

ULTIMAS NOTICIAS SOBRE

# hormigón pretensado



BOLETIN NUM. 24 DE LA ASOCIACION ESPAÑOLA DEL HORMIGON PRETENSADO  
DEL INSTITUTO TECNICO DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO

a

CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS  
Patronato "Juan de la Cierva" de Investigación Técnica

ULTIMAS NOTICIAS  
Técnicas en Estructuras  
Hormigón Pretensado  
Boletín de circulación limitada

Nº 24

Enero-Febrero 1955

-- INSTITUTO TÉCNICO DE LA CONSTRUCCIÓN Y DEL CEMENTO --

I N D I C E

=====

457-2-7	Fundamentos y aplicaciones prácticas del hormigón parcialmente pretensado	Pág. 1
---------	--	--------

-- --

N o t a: El Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y edificación, no se hace responsable del contenido de ningún artículo, y el hecho de que patrocine su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

457-2-7 FUNDAMENTOS Y APLICACIONES PRACTICAS DEL HORMIGON PAR-  
CIALMENTE PRETENSADO

(Principles and practical applications of partially prestressed concrete) (\*)

Autor: P. W. Abeles

"THE REINFORCED CONCRETE REVIEW", 1954 - Vol. III - Nº 5

- - -

- S i n o p s i s -

Expone el autor, en este trabajo, los principios fundamentales en los que se basa el sistema de pretensado parcial, haciendo indicación de las características esenciales del mismo y destacando las diferencias que existen entre este procedimiento y los de pretensado total. Describe los numerosos ensayos realizados para comprobar el comportamiento, en la práctica, de las estructuras parcialmente pretensadas, y señala las principales ventajas, tanto técnicas, como económicas, de este nuevo tipo de estructuras. Después de mencionar los datos más importantes de algunas de las diversas obras construidas con arreglo a los principios del sistema de pretensado parcial, se incluyen las fórmulas aplicables al proyecto de estas estructuras y dos ejemplos numéricos de cálculo.

- - -

---

(\*) Trabajo presentado al Congreso de la "Reinforced Concrete Association" celebrado, en Londres, el 9 de Diciembre de 1953.

## 1.- Introducción

En el año 1940-41, el autor, como resultado de las experiencias previas realizadas con postes de hormigón vibrado, armadados con aceros de alta resistencia, propugnó la idea del hormigón parcialmente pretensado. Este material representa un estado intermedio entre el hormigón armado ordinario y el totalmente pretensado (\*), conservando casi todas las ventajas de cada uno de estos sistemas, como se verá a continuación. La característica fundamental del hormigón parcialmente pretensado es la de que en él se admiten ciertas tracciones en el hormigón, bajo las solicitaciones de trabajo. Por lo demás, el acero que se utiliza como armadura, es igual al que se emplea para las piezas totalmente pretensadas; es decir, acero de alta resistencia. La utilización de los pretensados parciales da lugar a una disminución en la sección transversal de los elementos y en el esfuerzo de pretensado requerido, (lo que, a su vez, en el caso de piezas con armaduras postesas, origina una reducción en el coste de la maniobra de pretensado y en el número de dispositivos de anclaje necesarios) con las consiguientes ventajas técnicas y económicas. Naturalmente, para poder poner en práctica este nuevo sistema, era imprescindible demostrar previamente, mediante los oportunos ensayos, que era posible obtener estructuras, plenamente satisfactorias desde el punto de vista resistente, con la aplicación del pretensado parcial. El autor realizó los primeros ensayos en 1942. En ellos quedó demostrada la viabilidad de la idea. Posteriormente, y a partir de 1946, ha sido posible efectuar una amplia serie de experiencias para estudiar el compor-

---

(\*) Se entiende por hormigón totalmente pretensado aquél en el cual, bajo las cargas máximas de trabajo, sólo existen tensiones de compresión.

tamiento del hormigón parcialmente pretensado, tanto bajo cargas estáticas, como dinámicas, habiéndose obtenido en todas ellas los más satisfactorios resultados. Desde 1948, este nuevo procedimiento viene utilizándose, con pleno éxito, por la Demarcación Oriental de los Ferrocarriles Británicos, en la construcción de numerosos puentes y estructuras para cubiertas.

En el presente trabajo, se discuten los dos procedimientos de pretensado total y parcial y se describen las características esenciales de cada uno de ellos. Después de comparar ambos métodos, se indican los resultados fundamentales obtenidos en los ensayos realizados sobre piezas parcialmente pretensadas; se hace mención de las principales obras hasta la fecha construidas de acuerdo con los principios de este procedimiento (puentes, estructuras para cubiertas, etc.) y se describen varios proyectos de puentes, estructuras laminares, carreteras y estructuras hiperestáticas, de hormigón parcialmente pretensado.

En un apéndice, se incluyen las fórmulas necesarias para estos cálculos y dos ejemplos comparativos relativos a correas y vigas de cubierta de 12 y 24 m. de luz respectivamente, destacándose las ventajas económicas que el pretensado parcial ofrece cuando se admite una cierta tolerancia a la fisuración.

Debe hacerse notar, que no es posible conseguir un amplio margen de seguridad a la fisuración y, al mismo tiempo, una gran resiliencia. Si, en una estructura, se toma un elevado coeficiente de seguridad a la fisuración, la capacidad de resistencia a los impactos, será muy reducida. Parece, por consiguiente, preferible limitar el indicado coeficiente a su valor mínimo admisible, aceptando la posibilidad de fisuración en casos extremos, a cambio de lograr un aumento en la resiliencia. Una de las ca-

racterísticas del hormigón pretensado, es la de que las fisuras que puedan formarse bajo la acción de una sobrecarga elevada, desaparecen al retirar o disminuir dicha sobrecarga. Por ello, las cargas accidentales capaces de originar la fisuración de un elemento, no deben considerarse como perjudiciales siempre y cuando las citadas solicitaciones se presenten sólo raramente y las fisuras desaparezcan bajo las condiciones normales de carga, lo que ocurrirá si, en tales condiciones, existen sólo tensiones de compresión. Más aún, incluso los ciclos de carga de millones de repeticiones son inofensivos mientras no sean excesivamente elevados, y aun cuando se abran y desaparezcan las fisuras también millones de veces.

## 2.- Los dos métodos de pretensado

En el hormigón armado ordinario, las tensiones admisibles en el acero vienen limitadas por el peligro de la fisuración y subsiguiente corrosión. Cuando se utilizan barras de acero dulce de gran diámetro, al producirse la fisuración se destruye la adherencia entre la armadura y el hormigón en las proximidades de la grieta. Es decir, que el material se comporta realmente en la forma supuesta en las hipótesis clásicas normalmente utilizadas para el cálculo, ya que, la zona de tracciones del hormigón, no puede cooperar en el trabajo resistente de la sección. Por lo general, suelen tolerarse fisuras de hasta 0,3 mm. de ancho, bajo las tensiones admisibles, por considerar que tal anchura no resulta perjudicial. (\*) Anteriormente, se pensaba que utilizando aceros de elevada tensión admisible, podían producirse fisuras de anchura peligrosa. Sin embargo, con la aparición de las barras corrugadas, se mejoraron mucho las condi-

---

(\*) Ver referencias al final del artículo.

ciones de adherencia y ello ha dado lugar a que, no obstante utilizar ahora tensiones en el acero mucho más elevadas, las fisuras que se originan sean relativamente más finas y mejor distribuidas que las que se producían con tensiones menores en las armaduras de acero dulce ordinario. A pesar de ello, existe todavía una limitación a la magnitud de la tensión admisible en el acero. Esta limitación viene determinada por la flecha de la pieza, que puede llegar a ser excesiva si la armadura se deforma demasiado a causa de su pequeña sección. Por ello, parece ser que, en el caso de hormigón sin pretensado, no es posible conseguir que la tensión sea muy superior a los  $2.800 \text{ Kg/cm}^2$ .

En el año 1907, M. Freyssinet empleó por primera vez el pretensado para la construcción de un puente en arco, en Vendre, de unos 73 m de luz. Proviamente, había realizado numerosos estudios sobre un arco experimental, de 48 m. de luz, pretensado mediante la puesta en carga de los elementos metálicos de un tirante de hormigón armado<sup>2</sup>. Después de los fracasos obtenidos en diversos intentos realizados, a partir de 1886, para conseguir el pretensado de vigas de hormigón armado, Freyssinet fué el primero en darse cuenta de que era necesario utilizar aceros de alta resistencia, e introducir fuertes tensiones de tracción en la armadura, con el fin de asegurar la permanencia de un pretensado eficaz aún después de haberse producido las pérdidas de tensión a que dan lugar la retracción y las deformaciones elásticas y lentas del hormigón; pérdidas que fueron las que motivaron el fracaso de los anteriores intentos. De esta forma, M. Freyssinet<sup>3</sup> creó un nuevo material, totalmente homogéneo, que trabaja siempre en compresión y, por consiguiente, sin fisurarse; es el hormigón con pretensado total. Habiendo surgido la idea inicial del pretensado, en relación con la ejecución de estructu-

ras en arco, es natural que la terminología original concuerde con la de este tipo de estructuras y así, se habla de las líneas de presión y de la necesidad de que el esfuerzo de pretensado permanezca siempre aplicado dentro del núcleo central de las distintas secciones.

Al abordar el mismo problema desde el punto de vista del técnico que trata de lograr un ulterior desarrollo del hormigón armado utilizando aceros de alta resistencia, se llegó a una solución en la cual se mejoraban los estados de fisuración y deformación y se admitían tensiones más elevadas. Primeramente, F. V. Empergor<sup>4</sup> sugirió disponer en las piezas, además de la armadura ordinaria propia de los proyectos clásicos, un cierto número de alambres tesos. Posteriormente, el autor, desarrollando aún más esta idea, propugnó el empleo de alambres de alta resistencia, junto con la aplicación de un esfuerzo de pretensado de limitada magnitud, con el fin de que las tensiones de tracción resultantes sean iguales a la resistencia del hormigón en tracción, es decir, del orden de los 21 a 35 Kg/cm<sup>2</sup>. De esta forma, quedó establecida una cierta separación entre el pretensado total y parcial. Se vió que, en ciertos casos, bajo cargas excepcionales, podrían aceptarse fuertes tracciones, sin graves riesgos, en tanto que, cuando se desea eliminar toda posibilidad de fisuración, las tracciones admisibles deberán ser más pequeñas, aunque siempre superiores a los valores mínimos mencionados; es decir, a los 35 Kg/cm<sup>2</sup>. Esta teoría y su desarrollo han sido estudiados en otro lugar<sup>5</sup>.

Ya en 1941<sup>6</sup> se pudo demostrar que no existían diferencias fundamentales entre el comportamiento a rotura del hormi-gón armado ordinario y el del totalmente pretensado, especial-

mente, en el caso de piezas con armadura infracrítica y buena adherencia. En el pretensado parcial, al admitir tensiones de tracción en el hormigón, el esfuerzo total de pretensado requerido es menor que en el hormigón totalmente pretensado. Si, en ambos casos, se introduce la misma tensión por  $\text{cm}^2$  de armadura, podrá reducirse la sección de acero necesaria en las piezas parcialmente pretensadas, pudiendo ocurrir que dicha sección llegue a ser menor que la requerida para alcanzar el conveniente margen de seguridad a rotura. En tales circunstancias -en opinión del autor- es aconsejable suplementar la armadura con un determinado número de barras de acero de alta resistencia, pero sin tesar.

Hace unos 12 años, cuando el autor sugirió el empleo de estos alambres de alta resistencia, sin tesar, se estimó que era muy dudosa la eficacia de tal solución. Antes de conocer los resultados de los ensayos realizados desde entonces sobre el particular, los cuales se indican en el presente artículo, era lógico dudar de la conveniencia de construir unos elementos en los cuales se empleaban alambres de alta resistencia (unos  $160 \text{ Kg/mm}^2$ ) y en los que, sin embargo, bajo las cargas máximas de trabajo podían producirse fisuras. En la hipótesis de que, al producirse el agotamiento de la pieza, el acero alcance el límite de su resistencia en tracción, ocurrirá que, bajo la carga de trabajo, la tensión media de una fisura, tanto en los alambres tesos, como en los no tesos, será de unos  $80 \text{ Kg/mm}^2$  para un coeficiente de seguridad a rotura igual a dos. Tal tensión, múltiplo de la admisible en el hormigón armado ordinario, fué considerada como excesiva en la fecha en que el autor formuló su nueva teoría.

Sin embargo, la verosimilitud de dicha carga en el estado de fisuración, fué plenamente demostrada en 1949<sup>7</sup>, mediante ensayos

realizados sobre vigas, a escala natural, armadas con alambrestes y no tesos. En el mismo año, M. Freyssinet expuso su criterio de que no existe relación alguna entre el hormigón ordinario y el pretensado y dijo: "no puede haber estado intermedio entre el hormigón armado y el hormigón pretensado; cualquier sistema intermedio será igualmente malo, tanto como estructura armada como pretensada y, por consiguiente, carente de interés"<sup>8</sup>. A pesar de ello, los ensayos de fatiga, efectuados en 1951, han demostrado la eficacia del hormigón parcialmente pretensado, aún después de haberse abierto y cerrado varios millones de veces las fisuras, intencionadamente formadas en las piezas antes de empezar los ensayos dinámicos.

En la introducción del presente artículo se dijo que el pretensado parcial representaba un estado intermedio entre el hormigón armado y el totalmente pretensado. Sin embargo, esto no es realmente exacto, ya que toda estructura debe ser considerada como "pretensada" en tanto exista en ella un esfuerzo efectivo - previamente introducido, aun cuando se produzcan tracciones en el hormigón, se haya reducido sensiblemente el coeficiente de seguridad a la fisuración y puedan aparecer fisuras temporales, bajo la acción de las cargas máximas de trabajo. Tales fisuras, por otra parte, son totalmente inofensivas desde el punto de vista de la resistencia final de la estructura pretensada, toda vez que desaparecerán por completo al disminuir o retirar las cargas que las originaron y cuya magnitud suele oscilar entre el 80 y el 90% de la sollicitación de agotamiento. En consecuencia, la existencia virtual de un esfuerzo efectivo de pretensado, independientemente de su magnitud, debe ser suficiente para considerar a una estructura como "pretensada".

