

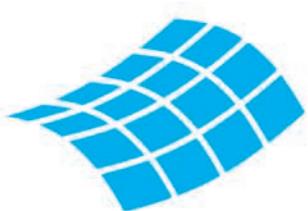
# HA HORMIGÓN y ACERO

Revista trimestral de **ACHE** Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructural

[www.e-ache.com](http://www.e-ache.com)

ISSN: 0439-5689 | abril - junio 2010 | Volumen 61 - nº 256

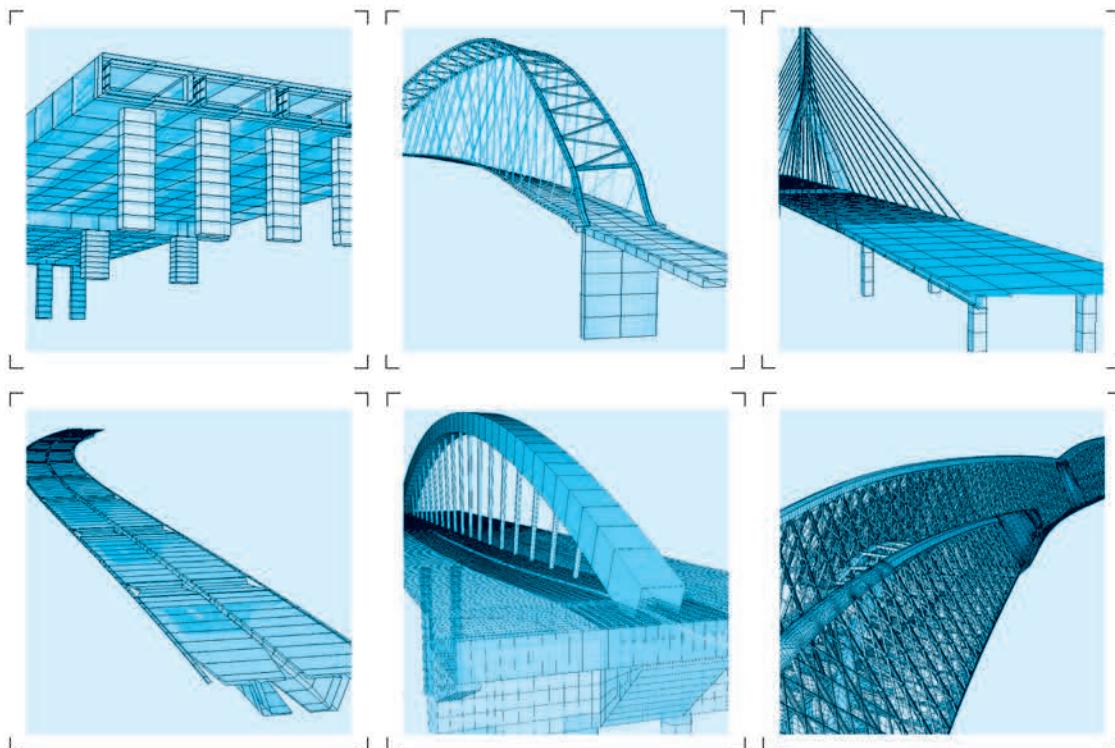




# SOFiSTiK

FINITE ELEMENT SOFTWARE

## Ingeniería civil – puentes:



- Introducción del modelo totalmente gráfica, y referida a los ejes del trazado
- CABD – Asistente para el diseño de puentes (Computer Aided Bridge Design)
- Introducción paramétrica de secciones transversales
- Pretensado y postesado en 3D en vigas y losas
- Definición de fases constructivas, o modos de ejecución contractivos, para el análisis a lo largo del tiempo y la introducción de las acciones diferidas (avance en voladizos sucesivos, puentes empujados, etc ...)
- Cálculo de contraflecha y análisis de formas de elementos lámina y cables (también de forma iterativa)
- Librería con las cargas de los trenes de ferrocarril y carretera
- Líneas y áreas de influencia
- Distintos métodos de cálculo del sistema (iterativo, paralelo)
- Generación automática de combinaciones y envolventes según las distintas normativas (EHE, DIN-FB, OENorm, SIA, EC, BS, AASHTO, SNIP etc.)
- Cargas de trenes con interacción tren-estructura, análisis sísmico, análisis no lineal, análisis dinámico de los efectos del viento, interacción medio fluido-estructura (CFD)



Foto de portada: Sagrada Familia, Barcelona.

FUENTE: ATESF

abril - junio 2010 | Volumen 61 - nº 256

REVISTA TRIMESTRAL DE LA ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL

## HORMIGÓN Y ACERO

Hormigón y Acero fue constituida en 1950 y es el órgano de expresión pública de la Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructural (ACHE). En la Revista se publican artículos relevantes dentro del campo de las estructuras, tanto de obra civil como de edificación. La Revista va dirigida a ingenieros y arquitectos de empresas constructoras, oficinas de ingeniería, estudios de arquitectura, universidades y centros de investigación relacionados con la construcción de obra civil y edificación.

*Hormigón y Acero, a quarterly that has been issued since 1950, is the vehicle used by the Spanish Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructural (ACHE: Scientific and Technical Association for Structural Concrete) to publish articles of interest on structures for civil works and buildings. Its readership includes engineers and architects working in the field out of construction companies, engineering consultancies, architecture studios, universities and research centres..*

### EDITAN:



### ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL

Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja (C.S.I.C.)

Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid

### CONSEJO EDITORIAL:

#### Director:

Luis M<sup>a</sup> Ortega Basagoiti (RETINEO, Madrid)\*

#### Secretario:

Gonzalo Arias Hofman (INES INGENIEROS, Madrid)\*

#### Editor Jefe:

José Manuel Ráez Cano (SCIDOC, Madrid)\*

#### Vocales:

Juan Jesús Álvarez Andrés (DRAGADOS, Madrid)\*

Juan Carlos Arroyo Portero (CALTER, Madrid)

Jaime Fernández Gómez (INTEMAC, Madrid)

Jaime C. Gálvez Ruiz (ETSI CAMINOS - UPM, Madrid)

Jesús Gómez Hermoso (FCC CONSTRUCCIÓN, Madrid)

David Izquierdo López (CONSTRUCCIONES SANDO, Madrid)

Francisco Morán Cabré (INSTITUTO E. TORROJA - CSIC, Madrid)

Antonia Pacios Álvarez (ETSI INDUSTRIALES - UPM, Madrid)\*

Javier Ripoll García-Mansilla (RCI, Barcelona)

Julio Vaquero García (IPAC, Madrid)

\* Miembro del Comité de Redacción

### CONSEJO ASESOR CIENTÍFICO\*\*:

António Adão da Fonseca (UNIVERSIDADE DO PORTO, Portugal)

Antonio Aguado de Cea (ETSI CAMINOS - UPC, Barcelona)

Pilar Alaejos Gutiérrez (CEDEX, Madrid)

M<sup>a</sup> Carmen Andrade Perdrix (IETcc - CISDEM (UPM - CSIC), Madrid)

Ángel Aparicio Bengoechea (ETSI CAMINOS - UPC, Barcelona)

José M<sup>a</sup> Arrieta Torrealba (PROES, Madrid)

Miguel Ángel Astiz Suárez (ETSI CAMINOS - UPM, Madrid)

Gustavo Ayala Milián (INSTITUTO DE INGENIERÍA - UNAM, México)

Alex Barbat Barbat (ETSI CAMINOS - UPC, Barcelona)

Pilar Crespo Rodríguez (MINISTERIO DE FOMENTO, Madrid)

Paulo J. S. Cruz (UNIVERSIDADE DO MINHO, Guimarães, Portugal)

Luis Fernández Luco (UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES, Argentina)

Gian Carlo Giuliani (REDESCO PROGETTI SRL, Milán, Italia)

Enrique González Valle (INTEMAC, Madrid)

José Antonio Llombart Jaques (EIPSA, Madrid)

Antonio Marí Bernat (ETSI CAMINOS - UPC, Barcelona)

Francisco Millanes Mato (IDEAM, Madrid)

Santiago Pérez-Fadón Martínez (FERROVIAL AGROMÁN, Madrid)

António Reis (UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA, Portugal)

Jesús Rodríguez Santiago (DRAGADOS, Madrid)

José Manuel Roessel (TEXAS A&M UNIVERSITY, EE.UU.)

Ana M. Ruiz-Terán (UNIVERSITY OF EAST LONDON, Reino Unido)

Mike Schlaich (SCHLAICH BERGERMANN UND PARTNER, Stuttgart, Alemania)

Carlos Siegrist Fernández (SIEGRIST Y MORENO, Madrid)

José M<sup>a</sup> de Villar Luengo (TORROJA INGENIERÍA, Madrid)

\*\* Incluye además a los Presidentes de las Comisiones Técnicas de ACHE

**El Consejo Editorial** de la revista tiene como misión la definición de la política editorial (estilo de la revista, redacción, normas de presentación de originales, diseño, creación y orientación de las distintas secciones). El **Comité de Redacción** se constituye como un comité permanente del Consejo Editorial y se encarga de dirigir y supervisar la gestión diaria de la revista, controlar la selección de contribuciones y tomar las decisiones sobre los contenidos que han de conformar cada número de la revista. La función del **Consejo Asesor Científico** es la de velar por el prestigio científico y técnico de la revista, promoviendo e impulsando su difusión internacional. Una descripción más amplia puede consultarse en [www.e-ache.com/hya](http://www.e-ache.com/hya)

### REDACCIÓN / CONTACTO:

E.T.S.I CAMINOS, CANALES Y PUERTOS.

Avda. Profesor Aranguren, s/n.

Ciudad Universitaria. 28040 Madrid

Tel.: 91 336 66 98 - Fax: 91 336 67 02

E-mail: [secretaria\\_revista@e-ache.com](mailto:secretaria_revista@e-ache.com)

[www.e-ache.com/hya](http://www.e-ache.com/hya)

### SERVICIOS DE INFORMACIÓN:

Los contenidos de la revista Hormigón y Acero, o parte de ellos, aparecen recogidos en las siguientes bases de datos:

ICYT - Dialnet - Sumaris - Urbadoc - Catálogo Latindex

Depósito Legal: M-853-1958

ISSN: 0439-5689

Diseño: Walter Lance

Imprime: FISELGRAF



# SUMARIO

C O N T E N T O S

## REALIZACIONES Y PROYECTOS

- 5 | Proyecto y construcción del cierre del ábside de la Sagrada Familia  
*Design and construction of the apse on the "Sagrada Familia"*  
Carles Buxadé, Josep Gómez-Serrano, Ramon Espel, Rosa Grima, Àgata Buxadé, Ramon Ferrando y Antonio Aguado
- 41 | Viaducto sobre el Río Ebro en el Cuarto Cinturón de Zaragoza  
*Viaduct over the River Ebro on Zaragoza's Fourth Ring Road*  
José Antonio Llombart, Jordi Revoltós y Juliana Fernández

## INVESTIGACIÓN Y ESTUDIOS

- 61 | La deformabilidad de las estructuras de hormigón en la edificación: su evolución  
*Deformability in concrete building structures: past and present*  
Diego Martín Gil y Enrique González Valle
- 71 | Ensayos aeroelásticos de puentes en túneles aerodinámicos  
*Wind-tunnel aeroelastic tests of bridges*  
José Meseguer Ruiz, Antonio Barrero Gil y Gustavo Alonso
- 83 | Análisis comparativo de los modelos constitutivos del hormigón reforzado con fibras  
*Comparative analysis of constitutive models of fibre reinforced concrete*  
Ana Blanco Álvarez, Pablo Pujadas Álvarez, Albert de la Fuente Antequera y Antonio Aguado de Cea

## SUMMARIES

- 102 | *Design and construction of the apse on the "Sagrada Familia"*  
Carles Buxadé, Josep Gómez-Serrano, Ramon Espel, Rosa Grima, Àgata Buxadé, Ramon Ferrando and Antonio Aguado
- 103 | *Viaduct over the River Ebro on Zaragoza's Fourth Ring Road*  
José Antonio Llombart, Jordi Revoltós and Juliana Fernández
- 104 | *Deformability in concrete building structures: past and present*  
Diego Martín Gil and Enrique González Valle
- 105 | *Wind-tunnel aeroelastic tests of bridges*  
José Meseguer Ruiz, Antonio Barrero Gil and Gustavo Alonso
- 106 | *Comparative analysis of constitutive models of fibre reinforced concrete*  
Ana Blanco Álvarez, Pablo Pujadas Álvarez, Albert de la Fuente Antequera and Antonio Aguado de Cea

## RINCÓN DE ACHE

- 107 | Félix Candela. La conquista de la esbeltez  
*Félix Candela. The Achievement of Slenderness*  
Pepa Cassinello

# MIEMBROS PATROCINADORES DE LA ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL

Según los Estatutos de la Asociación existen dos tipos de miembros, uno para personas jurídicas y otro para personas físicas. De entre los primeros, y por la importancia que tienen para la Asociación por su contribución económica, destacan los miembros Patrocinadores y los Protectores. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos como **Miembros Patrocinadores** los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:



ACCIONA INFRAESTRUCTURAS  
Avda. de Europa, 18  
28108 ALCOBENDAS (MADRID)



AGUAS Y ESTRUCTURAS, S.A. (AYESA)  
Pabellón de Checoslovaquia - Isla de la Cartuja  
41902 SEVILLA



SMARTER, SAFER, STRONGER  
ALE HEAVYLIFT IBÉRICA, S.A.  
C/ San Romualdo, 26 - 6<sup>a</sup> planta  
28037 MADRID



ANEFHOP  
C/ Bretón de los Herreros, 43 - bajo  
28003 MADRID



ARENAS & ASOCIADOS,  
INGENIERIA DE DISEÑO, S.L.  
C/ Hernán Cortés, 19 - 1º Dcha  
39003 SANTANDER



ASOCIACIÓN NACIONAL DE PREFABRICADOS  
Y DERIVADOS DEL CEMENTO (ANDECE)  
Paseo de la Castellana, 226 - Entreplanta A  
28046 MADRID



ASSOCIACIÓ DE CONSULTORS  
D'ESTRUCTURES  
C/ Gran Capità, 2-4. Edifici Nexus  
08034 BARCELONA



CALIDAD SIDERÚRGICA  
C/ Orense, 58 - 10<sup>o</sup>  
28006 MADRID

CARLOS FERNÁNDEZ CASADO,  
OFICINA DE PROYECTOS

CARLOS FERNÁNDEZ CASADO, S.L.  
C/ Orense, 10  
28020 MADRID



CEDEX (Laboratorio Central)  
C/ Alfonso XII, 3  
28014 MADRID



COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS,  
CANALES Y PUERTOS  
C/ Almagro, 42  
28010 MADRID



CONSEJO GENERAL COLEGIOS ARQUITECTOS TÉCNICOS  
Paseo de la Castellana, 155 - 1º  
28046 MADRID



CYPE INGENIEROS, S.A.  
Avda. Eusebio Sempere, 5 - Bajo  
03003 ALICANTE

DRAGADOS

DRAGADOS, S.A.  
Avda. Camino de Santiago, 50  
28050 MADRID



EDARTEC CONSULTORES  
C/ Manufactura, 4 - Planta 2 - Mod. 3  
41297 MAIRENA DE ALJARAFE (SEVILLA)

E.T.S. INGENIEROS DE CAMINOS - DPTO. MECÁNICA  
Ciudad Universitaria, s/n  
28040 MADRID

EUROCONSULT

EUROCONSULT  
Avda. Camino de lo Cortao, 17 - Zona Industrial Sur  
28703 SAN SEBASTIÁN DE LOS REYES (MADRID)



FCC CONSTRUCCIÓN, S.A.  
C/ Acanto, 24 - 4<sup>o</sup>  
28045 MADRID



FLORENTINO REGALADO & ASOCIADOS  
C/ Granja de Rocamora, 18  
03015 ALICANTE

labein tecnalia

FUNDACIÓN LABEIN  
Parque Tecnológico de Bizkaia - C/ Geldo - Edificio 700  
48160 DERIO (VIZCAYA)



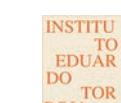
GRUPO MECÁNICA ESTRUCTURAL S.L.  
C/ Amílcar González Díaz, 18  
38550 ARAFO (SANTA CRUZ DE TENERIFE)

HILTI

HILTI ESPAÑOLA, S.A.  
Avda. Fuente de la Mora, 2 - Edificio I  
28050 MADRID

HORMIPRESA  
HORMIPRESA

Ctra. Igualada, s/n  
43420 STA. COLOMA DE QUERALT (TARRAGONA)



INSTITUTO EDUARDO TORROJA  
C/ Serrano Galvache, 4  
28033 MADRID



IECA  
C/ José Abascal, 53 - 2<sup>o</sup>  
28003 MADRID

INTEINCO

INTEINCO  
C/ Serrano, 85-2º dcha.  
28006 MADRID

INTEMAC

INTEMAC  
C/ Mario Roso de Luna, 29 - Edif. Bracamonte  
28022 MADRID



ARUP

OVE ARUP & PARTNERS, S.A.  
C/ Alcalá, 54 - 1º dcha.  
28014 MADRID

Prainsa

GRUPO PRAINSA  
C/ Madrazo, 86 - Entlo 1º  
08021 BARCELONA



PROYECTOS Y OBRAS DE ESTRUCTURAS  
E INSTALACIONES, S.L. "ZUBÍA INGENIEROS"  
C/ República Argentina, 27 - 5<sup>o</sup> Izda.  
36201 VIGO (PONTEVEDRA)

GRUPO  
PUENTES

PUENTES Y CALZADAS, GRUPO DE EMPRESAS, S.A.  
Ctra. de la Estación, s/n  
15888 SIGÜEIRO-OROSO (A CORUÑA)

SGS

SGS TECNOS, S.A.  
C/ Trespuentes, 29  
28042 MADRID

## MIEMBROS PROTECTORES DE LA ASOCIACIÓN CIENTÍFICO-TÉCNICA DEL HORMIGÓN ESTRUCTURAL

Según los Estatutos de la Asociación existen dos tipos de miembros, uno para personas jurídicas y otro para personas físicas. De entre los primeros, y por la importancia que tienen para la Asociación por su contribución económica, destacan los miembros Patrocinadores y los Protectores. Hasta la fecha de cierre del presente número de la Revista, figuran inscritos como **Miembros Protectores** los que a continuación se indican, citados por orden alfabético:



# Proyecto y construcción del cierre del ábside de la Sagrada Familia

*Design and construction of the apse on the "Sagrada Familia"*

Carles Buxadé<sup>(1)</sup>, Josep Gómez-Serrano<sup>(2)</sup>, Ramon Espel<sup>(3)</sup>, Rosa Grima<sup>(4)</sup>, Àgata Buxadé<sup>(5)</sup>, Ramon Ferrando<sup>(5)</sup> y Antonio Aguado<sup>(6)</sup>

Recibido | Received: 26-11-2009  
Aceptado | Accepted: 08-04-2010

## Resumen

El templo de la Sagrada Familia es una obra cuya construcción dura ya más de 125 años. Recientemente se ha reanudado la construcción de la fachada del ábside, desde la cota + 45,00 a la + 64,00 m, y se han iniciado los trabajos del hiperboloide central. Este elemento arranca de un plano inclinado, entre las cotas + 60,00 y + 64,00 m, y llega hasta la cota + 77,00 m en el centro del ábside.

En lo que sigue se plantean, desde una visión integral, los diferentes aspectos de proyecto, cálculo, ejecución y materiales para lograr dar respuesta a este reto incorporando las innovaciones requeridas para alcanzar una respuesta satisfactoria.

**Palabras clave:** Sagrada Familia, Gaudí, construcción, ábside, estructura y materiales

## Abstract

The Expiatory Temple of the Holy Family has now been under construction for over 125 years. Construction on the façade enclosing the apse has recently been resumed, from elevation + 45,00 to + 64,00 m. Work has also begun on the central hyperboloid. This element springs from an inclined plane, between elevations + 60,00 and + 64,00 m, and extends upward to elevation + 77,00 m at the centre of the apse.

The pages that follow provide a comprehensive overview of a number of questions respecting the design, engineering, construction and materials involved, as well the innovations implemented, to respond adequately to this challenging endeavour.

**Keywords:** Sagrada Familia, Gaudí, construction, apse, structure and materials.

---

\* Page 102 of this issue contains an extensive English language summary of this article for inclusion in databases.

(1) Dr. Arquitecto. 2 Buxadé, Margarit y Ferrando S.L.P. (Barcelona, España)

(2) Dr. Arquitecto. Universidad Politécnica de Cataluña. E.T.S. d'Arquitectura del Vallès (Sant Cugat del Vallès, España)

(3) Arquitecto técnico. Jefe de Obra del Templo de la Sagrada Familia (Barcelona, España)

(4) Ingeniera de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Cataluña. E.T.S. de Caminos, Canales y Puertos (Barcelona, España)

(5) Arquitecto. 2 Buxadé, Margarit y Ferrando S.L.P. (Barcelona, España)

(6) Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Cataluña. E.T.S. de Caminos, Canales y Puertos (Barcelona, España)

Translation: Margaret Clark

Persona de contacto / Corresponding author: rosagrimalopez@gmail.com

## 1. INTRODUCCIÓN

Antonio Gaudí y su obra y, en especial, el Templo Expiatorio de la Sagrada Familia, han sido, son y, probablemente, serán muy estudiados dada la singularidad y belleza de sus planteamientos. Los primeros documentos escritos por colaboradores suyos se publicaron a finales de los años 20 [1, 2] y, en la actualidad, diferentes profesionales (ligados o no a la construcción de la Sagrada Familia) siguen investigando sobre su obra [3].

En el caso del Templo, al tratarse de una obra en desarrollo, es interesante reflejar que los avances son acordes a los tiempos, tal como él ya preveía [4], lo que implica la incorporación de nuevos materiales y tecnologías, sin que ello signifique alejarse de su espíritu creador.

Una de las principales características del Templo (y de la obra de Gaudí al completo) son las formas geométricas empleadas en su diseño. Para Gaudí, forma y estructura están unívocamente relacionadas sin artificio:

*"Para que un objeto sea extraordinariamente bello es necesario que su forma no tenga nada de superfluo"*  
(Antoni Gaudí) [5]

Gaudí trató de trasladar a sus obras las formas que observaba en la naturaleza con la intención de optimizar la disposición estructural de las construcciones sin olvidar los procesos constructivos. Esta investigación dio como resultado todo el repertorio de formas de la "geometría Gaudiniana" [5]. En la Sagrada Familia vemos la culminación de esta investigación con el empleo sistemático de superficies regladas (hiperboloïdes, paraboloides, elipsoides...) intersecadas y acopladas entre sí. El conjunto del Templo está formado a partir de proporciones simples que se repiten y se multiplican y por un sistema estructural basado en formas geométricas generadas por rectas.

*"El uso de las superficies regladas es lógico por su superioridad plástica y su facilidad constructiva"*  
(Antoni Gaudí) [5]

La construcción del templo sigue los ritmos marcados por las aportaciones realizadas a través de las donaciones, siendo especialmente significativos los avances de los últimos años [6], con el objetivo de cerrar la nave central a finales de 2010 [7], lo que implica la necesidad de completar el ábside.

El objetivo del presente artículo es describir el proyecto y construcción del cierre del ábside del Templo Expiatorio de la Sagrada Familia, entre las cotas + 45,00 y + 64,00 m, y del hiperboloïde central del mismo. Esta última figura arranca de un plano inclinado, entre las cotas + 60,00 y + 64,00 m, y llega hasta la cota + 77 m.

## 1. INTRODUCTION

*Antonio Gaudí and his oeuvre, in particular the Templo Expiatorio de la Sagrada Familia (Expiatory Temple of the Holy Family, hereafter the temple or the "Sagrada Familia") have been, are being and in all likelihood will continue to be intensely studied, in light of the singularity of the architect's approach and the beauty of his works. While the earliest papers were published by his collaborators in the late nineteen twenties [1, 2] any number of professionals (involved or otherwise in the construction of the Sagrada Familia) continue to study his oeuvre today [3].*

*As construction in progress, work on the temple has remained abreast of the times, just as Gaudí predicted it would [4]. This naturally entails the use of new materials and technologies, but by no means betrays the artist's creative spirit.*

*One of the main characteristics of the temple (and Gaudí's work in general) is the use of geometric shapes in the design. For Gaudí, form and structure are univocally and naturally interrelated:*

*"For an object to be extraordinarily beautiful, its form must not be superficial in any way" (Antoni Gaudí) [5].*

*In his works, Gaudí attempted to transpose the forms he observed in nature, with a view to optimizing the structural design of his creations without disregard to construction processes. The fruit of his research was the repertoire of forms that constitute "Gaudian geometry" [5]. In the Sagrada Familia, the culmination of that process, he systematically intersected and wedged ruled surfaces (hyperboloids, paraboloids, ellipsoids...). The temple as a whole consists of the repetition and multiplication of a series of simple proportions and a structural system based on geometric shapes generated by straight lines.*

*"The use of ruled surfaces is logical in light of their plastic superiority and ease of construction" (Antoni Gaudí) [5].*

*The pace of temple construction is governed by its financing, which is based on donations. Progress in the last few years [6], intended to close the central nave by year-end 2010 [7], which in turn entails completing the apse, has been particularly significant.*

*The present article aims to describe the design and construction involved in closing of the temple apse between elevations + 45,00 and + 64,00 m and erecting its central hyperboloid. The latter member springs from an inclined plane at elevations + 60,00 to + 64,00 m, extending upward to + 77 m.*

*The paper stresses the existing conditions along with design and engineering issues, as well as the construction processes and materials deployed to respond to the demanding levels of performance required. In this regard, the innovations developed for the high strength and self-*

Para dar respuesta a este objetivo se hace un planteamiento metodológico poliedrónico, incidiendo en los condicionantes existentes y en los aspectos de proyecto y cálculo para, con posterioridad, abordar los procesos constructivos y los materiales necesarios para dar respuesta al alto nivel de las prestaciones requeridas. A este respecto se señalan los trabajos de innovación desarrollados en los hormigones de alta resistencia y autocompactantes con los que se ha trabajado, así como en la necesidad de cambiar los equipos para dar respuesta a este alto nivel de prestaciones (resistencia a compresión a 28 días superior a 60 MPa, alta trabajabilidad, alto nivel de acabados).

## 2. DESCRIPCIÓN

Si bien el Templo Expiatorio de la Sagrada Familia es una estructura conocida, cabe hacer un primer despiece del mismo para poder observar, no sólo lo que implica esta estructura, sino el encaje de la obra del ábside que ahora nos ocupa en todo el conjunto.

Las obras de la Sagrada Familia se iniciaron en 1882 con la construcción de la cripta del ábside bajo la dirección del arquitecto diocesano Francesc de Paula Villar. Después de la dimisión de éste, por discrepancias en los materiales de las columnas y bóvedas, la continuación de los trabajos recayó en 1884 en un joven arquitecto, Antoni Gaudí, que colaboraba con el arquitecto Joan Martorell, asesor de las obras del Templo de la Sagrada Familia.

A principios del siglo XX, la Junta del Templo recibió un importante donativo que hubiese permitido finalizar la construcción. Este hecho fue aprovechado por Gaudí, que tenía en mente un nuevo proyecto de templo de grandes dimensiones, para convencer a los promotores "Josefinos" de cambiar el proyecto inicial por una nueva obra que ni ellos mismos podrían ver realizada. La modificación que propuso preservaba, como condición de contorno, lo construido hasta ese momento.

En las décadas posteriores Gaudí diseñará progresivamente el interior desde una solución neogótica con bóvedas catenarias a una solución con bóvedas parabólicas y, definitivamente, a una solución con bóvedas hiperbólicas con enlaces parabólicos. Gaudí no realizó un proyecto completo de la Sagrada Familia, pero dedicó los últimos años de su vida al estudio del conjunto y a la construcción de la Fachada del Nacimiento, para lo que contó con varios colaboradores.

En cuanto a la planta, el planteamiento realizado por Gaudí sobre el nuevo Templo fue dar continuidad a la dirección mar-montaña planteada por Villar, si bien proponiendo una nueva modulación derivada de unos cánones que Gaudí marca en todas las dimensiones de su obra: dimensión de las naves late-

*compacting concretes used are discussed, along with the need to renovate the equipment to meet those requirements (28-day compressive strength of over 60 MPa, excellent workability, high level of finish).*

## 2. DESCRIPTION

*Even though the Sagrada Familia is a well-known structure, a part-by-part description of its components may provide insight into not only what the structure itself involves, but the bearing that the construction of the apse has on the temple as a whole.*

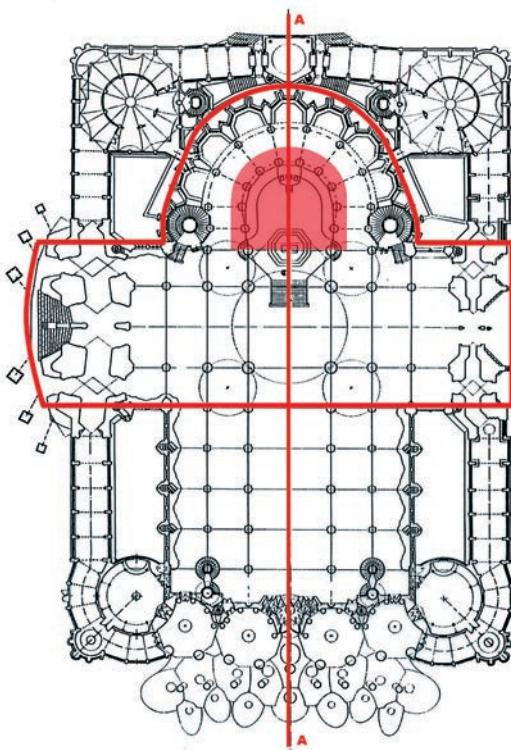
*Work on the Sagrada Familia began in 1882 with the construction of the crypt below the apse under the leadership of diocesan architect Francesc de Paula Villar. After his resignation for reasons of discrepancies around the materials used in columns and vaults, Antoni Gaudí, then a young architect working with Joan Martorell's studio, was commissioned to continue temple construction in 1884.*

*In the early twentieth century, the Temple Board received a donation large enough to finish the works. Gaudí, who had a new design in mind for a much larger temple, seized the opportunity to persuade the developers (a religious association devoted to St Joseph founded in Barcelona in 1866) to change the initial design for another that not they themselves would never see completed. The modification proposed assumed the conservation of what had been built to that time as a boundary condition.*

*In the following decades Gaudí's design for the interiors evolved gradually, from a neo-Gothic solution with catenary, then parabolic and finally hyperbolic vaults interconnected with parabolas. While the architect never drew up a complete design for the Sagrada Familia, he did devote the last few years of his life to studying the structure as a whole and to building the Nativity Façade, a project for which formed a team of construction professionals.*

*In his new layout for the temple, Gaudí honoured Villar's sea-mountain orientation, while re-modulating the original design to the basic dimensions that would govern the project as a whole: lateral naves, 7,5 m; central nave, 15 m; height of the lateral naves, 30 m; height of the central nave, 45 m. This would call for working around the original approach, as described below.*

*The Sagrada Familia has a traditional Latin cross layout with five longitudinal naves and a transept with three, an apse and a crypt under the high altar (Figure 1a which houses the Expiatory Temple of the Holy Family Archive (hereafter the ATESF, using the Spanish initials). In the future it will have three façades, two of which, the lateral façades, have now been built. In addition, six large steeples, symbolizing the evangelists, Christ and the Virgin Mary, will tower over the church from their springing at the roof*



**Figura 1.** Templo de la Sagrada Familia: a) planta (actualización de la primera publicación de 1929) y b) sección longitudinal del Templo (AA) (ajustada a partir de la versión de 1974). Fuente: ATESF

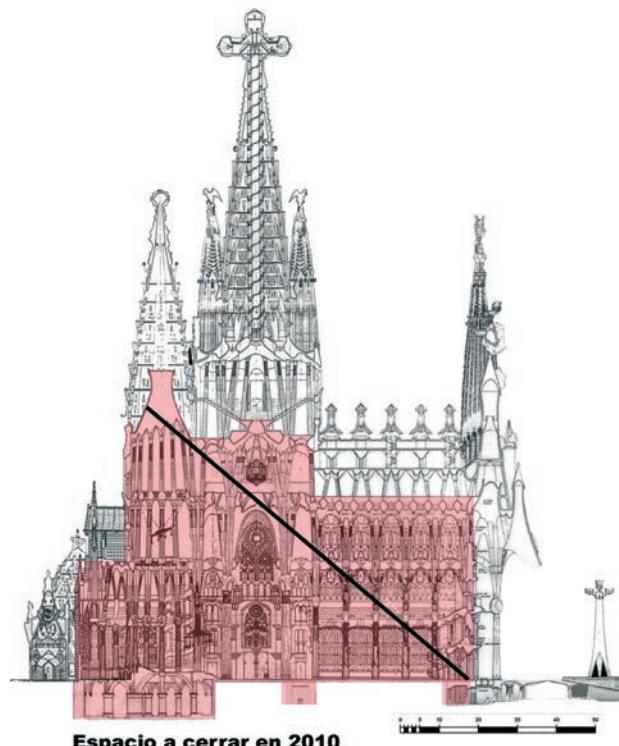
**Figure 1.** Expiatory Temple of the Holy Family. a) plan view (updated from the first publication, in 1929) and b) longitudinal cross-section of the temple (AA) (adjusted from the 1974 version). Source: ATESF

rales, 7,5 m; central, 15 m; altura nave lateral, 30 m; altura nave central, 45 m. Esto requerirá de un encaje con el planteamiento inicial que se describe con posterioridad.

La Sagrada Familia tiene una planta clásica en cruz latina con cinco naves longitudinales y un crucero de tres, un ábside y una cripta bajo el altar principal (figura 1a, correspondiente al Archivo del Templo Expiatorio de la Sagrada Familia, en adelante ATESF). En el futuro tendrá tres fachadas de las cuales ya se han construido las dos laterales. Además, seis grandes torres coronarán la estructura sobre las cubiertas del crucero y el ábside dedicadas a los evangelistas, a Cristo y a la Virgen María. Estas torres pueden verse en la figura 1b, resaltándose en la misma las partes que está previsto finalizar en el año 2010 [7].

En la misma figura 1b (línea continua) puede verse que Gaudí planteaba una máxima visibilidad del ábside y del hiperboloide central del mismo para que fuese posible visualizar la figura del Pantocrátor, que estará en el interior del hiperboloide del ábside a 70 m de altura, desde la entrada de la fachada principal de la Gloria, y así lo indica y grafía en la sección publicada. Esto implica, en todo momento, un alto nivel en los aspectos estéticos con relación a la percepción de los feligreses y visitantes.

En la actualidad se trabaja en el cierre de la primera cubierta de los 4.500 m<sup>2</sup> que forman el interior del



**Espacio a cerrar en 2010**

of the transept and apse. These steeples are shown in Figure 1b: the parts planned for completion in 2010 are highlighted [7].

As Figure 1b shows (dashes), Gaudí sought maximum visibility for the apse and its central hyperboloid to ensure that anyone entering the temple from the main or Glory Façade would have a clear view of the Christ Pantocrator, that will be positioned at a height of 70 m inside the hyperboloid that covers the apse. The architect himself made this clear in the cross-sections published in his lifetime. This arrangement is indicative of exquisite attention to the aesthetics governing the perception of the congregation and other visitors.

At this time work is underway on the first roof over the 4 500-m<sup>2</sup> interior of the temple. The columns in the main body and transept have now been completed and the lateral and central naves have been roofed, at heights of 30 and 45 m, respectively. See the photograph in Figure 2 for the finished appearance of the ceilings, some of which were completed in 2000.

With the roof over the transept, at a height of 60 m, now completed, work has begun on the base of the five towers that will crown this part of the temple and the enclosure of the apse. The intention is to have the entire temple roofed and enclosed by autumn 2010 (see Figure 3).

One of the innovations that has given temple construction a significant impetus is the application of computer-aided design to the study of scale model columns and vaults [8].



**Figura 2.** Cubiertas de las naves del cuerpo principal.

Fuente: ATESF

**Figure 2.** Roofs over the main body. Source: ATESF

Templo. En el cuerpo principal y el transepto se han terminado las columnas y cubiertas de las naves laterales (a 30 m de altura) y la nave central (a 45 m). El aspecto final que presentan estos techos puede verse en la figura 2, algunos de ellos finalizados en el año 2000.

Una vez acabada la cubierta del crucero a 60 m de altura, se trabaja asimismo en el arranque de las 5 torres que coronarán esta parte del Templo y en el cierre del ábside con el objetivo de tener cubierto el Templo en otoño de 2010 [7] (como puede verse en la figura 3).

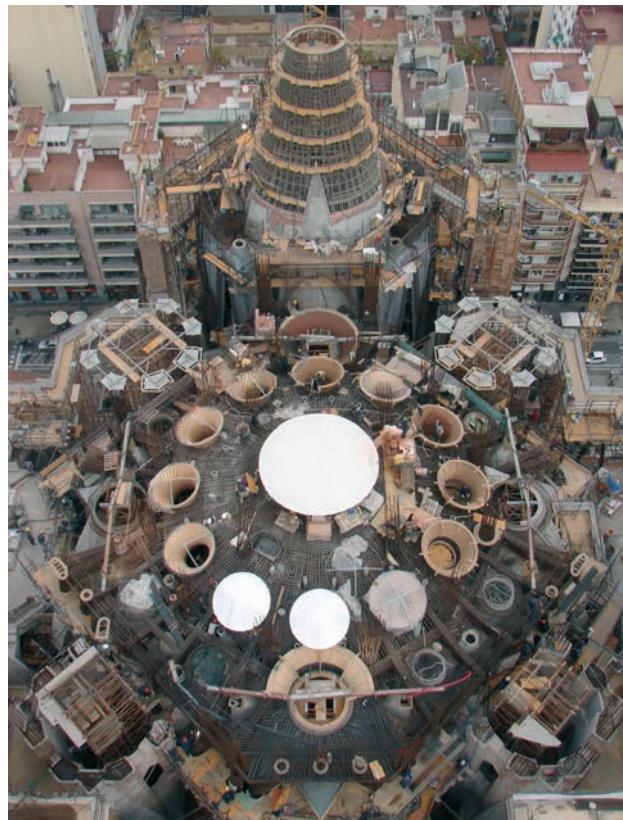
Dentro de las innovaciones introducidas en la construcción del Templo y que han ayudado de forma significativa al desarrollo de las obras, el dibujo asistido por ordenador aplicado al estudio de las columnas y las bóvedas de las maquetas [8] es lo que ha permitido definir las ecuaciones que generan las superficies regladas del Templo y las intersecciones entre ellas, hasta llegar a la conclusión de que los

This tool has proven to be instrumental in defining the equations that generate the temple's ruled surfaces and their intersections. The conclusion drawn is that the parameters that define these surfaces are modulated to the same design as the plan layout of the temple (from the ratio between the necks of the hyperboloids of different dimensions to column diameters). Indeed, all the temple's main dimensions can be generated by applying a system of proportions in which the multipliers are multiples or factors of 12 (1/4, 1/3, 1/2, 2/3, 3/4, 1) to the base unit, a 7,5-m module (the distance between columns in the lateral naves of the main body) [9].

All these criteria were adopted and observed by Gaudí's successors. The ones who knew him personally published their explanations in writings and cross-sections produced after the Spanish Civil War. While the earliest successors were only able to build the Passion Façade and the first part of the main nave, their drawings, along with their repair and maintenance of the scale models, have enabled subsequent generations to continue Gaudí's magnum opus.

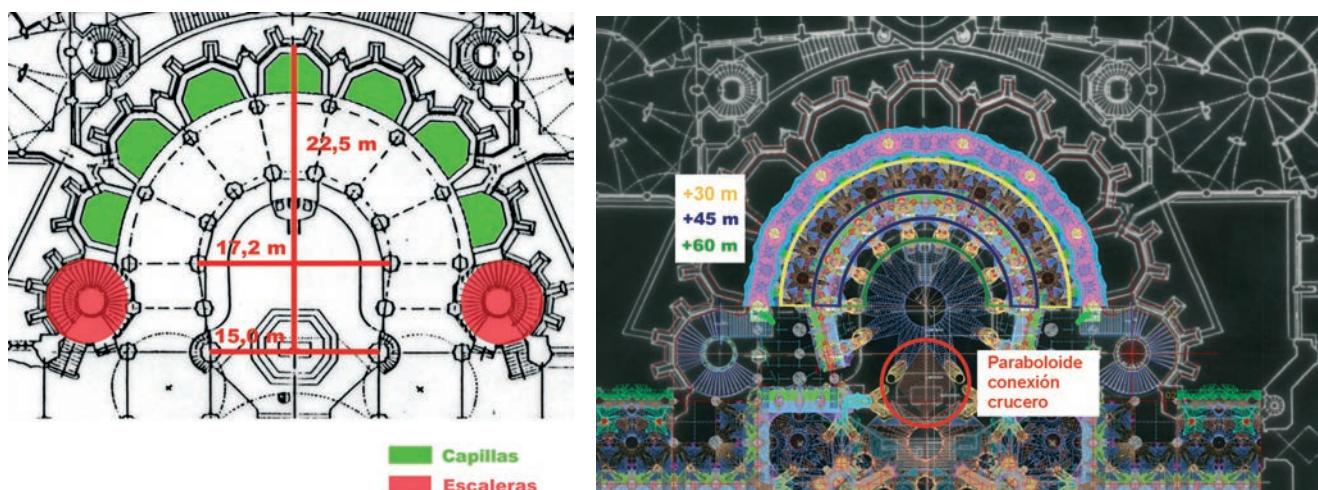
### 3. DESCRIPTION OF APSE GEOMETRY

The following description of the apse roofs stresses the singularity of these the form, structure and construction of these members. This part of the works is of particular



**Figura 3.** Vista aérea del estado de las obras del crucero (noviembre de 2009). Fuente: ATESF

**Figure 3.** Aerial view of the state of the works on the transept (November 2009). Source: ATESF



**Figura 4.** Planta del ábside: a) dimensiones y b) bóvedas a diferentes alturas. Fuente: ATESF  
**Figure 4.** Apse layout: a) dimensions and b) vault at different heights. Source: ATESF

parámetros que las definen siguen la misma modulación que la planta del Templo (ya sean la relación entre los collarines de los hiperboloides o los diámetros de las columnas). A partir de un módulo de 7,5 m (que es la distancia entre columnas de la naves laterales del cuerpo principal) y un sistema de proporciones basadas en múltiplos y divisores de 12 (1/4, 1/3, 1/2, 2/3, 3/4, 1) se generan todas las demás dimensiones generales del Templo [9].

Todos estos criterios fueron llevados y continuados por los sucesores de Gaudí. Los que le conocieron personalmente publicaron sus explicaciones en diferentes escritos y las aplicaron en las secciones y planos que se realizaron después de la Guerra Civil. Aunque los primeros continuadores solamente pudieron construir la fachada de la Pasión y los inicios de la nave principal, el mantenimiento que hicieron de las maquetas, la reparación de las mismas y los planos realizados permitieron a generaciones posteriores continuar con el proyecto que Gaudí había iniciado.

### 3. DESCRIPCIÓN DE LA GEOMETRÍA DEL ÁBSIDE

En lo que sigue se describen las cubiertas del ábside haciendo hincapié en la singularidad de estas estructuras tanto a nivel formal como estructural y constructivo. Esta parte de la obra es de especial relevancia por dos motivos: la parte interior de la estructura se podrá ver desde toda la nave, lo que marcará un nuevo techo del templo a 75 m de altura y, a la vez, es el comienzo y soporte de una nueva torre, por lo que es un elemento de gran importancia estructural sometido a grandes esfuerzos. Como veremos, en el ábside las formas geométricas están presentes en la mayoría de sus elementos: desde los elipsoides de los capiteles de las columnas hasta el gran hiperbolóide central, lo que también hace que sea único en el proceso constructivo.

significance for two reasons. First, a new ceiling will be defined for the temple, at a height of 75 m and visible from any point in the nave. And second, it is a key structural importance, for as the base and support for a new tower it will be subjected to enormous stress. Geometric forms are present in most of the elements comprising the apse, from the ellipsoids on the column capitals to the huge central hyperboloid, resulting in a most unique construction process.

The apse, a semi-circle with a radius of 22,5 m, is divided into 7 chapels, which converge at the transept on two staircases, one to the crypt and the other to choir. This area will also house the high altar. As Figure 4a shows, the plan layout of the apse columns is horseshoe-shaped due to the need to adapt Villar's original design (i.e., the arrangement of the crypt columns from which the apse columns spring) to Gaudí's modulation.

In Villar's initial design for the central nave, the distance between interior columns was 17,2 m, with 30 m between exterior columns. Gaudí adopted the latter dimension in his lateral columns because it concurred with his own modulation (described above), but in the central nave he set the columns 15 m apart. The solution devised to adapt this arrangement to Villar's 17,2-m between columns in the apse (see Figure 4a) was to narrow the deambulatory from the original 7,5 to 6,4 m and roof it with a series of vaults at different heights (see Figure 4b).

For the elevation view, Gaudí devoted his final years to building scale models, both of the entire temple and of details, especially 1/10 models of the main body. The cross-section of the apse, by contrast, was reflected in the general cross-sections of the temple that Gaudí published in his Sagrada Familia albums (1917, 1920, 1923, 1925). These elements were designed assuming a parabolic solution for the interior, but the form and structural strength are general and similar to the principles ultimately adopted. This was confirmed in a paper titled "El Templo de la Sagrada Familia" (1929) [2], written by Puig-Boada, who

El ábside está formado por un semicírculo de 22,5 m de radio dividido en 7 capillas. En la unión con el crucero, donde se ubicará en el futuro el altar principal, se encuentran dos escaleras de acceso a la cripta y al coro. Tal como puede verse en la figura 4a, la distribución en planta de las columnas del ábside sigue en la base una distribución en herradura debido a la necesidad de adaptar la modulación original de Villar (reflejada en las columnas de la cripta arranque de las del ábside) y la modulación de Gaudí.

En el proyecto de nave central inicial de Villar la distancia entre columnas interiores era de 17,2 m. mientras que la distancia total entre las columnas exteriores era de 30 m. Gaudí respetó esta última dimensión en sus columnas laterales ya que coincide con su nueva modulación (anteriormente descrita), si bien en la nave central creó una secuencia de dimensiones entre las columnas centrales de 15 m, lo que precisa de una readaptación para tener en cuenta la distancia de 17,2 m que proyectó Villar entre las columnas del ábside (ver figura 4a). Ello da lugar a un deambulatorio que recorre el altar principal con 6,4 m de ancho en lugar de 7,5 m, que se cerrará con una corona de bóvedas a diferentes alturas (ver figura 4b).

En cuanto al alzado, Gaudí plasmó el trabajo de los últimos años en la realización de maquetas de conjun-

*had access to all the documentation in Gaudí's studio after the architect's death .*

*The modulation in the upper apse is the same as in the main nave. Its 7,5-m high perimetric chapels[10] are skirted by a deambulatory with a roof consisting of concentric semi-crowns 30, 45 and 60 m high (see Figures 4b and 5). As in the lateral naves, vault geometry is based on hyperboloids [11]. This affords the apse formal and structural consistency with the rest of the temple, for it capitalizes on the experience gained with the construction of the vaults in the main body, although adapting their geometry and proportions.*

*Like the Renaissance architects, Gaudí sought the most complex solution, placing the tallest towers at the centre of the transept, where they would rest on only 16 columns (see Figure 6). To brace this assembly and ensure its stability, he devised a system to connect it to the towers on the Nativity and Passion Façades, as shown in Figure 1.*

*The apse interior is a huge hyperboloid, the largest of all these forms in the temple. Due to the slight incline on this structure, the capitals on the circular columns in the apse, at their abutment with the central dome, progressively increase in size from the part farthest to the part nearest the altar. An enormous paraboloid will connect the last hyperboloid in the transept to the hyperboloid over the altar, providing for a transverse view of the entire temple*

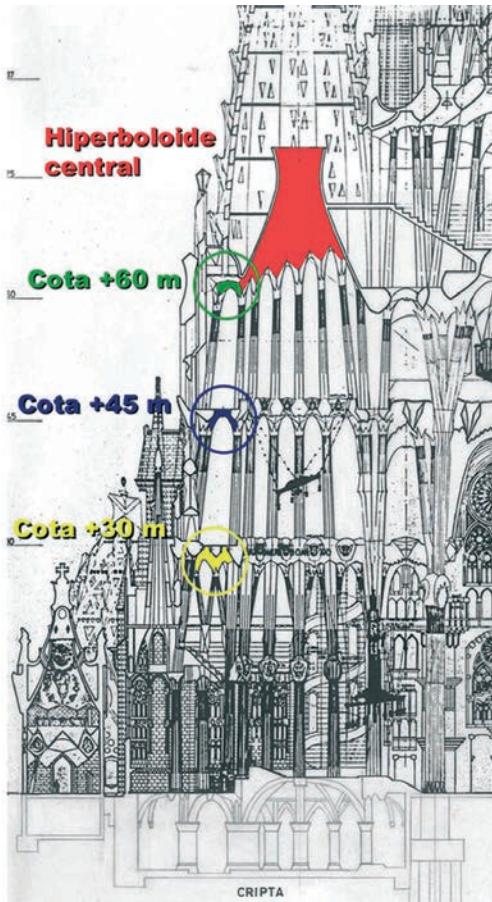
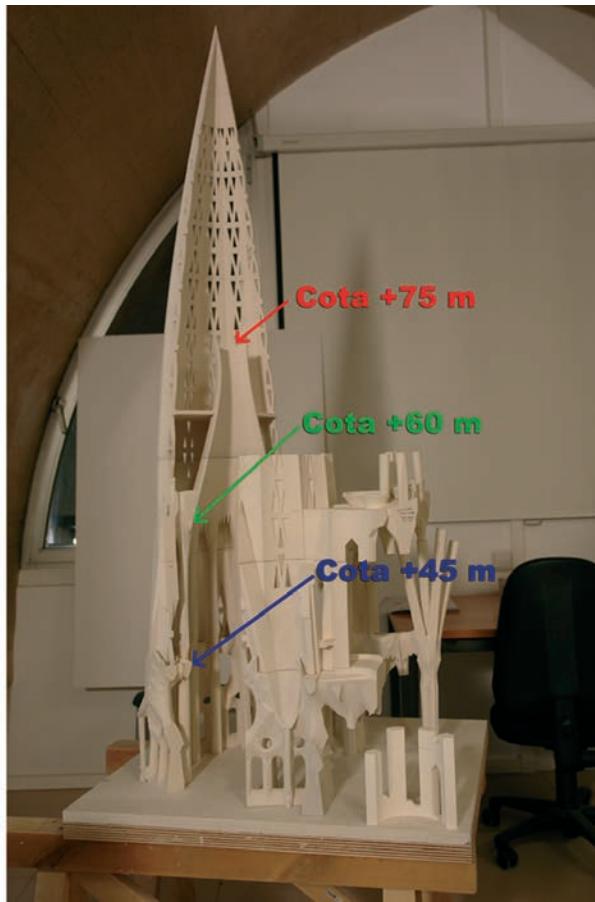


Figura 5. Alzado del ábside: a) bóvedas y b) maqueta de los pisos superiores y la torre. Fuente: ATESF  
Figure 5. Elevation view of the apse. a) vaults and b) scale model of the upper storeys and the tower. Source: ATESF



to y de detalle, muy especialmente en las maquetas a escala 1/10 del cuerpo principal. En cambio, el interior del ábside en sección quedará reflejado en las secciones generales del Templo que Gaudí va publicando en los álbumes de la Sagrada Familia (1917, 1920, 1923, 1925). Estos elementos están dibujados sobre la solución interior parabólica, pero los conceptos formales y resistentes son generales y similares a la solución definitiva. Así lo afirma Puig-Boada cuando, después de la muerte de Gaudí y con toda la documentación de su taller, lo expone en la publicación "El Templo de la Sagrada Familia" (1929) [2].

