente con el Autor o primero de los Autores que figuren en el Artículo.

Los originales de los artículos que por cualquier causa no fueran aceptados se devolverán al Autor.

## 2. PRESENTACIÓN DE ORIGINALES

Los originales de los artículos se presentarán en soporte magnético (disquete, zip o cd rom) escritos mediante el programa de tratamiento de Word 95, o superior. Podrá presentarse sólo el texto del artículo o, bien, el texto con gráficos, figuras y fotos insertados. En este último caso, se enviará también siempre, duplicados, todos los archivos digitales de las figuras, gráficos y fotos. Además, se enviarán 3 copias escritas en papel, por una sola cara, en hojas tamaño UNE A4, y con las figuras, fotografías y tablas, con el tamaño que se proponga para su reproducción.

### 2.1. Título

El título, en español e inglés, deberá de ser breve y explícito, reflejando claramente el contenido del Artículo. A con-

tinuación, se hará constar nombre y apellidos del Autor o Autores, titulación profesional y, si procede, Centro o Empresa en el que desarrolla sus actividades.

### 2.2. Resumen

Todo artículo deberá ir acompañado de un resumen en *español e inglés*, de extensión no inferior a cien palabras (unas ocho líneas mecanografiadas) ni superior a ciento cincuenta palabras (doce líneas).

El título del artículo, el nombre de autor o autores y los resúmenes del artículo en español e inglés se enviarán duplicados en un disquete aparte, con objeto de introducirlos automáticamente en la Base de Datos de artículos de la revista, que será incluida en la página web de la asociación a partir de su publicación en Hormigón y Acero.

### 2.3. Gráficos y figuras

Los gráficos y figuras deberán ir numerados correlativamente en el orden en que se citen en el texto, en el cual deberá indicarse el lugar adecuado de su colocación.

Los **planos** o **croquis** se presentarán siempre en soporte papel blanco, en formato A4, ( excepcionalmente se permitirá formato A3), debiéndose suprimir la información innecesaria y estar dibujados con tinta negra. El tamaño de números y letras empleados en el original deberá ser tal que, tras la reducción al ancho de una, dos o tres columnas, resulte de cuerpo 7 ( 1.7 5mm de altura) o, excepcionalmente, de cuerpo 6 (1,50 mm de altura).

Los originales de las figuras o gráficos se admiten en formato papel o en formato digital. En formato papel, éste será siempre blanco, todas las líneas estarán trazadas con tinta negra y no se permitirán colores, salvo en originales de figuras correspondientes a un artículo central. La distinción entre las distintas líneas se realizará, en su caso, mediante trazos distintos: continuo, discontinuo con rayas, ídem con puntos, etc., del grosor adecuado. El tamaño de letras y números seguirá las pautas indicadas para los planos, recomendándose un mínimo de cuerpo 7 para los títulos y de cuerpo 6 para el texto, una vez efectuada la reducción a 1,2 o 3 columnas.

Los gráficos se admiten también en archivo digital, sólo si éste está elaborado con el programa EXCEL®, el cual permite una buena comunicación con los programas de preimpresión. Las pautas de presentación son las mismas que las indicadas para las figuras en soporte papel, pero tiene la ventaja



de que, en imprenta, pueden manipularse los tamaños de forma bastante automática, pudiéndose lograr calidades de reproducción adecuadas en todos los casos, por lo se recomienda emplear este soporte para gráficos complicados. En cualquier caso, los archivos estarán adecuadamente identificados con un nombre, y relacionados con el número de gráfico o figura que corresponda.

Excepcionalmente se admitirán en formato digital gráficos o figuras de tipo “línea” escaneados, debiéndose utilizar entonces una resolución mínima de 300 ppm.

No se admite ningún tipo de texto, figura o gráfico en soporte digital realizado con Power-Point® por su imposibilidad de traducción a los programas de preimpresión.

Todas las figuras irán numeradas correlativamente como tales y llevarán su correspondiente pie explicativo.

#### 2.4. Fotografías

Se procurará incluir sólo las que, teniendo en cuenta su posterior reproducción, sean realmente útiles, claras y representativas. Con independencia de las copias que se piden para formar la maqueta, se deberán suministrar los originales. Estos pueden ser en formato analógico o digital.

En formato analógico se preferirá la diapositiva en color a la foto en papel color, y ésta a la de blanco y negro. No se admitirán como originales diapositivas realizadas sobre fondo azul.