### 3.- Características principales del hormigón pretensado

En el hormigón pretensado, lo mismo que en el armado, es preciso distinguir las secciones con armaduras infracríticas de aquéllas que cuentan con una armadura superior a la crítica. En el primer caso, el acero constituye el punto débil y el agotamiento se produce por rotura o excesivo alargamiento de los alambres, seguido del agotamiento del hormigón. Por el contrario, en las vigas con armadura supracrítica, la rotura se origina por aplastamiento del hormigón sin sensibles alargamientos en el acero.

El prof. R. H. Evans<sup>9</sup>, en 1942, hizo notar la total diferencia existente en el comportamiento del hormigón pretensado, según exista o no adherencia entre el hormigón y los alambres, y el prof. A.L.L. Baker<sup>10</sup>, en unos ensayos realizados en el Imperial College, observó una diferencia análoga en el comportamiento de las piezas con cables postesos y sin adherencia. En este último caso, se alcanzará el agotamiento del elemento sin que se rompan los alambres, ya que éstos, en lugar de alargarse exclusivamente y de un modo exagerado entre los bordes o labios de la fisura, se deformarán, de un modo uniforme, todo a lo largo de su trazado. Como consecuencia, el alargamiento máximo posible alcanzado por una armadura no adherida, está limitado por la deformación máxima en compresión del hormigón; razón por la cual la máxima tensión alcanzada excederá muy poco de la inicial que resulta al aplicar el pretensado. No obstante, y según se ha podido demostrar en los ensayos realizados por la American Navy sobre vigas armadas con barras Lee-McCall, y cuyos resultados fueron publicados con motivo del Congreso Occidental del Hormigón Pretensado, celebrado en los Angeles en Noviembre de 1952, pueden mejo

rarse, sensiblemente, las características de las piezas, añadién-  
doles algunas barras sin tesar y con buena adherencia. Teniendo  
en cuenta las grandes deformaciones originadas en el caso de ar-  
maduras postesas y sin adherencia, puede considerarse como inad-  
cuado el pretensado parcial si la totalidad de la armadura va sin  
adherencia, pero resultará ventajoso si se incorporan también al-  
gunos alambres sin tesar y bien adheridos.

#### 4.- Cuatro tipos de estructuras

En la figura 1, se representan los diagramas carga-fle-  
cha correspondientes a cuatro vigas con armadura infracrítica y  
bien adherida. Todas las vigas tienen la misma sección transver-  
sal, igual sección de armadura  $A_t$ , y han sido calculadas para idé-  
ntica carga de trabajo  $W$ . Las características resistentes, tanto  
del acero, como del hormigón, empleados en la construcción de es-  
tas vigas, son las mismas; pero varía la magnitud del esfuerzo  
de pretensado introducido.

La viga a) está suprapretensada, es decir, la fisura-  
ción y la rotura se presentan simultáneamente, siendo la deforma-  
ción análoga a la de un material frágil; el caso d) se refiere a  
una viga no pretensada y, por último, los casos b) y c) son solu-  
ciones intermedias.

La carga máxima de rotura  $F$ , será aproximadamente la  
misma en todas las vigas, excepto en el caso de fuertes cuantías  
de armadura, ya que entonces, según se indica en la figura 1, al  
aumentar el esfuerzo de pretensado, puede aumentar la solicita-  
ción de rotura. Con cuantías pequeñas, las cargas de rotura  $F_a$  y  
 $F_d$  son idénticas. En la viga no pretensada (caso d) las fisuras  
se producen bajo la carga  $W'$  correspondiente a la resistencia a

flexión del hormigón (módulo de rotura). En la viga c) la fisuración se origina bajo la carga de trabajo  $W$ , para lo cual se introduce un esfuerzo de pretensado efectivo equivalente a la diferencia de cargas  $W-W'$ .

El caso b) representa el límite inferior del pretensado total en el cual queda garantizada la existencia de una tensión permanente de compresión bajo las cargas de trabajo.

En la parte izquierda de la figura 1, se representan - las tensiones a que se encuentra sometida la fibra inferior de la sección como consecuencia de los efectos combinados del esfuerzo de pretensado y de la carga de trabajo.

Como puede apreciarse, en la viga a) existen tensiones de compresión, incluso bajo cargas superiores a la de agotamiento menos  $W'$ , mientras que en la viga b) esta compresión se mantiene sólo hasta alcanzar la carga máxima de trabajo, y en la c) hasta una carga igual a la de trabajo menos  $W'$ . En la viga d) no existen compresiones en ningún momento.

Las vigas del tipo I, son totalmente pretensadas teniendo como límites los casos a) y b), en los cuales, bajo las cargas de trabajo, no se producen tensiones de tracción.

Las vigas del tipo II, son parcialmente pretensadas. En ellas, bajo ciertos estados de carga, pueden producirse tensiones de tracción, de magnitud limitada, pero nunca se formarán fisuras bajo las cargas de trabajo. Este tipo de piezas queda de terminado por los casos límites b) y c). El límite inferior c), cuyo punto cero viene definido por la diferencia  $W-W'$ , debe ser calculado, en cada caso, de acuerdo con el tipo de carga que haya de actuar sobre la pieza; así por ejemplo, para cargas de fa-

tiga, en lugar de  $W'$  únicamente debe restarse de  $W$  el 0,6 de  $W'$ . Para cargas mantenidas no debe considerarse más del 0,7  $W'$  y, en cambio, para cargas que, sólo en casos excepcionales podrán presentarse, deberán tomarse 0,9  $W'$ .

Los tipos III y IV son también parcialmente pretensados; el III, moderadamente pretensado y el IV sólo muy ligeramente, quedando ambos tipos determinados por los límites c) y d). El tipo III está calculado de tal forma que, bajo el peso propio, toda la sección trabaja a compresión, quedando así garantizada la ausencia de fisuras, bajo esta carga, si bien cuando la pieza se encuentra sometida a la sollicitación máxima de trabajo, cosa que, por otra parte, sólo ocurrirá en contadas ocasiones, podrán aparecer algunas pequeñas fisuras temporales que se cerrarán al disminuir o retirar la carga.

En las vigas tipo IV pueden formarse fisuras visibles, bajo la acción de las cargas ordinarias.

Evidentemente, las vigas del tipo II tienen mucha mayor resistencia al choque que las del tipo I, cuyo límite superior presentará rotura frágil, si bien todas las vigas pretensadas tienen una resiliencia prácticamente superior a la carga de rotura, mientras que la no pretensada, (d), carece de resiliencia aunque su resistencia al choque puede ser grande.

Las vigas de los tipos II a IV, como puede verse en la figura 1, al ser sometidas a una sobrecarga excesiva, experimentan deformaciones tan considerables que sirven de aviso previo del inminente peligro de rotura.

En las distintas estructuras de hormigón pretensado, el módulo de rotura correspondiente a la fisuración visible de

un hormigón de alta resistencia ( $530 \text{ Kg/cm}^2$ , aproximadamente, a los 28 días, en probeta cúbica) puede considerarse comprendido entre los  $60$  y  $77 \text{ Kg/cm}^2$ , dependiendo de la distribución de armaduras. Si se toma  $70 \text{ Kg/cm}^2$  para los elementos pretesos y  $63$  para los postesos, puede considerarse como tensión admisible de tracción, por flexión, en cada caso, la de  $53$  y  $45 \text{ Kg/cm}^2$ , respectivamente, si se trata de cargas mantenidas de duración limitada (por ejemplo, 30 días), y, la de  $42$  y  $35 \text{ Kg/cm}^2$ , respectivamente también, en el caso de cargas dinámicas o repetidas (como las que actúan en los puentes carreteros). En todos estos casos, queda garantizada la no aparición de fisuras, siempre que las grietas de retracción no se produzcan antes de introducir el pretensado. El desarrollo de las fisuras por retracción puede evitarse totalmente mediante un cuidadoso curado, como se ha demostrado en las aplicaciones prácticas que se describen en la sección 9 de este trabajo.

#### 5.- Comparación entre las secciones total y parcialmente pretensadas

En los casos de pretensado total, no deben producirse tensiones de tracción en el hormigón, bajo las cargas de trábajo ( $f_{1w} = 0$ ), mientras que en el pretensado parcial se admiten ciertas tensiones de tracción por flexión  $f_{tw}$ , bajo tales cargas, según se indica en la figura 2. De la comparación entre los dos sistemas de pretensado se deduce que, partiendo de la misma tensión de compresión admisible en ambos casos, o, lo que es igual, del mismo esfuerzo efectivo de pretensado  $f_{1e}$ , puede obtenerse, con el pretensado parcial, una sección más pequeña (y, como consecuencia lógica, un esfuerzo total de pretensado menor) que en el pretensado total, según se indica en la figura 2. ( $D_p < D_f$  y  $Z_p < Z_f$ ).

Frecuentemente, el poder disminuir el canto de una pieza constituye una apreciable ventaja técnica y, en cualquier caso, una reducción en la sección transversal supone una economía. Por otra parte, cuando se trate de piezas con armaduras postesas, al ser menor el esfuerzo total de pretensado necesario, se ahorrarán anclajes y coste de mano de obra.

#### 6.- Ensayos estáticos y dinámicos.- (1946-1951)

En 1946 se realizaron ensayos sobre traviesas, cargadas como si fueran vigas simplemente apoyadas en sus extremos. En ellos pudo comprobarse la extraordinaria resiliencia de las piezas de hormigón pretensado. Como ya se indicó antes, en 1949 se efectuaron ensayos estáticos sobre vigas parcialmente pretensadas, de 9 m. de luz, armadas con alambres tesos y no tesos, y en 1951 se realizaron nuevos ensayos, estáticos y dinámicos, con placas compuestas, de 6 m de longitud. Estas experiencias demostraron que la carga máxima calculada, partiendo del esfuerzo de tracción deducido de la resistencia combinada de los alambres tesos y no tesos, es fácilmente alcanzable. En 1951 se sometieron a ensayos de fatiga, en Lieja, dos placas que, previamente, habían sido cargadas hasta alcanzar la fisuración. En una de ellas se aplicó un millón de repeticiones de carga, y en la otra 3 millones. En este último caso, los límites de las cargas aplicadas en cada ciclo fueron cada vez mayores. Posteriormente, se ensayaron hasta rotura, bajo carga estática, alcanzándose sin dificultad la sollicitación máxima calculada<sup>5,11</sup>.

Además de estas dos placas, fabricadas con cemento Portland corriente, y ensayadas en Junio de 1951, se efectuó otro ensayo de fatiga sobre una placa construída con cemento metalúrgico,

resistente a los sulfatos (cemento Sealithor). En otro artículo ya publicado (\*), se describen estos ensayos, con todo detalle, y se indican los resultados en ellos obtenidos.

#### 7.- Conclusiones que pueden deducirse de los ensayos dinámicos

Los tres ensayos de fatiga últimamente mencionados fueron dirigidos por el Departamento de Investigaciones de la Comisión Británica de Transportes, en colaboración con el Departamento de Ingeniería de la Demarcación Oriental y realizados en el laboratorio del profesor F. Campus, de Lieja. De ellos, se han deducido importantísimas conclusiones que sólo son aplicables, naturalmente, al hormigón pretensado de características análogas a las del empleado en la construcción de las placas ensayadas. Dichas características son: resistencia en probeta cúbica, a los 28 días, de unos  $530 \text{ Kg/cm}^2$ ; módulo de rotura,  $70 \text{ Kg/cm}^2$ ; armadura constituida por alambres tesos y no tesos bien adheridos al hormigón. Esta última circunstancia es de fundamental importancia. Parece ser que los excelentes resultados obtenidos se deben, en gran parte, a la cooperación de los alambres no tesos - que absorben muchas de las tensiones de tracción hasta el mismo momento en que se agota la resistencia a fatiga de los alambres tesos. Las citadas conclusiones, han sido ya resumidas en el artículo anteriormente mencionado (\*), por lo que no se estima necesario reproducirlas aquí.

---

(\*) Ver "Placas compuestas, de hormigón, parcialmente pretensado" Por: P. W. Abeles.- Boletín "Últimas Noticias de Hormigón Pretensado".- Nº 23.

#### 8.- Ensayos normales

Desde principios del año 1949, los ferrocarriles británicos han realizado numerosos ensayos normales de recepción para la comprobación de la calidad de diversos elementos de hormigón - pretensado. Las cargas aplicadas corresponden a una tensión de tracción de 53 a 56 Kg/cm<sup>2</sup> para las piezas con armadura pretesa y de 46 Kg/cm<sup>2</sup> con armaduras postesas. Se exige que, en tales condiciones, no aparezcan fisuras y que las flechas no excedan de los valores correspondientes a un módulo de elasticidad de  $0,28 \times 10^6$  Kg/cm<sup>2</sup>. En muy pocos casos dejaron de satisfacerse estos requisitos y pudo siempre comprobarse que, cuando no se cumplían, era por algún defecto circunstancial de fabricación fácilmente subsanable. Estos ensayos no se limitaron a elementos parcialmente pretensados y se extendieron sobre cerca de 3000 piezas de longitudes comprendidas entre los 3,5 y los 31 m.<sup>21</sup>

#### 9.- Aplicaciones prácticas

##### a) Placas compuestas para puentes carreteros.- (1949-1953)

En la figura 3 se reproducen los distintos tipos de secciones transversales de las placas compuestas de hormigón parcialmente pretensado, utilizadas por el Departamento de Ingeniería de la Demarcación Oriental de los Ferrocarriles Británicos, para la construcción de puentes. Estas placas, que representan una combinación de las sugerencias formuladas por el Dr. Hajnal-Kónyi<sup>12</sup> y el autor, son especialmente recomendables para puentes carreteros de luces comprendidas entre los 12 y 15 m. Las vigas pretensadas soportan su propio peso y el del hormigón adicional de la placa, y la sección compuesta es capaz de aguantar las cargas adicionales y sobrecargas móviles, siendo la tensión de tracción admisible bajo

la carga de trabajo la de  $42 \text{ Kg/cm}^2$ . Como sobrecarga se tomó la prescrita por el M. de T., y para tramos sometidos a un tráfico especial la denominada "sobrecarga excepcional" con un coeficiente de distribución igual a 0,67. Desde 1949, se han construido más de 30 puentes de esta clase, en total. Con el fin de lograr la máxima economía, es aconsejable que la sección transversal de los elementos prefabricados, pretensados, sea la menor posible. En la mayor parte de los casos, el coste de los elementos citados depende, principalmente, del volumen de hormigón y de la relación entre el precio de coste de los componentes prefabricados (incluyendo el tesado de la armadura, empleo de moldes, transporte y colocación en obra) y el del hormigón vertido "in situ", relación que puede variar entre 5 a 1 y 10 a 1. Para puentes de luces superiores a los 15 m, parece aconsejable reducir el peso propio de la estructura, limitando la parte de hormigón vertido "in situ" a la cabeza superior de la pieza compuesta.- Los elementos prefabricados se han proyectado de tal forma que pueden ser suspendidos, sin deteriorarse, por su parte central con lo que se facilita su manejo y transporte. En aquellos puentes en los que el canto deba reducirse al mínimo, suelen levantarse, hacia los extremos, algunos de los cables y, de esta forma, pueden manejarse las vigas cogiéndolas por los extremos. Esta solución, sin embargo, debe adoptarse sólo en casos muy particulares, ya que con ella se complica el transporte y la fabricación de las piezas.