La modulación en altura del ábside es la misma que en la nave principal. A partir de las capillas perimetrales que tienen una altura de 7,5 m [10], cuenta con un deambulatorio formado por semicoronas concéntricas a 30, 45 y 60 m de altura (ver figura 4b y 5). El aspecto de la geometría de las bóvedas es el mismo que el de las naves laterales a base de hiperboloides [11]. De esta forma, el ábside sigue una coherencia formal y estructural con el resto del Templo, dado que se ha construido a partir de la experiencia de la construcción de las bóvedas del cuerpo principal adaptando su geometría y proporciones.

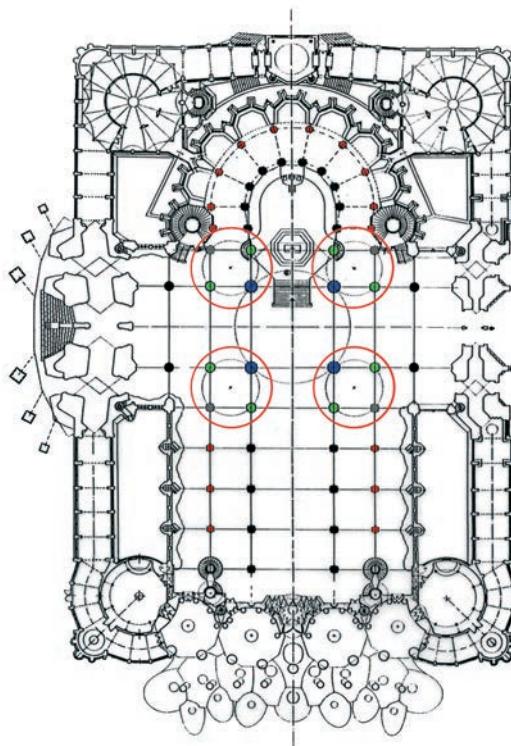
Gaudí, como los arquitectos renacentistas, buscará la solución más compleja, la de situar las grandes torres en el centro del crucero. Para soportarlas dispone solamente de las 16 columnas del centro del crucero (ver figura 6). Ahora bien, para arriostrar ese conjunto y conseguir la estabilidad del mismo, plantea la conexión con los macizos de las torres de las fachadas del Nacimiento y de la Pasión, tal como se muestra en la figura 1a anteriormente presentada.

La cúpula interior del ábside es un gran hiperbolóide, el mayor de todos, con una ligera inclinación que provoca que las columnas circulares del ábside formen en el encuentro con la cúpula central unos capiteles crecientes en dimensiones que desde la parte más alejada del altar aumentarán hasta la zona de crucero. Un gran parabolóide conectará el último hiperbolóide del crucero con el hiperbolóide del altar y permitirá la visión transversal de todo el templo tal como indicaba Gaudí en su sección original y se ha mostrado en la figura 1b.

## 4. ASPECTOS ESTRUCTURALES

### 4.1. Modelo general

Desde el punto de vista estructural las fachadas del ábside de la Sagrada Familia forman parte, tal como se ha dicho, del conjunto crucero-ábside. Este conjunto está compuesto por las cuatro torres de la fachada del Nacimiento, las cuatro torres de la fachada de la Pasión, el crucero (que soporta las cuatro torres de los Evangelistas y la torre central de Cristo, de unos 170 m de altura máxima) y el ábside del Templo.



**Figura 6.** Planta de las columnas de la Sagrada Familia.  
Fuente: ATESF

**Figure 6.** Plan layout of columns in the Sagrada Familia.  
Source: ATESF

*as foreseen by Gaudí in his original cross-section, shown in Figure 1b.*

## 4. STRUCTURE

### 4.1. General model

*Structurally speaking, the apse façades form part of the transept-apse system, as noted earlier. This system consists of the four Nativity Façade towers, the four Passion Façade towers, the transept (that bears the four evangelist and the 1709-m high central Christ tower) and the apse itself.*

*The structure was analyzed with a numerical model using ANSYS v10.0 finite analysis software. Except in a few very specific areas, SHELL 43 and BEAM 4 three-dimensional elements were used.*

*SHELL 43 is an element for modelling shells or plates (for paraboloid vaults, floor slabs or walls). The four sides of this three-dimensional shell are defined by four nodes, with two rotations and three displacements. The rotation represented by a vector perpendicular to the middle surface of the element was disregarded.*

*BEAM 4, an element used to model columns and beams, is a three dimensional bar defined by two nodes, one rotation (represented by a vector parallel to the bar centroid) and three displacements. The geometry of the model*

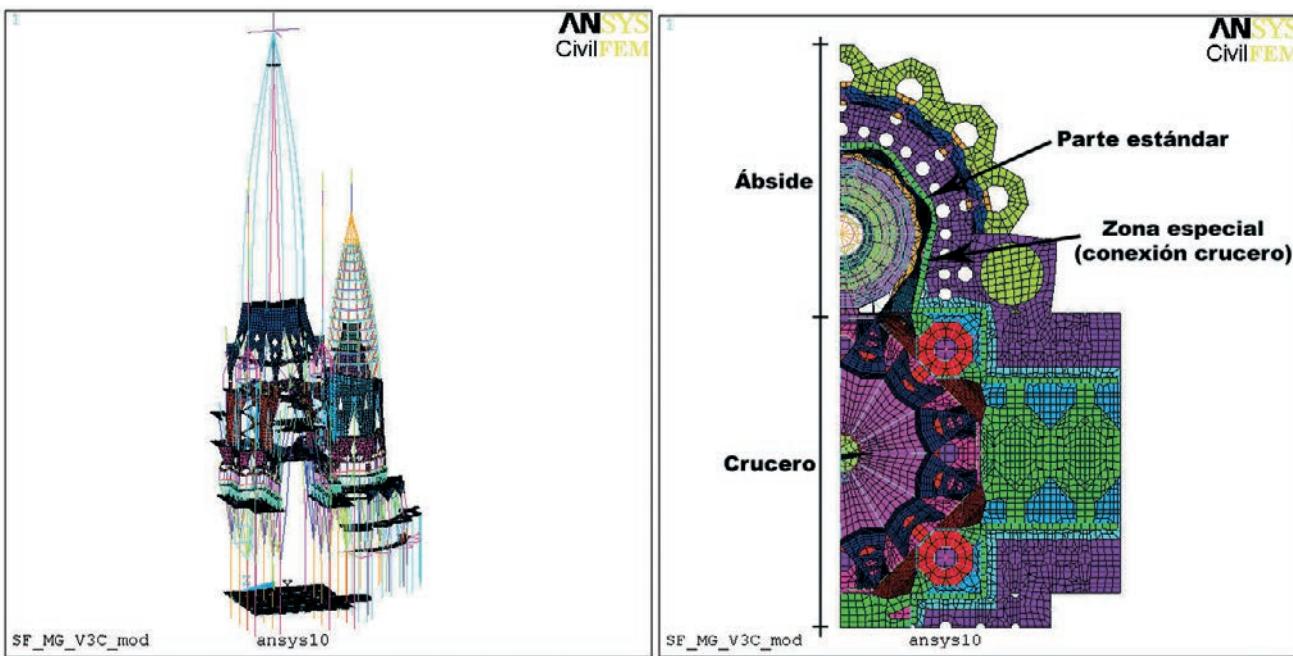


Figura 7. a) Geometría del modelo analizado y b) conjunto crucero-ábside  
Figure 7. a) Geometry of the model analyzed and b) transept-apse system

La estructura se ha analizado a partir de un modelo numérico empleando el programa de cálculo de elementos finitos ANSYS v10.0, habiéndose utilizado, salvo en zonas muy concretas, los elementos en tres dimensiones SHELL 43 y BEAM 4.

El elemento SHELL 43 se emplea en la modelización de láminas o placas (ya sean bóvedas, forjados o muros en forma de paraboloides). Es una lámina en tres dimensiones de cuatro lados definidos por cuatro nodos, con dos giros y tres desplazamientos. No se considera el giro representado por un vector perpendicular a la superficie media del elemento.

El elemento BEAM 4 se emplea en la modelización de pilares y vigas. Es una barra en tres dimensiones definida por dos nodos con un giro, el representado por un vector paralelo a la directriz de la barra, y tres desplazamientos. En las figuras números 7a y 7b se puede ver la geometría del modelo analizado (SF\_MG\_V3C\_mod.db).

Se trata de un cálculo no lineal, ya que se han considerado los efectos de segundo orden (pandeo), pero teniendo en cuenta un comportamiento elástico del material, con el módulo de elasticidad secante ( $E'$ ). Posteriormente, para garantizar la seguridad del proceso, se comprueba, en las secciones críticas, que el producto  $E' I'$  (considerando sólo el acero y la sección comprimida del hormigón) es mayor que el producto  $E' I$  (considerando la sección bruta) utilizado. Este análisis tiene en cuenta, asimismo, las deformaciones debidas a los esfuerzos cortantes.

Para los elementos finitos BEAM 4 es válida la teoría general de la flexión y, por lo tanto, son aplicables las hipótesis de deformación plana de Claude-Louis Navier y Jacob Bernouille. En los elementos finitos SHELL 43 se considera la teoría de la flexión de

analyzed is illustrated in Figures 7a) and 7b) (SF\_MG\_V3C\_mod.db).

The calculations involved were non-linear, for second order effects (buckling) were considered, but assuming elastic behaviour in the material, as per the stress-strain ratio ( $E'$ ). To ensure process safety, a check was subsequently run to verify that in the critical sections, the product  $E' I'$  (considering only the steel and the compressed cross-section of the concrete) was greater than the product used, namely  $E' I$  (considering the gross cross-section). This analysis also included shear-induced deformation.

Since general bending theory is valid for BEAM 4 finite elements, Claude-Louis Navier's and Jacob Bernouille's planar deformation hypotheses could be applied. The Reissner-Mindlin bending theory used in the SHELL 43 elements was formulated for this element on the grounds of the following assumptions:

- Plate displacements were perpendicular to the direction of its middle surface.
- The vectors perpendicular to the middle surface need not be perpendicular to the that surface after deformation.

The following three load cases were considered in the structural engineering for the Sagrada Familia.

- The first, covered the (permanent and live) vertical loads, to which a load factor of 1,8 was applied.
- The second included horizontal wind loads in addition to the permanent and live loads. Here the load factor was  $0,9 \times 1,8 = 1,62$ .
- The third case covered horizontal seismic action as well as the permanent and live loads in the first case. Here

Reissner-Mindlin, que se formula, para este elemento, a partir de las hipótesis siguientes:

- Los desplazamientos de la placa se consideran en la dirección perpendicular a su superficie media.
- Los vectores perpendiculares a la superficie media no deben seguir siendo, necesariamente, perpendiculares a la superficie media una vez producida la deformación.

En el cálculo de la estructura del templo de la Sagrada Familia se han considerado las siguientes tres hipótesis:

- La primera hipótesis corresponde a las cargas verticales (cargas permanentes y sobrecargas) a las que se aplica un coeficiente de mayoración de cargas de 1,8.
- La segunda hipótesis considera, además de las cargas de la primera hipótesis, la acción horizontal del viento. En este caso el coeficiente de mayoración de cargas es igual a  $0,9 \times 1,8 = 1,62$ .
- La tercera hipótesis está compuesta por las cargas de la primera más las acciones horizontales sísmicas. El coeficiente de mayoración de cargas considera la acción sísmica sin mayorar y el resto de cargas afectado por  $0,8 \times 1,8 = 1,44$ .

La primera y la segunda hipótesis se han calculado, como ya se ha indicado, considerando los efectos de segundo orden –afectación del cambio de geometría y, en consecuencia, el pandeo-. En la tercera hipótesis se ha realizado previamente un cálculopectral con el espectro de respuesta que especifica la norma NCSE-02 “Norma de construcción sismoresistente (parte general y edificación)”. Este cálculo ha generado las acciones sísmicas que se han introducido en la tercera hipótesis, que se ha analizado de forma lineal, es decir, considerando sólo los efectos de primer orden, ya que el análisis modal y espectral sólo puede realizarse, mediante el programa ANSYS, en 1<sup>er</sup> orden. Los coeficientes de seguridad adoptados en el cálculo de la estructura del Templo de la Sagrada Familia corresponden a los prescritos en la instrucción EH-80 “Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa o armado” y en la posterior revisión EH-91 en cuyo cuadro 31.3 se determina que el coeficiente de mayoración de las acciones, con control normal de los materiales y con daños previsibles tipo C (obras cuyo fallo pueden ocasionar pérdidas muy importantes), es de 1,80. Aunque instrucciones posteriores (EHE-98 y 08) permiten su reducción, se ha decidido mantenerlos por coherencia entre las partes de la estructura y dado el grado de incertidumbre en las zonas por construir que no están suficientemente precisadas.

Se ha realizado un modelo para cada una de estas 3 hipótesis ya que, al utilizarse un cálculo no lineal, en segundo orden, no es válido el principio de superposición.

Proyecto y construcción del cierre del ábside de la Sagrada Familia

*the load factor accommodated seismic action without increasing the other loads:  $0,8 \times 1,8 = 1,44$ .*

*The first and second cases were calculated, as noted, taking second order effects, i.e., geometric changes and therefore buckling, into consideration. For the third load case, prior spectral calculation was conducted with the response spectrum specified in Spanish standard NCSE-02 on seismic-resistant construction to generate the seismic actions introduced. This case was analyzed linearly, i.e., considering first order effects only because these are the only effects accommodated by ANSYS software in modal and spectral analysis. The safety factors adopted in Sagrada Familia structural engineering were drawn from Spanish building code EH-80 on plain or reinforced concrete design and construction. In the revision published as EH-91 (in Table 31.3) the load factor stipulated for actions with standard materials control and type C damage (works where failure can occasion very substantial losses) is 1,80. While later codes (EHE-98 and 08) provide for reductions in this figure, it was maintained here for reasons of consistency with other parts of the structure*

*A separate model was developed for each of the three cases, as required in non-linear, second order calculations.*

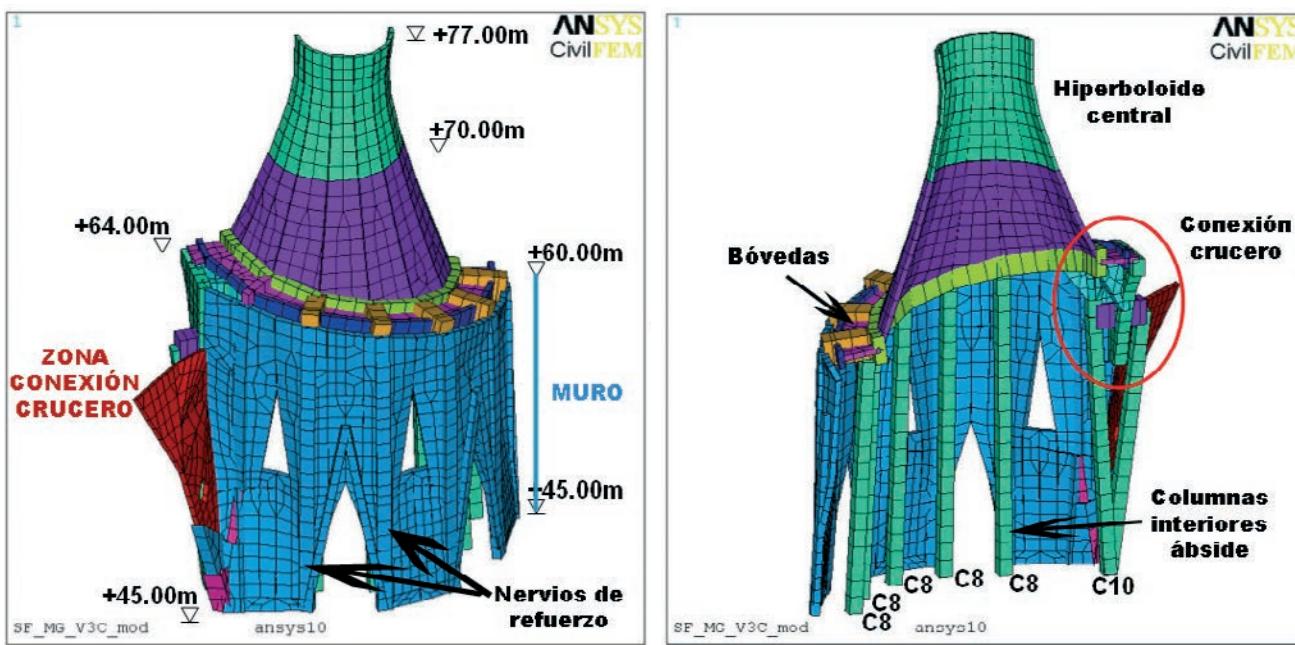
*Some of the temple members could not be analyzed with the BEAM 4 and SHELL 43 elements mentioned above, for the distance spanned by plates or beams between supports, divided by their depth, is less than 2. These members, which do not conform to general bending theory, fall under the “D” regions defined in Spanish concrete code EHE-08 (Article 24, D Regions) [12]. They can be analyzed with strut and tie models, suitable for large depth structures. The calculations conducted were applied to specific models developed for each member, in which the forces and creep obtained as results of the general model described above were also applied.*

## 4.2. Specific aspects of structural members

*The following discussion addresses specific aspects of the apse façade from elevation + 45,00 to + 64,00 m, the vaults located between elevations + 60,00 and + 64,00 m and the central hyperboloid over the apse that springs from an inclined plane over the apse at + 60,00 to + 64,00 m and rises to + 77 m (see Figure 8).*

*The apse façade is located between elevations + 45,00 and + 60,00 m. Practically vertical, it consists of a reinforced concrete wall that varies in thickness from a minimum of 25 cm to a maximum of about 30 cm. The siding on the outside façade is 10-cm thick stone cladding, while the interior finish is fair-faced concrete.*

*The standard part of this façade forms a circular arc, which rotates in the special area to connect into the transept façade centroids. Strengthening ribs, which were analyzed as if they were bars embedded in the wall, are*



**Figura 8.** Vista del hiperboloide central del ábside y muro de apoyo (media sección): a) exterior y b) interior  
**Figure 8.** View of the central hyperboloid over the apse and supporting wall (half cross-section): a) exterior and b) interior

En la estructura del Templo hay elementos que no pueden ser analizados mediante los elementos finitos indicados anteriormente (BEAM 4 y SHELL 43), ya que la luz entre soportes, de las vigas o de las placas, dividida por el canto, es inferior a 2. Se trata, pues, de elementos que no cumplen la teoría general de flexión, las regiones D definidas en la instrucción EHE-08 (artículo 24, Regiones D) [12]. El análisis de estos elementos puede realizarse por medio de modelos de bielas y tirantes, como corresponde a estructuras de gran canto. Estos cálculos se han aplicado a modelos concretos para cada uno de ellos, en los que se han aplicado las fuerzas y los corrimientos obtenidos en el modelo general anteriormente descrito.

#### 4.2. Aspectos concretos de los elementos estructurales

En lo que sigue se reflejan los aspectos concretos que componen la fachada del ábside de la cota + 45,00 a la + 64,00 m, las bóvedas situadas entre las cotas + 60,00 y + 64,00 m y el hiperboloide central del ábside, que arranca de un plano inclinado de las cotas + 60,00 a + 64,00 m y llega hasta la cota + 77 m (ver figura 8).

La estructura de la fachada del ábside está situada entre las cotas + 45,00 y + 60,00 m. Está compuesta por un muro de hormigón armado de espesor variable, con un mínimo de 25 cm y un promedio de unos 30 cm, y es prácticamente vertical. El exterior de esta fachada estará recubierto por un paramento de piedra de unos 10 cm de espesor y el acabado interior será de hormigón visto.

La parte estándar de esta fachada forma un sector circular en planta mientras que la zona especial gira

*distributed evenly along the façade at each geometric inflection in the plan layout. The triangular window openings are positioned in-between these ribs.*

*This system of walls and ribs, along with the columns inside the apse, carries the vertical load from the apse tower to the members at lower elevations. Figure 9 contains a digitized image of the apse façade between elevations + 45,00 and + 64,00 m.*

*The vault structure between elevations + 60,00 and + 64,00 m is a closed perimetric interior ring over the apse of the façade, as Figure 10a) shows. As the springing height of this set of vaults rises as it nears the transept, the ring forms a ramp with a maximum difference in elevation of around 4 m.*

*The ring structure consists of a 30-cm thick slab bound by two perimetric suspended beams, one on the in-and the other on the outside, along with one likewise suspended transverse beam over each interior column in the apse. In the standard part of the vaults, these transverse beams have a constant cross-section and rest on the eight-arris interior columns (C8) as well as the façade ribs.*

*In the special area close to the transept, by contrast, these transverse beams grow into a series of triangular gussets embedded in a huge arch beam that joins the apse to the transept. This arch is embedded in the apse façade wall and rests on a large suspended beam that joins the branches in the ten-arris column (C10). The connection between the transept and the apse rotates on this column, as depicted in the detail of the area around the arch, including the triangular gussets and the suspended beam, shown in Figure 10b).*

*All the columns in the temple, including the 8- and 10-arris columns and their branches in the transept and apse*

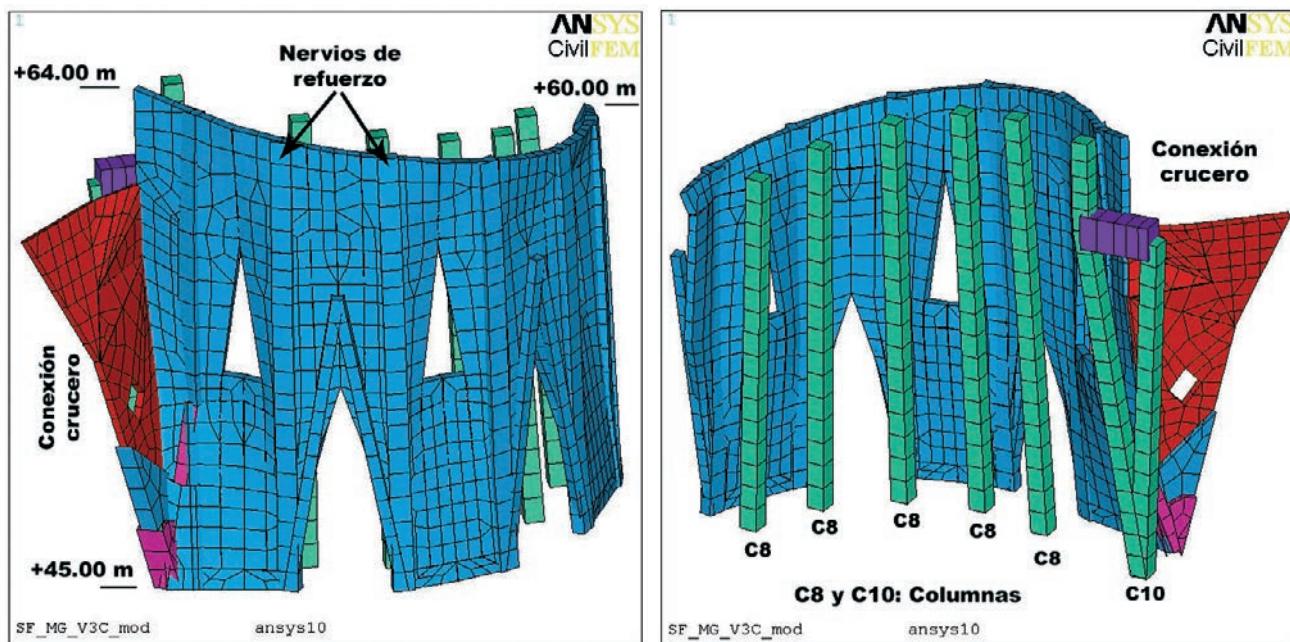


Figura 9. Muro y columnas del ábside (media sección): a) vista exterior y b) vista interior  
Figure 9. Apse wall and columns (half cross-section): a) exterior and b) interior

para buscar las directrices de la fachada del transepto. Repartidos homogéneamente y situados en cada inflexión geométrica en planta, aparecen unos nervios de refuerzo que se analizan como barras embebidas en el muro. Entre estos nervios se sitúan las aperturas triangulares de los ventanales.

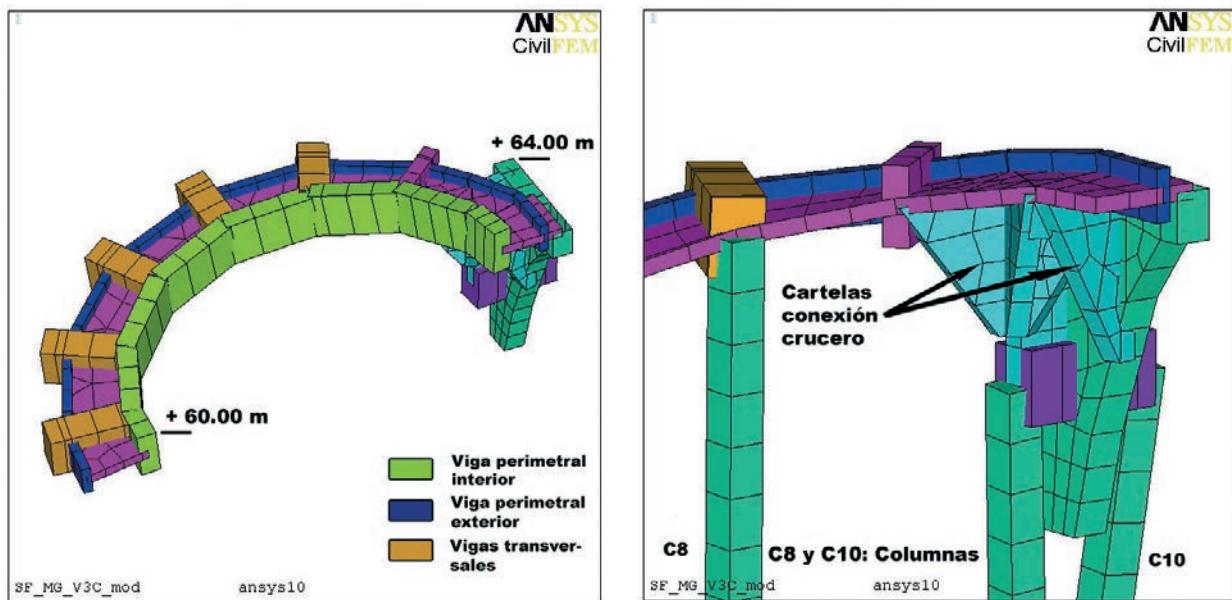
Todo este conjunto de muros y nervios, junto con las columnas interiores del ábside, son los encargados de transmitir la carga vertical de la torre del ábside hacia los elementos de las cotas inferiores, tal como puede verse en la figura 9, correspondiente a la fachada del ábside entre las cotas + 45,00 m y + 64,00 m.

La estructura de las bóvedas situadas entre las cotas + 60,00 y + 64,00 m es un anillo cerrado y perimetral

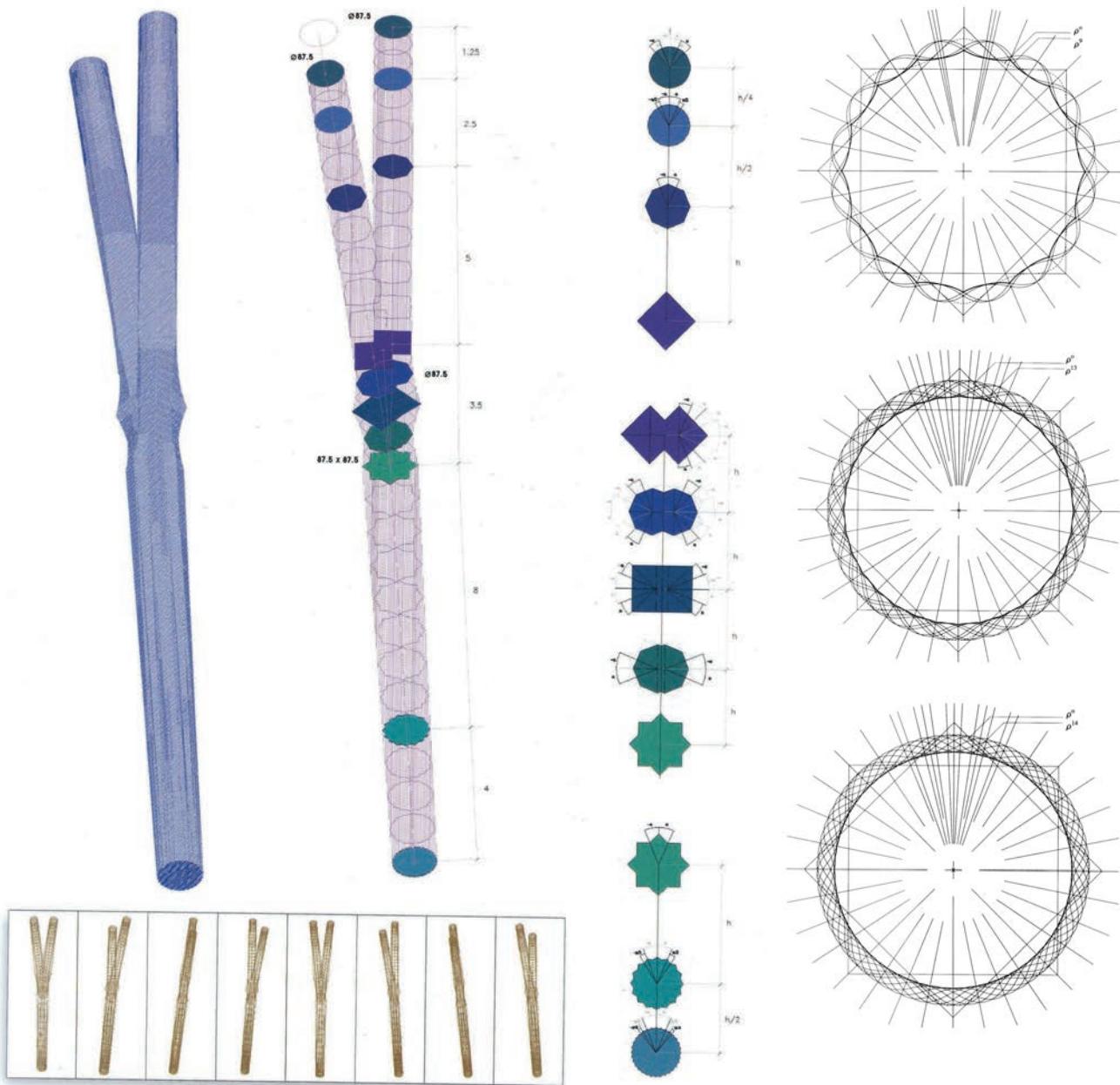
were generated with the same "double rotation" mechanism [13]. With this mechanism, illustrated in Figure 11, two helicoid surfaces rise from the same star-shaped polygon that forms the base, rotating in opposite directions. When these two helicoids intersect, they generate new arrises whose number grows to ultimately form a circle.

This mechanism enabled Gaudí to build the movement described into the columns without forfeiting a good structural cross-section - bearing capacity ratio. At the same time, he attained formal continuity between the arrises and surfaces of columns and branches..

The base for the 8-arris column, then, consists of two squares rotated at 45° angles and for the 10-arris column



Figuras 10. Bóvedas entre la cota 60 m y la 64 m: a) anillo de atado (media sección) y b) detalle de la transmisión a las columnas  
Figure 10. Vaults between elevation 60 and 64 m: a) tie ring (half cross-section) and b) detail of load transmission to the columns



**Figura 11.** Mecanismo de generación de las columnas del templo, concretamente de la columna de 8 aristas, y de su bifurcación  
**Figure 11.** Mechanism for generating temple columns, specifically the 8-arris column, and its separation into branches

en el contorno interior sobre la fachada del ábside, tal como puede verse en la figura 10a. Todo este conjunto de bóvedas gana altura a medida que se acerca a la zona del crucero, hecho que comporta que el anillo forme una rampa con un desnivel máximo de unos 4 m.

La estructura de este anillo es una losa de 30 cm de espesor limitada por dos vigas de canto perimetrales –una en el interior y otra en el exterior– y hay otra viga transversal, también de canto, en cada pilar interior del ábside. En la zona estándar de las bóvedas, estas vigas transversales son de sección constante y están soportadas por las columnas interiores de ocho aristas (C8) y por los nervios de la fachada.

En cambio, en la zona especial próxima al crucero, estas vigas transversales se transforman en un conjun-

of two pentagons rotated at 36° angles. The height and minimum diameter, and hence the slenderness ratio, of each column varies depending on its bearing capacity. The minimum diameter is the diameter of the final circle. All the columns in the Sagrada Familia, initially designed to be made of solid stone, are presently being built with reinforced concrete cores and a stone cladding used as permanent formwork. The stone, as Gaudí specified, varies with the bearing capacity of the column: the 8-arris columns are clad with granite, while the 10-arris members have a basalt finish.

The central hyperboloid inside the apse tower rises from + 60,00 to + 77,00 m. It springs from the inside beam on the vaults at elevation + 60,00 m (see Figure 12). Its axis is slightly inclined and its diameter measures 12 m at the base and 4,5 m at the neck, which is located at approximately + 75,00 m.

to de cartelas triangulares empotradas en una gran viga en forma de arco que cierra y une el ábside con el crucero. Este arco está empotrado en el muro de la fachada del ábside y soportado por una gran viga de canto que une las ramificaciones de la columna de diez aristas (C10) que articula el giro entre el transepto y el ábside, tal como puede verse en la figura 10b, en la que se muestra un detalle de la zona del arco con las cartelas triangulares y la viga de canto que une las ramificaciones de la columna C10.

Todas las columnas del templo y en concreto las del crucero y del ábside, las de 8 y 10 aristas y todas sus ramificaciones, tienen un mismo mecanismo de generación que puede denominarse de doble giro [13]. En la figura 11 se puede ver el mecanismo de generación de las columnas.

A partir de un mismo polígono estrellado como base, dos superficies helicoidales se elevan y giran en direcciones opuestas. La intersección de estos dos helicoides de giro inverso provoca, cuando se cortan entre sí, nuevas aristas que se van multiplicando hasta llegar al círculo, en el límite.

Este mecanismo de generación le permitió a Gaudí dotar a las columnas del mencionado movimiento, sin renunciar a una muy buena relación entre sección estructural y capacidad resistente y conseguir, a su vez, una continuidad formal entre las aristas y las superficies de las diferentes columnas y sus ramificaciones.

Así la columna de 8 aristas tiene como base dos cuadrados girados  $45^\circ$  y la de 10 aristas dos pentágonos girados  $36^\circ$ . Cada una de estas columnas tiene una altura y un diámetro mínimo, y por lo tanto una esbeltez distinta en función de su capacidad resistente. Dicho diámetro corresponde al del círculo final. Todas las columnas de la Sagrada Familia, previstas inicialmente de piedra maciza, se construyen actualmente de hormigón armado en el centro y piedra alrededor como encofrado perdido. Dicha piedra, tal y como había previsto Gaudí, varía en función de la capacidad resistente de la columna, así la de 8 aristas es de granito mientras que la de 10 aristas es de basalto.

El hiperboloide central del interior de la torre del ábside está comprendido entre las cotas + 60,00 y + 77,00 m y empieza a partir de la viga interior de las bóvedas de la cota + 60,00 m (Ver figura 12). Su eje está ligeramente inclinado, tiene un diámetro de 12 m en la base y un collarín de unos 4,50 m de diámetro, situado en la cota + 75,00 m aproximadamente.

La estructura de este hiperboloide es una losa de 30 cm de espesor, entre las cotas + 60,00 m y + 70,00 m, y de 20 cm de espesor entre las cotas + 70,00 m y + 77,00 m. En el punto donde se produce el cambio

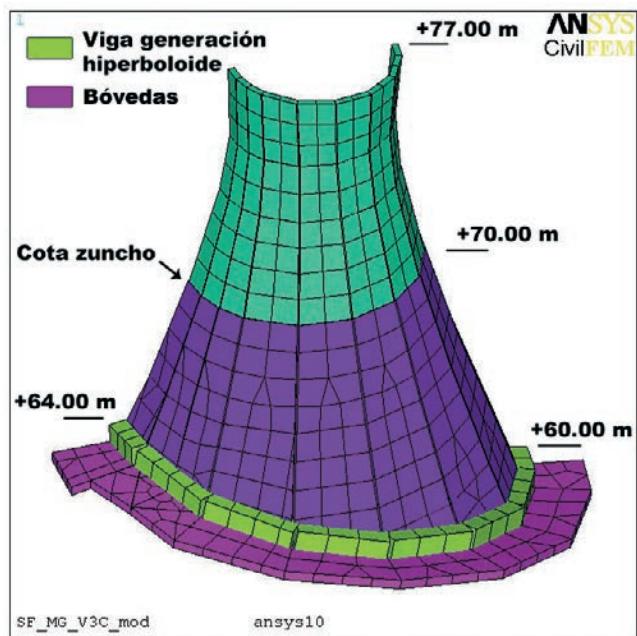
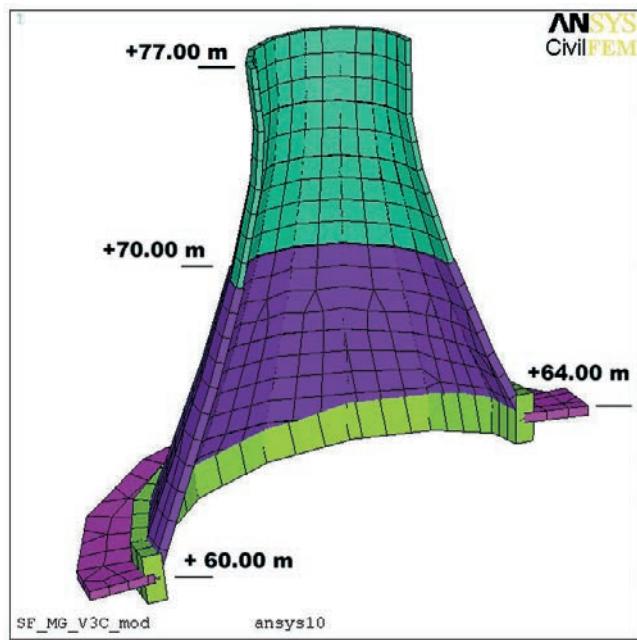


Figura 12. Vista del hiperboloide central del ábside (media sección): a) interior y b) exterior

Figure 12. View of the central hyperboloid over the apse (half cross-section): a) Interior and b) exterior

The slab constituting the hyperboloid is 30 cm thick from + 60,00 to + 70,00 m, and 20 cm thick from + 70,00 to + 77,00 m. The point where the cross-section changes is girdled by a reinforcing hoop which, in addition to accommodating the change in slab thickness, houses the anchors for the horizontal elements that brace the apse tower.

As the first closed circumferential member that bears the loads induced by the apse tower, the vault-hyperboloid system participates actively in containing the horizontal stress generated.

Due to the extreme stress to which the apse façade is subjected, high strength concrete had to be used in its

de sección se construye un zuncho que, aparte de asumir el cambio de espesor de la losa, es donde se anclan los elementos horizontales que arriostran la torre del ábside.

Todo el conjunto estructural bóvedas-hiperboloides central conforma el primer elemento circunferencial cerrado que soporta las cargas de la torre del ábside y, por lo tanto, participa activamente en la contención de los esfuerzos horizontales que se generan.

Debido al elevado estado tensional a que está sometida la estructura de la fachada del ábside ha sido necesario utilizar hormigón armado de altas prestaciones, con una resistencia característica a 28 días superior a 60 N/mm<sup>2</sup>.

#### 4.3. Resultados obtenidos en el análisis estructural realizado

En este apartado se describen los resultados del cálculo de esfuerzos a los que están sometidos los forjados y los muros de la zona analizada (fachada del ábside entre las cotas +45,00 y 64,00 m, las bóvedas situadas entre las cotas +60,00 y +64,00 m y el hiperboloides central del ábside) bajo la segunda hipótesis de carga (acciones verticales y viento). Es decir, la totalidad de la carga vertical y la acción del viento en la dirección crucero – ábside (-z). En general, la dirección X de los elementos verticales (muros) es horizontal y la dirección Y corresponde a la vertical. Las unidades de los resultados recogidos en las siguientes figuras están expresadas en el sistema internacional, es decir, en newtons y metros.

En las figuras 13a y 13b se puede ver el esfuerzo axial en las direcciones X e Y respectivamente (TX y TY). El mayor esfuerzo axial de compresión se produce en la

construction, with a 28-day characteristic strength of over 60 N/mm<sup>2</sup>.

#### 4.3. Structural analysis findings

This item describes the results of the calculations to find the stress to which the floor slabs and walls in the area analyzed (apse facade from + 45,00 to + 64,00 m; vaults between + 60,00 and + 64,00 m; and the central hyperboloid over the apse) are subjected under the second load case (vertical and wind action). In other words, it includes the entire vertical load and the wind action in the transept-apse direction (-z). As a rule, the X direction of vertical members (walls) is horizontal while the Y direction is vertical. The results shown in the following figures are expressed in Newtons and metres.

The axial stress in directions X and Y (TX and TY) are respectively depicted in Figures 13a) and 13b). The greatest axial compressive stress appeared in the area around the transept, with a maximum value of -0,927E7N/m (dark blue area at the lower left in Figure 13b), induced by the weight of the evangelist and Christ towers. The greatest axial tensile stress, by contrast, appeared around the two triangular windows closest to the transept (red area in Figure 13b). The maximum value was 0,327E7N/m.

Figures 14 and 15 respectively show the results for shear stress (TXY) and torsional moment (MXY) on the X-Y plane.

The greatest shear stress and torsional moments appeared in the area around the base of the apse facade closest to the transept, where the cross-section is smaller, with a maximum shear of 0,259E7N/m and a maximum torsion of 0,0462E7Nm/m. This is because the horizontal forces induced by wind action are transferred from the transept to the apse across this area, located on the lower right in both figures.

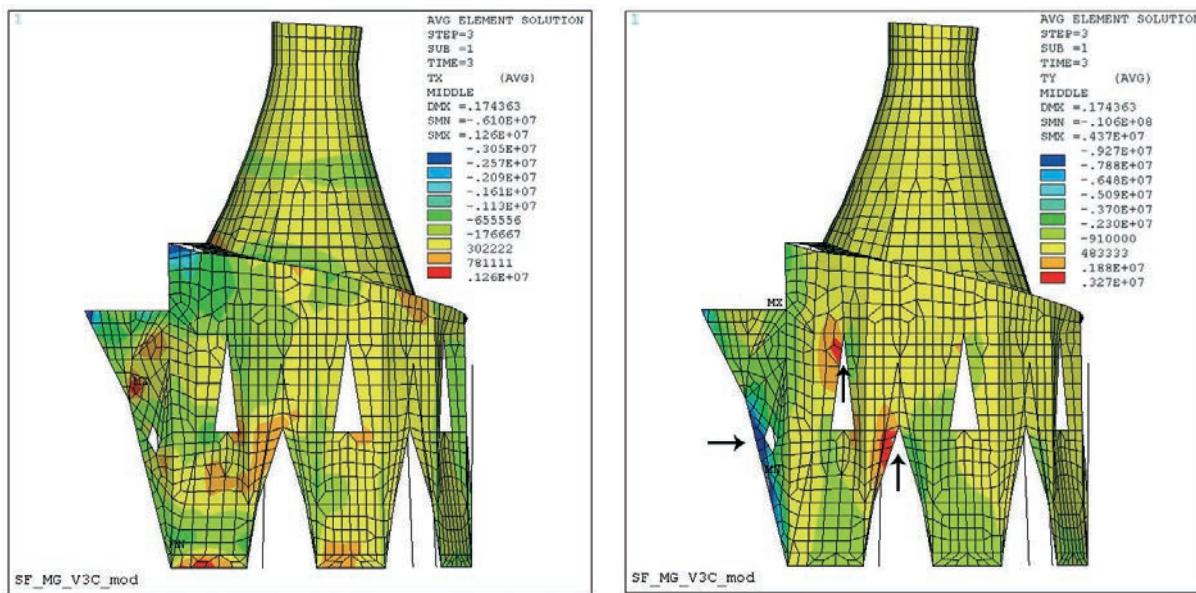
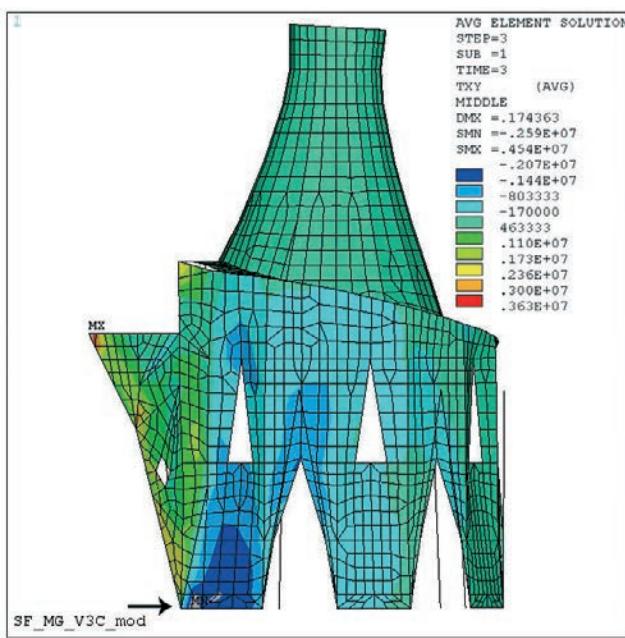
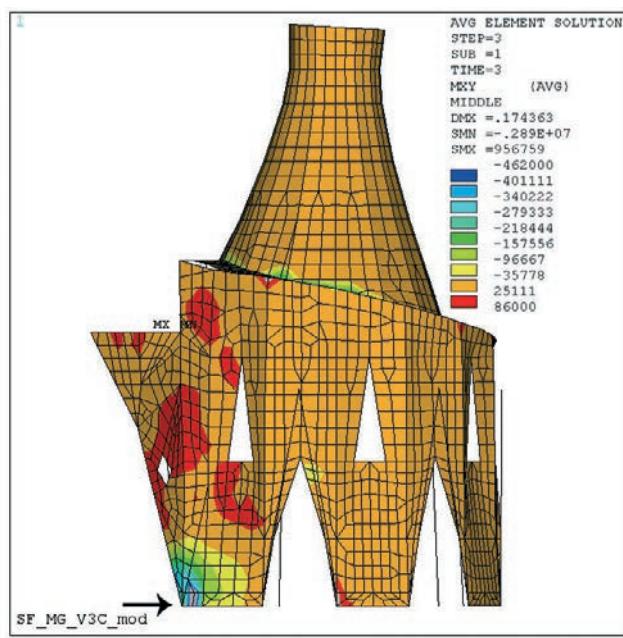


Figura 13. Esfuerzo axial en la dirección X (a) y en la dirección Y (b)  
Figure 13. Axial forces in direction X (a) and Y (b)



**Figura 14.** Esfuerzo rasante en el plano X-Y  
**Figure 14.** Shear force in the X-Y plane



**Figura 15.** Momento torsor en el plano X-Y  
**Figure 15.** Torsional moment in the X-Y plane

zona próxima al crucero, con unos valores máximos de  $-0,927E7N/m$  (de color azul oscuro en la zona inferior-izquierda de la figura 13b), y esto es debido al mayor peso de las torres de los Evangelistas y de la torre de Cristo. En cambio, los mayores esfuerzos axiales de tracción se producen alrededor de los dos ventanales triangulares más próximos al crucero (de color rojo en la figura 13b). Los valores máximos son de  $0,327E7N/m$ .

En las figuras 14 y 15 se presentan, respectivamente, los resultados del esfuerzo rasante (TXY) y el momento torsor (MXY), esfuerzos en el plano X-Y.

Los mayores esfuerzos rasantes y momentos torsores se producen en la zona de la base de la fachada del ábside más próxima al crucero, donde la sección es menor, con un valor máximo del esfuerzo rasante de  $0,259E7N/m$  y un valor máximo del momento torsor de  $0,0462E7Nm/m$ . Esto es debido a que las fuerzas horizontales, producidas por la acción del viento, se transmiten del crucero al ábside a través de esta zona, situada en la parte inferior izquierda de ambas figuras.

En las figuras números 16a y 16b podemos ver los momentos flectores en las direcciones X e Y (MX y MY). La distribución de los momentos flectores, tanto en la dirección X como en la dirección Y, es más uniforme a lo largo de toda la fachada del ábside. Los mayores momentos se producen en las zonas con mayor curvatura, con valores de  $24000\text{ Nm/m}$  en la dirección X y de  $492000\text{ Nm/m}$  en la dirección Y.

En las figuras números 17a y 17b se pueden ver los esfuerzos cortantes en las direcciones X e Y (NX y NY) a que están sometidas las placas. Los mayores esfuerzos cortantes, tanto en la dirección X como en la dirección Y, se producen en las aristas de la fachada del ábside, con valores máximos de  $0,611E7\text{ N/m}$  en la dirección X y de  $0,436E7\text{ N/m}$  en la dirección Y.

Figures 16a) and 16b) show the bending moments in directions X and Y (MX and MY). The distribution of bending moments in both directions was found to be fairly uniform along the entire apse façade. The largest moments appeared in the areas with the greatest curvature, with values of  $24000\text{ Nm/m}$  in the X and of  $492000\text{ Nm/m}$  in the Y direction.

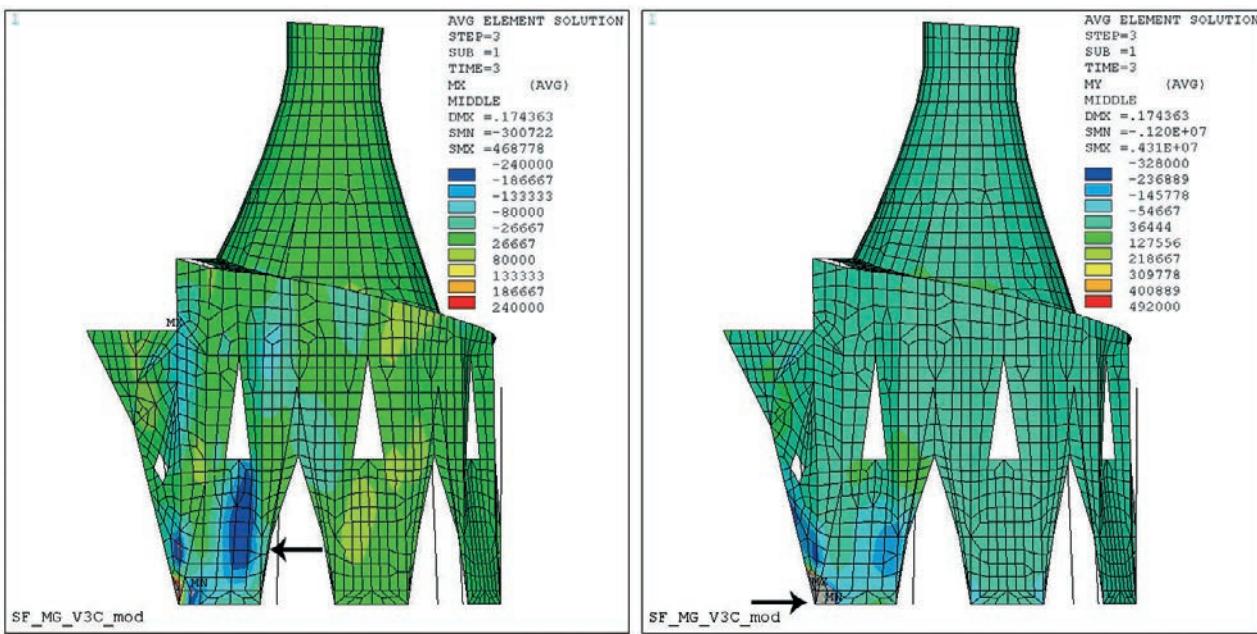
Figures 17a) and 17b) show the shear stress in directions X and Y (NX and NY) acting on the plates. The greatest shear appeared along the arris on the apse façade in directions X and Y both, with maximum values of  $0,611E7\text{ N/m}$  in the X and  $0,436E7\text{ N/m}$  in the Y direction.

