HORMIGÓN y acero

nº 241

Tercer trimestre de 2006



Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural

http://www.e-ache.net

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

ARCER

Armaduras para Hormigón



PRESTACIÓN

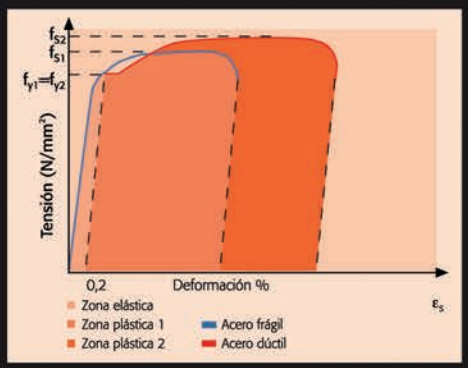
COMPROMISO

INNOVACIÓN



MARCANDO LA DIFERENCIA







En ARCER la Investigación e Innovación Tecnológica son nuestra razón de ser. Por ello, hemos desarrollado una nueva generación de barras corrugadas para hormigón con unas mayores Prestaciones, asumiendo el Compromiso de mantener este elevado nivel de Calidad y de seguir aportando al usuario final el mejor de los aceros.

" La ductilidad es un puente sobre nuestra ignorancia" J. RUI-WAMBA

" La ductilidad es como la salud: se ignora su existencia...¡hasta que se pierde!". T. P. TASSIOS

INSTITUTO PARA LA PROMOCIÓN DE ARMADURAS CERTIFICADAS (IPAC)

Orense, 58 – 10º D; 28020 MADRID

Tel.: 91 556 76 98 ; Fax: 91 556 75 89

E-mail: buzon@arcer.es

http: www.arcer.es

http: www.ipac.es

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026



Foto de portada: Puente de Amposta

HORMIGÓN y acero

Índice

CONSERVACIÓN Y EXPLOTACIÓN

Estudios, inspección especial y proyecto de rehabilitación del puente de Amposta 5-41
Studies, special inspection work and design for rehabilitating Amposta bridge
F. del Pozo, J.M. Torrealba, J.A. Cerezo y C. Velando

Ampliación de los viaductos mixtos de San Timoteo y de Canero mediante carro de hormigonado automóvil 43-50
Widening of San Timoteo and Canero composite viaducts by means of self-propelled concreting car
M. Biedma y F.J. Martínez

INVESTIGACIONES

Investigación de nuevos usos de las escorias de horno eléctrico de arco (EAF). La oportunidad de los hormigones 51-57
Concrete opportunities in the investigation of new uses for electric arc furnace (EAF) Slag
J.M. Manso y J. Setién

Análisis del comportamiento en servicio y hasta rotura de puentes multiarco y de arcos con los tímpanos aligerados 59-72
Analysis of the behaviour in service and ultimate condition of multi-span open spandrel arch bridges
C. Molins

Métodos de cálculo de pilares considerando un comportamiento no lineal de los materiales 73-94
Column calculation methods considering non-linear material behavior
M.A. Ortega, J.L. Romero y E. de la Rosa

El armado a flexión: del teorema de Ehlers a los diagramas de armado a flexión –DAF– 95-105
Longitudinal reinforcement for beams and columns: from the Ehlers Theorem to the reinforcement sizing diagrams
E. Hernández, L.M. Gil-Martín, M. Pasadas y Mark Aschheim

RINCÓN DE ACHE

Resistencia al fuego de estructuras de hormigón 107-109
Obituario. Miguel Fisac 110-111
Nombramientos 112-113

EDITAN:

ache

Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja (C.S.I.C.)

Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid.

DIRECTOR:
Luis Mª Ortega Basagoiti

VOCALES:
Pilar Alaejos Gutiérrez
Juan Luis Alcalá Sánchez
José Mª Arrieta Torrealba
Miguel Ángel Astiz Suárez
Jaime Fernández Gómez
Jaime C. Gálvez Ruiz
Jesús Gómez Hermoso
David Izquierdo López
José Antonio Llombart Jaques
Francisco Morán Cabré
Antonia Pacios Álvarez
Santiago Pérez-Fadón Martínez
Javier Ripoll García-Mansilla
Jesús Rodríguez Santiago
Julio Vaquero García
José Mª de Villar Luengo

ASESORES:
Antonio Aguado de Cea
Ángel Aparicio Bengoechea
Juan Carlos Arroyo Portero
Alex Barbat Barbat
Manuel Burón Maestro
Pilar Crespo Rodríguez
Ramón del Cuvillo Jiménez
David Fernández Ordóñez
Enrique González Valle
Javier León González
Rafael López Palanco
Antonio Marí Bernat
Julio Martínez Calzón
Francisco Millanes Mato
Carlos Siegrist Fernández

SECRETARIO:
Jaime Peribáñez Sebastián

La Asociación, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y sus materiales, no se hace responsable del contenido de ningún artículo y el hecho de que patrocine su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

De acuerdo con las disposiciones vigentes, deberá mencionarse el nombre de esta Revista en toda reproducción de los trabajos insertos en la misma.

Hormigón y Acero:
E.T.S.I Caminos, Canales y Puertos
Avda. Profesor Aranguren, s/n
Ciudad Universitaria
28040 Madrid
Tel.: 91 336 66 98 - Fax: 91 336 67 02

Depósito Legal: M-853-1958
ISSN: 0439-5689
Diseño: María del Pozo
Imprime: Invoprint, S.L

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

MIEMBROS PATROCINADORES DE LA ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL

Según los Estatutos de la Asociación existen dos tipos de miembros, uno para personas jurídicas y otro para personas físicas. De entre los primeros, y por la importancia que tienen para la Asociación por su contribución económica, destacan los miembros Patrocinadores y los Protectores. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos como **Miembros Patrocinadores** los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

ACCIONA INFRAESTRUCTURAS
Avda. de Europa, 18
28108 ALCOBENDAS (Madrid)

AGUAS Y ESTRUCTURAS, S.A. (AYESA)
Pabellón de Checoslovaquia - Isla de la Cartuja
41902 SEVILLA

ALATEC, S.A.
José Echegaray, 14 - Parque Empresarial Las Rozas
28230 LAS ROZAS (Madrid)

ANEFHOP
Bretón de los Herreros, 43 - bajo
28003 MADRID

ASOC. NACIONAL PREF. Y DERIVADOS CEMENTO (ANDECE)
Paseo de la Castellana, 226 - Entreplanta A
28046 MADRID

ASSOCIACIÓ DE CONSULTORS D'STRUCTURES
C/ Gran Capitá, 2-4. Edifici Nexus
08034 BARCELONA

CALIDAD SIDERÚRGICA
C/ Orense, 58 - 10º
28006 MADRID

CARLOS FERNÁNDEZ CASADO, S.L.
C/ Orense, 10
28020 MADRID

CEDEX (Laboratorio Central)
Alfonso XII, 3. 28014 Madrid

COLEGIO DE INGENEROS DE CAMINOS
Almagro, 42
28010 MADRID

CONSEJO GENERAL COLEGIOS ARQUITECTOS TÉCNICOS
Paseo de la Castellana, 155 - 1º
28046 MADRID

CYPE INGENIEROS, S.A.
Avda. Eusebio Sempere, 5 Bajo
03003 ALICANTE

DRAGADOS, S.A.
Avda. Tenerife, 4-6 - Edificio Agua, 1ª planta
28700 SAN SEBASTIÁN DE LOS REYES (Madrid)

E.T.S. INGENIEROS DE CAMINOS - DPTO. MECÁNICA
Ciudad Universitaria, s/n
28040 MADRID

ESTEYCO, S.A.
Menéndez Pidal, 17
28036 MADRID

EPTISA CINSA INGENIERÍA Y CALIDAD, S.A.
Avda. Iparraguirre, 82
48940 LEOIA (vizcaya)

EUROCONSULT
Avda. de lo Cortao, 17 - Zona Industrial Sur
28700 SAN SEBASTIÁN DE LOS REYES (Madrid)

FCC CONSTRUCCIÓN, S.A.
Acanto, 24 - 4º
28045 MADRID

Grupo Mecánica Estructural S.L
C/ Amílcar González Díaz, 18
Arafo (SANTA CRUZ DE TENERIFE)

FUNDACIÓN LABEIN
Parque Tecnológico de Bizkaia - C/ Geldo - Edificio 700
48160 DERIO (Bilbao)

HILTI ESPÑOLA, S.A.
Avda. Fuente de la Mora, 2 - Edificio I
28050 MADRID

IECA
José Abascal, 53 - 2º
28003 MADRID

INSTITUTO EDUARDO TORROJA
Serrano Galvache, s/n
28033 MADRID

INSTITUTO PARA LA PROMOCIÓN DE ARMADURAS CERTIFICADAS (IPAC)
Orense, 58 - 10º D
28020 MADRID

INSTITUTO TECNICO DE LA CONSTRUCCIÓN
Avda. de Elche, 164
03008 ALICANTE

INTEINCO
Serrano, 85-2º dcha.
28006 MADRID

INTEMAC
Mario Roso de Luna, 29 - Edif. Bracamonte
28022 MADRID

PRAINSA
Madrazo, 86.- Entlo. 1ª
08021 BARCELONA

S.G.S. TECNOS, S.A.
C/ Trespaderne, 29.
28042 Madrid

ZUBIA INGENIEROS
República Argentina, 22 - 2.º , Oficina 7
36201 VIGO (Pontevedra)

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL

Según los Estatutos de la Asociación existen dos tipos de miembros, uno para personas jurídicas y otro para personas físicas. De entre los primeros, y por la importancia que tienen para la Asociación por su contribución económica, destacan los miembros Patrocinadores y los Protectores. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos como **Miembros Protectores** los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:

armatek SISTEMA CONSTRUCTIVO

ARPO EMPRESA CONSTRUCTORA, S.A.

AEFACER

acesa abertis

VSL

CTT STRONGHOLD

GRUP CIMENTS MOLINS

Colegio Ingenieros Técnicos Obras Públicas

COL·LEGI D'APARELLADORS I ARQUITECTES TÈCNICS DE GIRONA

Col·legi d'Arquitectes de Catalunya

Gobierno de La Rioja
Vivienda, Obras Públicas y Transportes

DRACE

DYWIDAG-SYSTEMS INTERNATIONAL
DSI

EMESA TREFILERIA

Eptisa GRUPO EP

ferrovial AGROMAN

FORMIGONS GIRONA, S.A.

Freyssinet

Fundación Agustín de Bertancourt

G.O.C.

GRACE Construction Products

Grupo Prainsa

idom

JULIÁN ARUMÍ, S.L.
PREFABRICADOS DE HORMIGÓN

mecanoGumba

MK4

OHL

PACADAR

PERI ENCOFRADOS ANDAMIOS

prefabricados CASTELO

prevalesa PREFABRICADOS DE HORMIGÓN

PROES

Sett Sociedad de estudios del territorio e ingeniería S.A.

Siegrist y Moreno S.L.

SR structuralresearch

tecpresa

Tierra Armada

TORROJA INGENIERÍA

TYCSA PSC

TZ ingeniería

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026



C/ Estébanez Calderón, 5, 28020 Madrid, teléfono +34 913 454 565
Avda/ Linares Rivas, 18-21, 15005 La Coruña, teléfono +34 981 220 685
proes@proes.es

Rehabilitaciones
"Proyectamos obras del pasado para el futuro"

INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

PROES

Puentes_Estructuras de Edificación
Ingeniería ambiental__Obras marítimas
Obras lineales__Asistencias técnicas
Arquitectura

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Estudios, inspección especial y proyecto de rehabilitación del puente de Amposta

Studies, special inspection work and design for rehabilitating Amposta bridge

Florencio del Pozo Vindel
Dr. Ingeniero de Caminos

José María Arrieta Torrealba
Dr. Ingeniero de Caminos e Ingeniero Industrial

Jorge Alberto Cerezo Macías
Ingeniero de Caminos

Concepción Velando Cabañas
Ingeniera de Caminos

PROES consultores

RESUMEN

En este artículo se describe el estudio y análisis de una de las obras más especiales de José Eugenio Ribera, el puente colgante de Amposta. Conjugando su proyecto original, su azarosa historia y una inspección especial que ha permitido conocer el estado de sus elementos, con los nuevos métodos de cálculo y el conocimiento de los materiales, se plantea un proyecto de rehabilitación acorde con la tecnología actual, que respeta sustancialmente el brillante planteamiento estructural de Ribera.

1. INTRODUCCIÓN

El puente de Amposta se podría clasificar como una obra maestra de la ingeniería española. Varios factores avalan esta afirmación: su fecha de construcción, su autor, su tipología, su cimentación y su historia (Figura 1).

Fue diseñado por José Eugenio Ribera a principios del siglo XX (1912) para vadear el río Ebro a su paso por la villa de Amposta. La profundidad del cauce, junto con la luz a salvar, fueron los factores decisivos en la elección de la tipología: puente colgante.

En cuanto a su historia, hay que destacar su destrucción en la Guerra Civil Española y su posterior reconstrucción siguiendo el mismo patrón.

En fechas más recientes, el interés de la Administración en la conservación de esta singular estructura se tradujo en varias reparaciones localizadas y, más recientemente, en la Inspección Especial y el Proyecto de Rehabilitación, cuya ejecución contrató la Dirección General de Carreteras del Ministerio de Fomento a **PROES consultores.**

2. EL PUENTE ORIGINAL

2.1. Eugenio Ribera y su obra

José Eugenio Ribera y Dutaste (1864-1936) es, sin duda, uno de los más notables ingenieros de principios del siglo XX.

Tras finalizar sus estudios en 1887, ejerció durante doce años como ingeniero al servicio del Estado en Oviedo.

SUMMARY

This article describes the study and analysis of one of the most special works of José Eugenio Ribera, the Amposta suspension bridge. In combining its original design, its eventful history and special inspection work enabling the status of its elements to be known, using new calculation methods and knowledge of materials, a rehabilitation design is proposed, in keeping with current technology, which will substantially respect Ribera's brilliant structural approach.

1. INTRODUCTION

Amposta bridge could be classed as a master work of Spanish engineering. Several factors back up this statement: its construction date, its designer, its type, its foundations and its history (Figure 1).

Designed by José Eugenio Ribera at the beginning of the 20th century (1912) to cross the river Ebro where it flows through the town of Amposta, the channel depth, together with the span to be

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026



Figura 1. Vista general del puente.
Figure 1. General view of the bridge.

crossed, were decisive factors in choosing the type: a suspension bridge.

Its history includes its destruction during the Spanish civil war and its subsequent rebuilding following the same pattern.

In more recent times, the Administration's interest in preserving this unique structure turned into several localised repairs and, more recently, in Special Inspection Work and the Rehabilitation Design, the performance of which was contracted out by the Ministry of Development's Directorate General of Roads to PROES consultores.

2. THE ORIGINAL BRIDGE

2.1. Eugenio Ribera and his work

José Eugenio Ribera y Dutaste (1864-1936) is undoubtedly one of the most notable engineers of the early 20th century.

When he finished his studies in 1887, he practised for twelve years as an engineer in the State's service in Oviedo. In his own words, there is where he learned to be an engineer and he worked intensely on drafting designs and liquidations for bridges, roads and ports whilst travelling to numerous places in Spain and abroad representing the State.

In 1898, aware that a new construction material was starting to be used abroad, he journeyed to France and Switzerland, where he took up relations with the builder, Hennebique, who showed him his first reinforced concrete works. Excited by his discovery, he returned to Spain, left his post with the State and began his own activity as a constructor, setting up a company called "Compañía de Construcciones Hidráulicas y Civiles". As head of this firm, he rapidly extended the reinforced concrete technique in Spain and managed to win numerous tenders in order to develop his designs. He practised as a constructor for 32 years and participated in innumerable projects: more than 500 bridges, the Tánger to Fez railway, the Sosa siphon, etc.

He developed his own system in the world of reinforced concrete bridges, which he included in official arch road bridge models. The system consisted in arranging steel lattice works embedded in the arches, which enabled costly centering to be eliminated and the danger of being destroyed in freshets.

Ribera was also the first engineer in Spain to replace wooden or steel piles by reinforced concrete ones, using them

Según sus propias palabras, allí aprendió el oficio y desarrolló un intenso trabajo, redactando proyectos y liquidaciones de puentes, carreteras y puertos, y viajando a numerosos lugares de España y del extranjero en representación del Estado.

En 1898, enterado de que en el extranjero se estaba empezando a emplear un nuevo material de construcción, se traslada a Francia y Suiza, donde entabla relaciones con el constructor Hennebique, quien le muestra sus primeras obras de hormigón armado. Animado por su descubrimiento, regresa a España, abandona su trabajo en el Estado e inicia su actividad como constructor, creando la sociedad "Compañía de Construcciones Hidráulicas y Civiles". Al frente de esta sociedad, extiende rápidamente la técnica del hormigón armado en España y consigue ganar numerosos concursos para poder desarrollar sus proyectos. Durante los 32 años que ejerció como constructor, participó en innumerables proyectos: más de quinientos puentes, el ferrocarril de Tánger a Fez, el sifón de Sosa, etc.

En cuanto a los puentes de hormigón armado, desarrolló su propio sistema, que se incluyó en los modelos oficiales de puentes arco para carreteras. Consistía en disponer celosías metálicas embebidas en los arcos, lo que permitía suprimir las costosas cimbras y eliminar

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

el peligro de destrucción de las mismas en las crecidas.

Fue también Ribera el primer ingeniero que sustituyó en España los pilotes de madera o metálicos por los de hormigón armado, utilizándolos en el puente de María Cristina de San Sebastián, y el primero del mundo que, en el año 1905, empleó el hormigón armado en cajones hincados, en el puente de Amposta (Figura 2).

En 1918 ingresa como profesor en la Escuela de Caminos de Madrid, cargo que, según dijo, es el que con mayor gusto e interés desarrolló. Permaneció en él hasta su jubilación, en 1931, llevando a cabo una intensa actividad docente y escribiendo numerosos libros, colecciones, artículos, apuntes, etc.

En el artículo que escribió para sus alumnos en el momento de su jubilación, *"En mi última lección, establezco mi balance profesional"* [1], manifestaba claramente las conclusiones de su azarosa vida profesional, con sus aciertos y sus errores:

"Aunque sepáis mucha matemática, no incurráis en pedantería, pues más que problemas científicos, tendréis que poner a contribución el buen sentido. Más que sabios, deberéis ser gerentes.

Sed valerosos, cívica y profesionalmente, pues un ingeniero no debe ser nunca pusilánime; no temáis, pues, las responsabilidades, cuando están fortalecidas por honradas convicciones y el austero cumplimiento de vuestros deberes, ya que no sólo es punible el delito, sino la pereza o la cobardía que lo consiente.

Antes que ingenieros y antes que funcionarios, habréis de ser hombres y ciudadanos."

2.2. El concurso del puente de Amposta. Los puentes colgantes de la época

Las bases del Concurso que se convocó en 1908 para el proyecto y construcción de un puente sobre el río Ebro en Amposta autorizaban al concursante a elegir libremente los tipos de materiales, la forma y el sistema que considerase preferibles para solucionar el problema, así como el procedimiento de cimentación más conveniente.



Figura 2. Vista del puente desde una de sus pilas.
Figure 2. View of the bridge from one of its piers.

Ribera, tras un examen del terreno y teniendo en cuenta la gran profundidad del cauce, propuso desde el primer momento un puente colgante. En aquella época los puentes colgantes estaban en retroceso en Europa; se les acusaba de falta de rigidez, con los problemas de vibraciones y deformaciones que esto conlleva. Para solucionar este problema, el ingeniero proponía un tablero de hormigón armado, un atirantamiento que unía las pilas a las zonas extremas del tablero y una barandilla rígida como viga de rigidez, disposiciones que según sus palabras "*aumentan tan sensiblemente la rigidez, que no se nota más oscilación en estos puentes, al paso de carros y peatones, que en los demás sistemas de puentes metálicos*" [2] (Figura 3).

Además, Ribera referenció los puentes colgantes construidos en aquella época

in the Maria Cristina bridge in San Sebastián, and the first in the world in 1905 when he used reinforced concrete in sunken caissons in Amposta bridge (Figure 2).

In 1918, he started work as a teacher in Madrid Civil Engineers' School, a post which, as he said, was that which he had liked most and was the most interesting. He stayed there until retiring in 1931, carrying on an intense teaching activity and writing numerous books, collections, articles, notes, etc.

He clearly demonstrated the conclusions of his eventful professional life, with its successes and mistakes, in the article he wrote for his students when retiring "En mi última lección, establezco mi balance profesional" (In my last class, I set forth my professional balance) [1].

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

"Even though you may all know a lot of mathematics, do not incur in pedantry, since, more than scientific problems, you will have to put good sense to use. Rather than wise men, you should be managers.

Be brave, civilly and professionally, since an engineer must never be pusilanimous; so do not shrink from responsibilities when they are strengthened by honest convictions and the strict fulfilment of your duties, since not only is crime punishable, but also the sloth or cowardice consenting it.

Before being engineers and before being civil servants, you have to be men and citizens."

2.2. *The Amposta Bridge tender. Suspension bridges of the time*

The conditions of the Tender called for in 1908 for the construction design of a bridge over the river Ebro at Amposta authorised the bidder to freely choose the types of materials, the shape and the system he reckoned were preferable to overcome the problem, as well as the most suitable foundation procedure.

After examining the ground and bearing in mind the great depth of the channel, Ribera proposed a suspension bridge right from the beginning. At that time, suspension bridges in Europe were on the back pedal; they were accused of lacking stiffness, with vibration and deformation problems that this brings with it. The engineer proposed a reinforced concrete deck, staying that joined the piers to the deck's end areas and a rigid railing area as a stiffening beam, which arrangements, in his own words "so noticeably increase rigidity that no more oscillation is noted in these bridges when carriages and pedestrians cross than in other steel bridge systems" [2] (Figure 3).

Ribera also made reference to the suspension bridges built at that time by the engineer Mr. Arnodin and the Brooklyn suspension bridge in New York, a world length record at that time.

2.3. *Ribera's original design*

Ribera's design was chosen from amongst the twelve submitted and, once he had been awarded the tender, Ribera finished the design in 1913. The bridge had a span of 134 m, a roadway of 4.50 m for wheeled traffic and two platforms or sidewalks measuring 0.75 m each.

The right hand bank presented no problems for the foundations as it was compact siliceous conglomerate ground where direct foundations could be built. On the other hand, the ground on the left hand bank was black, slimy sand and compact gravel was located 30 m deep. In the original design, Ribera had a 10 m deep compressed air caisson which, in the end, he had to change and increase to 30 m, in view of the ground's low bearing capacity. The overall span of the suspended stretch (134 m) was divided into three parts: central, of 86 m, sustained by the main cables through suspenders, and two end ones, each of which was 24 m long and was supported by six stays on each side. The sus-

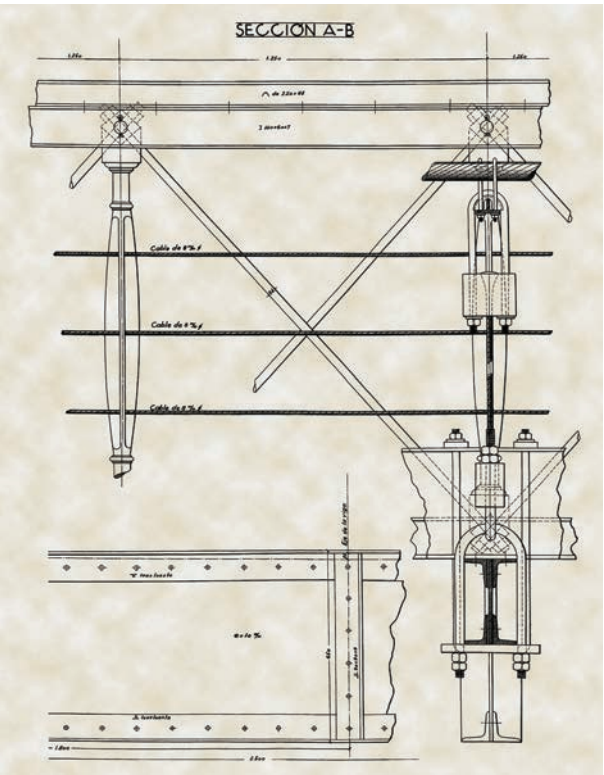


Figura 3. Plano original de la viga de rigidez.
Figure 3. Original plan of the stiffening beam.

por el ingeniero Arnodin y el puente colgante de Brooklyn en Nueva York, récord mundial de longitud en ese momento.

2.3. El proyecto original de Ribera

El proyecto de Ribera fue seleccionado entre las doce soluciones presentadas y, una vez ganado el concurso, Ribera terminó el proyecto en el año 1913. El puente tenía una luz de 134 m, una plataforma de 4,50 m para la circulación rodada y dos andenes o paseos de 0,75 m cada uno.

Respecto a la cimentación, la margen derecha no ofrecía ningún problema, por tratarse de un terreno compacto de conglomerado silíceo, donde se podía utilizar cimentación directa. En cambio, en la margen izquierda, el terreno es de arena negra legamosa y la grava compacta se encuentra a 30 m de profundidad. En el proyecto original, Ribera proyectó un cajón de aire comprimido de 10 m de profundidad, que finalmente tuvo que cambiar y aumentar hasta 30 m, dada la baja capacidad portante del terreno. La luz total del tramo colgado (134 m) se dividía en tres partes: una central, de 86 m, sustentada por los cables principales a través de péndolas, y dos extremas, cada una de las cuales tenía 24 m de longitud y estaba sustentada por seis tirantes a cada lado. Los cables de suspensión (seis por cada lado) pasaban libremente por la cabeza de las pilas, sobre un carro de dilatación o silla, y se amarraban a los macizos de anclaje. Su flecha máxima era 13,80 m. Para compensar el esfuerzo horizontal de los cables oblicuos y el desequilibrio de los cables principales, Ribera dispuso dos cables de retención por cada lado, que también se anclaban en los macizos de amarre (Figura 4).

La calzada para el paso de dos carros (4,50 m) estaba formada por un forjado de hormigón armado de 12 cm de canto, sobre el que se disponían losas de asfalto comprimido de 4 cm de espesor. Los andenes (0,75 m cada uno) eran de chapa estriada de 7 mm de espesor (Figura 5).

El forjado se apoyaba sobre viguetas armadas de acero (vigas transversales) separadas 1,25 m entre sí. La celosía articulada, que formaba además la barandilla (viga de rigidez), tenía 1,40 m de altura y estaba formada por montantes de hierro fundido de sección circu-

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

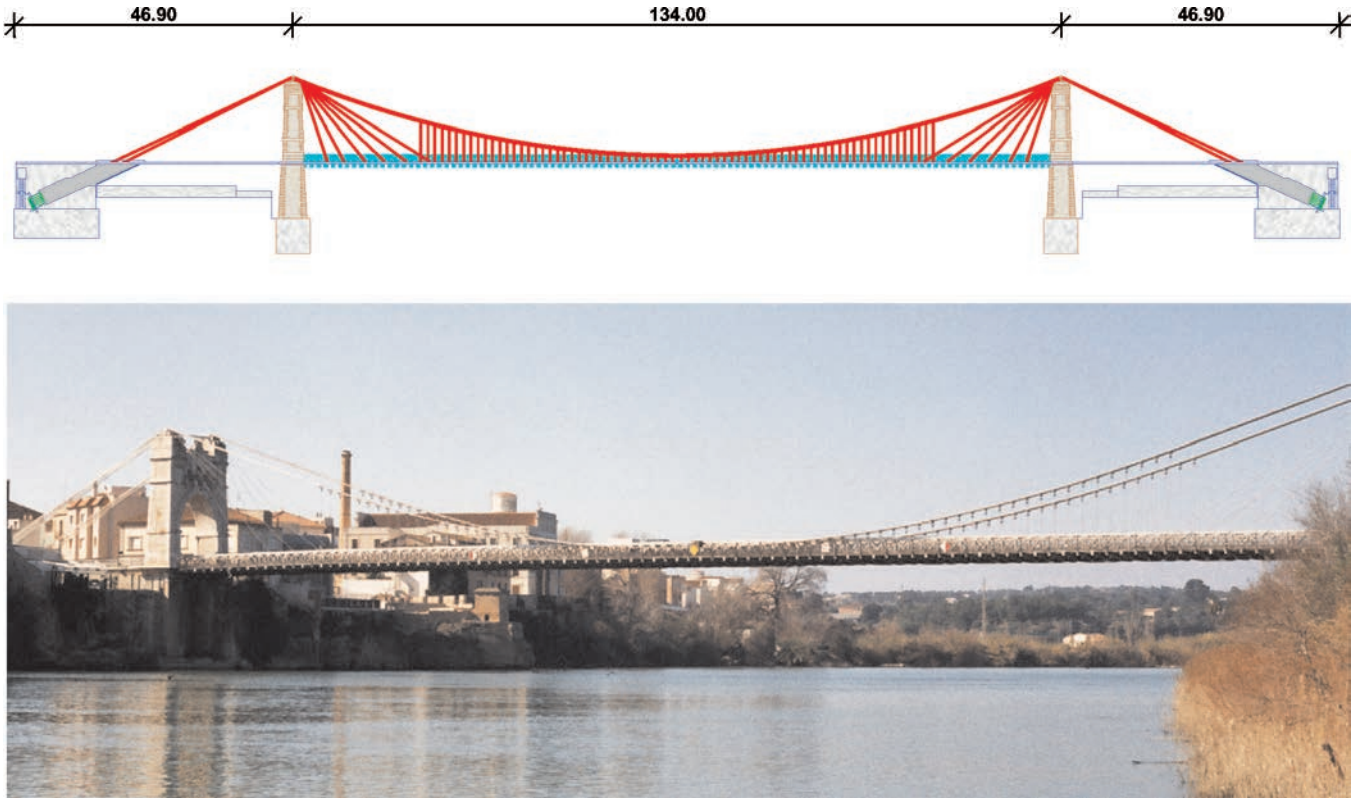


Figura 4.Esquema y foto del alzado.
Figure 4. Elevation view and scheme.

lar, separados 1,25 m entre sí, y por diagonales de acero dulce. El tablero, además del forjado de hormigón, tenía un arriostramiento inferior en cruz de San Andrés constituido por perfiles en U (Figuras 6 y 21).

Las pilas se proyectaron con dimensiones parecidas a las del resto de los puentes colgantes de la época, cuidando especialmente los acabados y los detalles, según justifica el propio Ribera: "*Como esta obra se encuentra a la entrada de un pueblo que está llamado a un gran porvenir y como esta importante villa contribuye con 200.000 pesetas a la construcción de la obra, creemos justo que se procure dar a estas pilas el mayor grado de belleza posible*" [2] (Figura 7).

En agosto de 1915, tras algunas modificaciones en el proyecto, las obras son adjudicadas a la empresa constructora de Eugenio Ribera y, después de numerosas vicisitudes y cambios, el puente se inaugura en 1919.

2.4. La memoria justificativa

El profesor Ribera realiza la descripción detallada y el cálculo del puente, incluidas pilas y cimientos, en dieciséis hojas mecanografiadas [2]. ¡Un ejemplo de concisión que, hoy en día, desgraciadamente, el empleo de ordenadores ha hecho desaparecer! A continuación se realiza un breve resumen de dicho documento, siguiendo la ordenación, la terminología y, en lo posible, el sistema de unidades del mismo.

La memoria comienza con tres hojas dedicadas a la justificación de la solución y del cumplimiento de los condicionantes del concurso de la obra, tras lo cual se pasa a la descripción pormenorizada de los distintos elementos y a su cálculo.

– *Sobrecargas del cálculo*

Además de los pesos propios, las sobrecargas de uso consideradas, de acuerdo con la Instrucción para la Redacción de Proyectos de Puentes Metálicos de 1902, son: sobrecarga uniformemente repartida de 300 Kgs por m^2 (por ser un puente alejado de centros importantes de población) y sobrecarga dinámica producida por dos carros de frente, de 6 toneladas sobre un eje cada uno, ocupando una anchura total de 4,50 m (Figura 8).

– *Viguetas del tablero (vigas transversales)*

Se ha tenido en cuenta el peso del tablero de hormigón (350 Kgs por m^2), la

pension cables (six on each side) passed unhindered through the head of the piers, on an expansion carriage or saddle, and were moored to the anchor blocks. Their maximum deflection was 13.80 m. In order to offset the horizontal stress of the oblique cables and the imbalance of the main cables, Ribera arranged two guy cables on each side, which were also anchored into the mooring blocks (Figure 4).

The roadway for two carriages to pass each other (4.50 m) was formed by a 12 cm thick reinforced concrete slab floor on which 4 cm thick compressed asphalt slabs were laid. The sidewalks (0.75 m each) were 7 mm thick fluted plate (Figure 5).

The slab floor rested on steel reinforced joists (cross beams) 1.25 m between each other. The linked latticework which also formed the railing (stiffening beam), was 1.40 m high and was formed by circular section, cast iron uprights 1.25 m from each other, and by mild steel diagonal braces. Apart from the concrete slab floor, the deck had a bottom diagonal strut staying made up of channel sections (Figures 6 and 21).

The piers were designed with dimensions similar to other suspension bridges of the time, taking particular

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

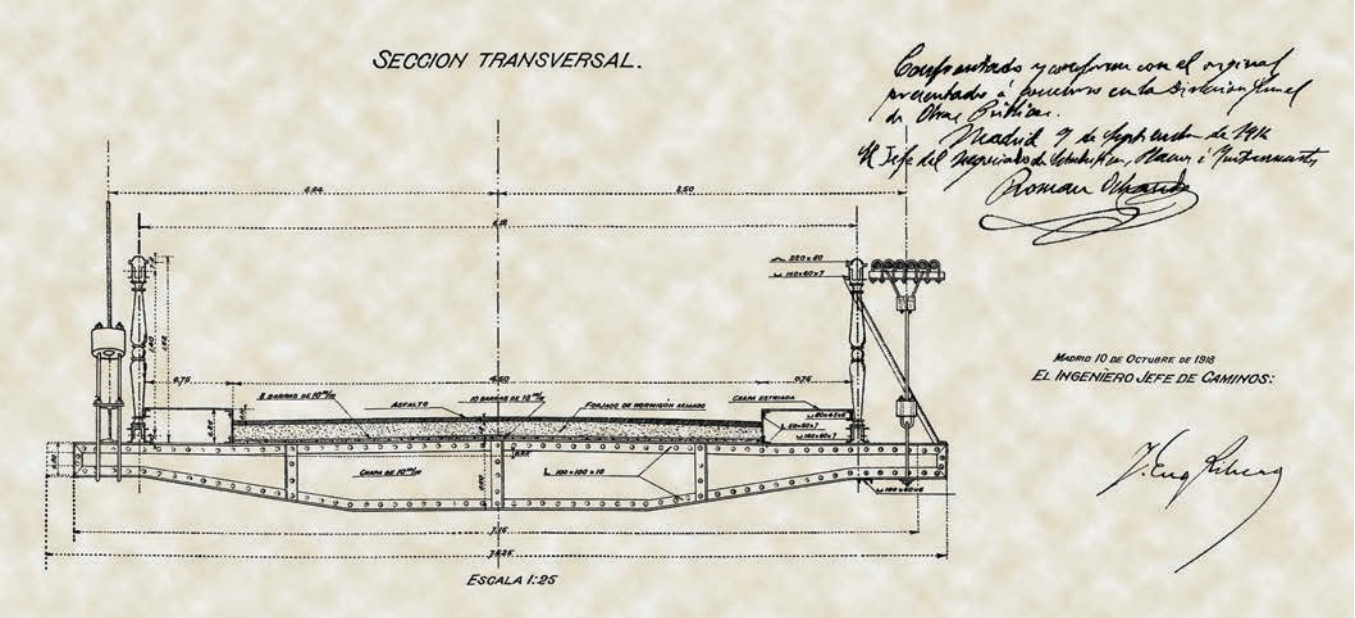


Figura 5. Plano original de la sección transversal del tablero.
Figure 5. Original plan of the deck's cross section.

care with finishes and details, as Ribera himself justified "Since this work is located at the entrance to a town that is destined to have a great future and as this important place contributes 200,000 pesetas towards building the construction, we think it fair that endeavour should be made so that these piers be made as beautiful as possible" [2] (Figure 7).

In August, 1915, after somewhat altering the project, the works were awarded to Eugenio Ribera's construction company and, after many vicissitudes and changes, the bridge was opened in 1919.

2.4. The justifying descriptive report

Professor Ribera made a detailed description and calculated the stayed bridge, including piers and foundations, on sixteen typed pages [2], an example of conciseness that unfortunately, nowadays, the use of computers has forced into retirement!. A brief summary of that document is given hereafter, following the order, terminology and, as far as possible, the system of units thereof.

The document commences with three pages dedicated to the justification of the solution and of compliance with the work tender's conditioning factors, after which, it gives a detailed description of the different elements and their calculation.

– Design live loads

Apart from own or dead weights, the usual live loads considered, in according to the 1902 steel bridge design drafting Instruction are: evenly distributed live load of 300 Kgs per m^2 (for being a bridge far from major population centres) and a dynamic live load produced by two carts travelling in opposite directions with 6 tonnes on each axle, occupying a total width of 4.50 m (Figure 8).

– Deck joists (cross beams)

The weight of the concrete deck (350 Kgs per m^2), the evenly distributed live load (300 Kgs per m^2) and the two 6,000 Kgs carts were taken into account, assuming they are distributed over one joist only, which results as very unfavourable, since, in the designer's own words "... the rigidity of the reinforced concrete deck allows it to be assured that the weight of the carts is distributed over several of the joists and over several of the railings' articulated stretches". Bending moments and shear forces were determined graphically (Figure 9).

This item was elastically dimensioned as from the bending moment. It was made up by a 10 mm thick, 600 mm edge steel plate web, with four angle bars measuring 100x100x10 forming the heads. The admissible stresses as adopted in the sizing is 7.5 Kgs/mm^2.

sobrecarga uniformemente repartida (300 Kgs por m^2) y los dos carros de 6.000 Kgs, suponiendo que se reparten únicamente sobre una vigueta, lo que resulta muy desfavorable, ya que, según palabras del propio autor, *"... la rigidez del tablero de hormigón armado permite asegurar que el peso de los carros se reparte sobre varias de las viguetas y sobre varios de los tramos articulados de las barandillas"*. La determinación de los esfuerzos de flexión y cortante sobre la vigueta se realiza gráficamente (Figura 9).

A partir del momento flector, se dimensiona elásticamente este elemento, que queda constituido por un alma de chapa de acero de 10 mm de espesor y 600 mm de canto, con cuatro angulares de 100x100x10 que constituyen las cabezas. La tensión admisible adoptada en el dimensionamiento es 7,5 Kgs/mm^2. En cuanto al esfuerzo cortante, el autor indica que *"... no es preciso comprobarlo, pues a simple vista se comprende que lo resiste con creces la vigueta proyectada"*.

– *Cables de suspensión (cables principales)*

En primer lugar, se determina la carga uniforme que servirá para el dimensionamiento de los cables de suspensión y que incluye el peso propio del tablero, las péndolas, los propios cables de suspensión y la sobrecarga de 300 Kgs/m^2. El valor obtenido para el ancho comple-

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

to del puente es 4.800 Kgs por metro lineal. Como se puede observar, a estos efectos se desprecian los 12.000 Kgs de los carros, lo que resulta perfectamente razonable.

La parte central del vano (86,00 m) está soportada por las péndolas, que transmiten la carga a los cables de suspensión, mientras que las partes laterales del mismo (2x24,00 m) están atirantadas. Por tanto, la parte central de los cables está sometida a una carga aproximadamente uniforme, adoptando forma parabólica por funicularidad, y las laterales, si se desprecia su peso propio, no tienen cargas, por lo que permanecen rectas (Figura 10). La forma parabólica es la que el autor adopta en los cálculos, aunque a veces la denomina catenaria. Partiendo de la flecha total de los cables F=13,80 m, y por consideraciones geométricas, determina la flecha de la parte central parabólica, que resulta f=6,52 m.

A continuación, en palabras del autor, determina la fuerza horizontal en los cables por dos métodos: la fórmula propuesta por Resal y la fórmula práctica utilizada por las casas constructoras, quedándose con la mayor de ellas. En realidad, ambas fórmulas corresponden a la solución exacta de la parábola, aunque la primera de ellas proporciona la tensión máxima T en la parte superior del cable (tramo A-B), mientras la segunda proporciona realmente la fuerza horizontal H (punto C). La diferencia entre ambos valores es aproximadamente 30.100 Kgs, frente a un total de 710.712 Kgs (4,2%). Sin embargo, el valor exacto que se obtiene con esta fórmula, como hoy en día puede comprobarse fácilmente, es 711.221 Kgs. El motivo de esta diferencia está originado por los métodos de cálculo numérico de la época y, probablemente, por la evaluación de la raíz cuadrada que aparece en la fórmula, pues en el resto de las operaciones que realiza no se obtienen diferencias apreciables.

Finalmente, calcula la fuerza máxima (T) en el cable proyectando, probablemente de forma gráfica, la fuerza horizontal anteriormente obtenida. Adopta 12 cables (6 a cada lado) de 65 mm de diámetro global, compuestos por 127 alambres estirados de 5 mm de diámetro y con una resistencia de 110 Kgs/mm^2. La carga de rotura adoptada es 260.000 Kgs, lo

With respect to the shear force, the designer points out that "... there is no need to check it as at a first glance is can be seen that the joist designed can by far withstand it".

– Suspension cables (main cables)

First of all, the even load which would be used to size the suspension cables was determined, which included the deck's own weight, the suspenders and the live load of 300 Kgs/m^2. The figure obtained for the bridge's overall width was 4,800 Kgs per linear metre. As can be seen, the 12,000 Kgs of carts were neglected, which proved perfectly reasonable.

The centre of the span (86.00 m) was supported by the suspenders transmitting the load to the suspension cables whilst its sides (2x24.00 m) were stayed. Therefore, the centre of the cables was subjected to an approximately uniform load, taking up a parabolic shape through funicularity and if the own weight of the sides was neglected, they had no loads and so remained straight (Figure 10). The parabolic

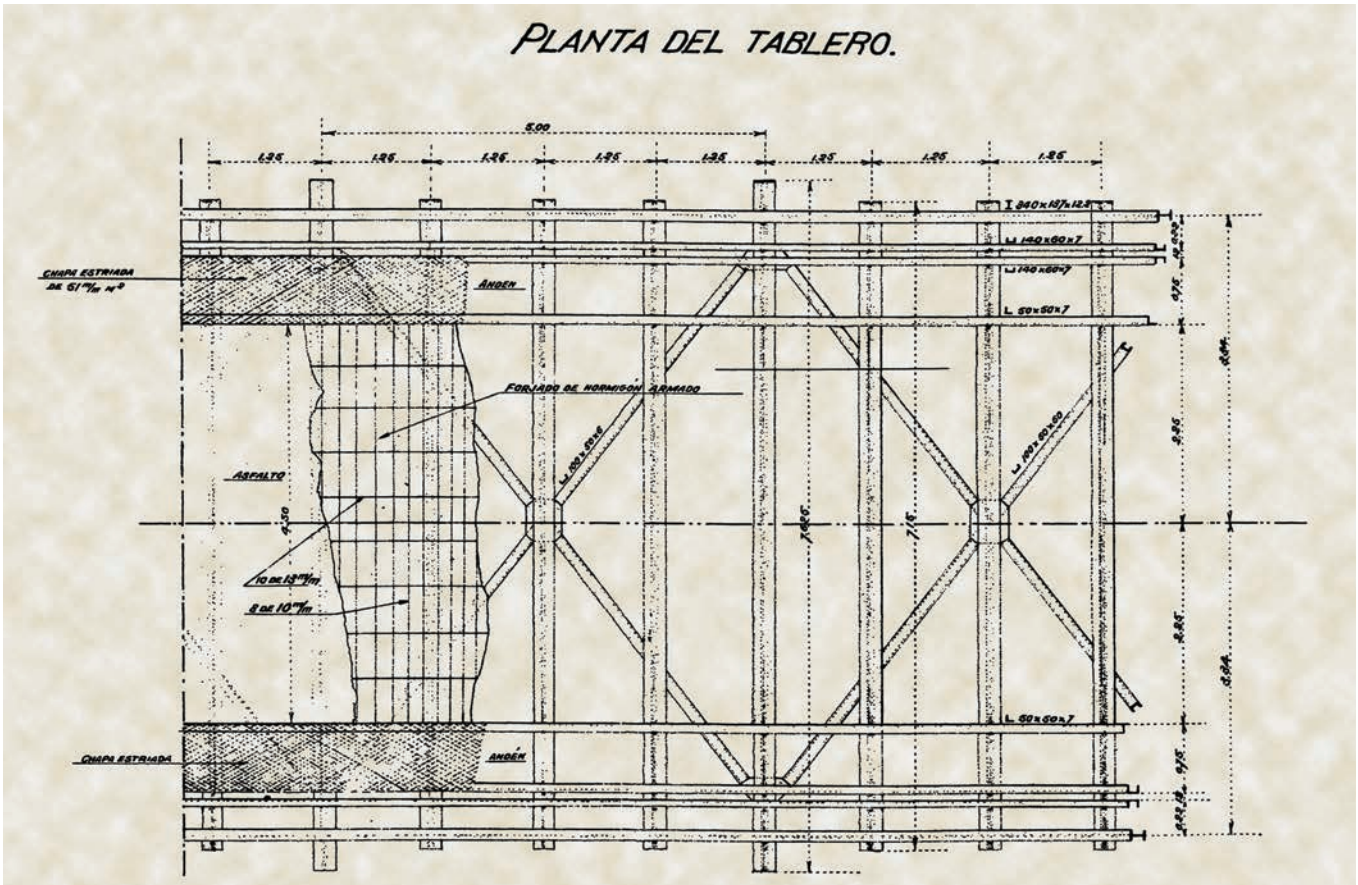


Figura 6. Plano original de la planta del tablero.
Figure 6. Original plan of the deck's floor.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

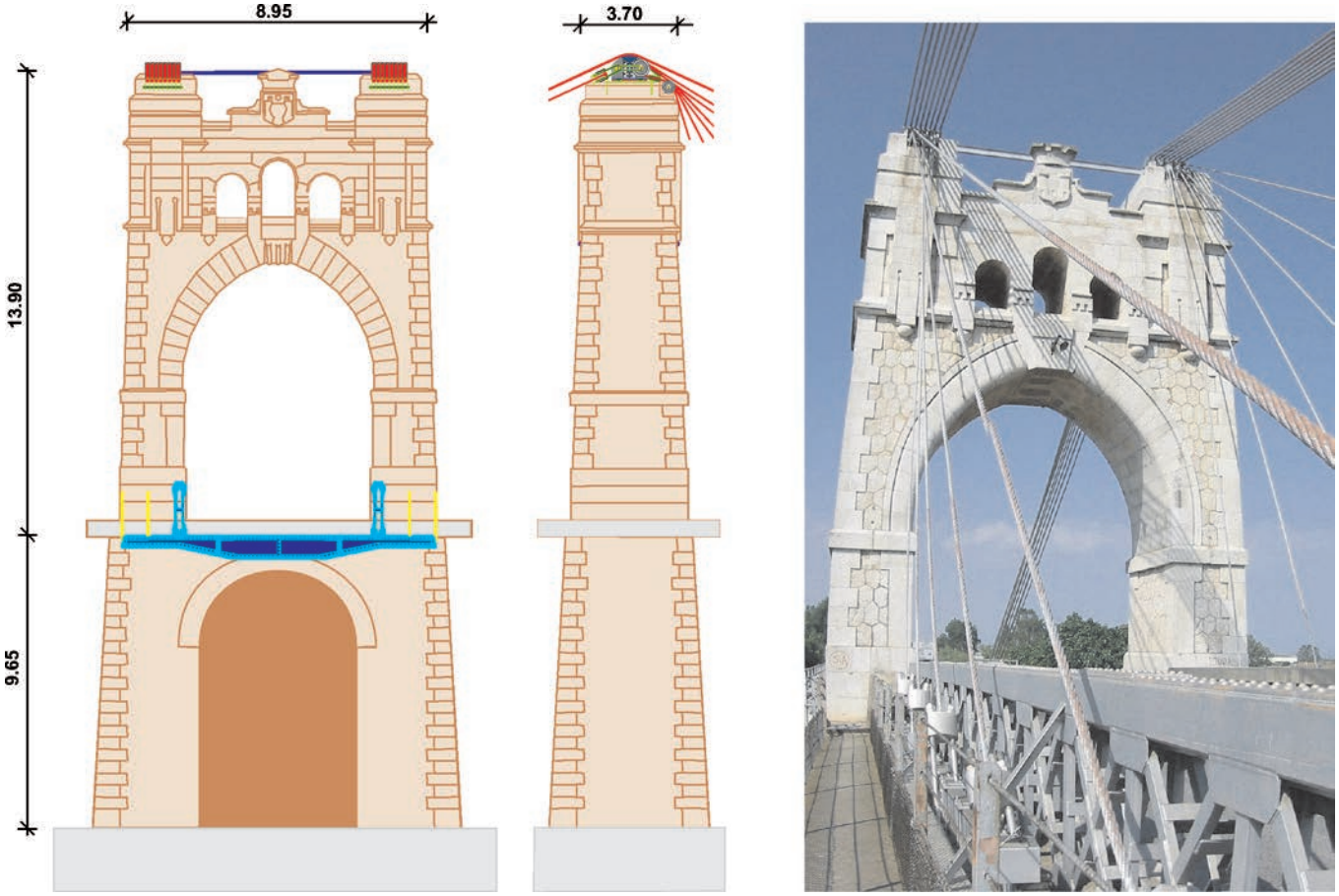


Figura 7. Esquema y foto de la pila.
Figure 7. Pier view and scheme.

shape was what the designer adopted in calculations, although he sometimes called it a catenary. Starting from the total cable deflection F=13.80 m, and through geometric considerations, he determined the deflection of the parabolic centre, resulting in f=6.52 m.

Then, in the designer's words, he determined the horizontal force in the cables by two methods: the equation proposed by Resal and the practical equation used by construction firms, and he used the largest. In fact, both equations related to the exact solution of the parabola, although the first provided the maximum force T at the top of the cable (stretch A-B), whilst the second actually provided the horizontal force H (point C). The difference between them was approximately 30,100 Kgs as against a total of 710,712 Kgs (4.2%). However, the exact value obtained with this equation, which can be easily checked today, was 711,221 Kgs. The reason behind this difference was originated by the numerical calculation methods of the time and, probably, by the square root evaluation appearing in the equation, since appreciable differences were not obtained in the remaining calculations he performed.

Finally, he calculated the maximum force (T) in the cable by projecting the previously obtained horizontal force, probably in a graphic fashion. He adopted 12 cables (6 on each side) with 65 mm overall diameter, made up of 127 stretched wires of 5 mm diameter and a strength of 110 Kgs/mm^2. The breaking load adopted was 260,000 Kgs, which meant that a 0.95 coefficient of reduction per braid was used. The factor of safety obtained was 4.2, higher than the 4.0 which was that used at the time for suspension bridges.

– Oblique cables (side stays)

It is assumed that each oblique cable supports a 3.80 m deck length. According to the designer, the worst situation occurs when two carts are moving towards each other in the area supported by one cable. In this case, he did include the carts' load, although subtracting the 300 Kgs/m^2 live load in the roadway area they occupied. As in the que supone la utilización de un coeficiente de reducción por trenzado de 0,95. El coeficiente de seguridad que se obtiene es 4,2, superior a 4,0, que es el adoptado en la época para puentes colgantes.

– *Cables oblicuos (tirantes laterales)*

Se supone que cada cable oblicuo soporta una longitud de tablero de 3,80 m. Según el autor, la situación más desfavorable resulta cuando actúan los dos carros de frente en la zona soportada por un cable. En este caso, sí incluye la carga de los carros, aunque descontando la sobrecarga de 300 Kgs/m^2 en la zona de la calzada ocupada por los mismos. No supone, al igual que en el caso de las viguetas transversales, ningún tipo de reparto entre los cables adyacentes. De acuerdo con su cálculo, cada cable debe soportar una carga vertical de 11.985 Kgs. Posteriormente, mediante un cálculo gráfico, determina las fuerzas en cada uno de los seis tirantes, para tener en cuenta su diferente inclinación. Los valores obtenidos varían entre 12.650 Kgs y 21.275 Kgs. Por uniformidad constructiva, decide disponer para todos los tirantes cables

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

de 40 mm de diámetro global, compuestos por 7 cordones de 19 hilos de 2,7 mm de diámetro, con una resistencia de rotura de 95.000 Kgs. Se obtiene, por lo tanto, un coeficiente de seguridad mínimo de 4,4 en el cable más desfavorable.

– *Cables de retenida*

Estos cables (Figura 11), que forman con la horizontal un ángulo de unos 25º, deben absorber la fuerza horizontal desequilibrada de los cables de suspensión y de los oblicuos, que ha sido determinada en el cálculo gráfico anterior. Mediante proyección de las fuerzas, cuyos valores se han calculado previamente, se obtiene una fuerza sobre los cables de retenida de 180.679 Kgs. De acuerdo con ello, se disponen 4 cables de 55 mm de diámetro global, formados por 91 alambres de 5 mm de diámetro, con una resistencia a rotura de 190.000 Kgs, obteniéndose un coeficiente de seguridad de 4,2.

– *Péndolas*

Están constituidas por cables que se unen, en un extremo, a los cables de suspensión y, en el otro, a las viguetas del tablero, mediante horquillas de acero dulce; se disponen a una separación de 1,25 m, en concordancia con dichas viguetas. El dimensionamiento es coherente con el de estos elementos, considerándose la sobrecarga dinámica de los carros sin ningún tipo de reparto longitudinal, aunque el autor comenta que dicha suposición queda del lado de la seguridad, pues su peso se repartirá entre varias péndolas. La carga que se obtiene en cada péndola con estas hipótesis es 7.968 Kgs. En función de ello, se utiliza un cable de 25 mm de diámetro global, compuesto por 37 alambres de 3,6 mm, que proporciona una resistencia a rotura de 40.000 Kgs, resultando un coeficiente de seguridad de 5,0. El apartado finaliza con el dimensionamiento de las horquillas de acero dulce de unión a la vigueta y a los cables de suspensión, utilizando una tensión de trabajo de 7,0 Kgs/mm^2.

– *Viga articulada en barandilla (viga de rigidez)*

Para el cálculo de los montantes y diagonales de la viga articulada, el autor adopta la hipótesis de que la carga transmitida por cada vigueta al nudo del cordón inferior de la celosía es 7.968 Kgs, que coincide con la carga adoptada en el dimensionamiento de las péndolas (Figura 12). Esto supone duplicar el mecanismo de soporte de dichas cargas, lo que resulta muy del lado de la seguridad. Dado el elevado grado de hiperestatismo de la celosía adoptada, con montantes, diagonales y contradiagonales, el profesor Ribera parece suponer que sólo trabajan las diagonales sometidas a tracción y los montantes en compresión. Aún así el cálculo, por lo que respecta a los montantes, resulta incomprensible, dado que supone que soportan una compresión de 5.384 Kgs, cuando el valor que se deduciría en dicha hipótesis es 3.984 Kgs. Todo lo anterior hace que el dimensionamiento que se realiza de dichos elementos resulte excesivo.

Para el cálculo de los cordones de la viga, el autor se apoya en los tratados de puentes de Resal y Lery en los que se indica que, en las vigas metálicas auxiliares de puentes colgantes sostenidas por cables oblicuos, el momento de flexión es la tercera parte del resultante como viga simplemente apoyada. Dado que, en palabras del autor, *"la fórmula de Resal es muy complicada"*, utiliza la fórmula práctica aplicada por las casas

case of the cross joists, this did not involve any kind of share out between adjacent cables. According to his calculation each cable should support a vertical load of 11,985 Kgs. Subsequently, by means of a graph calculation, he determined the forces in each of the six stays in order to take their different slope into account. The figures obtained varied between 12,650 Kgs and 21,275 Kgs. Because of construction uniformity, he decided on cables with a 40 mm overall diameter for all stays, made up of 7 strands with 19 wires 2.7 mm in diameter, and a breaking strength of 95,000 Kgs. A minimum 4.4. factor of safety is therefore obtained in the worst cable.

– Guy cables

Forming an angle of about 25º with the horizon, these cables (Figure 11) have to absorb the unbalanced horizontal force of the suspension cables and of the oblique cables, which had been determined in the foregoing graph calculation. A force of 180,679 Kgs on the guy cables was obtained by projection of the forces whose values had been calculated previously. According to this, 4 cables of 55 mm overall diameter were arranged, formed by 91 wires 5 mm in diameter, with a breaking strength of 190,000 Kgs, and a 4.2 safety factor was obtained.

– Suspenders

These were formed by cables joined at one end to the suspension cables and, at the other, to the deck's joists by means of mild steel clevises; they were arranged 1.25 m from each other in concordance with the said joists. Sizing was coherent with that of these elements, and the carts' dynamic live load was considered without any kind of lon-

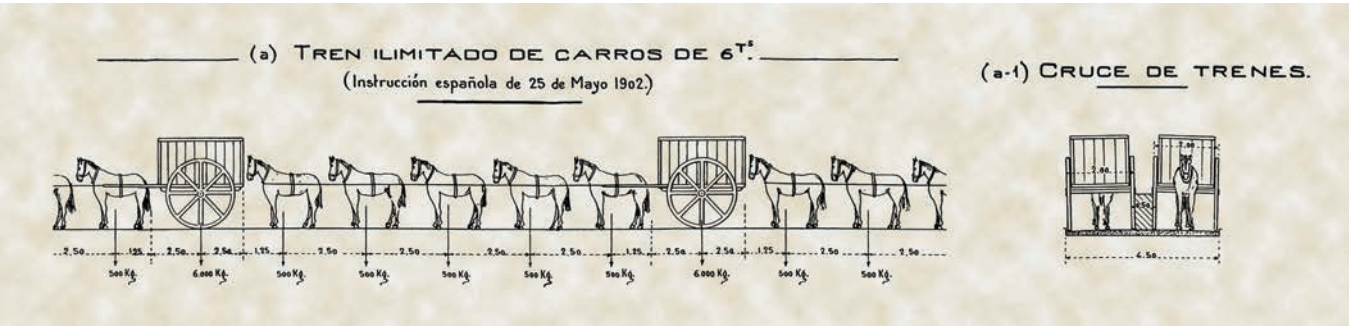


Figura 8. Tren de cargas original.
Figure 8. Original truck loads.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

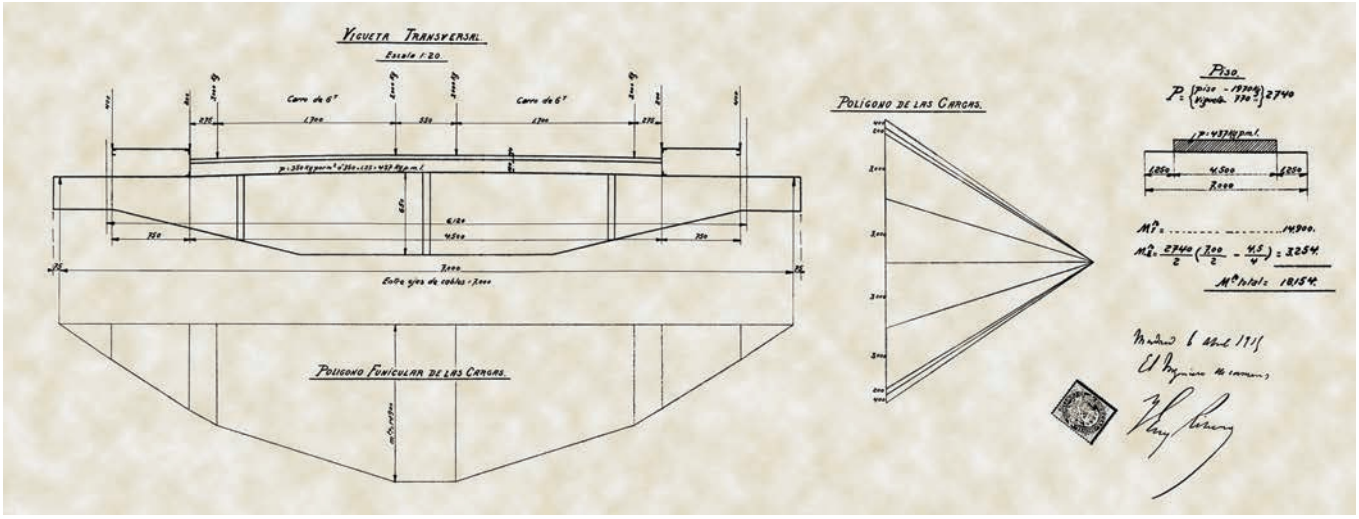


Figura 9. Cálculo gráfico original de la vigueta.
Figure 9. Original graphic joist calculation.

gitudinal distribution, although the designer commented that such supposition was on the side of safety, as its weight would be shared between several suspenders. The load obtained in each suspender with these hypotheses was 7,968 Kgs. As a function thereof, a 25 mm overall diameter cable was used, formed by 37 wires of 3.6 mm that provided a breaking strength of 40,000 Kgs, with a resulting safety factor of 5.0. The section ended with the sizing of the joist and suspension cable connecting mild steel clevises, using a working stress of 7.0 Kgs/mm^2.

– Articulated girder in railing (stiffening girder)

In order to calculate the articulated girder's uprights and diagonals, the designer adopted the hypothesis that the load transmitted by each joist to the node of the lattice's bottom chord was 7,968 Kgs which coincided with the load as adopted in sizing the suspenders (Figure 12). This meant doubling these loads' support mechanisms, which proved to be far on the side of safety. In view of the high degree of frame redundancy of the lattice adopted, with uprights, diagonals and counter-diagonals, Professor Ribera seemed to assume that only diagonals subject to tension and uprights in compression worked. Even so, the calculation as far as uprights were concerned, proved incomprehensible, since it meant they supported a 5,384 Kg compression, when the value that would have been worked out in that hypothesis is 3,984 Kgs. The foregoing made the sizing carried out for those elements excessive.

For calculating the beam chords, the designer based himself on the Resal and Lery bridge treatises in which it was indicated that the bending moment in steel auxiliary girders of oblique cable supported suspension bridges was one third of that resulting as a simply supported girder. Since, in the designer's words, Resal's equation was highly complicated, he used the practical equation applied by construction companies. This equation presupposed that distributed loads do not produce a moment and only the carts' is assessed, as one third of that for the girder supported at two points. A span of 86.00 m (centre) and a girder thickness of 1.40 m was assumed. With this hypothesis, the force in the chords was 30,714 Kgs per chord (tension in the bottom and compression in the top one). The chords were made up of two 140 mm rolled U sections, with an area of 4,080 mm^2 each and a handrail of an appreciable area on the top one, which was dispensed with. It would seem to have been assumed in evaluating the stress to which these elements were subjected, apart from a small numerical mistake (the operation gave 3.76 instead of 3.35 kg/mm^2), that the foregoing force was for the overall two girders and, therefore, the stress calculated should have been doubled.

– Horizontal deck bracing

Although the designer did not reckon bracing was necessary in view of the small wind exposed area and the high horizontal stiffness provided by the con-

constructoras. Esta fórmula presupone que las cargas repartidas no producen momento y únicamente se evalúa el correspondiente a los carros, como un tercio del correspondiente a la viga biapoyada. Se supone una luz de 86,00 m (parte central) y un canto de la viga de 1,40 m. Con esta hipótesis, la fuerza en los cordones resulta de 30.714 Kgs por cordón (tracción en el inferior y compresión en el superior). Los cordones están constituidos por dos perfiles U de 140 mm, con un área de 4.080 mm^2 cada uno y un pasamanos, de área apreciable en el superior, del que se prescinde. En la evaluación de la tensión a la que están sometidos estos elementos, aparte de un pequeño error numérico (la operación da 3,76 en lugar de 3,35 kg/mm^2), parece suponerse que la fuerza anterior corresponde al conjunto de las dos vigas por lo que la tensión calculada debería duplicarse.

– *Arriostramiento horizontal del tablero*

Aunque el autor considera innecesario el arriostramiento, dada la poca superficie expuesta al viento y la gran rigidez horizontal conferida por la losa de hormigón, dispone, siguiendo el ejemplo de Arnodin, cruces de San Andrés horizontales abarcando cuatro tramos de 1,25 m.

Las presiones de viento prescritas por la Instrucción son 170 Kgs/m^2 con estructura cargada y 270 Kgs/m^2 con estructura descargada. El arriostramiento se dimensiona para una presión de viento de 170 Kgs/m^2, suponiendo la viga en

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

celosía a barlovento como opaca (por la presencia de la sobrecarga) y la de sotavento como diáfana, lo que supone una fuerza de 1.800 Kgs para el módulo de 5,00 m. El cálculo se realiza gráficamente y el autor argumenta que *"Cuando el viento alcance a los 270 Kgs/m^2, como el tramo no estará cargado, pues con tal huracán no hay quien se atreva a pasar por el puente, la superficie resistente disminuye de tal manera que el esfuerzo sobre el módulo resultará inferior a los 1.800 Kgs, según es fácil comprobar"*.

– *Largueros de los cables oblicuos (vigas horizontales o secundarias)*

Estos largueros están sustentados por los tirantes cada 3,80 m y de ellos se cuelgan las viguetas transversales de las zonas extremas del tablero. De acuerdo con la memoria, el mayor esfuerzo lo produce la sobrecarga dinámica de los carros en el centro del vano, estando los andenes cargados. Para este cálculo se prescinde de las acciones de peso propio, que efectivamente son despreciables, y se determina el momento máximo suponiendo que se trata de una viga simplemente apoyada de 3,80 m de luz, sin considerar la continuidad de la misma. Con las viguetas de acero en doble T de 340 mm adoptadas, resulta una tensión de trabajo de 9,3 Kgs/mm^2.

– *Horquillas de amarre de los cables oblicuos*

El dimensionamiento de estas horquillas se realiza para la fuerza máxima del tirante pésimo, adoptando una tensión de trabajo de 7,0 Kgs/mm^2, lo que exige disponer un redondo de acero de 51 mm de diámetro.

– *Cámara de mina*

Las prescripciones del concurso exigían habilitar en el puente cámaras de mina, por si en caso de guerra se consideraba necesario destruirlo rápidamente mediante la colocación de explosivos. Según palabras de Ribera, *"Para el caso de puente colgado, consideramos completamente inútil toda cámara de mina, pues para destruir el puente basta cortar los cables, operación que puede efectuarse con algunos cartuchos de dinamita en algunos minutos. Pero en último caso, si los ingenieros militares desearan disponer alguna cámara especial, deberán proyectarla sobre nuestros planos y fácil será dejar en los macizos de pilas o amarres los huecos necesarios al efecto"*. Así pues, no se dispusieron cámaras de mina.

– *Macizos de amarre o anclaje*

De acuerdo con el documento, la fuerza de los cables suspensores y de retención es 923.523 Kgs, que proyectada con el ángulo de 25º produce una componente vertical hacia arriba de 390.650 Kgs y una horizontal de 836.712 Kgs. El macizo de amarre adoptado tiene un volumen de 1.487,5 m^3 que, con la densidad considerada de 2.200 Kgs/m^3, proporciona un peso de 3.272.500 Kgs, por lo que el coeficiente de rozamiento necesario es inferior al 0,40 considerado.