En la figura 4, pueden verse parte de las vigas, de 14,6 m de luz, del puente "Silverwood", Yorkshire, colocadas ya en posición, con la armadura transversal de distribución de cargas de la placa. Tanto en éste como en otros muchos puentes, el empleo del cemento metalúrgico "Sealithor" supersulfatado, permitió poder suprimir los recubrimientos especiales para proteger la estructura contra el ataque de los humos, reduciéndose así los gastos de entretene-

nimiento de la obra.

b) Estructura de la cubierta del almacón "Bury St. Edmunds" en Suffolk.- (1952)

Esta fué la primer estructura para cubierta, en la cual se emplearon grandes vigas de hormigón parcialmente pretensado. Las vigas principales, de 23 m de luz, van colocadas a 6 m de distancia entre ojes. Las vigas de contorno, de 11,5 m de luz, con alambros pretosos, salvan los vanos entre soportes y en éstas se apoyan las viguetas secundarias de la cubierta, sobre las que cargan las correas, también con armaduras protesas, que soportan la cubierta constituída por placas onduladas de fibrocemento.

Las vigas principales, de sección en I, van armadas con dos cables Magnol, rectos, de 16 alambros de 5 mm de diámetro, cada uno, y otro cable ligeramente curvo, de 24 alambros de 5 mm. Además llevan 9 pares de alambros, también de 5 mm de diámetro, sin tesar.

En la figura 5 puede verse una de las vigas de contorno durante la prueba normal de recepción. Para este ensayo se somete la pieza a la acción de dos cargas puntuales, de 15 Ton. cada una, colocadas entre sí a 1,5 m sobre una luz total de unos 11 m. La tensión de tracción en el hormigón, correspondiente a este estado de cargas, es de  $53 \text{ Kg/cm}^2$ . La flecha medida fué la correspondiente a un módulo de elasticidad  $E = 0,43 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$ .

En la figura 6 se observa la colocación de una de las vigas principales de la cubierta mediante dos trenes-grúa, y en la figura 7, parte de la cubierta ya construída y, en primer plano, las vigas preparadas para la construcción de la segunda parte de la estrutura.

c) Vigas para la cubierta de la Estación Victoria, en Sheffield.- (1953)

La figura 8 es una vista de esta cubierta que está constituida por dos marquesinas de cristal con estructura metálica, suspendidas de vigas de hormigón pretensado, de 27 m de longitud, colocadas a 7,5 m entre ejes. Estas vigas, de 1 m de canto, son de sección en I con un alma de 10 cm de ancho, desprovista totalmente de armadura, por lo cual puede ser sometida a vibración interna.- En el ala inferior van colocados dos cables Magnel, rectos, constituido cada uno de ellos por 16 alambres de 7 mm de diámetro. En los extremos de la viga se ensancha el alma con lo cual los cables pueden colocarse rectos todo a lo largo del elemento sin que se originen tensiones perjudiciales en los extremos de la pieza. En la figura 9 se ve una de las vigas, antes de proceder a su colocación, y la figura 10 es una vista tomada durante una de las pruebas normales de recepción. En estas pruebas se sometía la pieza a la acción de dos cargas puntuales de 6 Ton., lo que suponía una tensión de tracción de unos 46 Kg/cm<sup>2</sup>, siendo la tensión máxima de tracción, bajo la carga de trabajo, de 40 Kg/cm<sup>2</sup>.

d) Cubierta para un depósito de máquinas en Ipswich.- (1953)

En esta estructura se utilizaron vigas de 31 m de longitud total, con un voladizo de 11 m por uno de los lados. Van apoyadas sobre soportes situados a 19,5 m de distancia entre ejes. El canto de las vigas, en el tramo entre soportes, es de 0,70 m, aumentando hasta 1,10 sobre los soportes interiores. El alma es de 10 cm de espesor y en ella se alojan dos cables Magnel cada uno de ellos constituido por 20 alambres de 7 mm. de diámetro. Sobre estas vigas principales van las correas, prefabricadas, de 8,70 m de

longitud, en las cuales se apoyan las placas onduladas de fibrocemento de la cubierta. En la figura 11 se ve una de las vigas, cargadas sobre un vagón, antes de colocarla. Estas piezas fueron sometidas a varios ensayos de carga, antes de su recepción, con solicitaciones que daban origen a una tensión de tracción, en el hormigón, de  $46 \text{ Kg/cm}^2$ , obteniéndose flechas correspondientes a un módulo de elasticidad superior a los  $0,42 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$ . En la figura 12 se reproduce una vista de la cubierta durante su construcción.

e) Nueva cubierta para andén, en Yarmouth.- (1953)

En esta cubierta se emplearon vigas en voladizo, prefabricadas y pretensadas con alambres postesos, que quedaban enlazados a los soportes y sus zapatas, por medio de redondos del tipo Lee Mc Call. Estas vigas van separadas entre sí unos 12 m y sobre ellas se apoyan las correas de sección en I y 35,5 cm de canto, que sujetan las placas onduladas de fibrocemento de la cubierta. La figura 13 es una vista de la cubierta durante su construcción. Tanto las vigas principales como las correas, todas ellas prefabricadas y pretensadas, fueron proyectadas para una tensión de tracción admisible, bajo la carga de trabajo, de  $53 \text{ Kg/cm}^2$ , y los ensayos normales de recepción se realizaron con cargas correspondientes a una tensión de tracción de  $56 \text{ Kg/cm}^2$ .

f) Cubierta para andén, en Grays, cerca de Tilbury.- (1953)

En este caso, se construyó una placa en voladizo, moldeada "in situ" y pretensada por medio de cables tipo Magnel, constituidos por 4 alambres, de 7 mm de diámetro, que van colocados en unas entalladuras, de 32 x 44 mm, dispuestas en el cuerpo de la placa, cada 23 cm. La placa, de 16,7 x 27,7 m. se apoya sobre

dos vigas de hormigón armado, siendo el voladizo de 5,5 m por uno de los lados y de 5,36 m por el otro. El espesor de la placa varía, gradualmente, desde 7,5 cm en el borde, hasta 12,5 cm en el centro. Cada cable tiene unos 30 m de largo; recorre dos entalladuras consecutivas y se tesa, en uno sólo de los bordes de la placa, por los dos extremos. En el otro borde de la placa los alambres se doblan en semicírculo, dejándolos embebidos en el hormigón. La figura 14 reproduce esta cubierta de 16,7 m de largo, en voladizo, y con un espesor variable entre los 7,5 y los 12,5 cm.

Todas las estructuras mencionadas en esta sección han sido proyectadas con un coeficiente de seguridad de 1,5 para peso propio y 2,5 para sobrecarga. Esto representa un coeficiente de seguridad total igual, aproximadamente, a 2 en puentes carreteros, pero menor en las estructuras para cubiertas.

En las estructuras c) a f) se han dispuesto alambres sin tesar, lo mismo que en las a) y b) anteriormente descritas.

#### 10.- Tensiones principales y armadura para esfuerzo cortante

Se ha dicho en algunas ocasiones que, en el pretensado parcial, y a consecuencia del reducido esfuerzo efectivo de pretensado, se originaban desfavorables tensiones principales, bajo las cargas de trabajo, por lo que era necesario recurrir al empleo de cercos o estribos. Sin embargo, debe hacerse notar que este problema debe ser considerado, tanto en el pretensado total, como en el parcial, pero no para las cargas de trabajo sino para las condiciones de rotura. No existe relación directa entre la resultante de las tensiones principales en rotura y bajo las cargas de trabajo; aun suponiendo que el esfuerzo de pretensado mantiene su efectividad hasta la rotura, el esfuerzo normal seguirá

siendo el mismo que bajo la carga de trabajo, mientras que el esfuerzo cortante habrá aumentado considerablemente hasta hacerse igual al doble, por ejemplo. Por consiguiente, si se estudia el problema en rotura, y desde el punto de vista de la fisuración, se verá que, en muchas ocasiones, se hace necesario colocar estribos, pero no sólo en el caso del hormigón parcialmente pretensado, sino también en el del hormigón con pretensado total. Esto ocurrirá, principalmente, cuando coinciden en la misma sección los máximos momentos flectores y los máximos esfuerzos cortantes. Sólo, en una de las aplicaciones prácticas descritas en la Sección 9, fué necesario disponer estribos especiales para el esfuerzo cortante. Ello ocurrió en las vigas en voladizo de la cubierta para andén, en Yarmouth.

#### 11.- Otros proyectos

##### a) Construcción de postes.-

Otro de los casos, en los cuales se hace aconsejable recurrir al empleo del pretensado parcial, es en la construcción de postes. Durante cerca de 40 años se han venido utilizando postes de hormigón centrifugado, en los cuales se colocaba el acero de alta resistencia de la armadura, con un recubrimiento de sólo 9,5 mm. A pesar de las fisuras permanentes que en ellos se han formado, estas piezas continúan trabajando con satisfactorios resultados. No obstante, se comprende la ventaja que supondría poder contar con una estructura que, en condiciones normales, no presentase fisuras apreciables, aun cuando, bajo ciertas cargas excepcionales, se fisurase temporalmente. De esta forma, podrían considerarse como admisibles tensiones de tracción superiores a los  $70 \text{ Kg/cm}^2$ , siempre y cuando, bajo las cargas normales de trabajo, la sección se encon-

trase sometida, exclusivamente, a tensiones de compresión. Conta les piezas se obtiene un alto grado de resiliencia, y si se polo-can también en el alma alambros sin tesar se puede eliminar el riesgo de rotura, aun en el caso de que parte de una de las alas salte y se destruya accidentalmente.

El sistema de pretensado parcial resulta especialmente recomendable en el caso de piezas sometidas a esfuerzos en dos direcciones opuestas. En dicho sistema, el esfuerzo de pretensado es reducido y ello influye favorablemente en la capacidad de carga - del elemento, ya que, la resistencia máxima de éste, es función de la tensión máxima de compresión. Por esta misma causa, los postes del tipo Vierendeel o triangulados no son muy aconsejables; en ellos se produce en seguida el agotamiento por compresión en las proximidades de la base, en donde termina el alma llena, por lo que es preferible construirlos de alma llena continua. En la figura 15 se reproduce el diseño de un poste de anclaje, en hormigón pretensado, superpuesto al alzado del poste metálico correspondiente. La estructura de hormigón pretensado, constituida por columnas de sección en I y elementos horizontales en forma de viga cajón, se proyectó para que fuese capaz de soportar, sin fisurarse, unas tensiones de tracción, por flexión, en el hormigón, de  $60 \text{ Kg/cm}^2$  bajo la carga máxima; carga que corresponde a la hipótesis de rotura de uno de los conductores o, circunstancialmente, a la colocación de los conductores. Tomando como base los precios que regían en 1950 se hace, a continuación, un estudio comparativo de los costos, incluyendo los gastos de transporte, pero sin tener encuenta los de colocación.

Postes metálicos	2,9 Ton.	a	£ 70.0.0...	£ 203.00
Postes de hormigón pretensado	7,5 Ton = 3,2 m <sup>3</sup>	a	£ 44.10.0...	£ 122.80

Actualmente, el precio del acero ha experimentado una elevación de cerca del 12% mientras permanece prácticamente constante el coste de las maniobras de pretensado. Como, por otra parte, si se supone que se emplean grúas para la elevación y colocación de los postes, los gastos de colocación son los mismos para los postes metálicos que para los de hormigón pretensado, resulta que la ventaja económica que representa el empleo de este último tipo de piezas, es cada día mayor.

b) Estructuras compuestas, con la superficie en tracción pretensada.-

Mediante la realización de los oportunos ensayos, se ha podido demostrar que, en los elementos compuestos en los que la superficie en tracción se encuentra pretensada, las fisuras aparecen primero en la fibra en tracción, pretensada, más superficial, aun cuando, bajo una carga muy inferior, se alcance una tensión igual al módulo de rotura en el hormigón adyacente a la capa superficial pretensada. Este hormigón adicional debería fisurarse en el mismo momento en que dicha tensión se alcanza y, en realidad, así ocurre, si bien las fisuras son invisibles a simple vista y únicamente pueden apreciarse con el auxilio de un microscopio de gran potencia, según demostró el prof. R. H. Evans<sup>13</sup>. En la figura 16, se hace un estudio comparativo de cuatro tipos distintos de placas de hormigón, total o parcialmente pretensadas, para puentes ferroviarios, indicándose la economía que esta clase de estructuras puede proporcionar.