These results can only be accurately interpreted against the backdrop of the most surprising characteristic of Gaudí's calculations, always characterized by their simplicity and a brilliant conception of structure from the standpoint of the stress network: the decision to disregard for the horizontal action affecting the structure.

Indeed, Gaudí calculated the temple structure with inverted funicular models that take account of gravitational loads only. He most certainly must have thought that all other actions would be of scant significance compared to the weight of a stone structure 170 m tall.

While the maximum compressive stress appeared in case 1 (gravitational loads), the other maximum stress values, primarily for bending moments, were found in cases 2 and 3, where horizontal action was taken into consideration.

Absorbing this stress not initially considered while strictly maintaining all the structural dimensions stemming from Gaudí's intensive work on temple modulation in the framework of the extraordinary geometric precision he developed when he set to work exclusively on the Sagrada Familia, has been the primary structural challenge in this



**Figura 16.** Momento flector en las direcciones X (a) e Y (b)  
**Figure 16.** Bending moment in directions X (a) and Y (b)

Para interpretar este apartado de la forma más correcta es preciso tener en cuenta la característica más sorpresiva de los cálculos de Gaudí, siempre caracterizados por su sencillez y brillante concepción de la estructura en función del plexo tensorial: el olvido de las acciones horizontales que actúan en la estructura.

En efecto, Gaudí calcula la estructura del Templo con modelos antifuniculares que sólo tienen en cuenta las cargas gravitatorias. Consideraba, sin duda, que el resto de las acciones sería poco relevante frente al peso de una estructura pétrea de 170 m de altura.

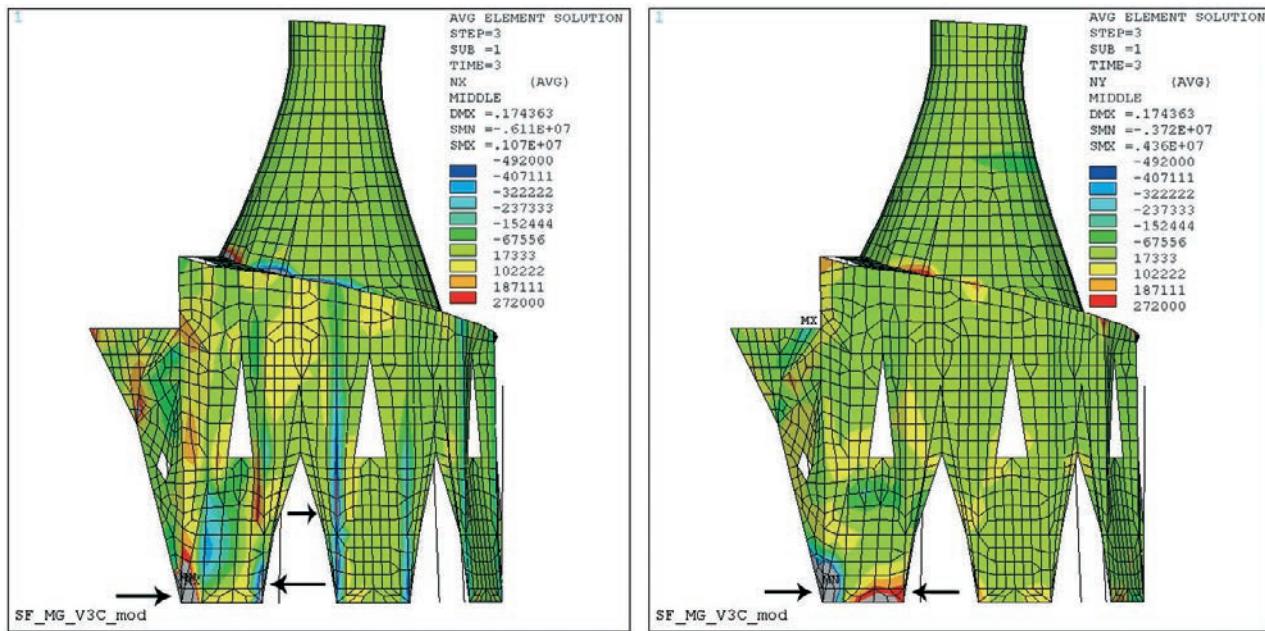
Si bien es cierto que las máximas compresiones apare-

project. Its object, as a result of the author's personality, has become one of contemporary Barcelona's most prominent symbols.

## 5. MATERIALS

### 5.1. Characteristics required of concrete

Initiating the construction of a new part of the temple always raises new challenges that call for modernization not only of construction methods, but of the materials used. Enclosure of the apse was no exception.



**Figura 17.** Esfuerzo cortante en las direcciones X (a) e Y (b)  
**Figure 17.** Shear forces in directions X (a) and Y (b)

cen en la hipótesis 1 (cargas gravitatorias), los restantes esfuerzos máximos, principalmente los momentos flectores, corresponden a las hipótesis 2 y 3, cuando se tienen en cuenta las acciones horizontales.

Absorber estos esfuerzos no considerados inicialmente, manteniendo estrictamente todas las dimensiones estructurales previstas por Gaudí, obtenidas gracias a su enorme trabajo de modulación en el marco de una extraordinaria precisión geométrica que desarrolla cuando se recluye a trabajar exclusivamente en la Sagrada Familia, ha sido el gran reto del cálculo estructural en esta obra que es, gracias a la personalidad de Gaudí, uno de los símbolos señeros de la Barcelona actual.

## 5. MATERIALES

### 5.1. Características requeridas del hormigón

Al iniciar la construcción de una parte nueva del Templo aparecen nuevos retos que hacen necesaria la modernización de los métodos constructivos pero también los materiales. El caso del cierre del ábside no ha sido diferente.

En la Sagrada Familia se emplea principalmente piedra, cerámica y hormigón (ya sea en masa o armado) [14]. En el ábside están presentes todos estos materiales dado que son una continuación de los empleados en las naves principales y el crucero. Sin embargo, la geometría circular de las bóvedas y la necesidad de resistir el peso de la torre sobre el altar han condicionado los requisitos constructivos.

Desde el punto de vista de los materiales, las bóvedas ubicadas a 30 m de altura se han realizado en hormigón blanco. Por otro lado, parte del cierre a 30 y a 45 m se ha realizado con la técnica de la "volta catalana" a base de ladrillería. De forma similar, por encima de este nivel, los muros serán de hormigón armado con un recubrimiento de piedra en las ventanas y el hiperboloide central será de ladrillería.

En todos estos elementos se emplean diferentes tipos de hormigón según las necesidades de cada estructura. Como material de relleno en las partes más masivas se utiliza un hormigón en masa de 25 MPa de resistencia característica a 28 días, en los elementos sometidos a menores solicitudes se emplea hormigón armado de 45 MPa y en las partes que deben soportar las mayores cargas se emplea, desde 1998, hormigón de alta resistencia (HAR) de 60 MPa (si se utiliza cemento gris) y de 80 MPa (si se utiliza cemento blanco) según sea visto o no [15]. Concretamente el núcleo resistente del ábside formado por columnas y bóvedas se ha realizado en HAR como ya se había empleado en el crucero [6]. A continuación se describen en detalle las características especiales del hormigón de la parte de obra en proceso de ejecución: los muros absidiales por encima de la cota 45.

The materials used in the Sagrada Familia are primarily stone, ceramics and (plain or reinforced) concrete. All these materials are present in the apse, which is a continuation of the main naves and transept. The circular geometry of the vaults, however, along with the need to bear the weight of the tower over the altar, conditioned the construction requirements.

The vaults positioned at 30 m off the ground were made with white concrete. On the one hand, part of the enclosure at 30 and 45 m was built using the brick-based "Catalonian" or timbrel vault method. The walls above that elevation will be made of reinforced concrete with stone cladding at the windows. Brick masonry will be used to build the central hyperboloid.

All these members call for different types of concrete depending on structural needs. The binder used in the most massive parts is plain concrete with a 28-day characteristic strength of 25 MPa. Forty five-MPa reinforced concrete is used in the members subjected to lower stress while since 1998 the parts that bear the greatest loads are constructed with 60-MPa (if grey) and 80-MPa (if white, for fair-face finishes) high strength concrete (HSC). More specifically, the bearing core in the apse, consisting of the columns and vaults, was built with the same HSC as used in the transept [6]. The special characteristics of the concrete used in the part of the works underway at this writing, namely the apse walls at elevations above 45 m, are described below.

As a result of the mechanical stress affecting the system explained in section 4 above, a very high compressive strength concrete was required in the apse walls (28-day  $f_{ck}$  of 60 MPa). Moreover, since this concrete will bear no other finish, only white concrete was acceptable. The walls, in turn, posed an additional difficulty: their 15-m height, dense reinforcement and vertical formwork rendered casting and particularly compaction very difficult, calling for highly workable concrete with good bonding properties.

When broaching the construction of this part of the works, the temple's Construction Board considered two approaches: using the same high strength concrete (HSC) as in other parts of the temple, or changing the mix proportions to produce self-compacting high strength concrete (SCC). A series of trials were run on the temple floor from February to June 2009 to provide grounds for opting for one or the other.

The trials to attain self-compacting concrete were designed based on two premises. Firstly, they had to be conducted under the actual worksite conditions (silo and other space constraints and so on). No laboratory tests were run for this reason and the concrete batches, with their varying proportions, were mixed at the temple's own concrete plant. Secondly, the new mix proportion was viewed as an optimization of the concretes used to date, for which reason the materials chosen were the ones available at the worksite.

While self-compacting concrete technology is fairly well known in the precasting industry in Spain, its use in situ

**Tabla 1.** Algunas de las dosificaciones estudiadas  
**Table 1.** Examples of mix proportions studied

Dosificaciones (en Kg/m <sup>3</sup> ) Mix proportions (in kg m <sup>3</sup> )	HAC 1 SCC 1 (20/02/09)	HAC 2 SCC 2 (13/03/09)	HAC 3 SCC 3 (26/06/09)	HAR HSC (06/07/09)
Grava calcárea (5-12 mm) <i>Calcareous gravel (5-12 mm)</i>	280	280	236	1100
Ojo de perdiz granítico (2-6 mm) <i>Granite pebbles (2-6 mm)</i>	420	—	—	—
Ojo de perdiz calcáreo (2-6 mm) <i>Calcareous pebbles (2-6 mm)</i>	—	410	321	—
Arena silícea (0-3 mm) <i>Siliceous sand (0-3 mm)</i>	1100	1100	1071	700
Cemento I 52,5 <i>Cement I 52,5</i>	475	475	475	475
Agua <i>Water</i>	180	144	209	150
Microsilice blanca (kg) <i>White microsilica (kg)</i>	25	25	25	30
Filler calizo <i>Limestone filler</i>	—	—	50	—
Superfluidificante GLENIUM 52 <i>GLENIUM 52 superplasticizer</i>	—	—	—	15
Fluidificante MELCRET PF 75 <i>MELCRET PF 75 plasticizer</i>	3,15	3,15	5	—
Fluidificante GLENIUM 303 SCC <i>GLENIUM 303 SCC plasticizer</i>	9	9	14	—
Humedad arena <i>Sand moisture</i>	3%	3%	4%	4%
Cono de Abrams (cm) <i>Slump test (cm)</i>	—	—	—	25-27
Extensión de flujo (cm) <i>Slump flow test (cm)</i>	> 60	48	65	—
f <sub>cmedia</sub> a 28 días <i>28-day f<sub>cmean</sub></i>	56,84	64,95	60,3	65

Como consecuencia de lo explicado en el apartado 4, el hormigón empleado en los muros del ábside debe tener una resistencia a compresión alta ( $f_{ck}$  a 28 días de 60 MPa) debido a las solicitudes mecánicas del conjunto; además, al ser visto, debe ser hormigón blanco. Por otro lado, el paramento vertical planteaba una nueva necesidad: los 15 m de altura, el fuerte armado y el encofrado vertical dificultaban las maniobras de puesta en obra y especialmente los trabajos de compactación, lo que hacía necesario una gran trabajabilidad presentando además una buena cohesión.

En el momento de abordar la ejecución de esta parte de la obra, desde la Junta Constructora de la Sagrada Familia, se plantearon dos posibilidades: utilizar el Hormigón de Alta Resistencia (HAR), ya empleado en el Templo, o ensayar una nueva dosificación con

is less so. Certain prominent precedents were at hand, such as Barcelona's "Ciudad de la Justicia" (courts of justice compound). Nonetheless, introduction of SCC in the Sagrada Familia constituted a challenge because 60-MPa SCC is not very common outside precasting plants.

## 5.2. Mix proportions studied

A number of trials were run to determine the optimal mix proportions for the conditions at hand. Table 1 contains a summary of the trials that proved to be relevant to subsequent decision-making. In the first trial, conducted on 20 February 2009, the mix was a variation on the HSC used until that date [16], in which the skeleton was modified and two admixtures were included: MELCRET PF-75 (BASF) as a multi-purpose admixture with superplasticizing proper-

Hormigón Autocompactante de Alta Resistencia (HAC). Para tomar la decisión se realizaron diferentes pruebas en la planta del Templo entre febrero y junio de 2009.

Las pruebas para conseguir el hormigón autocompactable se plantearon desde dos premisas diferentes. En primer lugar, debían realizarse en las condiciones reales de la posterior puesta en obra (limitación de disponibilidad de silos y espacio, etc.). Por este motivo no se han realizado ensayos de laboratorio y las diferentes dosificaciones se han amasado en la propia hormigonera del Templo. Por otro lado, la nueva dosificación se planteó como una optimización de los hormigones ya empleados y para ello se han seguido utilizando los mismos materiales disponibles en la obra.

Aunque el hormigón autocompactable es una tecnología ya bastante conocida en nuestro país, especialmente en el ámbito de la prefabricación, no lo es tanto en la construcción *in situ*. A pesar de que existen ejemplos notables, como el empleado en la Ciudad de la Justicia en Barcelona, su introducción en el Templo de la Sagrada Familia suponía un reto dado que un HAC de resistencia característica 60 MPa no es tan frecuente fuera de un entorno de empresas de prefabricación.

## 5.2. Dosificaciones estudiadas

En la búsqueda de la solución de dosificación, y con los condicionantes planteados, se han realizado diversas pruebas con diferentes dosificaciones. A modo de resumen sólo se presentan algunas de ellas en la tabla 1 por la significación que tienen en las decisiones posteriores. Para la primera prueba, realizada el 20 de febrero de 2009, se utilizó una variación de la dosificación empleada hasta entonces para los HAR [16] modificando el esqueleto y añadiéndole dos tipos de aditivo: MELCRET PF-75 (BASF) como aditivo polifuncional, que tiene propiedades superplastificantes en dosis elevadas, (como las propuestas) y GLENIUM 303 SCC (BASF) superplastificante y reductor de agua de alta actividad, capaz de evitar la segregación y compensar la demanda de agua. La modificación del esqueleto pretende, por un lado, tener en cuenta el sistema de puesta en obra (mediante cubilote y posterior vertido mediante trompa), buscando utilizar una mayor cantidad de áridos de menor tamaño [17] y, por otro lado, incorporar el tamaño 2-6 mm, usual en los hormigones convencionales que se usan en el Templo.

En esta 1<sup>a</sup> prueba, aparte de las determinaciones usuales de control (resistencia a compresión) se preparó un molde en forma de caracol con armaduras, para ver cómo se distribuía el hormigón y el acabado del mismo, tal como se muestra en la figura 18. En ella puede verse que, en el momento de la colocación, la fluidez era buena sin presentar segregación y cubriendo todo el recorrido de forma satisfactoria aunque la amasada no era del todo uniforme presentando un aspecto más líquido al principio.

*ties at high doses (such as proposed) and GLENIUM 303 SCC (BASF), a high-rate superplasticizer and water-reducing admixture able to prevent segregation and compensate for water demand. Given the placement system to be used (pouring concrete from a bucket into an elephant trunk), the skeleton was modified, on the one hand, with a view to using the largest possible proportion of small-size aggregate [17], and on the other to also include the 2-6-mm size commonly found in the conventional concrete used in the temple.*

*In this first trial, in addition to the standard control tests (compressive strength), a snail-like mould containing reinforcement was prepared to test the concrete for flow and finish, as shown in Figure 18. As the figure shows, when the concrete was cast it exhibited good flowability and no segregation, covering the entire path satisfactorily. The batch was not entirely uniform, however, for the first concrete poured first appeared to be more liquid.*

*The strength values obtained with this first trial were slightly lower than specified (see Table 1), while the finish showed porous imperfections in the upper part of the mould (see Figure 18d).*

*In light of these results, a series of modifications were introduced until the final mix proportions were defined. The findings are given in Table 1. One of the first measures, based on prior worksite experience, consisted of replacing the granite pebbles with calcareous material to raise strength. This involved changing the aggregate in the silo due to the shortage of storage space. Trials for the next mix proportion (Table 1, SCC 2) were run on 13 March 2009, after taking samples for the slump test (Spanish standard UNE 81.361) and to make specimens for subsequent compressive strength trials. While the strength results were better than with the previous mix proportions, this came at the expense of flowability, for the slump obtained was under 60 cm (see Figure 19).*

*Furthermore, certain flaws were detected in the 1-m<sup>3</sup> vertical axis concrete mixing plant that had been on site since 1998. As the paddles were badly worn, they failed to suitably mix the bottom of the drum, especially in high strength concrete, precisely the type of concrete whose manufacture must be most strictly controlled. For that reason, on the occasion of the SCC mix proportioning trials described here, the mixer was replaced with another, likewise with a vertical axis but in which the mix and mixing energy could be much more closely monitored (see Figure 20). The new mixer, a Mizar MC-1500 1,5-m<sup>3</sup> facility, was fitted with a rotating drum and eccentric paddles and especially designed for processes requiring heavy duty mixing and centrifuging to prevent segregation. This change also entailed replacing the IT weight control system, which in turn led to certain adjustments to the mixing process.*

*The third series of trials (run on 23 March 2009) with the new mixer sought to recover concrete flowability. Forty kg of limestone filler, supplied by PROMSA, were therefore added to enhance workability by increasing the fines in the batch to over 525 kg/m<sup>3</sup>.*



**Figura 18.** Estructura para la primera prueba del HAC realizada el 20 de febrero del 2009. Fuente propia  
**Figure 18.** Mould for the first SCC test conducted on 20 February 2009. Source: authors

En cuanto a los resultados obtenidos, hay que señalar que desde el punto de vista resistente el valor alcanzado en esta primera prueba fue ligeramente inferior al especificado (ver tabla 1) y desde el punto de vista de acabados quedaban poros en la parte superior, tal como se observa en la figura 18d.

A la luz de esos resultados se realizaron diversas modificaciones hasta llegar a la dosificación final. Los resultados se recogen en la tabla 1. Una primera actuación, basada en la experiencia anterior de la obra, fue cambiar el árido medio (ojo de perdiz) granítico a calcáreo con el objetivo de aumentar la resistencia. Esta medida supuso cambiar el árido del silo ya que no existía tanta disponibilidad de almace-

*An attempt was also made to adjust the granular skeleton by reducing the proportion of large and medium gravel and pebbles (2-6-mm) because the shape index in such types of aggregate is low. This has an adverse impact on mix workability. The results of these series were less than optimal, for the compressive strength values showed greater dispersion than usual. Although some of the specimens tested exhibited the expected flowability and strength results, further adjustment was deemed to be necessary. Other possible causes of the dispersion, such as the sampling system, were not ruled out, however.*

*Subsequent adjustments led to the proposal shown as SCC 3 in Table 1. The test findings showed that one of the main*



**Figura 19.** Ensayos de extensión de flujo: a) 13/03/09 y b) 26/06/09. Fuente propia  
**Figure 19.** Slump tests: a) 13/03/09 and b) 26/06/09. Source: authors

namiento. La siguiente dosificación (tabla 1, HAC 2) se probó el 13 de marzo de 2009 habiéndose tomado muestras para el ensayo de extensión de flujo (UNE 81.361) y para la determinación de la resistencia a compresión. Los resultados de la resistencia mejoraron con respecto a la dosificación anterior, si bien, se perdió algo en la fluidez, obteniéndose una extensión de flujo menor a 60 cm (ver figura 19).

Por otro lado, se detectaron ciertas deficiencias en la hormigonera de eje vertical de 1 m<sup>3</sup> existente en la planta desde 1998. Las palas sufrían un desgaste importante y se dejaba la parte inferior sin un adecuado amasado, especialmente cuando se trataba de hormigones de altas prestaciones, que son, por otro lado, en los que es necesario controlar al máximo el proceso de fabricación. Para ello, con motivo de las pruebas de dosificación de hormigones HAC aquí descritas, se procedió al cambio de la hormigonera, adoptándose una amasadora también de eje vertical pero que permite controlar mucho más la mezcla y la energía de amasado (ver figura 20). Se colocó una mezcladora de eje vertical marca Mizar modelo MC-1500 de 1,5 m<sup>3</sup> de capacidad con cuba giratoria y brazos excéntricos, especialmente indicada para procesos que necesiten grandes potencias de mezcla evitando disgregaciones y centrifugación de los diferentes materiales. Este cambio también trajo consigo la sustitución del sistema informático de control de pesadas lo que implicó cierto ajuste del proceso de amasado.

En la tercera tanda de pruebas (realizada el 23 de marzo de 2009), ya con la nueva hormigonera, se buscaba recuperar la fluidez de la amasada. Para ello se añadió al conjunto 40 kg de filler calizo proveniente de PROMSA con el objetivo de aumentar la cantidad de finos de la amasada por encima de los 525 kg/m<sup>3</sup> y así aportarle trabajabilidad al conjunto.

También se intentó ajustar el esqueleto granular de la dosificación reduciendo la cantidad de grava y ojo de perdiz (2-6 mm). Ello responde a que el coeficiente de forma del árido medio y grueso es bajo de manera que complica la trabajabilidad de la mezcla. En estas series los resultados no fueron los deseados ya que la resistencia a compresión presentaba una dispersión mayor a la usual y, aunque algunas de las probetas ensayadas sí dieron los resultados de fluidez y resistencia esperados, se consideró oportuno seguir profundizando en los ajustes, sin descartar otras posibles causas de estas dispersiones, tales como el sistema de la toma de muestras.

Los ajustes posteriores condujeron a la propuesta que aparece como dosificación 3 en la tabla 1. Los diferentes ensayos realizados mostraron que uno de los elementos principales a controlar era la cantidad de agua libre; la cantidad de finos de la mezcla hacía el resultado muy sensible a este componente. La excesiva humedad que en ocasiones presentaban las arenas (en alguna de las pruebas llegó a ser del 16 %) dificultaba el amasado al disponer de poca agua libre, lo que obligaba a tener que aportar más agua para lubricar, con la



**Figura 20.** Nueva central hormigonera ubicada dentro del recinto de la Sagrada Familia

**Figure 20.** New concrete mixing plant at the Sagrada Familia worksite

*elements to be controlled was the amount of free water, for the large proportion of fines made the results particularly sensitive to this component. The excess moisture found in the sand on occasion (up to 16 % in some of the trials) hindered mixing due to the paucity of free water. This led to the addition of more water for lubrication, with the concomitant adverse effect on strength. The moisture in the fines therefore had to be controlled, improving the materials in such mixes by using dry sand. The important lesson learnt here was the importance of balanced process development, which involved not only improving equipment, but also monitoring the main parameters.*

*Finally, concrete was cast for the first section of wall from 6 to 10 July 2009, without SCC. In light of the scant confidence in the proportioning change proposed, the site management decided to use HSC. This decision was based, on the one hand, on the dispersion of strength results mentioned earlier, and on the other, on the SCC finish. Once hardened, the surface was uneven, especially after bush-hammering (see the photographs of a wall built with one of the trial batches in Figures 21a) and 21b). The excessive porosity made these concretes unsuitable for the fair-faced parts of the temple. Nonetheless, since the distance from the viewer would be many times greater than in the photo, these imperfections might be admissible in the final analysis.*

*The decision in any event was to use the same HSC as in previous work on the temple and facilitate casting with external compaction methods as well as internal vibrating. Some of the vibrators were forfeited during these operations, however, because of the tendency for the heads to get caught in the dense reinforcement lattice and break off.*

*As Table 1 shows, the HSC mix proportion had less coarse aggregate than the SCCs tested. Moreover, it contained GLENIUM 52 (BASF) as the superplasticizing admix-*



**Figura 21.** Pruebas de acabado: a y b) de HAC y c y d) HAR. Fuente propia  
**Figure 21.** Finishing tests: a) and b) SCC finishing and c) and d) HSC finishing. Source: authors

consiguiente repercusión negativa en la resistencia. Para ello, era de gran importancia poder controlar la humedad aportada por los áridos finos, teniendo que mejorar los materiales de las últimas amasadas utilizando arena seca. Cabe reseñar como enseñanza la importancia que tiene un desarrollo equilibrado del proceso, debiéndose mejorar no sólo los equipos sino también el control de los parámetros principales.

Finalmente, entre el 6 y el 10 de julio de 2009, se hormigonó el primer tramo de muros sin utilizar HAC. La Dirección Facultativa tomó la decisión de utilizar finalmente la dosificación del HAR ante la falta de confianza en el cambio propuesto. Los motivos hay que buscarlos, por un lado, en la dispersión de resultados en cuanto a resistencia anteriormente comentada y, por otro lado, en el acabado del HAC. Una vez endurecido éste presentaba un aspecto poco uniforme, especialmente si se abujardaba, tal como puede verse en las figuras 21a y 21b, que se corresponden con un muro hormigonado con una de las dosificaciones de prueba. La porosidad excesiva de la superficie no lo hace óptimo para partes vistas del Templo. También es cierto que la distancia de observación será grande y evidentemente superior a la señalada en la foto, lo que podría permitir esa porosidad.

En cualquier caso, ante este conjunto de circunstancias, se tomó la decisión de emplear el HAR ya utilizado con anterioridad y acabar de facilitar la colocación con un compactado exterior de los encofrados y unos vibradores internos, aunque algunos de ellos se

ture, especially designed to obtain high strength and a high quality finish.

Nonetheless, a decision has been adopted to use HAC as an interior finish for the the central hyperboloid. Although the exterior is brick, in the months to come HAC with a characteristic strength of 35 MPa will be used on the inner face of this structure.

## 6. CONSTRUCTION PROCESS

### 6.1. Preliminary work

The apse is particularly representative of the evolution of the works on the temple since the cornerstone was laid in 1882. As noted earlier, Gaudí took over the project a year after work had begun, when the crypt located under the apse was already under construction (Figure 22a). While respecting the work done, Gaudí raised the height of the crypt to enhance its ventilation and illumination, proceeded to install naturalist adornments and modified the entrance to the crypt from inside the temple, replacing the central staircase with two circular stairways, one on each side.

Gaudí conceived and designed this immense structure as a whole but intended to build it outer vertical section by section, so that each generation would see part of the temple finished to its full height. With that in mind, after roofing the crypt (in 1892), he built the apse chapel walls in a neo-Gothic style with naturalist sculptures (from 1890 to 1896) (see Figure 22b) before starting the Nativity Façade.

perdieron en las operaciones, al arrancarse la cabeza de vibrado por quedarse enganchada en una estructura tan densamente armada como la que nos ocupa.

Como puede observarse en la tabla 1, la dosificación del HAR contiene mayor cantidad de árido grueso que las ensayadas para el HAC. Por otro lado, utiliza como aditivo el superplastificante GLENIUM 52 (BASF) especialmente indicado para la obtención de altas resistencias y un acabado en superficie de calidad.

Por el contrario, se ha decidido utilizar HAC para el recubrimiento interior del hiperboloide central. Aunque el exterior es de ladrillería, en los próximos meses se empleará HAC de resistencia característica 35 MPa en la parte interior de esta estructura.

## 6. PROCESO CONSTRUCTIVO

### 6.1. Los trabajos previos

El ábside es un elemento muy representativo de la evolución de las obras del Templo desde la colocación de la primera piedra en 1882. Como ya se ha explicado, Gaudí se hizo cargo del proyecto un año más tarde del inicio de las obras, cuando la cripta situada bajo el ábside ya estaba empezada (figura 22a). Respetando lo construido, Gaudí aumenta la altura de la cripta para favorecer la ventilación y la iluminación de la misma, inicia una ornamentación naturalista y modifica la entrada a la cripta desde el interior del Templo por una escalera central para hacerlo por dos escaleras circulares laterales.

Gaudí piensa y diseña esta gran obra en su globalidad pero idea construirla por franjas verticales exteriores de manera que cada generación viera una parte en toda su altura construida. Con esta intención, después de cubierta la cripta (en 1892), construye los muros de la fachada de las capillas del ábside en un estilo neogótico con esculturas naturalistas (entre 1890 y 1895) (Ver figura 22b) antes de dedicarse a la Fachada del Nacimiento.

### 6.2. Los trabajos actuales

Muchos años más tarde, ya bajo la dirección del actual equipo técnico, se inició la construcción del interior del ábside. En 2002 [18] se iniciaron las columnas según los diámetros y la geometría estudiada por Gaudí y recogida años más tarde por varios de sus continuadores [1]. En 2007 se finalizaron las bóvedas del deambulatorio a 30 m de altura (cuya plataforma de construcción puede verse en la figura 23a), formadas por una corona de hiperboloides con un acabado de hormigón blanco. Para su realización se empleó la misma técnica que se utilizó en las bóvedas de las naves y el crucero. A pesar de ello, es necesario señalar que el esquema en semicírculo del ábside no permite la repetición de las formas y los encofrados [19].

Por encima de ese nivel se levantan los primeros ventanales. En la cota 45 se sitúa un triforio (galería

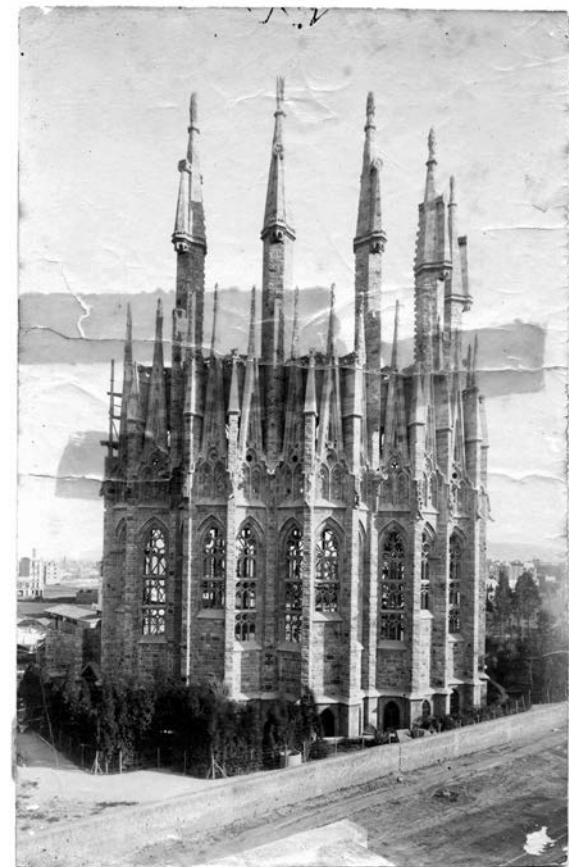


Figura 22. a) Cripta (1885) y b) Ábside (1893). Fuente: ATESF  
Figure 22. a) Crypt (1885) and b) Apse (1893). Source: ATESF

### 6.2. Work today

*Many years later, under the supervision of the present architectural and engineering team, construction was begun on the inside of the apse. The initial work on the columns began in 2002 [18], respecting the diameters and geometry studied by Gaudí and compiled years later by several of his successors [1]. The deambulatory vaults form a crown of white concrete hyperboloids 30 m high (the construction platform for which is shown in Figure 23a). Completed in 2007, they were built with the same technique as used to erect the vaults over the naves and transept. That notwithstanding, the semicircular layout of the apse ruled out the re-use of forms and formwork designs [19].*

perimetral a las naves) de manera que sirva de unión para las columnas ramificadas dado que éstas se inicien sobre el piso a 30 m y van hasta la cota + 60,00 m [20], tal como se ha visto en apartados anteriores.

En lo que sigue, se hace hincapié en la estructura por encima de los 45 m de altura actualmente en construcción, objeto del artículo, dado que se trata del elemento que más diferencia al ábside del resto de naves de Templo ya documentadas [6].

La estructura de cierre del ábside en la base de la torre está formada por un muro semicircular que va de la cota + 45,00 m a la + 60,00 m de 18,00 m de diámetro con 5 ventanas simétricas. Como veremos más adelante, las paredes tanto interiores como exteriores estarán formadas por la intersección de planos triangulares y paraboloides con diferentes acabados (aplacados con baldosas coloreadas, abujardado, cañas). Sobre estos muros irá una corona de hiperboloides a 60 m de altura y el gran hiperbolóide central de 18 m de diámetro a 75 m de altura (ver figura 23b).

#### 6.2.1. Encofrado y armado

En la actualidad, uno de los mayores retos constructivos de la Sagrada Familia es la organización de la obra, ya que existe la necesidad de simultanear diferentes zonas de trabajo, a diferentes alturas, en condiciones de seguridad y a buen ritmo, en el contexto de un espacio reducido. Por ello, ya desde los inicios de la obra, fue habitual el empleo de elementos prefabricados [16], habiéndose acentuado en los últimos años, a medida que aumenta la complejidad.

En el caso de la estructura de los muros absidiales, aunque es una estructura de hormigón armado ejecutada *in situ*, se ha realizado el premontaje del encofrado y el armado. La preparación de los trabajos actuales empezó en el año 2006. Las dimensiones y la ubicación de la estructura de cierre de 15 m de altura hacen necesario un encofrado y armado costoso en tiempo y de difícil montaje. Dadas las dificultades de

*The first row of windows are positioned above that height. A triforium (shallow perimetric passage around the naves) at elevation 45 serves as a connection between the branched columns that start at a height of 30 m and extend upward to 60 m [20], as described earlier.*

*The following discussion focuses on the object of this article, a structure presently under construction that begins at a height of 45 m, for this element distinguishes the apse from the rest of the temple naves, documented in the literature [6].*

*The structure that encloses the apse at the base of the tower consists of a semicircular wall 18,00 m in diameter that rises from elevation + 45,00 to + 60,00 m and has five symmetrical windows. As explained below, both the inside and outside walls will be formed by the intersection of differently finished (coloured tile, bush-hammered, fluted) triangular and paraboloid planes. A series of hyperboloids will crown these walls at a height of 60 m, topped by the huge central hyperboloid 18 m in diameter and 75 m high (see Figure 23b).*

#### 6.2.1. Formwork and reinforcement

*Work organization is one of the major construction challenges in the Sagrada Familia today, for construction is underway simultaneously in different areas, at different heights, and must be conducted safely and at a steady pace, all within a limited area. For these reasons, the use of precast and prefabricated elements, which was standard*



Figura 23. Construcción del ábside: a) primeros pisos y b) cimbra del hiperbolóide central ya colocada  
Figure 23. Apse construction: a) first storeys and b) hyperboloid formwork in place



**Figura 24.** Diferentes tipos de encofrado utilizados en los muros del ábside. Fuente: ATESF

**Figure 24.** Formwork types used in the apse walls. Source: ATESF

su ejecución *in situ*, se decidió prefabricar el encofrado interior y el armado principal en un solar externo a la obra (Gaià, Barcelona). Más tarde se tuvo que dividir el semicírculo en 10 módulos, tal como puede verse en la figura 25, para hacer posible su transporte.

Teniendo en cuenta que los planos y paraboloides tienen diferentes acabados (figura 25) se hizo necesario un encofrado distinto para cada uno de ellos siguiendo la experiencia de los encofrados empleados en otras partes del Templo [15]. En este caso se distinguen los siguientes tipos de encofrado cuya ubicación puede observarse en la figura 24:

- Para los planos y partes del paraboloides menos curvadas del interior se utilizan planchas metálicas completamente lisas de 5 mm de espesor, reforzadas con tubos de 50\*50 mm. Estas partes se cortaron con láser para garantizar las dimensiones y los acabados en punta.
- Para las partes más curvadas de los paraboloides, y por su semejanza con los cascos de los barcos, se utilizan tablones marinos de caña de madera de unos 2 mm de espesor colocados a tiras empastadas y pulidas para dar la forma deseada.
- Las partes que estarán cubiertas de cerámica se realizan con planchas metálicas pero retranqueadas 2 cm para poder encajar el aplacado exterior.
- Toda la parte exterior está hecha de planchas metálicas lisas, menos las zonas correspondientes al lado

practice from the very outset [16], has intensified in recent years, with rising organizational complexity.

Preparation for the present part of the works began in 2006. The apse walls are made of cast-in-place reinforced concrete but building the formwork and setting up the reinforcing steel for this 15-m high enclosure on site have been both time-consuming and troublesome. In light of these difficulties, the interior formwork was prefabricated and the main reinforcement was assembled at an off-site location (at Gaià in the province of Barcelona). The semi-circular formwork was later transported to the worksite as 10 separate modules, as shown in Figure 25.

Since the straight and paraboloid sections have different finishes (Figure 25), a different type of formwork was needed for each. The optimal solutions were based on the experience acquired with the formwork used in other parts of the temple [15]. In the apse, the following types can be distinguished, positioned as shown in Figure 24:

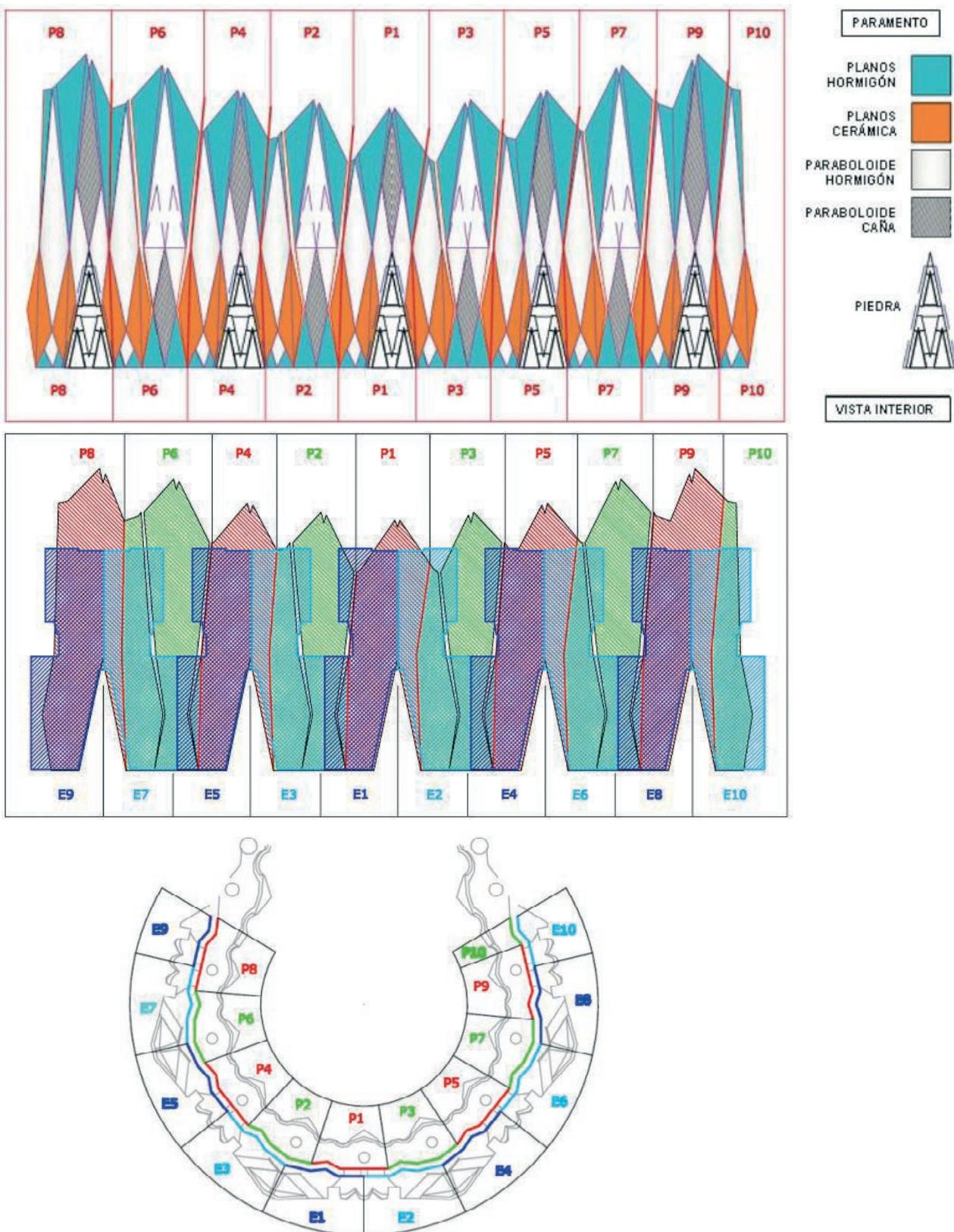
- For the planes and least curved parts of the interior paraboloid, completely smooth 5-mm sheet steel, reinforced with 50\*50-mm tubes was used. These components were laser-cut to ensure the accuracy of dimensions and the pointed finishes for the windows.
- Given the similarity of the roundest parts of the paraboloid to ship hulls, 2-mm thick wooden marine planks

opuesto del encofrado hecho con tablones marinos, donde las planchas adoptan el relieve en forma de costillas.

En primer lugar, se fabricó en taller cada uno de los elementos que constituyen el encofrado. Con poste-

were used, glued in strips and polished to attain the desired shape.

- The parts that will be tiled were built with sheet steel with a 2-cm set-back to accommodate the tile.



**Figura 25.** a) Alzado del encofrado interior, b) alzado del encofrado exterior e interior y c) planta de los encofrados. Fuente: ATESF  
**Figure 25.** a) Elevation view of the interior formwork, b) elevation view of exterior and interior and c) plan view of the formwork.  
Source: ATESF



**Figura 26.** a) Estructura auxiliar de soporte y b) colocación del armado de los muros del ábside. Fuente: ATESF  
**Figure 26.** a) Ancillary support structure and b) placement of the reinforcement for the apse walls. Source: ATESF

rioridad, estos elementos se montaron en el citado solar todos juntos, siendo necesario preparar un andamio interior idéntico al que se ha colocado en la obra al que apuntalar cada una de las piezas (Figura 26a). Una vez ensamblado el conjunto, se cerraron las juntas con pasta y se dio en el interior una capa de imprimación con un desencofrante.

Tras el encofrado interior se colocó el armado. Como ya se ha comentado, estos muros representarán el arranque de la torre que coronará el ábside a 120 m de altura, lo que hace que sean elementos fuertemente armados. Las dimensiones del conjunto hacen necesario tomar precauciones en su montaje para evitar deformaciones y facilitar la futura colocación en obra. En primer lugar, se colocó el armado de los nervios de las vigas de la torre y de los frontones de las ventanas y, a partir de éstos, todas las mallas que se cruzarán con todas las vigas. En la figura 26b puede verse el montaje de esta estructura.

Sobre la cota + 60,00 m, el hiperbolóide central tendrá condiciones diferentes. No se ejecutará en hormigón armado sino en mampostería siguiendo la técnica de la bóveda catalana. Para ello se requiere construir un encofrado a base de costillas de madera de 15 m de alto. Ya en obra se colocará una malla metálica sobre la que se apoyarán las diferentes capas de ladrillo que formarán la estructura.

La figura 27a presenta una vista digital de esa zona del ábside, mientras que la figura 27b muestra la parte superior del encofrado de los muros y la estructura de madera para el hiperbolóide central ya colocadas.

En la actualidad, en el solar de Gaià se están finalizando los encofrados de la corona de hiperboloides que cubrirá el espacio entre el paramento y el hiperbolóide central (a más de 60 m de altura), mientras que en la obra ya se ha empezado el hormigonado de los muros.

– The entire outer wall is being built with smooth sheet steel, except the areas opposite the wooden marine plank formwork, where the sheets have a ribbed relief.

Each of the formwork elements was first manufactured in the shop. All these elements were later assembled at the aforementioned off-site location. This called for scaffolding identical to the type used on the worksite for securing each formwork section (Figure 26a). Once the whole system was assembled, the joints were sealed and the interior was coated with a stripping agent.

With the formwork up, the reinforcement was set into position. As noted earlier, the 120-m tower that will crown the apse will spring from these walls which must, therefore, be densely reinforced. The dimensions of the system as a whole called for special precautions during assembly to prevent deformation and facilitate future placement on site. The reinforcement for the ribs in the tower beams and the window frontons were positioned first, followed by the mesh reinforcement for all the areas that will intersect with all the beams. Figure 28 illustrates the assembly of this structure.

The reinforcement for the hyperboloid that springs from elevation + 60,00 will be entirely different, because this structure will not be made of reinforced concrete, but of masonry using the Catalonian (or timbrel) vault technique. This system calls for wooden rib-like formwork 15 m high. The metallic screen on which the successive layers of brick will be laid will be positioned in situ.

A digital view of the apse area is depicted in Figure 27a), while Figure 27b) shows the upper wall formwork and the wood structure for the central hyperboloid.

The formwork for the series of hyperboloids that will roof the area between the wall and the central hyperboloid (at a height of over 60 m) is presently near completion at the

### 6.2.2. Transporte

Para la colocación en obra del encofrado del paramento del ábside fue necesario preparar el espacio en el Templo; sobre una plataforma de trabajo ubicada a la cota + 48,00 m se colocó un andamio idéntico al empleado durante el montaje del armado. Una vez finalizados estos trabajos, a mediados del año 2008, se procedió al transporte (mediante un transporte especial) de cada una de las piezas en las que se había dividido la estructura (ver figura 25), hasta el recinto del Templo. En la figura 28a puede verse parte de este proceso. Una vez allí se procedió a la colocación de estas piezas mediante las grúas del Templo (figura 28b) para proceder finalmente al hormigonado [21].

Aunque los trabajos de transporte especial y colocación fueron costosos y complicados, la ejecución *in situ*, sobre las plataformas de trabajo del Templo a 30, 45 y 50 m de altura, no ofrecía el espacio suficiente para trabajar eficientemente en condiciones de seguridad, sin hipotecar otras partes de la obra. El montaje de las grandes piezas transportadas era mucho más rápido por lo que finalmente se adoptó la solución descrita. Es necesario decir que la experiencia ha sido muy positiva y que en la actualidad otras partes de la obra también se están prefabricando de la misma manera.

### 6.2.3. Hormigonado

El hormigonado de la estructura del ábside, dadas las grandes dimensiones de la misma, se ha dividido en tres partes. En una primera parte, realizada en mayo

*Gaia site, while the concrete is being cast in the walls at the actual worksite.*

### 6.2.2. Transport

*An appropriate area had to be prepared in the temple for the on-site assembly of the formwork for the apse walls. The solution found was to build scaffolding, identical to the structure used for off-site assembly, on a working platform positioned at a height of + 48,00 m. Once the platform and scaffolding were in place, in mid-2008 each of the parts into which the structure had been divided (see Figure 25) was transported to the site on special transport lorries. Part of this process is depicted in Figure 28a). Once on site, these parts were set in place with cranes (Figure 28b) and casting was begun [21].*

*Although special transport and on-site assembly were costly and complex, erection of the formwork at the temple on working platforms at 30, 45 and 50 m off the ground would not have provided sufficient space to work efficiently and safely without compromising other parts of the structure. As assembling large sections of formwork was a much speedier process, it was the option ultimately chosen. The experience proved to be so satisfactory that at this writing the formwork for other parts of the work is being similarly prefabricated.*

### 6.2.3. Concrete placement

*In view of the dimensions involved, the concrete for the apse structure was divided into three phases. In the first,*

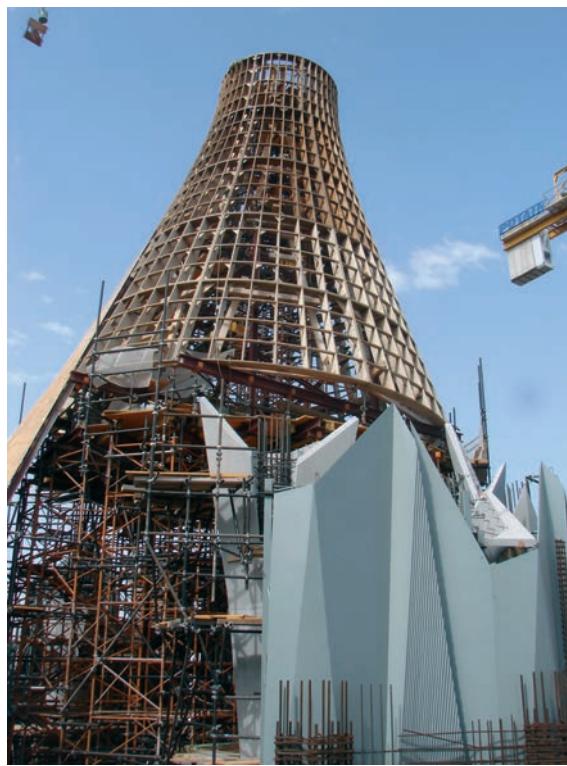
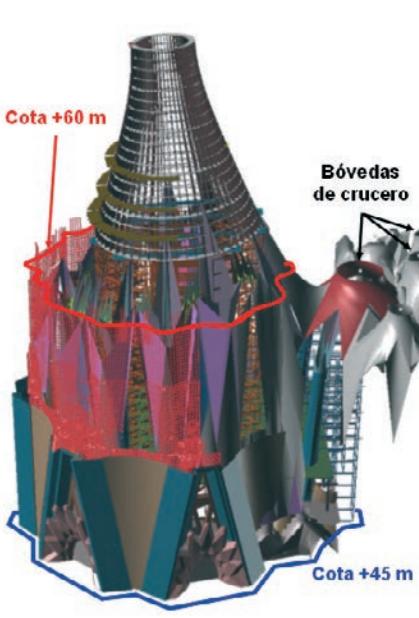


Figura 27. a) Imagen digital del ábside entre la cota 60 y la 75 y b) estado del ábside (mayo 2009). Fuente ATESF  
Figure 27. a) Digital image of the apse from elevation 60 to 75 and b) apse in May 2009. Source: ATESF



**Figura 28.** Armado y encofrado: a) transporte y b) colocación. Fuente ATESF  
**Figure 28.** Reinforcement and formwork: a) transport and b) placement. Source: ATESF

de 2009, se hormigonó la base de los muros que los unía con las bóvedas de la cota + 45,00 m pudiéndose verter la masa directamente del cubilote. Esta parte sirvió para probar las innovaciones en los hormigones.