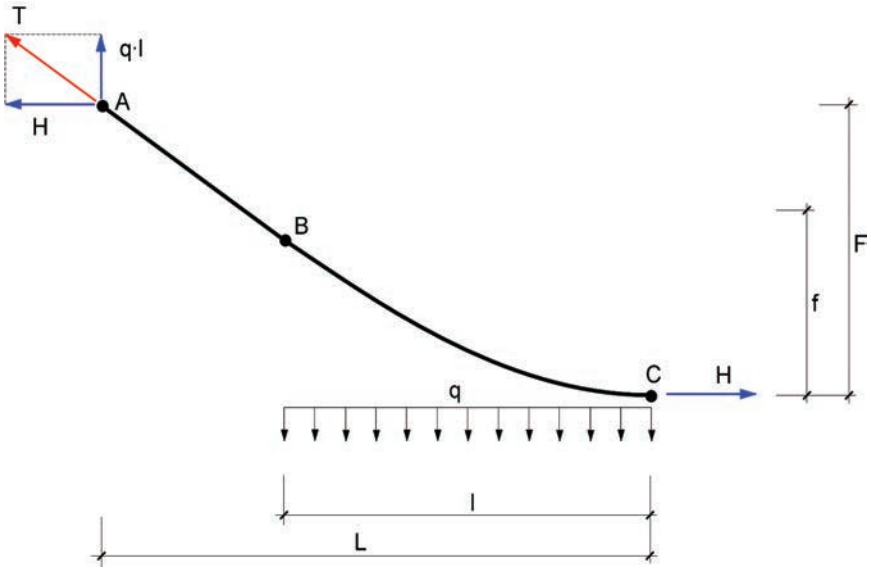


Figura 10. Tensiones en el cable principal.
Figure 10. Main cable's forces.

crete slab, he gave the bridge horizontal struts covering four stretches of 1.25 m, following Arnodin's example.

The wind pressures prescribed by the Instruction were 170 Kgs/m^2 with a loaded structure and 270 Kgs/m^2 with a non-loaded structure. The bracing was sized for a wind pressure of 170 Kgs/m^2, taking the lattice girder as opaque to windward (because of the presence of the live load) and the leeward as diaphanous, which meant a force of 1,800 Kgs for the 5.00 m module. The calculation was graph made and the designer argued that "When the wind reaches 270 Kgs/m^2, as the span will not be loaded, since, with such a hurricane no one will dare to cross the bridge, the resistant area diminishes in such a way that the force on the module will prove to be less than 1,800 Kgs, as is easy to check".

– Oblique cable longitudinal members (horizontal or secondary girders)

These long members are held up by the suspenders every 3.80 m and the cross joists of the deck's end areas hang from them. According to the descriptive report, the greatest stress is caused by the dynamic live load of the carts in the span's centre, with the sidewalks loaded. Own weight forces, which were in fact negligible, were discarded for this calculation and the maximum moment was determined assuming it was a simply supported, 3.80 m span girder without considering its continuity. A working stress of 9.3 Kgs/mm^2 resulted with the 340 mm steel I beams adopted.

– Oblique cable mooring clevises

These clevises were sized for the maximum force of the worst stay, taking a working stress of 7.0 Kgs/mm^2, which called for a 51 mm diameter steel round to be used.

– Mine chamber

The tender's specifications required mine chambers to be provided in the bridge such that if, in the case of war, it were considered necessary to quickly destroy it by placing explosives. In Ribera's words "We considered any mine chamber to be completely useless

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

in the case of a suspension bridge, since it suffices to cut the cables to destroy the bridge, which can be done with a few cartridges of dynamite in a few minutes. But, in the ultimate case, if the military engineers were to want to have a special chamber available, they should design it on our drawings and it will be easy to leave the hollows necessary to this effect in the pier or mooring blocks". Thus, no mine chambers were made.

– Mooring or anchorage blocks

According to the document, the suspender and guy cable force was 923,523 Kgs, which, designed with a 25º angle, produced a vertical component upwards of 390,650 Kgs and horizontal of 836,712 Kgs. The mooring block adopted had a volume of 1487.5 m^3 which, with the density of 2,200 Kgs/m^3 considered, provided a weight of 3,272,500 Kgs and, therefore, the coefficient of friction was less than the 0.40 considered.

– Anchor ties

Each suspender and guy cable has 4 anchor ties, for which the designer used 50 mm rounds, sizing them at a working stress of 7 Kgs/mm^2.

– Description of the reinforced concrete deck

According to the descriptive report, an arrangement "applied by Mr Arnodin in the latest suspension bridges built by him" was used in the deck. The deck was made up of a 4.50 m wide, 12 cm thick reinforced concrete slab floor which housed the roadway and was supported on the cross joists. 0.007 m thick fluted plate was used in the sidewalks.

According to the designer, the solution adopted gave the following advantages:

1. "The reinforced concrete slab floor is the best, most perfect bracing for the deck and for the whole bridge.

2. It will not require paintwork maintenance which, in a tidal river, is not lacking in importance.

3. With a relatively low weight, this reinforced concrete slab floor enables asphalt paving to be used on the roadway which, in turn, prevents the tremors that any other paving system causes in steel bridges.

With respect to the sidewalks, we preferred to use 0.007 metre thick fluted plates. These plates also contribute towards providing the deck with rigidity and are lighter than any other paving system".

– Distribution steel (concrete slab floor transversal reinforcements)

According to the designer, the worst load for slab floors is the moving cart load and he thus calculated them discarding the slab's own weight, the paving and the uniform live load of 300 Kgs/m^2, whose influence is, in fact, much less. The maximum bending moment situation will arise when the two carts pass each other in the entry of the span between cross joists. Firstly, he determined what width of slab would cooperate in withstanding the bending moment, bearing in mind that here was a cross reinforcement of eight 10 mm rods. The designer therefore considered the inside wheels of the carts, whose load opens at 45º when passing over the 4 cm of asphalt, which meant an overall width of 0.73 m (Figure 13). He equalled the moment produced in cross sections A and B to the moment withstood in order to determine the width of slab floor that would cooperate.

The moment as withstood by the concrete, with the aforesaid reinforcement, was calculated assuming linear

– *Barras de anclaje*

Cada cable suspensor y de retención tiene 4 barras de anclaje, para las que el autor adopta redondos de 50 mm, dimensionándolos a una tensión de trabajo de 7,0 Kgs/mm^2.

– *Descripción del tablero de hormigón armado*

De acuerdo con la memoria, en el tablero se utiliza una disposición "*aplicada por Mr. Arnodin en los últimos puentes colgados por él construidos*". El tablero está constituido por un forjado de hormigón armado de 4,50 m de ancho y 12 cm de canto que aloja la calzada y se apoya en las viguetas transversa-

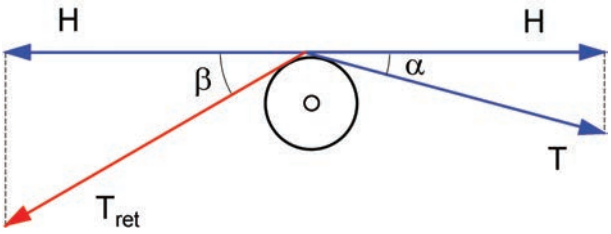


Figura 11. Tensión en el cable de retenida.
Figure 11. Guy cables' force.

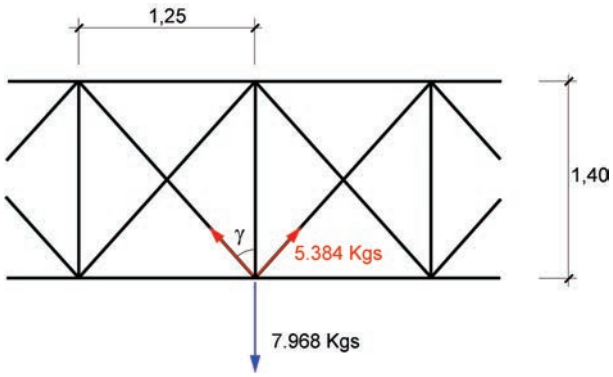


Figura 12. Viga de rigidez.
Figure 12. Stiffening beam.

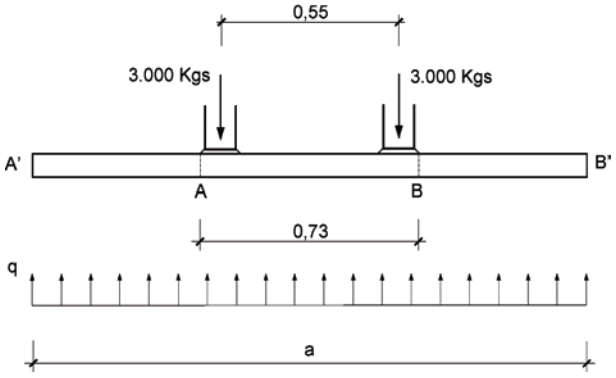


Figura 13. Reparto de cargas en el forjado.
Figure 13. Load distribution in the slab floor.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

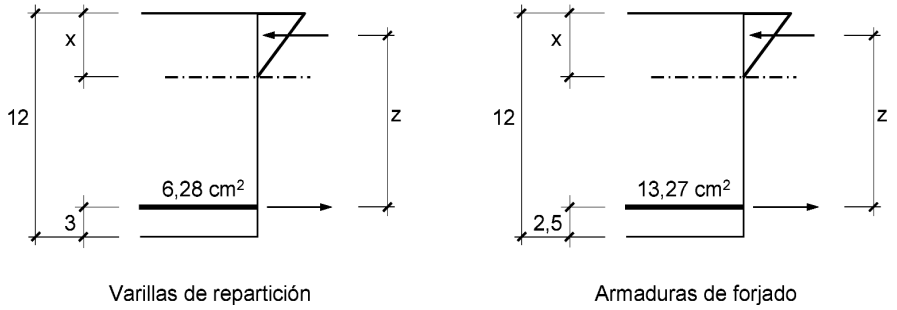


Figura 14. Diagramas de cálculo.
Figure 14. Calculation diagrams.

les. En los andenes se emplea chapa estriada de 0,007 m de grueso.

Según el autor, la solución adoptada presenta las siguientes ventajas:

"1. El forjado de hormigón armado constituye el mejor y más perfecto arriostramiento para el tablero y para todo el puente.

2. No exigirá conservación de pintura, lo que en un río influido por las mareas no deja de tener importancia.

3. Este forjado de hormigón armado, con un peso relativamente reducido, permite el empleo en la calzada, del pavimento de asfalto, que a su vez evita las trepidaciones que cualquier otro sistema de pavimento produce en los puentes metálicos.

Respecto a los andenes, hemos preferido emplear chapas estriadas de 0,007 metros de grueso. Estas chapas contribuyen también a dar rigidez al tablero y son más ligeras que cualquier otro sistema de andén".

– *Varillas de repartición (armaduras transversales del forjado de hormigón)*

De acuerdo con el autor, la carga más desfavorable para los forjados es la carga móvil de los carros y así los calcula, prescindiendo del peso propio de la losa, el pavimento y la sobrecarga uniforme de 300 Kgs/m^2, cuya influencia es, efectivamente, mucho menor. La situación de máximo momento flector tendrá lugar cuando los dos carros se crucen en el centro de la luz entre viguetas transversales. En primer lugar, determina qué anchura de losa colabora a resistir el momento flector, teniendo en cuenta que se dispone una armadura transversal de 8 varillas de 10 mm. Para ello, el autor considera las ruedas interiores de los carros, cuya carga abre a 45º a su paso por los 4 cm de asfalto, lo que supone una anchura total de 0,73 m (Figura 13). Para determinar la anchura de forjado que colabora, iguala el momento producido en las secciones A y B con el momento resistido.

El momento resistido por el hormigón, con la armadura anteriormente indicada, se calcula suponiendo comportamiento elástico lineal con fisuración para el hormigón y adoptando una tensión de trabajo en el acero de 1.000 Kgs/cm^2 (Figura 14). Para el cálculo de la posición de la línea neutra determina el centro de gravedad de la sección homogeneizada, utilizando para el acero un coeficiente de equivalencia de 15. Este cálculo le permite finalmente concluir que el ancho de losa que colabora a resistir las dos ruedas es 1,83 m.

– *Armadura de forjado (armaduras longitudinales del forjado de hormigón)*

El forjado apoya en las viguetas cada 1,25 m y está sometido a su peso propio (350 Kgs/m^2 incluido asfalto) y a la carga de los carros. En el cálculo del momento máximo, el autor considera una cierta continuidad en la losa para la carga uniformemente repartida ($q \cdot l^2/10$), pero no para la puntual ($P \cdot l/4$).

El dimensionamiento de la armadura se realiza, como en el caso anterior, suponiendo comportamiento elástico lineal con fisuración (Figura 14). Se dispone una armadura compuesta por 10 varillas de 13 mm. La tensión obtenida en la misma es 11,1 Kgs/mm^2, que considera dentro de los límites admitidos. Por lo que respecta al hormigón, la tensión máxima resulta 45,2 Kgs/cm^2 que

elastic behaviour with cracking for the concrete and adopting a working stress in the steel of 1,000 Kgs/cm^2 (Figure 14). He determined the centre of gravity of the homogenised cross section for calculating the position of the neutral axis, using a coefficient of equivalence of 15 for steel. This calculation enabled him to finally conclude that the width of slab cooperating in withstanding the two wheels was 1.83 m.

– Slab floor reinforcement (longitudinal concrete slab floor reinforcements)

The slab floor rested on the joists every 1.25 m and was subjected to its own weight (350 Kgs/m^2 including asphalt) and the load of the carts. In calculating the maximum moment, the designer considered certain continuity in the slab for the evenly distributed load ($q \cdot l^2/10$), but not for the concentrated load ($P \cdot l/4$).

As in the previous case, the reinforcement was sized in assuming linear elastic behaviour with cracking (Figure 14). Reinforcement made up of ten 13 mm bars was used. The stress obtained therein was 11.1 Kgs/mm^2, which he deemed was within accepted limits. As regards concrete, the maximum stress proved to be 45.2 Kgs/cm^2 which " ...is less than the 28% of breaking load after 90 days of concrete made with 350 Kgs of cement per m^3, that is 180 Kgs/cm^2 and, therefore, perfectly admissible".

With respect to shear stress, he checked that the maximum shear stress in the reinforcement bars was 2.6 Kgs/mm^2, without taking into account the concrete's work at all, which he took as good with no further comment.

– Pier

The vertical load on each pier was 390,650 Kgs and the expansion saddle weighted 2,650 Kgs, giving a total of 393,300 Kgs. The designer assumed that the vertical component of the suspension cables on the guy side was equal to the span side when, in fact, it was more, given that the angles are not the same. Nevertheless, this appraisal was on the side of safety.

He assumed a maximum stress in the diametric plane of 60 Kgs/cm^2 for sizing the rollers; therefore, on using 70 mm diameter, 1.00 long rollers, this

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

condition called for 10 rollers. The load was transmitted to the masonry through a cast iron plate measuring 125x130 cm, and, therefore, the pressure would be 24.2 Kgs/cm^2.

The designer concluded by arguing that the pier's stability did not need to be checked as its proportions were similar to those of other piers.

– Foundations

Professor Ribera adopted 4 Kgs/cm^2 as the maximum ground working pressure, which was what he used for the caissons sunk 18 m into the mud of Carraca wet dock. He calculated a horizontal thrust of 20,600 Kgs per linear metre of caisson 10 m high in order to take friction on the caisson walls into account, assuming a 30º internal angle of friction for this silty sand. Adopting a 0.40 coefficient of friction between concrete and sand and taking into account that the caisson's perimeter was 46 m, the friction force he obtained was 436,264 Kgs. There was a numerical mistake is this evaluation since the figure really obtained was 379,040 Kgs. Subtracting this figure from the sum of the weight of the pier, the foundations, the vertical component of the cables and the weight of a wall supported on the caisson, a vertical load of 4,676,724 Kgs was obtained producing a pressure on the ground at the base of the foundations (15,0 m x 8,0 m) of 3.89 Kgs/cm^2, which proved lower than that admitted.

The last three pages of the document, dated 10 October, 1913, were dedicated to justify the characteristics of the most significant materials used in the project and the process for the different work units. The final estimate "adding the 17% of the contract, which comprised industrial accidents" came to 818,237.89 pesetas.

As a final reflection in this section, the extraordinary conciseness of the document which in no way diminishes its clarity even despite there being practically no clarifying figures or diagrams included therein since graphic static constructions made were given in the

"...es menor del 28% de la carga de rotura, a los 90 días, de un hormigón de 350 Kgs de cemento por m^3 o sean 180 Kgs/cm^2, y por lo tanto perfectamente admisible".

Por lo que respecta al esfuerzo cortante, comprueba que la máxima tensión tangencial en las barras de armadura, sin contar para nada el trabajo del hormigón, es 2,6 Kgs/mm^2, que da por buena sin mayores comentarios.

– Pila

La carga vertical sobre cada pila es 390.650 Kgs y el carro de dilatación pesa 2.650 Kgs, lo que hace un total de 393.300 Kgs. El autor ha supuesto que la componente vertical de los cables de suspensión del lado de la retenida es igual que del lado del vano, cuando en realidad es mayor, dado que los ángulos no son iguales. No obstante esta evaluación queda del lado de la seguridad.

Para dimensionar los rodillos, sobre los que apoyan las sillas, supone una ten-



Figura 15. El puente con su aspecto original.
Figure 15. The bridge with its original appearance.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

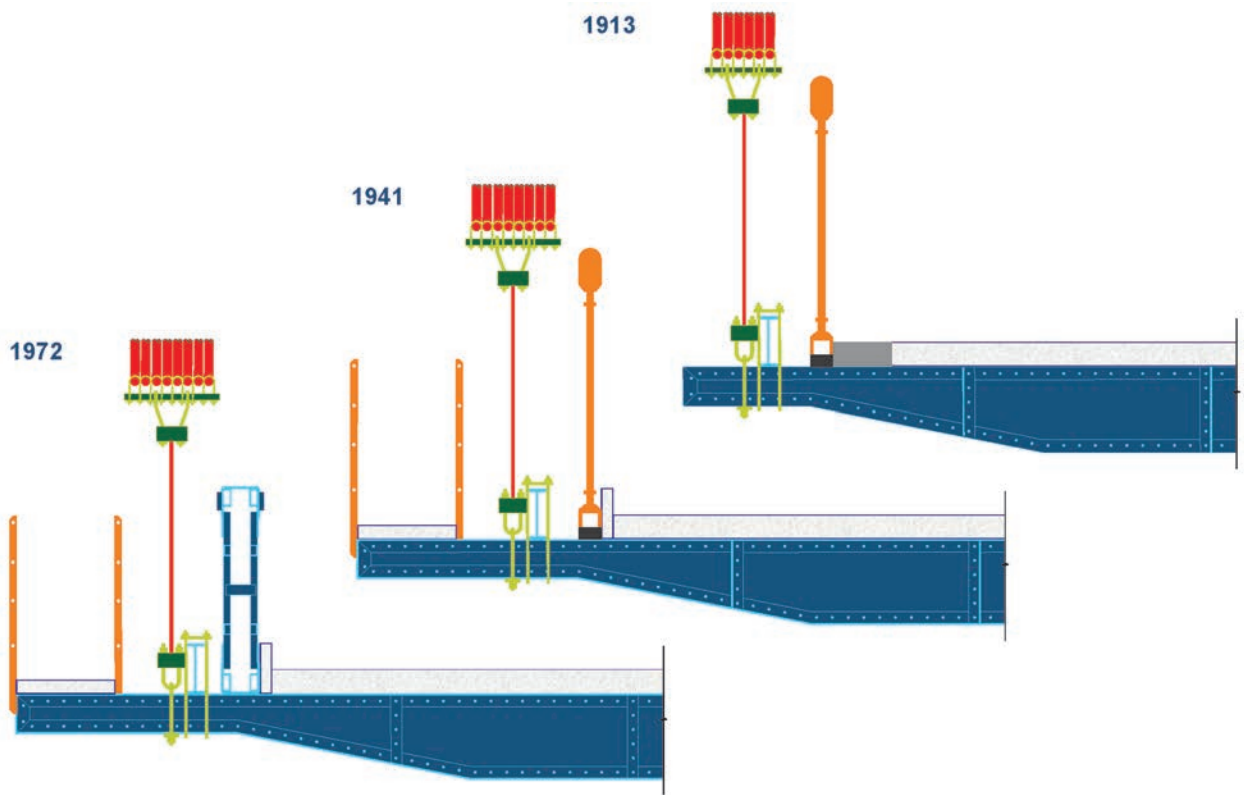


Figura 16. Semisecciones transversales de 1913, 1941 y 1972.
Figure 16. Drawing of the half cross sections in 1913, 1941 and 1972.

sión máxima en el plano diametral de 60 Kgs/cm^2, por tanto, al utilizar rodillos de 70 mm de diámetro y 1,00 m de longitud, esta condición exige 10 rodillos. La carga se transmite a la fábrica a través de una placa de fundición de 125x130 cm, por lo que la presión será 24,2 Kgs/cm^2.

Concluye el autor argumentando que la estabilidad de la pila no necesita comprobarse, por ser sus proporciones análogas a las de otras pilas.

– *Cimientos*

El Profesor Ribera adopta como tensión máxima de trabajo del terreno 4,0 Kgs/cm^2, que es la que utilizó para los cajones de 18 m de hinca en fango en el antedique de la Carraca. Para tener en cuenta el rozamiento en las paredes del cajón, calcula un empuje horizontal por metro lineal de cajón de 10 m de altura de 20.600 Kgs, suponiendo para esas arenas legamosas un ángulo de rozamiento interno de 30º. Adoptando un coeficiente de rozamiento entre el hormigón y la arena de 0,40 y teniendo en cuenta que el perímetro del cajón es 46 m, la fuerza de rozamiento que obtiene es 436.264 Kgs. En esta evaluación existe un error numérico, ya que el valor que se obtiene realmente es 379.040 Kgs. Descontando este valor de la suma del peso de la pila, de la cimentación, de la componente vertical de los cables y del peso de un muro que apoya en el cajón, se obtiene una carga vertical de 4.676.724 Kgs que produce una presión sobre el terreno en la base de la cimentación (15,0 mx8,0 m) de 3,89 Kgs/cm^2, que resulta inferior a la admitida.

Las últimas tres hojas del documento, fechado el 10 de octubre de 1913, se dedican a la justificación de las características de los materiales más significativos adoptados en el proyecto y a la justificación de los precios de las diferentes unidades de la obra. El presupuesto final *"añadiendo el 17% de contrata, que comprende los accidentes de trabajo"* asciende a 818.237,89 pesetas.

Como reflexión final de este apartado, cabe destacar la extraordinaria concisión del documento que no disminuye su claridad, aún a pesar de que en el mismo no se incluyen prácticamente figuras ni esquemas aclaratorios, ya que las construcciones de estática gráfica realizadas han sido recogidas en los planos del proyecto. También resulta admirable la erudición que el profesor Ribera demuestra sobre las últimas realizaciones y avances de la época, y la "modernidad" de algunos de sus planteamientos.

project's drawings. The erudition which Professor Ribera shows with regard to the latest constructions and advances of the age and the "modernity" of some of his approaches also prove admirable.

3. THE BRIDGE'S LIFETIME: EVENTS, RECONSTRUCTIONS AND REPAIRS

Unfortunately, in March, 1938, during the Spanish Civil War, the bridge was destroyed by an intense bombardment. In view of its vital importance as Demetrio Martín describes in the reconstruction project's descriptive report, "There is no bridge left standing on the river Ebro, from Zaragoza to the sea. Under these circumstances, the possibility of reconstructing Amposta bridge in a relatively short space of time, one or two months from when the materials are on site, and the importance of the road, a direct connection between Barcelona and Valencia, advise this department to speed up the works for drawing up this project... great difficulties were met because no design is preserved in liberated territory, and data taking on the ground became difficult as the site was being raked by every kind of firearm" (Figure 15).

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Demetrio Martín's suspension bridge reconstruction design (1938) made justification once more of the advantage of a suspension bridge similar to that designed by Ribera, which thesis was also reinforced by the presence of the elements that had not been destroyed in the bombardment, i.e.: pylons, anchorage chambers, expansion saddles, etc. However, the large increase in traffic on this road as from 1914, and the gradual increase in the size of vehicles, with the increase in loads this involved, forced a series of alterations to be made in order to increase the bridge's capacity.

The main alteration consisted in devoting the 6 metres of roadway to wheeled traffic, bringing the sidewalks or pavements outside the cables in a cantilever over the piers. This is why the overall length of the deck's cross beams was increased by 2.20 m (1.10 m on each side) (Figure 16). The new live loads led to increasing the number of suspension cables (from 6 to 8 on each side of the bridge) and the floor slab's thickness to be increased, from 12 to 15 cm. The stiffening girder and the deck's bottom bracing were built as twins of those designed by Ribera and areas of reinforced concrete instead of the fluted plates the original bridge had were laid.

In October, 1941, the Ministry of Public Works opened the suspension bridge after its reconstruction.

During the 1950s, a number of reinforcements and repairs were made, all designed by Antonio Lluis Anchorena: painting of steel parts, repair of walls, construction of a new slab floor, repair and reinforcement of the stiffening girder, etc.

The enormous amount of traffic this road had always borne greatly increased in the 1960s. Combined with that undergone by loads per axle, this increase caused serious damage, both to the pavement and to some items of the bridge's structure.

In 1968, the Amposta bypass came into service, with a new bridge over the river Ebro which suggested the possibility of undertaking the maintenance work necessary on the suspension bridge.

In 1972, the Civil Engineer and teacher in the Madrid School, Juan Batanero García-Geraldo issued a report on the bridge's state of preservation at the request of the Directorate General of Roads. A thorough inspection was made, which included tests and numerical checks. The bridge's inspection enabled numerous broken elements to be observed: suspenders, uprights and diagonals of the stiffening girder, etc., as well as others seriously damaged, amongst which there were some of the main cables. The calculations made concluded that it was possible to preserve the bridge without having to make



Figura 17. Cables reparados en 1972.
Figure 17. Cables repaired in 1972.

3. LA VIDA DEL PUENTE: ACONTECIMIENTOS, RECONSTRUCCIONES Y REPARACIONES

Desgraciadamente, en marzo de 1938, durante la Guerra Civil Española, el puente es destruido a causa de un intenso bombardeo dada su vital importancia, tal y como describe Demetrio Martín en la memoria del proyecto de reconstrucción, "*Desde Zaragoza hasta el mar, no queda sobre el río Ebro, ningún puente sin destruir. En estas circunstancias, la posibilidad de reconstruir el puente de Amposta en un plazo relativamente corto, uno o dos meses desde que estén los materiales a pie de obra, y la importancia de la carretera, comunicación directa entre Barcelona y Valencia, aconsejan a esta jefatura acelerar los trabajos para la redacción de este proyecto... Se tropezó con grandes dificultades, porque no se conserva ningún proyecto en territorio liberado, y la toma de datos sobre el terreno se hizo difícil, por estar entonces batida la obra por todo género de fuegos.*" (Figura 15).

En el Proyecto de Reconstrucción del Puente Colgante de Demetrio Martín (1938), se justificaba una vez más la conveniencia de un puente colgante similar al proyectado por Ribera, tesis reforzada además por la presencia de los elementos que no habían sido destruidos por el bombardeo, a saber: pilonos, cámaras de anclaje, carros de dilatación, etc. Sin embargo, el importante aumento del tráfico en esta vía desde el año 1914 y el aumento progresivo del tamaño de los vehículos, con el incremento de cargas que ello supone, obligó a realizar una serie de modificaciones para aumentar la capacidad del puente.

La modificación principal consistió en dedicar los 6 metros de calzada al tráfico rodado, sacando los paseos o aceras por fuera de los cables, en voladizo por la pilas. Para ello se aumentó la longitud total de las vigas transversales del tablero en 2,20 m (1,10 m a cada lado) (Figura 16). Las nuevas sobrecargas provocaron el aumento del número de cables suspensores, de 6 a 8 en cada lado del puente, y el incremento del canto del forjado, de 12 cm a 15 cm. La viga de rigidez y el arriostramiento inferior del tablero se construyeron gemelos a los proyectados por Ribera y se

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

dispusieron aceras de hormigón armado, en vez de chapas estriadas que tenía el puente original.

En octubre de 1941, el ministro de Obras Públicas inaugura, tras la reconstrucción, el puente colgante.

Durante los años 50, se realizaron una serie de refuerzos y reparaciones, todos ellos proyectados por Antonio Lluis Anchorena: pintura de las partes metálicas, reparación de muros, construcción de un nuevo forjado, reparación y refuerzo de la viga de rigidez, etc.

El enorme tráfico que siempre había soportado esa carretera sufrió un gran incremento en la década de los 60. Este incremento, unido al experimentado por las cargas por eje, dio lugar a un serio deterioro, tanto del firme como de algunos elementos de la estructura del puente.

En 1968 entró en servicio la variante de Amposta, con un nuevo puente sobre el río Ebro, lo que permitió pensar en la posibilidad de llevar a cabo las obras de conservación necesarias en el puente colgante.

En 1972, el ingeniero de Caminos y profesor de la Escuela de Madrid Juan Batanero García-Geraldo emitió un dictamen sobre el estado de conservación del puente, a petición de la Dirección General de Carreteras. Para ello, se realizó una exhaustiva inspección de todos los elementos del puente, incluyendo ensayos y comprobaciones numéricas. La inspección del puente permitió observar numerosas roturas de elementos: péndolas, montantes y diagonales de la viga de rigidez, etc., así como la existencia de otros fuertemente dañados, entre los que se encontraban algunos de los cables principales. Los cálculos realizados concluyeron en la posibilidad de conservar el puente sin tener que efectuar refuerzos de gran importancia, a excepción de la viga de rigidez que, tanto en los cálculos como en la realidad (había sufrido numerosas y frecuentes roturas y reparaciones), resultó ser el elemento más comprometido del puente. A la vista de este dictamen, a finales de 1972, la Dirección General de Carreteras encargó la redacción del Proyecto de refuerzo del puente al profesor Batanero. Las principales actuaciones de reparación del puente fueron las siguientes:

• Sustitución de tres de los 16 cables suspensores y reparación, mediante zunchado, de algunos otros con alambres rotos. (Figura 17).



Figura 18. Percha.
Figure 18. Hanger.

• Sustitución de todos los tirantes por otros de igual diámetro, de alambre galvanizado.

• Sustitución de 70 péndolas en la parte central del tramo colgado.

• Modificación del sistema de unión de las péndolas a los cables principales. (Figura 18).

• Reforma de las vigas de rigidez. (Figura 19).

• Reparación del forjado de hormigón.

• Reparación de los aparatos de apoyo en pilas.

• Colocación de apoyos con placas elastoméricas en el eje del tablero, para atenuar los movimientos transversales debidos al viento.

major reinforcements, except for the stiffening girder which, both in calculations and in real life, proved to be the bridge's most compromised item (it had suffered numerous, frequent breakages and repairs). In the light of this report, the Directorate General of Roads commissioned a Design for the bridge's reinforcement to Professor Batanero at the end of 1972.

The main repair works on the bridge were:

• *Replacing three of the 16 suspender cables and the repair of some others with broken strands, by means of strapping. (Figure 17).*

• *Replacing all the stays by others with the same diameter made of galvanised strands.*

• *Replacing 70 suspenders at the centre of the suspended span.*

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026



Figura 19. Viga de rigidez.
Figure 19. Stiffening beam.

• *Modifying the system connecting the suspenders to the main cables. (Figure 18).*

• *Reforming the stiffening girders. (Figure 19).*

• *Repairing the concrete slab floor.*

• *Repairing the bearings in piers.*

• *Placing bearings with elastomeric plates in the deck's axis to attenuate wind caused cross movements.*

• *Re-establishing drainage and airing of the anchorage block chambers.*

The work began at the end of 1975 and in February, 1977, the bridge was opened to traffic again.

In the 1990s, several inspections and local repairs were carried out due to the progressive deterioration of the structure: repair of abutments and bridge approach embankments on both banks, local repairs to the roadbed and sidewalks, etc.

In view of the need for a more in-depth study and repair, in November, 2002, the Ministry of Development brought out to tender the "Technical assistance for making a special inspection and design for the rehabilitation of the suspension bridge over the old N-340 road, P.K. 1.082, in Amposta. Province of Tarragona", which was awarded to PROES consultores, S.A in February, 2004.

4. THE BRIDGE TODAY

4.1. Description of the structure

Amposta bridge is a 134 m clear, single span structure which is suspended from a cable system.

The deck is formed by two longitudinal girders (stiffening girders), right and left, made up of steel lattices, 105 steel cross girders varying in depth, approximately 1.25 m from each other, a central reinforced concrete slab for traffic and, at the cantilevers, slabs for pedestrians. The slab in the traffic area (main roadway) is 21 cm thick, and is less thick in the cantilevers.

The structure's platform is made up of a main carriageway for vehicle traffic, approximately 5.35 m wide, and two sidewalks on both sides, each 0.75 m wide (Figure 20).

The structure is braced at the bottom by angular, strut sections covering 5 cross beams. These braces adapt in their oblique trajectory to the different depths of these joists (Figure 21).

The deck's suspension system combines the techniques used in stayed bridges with those used in suspension bridges.

The main support system is made up of a total of 16 cables (main cables), 8

• Restablecimiento del drenaje y aireación de las cámaras de los macizos de anclaje

Las obras comenzaron a finales de 1975 y el puente se abrió de nuevo al tráfico en febrero de 1977.

Ya en la década de los 90 y debido al progresivo deterioro de la estructura, se realizaron varias inspecciones y reparaciones locales: reparación de los estribos y terraplenes de acceso al puente en ambas márgenes, reparaciones locales del firme y de las aceras, etc.

Ante la necesidad de un estudio y una reparación más profunda, en noviembre de 2002, el Ministerio de Fomento sacó a concurso la "Asistencia técnica para la realización de la inspección especial y la redacción de proyecto de rehabilitación del puente colgante sobre el Ebro en la antigua N-340, P.K. 1.082, en Amposta. Provincia de Tarragona", que fue adjudicada a **PROES consultores, S.A.** en febrero de 2004.

4. EL PUENTE HOY

4.1. Descripción de la estructura

El puente de Amposta es una estructura de un solo vano de 134 m de luz que se encuentra suspendido de un sistema de cables.

El tablero está formado por dos vigas longitudinales (vigas de rigidez), derecha e izquierda, constituidas por celosías metálicas, 105 vigas metálicas transversales de canto variable, separadas aproximadamente 1,25 m, una losa central de hormigón armado destinada al paso de vehículos y, en los voladizos, sendas losas destinadas al paso de peatones. El espesor de la losa de la zona destinada al paso de vehículos (calzada principal) es 21 cm, siendo más reducido en los voladizos.

La plataforma de la estructura está constituida por una calzada principal destinada al tránsito de vehículos, de aproximadamente 5,35 m de anchura, y dos aceras a ambos lados de la misma, con un ancho de 0,75 m cada una (Figura 20).

La estructura se arriostra en su parte inferior mediante unos perfiles angulares en Cruz de San Andrés que abarcan 5 vigas transversales. Estos arriostramientos se adaptan en su trayectoria

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

oblicua a los diferentes cantos de dichas viguetas (Figura 21).

El sistema de suspensión del tablero combina las técnicas empleadas en los puentes atirantados con las utilizadas en los puentes colgantes.

El sistema de sustentación principal está constituido por un total 16 cables (cables principales), 8 de los cuales discurren por el lado derecho y 8 por el lado izquierdo. Los cables principales recorren toda la estructura, pasan por encima de los pilonos por medio de unos carros o sillas y se anclan al terreno en los macizos de anclaje. No todos los cables principales son de la misma época; únicamente tres cables corresponden a la reparación efectuada en el año 1972 (acero galvanizado), siendo el resto más antiguos.

Los cables principales tienen un diámetro de 65 mm y están constituidos por alambres de 5,0 mm de diámetro (Figura 22).

La parte central del tablero cuelga de 146 péndolas, 73 a cada lado, que transmiten la carga recibida a los cables principales. Existen tres tipos de péndolas (Figura 23):

Tipo I: Péndolas nuevas con cable, de la reparación de 1972. Hay 26 a cada lado.

Tipo II: Péndolas nuevas con barra, de la reparación de 1972. Hay 9 a cada lado.

Tipo III: Péndolas antiguas con cable, de la reconstrucción de 1941. Hay 38 a cada lado.

Las péndolas están conectadas a los cables principales a través de las perchas. Estas perchas son iguales para todos los tipos de péndolas (Figuras 23 y 34).

Las zonas del tablero más próximas a los pilonos están suspendidas de un total de 24 tirantes, 6 a cada lado y extremo del puente (tirantes inclinados), que transmiten la carga del tablero a los pilonos por medio de la silla. Los 24 tirantes son en realidad 12 cables cuya trayectoria es la siguiente: un extremo se ancla en el tablero, sube hasta el pilono donde rodea una polea, para volver a descender hasta el tablero y anclarse al mismo en su otro extremo (Figuras 24, 26, 33 y 36).

Los cables que forman los tirantes inclinados son de acero galvanizado (año 1972), tienen un diámetro de 40 mm y están compuestos por alambres de 3 mm de diámetro.

Estos tirantes inclinados no se encuentran anclados directamente a las viguetas del tablero, sino a la denominada viga secundaria, que a su vez está unida a las vigas transversales. Existen cuatro vigas secundarias en la estructura, dos a cada lado, situadas en los extremos del puente (Figuras 24 y 33).

Las dos vigas secundarias de cada lado están unidas por un cable, llamado



Figura 20. Acera.
Figure 20. Sidewalk.

of which run on the right hand side and 8 on the left. The main cables run along the whole structure, pass over the pylons via saddles and are anchored into the ground in anchorage blocks. Not all the main cables date from the same age; only three are from the repair carried out in 1972 (galvanised steel), whilst the rest are older.

The main cables have a diameter of 65 mm and are formed by strands 5.0 mm in diameter (Figure 22).

The centre of the deck hangs from 146 suspenders, 73 on each side, which transmit the load received to the main cables. There are three types of suspender (Figure 23):

Type I: New suspenders with a cable, from the 1972 repair. There are 26 on each side.

Type II: New suspenders with a bar, from the 1972 repair. There are 9 on each side.

Type III: Old suspenders with a cable, from the 1941 reconstruction. There are 38 on each side.

The suspenders are connected to the main cables through hangers. These hangers are the same for all types of suspenders (Figures 23 and 34).

The deck areas closest to the pylons are suspended from a total of 24 stays, 6 on each side and end of the bridge (inclined stays), which transmit the deck's load to the pylons through the saddle. The 24 stays are, in fact, 12 cables whose trajectory is as follows: one end is anchored in the deck, rises to the pylon where it goes round a pulley to then descend to the deck and anchor thereto at its other end (Figures 24, 26, 33 and 36).

The cables forming the inclined stays are galvanised steel (1972), have a diameter of 40 mm and are made up of 3 mm diameter strands.

These inclined stays are not directly anchored to the deck's joists but what is called the secondary girder which, in turn, is joined to the cross girders. There are four secondary girders in the structure, two on each side, located at the ends of the bridge (Figures 24 and 33).

The two secondary girders of each side are joined by a cable, called the

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

horizontal cable. The non-galvanised steel cable is 55 mm in diameter and is formed by strands 5 mm in diameter (Figures 24 and 35).

A further four stays (guy cables) start from each pylon towards the anchorage block; their mission is to compensate for the horizontal forces that the inclined stays and the different angle of departure of the main cables put into the saddle.

These are non galvanised steel, 55 mm diameter cables with strands of approximately 5 mm in diameter. These guy cables are anchored in the anchorage blocks, in a similar fashion as the main cables.

The main and guy cables anchoring in the anchorage block is formed by a grillage of I beams (Figure 25).

There are towers built with ashlar and stone masonry on both sides of the bridge, with historicist ornamentation. These pylons are organised round a large, slightly ogival gate on which the shields of Spain and Amposta are sculptured.

Four in all, the saddles are arranged on these pylons. The two saddles of one and the same pylon are joined by means of a steel section (Figures 26 and 36).

The foundations of the left hand bank's pier (Aldea side) are made of a pneumatic caisson measuring 8x15 metres base, reaching a depth of 30 metres. It has two 20x50 cm reinforced, knife shaped braces at the bottom. The anchorage block on this bank has foundations at an average depth of 5 m.

The pylon and anchorage block foundations on the right hand bank (Amposta side) are an average 5 m deep.

4.2. Special inspection

4.2.1. Recovery and Study of Documentary Information

The uniqueness of the bridge and its designer, as well as its busy and complicated history provided us with an arduous task in gathering documents. The search, compilation, study and systematisation of the existing information, both on the original design and on the successive reinforcement designs, proved laborious but most interesting.

For example, Ribera's original design is dispersed over several sites: drawings in the Alcalá de Henares Administration's General Archives, the Descriptive Report and Conditions Document in the Roads Demarcation in Tarragona, a technical summary of the project made by Ribera himself in the 1914 Public Works Magazine, etc.

The design and reconstruction drawings of the bridge during the war (1938)



Figura 21. Parte inferior del tablero.
Figure 21. Deck bottom.

cable horizontal. Este cable, de acero no galvanizado, tiene 55 mm de diámetro y está formado por alambres de 5 mm de diámetro (Figuras 24 y 35).

Otros cuatro tirantes (cables de retenida) parten de cada pilono hacia el macizo de anclaje; su misión es compensar los esfuerzos horizontales que introducen en la silla los tirantes inclinados y el diferente ángulo de salida de los cables principales. Son cables de acero no galvanizado de 55 mm de diámetro, con alambres de 5 mm de diámetro aproximado. Estos tirantes de retenida se anclan en el macizo de anclaje, de una manera similar a la de los cables principales.

El anclaje de los cables principales y de retenida en el macizo de anclaje está constituido por un emparrillado de vigas en I (Figura 25).

A ambos lados del puente se encuentran sendas torres, construidas con sillería y mampostería, con decorados historicistas. Estos pilonos están organizados alrededor de una gran puerta ligeramente ojival, sobre la que se hallan esculpidos los escudos de España y de Amposta.

Sobre estos pilonos están dispuestas las sillas, cuatro en total. Las dos sillas de un mismo pilono están unidas mediante un perfil metálico (Figuras 26 y 36).

La cimentación de la pila de la margen izquierda (lado de la Aldea) está constituida por un cajón hincado de aire comprimido, de 8x15 m de base, que alcanza una profundidad de 30 m. En la parte inferior del mismo se disponen dos riostras de hormigón armado de 20x50 cm, en forma de cuchillo. El macizo de anclaje de esta margen se cimenta a una profundidad media de 5 m.

En la margen derecha (lado de Amposta) las cimentaciones del pilono y del macizo de anclaje tienen una profundidad media de 5 m.

4.2. Inspección especial

4.2.1. Recuperación y estudio de la información documental

La singularidad del puente y de su autor, así como su ajetreada y complicada historia, requirieron una ardua tarea de documentación. La búsqueda, recopilación, estudio y sistematización de la información existente, tanto del proyecto original como de los sucesivos proyec-

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

tos de refuerzo, resultó laboriosa y muy interesante.

Por ejemplo, el proyecto original de Ribera se encuentra disperso y archivado en distintos lugares: los planos en el Archivo General de la Administración de Alcalá de Henares, la Memoria y el Pliego de Condiciones en la Demarcación de Carreteras en Tarragona, un resumen técnico del proyecto realizado por el propio Ribera en la Revista de Obras Públicas del año 1914, etc.

El proyecto y los planos de reconstrucción del puente durante la guerra (1938) se encuentran también en el Archivo General de Alcalá de Henares, así como algunos de los diversos proyectos de reparación del puente entre 1953 y 1956. El resto de los proyectos de reparación se encuentran en la Demarcación de Carreteras de Tarragona, excepto el del profesor Batanero, de 1972, que se encuentra en el Archivo del Ministerio de Fomento en Madrid.

No queremos olvidar los diversos documentos (fotografías antiguas, detalles históricos, etc.) aportados por el Centro de Estudios Históricos de Obras Públicas y Urbanismo CEHOPU del CEDEX y por el Museu del Montsiá de Amposta, que nos ayudaron a conocer la azarosa vida del puente y a entender algunas de las fases y estados del mismo, hasta llegar a su estructura actual.

4.2.2. Inspección Especial

La Inspección Especial del puente colgante se llevó a cabo en el año 2004 y permitió conocer el estado real de sus principales elementos. Los trabajos llevados a cabo durante la misma se pueden agrupar en cuatro categorías:

Inspección visual y ensayos de distintos elementos, de cara a conocer el estado de conservación de los mismos: partículas magnéticas y ultrasonidos para detectar fisuras, medición de los espesores de recubrimiento, etc. (Figura 27).

Ensayos y análisis relacionados con la evaluación de los esfuerzos axiles en los cables que constituyen el sistema de sustentación del tablero: ensayos de cuerda vibrante y pesaje de cables (Figura 28).

En el ensayo de cuerda vibrante se ha realizado la estimación de los esfuerzos en los cables (cables principales, péndolas y tirantes) a través de la medida de sus frecuencias de vibración. Este ensayo se basa en la analogía que cabe establecer entre un cable y una cuerda vibrante, elemento teórico carente de rigidez a flexión, cuya frecuencia de vibración depende exclusivamente de la tracción a la que está sometido, de su peso y de su longitud.



Figura 22. Cables principales.
Figure 22. Main cables.

Ensayos de caracterización de materiales: dureza, análisis químico, ensayos de rotura a tracción de alambres, ensayos de rotura a compresión de probetas de hormigón del forjado, etc.

Trabajos topográficos: nivelación del tablero y las pilas.

Como principal conclusión obtenida de la inspección realizada, es de destacar el importante deterioro de algunos de los elementos metálicos del puente, especialmente del sistema de suspensión, que presenta numerosas zonas de corrosión, algunas de carácter grave. El principal motivo del estado actual del puente es el transcurso del tiempo, con los problemas de corrosión derivados (Figura 29).

El diseño de las uniones entre los elementos del sistema de suspensión, entre los cables y el tablero, o entre aquéllos y los macizos de anclaje, origina varios efectos perjudiciales, como concentraciones de tensiones, esfuerzos de fricción, pérdidas de forma, etc., que producen la aceleración de los procesos de corrosión (corrosión bajo tensión).

En los emparrillados de anclaje, los problemas son los mismos que los que

are also in the Alcalá de Henares General Archive, as well as some of the various bridge repair designs between 1953 and 1956. The remaining repair project documents are in the Tarragona Roads Demarcation, except for professor Batanero's, of 1972, which is in the Ministry of Development's Archive in Madrid.

We would not forget the diverse documents (old photographs, historical details, etc.) contributed by the Public Works and Urban Development Historic Studies Centre, CEHOPU, of the CEDEX and by the Amposta Museu del Montsiá, which aided us in finding out about the bridge's eventful life and in understanding some of its phases and conditions until arriving at its present day structure.

4.2.2. Special Inspection

The Special Inspection on the suspension bridge was carried out in 2004 and enabled the actual condition of its main elements to be known. The work undertaken during the inspection may be grouped into four categories:

***Visual inspection and tests** of different elements, with a view to knowing their condition of preservation: magnetic particles and ultrasonics to detect fissures, measurement of lining thicknesses, etc. (Figure 27).*

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026



Figura 23. Péndolas tipo I, tipo II y tipo III.
Figure 23. Type I, type II and type III suspenders.

Tests and analyses related to the assessment of the axial stresses in the cables *which make up the deck support system: vibrating chord tests and cable weighing (Figure 28).*

Cable forces (main cables, suspenders and stays) were estimated in the vibrating chord test through measuring their vibration frequencies. This test is based on the analogy that may be made between a cable and a vibrating chord, which is a theoretical element lacking bending rigidity, the vibration frequency of which solely depends on the stress to which it is subjected, on its weight and its length.

Material characterisation tests*: hardness, chemical analysis, strand tensile failure tests, slab floor concrete failure tests, etc.*

Topographical work*: levelling of the deck and the piers.*

As the main conclusion drawn from the inspection made, we would mention the major deterioration of some of the bridge's steel elements, especially in the suspension system, which displays numerous areas of corrosion, some of which are really serious. The main reason for the bridge's current condition is the passage of time with the corrosion problems this brings with it (Figure 29).

The design of connections between the suspension system's elements, between cables and deck or between the former and the anchorage blocks gives rise to several harmful effects, such as concentrations of stresses, friction stresses, loss of shape, etc. which speed up the corrosion process (stress corrosion).

The problems in the anchorage grillage are the same as appear in the deck's steel part: loss of protection and generalised corrosion, increased in this case by the partial blocking of the system draining water from the anchorage chambers.

The saddles also display several problems: the contact area between them and the cables produces stress concentrations, the ratio between the rotating radius and diameter of the cables causes loss of shape, local overstresses, etc.

With respect to concrete or masonry items (piers, walls and anchorage blocks), their condition is acceptable except in the case of the deck's floor slab, which has substantially deteriorated.

There is also a wind caused problem with bearing cable vibration in the end areas of the main span; this leads to stress oscillation in the cables, which may lead to their suffering fatigue problems.

4.3. Bridge structure assessment

Since this bridge is an existing structure of considerable age having under-

aparecen en la parte metálica del tablero: pérdida de protección y corrosión generalizada, acrecentados en este caso por la obturación parcial del sistema de evacuación de agua de las cámaras de anclaje.

Las sillas también presentan varios problemas: la superficie de contacto entre las mismas y los cables produce concentración de tensiones, la relación entre el radio de giro y el diámetro de los cables produce pérdida de forma, sobretensiones locales, etc.

Respecto a los elementos de hormigón o mampostería (pilas, muros y macizos de anclaje), su estado es aceptable, excepto en el caso del forjado del tablero, que se encuentra muy deteriorado.

También existe un problema con la vibración de los cables portantes en las zonas extremas del vano principal, originada por el viento; esto genera oscilaciones de esfuerzos en los cables, que pueden plantear problemas de fatiga en los mismos.

4.3. Evaluación estructural del puente

Debido a que se trata de una estructura existente, de una antigüedad considerable y que ha estado sometida a diversos procesos de reconstrucción, reparación y mantenimiento, es necesario tener en cuenta que el puente no fue proyectado para las acciones actuales. No obstante, debido al interés por evitar restricciones en su uso (actualmente tiene una limitación de carga de 10 t), en todos los cálculos que se realizaron se consideraron las acciones de la actual normativa de Acciones en Puentes de Carreteras I.A.P.

El estado de conservación del puente, junto con la evaluación estructural, permitió concluir de forma coherente sobre las necesidades de rehabilitación de la estructura, ya que hay elementos en los que es necesario actuar por su grado de deterioro, otros en los que es aconsejable hacerlo para mejorar el nivel de seguridad estructural y, finalmente, algunos que comparten ambas razones.

4.3.1. Comprobaciones realizadas

Dada la importancia del sistema de cables en el funcionamiento estructural,

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

se consideró necesario realizar comprobaciones en cada uno de los elementos que lo constituyen. Se han realizado las comprobaciones sobre los elementos principales (cables) y no sobre el conjunto de piezas o elementos con que se materializan las uniones (mazarotas, horquillas, pernos, etc.), ya que en estos últimos la valoración estructural está fuertemente vinculada a la de los cables. Por otra parte, su reemplazo o mantenimiento depende básicamente de su estado, es decir, si el elemento presenta un grave deterioro, debe ser sustituido, independientemente de su capacidad estructural teórica.

También se han comprobado las vigas de rigidez y las vigas transversales metálicas que soportan el forjado.

El forjado de hormigón armado presentaba un grado de deterioro muy importante, incluso, en algunas zonas, se desprendían lajas dejando armaduras corroídas a la vista, por lo que se consideró innecesario realizar comprobaciones del mismo y se decidió proyectar su sustitución.

4.3.2. Modelo de cálculo

Todos los cálculos estructurales se realizaron mediante un programa desarrollado por **PROES** basado en teorías no lineales para grandes movimientos.

El esquema estructural del puente está compuesto por dos vigas longitudinales (en celosía) unidas por traviesas inferiores, sobre las que descansan la plataforma y las aceras. Todo este conjunto está colgado de los cables portantes, mediante péndolas que se unen a los extremos de las traviesas, y atirantado mediante otros cables a la cabeza de las pilas. El esquema resistente transversal está constituido fundamentalmente por las traviesas, lo que le confiere un importante grado de isostatismo. Por ello, teniendo en cuenta la complejidad inherente al modelo estructural y la necesidad de utilizarlo posteriormente como herramienta de cálculo, se optó por un modelo plano para el análisis global de la estructura, teniendo en cuenta las excentricidades de carga mediante la utilización de los oportunos coeficientes.

El análisis de un puente colgante puede realizarse por procedimientos manuales de una forma muy precisa en cuanto al cable portante, bastante aproximada para las péndolas y con dificultad e imprecisión para la viga de rigidez. Por otra parte, no es posible analizar la estructura en su conjunto mediante un modelo matricial lineal, porque la esencia del funcionamiento del cable portante es la modificación de su geometría, aspecto que no tiene en cuenta un cálculo de este tipo.

El puente de Amposta es todavía más complejo, puesto que se trata de un puente colgante y atirantado. Aparecen dos mecanismos resistentes diferenciados (cuelgue y atirantamiento), que funcionan de manera muy distinta e inter-



Figura 24. Anclajes del tirante inclinado y del cable horizontal.
Figure 24. Inclined stay and horizontal cable elements.

gone various processes of reconstruction, repair and maintenance, it must be borne in mind that it was not designed for the present forces it is undergoing. Nevertheless, due to the interest in avoiding restrictions on its use (its current load limit is 10 tonnes), all calculations performed took the forces in the Road Bridge Loads Standard (I.A.P.) into account.

Together with the structural assessment, the bridge's state of preservation enabled coherent conclusions to be drawn on the needs for rehabilitating the structure, since there are elements with regard to which actions must be taken because of their degree of deterioration, others where it is advisable in order to improve structural safety and, finally, some which share both reasons.

4.3.1. Checks made

In view of the importance of cables in structural working, it was deemed necessary to make checks on each of the items of which they are formed. Thus, checks were made on the main elements (cables) but not on the overall parts or elements with which connections are made (sockets, clevises, bolts, etc.), since structural evaluation in the latter is heavily linked to that of the cables. Furthermore, replacing or keeping them basically depends on their condition, i.e., if the element shows serious damage, it must be replaced, irrespective of its theoretical structural capacity.

Stiffening girders and steel cross girders supporting the slab floor were also checked.

The reinforced concrete slab floor displayed a major degree of deterioration, and, in some areas, spalling had occurred, leaving corroded reinforcements visible, and it was therefore deemed unnecessary to make checks thereon and it was decided to design their replacement.

4.3.2. Calculation model

*All structural calculations were made with a **PROES** developed program based on non linear theories for large displacements.*

The bridge's structural scheme is made up of two longitudinal (lattice)

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

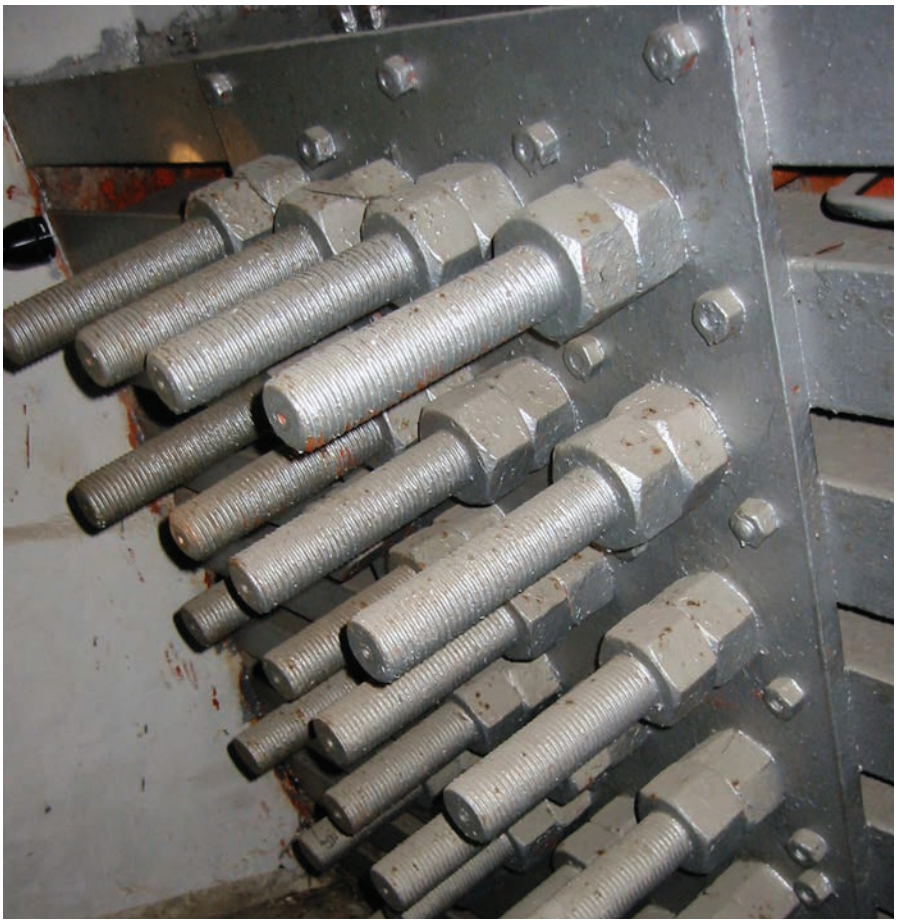


Figura 25. Detalle del emparrillado de anclaje.
Figure 25. Detail of the anchorage grill.

beams joined at the bottom by cross beams on which the roadway and sidewalks rest. The whole of this unit hangs from suspension cables through suspenders which join at their ends to the cross beams, stayed by other cables to the pier heads. The cross resistant scheme is fundamentally formed by the cross beams, which provides it with a major degree of isostatism. Therefore, bearing in mind the complexity inherent to the structural model and the need to subsequently use it as a calculation tool, a plain model was chosen for making a global analysis of the structure, taking into account the load eccentricities by using the due coefficients.

A suspension bridge may be analysed by manual procedures in a very accurate fashion as regards the suspension cable, quite approximate for the suspenders and with difficulty and inaccuracy for the stiffening girder. Furthermore, the overall structure cannot be analysed by a linear matrix model, because the essence of the suspension cable's working is the modification of its geometry, which is an aspect that a calculation of this type does not take into account.

Amposta bridge is even more complex, since it is a suspension and stayed bridge. There appear two differentiated resistant mechanisms (hanging and staying) which work in a very different fashion and interact with each other. The only way to tackle an analysis of this type of structure reliably and in a general fashion as regards its elements and magnitudes is to use a calculation algorithm which takes into account geometric non-linearity (Figure 30).

A plain reticulated structure model in large displacements has been developed to solve this problem. The bars in this type of structure work in tension (axial force) and in bending (shear force and bending moment), although, unlike linear models, both ways of working are coupled even in the case of parts with a straight directrix.

4.3.3. Conclusions

The calculations made allowed us to draw the following conclusions, solely from a structural point of view, without

actúan entre sí. La única forma de abordar el análisis de este tipo de estructura, con fiabilidad y generalidad en cuanto a sus elementos y magnitudes, es la utilización de un algoritmo de cálculo que tenga en cuenta la no linealidad geométrica (Figura 30).

Para la resolución de este problema, se ha desarrollado un modelo de estructura reticulada plana en grandes movimientos. En este tipo de estructuras, las barras trabajan a extensión (esfuerzo axil) y a flexión (esfuerzo cortante y momento flector), aunque, a diferencia de los modelos lineales, ambas formas de trabajo se encuentran acopladas, incluso en el caso de piezas con directriz recta.

4.3.3. Conclusiones

Exclusivamente desde un punto de vista estructural, sin hacer referencia al estado de conservación de los diversos elementos, los cálculos realizados permitieron extraer las siguientes conclusiones:

- El cable portante es capaz de soportar los esfuerzos producidos por las acciones de la actual normativa vigente, con el adecuado nivel de seguridad.

- Frente a las mismas acciones, los tirantes inclinados no presentan un nivel de seguridad suficiente, excediéndose la capacidad de dichos elementos en un 49% aproximadamente. De una forma aproximada, podría afirmarse que, en la actualidad, el puente es capaz de soportar la carga permanente, las variaciones de temperatura pésimas y un vehículo de aproximadamente 37 t en cualquier posición del puente. Dado que el paso de un vehículo pesado no impide la existencia de otras sobrecargas más ligeras, una limitación de cargas razonable para la estructura sería impedir el paso de vehículos de peso superior a 15 t.

- Los cables de retenida presentan una seguridad suficiente, similar a la de los cables portantes. Lo mismo ocurre con los cables horizontales que unen las vigas secundarias.

- Las péndolas presentan un nivel de seguridad frente a las acciones de la normativa actual muy superior al del resto de los cables del sistema.

- Todas las conclusiones anteriores

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

relativas a los cables del sistema tienen en cuenta las sobretensiones originadas por las curvaturas en sillas y poleas, así como los problemas producidos por la fatiga frente a cargas repetidas.

• Respecto a los cordones de la viga de rigidez principal, se puede afirmar que, aunque no son capaces de soportar con la adecuada seguridad las acciones prescritas en la normativa vigente, superándose su capacidad en un 27% aproximadamente, resultan mucho menos limitativos que los tirantes, comentados anteriormente.

• El resto de los elementos metálicos del puente, formado por las vigas secundarias, las traviesas y el arriostramiento frente a viento, presentan niveles de seguridad superiores a los prescritos por la normativa.

• Los cálculos realizados permiten detectar que los apoyos extremos de las vigas secundarias en el interior de los pilonos están sometidos a acciones variables entre 51 t de compresión y 15 t de tracción (levantamiento). Aunque en la inspección realizada no ha sido posible observar estos elementos, pues hubiera sido necesario realizar una demolición en las cámaras de los pilonos, de la observación del comportamiento de la estructura al paso del tráfico puede deducirse que los mencionados aparatos de apoyo no están funcionando correctamente, probablemente porque se han desorganizado al producirse levantamientos para los que no estaban previstos.

De todo lo anteriormente indicado, resulta sorprendente la existencia de una serie de elementos cuyos niveles de seguridad son homogéneos y adecuados (cables portantes, cables de retenida, cables horizontales), otros que están sobredimensionados (péndolas) y finalmente un tercer grupo de elementos infradimensionados homogéneamente (tirantes y viga de rigidez). Independientemente de la variación de las cargas normativas a lo largo del tiempo, se puede afirmar que los elementos correctamente dimensionados corresponden a aquéllos cuyo nivel de esfuerzo depende exclusivamente de la sobrecarga total aplicada y cuya determinación puede realizarse de forma analítica mediante cálculos manuales sencillos.

Hay que tener en cuenta que en el año 1972, época de la reparación realizada por el profesor Batanero, no existían herramientas de cálculo por ordenador que permitieran realizar el tipo de cálculos imprescindibles para evaluar de forma correcta un esquema estructural tan complejo como el presente, por no hablar de la época en que se realizó el proyecto primitivo del puente por el profesor Ribera. Este es el motivo por el que elementos como las péndolas resultaron muy sobredimensionados, ya que el reparto de las cargas concentradas entre las mismas depende de la rigidez relativa entre la viga de rigidez y el conjunto de cable portante y elementos de cuelgue. En este caso, si se hace una hipótesis, razonable, de reparto de la carga concentrada entre las péndolas directamente afectadas por la misma, los esfuerzos obtenidos son muy superiores a los reales, lo que conduce a dicho sobredimensionamiento. El análisis resulta mucho más complejo en el caso de

making reference to the different elements' state of preservation:

• *The suspension cable is able to withstand stresses caused by loads in the current standards, with the proper level of safety.*

• *Against these same forces, inclined stays do not display a sufficient safety level, and the capacity of those elements is exceeded by approximately 49%. It could be almost claimed that the bridge is currently able to withstand the permanent load, the worst temperature variations and a vehicle of approximately 37 tonnes at any position on the bridge. Since a heavy vehicle travelling over the bridge does not prevent the existence of other lighter live loads, a reasonable load limitation for the structure would be to stop vehicles weighting more than 15 tonnes from travelling over it.*

• *The guy cables are sufficiently safe, similar to the suspension cables. The same occurs with the horizontal cables joining the secondary beams.*

• *The suspenders display a safety level to the loads in the current standards far superior to the remaining cables in the system.*

• *All the foregoing conclusions relating to the system's cables take into account the overstresses caused therein by the curvatures at saddles and pulleys, as well as the problems caused by fatigue to repeated loads.*

• *With respect to the chords of the stiffening girder, it may be claimed that,*



Figura 26. Detalle de elementos de las sillas.
Figure 26. Detail of saddle elements.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

whilst they cannot withstand the loads as specified in current standards with suitable safety, with their capacity being exceeded by approximately 27%, they nevertheless prove far less limiting than the stays which were discussed earlier.

• *The remaining steel elements of the bridge, formed by secondary beams, the cross members and bracing against wind, display safety levels superior than those prescribed by standards.*

• *The calculations made show that the end supports of the secondary beams inside the pylons are subjected to forces varying between 51 tonnes compression and 15 tonnes tension (lifting). Although it was not possible to observe these elements on the inspection made, as it would have been necessary to demolish the pylon chambers, it can be seen from observing the way the structure behaves when traffic crosses that the said bearing elements are not working properly, in all likelihood because they have become disorganised with liftings for which they were not designed.*

It is surprising, from the foregoing, that there is a series of elements whose safety levels are homogeneous and suitable (suspension cables, guy cables, horizontal cables), others that are oversized (suspenders) and, finally, a third group of elements homogeneously undersized (stays and the stiffening girder). Irrespective of the variation in standard loads throughout time, it can be claimed that correctly sized elements are those whose stress level depends on the overall live load applied, the calculation of which can be made analytically by simple manual calculations. It must be borne in mind that in 1972, the time of the repair undertaken by professor Batanero, there were no computer calculation tools enabling the type of indispensable calculations to be carried out for correctly evaluating a structural scheme as complex as the one here in question, not to mention the time when the bridge's original design was drawn up by professor Ribera. This is why elements like suspenders were oversized since the distribution of concentrated loads between them depended on the relative stiffness between the stiffening girder and the overall suspension cable and hanging elements. In this case, if a reasonable hypothesis of concentrated load distribution between the suspenders directly affected thereby is made, the stresses obtained are far higher than the actual ones, which leads to the said oversizing. The analysis proves much more complex in the case of the stays since, to the effects discussed earlier, has to be added, on the one hand, the interaction of the two separate support systems (hanging and staying) in a deck area and, on the other, the connection of the suspension cable and stays through the saddles. In this second case, the simplified estimates must have been on the side of non safety, leading to an undersizing of these elements. Finally, the insufficiency of the main chords of the stiffening girders was due to the same problem of actual stress calculation, increased by the large increase in concentrated live loads from the standards. The quality of the design of this structure is surprising, in view of the complexity and modernity of its conception and the few analysis tools existing at the time it was built.

5. A BRIDGE FOR THE FUTURE

5.1. Considerations on rehabilitation alternatives

Since the Amposta suspension bridge may be considered as the best example of this type existing in Spain and one of the master works of the engineer, José

los tirantes, ya que a los efectos anteriormente comentados hay que añadir, por una parte, la interacción de los dos sistemas independientes de sustentación (cuelgue y atirantamiento) en una zona del tablero y, por otra, el acoplamiento del cable portante y los tirantes a través de las sillas. En este segundo caso, las estimaciones simplificadas debieron quedarse del lado de la inseguridad, conduciendo a un infradimensionamiento de estos elementos.

Finalmente, la insuficiencia de los cordones principales de las vigas de rigidez obedece al mismo problema de evaluación de esfuerzos reales, incrementado por el aumento importante de las sobrecargas concentradas de la normativa. Resulta, finalmente, sorprendente la calidad del proyecto de la presente estructura, dada la complejidad y modernidad de su concepción y las escasas herramientas de análisis existentes en la época en que se realizó.

5. EL PUENTE PARA EL FUTURO

5.1. Consideraciones sobre las alternativas de rehabilitación

Dado que el puente colgante de Amposta puede considerarse el mejor ejemplo de esta tipología existente en España y una de las obras maestras del ingeniero José Eugenio Ribera, todas las actuacio-



Figura 27. Extracción de testigos de la losa de hormigón y ensayo de partículas magnéticas.
Figure 27. Core extraction from the concrete slab and detail of the magnetic particle test.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026



Figura 28. Ensayos: pesaje de una péndola, inspección por ultrasonidos y ensayo de cuerda vibrante.
Figure 28. Tests: weighting a suspender, ultrasonic inspection and vibrating chord test.

nes en el puente, hasta la fecha, se han realizado conservando la esencia del proyecto original. Igualmente, en el presente caso, la filosofía que ha guiado el proyecto de rehabilitación ha sido conseguir una estructura fiel al proyecto original, capaz de soportar las solicitaciones que la normativa actual demanda con la fiabilidad requerida y cuya durabilidad esté garantizada para una vida útil similar a la prevista en las estructuras de nueva construcción.