También es posible conseguir este tipo de piezas con el borde en tracción pretensado, construyéndolas en dos etapas sucesivas, según se indica en la figura 17. La idea de obtener unos elementos con la superficie en tracción pretensada, y en los cua

les quede asegurada la ausencia de fisuras visibles y la efectiva colaboración de la zona de tracciones del hormigón, fué sugerida por el autor en 1950<sup>14</sup>. El mismo principio en que se fundan las placas representadas en la figura 16, fué empleado también por Mr. Samuely<sup>15</sup> y para la construcción de las vigas Udall. Resulta interesante destacar que, en todos estos casos, se consiguió una perfecta colaboración entre las dos partes distintas del elemento, no sólo cuando se disponen medios especiales para asegurar un enlace resistente al esfuerzo cortante, sino también cuando esta unión se confía, exclusivamente, a una cierta rugosidad de la superficie de contacto de la capa pretensada con el resto de la pieza sin pretensar..

c) Carreteras de hormigón pretensado.-

En la construcción de autopistas de hormigón pretensado, es muy importante, desde el punto de vista económico, reducir, lo más posible, la magnitud del esfuerzo de pretensado. Pero, al mismo tiempo, este esfuerzo ha de ser capaz de vencer los fuertes rozamientos que en este tipo de estructuras se desarrollan, y producir un pretensado total eficaz a lo largo de toda la superficie. Esto sólo será posible si se dispone, debajo de la capa de hormigón pretensado, otra capa independiente, de hormigón, con junta intermedia. Esta solución, sin embargo, resulta muy costosa. En cambio, la experiencia ha demostrado que, admitiendo una cierta fisuración, pueden obtenerse resultados muy satisfactorios con un débil esfuerzo efectivo de pretensado y sin necesidad de tener que disponer un lecho independiente de hormigón, por debajo de la superficie pretensada<sup>16</sup>.

d) Estructuras hiperestáticas.-

En relación con este tipo de estructuras es interesante hacer notar que la mayor parte de los investigadores sugieren el em

pleo de tensiones de tracción de 35 a 50 Kg/cm<sup>2</sup>,<sup>17</sup> aunque algunos de ellos consideren tales tensiones como excesivas, cuando se trata de vigas simplemente apoyadas.

En cambio, las opiniones difieren cuando se trata de de terminar las secciones en las cuales pueden admitirse las mencionadas tensiones. Según el profesor Magnol, dichas secciones han de ser las de apoyo, pero para Mr. Guyon son, por el contrario, las del centro del tramo. La opinión del autor es que las referidas so licitaciones son admisibles, tanto en las secciones de apoyo y en la central, como en aquellas otras sometidas a un momento flector de signo variable (unas veces positivo y otras negativo).

En la figura 18 se indican los momentos flectores en una viga con un voladizo, momentos que son análogos a los que se originan en una estructura hiperestática. Como puede apreciarse, la envolvente de los momentos flectores producidos bajo los estados límites de carga a) y b), es muy desfavorable. En tales circunstancias se comprende que lo lógico sea calcular la estructura, pa ra que actúe como totalmente pretensada ~~únicamente~~ bajo el estado de carga más frecuente, o sea el c) y d). De esta forma, la envolvente se reduce considerablemente de longitud, y el principio del momento negativo corresponde a un momento positivo bastante menor que el máximo. Como es natural, deberá añadirse la armadura sin tesar ne cesaria para cubrir los casos de carga a) y b).

## 12.- Conclusiones

En las anteriores secciones se han expuesto las principales características de los pretensados parciales, características que han sido deducidas y comprobadas mediante numerosos ensayos y aplicaciones prácticas realizadas siempre con resultados ple

namente satisfactorios. Las ventajas, tanto técnicas, como económicas, de este nuevo procedimiento, parecen suficientemente demostradas con lo que queda dicho en el presente artículo y en el apéndice que a continuación se incluye.

Finalmente, parece oportuno reproducir las opiniones expuestas, sobre el particular, por las dos máximas autoridades inglesas en hormigón pretensado, opiniones que fueron expresadas con anterioridad a los ensayos de fatiga realizados en 1951. En 1949<sup>18</sup> el Dr. F. G. Thomas manifestó que: "cuando una estructura se encuentra sometida, sólo en muy raras ocasiones, a determinadas cargas excepcionales, no hay inconveniente importante que impida aceptar el que se formen fisuras bajo la acción de tales cargas, siempre y cuando desaparezcan totalmente las grietas en el momento en que disminuyan o se retiren las sollicitaciones extraordinarias" (pág. 16) "Los resultados de estos ensayos, muy escasos en número, indican que este sistema (es decir, el pretensado parcial) puede tener una razonable aplicación práctica" (Pág. 33).

Por su parte, el profesor R. H. Evans, en una conferencia pronunciada en 1950<sup>19</sup>, en Unwin, bajo el título "Hormigón compuesto y parcialmente pretensado", dijo (páginas 251-254): "La aparición de las vigas parcialmente pretensadas, ha originado un gran revuelo". "Yo no encuentro razones técnicas para condenar, de un modo general, el empleo de las vigas parcialmente pretensadas".- "Las estructuras de hormigón compuesto y parcialmente pretensado resultan, en numerosas ocasiones, esenciales para conseguir una producción económica"

El autor desea expresar su gratitud a Mr. J.I. Campbell, Ingeniero Civil de la Demarcación Oriental de los Ferrocarriles Británicos y de la Comisión Británica de Transportes, por haberlo

autorizado a utilizar los datos, fotografías y cálculos preparados en el Departamento de Ingeniería Civil de King's Cross y a Mr. R. E. Sadler, Ingeniero Ayudante (Nuevas Obras) por su amable colaboración. Agradece también a Mr. Uyttendale de la "Sealithor Developments Co" la autorización para publicar todo lo relativo a los interesantes ensayos de fatiga realizados sobre la placa fabricada con cemento "Sealithor". Las fotografías de las figuras 7 y 8 fueron facilitadas por la "Cement and Concrete Association".

Los elementos prefabricados utilizados en las diversas aplicaciones descritas en la sección 9, fueron suministrados por las firmas "Anglian Building Products Ltd.", Lenwade (a, b y e); "Atlas Stone Co. Ltd.", Shorne (a); "Dow-Mac (Products) Ltd", Tallington (a); y "W. and C. French Ltd." (d). Las principales firmas contratistas de las distintas obras fueron: "C. R. Cartor", Drayton (c); "W. and C. French Ltd." (a y d); "C. R. Price", Doncaster (b); "Tersons, Ltd." (f); y "Wellerman Bros., Ltd", Sheffield (a y c).

#### Referencias bibliográficas

- 1.- Ros, M. - "Die materialtechnischen Grundlagen und Probleme des Eisenbetons im Hinblick auf die zukünftige Gestaltung der Stahlbeton - Bauweise".- ("Materiales, fundamento, y problemas del hormigón armado, en relación con su futuro desarrollo".) Report Nº 162, E.M.P.A. Zurich, 1950.
- 2.- Freyssinet, E.- "Souvenirs" ("Memorias").- Conferencia pronunciada por M. E. Freyssinet, en París, en 8-XI-49.- Beton- und-Stahlbeton, Febrero 1950.

- 3.- Freyssinet, E.- "Une révolution dans les techniques du Béton" ("Una revolución en las técnicas del hormigón"). París, 1936.
- 4.- Emperger, F.v.- "Stahlbeton mit vorgespannten Zulagen aus höherwertigen Stahl". ("Hormigón armado con armadura adicional, prestesa, de acero de alta resistencia"). Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons, Nº 47, 1939.
- 5.- Abeles, P. W. "Some new developments in prestressed concrete" ("Nuevos Avances en el hormigón pretensado").- Structural Engineer, Octubre, 1951.
- 6.- Gueritte, T. J.- "Further data concerning prestressed concrete" ("Nuevos datos relativos al hormigón pretensado"). J. Inst. C.E., Octubre, 1941.
- 7.- Abeles, P. W.- "Breaking test on three full size prestressed concrete bridge beams" ("Ensayos a rotura sobre tres vigas, a escala natural, para puentes de hormigón pretensado"). Structural Engineer, Mayo, 1951.
- 8.- Freyssinet, E.- "Prestressed concrete: Principles and applications".- ("Hormigón pretensado: Fundamentos y aplicaciones"). J. Inst. C. E., Febrero, 1950.
- 9.- Evans, R. H.- "Relative merits of wire and bar reinforcement in prestressed concrete".- ("Ventajas relativas de las armaduras constituidas por alambres y barras, en el hormigón pretensado"). J. Inst. C. E., Febrero, 1942.
- 10.- Baker, A.L.J.- "A plastic theory of design for ordinary reinforced and prestressed concrete including moment-distribution in continuous members" ("Teoría plástica para el cálculo del hormigón armado ordinario y del pretensado, incluyendo la distribución de momentos en piezas hiperestáticas"). Mag. Concr. Res., 1949, vol. 1, Nº 2.

- 11.- Abeles, F. W. "Fatigue tests on partially prestressed concrete members" ("Ensayos de fatiga sobre elementos de hormigón parcialmente pretensado") I.A.B.S.E., Fourth Congress, Final Report, 1953.
- 12.- Hajnal-Kónyi, K.- "Fully and partly prestressed concrete" - ("Hormigón total y parcialmente pretensado") by P. W. Abeles. Correspondence, J.A.C.I. Vol. 42 (Supplement), Noviembre 1945.
- 13.- Evans, R. H.- "Extensibility and modulus of rupture of concrete" ("Ductilidad y módulo de rotura del hormigón").- Structural Engineer, Diciembre, 1946.
- 14.- Dean, A.- "Prestressed concrete applied to the construction of railway bridges and other work" ("Aplicación del hormigón pretensado a la construcción de puentes ferroviarios y otras obras") Railway paper Nº 44, Inst. C.E., 1951.
- 15.- Samuely, F. J.- "Some recent experience in composite pre-cast and in-situ concrete construction with particular reference to prestressing". ("Experiencias recientes sobre obras mixtas de hormigón prefabricado y construido "in-situ" con especial referencia al pretensado") Structural paper Nº 30, - Inst. C. E., 1952.
- 16.- Mc Intosh, A. J. y Mercer, J.- "Construction of a prestressed concrete road at Crawley New Town" ("Construcción de una carretera de hormigón pretensado en Crawley New Town"). Paper Nº 5845, Inst. C. E., 1952.
- 17.- Guyon, Y.- "Statically indeterminate structures in the elastic and plastic states".- ("Estructuras hiperestáticas en régimen elástico y plástico") General Report, International Federation of Prestressing, First Congress, Londres, 1953.

- 18.- Thomas, F. G.- "Pre-stressed concrete" ("Hormigón pretensado") Proc. Conference at Inst. C. E. Febrero, 1949.
- 19.- Evans, R. H.- "Research and developments in pre-stressing" ("Ensayos y avances en el hormigón pretensado") Unwin Memorial Lecture, 1950. Inst. C. E., Febrero, 1951.
- 20.- Hajnal-Kónyi, K.- "Tests on concrete beams reinforced with 20 gauge wires of an ultimate strength of 120 Tons per sq. in" ("Ensayos de vigas de hormigón armadas con alambres de 9 mm de diámetro y 189 Kg/mm<sup>2</sup> de resistencia máxima") Mag. Concr. Res. Nº 9. Marzo, 1952.
- 21.- Abelos, P. W. "Tests of prestressed precast concrete". (Ensayos de elementos de hormigón, prefabricados y pretensados). Concrete and Constructional Engineering. Vol. XLIX, Nº 5, Mayo, 1954.

- - -

A P E N D I C E

Expresiones fundamentales para el cálculo del hormigón parcial -  
mente pretensado

NOTACION:  $P_t$  = Esfuerzo inicial de pretensado (es decir, en el momento en que se introduce en el elemento)

$A_{ts}$  = Area de la sección de armadura tesa.

$P_t$  = Tensión inicial en los alambres.

$Z_1 = \frac{I}{e_1}$  y  $Z_2 = \frac{I}{e_2}$ , módulos de la sección.

$$r^2 = \frac{I}{A}$$

En las figuras se indica el significado de otros símbolos.

Los subíndices 1 y 2 indican las fibras inferior y superior, respectivamente, de la sección.

Inicialmente, se verifica: (ver figura 19):

Tensión en la fibra inferior:

$$F_{1t} = \frac{P_t}{A} + \frac{P_t \cdot e_s}{Z_1} = \frac{P_t}{A} \left( 1 + \frac{e_1 \cdot e_s}{r^2} \right) = \frac{P_t}{A} \cdot K_1$$

y

Tensión en la fibra superior:

$$f_{2t} = \frac{P_t}{A} - \frac{P_t \cdot e_s}{Z_2} = \frac{P_t}{A} \left( 1 - \frac{e_2 \cdot e_s}{r^2} \right) = \frac{P_t}{A} \cdot K_2$$

El esfuerzo efectivo de pretensado vale:  $P_e = R_o \cdot P_t$ , siendo  $R_o$  un coeficiente de reducción que indica la relación entre la tensión efectiva de los alambres (cuando ya han experimentado todas las pérdidas de tensión) y su tensión inicial; es decir:

$$R_o = \frac{p_e}{p_t} = \frac{P_e}{P_t}$$

Por consiguiente, la tensión efectiva de pretensado es:

en la fibra inferior:

$$f_{1e} = \frac{R_o P_t}{A} \cdot K_1$$

y

en la fibra superior:

$$f_{2t} = \frac{R_o P_t}{A} \cdot K_2$$

Bajo las cargas de trabajo, por consiguiente, las tensiones resultantes serán:

en la fibra inferior:

$$f_{1w} = f_{1e} - \frac{M_w}{Z_1}$$

y en la fibra superior:

$$f_{2w} = f_{2e} + \frac{M_w}{Z_2}$$

Fórmulas para el cálculo:

$f_{ct}$  = tensión de compresión admisible, inicialmente.

$f_{tw}$  = tensión de tracción admisible bajo las cargas de trabajo.

1<sup>er</sup> Caso: Secciones en las cuales el momento  $M_s$  producido por el peso propio del elemento, es siempre de signo contrario al originado por los esfuerzos de pretensado (figura 20).

En este caso se verificará:

Inicialmente:

$$f_{1t} = f_{ct} = \frac{P_t}{A} \cdot K_1 - \frac{M_s}{Z_1} \quad (1)$$

Bajo la sollicitación de trabajo:

$$f_{1w} = - f_{tw} = \frac{R_o P_t}{A} \cdot K_1 - \frac{M_w}{Z_1} \quad (2)$$

Eliminando  $P_t$  entre las ecuaciones (1) y (2), se deduce:

$$Z_1 = \frac{M_w - R_o M_s}{R_o \cdot f_{ct} + f_{tw}}$$

El numerador,  $(M_w - R_o M_s)$  puede escribirse en la forma  $[M_a + (1 - R_o) M_s]$ , siendo  $M_a$  el momento flector originado por la sobrecarga adicional, es decir:  $M_a = (M_w - M_s)$ .