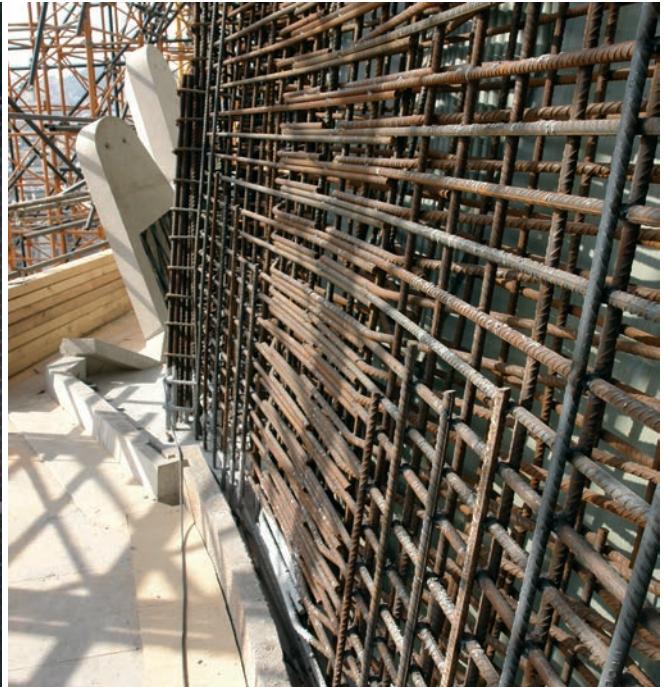
En la figura 29a puede verse el armado correspondiente a esta zona mientras que en la figura 29b se observa la armadura del paramento justo antes de cerrar con el encofrado exterior. En ambos casos puede observarse la elevada cuantía de armadura, lo que repercute en el hormigón a emplear, tanto en lo que se refiere al tamaño máximo del árido como con relación a precisar una alta trabajabilidad del mismo.

En la segunda etapa, realizada en los primeros días de julio de 2009, se inició el hormigonado de la primera parte de los muros hasta la cota superior de las ventanas inferiores (ver armado en la figura 29b).

*carried out in May 2009, the base of the walls was cast, joining them to the vaults at + 45,00 m. Here the concrete was poured directly from a bucket. This part of the structure served as a trial for the innovations introduced in the concrete.*

*The reinforcement for this area is shown in Figure 29a), while the photograph in Figure 29b) shows the reinforcement for the wall immediately prior to placement of the outer formwork. Note in both the very high reinforcement ratio, which conditioned the maximum aggregate size used in the concrete and called for very high workability.*

*In the second stage, performed in early July 2009, concrete placement began in the first part of the walls up to the upper elevation of the lower row of windows (see reinforce-*



**Figura 29.** Ábside: a) armado de la base y b) armado del paramento  
**Figure 29.** Concrete placement in apse: a) base and b) wall reinforcement



**Figura 30.** Hormigonado de los muros (a y b). Fuente ATESF  
**Figure 30. a) and b).** Placement of concrete in walls. Source: ATESF

En esta ocasión, la estructura semicircular se dividió en 4 módulos que se hormigonaron en dos tandas diferentes. Dado que esos días amenazaban lluvias, se protegieron las zonas pendientes de hormigonar con unos plásticos a fin de evitar la entrada de agua.

Durante dos días se emplearon dos trompas para el hormigonado de dos módulos consecutivos alternando el llenado entre ellos. En la figura 30a puede verse el hormigonado de esta zona de la estructura, empleando para ello un receptor tronco piramidal con una trompa distribuidora. El hormigón empleado puede verse en la figura 30b.

Como tercera etapa está previsto hormigonar el nivel superior de los muros, desde las ventanas hasta la cota +64,00 m en su nivel más elevado, con el objetivo de unirlos a la corona de hiperboloides de menor tamaño ubicada en el nivel +60,00 m. Como hemos comentado, están acabando los trabajos de fabricación de los encofrados de estos pequeños hiperboloides. Una vez estén todos colocados en obra, se procederá al hormigonado conjunto con el objetivo de darle continuidad a la estructura siguiendo la misma técnica que en el nivel inferior.

Una vez finalizada esta estructura las obras seguirán avanzando con la preparación del collarín que cerrará el espacio entre los muros exteriores y el hiperbolóide inclinado central del ábside que se realizará en ladrillería. En la actualidad, las costillas de madera que servirán de apoyo para el encofrado exterior sobre los que apoyará la primera capa de ladrillos ya se han colocado. En la figura 31 puede verse el aspecto general del Templo en marzo de 2009 donde se distingue el encofrado de los muros absidiales y del hiperbolóide central.

## 7. CONCLUSIONES

En la construcción de la Sagrada Familia, el cierre de las bóvedas del ábside ha representado un reto tecnológico.

ment in Figure 29b). Here, the semicircular structure was divided into four modules, with pouring taking place in two series. The areas where concrete had yet to be poured were covered with plastic to keep them dry in the event of possible rainfall.

Concrete was placed in the two modules with elephant trunks over a two-day period, consecutively alternating placement in each module. The elephant trunk and pyramid-shaped hopper used are depicted in Figure 30a). The concrete itself is shown in Figure 30b).

The upper part of the walls, from the windows up to the top at 64 m, will be cast in the third stage and joined to the crown of smaller hyperboloids whose base is at a elevation + 60,00. As noted, prefabrication of the formwork for these smaller hyperboloids is presently nearing completion. Once the forms have been assembled on site, the hyperboloids will be cast jointly to ensure structural continuity, following the same technique as in the walls.

When all three phases are completed, work will continue to build the neck that closes the space between the outer walls and the slanted central hyperboloid over the apse. As noted, this structure which will be made of brick. The wooden ribs that constitute the outer formwork on which the first course of bricks will be laid are now in place. The formwork for the apse walls and central hyperboloid are clearly visible in the photograph of the temple as it stood in March 2009.

## 7. CONCLUSIONS

Enclosing the Sagrada Familia apse constituted a technological challenge of the same order as the construction of the main naves in the nineteen nineties.

The response called for advanced engineering methods, modernization of the temple's machinery with the acqui-

lógico de la misma manera que en los años 90 lo fueron la construcción de las naves del cuerpo principal.

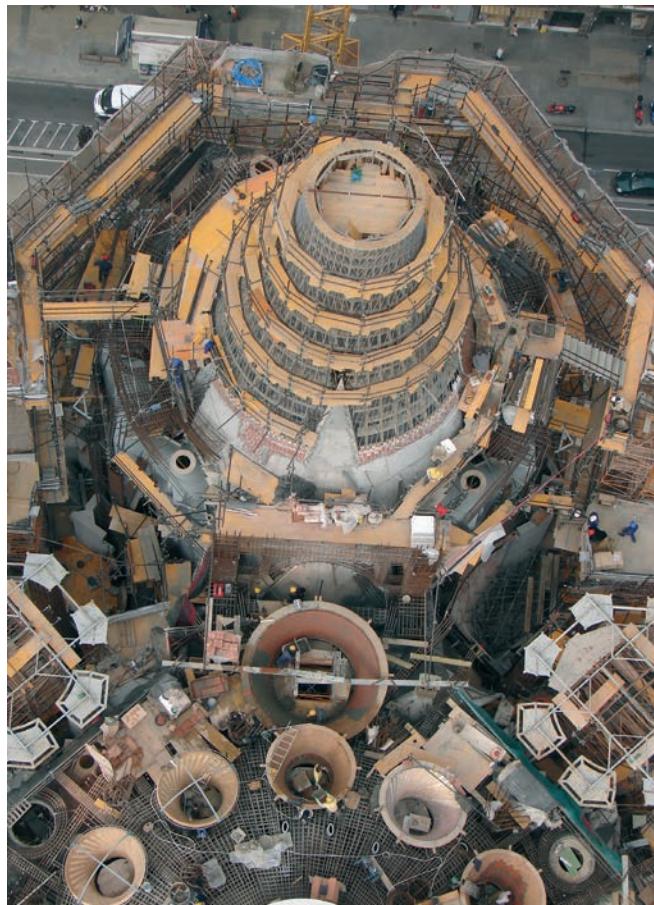
Para dar respuesta a ese reto ha sido necesario utilizar métodos avanzados de cálculo, modernizar la maquinaria del Templo con una hormigonera de última generación, avanzar en la investigación de los materiales a emplear, sondeando la viabilidad de emplear un HAC in situ de 60 MPa, y mejorar los procesos constructivos a emplear.

Cabe recordar que, gracias a la investigación sobre la geometría y las proporciones que rigen los elementos ya construidos, las partes que quedan por construir tendrán una coherencia formal y estructural con el conjunto.

### Agradecimientos

Nos gustaría mostrar nuestro agradecimiento a la Junta Constructora de la Sagrada Familia desde la valoración del importante papel que desempeña como impulsora de las obras del Templo a lo largo de los más de cien años de construcción.

De la misma manera quisiéramos reconocer la labor de todos aquellos técnicos y operarios que día a día hacen posible el avance de las obras y muy especialmente a Pau Agut y Àlex Fabregat, sin los que no hubiese sido posible todo el trabajo descrito en el presente artículo.



Proyecto y construcción del cierre del ábside de la Sagrada Familia

sition of a latest generation mixer, continuing research on the materials to be used, exploring the feasibility of using 60-MPa SCC *in situ* and improving construction processes.

*As a result of the studies conducted on the geometry and proportions of the members built, the parts that remain to be erected will be more formally and structurally consistent with the whole.*

### Acknowledgements

*The authors wish to thank the Sagrada Familia Construction Board for its significant role as the driving force behind temple erection for over one hundred years.*

*They likewise wish to acknowledge the efforts of all the architects, engineers and staff who are building the Sagrada Familia day by day, and particularly Pau Agut and Àlex Fabregat, without whom the work described in the present article would not have been possible.*

### REFERENCES

- [1] RAFOLS Ll. Antoni Gaudí. Barcelona: Ed. Canosa, 1929.



Figura 31. a) Ábside (noviembre 2009) y b) visión general del templo (Marzo 2009). Fuente ATESF

Figure 31. a) Apse (November 2009) and b) overview (March 2009). Source: ATESF

## REFERENCIAS

- [1] RAFOLS Ll. Antoni Gaudí. Barcelona: Ed. Canosa, 1929.
- [2] PUIG BOADA I. *El Temple de la Sagrada Familia*. Col.lecció Sant Jordi. Barcelona: Ed. Barcino, 1929.
- [3] FAULÍ J. *Composició i continuïtat en les columnes i voltes de les naus del temple Expiatori de la Sagrada Família: Descripció del sistema geomètric i del procés de definició del projecte des de l'anàlisi i interpretació del projecte d'Antoni Gaudí fins a la construcció*. 3 Vol. Tesis doctoral. Barcelona: UPC, Departament d'Estructures en l'Arquitectura, 2008.
- [4] BONET I ARMENGOL J. *L'últim Gaudí*. Barcelona: Editorial Pòrtic, 2000.
- [5] GIRALT-MIRACLE D. [et al.] Gaudí. *La recerca de la forma. Espai, geometria, estructura i construcció*. Catàleg de l'exposició del Museu d'Història de la Ciutat. Barcelona: Institut de Cultura, Ajuntament de Barcelona-Sociedad Estatal para la Acción Cultural Exterior (SEACEX); Lunwerg editores, 2002.
- [6] GRIMA R., AGUADO A., GÓMEZ-SERRANO J. "The use of concrete in Gaudí's Sagrada Familia". *International Journal of Architectural Heritage*. 2007, vol.1, nº 4, p. 366-379.
- [7] EFE. "El espacio interior de la Sagrada Familia estará acabado en 2010". *Diario ABC*, 12-03-2009.
- [8] GÓMEZ SERRANO J. [et al.] *La Sagrada Familia: de Gaudí al CAD*. Barcelona: Edicions UPC, 1996.
- [9] ALSINA CATALÀ C. y GÓMEZ SERRANO J. "Gaudí geométricamente". *La Gaceta de la RSME*. 2002, vol. 5, nº 3, p. 523-539.
- [10] FAULÍ J., ESPEL R. "Les voltes de les Capelles absidials". *El Temple*. Marzo-abril 2005, p. 5-7.
- [11] COLL J. "El projecte de l'absis". *El Temple*. Julio-agosto 2002, p. 10-12.
- [12] MINISTERIO DE FOMENTO. *EHE-08, Instrucción de Hormigón Estructural*. Madrid: Ministerio de Fomento, 2008.
- [13] BUXADÉ C., BUXADÉ A., FERRANDO R. "The columns of Gaudí". *La Colonne: Nouvelle histoire de la construction*. Ouvrage collectif sous la direction de Roberto Gargiani. Laussane: Presses polytechniques et universitaires romandes. École Politehnique Fédéral de Laussane, 2007, p. 301-311.
- [14] ESPEL R., GÓMEZ J., GRIMA R., AGUADO, A. "La evolución de la construcción del Templo de la Sagrada Familia". *Informes de la construcción*. 2009, vol. 61, nº 516, p. 5-20.
- [15] GÓMEZ SERRANO J. "El hormigón de alta resistencia en el Templo de la Sagrada Familia de Barcelona". *Cemento Hormigón*, 2001, nº 826, p. 717-729.
- [16] GRIMA R. *El hormigón en el Templo de la Sagrada Familia*. Tesina de especialidad. Barcelona: ETSECCPB, Universitat Politècnica de Catalunya, 2004.
- [2] PUIG BOADA I. *El Temple de la Sagrada Familia*. Col.lecció Sant Jordi. Barcelona: Ed. Barcino, 1929.
- [3] FAULÍ J. *Composició i continuïtat en les columnes i voltes de les naus del temple Expiatori de la Sagrada Família: Descripció del sistema geomètric i del procés de definició del projecte des de l'anàlisi i interpretació del projecte d'Antoni Gaudí fins a la construcció*. 3 Vol. Doctoral thesis. Barcelona: UPC, Departament d'Estructures en l'Arquitectura, 2008.
- [4] BONET I ARMENGOL J. *L'últim Gaudí*. Barcelona: Editorial Pòrtic, 2000.
- [5] GIRALT-MIRACLE D. [et al.] Gaudí. *La recerca de la forma. Espai, geometria, estructura i construcció*. Catàleg de l'exposició del Museu d'Història de la Ciutat. Barcelona: Institut de Cultura, Ajuntament de Barcelona-Sociedad Estatal para la Acción Cultural Exterior (SEACEX); Lunwerg editores, 2002.
- [6] GRIMA R., AGUADO A., GÓMEZ-SERRANO J. "The use of concrete in Gaudí's Sagrada Familia". *International Journal of Architectural Heritage*. 2007, Vol. 1, No. 4, pp. 366-379.
- [7] EFE. "El espacio interior de la Sagrada Familia estará acabado en 2010". *Diario ABC*, 12-03-2009.
- [8] GÓMEZ SERRANO J. [et al.] *La Sagrada Familia: de Gaudí al CAD*. Barcelona: Edicions UPC, 1996.
- [9] ALSINA CATALÀ C. y GÓMEZ SERRANO J. "Gaudí geométricamente". *La Gaceta de la RSME*. 2002, Vol. 5, No. 3, pp. 523-539.
- [10] FAULÍ J., ESPEL R. "Les voltes de les Capelles absidials". *El Temple*. March-April 2005, pp. 5-7.
- [11] COLL J. "El projecte de l'absis". *El Temple*. July-August 2002, pp. 10-12.
- [12] MINISTERIO DE FOMENTO. *EHE-08, Instrucción de Hormigón Estructural*. Madrid: Ministry of Public Works, 2008.
- [13] BUXADÉ C., BUXADÉ A., FERRANDO R. "The columns of Gaudí". *La Colonne: Nouvelle histoire de la construction*. Ouvrage collectif sous la direction de Roberto Gargiani. Laussane: Presses polytechniques et universitaires romandes. École Politehnique Fédéral de Laussane, 2007, pp. 301-311.
- [14] ESPEL R., GÓMEZ J., GRIMA R., AGUADO, A. "La evolución de la construcción del Templo de la Sagrada Familia". *Informes de la construcción*. 2009, Vol. 61, No. 516, pp. 5-20.
- [15] GÓMEZ SERRANO J. "El hormigón de alta resistencia en el Templo de la Sagrada Familia de Barcelona". *Cemento Hormigón*, 2001, No. 826, pp. 717-729.
- [16] GRIMA R. *El hormigón en el Templo de la Sagrada Familia*. Tesina de especialidad. Barcelona: ETSECCPB, Universitat Politècnica de Catalunya, 2004.

- [17] SANTOS A.C.P. DOS, AGUADO A., AGULLÓ L. y GARCÍA T. "Criterios de diseño para el hormigón autocompactable". *IX Congreso Nacional de Materiales*. Vigo, 20 a 22 de junio de 2006. Vol. II p. 909-912.
- [18] BURRY M. [et al.] *Gaudí Unseen. Completing the Sagrada Familia*. Berlín: Jovis Verlag, 2007.
- [19] GÓMEZ-SERRANO J., ESPEL R., GRIMA R., BURRY M.C., AGUADO, A. "Evolution of the formwork used in the temple of the Sagrada Família". *International Journal of Architectural Heritage*. 2009, vol. , nº 2, p. 93-109.
- [20] COLL J., ESPEL R. "El trifori de l'absis a 45 m". *El Temple*. Marzo-abril 2009, p. 12-16.
- [21] IZKUE M. , MERCADAL A. *Construcción del cierre del ábside de la Sagrada Familia*. Trabajo asignatura "Procedimientos de Construcción". Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2009.

[17] SANTOS A.C.P. DOS, AGUADO A., AGULLÓ L. y GARCÍA T. "Criterios de diseño para el hormigón autocompactable". *IX Congreso Nacional de Materiales*. Vigo, 20 -22 June 2006. Vol. II pp. 909-912.

[18] BURRY M. [et al.] *Gaudí Unseen. Completing the Sagrada Familia*. Berlin: Jovis Verlag, 2007.

[19] GÓMEZ-SERRANO J., ESPEL R., GRIMA R., BURRY M.C., AGUADO, A. "Evolution of the formwork used in the temple of the Sagrada Família". *International Journal of Architectural Heritage*. 2009, Vol. , No. 2, pp. 93-109.

[20] COLL J., ESPEL R. "El trifori de l'absis a 45 m". *El Temple*. March-April 2009, pp. 12-16.

[21] IZKUE M., MERCADAL A. *Construcción del cierre del ábside de la Sagrada Familia*. Trabajo asignatura "Procedimientos de Construcción". Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2009.

## RELACIÓN DE PARTICIPANTES / LIST OF PARTICIPANT

- **Propiedad / Owner:** Fundación de la Junta Constructora del Templo Expiatorio de la Sagrada Familia
- **Arquitecto Director / Resident architect:** Jordi Bonet i Armengol
- **Arquitecto Director Adjunto / Assistant resident architect:** Jordi Faulí i Oller
- **Jefe de Obra / Site supervisor:** Ramon Espel
- **Dirección Facultativa / Site management:** 2Buxadé, Margarit, Ferrando S.L.P. y Josep Gómez-Serrano
- **Asesores en innovación en tecnología del hormigón**  
*Concrete innovation and technology consultants:* Antonio Aguado de Cea, Rosa Grima López
- **Empresa Constructora / Builders:** Personal propio y diversas empresas subcontratadas
- **Empresa de fabricación y premontaje del encofrado interior de los muros absidiales:**  
*Manufacture and assembly of interior formwork for apse walls:* CONSTRUCCIONS METÀL·LIQUES SOLER S. L
- **Empresa encargada de los acabados cerámicos del interior de los muros absidiales**  
*Tiling on apse wall interiors:* CONSTRUCCIONS RAMON SERRA FIGOLS S.L.
- **Empresa de limpieza y reparación del interior de los muros absidiales**  
*Cleaning and repair of apse wall interiors:* REHABILIT S. L



PROYECTAMOS FUTURO

APORTAMOS SOLUCIONES



**Viaducto sobre el río Ebro  
(Cuarto Cinturón de Zaragoza)**

**eipsa**

estudio de ingeniería y proyectos

C/ JAZMÍN, 56 - 28033 MADRID - TEL.: 913020672 - FAX: 913026950 - <http://www.eipsa.net>





Sistemas de postesado  
Tirantes para puentes  
Apoyos estructurales  
Heavy Lifting  
Barras postesadas y estructurales  
Suelo Reforzado  
Rehabilitación estructural



# Viaducto sobre el Río Ebro en el Cuarto Cinturón de Zaragoza

## *Viaduct over the River Ebro on Zaragoza's Fourth Ring Road*

José Antonio Llombart<sup>(1)</sup>, Jordi Revoltós<sup>(1)</sup> y Juliana Fernández<sup>(2)</sup>

Recibido | Received: 08-01-2010

Aceptado | Accepted: 12-04-2010

### Resumen

El Cuarto Cinturón de Zaragoza, en el tramo comprendido entre la N-232 y la A-2, cruza el Río Ebro mediante un viaducto de 396 m de longitud. El tablero está formado por un tramo continuo de hormigón pretensado dividido en 5 vanos con luces máximas de 92 m. Se ha proyectado un tablero único para las dos calzadas con un ancho total de 26.60 m. El cajón central del tablero se ha ejecutado en primera fase por voladizos sucesivos, mientras que los voladizos laterales de la sección se han ejecutado en segunda fase mediante un encofrado móvil que se ha desplazado sobre el núcleo construido anteriormente.

**Palabras clave:** avance en voladizo, jaulones, sección evolutiva, pretensado exterior, obra en río.

### Abstract

The Fourth Ring Road of Zaragoza crosses the River Ebro over a 396 m long viaduct on the stretch between the N-232 road and the A-2 motorway. The deck was constructed using a continuous beam of prestressed concrete divided into 5 spans that measure a maximum of 92 m. The single deck was designed for both roadways with a total width of 26.60 m. In the first phase, the central box girder of the deck was built by the cast-in-situ balanced cantilever method, whereas in the second phase the side cantilevers of the section were constructed using mobile framework that slid over the previously built core.

**Keywords:** balanced cantilever construction, braces, evolutionary section, external prestressing, river work.

---

\* An extensive English language summary of the present article is provided on page 103 of this issue both for the convenience of non-Spanish-speaking readers and inclusion in databases.

(1) Ingeniero de Caminos. Estudio de Ingeniería y Proyectos (EIPSA), (Madrid, España)  
 (2) Ingeniera Civil. Estudio de Ingeniería y Proyectos (EIPSA), (Madrid, España)

Persona de contacto / Corresponding author: jrevoltos@eipsa.net

## 1. INTRODUCCIÓN

El IV Cinturón de Zaragoza, en su tramo entre la N-232 y la A-2, es un proyecto que ha sido largamente esperado por toda la zona de influencia urbana de Zaragoza. En EIPSA hemos tenido la fortuna de desarrollar el proyecto de su viaducto sobre el río Ebro. Para el diseño del viaducto no sólo nos hemos dedicado a resolver un problema de ingeniería, sino que hemos querido dotar al viaducto de un cuidado diseño que confiera a la obra un carácter propio, siendo fácilmente identificable y reconocible, evitando similitudes con las múltiples y significativas obras que jalonan el río a lo largo de la ciudad [1] [2].

## 2. CONDICIONANTES DEL DISEÑO

El diseño del viaducto del IV Cinturón ha venido marcado por los siguientes condicionantes:

### 2.1. Trazado

El cuarto Cinturón de Zaragoza accede al río Ebro con un esviaje de  $60^\circ$  y lo cruza con un trazado curvo de 700 m de radio, una clotoide de parámetro 300 y una contraclotoide de parámetro 360 en su tramo final (Figura 1). Este peculiar trazado viene motivado por distintos enclaves, situados en ambas riberas, que requieren protección medioambiental. La rasante que discurre bastante baja sobre el río (unos 15 m sobre la cota de estiaje), presenta un acueducto cóncavo de pará-

metro Kv = 30.000 en los primeros 150 metros de viaducto y una pendiente constante de 0,5% en el resto.

### 2.2. Hidráulicos

El río Ebro, para la avenida de T=500 años, puede llevar un caudal de más de 6000 m<sup>3</sup>/s. Tales caudales de agua condicionan los métodos constructivos a emplear, siendo los más adecuados aquéllos que dependen lo menos posible de las crecidas. El requisito de dejar un resguardo mínimo de 2 m entre la lámina de agua y el tablero, limita el canto de este último a un valor máximo de 5 m. Por último, el esviaje y la curvatura del cruce sobre el río, condicionan la forma y posición de las pilas, con el fin de provocar las mínimas alteraciones posibles al curso del agua.

### 2.3. Medioambientales

La declaración de impacto ambiental especificaba que la posición de estribos debía respetar la zona de dominio público hidráulico y que no se podía colocar ninguna pila dentro del cauce de crecida ordinaria, siempre que el sobrecoste fuese asumible.

### 2.4. Económicos

Desde un principio, el objetivo final del proyecto del viaducto se alejaba del carácter emblemático que tienen sus homólogos de la zona de la Expo, por lo tanto el desarrollo de una solución con un coste económico razonable era un factor importante.



Figura 1. Vista aérea



Figura 2. Solución 1

### 3. SOLUCIONES ESTUDIADAS

La condición medioambiental, consistente en evitar la situación de pilas en el cauce de crecida ordinaria, no era económicamente razonable puesto que implicaba el diseño de un viaducto con una luz central de 270 m en el que había que recurrir a esquemas estructurales tipo arco o atirantado que presentaban muchas dificultades, debidas principalmente a las características del trazado en planta. Por lo tanto, se optó por una tipología que contase con, al menos, un apoyo en el cauce del río.

Para ello, se estudiaron cinco soluciones, 4 con dos ejes de pilas en el río y una con un solo eje en el río.

Solución 1: Tablero único con sección cajón de hormi-

gón pretensado y amplios voladizos laterales apoyados en jambones. Construcción por voladizos sucesivos. Luces de 60 + 3 x 92 + 60. (Figura 2).

Solución 2: Tablero único con sección cajón mixto y amplios voladizos laterales apoyados en jambones. Construcción con grúa apoyando los tramos sobre castilletes provisionales. Luces de 60 + 3 x 92 + 60.

Solución 3: Tablero único formado por dos nervios con sección cajón mixto y costillas transversales. Construcción con grúa apoyando los tramos sobre castilletes provisionales. Luces de 60 + 3 x 92 + 60. (Figura 3).

Solución 4: Dos tableros independientes formados por vigas monocajón prefabricadas de hormigón preten-

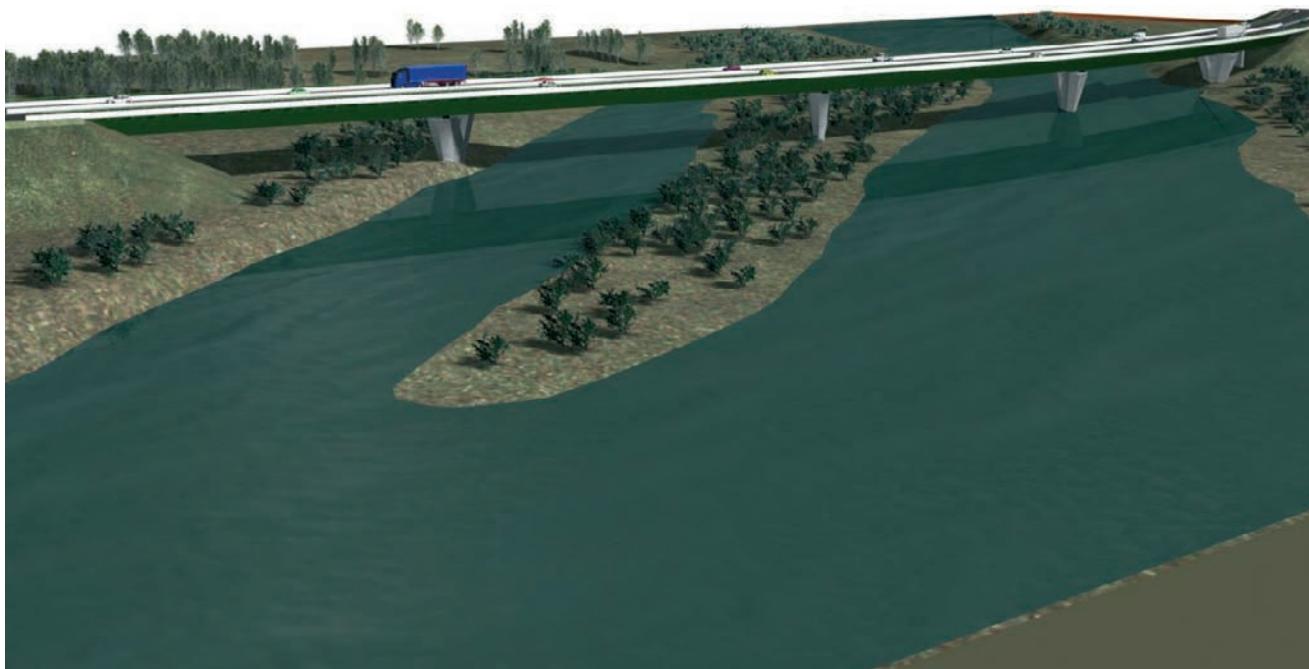


Figura 3. Solución 3



Figura 4. Solución 5

sado y apoyadas sobre pila única. Montaje con grúas sobre apoyos provisionales. Luces de  $60 + 3 \times 92 + 60$ .

Solución 5: Tablero único con sección cajón mixta y atirantamiento en el eje de mediana. Construcción con grúas apoyando los tramos en castilletes provisionales. Luces de  $65 + 2 \times 150 + 65$ . (Figura 4)

Una vez estudiadas las ventajas e inconvenientes de las diferentes soluciones (Tabla 1), se decidió proyectar la solución 1 compuesta por una estructura de tablero único de hormigón pretensado, construido por voladizos sucesivos con luz máxima de vano de 92 m, lo cual suponía la colocación de dos pilas en el cauce del río. Esta solución, además de ser estéticamente elegante, pues aprovechaba las posibilidades que le confiere el trazado curvo, tenía un coste económico moderado, y presentaba escasas afecciones al río, debido al sistema constructivo y al hecho de tener pilas de tamaño reducido.

Otro factor que también pesó a la hora de tomar la decisión fue el tiempo disponible para desarrollar el proyecto constructivo. Como en otros proyectos que se realizan en nuestro país, las distintas alternativas de trazado se dilataron enormemente en el tiempo, sin embargo, una vez se alcanzó una decisión sobre su trazado definitivo, sólo se dispuso de 1 mes para desarrollar el proyecto constructivo del viaducto. De la misma forma que existe un tiempo mínimo para los trámites administrativos, sería deseable que existiese un tiempo mínimo para el desarrollo de las distintas partes de un proyecto.

#### 4. DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA

De este modo, se ha proyectado un viaducto que tiene una longitud total de 396 m, repartidos en 5 vanos de  $60,0 \text{ m} + 92,0 \text{ m} + 92,0 \text{ m} + 92,0 \text{ m} + 60,0 \text{ m}$  (Figura 5).

Tabla 1. Cuadro comparativo de alternativas

Solución	Tipología	Ventajas	Inconvenientes
1	Tablero único de HP construido por voladizos	Estética. Coste tablero. Afecciones al río.	Plazo ejecución. Coste cimentación
2	Tablero único mixto. Construido con grúa	Estética. Tamaño pilas. Rapidez constructiva. Peso tablero	Coste. Apoyos provisionales en el río
3	Tablero único con 2 nervios mixtos. Constr. con grúa	Rapidez constructiva. Peso tablero	Coste. Estética de la pila. Apoyos provisionales en el río
4	2 tableros prefabricados. Pila única	Rapidez constructiva. Coste	Estética general. Apoyos provisionales en el río. Limitado a pocos prefabricadores
5	Atirantado. Tablero único mixto. Constr. Con grúa	Estética. Menor número de pilas	Coste. Mayor superficie de tablero. Apoyos provisionales en el río

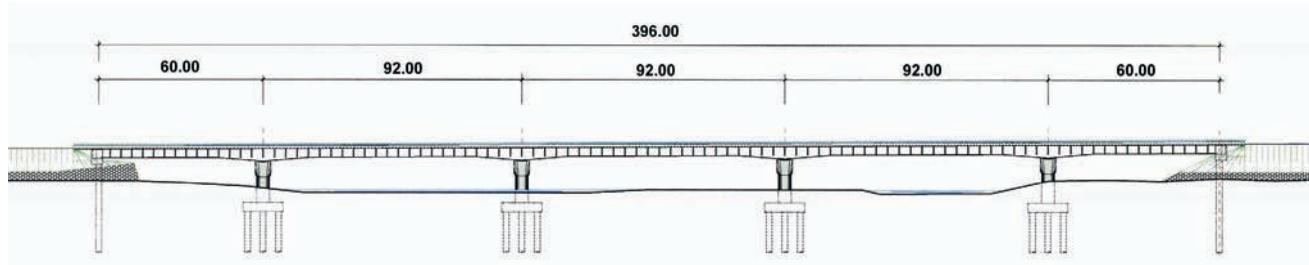


Figura 5. Alzado

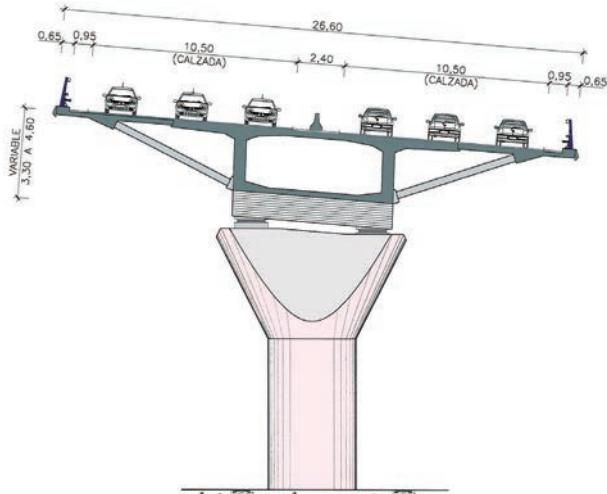


Figura 6. Sección transversal

El tablero es una viga continua de hormigón pretensado con una sección transversal en forma de cajón monocestral.

La plataforma del tablero está constituida por 3 carriles de 3,50 m por sentido, dos arcenes interiores y exteriores de 1,00 m una barrera central de 0,60 m y dos pretiles metálicos en los extremos, hasta alcanzar los 26,60 m totales. (Figura 6)

La sección transversal se descompone en un cajón central de 8,20 m de ancho y en amplios voladizos laterales de 9,20 m apoyados sobre jambones puntuales, dispuestos cada 4,00 m en sentido longitudinal. El canto del cajón se mantiene constante e igual a 3,30 m en la

mayor parte del puente. Tan sólo se incrementa, en forma de leves cartelas de 17,20 m de longitud, hasta los 4,60 m totales en las zonas de apoyo sobre pilas (Figura 7). La proporción entre la luz, el canto del tablero y la altura sobre el río resultan totalmente adecuadas con esta solución, dándole al conjunto del viaducto una notable sensación de esbeltez.

## 5. TABLERO

Se ha prestado especial atención a la forma de la sección transversal. En efecto, la disposición de un canto prácticamente constante en toda la longitud del viaducto resulta muy favorable cuando se tiene un trazado tan curvo como en este caso. Por otro lado, se ha procurado no separar excesivamente los jambones para que, con un ritmo de 4 m y con la curvatura del tronco, generen una superficie envolvente del tablero disimulando su canto. En este sentido, la sección de los jambones es rectangular (0,46 x 0,36m) con su lado mayor en el plano de dicha superficie envolvente, con el fin de evitar la sensación de "palillo" que se tiene en algunos viaductos con jambones estrechos. Todos los jambones salen a la misma altura del alma, independientemente del canto de la sección con el fin de facilitar la construcción y de evitar una forma alabeada que a nuestro gusto resultaría poco favorable. En las zonas de canto variable, se dispone una riostra transversal en la tabla inferior para absorber dichos esfuerzos (Figura 8).

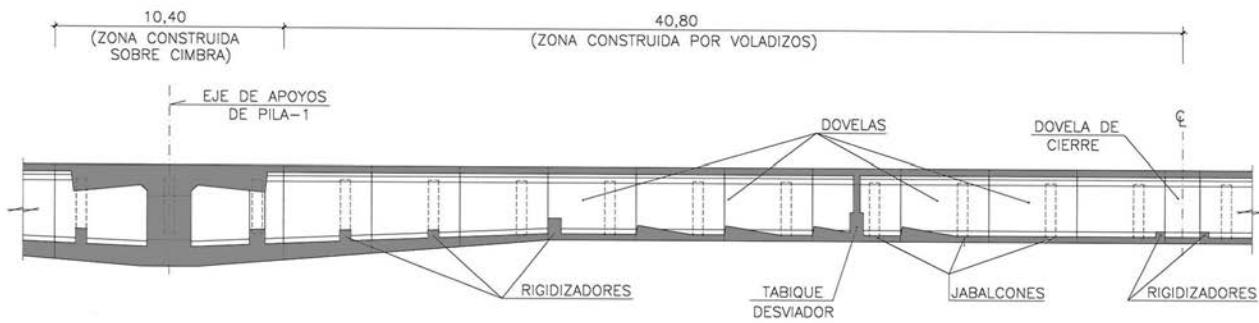


Figura 7. Tablero. Sección longitudinal (detalle)

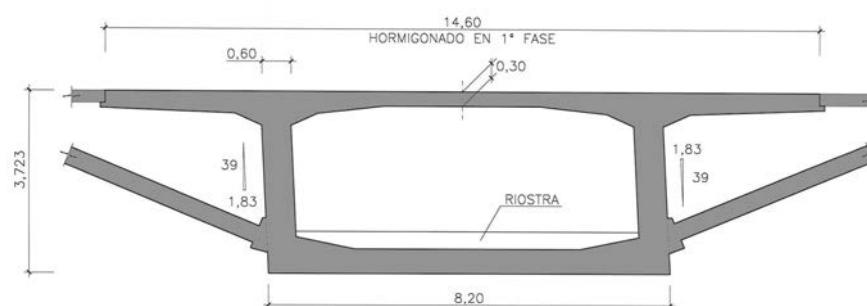


Figura 8. Sección del núcleo de tablero (detalle)



Figura 9. Tablero. Vista inferior

Además, también se ha cuidado el detalle de unión del jabalcón con el voladizo. En particular, se ha evitado llevar el jabalcón hasta el extremo del voladizo, estableciéndose su conexión en un resalto continuo de dicho voladizo que actúa a forma de viga longitudinal. De este modo, en la vista inferior del tablero, quedan compensadas las zonas de paramentos lisos correspondientes a la tabla inferior y a los extremos de voladizos, dejando entre ellas el ritmo de los jabalcones (Figura 9).

Se podrá observar en la sección transversal del tablero que las almas no son perpendiculares a la tabla superior (Figuras 6 y 8). Este punto vino motivado por el uso de unos carros de avance antiguos que no eran capaces de reproducir la variación de peralte de +8% en la zona curva a -1,4 % en la zona final de la contraclotoide. Es por ello que se decidió dar una distorsión constante a todas las secciones de tal forma que los hastiales en la

zona curva presentaban una inclinación con respecto de la vertical correspondiente al 4%.

El núcleo central del tablero, de 14,60 m de ancho, se ha construido por voladizos sucesivos mediante carros de avance, excepto en las zonas próximas a los estribos donde se ha construido sobre cimbra apoyada en el suelo. De esta forma una "T" de un vano central del viaducto está constituida por 10 parejas de dovelas de 4,00 m de longitud, una dovela "cero" de 10,40 m y una dovela de cierre de 1,60 m. La longitud típica de dovela coincide con la distancia de separación entre jambones, con el fin de que el tajo de apoyo del jambón esté siempre en la misma posición con respecto al frente de dovela. En puentes en los que se establece un determinado ritmo con los jambones es muy importante, desde el punto de vista estético, no alterar dicho ritmo en ningún punto de su longitud.

Una vez construido todo el núcleo del tablero, se ha ampliado la sección transversal con voladizos laterales ejecutados mediante un carro que avanza sobre el núcleo ejecutado anteriormente. Este carro para la construcción de los voladizos, además de servir de encofrado, es capaz de colocar los jambones prefabricados.

### 5.1. Pretensado

El pretensado del tablero se compone de 4 familias distintas. El primero es el pretensado convencional de avance por voladizo. Se trata de un pretensado recto en alzado y situado en la tabla superior que se compone por 42 tendones de  $15 \phi 0,6''$  anclados de 4 en 4 en los frentes de dovela (Figura 10).

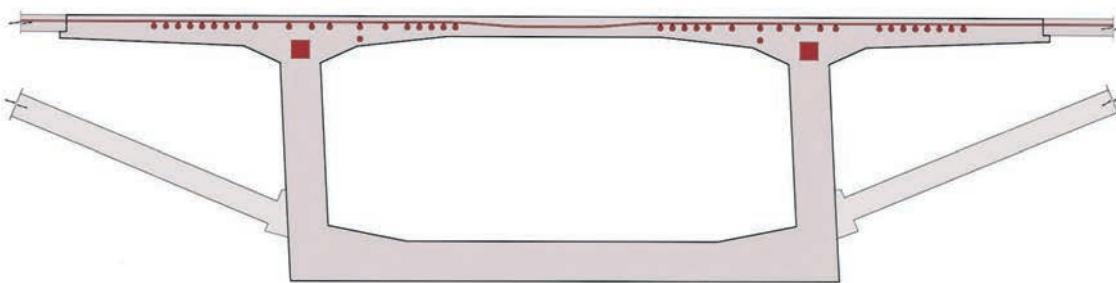


Figura 10. Pretensado de avance en voladizo. Frente de dovela 0

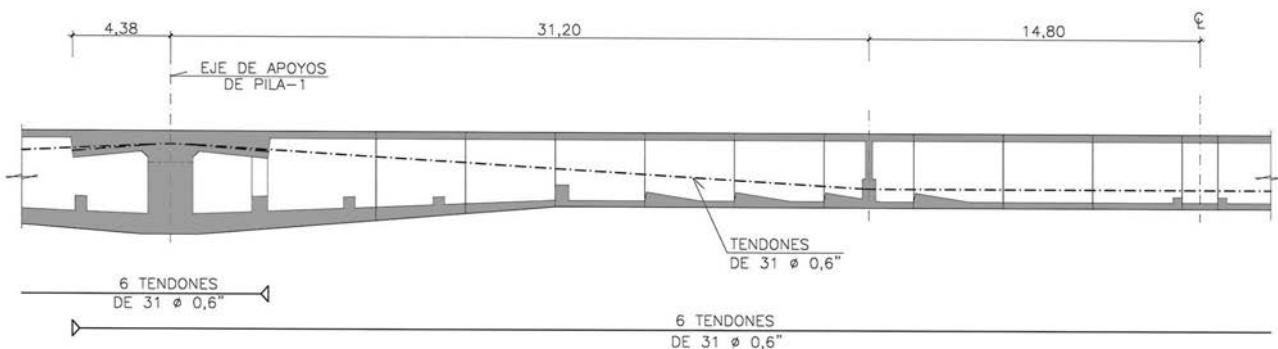


Figura 11. Pretensado exterior. Alzado de semi-vano central

El segundo es el pretensado de continuidad, también recto en alzado y situado en la tabla inferior. Se compone de 24 tendones de  $15 \phi 0,6"$  anclados en 4 resaltos ubicados en sendas dovelas simétricas con el centro de luz de los vanos principales.

El tercer pretensado es exterior a la sección y está compuesto por 6 tendones de  $31 \phi 0,6"$  por vano. Dichos tendones se anclan en resaltos de la tabla superior situados a 4,40 del eje de pilas y se desvían en dos tabiques intermedios situados a 14,80 m del centro de luz (Figuras 11 y 12).

Por último, se dispone un cuarto pretensado transversal al eje del tablero que discurre a lo ancho de toda la losa superior, compuesto por 7 tendones de  $4 \phi 0,6"$  en cada dovela, centrados con el eje del jabilcón. Con el fin de no aumentar en exceso el espesor de la losa superior, se dispone este pretensado dentro de una vaina plana.

La existencia de familias diferentes ha permitido que el pretensado del tablero se haya ido introduciendo paulatinamente y de acuerdo con el esquema estructural exis-

tente en cada momento del proceso constructivo y a medida que se ha ido completando la sección transversal. Así, el pretensado interior de avance en voladizo, situado en la tabla superior, se ha puesto en carga según avanzan las dovelas, en un esquema isostático de ménsula, mientras que el interior de continuidad se ha tensado cuando el núcleo ha estado cerrado. Una vez completada la sección con los balcones y los voladizos transversales, se ha introducido el pretensado exterior con un trazado adaptado al esquema de viga continua, existente en ese momento.

En nuestra opinión, el uso parcial de pretensado exterior es muy interesante [3], especialmente en estructuras construidas por avance por voladizos sucesivos con sección evolutiva [4], por los siguientes motivos:

- Confiere una compresión global a la sección completa a lo largo del viaducto.
- Evita una excesiva congestión de tendones en la tabla inferior en centro de vano con los consiguientes problemas de fuerzas de desviación no compensadas y de tracciones detrás de cuñas de anclaje.

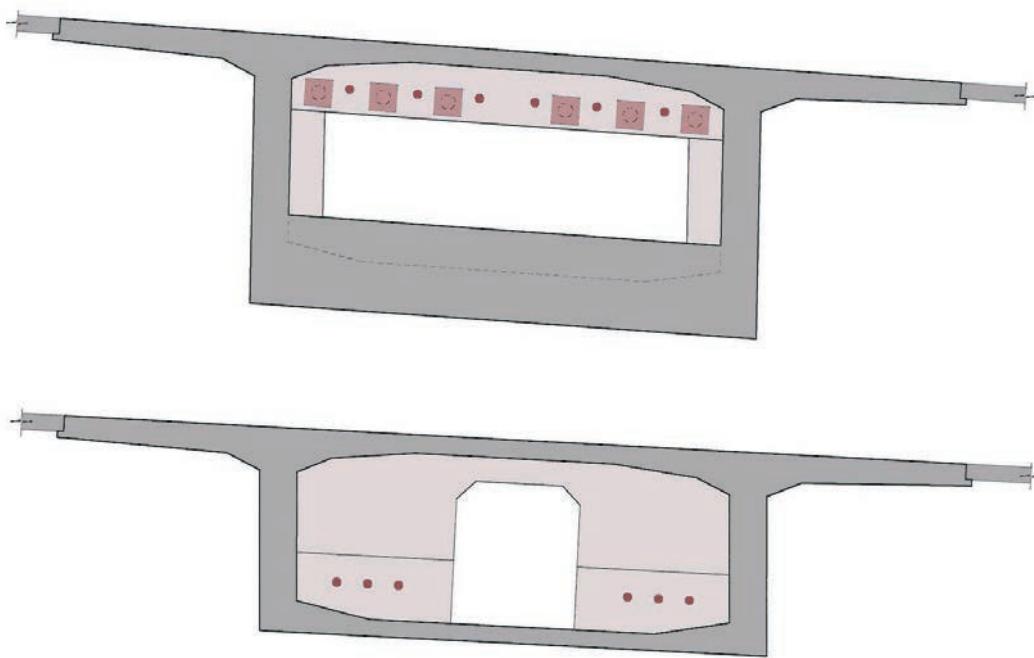


Figura 12. Pretensado exterior. Secciones de anclajes en pilas y en tabique desviador



Figura 13. Vista de fuste y capitel.

- Permite el refuerzo de pretensado en zona de negativos, sin tener que introducir dicho pretensado en primera fase, ni tener que recurrir a cuñas en la losa superior que dificultan el avance del carro.

Por último, el pretensado transversal se ha puesto en tensión cuando la sección transversal estaba completa, de forma independiente al desencofrado de los voladizos laterales.

## 6. PILAS

Las pilas son de fuste único con sección circular de 4,50 m de diámetro. Debido a la curva y al esviaje del cruce del IV Cinturón, ésta ha sido la forma que mejor comportamiento hidráulico presentaba. En cabeza de pilas se ha dispuesto un capitel con forma de tronco de cono, cortado por planos verticales (Figura 13). Su forma clara y sencilla enlaza con los paramentos de las cartelas y permite una adecuada transición entre los paramentos planos del tablero y el fuste circular.

Debido a la escasa altura de las pilas, el tablero está simplemente apoyado en los capiteles mediante parejas de aparatos de apoyo. En las dos pilas centrales se han dispuesto apoyos de neopreno zunchado mientras que en las dos extremas y en los estribos se han colocado aparatos de apoyo deslizantes en dirección longitudinal, tipo POT.

Dado que las pilas no están empotradas en el tablero y que la sección circular del fuste dificulta la materialización de un bloqueo provisional mediante anclajes verti-

cales, ha sido necesario disponer unas pilas provisionales para garantizar la estabilidad del tablero durante el avance en voladizo. Estas pilas provisionales están formadas por dos tabiques de 2,80 m de ancho x 1,30 de canto, situadas debajo de las almas del cajón a 4 m del eje de apoyo (Figura 14). Los tabiques nacen del encepado de pila y tienen un pretensado provisional formado por 4 tendones verticales de  $15 \phi 0,6"$  que cose el tablero. Una vez el núcleo de tablero alcanza una condición estable, se procede a cortar los tendones de pretensado y a demoler los tabiques provisionales.

La cimentación de las pilas es profunda, habiéndose dispuesto en cada pila 9 pilotes de 2,00 m de diámetro y 40 m de longitud. Los pilotes y encepados se han ejecutado dentro de recintos de tablestacas hincadas en penínsulas artificiales que se han construido alternativamente desde cada margen del río.

Los estribos se integran en los terraplenes de acceso al viaducto mediante simples cargaderos de hormigón armado apoyados en cuatro pilotes de 2,00 m de diámetro. En su frente se dispone un muro de escollera para proteger el derrame de tierras de la erosión del agua.

## 7. CONSTRUCCION DEL VIADUCTO

Se iniciaron los trabajos previos a la construcción en el mes de mayo de 2005, consistentes en reconocimientos

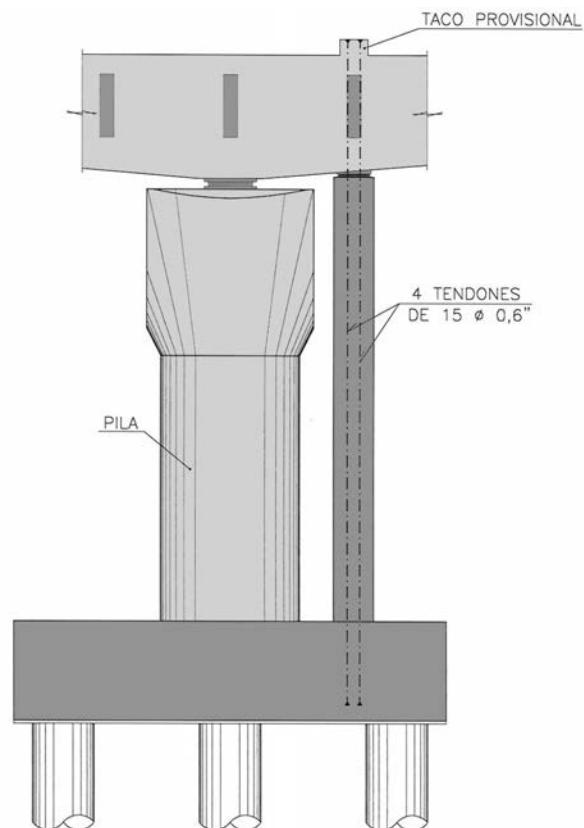


Figura 14. Sistema de bloqueo provisional

visuales del terreno, estudios de posibles accesos hasta el río por ambas márgenes y replanteo topográfico de los estribos y pilas a las que se podía llegar.