Los condicionantes más importantes que se han tenido en cuenta a la hora de decidir las actuaciones son los siguientes:

Factores ambientales. El puente se sitúa sobre el río Ebro, en las cercanías de su desembocadura, por lo tanto, en un ambiente húmedo con vientos salinos procedentes del mar. Este hecho tiene una importancia decisiva desde el punto de vista de la conservación de sus elementos, la definición de las protecciones y el mantenimiento necesario.

Carácter monumental. Los factores históricos anteriormente mencionados, junto con otros aspectos, como la identificación de la ciudad de Amposta con su puente, han conducido a la decisión de mantener en todo lo posible el diseño general del puente, modificando únicamente aquellos elementos cuya respuesta, desde un punto de vista resistente, funcional o de durabilidad, se ha demostrado incorrecta. Incluso en estos casos, se ha tratado de adoptar soluciones que no contradigan el espíritu del diseño orig,inal.

Evolución de la tecnología. El proyecto original del puente responde a la tecnología existente a principios del siglo XX, por lo que los elementos utilizados en el mismo no se encuentran disponibles en la actualidad. Este hecho dificulta las operaciones de modificación o sustitución de elementos deteriorados y puede obligar a intervenir, modificando o sustituyendo otra serie de elementos relacionados con aquéllos.

Entorno físico. La situación del puente sobre el cauce del río Ebro impide la utilización de medios de acceso y apeo convencionales desde la parte inferior de la estructura. Esto obliga a diseñar la rehabilitación mediante un proceso constructivo en el que el acceso se produzca únicamente desde la propia estructura, para lo que resulta necesario el mantenimiento de la integridad resistente de la misma durante todas las fases de la obra.

Economía. Este condicionante resulta obvio en cualquier proyecto ingenieril y, por lo tanto, siempre ha estado presente durante el proceso de proyecto de la rehabilitación.

5.2. Descripción de la solución adoptada

Únicamente se ha intervenido en aquellos elementos dañados o que nece-

Eugenio Ribera, all work on the bridge up to now has been performed whilst preserving the essence of the original design. Likewise, in our case, the philosophy behind the rehabilitation project was to obtain a structure faithful to the original design, able to withstand the stresses as required by current standards with the required reliability, whose durability is guaranteed for a useful life similar to that provided for in newly built structures.

The major conditioning factors borne in mind when deciding on the work to be undertaken are as follows:

***Environmental factors**. The bridge crosses the river Ebro in the vicinity of its mouth and, therefore, in a wet environment with saline sea winds. This is a decisively important fact from the point of view of preserving its elements, defining protection and the necessary maintenance.*

***Monumental nature**. The historical factors as mentioned earlier, together with other aspects such as the town of Amposta's identifying with its bridge, led to the decision to keep to the original design as far as possible, only altering those elements whose behaviour from a strength, functional or durability point of view have proven to be inadequate. Even in these cases, endeavour has been made to adopt solutions which do not contradict the spirit of its original design.*

***Evolution of technology**. The bridge's original design was due to the technol-*

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

ogy existing at the beginning of the 20th century, which is why the elements used therein are no longer available. This makes it difficult to alter or replace damaged elements and may lead to another series of items related to them being brought in, involving their alteration or replacement.

***Physical surroundings**. The bridge's location on the river Ebro prevents the use of conventional means of access and propping from the bottom of the structure. This forces the rehabilitation to be designed using a construction process in which access can only be gained from the structure itself, for which its resistant integrity must be maintained during all work phases.*

***Economy**. This conditioning factor is obvious in any engineering project and, therefore, it has always been present during the whole rehabilitation design process.*



Figura 29. Deterioros: cables principales, forjado de hormigón del tablero, mazarota de una péndola y rodillos y tope transversal de una silla.
Figure 29. Damage: main cables, deck's concrete slab floor, a suspender's head block and a saddle's rollers and cross stop.

5.2. Description of the solution adopted

Only those elements damaged or which required reinforcing and those whose durability were not guaranteed or whose operativeness could be improved were involved (Figure 30).

The deck is kept almost in its entirety, with suitable cleaning and protection of the steel cross beams and a new concrete slab. The two end cross beams have to be replaced by new ones in view of the fact that their condition, through being at the side of the joint, is quite defective and, moreover, they must transmit the forces the new deck support beams produce, which will be discussed later. The main roadway slab will be replaced, in view of its bad preservation condition, by a longitudinally postensioned slab. It will be 14 cm thick, less than the 21 cm of the current slab, which reduces the structure's own weight and makes it possible to widen the sidewalks. A 4 cm thick paving will be laid on the slab and will be completed on the sides by two in situ cast concrete parapets to prevent vehicles colliding with the stiffening girders. In keeping with the foregoing, the area earmarked to vehicle traffic will be approximately 5.20 m wide (Figure 31).

The existing stiffening girders have been kept, reinforced in some areas by means of side cover plates welded to the top and bottom chords.

The current 75 cm wide sidewalks have been replaced by two cantilever sidewalks 1.50 m wide, to facilitate pedestrian traffic.

The structure formed by the cross beams and main beams is braced by joining the top flanges of the cross beams with diagonal UPN sections covering 4 modules. Similar to the original, this bracing was altered in position since its situation joining the bottom chords of the cross beams obliged breaking the parts because their thicknesses varied and this was not structurally or aesthetically the best thing to do.

The support system's main cables are heavily damaged and must be replaced. This operation involves construction problems since the old cables, or part of them, have to coexist with the new ones during this process. In order to avoid as much as possible the two cable systems interfering, it was decided to reduce the number of new cables to 4 on each side of the structure. This reduction makes it possible to transfer loads from one suspension system to the other by a process based on provisional transfer suspenders. The number of main cables can be reduced due to two factors. Firstly, the use of materials stronger than those originally used and, secondly, the remodelling of the radius of the saddle curvature,

sitaban refuerzo, y en aquéllos cuya durabilidad no estuviese garantizada o cuya funcionalidad pudiera mejorarse.

El tablero se mantiene en su práctica totalidad, con la adecuada limpieza y protección de las vigas transversales metálicas y una nueva losa de hormigón. Las dos vigas transversales extremas deben ser sustituidas por unas nuevas, dado que su estado de conservación, por hallarse al lado de la junta, es bastante deficiente y, por otra parte, deben transmitir las acciones que producen las nuevas vigas de apoyo del tablero, que se comentarán más adelante. La losa de la calzada principal se sustituirá, dado su mal estado de conservación, por una losa postesada longitudinalmente. El canto de la misma será 14 cm, inferior a los 21 cm de la losa existente en la actualidad, lo que reduce el peso propio de la estructura y posibilita la ampliación de las aceras. Sobre la losa se dispondrá un pavimento de 4 cm de espesor y se completará en los laterales mediante dos pretiles de hormigón "in situ" destinados a evitar la colisión de vehículos con las vigas de rigidez. De acuerdo con lo anterior, la zona destinada al tránsito de vehículos tendrá aproximadamente 5,20 m de anchura (Figura 31).

Por lo que respecta a las vigas de rigidez, se han mantenido las existentes, reforzadas en algunas zonas mediante platabandas laterales soldadas a los cordones superior e inferior.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Para facilitar el tránsito peatonal, las aceras actuales, de 75 cm de anchura, han sido sustituidas por dos aceras voladas de 1,50 m de ancho.

La estructura formada por las vigas transversales y las vigas principales se arriostra uniendo las alas superiores de las vigas transversales mediante unos perfiles UPN en cruz de San Andrés, que abarcan 4 módulos. Este arriostramiento, similar al original, ha sido modificado en su posición, ya que su situación, uniendo los cordones inferiores de las vigas transversales, obligaba a quebrar las piezas por la variación de canto de las mismas, lo que no era lo más adecuado ni estructural ni estéticamente.

Los cables principales del sistema de sustentación están muy deteriorados y deben ser sustituidos. Esta operación presenta dificultades constructivas, ya que durante dicho proceso deben coexistir los cables antiguos, o parte de ellos, con los nuevos. Para evitar al máximo las interferencias entre ambos sistemas de cables, se ha optado por reducir el número de cables nuevos a 4 a cada lado de la estructura. Esta disminución posibilita la transferencia de cargas de un sistema portante a otro, mediante un proceso basado en péndolas provisionales de transferencia. La disminución del número de cables principales puede realizarse debido a dos factores. En primer lugar, el empleo de materiales de mayor resistencia que los utilizados originalmente y, en segundo lugar, la remodelación del radio de curvatura de las sillas, que aumenta de 750 mm a 1.250 mm, lo que reduce la penalización por curvatura en dichos elementos, incrementando su capacidad. Los nuevos cables principales son de acero galvanizado, cerrados y flexibles, y tienen un diámetro de 72 mm.

El segundo sistema de sustentación se materializará mediante cinco parejas de tirantes inclinados en cada extremo del puente, una menos que en el puente actual (Figura 32 y 33). La eliminación de las parejas más cercanas a las pilas obedece a la necesidad de evitar el levantamiento de los apoyos del tablero en las mismas, que ha producido problemas en el sistema de apoyos del puente existente.

La parte central del tablero cuelga de 138 péndolas, 69 a cada lado, que transmiten las cargas a los cables principales. Se han eliminado las dos parejas de péndolas extremas a cada lado del conjunto, debido a que el solape de la zona soportada por las últimas parejas de tirantes y dichas péndolas hacía que las mismas trabajaran de forma inadecuada, pudiendo llegar a destesarse en situaciones de sobrecarga concretas. La eliminación de estas cuatro parejas de péndolas, así como la de los tirantes anteriormente mencionados, no modifica sustancialmente el aspecto ni la concepción de la estructura. (Figura 32 y 34).

En el proyecto se ha previsto la sustitución de todas las péndolas; las de tipo cable, por su precario estado de conservación, y las de tipo barra, formadas actualmente por pletinas metálicas, por no resultar compatibles con las perchas necesarias para los nuevos cables portantes.

Las dos vigas secundarias de cada lado del tablero están unidas por un cable horizontal. Dicho elemento, encargado de transmitir las tracciones producidas en el tablero por el anclaje de los tirantes, debe ser sustituido dado su mal estado de conservación (Figura 35).

También se sustituirán los cables de retenida, que se encuentran muy deteriorados; para ello se han proyectado cables cerrados de acero galvanizado de 41 mm de diámetro, que se anclarán en los macizos, al igual que los cables principales.

which increases from 750 mm to 1250 mm, reducing the curvature penalty in the said elements, whilst increasing their capacity. The new main cables are galvanised steel, locked coil and flexible with a diameter of 72 mm.

The second support system will be made with five pairs of inclined stays at each end of the bridge, one less than in the current bridge. Eliminating the pairs closest to the piers is due to the need to prevent the deck bearings lifting into them, which has caused problems in the existing bridge's support system (Figures 32 and 33).

The deck's centre hangs from 138 suspenders, 69 on each side, which transmit loads to the main cables. The two pairs of end suspenders on each side have been removed, due to the overlap of the area supported by the last two pairs of stays and these suspenders were making them work in an inadequate fashion, with the possibility of their becoming de-tensioned in specific live load situations. Removing these four pairs of suspenders as well as the pair of stays mentioned above does not substantially alter the structure's appearance or conception (Figures 32 and 34).

The design provided for replacing all suspenders; the cable type, because of their precarious state of preservation, and the bar type, currently formed by steel strips, because they do not prove compatible with the hangers necessary for the new suspension cables.

The two secondary beams on each side of the deck are joined by a horizontal cable. Commissioned with transmitting the tensile stresses produced in the deck by the stay anchorage, this item must be replaced because of its bad preservation status (Figure 35).

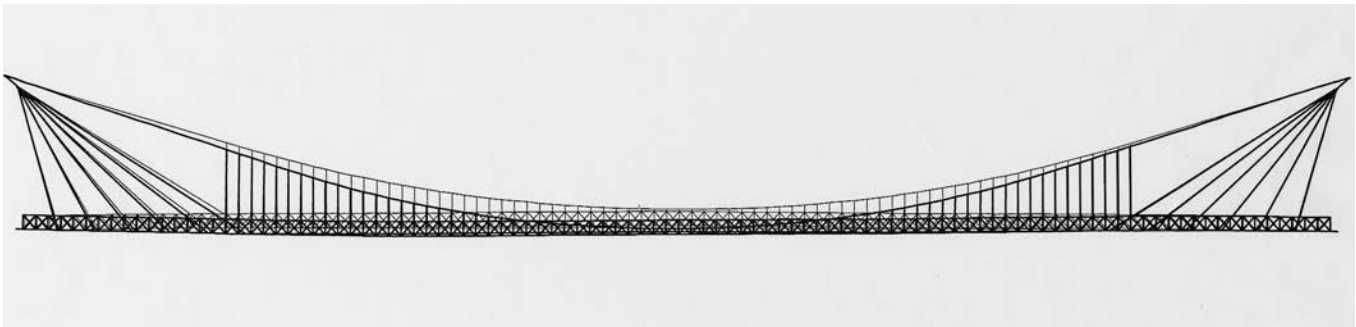


Figura 30. Deformada de la combinación de acciones que produce máximo axil en el cable horizontal.
Figure 30. Deformed structure from the combination of loads producing maximum axial force in the horizontal cable.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

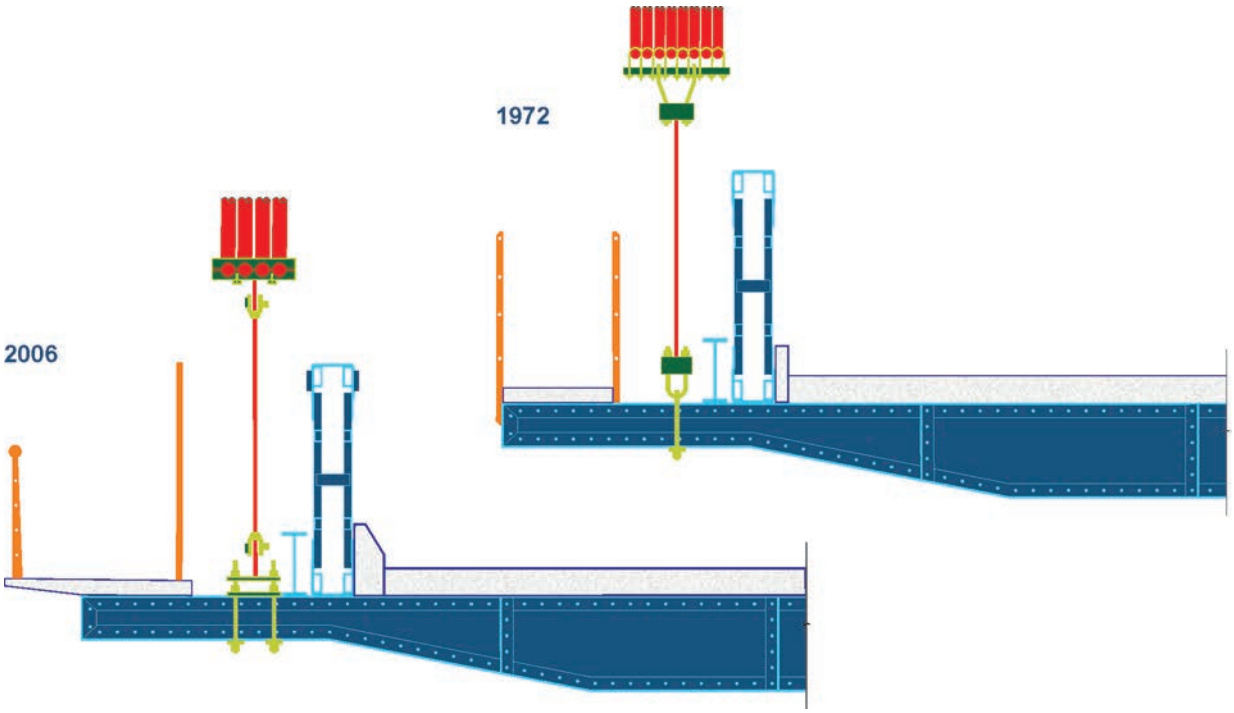


Figura 31. Secciones transversales del puente existente y del nuevo.
Figure 31. Cross sections of the existing and new bridges.

The guy cables will also be replaced as they are also substantially damaged; thus, 41 mm diameter, galvanised steel lock coiled cables have been designed and will be anchored in the blocks, as will the main cables. These anchorages are made of a grill of beams and steel plates.

The saddles, which allow the main cables to pass over the piers, will undergo some alterations to adapt them to the new cable configuration and improve their functionality (Figure 36). Firstly, the side bodies added into each saddle during the 1972 repair will be removed in order to house the two additional suspension cables, as they are no longer necessary, with which Ribera's original configuration is restored. A steel piece is added onto the original cradle supporting the six suspension cables, which will enable the four new cables to be supported and their curvature to be heavily reduced on the support surface, improving their behaviour to fatigue. The connections of the guy cables to the saddle which were made with padlocks, have also been altered so as to adapt them to the new cables and to the new connection technology. Unlike the original design, each stay has been separately anchored in rehabilitating the bridge, taking advantage of the original shaft of the pulleys and using a modern anchorage system. The guide pulleys have also been replaced by cradles with a radius of curvature ostensibly greater than the pulleys' in order to mitigate the harmful effects of that curvature.

The deck end supports which were provided beforehand through the secondary beams, have been transferred to the new support beams. These beams are joined to the new end cross beam and to the next three cross beams existing, being located in the hollow there is between the secondary beam and the sidewalk, and are extended at their ends by entering a support chamber made in the pylon. These chambers are accessible from the roadway through gates located in the sides of the entrance arches to the bridge, and allow man entry for carrying out inspection and maintenance work. A pot bearing guided according to the bridge's longitudinal direction has been fitted at the end of each girder with two locking devices preventing longitudinal movement caused by brusque loads, allowing that for slow loads; these devices will aid in reducing the deck's longitudinal swinging movement that currently occurs when traffic is crossing. The connection between pier and deck at the latter's axis whose mission is to transmit horizontal cross loads now resolved by the supports will be removed.

Light hanger like devices joining the four cables on each side will be fitted in the suspension cables in the stretch between the saddle and the first suspender

Estos anclajes están constituidos por un emparrillado de vigas y chapas.

Las sillas, que permiten el paso de los cables principales sobre las pilas, sufrirán algunas modificaciones para adaptarlas a la nueva configuración de cables y mejorar su funcionalidad (Figura 36). En primer lugar, se han eliminado los cuerpos laterales añadidos en cada silla durante la reparación de 1938 para albergar los dos cables portantes adicionales, dado que no resultan ya necesarios, con lo que se restituye la configuración original de Ribera. Sobre la cuna original de apoyo de los seis cables portantes, se añade una pieza metálica que permitirá el apoyo de los nuevos cuatro cables y reducirá de forma importante la curvatura de los mismos en la superficie de apoyo, mejorando su comportamiento a fatiga. Se han modificado también las uniones de los cables de retenida a la silla, que se realizaban mediante unos candados, para adaptarlas a los nuevos cables y a la nueva tecnología de uniones. En la rehabilitación del puente, a diferencia del proyecto original, se ha anclado cada tirante independientemente, aprovechando el eje original de las poleas y utilizando un sistema moderno de anclaje. También se han sustituido las poleas de desvío por unas cunas con un radio de curvatura ostensiblemente mayor que el de las poleas, a fin de aminorar los efectos nocivos de dicha curvatura.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Los apoyos extremos del tablero, que antes se realizaban a través de las vigas secundarias, se han trasladado a las nuevas vigas de apoyo. Dichas vigas se unen a la nueva viga transversal extrema y a las tres siguientes vigas transversales existentes, situándose en el hueco existente entre la viga secundaria y la acera, y se prolongan en sus extremos entrando en una cámara de apoyo que se realiza en el pilono. Dichas cámaras son accesibles desde la calzada, a través de unas puertas situadas en los laterales de los arcos de entrada al puente, y permiten la entrada para la realización de las labores de inspección y mantenimiento. En el extremo de cada viga se ha dispuesto un apoyo de neopreno confinado unidireccional, guiado según la dirección longitudinal del puente, con dos dispositivos bloqueadores que impiden el movimiento longitudinal originado por cargas bruscas, permitiendo el correspondiente a cargas lentas; mediante dichos dispositivos, se reducirá drásticamente el movimiento longitudinal de balanceo del tablero que se produce actualmente al paso del tráfico. Se eliminará la conexión existente entre pila y tablero en el eje de éste, cuya misión de transmisión de las cargas horizontales transversales ahora está resuelta por los apoyos.

En los cables portantes, en el tramo comprendido entre la silla y la primera péndola, se dispondrán unos dispositivos, a modo de perchas ligeras, que unan los cuatro cables de cada lado, para reducir las importantes vibraciones que actualmente se producen por efecto del viento.

5.3. Proceso constructivo

La obra de rehabilitación del puente requiere la realización de una serie de tareas, que deberán ser efectuadas de forma coordinada, dado que la sustitución del sistema de suspensión se realizará con el tablero del puente colgado.

5.3.1. Fases del proceso constructivo

De modo breve y agrupando operaciones, el proceso constructivo se divide en las siguientes fases:

– Demolición de las aceras y de la losa de calzada.

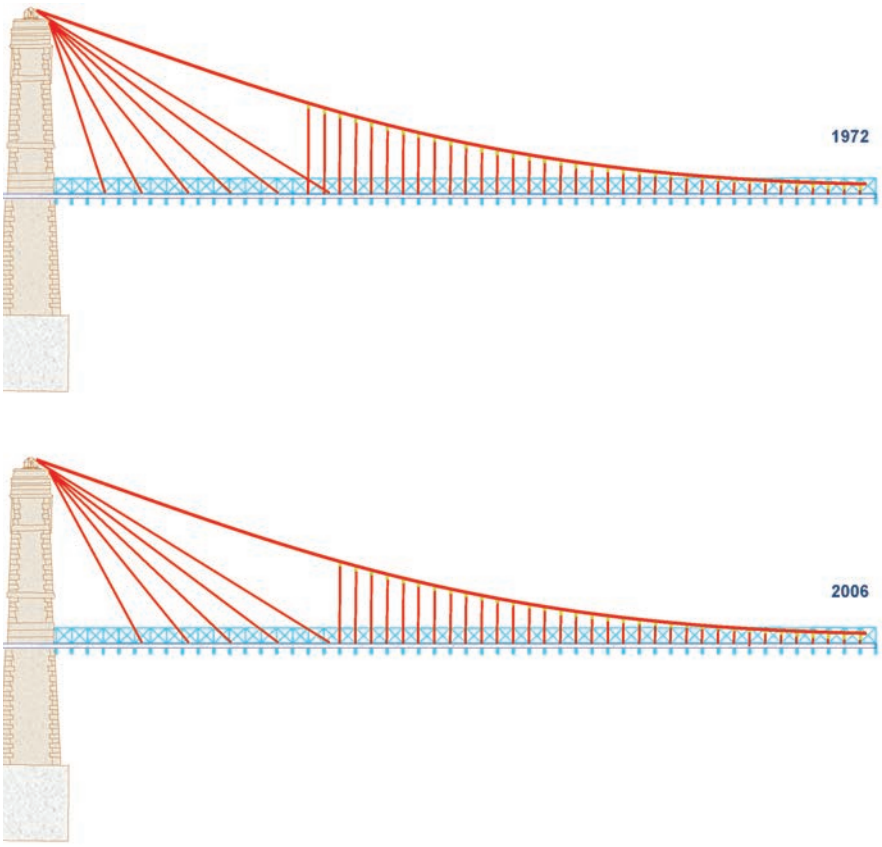


Figura 32. Alzados longitudinales del puente existente y del futuro.
Figure 32. Longitudinal elevations of the existing and future bridges.

in order to reduce their heavy vibrations currently caused by wind effects.

5.3. Construction process

The bridge's rehabilitation work calls for a series of coordinated tasks to be carried out since the suspension system will be replaced with the deck of the suspension bridge.

5.3.1. Construction process phases

In short, grouping operations together, the construction process is divided into the following phases:

– Demolition of the sidewalks and the roadway's slab.

– Rehabilitation of the deck's steel structure: sand blast cleaning, repair and reinforcement of local damage and protective painting. The two cross beams adjacent to the piers are replaced. Removal and replacement of bracing diagonals.

According to the design, demolition of the roadway and repair of the steel structure will be carried out in stretches of five metres, which are four modules between cross girders.

– Rehabilitation of the stiffening beam and the secondary beams: sand blast cleaning, repair of damage, local reinforcements and protection painting.

– Placing the new support beams: making niches in piers, placing support items (blocking devices and pot bearings) and placing the new beams.

– Rebuilding the roadway slab: placing the precast slabs (with sheaths for longitudinal post-tensioned cables), placing of sleeves between sheaths and the passive reinforcement, cast "in situ" between precast slabs and the slab's post-tensioning.

– Replacing the cable system.

– Rebuilding the sidewalks with precast slabs.

– Finishes: in situ kerb construction, placing sumps, deck water proofing, deck and sidewalk paving, placing antivandal fences and railings, cleaning and local repair of pier facings, improving anchorage chamber drainage, lighting, etc.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

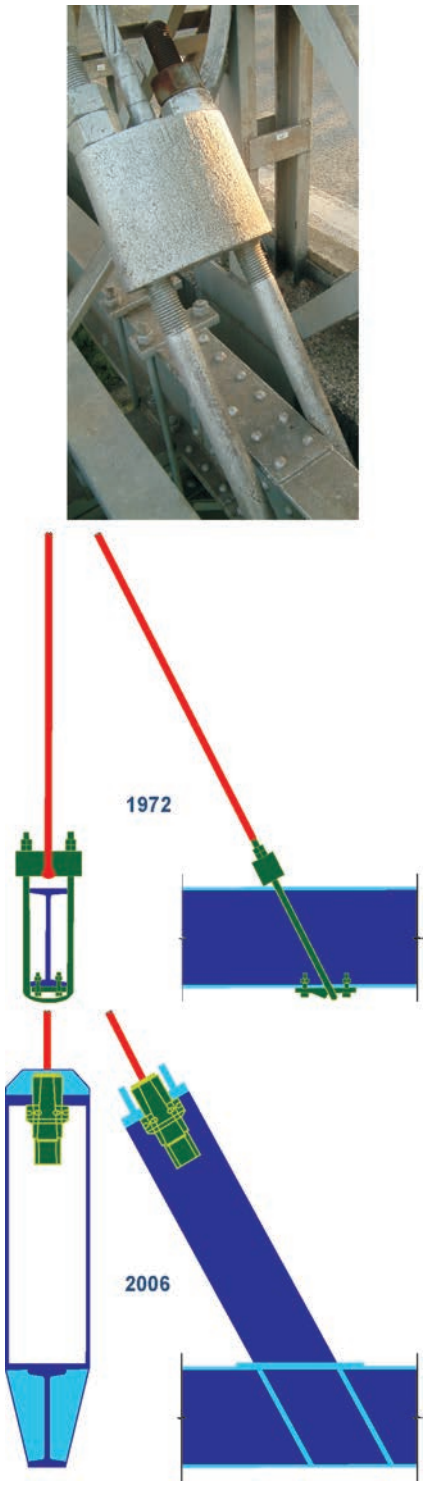


Figura 33. Tirantes antiguos y nuevos.
Figure 33. Old and new stays.

– Final work: deck jack hoisting, final placing of pot bearings and blocking devices, loading of bearings, placing joints and general final levelling.

– Load test.

– Protection of the structure's permanent instrumentation.

– Road marking and painting.

– Opening to traffic.

5.3.2. Cable system replacement

Because of its special interest, the cable system replacement phase is described more in depth.

a) Locking the saddle and placing provisional guys

A saddle locking system will be provided which will allow the saddles a certain amount of longitudinal movement and guys will be fitted, one at each corner of the deck, to immobilise the deck longitudinally and transversally during the cable replacement process.

b) Fitting the provisional support system (transfer suspenders) (Figure 37)

The stress and temperature monitoring instrumentation will first be fitted in the existing structure. It will be necessary to have six provisional support elements on each side of the deck, called transfer suspenders, in order to remove the present cable system. Each of these suspenders will be formed by two hangers that will each collect two cables (of the outermost), and will be connected via a steel structure to one cable that will be the one to enable the system to be operated on (shortening or elongating same). At its bottom end, this cable will be fixed to the deck by a steel structure made of rolled sections which will be supported between two steel cross beams. Strain gauges will be fitted in each of the transfer suspenders, as well as thermo-couples in two of them on each side of the bridge to allow gauge measured stresses to be corrected.

c) Hoisting the deck

The deck will first be freed by cutting the steel connecting structures between it and the piers.

Cable replacement commences by lifting the deck through the transfer suspenders. This work will be synchronised in order to raise the deck evenly on both sides and at both ends to thus avoid asymmetric situations.

– Rehabilitación de la estructura metálica del tablero: limpieza mediante chorro de arena, reparación y refuerzo de daños locales y aplicación de pintura de protección. Sustitución de las dos vigas transversales adyacentes a las pilas. Retirada y reposición de las diagonales de arriostramiento.

Según el proyecto, la demolición de la calzada y la reparación de la estructura metálica se realizarán en bataches de 5 m, que corresponden a cuatro módulos entre vigas transversales.

– Rehabilitación de la viga de rigidez y de las vigas secundarias: limpieza mediante chorro de arena, reparación de daños, refuerzos locales y aplicación de pintura de protección.

– Colocación de las nuevas vigas de apoyo: ejecución de nichos en pilas, colocación de los aparatos de apoyo (bloqueadores y apoyos tipo POT) y colocación de las nuevas vigas.

– Reconstrucción de la losa de calzada: colocación de losas prefabricadas (con vainas para cables postesados longitudinales), colocación de manguitos entre vainas y de la armadura pasiva, hormigonado "in situ" entre losas prefabricadas y postesado de la losa.

– Sustitución del sistema de cables.

– Reconstrucción de las aceras con losas prefabricadas.

– Acabados: construcción de bordillos "in situ", colocación de sumideros, impermeabilización del tablero, pavimentación del tablero y las aceras, colocación de vallas antivandálicas y barandillas, limpieza y reparación local de los paramentos de las pilas, mejora del drenaje de las cámaras de anclaje, iluminación, etc.

– Trabajos finales: izado con gatos del tablero, colocación definitiva de apoyos y amortiguadores, puesta en carga de apoyos, colocación de juntas y nivelación última general.

– Prueba de carga.

– Protección de la instrumentación permanente de la estructura.

– Señalización horizontal y pintura de viales.

– Apertura al tráfico.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

5.3.2. Sustitución del sistema de cables

Dado su especial interés, se describe más en profundidad la fase de sustitución del sistema de cables.

a) Bloqueo de la silla y colocación de vientos provisionales

Se dispondrá un sistema de bloqueo de las sillas, el cual permitirá cierto movimiento longitudinal de las mismas, y se dispondrán vientos, uno en cada esquina del tablero, para inmovilizar en sentido longitudinal y transversal el tablero durante el proceso de sustitución de los cables.

b) Montaje del sistema de sustentación provisional (péndolas de transferencia)

Previamente se colocará la instrumentación de control de tensiones y temperaturas en la estructura existente. Para proceder a la retirada del sistema de cables actual, será necesario disponer seis elementos de sustentación provisional a cada lado del tablero, que se denominan péndolas de transferencia (Figura 37). Cada una de estas péndolas se materializará mediante dos perchas, que recogerá cada una dos cables (de los más externos), y se conectarán mediante una estructura metálica a un cable que será el que permita actuar sobre el sistema (acortando o alargando el mismo). Este cable, en su extremo inferior, estará fijo al tablero mediante una estructura metálica resuelta con perfiles laminados, que se apoyará entre dos vigas metálicas transversales. Se dispondrán bandas extensométricas en cada una de las péndolas de transferencia, así como termopares, en dos de ellas a cada lado del puente, para permitir corregir las tensiones medidas a través de las bandas.

c) Izado del tablero

En primer lugar, se procederá a liberar el tablero mediante el corte de las es-

It will be raised in such a way as to simultaneously control the state of the load of the transfer suspenders and existing cables, from which they hang, as well as the deck's movements.

The result of this lifting operation will be to completely remove loads from suspenders, stays and the horizontal cable of the existing cable system.

d) Removing existing main cables (1st phase), suspenders, stays and horizontal cable

The four main cables located in the centre saddle area will be freed in the anchorage chambers. Likewise, stays, horizontal cables and all suspenders will be removed.

e) Rehabilitation of the saddle and anchorage grids

Once the four existing cables have been removed (located in the saddle's

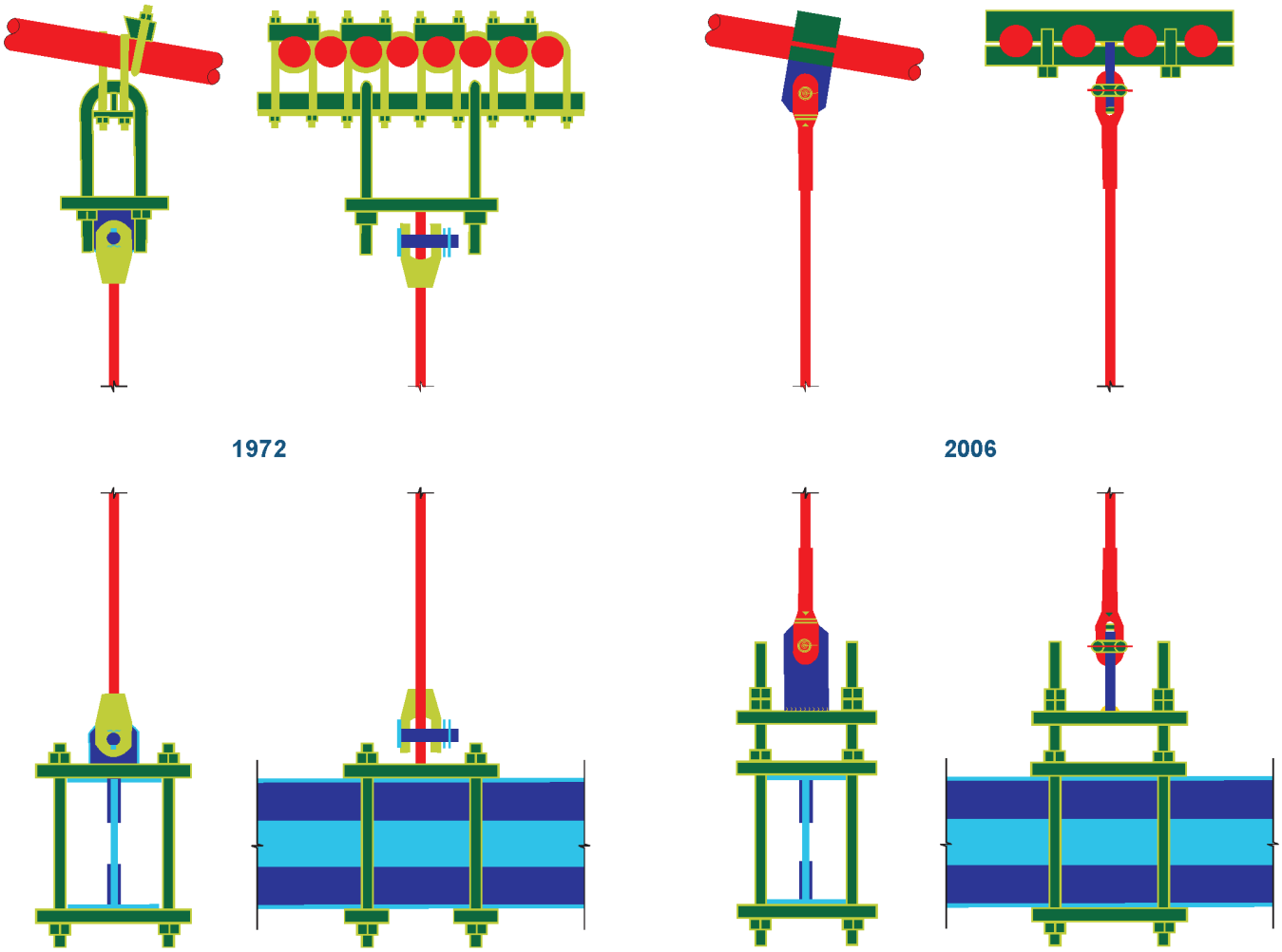


Figura 34. Péndolas antiguas y nuevas.
Figure 34. Old and new suspenders.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

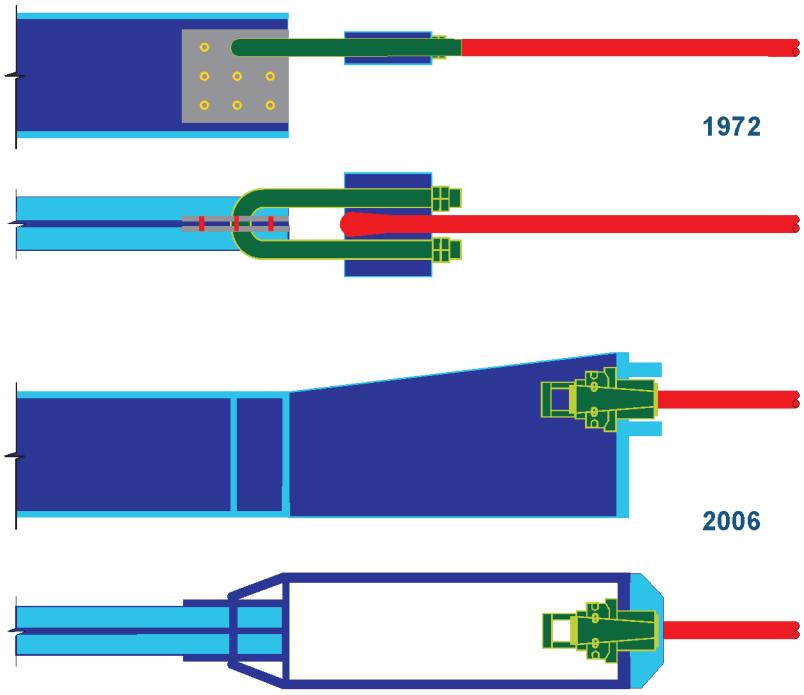


Figura 35. Cable horizontal existente y nuevo.
Figure 35. Existing and new horizontal cable.

tructuras metálicas de conexión entre el mismo y las pilas.

La sustitución de cables se iniciará con el levantamiento del tablero a través de las péndolas de transferencia. Se actuará de forma sincronizada, con objeto de lograr un levantamiento uniforme del tablero, a ambos lados y en ambos extremos, y así evitar situaciones asimétricas del mismo.

El levantamiento se realizará de forma tal que se controle simultáneamente el estado de carga de las péndolas de transferencia y de los cables existentes, de los que cuelgan las mismas, así como los movimientos del tablero.

El resultado de este levantamiento será la descarga total de las péndolas, los tirantes y el cable horizontal del sistema existente de cables.

centre area), the latter will be rehabilitated. The process consists in sand blast cleaning the accessible parts and filling the cradles of the cables removed with putty or epoxy mortar in order to shape a regular surface onto which the new cable support piece will be mounted.

The deflector sheaves will also be removed and replaced by a piece of galvanized machined steel.

f) Fitting the new cables

Once the saddle has been rehabilitated in its central area and the anchorage elements in the chambers, the four new cables will be fitted hoisting them onto the saddles and securing them through the anchor plate heads.

g) Placing the new suspenders, stays and horizontal cable

Once the new cables have been fitted, it will be necessary to adjust the deck's level in order to allow the support system's new elements to be fitted without it being necessary to load them for their placing.

Using the transfer suspender system, the deck can be hoisted up or down to enable the new elements to be fitted.

Strain gauges will be provided in the new elements (main cables, suspenders, stays and horizontal cable), as well as thermocouples in some of them to enable stresses measured through the gauges to be corrected.

h) Loading the new support system

Once the new stays and suspenders have been fitted and connected, loads will be transferred from the existing cables on which the transfer suspenders are supported to the new cables.

This transfer will be accomplished in a synchronised fashion with the purpose of both sides and end of the deck descending in a similar way.

The stresses in the elements and the deck's displacements will be monitored during the whole process enabling any modifications or corrections necessary to be made so as to avoid overloading any of the suspension system's or deck's elements.

i) Removing the main remaining cables existing (2nd phase)

j) Replacing the guy cables

k) Removing the provisional support system and unlocking the saddle

l) General system levelling

d) Retirada de cables principales existentes (1ª fase), péndolas, tirantes y cable horizontal

Se procederá a liberar en las cámaras de anclaje los cuatro cables principales que se sitúan en la zona central de las sillas. Asimismo, se desmontarán los tirantes, los cables horizontales y todas las péndolas.

e) Rehabilitación de la silla y emparrillados de anclaje

Una vez retirados los cuatro cables existentes (situados en la zona central de la silla), se procederá a rehabilitar la silla. El proceso consiste en la limpieza mediante chorro de arena de las partes accesibles y el relleno con una masilla o mortero epoxídico de las cunas de los cables retirados, para conformar una superficie regular sobre la cual disponer la nueva pieza de apoyo de los cables.

También se desmontarán las poleas desviadoras y se sustituirán por una pieza de acero mecanizado galvanizado.

f) Montaje de los nuevos cables

Una vez rehabilitada la silla, en su zona central, y los elementos de anclaje en las cámaras, se procederá a montar los cuatro cables nuevos, izándolos sobre las

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

sillas y fijándolos a través de las mazarotas a las placas de anclaje.

g) Colocación de las nuevas péndolas, tirantes y cable horizontal

Una vez montados los cables nuevos, será necesario realizar un ajuste de la cota del tablero para permitir la colocación de los nuevos elementos del sistema de sustentación, sin que sea necesario ponerlos en carga para su colocación.

Utilizando el sistema de péndolas de transferencia, se podrá alzar o bajar el tablero para permitir la operación de montaje de los nuevos elementos.

Se dispondrán bandas extensométricas en los elementos nuevos (cables principales, péndolas, tirantes y cable horizontal), así como termopares en algunos de ellos, para permitir corregir las tensiones medidas a través de las bandas.

h) Puesta en carga del nuevo sistema de sustentación

Una vez montados y conectados los nuevos tirantes y péndolas, se procederá a realizar la transferencia de las cargas desde los cables existentes en que se apoyan las péndolas de transferencia hacia los nuevos cables.

Esta transferencia se realizará de forma sincronizada, con el objeto de que ambos lados y extremos del tablero desciendan de forma similar.

Durante todo el proceso se controlarán las tensiones de los elementos y los movimientos del tablero; esto permitirá introducir las modificaciones o correcciones necesarias a fin de evitar sobrecargar cualquier elemento del sistema de suspensión o del tablero.

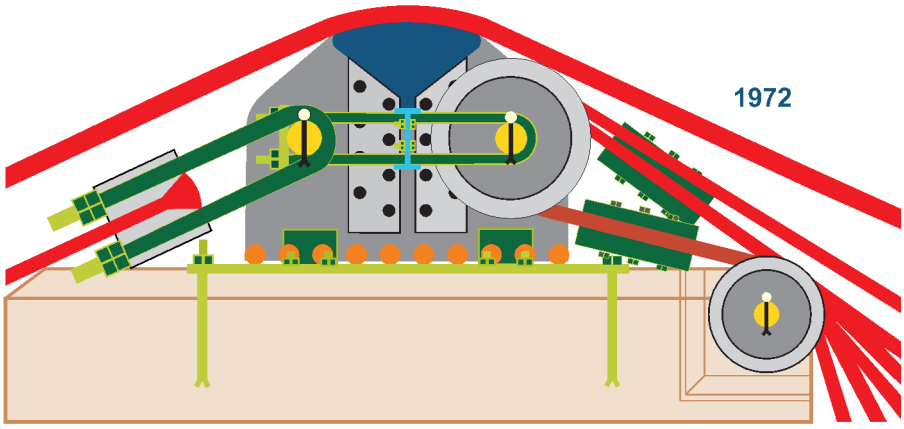
i) Retirada de los restantes cables principales existentes (2ª fase)

j) Sustitución de los cables de retenida

k) Retirada del sistema de sustentación provisional y desbloqueo de la silla

l) Nivelación general del sistema





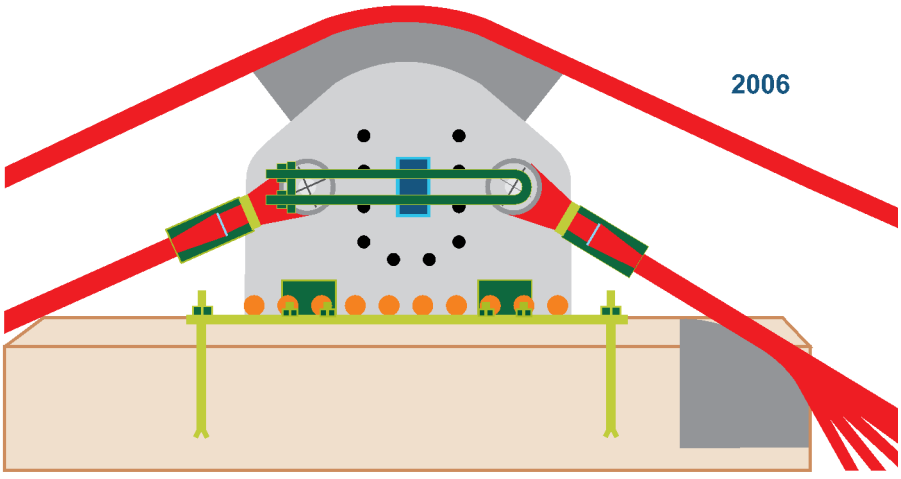


Figura 36. Silla existente y nueva.
Figure 36. Existing and new saddle.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

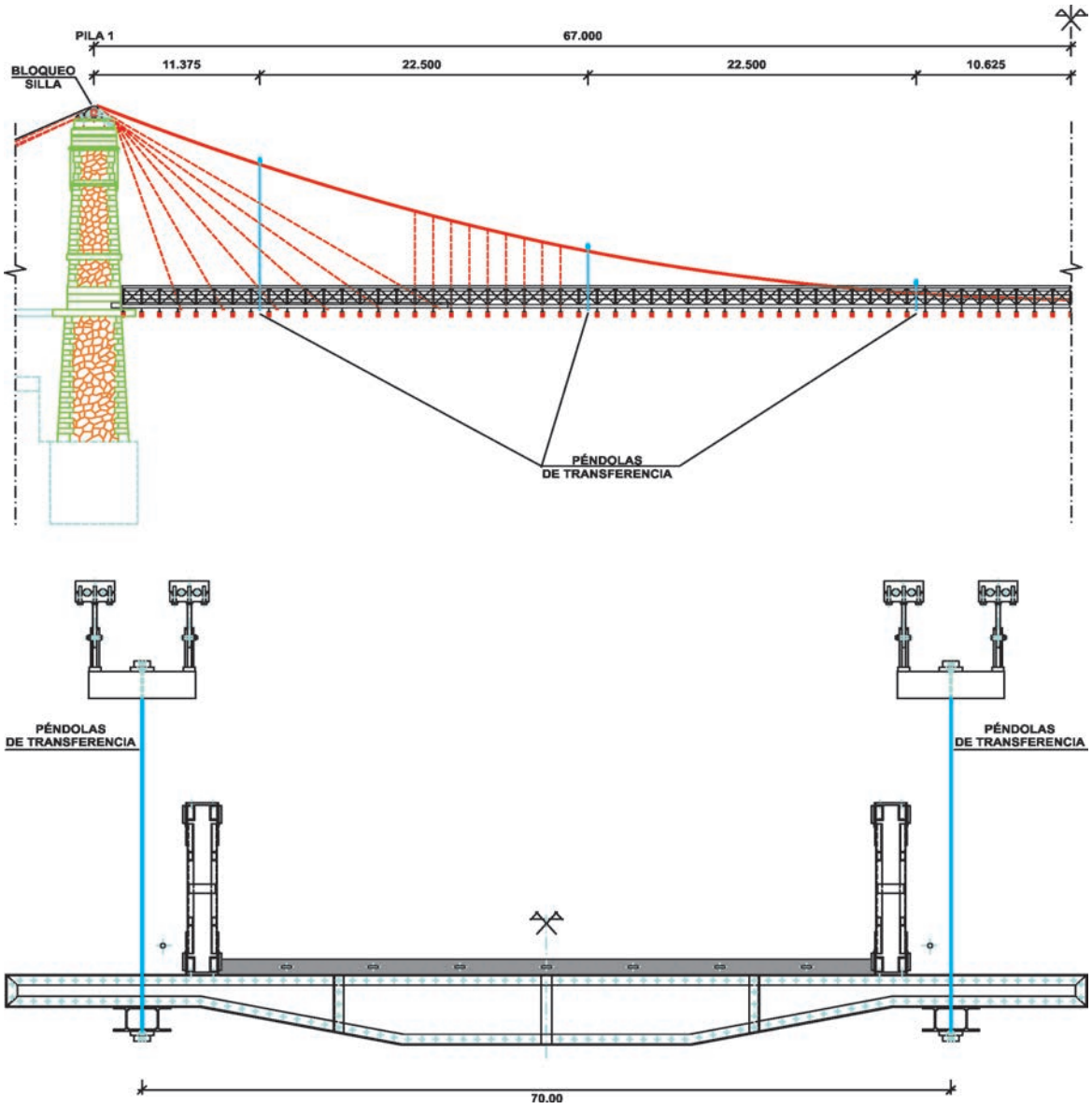


Figura 37. Péndolas de transferencia.
Figure 37. Transfer suspenders.

6. DOCUMENTATION SOURCES

Archive of the Ministry of Development. Paseo de la Castellana, 67. Madrid.

General Archive of the Administration. Puerta Aguadores, 2. Alcalá de Henares. Madrid.

Demarcation of Roads in Tarragona. General Directorate of Roads. Ministry of Development. Plaza de los Carros, 2. 43004 Tarragona.

Museu del Montsiá. C/ Gran Capitá 34. 43870 Amposta (Tarragona).

Centre for Historic Public Works and Urban Development Studies. CEHOPU. C/ Zurbano, 7 - 28010 Madrid.

We are grateful for the collaboration as provided by the foregoing agencies and their staff in searching for documents in order to perform this work.

7. REFERENCES

[1] Ribera Dutaste, José Eugenio. En mi última lección, establezco mi balance profesional. Revista de Obras Públicas – Public Works Magazine - ROP. 1931. Number: 2582.

[2] Ribera Dutaste, José Eugenio. Puente colgado sobre el río Ebro en Amposta (Tarragona). Revista de Obras Públicas ROP. Public Works Magazine - ROP.- 1914. Numbers: 2039; 2040 and y 2041.

6. FUENTES DE DOCUMENTACIÓN

Archivo del Ministerio de Fomento. Paseo de la Castellana, 67. Madrid.

Archivo General de la Administración. Puerta Aguadores, 2. Alcalá de Henares. Madrid.

Demarcación de Carreteras de Tarragona. Dirección General de Carreteras. Ministerio de Fomento. Plaza de los Carros, 2. 43004 Tarragona.

Museu del Montsiá. C/ Gran Capitá 34. 43870 Amposta (Tarragona).

Centro de Estudios Históricos de Obras Públicas y Urbanismo. CEHOPU. C/ Zurbano, 7, 28010 Madrid.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Agradecemos la colaboración prestada por los citados organismos y su personal en la búsqueda de documentación para la realización de este trabajo.

7. BIBLIOGRAFÍA

[1] Ribera Dutaste, José Eugenio. *En mi última lección, establezco mi balance profesional*. Revista de Obras Públicas ROP. Año 1931. Número: 2582.

[2] Ribera Dutaste, José Eugenio. *Puente colgado sobre el río Ebro en Amposta (Tarragona)*. Revista de Obras Públicas ROP. Año 1914. Números: 2039; 2040 y 2041.

[3] Chías, Pilar; Abad, Tomás. *Puentes de España*. Edita: FCC Fomento de Construcciones y Contratas, S.A. Año 1994.

[4] *J. Eugenio Ribera: Ingeniero de Caminos 1864:1936*. Catalogo de la exposición celebrada en el Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Madrid, junio de 1982.

[5] Gimsing, Niels. *Cable Supported Bridges. Concept & Design*. J. John Wiley & Sons. 1998.

[6] Virlogeux, M., *Recent evolution of cable-stayed bridges*. Engineering Structures, 1999, 21, 737-755.

[7] Walther, R., *Ponts Haubanés*, Presses Polytechniques Romandes, 1988.

[3] Chías, Pilar; Abad, Tomás. Puentes de España. Published by: FCC Fomento de Construcciones y Contratas, S.A. 1994.

[4] J. Eugenio Ribera: Ingeniero de Caminos 1864:1936. Catalogue of the exposition held in the College of Civil Engineers. Madrid, June, 1982.

[5] Gimsing, Niels. Cable Supported Bridges. Concept & Design. J. John Wiley & Sons. 1998.

[6] Virlogeux, M., Recent evolution of cable-stayed bridges. Engineering Structures, 1999, 21, 737-755.

[7] Walther, R., Ponts Haubanés, Presses Polytechniques Romandes, 1988.

FICHA TÉCNICA

Propiedad:	Ministerio de Fomento. Dirección General de Carreteras. Demarcación de Carreteras de Cataluña
Ingeniero Director:	D. José María Larrea Barona
Inspección Especial:	PROES consultores, S.A. y Geocisa
Proyecto de Rehabilitación:	PROES consultores, S.A.

TECHNICAL INFORMATION

Owner:	*Ministry of Development. Directorate General of Roads Demarcation of Roads in Catalonia*
Managing Engineer:	*Mr. José María Larrea Barona*
Special Inspection:	*PROES consultores, S.A. and Geocisa*
Rehabilitation Design:	*PROES consultores, S.A.*

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026






RECONOCIMIENTOS ESPECIALES EN PUENTES:

INSPECCIÓN
AUSCULTACIÓN
MONITORIZACIÓN

GEOCISA

OFICINAS CENTRALES

C/Los Llanos de Jerez 10 y 12 28820 Coslada (Madrid)
Tel. 91 660 30 33 - Fax. 91 671 64 60
www.geocisa.com

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Ampliación de los viaductos mixtos de San Timoteo y de Canero mediante carro de hormigonado automóvil

Widening of San Timoteo and Canero composite viaducts by means of self-propelled concreting car

Manuel Biedma García
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
IBERINSA

Francisco Javier Martínez López
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
IBERINSA

RESUMEN

Los singulares viaductos mixtos de San Timoteo y de Canero se encuentran en el tramo de carretera Querúas-Otur en Asturias. Durante su diseño se consideró la posibilidad de ampliar el ancho de su tablero de 12,60 m hasta 22,60 m al objeto de aumentar la capacidad de la carretera. La ampliación ha consistido en disponer prolongaciones de las ménsulas adosadas al cajón metálico del tablero mediante elementos metálicos atornillados a las mismas y apoyados en jabalcones inclinados que se unen al alma vertical del cajón en el nivel inferior de ésta, de forma que sobre los nuevos elementos dispuestos pudiera prolongarse la losa superior existente. El montaje se ha realizado a partir de un carro de hormigonado automóvil que ha permitido realizar ciclos de hormigonado de 6,66 m cada 24 horas, al tiempo que no se ha interrumpido el tráfico rodado en ningún momento.

SUMMARY

The singular composite San Timoteo and Canero viaducts are located in the Querúas-Otur section of highway N-632 and N-634 in Asturias. They were designed so their deck could be easily widened from 12.60 m to 22.60 m in order to increase the capacity of the highway. The existing lateral brackets were simply prolonged by means of bolted steel extensions supported on diagonal braces attached to the lower part of the box girder's vertical web, in order to allow the prolongation of the existing upper slab to be supported on the new elements. The mounting has been carried out by means of a self-propelled concreting car that has allowed the viaduct widening to be constructed 6.66 m per 24 h and to avoid affecting the vehicle traffic which can be maintained without interruption.

1. INTRODUCCIÓN

Los viaductos de San Timoteo y de Canero se integran dentro del tramo de carretera Querúas-Otur, enmarcado en el proyecto de mejora de las vías N-632 y N-634 situadas en Asturias. Su proyecto de construcción fue redactado por Iberinsa en el año 1996 y ejecutado por Acciona Infraestructuras a lo largo de los años 1996-1997. En dicho proyecto se consideró como criterio básico de partida la plena compatibilidad del mismo con una futura duplicación de la calzada al objeto de aumentar la capacidad de esta vía de comunicación y lograr que alcanzase los parámetros de calidad de una autovía. Esta previsión se contempló, evidentemente, en el conjunto de las estructuras que forman parte del tramo así como en las características geométricas del propio trazado de la calzada, y ha demostrado plenamente su acierto dado que pocos años después, en el 2003, Iberinsa realizó en UTE con Ideam el proyecto de desdoblamiento de la misma al haber aumentado significativamente la densidad de tráfico en este tramo de carretera. La ampliación de los viaductos de San Timoteo y de Canero ha sido desarrollada por Iberinsa tanto a nivel de proyecto como de asistencia a la obra durante su ejecución.

2. DESCRIPCIÓN DE LOS VIADUCTOS

El Viaducto de San Timoteo presenta una longitud total de 540 m desarrollada según un trazado recto en planta y está

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

distribuido en siete vanos de 90 m de luz máxima (Figuras 1 y 2); el Viaducto de Canero cuenta con 470 m de longitud total y tiene un trazado circular en planta de radio 695,10 m, con una modulación en cinco vanos de 110 m de luz máxima (Figuras 3 y 4) . Los tableros de ambos viaductos tienen la misma tipología mixta acero-hormigón postesado y quedan definidos por un cajón metálico de 6,00 m de ancho, almas verticales y canto constante de 4,25 m en el caso de San Timoteo y 5,05 m en el caso de Canero, disponiéndose sobre el cajón una losa de hormigón de 25 cm de espesor. En el viaducto de Canero esta losa presenta una pendiente transversal de valor 4,3%, de manera que las dos almas del cajón tienen diferentes alturas con el fin de adaptarse al peralte exigido por el trazado de la carretera. En el caso del viaducto de San Timoteo únicamente existe el 2% de bombeo transversal por disponer de un trazado recto en planta. En las zonas de apoyo sobre pila se materializa una doble acción mixta mediante la disposición de una losa inferior de canto variable sobre la chapa de fondo en el interior del cajón. Transversalmente, y coincidiendo con los marcos de rigidización interior del cajón, se disponen a ambos lados del mismo cada 3,33 m ménsulas metálicas de canto variable y sección en doble T que con sus 3,30 m de luz permiten completar el ancho total de 12,60 m de los tableros.

El tablero apoya sobre pilas tipo cajón rectangular de 75,00 m de altura máxima sobre el valle. La dimensión transversal de todas ellas es constante e igual a 6,00 m coincidiendo con el ancho del cajón del tablero, y la dimensión longitudinal varía linealmente entre los 6,00 m de la base y los 3,00 m de la cabeza. Las pilas están postesadas longitudinalmente al objeto de realizar un adecuado control de la fisuración tanto en la ejecución del viaducto como durante la explotación del mismo.

3. EJECUCIÓN DE LOS VIADUCTOS

Uno de los condicionantes básicos a resolver durante la redacción del proyecto del año 1996 fue la puesta en obra de ambos viaductos teniendo en cuenta la elevada longitud de estas estructuras y la gran altura de las pilas que los soportan. El sistema que se empleó, una vez realizada la cimentación y las pilas, consiste en el montaje de vanos completos en la zona adyacente a uno de los estribos y en su empuje aprovechando la reacción de éste contra el terreno. Esta forma de operar supuso un récord en España en su momento debido a la gran longitud de los vanos empujados, 90 m para el Viaducto de San Timoteo y 110 m para el Viaducto de Canero. Al objeto

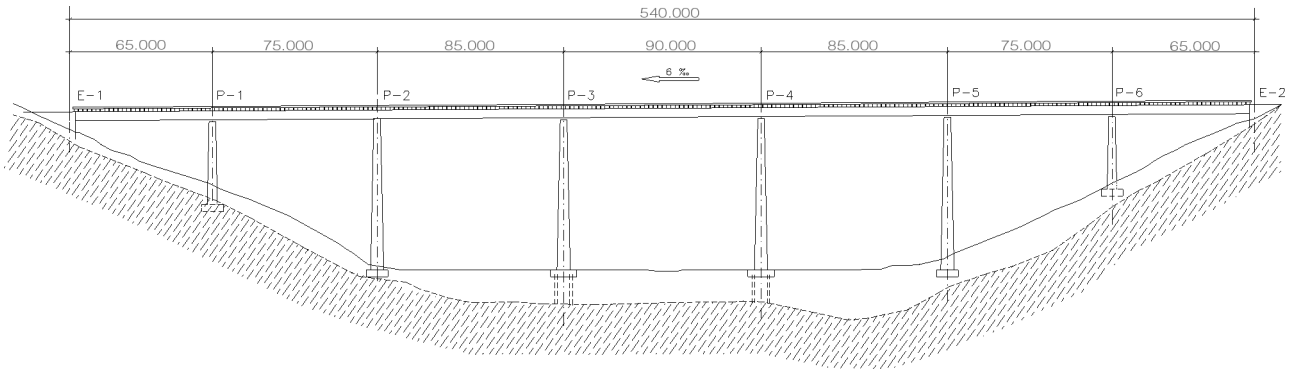


Figura 1. Alzado del Viaducto de San Timoteo.

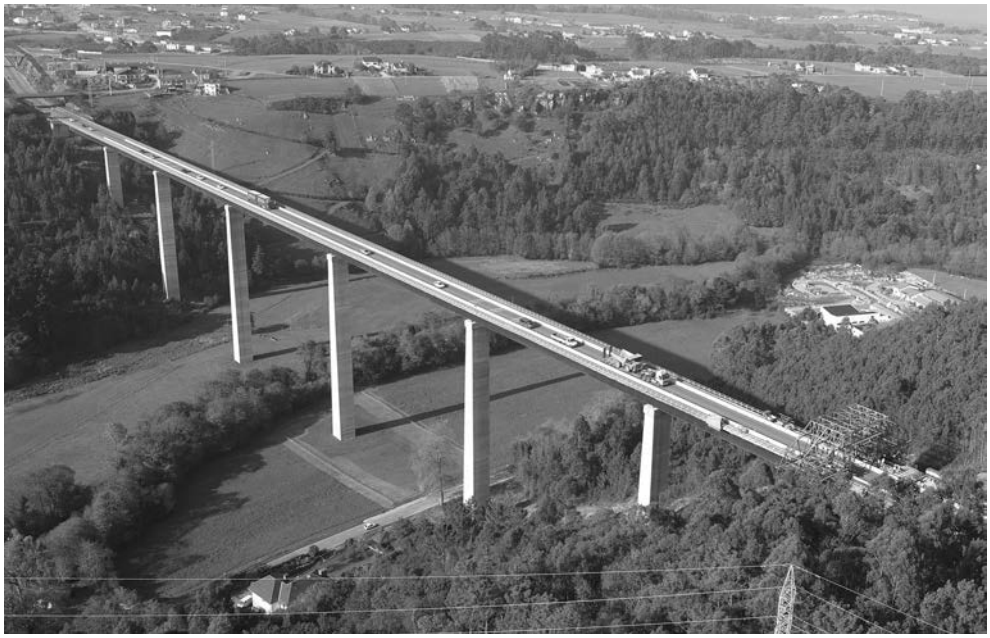


Figura 2. Vista general del Viaducto de San Timoteo.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

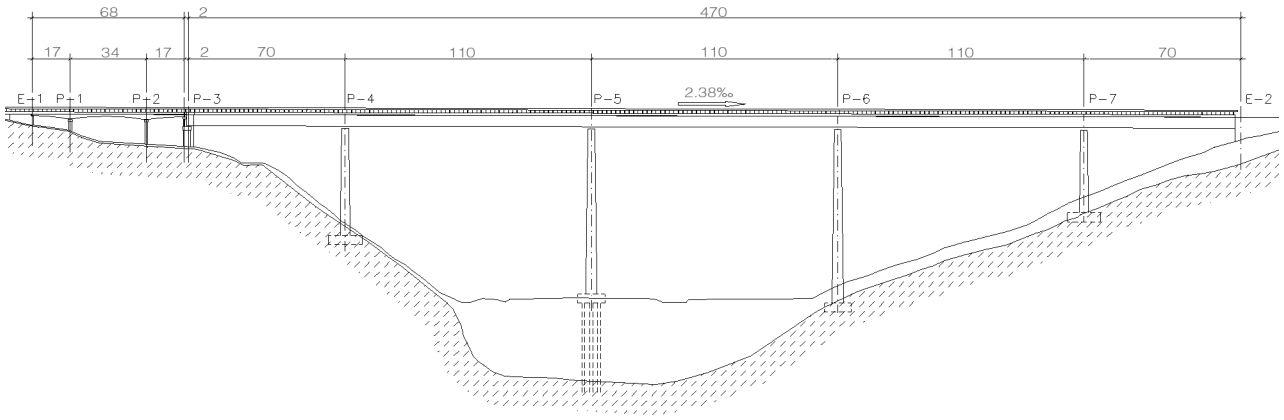


Figura 3. Alzado del Viaducto de Canero.



Figura 4. Vista General del Viaducto de Canero.

de mantener los esfuerzos y las deformaciones en valores admisibles durante el montaje se hizo uso de una torre de atirantamiento que viajaba apoyada sobre el tablero y que no requería de regulación de esfuerzos en los cables de sujeción situados a 55 m por delante y detrás de la torre. Aún así, y de nuevo por las grandes luces empujadas, las deformaciones alcanzadas en los voladizos del vano de cabeza fueron de 0,75 m para el Viaducto de San Timoteo y de 0,90 m para el Viaducto de Canero. Todo este proceso de empuje fue controlado mediante la instrumentación del avance del cajón y la fuerza de tiro, así como de las tensiones estructurales en las torres de atirantamiento y en el cajón metálico.

Una vez finalizada la fase de empuje se procedió a la ejecución de las losas de hormigón inferiores en las zonas sobre pilas, para seguidamente llevar a cabo el hormigonado de la losa superior en estas mismas zonas empleando prelosas. Se continuó con el postesado de negativos y el hormigonado del resto de la losa superior valiéndose igualmente del auxilio de prelosas, para finalmente disponer la impermeabilización, el pavimento y los elementos de seguridad sobre el tablero.

4. SOLUCIÓN ESTRUCTURAL DE LA AMPLIACIÓN

La ampliación proyectada en el año 2003 heredó los criterios establecidos en 1996 para lograr el nuevo ancho de tablero de 22,60 m, en donde ya en la fase de dimensionamiento ambos viaductos fueron calculados teniendo en cuenta la hipótesis de tablero sin ampliar y de tablero ampliado. Sencillamente se dispusieron prolongaciones de las ménsulas laterales existentes mediante elementos metálicos atornillados a las mismas y apoyados en jabalcones inclinados que se unen al alma vertical del cajón en el nivel inferior de ésta, de forma que sobre los nuevos elementos dispuestos pudiera prolongarse la losa superior existente, compuesta por prelosas de hormigón en una primera fase y este mismo material colocado *in situ* en una segunda fase. Esta solución estructural de jabalcones para materializar tableros anchos en cajones de canto constante se manifiesta como la tipología más adecuada desde numerosos puntos de vista (Figura 5).