El denominador,  $(R_o \cdot f_{ct} + f_{tw})$  que expresa la zona de tensiones de las fibras inferiores de la sección, se puede representar por  $f_{1r}$ , y entonces:

$$Z_1 = \frac{M_a + (1 - R_o) M_s}{f_{1r}} \quad (3)$$

Una ecuación análoga puede obtenerse para  $Z_2$ , pero, en la mayoría de los casos, el tamaño de la zona de compresiones viene determinado por las condiciones de carga máxima.

Una vez fijadas las dimensiones de la sección, puede calcularse la magnitud del esfuerzo de pretensado requerido, mediante la ecuación (4) deducida a partir de la (1).

$$P_t = \frac{A}{K_1} \left( f_{ct} + \frac{M_s}{Z_1} \right) \quad (4)$$

Sin embargo, si el valor dado a  $Z_1$  es superior al necesario, puede reducirse la tensión  $f_{1t}$  y llegar a hacerse menor que la  $f_{ct}$ .

2º Caso: Secciones en las cuales no puede tomarse en consideración el momento  $M_s$  producido por el peso propio.

En los elementos cuya armadura se tesa antes de endurecido el hormigón, es conveniente disponer algunos alambres por la parte superior de la sección. El esfuerzo de pretensado puede en

tonces considerarse descompuesto en dos partes:  $P_t$ , en la zona inferior de la sección y  $P'_t$  en la superior. En tales elementos, como la posición de los alambres es la misma en la sección central que en las extremas, la sección crítica en el momento inicial del pretensado, es la sección extrema en la cual  $M_s = 0$ . Por consiguiente, y según se deduce de la ecuación (1), se tendrá (ver figura 21):

$$f_{1t} = f_{ct} = \frac{P_t}{A} \cdot K_1 + \frac{P'_t}{A} \cdot K'_1$$

y

$$f_{2t} = f_{tt} = \frac{P_t}{A} \cdot K_2 + \frac{P'_t}{A} \cdot K'_2$$

siendo:  $K'_1 = 1 - \frac{e_1 \cdot e'_s}{r^2}$  y  $K'_2 = 1 + \frac{e_2 \cdot e'_s}{r^2}$

Partiendo de estas ecuaciones, se obtiene el valor del esfuerzo de pretensado:

$$\left. \begin{aligned} P_t &= \frac{K'_2 \cdot f_{ct} + K'_1 \cdot f_{tt}}{K_1 K'_2 - K_2 \cdot K'_1} \cdot A \\ P'_t &= \frac{K_2 \cdot f_{ct} + K_1 \cdot f_{tt}}{K_2 \cdot K'_1 - K_1 \cdot K'_2} \cdot A \end{aligned} \right\} (5)$$

Las secciones de acero necesarias, serán:

$$A_{ts} = \frac{P_t}{\sigma_t} \quad \text{y} \quad A'_{ts} = \frac{P'_t}{\sigma_t}$$

En secciones simétricas,  $K_1 = K_2'$  y  $K_2 = K_1'$ , con lo que las ecuaciones (5) se transforman en:

$$\left. \begin{aligned} P_t &= \frac{K_1 \cdot f_{ct} + K_2 \cdot f_{tt}}{K_1^2 - K_2^2} \cdot A \\ y \\ P'_t &= \frac{K_2 \cdot f_{ct} + K_1 \cdot f_{tt}}{K_2^2 - K_1^2} \cdot A \end{aligned} \right\} (5 a)$$

Si  $f_{1t}$  y  $f_{2t}$  no son iguales a  $f_{ct}$  y  $(-f_{tt})$ , respectivamente, entonces en las fórmulas 5 y 5a deben sustituirse  $f_{ct}$  por  $f_{1t}$  y  $f_{tt}$  por  $(-f_{2t})$ .

Cálculo en rotura:

Si  $M_{ult}$  es el momento de agotamiento de la sección, deberá verificarse que  $M_{ult} = FS \cdot M_w$ , siendo FS. el coeficiente de seguridad adoptado. Si se estima conveniente,  $M_{ult}$  puede ser calculado empleando distintos coeficientes de seguridad según se trate del peso propio o de la sobrecarga.

Notación:  $A_t$  = Sección total de la armadura en tracción.

$A_{ts}$  = Sección de armadura tesa.

$A_{tu}$  = Sección de armadura sin tesar.

$t_{ult}$  = Tensión máxima de rotura, del acero de la armadura.

$K$  = Coeficiente que depende de la efectividad de la adherencia entre el hormigón y la armadura. Se tomará:

= 1, cuando los alambres tesos estén bien adheridos;

= 0,95 + 1, si se trata de alambres sin tesar y con buena adherencia;

= 0,7 + 1, en el caso de alambres pos-tesos, cuya adherencia depende de la eficacia de la lechada inyectada.

$B_2$  = Anchura del ala superior.

$c_u$  = Resistencia del hormigón en probeta cúbica.

$c_m$  = Tensión límite del hormigón en el momento en que se llega al agotamiento de la viga (Tensión límite de agotamiento)

El esfuerzo máximo de tracción de las armaduras, en una sección infracrítica (es decir, una sección en la cual el agotamiento se produce por un alargamiento excesivo del acero) puede calcularse mediante la expresión:

$$T_{ult} = K \cdot A_t \cdot t_{ult} \quad (6)$$

Si  $A_{ts}$  es menor que  $A_t$ , deberá añadirse una sección  $A_{tu}$  de armadura sin tesar, tal que:

$$A_{tu} = A_t - A_{ts}$$

o bien utilizar una sección total de armadura  $A_t$  sometiéndola a una tensión inferior a la que se daría a  $A_{ts}$ , de tal forma que se obtenga, en definitiva, el esfuerzo efectivo de pretensado requi

rido  $R_o \cdot F_t$ .

El volumen de compresiones (figura 22), puede suponerse igual al producto del área  $B_2 \cdot n$ , de la zona de compresiones por una tensión uniforme  $c_m$  que es, aproximadamente, igual a la resistencia del hormigón en probeta prismática (o sea el  $0,6 \div 0,8$  de la resistencia en probeta cúbica).

De esta forma, llamando  $n$  a la profundidad de la fibra neutra, se obtiene:

$$M_{ult} = T_{ult} \left( d - \frac{n}{2} \right) \quad (7)$$

siendo:

$$n = \frac{T_{ult}}{B_2 \cdot c_m}$$

En secciones con armadura infracrítica resulta conveniente, desde el punto de vista de la seguridad, que  $n$  no exceda de  $\frac{d}{2}$ . Por lo tanto, el momento máximo admisible será:

$$M_{max} = B_2 \cdot n \cdot c_m \left( d - \frac{n}{2} \right) = \frac{3}{8} B_2 \cdot d^2 \cdot c_m \quad (8)$$

siendo  $B_2$  el ancho de la cabeza superior de la viga.

Si  $c_m = 0,6 c_u$ , la expresión (8) se transforma en:

$$M_{max} = 0,225 B_2 \cdot d^2 \cdot c_u \quad (8a)$$

y si  $n$  se hace, aproximadamente, igual al espesor  $d_f$  del ala superior de la sección, se obtiene:

$$M_{\max} = B_2 \cdot d_f \left( d - \frac{d_f}{2} \right) c_m \quad (8 b)$$

E j e m p l o s

Ejemplo Nº 1 Proyecto previo característico.

Se necesita calcular una correa, simplemente apoyada, de 12 m de luz, capaz de soportar una cubierta ondulada de fibrocemento (peso de la cubierta, 24,4 Kg/m<sup>2</sup>) y una sobrecarga de 73 Kg/m<sup>2</sup>. La separación entre ejes de correas es de 1,90 m. Se utiliza alambre de 5 mm de diámetro y 15.750 Kg/cm<sup>2</sup> de resistencia. La resistencia del hormigón en probeta cúbica es de 420 Kg/cm<sup>2</sup> (Tensión admisible:  $f_{ct} = 0,4 \times 420 = 168 \text{ Kg/cm}^2$ ). Comparar la solución parcialmente pretensada en la cual  $f_{tw} = 53 \text{ Kg/cm}^2$  (se considera no se producirá la fisuración bajo sobrecarga de duración limitada; por ejemplo, 30 días) y la solución con pretensado total (no se admiten tracciones bajo las cargas de trabajo). El coeficiente de seguridad a rotura ha de ser 2. Debe calcularse haciendo  $f_{2t} = 0$ , con el fin de que pueda manejarse la pieza suspendiéndola por su parte central.

a) Correa parcialmente pretensada.

Cubierta . . . . .	24,4 Kg/m <sup>2</sup>		
Sobrecarga . . . . .	73,0 "		
		<hr/>	
		97,4 Kg/m <sup>2</sup> x 1,9	= 185 Kg por m l
		Peso propio (supuesto) =	<hr/> 75 " " "
			260 Kg por m l

$$M_w = \frac{1}{8} 260 \times 12^2 = 4.680 \text{ m Kg} = 468.000 \text{ cm Kg}$$

Haciendo:

$$p_t = 9.800 \text{ Kg/cm}^2$$

y suponiendo que las pérdidas por retracción y deformaciones lentas son  $2.100 \text{ Kg/cm}^2$ , se obtiene:

$$R_o = \frac{9.800 - 2.100}{9.800} = \frac{7.700}{9.800} = 0,78$$

(La tensión inicial de tracción introducida, deberá ser de  $10.700 \text{ Kg/cm}^2$ . De esta forma queda un margen de  $900 \text{ Kg/cm}^2$  para las pérdidas por retracción y acortamiento elástico).

Entonces se tiene:

$$f_{1r} = R_o \cdot f_{ct} + f_{tw} = 0,78 \times 168 + 53 = 184 \text{ Kg/cm}^2$$

$$Z_1 = \frac{M_w}{f_{1r}} = \frac{468.000}{184} = 2540 \text{ cm}^3$$

Considerando la sección representada en la figura 23, se obtiene:

$$A = 305 \text{ cm}^2$$

$$I = 50.295,42 \text{ cm}^4$$

$$Z_1 = Z_2 = 2.718,67 \text{ cm}^3$$

$$e_s = e'_s = 18,5 - 3 = 15,5 \text{ cm}$$

$$r^2 = 164,9 \text{ cm}^2$$

$$K_1 = 1 + \frac{15,5 \times 18,5}{164,9} = 1 + 1,74 = 2,74 \text{ cm}^2 \quad K_2 = 1 - 1,74 = 0,7$$

Los esfuerzos de pretensado se calculan mediante la ecuación (5), haciendo

$$f_{ot} = 168 \text{ Kg/cm}^2 \text{ y } f_{tt} = 0$$

$$P_t = \frac{2,74 \times 168 \times 305}{2,74 - 0,74} = \frac{140.397,6}{7,50 - 0,54} = 20.172 \text{ Kg}$$

$$P'_t = \frac{-0,74 \times 168 \times 305}{0,74 - 2,74} = \frac{-37.917,6}{-6,96} = 5.447,93 \text{ Kg}$$

Las secciones necesarias de armadura, serán, por lo tanto:

$$A_{ts} = \frac{20.172}{9.800} = 2,06 \text{ cm}^2$$

$$A'_{ts} = \frac{5.447,93}{9.800} = 0,55 \text{ cm}^2$$

lo que supone:

10  $\emptyset$  5 (=1,96 cm<sup>2</sup>) para  $A_{ts}$ , y 3  $\emptyset$  5 (=0,59 cm<sup>2</sup>) para  $A'_{ts}$ .

Con estas armaduras se obtiene:

$$P_t = 19.208 \text{ Kg} \text{ " } P'_t = 5.782 \text{ Kg} \text{ " } f_{1t} = 158,5 \text{ Kg/cm}^2 \text{ y } f_{2t} = 5,34 \text{ Kg/cm}^2$$

valores todos que resultan admisibles.

Para las condiciones de rotura, se obtiene:

$$M_{ult} = 2 \times 468.000 = 936.000 \text{ cm Kg}$$

$$a = 37 - 3 - 3 = 31 \text{ cm}$$

$$C_{ult} = T_{ult} = \frac{936.000}{31} = 30.193,5 \text{ Kg}$$

$$c_m = \frac{30.193,5}{15 \times 6} = 335,5 \text{ Kg/cm}^2$$

(a esta edad,  $c_u > 560 \text{ Kg/cm}^2$ )

Haciendo:  $K = 0,95$ :

$$A_t = \frac{30.193,5}{15.750 \times 0,95} = 2,02 \text{ cm}^2$$

Como esta sección es, prácticamente, igual a la de  $A_{ts}$  ( $= 1,96 \text{ cm}^2$ ), no es necesario añadir ninguna armadura ordinaria, sin tesar.

b) Correa con pretensado total y de canto igual al de la parcialmente pretensada.

Tomando, como peso propio, el de 104 Kg por metro lineal, se obtendrá:

$$M_w = 468.000 \frac{289}{260} = 520.200 \text{ cm Kg}$$

$$f_{1r} = 0,78 \times 168 + 0 = 131 \text{ Kg/cm}^2$$

Por lo tanto:

$$Z = \frac{520.200}{131} = 3.971 \text{ cm}^3$$

Adoptando la sección representada en la figura 24, resulta:

$$A = 473 \text{ cm}^2$$

$$I = 83.193,5 \text{ cm}^4$$

$$Z = 4.496,95 \text{ cm}^3$$

$$r^2 = 175,88 \text{ cm}^2$$

En este caso:

$$e_s = e'_s = 18,5 - 4 = 14,5 \text{ cm}$$

Por lo tanto:

$$K_1 = 1 + \frac{14,5 \times 18,5}{175,88} = 1 + 1,525 = 2,525 \quad K_2 = 1 - 1,525 = -0,525$$

$$P_t = \frac{2,525 \times 168 \times 473}{2,525 - 0,525} = \frac{200.646,6}{6,1} = 32.892,88 \text{ Kg}$$

$$P'_t = \frac{-0,525 \times 168 \times 473}{0,525 - 2,525} = 6.839,11 \text{ Kg}$$

Y las secciones de armadura necesarias serán:

$$A_{ts} = \frac{32.892,88}{9.800} = 3,356 \text{ cm}^2 \approx 17 \text{ } \emptyset 5 = 3,33 \text{ cm}^2$$

$$A'_{ts} = \frac{6.839,11}{9.800} = 0,698 \text{ cm}^2 \approx 4 \text{ } \emptyset 5 = 0,784 \text{ cm}^2$$

Con estas armaduras resulta:

$$P_t = 32.634 \text{ Kg } \text{ " } \quad P'_t = 7.683,2 \text{ Kg } \text{ "}$$

$$f_{1t} = 165,68 \text{ Kg/cm}^2 \text{ " } \quad f_{2t} = 4,79 \text{ Kg/cm}^2$$

Comparando esta viga con la parcialmente pretensada del caso anterior, se ve que, evidentemente, el margen de seguridad a rotura en ambas piezas es semejante y suficientemente satisfactorio.

c) Correa totalmente pretensada, de mayor canto que las anteriores.