En formato digital y, para fotografías originales, sólo se admiten fotografías digitales obtenidas con cámaras equipadas con un sensor de 2 millones de pixels de resolución o superior, y archivadas en formato SHQ/HQ (resolución superior a 1600x1200 pixels).

Para fotografías escaneadas, sólo puede garantizarse una calidad de reproducción mínima con resoluciones iguales o superiores a 1200ppm. Los originales deben enviarse preferentemente en archivos tipo TIF, admitiéndose, excepcionalmente, archivos JPG grabados con calidad óptima.

Todas las fotografías irán numeradas correlativamente como tales y llevarán su correspondiente pie explicativo.

#### 2.5. Tablas y cuadros

Cumplirán las condiciones indicadas para las figuras en el punto 2.3. Llevarán numeración correlativa, citada en el texto y un pie con la explicación adecuada y suficiente para su interpretación directa.

#### 2.6. Unidades

Las magnitudes se expresarán en unidades del Sistema Internacional (S.I.) según las UNE 5001 y 5002.

#### 2.7. Fórmulas, letras griegas, sub índices, exponentes

En las fórmulas se procurará la máxima calidad de escritura y emplear las formas más reducidas, siempre que no entrañen riesgo de incompreensión. Para su identificación se utilizará, cuando sea necesario, un número entre paréntesis, a la derecha de la fórmula.

Se elegirá un tipo de letra (Times New Roman u otra similares) tal que las letras griegas, sub índices y exponentes resulten perfectamente identificables, procurando evitar los exponentes complicados y letras afectadas simultáneamente de sub índices y exponentes.

Se diferenciarán claramente mayúsculas y minúsculas y aquellos tipos que puedan inducir a error (por ejemplo, la I y el 1; la O y el cero; la K y la k, etc. ).

#### 2.8. Referencias bibliográficas

Las referencias bibliográficas citadas en el texto se recogerán al final del mismo, dando todos los datos precisos sobre la fuente de publicación, para su localización.

Las citas en el texto se harán mediante números entre paréntesis. En lo posible, se seguirán las normas internacionales utilizadas generalmente en las diversas publicaciones, es decir:

##### *Referencias de Artículos publicados en Revistas*

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del Artículo; nombre de la publicación; número del volumen y fascículo; fecha de publicación, y número de la primera y última de las páginas que ocupa el Artículo al que se refiere la cita.

##### *Referencias de Libros*

Apellidos e iniciales del Autor o Autores; título del libro; edición; editorial y lugar y año de publicación.

### 3. PRUEBAS DE IMPRENTA

De las primeras pruebas de imprenta se enviará una copia al Autor para que, una vez debidamente comprobadas y corregidas, las devuelva en el plazo máximo de quince días, con el fin de evitar el riesgo de que la publicación de su artículo tenga que aplazarse hasta un posterior número de “Hormigón y Acero”.

En la corrección de pruebas no se admitirán modificaciones que alteren sustancialmente el texto o la ordenación del Artículo original.

# MIEMBROS DE LA ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL

(Continuación de Int. Portada)