La unión superior entre la ménsula existente y la prolongación de la misma se diseñó atornillada en vez de soldada ya

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

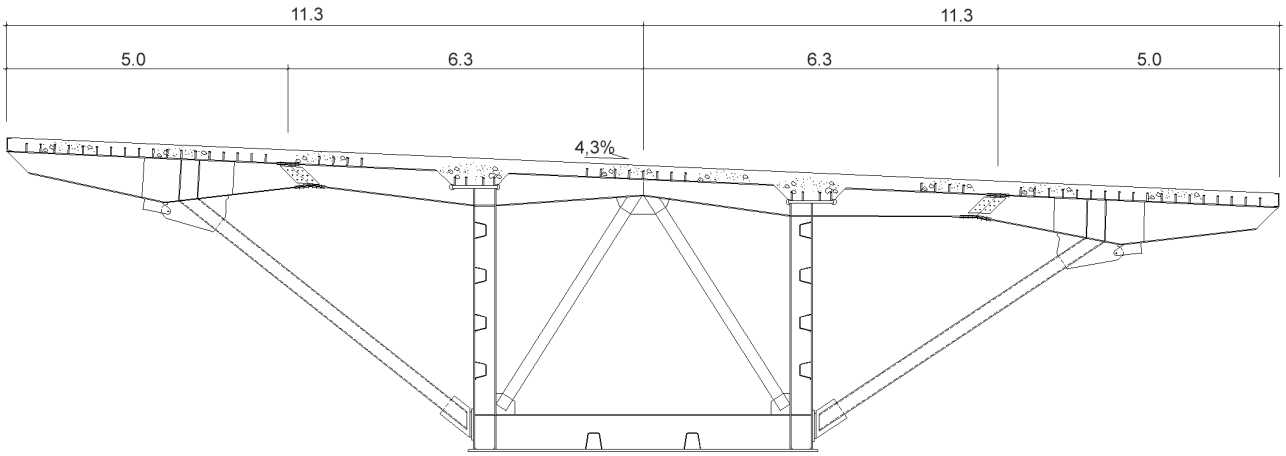


Figura 5. Sección tipo ampliada del Viaducto de Canero.

que, en este último caso, sería una soldadura transversal a tope en prolongación y trabajando a tracción, de muy alta responsabilidad, lo que unido a la posibilidad manifestada durante la fase de proyecto de circulación de vehículos simultáneamente a la ejecución de la ampliación creaba incertidumbre sobre su correcta materialización en obra. El resto de uniones sí son soldadas y se han diseñado como soldaduras en ángulo de fácil ejecución y control. Adicionalmente, la unión del extremo inferior del jabalcón inclinado con el borde inferior del cajón se sirvió de una serie de chapas que se dejaron previstas durante la ejecución del viaducto en el año 1996 (Figura 6).

La tipología del sistema de montaje previsto en proyecto correspondía a un pórtico móvil que permitía un gálibo de 6,50×6,00 m y disponía de dos polipastos que circulaban sobre su dintel (Figura 7). Estos polipastos servirían para colocar los jabalcones y las ménsulas ampliadas, así como las prelosas, en su posición definitiva, apoyadas estas últimas sobre el ala superior de aquéllas. Los jabalcones y las prelosas serían aproximados al pórtico móvil por medio de unas plataformas rodantes o camiones de obra de suministro de elementos estructurales que podrían circular sobre las zonas de tablero ya ampliadas. El acceso a las uniones a ejecutar entre la estructura existente y el jabalcón se realizaría por medio de plataformas de trabajo suspendidas de una estructura auxiliar rodante que discurriría sobre el tablero del viaducto. Las plataformas, dispuestas a dos alturas diferentes con el fin de poder acometer las uniones superiores e inferiores de la ampliación, eran estructuralmente ménsulas de dicha estructura auxiliar rodante. Las plataformas disponían de la posibilidad de desplazarse sobre la estructura auxiliar en la que se



Figura 6. Unión inferior de los jabalcones.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

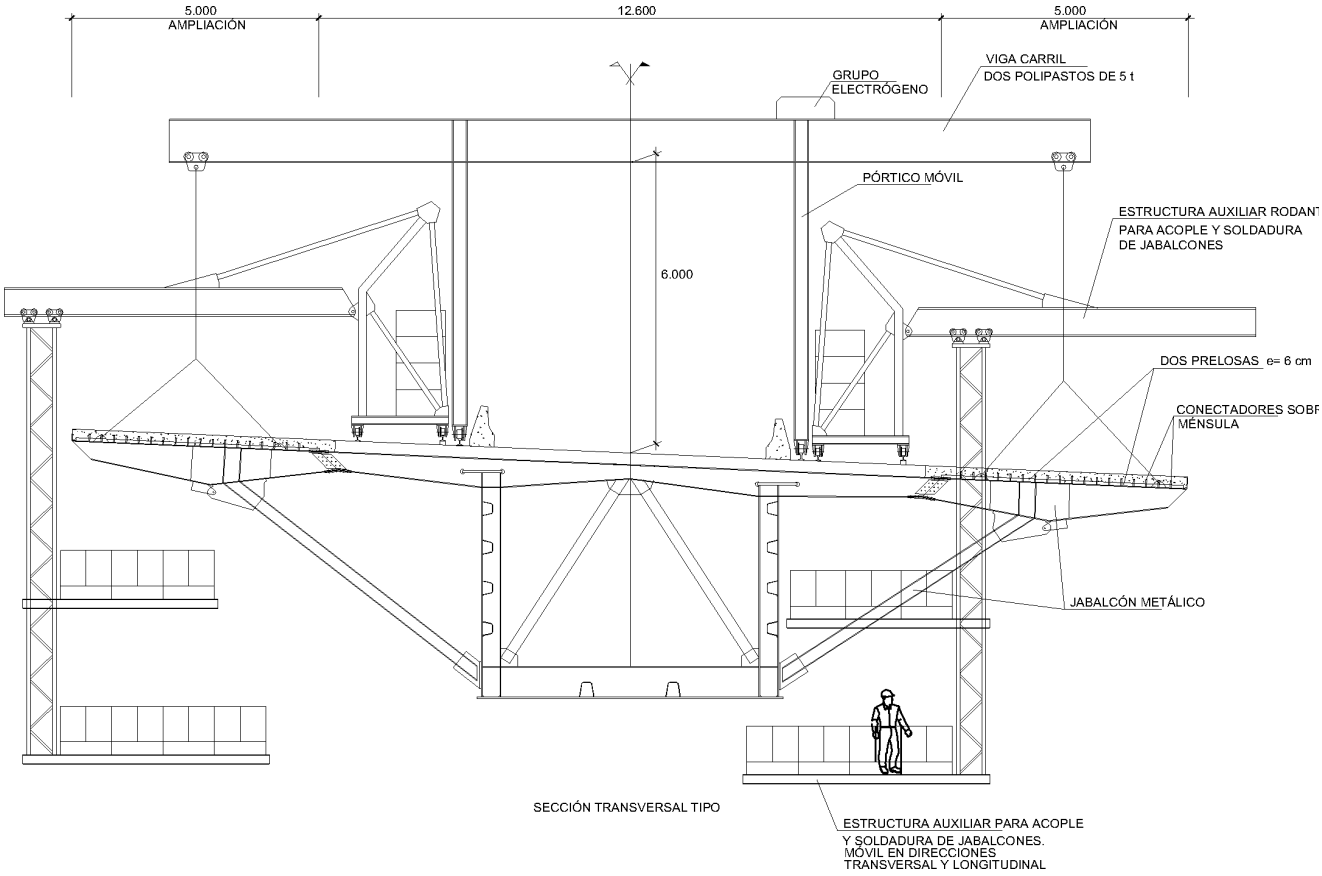


Figura 7. Sistema de montaje previsto en proyecto.

apoyaban en sentido transversal al viaducto, de forma que podían acercarse hacia el alma del cajón para adoptar una posición de trabajo en la zona a ampliar, y se separaban del cajón para poder sortear los jabalcones una vez que ya estaban puestos en obra. La longitud prevista para la estructura auxiliar rodante y las plataformas de trabajo era de 10,0 m, con el fin de tener superficie suficiente para trabajar sobre tres ménsulas a la vez. Con este método de montaje resultaba posible acometer los trabajos desde ambos estribos y simultáneamente a ambos lados del eje longitudinal de los viaductos. La circulación de vehículos en los dos sentidos era posible gracias al gálibo horizontal del pórtico móvil, si bien esta posibilidad de circulación de tráfico se dejó abierta a criterio del Director de Obra.

En el período de tiempo transcurrido entre la redacción del proyecto de los viaductos sin ampliar, año 1996, y la realización del proyecto constructivo de ampliación de los mismos, año 2003, medió la Instrucción sobre las Acciones a Considerar en el Proyecto de Puentes de Carretera, IAP-98. Como es bien sabido esta instrucción incorporó la necesidad de considerar hasta dos vehículos pesados de 600 kN actuando simultáneamente en aquellos tableros con anchura de plataforma mayor de 12,00 m. En el año 1996, lógicamente, no se tuvo en cuenta esta prescripción. Por tanto, durante la redacción del proyecto de ampliación del año 2003 hubo de comprobarse si era necesario o no el refuerzo del tablero para asegurar el cumplimiento de la mencionada prescripción de la IAP-98. Como suele pasar en viaductos de grandes luces, en lo que respecta al cálculo longitudinal son más preponderantes las acciones de las cargas permanentes y de la sobrecarga uniformemente distribuida de tráfico que la del vehículo pesado. Así, se observó que en el caso más desfavorable el incremento en los esfuerzos longitudinales motivados por la circulación del segundo vehículo pesado era inferior al 5%. Con relación al cálculo transversal, al tener ambos viaductos una barrera rígida central que delimita plataformas inferiores a 12,00 m, la presencia del segundo carro no genera situaciones significativamente más desfavorables que las consideradas en el año 1996. De esta forma la aceptación por parte de proyectista, dirección de proyecto y supervisión de proyecto de una ligera reducción de coeficiente de seguridad en alguna sección de cambio de espesor de alma no hizo necesario la realización de ninguna labor de refuerzo en los elementos estructurales existentes.

5. ASISTENCIA A LA OBRA DURANTE LA EJECUCIÓN DE LA AMPLIACIÓN

Una vez adjudicada la construcción a Fomento de Construcciones y Contratas, la Dirección de Obra confirmó la necesidad del mantenimiento de ambos sentidos de circulación a lo largo de todo el proceso de ampliación de los viaductos, si bien era asumible la reducción de la velocidad de los vehículos a su paso por los mismos. Simultáneamente la constructora se planteó la posibilidad de hormigonar la losa *in situ* haciendo uso para ello en ambos viaductos de un único carro de hormigonado automóvil presente en su parque de maquinaria y que con ciertas modificaciones teóricamente permitía seguir manteniendo el tráfico a lo largo de la ampliación de aquéllos. Con estas premisas durante la ejecución de las obras la empresa constructora consultó a Iberinsa, como responsable del proyecto, la posibilidad de

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

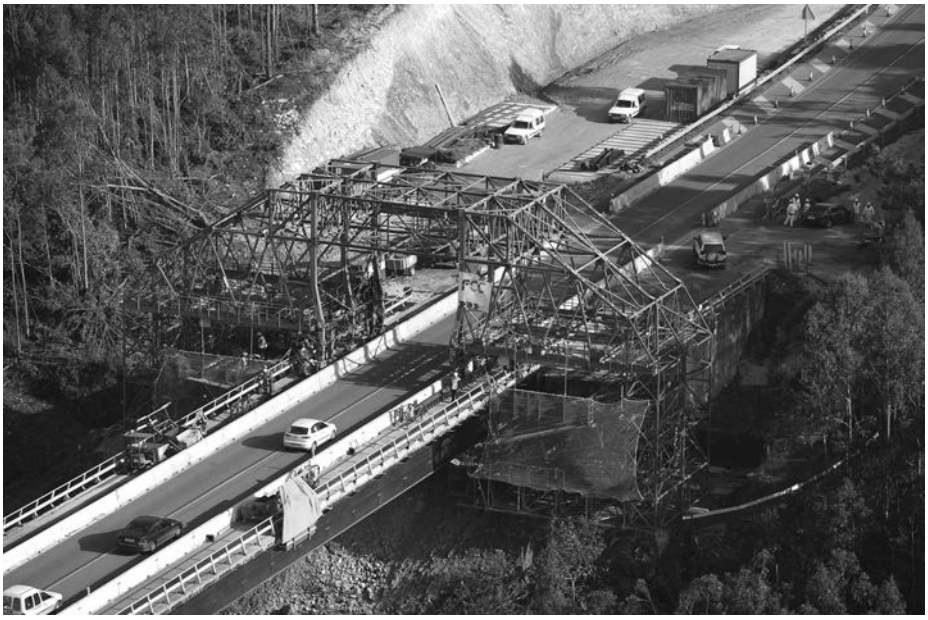


Figura 8. Perspectiva general de la actuación en el estribo de partida.

empleo de dicho carro de hormigonado automóvil. Después de una serie de estudios previos de valoración de la incidencia que sobre la seguridad estructural de los viaductos tendría el empleo de diferentes alternativas de modificación de este medio auxiliar se llegó a un diseño definitivo que permitía el desplazamiento del carro de hormigonado automóvil a lo largo de la directriz longitudinal de los viaductos desde un estribo hasta el opuesto. Asimismo dicho diseño situaba en posición los encofrados que sirven de soporte al hormigón *in situ* que conforma la losa ampliada, esta vez sin el auxilio de prelosas, y, al mismo tiempo, facilitaba la disposición de las plataformas de trabajo que hacen posible la ejecución de las uniones entre los elementos nuevos y los existentes, permitiendo trabajar adicionalmente a ambos lados del eje longitudinal de los viaductos (Figura 8).

El carro de hormigonado circula sobre cuatro ruedas situadas en un dispositivo hidráulico de elevación/descenso y recorre los viaductos desde un extremo a otro en tramos de 6,66 m, permitiendo en cada puesta la colocación y fijación de los jabalcones y las prolongaciones de las ménsulas existentes, así como el hormigonado de la losa superior situada entre ellas. El carro se traslada sobre unos carriles portátiles que se sitúan en posición previamente al movimiento de aquél y se apoyan a su vez sobre tacadas en la vertical de las almas de las ménsulas existentes, a 1,00 m del arranque de las mismas en el alma del cajón, de forma que la distancia entre las patas de apoyo del carro permite el paso de ambos sentidos de circulación y la colocación de sendas barreras rígidas temporales de protección.

De manera previa al movimiento del carro es necesario demoler parte de los extremos de la losa existente para poder realizar el empalme de sus armaduras con las de la losa nueva, labor que se realiza con sendas pequeñas plataformas de trabajo que se mueven independientemente del carro y por delante del mismo.

Una vez alcanzada la posición de una puesta el carro de hormigonado apoya sobre seis patas en lugar de las cuatro usadas para desplazarse, procediéndose a introducir a través de los huecos previstos en el encofrado los elementos metálicos que permiten ampliar las ménsulas existentes; a continuación se ejecutan las uniones metálicas y se ferralla la zona de ampliación de la losa superior, procediéndose por último a su hormigonado simétrico a ambos lados del viaducto.



Figura 9. Circulación de camiones sobre la ampliación ejecutada.

El ciclo de cada puesta comenzó siendo de 48 horas y se redujo en los picos de producción a 24 horas, por lo que se han empleado hormigones de alta resistencia inicial para lograr este ritmo de trabajo y al mismo tiempo permitir la circulación sobre las losas recién ejecutadas de los camiones de obra y de la bomba de hormigonado que aproximan las piezas metálicas y el hormigón al carro automóvil (Figura 9).

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026



Figura 10. Perspectiva general del carro de hormigonado automóvil.



Figura 11. Viaducto de San Timoteo durante la ampliación del tablero.

El carro de hormigonado automóvil es muy aparatoso, tal como puede apreciarse en las fotografías de las Figuras 10 y 11. El peso del mismo es del orden de 1.140 kN a los que hay que añadir el correspondiente al hormigón fresco, alcanzándose valores de 1.600 kN.

Estas elevadas cargas junto al claro papel que la variable temporal juega en todo proceso de ampliación estructural hicieron necesario, tanto transversal como longitudinalmente, un análisis en profundidad de carácter evolutivo de solicitaciones y resistencias.

Con relación al análisis de solicitaciones éste fue realizado de manera elástica y lineal, efectuándose una descomposición de toda la historia evolutiva de esfuerzos en las secciones transversales más representativas, o secciones de control, del comportamiento estructural de ambos viaductos: típicas secciones sobre pilas, centros de vano, cambios de espesor de almas, etc. En particular, en el análisis transversal se tuvo en cuenta que cuando el carro de hormigonado se posiciona para la ejecución de un tramo de 6,66 m de longitud transmite su peso a las ménsulas laterales, las cuales se deforman de manera isostática; posteriormente aquél avanza hasta la siguiente puesta, produciéndose la retirada de la gravitación del carro sobre las ménsulas en una sección del viaducto diferente de la inicial dado que en ese momento ya está colocado el jabalcón inclinado y se encuentra ejecutada la losa superior, por lo que la ménsula forma, por tanto, parte de un sistema internamente hiperestático.

En cuanto al análisis de las resistencias de las secciones se optó por emplear el método elastoplástico señalado en las

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026



Figura 12. Viaducto de San Timoteo con el tablero ampliado.

Recomendaciones para el proyecto de puentes mixtos para carreteras RPX-95 de manera que se ha podido seguir con detalle la influencia que las muchas *presolicitaciones* presentes en estos viaductos tienen sobre las secciones de control, al tiempo que se apuraba la reserva de resistencia de las mismas.

En la fecha de redacción de este escrito, febrero de 2006, el carro de hormigonado ya había finalizado su trabajo en el Viaducto de San Timoteo (Figura 12) y estaba siendo trasladado al Viaducto de Canero.

BIBLIOGRAFÍA

MINISTERIO DE FOMENTO. IAP: Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera. Centro de Publicaciones. Secretaría General Técnica. Ministerio de Fomento. Madrid. 1998.

MINISTERIO DE FOMENTO. RPX-95: Recomendaciones para el proyecto de puentes mixtos para carreteras. Centro de Publicaciones. Secretaría General Técnica. Ministerio de Fomento. Madrid. 1996.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Investigación de nuevos usos de las escorias de horno eléctrico de arco (EAF). La oportunidad de los hormigones

Concrete opportunities in the investigation of new uses for electric arc furnace (EAF) Slag

Juan Manuel Manso Villalaín
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
EPS, ICCP. Universidad de Burgos

Jesús Setién Marquínez
Dr. en Ciencias Físicas
ETSICCP, Universidad de Cantabria

RESUMEN

Los cambios introducidos en los procesos de fabricación de los aceros en los últimos años han generado nuevos tipos de residuos industriales que, dadas las nuevas exigencias de sostenibilidad, deben ser reutilizadas en su mayor parte. Entre los diferentes usos posibles estudiados se plantea en el presente artículo la utilización de las escorias de horno eléctrico de arco (EAF) como árido para fabricar hormigones de baja responsabilidad. Se plantea así un primer paso consistente en la caracterización de las escorias EAF para pasar a estudiar posteriormente los resultados de los ensayos realizados sobre seis tipos de amasadas reales de hormigones con escorias, en los que se estudian sus propiedades físicas y mecánicas. El estudio concluye con los análisis de durabilidad y de comportamiento medio ambiental. Con los estudios realizados se proponen la fabricación de hormigones con este producto, así como algunas recomendaciones para su uso.

ABSTRACT

Over recent years, modern steel manufacturing processes have begun to generate new types of industrial residues, the greater part of which in response to growing calls for sustainability must be reused. From among the various possible uses being studied, this article proposes the utilisation of Electric Arc Furnace (EAF) slag as dry filler in the manufacture of low tolerance concretes. Hence, the first step involved identifying the main attributes of EAF slag, following which six types of concrete mixtures all made using EAF slag were analysed and their physical and mechanical properties studied. The study concluded with an analysis of durability and environmental behaviour. On the basis of the final results, positive conclusions are reached on the use of this product in the manufacture of concrete and a number of recommendations are also made on its use.

1. INTRODUCCION

El comienzo de la producción masiva de aceros en convertidor, a mediados del siglo XIX, dio lugar a una aparición también masiva de escorias de acería, que fueron almacenadas a la intemperie en grandes masas, similares a las escombreras de minería de aquella misma época. El consumo de escorias, en construcción u otras aplicaciones, ha sido desde entonces y hasta épocas muy recientes inferior a la producción, siendo el vertido la salida más cómoda y socorrida para ellas.

En los albores del siglo XXI la exigencia social de protección medioambiental y de desarrollo sostenible en los países mas avanzados ha llevado a plantearse el reto de suprimir el vertido y reciclar la totalidad de la escorias siderúrgicas (1); no obstante, ello es un objetivo difícil y que requiere un importante esfuerzo humano y material.

La fabricación de acero al carbono y de baja aleación en la Unión Europea ha sufrido una modificación progresiva en los últimos veinticinco años. En primera instancia se produjo una sustitución del horno Martin-Siemens por el Horno Eléctrico de Arco (HEA, Electric Arc Furnace, EAF), sustitución que

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

llegó a ser completa hacia 1980. A partir de entonces, la cantidad de acero fabricada en horno eléctrico no ha hecho sino aumentar desde entonces en la Unión Europea y en especial en España, donde supera ampliamente a la vía tradicional horno alto-convertidor al oxígeno.

Hasta las dos últimas décadas del siglo XX, las operaciones finales de la fabricación del acero tenían lugar en el horno eléctrico de arco HEA o el convertidor BOF. A partir del año 1980, y con una implantación generalizada en 1990 tanto en las acerías de tipo eléctrico (HEA) como acerías al oxígeno (BOF), la última operación de afino en la fabricación del acero se lleva a cabo sobre el caldo extraído fuera de los citados HEA o BOF, en el interior de la cuchara de transporte convenientemente modificada y acondicionada, bajo la denominación de metalurgia secundaria en horno cuchara. En este segundo proceso de fabricación se generan las denominadas escorias blancas (Ladle Furnace, LF) que no son el objeto del presente artículo.

La fabricación de acero en Horno Eléctrico de Arco tras el proceso ácido implica la producción de lo que llamaremos "escoria negra" (EAF) en una proporción de 120 a 150 Kg./tonelada de acero. Sobre un total aproximado de 12,3 Mt. de acero eléctrico en 2004 (Tabla 1), la producción de escorias negras es del orden de 1.7 Mt anuales en este momento en todo el estado, siendo la Comunidad Autónoma del País Vasco (CAPV) la primera productora tanto de acero eléctrico como de escorias EAF con aproximadamente el 54% del total, lo que viene a representar una producción de unas 900.000 tn/año.

Tabla 1. Producción de acero EAF por Comunidades Autónomas

COMUNIDAD AUTÓNOMA	PRODUCCIÓN
Galicia	0.6
Cantabria	1.2
Euskadi	6.6
Aragón	0.4
Cataluña	1.3
Madrid	0.9
Andalucía	0.7
Extremadura	0.6
TOTAL AÑO 2004	**12.3 Mt**

Dada esta alta producción, y considerando la sensibilidad ambiental a la que hemos hecho referencia anteriormente, es por lo que se hace imprescindible el estudio de la reutilización de este subproducto. Así en estos últimos años se han propuesto, por parte de diferentes grupos de investigadores de varios países, diferentes posibilidades de uso para las escorias EAF que van desde su empleo como áridos de mezclas bituminosas(2), capas granulares de carreteras (3 y 4), en la producción de cemento(5), como áridos para hormigón (6 y 7) hasta otros usos menores pero no por ello despreciables (8 y 9).

De hecho, y dada la especial importancia que cobra el reciclaje de las escorias EAF, en el caso de la CAPV, como primera productora nacional, se promulgó el Decreto 34/2003 de 18 de febrero por el que se regulan la valorización y los usos permitidos para las escorias EAF(10). Entre estos usos queda reconocida su utilización como áridos de hormigones, ahora bien, precisando una transformación previa a su uso.

Con estos antecedentes vamos, a partir de este momento, a intentar describir los trabajos realizados por nuestro grupo de investigación de cara a establecer el uso de las escorias EAF como áridos de hormigones hidráulicos, teniendo en cuenta que en un primer nivel no se pretendió obtener hormigones estructurales o de alto compromiso, sino todo lo contrario, hormigones en masa y de baja responsabilidad (bordillos, pavimentos de aceras, medianas de hormigón para carreteras, muros de gravedad, etc.).

2. CARACTERIZACIÓN DE LAS ESCORIAS EAF

La caracterización del material sometido a estudio debe realizarse en todo momento desde la perspectiva del uso al que va a ser destinado, procurando conocer, desde un punto de vista práctico, los principales parámetros que determinan dicho uso. Por tanto el conocimiento de las escorias EAF analizadas irá encaminado a su uso como árido para fabricar hormigón y en consecuencia deberemos analizar las propiedades de escorias de diferentes procedencias. En este caso se tomaron en diferentes fechas nueve muestras de escorias procedentes de tres acerías diferentes del País Vasco y con distintos grados de envejecimiento para conseguir su estabilización volumétrica.

Las escorias obtenidas en el horno eléctrico de arco son enfriadas en los fosos dispuestos a tal efecto en las propias acerías mediante enfriamiento espontáneo y efecto adicional de regado enérgico con agua con lo que se consigue una roca sólida cuarteada en trozos de tamaño irregular de unos 20 kg. Dichos trozos se cargan en camiones y se transportan hasta las correspondientes plantas de tratamiento donde son sometidas de forma consecutiva a los siguientes procesos:

- Trituración hasta tamaños propios de los áridos convencionales (tamaño máximo de 50 mm).
- Separación magnética de la máxima proporción posible de partículas de hierro presentes.
- Tamizado y clasificación por tamaños.
- Estabilización por regado y volteo durante el tiempo requerido.

En la Figura 1 se muestra la apariencia superficial de una muestra en la que se puede apreciar su textura cavernosa y su geometría redondeada.

2.1. Estabilidad Dimensional de la Escoria EAF

La estabilidad dimensional de las escorias EAF es, en principio, el mayor problema que presenta este material para sus

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

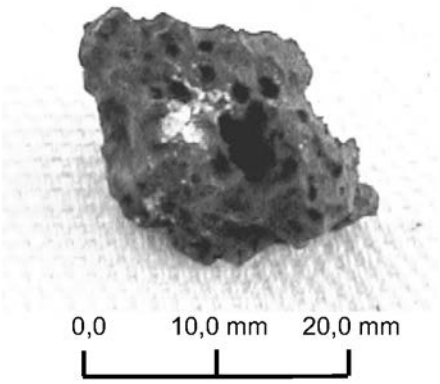


Fig 1.- Aspecto de la escoria EAF.

posibles usos. En general es necesario tener en cuenta que las escorias de acería presentan una expansión potencial asociada a alguno de sus compuestos, cal CaO libre y magnesia MgO libres, que las hacen especialmente problemáticas, por lo que la evaluación de la misma debe ser medida siempre como garantía de durabilidad y funcionalidad de cualquier obra que con ellas se realice.

La evaluación de la misma ha sido realizada según la norma ASTM-D-4792: "Standard Test Method for Potential Expansion of Aggregates from Hydration Reactions". Los valores obtenidos al someter a este ensayo a varias muestras de escorias, sin ningún tratamiento y tomadas en las correspondientes acerías, oscilaron entre valores de 0,8% y 2,15%. Sin embargo estos valores se vieron fuertemente modificados hasta límites admisibles cuando se ensayaban escorias negras que habían sido previamente sometidas a un tratamiento de envejecimiento. En la Figura 2 se muestran los resultados obtenidos sobre tres porciones de una muestra tomada al azar tras ser sometida a un proceso de envejecimiento consistente en volteo, homogenización y regado con agua durante 90 días y posterior ensayo en los correspondientes moldes CBR, tal y como se prescribe en el ensayo anteriormente enunciado.

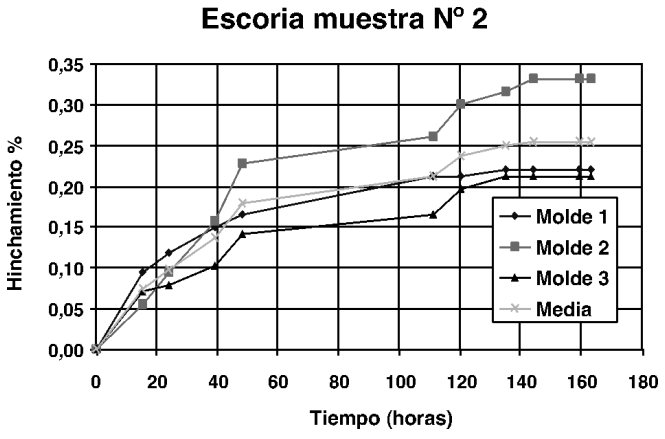


Figura 2 Hinchamiento sobre muestra 2 según ASTM D-4792.

Como puede apreciarse los valores máximos obtenidos del hinchamiento experimentado no superan en ningún caso 0,35 %, siendo este un valor claramente aceptable si tenemos en cuenta el límite de 0,5% impuesto, por ejemplo, por la norma ASTM D-2940: "Standard Specification for Graded Aggregate Material For Bases or Subbases for Highways or Airports". Se puede afirmar, por tanto, que si las escorias EAF son sometidas a un proceso de envejecimiento tal y como el descrito anteriormente el peligro de expansión potencial desaparece, mostrándose estas como áridos adecuados para los fines perseguidos desde este punto de vista.

2.2. Propiedades Físicas de la Escorias EAF

Para poder establecer la calidad de las escorias para fabricar hormigones hidráulicos utilizándolas como áridos debemos observar el cumplimiento de lo prescrito en el artículo 28 de la Instrucción Española de Hormigón Estructural EHE respecto a la realización de ensayos de identificación, de condiciones físico-mecánicas y granulométricas.

Con respecto a las condiciones granulométricas exigidas por EHE diremos que tan sólo se establecen los correspondientes usos límites en el caso de las arenas, no contemplando EHE ninguna prescripción para el resto de áridos. Así en el caso del árido grueso se ha ajustado la granulometría a lo indicado por ASTM C-33, no presentando mayores dificultades dicho ajuste. Otra cosa bien distinta ocurre con la porción fina dado que se observa con toda claridad la falta de tamaños menores que posibiliten su uso como árido para hormigones por lo que se decidió incorporar árido fino procedente de machaqueo de canteras de caliza, que como bien es sabido son excedentarias en este producto.

En la Tabla 2 figuran, a modo de resumen, los resultados de los ensayos más relevantes llevados a cabo sobre las muestras de escorias EAF que se corresponden con la denominada muestra 2 procedente de la acería de Orbegozo en Zumárraga, que se considera representativa de todas las analizadas.

Tabla 2. Propiedades físicas de la escoria EAF

Propiedad	Escoria gruesa	Escoria Fina
Tamaños (mm)	4,76 –25,0	0 – 4,76
Densidad específica aparente (g/cm^3)	3,35	3,70
Absorción (%)	3,29	2,84
Porosidad (%)	10,50	–
Desgaste de Los Ángeles (%)	≈ 20	–
Friabilidad de las arenas (FA)	–	15,4
Índice de lajas y agujas	3,85	–
Coeficiente de forma	53	–
Equivalente en Arena (%)	–	99

En lo relativo al resto de propiedades físico-mecánicas estudiadas señalaremos su adecuación a lo establecido en la Instrucción EHE presentando en algunos casos características destacables, como:

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

– Alta densidad, lo que les hace aptos para fabricar hormigones pesados

– Alta porosidad, que a su vez determina una fuerte demanda de agua

– Muy adecuada resistencia a la abrasión

3. PROPIEDADES FÍSICAS DE LOS ÁRIDOS CALIZOS

Para la elaboración de los hormigones, dado que tenemos una amasada patrón que es la que hemos denominado M-1, se utilizaron áridos calizos de machaqueo. Tanto en el caso de la arena como en los tamaños mayores, los áridos procedían de una planta dedicada a la fabricación comercial de hormigones preparados situada en el País Vasco, por lo que los áridos poseen una calidad contrastada. La Tabla 3 contiene un resumen de las principales propiedades físicas de los áridos calizos empleados.

Tabla 3. Propiedades físicas de los áridos calizos

Propiedad	Arido grueso	Arido Fino
Tamaños (mm)	4,76 –19,1	0 – 4,76
Densidad específica aparente (g/cm^3)	2,64	2,60
Absorción (%)	0,4	4,2
Porosidad (%)	0,6	–
Desgaste de Los Ángeles (%)	18,5	–
Friabilidad de las arenas (FA)	–	22
Equivalente en Arena (%)	–	82

4. FABRICACIÓN DE HORMIGONES CON ESCORIAS NEGRAS

Existen tres aspectos fundamentales, que caracterizan conjuntamente los hormigones fabricados, que debemos destacar de los trabajos realizados sobre hormigones: Dosificaciones, Características mecánicas y Durabilidad y comportamiento medio ambiental.

4.1. Dosificación

Para la fabricación de hormigones se partió de las siguientes condiciones iniciales :

– Contenido de cemento 310 kg/m^3. Tipo= CEM I 42,5. Densidad= 3,15 g/cm^3

– Relación w/c $\leq 0,6$

– Proporción Grava/arena/cemento = 3/3/1 (orientativo)

– Consistencia blanda= 6 y 9 cm. de Cono de Abrams

– Objetivo de categoría resistente H-25

En virtud de lo anterior se fabricaron seis amasadas experimentales, desde M-1 a M-6, cuyas características se especifican en la Tabla 4 adjunta.

Como puede observarse la amasada M-1 se corresponde con un hormigón convencional y servirá como patrón de comparación. También es igualmente destacable que la amasada M-2 se corresponde con un hormigón inadecuado y está fabricado íntegramente con escorias EAF, sin ninguna aportación de áridos calizos.

Este hormigón M-2 resulta absolutamente inaceptable, dado que su composición granulométrica denotó una falta de finos alarmante, lo que quedó corroborado con el ensayo de consistencia mediante el Cono de Abrams, en el que el hormigón se desmoronó pudiendo medirse un asiento de 16 cm., sin

Tabla 4. Dosificaciones de hormigón en Kg

		AMASADAS					
		M – 1	M – 2	M – 3	M – 4	M – 5	M – 6
Agua (kg)		186	186	186	186	186	186
Cemento (kg)		310	310	310	310	310	310
Filler calizo (kg)		–	–	–	480	480	330
Árido 0/4 (kg)	Calizo	930	–	960	–	–	–
	Escoria	–	950	–	480	480	630
Árido 4/12 (kg)	Calizo	520	–	–	–	–	–
	Escoria	–	515	550	550	380	380
Árido 12/20 (kg)	Calizo	415	–	–	–	–	–
	Escoria	–	430	345	345	240	240
Asiento Cono (mm)		70 mm	Colapso	50 mm	70 mm	120 mm	70 mm

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Tabla 5. Propiedades de los hormigones con escorias EAF

		AMASADAS				
		M – 1	M – 3	M – 4	M – 5	M – 6
Peso específico aparente (g/cm^3)		2,34	2,38	2,50	2,56	2,59
Absorción de agua (%)		5,5	6,8	6,5	6,9	7,6
Porosidad (%)		13,0	16,2	16,1	17,6	19,6
Resistencia a Compresión (MPa)	7 días	29,4	26,3	28,9	22,8	25,6
	28 días	36,3	32,3	34,8	29,8	31,9
	90 días	41,3	38,7	42,2	39,5	40,4
Penetración de agua (mm)	Máximo	50	70	11	7	35
	Media	32	45	5	5	25

embargo, y dado que este no se produjo de la forma habitual, es por lo que hemos considerado que este hormigón se colapsó durante el ensayo.

Por tanto se buscó la solución óptima entre el resto de los hormigones planteados.

4.2. Características físico-mecánicas

Los resultados de los ensayos de caracterización física de los hormigones se relacionan en la Tabla 5. Estos ensayos se realizaron sobre las correspondientes probetas cilíndricas de 15*30 conservadas en cámara húmeda, tal y como establece la norma UNE 83301: "Ensayos de hormigón. Fabricación y conservación de probetas".

Como se puede deducir de la tabla anterior la dosificación óptima se corresponde con la amasada M-4. Además, si exceptuamos los resultados obtenidos sobre la dosificación M-2, que como ya dijimos es inaceptable, se observó que:

– Los hormigones con escorias son del orden de un 10% más pesados que el hormigón patrón M-1 y presentan también una porosidad ligeramente superior.

– Los valores de la Resistencia a compresión obtenidos son satisfactorios, superándose el objetivo propuesto de H-25. La evolución de las resistencias entre 28 y 90 días fue positiva, con incrementos entre el 20 y el 30% La resistencias obtenidas en los hormigones dosificados con áridos finos que integran escorias EAF , M-4, M-5 y M-6, también fueron correctas.

– Los hormigones que contienen escorias EAF como árido grueso y una mezcla al 50% de escoria EAF y árido calizo para el árido fino, las M-4 y M-5, son las que presentan menor permeabilidad.

Por tanto esta es la proporción de mezcla más adecuada para las fracciones finas dadas las características de nuestras escorias EAF.



Figura 3. Rotura probeta dosificación M-4.

4.3. Durabilidad y comportamiento medio ambiental

Para analizar el comportamiento en el tiempo de los hormigones fabricados sometimos a probetas, de los hormigones anteriormente descritos, a una serie de ensayos de entre los que destacaremos los de envejecimiento acelerado, estabilidad a los sulfatos y reacción álcali-árido. Finalmente analizamos mediante ensayos de lixiviación la posible afección medioambiental de dichos hormigones.

El ensayo de envejecimiento acelerado se deriva del ensayo de hinchamiento o expansión acelerada de las escorias propuesto por ASTM D 4792 y consiste en someter a las corres-

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Tabla 6. Envejecimiento acelerado en agua

		AMASADAS				
		M-1	M-3	M-4	M-5	M-6
Variación de peso (%)		-0,26	-0,7	-0,9	-0,6	-0,8
Resistencia a Compresión en MPa	Antes	36,3	32,3	34,8	29,8	31,9
	Después	37,3	34,7	38,3	32,6	35,4
Variación de la Resistencia a Compresión (%)		+2,7	+7,4	+10	+9,4	+11,1
Aspecto Superficial		Nada	Caliches	Caliches	Nada	Nada

pondientes probetas cilíndricas de 15x30 cm. de las diferentes amasadas de hormigón, después de su curado durante 28 días en cámara húmeda, a un proceso de secado en estufa a 60ºC durante 48 horas para después sumergirlas en un baño de agua a 70ºC durante otros 32 días más. La rotura final de las probetas se lleva a cabo después de otros 90 días más en los que las probetas se depositan en la calle expuestas a las inclemencias meteorológicas. Con este ensayo se pretende valorar la posible hidratación de la cal libre y la magnesia libre contenida en las escorias EAF que integran los hormigones tanto como áridos gruesos como parte de los finos. Los resultados arrojados por este ensayo, que se resumen en la Tabla 6, fueron muy satisfactorios, salvo en el caso de la mezcla M-2 que no se ensayó. En ningún caso se observaron deterioros y se comprobó que la evolución de las resistencias mecánicas era más favorable en las amasadas de hormigones con escorias que en el caso de la amasada patrón M-1, dada la posible reactividad hidráulica de las escorias.

De acuerdo con lo prescrito por ASTM C 1012 se somete a las correspondientes probetas cúbicas de 15 cm. de arista, después de su curado de 28 días en cámara húmeda, a 10 ciclos de inmersión en una solución de sulfatos verificando el estado de las mismas, la resistencia a compresión y las variaciones en peso y expansión longitudinal. Se pretende con ello comprobar el comportamiento de estos hormigones ante ambientes acuosos agresivos por sulfatos. Los resultados obtenidos, que se relacionan en la Tabla 7, indican variaciones longitudinales muy inferiores al 0,1% establecido y en cuanto a los demás parámetros arrojan resultados muy semejantes en el caso de los hormigones fabricados con escorias a los obtenidos para el hormigón patrón M-1, aunque es de destacar el mejor comportamiento de la amasada M-4.

El ensayo encargado de evaluar la reactividad de los áridos con hidróxidos alcalinos es el denominado álcali-árido valorándose las reacciones Álcali-sílice, silicato y carbonato

Tabla 7. Estabilidad al ataque de sulfatos

Estabilidad a Sulfatos		M-1	M-4	M-6
Expansión longitudinal tras 10 ciclos (%)		+0,012	+0,018	+0,023
Expansión longitudinal tras 50 días de inmersión continua sin ciclos (%)		+0,016	+0,024	+0,031
Variación de peso tras 10 ciclos (%)		+0,21	+0,28	+0,52
Aspecto superficial tras 10 ciclos		Bueno	Bueno	Fisura en una de las aristas
Resistencia a Compresión en MPa	Antes	38,5	35,3	30,7
	Después 10 ciclos	31,2	28,2	19,6
Variación de la Resistencia a Compresión (%)		-17	-20	-36

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

mediante lo contemplado en ASTM C 1260. Los resultados demuestran que nuestros áridos de escoria EAF pueden ser considerados como de baja reactividad pues la expansividad medida es siempre menor que la prescrita (0,14% obtenido frente a 0,20% establecido por ASTM C 1260), sin embargo hay que destacar que este ensayo debería ser siempre preceptivo cuando se pretendan utilizar escorias negras para fabricar hormigones

Finalmente y para valorar los posibles riesgos de contaminación medioambiental que podría acarrear el uso de estas escorias debemos asegurarnos de que no se producirán vertidos, por efecto de lixiviación, de iones o metales pesados problemáticos para la salud. Así se valoró el contenido de sulfatos, fluoruros y cromo total en los lixiviados obtenidos según el ensayo EN 12457 (1996). Los resultaron demostraron que los valores de los lixiviados directamente de la escoria negra están cerca de los límites establecidos sin superarlos y que sin embargo cuando la escoria se encuentra encapsulada en los hormigones los valores son muy similares a los obtenidos en el caso del hormigón patrón (amasada M-1) y muy inferiores a los primeros por lo que quedó demostrado el efecto beneficioso, desde este punto de vista, del uso de las escorias EAF como áridos para hormigones.

5. CONCLUSIONES

1. Uno de los usos posibles para las escorias EAF podría ser la fabricación de hormigones hidráulicos de baja responsabilidad. Con este uso, junto a otros ya mencionados en el presente artículo, se podría conseguir la reutilización casi total de las escorias producidas.

2. Es necesario proceder al machaqueo, homogenización, regado y envejecimiento de las escorias EAF antes de su uso como áridos para el hormigón.

3. Cuando se utilicen escorias EAF como árido para hormigones es imprescindible agregar áridos finos que “cierren” el esqueleto mineral de los hormigones. Éstos áridos finos serán preferentemente de origen calizo de machaqueo y se agregará en las proporciones necesarias en cada caso.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer la financiación prestada por la Junta de Castilla y León para el proyecto BU007B05, así como la colaboración de Milagros Losáñez, Directora Técnica de Gikesa-Eraiker.

7. BIBLIOGRAFÍA

(1) Motz, M. y Geiseler, J.: “Products of steel slags an opportunity to save natural resources”. *Waste Management* (Oxford, U.K.) 21(3). (2001). Págs. 285-293.

(2) San José, J.T. y Uría A. (2000). “Escorias de horno de arco eléctrico en mezclas bituminosas.” *Arte y Cemento*, (1905). Págs. 122-125.

(3) Rubio, A. R. y Carretero, J. G.: “La aplicación de las escorias de acería en Carreteras”. *Ingeniería Civil* (80): Págs. 5-9. (1991). Págs.5-9

(4) “Utilisation des matériaux de reemploi dans les travaux routiers”. Circulaire AWAI/178-95/150 du 10.07.1995. Ministére Wallon de l’Equipement et des Transports (Belgium) (1995).

(5) Tufekci M., Demirbas A., Genc H.: “Evaluation of steel furnace slag as cement additives”. *Cement and concrete Research*, 27 (11). (1997). Págs. 1713-1717

(6) Manso J. M., González J. J., Polanco J. A.: “EAF slag in concrete”. *Journal of Materials in Civil Engineering*. ASCE. Vol 16(6), (2004). Págs. 639-645.

(7) Maslehuddin, M., Sharif, A.M., Shameem, M., Ibrahim, M., Barry, M.S. (2003). “Comparison of properties of steel slag and crushed limestone aggregate concretes.” *Construction and Building Materials*, 17 (2003) Págs.105-112.

(8) Bäverman C., Sapiej A., Moreno L., Neretnieks I. “Serial batch test performed on municipal solid waste incineration bottom ash and electric arc furnace slag, in combination with computer modelling”. *Waste management and Research*, 15 (1). (1997). Págs. 55-71.

(9) Manso J. M., Losáñez M., Polanco J. A., González J. J.: “Ladle Furnace Slag in Construction”. *Journal of Materials in Civil Engineering.* ASCE. Vol 17(5), (2005). Págs. 513-518.

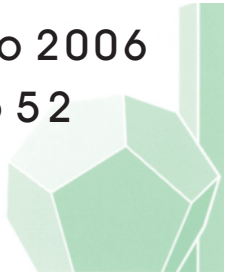
(10) Decreto 34/2003, de 18 de febrero, por el que se regula la valorización y posterior utilización de escorias procedentes de la fabricación de acero en hornos de arco eléctrico, en el ámbito de la Comunidad Autónoma del País Vasco.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Instituto de Ciencias de la Construcción "Eduardo Torroja"

Tecnología de la Construcción y de sus Materiales

Otoño 2006
Ciclo 52



El Instituto de Ciencias de la Construcción *Eduardo Torroja*, del CSIC, viene organizando seminarios monográficos sobre temas de actualidad en el ámbito de la Tecnología de la Construcción y de sus Materiales, a cargo de destacados investigadores nacionales y extranjeros del Sector.

19 OCTUBRE 12,00 h

Ricardo Aroca Hernández-Ros
Dr. Arquitecto
Colegio Oficial de Arquitectos de Madrid

La Arquitectura de Miguel de Fisac

2 NOVIEMBRE 12,00 h

José Ignacio de Llorens Durán
Dr. Arquitecto
Escuela Técnica Superior de Arquitectura, UP de Barcelona

Cubiertas textiles

16 NOVIEMBRE 12,00 h

José Antonio Llombart Jaques
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
Estudio de Ingeniería y Proyectos (EIPSA), Madrid

Nueva Torre de Control del Aeropuerto de Barcelona

30 NOVIEMBRE 12,00 h

Julio Martínez Calzón
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos

Álvaro Serrano Corral
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
MC2 Estudio de Ingeniería, Madrid

Nuevas líneas de diseño estructural: Los Teatros del Canal en Madrid

14 DICIEMBRE 12,00 h

Ángel Castillo Talavera
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
Instituto Eduardo Torroja, CSIC, Madrid

Durabilidad del Hormigón Estructural

Estos Seminarios se celebran en el Aula Eduardo Torroja del Instituto, que está situado en la c/ Serrano Galvache, 4 (acceso por Arturo Soria, frente al núm. 278), y tienen lugar normalmente los jueves alternos a las 12:00 horas. Su duración aproximada es de dos horas, incluyendo la ponencia y el coloquio que se realiza a continuación. La asistencia a los mismos tiene carácter libre y gratuito.

Seminarios **Torroja** Programación

Instituto de Ciencias de la Construcción "Eduardo Torroja"
C/ Serrano Galvache, 4 - 28033 Madrid
Tlf.: 91 302 04 40 - Fax: 91 302 07 00

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Análisis del comportamiento en servicio y hasta rotura de puentes multiarco y de arcos con los tímpanos aligerados

Analysis of the behaviour in service and ultimate condition of multi-span and open spandrel arch bridges

Climent Molins i Borrell
Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos
Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona
Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona

RESUMEN

En este artículo se presenta la aplicación de un modelo numérico específicamente desarrollado para el análisis del comportamiento en servicio y hasta rotura de construcciones de obra de fábrica formadas por elementos lineales a puentes multiarco y de arcos con los tímpanos aligerados. El modelo se valida mediante la comparación de los resultados experimentales en un arco con tímpanos aligerados ensayado por Melbourne y Tao (1) con aquellos obtenidos mediante el modelo. Se estudian tres ejemplos reales de puentes multiarco y con tímpanos aligerados: el puente de la A2 sobre la riera de Magarola (Barcelona), el puente de San Rafael sobre el Guadalquivir en Córdoba y el puente Adolfo en Luxemburgo proyectado por el ingeniero francés Paul Séjourné.

SUMMARY

This paper presents the application of a numerical model specifically developed for the nonlinear geometric and material analysis of masonry 2D or 3D skeletal structures to the study of multi-span and open spandrel arch bridges. The validation of the numerical model has been carried out by comparing of available experimental results (such as those provided by Melbourne and Tao (1) for an open spandrel masonry arch bridge) with those produced by the model. Three examples of application to real complex structures are presented: the bridge of the motorway A2 over the river Magarola (Barcelona), the San Rafael Bridge over the Gaudalquivir River in Córdoba and the Adolphe Bridge in Luxembourg, designed by the French Engineer Paul Séjourné.

1. INTRODUCCIÓN

En las últimas dos décadas se ha destinado un considerable esfuerzo investigador al desarrollo de métodos de análisis de puentes arco de obra de fábrica (Harvey y Smith (2), Page (3), Melbourne et al (4), Molins y Roca (5), Martin-Caro (6 y 7), entre otros). Ello ha dado lugar a un cierto número de aproximaciones que, en primera instancia, se pueden incluir en dos grandes grupos: (a) extensiones del análisis último basado en los teoremas límite de la plasticidad y (b) modelos basados en el método de elementos finitos (MEF) combinados con ecuaciones constitutivas apropiadas para la descripción del comportamiento mecánico de la obra de fábrica. Dichas ecuaciones pueden tratar la obra de fábrica como material homogéneo o bien dar un tratamiento específico a cada material componente (micromodelización). Si bien los métodos basados en el análisis límite han sido y son útiles para predecir la carga última de los arcos de fábrica, presentan una serie de limitaciones prácticas como es su escasa versatilidad, tanto para abordar el estudio de estructuras formadas por diversos arcos y pilares como para predecir el comportamiento en servicio de dichas estructuras. Por contra, los modelos más realistas de elementos finitos exigen el empleo intensivo de los recursos informáticos más avanzados, en particular cuando se usan micromodelos tridimensionales, con modelos constitutivos sofisticados para los distintos materiales que constituyen los puentes arco.

En consecuencia, prácticamente no se encuentran modelos propuestos específicamente para el análisis de estructuras complejas como son los puentes multiarco y de arcos con tím-

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

panos aligerados. Aunque es posible mediante los métodos citados –análisis límite y MEF- analizar dichas estructuras, su aplicación se ha orientado sistemáticamente al estudio de arcos aislados. De hecho, la aplicación de los métodos basados en el análisis límite a estructuras más complejas choca con serias dificultades que a menudo conducen a aceptar algunas simplificaciones drásticas como es reducir el análisis a un arco aislado ignorando los efectos inducidos entre los distintos arcos. Todas estas simplificaciones están causadas por la dificultad de prever en estructuras complejas, constituidas por diversos arcos y pilares, las posiciones límite de la línea de empujes o, lo que es lo mismo, el mecanismo de colapso. Por otra parte, el empleo de aproximaciones basadas en el método de los elementos finitos para el estudio de puentes multiarco requiere una elevada capacidad de cálculo, que puede llegar a ser prohibitiva si se emplean modelos con ecuaciones constitutivas sofisticadas para los diversos materiales.

Uno de los primeros estudios sobre el comportamiento de puentes arco de varios vanos se debe a Harvey y Smith (2) quienes estudiaron el modo de fallo de dichos puentes utilizando un análisis basado en los mecanismos de colapso. Obtuvieron cotas inferiores de la capacidad de carga y sus correspondientes modos de fallo, lo que les permitió concluir que el colapso se producía como consecuencia del desarrollo de un mecanismo global en la estructura y para valores inferiores a los observados en puentes arco de un solo vano. Estos autores distinguen entre dos categorías de colapso en puentes multivano: (a) aquéllos en los que sólo colapsa el arco cargado y (b) aquéllos en los que el colapso involucra más arcos, lo cual depende principalmente de la rigidez relativa de las pilas.

Para profundizar en el comportamiento en servicio y hasta rotura de puentes arco, se han desarrollado diversos experimentos en estructuras, tanto reales como en laboratorio. En el caso de los puentes multiarco y de tímpanos aligerados sólo se dispone de resultados de ensayos en laboratorio. Uno de los primeros experimentos sobre la capacidad de carga de puentes multiarco, debido a Melbourne et al (4), consistió en el ensayo de tres puentes multiarco de fábrica de ladrillo (de tres metros cada uno) con pilas esbeltas. Todos los modelos ensayados colapsaron por la formación de un mecanismo de rótulas involucrando todo el puente. En todos los casos, las cargas de colapso eran inferiores a las obtenidas para el arco aislado. También observaron que el punto crítico de aplicación de la carga no se encontraba a un cuarto de la luz, como suele ocurrir en arcos aislados, sino en un punto más cercano a la clave y que los muros de los tímpanos contribuían significativamente en el comportamiento resistente de dichos puentes. Con objeto de alcanzar un mayor conocimiento de la respuesta resistente de los puentes multiarco, Ponniah y Prentice (8) desarrollaron una serie de ensayos experimentales sobre modelos de puentes arco de dos vanos construidos con piezas de madera para representar tanto las dovelas como las pilas. En su análisis observaron que el colapso se producía como consecuencia de un fallo local en el arco cargado sin que se produjera la aparición de rótulas en el vano adyacente. De acuerdo con sus ensayos, las cargas de rotura más bajas se producían alrededor de la mitad de la luz del arco cargado y su valor era un 20 % inferior al obtenido para un puente arco análogo aislado. Posteriormente, el mismo equipo de la universidad de Edimburgo ensayó un arco de ladrillo de dos vanos (9).

Los puentes con tímpanos aligerados revisten un gran interés ya que esta tipología ha permitido materializar las mayores luces alcanzadas con arcos de obra de fábrica. El aligeramiento es resultado de la necesidad imperiosa de reducir el peso de los tímpanos a medida que aumenta la luz salvada por el arco. En este sentido, es muy ilustrativa la descripción que realiza el profesor Heyman (10) de la construcción del puente de Pontyprid, cuya luz fue récord en 1791, del fallo que se produjo en la construcción con tímpanos rellenos y como se alcanzó la solución final con tímpanos aligerados. En general, los puentes arco de gran luz con tímpanos aligerados presentan un arco principal muy esbelto y, como resultado del aligeramiento de la estructura, un menor volumen relativo de cimentación. Asimismo, y como destacan Melbourne y Tao (1), el cálculo de dichas estructuras es más fiable porque prácticamente se elimina la incertidumbre relativa a la contribución del relleno de los tímpanos que, como es conocido, moviliza la interacción suelo estructura. Precisamente a estos autores se debe el único estudio experimental sobre el comportamiento resistente de puentes con los tímpanos aligerados.

Los ejemplos que se presentan en este artículo se analizan mediante un modelo basado en la Formulación Matrical Generalizada (FMG) (11 y 12) para el análisis de estructuras reticulares espaciales formadas por elementos curvos con sección variable de obra de fábrica que se desarrolló como alternativa para hacer frente a las limitaciones prácticas expuestas y obtener así una herramienta versátil pero al mismo tiempo eficiente desde el punto de vista computacional. La exposición detallada de este modelo y su comprobación mediante los resultados experimentales de un puente arco (aislado) ensayado hasta rotura ya se presentó en esta revista (5). Durante los últimos años, dicho modelo ha sido validado con ejemplos más complejos de los que se disponía resultados experimentales para poder generalizar su utilización y, además, se ha aplicado a casos reales.

Después de un breve resumen introductorio relativo al modelo se presenta, en primer lugar, el estudio del puente con tímpanos aligerados a escala reducida ensayado hasta rotura por Melbourne y Tao (1). En segundo lugar se presenta la aplicación del modelo a la evaluación de puentes existentes actualmente en servicio. Para ello se han seleccionado dos puentes multiarco representativos de otros muchos existentes en España y un gran puente de tímpanos aligerados. Los dos primeros corresponden al puente sobre la riera Magarola en Esparreguera (Barcelona) y al de San Rafael sobre el Guadalquivir en Córdoba y el tercero el puente Adolfo en Luxemburgo diseñado por el ingeniero francés Paul Séjourné.

El análisis presentado ilustra la capacidad del método para predecir el comportamiento de tales construcciones a lo largo de todo proceso de carga y, en particular, para simular la forma de colapso y predecir la carga última. Se detallan los distintos modos de fallo que presentan las estructuras dependiendo de la posición de la carga en el puente.

2. MODELO DE ANÁLISIS

2.1. Formulación marco

El modelo de análisis se basa en una extensión de la formulación matricial equipada con modelos constitutivos adecua-

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

dos para la descripción mecánica de la obra de fábrica, incluyendo la fisuración a tracción y la plastificación y aplastamiento a compresión. Su planteamiento parte del establecimiento exacto del equilibrio en todos los puntos de un elemento dado, no siendo necesario introducir hipótesis adicionales sobre la forma de los campos de desplazamientos o de tensiones.

Debido a que los movimientos son completamente libres (en contraposición con el método de los elementos finitos, en el cual los campos de desplazamientos se interpolan de acuerdo con ciertas funciones de forma) es posible reproducir curvaturas importantes asociadas al daño, resultando de ello una notable capacidad para la localización del mismo (formación de rótulas). Por este motivo, el uso de este método no exhibe los problemas numéricos que sí aparecen en el método de los elementos finitos cuando se usan ecuaciones constitutivas para material perfectamente frágil en combinación con una formulación en desplazamientos.

La derivación detallada que conduce a las ecuaciones globales del problema estructural, junto con algunos detalles acerca de su implementación numérica, se pueden hallar en (5, 13 y 14).

2.2. Modelización del material

El modelo constitutivo adoptado resulta de la combinación de varias ecuaciones constitutivas parciales para la descripción del comportamiento de la obra de fábrica –y en su caso también del hormigón- a tracción, compresión y cortante. La interacción entre las respuestas normal y tangencial se determina mediante una envolvente biaxial de resistencias.

El comportamiento del material a compresión se describe mediante un modelo elastoplástico bilineal mientras que, bajo tensiones de tracción, la fábrica se modeliza como un material elástico lineal completamente frágil.

La fisuración (incluyendo tanto la aparición de fisuras reales como la separación de dovelas) ocurre una vez se alcanza la resistencia a tracción de la fábrica, que incluso puede ser nula.

2.3. Simulación del relleno de los tímpanos

En general, casi todos los arcos de obra de fábrica existentes de luces pequeñas y medianas incluyen dispositivos accesorios a la rosca como son un relleno superior coherente o incoherente y las paredes de los tímpanos que además de contener el relleno actúan en la práctica reforzando o rigidizando la rosca del arco. En algunos casos, para mejorar la resistencia, el relleno próximo a los arranques se construía con materiales coherentes. Para simular adecuadamente la respuesta resistente de estas construcciones es imprescindible tener en cuenta dichos dispositivos en su modelización porque presentan un efecto determinante en el equilibrio. Cabe señalar que en el caso de los puentes con tímpanos aligerados, el volumen de tierras se sustituye por un sistema de pilares y arcos sobre los cuales existe el relleno mínimo imprescindible para materializar la plataforma.

La técnica propuesta para simular la contribución de los tímpanos a la resistencia y a la rigidez de los arcos mediante la presente formulación consiste en idealizar este elemento como un conjunto de elementos lineales superpuestos a la rosca. Los tímpanos se simulan discretizándolos en 8 o 10 elementos conectados elásticamente a la rosca. Esta conexión, que controla la contribución de los tímpanos a la rigidez del conjunto, se supone deslizante en la dirección tangente al contacto rosca-tímpano e infinitamente rígida en la dirección perpendicular. Las rigideces rotacionales de estos elementos de conexión se consideran nulas (Figura 1).

La validez de esta técnica de modelización ha sido comprobada, tanto en rango elástico como en el no lineal, mediante una comparación sistemática de soluciones obtenidas por el método de los elementos finitos en tensión plana, habiendo quedado demostrada su capacidad para producir soluciones suficientemente precisas desde un punto de vista ingenieril (15). Tales comparaciones consideraron diferentes proporciones entre luz y altura de arco, módulos elásticos de relleno, y ancho de rosca y altura de relleno.

3. EJEMPLO DE VALIDACIÓN

Melbourne y Tao (1) ensayaron en laboratorio un puente de tímpanos aligerados de 5 m de luz (Figura 2), cuyas características geométricas se resumen en la Tabla 1. Durante los ensayos que desarrollaron, se aplicó un eje de carga en siete posiciones distintas. Finalmente, se llevó la estructura a rotura para la carga aplicada en L/4 (Figura 2). Los mismos autores obtuvieron buenas predicciones numéricas de la carga últi-

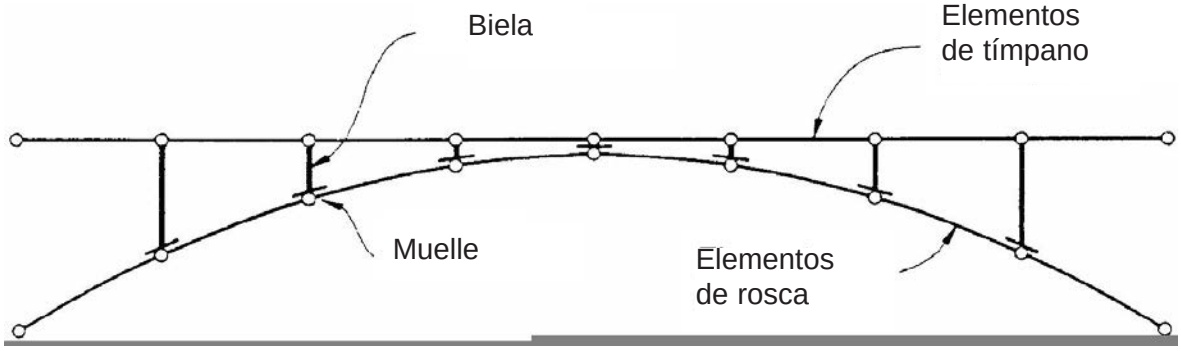


Figura 1. Modelización completa de la rosca y los tímpanos de un puente arco mediante un sistema de barras equivalente.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

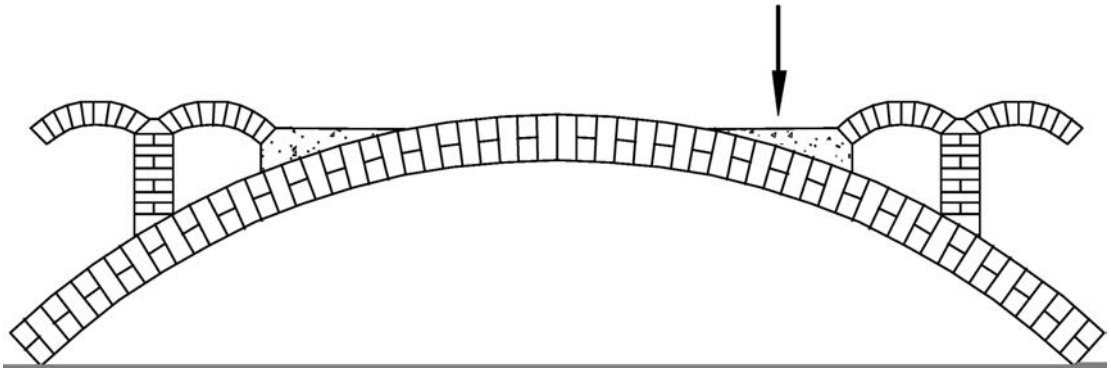


Figura 2. Esquema del puente con tímpanos aligerados ensayado por Melbourne y Tao (1998).

ma mediante modelos de elementos finitos empleando tanto fisuración distribuida como discreta.

El modelo desarrollado con el método propuesto consta de ocho elementos para el arco principal y cuatro para cada arco de aligeramiento. Cada pila se modelizó con solo un elemento, resultando un total de 26 elementos para la estructura completa. Para validar la predicción del modelo con los resultados de laboratorio, se reprodujeron aquellos casos de carga para los cuales se disponía de datos experimentales. Para la estimación de la capacidad última, se realizó un análisis no lineal por el material simulando el ensayo a rotura. La carga obtenida fue de 22,00 kN, siendo la experimental de 22,10 kN (0,45% de diferencia). En la Figura 4 se muestra el diagrama carga-flecha bajo el punto de aplicación de la carga. Con las propiedades de los materiales adoptadas en el modelo numérico (Tabla 1) se predijo una respuesta más rígida que la observada en el ensayo.

Tabla 1. Características geométricas y de los materiales.

Geometría arco principal	
Forma	Escarzano
Luz	5,000 m
Canto	0,215 m
Ancho	1,000 m
Flecha	1,250 m

Tabla 1 (Cont.). Características geométricas y de los materiales.

Geometría resto de arcos y pilas	
Forma	Escarzano
Luz arcos secundarios	0,550 m
Canto	0,110 m
Flecha	0,110 m
Altura del pilar en tímpano	0,550 m
Canto del pilar en tímpano	0,178 m
Propiedades de la obra de fábrica	
Módulo de deformación	8.000 N/mm^2
Módulo de Poisson	0,15
Resistencia a compresión	20,0 N/mm^2
Deformación última en compresión	0,0035
Resistencia a tracción	0,25 N/mm^2
Peso específico	20 kN/m^3

La predicción numérica del mecanismo de rotura responde a la formación de cuatro rótulas en el arco principal, tal y como se ilustra en la Figura 3, donde el color más claro indica zonas fisuradas. Puede observarse cómo los arcos de aligeramiento próximos al punto de aplicación de la carga sufren una profunda fisuración con la aparición de tres rótulas que le

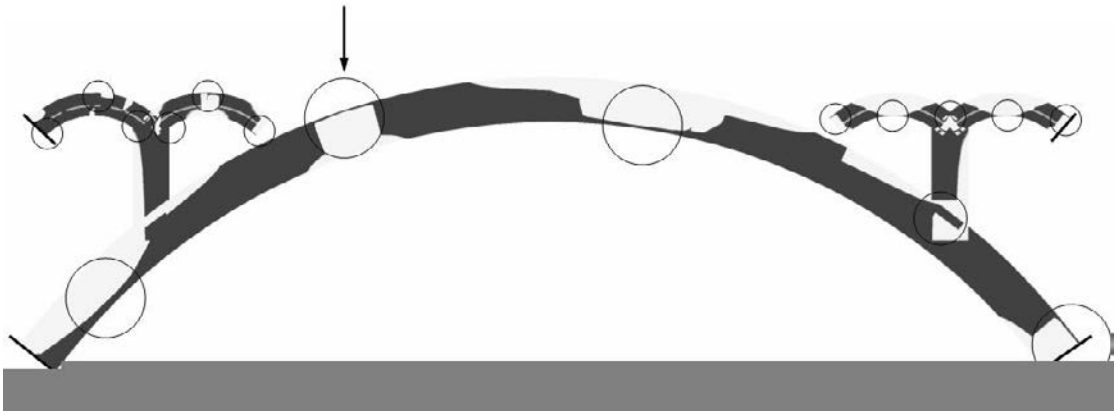


Figura 3. Mecanismo de colapso del arco para la posicición más desfavorable.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

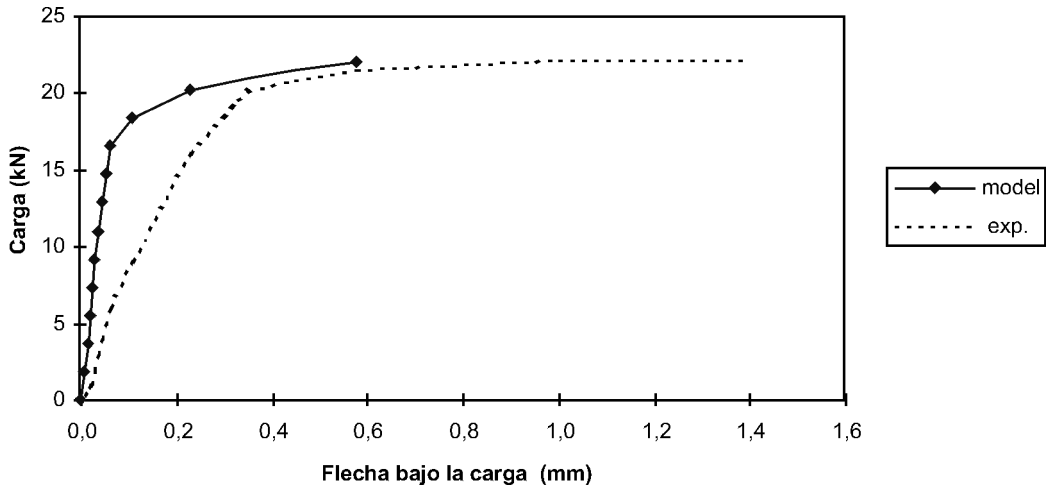


Figura 4. Comparación del resultado de la flecha bajo el punto de carga.

permiten adoptar la configuración estática correspondiente al mínimo empuje. Por contra, la triarticulación de los del lado opuesto obedece a la configuración del máximo empuje sobre ellos. El estado de todos los arcos de aligeramiento obedece a la formación de rótulas en el arco principal, en la vertical de los arcos de aligeramiento. Asimismo, también se observó la formación de una rótula en la base de la pila y rotura.