Se trató en todo momento de afectar lo menos posible a la vegetación de ribera así como a las aguas y fauna del río, definiendo las zonas de acopios y accesos directos al río de forma que el impacto ambiental fuera mínimo.

### 7.1. Campaña de sondeos

Se realizó una campaña de sondeos para estudiar el lecho del río y corroborar los datos que se tenían en proyecto en cuanto a la cimentación con pilotes. Los resultados fueron similares a los de proyecto con capas de bolos y gravas hasta unos 30 metros de profundidad y margas en los 10 últimos metros.

Se decidió mantener la cimentación prevista en proyecto con pilotes de 40 metros de longitud y 2,00 metros de diámetro, 4 en cada estribo y 9 en cada pila.

### 7.2. Península de acceso

Los trabajos comenzaron en la margen izquierda del río con el desbroce de vegetación que ocupaba la sombra del tablero, para dar acceso a las pilas 3 y 4.

Se realizó una inspección del lecho del río mediante buceadores especializados para comprobar la posible existencia de especies en peligro de extinción, como la margaritífera auricularia, siendo el resultado negativo.

Una vez ejecutadas las pilas 3 y 4 se retiró la península de la margen izquierda y se avanzó en la margen derecha, aprovechando el menor caudal del río durante el verano de 2006. Las pilas 1 y 2 se ejecutaron desde la margen derecha (Figura 15).

La península se protegió con escollera para evitar los arrastres de la corriente del río y se elevó unos 2 metros sobre el nivel de las aguas del río.

### 7.3. Cimentación mediante pilotes

A continuación, se inició la ejecución de los pilotes de la pila 3. La profundidad de excavación era de 50 metros, puesto que se ejecutaron desde la península, aunque la zona hormigonada quedó 10 metros por debajo del terreno coincidiendo con la cota a la que estaría el encepado de la pila.

Los pilotes se ejecutaron con camisas de chapa de 15 metros de longitud que posteriormente se recuperaban durante el hormigonado (Figura 16).

Se utilizó un hormigón HA-30 con consistencia fluida y en cada pilote se dejaron embebidos 5 tubos unidos longitudinalmente a la armadura, que sirvieron para



Figura 15. Penínsulas artificiales.



Figura 16. Balsa de lodos para ejecución de pilotes

analizar posteriormente mediante ensayos sónicos las posibles discontinuidades del hormigón del pilote.

### 7.4. Recintos de tablestacas

Las cabezas de los pilotes estaban unidas mediante un encepado de dimensiones 14x14x3 metros que a su vez serviría de apoyo a cada una de las pilas.

Este encepado quedaba sumergido 8 metros por debajo del nivel de agua habitual en el río Ebro, y para poder ejecutarlo se construyó un doble recinto de tablestacas.

La dificultad para ejecutar la excavación a esa profundidad y el peligro de sifonamiento de las gravas del lecho del río se salvaron gracias a la existencia de ese doble recinto de tablestacas.

El recinto interior estaba formado por tablestacas de 14 metros de longitud formando un cuadrado en planta de 16 metros de lado. Cada tablestaca tenía un empotramiento de 8 metros y todo el recinto de tablestacas quedaba arriostrado interiormente mediante un arma-



Figura 17. Doble Recinto de tablestacas

zón de perfiles metálicos soldados a las cabezas de las tablestacas.

El segundo recinto formaba un cuadrado de 24 metros de lado con tablestacas de 7 metros de longitud empotradas 4 metros en el terreno. Terminada la excavación se procedió al descabezado de los pilotes, mientras un equipo de bombeo mantenía el nivel freático permanentemente día y noche por debajo de la cota de excavación (Figura 17).

Los ensayos sónicos realizados en cada uno de los pilotes dieron resultados correctos y se continuó con la ejecución de los encepados desde los cuales arrancaba la pila circular que sostendría el tablero del puente y los tabiques provisionales que mantendrían en equilibrio el tablero durante la fase constructiva de voladizos (Figura 18).

### 7.5. Ejecución de pilas y capiteles

Sin retirar aún el recinto de tablestacas ni el equipo de bombeo, se ejecutaron los fustes de las pilas. Su altura oscilaba entre los 9 metros de la pila 1 y los 10,7 metros de



Figura 18. Encepado de pilas

la pila 4. Se ejecutaron con un encofrado circular convencional, en una sola fase de hormigonado (Figura 19).

El capitel era un tronco de cono invertido, achaflanado en dos de sus caras perpendiculares al sentido longitudinal del puente, la base inferior tenía 4,5 metros de diámetro y la superior 8,8 metros, su altura era de 5,4 metros, igual para todas las pilas (Figura 20).

El encofrado se fabricó a medida con uso exclusivo para este capitel. La cimbra, convencional, se adaptó a sus dimensiones y se hormigonó en una sola fase, con hormigón HA-35, igual que el fuste de la pilas.

Junto con cada pila del viaducto se construyeron las correspondientes pilas provisionales, que se utilizaron sólo en la fase de construcción y que posteriormente fueron demolidas.

### 7.6. Ejecución del tablero

Como se ha mencionado anteriormente, el tablero se ejecutó en dos fases. La primera consistió en construir el



Figura 19. Encofrado de fuste



Figura 20. Encofrado de capitel



Figura 21. Cimbra de dovela 0



Figura 22. Avance en voladizo

núcleo central con el método de voladizos sucesivos mediante carros de avance. En la segunda fase se completó la sección colocando los jambones transversales y hormigonando los voladizos laterales mediante la utilización de un carro de encofrado que circulaba sobre el núcleo previamente construido.

#### 7.6.1. Dovelha cero

Las dovelas “cero”, debido a su escasa altura, se construyeron con cimbra convencional apoyada en el terreno. Dichas dovelas se apoyaron tanto en el capitel de las pilas como en los tabiques provisionales. Una vez iniciadas las obras, y con el fin de reducir plazo de ejecución, se amplió su longitud inicialmente prevista de 10,40 m a 18,40 m para que se pudieran montar de una vez los dos carros de una “T” y sus respectivos carriles (Figura 21).

El hormigonado de la dovela “cero” se hizo en tres fases, la primera incluía la base, la segunda los hastiales y la tercera la losa superior.

Una vez comprobado que la resistencia del hormigón era suficiente, se procedió al enfilado y tesado de los tendones longitudinales de la propia dovela, así como de los tendones verticales de atado a los tabiques provisionales.

#### 7.6.2. Núcleo central. Dovelas

Una vez ejecutada la dovela “cero”, se elevaron los carros de avance para su posterior montaje, quedando ambos en disposición de iniciar la construcción de las diversas dovelas de forma simétrica y en sentidos opuestos a partir de la pila (Figura 22, 23 y 24).

A partir de ese momento, se ejecutó con un ciclo semanal, una dovela de 4 metros de longitud y 14,6 metros de ancho, a cada lado de la pila, con el carro apoyándose en la dovela anteriormente construida y progre-



Figura 23. Avance en voladizo simétrico



Figura 24. Vista del núcleo en 1<sup>a</sup> fase

sando de forma simétrica. Se trabajó en las dos pilas de cada margen a la vez hasta completar las 10 dovelas de cada pila.

Finalmente, la dovela de cierre de cada vano se ejecutó inmovilizando los dos semivanos creados con vigas



Figura 25. Carro de encofrado de voladizos



Figura 26. Detalle de brazo de encofrado 2ª fase



Figura 27. Vista inferior del tablero durante la ejecución de los voladizos laterales

metálicas y empleando la plataforma inferior de uno de los carros como piso de trabajo.

Los últimos 15 metros junto a los estribos se hicieron con cimbra convencional apoyada en el terreno, una vez desmontados los carros de avance. Con el fin de evitar movimientos verticales de los núcleos previamente construidos durante el hormigonado de la zona cimbrada, se dispusieron puntales provisionales, bajo las almas del tablero ya construido, en el extremo en voladizo contiguo a la zona cimbrada.

#### 7.6.3. Voladizos laterales del tablero

Para completar los 26,6 metros lineales de anchura del tablero se construyeron a cada lado unos voladizos de 6 metros, apoyados en jabalcones puntuales.

Dichos voladizos se ejecutaron con la ayuda de un carro de avance, especialmente diseñado para este tablero. El carro era una estructura metálica en forma de celosía

espacial que se movía a lo largo del tablero, rodando sobre unos carriles metálicos. La estructura incorporaba las plataformas de trabajo en base de jabalcones, los paneles de encofrado de los voladizos, así como los gatos hidráulicos que permitían su abatimiento y ajuste. El carro abarcaba una longitud de 12 metros. (Figura 25, 26 y 27). En nuestra opinión, si bien puede parecer una estructura muy aparatoso, resulta altamente eficiente desde punto de vista de seguridad y comodidad de trabajo, así como de accesibilidad a los distintos extremos de los jabalcones. Además, proporciona mayor adaptabilidad geométrica y un mejor acabado que un sistema de voladizos prefabricados. Con respecto a los sistemas prefabricados es algo más lento y tiene limitadas las zonas de trabajo al número de carros disponibles, por lo general uno. Sin embargo, una vez está rodado y las cuadrillas de operarios han pasado la curva de aprendizaje, se consigue más de una puesta semanal.

Los voladizos laterales se apoyan en 200 jabalcones, 100 a cada lado, que fueron fabricados a pie de obra. Los jabalcones son puntales rectangulares de hormigón armado que se apoyan en la base en un tajo que sobresale de la sección transversal. Para conseguir su estabilidad durante construcción se dispone una barra saliente recta de 40 mm de diámetro en su parte inferior y centrada en la sección. Dicha barra, funcionando a modo de tetón, se introduce en una placa metálica perforada dejada en el tajo de apoyo (Figs. 28 y 29). Una vez el jabalcón está posicionado y sujetado en su parte superior por el encofrado del voladizo que lo abraza, se procede a llenar de mortero el espacio libre dejado entre el tajo de apoyo y el jabalcón, accediendo desde las plataformas inferiores del carro.

La construcción de los voladizos comenzó el 20/12/07 y el día 19/03/08 se hormigonó la última fase del tablero, quedando así terminada toda la estructura del viaducto. Con el fin de acelerar este tajo, se completó la labor del carro con cimbras convencionales al suelo en las zonas no afectadas por el cauce del río. El desenco-



Figura 28. Jabalcones acopiadados sobre el tablero

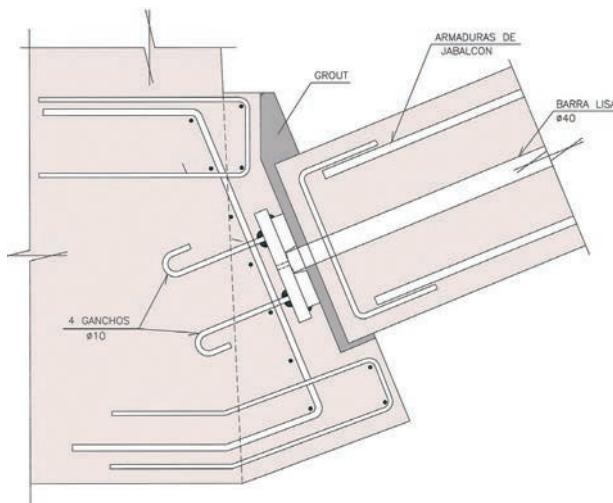


Figura 29. Detalle de apoyo de jabalcón



Figura 30. Vista del voladizo lateral del núcleo en 1<sup>a</sup> fase

frado y avance de los distintos tramos de voladizos laterales se hizo de forma independiente al tesado de los tendones de pretensado transversal. Para ello se

dispuso una armadura pasiva suficiente para absorber los esfuerzos de peso propio de voladizo y jabalcones. Con el fin de facilitar la construcción, el pretensado transversal se enfilaba una vez el voladizo estaba completo, efectuándose el empalme de las vainas planas mediante un termorretráctil (Figura 30).

Simultáneamente con la construcción de los voladizos laterales, se construyeron los tabiques desviadores del pretensado exterior. Una vez ejecutados los voladizos laterales se procedió al enfilado y tesado de los tendones de pretensado exterior que discurren por dentro del núcleo (Figura 31 y 32).

## 7.7. Acabados

Finalmente, durante los meses de abril y mayo de 2008 se ejecutaron las obras de acabado del viaducto que incluía los pretilés, la colocación de impostas, farolas, barrera de hormigón central, el extendido del aglomerado, juntas de calzada y prueba de carga (Figura 33).



Figura 31. Montaje de vainas de pretensado exterior



Figura 32. Enfilado de pretensado exterior



Figura 33. Prueba de carga



Figura 34. Vista inferior de tablero con drenaje



Figura 35. Riada durante construcción



Figura 36. Vista del viaducto terminado

Todas las aguas de lluvia del viaducto y posibles vertidos sobre el tablero se recogen mediante un drenaje interior y se encauzan a una balsa de vertidos que, tras el correspondiente desengrasado, desagua posteriormente en el río Ebro. En caso de un vertido accidental, éste quedaría retenido en la balsa.

La decisión de no verter directamente al río las aguas pluviales tiene razones medioambientales claras, sin embargo, la solución comúnmente propuesta y usada en el presente proyecto, consistente en llevar el drenaje por un tubo colocado en el interior del cajón tiene unas consecuencias estéticas discutibles (Figura 34). En efecto, dicha solución requiere la disposición de diversos tubos de PVC a lo largo del viaducto que llevan el agua transversalmente desde los sumideros dispuestos en los extremos de los voladizos hacia el interior del cajón.

En Francia, este esquema está desaconsejado en estructuras de hormigón y prohibido en estructuras mixtas [5]. En nuestra opinión, la solución normalmente usada en dicho país de disponer una imposta-canalón en el extremo del voladizo tiene claras ventajas desde el punto de vista estético y de integración del drenaje en el conjunto de la estructura, así como de mantenimiento. Su único inconveniente es que su coste es más elevado.

## 7.8. Régimen hidráulico del río durante la ejecución de la obra

Es conocido el comportamiento del caudaloso río Ebro, que alterna su aparente mansedumbre de finales de verano con las caudalosas crecidas provocadas por las lluvias de la zona cantábrica y, en menor medida, por las nieves pirenaicas.

Su caudal medio suele oscilar en torno a los  $250 \text{ m}^3/\text{s}$  y con esa consideración se construyeron las penínsulas que permitieron acceder a las pilas situadas en el cauce, y a las cuales se les dio una sobreelevación sobre el nivel del agua de unos dos metros.

Durante los tres años que duraron los trabajos, el caudal del río se mantuvo en torno a ese caudal medio, lo que permitió trabajar sin dificultad, incluso llegó a tener caudales de  $30 \text{ m}^3/\text{s}$  en verano.

Pero en dos ocasiones el caudal sobrepasó las penínsulas, inundando la zona de trabajo. La primera de ellas



Figura 37. Vista del viaducto terminado

ocurrió el día 11/06/06, cuando se estaba trabajando en los recintos de tablestacas de las pilas 3 y 4, lo cual obligó a abandonar la zona.

La otra gran crecida sí causó daños y retrasos a la obra, ya que se produjo el día 05/04/07 con 2.214 m<sup>3</sup>/s cuando el carro de avance de la pila 3 estaba completamente montado en el suelo esperando para su izado. Los materiales no pudieron ser retirados a tiempo y el agua arrastró parte de ellos y desarmó toda la estructura de madera del carro, causando un retraso de más de un mes en la ejecución de la obra (Figura 35)

En las figuras 36 y 37 se muestran 2 fotografías del viaducto completado.

## 8. PROYECTO

Para el análisis estructural de este viaducto se han desarrollado básicamente 3 modelos. El primero para el análisis estructural a nivel longitudinal del tablero, el segundo para analizar la flexión transversal del tablero y el tercero para establecer el esquema de contraflechas de construcción y posibilitar el seguimiento de las deformadas en obra.

### 8.1. Análisis longitudinal del tablero

Para el análisis estructural longitudinal, se ha realizado un modelo de tipo pórtico espacial con seis grados de

libertad por nudo. Sobre el modelo general del puente completo se han realizado modelos parciales para representar las distintas fases del proceso constructivo y de la evolución de la sección transversal. La numeración de los nudos y elementos se ha mantenido igual en los distintos submodelos empleados con el fin de poder combinar los esfuerzos y las tensiones de las distintas fases.

La definición geométrica del modelo ha simulado el trazado real en planta así como la ubicación exacta de las pilas y estribos. Los apoyos de pilas y estribos han reproducido las condiciones reales de vinculación, liberando los giros donde están permitidos y simulando con muelas elásticos la rigidez de los neoprenos.

En sentido longitudinal, el tablero se ha representado con un solo nervio longitudinal dividido en 206 elementos. Cada uno de ellos, tiene las características de la sección transversal correspondiente, en la fase constructiva analizada. Además, debido a la anchura del tablero y a la amplitud de los voladizos se ha considerado el ancho eficaz de cada sección frente a esfuerzos de flexión. Para las tensiones deducidas de los esfuerzos axiles (pretensado) se ha empleado siempre el área bruta de la sección en su fase correspondiente.

Como esquemas estructurales distintos se han considerado fundamentalmente los siguientes:

- Los tramos de tablero en voladizo, construidos a partir de las pilas, antes de ejecutar las dovelas de cierre, y con la sección transversal formada por el núcleo en primera fase (sin balcones ni voladizos).

- El tablero como viga continua, con la sección transversal construida en primera fase (sin jabalcones ni voladizos).
- El tablero como viga continua, con la sección transversal completa.

En estos modelos se han ido introduciendo las distintas acciones que marca la IAP-98 [6]. Sobre estas acciones tan sólo queremos mencionar el modo de introducir el pretensado y la consideración de la fluencia y retracción. En particular, el pretensado se ha introducido tendón a tendón, cada uno en un caso de carga distinto y como un sistema de fuerzas autoequilibrado. Por su parte, los fenómenos de fluencia y retracción han sido considerados, con la formulación de la EHE [7], no sólo globalmente, sino como acción diferencial entre la sección del núcleo y de los voladizos.

El modelo general se ha desarrollado con el programa comercial ROBOT Millenium [8] y todos los pre-procesos relativos a características mecánicas de las secciones, acciones de pretensado, acciones de tráfico así como los post-procesos de combinación y envolventes de esfuerzos y tensiones se han efectuado con programas propios desarrollados en EIPSA.

## 8.2. Análisis transversal del tablero

Para el análisis de la flexión transversal se ha realizado un modelo de elementos finitos tomando un tramo de tablero de 64 m simplemente apoyado.

Los voladizos, las tablas superiores e inferiores, así como las almas se han modelizado con elementos tipo lámina con el espesores promedio según las diferentes zonas de la sección transversal. Los jabalcones se han modelizado con elementos tipo barra. (Figura 38)

En este modelo se han introducido las cargas de peso propio, carga muerta y sobrecargas de tráfico. El pretensado transversal se ha introducido en su ubicación exacta usando el mismo programa de fuerzas equivalentes que se ha empleado para el modelo general.

El pretensado transversal de la tabla superior se ha dimensionado siguiendo estrictamente las verificaciones a Estados Límites de Servicio y Últimos que marca la EHE [7] para elementos pretensados y no como un elemento de hormigón armado "ayudado" por unas fuerzas exteriores. Dicho cumplimiento es el que provoca que se requieran cuantías relativamente altas de pretensado transversal.

## 8.3. Seguimiento en construcción

Como consecuencia del sistema constructivo de avance por voladizos sucesivos y de las características de los materiales, ha sido necesario realizar un análisis en el tiempo, con el fin de establecer las contraflechas que habría que dar en construcción para que la estructura llegase al final a la posición teórica establecida.

Para el seguimiento de flechas se ha usado el programa ADAPT-ABI [9], que realiza un análisis en el tiempo considerando el proceso constructivo real, la evolución de la sección transversal, las características de los materiales variables con el tiempo, los efectos de retracción y fluencia del hormigón y la relajación de los aceros. El programa resuelve la estructura en todas las fases a lo largo del tiempo, considerando en cada etapa las características reales de los materiales, el estado tensional y la geometría deformada.

La estructura se ha idealizado como un pórtico plano de tres grados de libertad por nudo y se han representado las condiciones reales de vinculación de los apoyos

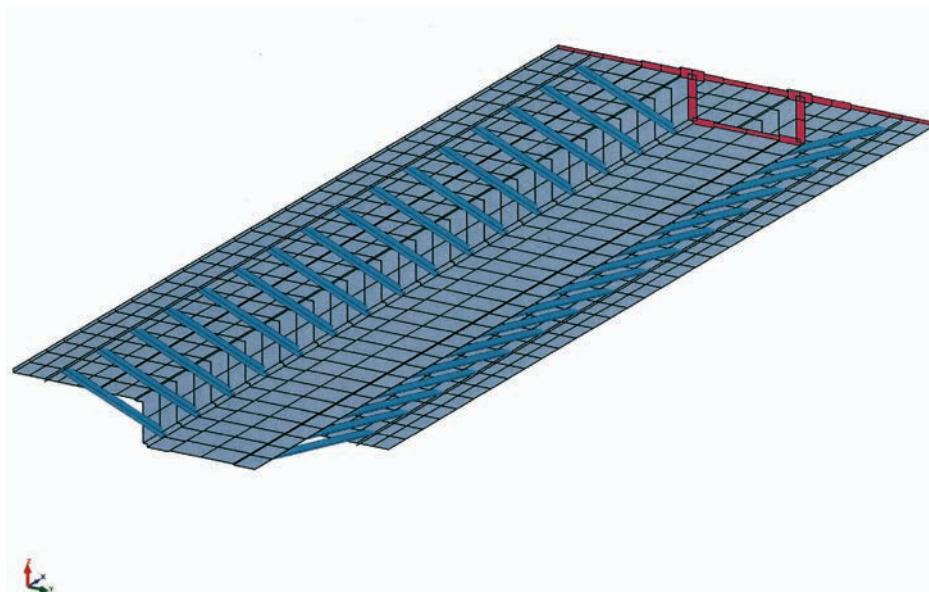


Figura 38. Modelo de Elementos finitos para la flexión transversal

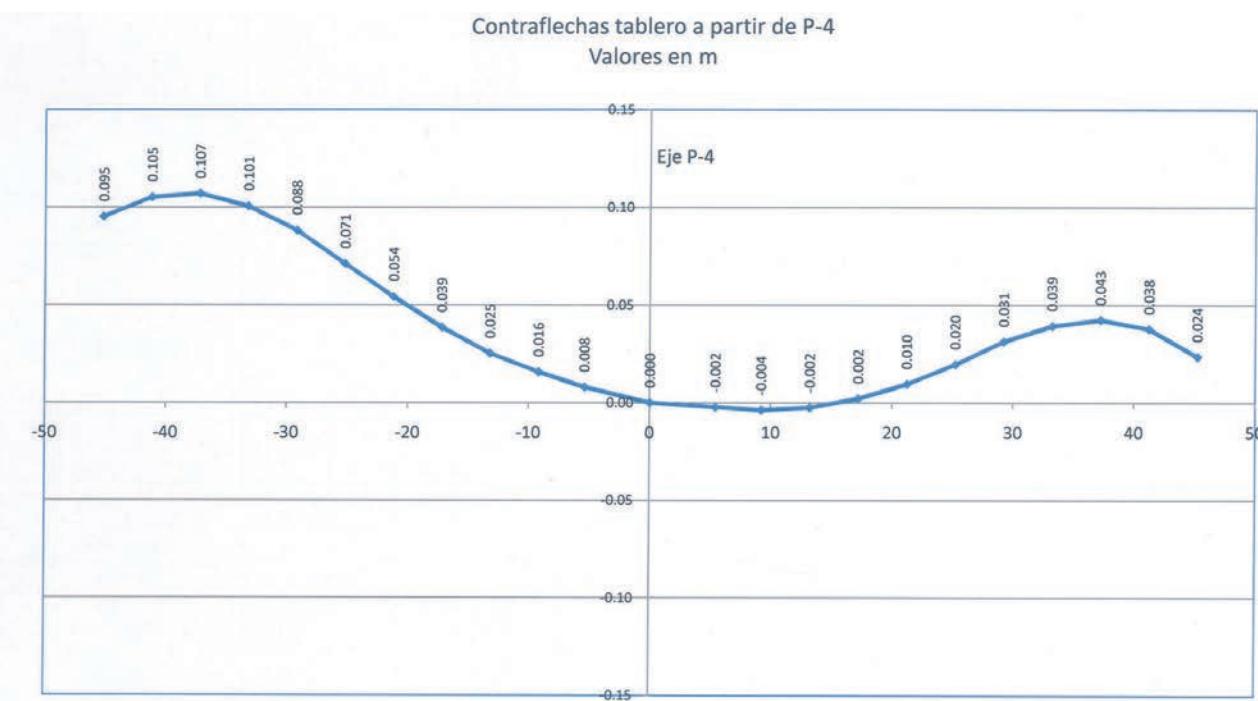


Figura 39. Ley de contraflechas de tablero en voladizos de Pila-4

en todas las etapas constructivas. La no consideración de la curvatura del puente no es especialmente relevante en este caso para determinar el estado de contraflechas.

Por otro lado, el peso propio de la estructura que se ha introducido en cada fase incluye los tacos de apoyo de jabalcón, las cuñas de anclaje, los jabalcones laterales y los tabiques desviadores existentes en dicha fase. La correcta consideración de dichos pesos es importante para las comprobaciones de proyecto y fundamental para el correcto seguimiento en obra de la evolución de la deformada.

En la Figura 39 se puede ver la ley de contraflechas para el voladizo de la pila 4 hacia la pila 3 y hacia el estribo 2. En la tabla 2 se muestra la evolución de la flecha en el centro del vano 4 a lo largo del tiempo. En dicha tabla, se puede comprobar que se ha dado a la contraflecha el valor total de la flecha a tiempo infinito y que los movimientos del tablero son en cualquier caso moderados debido en gran medida a que las luces no son grandes y a que el canto dispuesto en centro luz ( $H= 3,30 \text{ m}$ ;  $H/L= 1/28$ ) es superior a lo habitualmente proyectado en tableros construidos por voladizos sucesivos de una sola calzada ( $H= 2,30 \text{ m}$   $H/L= 1/40$ ).

## Principales Cuantías

### Materiales Tablero:

Hormigón HP-45:	0,65 $\text{m}^3/\text{m}^2$
Acero activo interior:	20,1 $\text{kg}/\text{m}^2$
Acero activo exterior:	8,5 $\text{kg}/\text{m}^2$
Acero activo transversal:	7,7 $\text{kg}/\text{m}^2$
Acero pasivo:	170 $\text{kg}/\text{m}^3$

Tabla 2. Evolución de la flecha en el centro del vano 4

Fase	Movimiento (m)	Distancia a cota teórica (m)
Contraflecha		0,105
Deflexión carro	-0,010	0,095
Hormigonado última dovela	-0,026	0,069
Pretensado superior	0,008	0,077
Retirada de carros	0,008	0,085
Hormigonado dovela de cierre	-0,043	0,042
Pretensado inferior de continuidad	0,032	0,074
Retirada de carro de dovela de cierre	0,006	0,080
Segunda fase tablero	-0,016	0,064
Pretensado exterior	0,0010	0,0704
Carga muerta	-0,011	0,063
Tiempo infinito	-0,063	0,000

## REFERENCIAS

- [1] AGUILÓ M. *Puentes para una Exposición*. Zaragoza: Abada Editores, 2008.
- [2] COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS DE ARAGÓN. *Puentes de Zaragoza*. Zaragoza: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Aragón, 2008.
- [3] LLOMBART J.A., REVOLTÓS J. "Viaducto de Sant Bartomeu, perteneciente al Eje Transversal Lleida - Girona". *Hormigón y Acero*. 1999, n° 212, p. 43-50.

[4] LLOMBART J.A., REVOLTÓS J., FERNÁNDEZ J. (Texto de Salvatore Giuseppe Italiano) "Un ponte per l'isola". *L'industria italiana del cemento*. 2005, vol. 75, nº 813, p. 670-683.

[5] MINISTÉRE DE L'EQUIPEMENT, DU LOGEMENT DES TRANSPORTS ET DE LA MER. Direction des Routes. *Assainissement des Pots-Routes. Evacuation des eaux, perrés, drainage corniches-caniveaux*. Bagneux, France: SETRA, Centre des Techniques d'Ouvrages d'Art, 1989.

[6] MINISTERIO DE FOMENTO. IAP. *Instrucción sobre*

*las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera*. Madrid: Ministerio de Fomento, 1998.

[7] MINISTERIO DE FOMENTO. EHE-08 . *Instrucción de Hormigón estructural*. 3<sup>a</sup> ed. Madrid: Ministerio de Fomento, 2009.

[8] ROBOT Millenium. Autodesk, Inc. San Rafael, CA 94903 USA.

[9] ADAPT-ABI 2009. *ADAPT Structural Concrete Software*. Redwood City, CA 94061 USA.

## RELACIÓN DE PARTICIPANTES

### Propiedad

Ministerio de Fomento  
Dirección General de Carreteras  
Demarcación de Carreteras del Estado en Aragón

### Dirección de Obra

Director: Rafael López Guarga (Ingeniero de Caminos)  
Ayudante Dirección: Francisco Javier Andrés Pelegrina (Ing. Técnico Obras Públicas)  
Inspectores de Obra: Gonzalo Escolano Larriba  
Enrique Castroviejo Buil

### Asistencia Técnica

Empresa: CTT - TRN  
Jefe de Unidad: Alberto González Montoya (Ingeniero de Caminos)

### Proyecto

Empresa: EIPSA  
Autores: José Antonio Llombart (Ingeniero de Caminos)  
Jordi Revoltós Fort (Ingeniero de Caminos)  
Juliana Fernández Vega (Ingeniera Civil)

### Empresa Constructora

UTE Ronda Este Zaragoza (OHL – MLN)  
Gerentes: Francisco León Irujo (OHL) (Ingeniero de Caminos)  
David Sanz Merlant (OHL) (Ingeniero de Caminos)  
Jefes de Obra: Julián Sánchez de Lucas (OHL) (Ing. Técnico de Obras Públicas)  
Jesús Sánchez Moreno (OHL) (Ing. Técnico de Obras Públicas)

### Empresas Subcontratistas

Sistema de pretensado: CTT-Stronghold  
Ejecución de tablero: Construgomes  
Carro de voladizos laterales: Mecanotubo



# ConstruGomes

El otro lado está más cerca

[www.construgomes.es](http://www.construgomes.es)

España

tel.: 0034 983 771 167

fax: 0034 983 770 443

[construgomes@construgomes.es](mailto:construgomes@construgomes.es)

Portugal

tel.: 00351 253 894 322

fax: 00351 253 894 323

Tlm.: 00351 918 921 454

[miguel.barreto@construgomes.es](mailto:miguel.barreto@construgomes.es)

Slovakia

[gilberto.queiros@construgomes.es](mailto:gilberto.queiros@construgomes.es)





**DIRECCIÓN GENERAL**

Apartado de Correos 23  
08100 Mollet del Vallès (BCN)  
Tel 935 707 227  
Fax 935 700 367

**CATALUÑA**

Pol. Ind. Can Magarola  
C/ Facundo Bacardí, 19-21  
08100 Mollet del Vallès (BCN)  
Tel 935 707 227  
Fax 935 700 367

**CENTRO**

C/ Severo Ochoa, 55 1º Planta  
Edificio Fiteni IV  
Parque Empresarial Casablanca II  
28100 Alcobendas (Madrid)  
Tel 916 610 539  
Fax 916 610 614

**NORTE**

CM/ Plentzia, 11  
48100 Munguía (Bizkaia)  
Tel 946 155 762  
Fax 946 155 761

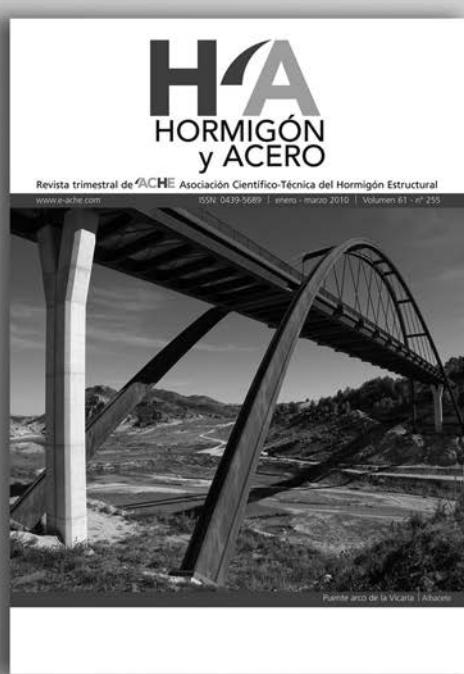
**ANDALUCÍA**

Avda. Alcalde Luis Uruñuela s/n  
Edificio Congreso, Oficina 203  
41020 Sevilla  
Tel 954 256 301  
Fax 954 676 189

**LEVANTE**

C/ del Palacio, nº 15 - puerta 3  
46183 L'Eliana (Valencia)  
Tel 961 661 585  
Fax 961 661 848

**H/A** últimos números publicados



Base de datos de artículos publicados  
en números anteriores disponible en:  
<http://www.e-ache.com>



# La deformabilidad de las estructuras de hormigón en la edificación: su evolución

*Deformability in concrete building structures:  
past and present*

Diego Martín Gil<sup>(1)</sup> y Enrique González Valle<sup>(2)</sup>

Recibido | Received: 15-10-2009  
Aceptado | Accepted: 11-01-2010

## Resumen

En las últimas décadas, las estructuras de hormigón utilizadas en la edificación han sufrido importantes variaciones tanto desde el punto de vista tipológico como en lo que a los materiales se refiere. En paralelo se ha producido un importante incremento en el nivel de las prestaciones del hormigón y el acero. Los métodos de cálculo también han evolucionado. Como consecuencia, las estructuras de hormigón actuales tienen menor rigidez que las empleadas con anterioridad y las estructuras de edificación son especialmente sensibles ante los problemas derivados del incremento de su deformabilidad. Estas razones nos han inducido a realizar un estudio que permite establecer, de manera objetiva, cómo se han visto reducidas las rigideces de las vigas de estructuras de pórticos al usar las tipologías, materiales y métodos de construcción actuales.

**Palabras clave:** estructuras de hormigón, edificación, deformaciones, fisuración, particiones

## Abstract

*In past decades, concrete structure buildings have experienced important variations related to considered typologies and materials. In addition, important advances have been achieved in concrete and steel qualities. Also, design methods have evolved. As a consequence, current concrete structures have lost stiffness and building structures are now especially sensitive to deflection problems. These reasons have induced us to carry out a study that allows objectively establishing how beams stiffness of frame structures has been reduced due to material, typologies and construction methods.*

**Keywords:** Concrete structures, building, deformations, cracking, partitions.

---

\* An extensive English language summary of the present article is provided on page 104 of this issue both for the convenience of non-Spanish-speaking readers and inclusion in databases.

(1) Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid. (Madrid, España).

(2) Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid. (España). INTEMAC (Madrid, España).

Persona de contacto / Corresponding author: egonzalez@intemac.es

## 1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, las estructuras de hormigón utilizadas en la edificación han sufrido importantes variaciones tanto desde el punto de vista tipológico como en lo que a los materiales se refiere.

Desde los principios de la utilización de las estructuras de hormigón armado, en los albores del siglo XX, hasta la década de los 70 del pasado siglo, fueron de aplicación usual los sistemas estructurales de pórticos y forjado unidireccional, empleándose para las vigas de pórticos cantos que oscilaban entre el 1/10 y 1/12 de la luz, una vez superada la época de empleo de soluciones acarteladas de canto variable.

Una evolución significativa de esta tipología estructural fue la que conducía a disponer techos planos, para lo cual era necesario que los cantos de las vigas fuesen idénticos a los del forjado que sustentaban, lo que supuso reducir tales cantos hasta límites correspondientes a relaciones canto a luz del orden de 1/20 e incluso inferiores. Con ello se planteaba una solución estructural competitiva, desde el punto de vista funcional, frente a las losas macizas o aligeradas de canto constante, soluciones atractivas para empleo en edificación ya que permitían un techo plano [1], con las ventajas que ello suponía para la flexibilidad de disposición de las particiones, lo que fue uno de los factores que propició el empleo de estas soluciones estructurales, que han sido muy bien aceptadas por parte de los arquitectos en nuestro país a pesar de que involucren la aparición de algunos problemas técnicos tal y como muestran la fisuras de la figura 1.

En paralelo con la evolución de la tipología estructural se produjo una notable evolución tecnológica en las calidades de los materiales, hormigón y acero. Para el hormigón aparecieron nuevos tipos, con resistencias más elevadas, pasándose de emplear resistencias nominales a compresión del orden de 17.5 N/mm<sup>2</sup> en la década de los 70, a generalizarse el uso de hormigones con resistencias superiores a 25 N/mm<sup>2</sup>. [2] y [3]. Ello supuso un incremento de los valores del módulo de deformación que, aunque no fuese proporcional al de resistencia, era considerable. En paralelo este cambio representaría un incremento de los valores del momento de fisuración, a igualdad de dimensiones de las secciones, debido al

incremento de la resistencia a tracción de los nuevos hormigones.

Para el acero para armar como armadura pasiva los aceros lisos, denominados como ordinarios AE 240, con límite elástico de 240 N/mm<sup>2</sup>, dejaron paso, de forma casi generalizada, a los aceros corrugados, de alto límite elástico, siendo de empleo generalizado en la actualidad, para elementos en flexión, los aceros tipo B 500 SD, con límite elástico 500 N/mm<sup>2</sup>. Lo anterior representó, desde un punto de vista técnico, una considerable reducción de las cuantías geométricas, no de las cuantías mecánicas, con la paralela reducción de las inercias fisuradas en las secciones de las piezas en las que se alcanza la fisuración.

Los métodos de cálculo también han evolucionado durante los períodos de tiempo a los que hemos hecho referencia. De los métodos de cálculo en teoría clásica, para el dimensionamiento de secciones, se ha pasado a emplear en la actualidad los métodos de dimensionamiento en estados límite, lo que conlleva, en general, el que, para las hipótesis de estados límite de servicio los hormigones se encuentren con una mayor solicitación, en lo que a las tensiones solicitantes de compresión se refiere, frente a las que se tendrían con el dimensionamiento en teoría clásica [4]. Y asimismo las nuevas revisiones de las normas han reducido los coeficientes parciales de seguridad de acciones lo que conlleva a secciones con menores cuantías de armadura, por lo que en situaciones de servicio al menos las armaduras se encuentran más solicitadas que en períodos de tiempo precedentes.

Todo lo anterior enmarca un panorama complejo y desfavorable en lo referente a la deformabilidad actual de las estructuras, fundamentalmente debido a los factores siguientes: reducción de inercias brutas de las piezas, reducción de cuantías geométricas y mayores niveles tensionales en los materiales en situaciones de servicio [5]. Y como consecuencia las estructuras de hormigón actuales responden con menor rigidez que las empleadas con anterioridad, siendo además las estructuras de edificación especialmente sensibles ante los problemas derivados del incremento de su deformabilidad en situaciones de servicio ya que su control es el factor fundamental para prevenir daños en particiones de tipo rígido, las cuales siguen ajustándose a la misma tipología constructiva que las que eran empleadas en épocas prece-

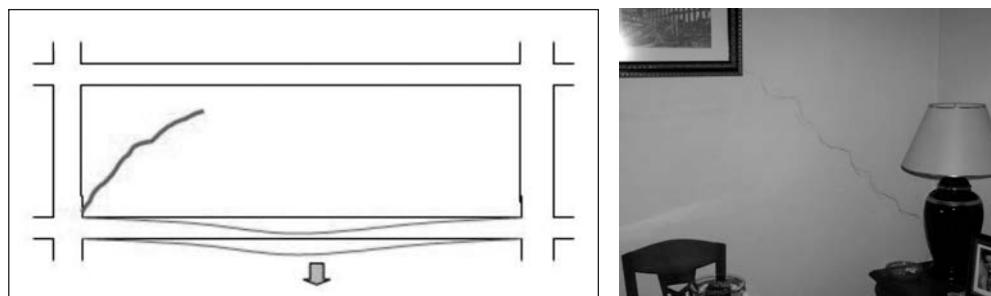


Figura 1. Fisuras producidas por deformabilidad de viga soporte

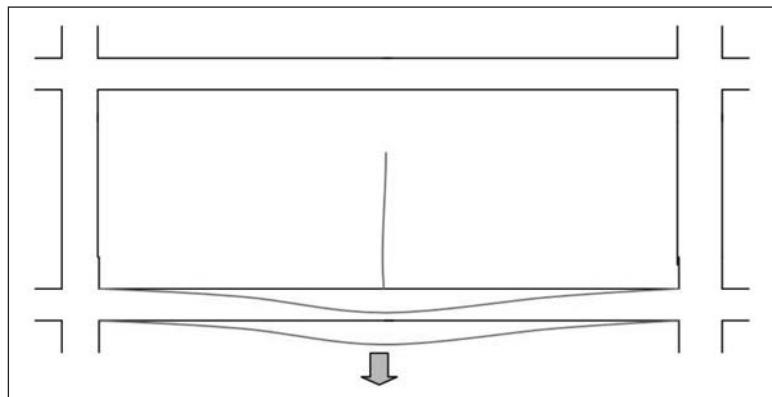


Figura 2. Fisuración vertical producida por deformabilidad de viga soporte

dentes, habiendo visto incluso incrementada su rigidez [6].

Ante el panorama de reducción de rigidez de las estructuras que empleamos en la actualidad frente a las utilizadas en épocas precedentes, cabría preguntarse si no se ha incrementado el riesgo de fisuración de las particiones [7]. La respuesta es evidente: hoy en día se presenta con mayor frecuencia esta patología, que no afecta a la estructura y que en consecuencia no afecta a su seguridad de utilización propiamente dicha, sino al aspecto y funcionalidad de los elementos rígidos soportados, tal y como se muestran en la figura 2.

De todo lo expuesto podemos resumir que los límites de relaciones de esbeltez, canto/luz, que estaban establecidos como aceptables a efectos de prevenir los daños aludidos, se han visto hoy en día superados en mucho y a ello se ha unido la influencia de otros factores, que asimismo se podrían considerar determinantes para justificar los incrementos de daños que se registran en los elementos rígidos soportados, como en el caso de la figura 3.

## 2. OBJETO DEL ANÁLISIS

Las razones expuestas en el apartado precedente nos han inducido a realizar un estudio que permita establecer, de manera objetiva, cómo se han visto reduci-

das las rigideces de las vigas pertenecientes a estructuras de pórticos y forjados de edificación que se emplean en la actualidad. Tal estudio contemplará de forma puntual la influencia que las evoluciones que se han registrado en los factores siguientes:

- Reducción de cantos
- Modificación del nivel de las prestaciones mecánicas de los aceros y de los hormigones
- Modificación de los coeficientes parciales de seguridad referentes a las acciones

tienen sobre la rigidez de las vigas de pórticos empleadas en estructuras de edificación.

El análisis que hemos desarrollado pretende obtener datos sobre la influencia que tales evoluciones tecnológicas tienen en la deformabilidad de los elementos horizontales y en consecuencia verificar si ello puede ser una de las causas significativas del incremento que viene registrándose en la fisuración de las particiones de tipo rígido.

## 3. VARIABLES OBJETO DEL ANÁLISIS

Hemos realizado un estudio paramétrico partiendo de datos concretos acerca de la tipología estructural, tipologías de materiales y coeficientes de cálculo, en

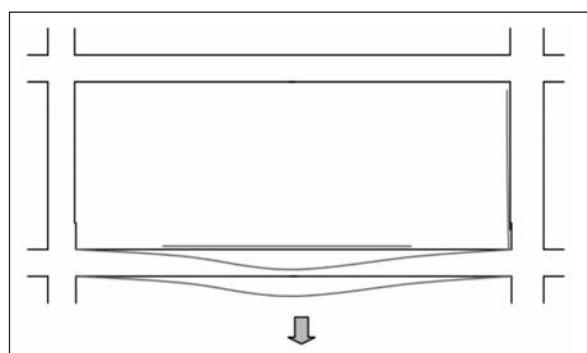


Figura 3. Fisuración de despegue inferior de la fábrica respecto del solado producida por deformabilidad de viga soporte

**Tabla 1.** Descripción de las configuraciones

SITUACIÓN	aa	nn	an	na
Tipos de Hormigón	H-17.5	H-30	H-17,5	H-30
Tipos de Acero	S-240	S-500	S-240	S-500
Cantos de vig	1/12	1/20	1/20	1/12
Coeficientes $\gamma_{f,pp+cp}$	1. Ø	1,35	1. Ø	1. 3
Coeficientes $\gamma_{f,sob}$	1. Ø	1. Ø	1. Ø	1. Ø

dos hipótesis que hemos denominado como pertenecientes a estructuras antigua (a) y nueva (n), de acuerdo con lo indicado en las dos primeras columnas de la Tabla N° 1.

Para poder analizar la influencia que ha tenido la evolución de los parámetros aludidos, con base en las variables que hemos seleccionado, hemos configurado cuatro situaciones las cuales han sido definidas en la Tabla 1.

#### 4. SITUACIONES ESTUDIADAS Y RESULTADOS OBTENIDOS

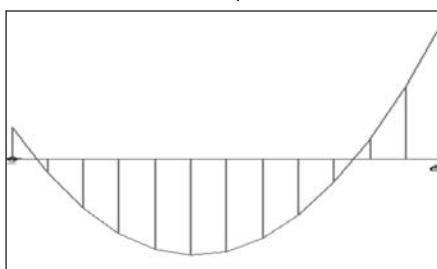
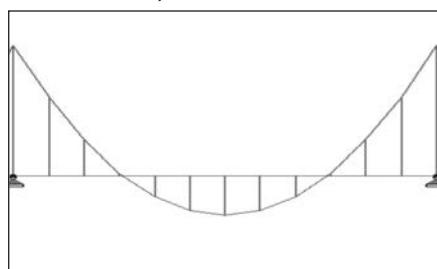
De acuerdo con las hipótesis y situaciones que hemos detallado hemos procedido a dimensionar las secciones de apoyo y vano de vigas de pórtico en los 12 casos que se obtendrán de contemplar 3 luces de

viga, (4m, 5m y 6m), para cada una de las situaciones (aa, nn, an y na) detalladas en la Tabla 1.

Dado que lo que interesa del análisis es la comparación entre los resultados de las diferentes situaciones, se ha supuesto una ley de momentos en servicio única para todas las situaciones analizadas. Asimismo se han adoptado acciones de carga permanente y sobrecarga idénticas para todas las situaciones, haciendo variar solamente el peso propio del forjado para contemplar su incremento con el incremento del canto y de la luz. En todos los casos se ha considerado una luz del forjado igual a la luz de la viga, realizándose el análisis comparativo para un vano extremo y uno intermedio de viga de pórtico. En las Tablas 2 y 3 se acompaña el detalle de los parámetros empleados en todos los casos analizados.

Para cada uno de los casos se ha procedido a dimensionar las secciones de apoyos y centro de vano, cal-

**Tabla 2.** Solicitaciones

Leyes de momentos						
Servicio	VANO EXTREMO			VANO CENTRAL		
	M1 $pl^2/20$	M2 $pl^2/18$	M3 $pl^2/12$	M4 $pl^2/13$	M5 $pl^2/20$	M6 $pl^2/13$
						
Cargas kN/m <sup>2</sup>	$l_f=4\text{ m}$	$l_f=5\text{ m}$	$l_f=6\text{ m}$			
$pp+cp$	4,00	5,00	5,50			
$sob$	2,00	2,00	2,00			
Total	6,00	7,00	7,50			
Cargas kN/ml	$l_f=4\text{ m}$	$l_f=5\text{ m}$	$l_f=6\text{ m}$			
$pp+cp$	16,00	25,00	33,00			
$sob$	8,00	10,00	12,00			
Total	24,00	35,00	45,00			

**Tabla 3.** Configuraciones analizadas

Caso	$f_{ck}$ N/mm <sup>2</sup>	$f_{yk}$ N/mm <sup>2</sup>	$l_{viga}$ m	$l_{forjado}$ m	h (canto) cm	b (ancho) cm
4-a-a	17,50	240,00	4,00	4,00	35,00	20,00
5-a-a	17,50	240,00	5,00	5,00	45,00	25,00
6-a-a	17,50	240,00	6,00	6,00	50,00	25,00
4-n-n	30,00	500,00	4,00	4,00	20,00	40,00
5-n-n	30,00	500,00	5,00	5,00	25,00	45,00
6-n-n	30,00	500,00	6,00	6,00	30,00	50,00
4-a-n	17,50	240,00	4,00	4,00	20,00	40,00
5-a-n	17,50	240,00	5,00	5,00	25,00	45,00
6-a-n	17,50	240,00	6,00	6,00	30,00	50,00
4-n-a	30,00	500,00	4,00	4,00	35,00	20,00
5-n-a	30,00	500,00	5,00	5,00	45,00	25,00
6-n-a	30,00	500,00	6,00	6,00	50,00	25,00

culando la sección de armadura. Con base en los datos obtenidos del dimensionamiento se ha establecido el armado de cada sección y se han calculado las inercias fisuradas.