Suponiendo que el peso propio es de 97 Kg/ml, resulta:

$$M_w = 468.000 \frac{282}{260} = 507.600 \text{ cm Kg}$$

para lo cual:

$$Z = \frac{507.600}{131} = 3.874,81 \text{ cm}^3$$

Adoptando la sección representada en la figura 25, resulta:

$$A = 418 \text{ cm}^2$$

$$I = 95.217,84 \text{ cm}^4$$

$$Z = 4.534,18 \text{ cm}^3$$

$$r^2 = 227,79 \text{ cm}^2$$

$$o_s = o'_s = 21 - 4 = 17 \text{ cm}$$

$$K_1 = 1 + \frac{17 \times 21}{227,79} = 1 + 1,567 = 2,567 \quad \text{,,} \quad K_2 = 1 - 1,567 = -0,567$$

$$P_t = \frac{2,567 \times 168 \times 418}{2,567 - 0,567} = \frac{180.265}{6,268} = 28.759,57 \text{ Kg}$$

$$P'_t = \frac{-0,567 \times 168 \times 418}{0,567 - 2,567} = \frac{39.817}{6,268} = 6.352,42 \text{ Kg}$$

$$A_{ts} = \frac{28.759,57}{9.800} = 2,93 \text{ cm}^2 \approx 15 \text{ } \emptyset 5 = 2,94 \text{ cm}^2$$

$$A'_{ts} = \frac{6.352,42}{9.800} = 0,648 \text{ cm}^2 \approx 4 \text{ } \emptyset 5 = 0,784 \text{ cm}^2$$

Con estas armaduras resulta:  $P_t = 28.812 \text{ Kg}$  ,,

$$P'_t = 7.683,2 \text{ Kg} \quad \text{,,} \quad f_{1t} = 166,5 \text{ Kg/cm}^2$$

$f_{2t} = 8,1 \text{ Kg/cm}^2$ , valores todos ellos, satisfactorios.

Como ocurría en el caso anterior, al comparar el tamaño

de la sección con el de la adoptada para la pieza parcialmente pretensada, resulta evidente que no es necesario comprobar las condiciones de rotura.

Cuadro comparativo de los tres proyectos

P r o y e c t o	H o r m i g ó n		A c e r o	
	Area de la sección en cm <sup>2</sup>	Valor relativo	Nº de alambres	Valor relativo
a) Parcialmente pretensado	305	100	10 + 3 = 13	100
b) El mismo canto que en a) y pretensado total	473	155	17 + 4 = 21	161
c) Canto mayor que en a) y b) y pretensado total	418	137	15 + 4 = 19	146

Ejemplo Nº 2

Calcular la sección central de una viga de cubierta, de 24 m de luz, capaz de soportar las correas calculadas en el ejemplo Nº 1, y una sobrecarga igual a la del citado ejemplo. Se utilizarán armaduras pos-tesas con inyección de lechada para la adherencia. La tensión admisible en el hormigón, en el momento de aplicar el pretensado, es:

$$f_{ct} = 155 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (para una resistencia, en probeta cúbica, de } 390 \text{ Kg/cm}^2\text{)}.$$

a) Sección parcialmente pretensada en la que se admiten tensiones de tracción en flexión, bajo las sobrecargas de trabajo, de  $f_{tw} =$

= 45 Kg/cm<sup>2</sup>. Esta tensión máxima de tracción se estima suficientemente reducida para impedir la fisuración mientras las sobrecargas previstas actúan, únicamente durante períodos de limitada duración.

Se supone que el esfuerzo inicial de pretensado, introducido una vez deducidas las pérdidas por tesado no simultáneo de los alambres (\*), deformaciones lentas del acero, y rozamiento, es de:  $p_t = 10.000 \text{ Kg/cm}^2$ , y que el esfuerzo eficaz, mínimo, de pretensado, después de haber experimentado la pieza la retracción máxima y todas las deformaciones lentas, es de  $8.500 \text{ Kg/cm}^2$ . En estas condiciones, resulta:

$$R_o = \frac{8.500}{10.000} = 0,85$$

$$f_{1r} = R_o \cdot f_{ct} + f_{tw} = 0,85 \times 155 + 45 = 176,75 \text{ Kg/cm}^2$$

Suponiendo que la separación entre ejes de vigas, es de 14 m, la sobrecarga valdrá:

$$w_a = 14 \left( 24,4 + 73 + \frac{0,0305 \times 1 \times 2,4}{1,9} \right) = 14 (97,4 + 38,4) = 1900 \text{ Kg/m}$$

y el momento por sobrecarga:

$$M_E = 1900 \frac{24}{8} = 136.800 \text{ m Kg} = 13.680.000 \text{ cm Kg}$$

$$\text{Si } M_s = \frac{1}{2} M_a, \text{ entonces: } M_w - R_o M_s = M_a + (1 - R_o) M_s = 1,075 M_a,$$

(\*) Si todos los alambres se tesan simultáneamente, esta causa resulta eliminada.

y sustituyendo este valor en la ecuación (3), resulta:

$$Z_1 = \frac{M_w - R_o \cdot M_s}{f_{1r}} = \frac{1.075 \times 13.680.000}{176,75} = 83.202 \text{ cm}^3$$

Adoptando la sección indicada en la figura 26, se obtiene:

$$A = 3.100 \text{ cm}^2$$

$$I = 4.825.833 \text{ cm}^4$$

$$Z = 87.742 \text{ cm}^3$$

$$r^2 = 1.556,7 \text{ cm}^2$$

$$e_s = 55 - 12 = 43 \text{ cm}$$

$$K_1 = 1 + \frac{43 \times 55}{1556,7} = 1 + 1,5 = 2,5$$

$$M_s = 0,31 \times 1 \times 2,4 \times \frac{24}{8} = \frac{428.544}{8} = 53.568 \text{ m T} = 5.356.800 \text{ cm Kg}$$

De la ecuación (4):

$$P_t = \frac{A}{K_1} \left( f_{ct} + \frac{M_s}{Z_1} \right), \text{ se deduce:}$$

$$P_t = \frac{3100}{2,5} \left( 155 + \frac{5.356.800}{87.742} \right) = 1240 (155 + 61) = 267.840 \text{ Kg}$$

Luego:

$$A_{ts} = \frac{267.840}{10.000} = 26,784 \text{ cm}^2 \approx 70 \text{ } \phi \text{ 7} = 27 \text{ cm}^2$$

Para la carga de rotura:

$$M_{ult} = 2 (M_a + M_s) = 2 (13.680.000 + 5.356.800) = 38.073.600 \text{ cm Kg}$$

$$a. = 110 - 12 = 98 \text{ cm}$$

$$C_{ult} = T_{ult} = \frac{38.073.600}{98} = 388.506 \text{ Kg}$$

Tensión:

$$c_m = \frac{388.506}{50 \times 25} = 310,8 \text{ Kg/cm}^2$$

y haciendo  $K = 0,9$ , como valor medio entre los correspondientes a los alambros tesos y no tesos:

$$A_t = \frac{388.506}{0,9 \times 15.750} = 27,4 \text{ cm}^2$$

Por consiguiente:

$$A_{tu} = 27,4 - 27 = 0,4 \text{ cm}^2 \approx 1 \text{ } \phi \text{ 7} = 0,385 \text{ cm}^2$$

b) Viga de canto igual al de la pieza del caso anterior, pero con pretensado total.

Se tiene:

$$f_{1r} = R_o \times 155 + 0 = 131,75 \text{ Kg/cm}^2$$

y, por lo tanto:

$$Z = 83.202 \frac{176,75}{131,75} = 111.619,64 \text{ cm}^3$$

Adoptando la sección indicada en la figura 27:

$$A = 4200 \text{ cm}^2$$

$$I = 6.194.200 \text{ cm}^4$$

$$Z = 112.622 \text{ cm}^3$$

$$r^2 = 1.474,8 \text{ cm}^2$$

$$K_1 = 1 + \frac{43 \times 55}{1474,8} = 1 + 1,6 = 2,6$$

$$M_s = 0,42 \times 1 \times 2,4 \times \frac{24}{8} = \frac{580,61}{8} = 72,576 \text{ m T} = 7.257.600 \text{ cm Kg}$$

Por consiguiente:

$$P_t = \frac{4200}{2,6} \left( 155 + \frac{7.257.600}{112.622} \right) = 1.615,38 (155+64,44) = 354.478,99 \text{ Kg}$$

$$A_{ts} = \frac{354.478,99}{10.000} = 35,4 \text{ cm}^2 \approx 92 \text{ } \phi \text{ 7} = 35,42 \text{ cm}^2$$

De la comparación entre las secciones de las vigas con pretensado parcial y total, se deduce que la resistencia a rotura de esta última ha de ser satisfactoria.

Cuadro comparativo de los dos proyectos

P r o y e c t o	H o r m i g ó n		A c e r o	
	Area de la sección en cm <sup>2</sup>	Valor relativo	N <sup>o</sup> de alambres tesos	Valor relativo
a) Pretensado parcial	3.100	100	70	100
b) Pretensado total	4.200	135,5	92	131

R.P.A.

-----



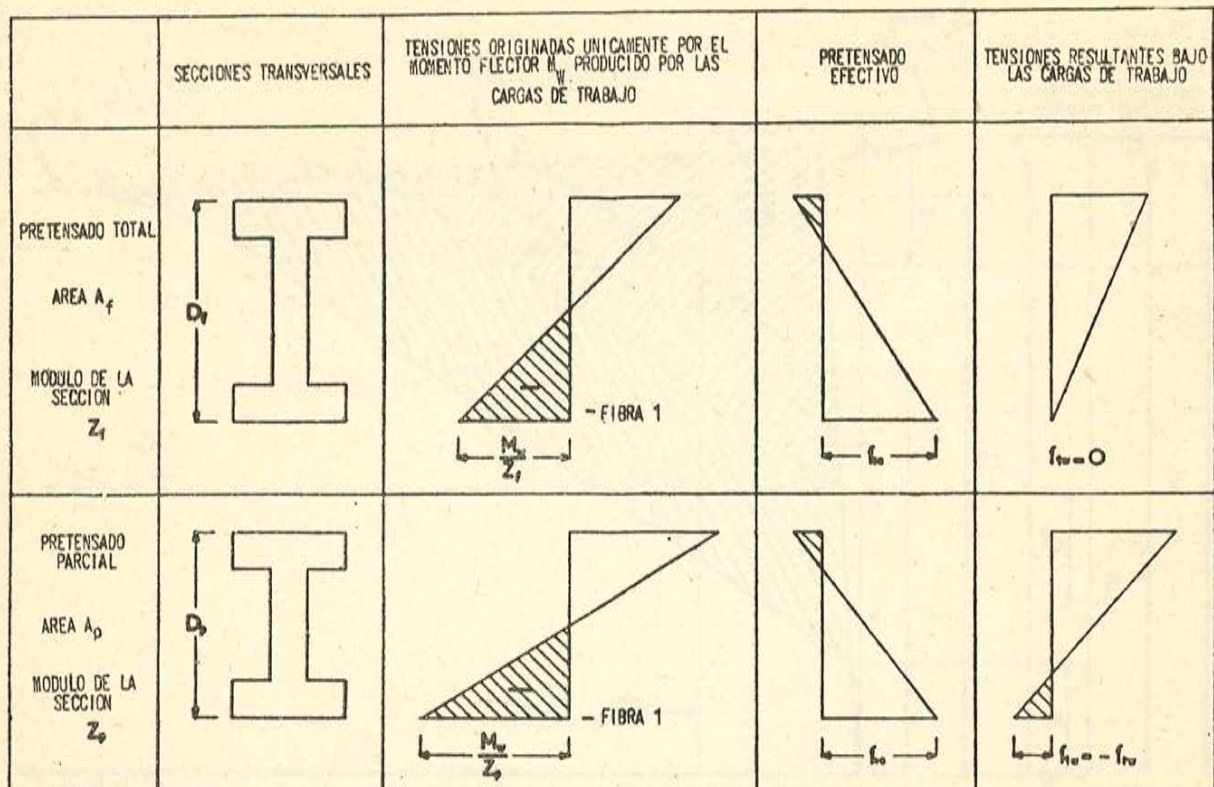


Fig. 2.

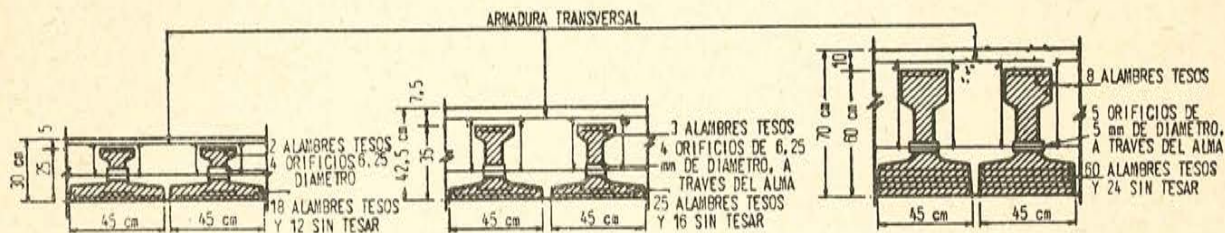


Fig. 3.

Fig. 2.—Comparación entre el pretensado total y parcial.

Fig. 3.—Placas compuestas, parcialmente pretensadas, para tableros de puentes.