El estudio se complementó con la determinación analítica de la posición más desfavorable del eje de carga sobre el puente. La Figura 5 refleja la evolución de la carga de rotura a lo largo de la estructura obtenida mediante un análisis no lineal para el material. En la Tabla 2 se presentan los valores numéricos correspondientes. Como era previsible, el valor mínimo, de 14 kN, se obtuvo para la posición en el centro de los arcos de aligeramiento, con un mecanismo local de rotura que afecta a los dos arcos y a la pilastra de un tímpano. En este caso se produce, pues, un fallo local. Para alcanzar una rotura global de la estructura, la posición pésima se encuentra a 0,22 L y el mecanismo que desarrolla no incluye la formación completa de la cuarta rótula, ya que en la rótula debajo del punto de aplicación de la carga, el material aplastó a compresión al alcanzar su deformación última. El mecanismo de rotura obtenido en el análisis coincide con el observado en el experimento.

Tabla 2. Valores de la carga de rotura para distintas posiciones en la estructura.

Posición	Posición relativa	Coordenada (m)	Carga última (kN)
1	0,055 L	0,275	16
2	0,11 L	0,55	30
3	0,165 L	0,825	14
4	0,22 L	1,1	19
5	0,3 L	1,5	22
6	0,36 L	1,8	23
7	0,43 L	2,15	25
8	0,5 L	2,5	32

4. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Se presentan tres ejemplos de aplicación: dos corresponden a puentes multiarco y el tercero a un punte arco de gran luz con los tímpanos aligerados.

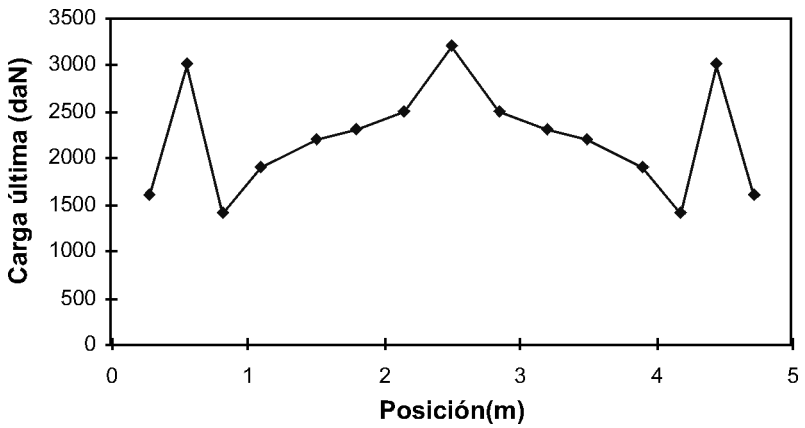


Figura 5. Gráfico con valores de las cargas de rotura en función de la posición.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

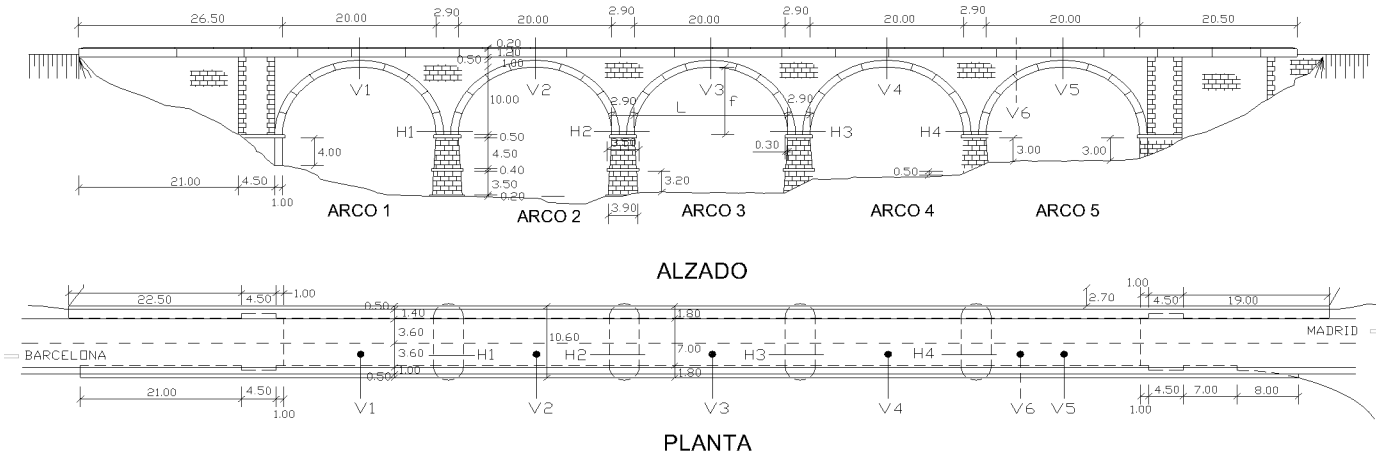


Figura 6. Planta y alzado del puente de Magarola.

4.1. Puente de Magarola

El puente de Magarola está situado en Esparreguera (provincia de Barcelona) en la autovía A-II, PK 582,000. Dicho puente se empezó a construir en la última década del siglo XIX y se completó en el siglo XX. En 1990 se ensanchó la plataforma con una losa de hormigón, presentando actualmente un buen estado. Para la realización de este estudio se emplearon los datos obtenidos durante la campaña de caracterización geométrica y mecánica del puente que se realizó en abril de 1997 para el *Estudio de viabilidad de autorizaciones de paso de transportes especiales sobre las distintas estructuras de los itinerarios de la red de carreteras del estado,* subvencionado por la Subdirección de Conservación y Explotación de la Dirección General de Carreteras del Ministerio de Fomento. Este puente también es conocido porque la estructura de hormigón por la que discurría la circulación en el otro sentido falló durante la avenida del día 10 de junio de 2000 causando dos víctimas mortales.

La estructura (Figura 6) se compone de cinco arcos de fábrica de ladrillo de 20 metros de luz cada uno. Su longitud total es de 160 metros y su máxima altura alcanza los 25 metros. La sección de las pilas es variable y mide 7 x 3 m a nivel de los arranques de los arcos. Las pilas fueron construidas con mampostería concertada reforzada con sillería en las esquinas.

Los principales parámetros geométrico-constructivos del arco y las propiedades mecánicas de los materiales se resumen en las tablas 3 y 4 respectivamente. La forma del arco se determinó a partir del levantamiento de su intradós en 21 puntos, lo que permitió comprobar la exactitud de la semicircunferencia que describe su directriz.

Seis sondeos verticales de 2,10 a 2,25 m de profundidad y cuatro de horizontales de 1,50 a 3,17 m (posiciones V1 a V6 y H1 a H4 en la Figura 6) permitieron el reconocimiento de la geometría interior del puente y su composición constructiva, así como la obtención de varias muestras para ser ensayadas en el laboratorio. Algunas de estas muestras, que incluían tanto la fábrica de ladrillo como las juntas de mortero, proporcionaron información muy valiosa acerca de la resistencia a compresión de la fábrica. El módulo de deformación se ha estimado a partir de la experiencia disponible con fábricas similares. Los sondeos horizontales permitieron detectar la presencia de un relleno de hormigón en las cuatro pilas.

Tala 3. Principales características geométricas y materiales del puente de Magarola

Forma de arco	Semicircular
Luz libre	20,000 m
Canto de la rosca	1,05 m
Anchura	7,000 m
Flecha del arco	10,000 m
Altura de relleno sobre clave	1,15 m
Material de la rosca	Fábrica de ladrillo
Material de relleno	Grava arenosa
Relleno coherente en arranques	Hormigón pobre

Tala 4. Propiedades de los materiales del puente de Magarola.

Obra de fábrica de la rosca del arco		
Resistencia a compresión (N/mm^2)	Experimental	15
Módulo de deformación (N/mm^2)	Supuesto	3.000
Resistencia a tracción (N/mm^2)	Supuesto	0,01
Densidad (Kg/m^3)	Experimental	1.800
Relleno		
Resistencia a compresión (N/mm^2)	Supuesto	1,0
Módulo de deformación (N/mm^2)	Supuesto	30
Densidad (Kg/m^3)	Experimental	2.300

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

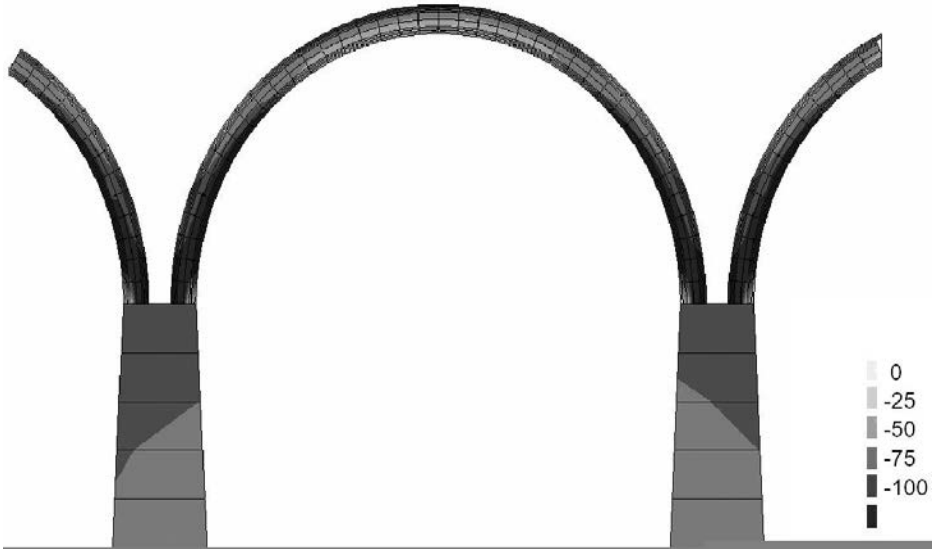


Figura 7. Estado tensional del puente de Magarola bajo peso propio. Tensiones en kN/m^2(x10).

Para evaluar fidedignamente la capacidad de carga de puentes como el de Magarola es necesario considerar la contribución del relleno a la rigidez y a la resistencia de la estructura, además del efecto estabilizador de su carga muerta. En todos los análisis hasta rotura realizados, primero se aplicó la carga muerta y a continuación se fueron aplicando sucesivos incrementos de sobrecarga de vehículos hasta alcanzar la rotura. Se consideraron dos tipos de vehículos: en primer lugar, uno de tres ejes de 80 kN, 100 kN y 80 kN separados 1,33 y 5 metros entre ellos y, en segundo lugar, otro vehículo de 5 ejes de 66 kN, 66 kN, 70 kN, 135 kN y 74 kN separados 1,25; 1,26; 5,41 y 3,95 metros respectivamente y empezando por el eje trasero. En los primeros cálculos se comprobó que los efectos de segundo orden eran despreciables debido a la contribución de los tímpanos, por lo que no se tuvieron en cuenta en el resto de análisis.

El análisis no lineal de la estructura bajo peso propio muestra que la rosca de los arcos se encuentra completamente comprimida excepto en una pequeña zona en el intradós del arranque (Figura 7). En todas las figuras que muestran estados tensionales, en escala de grises se presentan las tensiones normales de compresión, mientras que el blanco se utiliza para las zonas fisuradas a tensiones normales.

El primer paso en el cálculo fue determinar tanto el tipo de vehículo como su posición sobre la estructura más desfavorable. Era difícil determinar *a priori* qué vehículo era el peor porque el boggie trasero del vehículo de tres ejes concentra más la carga que el boggie del vehículo de cinco ejes (tres ejes en el boggie) que es el más pesado. El análisis mostró que el vehículo de cinco ejes actuando muy cerca del centro luz del segundo arco era el más desfavorable para este puente. No obstante, la diferencia entre aplicar la carga en el segundo arco o el tercero era muy pequeña. La Figura 8 muestra la evolución del factor de carga para el caso del vehículo de cinco ejes a lo largo del segundo arco. Este factor es directamente el múltiplo de la carga del vehículo que produce la predicción numérica del fallo.

En todas las posiciones, el fallo se produce debido al aplastamiento del material en la clave del segundo arco. Este aplastamiento ocurre para un mecanismo con diversas rótulas no totalmente desarrollado que involucra la formación de tres

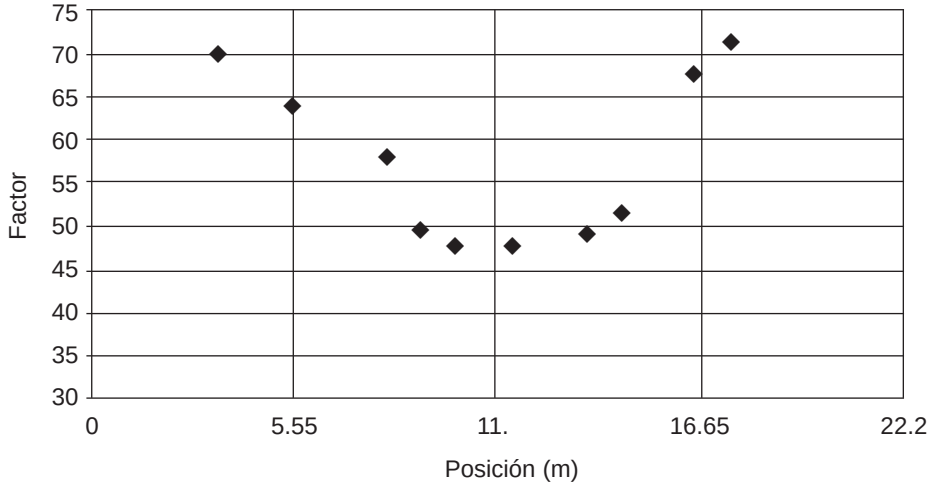


Figura 8. Factor de carga en función de la posición de la sección cargada.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

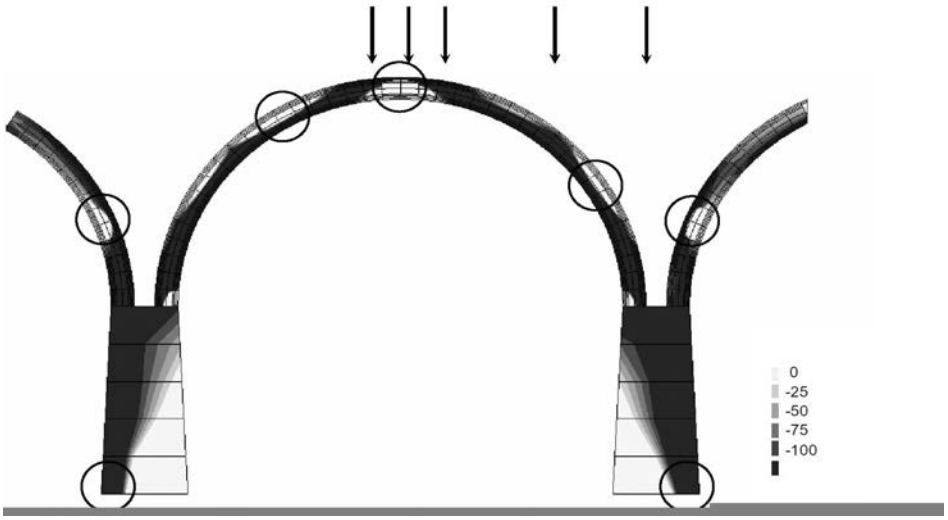


Figura 9. Estado tensional del puente de Magarola en rotura. Rótulas. Tensiones en kN/m^2(x10). Fisuración en blanco.

rótulas en la rosca, una en cada pila (incompletas), tres en el primer arco del puente y dos (incompletas) en el tercero. Estas dos últimas articulaciones contribuyen a aumentar la flexibilidad horizontal del conjunto y, de esta forma, permitir el movimiento horizontal de la cabeza del pilar entre los arcos dos y tres. Las Figuras 9, 10 y 11 muestran el estado tensional y la deformada del puente en rotura bajo la acción de la sobrecarga del vehículo de cinco ejes con el bogie trasero en la clave amplificada por un factor de 48.

Como se puede observar en las Figuras 10 y 11, las condiciones de contorno inducidas por la flexibilidad de las pilas y los arcos adyacentes aumentan la flexibilidad del arco cargado. También se puede observar la gran rotación que experimentan las secciones cerca de la clave del segundo arco. De hecho, la comparación de estos resultados con aquéllos que se obtendrían suponiendo soportes rígidos en los arranques del arco muestra que la pérdida de capacidad de carga inducida por la condición de soporte real se sitúa alrededor del 50%.

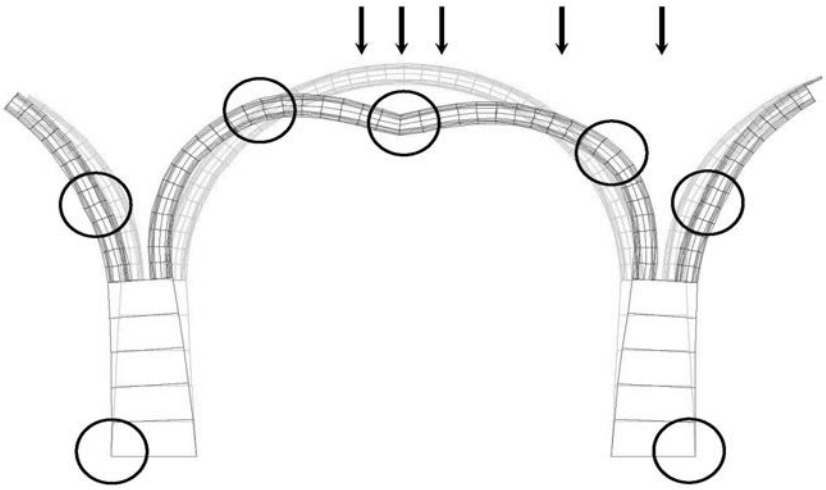


Figura 10. Deformada amplificada del puente de Magarola al producirse el fallo del segundo arco.

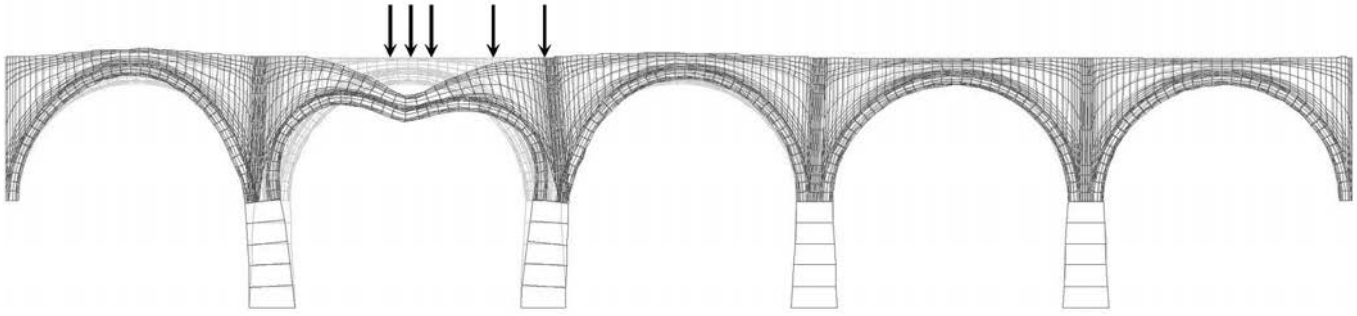


Figura 11. Deformada amplificada del puente de Magarola en rotura.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

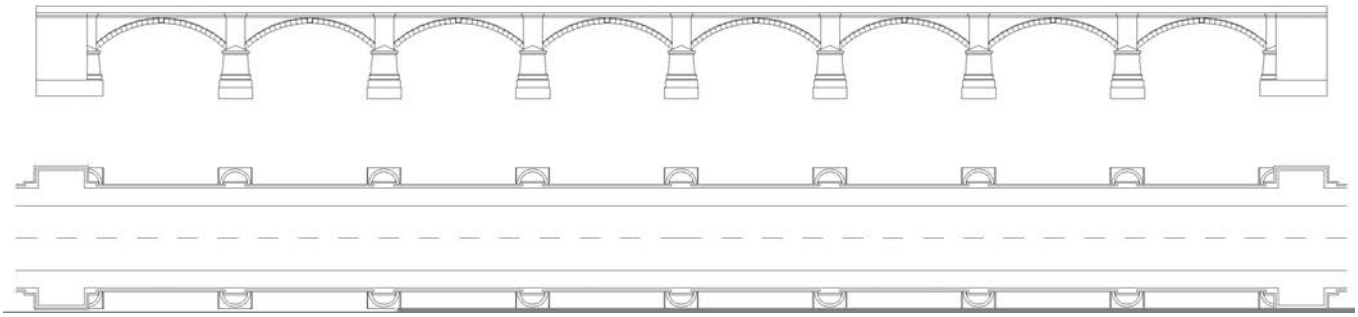


Figura 12. Planta y alzado del puente de San Rafael.

4.2. Puente de San Rafael

El puente de San Rafael (Figura 12) sobre el río Guadalquivir está situado en Córdoba, en la carretera N-IV. Se trata de un puente urbano en muy buen estado. Para la realización de este estudio se emplearon datos pertenecientes al diseño original y a los trabajos de caracterización geométrica y mecánica realizados en octubre de 1997 para el *Estudio de viabilidad de autorizaciones de paso de transportes especiales sobre las distintas estructuras de los itinerarios de la red de carreteras del estado,* subvencionado por la Subdirección de Conservación y Explotación de la Dirección General de Carreteras del Ministerio de Fomento.

Este puente se compone de ocho arcos rebajados de hormigón en masa de casi 24 metros de luz. La longitud total de la estructura es de 240 metros y su máxima altura es de 16 metros. La sección de las pilas es variable y mide 24 x 4 metros en los apoyos de los arcos. Las pilas también son de hormigón con caras simulando fábrica de piedra. La construcción del puente se completó en 1940.

Los principales parámetros geométricos de los arcos así como las propiedades mecánicas de los materiales se muestran en las Tablas 5 y 6 respectivamente. En los trabajos de caracterización geométrica se definió la forma de los arcos mediante la obtención de las coordenadas de 11 puntos de su intradós, lo que permitió demostrar que se trata de arcos de circunferencia.

Nueve sondeos verticales de 3,0 a 5,0 m en arranques, riñones y clave de distintos arcos permitieron confirmar la geometría interior del puente y extraer diversas muestras de hormigón, de las cuales nueve que se ensayaron a compresión -obteniéndose en dos de ellas además el módulo de deformación- y dos a tracción indirecta (ensayo brasileño).

Usando la técnica de modelización ya presentada, cada arco fue discretizado mediante ocho elementos y las pilas por un elemento de sección variable. Las uniones entre el nodo superior de las pilas y el nodo de arranque de los arcos se modelizaron mediante bielas rígidas. El modelo completo contiene setenta y un elementos. Teniendo en cuenta el espesor del relleno y la bóveda, para el cálculo se utilizó un ancho efectivo del tablero de 12 metros.

En este caso se despreció la contribución a la rigidez de los muros de los tímpanos. Sin que ello significara una subestimación sensible de la capacidad de carga del arco ya que en arcos muy rebajados, cómo el estudiado, tiene una importancia menor. Asimismo, se realizaron varios ensayos para determinar la diferencia entre la inclusión o no de los efectos de segundo orden en un modelo numérico y mostraron que la diferencia era siempre inferior al 10%.

En todos los análisis realizados, en primer lugar se aplicó la carga muerta y, posteriormente, la sobrecarga del vehículo en sucesivos incrementos hasta alcanzar la rotura. Se consideró el mismo vehículo de cinco ejes descrito en el ejemplo anterior.

Tabla 5. Características geométricas y materiales del puente de San Rafael

Forma de arco	Circular rebajado
Luz libre	23,72 m
Canto de la rosca	1,0-1,2 m
Anchura	19,00 m
Flecha del arco	4,95 m
Altura de relleno sobre clave	1,15 m
Material de la rosca	Hormigón
Material de relleno	Grava

Tala 6. Propiedades de los materiales del puente de San Rafael.

Hormigón de la rosaca del arco		
Resistencia a compresión (N/mm^2)	Experimental	24
Módulo de deformación (N/mm^2)	Experimental	24.000
Resistencia a tracción (N/mm^2)	Experimental	3,5
Resistencia a tracción (N/mm^2)	Supuesto	0,01
Densidad (Kg/m^3)	Experimental	2.600
Relleno		
Resistencia a compresión (N/mm^2)	Supuesto	1,0
Módulo de deformación (N/mm^2)	Supuesto	30
Densidad (Kg/m^3)	Experimental	2.200

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

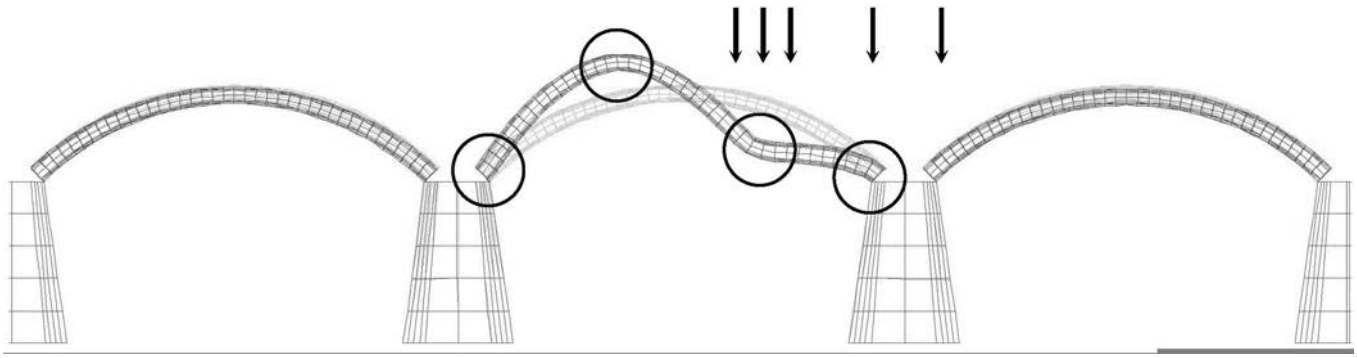


Figura 13. Deformada en rotura de los arcos 2, 3 y 4 del puente de San Rafael.

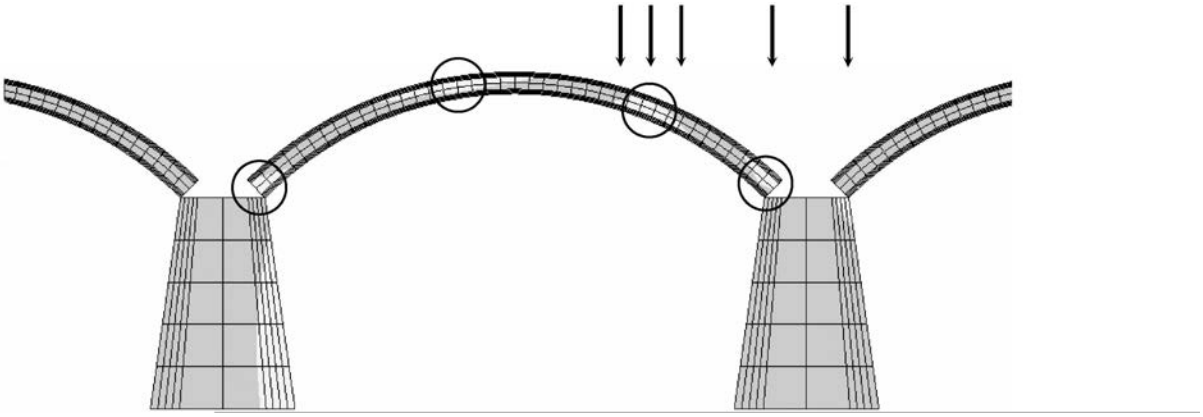


Figura 14. Fisuración (en blanco) del arco cargado del puente de San Rafael en condiciones de rotura. Rótulas.

El análisis de la estructura bajo peso propio mostró que todas las secciones de los arcos estaban en compresión. Análogamente al ejemplo anterior, el primer paso en el cálculo fue determinar la peor posición del vehículo de cinco ejes sobre la estructura. En este caso, esta posición se halla para el boggie trasero de tres ejes colocado a L/5 y los otros dos ejes actuando fuera del arco, en la pila. El fallo se produce por un mecanismo de arco aislado para un factor de carga 82. Las Figuras 13 y 14 muestran la deformada (ampliada) y el estado tensional del tercer arco en rotura. Como era de esperar del mecanismo de colapso descrito, no existe ninguna diferencia entre los distintos arcos en términos de carga última.

No obstante, en otras posiciones del tren de cargas considerado se obtuvieron configuraciones multiarco del mecanismo de rotura. Este es el caso, por ejemplo, de la posición con el boggie trasero del vehículo actuando cerca de la clave del tercer arco. Las Figuras 15 y 16 muestran la deformada y el fenómeno de formación de las rótulas en los arcos 2 y 3 en rotura, para un factor de carga de 122. Se observan tres rótulas completas en los arcos 2 y 3, y en la base de la pila entre ellos. La siguiente pila, entre los arcos 3 y 4, aparece profundamente agrietada pero sin llegarse a formar la rótula. El arco 4 se observa totalmente comprimido. Simultáneamente con el desarrollo del mecanismo de colapso completo de siete rótulas, los resultados mostraron que en dos rótulas del arco 3 y en la rótula del arco 2, cerca de la pila se alcanzaba agotamiento en compresión.

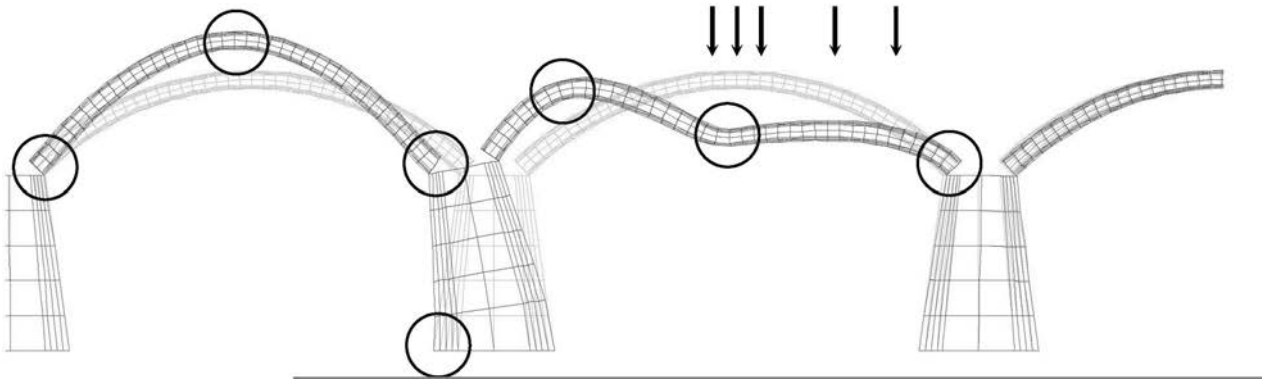


Figura 15. Deformada en rotura para una carga en la clave del puente de San Rafael.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

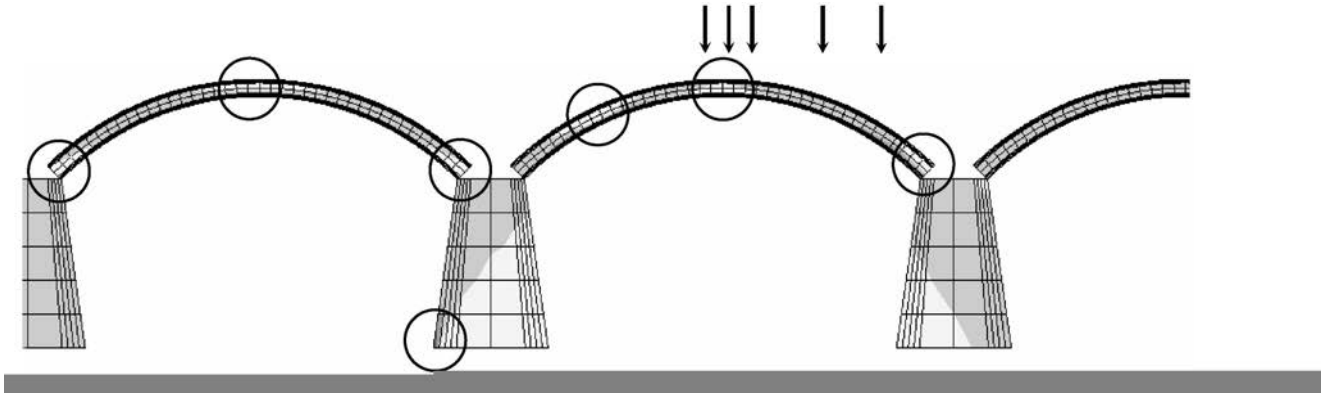


Figura 16. Rótulas desarrolladas en rotura para una carga en la clave del puente de San Rafael.

4.3. Puente Adolfo

El puente Adolfo en Luxemburgo es, sin ser estrictamente el de mayor luz en obra de fábrica en Europa, un hito en la ingeniería de puentes. Fue proyectado por Paul Séjourné y se construyó entre 1899 y 1903 (16). La longitud total de la estructura es de 152 m. El tablero, de hormigón armado, está soportado por dos arcos gemelos de sillería de 5,40 m de anchura separados 6 m entre sí. Longitudinalmente, cada puente presenta un arco de aproximación y una gran pilastra en ambos lados que enmarcan el arco majestuoso de 84,65 m de luz y 31 m de flecha (Figura 17). En el arco principal, el tablero se apoya en los tímpanos mediante un sistema de 4 arcos de medio punto de aligeramiento de 5,40 m de luz. El arco principal se construyó con sillares de arenisca gris mientras que para el resto de la estructura se empleó caliza.

Los arcos de aproximación son, por si mismos, estructuras importantes. Su rosca presenta un espesor variable, al igual que el arco principal o los de aligeramiento y, como puede observarse en la Figura 17, sus tímpanos están internamente aligerados (16).

El modelo numérico desarrollado para analizar la estructura incluyó ocho elementos para cada arco de aproximación, catorce elementos para el arco principal, cuatro para cada uno de los arcos de aligeramiento de los tímpanos, un elemento para cada pila de los tímpanos y dos elementos para las pilastras principales. En total, el modelo desarrollado incluye 72 elementos. En la Tabla 7 se relacionan las características mecánicas empleadas en los análisis resistentes. Éstas se obtuvieron a partir de fórmulas empíricas (como las que constan en el Eurocódigo 6 (17)) a partir de la información sobre

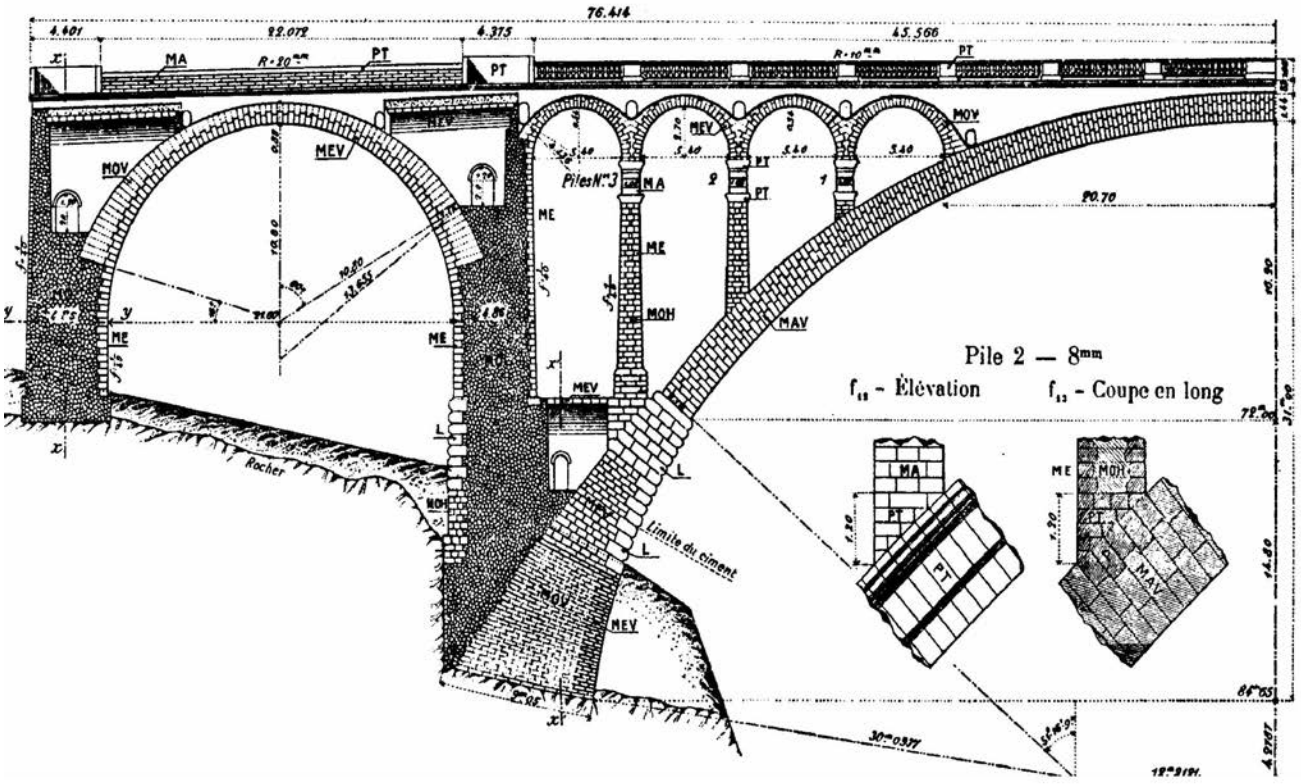


Figura 17. Sección longitudinal del puente Adolfo (16).

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

los materiales componentes indicadas por Séjourné (16). El peso del tablero y su superestructura se estimó en 60,7 kN/m.

Tabla 7. Propiedades mecánicas empleadas en el análisis del puente Adolfo

Obra de fábrica del arco principal	
Módulo de deformación	12.000 N/mm^2
Módulo de Poisson	0,15
Resistencia a compresión	35,0 N/mm^2
Resistencia a tracción	0,01 N/mm^2
Peso específico	24,5 kN/m^3
Obra de fábrica del resto de pilas y arcos	
Módulo de deformación	10.000-7.000 N/mm^2
Módulo de Poisson	0,15
Resistencia a compresión	25,0 – 18,0 N/mm^2
Resistencia a tracción	0,01 N/mm^2
Peso específico	21,5 kN/m^3

En primer lugar se analizó el puente bajo la acción de las cargas permanentes. De acuerdo con este análisis, el arco principal se encuentra sometido a un estado de compresión casi uniforme con una tensión pico de 2,68 N/mm^2. La predicción numérica de la flecha en la clave bajo carga permanente es de 18 mm para el arco principal y 4 mm para los arcos de aproximación. Bajo carga permanente se observa una profunda fisuración en los arcos de aligeramiento de los tímpanos debido al asiento impuesto inducido por la deformación del arco principal. Sin embargo, este resultado no es realista porque los arcos de aligeramiento se construyeron posteriormente a la erección del arco principal. Para poder resolver este inconveniente, el modelo numérico debería incorporar un análisis evolutivo para simular adecuadamente el proceso constructivo y analizar con precisión las tensiones en servicio. Sin embargo, los resultados de las cargas últimas y sus mecanismos asociados obtenidos no se ven prácticamente alterados por esta situación en servicio ya que son situaciones de equilibrio límite.

A continuación se analizó la estructura sometida a la acción de un eje de carga móvil circulando a lo largo de la plataforma. Para ello se calculó la carga de rotura de la estructura sometida a un eje de carga situado en el tablero en 39 posiciones distintas, entre el arranque del arco de aproximación y la clave del principal.

En el arco de aproximación, la peor posición de la carga se encuentra en 0,37 L (siendo L la luz de este arco). Como ilustra la Figura 18, la rotura se alcanzó con la formación del mecanismo de arco aislado con cuatro rótulas para una carga de 5100 kN. Sin embargo, para otras posiciones del eje de carga más próximas a la clave del arco se obtienen mecanismos multiarco con la generación siete rótulas: tres en el arco de cargado, una en la pilastra y tres en el primer arco de aligeramiento.

Cuando la carga actúa en los arcos de aligeramiento, la peor posición del eje se localiza cerca de la clave del segundo arco -exactamente a 0,4L', siendo L' la luz de dicho arco. En esta posición, la rotura se alcanzó para una carga de 1650 kN movilizando la formación de un mecanismo completo de siete rótulas: tres situadas en el tercer arco de aligeramiento, otra sin formarse completamente en la base del pilar del tímpano (sobre el arco principal) y tres rótulas en el arco cargado (Figura 19). Para los otros arcos de aligeramiento se obtuvieron mecanismos de colapso similares para valores de la carga algo superiores.

La Figura 20 muestra la geometría deformada en rotura del arco principal para una carga de 6250 kN aplicada en L/4, justo al final de la estructura de aligeramiento de los tímpanos. Se observa como el arco principal desarrolla un mecanismo de cuatro rótulas. De acuerdo con los resultados numéricos el segundo arco de aligeramiento de los tímpanos sufre un

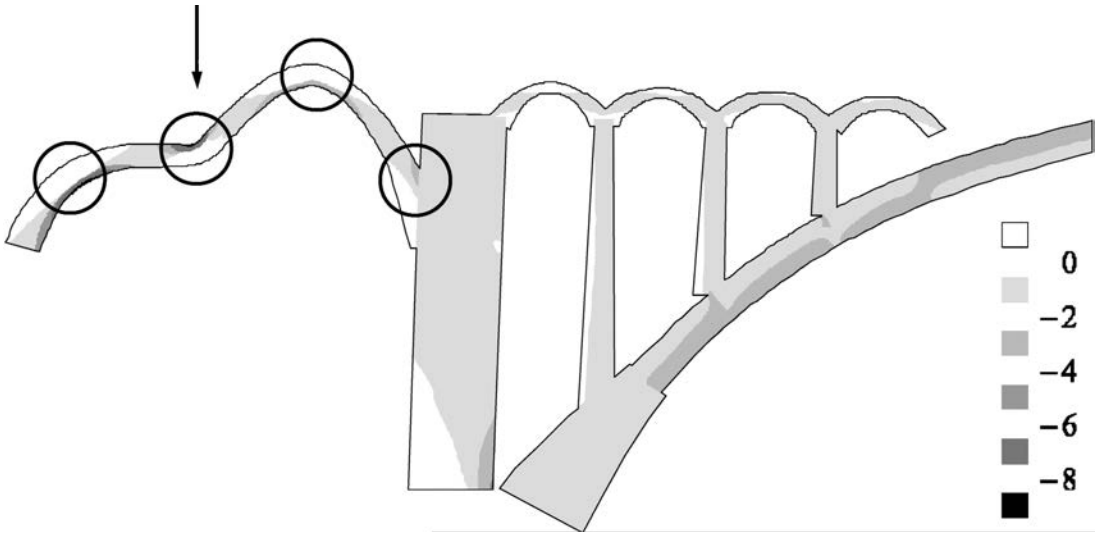


Figura 18. Geometría deformada (amplificada x50), fisuración distribuida (en blanco) y tensiones de compresión (N/mm^2) en rotura bajo una carga aplicada cerca de la clave del arco de aproximación. Se señalan sólo las rótulas completamente formadas.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

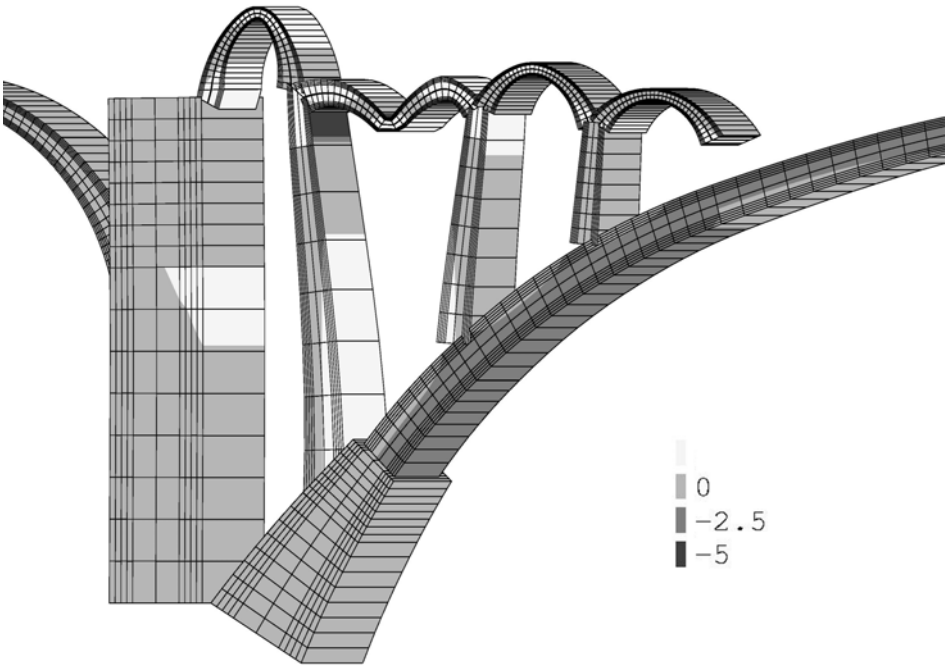


Figura 19. Deformación (x50), fisuración (en blanco) y distribución de compresiones en escala de grises correspondiente a rotura en la estructura de aligeramiento de los tímpanos aligerados bajo una carga aplicada en la clave del segundo arco.

En la Figura 21 se presentan los valores de la carga última obtenidos del estudio de la resistencia de la estructura sometida a la acción de un eje de carga moviéndose a lo largo de la plataforma. Dicho estudio permitió observar los diferentes mecanismos de colapso asociados a las distintas posiciones del eje de carga. Como ya se ha indicado, en los arcos de los tímpanos se obtuvieron siempre mecanismos locales de colapso mientras que para la carga actuando en las pilas de los tímpanos y en el arco principal se obtuvieron mecanismos de cuatro rótulas. Asimismo, se observa que tanto a lo largo del arco de aproximación como en el principal las cargas últimas son muy parejas (sobre 5000 kN) mientras que en los arcos de los tímpanos, con mecanismos de fallo locales, son acusadamente menores.

daño muy importante para poder acompañar al arco principal en su deformación, concentrada en cuatro articulaciones, dos de las cuales se encuentran precisamente en la vertical de estos arcos de aligeramiento.

En esta estructura de gran luz y esbelta se comprobó que la inclusión del equilibrio en segundo orden afectaba las cargas últimas alcanzadas. Para la carga actuando en L/4 del arco principal la carga última sufría una reducción del 14%.

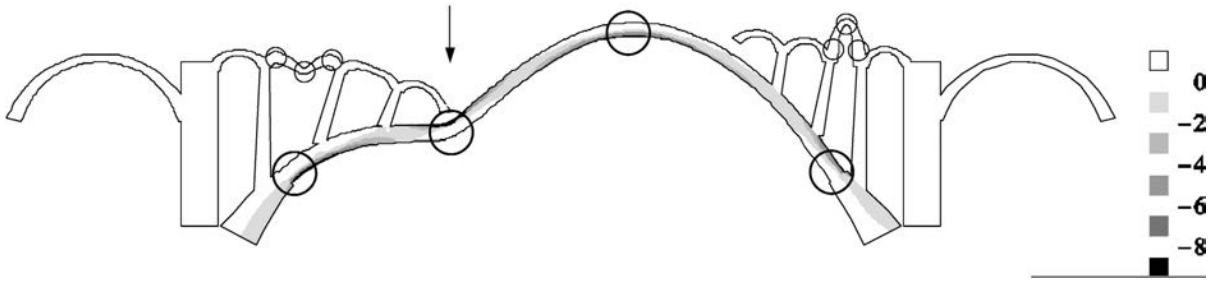


Figura 20. Geometría deformada (amplificad x50) en rotura para una carga aplicada en L/4 del arco principal.

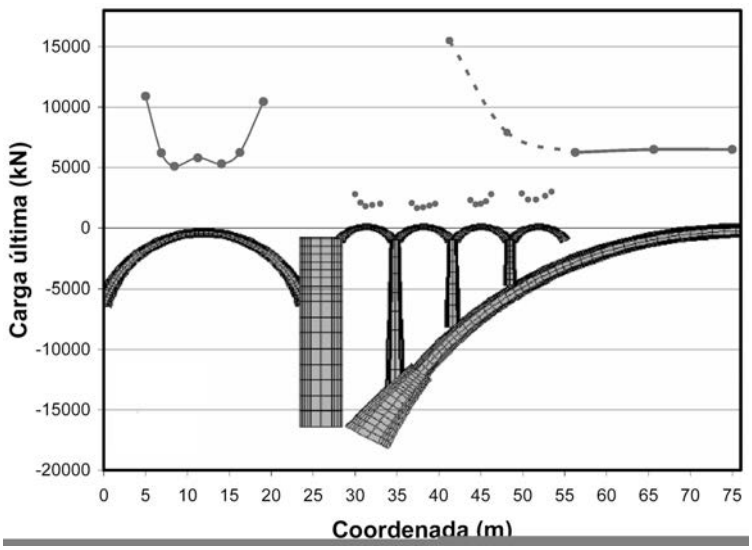


Figura 21. Diagrama posición-carga última obtenida para el Puente Adolfo.

5. CONCLUSIONES

Se ha presentado la extensión de la aplicación de un método basado en la formulación matricial al análisis en servicio y hasta rotura de puentes de obra de fábrica multiarco y arco con tímpanos aligerados. El método aplicado a puentes con tímpanos aligerados ha sido validado comparando los resultados alcanzados con aquellos obtenidos experimentalmente por otros investigadores. La comparación ha sido plenamente satisfactoria tanto en la predicción de cargas últimas alcanzadas como de mecanismos de colapso desarrollados.

Se han analizado dos puentes multiarco. En el primero, el puente de Magarola, el modelo prevé un mecanismo de colapso incompleto que involucra tanto las pilas como los arcos adyacentes, alcanzándose la rotura al agotarse la capacidad de giro de la sección de clave. El análisis demuestra también la

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

importancia de tener en cuenta la estructura completa en lugar de un solo arco. De hecho, el análisis como arco aislado habría producido sobreestimaciones del 100% de la capacidad de carga. En el segundo ejemplo, el puente de San Rafael, la carga última se alcanza con el desarrollo de un mecanismo de colapso de arco aislado, sin involucrar otros elementos distintos al arco cargado. Sin embargo, otras posiciones del eje con valores de carga de rotura más elevados sí producirían fallos desarrollando mecanismos multiarco.

El tercer ejemplo pone de manifiesto una sorprendente uniformidad de la capacidad resistente a lo largo de la estructura, salvo en los arcos de aligeramiento. Ello puede considerarse como una muestra de la calidad de los proyectos desarrollados para los últimos grandes puentes arco construidos en Europa.

6. REFERENCIAS

(1) Melbourne, C., Tao, H. (1998) The behaviour of open spandrel brickwork arch bridges. *Arch bridges*, A. A. Balkema, Rotterdam, pp. 263-269.

(2) Harvey, W. J. , Smith, F.W. (1991) The behaviour and assessment of multi-span arches. *The structural engineer*, Vol. 69, No.24, pp. 411-417.

(3) Page, J. (1988) Load tests on two arch bridges at Torksey and Shinafoot. *Department of Transport*, TRRL Research Report 159, Crowthorne.

(4) Melbourne, C., Gilbert, M. & Wagstaff, M. (1995) The behaviour of multi-span masonry arch bridges. *Proc. 1st Int. Conference Arch Bridges*, Bolton. Thomas Telford, pp. 489-497.

(5) Molins, C, Roca, P. (1998a) Análisis resistente de construcciones de obra de fábrica. Aplicaciones a puentes arco. *Hormigón y acero*, nº 209, pp. 9-32.

(6) Martín-Caro, J.A. (2001) "Análisis estructural de puentes arco de fábrica. Criterios de comprobación". Tesis Doctoral.

(7) Martín-Caro, J.A., León, J. y Corres, H. (2001) Puente sobre el barranco de Torrent. Evaluación e intervención. Hormigón y Acero, nº 219, pp. 103-111.

(8) Ponniah, D. A. & Prentice, D. J. (1994) Testing of multi-span model masonry arch bridges. *Proc. Centenary Year Bridge Conference*, Cardiff, Elsevier Science, pp. 169-174.

(9) Robinson, J.I., Ponniah, D.A., and Prentice, D.J. (1997) Soil pressure measurements on a multi-span brick arch. Proc. 7th Int. Conf. On Structural faults and repair, Edinburgh, Engineering Technics Press, Vol. 1, pp. 111-119.

(10) Heyman, J. (1982) *The masonry arch*. Ellis Horwood. Chichester.

(11) Molins, C., Roca, P., Marí, A. R. (1994) Una formulación matricial generalizada: I-Análisis estático. *Rev. Int. de Métodos Numéricos en Ingeniería*, Vol. 10, nº 4, pp. 317-340.

(12) Molins, C., Roca, P., Barbat A. H. (1995) Una formulación matricial generalizada: II-Análisis dinámico". *Rev. Int. de Métodos Numéricos en Ingeniería*, Vol. 11, nº 1, pp. 23-36.

(13) Molins, C. (1996) Un modelo para el análisis del comportamiento resistente de construcciones de obra de fábrica. *Tesis Doctoral*. Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.

(14) Molins, C, Roca, P. (1998b) Capacity of masonry arches and spatial structures. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 124 (6).

(15) Sicilia, C. (1997) Análisis último de puentes de obra de fábrica. *Tesina de Especialidad.* Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.

(16) Séjouné, P. (1913) *Grandes Voûtes.* Ed. Bouges, Paris.

(17) Eurocode nº 6: Design of masonry structures. General Rules for buildings. ENV 1996-1-1.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Métodos de cálculo de pilares considerando un comportamiento no lineal de los materiales

Column calculation methods considering non-linear material behavior

Miguel A. Ortega
Dr. Ingeniero de Caminos.
Empresarios Agrupados. Departamento Civil

José L. Romero
Dr. Ingeniero de Caminos.
Facultad de Informática. UPM

Emilio de la Rosa
Dr. Ingeniero de Caminos.
ETS de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. UPM

RESUMEN

En el presente trabajo se lleva a cabo una revisión de los métodos de cálculo de pilares para el caso de pieza aislada y con un comportamiento elástico no lineal de los materiales como paso previo al estudio de estructuras generales de las que forman parte piezas prismáticas sometidas a compresión.

En primer lugar se hace una introducción en la que se indican aquellos aspectos (mecánicos, cinemáticos y constitutivos), en base a los cuales se plantean distintos tipos de modelos de pilares. En este sentido se mencionan los modelos (Euler, Kirchhoff, Engesser, Shanley), que desde el punto de vista histórico han aportado las ideas centrales para la comprensión del comportamiento de los pilares (trayectorias, estabilidad, puntos críticos).

En segundo lugar se describe el modelo y la ecuación que rige el comportamiento de los pilares en relación con la cual se mencionan algunos métodos clásicos que permiten su resolución (método de la deformada, de la curvatura, del momento y de Newmark) y se indican las lineas generales de la aplicación del método de los elementos finitos en el cálculo de pilares así como algunas de sus variantes más recientes (elementos línea o capa).

En tercer lugar se describen dos métodos basados en la Teoría de Splines Generalizados y en el concepto de pilar lineal equivalente [Ort04]:

– Método algebraico. Que se puede considerar como un método analítico para resolver problemas habituales en el cálculo de estructuras y que encuentran en la teoría de splines generalizados una herramienta que facilita su resolución.

– Método general. Basado en la utilización conjunta del Método de los Elementos Finitos y de técnicas de homotopía para resolver problemas no lineales de carácter general en relación con las cargas, los materiales y las condiciones de contorno.

Ambos métodos se aplican al análisis de pilares con material elástico no lineal, y se ilustran con ejemplos que ponen de relieve las características de los mismos.

SUMMARY

This paper reviews methods for calculating columns with non-linear elastic materials as separate elements as a first step in the study of general structures formed compressed prismatic elements.

First, an introduction is given, specifying the mechanical, kinematic and constitutive aspects used as a basis for outlining different types of column models. In this respect, we mention the models (Euler, Kirchhoff, Engesser, Shanley) which, from a historical viewpoint, have provided the central ideas (paths, stability, critical points) for understanding the behavior of columns.

Second, the model is presented, as is the equation governing its behaviour, with respect to which a number classical equation-solving equation methods (the deflection, curvature

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

and moment methods, and Newmark's method) are mentioned. Also, the general rules for applying the method of finite elements for column calculation, as well as some of its more recent variations (linear elements) are specified.

Third, two methods based on the theory of generalized splines and the concept of equivalent linear pillar are described [Ort04]:

– Algebraic method, which can be considered as an analytical method for solving common structures calculation problems and which is facilitated by the theory of generalized splines.

– General method, based on the joint use of the method of the finite elements and homothopy techniques to solve general non-linear problems of loads, materials and boundary conditions.

Both methods are applied to column analysis with non-linear elastic material and are illustrated by means of examples that highlight their features.

1. INTRODUCCIÓN

Dentro del cálculo de estructuras, el estudio de pilares forma un importante capítulo en el que se pueden distinguir dos aspectos fundamentales:

– En primer lugar, la modelización de los pilares de acuerdo con un conjunto de hipótesis que caracterizan su comportamiento. Habitualmente estas hipótesis hacen referencia a: la cinemática del campo de desplazamientos, las relaciones constitutivas de los materiales y las condiciones mecánicas de equilibrio. El resultado final es la formulación matemática del modelo mediante un sistema de ecuaciones diferenciales conjuntamente con sus correspondientes condiciones auxiliares de contorno.

De forma general las ecuaciones son del tipo:

$$\psi(\lambda, u)=0 \qquad (1)$$

Donde u son las variables de estado que definen la configuración del sistema (desplazamientos del pilar) y λ las variables de control (cargas que actúan).

El tipo de ecuaciones resultante tiene un carácter no lineal. Las hipótesis del modelo que dan lugar a esta situación son habitualmente las siguientes: desde el punto de vista cinemático se tiene en cuenta la curvatura exacta, en relación con las condiciones de equilibrio se considera la aplicación de las cargas en la posición desplazada y en lo que respecta a las ecuaciones constitutivas se abandona el carácter elástico lineal de los materiales.

– Y en segundo lugar el desarrollo de métodos para la resolución de los sistemas de ecuaciones. En el caso de las ecuaciones del tipo (1), la solución supone los siguientes aspectos:

- Determinación de la trayectoria (λ, u).
- La obtención de los puntos singulares de la misma.
- El establecimiento de las zonas de estabilidad e inestabilidad.

En el caso particular de los pilares los primeros modelos estaban basados en el comportamiento elástico lineal de los materiales, la consideración de grandes desplazamientos y la utilización de la hipótesis de la viga columna de Bernoulli-Euler utilizando estas hipótesis y la metodología variacional desarrollada por el mismo, resuelve en 1744 el problema de la determinación de la carga de pandeo del pilar. Dicha carga es la que da lugar al punto crítico de bifurcación de la trayectoria secundaria. En el caso de linealización al considerar pequeños desplazamientos, dicha trayectoria representa posiciones pandeadas de la pieza con equilibrio indiferente. Un siglo más tarde Kirchhoff mediante las integrales elípticas, obtiene para grandes desplazamientos y utilizando por tanto la expresión de la curvatura exacta, la trayectoria secundaria con una relación carga-desplazamiento creciente y por tanto con posiciones de equilibrio estable.

A finales del siglo XIX se inicia un segundo período en el estudio de pilares considerando un comportamiento plástico de los materiales obteniéndose dos cargas críticas de pandeo: la carga correspondiente al módulo tangente obtenida por Engesser en 1889 y la carga correspondiente al módulo reducido de Considere en 1891. La controversia entre las dos teorías se supera en 1947 con el trabajo de Shanley que demuestra la existencia de infinitos puntos de bifurcación por encima de la carga crítica correspondiente al módulo tangente. Cuando dicha carga es inferior a la correspondiente al módulo reducido la trayectoria secundaria es inicialmente estable e inestable cuando la carga es mayor.

Otro modelo con comportamiento no lineal en relación con los materiales se obtendría considerando un comportamiento elástico-no lineal que difiere del caso plástico, existiendo un punto de bifurcación correspondiente a la carga del módulo tangente en la que aparece una trayectoria general inestable o un tramo de equilibrio indiferente, si la relación constitutiva tensión-deformación tiene un tramo elástico.

Junto a estos modelos en los que se recogen las características básicas del comportamiento de los pilares, se desarrollan otros modelos más generales que abren un tercer período. Además de considerar el efecto de los grandes desplazamientos tanto en el campo de deformaciones como en las condiciones de equilibrio así como el comportamiento no lineal de los materiales a través de distintos tipos de relaciones constitutivas, se utilizan nuevos modelos de vigas (Timoshenko, Levinson, etc.) como base de sus planteamientos. Al mismo tiempo que se introducen nuevos fenómenos como la reología, la fractura o el daño.

La adecuada utilización de cada uno de estos aspectos lleva a la creación de modelos que permiten una interpretación de las estructuras de una forma más realista de acuerdo con las necesidades de los nuevos materiales. El resultado es una mayor complejidad de los problemas planteados debido al carácter no lineal de las ecuaciones.

Abordar el estudio de los pilares ante la variedad de planteamientos, tanto de piezas aisladas como de estructuras, se hace posible con el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo en particular mediante la discretización con E. F.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Como es habitual, con el cálculo en régimen no lineal de vigas-columna se trata entre otros aspectos de:

– Conocer el estado de deformaciones y esfuerzos bajo estados de carga o solicitaciones térmicas, deformaciones impuestas o imperfecciones.

– Determinar la trayectoria de carga-desplazamiento para conocer los puntos críticos y puntos límites.

– Analizar el carácter estable o inestable de la trayectoria.

– Finalmente determinar los diagramas de interacción de cargas exteriores, esbeltez-cargas críticas, etc.

En el presente artículo se lleva a cabo una introducción a los métodos para el cálculo de los pilares y tras revisar algunos de los métodos habitualmente empleados se exponen los procedimientos desarrollados en [Ort04]. Dichos procedimientos se presentan como una alternativa intermedia entre el cálculo clásico de los métodos tradicionales de la Resistencia de Materiales y los métodos numéricos basados en los E. F. Entre sus características se pueden mencionar:

– Bajo nivel de discretización.

– Resolución analítica: es posible obtener resultados analíticos que simplifican y facilitan la compresión del comportamiento estructural del problema.

– Muy buena aproximación a la solución incluso empleando un número reducido de elementos.

2. MÉTODOS DE CÁLCULO NO LINEAL DE VIGAS-COLUMNA

Los métodos de cálculo que se exponen a lo largo del presente trabajo tienen como punto de partida la ecuación siguiente desarrollada en [Ort04]:

$$\left[g(x,P,\chi(u))\right]'' + Pu'' = f(x) \qquad (2)$$

que por su estructura puede considerarse como un caso particular de la ecuación general (1).

Las hipótesis del modelo que conducen a este resultado son, la consideración de:

– La posición de las cargas en la pieza deformada.

– La verdadera curvatura de la sección de la pieza.

Dos aspectos que permiten abordar problemas con grandes desplazamientos.

– Y, finalmente, el comportamiento no lineal del material que deriva no sólo de la no linealidad tensión-deformación sino de otras propiedades de la sección como puede ser, por ejemplo, el caso del hormigón armado, formado por dos meteriales uno de los cuales se caracteriza por la fisuración cuando está sometido a tracciones.

La particularidad de esta ecuación proviene del término $g(x, P, \chi(u))$ que representa la relación constitutiva momento curvatura que depende de la posición (x) y del valor de esfuerzo axil (P) en la misma. Dicha relación viene representada por una función creciente con derivada primera decreciente.

El citado término determina en gran medida el comportamiento de la solución de los problemas de contorno relativos a dicha ecuación.

En el caso de pequeños desplazamientos se pueden considerar varias simplificaciones que permiten abordar gran parte de los problemas de interés práctico. En particular la curvatura se aproxima linealmente y la ecuación (2) queda en la forma:

$$\left[g(x,P,u')\right]'' + Pu'' = f(x) \qquad (3)$$

La obtención de la solución para este tipo de ecuaciones de forma general se lleva a cabo mediante:

- Integración exacta de la ecuación diferencial para la determinación de soluciones analíticas cerradas.
- Integración mediante métodos numéricos. destacando las técnicas de diferencias finitas y elementos finitos.
- Aproximación de la deformada.
- Métodos semianalíticos: desarrollo en serie, perturbación, etc.

2.1 Métodos basados en el cálculo de estructuras

Análisis elástico en segundo orden [Gal68]

En el caso de análisis de segundo orden cuando las cargas se refieren a la posición deformada se suele utilizar el método P-δ. Además este método puede recoger la consideración de la verdadera curvatura reproduciendo el efecto pieza. Cuando además se incluyen efectos de translacionalidad se dice que el análisis P-δ simula el efecto pórtico. Como es conocido el método requiere un proceso iterativo.

Análisis elasto-plástico de primer orden. [Dis61], [CLG96].

Cálculo incremental de cargas que trata de seguir la historia de formación de rótulas mediante un análisis de primer orden teniendo en cuenta la deformabilidad de los elementos frente a los métodos de formación de mecanismos con rótulas plásticas.

Análisis no lineal de segundo orden [ChT94]

Si además se consideran los efectos de segundo orden se tendría el análisis no lineal de segundo orden [ChT94].

2.2 Cálculo plástico de vigas-columna post-pandeo

Teniendo en cuenta la ecuación simplificada (3) y la relación momento curvatura: $M = g(P, \chi)$ o la inversa $\chi = g^{-1}(M,$

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

P), se pueden plantear tres métodos para la resolución de la ecuación del problema en condiciones de no linealidad del material dependiendo de la variable independiente que se emplee *(u, χ, M)*. En la obra de W. F. Chen y T. Atsuta [ChA76], se recogen diversos métodos algunos de los cuales se resumen a continuación.

2.2.1 Método de la deformada

Utilizando como variable la deformada *u* y considerando *f(x)* = 0, la ecuación (3) queda:

$$\left[g(P,u'')\right]'' + Pu'' = 0 \qquad (4)$$

Soluciones exactas-cerradas

Algunos autores han obtenido soluciones exactas de la ecuación para una columna cargada excéntricamente y comportamiento plástico del material. Son conocidas las soluciones de los siguientes autores:

– Jezek (1936) consideró un pilar simplemente apoyado y cargado axialmente con excentricidades iguales en los extremos. Considerando un material elasto-plástico obtuvo las expresiones *g(P, u")* para la sección rectangular, siendo el primero en dar una solución analítica y cerrada de la ecuación (4), mediante integrales elípticas.

– Horne (1956) fue el primero en derivar las relación *M-P-χ* para secciones rectangulares de un material elástico-plástico perfecto. Demostró que la solución se podía obtener sin recurrir a métodos numéricos. Para el caso de Jezek obtuvo soluciones usando funciones elementales.

– Hauck y Lee (1963) obtuvieron relaciones *M-P-χ* explícitas para secciones cajón y en H. Combinando estos resultados con los de Horne obtuvieron soluciones analíticas de la deformada de pilares elastoplásticos en todos los estados de plastificación.

Aproximaciones numéricas

Supone la integración de la ecuación diferencial de la viga columna con comportamiento plástico mediante métodos numéricos iterativos. De hecho los métodos más utilizados (véase [SaR03]) están basados en el método de tiro-corrección de forma que partiendo de las condiciones de un extremo y conocidas las curvaturas se van determinando por diferencias finitas la pendiente y deformada hasta llegar al extremo, repitiéndose el proceso hasta conseguir las condiciones requeridas en el extremo final.

Curvas de deformación de la columna (CDC). Columna equivalente

Una viga cargada axialmente sin excentricidades en los extremos es una columna equivalente de forma que una viga columna con momentos en los extremos será una porción de una viga columna equivalente de la viga columna original. A la curva deformada de la columna equivalente se la denomina curva de deformación de la columna (CDC). Para la determinación de la deformada se utilizan métodos numéricos aproximados como los indicados en el párrafo anterior.