Aplicando los criterios establecidos por ACI 318-08 [8] se ha calculado el momento de fisuración  $M_f$  de cada sección y aplicando la fórmula de Branson [9] se han

obtenido las inercias eficaces  $I_e$  que las corresponden en función del momento de servicio que las solicita.

$$I_e = \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^3 I_b + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^3 \right] I_f > I_b$$

donde:  $I_e$ : Momento de inercia equivalente

**Tabla 4.** Valores obtenidos del momento de inercia equivalente del vano  $I_{e\_vano}$ . Caso a-a

4-a-a	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$
M (kN·m)	19,20	21,33	32,00	29,54	19,20	29,54
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	5,30	6,30	10,30	10,30	5,30	10,30
$I_b$ (cm <sup>4</sup> )	71. 58,33	71. 58,33	71. 58,33	71. 58,33	71. 58,33	71. 58,33
$I_f$ (cm <sup>4</sup> )	29. 89,78	34. 64,54	47. 45,18	47. 45,18	29. 89,78	47. 45,18
$M_f$ (S/ACI) kN·m	10,59	10,59	10,59	10,59	10,59	10,59
$I_e$ (cm <sup>4</sup> )	36. 99,50	38. 89,63	48. 97,57	49. 88,91	36. 99,50	49. 88,91
$I_{e\_vano}$ (cm <sup>4</sup> )	40.756,58				42.989,21	
5-a-a	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$
M (kN·m)	43,75	48,61	72,92	67,31	43,75	67,31
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	10,30	10,30	18,00	18,00	10,30	18,00
$I_b$ (cm <sup>4</sup> )	189. 83,75	189. 83,75	189. 83,75	189. 83,75	189. 83,75	189. 83,75
$I_f$ (cm <sup>4</sup> )	97. 74,97	97. 74,97	143. 87,17	143. 87,17	97. 74,97	143. 87,17
$M_f$ (S/ACI) kN·m	21,88	21,88	21,88	21,88	21,88	21,88
$I_e$ (cm <sup>4</sup> )	109. 25,11	106. 20,44	145. 81,67	145. 89,44	109. 25,11	145. 89,44
$I_{e\_vano}$ (cm <sup>4</sup> )	116.634,41				127.317,28	
6-a-a	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$
M (kN·m)	81,00	90,00	135,00	124,62	81,00	124,62
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	16,60	19,70	32,30	29,10	16,60	29,10
$I_b$ (cm <sup>4</sup> )	260. 46,67	260. 46,67	260. 46,67	260. 46,67	260. 46,67	260. 46,67
$I_f$ (cm <sup>4</sup> )	178. 70,88	199. 87,36	271. 32,42	255. 23,19	178. 70,88	255. 23,19
$M_f$ (S/ACI) kN·m	27,02	27,02	27,02	27,02	27,02	27,02
$I_e$ (cm <sup>4</sup> )	181. 22,83	201. 36,66	260. 46,67	255. 35,10	181. 22,83	255. 35,10
$I_{e\_vano}$ (cm <sup>4</sup> )	211.138,20				218.298,96	

**Tabla 5.** Valores obtenidos del momento de inercia equivalente del vano  $I_{e-vano}$ . Caso n-n

4-n-n	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$
M (kN·m)	19,20	21,33	32,00	29,54	19,20	29,54
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	4,50	5,30	7,60	7,60	4,50	7,60
$I_b$ (cm <sup>4</sup> )	26. 66,67	26. 66,67	26. 66,67	26. 66,67	26. 66,67	26. 66,67
$I_f$ (cm <sup>4</sup> )	7. 11,56	8. 02,89	10. 04,96	10. 04,96	7. 11,56	10. 04,96
$M_f$ (S/ACI) kN·m	9,06	9,06	9,06	9,06	9,06	9,06
$I_e$ (cm <sup>4</sup> )	9. 03,29	9. 06,60	10. 01,91	10. 01,51	9. 03,29	10. 01,51
$I_{e-vano}$ (cm <sup>4</sup> )	9.739,60				10.052,40	
5-n-n	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$
M (kN·m)	43,75	48,61	72,92	67,31	43,75	67,31
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	7,60	8,50	13,90	13,90	7,60	13,90
$I_b$ (cm <sup>4</sup> )	58. 93,75	58. 93,75	58. 93,75	58. 93,75	58. 93,75	58. 93,75
$I_f$ (cm <sup>4</sup> )	20. 07,19	21. 06,01	30. 06,77	30. 06,77	20. 07,19	30. 06,77
$M_f$ (S/ACI) kN·m	15,92	15,92	15,92	15,92	15,92	15,92
$I_e$ (cm <sup>4</sup> )	21. 04,34	23. 08,46	31. 04,83	31. 23,01	21. 04,34	31. 23,01
$I_{e-vano}$ (cm <sup>4</sup> )	24.811,52				26.583,67	
6-n-n	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$
M (kN·m)	81,00	90,00	135,00	124,62	81,00	124,62
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	12,30	14,20	21,90	18,80	12,30	18,80
$I_b$ (cm <sup>4</sup> )	112. 00,00	112. 00,00	112. 00,00	112. 00,00	112. 00,00	112. 00,00
$I_f$ (cm <sup>4</sup> )	47. 89,42	52. 96,93	71. 31,06	64. 26,03	47. 89,42	64. 26,03
$M_f$ (S/ACI) kN·m	25,47	25,47	25,47	25,47	25,47	25,47
$I_e$ (cm <sup>4</sup> )	49. 04,22	54. 06,80	71. 07,24	64. 06,45	49. 04,22	64. 06,45
$I_{e-vano}$ (cm <sup>4</sup> )	57.481,26				57.270,34	

$M_f$ : Momento nominal de fisuración de la sección

M: Momento flector máximo aplicado a la sección hasta el instante en que se evalúa la flecha

$I_b$ : Momento de inercia de la sección bruta

$I_f$ : Momento de inercia de la sección fisurada en flexión simple

Por último se han calculado las inercias eficaces que corresponden a cada vano en función de las inercias eficaces de las secciones de apoyo y vano, para cada vano de viga,  $I_{e-vano}$ , como valor índice de su inercia y en consecuencia de la rigidez con la que responde cada vano para cálculo de deformaciones.

En las tablas 4 a 7 que siguen, se acompaña el detalle del análisis realizado y los resultados obtenidos para cada una de los casos analizados.

## 5. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

El análisis paramétrico realizado en el apartado precedente muestra como ha evolucionado la inercia eficaz de los vanos de vigas en función de las evoluciones de la tipología de las estructuras, de los materiales constituyentes y de los coeficientes de seguridad

que se han registrado en las últimas décadas y que configuran las hipótesis que hemos analizado.

En la Tabla 8, acompañamos un resumen de la reducción de inercias con la que responden los vanos de vigas. Podemos observar que las estructuras denominadas como nn, con nuevas tipologías de cantos, realizadas con materiales modernos y dimensionadas con los nuevos coeficientes parciales de seguridad de las acciones que establecen las normas actuales, responden con inercias eficaces entre un 21% y un 27% que las que corresponden a la hipótesis denominada como aa, estructuras con tipología antigua en cantos, materiales antiguos y coeficientes parciales de seguridad de las acciones correspondientes a las pasadas ediciones de las normas, es decir deformabilidades entre 4 y 5 veces inferiores.

De la misma Tabla 8, deducimos que si se hubiesen mantenido las características de los materiales y los coeficientes parciales de seguridad de las acciones, y sólo hubiesen evolucionado los cantos de las vigas, hipótesis que hemos denominado como an, las inercias eficaces se habrían reducido hasta valores entre el 37% y el 49% de las estructuras antiguas, hipótesis aa. La evolución de las características de los materiales y de los coeficientes de cálculo manteniéndose los cantos de las estructuras, habría conducido a reducciones de rigidez más moderadas, si-

**Tabla 6.** Valores obtenidos del momento de inercia equivalente del  $I_{e\_vano}$ . Caso a-n

<b>4-a-n</b>	<b>M<sub>1</sub></b>	<b>M<sub>2</sub></b>	<b>M<sub>3</sub></b>	<b>M<sub>4</sub></b>	<b>M<sub>5</sub></b>	<b>M<sub>6</sub></b>
M (kN·m)	19,20	21,33	32,00	29,54	19,20	29,54
A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )	12,60	14,60	23,40	23,40	12,60	23,40
I <sub>b</sub> (cm <sup>4</sup> )	26. 66,67	26. 66,67	26. 66,67	26. 66,67	26. 66,67	26. 66,67
I <sub>f</sub> (cm <sup>4</sup> )	14. 21,63	16. 43,56	21. 85,45	21. 85,45	14. 21,63	21. 85,45
M <sub>f</sub> (S/ACI) kN·m	6,92	6,92	6,92	6,92	6,92	6,92
I <sub>e</sub> (cm <sup>4</sup> )	15. 80,00	16. 82,16	21. 20,80	21. 25,82	15. 80,00	21. 25,82
<b>I<sub>e-vano</sub> (cm<sup>4</sup>)</b>	<b>17.381,28</b>			<b>18.267,91</b>		
<b>5-a-n</b>	<b>M<sub>1</sub></b>	<b>M<sub>2</sub></b>	<b>M<sub>3</sub></b>	<b>M<sub>4</sub></b>	<b>M<sub>5</sub></b>	<b>M<sub>6</sub></b>
M (kN·m)	84,98	94,43	141,64	130,74	84,98	130,74
A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )	20,50	26,90	39,40	36,30	20,50	36,30
I <sub>b</sub> (cm <sup>4</sup> )	58. 93,75	58. 93,75	58. 93,75	58. 93,75	58. 93,75	58. 93,75
I <sub>f</sub> (cm <sup>4</sup> )	39. 84,96	46. 83,62	57. 34,27	55. 32,19	39. 84,96	55. 32,19
M <sub>f</sub> (S/ACI) kN·m	12,16	12,16	12,16	12,16	12,16	12,16
I <sub>e</sub> (cm <sup>4</sup> )	39. 89,97	46. 88,65	57. 34,81	55. 34,82	39. 89,97	55. 34,82
<b>I<sub>e-vano</sub> (cm<sup>4</sup>)</b>	<b>47.843,02</b>			<b>47.592,40</b>		
<b>6-n-n</b>	<b>M<sub>1</sub></b>	<b>M<sub>2</sub></b>	<b>M<sub>3</sub></b>	<b>M<sub>4</sub></b>	<b>M<sub>5</sub></b>	<b>M<sub>6</sub></b>
<b>6-a-n</b>	<b>M<sub>1</sub></b>	<b>M<sub>2</sub></b>	<b>M<sub>3</sub></b>	<b>M<sub>4</sub></b>	<b>M<sub>5</sub></b>	<b>M<sub>6</sub></b>
M (kN·m)	81,00	90,00	135,00	124,62	81,00	124,62
A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )	34,54	40,82	56,50	53,40	34,54	53,40
I <sub>b</sub> (cm <sup>4</sup> )	112. 60,00	112. 60,00	112. 60,00	112. 60,00	112. 60,00	112. 60,00
I <sub>f</sub> (cm <sup>4</sup> )	94. 98,92	104. 54,13	124. 31,77	120. 55,83	94. 98,92	120. 55,83
M <sub>f</sub> (S/ACI) kN·m	19,45	19,45	19,45	19,45	19,45	19,45
<b>I<sub>e-vano</sub> (cm<sup>4</sup>)</b>	<b>104.212,99</b>			<b>103.831,21</b>		

**Tabla 7.** Valores obtenidos del momento de inercia equivalente del vano  $I_{e\_vano}$ . Caso n-a

<b>4-n-a</b>	<b>M<sub>1</sub></b>	<b>M<sub>2</sub></b>	<b>M<sub>3</sub></b>	<b>M<sub>4</sub></b>	<b>M<sub>5</sub></b>	<b>M<sub>6</sub></b>
M (kN·m)	19,20	21,33	32,00	29,54	19,20	29,54
A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )	2,26	2,76	3,84	3,84	2,26	3,84
I <sub>b</sub> (cm <sup>4</sup> )	71. 48,33	71. 48,33	71. 48,33	71. 48,33	71. 48,33	71. 48,33
I <sub>f</sub> (cm <sup>4</sup> )	15. 87,60	18. 03,59	23. 40,08	23. 40,08	15. 87,60	23. 40,08
M <sub>f</sub> (S/ACI) kN·m	13,87	13,87	13,87	13,87	13,87	13,87
I <sub>e</sub> (cm <sup>4</sup> )	36. 47,22	32. 00,35	27. 37,21	28. 07,65	36. 47,22	28. 07,65
<b>I<sub>e-vano</sub> (cm<sup>4</sup>)</b>	<b>32.293,78</b>			<b>32.427,44</b>		
<b>5-n-a</b>	<b>M<sub>1</sub></b>	<b>M<sub>2</sub></b>	<b>M<sub>3</sub></b>	<b>M<sub>4</sub></b>	<b>M<sub>5</sub></b>	<b>M<sub>6</sub></b>
M (kN·m)	84,98	94,43	141,64	130,74	84,98	130,74
A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )	3,80	4,30	6,28	6,28	3,80	6,28
I <sub>b</sub> (cm <sup>4</sup> )	189. 83,75	189. 83,75	189. 83,75	189. 83,75	189. 83,75	189. 83,75
I <sub>f</sub> (cm <sup>4</sup> )	44. 83,20	49. 63,01	67. 23,56	67. 23,56	44. 83,20	67. 23,56
M <sub>f</sub> (S/ACI) kN·m	28,65	28,65	28,65	28,65	28,65	28,65
I <sub>e</sub> (cm <sup>4</sup> )	50. 90,98	53. 50,52	68. 28,77	68. 04,30	50. 90,98	68. 04,30
<b>I<sub>e-vano</sub> (cm<sup>4</sup>)</b>	<b>56.430,20</b>			<b>59.447,64</b>		
<b>6-n-a</b>	<b>M<sub>1</sub></b>	<b>M<sub>2</sub></b>	<b>M<sub>3</sub></b>	<b>M<sub>4</sub></b>	<b>M<sub>5</sub></b>	<b>M<sub>6</sub></b>
M (kN·m)	81,00	90,00	135,00	124,62	81,00	124,62
A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )	6,16	7,10	11,12	11,12	6,16	11,12
I <sub>b</sub> (cm <sup>4</sup> )	260. 46,67	260. 46,67	260. 46,67	260. 46,67	260. 46,67	260. 46,67
I <sub>f</sub> (cm <sup>4</sup> )	85. 34,23	95. 24,77	134. 77,31	134. 77,31	85. 34,23	134. 77,31
M <sub>f</sub> (S/ACI) kN·m	35,37	35,37	35,37	35,37	35,37	35,37
I <sub>e</sub> (cm <sup>4</sup> )	99. 93,36	105. 08,45	136. 48,41	137. 04,81	99. 93,36	137. 04,81
<b>I<sub>e-vano</sub> (cm<sup>4</sup>)</b>	<b>111.854,67</b>			<b>118.509,09</b>		

**Tabla 8.** Comparación de los valores de las inercias de Branson para los distintos casos analizados

INERCIAS BRANSON (cm <sup>4</sup> )				
Hipótesis	Vano Extremo		Vano Central	
Materiales Antiguos - Estructura Antigua				
4-a-a	40. 37	1,00	42. 89	1,00
5-a-a	116. 84	1,00	127. 37	1,00
6-a-a	211. 38	1,00	218. 29	1,00
Materiales Nuevos - Estructura Nueva				
4-n-n	9. 40	0,24	10. 82	0,23
5-n-n	24. 82	0,21	26. 84	0,21
6-n-n	57. 81	0,27	57. 20	0,26
Materiales Antiguos - Estructura Nueva				
4-a-n	17. 81	0,43	18. 88	0,42
5-a-n	47. 83	0,41	47. 92	0,37
6-a-n	104. 23	0,49	103. 81	0,48
Materiales Nuevos - Estructura Antigua				
4-n-a	32. 24	0,79	32. 27	0,75
5-n-a	56. 30	0,48	59. 48	0,47
6-n-a	111. 85	0,53	118. 69	0,54

**Tabla 9.** Comparación de los valores de las rigideces para los distintos casos analizados

$f_c$ (N/mm <sup>2</sup> )	17,5	30,00
$E_c$ /ACI-318 (N/mm <sup>2</sup> )	19.661,51	25.742,96
$E_{30,0}/E_{17,5}$	1,31	

RIGIDECES (kN·m <sup>2</sup> )				
Hipótesis	Vano Extremo		Vano Central	
Materiales Antiguos - Estructura Antigua				
4-a-a	80. 35. 89	1,00	84. 25. 36	1,00
5-a-a	229. 26. 87	1,00	250. 31. 29	1,00
6-a-a	415. 39. 94	1,00	429. 29. 20	1,00
Materiales Nuevos - Estructura Nueva				
4-n-n	25. 02. 55	0,31	25. 87. 91	0,31
5-n-n	63. 82. 00	0,28	68. 34. 36	0,27
6-n-n	147. 94. 06	0,36	147. 31. 00	0,34
Materiales Antiguos - Estructura Nueva				
4-a-n	34. 75. 08	0,43	35. 98. 81	0,42
5-a-n	94. 68. 93	0,41	93. 56. 75	0,37
6-a-n	204. 03. 58	0,49	204. 52. 92	0,48
Materiales Nuevos - Estructura Antigua				
4-n-a	83. 33. 87	1,04	83. 47. 98	0,99
5-n-a	145. 28. 27	0,63	153. 06. 06	0,61
6-n-a	287. 27. 73	0,69	305. 07. 99	0,71

tuándose las inercias eficaces en esta hipótesis **na**, entre el 47% y el 79% de las correspondientes a la hipótesis **aa**.

La evolución de las rigideces de los vanos de viga, EI, contemplando la evolución de los módulos de

deformación que serían más elevados en el caso de empleo de hormigones de mayor resistencia, queda reflejada en la Tabla N° 9. En la misma se toma el valor de E dado por ACI-318-08 [8]. Así para la hipótesis **nn**, se registran reducciones de la rigidez hasta valores entre el 27% y el 36%, mientras para la hipó-

tesis **na**, las rigideces serían entre el 61% y el 104% de las correspondientes a la hipótesis **aa**.

## 6. CONCLUSIONES

El análisis realizado permite establecer las siguientes conclusiones:

1. Los cambios en la tipología de las secciones de vigas de las estructuras de edificación, pasando de vigas de canto a vigas planas, han supuesto una pérdida de rigidez muy apreciable, llegándose a obtener rigideces actuales de las vigas entre el 37% y el 49% de las que tendrían las estructuras empleadas en tiempos precedentes usando los mismos materiales.
2. Las reducciones de rigidez son aún mayores si se contempla, unido a las reducciones de canto, la variación de las características de los materiales y la reducción de los coeficientes parciales de seguridad de acciones hasta los valores que se contemplan en las normas actuales, resultando en estas situaciones rigideces para las vigas actuales entre el 27% y el 36% de las que tenían las vigas empleadas anteriormente.
3. Las circunstancias a las que hemos hecho referencia han hecho que las estructuras de edificación actuales presenten vigas mucho más deformables que las que se empleaban antiguamente, pudiendo pasar a ser crítica, para el comportamiento en situaciones de servicio de los elementos rígidos soportados, la deformabilidad de las vigas que se emplean en la actualidad.
4. Los aspectos anteriores se suman a otras evoluciones tecnológicas que se registran en la concepción, el proyecto y la construcción de estructuras de edificación, representando riesgos de aparición de fisuras en tabiques y cerramientos que se han agravado en la situación actual, como demuestra

la experiencia de casos registrados de patología afectando a este tipo de elementos, los cuales han visto conservada y en ocasiones incluso incrementada su rigidez.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] CALAVERA RUIZ, J. *Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón*. 2ª ed. Madrid: INTEMAC, 2008. 2 tomos.
- [2] EHE 08. *Instrucción de Hormigón Estructural*. Madrid: Ministerio de Fomento, 2008.
- [3] GARCÍA GIL F.J., GARCIA ABACENS D. *Código Técnico de la Edificación*. 3ª ed. ampliada. Madrid: Dapp, 2007.
- [4] GONZÁLEZ VALLE E. "La flexibilidad de los forjados de hormigón armado de edificación: evaluación de la situación actual". *Informes de la Construcción*. 1982, vol. 34, nº 343, p. 5-12.
- [5] CALAVERA RUIZ J. [et al.] *Cálculo de Flechas en Estructuras de Hormigón Armado*. Madrid: INTEMAC, 2009.
- [6] ACI 435R-95: *Control of deflections in concrete structures*. Farmington Hills, Michigan.: American Concrete Institute. Committee 435, 1995 (reapproved 2000). p. 89.
- [7] *Cracking and deformations. CEB Manual*. prepared by Comité Euro-International du Béton. École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1985.
- [8] ACI 318-08: *Building code requirements for structural concrete and commentary*. Farmington Hills, Michigan: American Concrete Institute. Committee 318, 2008. p. 456.
- [9] BRANSON D.E. *Deformation of Concrete Structures*. McGraw Hill, 1977.

## Tecnología de la Construcción y de sus Materiales



El Instituto de Ciencias de la Construcción *Eduardo Torroja*, del CSIC, viene organizando seminarios monográficos sobre temas de actualidad en el ámbito de la Tecnología de la Construcción y de sus Materiales, a cargo de destacados investigadores nacionales y extranjeros del Sector.

**10 JUNIO**  
12,00 h

**Félix Antonio López Gómez**  
Dr. EN CIENCIAS QUÍMICAS  
ESCUELA TS DE ARQUITECTURA, UPM  
Centro Nacional de Investigaciones Metalúrgicas, CSIC  
**Ana Ma Guerrero Bustos**  
DRA. EN CIENCIAS QUÍMICAS  
Instituto Eduardo Torroja, CSIC  
Reciclado de Materiales Compuestos:  
Nuevas perspectivas de futuro

**29 ABRIL**  
12,00 h

**Javier Manterola Armisén**  
Dr. INGENIERO DE CAMINOS, C Y P  
**Carlos Fernández Casado SL**, Madrid  
  
**Puentes atirantados modernos: Zaragoza, Lleida, Waterford y Cádiz**

**29 ABRIL**  
12,00 h

**Rafael Fort González**  
Dr. EN GEOLOGÍA ECONÓMICA  
Instituto de Geología Económica, CSIC-UCM  
  
**Programa Geomateriales: La Conservación del Patrimonio construido**

**13 MAYO**  
12,00 h

**Salvador Fernández Fenollera**  
INGENIERO DE CAMINOS, C Y P  
TYP SA, Madrid  
  
**Juan Fernández Andriño**  
ARQUITECTO  
Dominique Perrault Arquitectura, Madrid  
  
**Arquitectura + Ingeniería en la Caja Mágica**

**24 JUNIO**  
12,00 h

**Pepa Cassinello Plaza**  
Dr. ARQUITECTO  
Escuela TS de Arquitectura, UPM  
  
**Félix Candela: La conquista de la esbeltez**

Estos Seminarios se celebran en el Aula Eduardo Torroja del Instituto, que está situado en la c/ Serrano Galvache, 4 (acceso por Arturo Soria, frente al núm. 278), y tienen lugar *normalmente los jueves alternos* a las 12:00 horas. Su duración aproximada es de dos horas, incluyendo la ponencia y el coloquio que se realiza a continuación. La asistencia a los mismos tiene carácter libre y gratuito.

Seminarios Torroja

Programación

# Ensayos aeroelásticos de puentes en túneles aerodinámicos

## *Wind-tunnel aeroelastic tests of bridges*

**José Meseguer Ruiz<sup>(1)</sup>, Antonio Barrero Gil<sup>(2)</sup> y Gustavo Alonso<sup>(2)</sup>**

Recibido | Received: 27-10-2009  
 Aceptado | Accepted: 01-03-2010

### Resumen

Los ensayos en túnel aerodinámico de estructuras ligeras y flexibles, como son muchos de los puentes actualmente, constituyen una herramienta de gran utilidad en el diseño de estas estructuras. Tales ensayos pueden estar dirigidos a la medida de las cargas de viento estáticas, distribuciones de presión y coeficientes de cargas globales, pero también a determinar la respuesta aeroelástica del puente, generalmente mediante ensayos de modelos bidimensionales de puentes soportados elásticamente mediante muelles de la rigidez apropiada. Otra aplicación de interés es el estudio de la utilidad de barreras cortavientos en puentes. En este artículo se resumen las actividades sobre estos temas en IDR/UPM en los últimos años.

**Palabras clave:** puentes, aeroelasticidad, cargas de viento, calle de torbellinos, flameo, ensayos en túnel aerodinámico.

### Abstract

*Wind tunnel tests of light and flexible structures, as it is the case of most of modern bridges, are a very suitable tool in the design of these structures. Wind tunnel tests are used to measure wind static loads, such as pressure distributions and wind load coefficients, as well as to analyze the aeroelastic behaviour of the bridge by using two-dimensional bridge models elastically mounted on springs. Another interesting application is the study of the impact of wind barriers. In this paper the activities on this topic performed at IDR/UPM in the last years are reported.*

**Keywords:** bridges, aeroelasticity, wind loads, vortex street, flutter, wind tunnel tests.

---

\* An extensive English language summary of the present article is provided on page 105 of this issue both for the convenience of non-Spanish-speaking readers and inclusion in databases.

(1) Dr. Ingeniero Aeronáutico, Instituto Universitario de Microgravedad "Ignacio Da Riva", E.T.S. de Ingenieros Aeronáuticos, Universidad Politécnica de Madrid (Madrid, España).

(2) Dr. por la Universidad Politécnica de Madrid, Instituto Universitario de Microgravedad "Ignacio Da Riva", E.T.S. de Ingenieros Aeronáuticos, Universidad Politécnica de Madrid (Madrid, España).

Persona de contacto / Corresponding author: j.meseguer@upm.es

## 1. INTRODUCCIÓN

La introducción en el siglo XIX del acero y el hormigón armado en la construcción, y el desarrollo de teorías y métodos para el análisis de esfuerzos en las estructuras, permitió cambios muy significativos en el diseño de las construcciones, dando lugar a edificios y estructuras impensables en el pasado. Además el advenimiento de los ordenadores a mediados del siglo XX supuso otro paso decisivo en este proceso de desarrollo, no siempre exento de acontecimientos catastróficos, algunos relacionados con el viento. En cuanto a puentes y estructuras afines se refiere, quizás los hechos catastróficos más espectaculares hayan sido el colapso del tablero colgante de un muelle en la playa de Brighton (Brighton Chain Pier, Inglaterra, 1837), el fallo del puente del Tay (Escocia, 1879) y la bien conocida destrucción del puente de Tacoma Narrows (estado de Washington, EE.UU., 1940).

Es una realidad que las mejoras en los métodos de diseño y de fabricación de puentes tienen como consecuencia el levantamiento de estructuras cada vez más ligeras, flexibles y con menor amortiguamiento en comparación con las que se construían en el pasado, con el resultado de que con el devenir del tiempo ha ido aumentando la sensibilidad de éstas a las acciones del viento atmosférico. Ello ha originado un interés extraordinario en el estudio de tales acciones, tanto estáticas como dinámicas, con una especial atención a los casos en que la interacción entre viento y estructuras implica el movimiento de éstas, dando lugar a la aparición de fenómenos aeroelásticos.

Tales fenómenos aeroelásticos pueden aparecer cuando un cuerpo situado en el seno de una corriente de aire se mueve o se deforma apreciablemente bajo las fuerzas producidas por el viento; los cambios en la geometría del cuerpo modifican las fuerzas aerodinámicas que el fluido ejerce sobre el obstáculo, lo que a su vez afecta a las deformaciones del cuerpo, produciéndose así una interacción entre el movimiento de la estructura y el flujo circundante, siendo el caso crítico cuando las fuerzas aerodinámicas generadas por la estructura deformada tienden a seguir aumentando todavía más la deformación (inestabilidad aeroelástica).

Cuando un cuerpo flexible, aislado o en un medio en reposo, ha empezado a oscilar por alguna razón, el amortiguamiento estructural, y en su caso el efecto de la viscosidad del fluido circundante, disipa energía y consigue amortiguar las oscilaciones. Cuando el cuerpo está en el seno de una corriente de aire, las acciones aerodinámicas producidas como consecuencia del movimiento relativo entre el cuerpo y el aire pueden dar lugar a que la amplitud de esas oscilaciones se reduzca, se mantenga o crezca, dependiendo de si las fuerzas aerodinámicas comunican menos, igual o más energía por ciclo de oscilación de la que el sistema es capaz de disipar. Debido al elevado número de parámetros que intervienen en los fenómenos dinámicos origi-

nados por el viento, que atañen tanto a la causa perturbadora como a las propiedades mecánicas de la estructura, en los fenómenos aeroelásticos se suelen distinguir diversos según sea la causa dominante, y se suele hablar así de desprendimiento de torbellinos, galope transversal, galope de estela, divergencia torsional, flameo y bataneo.

No todos estos fenómenos aeroelásticos están completamente entendidos en la actualidad (de hecho sólo existen unos pocos modelos teóricos básicos para el análisis de la interacción de las fuerzas aerodinámicas sobre cuerpos romos oscilantes), por lo que en muchos estudios se suelen emplear modelos empíricos en los cuales las características esenciales del fenómeno aerodinámico son aportadas por los datos experimentales.

La literatura relativa a los fenómenos aeroelásticos en cuerpos romos ha experimentado un notable desarrollo en las últimas décadas, sin duda impulsada por la construcción de edificios cada vez más altos y de puentes cada vez más esbeltos. El número de textos de carácter general dedicados a estos temas en la actualidad es considerable (véanse por ejemplo [1-5] entre otros), existiendo también ya una literatura específica dedicada a los puentes [6, 7], y es en este tipo de estructuras donde se concentra una gran parte del esfuerzo investigador (los trabajos sobre efectos aeroelásticos en puentes son mayoría en las publicaciones científico-técnicas dedicadas a la acción del viento en estructuras no aeronáuticas [8]).

En el apartado siguiente se introducen someramente los fenómenos aeroelásticos que suelen aparecer en puentes; a continuación se describen algunos de los sistemas empleados para disminuir las vibraciones ocasionadas por el viento; después se muestran los fundamentos de los ensayos de estructuras flexibles en túneles aerodinámicos, habiéndose incluido también un listado de los ensayos realizados en los últimos años en IDR/UPM así como algunos resultados significativos, y finalmente se presentan las instalaciones de ensayos aerodinámicos de la Universidad Politécnica de Madrid ubicadas en IDR/UPM.

## 2. FENÓMENOS AEROELÁSTICOS RELEVANTES EN PUENTES

### 2.1. Desprendimiento de torbellinos

Las oscilaciones de una estructura inducidas por el desprendimiento de torbellinos (*vortex shedding*) son debidas a un efecto de resonancia de la estructura asociada a la calle de torbellinos que se forma en su estela. Este fenómeno resulta de gran interés práctico, ya que puede aparecer en un amplio espectro de estructuras terrestres (puentes esbeltos, chimeneas, edificios altos, torres de refrigeración), estructuras marinas (tuberías de sondeos petrolíferos, periscopios de submarinos, líneas sumergi-

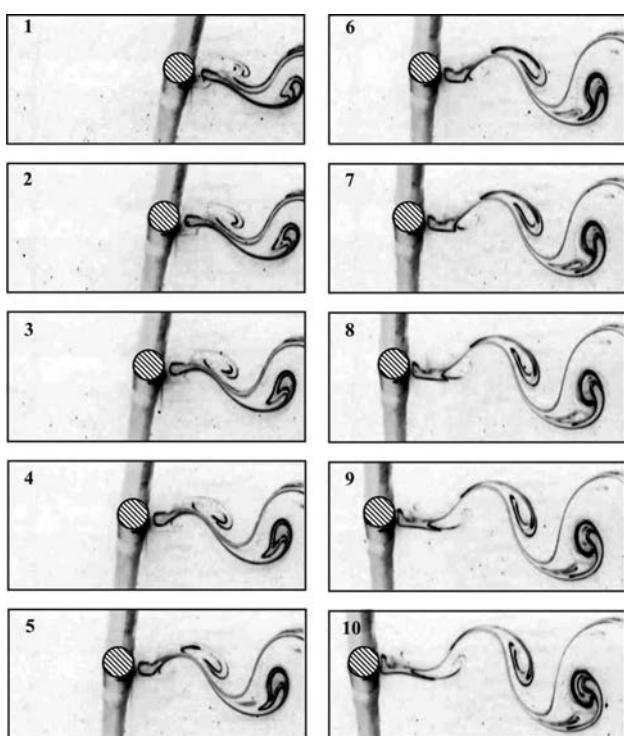


Figura 1. Formación de una calle de torbellinos de von Kármán; de IDR/UPM

das de transmisión de datos), y elementos característicos de la industria energética (torres de aerogeneradores, cables de tendidos eléctricos, intercambiadores de calor).

Al visualizar el flujo alrededor de un obstáculo romo y esbelto, si el número de Reynolds está en el intervalo de valores apropiado, se puede observar la formación de un patrón regular de torbellinos alternados que se extiende corriente abajo del cuerpo (Figura 1). Las evidencias experimentales indican el desprendimiento de los torbellinos sucede con sorprendente periodicidad, de manera que existe una constante de proporcionalidad,  $St$ , entre la frecuencia a la que se desprenden los torbellinos,  $n_t$ , y la velocidad media de la corriente incidente  $U$ ,  $St = n_t b / U$ , donde  $b$  es una dimensión característica transversal del cuerpo en consideración; el parámetro de proporcionalidad  $St$ , cuyo valor depende de la forma del cuerpo, recibe el nombre de número de Strouhal.

Los torbellinos desprendidos (de manera alternada) son arrastrados por la corriente hacia la estela, donde se disponen aproximadamente equiespaciados según dos hileras más o menos paralelas. Los de una hilera tienen un sentido de circulación opuesta a los de la otra, formando la configuración conocida como calle de von Kármán. Como consecuencia de esta periodicidad en el flujo, sobre el cuerpo aparecen fuerzas también periódicas de frecuencia  $n_t$  según la dirección normal a la corriente incidente [9], y de frecuencia  $2n_t$  en dirección longitudinal, aunque la fuerza alternada longitudinal es generalmente bastante más débil que la transversal. Si la estructura es razonablemente flexible puede responder a estas fuerzas, deformándose en consecuencia, y si la frecuencia de desprendimiento de los torbe-

llinos se aproxima lo suficiente a la frecuencia natural de la estructura, la respuesta de ésta puede hacerse significativamente grande, produciéndose principalmente oscilaciones en dirección normal a la corriente incidente.

En la Figura 2 se ha representado la variación con la velocidad reducida  $U_r$  (definida en el pie de la Figura 2) del cociente  $n_t/n$  entre la frecuencia de desprendimiento de torbellinos  $n_t$  y la frecuencia de oscilación  $n$  de un cilindro circular en un experimento típico. Un primer aspecto destacable de los resultados experimentales es que en general no suelen aparecer oscilaciones hasta que se alcanza un cierto valor de la velocidad reducida,  $U_{r1}$ , cuando la frecuencia de desprendimiento de los torbellinos está ya cercana a la frecuencia natural de oscilación del cilindro; estas primeras oscilaciones del cilindro circular ocurren a la frecuencia natural de oscilación, mientras que la frecuencia de desprendimiento de los torbellinos sigue la ley de Strouhal para el cilindro en reposo. Este comportamiento se mantiene hasta una velocidad reducida  $U_{r2}$ , a partir de la cual la frecuencia de desprendimiento deja de seguir la ley de Strouhal y pasa a coincidir muy aproximadamente con la frecuencia natural del sistema (la línea horizontal en la Figura 2,  $n_t/n = n_t/n_0 = 1$ ), hecho que se mantiene en un cierto intervalo de velocidades (es lo que se conoce como rango de sincronización o zona de bloqueo, "locking-in" en inglés).

Las amplitudes de las oscilaciones pueden ser moderadamente elevadas para las velocidades correspondientes al rango de sincronización, donde se alcanza la amplitud máxima de oscilación, cuyo valor depende principalmente del parámetro llamado número de Scruton,  $Sc$ , formado por el producto de la relación entre las densidades del cuerpo,  $\rho_c$ , y aire,  $\rho$ , y el coeficiente adimensional de amortiguamiento estructural  $\zeta$  es decir  $Sc = \zeta \rho_c / \rho$ .

Superado el rango de sincronización,  $U_r > U_{r3}$ , la frecuencia de desprendimiento de los torbellinos vuelve a

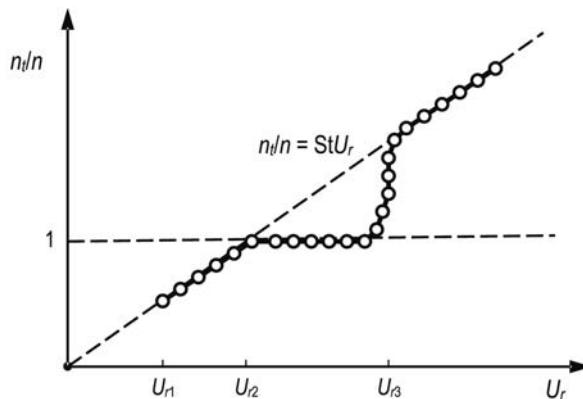


Figura 2. Variación con la velocidad reducida,  $U_r = U/(n_0 b)$ , donde  $n_0$  es la frecuencia natural de oscilación de un cilindro circular y  $b$  su diámetro, de la relación  $n_t/n$  entre la frecuencia de desprendimiento de torbellinos  $n_t$  y la frecuencia de oscilación del cilindro  $n$

recuperar bruscamente la ley de Strouhal, lo que lleva aparejado una drástica reducción en la amplitud de las oscilaciones, cuya frecuencia está ahora alejada de la frecuencia natural de oscilación del cilindro.

## 2.2. Flameo

El flameo (*flutter*) es una inestabilidad aeroelástica característica de las estructuras aeronáuticas (las alas de las aeronaves) que ha sido y es estudiado extensivamente teórica y experimentalmente para prevenir su aparición. En la actualidad bajo este nombre se agrupan una amplia variedad de inestabilidades denominadas flameo clásico, flameo por pérdida, flameo de paneles y flameo de un grado de libertad. Aunque estos tipos de inestabilidades aeroelásticas son propios de las estructuras aeronáuticas, algunos de ellos pueden aparecer también en estructuras no aeronáuticas, sobre todo si sus secciones rectas son alargadas, guardando cierta similitud con los perfiles de las alas.

Hay que decir que parece existir cierta confusión entre los términos de flameo y galope, sobre todo si en las inestabilidades interviene un único grado de libertad; en general se suele hablar de galope cuando se trata de estructuras no aeronáuticas, y de flameo en el caso de estructuras aeronáuticas, excepto en el flameo clásico, donde están implicados dos grados de libertad, que ocasionalmente se aplica en ambos tipos de estructuras. En el caso de los puentes, sean colgantes o atirantados, el flameo clásico, junto con el bataneo debido a la turbulencia atmosférica, son las inestabilidades aeroelásticas más frecuentes en este tipo de estructuras.

En una primera aproximación al análisis del flameo de tableros de puentes se puede suponer un modelo de puente bidimensional, estando cada sección del puente caracterizada por una sección rígida unida elásticamente a una referencia fija, de modo que el cuerpo tiene los grados de libertad correspondientes a los desplazamientos horizontal y vertical del tablero, y al giro alrededor del eje elástico; las ecuaciones del movimiento expresan el balance entre las fuerzas iniciales, de amortiguamiento, elásticas y aerodinámicas, que son a su vez función del movimiento. El problema resulta así extremadamente complejo, pues la solución del problema interviene en la formulación del mismo; la discusión de los posibles métodos de resolución queda fuera del alcance de este artículo, para lo que se remite al lector a textos ya citados, por ejemplo [6, 7].

## 2.3. Bataneo

La vibración por bataneo (*buffeting*) es aquella que se produce por las turbulencias u otras perturbaciones de la corriente no producidas por el obstáculo que las sufre, distinguiéndose dos tipos de bataneo: el generado por la propia turbulencia de la corriente incidente y el debido a las perturbaciones causadas por algún

otro cuerpo próximo situado corriente arriba del cuerpo en consideración; este último es el bataneo de estela o de interferencia.

En el primer caso el bataneo es una vibración forzada de carácter estocástico causada por la turbulencia del viento natural en conjunción con la receptividad de la estructura a este tipo de perturbación. La excitación aerodinámica generada por el viento atmosférico no es uniforme ni en el tiempo ni en el espacio, de modo que si la estructura es suficientemente grande en un instante dado diferentes puntos de la misma perciben diferentes velocidades del viento; la causa generadora del bataneo es por tanto inevitable.

Los puentes colgantes con tableros de grandes luces son estructuras particularmente susceptibles al bataneo cuando están sometidos a vientos fuertes, que aunque no llegue a desarrollarse hasta causar el colapso de la estructura, es una fuente de fatiga para la misma y de incomodidad e inestabilidad para las personas y para los vehículos que circulen por los puentes.

El bataneo de estela es más característico de la edificaciones esbeltas que conforman el núcleo central de cualquier gran ciudad. En un entorno tal la aglomeración de construcciones elevadas de diferentes formas y tamaños tiende a suprimir las posibles oscilaciones debidas a las estelas turbilares de las propias edificaciones, pero pueden aparecer notables efectos de bataneo cuando un edificio recibe la estela de otro.

## 3. MÉTODOS PARA ATENUAR LAS OSCILACIONES DEBIDAS AL VIENTO

A la hora de afrontar los problemas aeroelásticos en las estructuras las posibilidades de actuar están ciertamente acotadas, ya que en muchas de éstas además de los requisitos relativos a la propia subsistencia de la estructura (evitar su colapso), el diseño está fuertemente condicionado por aspectos económicos y estéticos. Con todo el problema de la respuesta frente al viento adquiere cada vez más protagonismo, y raro es el puente de cierta importancia en el que este aspecto no es tenido en cuenta.

Las vibraciones inducidas por el viento en los puentes suelen ser en general combinaciones de los distintos tipos de acciones aerodinámicas descritas en el apartado anterior, y siempre en la interacción aeroelástica con el viento atmosférico la turbulencia juega un papel importante.

Cuando se ha de actuar sobre un problema aeroelástico son posibles dos puntos de vista diferentes, estructural o aerodinámico. En el primer caso se puede tratar de rigidizar la estructura (para lograr que la velocidad crítica –aquella a la que se manifiesta la inestabilidad– sea elevada, de modo que la velocidad crítica para cual-

quier tipo de inestabilidad sea mayor que la velocidad máxima esperada en el lugar considerado durante la vida en servicio de la construcción), o bien aumentar el amortiguamiento de la estructura (para disminuir la amplitud de las oscilaciones, siendo habitual entonces el empleo de amortiguadores viscoelásticos, hidráulicos o de masas sintonizadas). La opción de modificar las propiedades mecánicas de la estructura mediante sistemas pasivos, por ejemplo con masas sintonizadas, es la adoptada en el caso del puente sobre el río Niterói, en Río de Janeiro, Brasil [10], donde hay colocadas dos masas móviles sobre apoyos elásticos en el tablero (cuya luz es de 300 m) de la parte central del puente.

Si lo que se pretende es modificar la respuesta aerodinámica, el principal recurso es acondicionar la forma de la sección del tablero para actuar tanto sobre el desprendimiento de torbellinos como sobre las fuerzas aerodinámicas globales. Para lograrlo se pueden distinguir al menos dos grandes estrategias de actuación; la primera de ellas es la modificación de la geometría del cuerpo, añadiendo carenas, deflectores y protuberancias, en la idea de que modificar la forma externa del tablero dificulta, o incluso suprime el desprendimiento de torbellinos alternados, y altera las derivadas de estabilidad en flameo. En lo que se refiere a la formación de la calle de torbellinos de von Kármán, en general lo que se busca con estos añadidos superficiales es generar perturbaciones tridimensionales que rompan el patrón regular de desprendimiento de torbellinos, de forma que el fenómeno sea más aleatorio y menos coherente.

Además de los ejemplos mencionados en la Introducción, un caso más reciente de interacción con el viento se produjo en el puente danés de Storebaelt, un puente colgante con tablero cerrado cuya luz principal es de 1688 m. Durante la etapa final de construcción del puente se produjeron oscilaciones verticales de baja frecuencia del tablero, a velocidades del viento entre 5 m/s y 10 m/s cuando éste incidía en dirección aproximadamente perpendicular a la línea del puente, y del carácter de la oscilación se dedujo que se trataba de un fenómeno ocasionado por desprendimiento de torbellinos. Para analizar el comportamiento aerodinámico del puente se instrumentó el puente real con acelerómetros para medir las oscilaciones y además se realizaron ensayos en túnel aerodinámico para evaluar diversos procedimientos para mitigar las oscilaciones [11]. De los estudios con modelos a escala en túnel aerodinámico se dedujo la conveniencia de instalar deflectores en el lado inferior del tablero del puente, en la idea de que servirían de guía para el flujo de aire, dificultando el desprendimiento de torbellinos. La instalación de los alerones en el intradós del tablero del puente tuvo lugar en junio de 1998, y desde entonces no se han observado nuevos episodios oscilatorios de relevancia en el tablero.

Un acontecimiento mucho más próximo de oscilaciones verticales significativas ante vientos de velocidad moderada tuvo lugar a principios de 2006 en uno de los arcos del puente Arcos de Alconétar. Cuando únicamente



Figura 3. Vistas del modelo de ensayos dinámicos del arco del puente Arcos de Alconétar, sin deflectores, y con deflectores; de IDR/UPM

se había montado unos de los arcos, éste sufrió vibraciones muy apreciables en el plano vertical que contiene al arco bajo la acción de un viento transversal cuya velocidad media se estimó entre 6 m/s y 8 m/s, muy por debajo de la velocidad de diseño a cargas de viento estáticas [12, 13]. Teniendo en cuenta la naturaleza de las oscilaciones y de la velocidad del viento que las excitó, se dedujo que la causa más probable de la perturbación había sido el desprendimiento de torbellinos alternados a sotavento del arco, con una frecuencia semejante a la primera frecuencia propia del puente, lo que provocó la entrada en resonancia de la estructura.

Diagnosticado el fenómeno aeroelástico causante del problema se realizó una campaña de ensayos en túnel aerodinámico con modelos bidimensionales de una porción del arco soportados elásticamente (Figura 3), lo que permitió por una parte contrastar la hipótesis sobre la causa de la oscilación y por otra demostrar la eficacia de las modificaciones geométricas introducidas, deflectores en las cuatro aristas exteriores, para mejorar la respuesta aeroelástica del puente [14]. La conclusión del estudio realizado fue que con el añadido de deflectores a la sección básica del arco no se altera de manera apreciable el número de Strouhal de la sección, pero se disminuye sensiblemente la amplitud máxima de la oscilación, tanto más cuanto más carenada resulta la sección del arco, lo que permite mejorar sustancialmente el comportamiento de éste frente a las cargas oscilantes inducidas por el viento.

#### 4. PROCEDIMIENTOS DE ENSAYO EN TÚNEL AERODINÁMICO

Ninguno de los modelos matemáticos propuestos para el análisis de la respuesta aeroelástica de puentes goza de un reconocimiento unánime, y en general todos necesitan ser complementados con resultados experimentales; por ello el ensayo de modelos a escala en túnel aerodinámico sigue siendo la herramienta de análisis más fiable. A grandes rasgos, se pueden distinguir dos tipos de ensayos aeroelásticos; en el primer tipo están los ensayos aeroelásticos bidimensionales (denominados “*sectional test*” en inglés), que se realizan con un modelo rígido de sección constante (característica del prototipo) soportado elásticamente mediante muelles. En este caso se debe escalar apropiadamente la geometría de la sección, la densidad del modelo frente a la densidad de la corriente incidente y el amortiguamiento estructural (como se indica a continuación); el montaje experimental se somete a diferentes velocidades de la corriente incidente, registrándose la respuesta oscilatoria del modelo en función de la velocidad incidente. Se puede además instrumentar el modelo con tomas de presión para obtener la fuerza aerodinámica en función de la velocidad de la corriente incidente y de la amplitud de oscilación.

El segundo tipo lo constituyen los ensayos aeroelásticos tridimensionales (conocidos en inglés como “*full aeroelastic*”). En este caso es necesario reproducir en el modelo (réplica geométrica del puente real) la distribución de masas y rigidez del prototipo, así como su amortiguamiento. Estos ensayos resultan ser muy costosos, requiriéndose para su ejecución túneles aerodinámicos con cámaras de ensayos muy grandes, por lo que únicamente se justifican en el caso de estructuras singulares y caras, que presenten severos problemas aeroelásticos irresolubles mediante ensayos aeroelásticos bidimensionales.

En cualquier caso, para que los resultados de los ensayos dinámicos sean extrapolables al puente real se deben cumplir las leyes de semejanza física que proporcionan los factores de escala apropiados. La teoría de la semejanza física asegura que si dos problemas de distinta escala cuyas geometrías son afines están gobernados por las mismas ecuaciones y condiciones iniciales y de contorno escritas en forma adimensional, ambos problemas son físicamente semejantes, en el sentido de que entre las magnitudes homólogas de la solución de cada problema existe una proporcionalidad que permite trasladar la solución de uno de ellos a la del otro. Dicho de otro modo, los resultados medidos en los ensayos con el modelo a escala son extrapolables a la estructura real si se respetan apropiadamente las leyes de escala que se derivan de los principios de semejanza, que ataúnen a la semejanza geométrica entre puente y modelo, a la semejanza cinemática de los flujos (las líneas de corriente en uno y otro caso han de ser análogas), a la semejanza dinámica (que establece la correspondencia entre las fuerzas aerodinámicas) y a la

semejanza estructural. Obviamente la semejanza geométrica implica que los modelos han de ser una réplica aerodinámica del los cuerpos reales, de modo que se conserve, por ejemplo, el cociente  $b/c$  entre las dimensiones características transversal,  $b$ , y longitudinal,  $c$ .

Las relaciones generales de escala de la respuesta aeroelástica de un puente se obtienen del análisis dimensional del problema, para lo que es necesario primariamente establecer las variables de las que depende el problema en estudio (identificado en el caso de un problema de dos grados de libertad por el desplazamiento transversal,  $h$ , y el ángulo de giro de la estructura alrededor de su eje de rotación,  $\theta$ ). Las variables a considerar pueden ser geométricas (representadas por ejemplo por una dimensión característica transversal,  $b$ ), dependientes de la corriente incidente (densidad,  $\rho$ , y viscosidad cinemática,  $v$ , de la corriente incidente, así como magnitud y dirección de la misma,  $U$  y  $\alpha$ ), y dependientes de la estructura (masas e inercias modales,  $m$ ,  $I$ , amortiguamientos modales en translación y rotación,  $\zeta_h$ ,  $\zeta_\theta$ , frecuencias propias y modos propios,  $n_h$ ,  $n_\theta$ ), habiéndose considerado que es habitual que los puentes sean simétricos respecto al plano medio del tablero y que el centro elástico coincida con el centro de gravedad, por lo que no se suele considerar esta dependencia en el análisis.

Así pues, si el ensayo aeroelástico es bidimensional, donde se ensaya un modelo rígido soportado elásticamente para obtener un sistema mecánico de un número reducido de grados de libertad (generalmente dos, a flexión y torsión, como se ha dicho), los parámetros a considerar, si no se tienen en cuenta las propiedades turbulentas de la corriente incidente, son los enunciados, de modo que se tienen en total once variables:  $b$ ,  $\rho$ ,  $v$ ,  $U$ ,  $\alpha$ ,  $m$ ,  $I$ ,  $\zeta_h$ ,  $\zeta_\theta$ ,  $n_h$  y  $n_\theta$ .

Como el número de magnitudes fundamentales es de tres (longitud, masa y tiempo), se pueden definir ocho parámetros adimensionales cuyos valores han de ser iguales en la realidad y en los ensayos en túnel, estos parámetros de semejanza pueden ser  $bU/v$ , que es el llamado número de Reynolds (definido casi siempre en función de la longitud característica longitudinal en vez de la transversal, es decir  $cU/v$ ), la velocidad reducida  $U/(n_h b)$ , y el resto, por ejemplo:  $\alpha$ ,  $m/(\rho b^2)$ ,  $I/(\rho b^4)$ ,  $\zeta_h$ ,  $\zeta_\theta$  y  $n_h/n_\theta$ , de los que se deducen las leyes de escala que rigen los ensayos con el modelo.

Por ejemplo en el ensayo en túnel se debe conservar el número de Reynolds,  $(bU/v)_r = (bU/v)_m$ , donde los subíndices “ $r$ ” y “ $m$ ” indican realidad y modelo, lo cual suele ser imposible de conservar en los ensayos en túnel aerodinámico en razón de la enorme disparidad de las escalas geométricas; sin embargo, en el caso de cuerpos romos y con aristas, la dependencia de los resultados con este parámetro es muy pequeña a partir de cierto valor crítico, por lo que no resulta necesario reproducir este parámetro si se asegura que se ha superado este valor (esta circunstancia es común en todos los ensayos

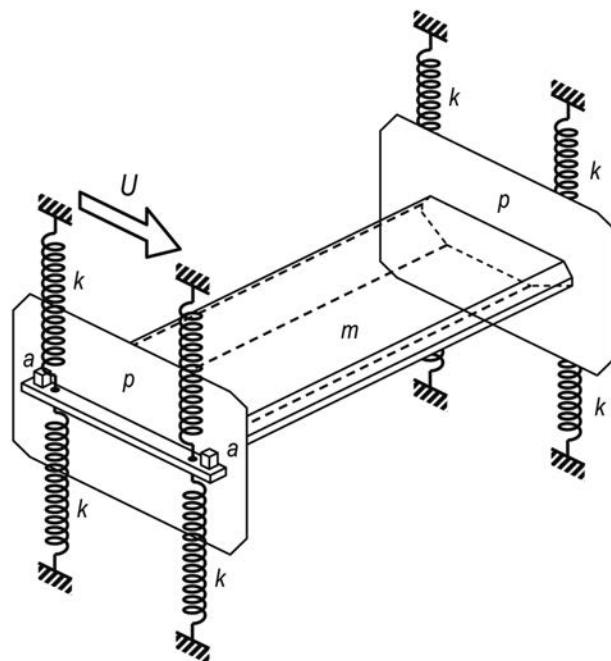
en túnel, y afortunadamente resulta ser fácil de cumplir en la aerodinámica de las construcciones, pues el número de Reynolds crítico es pequeño en comparación con los números de Reynolds habituales que se tienen tanto en la realidad como en los ensayos).