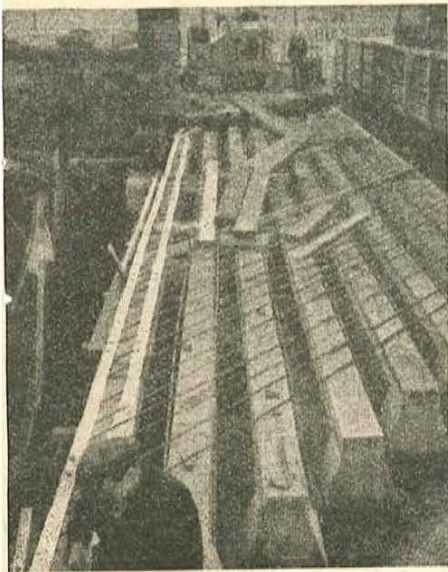


Fig. 4

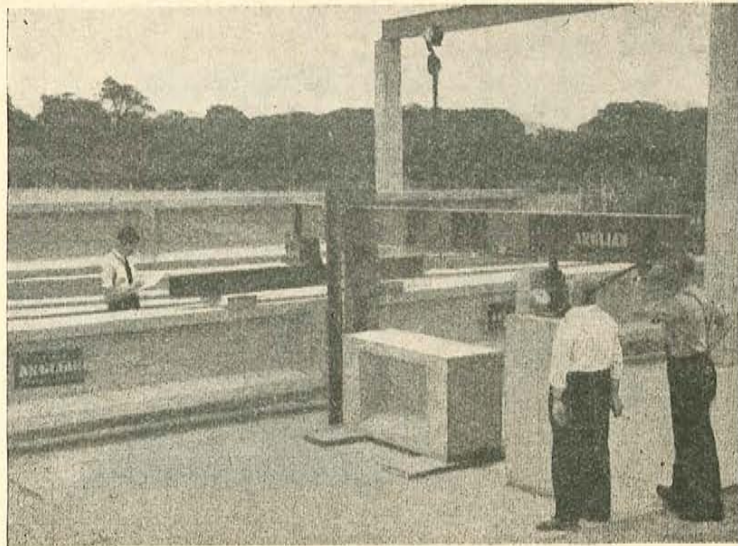


Fig. 5.

Fig. 4.—Puente «Silverwood».

Fig. 5.—Cubierta del almacén «Bury St. Edmunds». Prueba de recepción de una de las vigas de contorno.

Fig. 6.—Cubierta del almacén «Bury St. Edmunds». Colocación de las vigas de la cubierta.

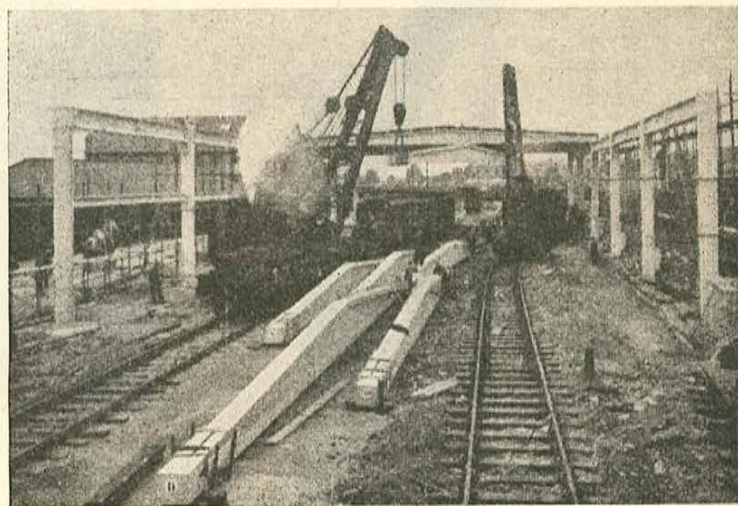


Fig. 6.

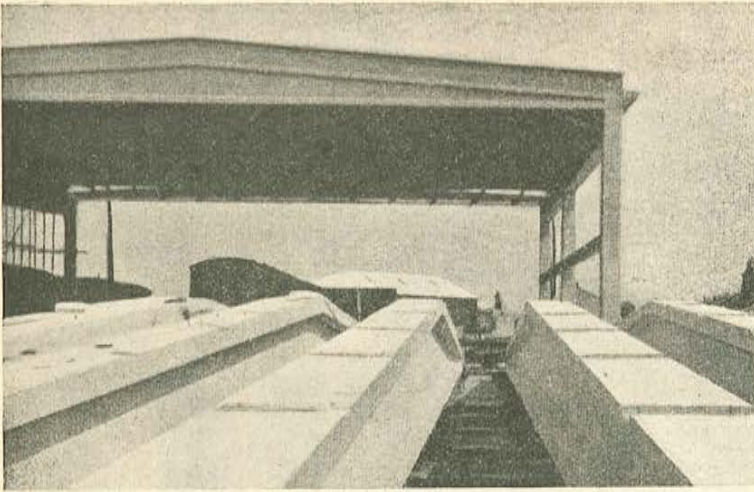


Fig. 7.

Fig. 7.—Cubierta del almacén «Bury S munds».

Fig. 8.—Estación Victoria, en Sheffield. trucción de la cubierta.



Fig. 10.

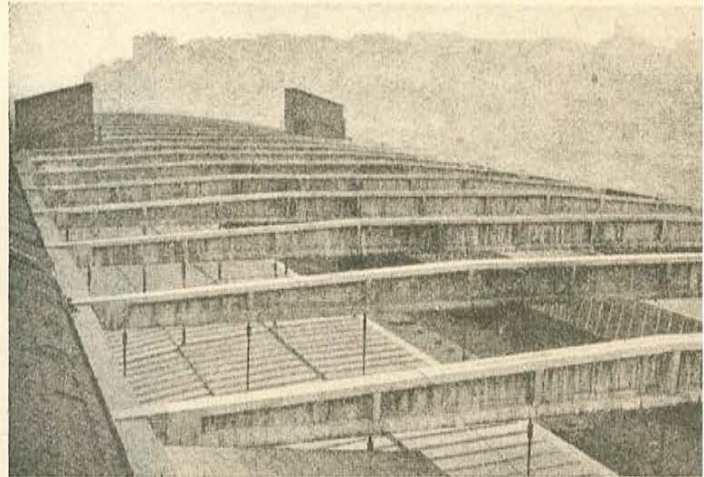


Fig. 8

Fig. 9.—Estación Victoria, en Sheffield. Viga de la cubierta.

Fig. 10.—Estación Victoria, en Sheffield. Prueba de recepción de las vigas de la cubierta.

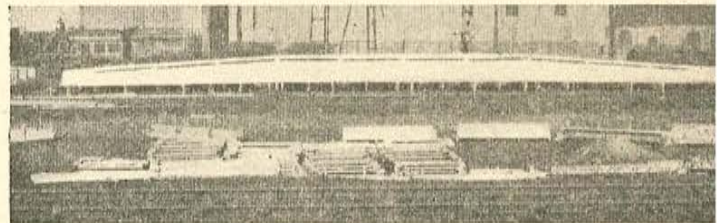


Fig. 9.

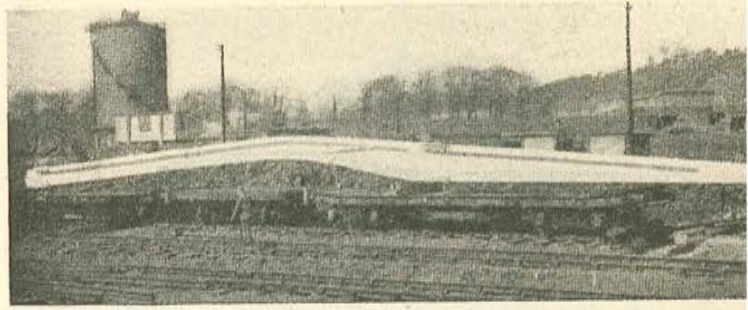


Fig. 11.



Fig. 12.

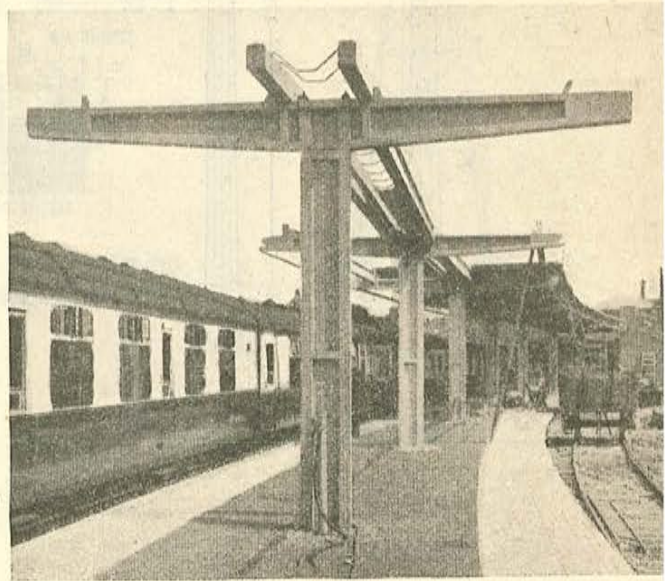


Fig. 13.

Fig. 11.—Cubierta para un depósito de máquinas, en Ipswich. Vista de una de las vigas.  
Fig. 12.—La cubierta para un depósito de máquinas, en Ipswich, durante su construcción.  
Fig. 13.—Cubierta para andén, en Yarmouth.



Fig. 14.

Fig. 15.—Estructura de un poste de ancla

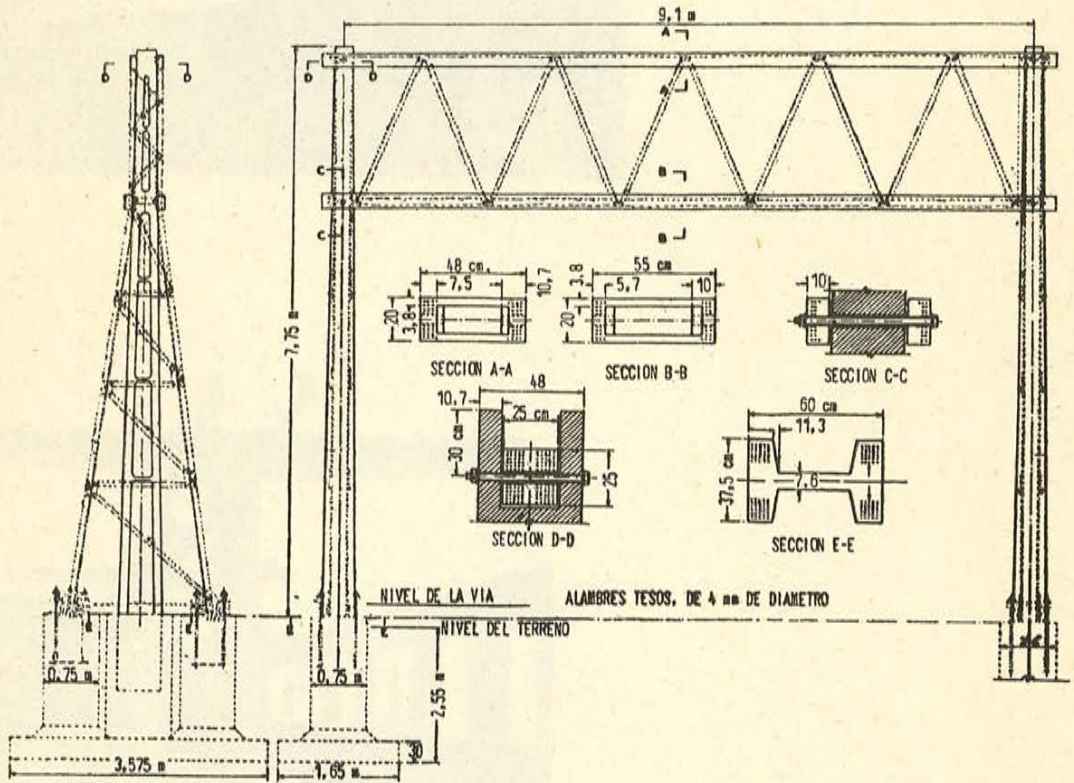
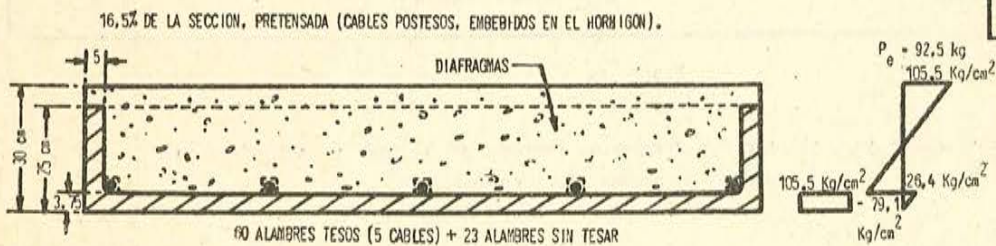
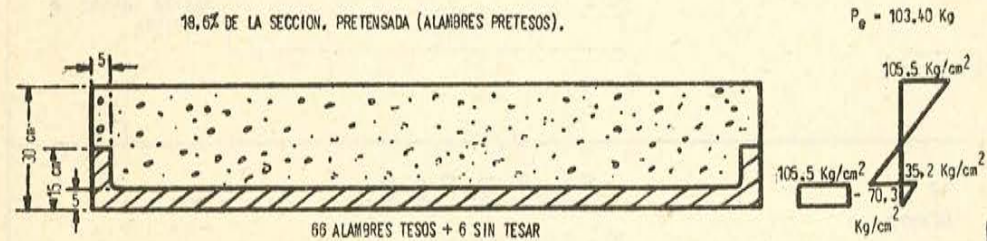
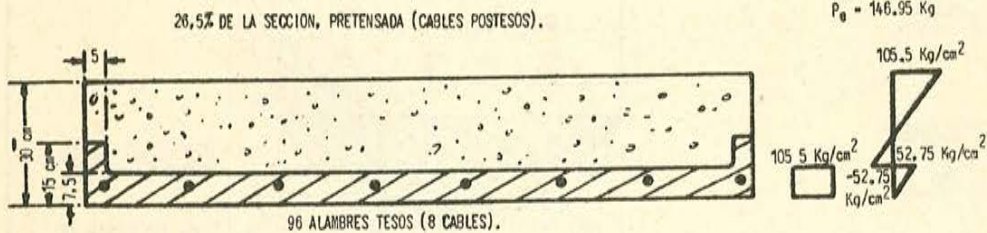
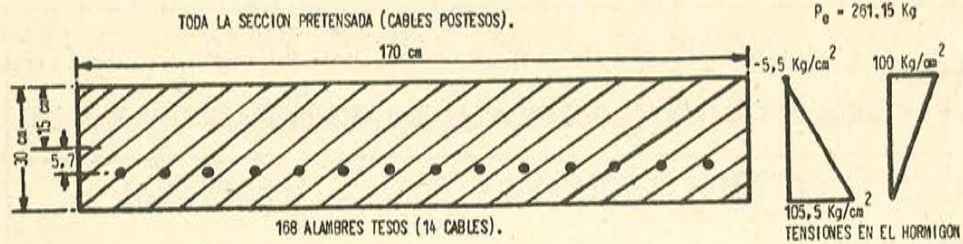


Fig. 15.