Von Karmán (1910) fue el primero en reconocer el hecho de que la deformada de una columna podía ser representada mediante una porción de curva deformada de otra columna denominada Curva de Columna Deformada (Column Deformed Curve -CDC-) Sobre la base de CDC los resultados de varias columnas para diferentes condiciones de carga y formas de la sección fueron representadas de forma gráfica por Chwalla (1928, 1934) facilitando la resolución.

Como señala Chen [ChA76], otros autores que han ampliado la utilización del método CDC han sido: Horne 1956, Ellis 1958, Ojalvo 1960, Nel y Mansell 1963, Lu y Kamalvand 1968, Ellis, Jury y Kirk 1964 (soluciones tridimensionales para columnas cargadas biaxialmente, columnas con secciones en cajón de pared delgada).

Para una misma relación $\chi = g^{-1}(M, P)$ y carga axil P, se pueden representar una familia de columnas equivalentes o CDC que permiten resolver distintos tipos de problemas gráficamente como hace Ojalvo (1960) y Ojalvo y Fukumoto (1962).

Método CDC modificado

Es una ampliación del método CDC cuando existen cargas perpendiculares a la directriz que fue presentado por Lu y y Kamalvand (1968). Los procedimientos de integración son similares a los indicados en el apartado anterior. Igual que antes se pueden construir nomogramas con los que resolver gráficamente distintos tipos de problemas.

Métodos aproximados. Método de Jezek

La solución del método de Westergard y Osgood [WeO28] basada en una deformada senoidal conduce a complicaciones analíticas por lo que Jezek propone un método simplificado del mismo, bajo las siguientes hipótesis:

– La deformada es una semionda de seno.

– El equilibrio se establece en la mitad de la columna.

– La relación tensión-deformación es perfectamente elasto-plástica.

Los resultado obtenidos mediante estas hipótesis comparados con los que resultan analíticamente son aceptables desde el punto de vista práctico.

2.2.2 Método de la curvatura [ChA76]

En este caso se emplea como variable dependiente la curvatura $\chi = u''$, la ecuación (4) queda:

$$\frac{d^2}{dx^2}\left[g(P,\chi)\right] + P\chi = f \qquad (5)$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

En este caso la curvatura χ, desempeña el papel de la variable de estado.

Esta ecuación se puede integrar numéricamente o en el caso de que se empleen unas relaciones momento curvatura simplificadas es posible integrar la ecuación diferencial en términos de la curvatura (véase [ChA76]). De forma análoga al caso anterior es posible obtener distintos tipos de relaciones como: trayectorias carga axil-curvatura, curvatura- esbeltez o distintas relaciones de interacción axil-esbeltez, axil-estados de cargas sobre la directriz. Al utilizar como variable la curvatura se consigue una simplificación y reducción de los cálculos.

Curvas de la curvatura de la columna (CCC). Columna equivalente.

Igual que en el caso de la deformada en este caso se puede utilizar el concepto de columna equivalente obteniendo numéricamente la variación de curvaturas a lo largo de la directriz.

Con el fin de facilitar la aplicación del método se representan para distintos valores de la carga axil, la distribución de curvaturas a lo largo de la longitud de la columna. Siendo posible resolver los problemas gráficamente

2.2.3 Método del momento

A partir de la relación $M=g(P,\chi)$, se tendría $\chi=g^{-1}(P,M)$, de forma que la ecuación (5) se podría poner:

$$\frac{d^2M}{dx^2}+Pg^{-1}(P,M)=f(x) \qquad (6)$$

utilizando el momento M o la excentricidad del axil respecto de cada sección como variable. En particular se puede usar como variable de estado el momento máximo o la máxima excentricidad.

De forma análoga a los casos anteriores existen distintos métodos numéricos para resolver la ecuación de forma que aparte de la obtención de la ley de momentos es posibe llegar a establecer distintos tipos de diagramas de interacción: carga axil-carga uniforme, relación entre la esbeltez y el momento máximo, etc.

2.2.4 Método de Newmark

Finalmente se menciona el método de Newmark mediante el que se obtiene de forma aproximada la deformada a partir de una distribución inicial de curvaturas de la cual mediante integraciones numéricas se obtienen sucesivamente las pendientes y a continuación la deformada. Se utiliza el método de tiro de forma que manteniendo las condiciones en un extremo se determina el desplazamiento en el otro extremo. Si este último no cumple la condición de contorno, se corrige la deformada eliminando el error cometido que se distribuye linealmente a lo largo de la directriz. Con la nueva deformada se obtiene una nueva distribución de momentos y por tanto de curvaturas repitiéndose de nuevo el proceso hasta que la diferencia de deformadas entre los dos últimos pasos sea admisible.

2.3 Elementos finitos. [Fel00], [Cri97]

Las ecuaciones anteriores también pueden ser resueltas mediante distintos métodos numéricos basados en la discretización del problema: Método de los Elementos de Contorno, Método de las diferencias finitas, Método de los volúmenes Finitos, Método Espectral y por encima de los anteriores sobresale en el caso de problemas no lineales el Método de los Elementos Finitos en sus distintas variantes (desplazamientos, equilibrio, mixto, híbrido) en combinación con el método de Newton-Raphson con el que aparte de la discretización del dominio se discretizan las cargas mediante un proceso incremental en cada uno de los cuales se establece una condición de equilibrio. A continuación se recogen, de forma resumida, los aspectos básicos del MEF cuando se utiliza el procedimiento de los desplazamientos, para poner de relieve algunas de sus características y propiedades en relación con los problemas de estabilidad y bifurcación.

En el método en desplazamientos, una vez discretizado el sistema, la ecuación de equilibrio se representa mediante el sistema residual en el que empleando una notación vectorial de acuerdo con Felippa [Fel00] expresamos:

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}, \Lambda)=\mathbf{0} \qquad (7)$$

r = residuo.
u = variable de estado.
Λ= variable de control.

Se tiene las relaciones conocidas:

$$\mathbf{K}=\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{u}} \qquad K_{ij}=\frac{\partial r_i}{\partial u_j} \qquad (8)$$

como es conocido **K** representa la matriz de rigidez tangente. Mientras que

$$\mathbf{Q}=-\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{u}} \qquad Q_{ij}=-\frac{\partial r_i}{\partial u_j} \qquad (9)$$

Se denomina matriz de control o matriz de cargas incrementales.

En el caso de que las ecuaciones residuales sean dependientes de un parámetro λ, (8) queda:

$$\mathbf{r}(\lambda, u)=0$$

$$\mathbf{K}=\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{u}} \qquad \mathbf{q}=-\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \lambda} \qquad (10)$$

K es la matriz tangente.

q es el vector incremento de cargas.

El tratamiento de los distintos aspectos del análisis se apunta brevemente en las líneas siguientes:

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

a) Determinación de los estados de equilibrio a partir de $\mathbf{r}(\lambda, u) = 0$

Estrictamente el residuo **r** en la posición de equilibrio **u** corresponde a la solución de **r** = 0. Sin embargo cuando se trata de determinar la posición del sistema **u**, dado el estado de cargas **f**, para un valor aproximado del sistema $\mathbf{u}_m$, se tiene el residuo $\mathbf{r}(\mathbf{u}_m)$, y se puede aplicar el método de Newton:

$$\mathbf{K}(\mathbf{u}_m)(\mathbf{u}_m - \mathbf{u}_{m+1}) = \mathbf{r}(\mathbf{u}_m), \qquad \mathbf{u}_{m+1} = \mathbf{u}_m - \mathbf{K}(\mathbf{u}_m)^{-1}\mathbf{r}(\mathbf{u}_m)$$

b) Estudio de las trayectorias. Tiene lugar cuando se trata de conocer las distintas posiciones de equilibrio cuando las variables de control (Λ) varían.

c) Determinación de los puntos de bifurcación.

El análisis de los puntos límite y bifurcación se lleva a cabo teniendo en cuenta la relación

$$\mathbf{Kz} = \mathbf{0} \tag{11}$$

Para que **z** sea una vector distinto de cero, la matriz **K** debe ser singular. Teniendo en cuenta que si además es simétrica, se puede poner:

$$\mathbf{z}^t\mathbf{K}d\mathbf{u} = \mathbf{z}^t\mathbf{Q}\, d\boldsymbol{\lambda}$$

y por tanto

$$\mathbf{z}^t\mathbf{Q}\, d\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0} \tag{12}$$

En esta situación se pueden distinguir dos situaciones:

1) $\mathbf{z}^t\mathbf{Q} \neq \mathbf{0}$ en este caso debe suceder que a lo largo de la trayectoria el incremento infinitesimal de $d\boldsymbol{\lambda}$ debe desvanecerse en relación con **du**, lo cual indica que nos encontramos en un punto límite que es aislado si el vector **z** es único.

2) De otro lado puede suceder que:

$$\mathbf{z}^t\mathbf{Q} = \mathbf{0} \tag{13}$$

en cuyo caso estamos en un punto de bifurcación que de forma análoga al caso anterior es aislado si el vector **z** es único.

En estos problemas de singularidad se emplea el método de la longitud de arco para evitar puntos de bifurcación. De esta forma se introduce una nueva condición a las ecuaciones del problema como es la trayectoria sobre la que se busca la solución. En este sentido el procedimiento de resolución se considera un método de continuación que se resuelve mediante el uso del método de Newton-Raphson, Newton-Raphson modificado o quasi-Newton ([Rit03]).

2.4 Aproximaciones mediante elementos línea

Jennings [Jen68], propuso en su modelo de entramados planos para tener en cuenta no linealidades geométricas, modificar la rigidez del elemento frente a cargas axiales.

En la aproximación directa mediante elementos línea (denominados por algunos autores en castellano como elementos capa) rígidos, discretiza las estructuras y sus componentes en numerosos elementos viga a axil-flexión. La propiedad de cada elemento es usualmente uniforme y dependiente de una sección elegida en el elemento que es modelizada dividiéndola en capas que contemplan los distintos materiales. De forma que la rigidez del elemento línea se forma directamente de las propiedades de las capas de unas pocas secciones en el elemento ([SBG94], [KaW95]).

Un enfoque diferente con elementos segmentados fue usado por Wong, Yeo y Warner en 1988 [WYW88]. Las propiedades de los segmentos son utilizadas para formar la matriz de rigidez del elemento permitiendo una reducción de la memoria y tiempo de uso. Sin embargo aunque este método mejora la eficiencia de cálculo empeora la exactitud obligando a utilizar un número elevado de elementos.

Ambos elementos línea de Aas-Jakobsen et al. [AaG74] y Wong et al. [WYW88], fallan al intentar modelizar las no linealidades geométricas obligando a utilizar un número grande de elementos.

3. MÉTODOS BASADOS EN LA UTILIZACIÓN DE PROBLEMAS LINEALES Y LA TEORÍA DE SPLINES GENERALIZADOS

En los apartados siguientes se presentan dos métodos desarrollados en [Ort04] mediante los cuales se resuelven problemas no lineales y en particular problemas con no linealidad del material.

El primer método se denomina algebraico y se aplica a casos definidos por una única relación momento curvatura y para piezas con estados de carga y restricciones que determinan cualitativamente la distribución de momentos flectores o curvaturas. En cierto modo ello equivale a transformar el problema original en un caso especial de problema discreto de pandeo no lineal estableciendo un conjunto de ecuaciones de compatibilidad que junto con las ecuaciones de equilibrio permiten resolver el problema.

El segundo método de carácter general aborda la resolución de problemas de pandeo en régimen no lineal mediante la utilización combinada de los splines generalizados y de la metodología de Elementos Finitos. Está basado en el concepto de pilar lineal equivalente y la utilización simultanea de un proceso de homotopía que transforma relaciones constitutivas lineales momento-curvatura para los diferentes tramos de la pieza en las relaciones constitutivas definitivas. Esta combinación permite a través de un proceso de avance y corrección obtener la solución del problema no lineal para el caso de una ley genérica momento-curvatura, con tanta aproximación como se desee empleando un número adecuado de elementos.

Ambos métodos están basados en una serie de planteamientos comunes entre los cuales se encuentran:

– Linealización del problema. El problema no lineal se resuelve mediante problemas lineales. En el caso algebraico mediante un único problema lineal mientras que en el método general se utiliza una sucesión de problemas lineales mediante un proceso de homotopia. Dicha linealización se consigue:

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

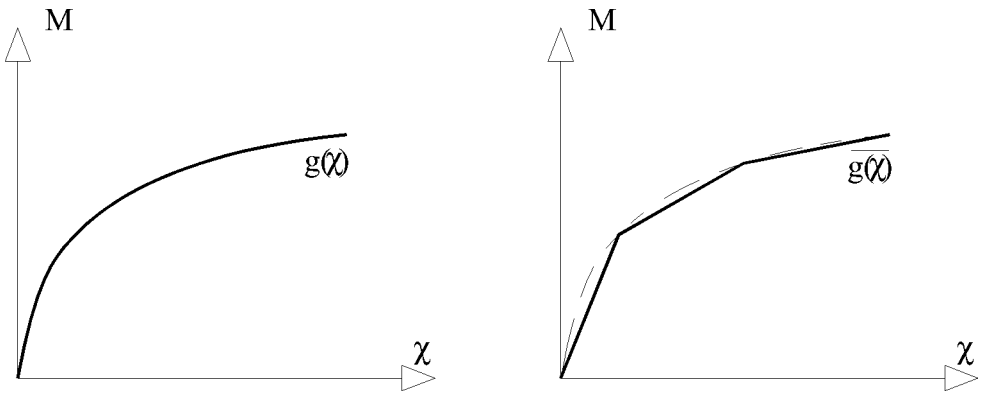


Figura 1.

- Mediante una aproximación afín con segmentos de la relación constitutiva momentos-curvatura *(M,χ)*:

- Utilización del concepto de pilar lineal equivalente. Si se considera una ley momento-curvatura poligonal $\overline{g}(\chi)$ que para unas cargas (P, H, M_0) suficientemente grandes la curvatura en el empotramiento se encuentre en el tercer tramo (Figura 2b), existe una variación continua de rigidez en el pilar que hace que el problema sea no lineal. Sin embargo este problema equivale a otro lineal Figura 2 (c) con rigidez constante por tramos, y con unos momentos ficticios en los puntos de cambio de rigidez. Ambos problemas tienen la misma deformada de manera que a este último pilar se ha denominado como pilar lineal equivalente.

La discretización de la relación *(M,χ)* supone una discretización del pilar lineal equivalente.

Para unas cargas suficientemente grandes habría que considerar ecuaciones del tipo:

$$A_i u^{(4)} + P u^{(2)} = f(x)$$

Con las condiciones de compatibilidad:

$$u(x_i^-) = u(x_i^+) \qquad u'(x_i^-) = u'(x_i^+) \qquad u''(x_i^-) = u''(x_i^+)$$

– Teorema de equivalencia [Ort04] de acuerdo con el cual cuando la ley momento-curvatura esta dada por segmentos, la solución del problema no lineal es también solución de un problema en régimen lineal definido por las ecuaciones diferenciales lineales:

$$a_i u^{(4)} + P_i u^{(2)} = f(x) \qquad x \in (x_i, x_{i+1})$$
$$i = 1,\ldots, n-1$$

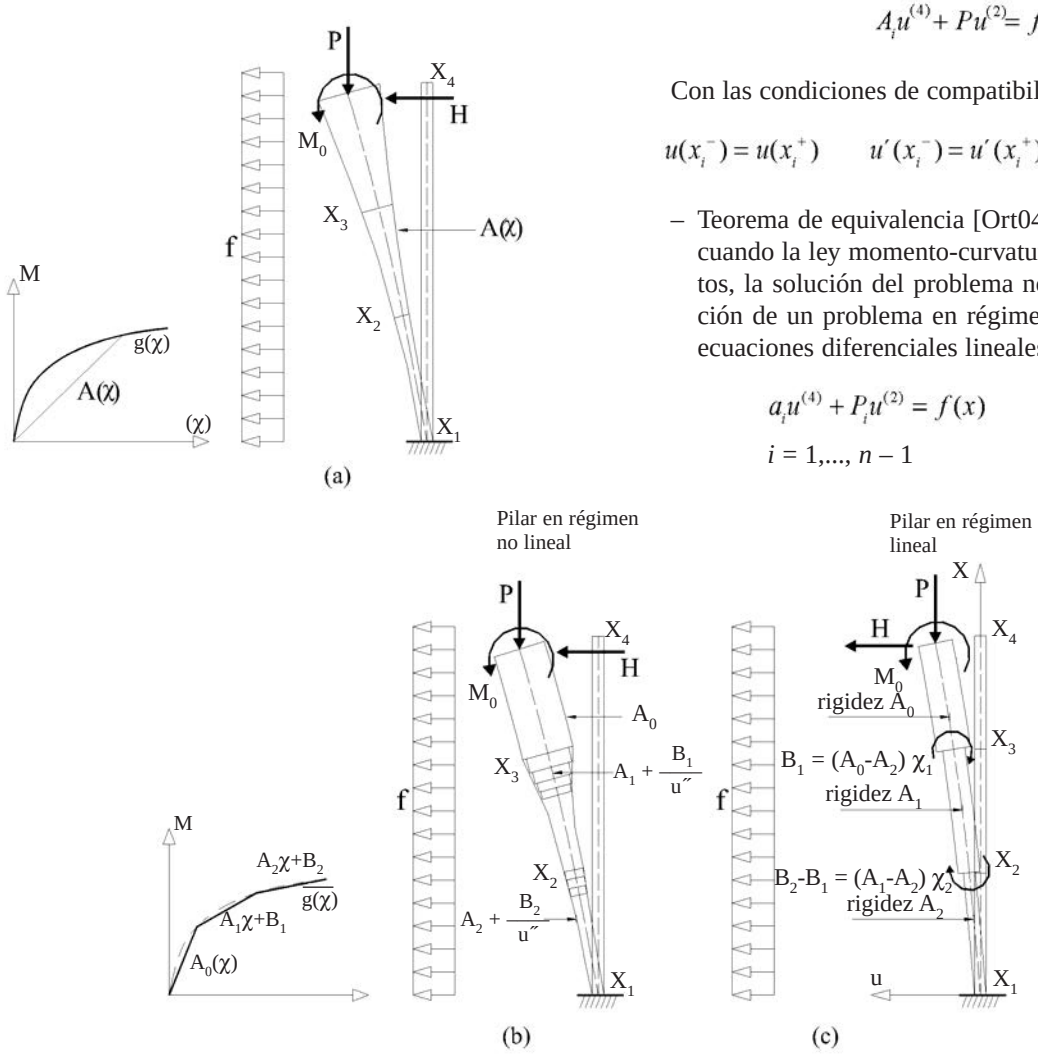


Figura 2.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

con las mismas condiciones de contorno esenciales y naturales que las del pilar en régimen no lineal pero con unos momentos ficticios tal y como se indica en la Figura 2c [Ort04].

– Utilización de la teoría de splines generalizados.

Para este tipo de problemas lineales a través de los cuales se resuelve el problema no lineal, los Splines Generalizados permiten obtener soluciones nodalmente exactas para cada uno de los problemas lineales. De forma que si la ley momentos curvaturas es poligonal, la solución obtenida por el método podría ser la exacta en los nodos y aproximada en el interior de los tramos. Si existen acciones repartidas en los mismos y se utiliza el concepto de acción repartida equivalente [RoO98] y [ROC02], se puede obtener una aproximación óptima en cada tramo. En el caso de que no existieran cargas repartidas en los distintos tramos estaríamos en el caso de un problema de splines generalizados estrictamente hablando por lo que la solución sería exacta en el conjunto del pilar.

– La discretización del problema. Como se ha visto en las líneas anteriores la utilización de una relación poligonal momento-curvatura al mismo tiempo que supone una linealización del problema da lugar a una discretización por tramos de rigidez de forma que la metodología de los elementos finitos es un buen complemento del método.

– Utilización de técnicas de homotopía para el método general, de forma que el problema no lineal se resuelve como se ha indicado con una sucesión de problemas lineales en cada uno de los cuales la ley momento curvatura para cada cada elemento de la discretización viene dada por la homotopía:

$$\bar{g}_i(P,u'') = \lambda_i \bar{g}(P,u'') + (1-\lambda_i)A \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

donde en cada elemento:

$\bar{g}_i$ (P, u'') es la relación momento curvatura poligonal del paso i de la sucesión.

$\bar{g}$ (P, u'') es la relación momento curvatura poligonal que interpola la relación momento curvatura dato del problema.

A es una rigidez inicial de arranque en cada elemento.

4. MÉTODO ALGEBRAICO PROPUESTO

El desarrollo que se expone a continuación del método algebraico propuesto para la resolución del problema de la viga-columna en régimen no lineal, se basa en el establecimiento de un conjunto de ecuaciones algebraicas que permiten determinar la posición desconocida de los nodos del pilar lineal equivalente. En cierto modo ello equivale a transformar el problema original en un caso especial de problema discreto de pandeo no lineal, pues en ambos casos el estudio se reduce a la resolución de un sistema algebraico no lineal.

El procedimiento podría plantearse con toda la generalidad posible sin embargo nos limitamos a la exposición de la metodología para ciertos casos de problemas simplificados que por otra parte son los más frecuentes en las aplicaciones. Nos centraremos en los casos habituales de problemas isostáticos, verificando además que la relación momento curvatura es la misma para todas las secciones de la pieza. Por otra parte cuando hay carga repartida, ésta se considerará uniforme para mayor simplicidad en el desarrollo. Los momentos por el mismo motivo se considerarán aplicados en los extremos de la pieza. En el apartado siguiente donde se emplea la metodología de elementos finitos con splines generalizados se indica la manera de abordar el problema en el caso general de la viga-columna en régimen no lineal.

4.1 Relaciones básicas

Se tienen las siguientes relaciones que se pueden deducir de la solución general *u(x)* de la ecuación lineal:

$$Au^{(4)} + Pu^{(2)} = f(x)$$

que son de utilidad para establecer las ecuaciones del método algebraico.

u_a'' y u_b'' en función de u_a' y u_b'

$$u_a'' = \frac{f}{P} + \frac{-p\cos(ph)}{sen(ph)}\left[u_a' - \frac{H_a}{P}\right] + \frac{p}{sen(ph)}\left[u_b' + \frac{H_b}{P}\right]$$

$$u_b'' = \frac{f}{P} + \frac{-p}{sen(ph)}\left[u_a' - \frac{H_a}{P}\right] + \frac{p\cos(ph)}{sen(ph)}\left[u_b' + \frac{H_b}{P}\right] \qquad (14)$$

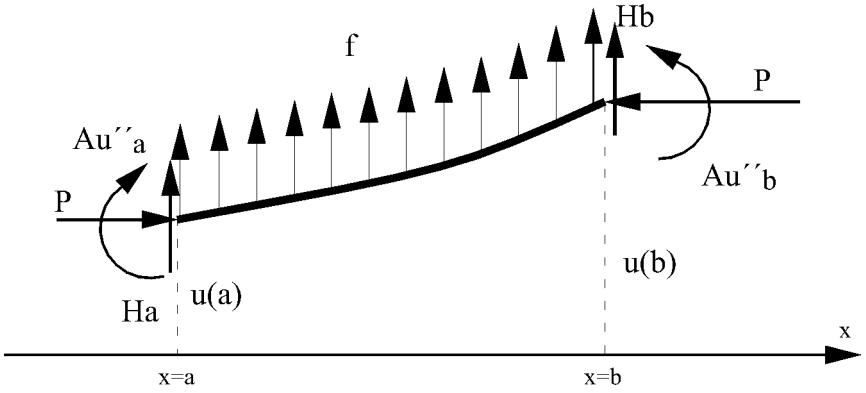


Figura 3.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

u_a' y u_b' en función de u_a'' y u_b''

$$u_a' = \frac{H_a}{P} + \frac{\cos(ph)}{p\,sen(ph)}\left[u_a'' - \frac{f}{P}\right] - \frac{1}{p\,sen(ph)}\left[u_b'' - \frac{f}{P}\right]$$

$$u_b' = -\frac{H_b}{P} + \frac{1}{p\,sen(ph)}\left[u_a'' - \frac{f}{P}\right] - \frac{\cos(ph)}{p\,sen(ph)}\left[u_b'' - \frac{f}{P}\right] \qquad (15)$$

u_a'' y u_b' en función de u_a' y u_b''

$$u_a'' = \frac{f}{P} + \frac{p\,sen(ph)}{\cos(ph)}\left[u_a' - \frac{H_a}{P}\right] + \frac{1}{\cos(ph)}\left[u_b'' - \frac{f}{P}\right]$$

$$u_b' = -\frac{H_b}{P} + \frac{1}{\cos(ph)}\left[u_a' - \frac{H_a}{P}\right] + \frac{sen(ph)}{p\cos(ph)}\left[u_b'' - \frac{f}{P}\right] \qquad (16)$$

u_a' y u_b'' en función de u_a'' y u_b'

$$u_a' = \frac{H_a}{P} + \frac{1}{\cos(ph)}\left[u_b' + \frac{H_b}{P}\right] - \frac{sen(ph)}{p\cos(ph)}\left[u_a'' - \frac{f}{P}\right]$$

$$u_b'' = \frac{f}{P} - \frac{p\,sen(ph)}{\cos(ph)}\left[u_b' + \frac{H_b}{P}\right] + \frac{1}{\cos(ph)}\left[u_a'' - \frac{f}{P}\right] \qquad (17)$$

u_b' y u_b'' en función de u_a' y u_a''

$$u_b' = -\frac{H_b}{P} + \cos(ph)\left[u_a' - \frac{H_a}{P}\right] - \frac{sen(ph)}{p}\left[u_a'' - \frac{f}{P}\right]$$

$$u_b'' = \frac{f}{P} - p\,sen(ph)\left[u_a' - \frac{H_a}{P}\right] + \cos(ph)\left[u_a'' - \frac{f}{P}\right] \qquad (18)$$

u_a' y u_a'' en función de u_b' y u_b''

$$u_a' = \frac{H_a}{P} + \cos(ph)\left[u_b' + \frac{H_b}{P}\right] - \frac{sen(ph)}{p}\left[u_b'' - \frac{f}{P}\right]$$

$$u_a'' = \frac{f}{P} + p\,sen(ph)\left[u_b' + \frac{H_b}{P}\right] + \cos(ph)\left[u_b'' - \frac{f}{P}\right] \qquad (19)$$

4.2 Método algebraico para problemas en régimen no lineal

A continuación vamos a ver como se pueden aplicar dichas expresiones a problemas en régimen no lineal. Introducimos en primer lugar el método resolviendo un ejemplo de forma general. En segundo lugar indicamos los pasos fundamentales del método para el caso genérico dando una cierta estructuración del mismo.

Consideremos el caso correspondiente a la Figura 4 con una relación M-χ con dos tramos:

Teniendo en cuenta que los momentos flectores en cada subintervalo verifican que $M\big|_{(x_i,x_{i+1})} = a_i u'' + b_i, i = 1,..,4$ la determinación de la deformada para este problema no lineal es equivalente a obtener la función que define al spline generalizado que es solución de la ecuación diferencial $a_i u^{(4)} + Pu^{(2)} = 0$, $x \in (x_i, x_{i+1})$, i = 1,…,4 pero $a_1 = a_4 = A_0$ y $a_2 = a_3 = A_1$ luego las ecuaciones diferenciales son en realidad.

$$A_0 u^{(4)} + P u^{(2)} = 0,\ x \in (x_1, x_2) \cup (x_4, x_5)$$
$$A_1 u^{(4)} + P u^{(2)} = 0,\ x \in (x_2, x_4)$$

verificando la deformada las siguientes condiciones en los extremos

$$u(x_1) = 0,\quad u''(x_1) = c_1 = \chi_0 = 0$$
$$u(x_5) = 0,\quad u''(x_5) = c_5 = M_0 / A_0 \in [0, \chi_1] \qquad (20)$$

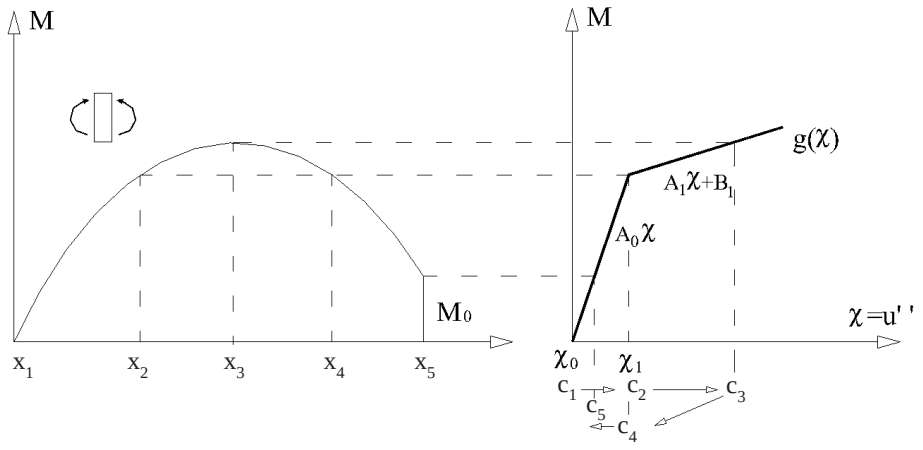


Figura 4.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

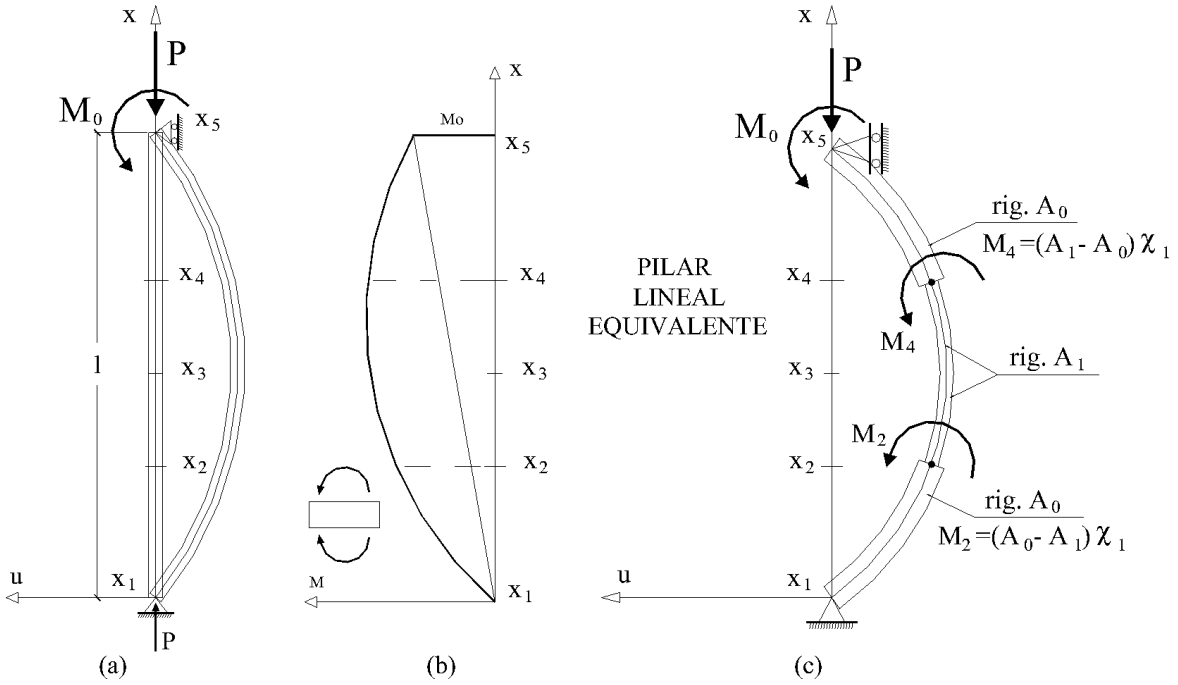


Figura 4 (Continuación).

Por otra parte las posiciones de los nodos x_2 y x_4 es desconocida pero sabemos que la curvatura en dichos nodos es precisamente

$$c_2 = c_4 = \chi_1 \tag{21}$$

El problema se reduce por tanto a determinar una función a trozos definida en el dominio

$$[x_1, x_2] \cup [x_2, x_4] \cup [x_4, x_5] \tag{22}$$

Sabemos que la función es al menos de la clase C^1 luego hay continuidad de la función y de la primera derivada en los nodos intermedios x_2 y x_4 pero además las derivadas segundas en dichos nodos son conocidas verificándose también

$$\begin{aligned} u''(x_2^-) &= u''(x_2^+) = \chi_1 \\ u''(x_4^-) &= u''(x_4^+) = \chi_1 \end{aligned} \tag{23}$$

debido a la continuidad de la ley de momentos flectores (pues no hay momentos exteriores aplicados en dichos nodos ni tampoco en otros puntos intermedios de la directriz en el problema no lineal) y por ser la ley momento curvatura la misma para todas las secciones de la pieza. Por tanto en este caso la función es también de la clase C^2. Esto de acuerdo con la teoría del pilar lineal equivalente supone que en el problema lineal asociado hay aplicados unos momentos ficticios de valor:

$$\begin{aligned} M_2 &= A_0 u''(x_2^-) - A_1 u''(x_2^+) = (A_0 - A_1)\chi_1 \\ M_4 &= A_1 u''(x_4^-) - A_0 u''(x_4^+) = (A_1 - A_0)\chi_1 \end{aligned} \tag{24}$$

Se pueden establecer dos ecuaciones que consisten en igualar las derivadas primeras por la izquierda y por la derecha en los nodos intermedios x_2 y x_4 empleando en este caso las expresiones (15) que dan las derivadas primeras en los extremos de cada intervalo genérico (a, b) en función de las derivadas segundas y de las correspondientes cargas de equilibrio H_a y H_b, las cuales son conocidas por tratarse de un problema isostático.

Se tiene para este caso el sistema no lineal que resulta de igualar las primeras derivadas en los nodos

$$\begin{aligned} u'(x_2^-) &= u'(x_2^+) \\ u'(x_4^-) &= u'(x_4^+) \end{aligned} \tag{25}$$

donde

$$\begin{aligned} u'(x_2^-) &= -\frac{H_{x_2^-}}{P} + \frac{1}{p_1 sen(p_1 h_1)}\left[c_1 - \frac{f}{P}\right] - \frac{\cos(p_1 h_1)}{p_1 sen(p_1 h_1)}\left[c_2 - \frac{f}{P}\right] \\ u'(x_2^+) &= \frac{H_{x_2^+}}{P} + \frac{\cos(ph_2)}{psen(ph_2)}\left[c_2 - \frac{f}{P}\right] - \frac{1}{psen(ph_2)}\left[c_4 - \frac{f}{P}\right] \\ u'(x_4^-) &= -\frac{H_{x_4^-}}{P} + \frac{1}{p_2 sen(p_2 h_3)}\left[c_2 - \frac{f}{P}\right] - \frac{\cos(p_2 h_2)}{p_2 sen(p_2 h_2)}\left[c_4 - \frac{f}{P}\right] \end{aligned} \tag{26}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Teniendo en cuenta que

$$h_1 = x_2 - x_1, \quad h_2 = x_4 - x_2, \quad h_3 = x_5 - x_4$$
$$x_1 = 0, x_5 = L, \quad p_1^2 = P/A_0, \quad p_2^2 = P/A_1, \quad p_3^2 = P/A_0 \tag{27}$$

que $f = 0$ al no haber carga repartida, que las curvaturas son los valores conocidos

$$c_1 = 0, c_2 = c_4 = \chi_1, c_5 = M_0/A_0 \tag{28}$$

y asimismo que las cargas nodales de equilibrio para este caso son

$$H_{x_5} = -M_0/L, H_{x_1} = M_0/L$$
$$H_{x_4^+} = M_0/L, H_{x_4^-} = -M_0/L \tag{29}$$
$$H_{x_2^+} = M_0/L, H_{x_2^-} = -M_0/L$$

tal y como se puede deducir del equilibrio de cada uno de los tramos (Figura 5).

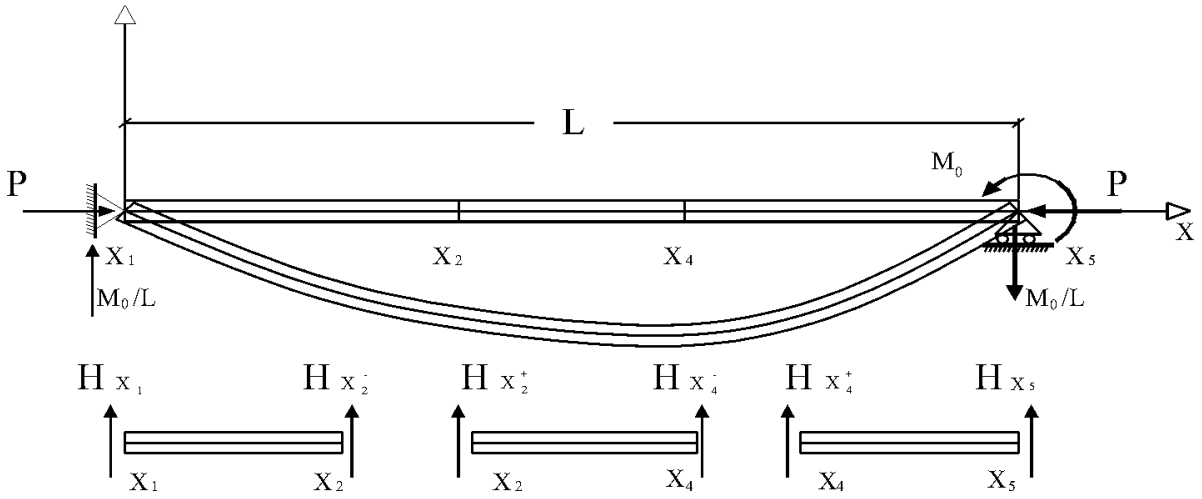


Figura 5.

Queda por tanto el sistema no lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas

$$\frac{1}{p_1 sen(p_1 h_1)}[0-0] - \frac{\cos(p_1 h_1)}{p_1 sen(p_1 h_1)}[\chi_1 - 0] =$$
$$= \frac{\cos(p h_2)}{p sen(p h_2)}[\chi_1 - 0] - \frac{1}{p sen(p h_2)}[\chi_1 - 0] \tag{30}$$
$$\frac{1}{p_2 sen(p_2 h_3)}[\chi_1 - 0] - \frac{\cos(p_2 h_2)}{p_2 sen(p_2 h_2)}[\chi_1 - 0]$$
$$\frac{1}{p_2 sen(p_2 h_3)}[\chi_1 - 0] - \frac{\cos(p_2 h_2)}{p_2 sen(p_2 h_2)}[\chi_1 - 0]$$

Las incógnitas del sistema son por ejemplo h_1 y h_2 ya que $h_3 = L - h_1 - h_2$.

4.3 Condiciones del método

A partir de las ideas aplicadas en el ejemplo expuesto se puede desarrollar una metodología de cálculo para la resolución de problemas de pandeo en régimen no lineal donde la no linealidad viene de suponer una relación momento curvatura no lineal. La función que define dicha relación viene dada por un spline de primer grado, o más coloquialmente por una función cuya gráfica es una poligonal. Dicha función es por hipótesis la misma para todas las secciones de la pieza.

El método se limita a la resolución de una clase de problemas que en cierto modo pueden considerarse isostáticos y que son muy habituales en el cálculo de estructuras. Las condiciones que suponemos para la aplicación del mismo son las siguientes:

1) La pieza además de estar sometida a la carga axial P, que da lugar a un axil constante en toda la pieza, puede

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

tener una carga repartida *f* también de valor constante en toda su directriz y momentos en los extremos de la misma. Sin embargo no se considerará el caso de cargas puntuales o momentos en puntos intermedios de la pieza.

2) Los extremos de la pieza pueden estar libres o coaccionados, limitando el desplazamiento y/o el giro. Dicho conjunto de condiciones debe garantizar que el mismo problema en régimen lineal tenga solución única.

3) El pseudocortante debe ser conocido a lo largo de la directriz. Esto limita la aplicación del método únicamente a problemas que en cierto sentido pueden considerarse como isostáticos.

4.4 Ecuaciones del método

La idea del método, como se ha podido observar en el ejemplo de introducción, consiste en que las leyes de momentos flectores y de curvaturas se pueden determinar estableciendo un conjunto de ecuaciones para calcular la deformada, siendo las incógnitas del problema las longitudes de los distintos tramos en los que se divide la pieza o equivalentemente la posición de los nodos de separación de dichos tramos, y donde las ecuaciones resultan de imponer en los nodos intermedios condiciones de continuidad de la primera derivada, suponiendo para ello conocido el valor de la curvatura en dichos nodos. La deformada por tanto viene representada por una función de la clase C^2. Para llevar a cabo el proceso se requiere un conocimiento cualitativo aproximado de la ley de flectores y de curvaturas en la pieza. No obstante esto no es un inconveniente pues puede procederse realizando tanteos respecto a los niveles de curvatura que se pueden alcanzar en los distintos tramos o elementos de la pieza y así hacer hipótesis sobre los valores de las curvaturas en los nodos intermedios.

Supongamos una pieza de longitud L dada, definida por los distintos elementos

$$\left[x_i, x_{i+1}\right], i = 1,..,n-1$$

donde la posición de los nodos intermedios $x_2,\ldots,x_{n-1}$ es desconocida o de manera equivalente son desconocidas las longitudes de los tramos

$$h_i = x_{i+1} - x_i, i = 1,..,n-1\,.$$

En los nodos extremos x_1 y x_n los valores de las cargas nodales de equilibrio H_1 y H_2 son datos o son valores que pueden calcularse de manera inmediata e independiente de la deformada $u(x)$ (en este sentido indicamos que el problema es isostático). Se conocen también en dichos extremos los valores del giro o del momento aplicado o los desplazamientos.

Suponemos que los momentos flectores en los intervalos verifican en cada uno de los tramos la relación

$$M\Big|_{(x_i,x_{i+1})} = a_i u''(x) + b_i, \quad x \in \left(x_i, x_{i+1}\right) \tag{31}$$

y correspondientemente la solución satisface las ecuaciones diferenciales lineales siguientes

$$\begin{aligned} &a_i u^{(4)} + P u^{(2)} = f, \quad x \in \left(x_i, x_{i+1}\right) \\ &i = 1,..,n-1 \end{aligned} \tag{32}$$

donde *f* se ha supuesto, para este desarrollo del método algebraico, constante.

Llamando $p_i^2 = P / a_i$, $i = 1,\ldots,n-1$ las ecuaciones del sistema no lineal para los nodos x_i, $i = 3,..n-2$ son, de acuerdo con las expresiones (15) que dan las derivadas primeras en función de las segundas, las siguientes:

$$\begin{aligned} &u'(x_i^-) = u'(x_i^+) \\ &i = 3;..,n-2 \end{aligned} \tag{33}$$

es decir

$$\begin{aligned} &-\frac{H_{x_i^-}}{P} + \frac{1}{p_{i-1} sen(p_{i-1}h_{i-1})}\left[c_{i-1} - \frac{f}{P}\right] - \frac{\cos(p_{i-1}h_{i-1})}{p_{i-1} sen(p_{i-1}h_{i-1})}\left[c_i - \frac{f}{P}\right] = \\ &= \frac{H_{x_i^+}}{P} + \frac{\cos(p_i h_i)}{p_i sen(p_i h_i)}\left[c_i - \frac{f}{P}\right] - \frac{1}{p_i sen(p_i h_i)}\left[c_{i+1} - \frac{f}{P}\right] \\ &i = 3,..,n-2 \end{aligned} \tag{34}$$

Como estamos suponiendo en este desarrollo que no hay cargas puntuales aplicadas en los nodos intermedios, se tiene que $H_{x_i^-} = H_{x_i^+}$ por tanto

$$\begin{aligned} &\frac{1}{p_{i-1} sen(p_{i-1}h_{i-1})}\left[c_{i-1} - \frac{f}{P}\right] - \frac{\cos(p_{i-1}h_{i-1})}{p_{i-1} sen(p_{i-1}h_{i-1})}\left[c_i - \frac{f}{P}\right] = \\ &= \frac{\cos(p_i h_i)}{p_i sen(p_i h_i)}\left[c_i - \frac{f}{P}\right] - \frac{1}{p_i sen(p_i h_i)}\left[c_{i+1} - \frac{f}{P}\right] \\ &i = 3,..,n-2 \end{aligned} \tag{35}$$

Por otra parte las ecuaciones que hay que establecer para los nodos x_2 y x_{n-1} dependen de las condiciones de contorno en los nodos extremos.

Por ejemplo si en el nodo x_1 hay aplicado un momento exterior M_1 de la relación momento curvatura se determinara el valor de la curvatura c_1 en dicho punto mediante

$$c_1 = g^{-1}(M_1) \tag{36}$$

La ecuación $u'(x_2^-) = u'(x_2^+)$ que se establecería en dicho caso es del mismo tipo que las anteriores expresando la derivada en función de la curvatura en los extremos, es decir

$$\begin{aligned} &\frac{1}{p_1 sen(p_1 h_1)}\left[c_1 - \frac{f}{P}\right] - \frac{\cos(p_1 h_1)}{p_1 sen(p_1 h_1)}\left[c_2 - \frac{f}{P}\right] = \\ &= \frac{\cos(p_2 h_2)}{p_2 sen(p_2 h_2)}\left[c_2 - \frac{f}{P}\right] - \frac{1}{p_2 sen(p_2 h_2)}\left[c_3 - \frac{f}{P}\right] \end{aligned} \tag{37}$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

De manera análoga si se conoce el momento exterior M_n aplicado en el nodo x_n entonces $c_n = g^{-1}(M_n)$ y la ecuación $u'(x_{n-1}^-) = u'(x_{n-1}^+)$ sería

$$\frac{1}{p_{n-2}sen(p_{n-2}h_{n-2})}\left[c_{n-2}-\frac{f}{P}\right]-\frac{\cos(p_{n-2}h_{n-2})}{p_{n-2}sen(p_{n-2}h_{n-2})}\left[c_{n-1}-\frac{f}{P}\right]=$$
$$=\frac{\cos(p_{n-1}h_{n-1})}{p_{n-1}sen(p_{n-1}h_{n-1})}\left[c_{n-1}-\frac{f}{P}\right]-\frac{1}{p_{n-1}sen(p_{n-1}h_{n-1})}\left[c_n-\frac{f}{P}\right] \quad (38)$$

Asimismo si en lugar de fijarse el momento en el extremo x_1 se da el valor de la pendiente u_1' hay que emplear la expresión que da el valor u_b' en función de u_a' y u_b''. La ecuación $u'(x_2^-) = u'(x_2^+)$ es ahora

$$\frac{1}{\cos(p_1h_1)}\left[u_1'-\frac{H_1}{P}\right]+\frac{sen(p_1h_1)}{p_1\cos(p_1h_1)}\left[c_2-\frac{f}{P}\right]=$$
$$=\frac{\cos(p_2h_2)}{p_2sen(p_2h_2)}\left[c_2-\frac{f}{P}\right]-\frac{1}{p_2sen(p_2h_2)}\left[c_3-\frac{f}{P}\right] \quad (39)$$

De la misma manera si se fija el valor de la pendiente u_n' en el nodo x_n hay que emplear la expresión que da el valor u_a' en función de u_a'' y u_b' para $u'(x_{n-1}^+)$. De este modo la ecuación $u'(x_{n-1}^-) = u'(x_{n-1}^+)$ es

$$\frac{1}{p_{n-2}sen(p_{n-2}h_{n-2})}\left[c_{n-2}-\frac{f}{P}\right]-\frac{\cos(p_{n-2}h_{n-2})}{p_{n-2}sen(p_{n-2}h_{n-2})}\left[c_{n-1}-\frac{f}{P}\right]=$$
$$:=-\frac{sen(p_{n-1}h_{n-1})}{p_{n-1}\cos(p_{n-1}h_{n-1})}\left[c_{n-1}-\frac{f}{P}\right]+\frac{1}{\cos(p_{n-1}h_{n-1})}\left[u_n'+\frac{H_n}{P}\right] \quad (40)$$

En resumen se ha determinado un sistema de $n-2$ ecuaciones para determinar la posición de los nodos x_i, $i = 2,\ldots,n-1$ o equivalentemente las longitudes h_i, $i = 1,\ldots,n-1$ donde se sabe que la suma de dichos valores es la longitud L de la pieza es decir

$$h_1 + .. + h_{n-1} = L \quad (41)$$

Ecuación que se puede emplear como ecuación adicional o para eliminar una de las incógnitas.

Una vez determinadas las longitudes de los tramos es inmediato a partir de la relación siguiente [Ort04, p.223] determinar las flechas en los nodos mediante

$$u(b)-u(a) = -\frac{u''(b)-u''(a)}{p^2}+\frac{hH_a}{P}+\frac{h^2f}{2P} \quad (42)$$

lo que requiere el conocimiento de las curvaturas y de los valores de las cargas nodales de equilibrio en los extremos de cada subintervalo. Las curvaturas en los nodos internos x_i, $i = 2,\ldots,n-1$ son conocidas por hipótesis del procedimiento y también son conocidas en los extremos x_1 y x_n cuando las condiciones de contorno en dichos extremos son dadas fijando los valores de los momentos aplicados. Sin embargo cuando en los extremos se fijan las pendientes entonces debe emplearse la expresión (16) que da u_a'' en función de u_a' y u_b'' cuando se refiere al nodo x_1 y análogamente la expresión (17) que da u_b'' en función de u_a'' y u_b' cuando se trata de x_n. Por otra parte también se ha indicado que el método se aplica cuando se pueden determinar los valores de las cargas nodales de equilibrio en los extremos de cada subintervalo luego dichos valores son también conocidos. De esta manera a partir del conocimiento de la flecha o desplazamiento en un extremo, o sea $u(x_1)$ o $u(x_n)$, pueden determinarse de manera inmediata los valores de la flecha en los restantes nodos.

4.5 Comentarios

La solución del sistema no lineal anterior se puede obtener por el método de Newton usual o cualquiera de sus variantes. Obsérvese que el problema se ha reducido a un problema no lineal de interpolacion a trozos que es de splines generalizados cuando $f = 0$, con nodos intermedios en posiciones desconocidas o longitudes de subintervalos desconocidas. El planteamiento seguido es análogo al utilizado en la construcción de las ecuaciones de los splines generalizados en problemas lineales cuando se sigue el método algebraico, tal y como puede verse en el texto de Ahlberg et al. [ANW67]. Por dicha razón se ha denominado con el mismo nombre al procedimiento para el análisis del pandeo.

El método algebraico en teoría de splines, resulta ser una generalización de lo que ya se había hecho en análisis estructural en relación con la deducción de la ecuación de los tres momentos por Bertot en 1855 y Clapeyron en 1857. Aquí en definitiva lo que tenemos es un problema que es no lineal al ser las incógnitas las longitudes de los subintervalos, mientras que en los problemas lineales de splines generalizados dichas longitudes son datos y las incógnitas son precisamente las curvaturas. En nuestro caso se están fijando las curvaturas, que al ser las mismas en cada nodo por la izquierda y derecha, siendo al tiempo las rigideces diferentes, dan lugar desde el punto de vista físico a la introducción de unos momentos sobre el pilar lineal equivalente. La función que define la deformada, al ser la curvatura la misma por la izquierda y por la derecha, es de la clase C^2.

El problema al quedar expresado mediante la resolución de un sistema de ecuaciones algebraicas, guarda cierto paralelismo con los sistemas que se planteaban en los modelos discretos con n grados de libertad. El sistema, dependiendo del rango de valores de la carga P puede tener una, dos o ninguna solución, al tratarse de un problema con linealidad geométrica y no linealidad del material.

Finalmente hay que indicar que el procedimiento aunque puede desarrollarse también para casos más generales, como los correspondientes a cambio de la ley constitutiva momento curvatura al pasar de unas secciones a otras a lo largo de la pieza, inclusión de cargas puntuales y momentos en puntos intermedios de la directriz y cargas repartidas definidas por una ley genérica, o problemas con cierto grado de hiperestatismo que no permita determinar las cargas nodales de equilibrio en los extremos de cada subintervalo previamente a la determinación de la solución. En todos estos casos la construcción del correspondiente sistema algebraico puede llegar a ser laboriosa. Como por otra parte el método general que proponemos en el apartado siguiente permite abordar estas situaciones más generales se ha preferido por dicho motivo plantear el método algebraico para la resolución de casos sim-

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

plificados de ménsulas o piezas biarticuladas que por otra parte son los casos más frecuentes en las aplicaciones.

5. MÉTODO GENERAL PROPUESTO

El método general que se propone para la resolución de problemas de pandeo en régimen no lineal consiste esencialmente en una utilización combinada de los splines generalizados dentro de la metodología de cálculo con elementos finitos, el concepto de pilar lineal equivalente y simultáneamente el empleo de una homotopía que transforma relaciones constitutivas lineales momento-curvatura para los diferentes tramos de la pieza en las relaciones constitutivas definitivas. Esta combinación permite a través de un proceso de avance y corrección obtener la solución del problema no lineal para el caso de una ley curva momento-curvatura, con tanta aproximación como se desee empleando un número adecuado de elementos.

5.1. Generalidades

Los instrumentos necesarios para abordar la solución numérica que se obtiene con el método desarrollado en este apartado son:

– La teoría de splines generalizados. En esencia la aplicación que se hace de la teoría se basa en la utilización del método de los elementos finitos empleando en cada elemento funciones de forma que satisfacen la ecuación diferencial homogénea de la viga-columna relativa al elemento $L(u) = 0$, esto es teniendo en cuenta los valores de la rigidez A y del esfuerzo axil P dentro del elemento. Procediendo de esta forma se garantiza que las soluciones nodales son exactas para los problemas en régimen lineal [Ton69]. Es decir, mediante la aplicación del método de los elementos finitos obtenemos los valores exactos de los desplazamientos y giros en los nodos donde se han fijado las condiciones de contorno naturales. Introduciendo dichos valores en las ecuaciones de equilibrio de cada elementos se determinan los valores exactos de los esfuerzos en los nodos [RoO99]. Además a partir del concepto de acción repartida equivalente se obtiene una excelente aproximación a la deformada y a los valores de los esfuerzos en el interior de cada elemento interpolando con las soluciones de la ecuación diferencial $L^2(u) = 0$ los ocho valores dados u, u', u'' y u''' en los extremos de cada elemento, incluso empleando pocos elementos.

– El concepto de pilar lineal equivalente que permite relacionar dos problemas distintos: uno en régimen no lineal con otro en régimen lineal. Obsérvese que este enfoque permite tratar un problema con rigidez variable y dependiente de la solución con otro con rigidez constante a trozos donde la rigidez en cada tramo también depende de la solución. Esta relación que se establece obliga a la introducción de unos momentos en los nodos de separación de los distintos tramos. Todo ello se concreta en el teorema de equivalencia indicado en el apartado 3.

– El concepto de homotopía que permite pasar gradualmente de un problema en régimen lineal inicial a un problema final en régimen no lineal mediante problemas en régimen lineal sucesivos que resultan a partir del concepto de pilar lineal equivalente. La homotopía se establece para cada uno de los elementos en los que se descompone la pieza, entre una cierta relación lineal momento-curvatura inicial y la relación final no lineal que en realidad tiene el elemento.

Lo anterior se diferencia del método algebraico en que con dicho método planteábamos directamente la equivalencia imponiendo el conocimiento de la curvatura en los nodos pero desconociendo las longitudes de los tramos que eran las incógnitas del método.

En el método que se propone ahora se fijan a priori las longitudes de los distintos elementos en los que se descompone la pieza (aunque estas longitudes pueden corregirse después e incluso introducir nuevos elementos). Además no se limita como en el caso anterior a situaciones de aplicación simplificadas, sino que la metodología se puede aplicar a cualquier problema con estados de carga arbitrario, secciones cuyas características pueden variar de unos elementos a otros y con cualquier número y tipo de restricciones.

La idea del procedimiento consiste en resolver una serie de problemas lineales cuyas soluciones se vayan pareciendo cada vez más, en etapas sucesivas, a la del problema no lineal planteado. En teoría para el caso de relaciones constitutivas momento-curvatura dadas por una poligonal, el método permitiría obtener incluso la solución exacta si los nodos de los elementos se fijan en ciertas posiciones adecuadas. No obstante el método se desarrolla con el propósito de poderse aplicar a cualquier ley momento-curvatura dada por una curva genérica no necesariamente poligonal.

La discretización en elementos finitos de la pieza debe cumplir ciertas condiciones para que la solución obtenida por el procedimiento sea una buena aproximación a la solución exacta del problema. Dichas condiciones se refieren a que el número de elementos y las longitudes de los mismos deben ser las adecuadas para recoger los cambios de curvaturas de la pieza en régimen no lineal. Por ello puede ser interesante un análisis cualitativo previo que permita intuir las variaciones de curvatura y los rangos de valores de ésta en la pieza. Además de esto hay una serie de condicionantes que hay que tener en cuenta para realizar la discretización de la pieza en estudio, como son:

– Variación de la dimensiones de las secciones. Ya que es necesario para el método, que las características de la sección sean constantes en cada elemento.

– La presencia de cargas axiales concentradas que originan la variación del esfuerzo axil. Como en el caso anterior el axil debe ser constante en cada elemento.

– Presencia de momentos en puntos intermedios de la pieza. Para un mejor funcionamiento del método no debe haber momentos concentrados en puntos intermedios de los elementos.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

– Puntos donde se imponen condiciones de contorno. Estos puntos se tomarán también como nodos de subdivisión de la pieza en elementos.

Uno de los pasos en la creación de un modelo para el cálculo con elementos finitos consiste en la asignación de la ecuación constitutiva del elemento. En el presente caso en un problema general con condiciones de carga y de contorno genéricas al tratarse de piezas con rigidez variable función de la curvatura, ésta no se conoce a priori.

La distribución de rigideces en la aproximación final va a quedar definida en los elementos por tramos de rigidez constante. Al no conocerse la distribución de rigideces no es posible su resolución directa como en un cálculo lineal por elementos finitos. Por tanto el proceso de determinación de la distribución de rigideces en la pieza requiere llevar a cabo un proceso iterativo en el que en cada paso se resuelve un problema lineal de elementos finitos a partir del concepto de pilar lineal equivalente.

En los algoritmos iterativos usuales de los elementos finitos se utilizan criterios que permiten corregir esfuerzos desequilibrados para lo que se establece un nuevo cálculo. En el método propuesto se modifican las rigideces en dos situaciones una al avanzar en la homotopía y otra dentro del mismo paso de homotopía. En la primera situación la ley momento curvatura se modifica pudiendo llamar a dicha etapa "de avance o predicción" en la segunda sin embargo la ley momento curvatura no se modifica y el proceso que se realiza se puede denominar "de corrección".

5.2. Pasos para la aplicación del método

1) Dicretización de la pieza en elementos finitos. Se realizará de acuerdo con lo indicado en el punto anterior. Para ello se fijarán los nodos o de manera equivalente las longitudes de los elementos.

2) Asignación de una rigidez inicial a cada elemento. Por ejemplo la que corresponde al caso de curvatura nula es decir la dada por el módulo tangente de la ley momento curvatura de cada elemento. Esta es la situación que corresponde en la homotopía para $\lambda = 0$ (ver apartado 3).

3) Resolución de un problema lineal con las condiciones de contorno del problema no lineal y las rigideces indicadas en el paso anterior. En este caso no es necesario realizar correcciones.

4) Se avanza en la homotopía y por tanto la ley momento-curvatura ya no es lineal. Con las curvaturas del paso anterior se entra ya en la relación constitutiva generada por este paso de la homotopía y se obtienen las nuevas rigideces de cada elemento y asimismo los momentos ficticios calculados con estas rigideces y las curvaturas conocidas.

5) Se resuelve con estas rigideces y estos momentos el problema correspondiente al pilar lineal equivalente. Sin avanzar en la homotopía se realizan correcciones sucesivas hasta conseguir la condición de compatibilidad de curvaturas. Cuando se ha llegado a esta situación se da el siguiente paso de homotopía que da lugar a una nueva relación momento-curvatura en cada elemento.

6) Con la nueva ley momento-curvatura se lleva a cabo un proceso de correcciones análogo al indicado anteriormente. Y así sucesivamente hasta llegar al último paso de la homotopía para el cual la ley momento-curvatura es la dada inicialmente en cada elemento. Realizando las correcciones correspondientes se llega a una solución aproximada del problema no lineal inicial. Dicha solución puede mejorarse aproximando la solución en el interior de los elementos mediante la aplicación del concepto de acción repartida equivalente.

En todo el proceso de cálculo anterior se ha supuesto constante el axil en cada elemento pero una vez agotado este proceso de homotopía principal en torno a la relación momento curvatura el estado final indicado en el paso 6) puede servir como punto de partida para establecer otro procesos de cálculo en base a otras variables como por ejemplo el axil para el caso en el que se quiera determinar la carga límite. Se puede incluso considerar la modificación de la ley momento curvatura a medida que varía el axil.

5.3 Ejemplo de aplicación

En este apartado se resume el ejemplo siguiente, cuyos resultados obtenidos por el método algebraico en [Ort04], se calculan ahora mediante la aplicación del método general con el que se trata de poner de manifiesto el proceso de cálculo.

En la Figura 6 se recogen los datos del problema. La carga axil se considera constante en toda la pieza no existiendo cargas concentradas en puntos intermedios. Por otra parte la ley momento-curvatura es bilineal.

Se pretende determinar la carga límite haciendo crecer gradualmente la carga P por la rama estable hasta llegar al valor P_{lim} para el cual la matriz de rigidez es singular.

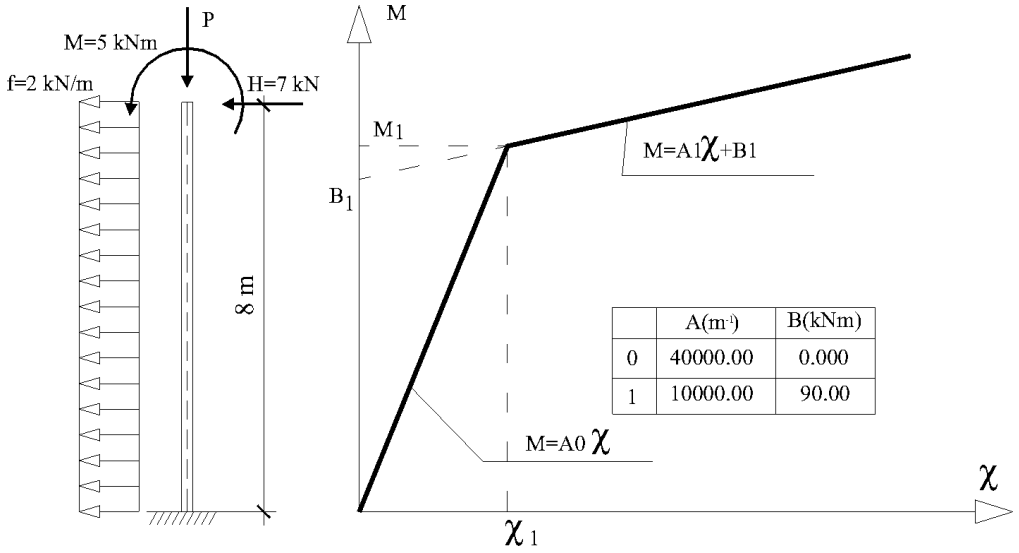
Como la ley momento-curvatura es bilineal en principio se lleva a cabo una discretización con dos elementos. A partir de los resultados obtenidos en esta discretización se trataría de ajustar la solución aumentando el número de elementos o llevando a cabo una adaptación de las longitudes.

Desde el punto de vista práctico, en cada cálculo, se determina una primera solución para un caso elástico que permite determinar unas curvaturas iniciales utilizando la rigidez más elevada. A partir de este primer cálculo el proceso sigue con el paso correspondiente al paso de homotopía con λ=0.40. Los valores de λ para avanzar en la homotopía que se han considerado son 0.50, 0.60, 0.70, 0.80, 0.90 y 1.

NOTA: Para valores inferiores a $\lambda = 0.4$ los cambios respecto a la solución lineal son poco significativos.

En cada paso de homotopía se consideran un cierto número de correcciones fijado excepto en el paso final en el que se aumenta dicho número de modo que los resultado se estabilicen prácticamente para la precisión utilizada.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026



Figua 6.

Con la resolución de los casos siguientes se pone de manifiesto el proceso y los valores que miden la evolución de la solución.

En principio por tratarse de una ley bilineal para la resolución se podría discretizar el pilar con dos elementos. $h_1 = h_2 = 4$ m.

1.1) Carga P = 386 kN y dos elementos de la misma longitud (Tabla 1)

Como puede verse en el paso de homotopía 7 en el que la relación M-χ es la final correspondiente a λ = 1.0 la deformada del extremo libre se estabiliza. La deformación es superior a la exacta, determinada por el método algebraico, debido a la elección de longitudes. En particular dado que el tramo de rigidez débil tiene 4 m. frente a 2.13 m en la solución exacta dada por el método algegraico [Ort04], la pieza se comporta de forma flexible dando lugar a desplazamientos mayores.

La distribución de rigideces para el caso de dos elementos se recoge en la Figura 7.

Una forma de mejorar la exactitud como se ha indicado anteriormente sería crear más elementos o variar la longitud estableciendo una adaptabilidad.

A continuación se analizan los resultados correspondientes al caso de emplear cuatro elementos de 2 m. cada uno.

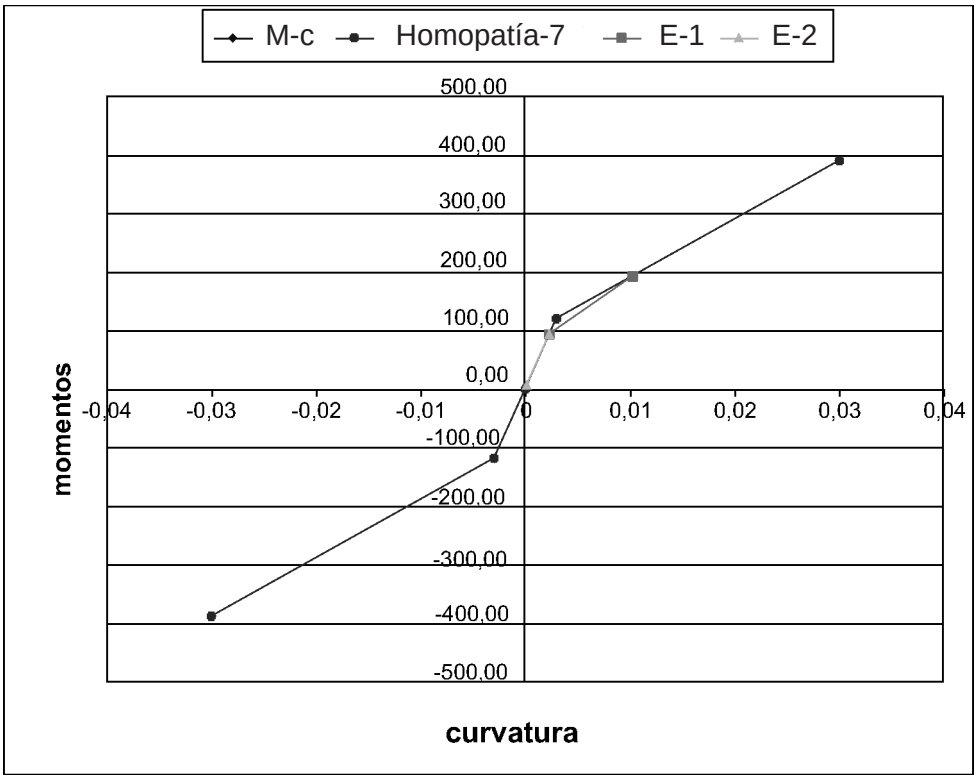


Figura 7.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Tabla 1

Homot.	Iterac.	u	c_1	a_1	a_2	M_2
1(λ=.4)	1	0.084241	0.004249	35037.07	40000.00	- 8.653
	11	0.085847	0.004362	33656.66	40000.00	- 11.325
2(λ=.5)	1	0.085847	0.004362	33656.66	40000.00	- 11.325
	11	0.088959	0.004574	31477.38	40000.00	- 15.376
3(λ=.6)	1	0.088959	0.004574	31477.38	40000.00	- 15.376
	11	0.093230	0.004863	28944.50	40000.00	- 20.229
4(λ=.7)	1	0.093230	0.004863	28944.49	40000.00	- 20.229
	11	0.099463	0.005284	25962.83	40000.00	- 26.210
5(λ=.8)	1	0.099463	0.005284	25962.79	40000.00	- 26.210
	11	0.109421	0.005952	22397.69	40000.00	- 33.920
6(λ=.9)	1	0.171102	0.008530	22397.55	40000.00	- 33.920
	11	0.128016	0.007186	18053.28	40000.00	- 44.688
7(λ=1.0)	1	0.127943	0.007184	18041.89	40000.00	- 44.770
	11	0.175116	0.010259	12560.77	40000.00	- 63.728
	12	0.175117	0.010259	12560.67	40000.00	- 63.729
	22	0.175117	0.010260	12560.61	40000.00	- 63.729
	23	0.175117	0.010260	12560.61	40000.00	- 63.729
	33	0.175117	0.010260	12560.61	40000.00	- 63.729

1.2) Carga P = 386 kN y cuatro elementos de la misma longitud.