Respecto a los otros parámetros, si se fija por ejemplo la escala geométrica,  $b_m/b_r$ , como la densidad del aire es la misma tanto en el caso real como en los ensayos en el túnel aerodinámico, de la igualdad de los parámetros módicos,  $[m/(\rho b^2)]_r = [m/(\rho b^2)]_m$ , se tiene  $m_m/m_r = (b_m/b_r)^2$ . La escala de tiempos queda libre y generalmente se fija en función de los requisitos del túnel aerodinámico que se utilice (se debe asegurar que el rango de velocidades reducidas,  $U/(n_h b)$ , sea consistente con los valores de frecuencias propias y velocidad de diseño del puente real). Obviamente, una vez definidas las escalas de masa, longitud y tiempo se obtienen sin dificultad las demás escalas, ya que son derivadas de éstas. Nótese que en el caso de ensayos aerodinámicos estáticos, el movimiento desaparece de la formulación del problema, debiéndose mantener únicamente la semejanza geométrica y asegurar la independencia con el número de Reynolds.

En la Figura 4 se muestra una configuración típica de un ensayo aeroelástico bidimensional con un modelo rígido soportado por muelles. La disposición del conjunto se realiza de modo que los muelles queden con una longitud mayor que su longitud natural, para que su rigidez actúe en todo momento del movimiento y para que operen siempre dentro del rango lineal de respuesta. El modelo está equipado con paredes laterales que cumplen la función de espejos aerodinámicos, con el fin de atenuar posibles efectos tridimensionales. Además, dichas paredes laterales se diseñan de forma que junto con la masa del sistema de registro de las oscilaciones del modelo que se emplee, proporcionen los valores adecuados de masa y momento de inercia en el modelo (aun así suele ser habitual añadir masas auxiliares). En un ensayo típico se somete al modelo a una corriente incidente turbulenta cuya velocidad va aumentando paulatinamente en escalones, registrándose en cada escalón la respuesta dinámica del modelo.

Con una configuración de ensayos dinámicos como la representada en la Figura 4 se permite la oscilación del modelo según dos grados de libertad, vertical y rotacional, de forma que se simulan las principales características vibratorias del puente según los modos de flexión y torsión, que se consideran los más sensibles a sufrir inestabilidades aeroelásticas en puentes esbeltos. Aunque las vibraciones de un puente implican muchos modos, en los ensayos aeroelásticos es habitual considerar únicamente los modos de flexión y torsión más bajos (de menor frecuencia propia), ya que son los más susceptibles de sufrir acoplamientos aeroelásticos.

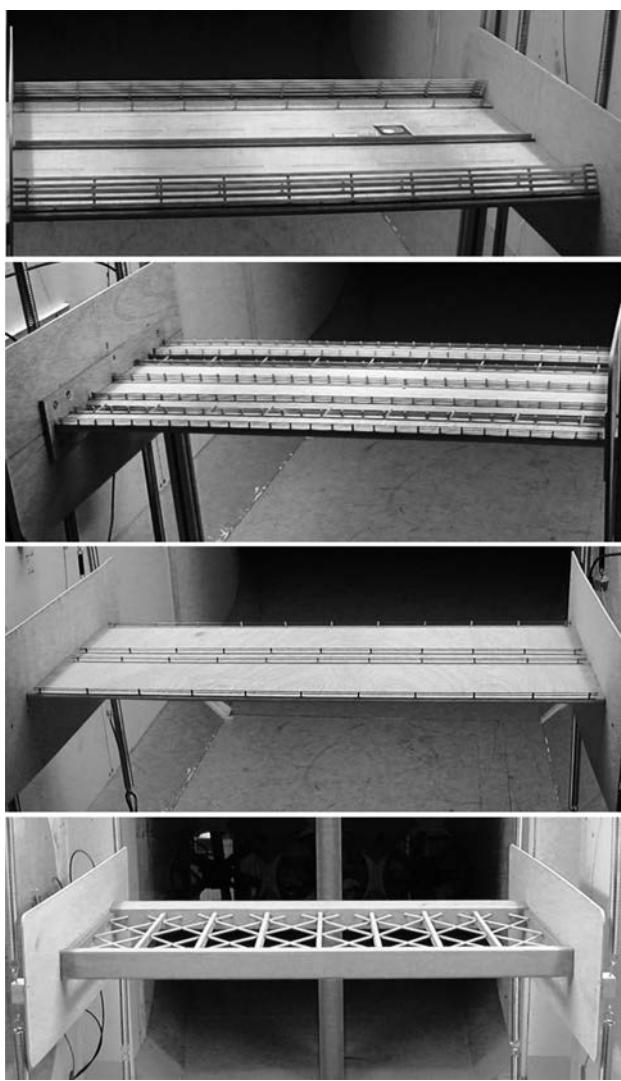
En la Tabla 1 se resumen los ensayos estáticos y aeroelásticos realizados en IDR/UPM desde el año 2005, y en la Figura 5 se pueden apreciar algunos de los modelos ensayados.



**Figura 4.** Instalación experimental para la realización ensayos aeroelásticos bidimensionales. En el esquema se muestra un montaje que permite simular dos grados de libertad del movimiento del modelo, flexión (normal a la corriente incidente) y torsión (giro alrededor del eje longitudinal del modelo); *m*: modelo de ensayos, *k*: muelles, *a*: acelerómetros o cualquier otro sistema de registro del movimiento del tablero, *p*: placas en los extremos del modelo cuya finalidad es asegurar el comportamiento bidimensional del mismo (actúan como espejos aerodinámicos)

**Tabla 1.** Ensayos estáticos (E) y aeroelásticos (A) de tableros de puentes realizados en IDR/UPM desde el año 2005

Año	Ensayo	Puente
2005	E	Puente sobre el río Ulla (España)
2005	E	Viaducto de Esqueiro (España)
2006	E & A	Puente Arcos de Alconétar sobre el río Tajo (España)
2006	E & A	Puente sobre la Bahía de Cádiz (España)
2006	E	Viaductos de Covas y Martixe (España)
2007	E & A	Puente de Rande (España)
2007	E	Viaducto sobre el río Ulla (España)
2008	E & A	Puente sobre el río Odiel (España)
2008	E	Puente Vidin-Calafat (Rumanía-Bulgaria)
2008	E	Puente de San Marcos (Méjico)
2008	E & A	Puente sobre el río Guadalquivir (España)
2008	E & A	Puente sobre el río Vinalopó (España)
2009	E & A	Puente de dos calzadas sobre el río Tajo (Portugal)
2009	E & A	Viaducto para ferrocarril sobre el río Tajo (España)

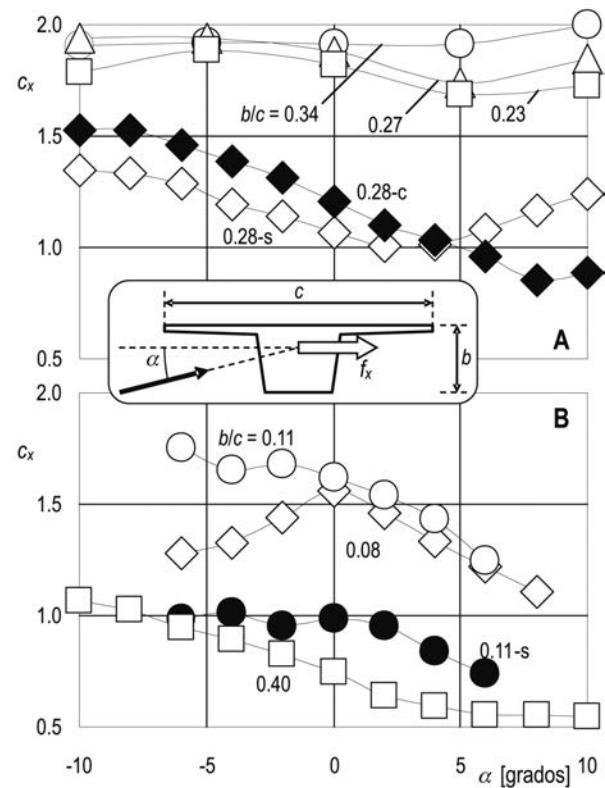


**Figura 5.** Fotografías de modelos bidimensionales de tableros de puentes ensayados en el túnel A9 de IDR/UPM; de arriba a abajo, bahía de Cádiz, Rande, Guadalquivir y Odiel

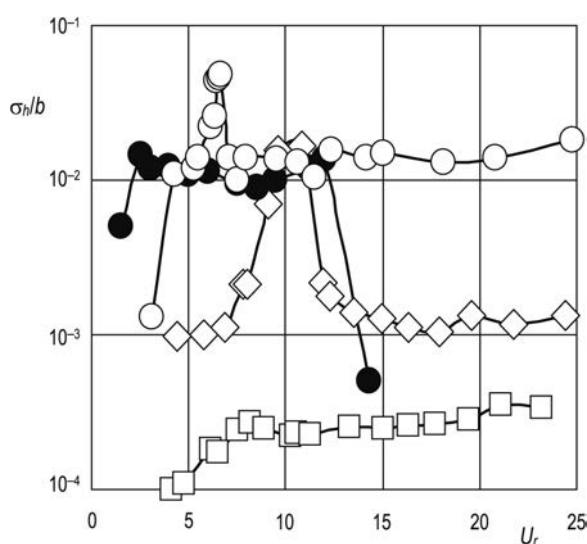
En las Figuras 6, 7 y 8 se recogen algunos resultados representativos seleccionados entre los diferentes ensayos realizados. Así, en la *Figura 6* se muestra la variación con el ángulo de ataque de la corriente incidente,  $\alpha$ , del coeficiente de arrastre,  $c_x$ , de varios tableros de puentes (obtenidos en ensayos estáticos con modelos rígidos bidimensionales); en el gráfico A de la Figura 6 los símbolos blancos representan resultados de secciones clásicas de viaducto de ferrocarril sin balasto (un tablero prácticamente plano de pequeño espesor con un cajón inferior de sección trapezoidal cuya anchura disminuye con la distancia al tablero), variando de unos modelos a otros el espesor relativo de las secciones, medido por el cociente  $b/c$  entre el canto del viaducto y su anchura o cuerda; cuadrados, triángulos y círculos representan resultados medidas en modelos con aristas vivas, mientras que los rombos corresponden a modelos con aristas redondeadas, sin balasto (rombos blancos,  $b/c = 0,28-s$ ) y con balasto sobre el tablero (rombos negros,  $b/c = 0,28-s$ ).

En la *Figura 6-B* se presentan los resultados correspondientes a tableros de puentes de carretera, de secciones

delgadas, razonablemente fuseladas (rombos y círculos), y los correspondientes a un puente mixto, formado por dos calzadas (una para automóviles y otra para vehículos ferroviarios) dispuestas una sobre otra y unidas por vigas de celosía laterales (cuadrados). En el caso del puente de carretera con  $b/c = 0,11$  se muestran además resultados para el tablero completamente limpio (círculos negros,  $b/c = 0,11-s$ ) y con el tablero en configuración de servicio, equipado con barandillas y barreras de protección laterales de altura comparable al canto del puente; los resultados del otro puente de carretera ( $b/c = 0,08$ ) también son para el caso de tablero completamente equipado. Se debe añadir que los valores tan bajos del coeficiente de arrastre del puente de dos niveles son en cierta medida un artificio del modo de adimensionalizar los resultados, pues el coeficiente de arrastre se ha definido como la fuerza por unidad de longitud de puente, paralela al plano del tablero,  $f_x$ , dividida por la presión dinámica de la corriente incidente y por el canto del tablero sin aditamentos,  $c_x = 2f_x/(\rho U^2 b)$ , y es claro que el canto del puente doble considerado en su conjunto es mayor que la suma de los cantos de cada una de las calzadas.



**Figura 6.** Variación con el ángulo de ataque de la corriente incidente,  $\alpha$ , del coeficiente de arrastre,  $c_x$ , definido en el texto, de modelos de puentes de ferrocarril (A) con distintos valores de la relación  $b/c$ : con aristas vivas (cuadrados, triángulos y círculos) y con aristas redondeadas, en este caso sin y con balasto (rombos blancos y negros respectivamente). Variación con  $\alpha$  del coeficiente de arrastre de dos modelos de puentes de carretera (B) de formas fuseladas (rombos y círculos), y de un puente mixto, formado por dos calzadas una encima de otra (una para automóviles y otra para vehículos ferroviarios) unidas por vigas de celosía laterales (cuadrados). Los círculos negros indican resultados del mismo puente con  $b/c = 0,11$  pero con el tablero completamente limpio (sin barandillas ni barreras,  $b/c = 0,11-s$ )



**Figura 7.** Variación con velocidad reducida,  $U_r$ , definida en el texto, de la respuesta según el modo de vibración transversal medida por el cociente entre la desviación típica de los desplazamientos transversales y el canto de los modelos,  $\sigma_h/b$ , de un modelo de viaducto con dos calzadas, una sobre otra (cuadrados blancos), un viaducto de ferrocarril clásico (rombos), un modelo de puente de carretera de sección fuselada y estrecha (círculos negros) y un viaducto con dos calzadas en paralelo, lado a lado (círculos blancos)

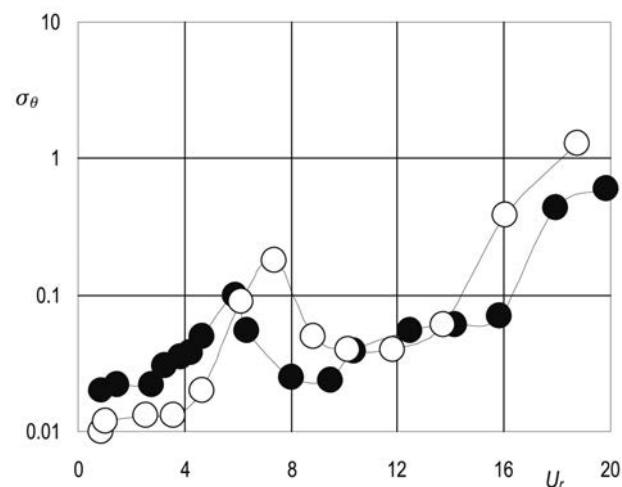
En la Figura 7 se muestran algunos resultados de ensayos dinámicos: la variación del cociente  $\sigma_h/b$  con la velocidad reducida  $U_r = U / (n_{h0} b)$ , donde  $\sigma_h$  es la desviación típica de los desplazamientos transversales y  $n_{h0}$  es la primera frecuencia propia en traslación lateral del modelo de ensayos. En esta gráfica los cuadrados blancos representan los resultados del mismo modelo de calzada doble de la Figura 6-B, muy rígido, como corresponde a una viga en celosía de canto considerable; los rombos a un viaducto de ferrocarril, también bastante insensible a efectos dinámicos aunque presenta un pico de resonancia debido a desprendimiento de torbellinos para  $U_r \sim 10$ ; los círculos negros a un puente fuselado de perfil delgado ( $b/c = 0,08$ ) y los círculos blancos a un viaducto con dos calzadas en paralelo, lado a lado, bastante flexible, cuyos resultados muestran un pico de oscilación acusado debido a desprendimiento de torbellinos para un valor de la velocidad reducida  $U_r$  algo inferior a 7. En el caso de las oscilaciones en dirección perpendicular al viento los únicos episodios vibratorios registrados en los ensayos presentados son aquellos relativos al desprendimiento de torbellinos; este comportamiento es extensible a la mayoría de los modelos ensayados en IDR/UPM, aunque no suele ocurrir lo mismo en el caso de oscilaciones en rotación. El distinto comportamiento de los diferentes modelos se explica considerando, como es natural, las características elásticas y aerodinámicas de los mismos. En el puente con dos calzadas superpuestas verticalmente no aparece episodio de vibración alguno, debido a que las vigas en celosía que unen los tableros imposibilitan la formación de grandes torbellinos coherentes, todo ello unido además a que se trata de una estructura muy rígida y pesada. La respuesta del puente de ferrocarril clásico está condicionada en parte por la rigidez y la alta densidad del tablero (hormigón), y por los valores elevados de las frecuencias propias en ambos grados de libertad (trasla-

ción y rotación). En los otros dos casos las respuestas aeroelásticas son comparables: en el caso de un tablero clásico de puente de carretera correctamente diseñado desde el punto de vista aerodinámico no se aprecian efectos aeroelásticos de importancia, aunque se trata de un puente bastante flexible y ligero (en comparación con los anteriores) y en el puente con dos calzadas en paralelo la respuesta obtenida es la esperable en una estructura metálica, ligera, con una frecuencia propia relativamente baja.

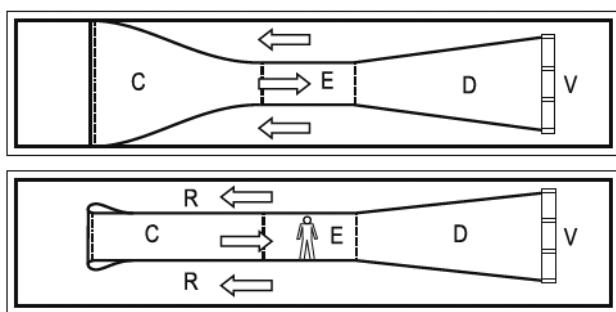
Un buen ejemplo de inestabilidades en rotación se muestra en la Figura 8, donde se ha dibujado en función de la velocidad reducida, definida igual que en la Figura 7, la desviación típica del desplazamiento angular  $\sigma_\theta$  de dos secciones de un elemento estructural de puente formado por dos vigas de sección cuadrada, con las esquinas ligeramente redondeadas, unidas entre sí por un entramado de vigas menores (véase la última fotografía de la Figura 5). Los resultados que se presentan corresponden a dos secciones afines, cuya única diferencia es la distancia entre las vigas, de modo que la anchura o cuerda de uno de los modelos ensayados (círculos negros) es un 12% mayor que la del otro (círculos blancos). En este grado de libertad rotacional se puede observar que en los ensayos se han registrado fenómenos de oscilaciones inducidas por desprendimiento de torbellinos a velocidades reducidas del orden de 6 en el caso del modelo de menor cuerda y de 7 en el de cuerda mayor, pero además los resultados ponen de manifiesto la existencia de una inestabilidad de flameo de torsión que en ambos casos empieza a manifestarse para velocidades reducidas superiores a 15.

## 5. INSTALACIONES DE ENSAYOS AERODINÁMICOS DE IDR/UPM

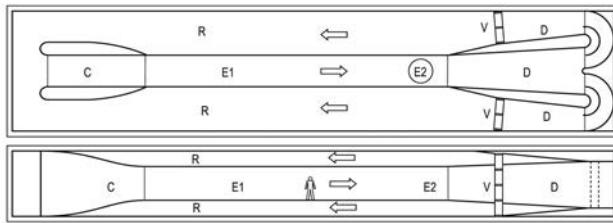
Las instalaciones de ensayos aerodinámicos de Universidad Politécnica de Madrid, están repartidas entre



**Figura 8.** Variación con la velocidad reducida,  $U_r$ , definida en el texto, de la respuesta según el modo de vibración en rotación, medida por la desviación típica de los desplazamientos angulares,  $\sigma_\theta$ , de modelos de estructuras de puentes análogos a la mostrada en la última fotografía de la Figura 5. Los símbolos identifican el valor de la relación  $b/c$  de los modelos:  $b/c = 0.120$  (círculos blancos) y  $b/c = 0.107$  (círculos negros)



**Figura 9.** Planta y alzado del túnel A9 de IDR/UPM; C) contracción, E) cámara de ensayos, D) difusor, V) ventiladores y R) retorno



**Figura 10.** Planta y alzado del túnel aerodinámico de simulación de capa límite atmosférica ACLA16 de IDR/UPM; C) contracción, E1) precámara de ensayos para acondicionamiento de la vena fluida, E2) cámara de ensayos, D) difusor, V) ventiladores y R) retorno



**Figura 11.** Vista del interior de la cámara de ensayos del túnel ACLA16 donde se muestran los generadores de turbulencia y los elementos de rugosidad. Nótese que las paredes de la precámara están acristaladas para facilitar la visualización

los locales de la E.T.S.I. Aeronáuticos en el campus de la Ciudad Universitaria, y en el Parque Tecnológico de la U.P.M. situado el campus de Montegancedo, dentro del Instituto Universitario de Investigación “Ignacio Da Riva”, IDR/UPM [15].

En la Ciudad Universitaria está el túnel A9, que es de corriente aspirada, cámara de ensayos cerrada y circuito fluido abierto (tipo Eiffel). La contracción del túnel A9 es bidimensional (la corriente sólo se contrae en uno de los

planos de simetría del túnel, de forma que el techo y el suelo de la contracción son paralelos al techo y al suelo del laboratorio), mientras que las paredes verticales de la contracción describen una curva suave que adapta la sección de entrada a la de la cámara de ensayos (Figura 9); la contracción tiene una sección de entrada de 4,8 m de ancho y 1,8 m de alto, con una longitud de 5,25 m. La cámara de ensayos tiene 3 m de longitud y una sección de 1,8 m de alto y 1,5 m de ancho. Corriente abajo de la cámara de ensayos está el adaptador a la sección de ventiladores cuya longitud es de 6 m. El túnel A9 está impulsado por nueve ventiladores, cada uno con una potencia nominal de 7,5 kW y un diámetro interior de 0,9 m. Los ventiladores, de velocidad regulable, están dispuestos según una matriz de 3x3 y descargan directamente al local. Debido a la falta de espacio el túnel A9 no tiene difusor corriente abajo de los ventiladores, y el retorno de la corriente tiene lugar a través del recinto del laboratorio donde está ubicado el túnel.

El mayor túnel de IDR/UPM es el denominado ACLA16, cuya forma esquemática se muestra en la Figura 10. Este túnel carece también de un circuito de retorno específico: el aire pasa a través del conducto, organizado en la secuencia tradicional de contracción, cámara de ensayos, difusor de adaptación a la sección de ventiladores y ventiladores, y retorna a la sección de entrada a través del local (dedicado exclusivamente a este túnel). La contracción de este túnel es también bidimensional, pero ahora las paredes son paralelas entre sí, siendo el techo y el suelo del túnel los que modifican su forma para adaptar la sección de entrada a la de la cámara de ensayos. La sección de la cámara de ensayos es cuadrada, de 2,2 m de lado, con una longitud del orden de 20 m (la longitud total del túnel, incluido retorno, es de 40 m).

La longitud de la cámara de ensayos ha de ser muy grande, pues este túnel está diseñado para simular los perfiles en altura de velocidad y turbulencia de la capa límite terrestre, lo que requiere de una cierta distancia para que la capa límite se pueda desarrollar; para generar la capa límite en el túnel se suelen colocar generadores de torbellinos en la sección de entrada, generalmente obstáculos planos de sección triangular (Figura 11), seguidos de una superficie rugosa, con tamaño de rugosidad controlado, que facilite la formación de la capa límite simulada por crecimiento natural [5, 16]. Despues de la cámara de ensayos (dividida en una primera subcámara para acondicionamiento del flujo y la de ensayos propiamente dicha) está el difusor, que se bifurca en dos conductos. Los ventiladores, diecisésis en total, están dispuestos en dos torres con ocho ventiladores cada una. Los ventiladores son análogos a los del túnel A9 y descargan al local del túnel, cuya sección es de 4 m de alto y 7,8 m ancho, por donde retorna el flujo hasta la sección de entrada.

## 6. CONCLUSIONES

Una de las dificultades de la aerodinámica de cuerpos no aeronáuticos es la enorme variedad de formas posi-

bles de los cuerpos a estudiar, lo que hace extraordinariamente difícil obtener conclusiones de interés práctico aplicables a cada caso concreto, salvo que se trate de generalidades que ahora son en cierta medida evidentes y en algunos casos anticipables, obtenidas tras sedimentar la experiencia acumulada de numerosos ensayos aeroelásticos realizados en túneles aerodinámicos repartidos por todo el mundo (este conocimiento acumulado a lo largo de los años son las normas de cálculo de las acciones del viento). En la actualidad, al diseñar un puente hay conceptos de índole aerodinámica que por bien conocidos se incorporan casi automáticamente al diseño; se puede decir así que generalmente se tiende a fuselar los tableros de los puentes, lo que reduce los valores de los coeficientes de arrastre, ya que de este modo se generan estelas más estrechas que si no estuvieran fuselados, y que se suelen adoptar formas de tableros que dificultan la formación de torbellinos desprendidos bidimensionales o que rompan la coherencia de éstos, lo que reduce las oscilaciones inducidas por torbellinos.

Como se ha dicho, para encarar estos y otros aspectos aeroelásticos del diseño de un puente se dispone de los códigos de cálculo de las acciones del viento, aunque en ocasiones esto no es suficiente, siendo preciso entonces acudir a otras opciones, entre las que están los ensayos en túnel aerodinámico. Un inconveniente presente muchas veces en los ensayos en túnel es que, de llevarse a cabo, casi siempre se hacen cuando el diseño está prácticamente cerrado, cuando el tiempo apremia y existen ya pocas o nulas posibilidades de mejorar los aspectos aerodinámicos a menos que el puente diseñado presente severos problemas aeroelásticos. Lo normal es que se ensayan en túnel puentes concretos a demanda de clientes concretos, y aunque se han hecho y se siguen haciendo estudios experimentales sistemáticos sobre la aeroelasticidad de puentes, quizás sea preciso todavía un mayor esfuerzo experimental (y teórico, naturalmente), a fin de mejorar la calidad y cantidad de la información disponible.

Con este artículo se ha pretendido clarificar algunos aspectos de este campo de la aerodinámica experimental, habiéndose presentado las técnicas de ensayos en túnel habitualmente empleados, así como algunos resultados obtenidos en IDR/UPM y los medios para ensayos disponibles.

## 7. REFERENCIAS

- [1] BLEVINS R.D. *Flow-Induced Vibration*. Malabar, Florida: Krieger Publishing, 2001.
- [2] NAUDASCHER E. and ROCKWELL, D. *Flow-Induced Vibrations*. Mineola, New York: Dover Publications, 1994.
- [3] DOWELL E.H. (Ed), CRAWLEY E.F., CURTISS JR. H.C., PETERS D.A., SCANLAN R.H. and SISTO F. A. Modern Course on Aeroelasticity. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [4] SIMIU S. and SCANLAN R.H. *Wind Effects on Structures. Fundamentals and Applications to Design*. New York: John Wiley & Sons, 1966.
- [5] DYRBYE C. and HANSEN S.O. *Wind Loads on Structures*. New York: John Wiley & Sons, 1997.
- [6] SIMIU E. and MIYATA T. *Design of Buildings and Bridges for Wind*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.
- [7] STRØMMER E.N. *Theory of Bridge Aerodynamics*. Berlin: Springer-Verlag, 2006.
- [8] MIYATA T. "Historical view of long-span bridge aerodynamics". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 2003, vol. 91, p. 1393–1410.
- [9] MESEGUER J. y SANZ-ANDRÉS A. *Aerodinámica básica*. Madrid: E.T.S.I. Aeronáuticos, Universidad Politécnica de Madrid, 2005.
- [10] ANDERSEN L., BIRCH N.W., HANSEN A.H. and SKIBELUND J.O. "Response analysis of tuned mass dampers to structures exposed to vortex loading of Simiu-Scanlan type". *Journal of Sound and Vibration*. 2001, vol. 239, p. 217-231.
- [11] LARSEN A., ESDAHL S., ANDERSEN J.E. and VEJRUM T. "Storebaelt suspension bridge: vortex shedding excitation and mitigation by guide vanes". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 2000, vol. 88, p. 283-296.
- [12] ASTIZ M.A. "Estudio de las vibraciones en los arcos de Alconétar". *Hormigón y Acero*. 2006, núm. 242, p. 41-50.
- [13] LLOMBART J.A., REVOLTÓS J. y COUTO S. "Puente sobre el río Tajo, en el embalse de Alcántara ("Arcos de Alconétar")". *Hormigón y Acero*. 2006, núm. 242, p. 5-38, 2006.
- [14] BARRERO GIL A., ALONSO G., MESEGUER J. y ASTIZ M.A. "Ensayos en túnel de viento de un modelo aeroelástico del arco del puente sobre el río Tajo. Arcos de Alconétar". *Hormigón y Acero*. 2007, núm. 245, p. 33-40.
- [15] MESEGUER J., SANZ-ANDRÉS A. y FRANCHINI S. *Instalaciones de aerodinámica experimental para ingeniería civil de la Universidad Politécnica de Madrid*. 8º Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, Cuzco, 2007.
- [16] FARELL C. and IYENGAR A.K.S. "Experiments on the wind tunnel simulation of atmospheric boundary layers". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 1999, vol. 79, p. 11-35.

## RESUMEN DE COMISIONES Y GRUPOS DE TRABAJO DE ACHE

Comisión	Grupo de trabajo	Coordinador
<b>C1 Proyecto</b>  Presidente: Antonio Martínez Cutillas	GT1/1 Recomendaciones para el proyecto de losas alveolares	Manuel Burón Maestro
	GT1/2 Representación gráfica de estructuras de hormigón de edificación	Roberto Brufau Niubó
	GT1/3 Proyectos de estructuras de hormigón en zona sísmica	José Romo Martín
	GT1/4 Adherencia en elementos prefabricados con armadura pretesa	Fernando Martínez Abella
	GT1/5 Proyecto de edificios altos	H. Jesús Gómez Hermoso
<b>C2 Materiales</b>  Presidente: David Fernández-Ordóñez Hernández  Vicepresidente: Honorio Ortega Valencia	GT2/1 Armaduras activas	Jaime C. Gálvez Ruiz José Quereda Laviña
	GT2/3 Aditivos químicos para el hormigón estructural	Joana Roncero
	GT2/4 Estadística aplicada. Modelos lineales	Juan Carlos López Agüi
	GT2/5 Sostenibilidad en estructuras de hormigón y acero	Antonio Aguado de Cea
	GT2/6 Áridos para hormigón estructural	José Luis Parra
<b>C3 Ejecución</b>  Presidente: H. Jesús Gómez Hermoso  Secretario: José Antonio del Rosario	GT3/4 Seguridad y Salud	Luis Villamonte Varela Manuel Burón Maestro
	GT3/5 Andamios y Apeos	H. Jesús Gómez Hermoso
	GT3/7 Muros-Pantalla	Javier Fernando Jiménez Alonso Manuel Escamilla García-Galán
	GT3/8 Movimiento de grandes pesos	Javier Ripoll García-Mansilla
	GT3/9 Ejecución de elementos mediante encofrados trepantes y delizantes	Abel Ercilla
<b>C4 Uso y mantenimiento</b>  Presidente: Javier León González  Secretario: Eduardo García	GT3/10 Ejecución de tableros empujados	Benjamín Navamuel Aparicio
	GT3/11 Forjados pretensados con armadura postesa	Fernando Martínez Pérez-Beato
	GT3/12 Hormigón visto	Eduardo Montero
	GT4/1 Sistemas de protección de estructuras existentes para garantizar la durabilidad	Miguel Ángel Bermúdez
	GT4/2 Demoliciones	Fernando Pinedo
<b>C5 Estructuras y elementos estructurales</b>  Presidente: José M. Simón-Talero Muñoz	GT4/3 Reparación de juntas y apoyos en puentes, grupo mixto con la ATC (C11GT2).	Luis Villamonte Varela
	GT5/2 Resistencia a cortante en elementos sin armadura transversal	Alejandro Pérez Caldentey
	GT5/6 Forjados mixtos con chapa nervada	Guillermo Corres Peiretti

# Análisis comparativo de los modelos constitutivos del hormigón reforzado con fibras

*Comparative analysis of constitutive models of fibre reinforced concrete*

**Ana Blanco Álvarez<sup>(1)</sup>, Pablo Pujadas Álvarez<sup>(1)</sup>, Albert de la Fuente Antequera<sup>(1)</sup> y Antonio Aguado de Cea<sup>(2)</sup>**

Recibido | Received: 02-11-2009

Aceptado | Accepted: 15-02-2010

## Resumen

**L**a aparición de normas específicas para el empleo del Hormigón Reforzado con Fibras es, sin lugar a duda, una herramienta clave que proporciona al proyectista un mayor margen de confianza como solución estructural. Actualmente existen numerosas directrices y recomendaciones normativas que definen las bases de cálculo de este material, lo que a su vez supone una gran oportunidad para extender su uso. Por ello, en este artículo, se ha realizado un análisis detallado de los principales modelos normativos a nivel europeo (DBV, RILEM, CNR-DT 204 y EHE) y se han contrastado los resultados de una campaña experimental con los resultados numéricos que con sendas ecuaciones constitutivas se obtienen.

**Palabras clave:** hormigón, fibras, ecuaciones constitutivas, normativas, diseño.

## Abstract

**T**he appearance of specific recommendations and guidelines for the employment of the Fibre Reinforced Concrete is, without any doubt, a key tool that provides a major margin of reliability to the designer. Nowadays there are numerous directives and normative recommendations that define the bases of calculation of this material, which in turn supposes a great opportunity to extend its use. In this article, a detailed analysis of the principal European normative models (DBV, RILEM, CNR-DT 204 and EHE) has been done and the results obtained by means of a numerical model (applying these codes) have been compared with the experimental data from previous tests.

**Keywords:** concrete, fibres, constitutive equations, guidelines, design.

---

\* An extensive English language summary of the present article is provided on page 106 of this issue both for the convenience of non-Spanish-speaking readers and inclusion in databases.

(1) Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Dpto. de Ingeniería de la Construcción. E. T. S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Cataluña (Barcelona, España).

(2) Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Dpto. de Ingeniería de la Construcción. E. T. S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Cataluña (Barcelona, España).

Persona de contacto / Corresponding author: ana.blanco@upc.edu

## 1. INTRODUCCIÓN

El Hormigón Reforzado con Fibras (en adelante: HRF), constituye una de las innovaciones más relevantes en el campo de los hormigones especiales. El HRF debe ser entendido como un hormigón que incluye en su composición fibras cortas y discretas, distribuidas aleatoriamente en su masa. Una vez el hormigón ha fisurado, la pérdida de adherencia y el arrancamiento (*pull-out*) de las fibras disipa una mayor energía, lo que conduce a un importante incremento de la tenacidad [1]. Actualmente son cada vez más las aplicaciones en las cuales se emplea esta tecnología con una clara responsabilidad estructural como se recoge en [2] y [3]. Sin embargo, el camino por recorrer para un amplio uso del HRF como material estructural es importante y largo [4] pues existen aspectos que dificultan el uso de las fibras como refuerzo del hormigón, entre los que destacan: la estimación económica de las ventajas del uso de las fibras y la falta de experiencia [5].

En este sentido cabe destacar la importante labor de los investigadores y, en especial, de la Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08 [6]), atenta siempre a contemplar la tecnología del hormigón desde posiciones avanzadas. Mediante la incorporación a la EHE-08 del Anejo 14 relativo al empleo de fibras con finalidad estructural, se pone fin al vacío normativo existente hasta el momento en el ámbito español como se indica en [7]. Dicho anexo tiene un papel primordial en la extensión de la aplicación de este hormigón a otros ámbitos de la construcción, y proporciona un mayor margen de confianza al proyectista para emplearlo en el diseño de sus soluciones [8].

En aras a optimizar el diseño estructural, resulta imprescindible disponer de modelos sólidos y racionales que reflejen de forma fidedigna el comportamiento fenomenológico del material como se apunta en [9]. Sin embargo, actualmente no existe una única ecuación constitutiva que caracterice adecuadamente el comportamiento del HRF ([10] y [11]), sino que existen numerosos modelos y enfoques recogidos en las normativas y artículos de referencia.

## 2. RAZÓN DE SER Y OBJETIVOS

Ante las diferencias de criterio en la implantación de la ecuación constitutiva, cabe plantearse cuáles son las cau-

sas que provocan estas heterogeneidades y evaluar los modelos propuestos en las distintas normas. Por este motivo, el presente documento persigue el doble objetivo de:

- Realizar una revisión de los principales trabajos técnicos, directrices y recomendaciones normativas para la definición de las ecuaciones constitutivas que actualmente se emplean para caracterizar el HRF.
- Evaluar y comparar qué modelos ajustan mejor los resultados experimentales recogidos en [12] y [13], analizando la idoneidad de los mismos para cada caso de estudio.

Con ello se pretende contribuir al conocimiento del HRF en el campo estructural y ayudar a extender su uso.

## 3. ESTADO DEL ARTE: MODELOS CONSTITUTIVOS DE HRF

### 3.1. Criterios para su obtención

A diferencia de lo que ocurre a tracción, el comportamiento a compresión del HRF no dista de la respuesta del hormigón convencional [14]. Es por ello que uno de los retos más importantes es el de desarrollar un modelo de ecuación constitutiva que permita caracterizar adecuadamente el comportamiento a tracción de dicho material. El diseño de secciones con HRF se basa en el método tradicional de análisis de secciones para el hormigón armado (HA) presentado en la figura 1a. La única diferencia reside en que el modelo tensión-deformación ( $\sigma-\epsilon$ ) usado en el diseño del HRF considera la aportación a tracción debido al efecto puente (*bridging effect*) de las fibras [10] como se ilustra en el esquema de la figura 1b.

En la literatura técnica se han recogido, hasta el momento, numerosos modelos tanto de índole experimental como de carácter meramente teórico. Dichos modelos se pueden obtener adoptando criterios y procedimientos diversos. A continuación se presentan las bases conceptuales sobre las que estos modelos se han desarrollado.

#### 3.1.1. Modelos tensión-ancho de fisura ( $\sigma-\omega$ ) / Modelos tensión-deformación ( $\sigma-\epsilon$ )

La descripción del comportamiento a tracción del hormigón reforzado con fibras puede realizarse, entre otras,

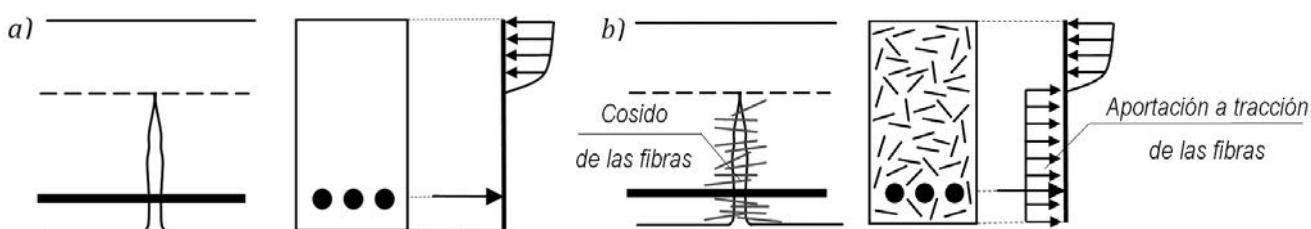


Figura 1. Distribución de tensiones para una sección: a) de HA y b) HRF con armadura. [5]

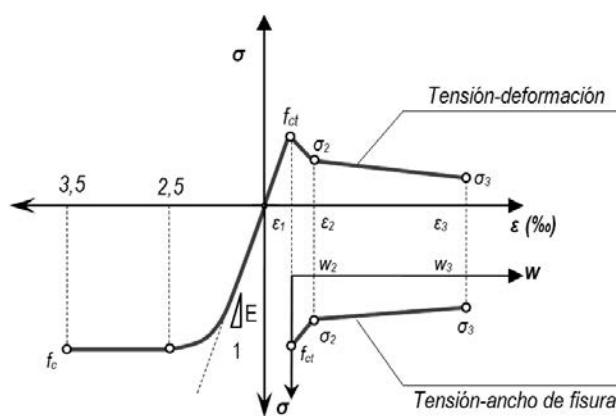


Figura 2. Diagrama constitutivo del comportamiento a compresión y a tracción

mediante la relación  $\sigma-\epsilon$  [15] relacionado con el concepto del modelo de la fisura ficticia (*fictitious crack model*) o la relación  $\sigma-\epsilon$  ([10], [11] y [16]), ambas representadas esquemáticamente en la figura 2.

El diagrama  $\sigma-\epsilon$  permite la definición del comportamiento a tracción del material en los mismos términos que el de compresión, conduciendo a un único diagrama para la representación del comportamiento del HRF. Asimismo, este tipo de diagrama resulta de especial interés por su compatibilidad con el del acero, permitiendo aplicar una metodología encaminada hacia la visión conjunta del material (HRF) como hormigón estructural.

Por este motivo, se introduce el concepto de longitud característica ( $l_{cs}$ ) que permite establecer una relación entre el ancho de fisura y la deformación del material  $w=f(\epsilon, l_{cs})$  ([17] y [18]). Existen numerosas propuestas para tratar de evaluar dicha longitud recogidas en [19], [20] y [21], sin embargo la clara dependencia tanto de las condiciones de ensayo como de la geometría del elemento ensayado dificultan enormemente su determinación [1]. Una descripción más detallada sobre este concepto puede encontrarse en Hillerborg [22].

### 3.1.2. Análisis inverso / Análisis directo

El empleo del análisis inverso y el análisis directo no es sólo exclusivo de la caracterización del comportamiento a tracción del HRF. Se acude a estos procedimientos también, por ejemplo, cuando se quiere abordar la caracterización de la respuesta adherente y de anclaje de una barra de acero o de una fibra embebidas en el hormigón ([23] y [24]).

En la figura 3 se presenta un diagrama de flujos en el que se esquematizan los planteamientos inverso y directo que se explican a continuación.

El *análisis directo* para el análisis de secciones y/o estructuras de HRF se basa en fijar la forma de una ecuación constitutiva (tipo  $\sigma-\epsilon$  o  $\sigma-w$ ) para simular la respuesta a

tracción del HRF, ya sea alguna de las recogidas en los códigos o referencias internacionales (RILEM [25], EHE [6]...), o alguna de las propuestas por otros investigadores y recogidas en bibliografía especializada ([10], [1] y [26]). Los parámetros constitutivos de cada una de éstas pueden obtenerse experimentalmente [RILEM, EHE...] o se pueden fijar a partir de ciertas propiedades de las fibras empleadas, del hormigón utilizado y del procedimiento de fabricación y hormigonado elegido [15]. Fijada la ecuación constitutiva y el resto de variables e hipótesis necesarias para simular el comportamiento a nivel seccional, se ejecuta el algoritmo de cálculo ([27], [28] y [29]) y se obtiene la respuesta tensodeformacional de los materiales constituyentes de la sección. A nivel estructural, se puede integrar la respuesta de cada sección para obtener el comportamiento global de la misma. En el caso de disponer de resultados experimentales del elemento estudiado, se pueden comparar con los obtenidos numéricamente. Dicha comparación y el grado de ajuste, proporcionará una estimación de cuán adecuada es la forma de la ecuación constitutiva empleada para la simulación del comportamiento a tracción del HRF así como de los parámetros que la definen.

En el *análisis indirecto* la estrategia parte de los resultados experimentales (ver figura 3) de la sección y/o estructura cuyo comportamiento se quiere simular numéricamente, y se ajustan los valores de una ecuación constitutiva, cuya forma puede haberse predefinido. Concretamente, el planteamiento consiste en obtener los parámetros que definen la ecuación constitutiva del HRF traccionado, variándolos de forma que la respuesta de la estructura obtenida numéricamente se ajuste a la obtenida experimentalmente [30]. En este proceso se pueden aplicar métodos de cálculo simplificados u otros más sofisticados, como el método de los elementos finitos. El proceso de fisuración puede ser representado a través de la teoría de la fisura difusa (*smeared crack approach*) o por la teoría de la fisura discreta (*discrete crack approach*). El primero asume fisuras distribuidas en el elemento mediante el concepto tensión-deformación,  $\sigma-\epsilon$ , ([31] y [32]) y el segundo utiliza una ubicación predefinida de la fisura y se basa en la relación tensión-ancho de fisura,  $\sigma-w$  ([10] y [19]).

### 3.1.3. Ecuación continua / Ecuación definida por tramos

Hasta la fecha la gran mayoría de ecuaciones constitutivas propuestas son ecuaciones definidas por tramos. Sin embargo, para la obtención de una ecuación constitutiva parametrizada, que represente de forma fidedigna el comportamiento a tracción uniaxial del HRF, se requiere de muchos puntos. Es por ello que cada vez más se tiende a investigar modelos continuos [30]. Entre éstos cabe destacar el modelo con cuatro funciones exponenciales (*four-e*), con el que sus autores [31] definen el comportamiento pre-fisuración y post-fisuración del hormigón reforzado con fibras de acero (HRFA) con una única ecuación mediante seis parámetros.

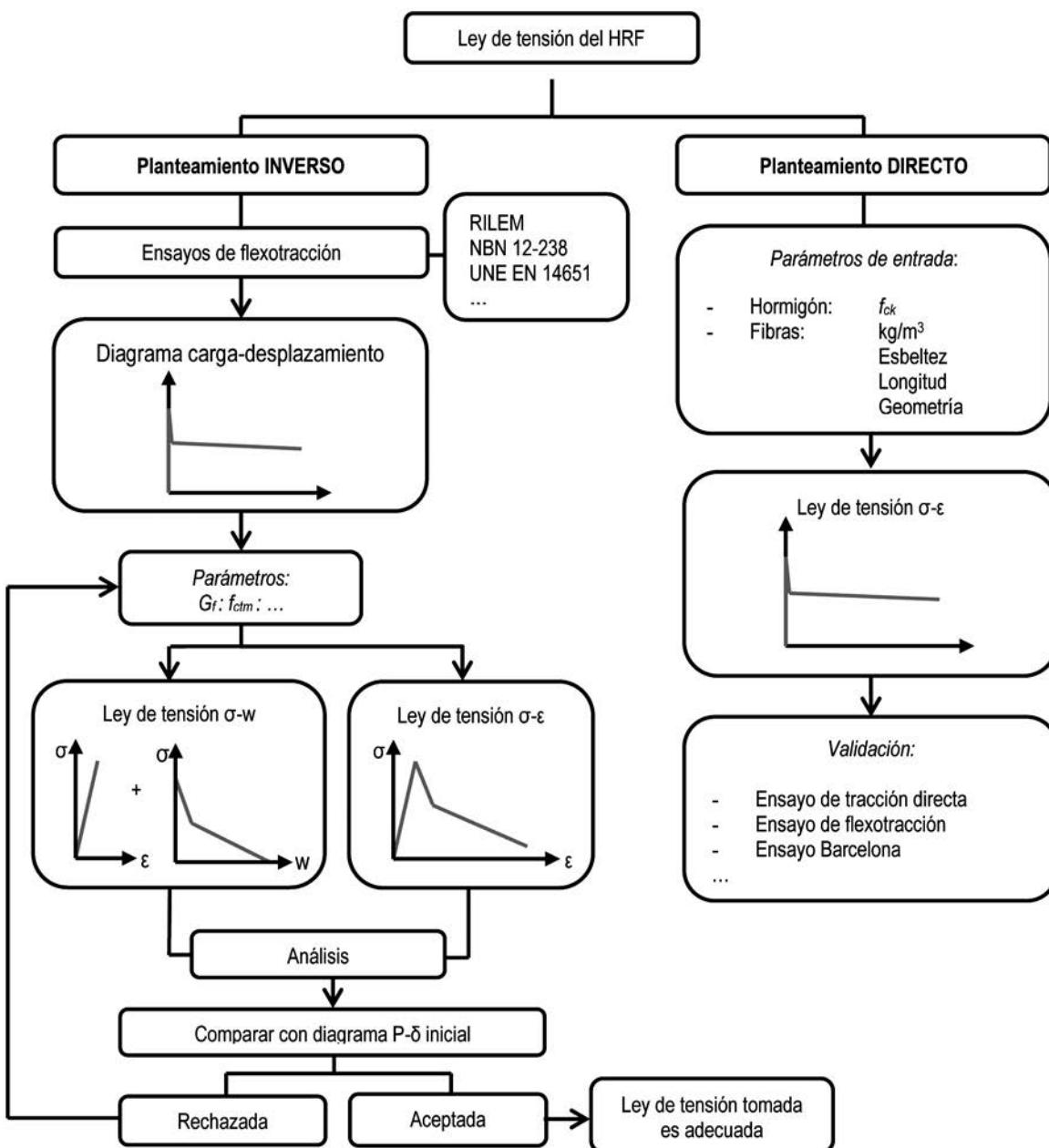


Figura 3. Procedimientos para la obtención de un modelo constitutivo del HRF [16]

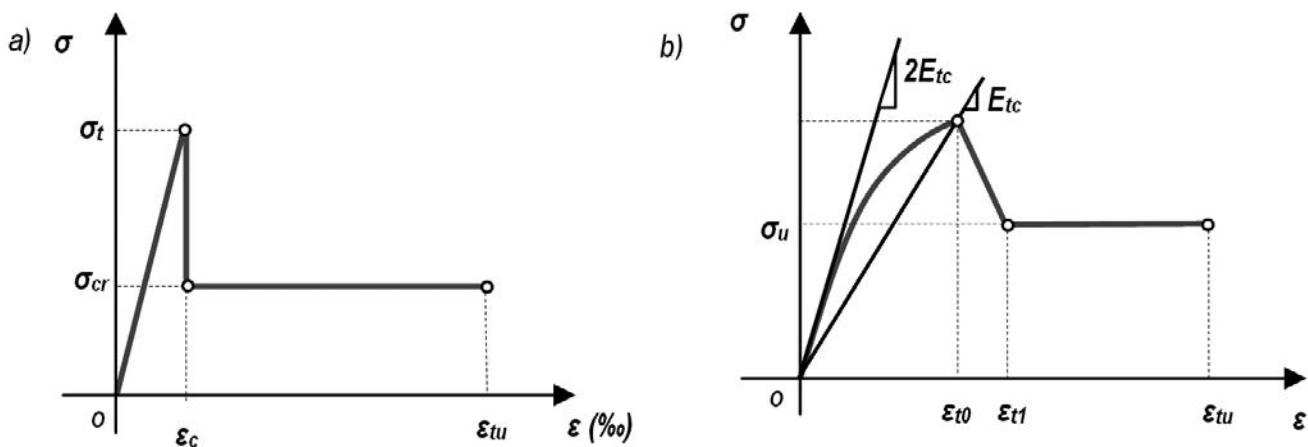
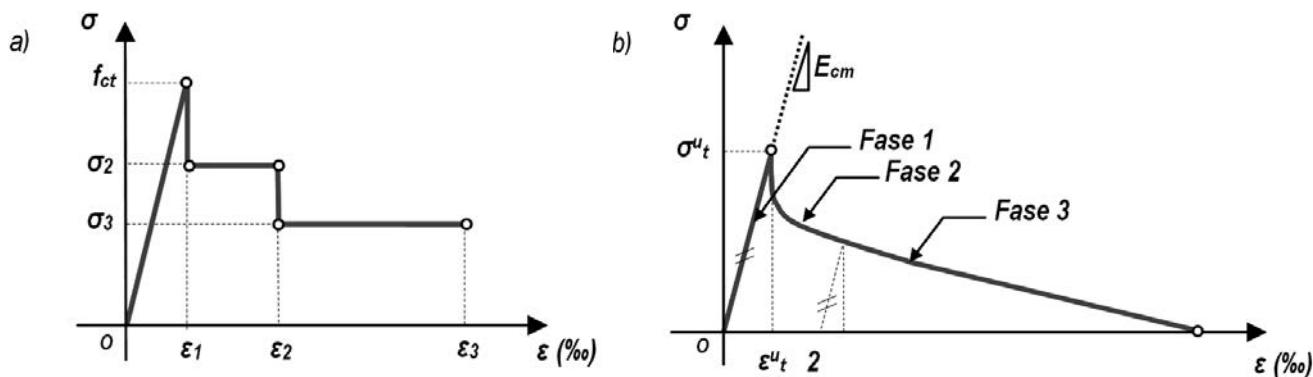
Conviene enfatizar la tendencia de muchas normas, entre las que se encuentran la instrucción española [5], que a pesar de valerse de modelos definidos por partes (o tramos), proponen un mayor número de "inputs" con el objetivo de obtener resultados más precisos.