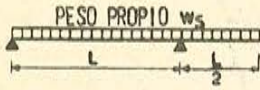


	$P_e$	Nº DE ALAMBRES
I	45.36	100
II	25.40	57
III	170.16	43
IV	161	495

Fig. 16.

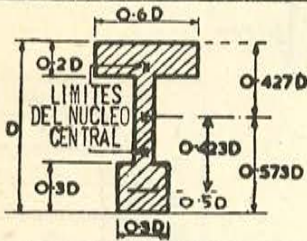
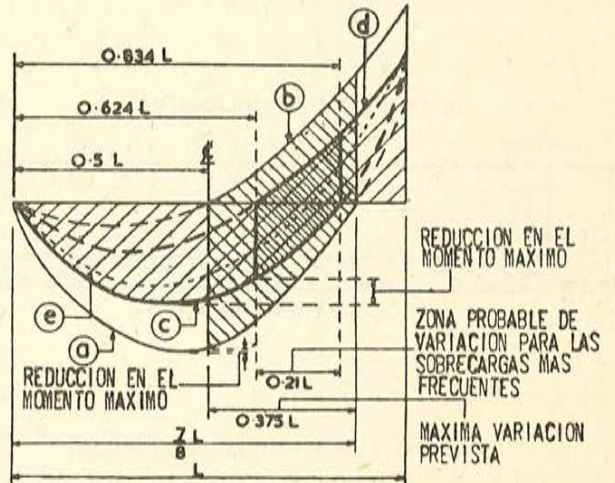
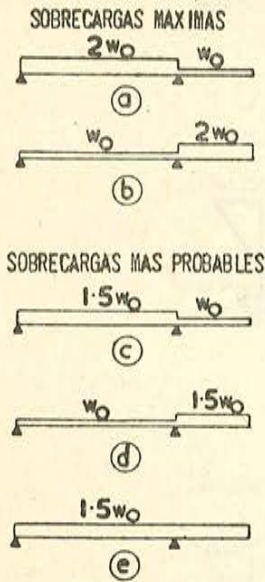
Comparación entre diversos tipos de placas pretensadas.

# EJEMPLO DE VIGA CON VOLADIZO



CARGA PERMANENTE = SOBRECARGA =  $w_0$ ; CARGA DE TRABAJO  $W = w_s + 2w_0$

## MOMENTOS FLECTORES PRODUCIDOS POR LA SOBRECARGA



## EJEMPLO

$W = 2.250 \text{ KG/m.l.}$

$L = 30 \text{ m. } D = 1,50 \text{ m.}$

$w_s = 1.500 \text{ KG./m.l.}$

Fig. 18.

Solución aconsejable para absorber los momentos flectores en el caso de estructuras en voladizo, continuas y reticuladas.

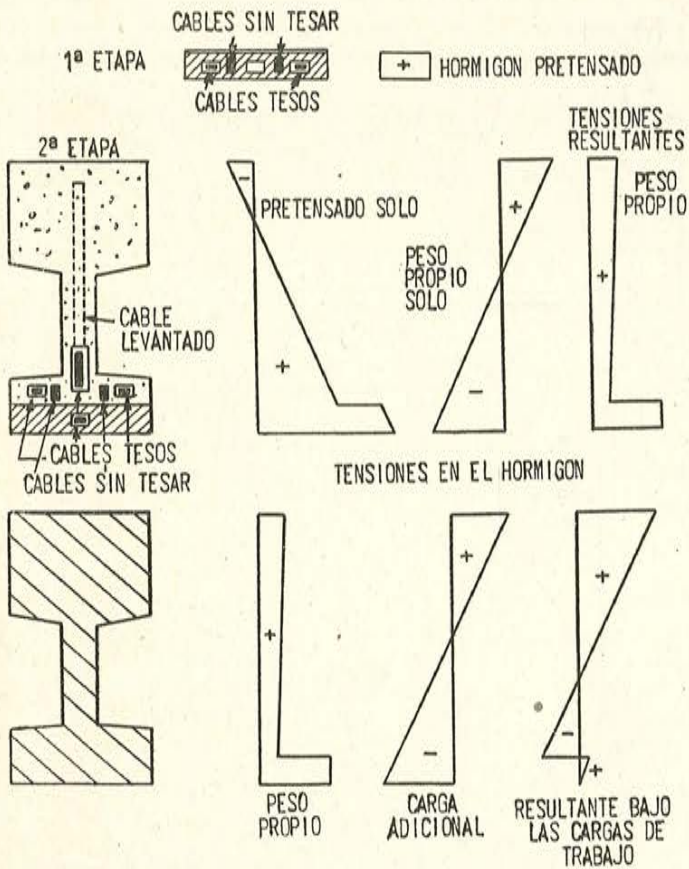


Fig. 17.

Moldeo y pretensado en dos etapas sucesivas.

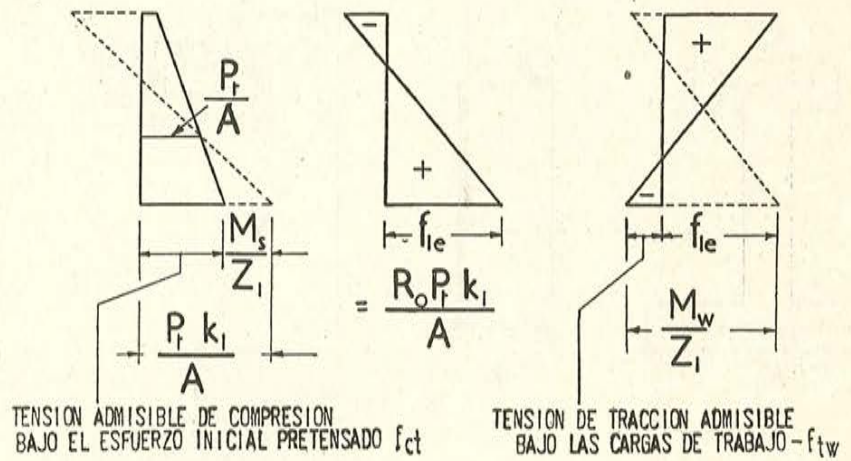


Fig. 20.

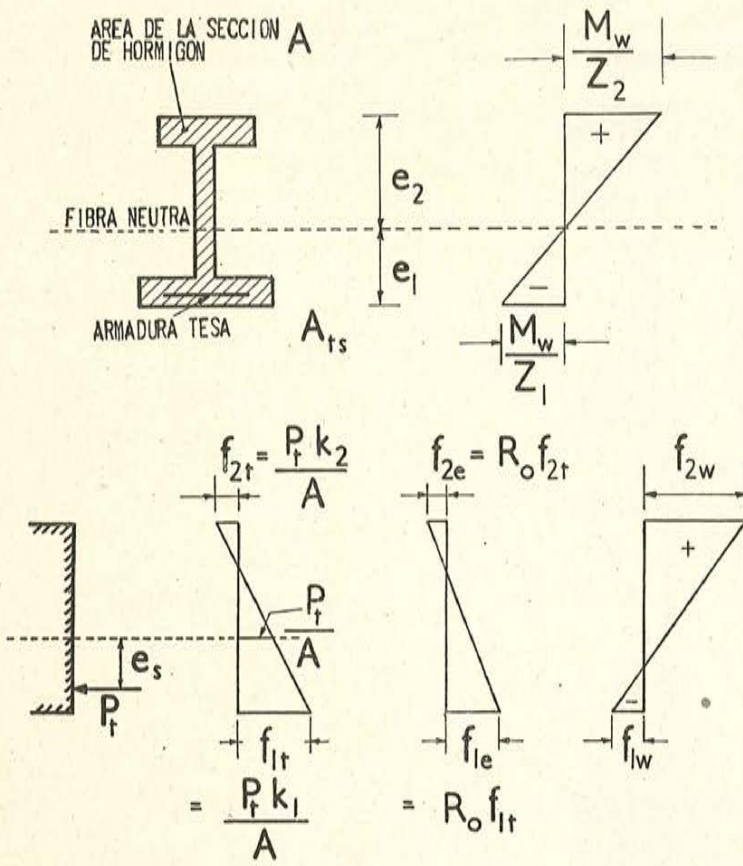


Fig. 19.

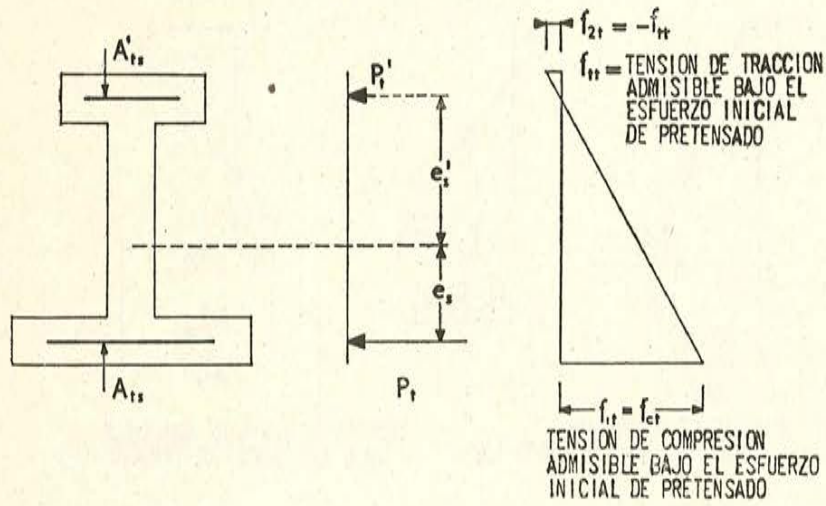


Fig. 21.

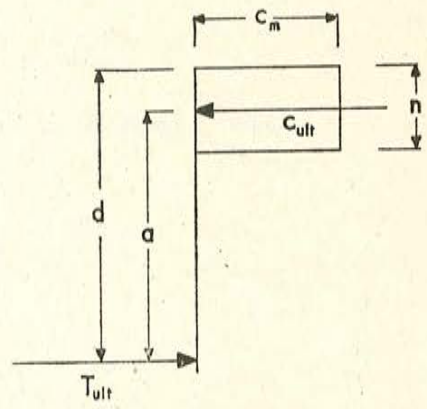


Fig. 22.

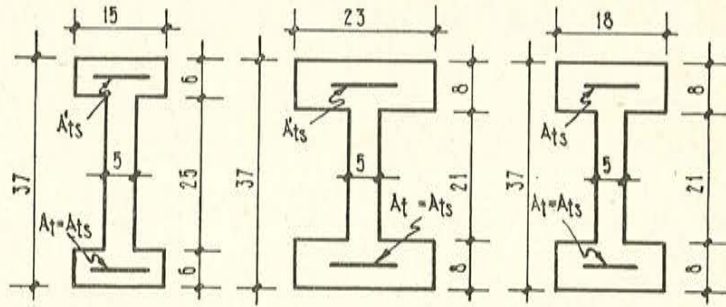


Fig. 23.

Fig. 24.

Fig. 25.

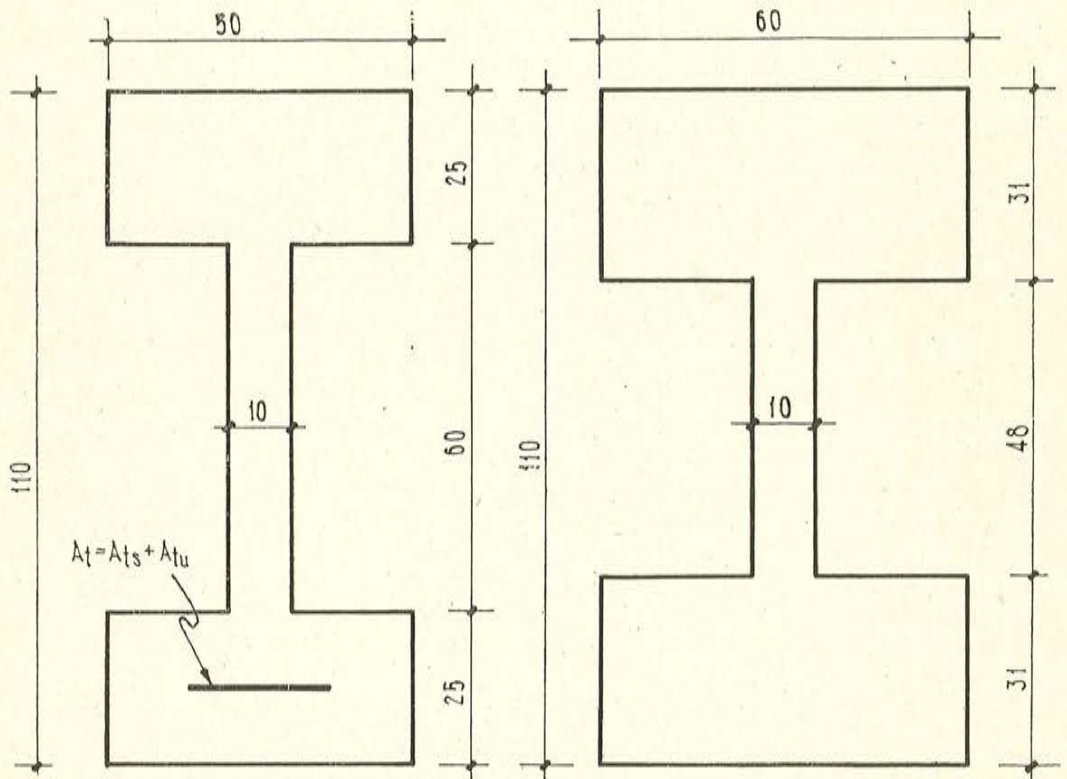


Fig. 26.

Fig. 27.