Tabla 2

Homot.	Iterac.	u	c_1	a_1	a_2	a_3	a_4	M_2	M_3	M_4
1(λ=0.4)	2	0.082328	0.004279	30486.387	40000.000	40000.000	40000.000	- 26.338	0.000	0.000
	11	0.082588	0.004317	29647.643	40000.000	40000.000	40000.000	- 28.950	0.000	0.000
2(λ=0.5)	1	0.082588	0.004317	29591.826	40000.000	40000.000	40000.000	- 29.128	0.000	0.000
	11	0.084164	0.004499	26695.704	40000.000	40000.000	40000.000	- 37.395	0.000	0.000
3(λ=0.6)	1	0.084164	0.004499	26676.329	40000.000	40000.000	40000.000	- 37.457	0.000	0.000
	11	0.086249	0.004741	23641.915	40000.000	40000.000	40000.000	- 46.252	0.000	0.000
4(λ=0.7)	1	0.086249	0.004741	23616.626	40000.000	40000.000	40000.000	- 46.336	0.000	0.000
	11	0.089138	0.005074	20390.131	40000.000	40000.000	40000.000	- 55.961	0.000	0.000
5(λ=0.8)	1	0.089138	0.005074	20401.443	40000.000	40000.000	40000.000	- 55.889	0.000	0.000
	11	0.093409	0.005566	16921.284	40000.000	40000.000	40000.000	- 66.843	0.000	0.000
6(λ=0.9)	1	0.093409	0.005566	17018.299	40000.000	40000.000	40000.000	- 66.332	0.000	0.000
	11	0.100282	0.006363	13170.888	40000.000	40000.000	40000.000	- 79.881	0.000	0.000
7(λ=1.0)	1	0.100604	0.006371	13522.392	40000.000	40000.000	40000.000	- 77.676	0.000	0.000
	33	0.121922	0.008206	10000.000	30201.262	40000.000	40000.000	- 70.507	- 19.493	0.000

M_i = Momento ficticio
a_i = rigideces
u = desplazamiento en el extremo

Nuevamente a partir del paso de homotopía 7 (λ=1.0). La deformada es superior a la exacta debido a que el segundo elemento tiene una rigidez menor (30201.262 kNm^2) que la real (40000 kNm^2) como puede comprobarse en la Figura 8 de la relación M-χ.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

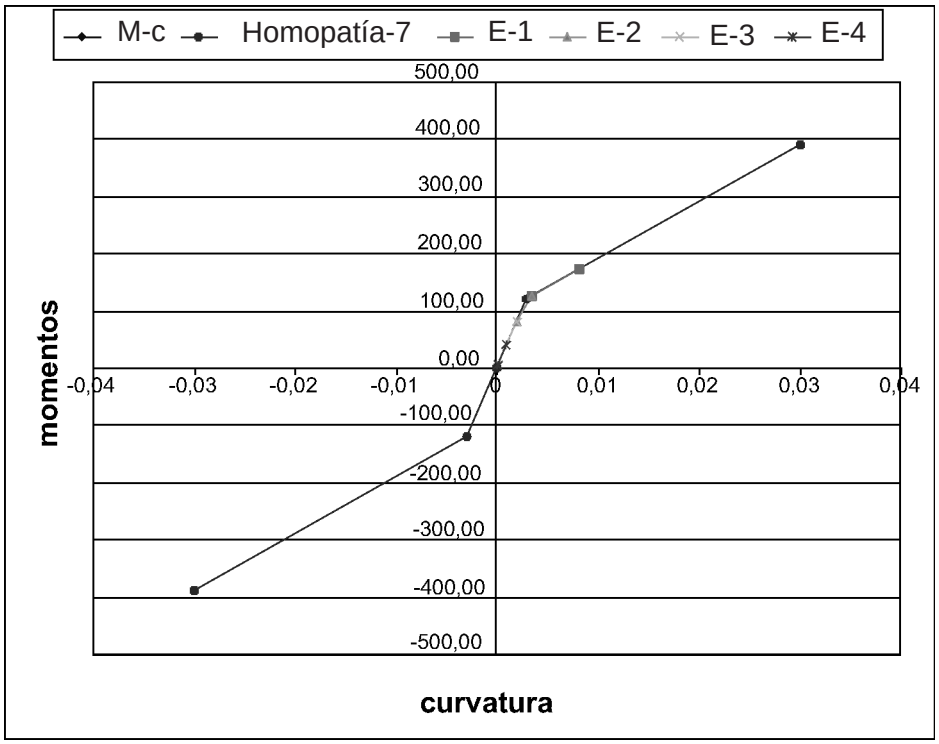


Figura 8.

En cualquier caso una discretización con más elementos permite ajustarse mejor a la distribución real de rigideces con una mejora de la solución.

2.2.) Para una carga P = 440 kN y dos elementos de la misma longitud

Debido a la proximidad del valor de la carga 440 kN con la carga límite que para este caso es de 443.32 kN se observa inestabilidad en el cálculo al ser la matriz de rigidez muy próxima a una matriz singular. En particular después de la iteración 5ª del paso de homotopía 7, la deformada toma valores elevados que rompen con la tendencia anterior (5.24 m), admitiéndose que el sistema se ha vuelto inestable, lo que nos indica la potencia del método empleado, pues únicamente se han utilizado dos elementos y se ha conseguido determinar una carga muy próxima a la límite.

Tabla 3

Homot.	Iterac.	u	c_1	a_1	a_2	M_2
1(λ=.4)	1	0.089513	0.004484	34329.220	40000.000	-10.466
	11	0.091386	0.004615	32847.927	40000.000	-13.629
2(λ=.5)	1	0.091386	0.004615	32847.927	40000.000	-13.629
	11	0.095371	0.004879	30433.738	40000.000	-18.491
3(λ=.6)	1	0.095371	0.004879	30433.737	40000.000	-18.491
	11	0.100942	0.005246	27654.058	40000.000	-24.338
4(λ=.7)	1	0.100942	0.005246	27654.054	40000.000	-24.338
	11	0.109291	0.005794	24416.270	40000.000	-31.618
5(λ=.8)	1	0.109291	0.005794	24416.256	40000.000	-31.618
	11	0.123220	0.006701	20589.505	40000.000	-41.246
6(λ=.9)	1	0.220507	0.010783	20589.474	40000.000	-41.246
	11	0.154471	0.008591	16257.221	40000.000	-53.305
7(λ=1.0)	1	0.150747	0.008505	15838.123	40000.000	-56.618
	5	0.298024	0.014880	15345.083	40000.000	-27.790

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

La distribución de rigideces se indica en la Figura 9.

Si igual que antes se toman cuatro elementos resulta:

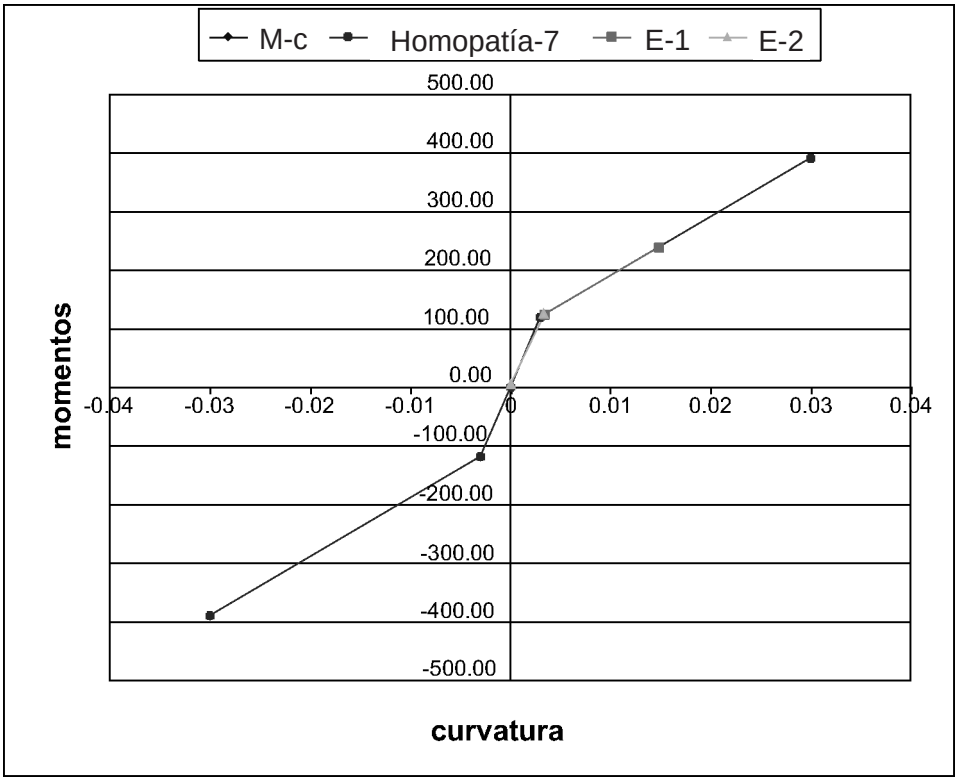


Figura 9.

3.1.) Para una carga P = 440 kN y cuatro elementos de la misma longitud

Tabla 4

Homot.	Iterac.	u	c_1	a_1	a_2	a_3	a_4	M_2	M_3	M_4
1(λ=0.4)	2	0.087222	0.004531	29019.447	40000.000	40000.000	40000.000	-31.887	0.000	0.000
	11	0.087254	0.004550	28400.135	40000.000	40000.000	40000.000	-34.180	0.000	0.000
2(λ=0.5)	1	0.087254	0.004550	28400.135	40000.000	40000.000	40000.000	-34.180	0.000	0.000
	11	0.089221	0.004770	25292.363	40000.000	40000.000	40000.000	-43.605	0.000	0.000
3(λ=0.6)	1	0.089221	0.004770	25292.363	40000.000	40000.000	40000.000	-43.605	0.000	0.000
	11	0.091847	0.005064	22093.796	40000.000	40000.000	40000.000	-53.525	0.000	0.000
4(λ=0.7)	1	0.091847	0.005064	22093.798	40000.000	40000.000	40000.000	-53.525	0.000	0.000
	11	0.096151	0.005490	19000.000	38841.996	40000.000	40000.000	-60.762	-2.238	0.000
5(λ=0.8)	1	0.096151	0.005490	19000.000	38839.655	40000.000	40000.000	-60.757	-2.243	0.000
	11	0.104277	0.006180	16000.000	34997.516	40000.000	40000.000	-62.060	-9.940	0.000
6(λ=0.9)	1	0.104282	0.006180	16000.000	34985.638	40000.000	40000.000	-62.036	-9.964	0.000
	11	0.123587	0.007568	13000.000	26344.732	40000.000	40000.000	-52.069	-28.931	0.000
7(λ=1.0)	1	0.123601	0.007568	13000.000	26327.597	40000.000	40000.000	-52.030	-28.970	0.000
	6	0.215040	0.012962	10000.000	10453.683	40000.000	40000.000	-3.896	-86.104	0.000

A partir de la iteración 6ª del paso de homotopía 7 aparece de nuevo la inestabilidad en los resultados como en el caso anterior.

La distribución de rigideces se recoge en la Figura 10.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

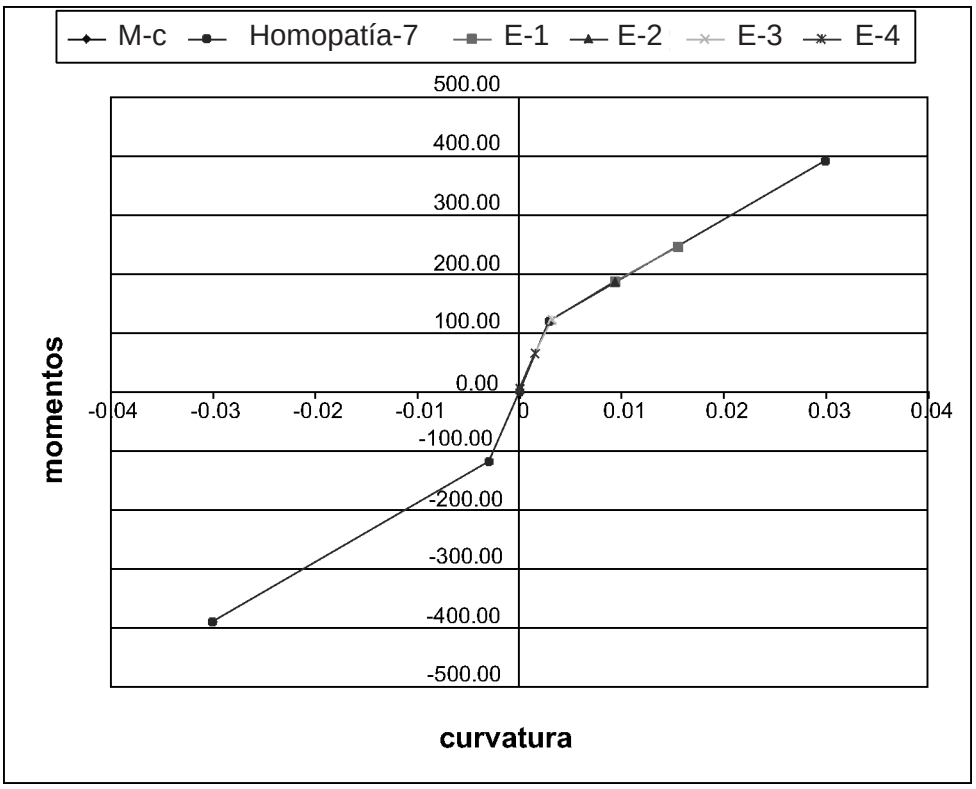


Figura 10.

De acuerdo con estos resultados se puede tomar como carga límite de pandeo P = 440 kN próxima a la exacta (443.32 kN). La carga obtenida es menor que la real debido a la asignación de longitudes: la longitud con rigidez próxima o igual a 10000 kNm^2, es de 4.00 m frente a la longitud de 3.43 m. ello hace que el sistema adoptado es algo más flexible que el que corresponde a la solución exacta para esta carga de 440 kN.

Como puede verse la adaptación de distribución de rigideces resultante respecto de la relación momento curvatura final es un criterio para decidir sobre la bondad de los resultados.

Junto a la posibilidad de discretizar en más elementos para intentar conseguir un mejor ajuste en la relación M-χ, se tiene también otra vía alternativa como es mantener el número de elementos variando su longitud como se hacía en el caso algebraico.

Aplicando esta idea junto con la iteración de Newton se ha conseguido una buena aproximación a la solución exacta como se puede observar en la Tabla 5 donde los valores de la curvatura en el empotramiento c_1 y el desplazamiento *u* correspondiente al nodo final y asimismo la longitud del tramo h_1, pueden compararse con los de la tabla 5 obtenida en [Ort04] con la aplicación del método algebraico.

Tabla 5

P	h_1	c_1	u
386	2.134387	0.00803414	0.117396081
440	3.305447	0.01205748	0.194488267

5.4 Conclusiones

En relación con la aplicación del método general se pueden destacar los siguientes aspectos:

1. Utilización de la técnica de los elementos finitos.

   El método general se basa en la utilización de la técnica habitual de los elementos finitos con funciones de forma que son splines generalizados, para resolver una serie de problemas lineales. Esto supone la modelización del problema y su discretización.

2. Asignación de rigideces mediante el uso de una homotopía.

   Como se ha indicado anteriormente en un problema con no linealidad del material las rigideces de los elementos están indeterminadas. La asignación de rigideces mediante el uso de la homotopía conlleva un doble proceso tal y como se indica en el ejemplo: avance en los pasos de la homotopía y corrección mediante iteraciones en cada paso de homotopía, que tiene la ventaja sobre los métodos habituales en el método de los elementos finitos de que consigue soluciones exactas en cada cálculo de la iteración de forma que los vértices de la poligonal que linealiza la relación M–χ se sitúan sobre la curva correspondiente momento curvatura relativa al paso de homotopía.

3. Mejora de la solución mediante un sistema adaptativo:

   El ajuste de la distribución de rigideces obtenida con la ley momento curvatura real permite ajustar la solución:

   – Aumentando el número de elementos: localizando las zonas en las que se debe aumentar el número de dichos

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

elementos, para aquellos elementos en los que se ha obtenido una rigidez secante a la relación M-χ real.

– Manteniendo el número de elementos y modificando su longitud: determinando qué elementos deben variar su longitud de forma que la rigidez de los nuevos elementos se ajuste mejor a la real.

4. Variantes.

El método se basa en la utilización de distintas variantes de las técnicas de homotopía que de acuerdo con el problema que se trate de resolver permite ir ajustando la variable que se trata de determinar.

– Homotopía en la rigidez: cuando se trata de determinar la distribución de rigideces que mejor se adapte a la relación M-χ.

– Modificación progresiva de los valores en las cargas: una vez fijada la distribución de rigideces se puede modificar la carga de forma que una ligera modificación de la misma va a dar lugar a una nueva distribución de rigideces que también se adaptará de forma aceptable a la relación M-χ real. Solo cuando vuelvan a existir diferencias entre una y otra, puede ser conveniente proceder a un nuevo ajuste en la modelización de la pieza de acuerdo con lo indicado en el punto anterior.

CONCLUSIONES

A lo largo del presente artículo se ha realizado una revisión de los métodos habitualmente empleados en cálculo de pilares con un comportamiento no lineal de los materiales.

Tras recoger las distintas hipótesis en relación con los aspectos de carácter cinemático, ecuaciones constitutivas y condiciones mecánicas de equilibrio que permiten formular distintos tipos de modelos de carácter no lineal, se señalan los objetivos que deben de cumplir los métodos de cálculo: determinación de trayectorias, obtención de puntos de bifurcación, análisis de la estabilidad de la trayectoria.

Salvo en un número reducido de casos en los que se consigue formular soluciones cerradas como es el caso de los resultados obtenidos por Jezek. Horne y Lee, en general hay que recurrir a métodos numéricos o planteamientos simplificados que permitan resultados aproximados.

De entre los métodos numéricos el de mayor alcance es el Método de los Elementos Finitos que permite abordar con cierta generalidad gran cantidad de las situaciones indicadas en la introducción. Pese a su rigurosa fundamentación teórica así como su gran flexibilidad y posibilidades tiene un carácter eminentemente numérico.

Como alternativa a los métodos anteriores se han propuesto dos métodos basados en la teoría de splines generalizados y en el concepto de pilar lineal equivalente.

En estos métodos se utiliza como dato de partida la relación momento curvatura por medio del concepto de superficie mecánica frente a la relación tensión deformación que utiliza el método de los Elementos Finitos en su práctica habitual para la formación de las matrices de rigidez cuya integración asímismo se lleva a cabo mediante métodos numéricos.

Por otra parte la utilización de funciones splines presenta ciertas ventajas respecto a las funciones polinómicas tradicionales:

– Obtención de valores nodalmente exactos para las ecuaciones que en las distintas fases se resuelven.

– Posibilidad de aproximar la solución en el interior del elemento mediante el concepto de acción repartida equivalente.

– En el caso algebráico es posible obtener relaciones analíticas para ciertas variables fundamentales.

– Utilización de un número óptimo o reducido en la discretización del problema en elementos.

El método algebráico se aplica a la resolución de problemas habituales en la práctica caracterizados por estados de carga simplificados que se tratan con sencillez en el método.

El problema se linealiza de acuerdo con el concepto de pilar lineal equivalente quedando el problema discretizado en elementos entre los que se establecen las condiciones de compatibilidad y equilibrio que permiten plantear las ecuaciones con las que determinar las longitudes de los elementos cada uno de los cuales está gobernado por una ley lineal de la relación M-χ.

El método se puede extender a problemas hiperestáticos en los que por ejemplo las condiciones de contorno se satisfagan mediante un proceso iterativo.

En el método general por el contrario, tomando como base el método de los elementos finitos, se establece una discretización en elementos de dimensiones conocidas. Partiendo de una relación M–χ lineal en todos los elementos se procede mediante una homotopía al ajuste de las rigideces de los elementos de forma que se verifiquen las condiciones de compatibilidad entre elementos en particular las condiciones de curvatura según la ley constitutiva.

El método permite mejorar la aproximación al ajuste final de la ley M-χ mediante un proceso de adaptabilidad, bien modificando el número de elementos o variando su longitud.

Finalmente se puede indicar que el método permite resolver casos generales de carga, pilares de sección variables o distintas condiciones de contorno.

BIBLIOGRAFÍA

[AaG74] AAS-JAKOBSEN, K. and GRENACHER, M.: “Analysis of Slender Reinforced Concrete Frames”. IABSE, Publications. 1974.

[ANW67] AHLBERG, J. H., NILSON, E. N. and WALSH, J. L.: *The Theory of Splines and Their Applications*, Academic Press, New York, 1967.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

[CGL96] CHEN, W. F., GOTO, Y. and LIEW, J. Y. R.: *Stability design of Semi-Rigid Frames*. John Wiley and Sons. 1996.

[ChA76] CHEN, W. F. and ATSUTA, T.: *Theory of Beam-Columns*, Vols.1,2, McGraw-Hill, 1976.

[ChT94] CHEN, W. F. and THOMAS, S.: *Advanced Analysis of Steel Frames*. CRC Press1994.

[Cri97] CRISFIELD, M. A.: *Non-linear finite Element Analysis of solids and structures*. Volumen 2, Wiley Chichester. 1997.

[Dis71] DISQUE, R. O.: *Applied Plastic Design in Steel*. Van Nostrand Reinhold Co. 1971.

[Fel00] FELIPPA, C. A.: Introduction to the analysis of nonlinear elastic structures by the Finite Element Method.

[Gal68] GALAMBOS, T. V.: *Structural Members and Frames*. Prentice-Hall, Inc. 1968.

[Jen68] JENNINGS, A.: "Frame analysis Including Change of Geometry", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 94. Pp. 627-644. 1968.

[KaW95] KAWANO, A. and WARNER, R. F.: "Nonlinear Analisys of the Time Dependent Behaviour of Reinforced Concrete Frames". Research Report Nº R125, Dep. of Civil and Environemental Engineering, The University of Adelaide. 1995.

[Ort04] ORTEGA, M. A.: "Análisis del pandeo de pilares en régimen no lineal mediante splines generalizados. *Tesis Doctoral*", E. T. S. Ingenieros de Caminos, UPM. 2004.

[Rit03] RITU, J.: "Solution procedure for nonlinear Finite Element Equations". Proyect Report ECI 284. University of California. Davis. 2003.

[ROC02] ROMERO, J. L., ORTEGA, M. A. y CORRALES, J. M.: "Estudio y resolución del modelo de viga de Timoshenko. Algoritmo de acciones equivalentes", V Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería. Madrid, 3-6 de Junio de 2002.

[RoO98] ROMERO, J. L. y ORTEGA, M. A.: "Acciones equivalentes y solución en desplazamientos interpolada en la viga de Bernoulli-Euler", Informes de la Construcción, Vol. 49. N0 454, pp. 5-27,1998.

[RoO99] ROMERO, J. L. y ORTEGA, M. A. : "Splines generalizados y solución nodal exacta en el método de elementos finitos", Informes de la Construcción, Vol. 51. Nº 464, pp. 41-85, 1999.

[SaR03] SARKER, P. K. and RANGAN, B. V.: "Reinforced concrete columns under unequal load eccentricities", ACI, Structural Journal July-August, 2003

[SBG94] SUN, C. H., BRADFORD, M. A. and GILBERT, R. I.: "A Reliable Numerical Method for Simulating the Post-Failure Behaviour of Concrete Frame Structures". Computers and Structures. 1994.

[Ton69] TONG, P.: "Exact solution of certain problems by finite-element method", AIAA Journal, Vol. 7,No. 1, pp. 178-180, 1969.

[WeO98] WESTERGAARD, H. M. and OSGOOD, V .R.: Strength of Steel Columns. Trac. of the Amer. Soc. of Mech. Engineers. 1928.

[WYW88] WONG, K. W., YEO, M. F. and WARNER, R. F.: "Non-linear Behaviour of Reinforced Concrete Frames". Civil Engineering Transctions, Institution of Engineers, Australia. 1988.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

El armado a flexión: del teorema de Ehlers a los diagramas de armado a flexión –DAF–

Longitudinal reinforcement for beams and columns: from the Ehlers Theorem to the reinforcement sizing diagrams

Enrique Hernández Montes
Dr. Ingeniero de Caminos. Profesor Titular de Universidad
Universidad de Granada. Campus de Fuentenueva

Luisa María Gil-Martín
Dra. Ingeniera de Caminos. Profesora Titular de Universidad
Universidad de Granada. Campus de Fuentenueva

Miguel Pasadas Fernández
Dr. en Ciencias Exactas. Profesor Titular de Universidad
Universidad de Granada. Campus de Fuentenueva

Mark Aschheim
Associated Professor. University of Santa Clara. California

RESUMEN

Este artículo constituye una reflexión sobre la forma de exponer teóricamente el armado a flexión en piezas de hormigón, tanto en los casos de flexión simple como de flexión compuesta. En la literatura técnica el armado a flexión se aborda de formas muy diversas, desde planteamientos simplistas hasta otros que requieren gran detalle. Los Diagramas de Armado a Flexión (en adelante DAF o RSD, del inglés Reinforcement Sizing Diagrams), de reciente aparición, constituyen una herramienta muy útil para la representación de las distintas posibilidades de armado en los problemas de flexión. Estos diagramas (DAF o RSD) representan, para el caso del dimensionamiento de secciones, una solución tan global como los diagramas de interacción N-M para los problemas de comprobación de secciones.

SUMMARY

This paper is a deep view on the flexural design of reinforced concrete beams and columns. Design of cross-sections under flexure can be affordable in several ways, depending on the kind of text book used. This is especially clear when flexure is combined with axial force. Reinforcement Sizing Diagrams (RSD), have been introduced recently as new approach to design in flexure. RSD allows the engineer to choose among all the different reinforcement possibilities in cross-sectional design.

1. INTRODUCCIÓN

El primer paso que debemos acometer cuando queremos calcular una estructura es el de modelizarla. Para ello, se establece un sistema de referencia en el que la estructura quedará geométricamente definida por nodos y elementos. Además a cada elemento hay que definirle sus propiedades mecánicas: áreas, inercias, momentos estáticos, cantos, anchuras... Por último es necesario fijar las propiedades mecánicas de cada material (acero y hormigón): módulo de deformación, módulo de Poisson, coeficiente de dilatación térmica, fluencia, relajación....

Con la modelización de la estructura y con las cargas exteriores se puede proceder a realizar el cálculo de la misma.

Mediante el cálculo estructural obtendremos desplazamientos en todos los puntos de la estructura, y a partir de ellos las deformaciones, tensiones y esfuerzos en todas las secciones transversales de cada elemento.

Con los resultados obtenidos del cálculo de estructuras se procede a dimensionar los elementos de hormigón armado y pretensado de tal forma que: resistan los esfuerzos flectores, axiles, cortantes y de torsión que haya en cada una de las secciones y que cumplan las limitaciones de deformaciones (flechas y fisuras).

Para calcular una viga hemos de comprobar que no se rebasarán los Estados Límite Últimos ni los Estados Límite de Servicio. En la viga de la Figura 1 se debe de comprobar el

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

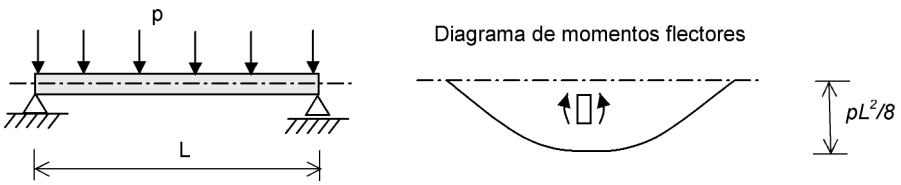


Figura 1. Viga sometida a flexión.

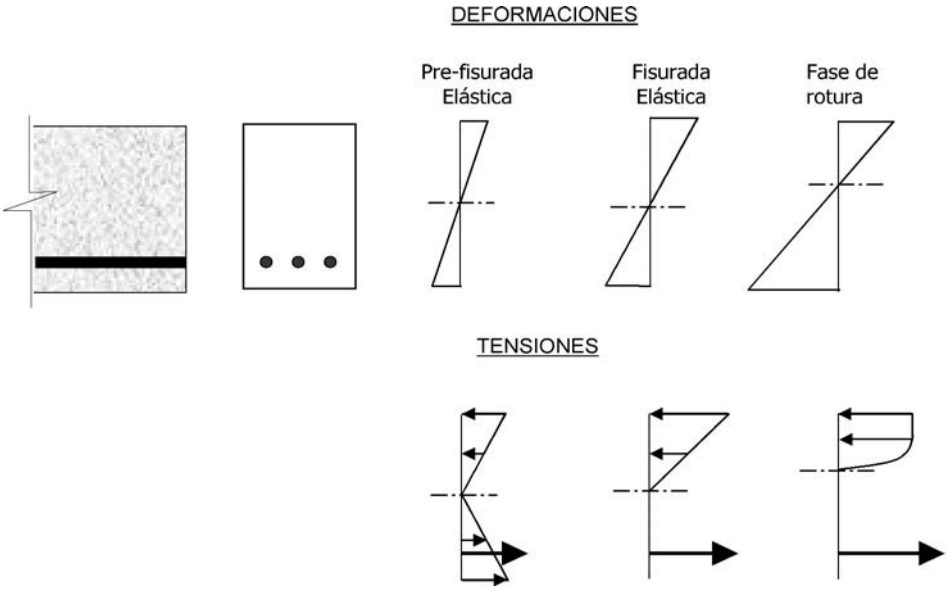


Figura 2. Hipótesis de las secciones planas.

ELU de agotamiento frente a esfuerzos normales y cortantes, y el ELS de fisuración y de deformación.

En este trabajo nos centraremos en el estudio del agotamiento de secciones sometidas a tensiones normales.

2. CONSIDERACIONES FUNDAMENTALES EN EL ESTUDIO A NIVEL SECCIÓN

Las premisas fundamentales para el estudio del hormigón a nivel sección son:

1. **Distribución lineal de deformaciones.** Esta hipótesis está suficientemente contrastada incluso hasta la fase de rotura, ver Figura 2. La deformación del acero pasivo y del activo adherente (preteso y posteso) se considera que es la misma que la del hormigón situado en su misma fibra, o sea a la misma distancia del eje de rotación de la sección transversal. Si bien el acero de pretensado tiene una predeformación.

2. **Curvas de comportamiento de los materiales**

3. Para cualquier sección, tanto de hormigón armado como de pretensado, debe de existir **equilibrio** entre las resultantes de tensiones de hormigón y acero y los esfuerzos exteriores. Este tercer punto no es una hipótesis, no obstante junto con las dos primeras premisas constituye la herramienta básica en el estudio de la sección.

2.1. Distribución lineal de deformaciones

Esta hipótesis es conocida como hipótesis de Bernoulli o hipótesis de las “secciones planas”. La ventaja fundamental de aceptar esta hipótesis es que conocidas las deformaciones de dos puntos (en dos dimensiones) queda definida la distribución de deformaciones en toda la sección. Las deformaciones a considerar pueden ser: la deformación en la cara superior e inferior (ε_{sup} y ε_{inf} respectivamente) o bien la deformación en el centro de gravedad ε_{cdg} y la curvatura ϕ (ver Figura 3).

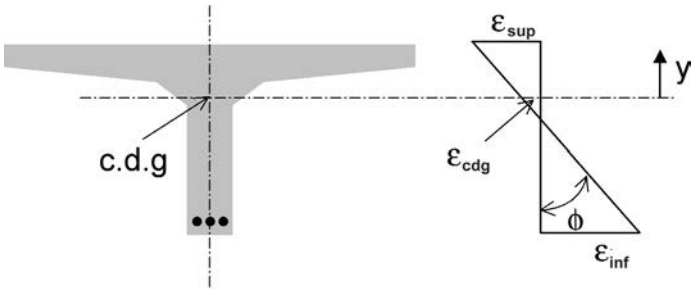


Figura 3. Distribución de deformaciones.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

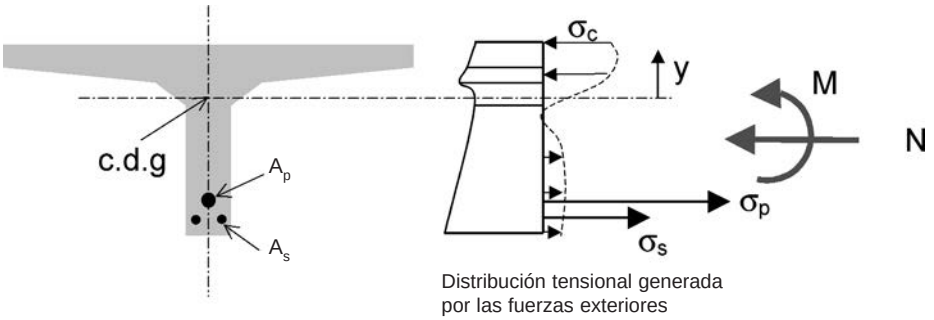


Figura 4. Distribución de tensiones.

La curvatura es la rotación de la sección por unidad de longitud (ϕ). El hecho de representar la deformación en términos de deformación por unidad de longitud (ε) hace que el gradiente de ε en una sección sea la curvatura ϕ (ver Figura 3).

De esta forma la deformación para el hormigón a una altura y del c.d.g. es:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cdg} + \phi y \tag{1}$$

Para el acero pasivo:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cdg} + \phi y \tag{2}$$

y para el acero activo:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{cdg} + \phi y - \Delta\varepsilon_p \tag{3}$$

donde $\Delta\varepsilon_p$ es la diferencia de deformación experimentada por el acero de pretensado que debe de ser determinada en función del proceso de pretensado que se realice. En la formulación anterior se ha considerado deformación positiva en compresión y curvatura positiva la que produce tracciones en la zona inferior.

2.2. Ecuaciones de equilibrio

En cualquier sección las tensiones actuantes sobre ella deben de generar los esfuerzos que la solicitan, ya sean de diseño (en ELU) o característicos (en ELS). En el caso de flexión simple o compuesta:

$$\begin{aligned} N &= \Sigma N = \int_{A_c} \sigma_c dA_c + \int_{A'_s} \sigma'_s dA'_s - \int_{A_s} \sigma_s dA_s - \int_{A_p} \sigma_p dA_p \\ M &= \Sigma M = \int_{A_c} \sigma_c y\ dA_c + \int_{A'_s} \sigma'_s y\ dA'_s + \int_{A_s} \sigma_s y\ dA_s + \int_{A_p} \sigma_p y\ dA_p \end{aligned} \tag{4}$$

donde σ es la tensión, A el área y los subíndices c, s y p hacen referencia a hormigón, acero pasivo y acero activo respectivamente.

En las Ecuaciones 4 se ha considerado positivo el axil de compresión y el momento positivo el que produce compresiones en la parte superior. Figura 4.

3. AGOTAMIENTO FRENTE A SOLICITACIONES NORMALES

Cuando se procede a estudiar la respuesta de un elemento estructural de hormigón del tipo viga-columna la principal dificultad está en elegir el modelo de comportamiento de los materiales, en especial el modelo para el hormigón. El hecho de que la fluencia influya en la respuesta del hormigón (variación de la deformación bajo carga con el tiempo) hace que no exista un modelo de hormigón sencillo aplicable en todo el rango de deformaciones.

Una forma de abordar este problema es la de emplear modelos sencillos del comportamiento de los materiales, aplicables exclusivamente a situaciones de resistencia última. Para el estudio del agotamiento del hormigón frente a solicitaciones normales están muy extendidos los denominados modelos rectangulares, bilineales o el modelo parábola-rectángulo.

Si en lugar de estudiar la respuesta, –i.e. deformación frente a una acción–, nos centramos exclusivamente en el estudio del agotamiento –i.e. si el elemento resiste o no resiste–, nos bastará con plantear el equilibrio en la sección transversal. Obtener una respuesta requiere integrar la deformación a lo largo del elemento, sin embargo, comprobar el agotamiento se puede hacer sección por sección de forma aislada, y en la mayor parte de las veces bastará con sólo comprobar unas determinadas secciones.

Como ya vimos, las hipótesis consideradas en el comportamiento a nivel sección para el estudio del agotamiento frente a solicitaciones normales son: linealidad de deformaciones, comportamiento del material según un modelo de agotamiento y equilibrio en la sección. Empleando el diagrama rectangular del hormigón con la notación del Eurocódigo 2, se considera una tensión constante en el hormigón ηf_{cd} sobre una profundidad λx (ver Figura 5), siendo η el factor que define la resistencia efectiva, λ la profundidad de la tensión rectangular equivalente relativa a una profundidad de la fibra neutra x y f_{cd} la resistencia de cálculo del hormigón a compresión.

$$\begin{aligned} \lambda &= 0.8 && para\ f_{ck} \le 50\,MPa \\ &= 0.8 - (f_{ck} - 50)/400 && para\ 50 < f_{ck} \le 90\ MPa \\ \eta &= 1.0 && para\ f_{ck} \le 50\,MPa \\ &= 1.0 - (f_{ck} - 50)/200 && para\ 50 < f_{ck} \le 90\ MPa \end{aligned} \tag{5}$$

El valor de la resistencia de cálculo del hormigón a compresión, f_{cd}, viene dado por la expresión $f_{cd}=\alpha_{cc}f_{ck}/\gamma_c$ (según el

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

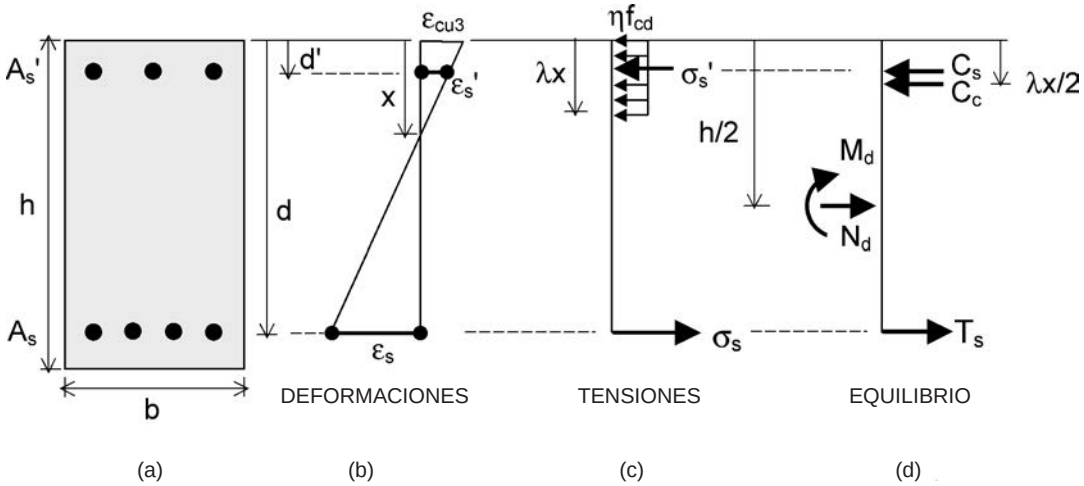


Figura 5. Términos empleados en el diagrama rectangular del hormigón, según el Eurocódigo 2.

EC2), donde f_{ck} es la resistencia característica del hormigón medido en probeta cilíndrica a 28 días, γ_c es el coeficiente parcial de seguridad del hormigón (1.5 para situaciones persistentes y transitorias y 1.2 para situaciones accidentales) y α_{cc} es un coeficiente que mide los efectos de la duración de la carga sobre la resistencia a compresión del hormigón, siendo su valor habitual 0.85.

Si se emplea al diagrama rectangular del hormigón, la resultante de las compresiones en el hormigón, *Cc* toma el valor:

$$\begin{aligned} C_c &= 0 && si \quad \lambda x \le 0 \\ &= (\eta f_{cd})(\lambda x)(b) && si \quad 0 \le \lambda x \le h \\ &= (\eta f_{cd})(h)(b) && si \quad \lambda x > h \end{aligned} \tag{6}$$

donde *b* es el ancho de la sección transversal tal y como se indica en la Figura 5. La presencia de armadura de compresión afecta a la resultante de las compresiones en el hormigón en el caso *($\lambda x > d'$)*, efecto no considerado en la expresión 6, esto se puede tener en cuenta a través de la armadura, de forma que la resultante de la armadura superior, C_s, sea

$$C_s = \sigma'_{s*} A'_s \tag{7}$$

donde A_s' es el área de la armadura superior, situada a *d'* de la fibra superior, y

$$\begin{aligned} \sigma'_{s*} &= \sigma_s - \eta f_{cd} && si \quad \lambda x > d' \\ &= \sigma_s && en\ otro\ caso \end{aligned} \tag{8}$$

Las tensiones f_{cd} *y* $\sigma s'$, al igual que sus respectivas resultantes C_c *y* C_s, son positivas en compresión.

Igualmente, la resultante de la armadura inferior, T_s, *toma el valor:*

$$T_s = \sigma_{s*} A_s \tag{9}$$

donde A_s es el área de la armadura inferior, situada a *d* de la fibra superior, y

$$\begin{aligned} \sigma_{s*} &= \sigma_s - \eta f_{cd} && si \quad \lambda x > d \\ &= \sigma_s && en\ otro\ caso \end{aligned} \tag{10}$$

donde σ_s es positiva en compresión, o sea en el caso que $\lambda x > d$.

Las resultantes internas C_c, C_s y T_s han de equilibrar a las acciones exteriores N_d y M_d, como se puede ver en la Figura 5d. En diseño, según el criterio de los Estados Límite, lo que se busca es asegurar que las acciones exteriores N_d y M_d sean menores que los valores de resistencia última: $N_d \le N_{Rd}$ *y* $M_d \le M_{Rd}$. En la práctica se establece: $N_{Rd} = N_d$ *y* $M_{Rd} = M_d$

Teniendo en cuenta las expresiones 5 a 10, las ecuaciones de equilibrio 4 tomarán la forma:

$$\begin{aligned} N_d &= C_c + C_s + T_s \\ M_d &= C_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{\lambda x}{2}\right) - T_s \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + C_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \end{aligned} \tag{11}$$

4. DOMINIOS DE ROTURA

La sección A-A del elemento de la Figura 6 puede agotar por solicitaciones normales siguiendo distintos planos de deformación, que van desde la tracción pura a la compresión pura. La EHE y el EC2 describen toda una serie continua de planos de deformación que producen el agotamiento de la sección, divididos en lo que se denominan dominios de rotura. La Figura 7 representa los dominios de rotura definidos por el EC2 y que están detalladamente comentados en numerosos libros de texto, entre ellos Hernández-Montes (2002).

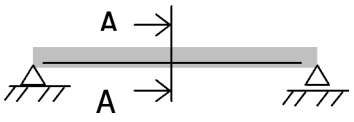
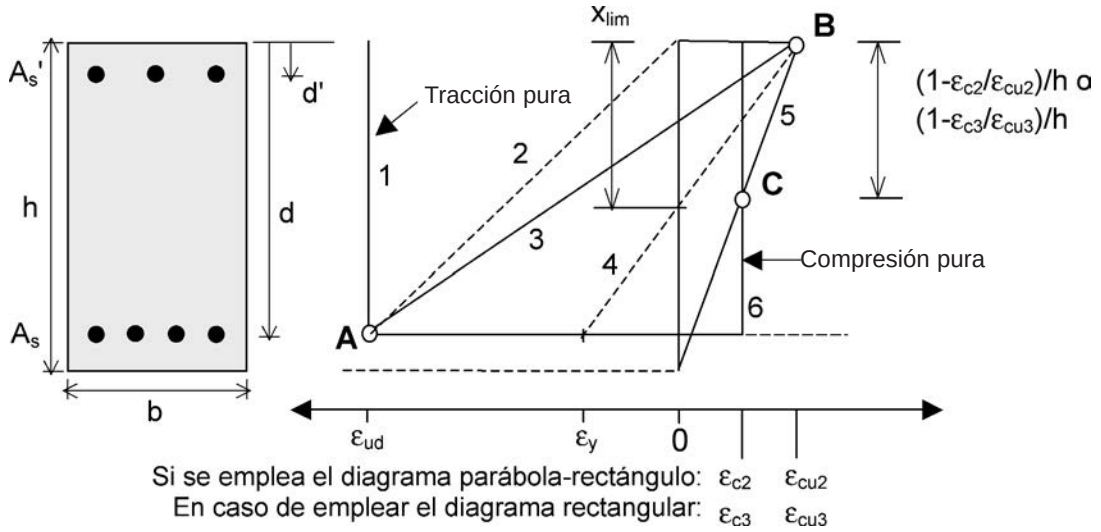


Figura 6. Sección transversal.

5. LOS PROBLEMAS DE COMPROBACIÓN EN UNA SECCIÓN EXISTENTE

Desde el punto de vista de las ecuaciones de equilibrio (Ecuaciones 11) la comprobación de una sección implica que

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026



A Límite de deformación en tracción del acero
B Límite de deformación e compresión del hormigón
C Límite de deformación en compresión pura del hormigón

Figura 7. Dominios de rotura según el Eurocódigo 2.

dicha sección está totalmente definida (en el caso de una sección rectangular serán conocidas su sección transversal y su armadura, o sea *b, h, d, d', A_s y A_s')*. Además, conocida la profundidad de la fibra neutra (x), las tensiones de las armaduras también serán conocidas. O sea, comprobar una sección significa determinar si la sección existente y totalmente definida es capaz de resistir o no un par de acciones N_d y M_d dadas. Para comprobar una sección podríamos operar de la siguiente forma: imponemos $N=N_d$, de la primera de las ecuaciones 11 obtenemos *x* y de la segunda de las ecuaciones 11 obtenemos un *M* que podría ser inferior a M_d (en ese caso la sección no resiste) o superior a M_d (la sección resiste).

Se denomina ***diagrama de interacción*** a un gráfico M-N donde están representados todos los pares (M,N) que producen planos de rotura de la Figura 7. El diagrama de interacción es un grafo cerrado donde los pares (M,N) fuera de él no podrán ser resistidos por la sección considerada (cada sección tiene un diagrama de interacción propio) mientras que los pares (M,N) del interior sí pueden ser resistidos por la sección sin que ésta agote. Los diagramas de interacción fueron presentados originariamente por Charles Witney y Edward Cohen en 1956.

5.1. Ejemplo resuelto

La Figura 8 representa una sección transversal de una viga de hormigón armado, tomada del libro *Hormigón Estructural* de Hernández-Montes (2002). En dicho libro de texto aparece desarrollado totalmente el problema por lo que aquí nos limitaremos a exponerlo. Se va a calcular el diagrama de interacción de dicha sección mediante el empleo del diagrama rectangular del hormigón y del parábola-rectángulo. El hormigón es del tipo HA-30 y el acero es B-500-S. La armadura superior está compuesta por 6 redondos Ø12 y la armadura inferior por 6 redondos Ø20, (A_s'= 6 Ø12= 679 mm^2 y

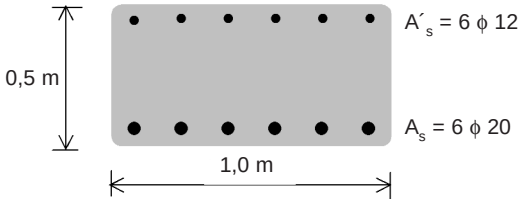


Figura 8. Sección transversal.

A_s = 6 Ø20 = 1884 mm^2). El ambiente considerado es del tipo IIb, luego el recubrimiento nominal será: 30 mm (recubrimiento mínimo) + 10 mm de margen = 40mm, que es mayor que el diámetro de las armaduras principales y mayor de 1.25 el tamaño máximo de árido. Si al recubrimiento de 40 mm le sumamos 10 mm por el cerco + 10 mm por ser el radio de un redondo de Ø20, tenemos 60 mm. A estos 60 mm se les denomina recubrimiento mecánico. Luego la distancia del c.d.g. de las armaduras inferiores hasta el paramento inferior es de 60 mm. Se toman 60 mm en el caso del paramento superior.

De los infinitos planos de rotura que se pueden presentar, descritos en la Figura 7, vamos a analizar el plano de rotura 3, descrito en dicha figura. El plano 3 queda definido por una deformación del 3.5‰ a compresión en la fibra extrema superior, y una deformación del 10% a tracción en el acero de la zona inferior.

El cálculo de la fuerza generada en las armaduras superior e inferior se realiza de la misma forma que en los planos anteriores, en el caso de la armadura superior habrá que calcular su deformación para comprobar si es superior o inferior a ε_y.

En este caso la fibra neutra está situada a una distancia x respecto al extremo superior (profundidad de la fibra neutra):

$$\frac{d}{10+3.5}=\frac{x}{3.5} \Rightarrow x=114\,mm$$

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

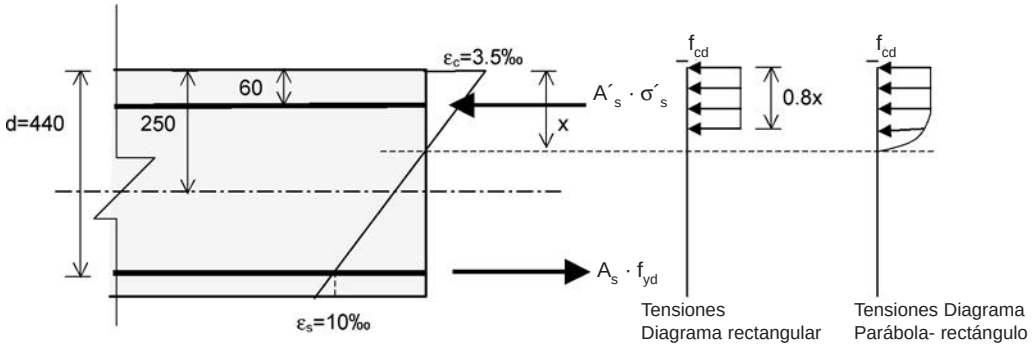


Figura 9. Plano de rotura nº3. Diagrama de tensiones.

Con el valor de la profundidad de la fibra neutra se procede a calcular la deformación de la armadura superior:

$$\frac{0.035}{114}=\frac{\varepsilon'_s}{114-60} \Rightarrow \varepsilon'_s=0.001658<\varepsilon_y \Rightarrow \sigma'_s=E_s\cdot\varepsilon_y=331.6\ N/mm^2$$

La contribución de la zona de compresión del hormigón se va a calcular para dos hipótesis distintas respecto al comportamiento mecánico del hormigón: el diagrama rectangular y el diagrama parábola-rectángulo.

Según el diagrama rectangular la resultante de las compresiones sobre el hormigón toma el valor

$$C_c=\eta\cdot f_{cd}\cdot\lambda\cdot x\cdot b = 0.85\cdot 20\cdot 0.8\cdot 114\cdot 1000=1550\ kN.$$

Para aplicar el diagrama parábola-rectángulo, hemos de tener en cuenta que el valor de la tensión σ_c varía en función de y, o sea, según la fibra que se esté considerando, tal y como se aprecia en la Figura 9; tomando los valores:

$$\sigma_c=1000\cdot\varepsilon_c\cdot f_{cd}\cdot\left(1-250\varepsilon_c\right) \quad para \quad \varepsilon_c\le 0.002$$
$$\sigma_c=f_{cd} \quad para \quad 0.002\le\varepsilon_c\le 0.0035$$

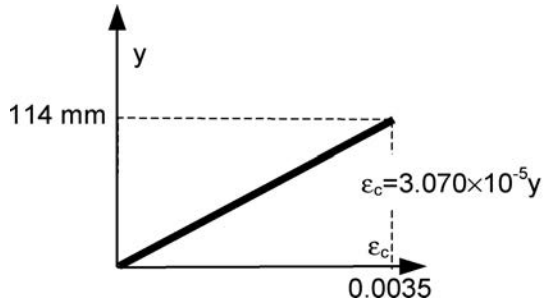


Figura 10. Ley de deformaciones del hormigón.

Si situamos un sistema de referencia con origen en la fibra neutra (Figura 10) la deformación del hormigón ε_c obedece a la expresión $\varepsilon_c=3.071\cdot 10^{-5}\cdot y$. La deformación de 0.002 corresponde a un y =65 mm, y el valor de C_c es:

$$C_c=\int_0^{114}\sigma_c\cdot dA=\int_0^{114}\sigma_c\cdot b\cdot dy=$$
$$=\int_0^{65}1000\cdot\varepsilon_c\cdot f_{cd}\cdot\left(1-250\cdot\varepsilon_c\right)\cdot b\cdot dy+\int_{65}^{114}f_{cd}\cdot b\cdot dy=1569\ kN$$

De la misma forma el momento producido por las compresiones en el hormigón, con respecto al c.d.g. de la sección bruta, según el método del diagrama rectangular será:

$$M_c=C_c\cdot\left(250-0.4\cdot x\right)=1550000\left(250-0.4\cdot 114\right)=316.82\ kN\cdot m$$

y según el diagrama parábola-rectángulo:

$$M_c=\int_0^{114}\left(y+\left(250-113.96\right)\right)\cdot\sigma_c\cdot b\cdot dy=$$
$$=\int_0^{65}\left(y+\left(250-113.96\right)\right)\cdot 1000\cdot\varepsilon_c\cdot f_{cd}\cdot\left(1-250\varepsilon_c\right)\cdot b\cdot dy+$$
$$+\int_{65}^{114}\left(y+\left(250-113.96\right)\right)\cdot f_{cd}\cdot b\cdot dy=317.88\ kN\cdot m$$

Planteando la resultante de axiles y de momentos en el c.d.g. de la sección bruta según el diagrama rectangular:

$$N_d=\sum N=-f_{yd}\cdot A_s+\sigma'_s\cdot A'_s+C_c=956\ kN$$
$$M_d=\sum M=f_{yd}\cdot A_s\cdot 190+\sigma'_s\cdot A'_s\cdot 190+316.84=515.23\ kN\cdot m$$

y mediante el diagrama parábola-rectángulo:

$$N_d=\sum N=-f_{yd}\cdot A_s+\sigma'_s\cdot A'_s+C_c=975.03\ kN$$
$$M_d=\sum M=f_{yd}\cdot A_s\cdot 190+\sigma'_s\cdot A'_s\cdot 190+317.71=516.29\ kN\cdot m$$

Los pares (N,M) para el plano 3 son: para el diagrama rectangular (956.00;515.23) y para el diagrama parábola rectángulo (975.03;516.29).

El resto de planos 1 a 6, descritos en la Figura 7 forman los pares N-M de la Tabla 1 relativos a flexión positiva. Si la fibra comprimida es la inferior aparecen otros 6 planos de rotura, que corresponderían al caso de flexión negativa. Los planos de rotura para flexión negativa se representan en la Figura 11 (nótese que el 1 y el 6 coinciden con los de flexión positiva).

Los pares (Nd, Md) obtenidos tanto para flexión positiva como negativa vienen reflejados en la Tabla 1 y se representan en la Figura 12 en lo que se denomina Diagrama de Interacción N-M.

El diagrama de interacción de la Figura 12 se ha construido con los 12 puntos de la Tabla 1. Existen en el mercado numerosos programas para realizar este trabajo con muchos más puntos y, por tanto, con mayor precisión. Cabe destacar el Prontuario Informático de Hormigón, de Corres et al. (2001), como un programa muy elaborado y de gran valor técnico y pedagógico.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

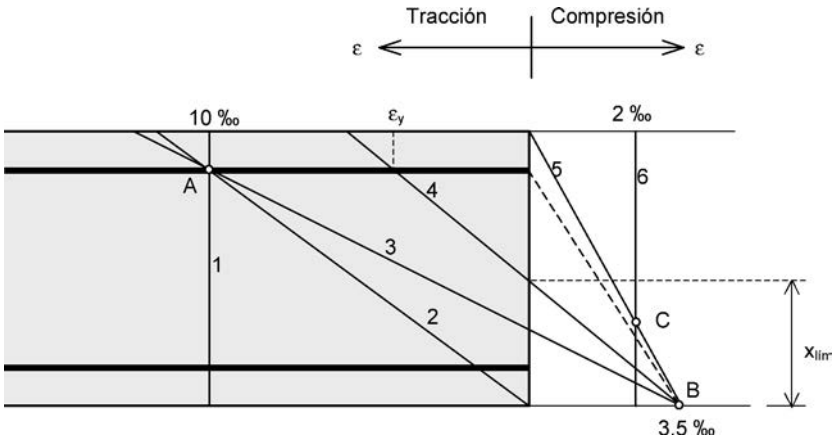


Figura 11. Planos de deformación en flexión negativa.

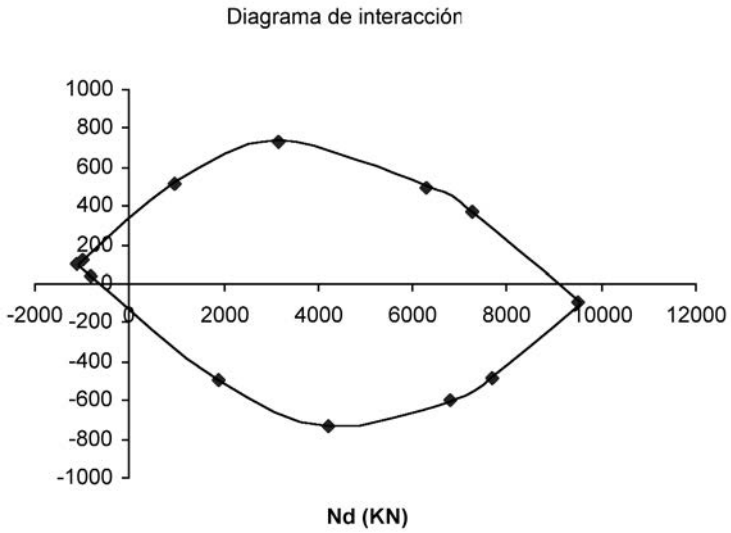


Figura 12. Diagrama de interacción.

Tabla 1. Planos de deformación en rotura

Plano	*Nd (kN)*	*Md (kN·m)*
Flexión positiva		
1	*-1114.34*	*99.54*
2	*-1003.81*	*120.54*
3	*956.00*	*515.23*
4	*3161.69*	*733.61*
$\in_s=0$	*6279.20*	*498.91*
5	*7253.50*	*366.02*
6	*9525.20*	*-91.58*
Flexión negativa		
2	*-808.00*	*41.27*
3	*1879.22*	*-491.69*
4	*4209.51*	*-733.61*
$\in'_s=0$	*6803.13*	*-598.45*
5	*7676.16*	*-484.80*

6. LOS PROBLEMAS DE DIMENSIONAMIENTO DE UNA SECCIÓN

El problema de dimensionamiento nos obliga a volver sobre las ecuaciones de equilibrio a nivel sección (Ecuaciones 11) pero con un enfoque distinto. Dimensionar una sección significa generalmente que dicha sección está definida salvo su armadura y que las acciones sobre ella también vienen dadas. En este caso, en las Ecuaciones 11, las incógnitas son A_s, A'_s y x, con lo que se convierte en un problema con infinitas soluciones. Merece la pena remarcarlo, porque esta es la base de los Diagramas de Armado a Flexión (RSD) que se definirán más adelante: dadas unas solicitaciones Nd y Md sobre una sección transversal dada, el número de posibles soluciones de armado en agotamiento (i.e. A_s *y* A'_s) es infinito. El único documento encontrado por los autores y que hace hincapié explícitamente en este aspecto es el manual del programa Secció del Profesor Antonio Marí (1986).

6.1. Cartas de interacción y patrones de armado

Una de las formas más tradicionales de armar una sección (elegir A_s y A'_s) es mediante *cartas* o *ábacos de interacción* (algunos programas comerciales las denominan *patrones de armado* pero esencialmente es el mismo concepto).

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

En la Figura 13 se representa una carta de interacción tomada de una publicación del comité 340 de la ACI-318 (1997). Una carta de interacción es la generación de varios diagramas de interacción, de tal forma que estos diagramas de interacción tienen en común que la relación *As /A's* es constante en una misma carta de interacción, p.ej. en la Figura 13 la armadura es simétrica, o sea $A_s/A'_s = 1$. El empleo de cartas de interacción implica previamente la elección de A_s/A'_s, y con ello, la eliminación de una incógnita de las 3 existentes en los problemas de dimensionamiento. En este caso las incógnitas en las ecuaciones de equilibrio serían (A_s/A'_s y x), y paradójicamente, en esta situación, ya no sería necesario recurrir a las cartas de interacción puesto que a partir de las ecuaciones de equilibrio podríamos obtener la solución (dos ecuaciones y dos incógnitas). Esta última forma de abordar la flexión compuesta, exclusivamente a través de las ecuaciones de equilibrio operando con dos incógnitas, puede verse en los ejemplos desarrollados por el Concrete Industry Eurocode 2 Group (CIEG) en The Concrete Center (ver su página en la red (2003)).

Resulta un tanto sorprendente que se recomiende coetáneamente el empleo de las ecuaciones de equilibrio y el de las cartas de interacción. Además, ambos procedimientos (ecuaciones de equilibrio con dos incógnitas y cartas de interacción) llevan implícito un cierto grado de incertidumbre: ¿es la armadura elegida la más idónea dentro de las infinitas posibilidades? Esto es: ¿por qué elegimos *a priori* disponer armadura simétrica u otra disposición cualquiera predeterminada?.

Hernández-Montes et al.(2003 y 2005) han propuesto resolver las ecuaciones de equilibrio, para resistir unos esfuerzos N_d y M_d, *en función de la profundidad de la fibra neutra. Las expresiones de* A_s, A'_s y $A_s+A'_s$ pueden ser determinadas en función de la profundidad de la fibra neutra, x, y pueden ser representadas gráficamente en lo que se han denominado *Diagramas de Armado a Flexión* (DAF o RSD, iniciales del inglés Reinforcement Sizing Diagrams).

Las expresiones de A_s y A_s', obtenidas a partir del sistema de dos ecuaciones correspondientes a las ecuaciones de equilibrio son:

$$A_s = \frac{M_d - N_d\left(\frac{h}{2}-d'\right) - C_c\left(d'-\frac{\lambda x}{2}\right)}{-\sigma_{s*}(d-d')} \quad si \quad \lambda x < h$$
$$= \frac{M_d - \left(N_d - C_c\right)\left(\frac{h}{2}-d'\right)}{-\sigma_{s*}(d-d')} \quad en\ otro\ caso \qquad (12)$$

$$A_s' = \frac{M_d + N_d\left(d-\frac{h}{2}\right) - C_c\left(d-\frac{\lambda x}{2}\right)}{\sigma'_{s*}(d-d')} \quad si \quad \lambda x < h$$
$$= \frac{M_d + \left(N_d - C_c\right)\left(d-\frac{h}{2}\right)}{\sigma'_{s*}(d-d')} \quad en\ otro\ caso \qquad (13)$$

Veremos varios ejemplos sobre el empleo de los DAF o RSD[1] más adelante.

[1] Los DAF tienen abiertos varios procesos de patente, propiedad de la Universidad de Granada.

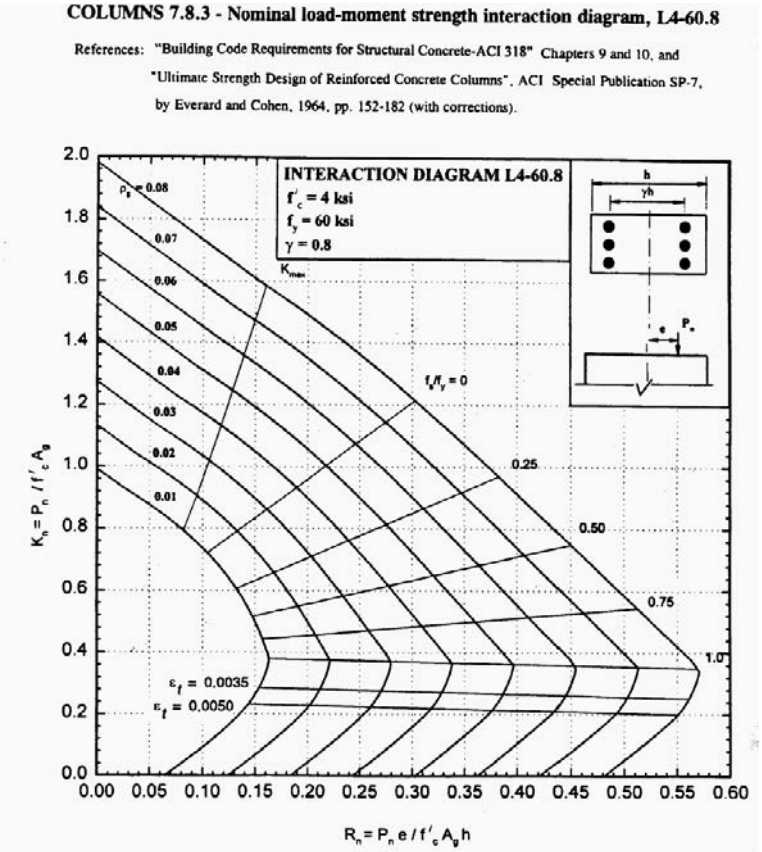


Figura 13. Carta de interacción (de ACI 318 (1997)).

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

El empleo de la armadura mínima deducida por los DAF no significa una reducción apreciable en la ductilidad de los elementos tal y como han demostrado Hernández-Montes et al. (2004).

7. NECESIDAD DE UNIFICACIÓN EN LA DOCENCIA DEL DIMENSIONAMIENTO A FLEXIÓN

Actualmente el dimensionamiento a flexión de secciones de hormigón armado y pretensado es un tema suficientemente resuelto. Sin embargo, basta con ojear la literatura existente para comprobar que el modo de abordar esta cuestión es muy distinto de unos textos a otros.

En libros de texto como el Leet y Bernal (1997) observamos que se produce una clara división entre flexión simple (reservada para vigas) y flexión compuesta (reservada para pilares). En este libro de texto el tratamiento de la flexión compuesta se hace casi exclusivamente a través de diagramas de interacción N-M y cartas de interacción N-M. Un tratamiento más detallado lo proporciona Nawy (2003), muy parecido al que hace Jiménez-Montoya et al. (2000), éste emplea la descomposición de Whitney entre pequeñas y grandes excentricidades recurriendo al empleo de expresiones aproximadas en unos casos y al denominado Teorema de Ehlers en otros.

Otros conocidos libros de texto como el de Walther y Miehlbradt (1990) del Politécnico de Lausanne, recurren al Método de Wuczkowski, similar al teorema de Ehlers (más acertado, a juicio de los autores, la denominación de *método* que la de teorema).

Una problemática añadida sobre lo anteriormente comentado la ha introducido la ACI-318 en la versión de 2002, en la que aparecen los conceptos de secciones controladas en tracción y secciones controladas en compresión, complicando aún más el tratamiento global de la flexión compuesta.

En España, como en otros países sobre todo en los de lengua española se sigue recurriendo al Teorema de Ehlers para el diseño de elementos de hormigón armado a flexo-compresión. Alfredo Páez (1986) nos previene del uso del Teorema de Ehlers y de la problemática de generalizar dicho teorema puesto que la armadura podría entrar en cedencia o salir de la zona de cedencia durante su aplicación, haciendo inviable su empleo. De hecho, Jiménez-Montoya et al. (2000), lo reserva exclusivamente para grandes excentricidades, evitando así el inconveniente anunciado por Alfredo Páez.