- AUTOPISTAS, CONCESIONARIA ESPAÑOLA, S.A., Biblioteca.**—Avda. Parc Logístic, 12-20 (zona Franca) 08040 Barcelona.
- CEMENTOS MOLINS INDUSTRIAL, S.A.**—C.N. 340, Km. 329,300. 08620 Sant Viçenc dels Horts (Barcelona).
- COLEGIO DE INGENIEROS TÉCNICOS DE OBRAS PÚBLICAS.**—José Abascal, 20-1º. 28003 Madrid.
- COLEGIO OFICIAL DE APAREJADORES Y ARQUITECTOS TÉCNICOS.**—Santa Eugenia, 19. 17005 Gerona.
- COL.LEGI OFICIAL D'ARQUITECTES DE CATALUNYA, Biblioteca.**—Arcs, 1-3. 08002 Barcelona.
- C.T.T. STRONGHOLD, S.A.**—Casanova, 2 - 4º - 3ª pta. 08011 Barcelona.
- DIRECCIÓN GENERAL DE O.P. Y TRANSPORTES (Servicio Carreteras).**—Marqués de Murrieta, 71. 26071 Logroño.
- DRACE. Construcciones Especiales y Dragados, S.A.**—Avda. Tenerife, 4-6. Edificio Flores, 2ª planta. 28700 San Sebastián de los Reyes (Madrid).
- DYWIDAG - SISTEMAS CONSTRUCTIVOS, S.A.**—Avda. de la Industria, 4. Polígono Industrial La Cantueña. 28947 Fuenlabrada (Madrid).
- EMESA-TREFILERÍA, S.A.**—Apartado 451. 15080 La Coruña.
- EPTISA, SERVICIOS DE INGENIERÍA, S.A.**—Arapiles, 14-4º Izda. 28015 Madrid.
- FERROVIAL AGROMAN, S.A.**—Avda. del Partenón, 4-6. Campo de las Naciones. 28042 Madrid.
- FORMIGONS GIRONA, S.A.**—Carretera C-250 de Girona a Sant Feliú de Guixols, Km. 4,3. 17242 Quart (Girona).
- FREYSSINET, S.A.**—Melchor Fernández Almagro, 23. 28029 Madrid.
- FUNDACIÓN AGUSTÍN DE BETHENCOURT.**—ETSIC.C. y P. Ciudad Universitaria. 28040 Madrid.
- G.O.C., S.A.**—Doctor Canoa, 5. 36206 Vigo.
- GRACE, S.A.**—Apartado 523. 08080 Barcelona.
- HIERRO INSTALADO Y SUMINISTRADO, S.A. (HIS, S.A.).**—Ctra. de la Esclusa, s/n. Pol. Ind. Torrecuellar. 41011 Sevilla.
- INDUSTRIAS GALYCAS, S.A.**—Portal de Gamarra, 46. 01083 Vitoria.
- INGENIERÍA IDOM INTERNACIONAL, S.A.U.**—José Abascal, 4. 28003 Madrid.
- INSTITUTO PARA LA PROMOCIÓN DE ARMADURAS CERTIFICADAS IPAC.**—Orense, 58, 10º D. 28020 Madrid.
- JOSÉ A. TORROJA OFICINA TÉCNICA, S.A.**—Príncipe de Vergara 103. 28006 Madrid.
- JULIÁN ARUMI, S.L.**—Figueres, s/n. 08500 Vic (Barcelona).
- MECANOGUMBA, S.A.**—Apartado 23. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).
- MEKANO-4, S.A.**—Can Pantiquet, 47 - 3ª - 1ª. 08100 Mollet del Vallés (Barcelona).
- O.H.L.**—Gobelos, 35-37. 28023 Madrid.
- PACADAR, S.A.**—Arturo Soria, 336 - 7ª planta. 28033 Madrid.
- PERI, S.A.U.**—Camino de Malatones, km. 0,500. 28110 Algete (Madrid).
- PREFABRICADOS CASTELO, S.A.**—Ap. 11. Polígono Industrial Las Gándaras. 36080 Porriño (Pontevedra).
- PREVALESA, S.L.**—Avda. Blasco Ibáñez, 20. 46010 Valencia.
- PROES, S.A.**—Estébanez Calderón, 5 - 1ª planta. 28020 Madrid.
- SENER, INGENIERÍA Y SISTEMAS, S.A.**—Avda. de Zugazarte, 56. 48930 Las Arenas (Vizcaya).
- SOCIEDAD DE ESTUDIOS DEL TERRITORIO E INGENIERÍA, S.A.**—Manuel Tovar, 1-6º. 28034 Madrid.
- TECPRESA, S.A.**—Ribera del Loira, 42 - Edificio 3 - planta 1ª. 28042 Madrid.
- TIERRA ARMADA, S.A.**—Melchor Fernández Almagro, 23. 28029 Madrid.
- TREZZAS Y CABLES, S.L. (TYC, S.L.).**—Monturiol, 5. 08210 Barberá del Vallés (Barcelona).
- TZ INGENIERÍA MÁLAGA, S.L.**—C/ Compositor Lehmberg Ruiz, 10. Edificio Galaxia, 2ª planta oficina 11. 29007 Málaga
- VSL IBÉRICA, S.A.**—Casanova, 2 - 4º - 3ª pta. 08011 Barcelona.

La Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural se complace en expresar públicamente su agradecimiento a las Entidades citadas, por la valiosa ayuda que le prestan, con su especial aportación económica, para el desenvolvimiento de los fines que tiene encomendados.



**A s o c i a c i ó n  
C i e n t í f i c o - t é c n i c a  
d e l H o r m i g ó n  
E s t r u c t u r a l**

**Secretaría:** E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos. Laboratorio de Estructuras. Avda. Profesor Aranguren, s/n.  
Ciudad Universitaria - 28040 Madrid. Tlf.: 91 336 66 98. Fax: 91 336 67 02 ♦ **N.I.F.:** G-28813442