Hernández-Montes et al. (2003 y 2005) nos plantean la posibilidad de recurrir a los diagramas de armado a flexión (DAF o RSD) para analizar todas las posibles soluciones del problema de dimensionado de secciones de hormigón armado en flexión. Debemos de tener en cuenta que cuando se realiza el diagrama de interacción N-M de una sección no se especifica en qué parte del diagrama las excentricidades son pequeñas o grandes sino que se representan todas las posibles soluciones. Esta misma idea ha sido aprovechada en la concepción de los diagramas de armado a flexión (DAF).

Veamos un ejemplo donde la aplicación del Teorema de Ehlers (que se enuncia a continuación) no es posible:

- *Teorema de Ehlers*

Todo problema de flexión compuesta puede reducirse a uno de flexión simple, sin más que tomar como momento el que produce el esfuerzo normal a la armadura de tracción, Md=Nd·e. La capacidad mecánica de la armadura de tracción necesaria en flexión compuesta es:

$$U = A_s f_{yd} - N_d \qquad (15)$$

*U e*s la capacidad mecánica de la armadura de tracción, A_s es la armadura de tracción en el caso de flexión simple, f_{yd} es el límite elástico de cálculo del acero y Nd es el axil de cálculo.

– *Ejemplo*

Consideremos un pilar de 0.40 x 0.40 m, construido en un ambiente IIIa, con hormigón HA-25 y acero del tipo B-400-S. Suponemos un recubrimiento mecánico de 65 mm. Se quiere dimensionar con armadura no simétrica para unos valores de diseño de M_d=*50 kN · m* y N_d=*2500 kN*, ambos referidos al centro de gravedad de la sección bruta. Conste que Jiménez Montoya (2000) no emplearía en este caso el teorema de Ehlers puesto que corresponde a pequeñas excentricidades y optaría por formulaciones aproximadas. No obstante otros libros de texto no imponen limitación alguna a su empleo.

Si pretendemos aplicar el teorema de Ehlers, es preciso resolver el problema como flexión simple, donde *e* es la excentricidad del axil respecto de la armadura de tracción.

$$M_{Ehlers} = N_d e = 2500\left(\frac{50}{2500} + 0.135\right) = 387.5\ kN{\cdot}m$$

Puesto que este valor es mayor que el momento límite o momento crítico (158 kN·m), será necesario disponer armadura de compresión. Para elegir una de las infinitas soluciones recurrimos al DAF correspondiente a este caso (Figura 14).Si se opta por armadura simétrica la solución correspondiente es: A_s=A_s'=4000 mm^2. Otra opción es elegir la armadura dada por x_{lim}, lo que nos daría A_s=4390 mm^2 *y* A_s'=1474 mm^2.

Para seguir aplicando el teorema de Ehlers habría que mantener *As'* y obtener la armadura de tracción a partir de la Ecuación 15, pero en este caso el resultado es negativo y, por tanto, ninguna solución es válida y el Teorema de Ehlers sería imposible de aplicar.

Si realizamos el DAF de la solución antes de aplicar Ehlers obtenemos que, para el M_d y N_d considerados en el centro de gravedad de la sección, el diagrama de armado es el representado en la Figura 15.

*D*e la Figura 15 se deduce que podemos disponer armadura simétrica o exclusivamente armadura de compresión A_s', con A_s'=825 mm^2.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

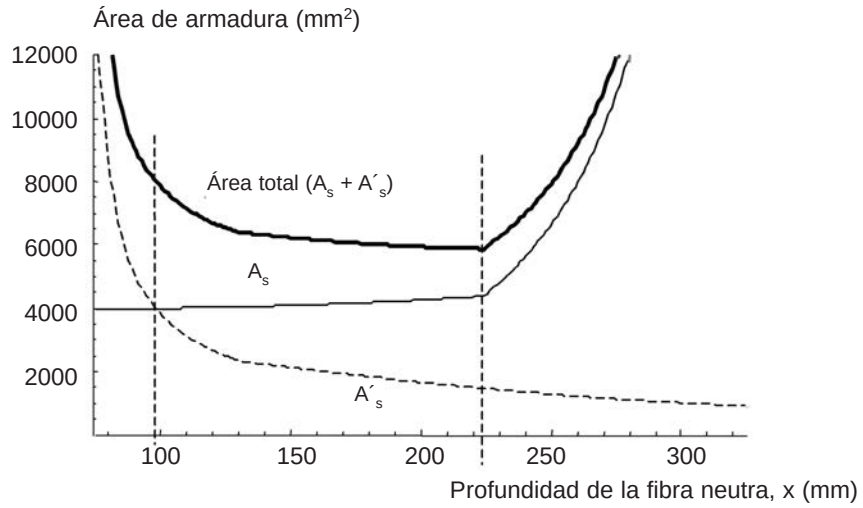


Figura 14. Diagrama de Armado a Flexión para un pilar de 0.4 x 0.4 m y acciones de N_d=0 y M_d=387.5 kN·m.

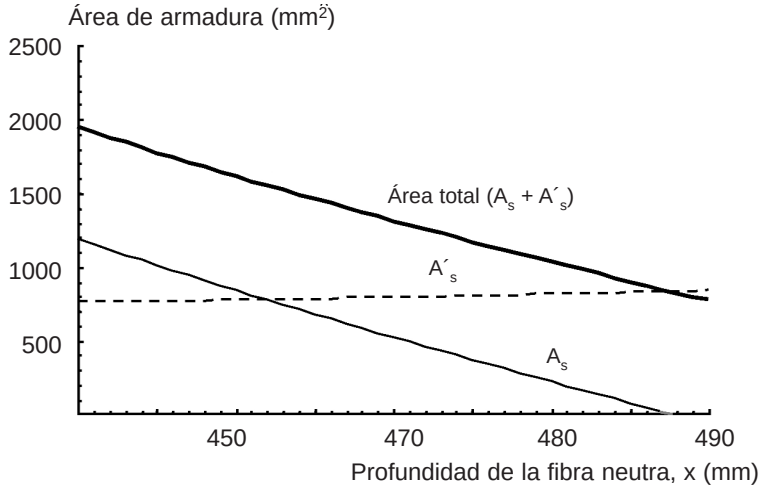


Figura 15. Diagrama de armado a flexión para un pilar de 0.4 x 0.4 m y acciones de N_d=2500 y M_d=50 kN·m.

Un caso límite que plantea Jiménez Montoya (2000) corresponde al caso de pequeñas excentricidades en el que se cumple que:

$$N_d \cdot e_2 \geq 0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h \cdot (0.5h - d_2)$$

donde e_2 es la excentricidad del axil respecto a la armadura superior, d_2 es el recubrimiento mecánico de la armadura superior, f_{cd} es la resistencia de cálculo de hormigón a compresión, b el ancho y h la altura de la sección. Si aplicamos un M_d=60 kN·m y N_d=3000 kN al pilar del ejemplo que estamos considerando, estaríamos en este caso. El diagrama de armado a flexión correspondiente es el representado en la Figura 16.

Del DAF de la Figura 16 se pueden deducir todas las posibles soluciones de armado. En concreto, la solución que se

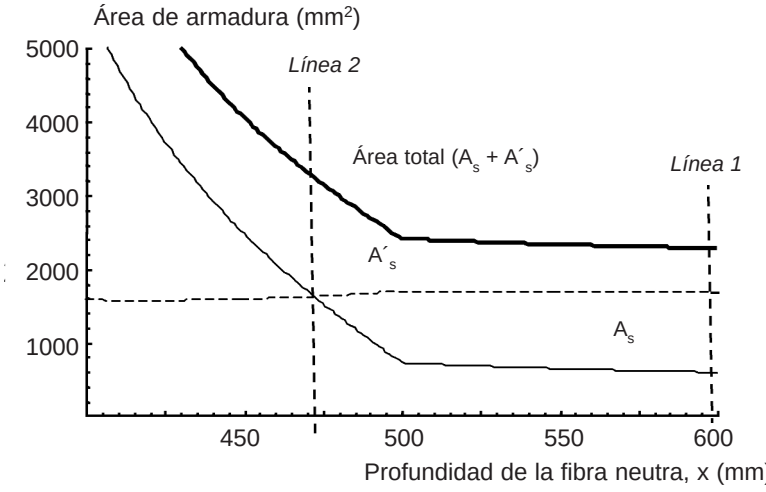


Figura 16. Diagrama de armado a flexión para un pilar de 0.4 x 0.4 m y acciones de N_d=3000 y M_d=60 kN·m.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

obtiene de las fórmulas aproximadas propuestas por Jiménez Montoya (A_s=415 mm^2 y A'_s=1693 mm^2) corresponde a la línea 1 (situada en x=+ ∞) de la Figura 16. La línea 2 corresponde a la solución simétrica.

8. CONCLUSIONES

Los DAF se presentan como una forma global de abordar el dimensionamiento de secciones en flexión. Al igual que los diagramas de interacción Axil-Flector (Whitney 1956) tienen un claro campo de aplicación en la comprobación de la sección los DAF son la herramienta idónea para el dimensionamiento de la armadura de secciones y constituyen un avance tanto pedagógico, en el sentido de que unifican la enseñanza del armado a flexión, como técnico en el tratamiento del armado en flexión simple y compuesta de secciones de hormigón estructural, con una clara aplicación a la industria del prefabricado.

BIBLIOGRAFÍA

ACI 318 (2002), *Building Code Requirements for Structural Concrete*, American Concrete Institute, Detroit, Michigan.

ACI Committee 340 (1997), *ACI Design Handbook: Design of Structural Reinforced Concrete Elements in Accordance with the Strength Design Method of ACI 318-95*, ACI Special Publication SP-17(97), American Concrete Institute, Detroit, Michigan.

Corres Peiretti H., Martínez Martínez J.L., Pérez Caldentey A. y López Agüí J.C. *Prontuario Informático del Hormigón Estructural 3.0*. IECA. (www.ieca.es).

Eurocode 2: Design of concrete structures- Part 1: General rules and rules for buildings prEN 1992-1-1 (July 2002). European Committee for Standardization. Brussels.

Hernández-Montes, E. (2002). *Hormigón Estructural*. Editorial Universidad de Granada.

Hernández Montes E., Gil Martín, L.M., y López Aragón J.A. (2003). Diagramas de dimensionamiento en flexión para secciones de hormigón. *Hormigón y Acero*, nº 277, pp 67-74.

Hernández-Montes, E., Aschheim, M and Gil-Martín, L.M. (2004). "The impact of optimal longitudinal reinforcement on the curvature ductility capacity of reinforced concrete column sections". *Magazine of Concrete Research*, 56, No. 9, Noviembre, 499-512.

Hernández-Montes E. Gil-Martín L.M. y Aschheim M. (2005). Design of Concrete Members Subjected to Uniaxial Bending and Compression Using Reinforcement Sizing Diagrams. *ACI Structural Journa*l. January-February 2005. Páginas 150-159.

Instrucción de Hormigón Estructural EHE. (2001). Ministerio de Fomento

Leet K. y Bernal D. (1997). *Reinforced Concrete Design*. 3ª edición. McGraw-Hill. Singapur.

Marí Bernat A.R. (1986). Programa SECCIO. UPC-11-86. Barcelona.

Nawy (2003). Reinforced Concrete. *A Fundamental Approach*. 5ª edición. Prentice-Hall. New Jersey.

Jiménez Montoya P., García Meseguer A. y Morán Cabré F. (2000). *Hormigón Armado*. 14ª edición.

The Concrete Center, "Design of Columns and Walls" fechado el 19 de Diciembre de 2003). Camberley. Reino Unido.

http://www.eurocode2.info/PDF/How_columns_wallsv5.pdf, acesible el 18 de agosto de 2005.

Walther R. y Miehlbradt M. *Dimensionnement des Structures en Béton.* Presses Polytechniques et Universitaires Romandes. Lausanne. Suiza. 1990.

Whitney, Charles S, Cohen, Edward. "Guide for Ultimate Strength Design of Reinforced Concrete," *ACI Journal*, v. 28, No. 5, Nov. 1956 (Proceedings V.53), pp. 445-490.

Páez, Alfredo (1986). Hormigón armado, tomo 1 Edtorial Reberté. Barcelona.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

HORMIGÓN y acero

últimos números publicados



ache

Base de datos de artículos publicados en números anteriores disponible en:

http://www.e-ache.net

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Resistencia al fuego de estructuras de hormigón

Por: Manuel Burón Maestro(1) y Luis Vega Catalán(2)



Figura 1: Incendio en el Edificio Windsor de Madrid

El hormigón estructural, además de las prestaciones de carácter resistente, presenta otras complementarias. Algunas se refieren a su utilización y forman parte de la funcionalidad de la obra en su conjunto. Otras, tales como la resistencia al fuego, y la durabilidad, tienen que ver con la Vida de Servicio.

El fuego, como situación accidental, exige de las estructuras una capacidad de resistencia que permita desalojar, a las personas que lo estén utilizando, el objeto incendiado de manera que no se produzcan víctimas ni entre los usuarios ni entre el cuerpo de bomberos que actúa para controlar y extinguir el incendio.

El hormigón estructural, armado y pretensado, combina el material acero de las armaduras y el material hormigón que conforma el elemento estructural y que, mediante el espesor del recubrimiento, separa al acero del exterior.

El acero, como material con alta conductividad térmica, se calienta de modo inmediato, de modo que expuesto directamente al incremento de temperaturas producido por el fuego, adquiere inmediatamente la temperatura que se alcanza en el incendio. No se comporta de la misma manera el hormigón que se calienta mucho más lentamente alcanzando temperaturas, en cada instante, inferiores a las que, en ese instante, se alcanzan en el incendio.

La Tabla 1 obtenida de [1], indica la temperatura que se alcanza en un incendio, de acuerdo con la curva normalizada, en función del tiempo que dura el mismo, la temperatura que alcanzaría un acero estructural sin protección y aquella que alcanzaría

Tabla 1. Temperaturas - Tiempos

Tiempo	Temperatura alcanzada (º C)			
t (minutos)	En el incendio	En el acero estructural sin protección	En la armadura con un recubrimiento r (mm)	
			r = 30	r = 45
30	815	815	205	140
60	925	925	370	270
90	990	990	490	350
120	1.030	1.030	570	425
150	1.070	1.070	620	490
180	1.100	1.100	660	510

(1) Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Instituto Español del Cemento y sus Aplicaciones.
(2) Arquitecto.Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

una losa de hormigón de 10 cm de espesor a diversas profundidades, medidas desde la superficie exterior que sufre el incendio. Si a esta profundidad se dispusiera una armadura de acero, a las diversas profundidades a las que nos referimos las llamaríamos "recubrimientos" y las temperaturas a las que nos referimos serían las temperaturas que alcanzaría el acero de la armadura dispuesta en función del recubrimiento.

El efecto del aumento de la temperatura sobre la estructura es doble, por una parte afecta a las características resistentes de los materiales (hormigón y acero en armaduras) y por otra genera una deformación (dilatación) impuesta que al no ser, en general, libre origina los esfuerzos correspondientes.

La acción sobre los materiales se resumen en una pérdida de capacidad resistente y en una disminución del módulo de elasticidad.

La Tabla 2 obtenida de [2], indica la pérdida de resistencia a tracción del acero de la armadura (f_{yk}) de un hormigón armado y de la resistencia a compresión del propio hormigón con árido silíceo (f_{ck}) en función de la temperatura alcanzada por el material.

Tabla 2. Pérdidas de resistencia – Temperatura

Temperatura (º C)	Pérdida de resistencia (%)	
T (º C)	Acero armadura	Hormigón
20	0	0
400	15	15
500	30	30
600	60	40
700	85	60

La Tabla 3 obtenida de [3], recoge la disminución, en tanto por ciento, del Módulo de Elasticidad del acero de las armaduras y del hormigón con árido silíceo en función de la temperatura alcanzada por el material.

De las tablas anteriores se deduce que la resistencia de los materiales cuando alcanzan una temperatura de 500º C se reduce al 0'70 de la que presentan a 20º C y que, para dicha temperatura la deformación del acero resulta ser 1'7 veces superior a la correspondiente a 20º C y en el hormigón 6 veces superior.

La fuerte disminución de los módulos de elasticidad hace que la estructura bajo la acción del fuego sea mucho menos rígida, por lo cual su deformabilidad aumenta y puede aceptar elevadas deformaciones impuestas por el incremento de temperatura sin que aparezcan esfuerzos de importancia.

Por otra parte la combinación de cargas con que se comprueba la resistencia al fuego de una estructura es, en general, la correspondiente a la situación accidental, con todos los coeficientes de mayoración iguales a la unidad, y, además, con el valor de la sobrecarga frecuente (caso de la sobrecarga determinante) y el valor cuasipermanente de las demás sobrecargas concomitantes con la determinante. Se trata, en consecuencia, de un estado de cargas inferior a aquel que se ha utilizado para el dimensionado de la estructura en los diferentes Estados Límite últimos. Es habitual considerar que la totalidad de las cargas (valores ponderados), representa el 70% del valor mayorado utilizado para asegurar la resistencia de la estructura en los Estados Límite Últimos.

Las razones anteriormente expuestas son la base del dimensionado de las estructuras frente a la acción del fuego. De acuerdo con la Instrucción EHE, que es un reglamento de obligado cumplimiento en España, y también de acuerdo con el Eurocódigo 2: Design of concrete structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design, se utiliza un procedimiento simplificado de dimensionado consistente en disponer secciones de hormigón con dimensiones adecuadas a la resistencia al fuego requerida, que se indican en unas tablas de uso directo. Las mismas tablas indican el recubrimiento de cálculo que debe tener la armadura dispuesta así como las precauciones a considerar según el fuego alcance al elemento de hormigón en una, dos, tres o las cuatro caras.

El método directo de utilización de las mencionadas tablas puede afinarse considerando las líneas isotermas de distribución de la temperatura en la sección del elemento estructural considerado; consecuentemente, establecer la capacidad resistente del hormigón y de las armaduras de acero sometidas a las temperaturas correspondientes a la resistencia al fuego requerida y, por último, comprobar que, en estas condiciones, la resistencia de cada sección es superior a los esfuerzos que en ella provocan las cargas totales en situación accidental. Estos métodos de cálculo sencillos evidencian la conveniencia de disponer forjados y vigas continuas ya que en ellos el fuego suele afectar a la cara inferior, pero no a la superior.

Es frecuente, con recubrimientos entre 30 mm y 50 mm al centro de gravedad de la armadura pasiva, que las secciones

Tabla 3. Disminución del Módulo de Elasticidad – Temperatura

Temperatura (º)	Disminución del módulo de elasticidad (%)	
T (º C)	Acero armadura	Hormigón
20	0	0
400	30	75
500	40	83
600	70	90
700	87	90

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

habituales de hormigón armado sean suficientes para dar una buena respuesta frente al fuego y asegurar la resistencia a fuego requerida. En el caso de secciones pretensadas dicho recubrimiento deberá aumentarse entre 10 mm y 15 mm, según el tipo de obra y las condiciones de las acciones en situación accidental [3].

Por todo ello el comportamiento de las estructuras de hormigón sometidas a la acción del fuego es correcta, cumpliendo con las condiciones de estabilidad requeridas en situación accidental, lo que permite desarrollar los trabajos de extinción del fuego y, en su caso, de auxilio eficazmente.

En resumen, el hormigón, debido a su baja conductividad térmica y al espesor de las secciones resistentes de las estructuras de hormigón estructural, evita que la temperatura interior de la estructura sea la que se alcanza en el incendio, dando tiempo a que el fuego se controle eficazmente, y se extinga, sin que dicha temperatura interna llegue a alcanzar los valores para los que se produciría el agotamiento de la estructura. Este hecho unido a la posible redistribución de esfuerzos que una estructura de hormigón bien dimensionada frente al incendio puede admitir, permite ofrecer como prestación del hormigón una buena resistencia al fuego, lo que se traduce en que una estructura de hormigón proporciona la resistencia al fuego requerida sin más que dimensionar adecuadamente el recubrimiento de las armaduras y, por tanto, de modo eficaz, seguro y muy competitivo.



Figura 2. La estructura de hormigón después de resistir el incendio.

Por otra parte, de acuerdo con lo anteriormente expuesto, la resistencia al fuego de las estructuras depende, fundamentalmente, de la resistencia que tengan a las elevadas temperaturas que el fuego origina en los materiales constituyentes de las mismas. En este sentido la resistencia última de la estructura, tras la que sobreviene el colapso de la misma, depende de la resistencia esencial o intrínseca del material constituyente, es decir aquella que aporta el material sin considerar el efecto reductor de las temperaturas ocasionado por los medios de extinción (sprinklers, etc.), por las protecciones que se colocan sobre la estructura (pinturas, gunitados, etc.), o por la acción directa de los equipos de extinción, ya que todo esto puede fallar en mayor o menor medida en el momento del incendio (aleatorio). Desde este punto de vista la continuidad del hormigón en una estructura es absoluta y asegura el buen comportamiento, sin fallos, de las estructuras de hormigón que constatan los Servicios de Bomberos.

Circunstancias desgraciadas y lamentables, en las que el fuego devora nuestras construcciones, permiten constatar fehacientemente la resistencia al fuego de las estructuras de hormigón adecuadamente dimensionadas, y ejecutadas, a tal fin.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Méthode de prévision par le calcul du comportement au feu des structures en béton (XP P92701/A1, Décembre 2000).

[2] Eurocódigo 2: Diseño de estructuras de hormigón Parte 1-2: Resistencia al fuego (ENV 1992-1-2).

[3] Instrucción de Hormigón Estructural EHE.

[4] Norma Básica de la Edificación “Condiciones de protección contra incendios en los edificios” NBE – CPI/96.

[5] Reglamento de incendios de la Comunidad de Madrid de 13 marzo 2003.

[6] Guía para la comprobación de la resistencia al fuego de estructuras. Generalitat de Catalunya.

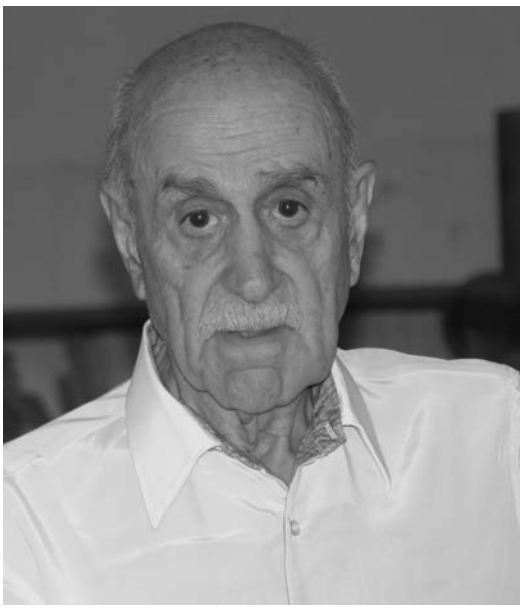
[7] Carrascón, S.; López Agüí, J.C.; Método de Proyecto o Evaluación de la Resistencia al fuego de estructuras de hormigón armado. Cemento-Hormigón (julio 2004).

[8] Vega, L. y Burón, M; Durabilidad y resistencia al fuego de las estructuras prefabricadas. Curso de Industrialización y prefabricación de elementos resistentes de hormigón. Cursos CEMCO 2004. Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

OBITUARIO

Miguel Fisac



El pasado día 12 de Mayo murió, en su casa del Cerro del Aire, en Madrid, Miguel Fisac.

Tenía casi noventa y tres años. No me atrevería a decir que parecía joven, pero su interioridad lo era. Conservaba la misma energía discutidora, alegre, agresiva , inconformista con la que le conocí hace ya tantos años, tantos…

Y me refiero ahora a las últimas horas que pude compartir con él en mi Escuela de Arquitectura de Sevilla a la que acudió con la misma y juvenil ilusión de siempre, hace ahora unos cuatro años, a una visita-conferencia convocada con la intención de honrarle y en la que pocos nos dábamos cuenta de que él era quien nos honraba.

Seguía siendo el mismo discutidor alegre, agresivo, inconformista, siempre moderado por su Ana María de siempre. Comía algo menos, bebía mucho menos, pero hablaba tanto como siempre. Siempre fue él mismo.

Había formalizado su inscripción en la A.T.E.P. en el año 1965. Fue su primer contacto oficial con el pretensado, con una Asociación en la que la presencia de arquitectos era escasa aunque muy pretendida desde dentro de la propia Asociación, y ya el inicio de su colaboración mostró que su actitud positiva, eternamente positiva, podía multiplicarse y multiplicar la colaboración con los demás arquitectos.

Por aquellos años, algo antes quizá, mantuve mis primeros contactos con Miguel Fisac, al que empecé hablando de “usted”, cosa que inmediatamente me afeó y me obligó a olvidar…

Yo me ocupaba ya de la Asociación Internacional para las Estructuras Laminares, la IASS. Había construido Miguel unas “laminitas” (era su forma de llamarlas) a modo de atrio en un edificio de la Ciudad universitaria, pequeñas, pero de una delicadeza extrema en su diseño y “los de las láminas” solamente encontrábamos alabanzas para describirlas mientras él se preocupaba de quitarles mérito.

Cuando terminaba de construir los ahora demolidos Laboratorios Jorba, en la Avenida de América, tal que saliendo hacia Barajas, “los de las láminas” en una muy informal reunión le criticábamos la utilización del paraboloide hiperbólico de una forma poco apropiada para su capacidad resistente, y él, con unas risas muy abiertas y distendidas, nos contestaba algo así como: “ hombre , dejadme que me divierta un poco…”

Su paso por la A.T.E.P. fue muy útil. Como vocal de la Junta de Gobierno trabajó con su tesón característico hasta el año 1976 en que se retiró y la Asociación le nombró Miembro de Honor…y así continuaba.

Era hombre también de preocupaciones hondas por la innovación. Sus inquietudes en este campo no cesaron nunca.La creación de “los huesos de Fisac”, tantas veces reutilizados por él mismo y tan bien puestos en su sitio,los hormigones con encofrados flexibles, desde Daimiel hasta el Cerro del Aire, sus ladrillos con ceja para fachadas vistas…

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

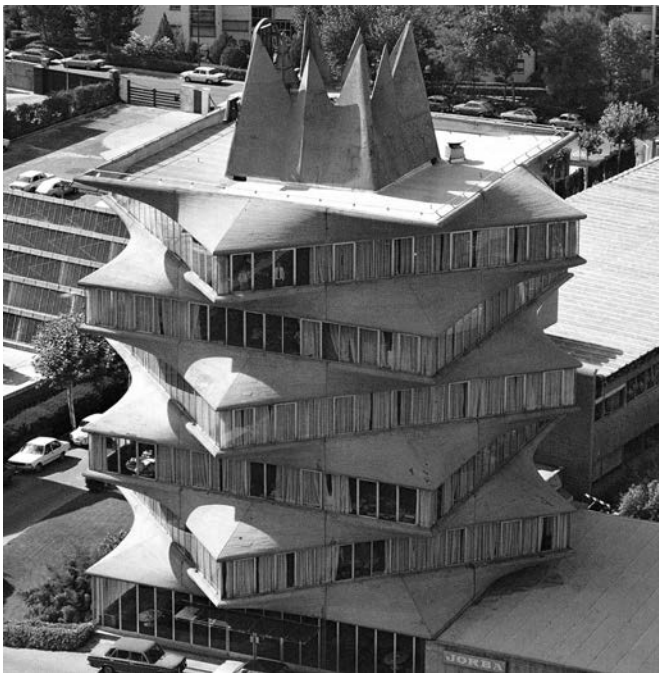


Foto: Paisajes españoles.

Y era hombre de mucho escribir (basta consultar la lista de sus publicaciones) pero de más hablar. De este hablar suyo pocas cosas quedan, pero sí algunas transcritas y muy sabrosas.Vale la pena buscarlas porque con la inevitable improvisación de la cosa oral aparece el Fisac más espontáneo y versátil.

Y de escribir…

Esta nota se está haciendo ya un poco larga. Pero quiero terminarla transcribiendo algo que me regaló, en su casa del Cerro del Aire, su cubil de fiera trabajadora, la última vez que le visité con cualquier excusa, en noviembre de 1994.

Su regalo consistió en estos dos pensamientos escritos con dos años de desfase, el primero en 1990 y en 1992 el segundo:

1990

Me estás acorralando, Muerte.
Veo a mi alrededor un desierto de ausencias
Y, ante el muro final,
la inquietud de una opaca ventana,
que ansiosamente quiero abrir;
con forcejeos de Esperanza.

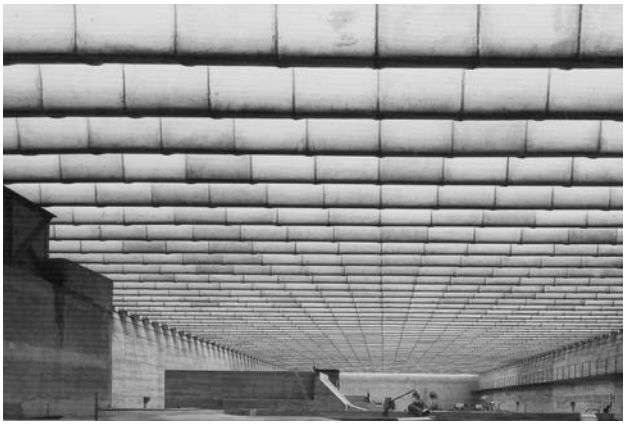
1992

Ya no me siento acorralado, Muerte.
Ni veo el muro final que me cerraba el paso.
Sé que eres sólo una modesta percha
En la que colgaré este usado traje de mi cuerpo,
para continuar, más ligero y alegre,
Mi camino de Amor y de Esperanza.



Y el pasado día 12 de Mayo saltó el muro
que ya no veía y siguió
más alegre su camino de siempre,
su camino de Amor y de Esperanza.

Adiós , amigo y maestro. Descansa en Paz.



Fotos: Centro de Estudios Hidrográficos (CEDEX).

Rafael López Palanco

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

RESUMEN DE COMISIONES Y GRUPOS DE TRABAJO DE ACHE

SEPTIEMBRE 2006

Comisión	Grupo de trabajo	Coordinador
C1 Proyecto Presidente: Juan Carlos Arroyo Portero Secretario: Ángel Vidal Vacas	**GT1/1** Análisis de estados límite en forjados compuestos de hormigón estructural	Manuel Burón Maestro
	GT1/2 Representación gráfica de estructuras de hormigón	Roberto Brufau Niubó
	GT1/3 Proyectos de estructuras de hormigón en zona sísmica	José Romo Martín
	GT1/4 Adherencia en elementos prefabricados con armadura pretesa	Fernando Martínez Abella
	GT1/5 .Proyecto de Edificios de gran altura	Jesús Gómez Hermoso
C2 Materiales Presidente: David Fernández Ordóñez Hernández	**GT2/1** Armaduras activas	José Quereda Laviña
	GT2/3 Aditivos químicos para el hormigón estructural	Joana Roncero
	GT2/4 Estadística aplicada. Modelos tecnométricos	Juan Carlos López Agüí
	GT2/5 Hormigón reciclado	Pilar Alaejos Gutiérrez
C3 Ejecución Presidente: Manuel Burón Maestro Secretario: José A. del Rosario	**GT3/2** Hormigonado no convencional	Fernando Hué García
	GT 3/4 Seguridad y Salud	Manuel Burón Maestro
	GT 3/5 Andamios y Apeos	Manuel Burón Maestro
	GT 3/6 Edificios de altura media	Jesús Gómez Hermoso
	GT 3/7 Muros-Pantalla	José García de Miguel
C4 Uso y mantenimiento Presidente: Javier León González Secretario: Ariel Dante Espeche	**GT4/1** Sistemas de protección para garantizar la durabilidad	Marta García Guillot
	GT4/2 Demoliciones	Agustín Prudencio Díaz
C5 Estructuras y elementos estructurales Presidente: José María Arrieta Torrealba Secretario: Concepción Velando Cabañas	**GT5/1** Puentes de ferrocarril	Ignacio Granell Vicent
	GT5/2 Resistencia a cortante en elementos sin armadura transversal	Alejandro Pérez Caldentey
	GT 5/4 Estudio normativo sobre el proyecto de pilas esbeltas	Juan Luis Bellod Thomas
	GT 5/5 Diseño de estructuras de hormigón frente a los efectos de las deformaciones impuestas	Alejandro Pérez Caldentey
	GT 5/6 Forjados mixtos con chapa nervada (9)	Guillermo Corres Peiretti
GGT Tirantes Coordinador: Florencio del Pozo Vindel Secretario: José E. Herrero Benéitez		

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

NOMBRAMIENTOS



Durante el último Congreso de la *fib* celebrado en Nápoles del 4 al 8 de junio de 2006, el anterior Presidente de ACHE, **D. Hugo Corres Peiretti**, fue elegido miembro del *Presidium* de la *fib* para los próximos cuatro años. La *fib* (Fédération Internationale du Béton) es el organismo internacional, sin ánimo de lucro, que agrupa a las asociaciones técnicas de los distintos países dedicadas al hormigón estructural, como ACHE. Esta organización nació en 1998 de la fusión del CEB (Comité Euro-Internationale du Béton) y de la FIP (Fédération Internationale du la Précontrainte), y dio pie en España a la creación de ACHE a partir de la unión de GEHO y ATEP. El *Presidium* es el órgano máximo de la *fib*, el que gobierna la federación y el que dicta las políticas a seguir por la misma; está formado por 9 personas, una de las cuales será D. Hugo Corres Peiretti.



El Vicepresidente Primero de ACHE, **D. Juan Carlos López Agüí**, fue nombrado el pasado 6 de junio de 2006 Presidente del CEN (Comité Europeo de Normalización) para el periodo comprendido entre Enero del 2007 y Diciembre de 2009. El CEN es la entidad privada dedicada a la normalización voluntaria en el ámbito europeo. Agrupa a 29 organismos nacionales de normalización, como es el caso de AENOR en España y colabora activamente con la Comisión Europea en el desarrollo de un conjunto normativo voluntario que facilite la libre circulación de productos y servicios en la Unión Europea. En el momento actual, mantiene activos 277 comités técnicos con una producción próxima a las 10.000 normas, de las que más del 15% se refieren al campo de la construcción. En el contexto estructural, es la entidad responsable de la elaboración de los Eurocódigos Estructurales.

Conchita Lucas Serrano
Secretaria General de ACHE

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

PETICIÓN DE PUBLICACIONES

Dirección de la Secretaría de ACHE:
E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos; Laboratorio de Estructuras
Avda. Profesor Aranguren, s/n 28040 Madrid - Tlf: 91 336 66 98 - Fax: 91 336 67 02 NIF: G28813442
info@e-ache.net

Complete los datos requeridos a continuación. Luego rellene el número de unidades de las publicaciones que desee solicitar
Recuerde que NO SE REALIZARÁ LA COMPRA Y EL ENVÍO hasta no haberse procedido al pago de la forma elegida en el formulario.

Datos de Envío

Nombre completo ..... Empresa .....

Dirección ..... Población ..... C.P. .....

Provincia ..... Email ..... Fax ..... Teléfono .....

Datos de Facturación

Nombre completo ..... Empresa ..... CIF/NIF .....

Dirección ..... Población ..... C.P. .....

Provincia ..... Email ..... Fax ..... Teléfono .....

¿ Es miembro de ACHE ? ☐

Forma de pago:

- ○ Cheque nominal a nombre de ACHE
- ○ Transferencia bancaria a: Banco Español de Crédito, c.c. 0030-1125-19-0001560271

LISTA DE PRECIOS

LIBROS

Código	Título	PVP	PV Miembros	Pedido en Unidades
B-1	Evaluación de la capacidad portante de estructuras mediante pruebas de carga	4,81	3,61	.....
B-2	Inyección de fisuras con formulaciones de resinas epoxídicas	6,01	4,51	.....
B-4	Morteros de reparación	6,01	4,51	.....
B-5	Modelos de análisis de estructuras de hormigón	13,22	9,22	.....
B-7	Recomendaciones CEB para empalmes mecánicos de armaduras	12,02	9,02	.....
B-8	Tecnología del hormigón Código MC-90 e instrucciones EH-91	12,02	9,02	.....
B-9	Recomendaciones CEB para separadores, calzos y atado de armaduras	6,01	4,51	.....
B-10	Encuesta sobre patología de estructuras de hormigón	9,02	6,77	.....
B-11	Recomendaciones CEB para uniones soldadas en barras de armado	6,01	4,51	.....
B-12	Durabilidad de estructuras de hormigón. Guía de diseño CEB	24,04	18,03	.....
B-13	Consideraciones de seguridad para variables hidraúlicas	7,81	5,86	.....
B-14	Reparación y refuerzo de estructuras de hormigón. Guía FIB de buena práctica	12,02	9,02	.....
B-15	Comentarios a las modificaciones de la EH-91 relativas a la calidad de hormigones	12,02	9,02	.....
B-16	Estado límite de fisuración en el hormigón estructural	9,62	7,21	.....
B-17	Cálculo simplificado de flechas en estructuras de edificación	9,62	7,21	.....
B-18	El fenómeno de tensión-stiffening en las estructuras mixtas	6,01	4,51	.....
B-19	Propuesta de Documento Nacional de Aplicación del Eurocódigo 4. Estructuras mixtas. Parte 1.1	3,01	2,25	.....
B-20	Hormigón de alta resistencia. Fabricación y puesta en obra	12,02	9,02	.....
B-21	Demolición y reutilización de estructuras de hormigón	12,02	9,02	.....
B-22	Caracterización de las propiedades diferidas del hormigón y su incidencia estructural	12,02	9,02	.....
B-23	Análisis de estructuras mixtas en ordenador	9,02	6,76	.....
E-1	Recomendaciones para la conservación de puentes pretensados HP 7-92	12,02	9,02	.....
E-4	Código modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural	60,10	45,08	.....
E-5	Recomendaciones para el proyecto y construcción de losas postesadas con tendones no adherentes HP-9-96	25,24	18,93	.....
E-6	Proyecto y construcción de puentes y estructuras con pretensado exterior HP 10-96	24,04	18,03	.....
E-8	Problemas de vibraciones en estructuras	30,05	24,04	.....
E-9	Hormigones de ejecución especial (seis tipos)	24,00	20,00	.....
E-10	Recomendaciones para el Proyecto, ejecución y montaje de elementos prefabricados	55,00	44,00	.....
	Comunicaciones al 1er Congreso ACHE 1999 (Vol. 1,2,3)	62,51	56,25	.....
	Comunicaciones II Congreso ACHE 2002. Puentes y Estructuras de Edificación (4 volúmenes + CD)	112,00	75,00	.....

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Código	Título	PVP	PV Miembros	Pedido en Unidades
G-1 3ª Edición	Recomendaciones para el proyecto, construcción y control de anclajes al terreno	16,25	13,00	.....
	Hormigón pretensado. Realizaciones españolas. Tomo 1	12,02	9,02	.....
	Hormigón pretensado. Realizaciones españolas. Tomo 2	12,02	9,02	.....
	Hormigón pretensado. Realizaciones españolas. Tomo 3	12,02	9,02	.....
	Hormigón pretensado. Realizaciones españolas. Tomo 4	24,04	18,03	.....
	Estructuras pretensadas en España 1994 -1997	36,06	30,05	.....
	Estructuras de edificación prefabricadas	39,67	29,75	.....
	Comunicaciones presentadas a las Jornadas sobre El Estado del Arte en Reparación y Refuerzo de Estructuras de Hormigón	24,04	18,03	.....
	Primeras Jornadas de ACHE sobre la enseñanza del hormigón estructural	30,05	2,54	.....
	Patología y control de calidad del hormigón	28,25	16,23	.....
	Comunicaciones Primer Congreso Nacional de Prefabricación (Libro+CD)	60,00	45,00	.....
	Comunicaciones "Jornada Comportamiento de Estructuras de Hormigón en zonas Sísmicas Madrid 5/6 Mayo 2004"	50,00	37,50	.....
	Comunicaciones "Seminario Proyecto de Estructuras de Hormigón de Alta Resistencia Madrid 30 Noviembre 2004"	50,00	37,50	.....
	Comunicaciones III Congreso ACHE 2005. Puentes y Estructuras de Edificación (5 volúmenes + CD)	120,00	90,00	.....
M-1	Armaduras pasivas en la EHE	19,83	15,03	.....
M-2	Manual de tecnología del hormigón reforzado con fibras de acero	19,83	15,03	.....
M-3	Principios generales para el proyecto de detalles de armado	19,83	15,03	.....
M-4	Manual de ejemplos de aplicación a la EHE a la edificación	27,05	21,64	.....
M-5	Conceptos de aseguramiento de la calidad aplicados al control de recepción del hormigón estructural adaptado a la EHE	19,83	15,03	.....
M-6	Método de Bielas y Tirantes	25,00	20,00	.....
M-7	Control estadístico del hormigón estructural	35,00	30,00	.....
M-8	Recomendaciones para el proyecto de estructuras de hormigón de alta resistencia	25,00	20,00	.....
M-9	Pruebas de Carga de Estructuras	25,00	20,00	.....
M-10	Comprobación de un tablero mixto	25,63	20,50	.....
M-11	Utilización de árido reciclado para fabricación de hormigón estructural	25,63	20,50	.....

TESIS DOCTORALES

Reparación de elementos lineales de hormigón armado. Comportamiento en servicio - Manuel Octavio Valcuende Payá	18,03	9,02	.....
Comportamiento en servicio del hormigón estructural. Estudio teórico y experimental - Alejandro Pérez Caldentey	24,04	12,02	.....
El efecto del tamaño y mecanismos de rotura en el ensayo de comprensión diametral - Claudio Rocco	30,05	15,03	.....
Influencia del tamaño y de la adherencia en la armadura mínima de vigas en flexión - Gonzalo Ruiz López	30,05	15,03	.....
Análisis acoplado de los fenómenos de fluencia, retracción y fisuración y efectos de segundo orden en estructuras de hormigón armado - José Antonio Martínez	30,05	15,03	.....
Análisis técnico-económico de la influencia que presenta el empleo de diferentes materiales y tipologías estructurales en el proyecto de estructuras de edificios - Jesús Gómez Hermoso	30,05	15,03	.....
Estudio de los mecanismos combinados de fisuración y adherencia en elementos de hormigón armado y pretensado- Bahaa Sharaf Tork	19,83	15,03	.....
Estudio experimental y numérico del comportamiento en servicio y rotura de puentes continuos prefabricados monoviga - Gustavo Ariel Pérez	19,83	15,03	.....
Influencia de la puesta en obra del hormigón en la durabilidad de las estructuras de hormigón armado y pretensado(+ separata) - Manuel Burón Maestro	19,83	15,03	.....
Comportamiento y optimización de puentes atirantados continuos - Juan Rodado López	19,83	15,03	.....
Establecimiento de índices de calidad de la unión entre tongadas en presas de hormigón HCR - Jesús M. de la Fuente González	19,83	15,03	.....
Análisis estructural de puentes arco de fábrica. Criterios de comprobación - José A. Martín Caro Álamo	19,83	15,03	.....
Comportamiento estructural y criteros de diseño de los puentes con pretensado extradosado - Gustavo Chio Cho	19,83	15,03	.....
Estudio de la adherencia de cordones de pretensado en elementos prefabricados de hormigones de altas prestaciones iniciales - Cristina Vázquez Herrero	19,83	15,03	.....
Estudio experimental de la adherencia de cordones pretesos en hormigones de altas prestaciones iniciales - José Rocío Martí Vargas	19,83	15,03	.....
Comportamiento diferido del hormigón estructural considerando la no linealidad mecánica. Estudio teórico y experimental - Mirian Valentina Sánchez Pérez	19,83	15,03	.....
Shear Strength of Reinforced High-Strengh Concrete Beams - Antoni Cladera Bohigas	19,83	15,03	.....
Estudio del comportamiento del hormigón con fibras de acero en elementos laminares de pequeño espesor y su comportamiento postfisuración- Alberto Domingo Cabo	19,83	15,03	.....
Evaluación no lineal de los efectos estructurales producidos por las deformaciones diferidas del hormigón y el acero - Miguel Fernández Ruiz	19,83	15,03	.....
Hormigones con áridos reciclados procedentes de demoliciones: Dosificaciones, propiedades mecánicas y comportamiento estructural a cortante - Belén González Fonteboa	19,83	15,03	.....
Estudio del comportamiento a flexión y cortante de puentes de dovelas de hormigón con pretensado exterior y junta seca - José Turmo Coderque	27,33	20,50	.....

REVISTA HORMIGÓN Y ACERO

Revista Nº	24,00	20,00	.....

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

1. GENERALIDADES

Hormigón y Acero, revista trimestral de la Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural (ACHE), acoge para su publicación contribuciones que estén relacionadas con el campo de las estructuras de obra civil y edificación y los materiales que las conforman.

La presentación de contribuciones para publicación en la revista está abierta a todos los técnicos o científicos interesados en publicar y divulgar sus experiencias, conocimientos u opiniones sobre diferentes aspectos de las estructuras y sus materiales.

2. TIPOS DE CONTRIBUCIONES

Las contribuciones, según su extensión y profundidad, podrán clasificarse como artículos, Comunicaciones y Comentarios o Notas.

Los artículos constituyen la base de la revista y podrán referirse, entre otros, a estudios y trabajos de investigación, proyectos y realizaciones, o aspectos relacionados con la explotación, mantenimiento, rehabilitación o demolición de las estructuras y sus materiales. Básicamente deberán contemplar aspectos científicos y técnicos de las estructuras y sus materiales, pero además podrán también referirse a aspectos estéticos, socio-económicos o ambientales de las mismas.

Además de los artículos, podrán presentarse asimismo otras contribuciones más breves para su publicación en la sección del Rincón de ACHE. Estas contribuciones podrán ser, entre otras, comentarios a artículos publicados anteriormente en la revista, recomendaciones, revisiones de normas, etc.

La revista se imprime en blanco y negro, salvo el artículo central. El artículo central es seleccionado por el Comité de Redacción entre los artículos que se vayan a incluir en cada número. Normalmente se tratará de un artículo sobre alguna realización estructural significativa, que se imprime en color y con el texto completo en español e inglés.

3. CONDICIONES GENERALES

Solo podrá solicitarse la publicación de artículos que no hayan sido previamente publicados o que no estén en proceso de revisión en otros medios de difusión. Se exceptúan los resúmenes publicados sobre el tema y las tesis doctorales elaboradas por alguno de los autores.

Es responsabilidad del autor el disponer de un permiso por escrito para poder reproducir cualquier material (texto, imágenes, tablas, etc.) que haya sido publicado en otra publicación o página web, por lo que Ache no se hace responsable del copyright anterior del material recibido.

El procedimiento para solicitar la publicación de una contribución se describe detalladamente en el apartado 4. Los originales de las contribuciones que se deseen publicar en *Hormigón y Acero* deberán redactarse cumpliendo estrictamente las normas que se especifican en el apartado 5.

Cualquier contribución que ACHE reciba y que incumpla el procedimiento de solicitud de publicación o la normativa de redacción será devuelta a su autor para su oportuna rectificación.

4 PRESENTACIÓN DE CONTRIBUCIONES ORIGINALES PARA SU PUBLICACIÓN EN HORMIGÓN Y ACERO

El autor o autores que deseen publicar una contribución en la revista *Hormigón y Acero* deberán remitir a ACHE la siguiente documentación:

1. Escrito solicitando la publicación de la contribución enviada, lo que supone la aceptación de estas Normas de Presentación de artículos.

   En el mismo escrito deberán incluirse los siguientes datos:

   – Nombre completo del autor con el que se desea que se mantenga la comunicación mientras dure el proceso de publicación de la contribución.

   – Dirección postal, dirección de correo electrónico, teléfono y fax de dicho autor.

2. Original completo de la contribución (incluyendo figuras y fotos) en formato .pdf o alternativamente impreso en papel, siendo necesario en este caso enviar tres copias. En este fichero las figuras y fotos se insertarán en el texto con el tamaño aproximado con el que el autor desearía que cada figura fuera publicada y en las posiciones aproximadas dentro del texto en las que desearía que quedasen finalmente insertadas según la estructura indicada en el apartado 5.8.

3. Texto de la contribución (**sin figuras**) en un archivo con formato Word (.doc) (ver apartado 5 de estas normas). Las figuras quedarán referenciadas en el texto y se incluirá una lista con los textos de los pies de las mismas al final del escrito.

4. Ficheros independientes de cada una de las figuras, en alta resolución (ver 5.3), cuyos nombres permitan identificar claramente su contenido (*v.gr*. Figura 3). Se admiten los siguientes formatos de archivo de figura: post script, .jpg, .tiff, .pict, .pdf y .dxf. Además se aceptan los gráficos generados por los programas Excel, Freehand (versión 9 o posterior), CorelDraw e Ilustrador. **No se admite como archivo de figura la simple inclusión de la figura en el archivo de texto Word (doc.), o los archivos en formato Power Point (.ppt).**

La dirección de envío de toda la documentación anteriormente indicada, necesaria para solicitar la publicación de una contribución es la siguiente:

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

– PARA ENVÍOS POSTALES:

Revista *Hormigón y Acero*
ACHE
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
Laboratorio de Estructuras
Av. Profesor Aranguren s/n - Ciudad Universitaria
28040 - Madrid

– PARA ENVÍOS POR CORREO ELECTRÓNICO:

info@e-ache.net

5. CARACTERÍSTICAS Y ESTRUCTURA DE LAS CONTRIBUCIONES

5.1. EXTENSIÓN

Los artículos no deberán tener una extensión superior a las 15.000 palabras ni inferior a las 3.000 palabras, sin incluir tablas y figuras.

Las Comunicaciones y Comentarios tendrán un límite máximo de 3.000 palabras sin incluir tablas y figuras e incluyendo éstas no podrán equivaler finalmente a más de 6 páginas de la revista con el formato habitualmente empleado.

5.2. FORMATO DEL TEXTO

El texto de las contribuciones deberá estar escrito en español con interlineado doble, márgenes de al menos 3 cm. y en hojas numeradas de tamaño UNE A4.

El texto no debe duplicar información o resultados incluidos en las tablas de la contribución.

Si un artículo es seleccionado por el Comité de Redacción de la revista para aparecer como artículo central, se solicitará a los autores que envíen también el texto completo del mismo en inglés (incluidos los pies de las figuras y fotos).

5.3. GRÁFICOS, FIGURAS Y FOTOS

Los gráficos, figuras y fotos deberán ir numerados correlativamente en el orden que se citen en el texto. **La numeración no distinguirá entre gráficos, figuras y fotos.**

Las figuras, gráficos y fotografías se citarán en el texto mediante la palabra *Figura* y su número correspondiente.

Dado que la mayor parte de la revista se publica en blanco y negro deberán tenerse en cuenta las siguientes recomendaciones:

- Las fotos, especialmente si el original es en color, deberán tener el contraste suficiente para que cuando se impriman en blanco y negro permitan distinguir claramente su contenido e información.
- Es recomendable que no se incluyan gráficos y figuras cuya información se distinga por el color de las curvas, sugiriéndose el empleo de distintos trazos, puntos y/o tramas que permitan la distinción clara de las curvas y de la información contenida en la figura o gráfico al imprimirlo en blanco y negro.

Las figuras y gráficos se publican habitualmente en la revista con tamaños aproximados de 8, 12 ó 18 cm. de anchura. Esta circunstancia deberá ser tenida en cuenta al preparar las fotos y figuras que ilustren el artículo.

Las fotos deberán tener, al tamaño al que el autor pretenda que aparezcan publicadas, una resolución mínima de 300 pixels por pulgada (120 pixels por cm. aproximadamente).

En cuanto a los dibujos delineados y gráficos deberán ser claros, esquemáticos (no con excesivos detalles) y deberán contener el mínimo posible de información en forma de texto, números y símbolos. En todo caso ésta última deberá ser claramente legible al tamaño al que se pretende que aparezca la figura en la publicación. Debe, por tanto, evitarse incluir en las figuras información innecesaria para la adecuada comprensión de la contribución. Este aspecto afecta especialmente a los planos en los artículos sobre realizaciones estructurales, que habitualmente incluyen información excesivamente prolija para el artículo e innecesaria para su comprensión, con el agravante de que al reducir el tamaño del plano al necesario para la publicación en la revista, el texto y números quedarían apelmazados e ilegibles. En estos casos se solicitará al autor la sustitución del plano por una figura análoga más adecuada al artículo.

5.4. TABLAS

Las tablas deberán ir numeradas correlativamente en el orden en que se citen en el texto, en el cual deberá indicarse el lugar adecuado de su colocación. Cada tabla tendrá su título.

Las tablas se citarán en el texto mediante la palabra *Tabla* y su número correspondiente, que será independiente a la numeración de las *Figuras*.

5.5. UNIDADES

Las magnitudes se expresarán en unidades del Sistema Internacional (S.I.) según las normas UNE 82 100 y UNE 82 103.

5.6. ECUACIONES Y EXPRESIONES MATEMÁTICAS

En las ecuaciones se procurará la máxima calidad de escritura y el empleo de las formas más reducidas siempre que no entrañen riesgo de incomprensión. Para su identificación se utilizará un número entre paréntesis a la derecha de la formula.

Las ecuaciones se numerarán consecutivamente y se citarán en el texto mediante la palabra *Ecuación* y su número correspondiente.

Se elegirá un tipo de letra (Times New Roman u otra similar) tal que las letras griegas, subíndices y exponentes resulten perfectamente identificables.

Se diferenciarán claramente mayúsculas y minúsculas y aquellos tipos que puedan inducir a error (*v. gr.* la l y el uno (*1*); la O y el cero (0): la K y la k, etc.).

5.7. CITAS DE OTROS AUTORES

Las citas en el texto deberán ir acompañadas de un número entre corchetes que permita localizar el documento citado en las referencias bibliográficas incluidas al final del artículo.

5.8. ESTRUCTURA GENERAL DE LAS CONTRIBUCIONES

En la página web de la revista hay, a disposición de los autores, una plantilla en Word (.doc) para la redacción de los manuscritos.

Como norma general la estructura de los artículos se ajustará al siguiente esquema:

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Título: El título deberá presentarse en español e inglés, ser breve y explícito y reflejar claramente el contenido de la contribución. Deberá evitarse el uso de siglas y nombres comerciales.

Autores y filiación: Se hará constar el nombre y apellidos completos del autor o autores, su titulación profesional y el Centro o Empresa donde desarrollan sus actividades.

Resumen: Todo artículo deberá ir acompañado de un resumen en español e inglés, de extensión no inferior a cincuenta (50) palabras ni superior a ciento cincuenta (150) palabras.

Palabras clave: Se incluirán cinco (5) palabras clave, en español e inglés, que faciliten la búsqueda y clasificación del artículo en las bases de datos.

Texto del artículo: Se organizará con un esquema numerado de apartados y subapartados. Normalmente contendrá una breve introducción, el cuerpo principal del artículo y unas conclusiones o comentarios finales, así como un apartado final de agradecimientos (si procede).

Apéndices: En artículos de carácter científico en los que haya una cierta profusión de expresiones matemáticas es recomendable la inclusión de un apéndice que resuma la notación empleada.

Referencias Bibliográficas: Las referencias bibliográficas citadas en el texto se recogerán al final del mismo dando todos los datos precisos sobre la fuente de publicación para su localización. En lo posible se seguirán los siguientes criterios de referencia adoptados por la normativa internacional:

a) *Referencias a artículos publicados en revistas:*

Apellidos e iniciales del autor o autores; título del artículo; nombre de la publicación; número del volumen y fascículo; fecha de publicación; número de la primera y última de las páginas que ocupa el artículo al que se refiere la cita.

b) *Referencias de libros:*

Apellidos e iniciales del autor o autores; título del libro; edición; editorial y año de publicación.

En la estructura de contribuciones que no sean artículos sólo requerirá obligatoriamente la existencia de título, autores, filiación de los autores y el texto.

6. REVISIÓN DE CONTRIBUCIONES ORIGINALES PARA PUBLICACIÓN

Todas las contribuciones recibidas que cumplan con los requisitos de recepción exigidos serán revisadas por al menos dos miembros del Comité de Redacción, ya sean Vocales o Asesores. En ocasiones, el Comité de Redacción podrá requerir para esta labor de revisión, la intervención de algún experto ajeno a él, que sea especial conocedor del tema tratado en el artículo.

Como consecuencia de esa revisión, el Comité de Redacción decidirá sobre la aceptación o no de la contribución presentada para su publicación en *Hormigón y Acero*. En caso de aceptación ésta podrá estar condicionada a que el autor realice los cambios que, a juicio del Comité, deban efectuarse para que la contribución pueda ser finalmente publicada en *Hormigón y Acero*.

7. CESIÓN DE DERECHOS

Una vez que la contribución haya sido aprobada por el Comité de Redacción de la revista, la Secretaría de ACHE remitirá a los autores un "Acuerdo de Publicación", que deberá ser firmado por todos y cada uno de los autores de la contribución y devuelto a ACHE, por el cual cedan todos los derechos de publicación de dicha contribución a ACHE como editora de *Hormigón y Acero*.

8. MAQUETACIÓN, PRUEBAS DE IMPRESIÓN Y PUBLICACIÓN

Tras la aceptación del original definitivo con los formatos adecuados para su impresión, ACHE lo entregará a la imprenta para que realice la maquetación y prepare las pruebas de impresión correspondientes.

La prueba de impresión se remitirá al autor en formato .pdf para que dé su visto bueno definitivo o, en su caso, corrija los posibles errores. El autor deberá devolver esta prueba de impresión con sus correcciones en un plazo máximo de 10 días para no retrasar la publicación a un número posterior de la revista. No se admitirán correcciones que alteren sustancialmente el texto o la ordenación de la contribución original.

Finalmente, tras la corrección de los posibles errores de la prueba de imprenta, la contribución se incluirá y publicará en la revista.

9. SEPARATAS

En el caso de contribuciones en forma de artículos, ACHE enviará, sin coste adicional, diez separatas y el archivo .pdf del Articulo publicado al autor responsable.

El autor de un artículo podrá encargar un mayor número de separatas (mínimo 50), lo cual deberá indicar al remitir la versión final de su artículo. El coste de estas separatas adicionales correrá a cargo de los autores del artículo.

En el caso de los artículos centrales, y siempre y cuando se publiquen en ese número de la revista anuncios de empresas que estén directamente relacionadas con el artículo central correspondiente (proyectista, constructora, asistencia técnica, subcontratistas o proveedores, etc.), ACHE ofrece a esas empresas anunciantes la posibilidad de encargar separatas especiales (mínimo 50) de ese artículo central, en las que figurará como portada la del número correspondiente de la revista y como contraportada el anuncio de la empresa que encargue las separatas. Este encargo de separatas especiales deberá ser abonado a ACHE por la empresa anunciante que lo solicite, conforme a las tarifas que se establezcan para cada año.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Boletín de inscripción en ACHE

La Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural, ACHE, fusión de la Asociación Técnica Española del Pretensado, ATEP, y del Grupo Español del Hormigón, GEHO, de carácter no lucrativo, tiene como fines fomentar los progresos de todo orden referentes al hormigón estructural y canalizar la participación española en asociaciones análogas de carácter internacional.

Entre sus actividades figura el impulsar el campo de las estructuras de hormigón en todos sus aspectos (científico, técnico económico, estético, etc.) mediante actividades de investigación, docencia, formación continua, prenormalización, ejercicio profesional y divulgación; el proponer, coordinar y realizar trabajos de investigación científica y desarrollo tecnológico relacionados con los diversos aspectos del hormigón estructural y del hormigón en general, así como desarrollar todo tipo de actividades tendentes al progreso de las estructuras de hormigón.

La concreción de estas actividades se plasma en las publicaciones de sus Comisiones Técnicas y Grupos de Trabajo, en la organización de diversos eventos como conferencias, jornadas técnicas y un Congreso trianual, en la publicación de monografías no periódicas sobre hormigón estructural así como la edición de la revista Hormigón y Acero, de carácter trimestral. Los Estatutos de ACHE contemplan los siguientes tipos de miembro:

1. **Miembro Patrocinador**. Es la máxima categoría establecida para personas jurídicas. Tiene derecho a nombrar tres representantes, cada uno de los cuales tendrá los mismos derechos que el miembro personal excepto el de voto. La relación de miembros patrocinadores aparece en todas las publicaciones que edita ACHE. El voto del miembro patrocinador se computa con peso 5. Además tiene derecho a recibir gratuitamente un juego más de las monografías y de la revista.

2. **Miembro Protector**. Es la categoría intermedia para personas jurídicas. Tiene derecho a nombrar dos representantes, cada uno de los cuales tendrá los mismos derechos que el miembro peatonal ecepto el de voto. La relación de miembros protectores aparece en las publicaciones de ACHE que decida el Consejo. El voto del miembro protector se computa con peso. 3. Además tiene derecho a recibir gratuitamente un juego más de las monografías y de la revista.

3. **Miembro colectivo**. Es la menor categoría para personas jurídicas. Tiene derecho a nombrar dos representantes, cada uno de los cuales tendrá los mismos derechos que el miembro personal excepto el de voto. El voto del miembro colectivo se computa con peso 2. Además tiene derecho a recibir gratuitamente un juego más de las monografías y de la revista.

4. **Miembro personal**. Es la categoría que corresponde a las personas físicas mayores de 230 años. Tiene derecho a recibir gratuitamente la revista y aquellas publicaciones periódicas que decida el Consejo. El voto del miembro personal se computa con peso 1.

5. **Miembro Menor de 30 años**- Es la categoría que corresponde a las personas físicas menores de 30 años. Tiene derecho a recibir gratuitamente la revista y aquellas publicaciones aperiódicas que decida el Consejo. El voto del miembro menor de 30 años se computa con peso 1.

6. **Miembro Estudiante**. Es la categoría que corresponde a las personas físicas de edad igual o menor que 30 años, admitiéndose también en esta categoría a los doctorandos en disfrute de una beca que hubiesen rebasado dicho límite de edad. Tiene los mismos derechos que el miembro persona, incluido el de voto.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL
ACHE - Secretaría
ETSI Caminos, Canales y Puertos
Ciudad Universitaria
Avda. Profesor Aranguren, s/n - 28040 Madrid

Señores:

La persona física o jurídica cuyos datos se relaciones seguidamente:

Nombre.....

NIF ..... Calle .....

Ciudad ..... Código Postal ..... País.....

Nombre de la persona de contacto (sólo para Personas Jurídicas).....

Teléfono..... Fax ..... E-mail .....

☐ desea hacerse miembro de ACHE en la modalidad de ☐ solicita más información sobre la modalidad de Miembro

☐ Estudiante (1º y 2º ciclo y menores de 30 años) ..... (20 €)

☐ Menor de 30 ..... (40 €)

☐ Personal ..... (80 €)

☐ Colectivo ..... (187 €)

☐ Protector ..... (337 €)

☐ Patrocinador ..... (675 €)

Autorizando a cargar el importe de la cuota anual correspondiente en la entidad bancaria indicada más abajo.

Lugar, fecha y firma..... (sello de la entidad para personas jurídicas)

Sr. Director del Banco de .....

Agencia.....

Calle .....

Ciudad..... Código Postal.....

Muy Sr. mío:

Le ruego que, con cargo a la cuenta cuyos datos relaciono más abajo, atienda hasta nuevo aviso los recibos emitidos por la Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural ACHE.

Atentamente,

Lugar, fecha y firma .....

DATOS DE LA CUENTA BANCARIA

Titular .....

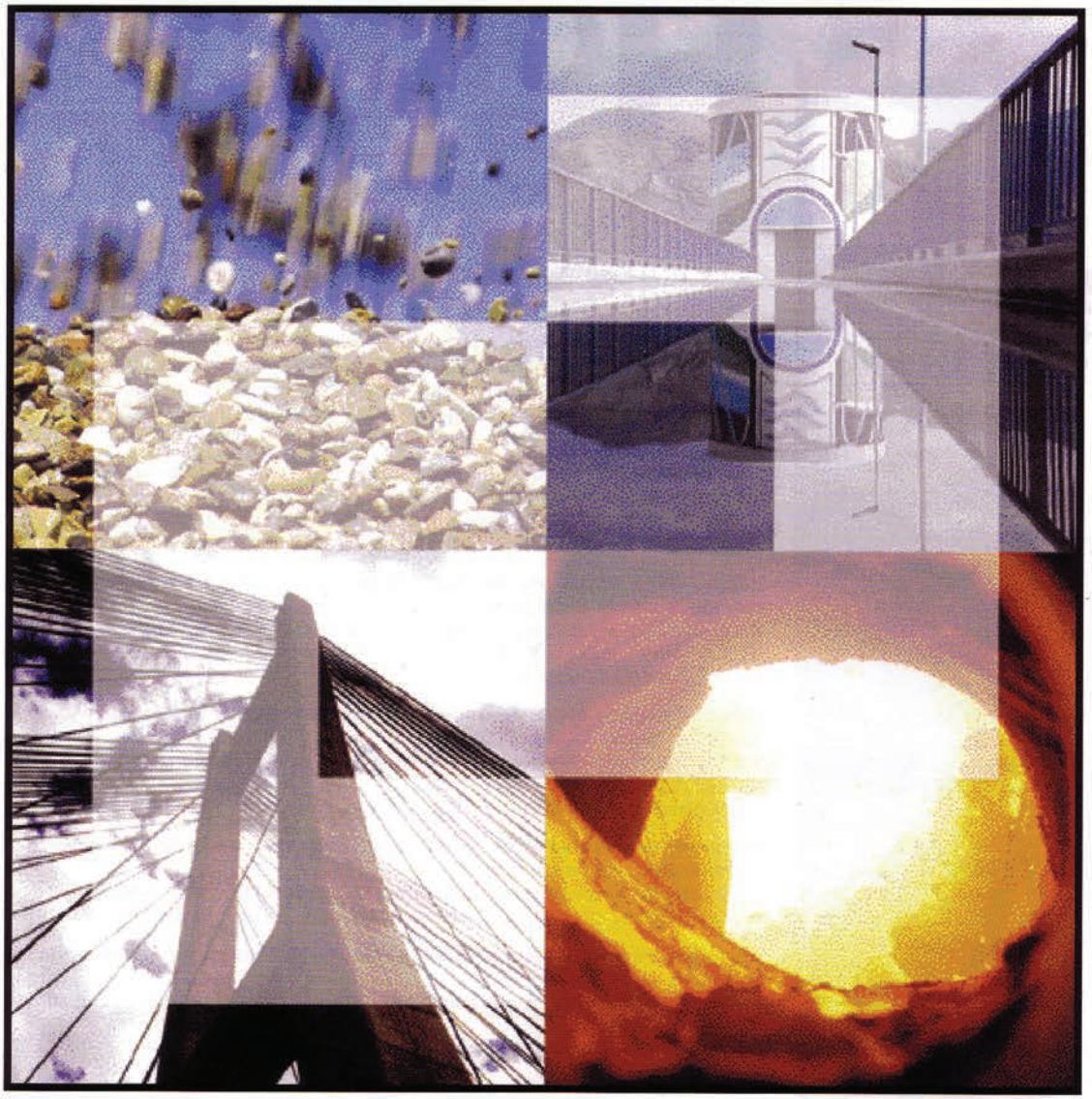
NIF .....

Código cuenta cliente: Banco..... Sucursal..... Dígitos control .....

Número cuenta .....

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026

Cimentando soluciones



- ✔ *Asistencia técnica a la Administración y usuarios del cemento y el hormigón.*
- ✔ *Investigación.*
- ✔ *Normalización y Certificación.*
- ✔ *Publicaciones técnicas.*

IECA
INSTITUTO ESPAÑOL DEL CEMENTO
Y SUS APLICACIONES

José Abascal, 53, 2º. 28003 MADRID.
Teléf.: 91 442 93 11. Fax: 91 442 72 94.
http://www.ieca.es

Delegaciones en:
Madrid, Barcelona, Valencia,
Sevilla, Bilbao, León y Canarias.

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026



Asociación
Científico-técnica
del Hormigón
Estructural

Secretaría: E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos. Laboratorio de Estructuras. Avda. Profesor Aranguren, s/n
Ciudad Universitaria - 28040 Madrid. Tlf.: 91 336 66 98. Fax: 91 336 67 02 ♦ N.I.F.: G-28813442

Documento descargado de www.e-ache.com el 24/11/2026