### 3.2. Ecuaciones constitutivas propuestas en la literatura técnica

Las estructuras de HRF pueden calcularse con un análisis plástico que permite aprovechar la mayor capacidad de redistribución de esfuerzos proporcionada por la contribución de las fibras. No obstante, no existe aún un modelo constitutivo relativo al comportamiento a tracción del HRF que se imponga sobre los demás. Este hecho ha conducido a la aparición de numerosas propuestas, recogidas en la literatura técnica, algunas de las cuales se presentan a continuación.

El diagrama de la figura 4a [33] fue uno de los primeros estudios de diagrama  $\sigma$ - $\epsilon$  para el HRFA. En este estudio los autores consideran cantidades pequeñas de fibras y asumen que en la zona de pre-fisuración del hormigón el efecto de las fibras es despreciable [34]. El modelo representado en la figura 4b [35] está formado por tres etapas, siendo la primera de tipo parabólico; la zona intermedia se incluyó para estimar mejor la resistencia post-pico.

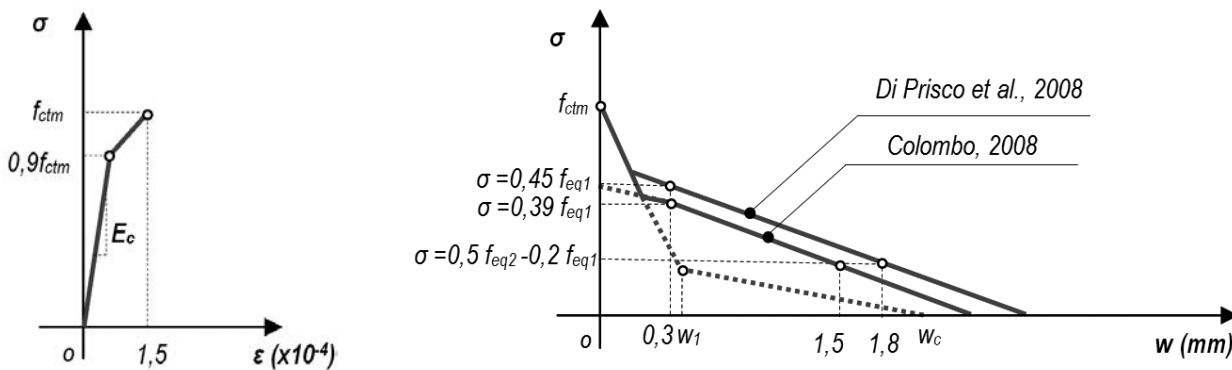
Dupont [36] desarrolla un diagrama de tensión deformación (figura 5a) de dos niveles basado en las mismas suposiciones que el del modelo trilineal de la RILEM [25] o la DBV [37] (que se verá posteriormente). Este modelo no presenta la desventaja del modelo trilineal, ya que se modela mediante dos niveles (o escalones) de tensión definidos por las deformaciones  $\epsilon_2$  (2,5%) y  $\epsilon_3$  (15%) de modo que el comportamiento post-fisuración sea independiente de la resistencia a tracción ( $f_{ct}$ ).

Figura 4. Ecuaciones constitutivas ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para caracterizar el comportamiento a tracción del HRF [33]Figura 5. Ecuaciones constitutivas ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) para caracterizar el comportamiento a tracción del HRF [36] y [10]

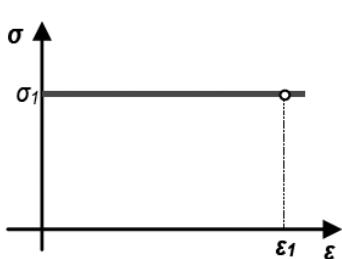
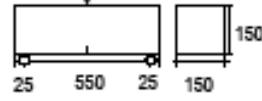
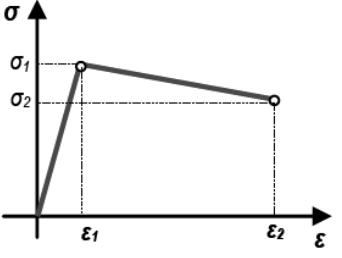
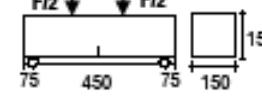
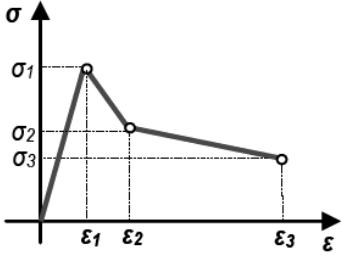
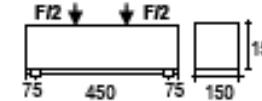
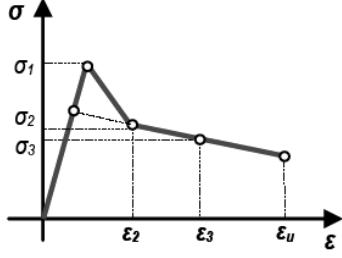
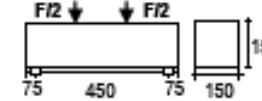
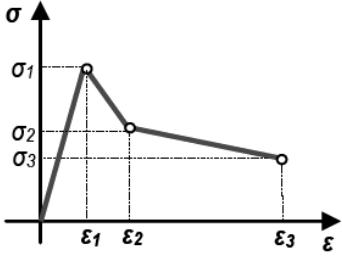
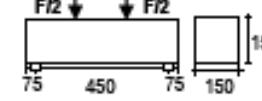
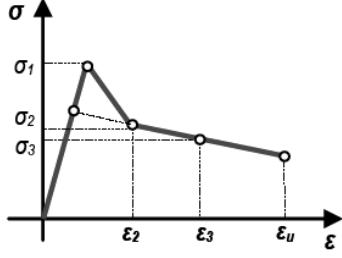
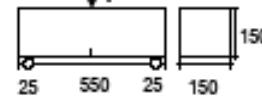
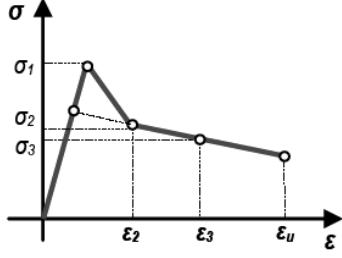
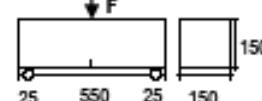
Dicho modelo justifica la aproximación en dos niveles en base a la necesidad de las fibras a deformarse previamente a actuar “cosiendo” las fisuras.

Con el objetivo de simplificar el modelo constitutivo y predecir el comportamiento para deformaciones mayores, en [10] se propone un diagrama constitutivo  $\sigma$ - $\epsilon$  compuesto de dos fases (figura 5). La primera depende exclusivamente de la cuantía en peso de fibras ( $v_p$ ) y de la resistencia a tracción de la matriz ( $f_{ct}$ ). En la segunda, la caída de tensión a  $\sigma_2$  viene gobernada por una ecuación hiperbólica garantizando una pérdida de tensión en función de un parámetro de forma que refleja la influencia del tipo de fibra en la rama de *softening*.

Por otra parte, en [26] se propone un modelo bilineal  $\sigma$ - $w$ , representado en la figura 6, que asume un primer tramo de reblandecimiento (*softening*) y considera en el tramo final el efecto de las fibras. Este último tramo se define con las tensiones para dos anchos de fisura determinados (0,3 mm y 1,8 mm). El modelo bilineal presentado en [26] sobreestima el inicio de la colaboración de las fibras [38], representado por la intersección de la primera y la segunda rama post-pico. Por este motivo, el comportamiento post-fisuración se representa mejor si se asume un modelo trilineal  $\sigma$ - $w$  como el que presenta Colombo, recogido en [38], de acuerdo con la figura 6, que puede entenderse como una modificación del bilineal anteriormente citado.

Figura 6. Ecuaciones constitutivas ( $\sigma$ - $\omega$ ) a tracción del HRF [38]

**Tabla 1.** Modelos constitutivos de diversas normativas

Diagrama	Parámetros	Ensayo	
	$\sigma_1 = f_{ctRd} = 0,33f_{R,3,d}$ $\varepsilon_1 = \varepsilon_u = [20\% \text{ flexión; } 10\% \text{ tracción}]$	3-point bending test. UNE EN 14651 	EHE
	$\sigma_1 = f_{Ftu} = f_{eq2}/3$ $\varepsilon_1 = \varepsilon_u = [20\% \text{ reblandecimiento; } 10\% \text{ endurecimiento}]$	4-point bending test. UNI 11039 	CNR-DT 204
	$\sigma_1 = f_{eq'ctd,II} = f_{eq,ctk,II} \alpha_c^f \alpha_{sys} / \alpha_{ct}^f \leq f_{eq'ctd,I}$ $\varepsilon_1 = \varepsilon_u = 10\%$	4-point bending test. NBN B 15-238 	DBV
	$\sigma_1 = f_{Ftu} = k[f_{Fts} - (w_u/w_{i2})(f_{Fts} - 0,5f_{eq2} + 0,2f_{eq1})]$ $k = [0,7 \text{ tracción pura, 1 resto de casos}]$ $\varepsilon_2 = \varepsilon_u = [20\% \text{ reblandecimiento; } 10\% \text{ endurecimiento}]$	4-point bending test. UNI 11039 	CNR-DT 204
	$\sigma_1 = f_{ctd} = \alpha_c^f \alpha_{ctk,f}^f / \gamma_{ct}^f$ $\sigma_2 = f_{eq'ctd,I} = f_{eq,ctk,I} \alpha_c^f \alpha_{sys} / \gamma_{ct}^f$ $\sigma_3 = f_{eq'ctd,II} = f_{eq,ctk,II} \alpha_c^f \alpha_{sys} / \gamma_{ct}^f \leq f_{eq'ctd,I}$ $\varepsilon_1 = \sigma_1/E_{HRF}$ $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + 0,1\%$ $\varepsilon_3 = \varepsilon_u = 10\%$	4-point bending test. NBN B 15-238 	DBV
	$\sigma_1 = 0,7 f_{ctm,f} (1,6-d)$ $\sigma_2 = 0,45 \mathcal{K}_h \alpha_{R,1}$ $\sigma_3 = 0,37 \mathcal{K}_h \alpha_{R,4}$ $\varepsilon_1 = \sigma_1/E_{HRF}$ $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + 0,1\%$ $\varepsilon_3 = \varepsilon_u = 25\%$	3-point bending test. RILEM TEST 	RILEM
	$\sigma_1 = f_{ct,d} = 0,6 f_{ct,fl,d}$ $\sigma_2 = f_{ctR1,d} = 0,45 f_{R,1,d}$ $\sigma_3 = f_{ctR3,d} = k_1(0,5f_{R,3,d} - 0,2f_{R,1,d})$ $\varepsilon_2 = 0,1 + 1000 f_{ct,d} / E_{c,0}$ $\varepsilon_3 = 2,5/l_{cs}$ ( $l_{cs}$ : long. crítica) $\varepsilon_u = [20\% \text{ flexión; } 10\% \text{ tracción}]$	3-point bending test. UNE EN 14651 	EHE

\* El modelo constitutivo del Model Code coincide con el de la norma italiana CNR-DT-204.

## 4. MODELOS CONSTITUTIVOS NORMATIVOS

### 4.1. Identificación de los modelos

La identificación del modelo constitutivo a tracción representa uno de los pasos fundamentales en el diseño de estructuras de HRF. Durante los últimos 15 años se han desarrollado numerosas recomendaciones técnicas con el fin de facilitar el diseño de este tipo de estructuras y extender su uso ([39] y [40]). La variedad de ecuaciones constitutivas existentes hace patente la falta de un único modelo aceptado de forma general. Ante esta situación, cabe plantearse la necesidad de un análisis y valoración de cada uno de los modelos con el fin de evaluar su idoneidad.

En la tabla 1 se presentan los modelos constitutivos propuestos por las normativas europeas citadas que han sido agrupados según su diagrama (rectangular, bilineal y trilineal), indicando los parámetros que definen los modelos. Asimismo se representa esquemáticamente el ensayo requerido para obtener los valores de dichos parámetros. Una vez presentados los modelos constitutivos se realiza un análisis de las similitudes y diferencias entre ellos, valorando los puntos a favor y en contra de las hipótesis y consideraciones realizadas en cada uno de ellos.

Por otro lado, en la tabla 2 se presentan los conceptos que se tratarán a continuación para cada uno de los modelos constitutivos presentados en las normas e instrucciones DBV (alemana), RILEM, CNR-DT 204 (italiana), el Model Code y la EHE (española) siguiendo un criterio cronológico de aparición. En la misma se señalan los factores que tienen en cuenta cada una de ellas. Esta tabla se referencia con posterioridad en el análisis pormenorizado de cada normativa.

### 4.2. Norma alemana: DBV-Merkblatt Stahlfaserbeton (1992/2001)

La German Concrete Society fue la impulsora en 1992 de la primera normativa que se valía de una ecuación  $\sigma-\epsilon$  para el diseño de HRFA [9] (específica para fibras metálicas). Dicha normativa se creó en su momento con el propósito de disponer de un diagrama para el diseño estructural de túneles (DBV, 1992 [41]). En el año 2001, se publicó la nueva normativa (DBV, 2001 [37]), vigente en actualidad, en la que se propone la utilización de un modelo trilineal para Estados Límite de Servicio (ELS) con posibilidad de emplear un diagrama bilineal (e incluso rectangular) para Estados Límite Últimos (ELU), representados en la figura 7.

**Tabla 2. Cuadro resumen de los modelos constitutivos**

	DBV	RILEM	CNR-DT 204	FIB MODEL -CODE	EHE
Tensión-deformación ( $\epsilon$ )/ Tensión-ancho de fisura (w)	$\epsilon$	$\epsilon$	$\epsilon/w$	$\epsilon/w$	$\epsilon$
Análisis directo (AD) / Análisis indirecto (AI)	AI	AI	AI	AI	AI
Ecuación Continua (EC) / Ecuación Discontinua (ED)	ED	ED	ED	ED	ED
Trabaja con resistencias residuales		•			•
Trabaja con resistencias equivalentes	•		•	•	
Distinción de la deformación última			•	•	•
Deformación ultima (%)	10	25	20/10	20/10	20/10
Reducciones respecto a la distribución elástica-lineal de las tensiones	•	•			•
Aplicación de la longitud característica en la obtención de la deformación			•	•	•
Considera coeficientes de seguridad	•		•	•	•
Considera efecto tamaño	•	•			
Considera efecto de cargas sostenidas	•				
Considera la cuantía de fibras					
Norma específica para fibras de acero	•	•			
Considera aportación de las fibras en la separación entre fisuras		•	•	•	

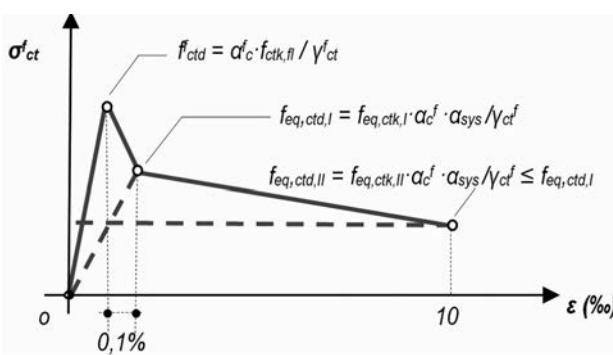


Figura 7. Diagramas propuestos por la norma alemana, DBV

Ambos diagramas, definidos por las resistencias a flexotensión equivalentes, se deducen de los resultados sobre probetas bajo la configuración de flexión a cuatro puntos ("4-point bending test"). La tensión pico ( $f_{ctd}^f$ ) del modelo trilineal propuesto se obtiene a partir de las cargas máximas obtenidas en el ensayo dentro de un rango de flecha de 0,100 mm. Sin embargo esta tensión, obtenida mediante un ensayo a flexión, sobrestima la resistencia a tracción real del hormigón, por este motivo, algunos autores [16] proponen emplear un ensayo a tracción directa para su determinación.

El modelo alemán obtiene las resistencias a tracción equivalentes a partir de las resistencias a flexotensión equivalentes. Los factores que rigen esa relación son 0,45 y 0,37, representando una reducción respecto a la distribución elástica-lineal de las tensiones consideradas:  $f_{eq,ctk,I} = 0,45 f_{eqk,I}$  y  $f_{eq,ctk,II} = 0,37 f_{eqk,II}$  (ver tabla 1).

Entre los aspectos a destacar de la propuesta de la DBV cabe mencionar la consideración de la dispersión en el comportamiento post-pico, coeficientes parciales de seguridad y el efecto de cargas sostenidas (coeficiente de cansancio) con reducciones que pueden alcanzar hasta un 25% en hormigones ligeros y hasta un 15% en hormigones normales. Dicho modelo también introduce el concepto del efecto tamaño o coeficiente de forma ( $\alpha_{sys}$ ) que tiene en cuenta el efecto del canto sobre el comportamiento a flexotensión de la sección, penalizando sensiblemente (hasta un 20%) las secciones de mayor canto.

La deformación última, en la revisión de 2001, aumenta significativamente hasta  $\epsilon_u = 10\%$  respecto a la antigua propuesta (1992),  $\epsilon_u = 5\%$ . Aunque dicho valor resulta razonable para elementos con armadura mixta, pues la armadura convencional limita dicha deformación, es cuestionable para elementos sometidos a flexión únicamente reforzados con fibras donde se pueden alcanzar deformaciones mayores.

El modelo presenta también ciertas inconsistencias en su propuesta de diagrama trilineal para ELS al no definir adecuadamente el comportamiento inicial tras la post-fisuración, vinculado a la resistencia a tracción elástica del material [36]. Ésta, sin embargo, es una propiedad intrínseca al hormigón sin fisurar y comple-

tamente independiente de la resistencia post-fisuración siendo esta última función, únicamente del tipo y dosificación de fibras.

### 4.3. RILEM: RILEM TC 162-TDF (2003)

La primera propuesta de ecuación constitutiva de la RILEM [42] consistía en un diagrama  $\sigma$ - $\epsilon$  trilineal en el que se caracterizaba el comportamiento post-fisuración del HRFA, como en el caso de la DBV, mediante la resistencia a flexotensión equivalente. La diferencia principal radicaba en que RILEM se valía del ensayo a flexión de 3 puntos ("3-point bending test") y no consideraba el efecto tamaño en el comportamiento post-fisuración. Tras numerosas investigaciones llevadas a cabo en el proyecto Brite Euram [43], se concluyó que, la relación tensión-deformación propuesta hasta el momento, se podía mejorar, por lo que se propuso un nuevo diagrama trilineal recogido en [25] para hormigón reforzado con fibras metálicas (tal y como se recoge en la tabla 2).

A priori, resulta evidente la similitud de este modelo con el propuesto por la DBV, sin embargo existen diferencias que es necesario destacar. El cambio más significativo de esta nueva ecuación constitutiva es que no tiene en cuenta la resistencia a flexotensión equivalente ( $f_{eq,i}$ ), sino que utiliza resistencias a flexotensión residuales ( $f_{R,i}$ ). Hay que señalar que el empleo de  $f_{eq,i}$  frente a  $f_{R,i}$  conduce a resultados con mayor índice de fiabilidad, pues el aparato teórico empleado para el cálculo de  $f_{eq}$  es más realista, aunque de aplicación más tediosa [11]. No obstante, las diferencias obtenidas son pequeñas y el empleo de ambos conceptos arroja resultados suficientemente precisos desde el punto de vista del diseño estructural. Cabe destacar el alto valor de la tensión pico ( $\sigma_p$ ) que se obtiene con la formulación propuesta por la RILEM en comparación con el resto de normativas (como se verá más delante).

El valor de la deformación última ( $\epsilon_u$ ) propuesta por la RILEM aumenta (respecto al 10% considerado tanto en la versión RILEM del 2000, como en la revisión de DBV del 2001, ver tabla 2) hasta un 25% como resultado de considerar una altura de la fibra neutra de 140 mm por encima del punto en el que se mide la CMOD y asumiendo una longitud característica igual a dicha distancia. Para un CMOD de 3,5mm, se obtiene una deformación de  $(3,5/140)=25\%$ .

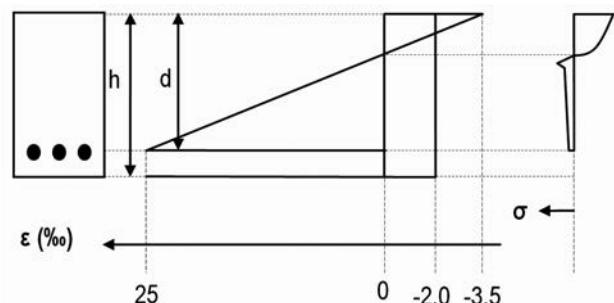
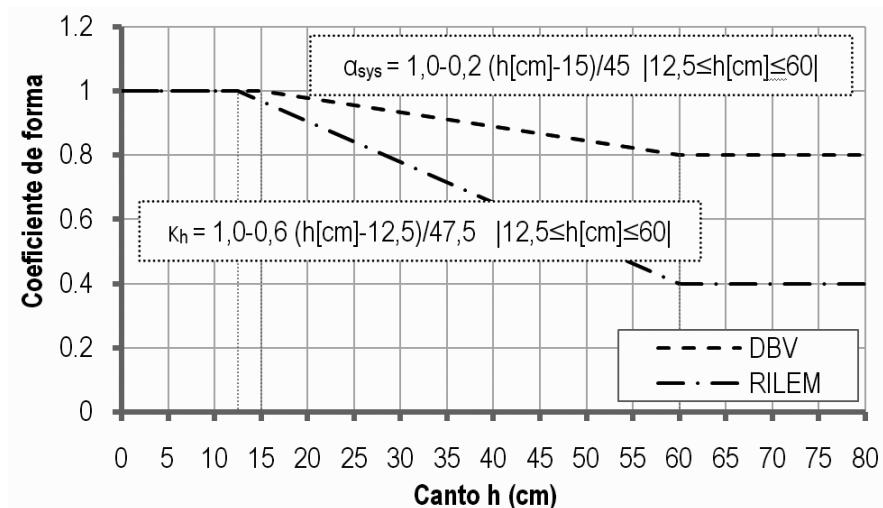


Figura 8. Distribución tensión-deformación en sección transversal (RILEM, 2003)



Asimismo las tensiones asociadas a  $f_{R1}$  y  $f_{R4}$  deben afecharse adecuadamente por el coeficiente de forma ( $K_h$ ), siendo éste mucho menor que el propuesto por la DBV tal y como se desprende de la comparación realizada en la figura 9.

#### 4.4. Norma italiana: CNR-DT 204 (2006)

El Comité Nacional de Investigación Italiano publicó en 2006 unas recomendaciones para el diseño, ejecución y control de las estructuras de HRF (CNR-DT 204/2006 [43]). Este documento propone dos relaciones para el comportamiento a tracción del HRF: el modelo elástico-lineal y el modelo rígido-plástico (ver figura 10). Dichos modelos son presentados en la CNR-DT 204 en dos versiones: como una relación tensión-deformación y una relación tensión-ancho de fisura.

El modelo rígido-plástico se utiliza para cálculo en rotura mientras que el elástico-lineal es aplicable tanto en rotura como en servicio. Ambos modelos permiten representar materiales con comportamientos de reblandecimiento (*softening*) y endurecimiento (*hardening*). En la figura 10 se esquematiza una sección transversal con las distribuciones de tensiones correspondientes a cada modelo: elástico-lineal y rígido-plástico. Se observa en

el modelo elástico-lineal cómo admite materiales con comportamiento de endurecimiento y reblandecimiento.

Los modelos emplean el concepto de resistencias a flexión equivalentes para caracterizar los diagramas y se definen por medio de ensayos a flexión de 4 puntos (UNI 11039 [45]) o ensayos de tracción uniaxial (UNI 11188 [46]). Las resistencias a flexión equivalentes que se utilizan para definir la ecuación constitutiva se obtienen a partir de la media de las resistencias obtenidas en los ensayos para unos intervalos de ancho de fisura determinados, lo que supone un planteamiento conservador.

La forma de evaluar la deformación del elemento varía según se trate de un material con comportamiento de endurecimiento o de reblandecimiento. En el primer caso, al producirse múltiples fisuras, la deformación se calcula a través del valor medio de ancho de fisura. En el segundo caso, con la aparición de una única fisura, la deformación se asocia al valor último de ancho de fisura.

La equivalencia entre deformación última ( $\epsilon_u$ ) y ancho de fisura último ( $w_u$ ) se realiza por medio de una longitud característica que resulta del valor mínimo entre la

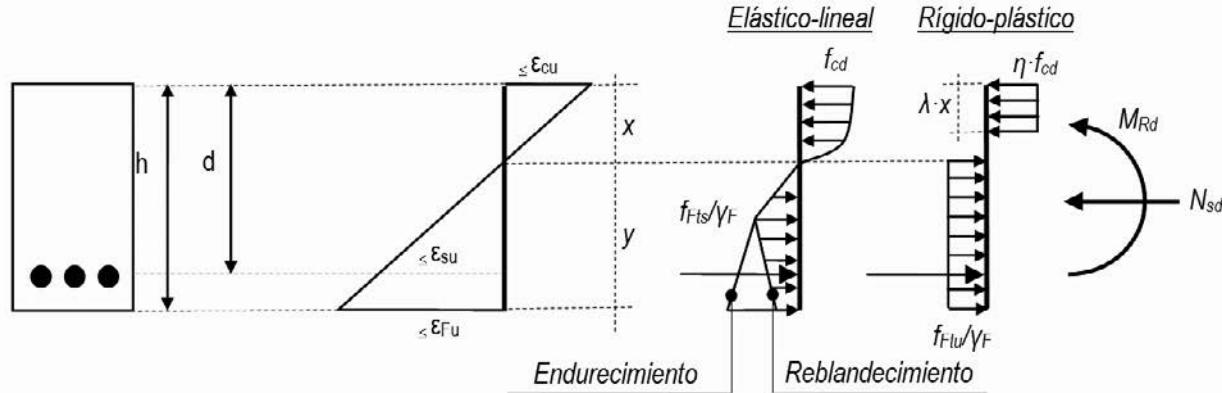


Figura 10. Modelos elástico lineal y rígido plástico propuestos en la norma italiana CNR-DT-204

distancia media entre fisuras y la altura del eje neutro. Para el caso de materiales con reblandecimiento, la máxima deformación a tracción,  $\varepsilon_{fu}$ , es de un 20%. El valor último de ancho de fisura,  $w_u$ , debe cumplir la limitación:  $w_u = \varepsilon_u A_{cs} \leq 3$  mm. En el caso de materiales con comportamiento de endurecimiento, la deformación máxima a tracción,  $\varepsilon_{fu}$ , es igual al 10%.

Ambos diagramas resultan sencillos por su rapidez de aplicación y prácticos para el diseño en rotura, sin embargo la precisión del modelo (en este caso el elástico-lineal) en un análisis más sensible, como ELS puede no reproducir determinados fenómenos como el *snap-through* de la forma más adecuada.

#### 4.5. FIB Model Code (2007)

El modelo constitutivo incluido en el FIB Model Code [47] corresponde al presentado en la norma italiana CNR-DT 204, motivo por el cual no se repite su valoración en este apartado.

#### 4.6. Instrucción española: EHE (2008)

La instrucción española [6] recoge recomendaciones específicas para el uso del HRF, sin especificar tipo de fibra siempre que se trate de fibras estructurales. En dicha norma se presentan dos diagramas tensión-deformación: un diagrama rectangular y un diagrama multilineal, cuya aplicación dependerá de la situación a tratar.

En el caso de cálculo en rotura (ELU) se aplica de manera general el diagrama rectangular y para casos particulares que requieran más precisión el diagrama simplificado bilineal (definidos por los puntos A-C-D-E del diagrama multilineal). En casos como el de pequeñas deformaciones en servicio (ELS) se aplica el diagrama multilineal (definido por A-B-C-D-E), similar al propuesto por la norma alemana. Este diagrama con la resistencia adicional que proporciona el pico A-B-C permite una mejor aproximación y mayor precisión. Los parámetros que definen ambos diagramas son las resistencias a flexión residuales obtenidas a partir de un ensayo a flexión según la Norma Europea (EN 14651, 2005 [48]).

Un aspecto a destacar del modelo multilineal es la definición de la caída de tensión en el comportamiento post-fisuración por medio de una resistencia a flexotracción que no corresponde al valor de deformación última como en otros modelos. En este caso se asocia a un punto intermedio correspondiente a un ancho de fisura de 2,5 mm y se cuantifica por medio de una longitud característica  $l_{cs}$  (mínimo entre la distancia media entre fisuras y la altura de la fibra neutra).

Además, la instrucción española distingue valores distintos de deformación última en función de la solicitación de la sección: 20% para flexión y 10% para tracción, de manera análoga a la situación existente para

diagrama tensión-deformación en compresión (-3,5% para flexión y -2% para compresión simple).

Comparando estos modelos con los existentes en otras normas y recomendaciones se observa que el modelo rectangular sigue la misma filosofía que el modelo rígido plástico de la norma italiana y el modelo multilineal es similar a los modelos trilineales de la norma alemana y RILEM. En cierto modo se puede decir que la instrucción española, a pesar de no aportar avances significativos, presenta la ventaja de haber adoptado los conceptos principales de las recomendaciones anteriormente mencionadas [5].

#### 5. PROGRAMA EXPERIMENTAL

De acuerdo con los objetivos planteados, se han contrastado los resultados de una campaña experimental con las ecuaciones constitutivas anteriormente analizadas. Dicha campaña se ha llevado a cabo en el Laboratorio de Tecnología de Estructuras de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona entre Febrero y Mayo de 2008, como parte de los trabajos presentados en [12] y [13].

En la campaña experimental se han ensayado elementos con dimensiones de 3 metros de longitud, 1 metro de ancho y 0,20 metros de canto. Las losas presentan una armadura mixta, es decir, disponen de un armado convencional y las fibras. El armado convencional consta de 7 barras de diámetro 16 mm en sentido longitudinal y de barras de diámetro 8 mm cada 20 cm en sentido transversal (no soldadas) y de calidad B 500 S. El recubrimiento del hormigón en el armado longitudinal es de 55 mm para las losas con fibras de acero y de 60 mm para las losas con fibras de polipropileno. Un mayor detalle de la campaña experimental puede encontrarse en [12] y [13].

Las fibras empleadas en el armado son de dos tipos: acero y polipropileno. La dosificación en que han sido aplicadas es de 40 kg/m<sup>3</sup> y 4,55 kg/m<sup>3</sup> respectivamente, correspondiendo ambas cantidades a un 0,50% del volumen. En las tablas 3 y 4 se presentan las propiedades del hormigón y de las fibras respectivamente.

Los ensayos de caracterización de flexotracción del hormigón se realizaron mediante probetas prismáticas (15 x 15 x 60 cm) según la norma EN14651 (en la tabla 5 se

**Tabla 3. Propiedades del hormigón**

Propiedades	
Clase resistente	C25/30
Cemento	CEM III A42. 5N
Relación a/c	0,55
Tamaño máximo del árido	16 mm
Volumen superplastificante	1,5%
Tiempo de mezcla	5 min

**Tabla 4.** Propiedades de las fibras

Propiedades	Acero	Polipropileno
Longitud (l)	60 mm	55 mm
Diámetro equivalente (d)	0,75 mm	0,80 mm
Esbeltz (l/d)	80	70
Resistencia a tracción	1050 MPa	300MPa
Módulo de elasticidad	210 GPa	3 GPa
Dosificación (0,50% vol)	40 kg/m <sup>3</sup>	4,55 kg/m

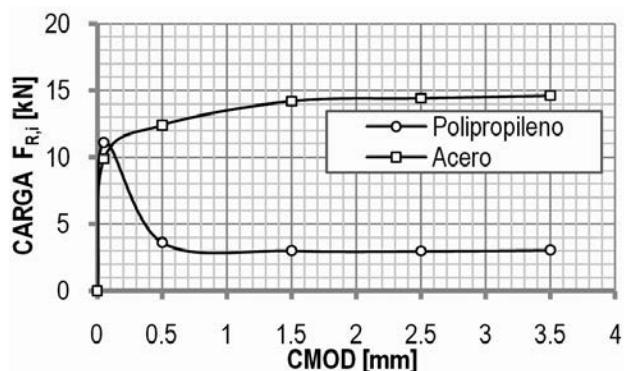


Figura 11. Comportamiento del HRF

**Tabla 5.** Resultados de los ensayos a flexotracción

CMOD <sub>i</sub> (mm)	δ <sub>i</sub> (mm)	Acero		Polipropileno	
		f <sub>Ri</sub> (MPa)	F <sub>Ri</sub> (kN)	f <sub>Ri</sub> (MPa)	F <sub>Ri</sub> (kN)
0,05	0,08	f <sub>L</sub> =3,12	F <sub>L</sub> =9,86	f <sub>L</sub> =3,51	F <sub>L</sub> =11,12
0,5	0,46	f <sub>R1</sub> =3,93	F <sub>R1</sub> =12,41	f <sub>R1</sub> =1,15	F <sub>R1</sub> =3,63
1,5	1,32	f <sub>R2</sub> =4,49	F <sub>R2</sub> =14,20	f <sub>R2</sub> =0,95	F <sub>R2</sub> =3,02
2,5	2,17	f <sub>R3</sub> =4,56	F <sub>R3</sub> =14,42	f <sub>R3</sub> =0,94	F <sub>R3</sub> =2,98
3,5	3,00	f <sub>R4</sub> =4,62	F <sub>R4</sub> =14,61	f <sub>R4</sub> =0,97	F <sub>R4</sub> =3,06

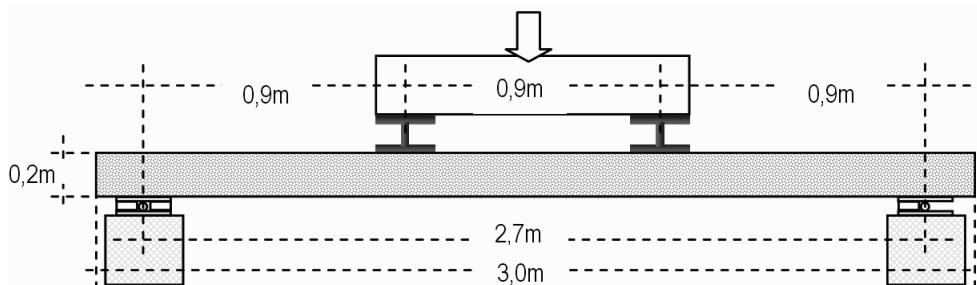


Figura 12. Configuración de los ensayos

presenta un resumen de los resultados obtenidos). En la figura 11 se observa el diferente comportamiento del material según el tipo de fibras añadidas. En el caso de las fibras de polipropileno se observa un comportamiento de reblandecimiento (*softening*) tras la fisuración, y para el caso de las fibras de acero se observa el fenómeno de endurecimiento (*hardening*).

Las losas se cargaron según la configuración de un ensayo a flexión de 4 puntos de acuerdo con el esquema presentado en la figura 12.

A partir de los datos obtenidos en el laboratorio, se realiza un estudio de las diversas ecuaciones constitutivas con el objetivo de evaluar cuáles se ajustan mejor a los resultados experimentales. Para realizar dicho estudio se ha empleado un modelo numérico de análisis seccional AEES [28] que consiste en un conjunto de subrutinas programadas en código Matlab®, si bien existen otros modelos que pueden verse en [49] [50] y [51]. El modelo AES permite reproducir numéricamente los ensayos anteriormente descritos y obtener la curva

carga-desplazamiento para cada una de las ecuaciones constitutivas estudiadas. En dicho estudio no se han considerado coeficientes de seguridad para la mayoración de acciones ni para la minoración de los materiales en ninguno de los modelos constitutivos.

Tal y como se ha presentado en la tabla 1, los modelos propuestos por la DBV y CNR-DT se valen del ensayo a flexión de 4 puntos. Al no disponer de dichos ensayos, se han utilizado los resultados de los ensayos a flexión de 3 puntos que se realizaron para caracterizar el HRF.

## 6. RESULTADOS

### 6.1. Influencia de la armadura en la respuesta del elemento

La combinación de fibras y armadura convencional se presenta como una solución estructural y económicamente competitiva en el diseño de estructuras. En estas

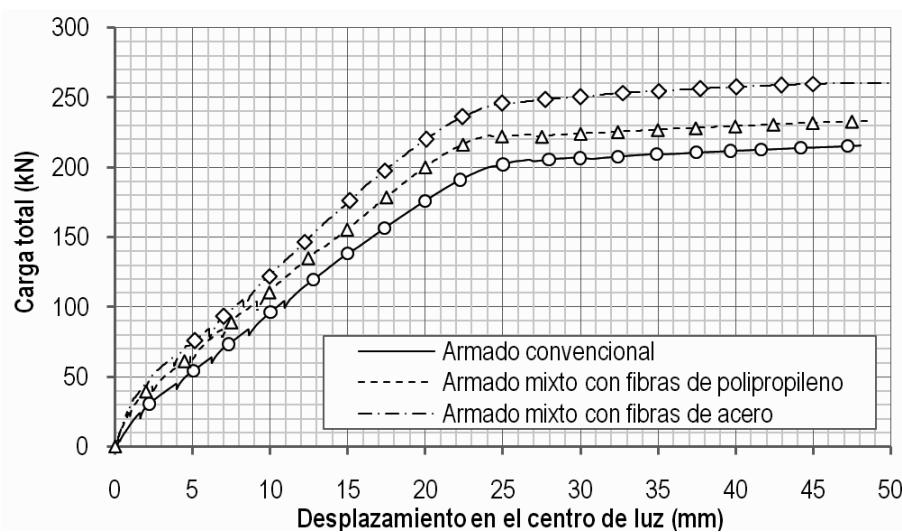


Figura 13. Diferencia en la respuesta del elemento según el tipo de armado

Tabla 6. Valores de carga para flechas de 10mm, 20mm y 40mm (en kN) obtenidos experimentalmente

Configuración de armado	Valor de la carga		
	Flecha = 10 mm	Flecha = 20 mm	Flecha = 40 mm
Armado convencional	97,2	177,6	212,2
7 φ16 + fibras polipropileno	111,0	200,0	229,5
7 φ16 + fibras de acero	123,4	220,3	257,7

configuraciones híbridas (barras de acero y fibras), el armado tradicional aporta en gran medida la capacidad resistente, sin embargo, gracias a la contribución estructural de las fibras, las cuantías de armado convencional necesarias pueden ser significativamente reducidas [29].

Concretamente, para el caso de los elementos descritos en este artículo, la presencia de armadura convencional influye notablemente en la respuesta estructural de las losas. Dicho armado gobierna el comportamiento a flexión de los elementos ensayados, si bien la adición de fibras estructurales proporciona una mayor ductilidad y capacidad resistente, tanto en servicio como en rotura [52]. En la figura 13 se presentan las gráficas carga-desplazamiento obtenidas experimentalmente bajo la configuración descrita con anterioridad en el apartado 5 para tres configuraciones de armado: armadura convencional (sin fibras), armadura mixta con 0,5% de fibras de polipropileno y armadura mixta con 0,5% fibras de acero.

En la figura 13 se observa el incremento de resistencia que supone la adición de fibras de polipropileno ( $4,55 \text{ kg/m}^3$  en este caso) y fibras de acero ( $40 \text{ kg/m}^3$  en este caso), un mayor detalle puede verse en la tabla 6 donde se presenta los valores obtenidos experimentalmente para las flechas de 10, 20 y 40mm.

## 6.2. Fibras de acero

En las siguientes figuras se presentan los diagramas de las ecuaciones constitutivas estudiadas para las fibras

de acero descritas anteriormente, las curvas carga-desplazamiento obtenidas con dichos modelos y la obtenida experimentalmente. En la figuras 14, 15 y 16 se presentan los resultados para los modelos trilineales, bilineales y rectangulares respectivamente.

En la figura 14a se observa cómo el modelo propuesto por la RILEM adopta unos valores de tensión de fisuración y comportamiento post-pico sensiblemente superiores a los del resto de modelos trilineales. Esta diferencia se traduce en una sobreestimación de la respuesta estructural del elemento que se pone de manifiesto en la curva carga-desplazamiento de la figura 14b. La DBV, en cambio, presenta valores de resistencias residuales muy inferiores a la RILEM y la EHE resultando en un comportamiento más conservador en la fase de rotura. Con el modelo de la EHE se obtienen unos resultados sobreestimados para pequeñas deformaciones pero que se sitúan del lado de la seguridad en rotura.

Los modelos representados en la figura 14a son modelos diseñados para reproducir con mayor acierto y precisión el comportamiento elástico-lineal previo a la fisuración, mediante la consideración de un efecto pico (ver figura 14a). Esta hipótesis de los modelos multilineales, a diferencia de los modelos simplificados, permite recoger el cambio de rigidez del material al fisurar. Dicho fenómeno se observa en la figura 14b para desplazamientos inferiores a 4 mm.

En la figura 15, de nuevo es el modelo de la DBV el que presenta unos valores de resistencia residual más bajos

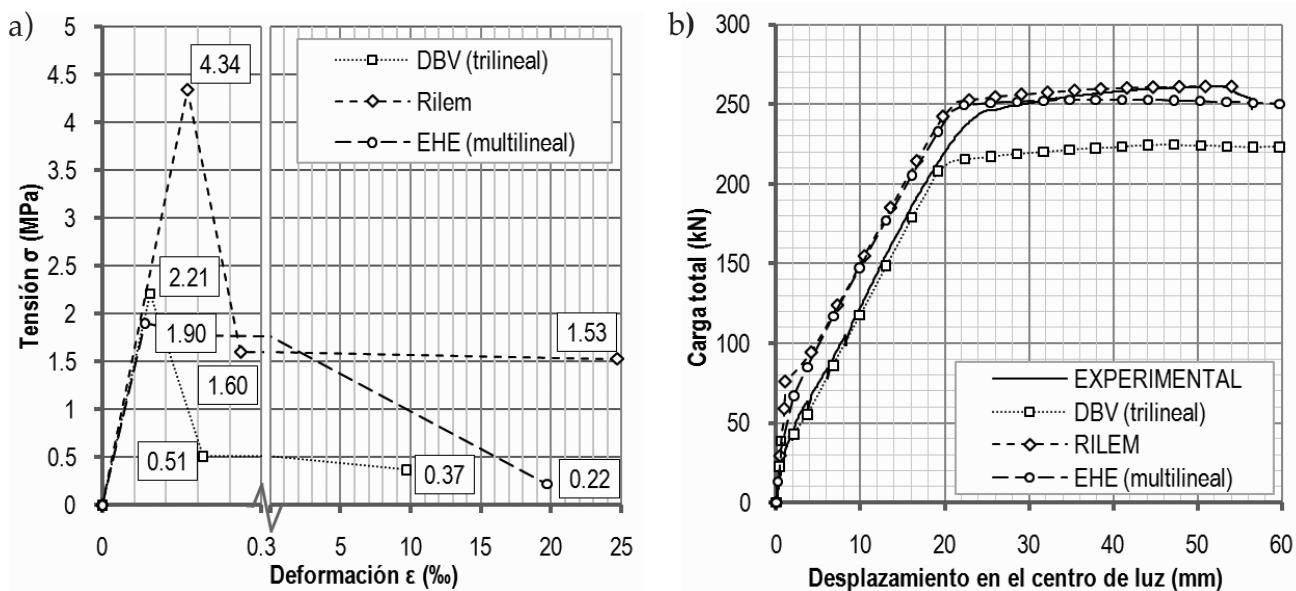
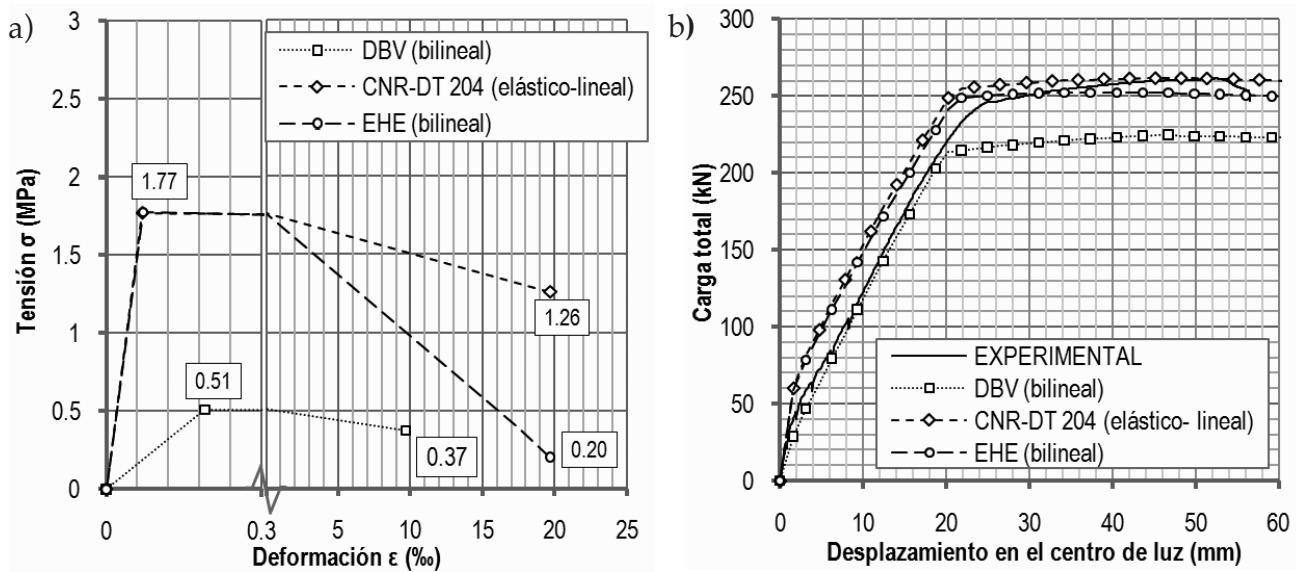
Figura 14. Diagramas de los modelos multilineales (a)<sup>1</sup> y curvas carga-desplazamiento obtenidas (b)

Figura 15. Diagramas de los modelos bilineales (a) y curvas carga-desplazamiento obtenidas (b)

y aunque ajusta de forma satisfactoria la respuesta del elemento en la figura 15b para fase de servicio, en rotura la subestima notablemente. Los modelos de la CNR-DT y la EHE presentan un valor de tensión de fisuración igual, sin embargo las resistencias residuales son menores en el caso de la EHE, tal como se observa en la figura 15a. Esta diferencia en las resistencias residuales se aprecia posteriormente en la curva carga-flecha de la figura 15b, donde la EHE permanece del lado de la seguridad en fase de rotura y la CNR-DT se sitúa ligeramente del lado de la inseguridad.

En la figura 16 la CNR-DT presenta un valor de resistencia residual ligeramente superior al de la EHE en la figura 16a y los resultados que proporcionan de carga-

desplazamiento se ajustan satisfactoriamente a la curva experimental. El modelo de la DBV, sin embargo, considera un valor de resistencia residual cuatro veces menor al valor de los anteriores. Consecuentemente, esta hipótesis se traduce en una predicción del comportamiento más conservadora que el resto, tal como se observa en la figura 16b.

En la tabla 7 se presentan los valores de carga para flechas de 10 mm, 20 mm y 40 mm derivados de la curva carga-desplazamiento (figuras 14b, 15b y 16b). Estos valores reflejan la tendencia de cada modelo constitutivo descrito anteriormente. En los valores para una flecha de 40 mm se aprecia qué modelos se sitúan del lado de la seguridad para grandes deformaciones.

<sup>1</sup>: Cambio de escala en el eje de abscisas.

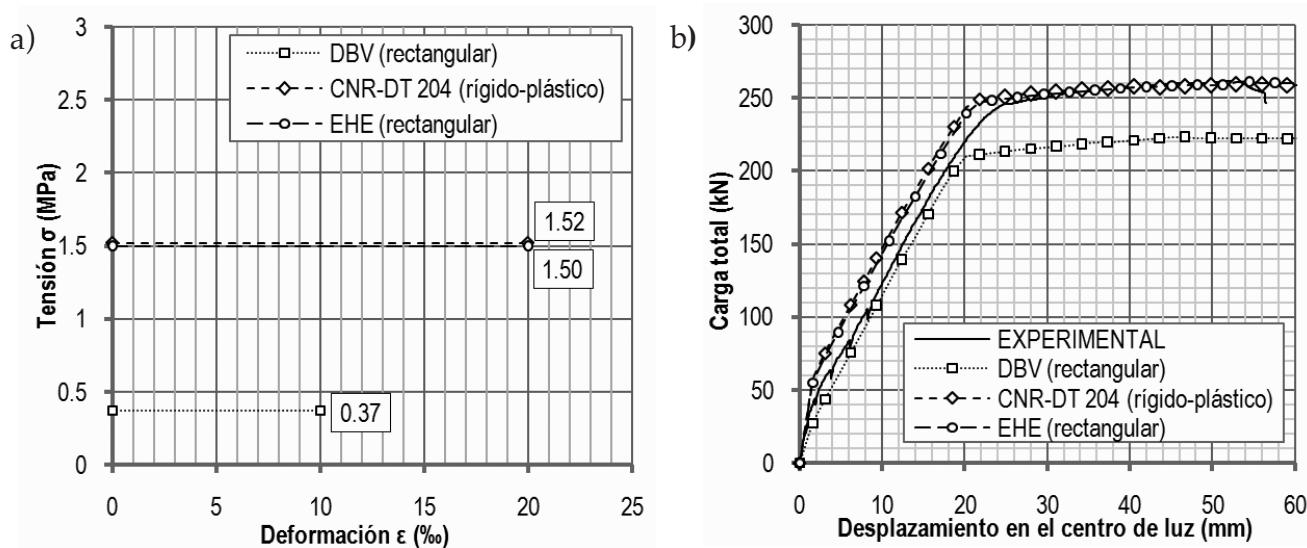


Figura 16. Diagramas de los modelos rectangulares (a) y curvas carga-desplazamiento obtenidas (b)

Tabla 7. Valores de carga para flechas de 10mm, 20mm y 40mm (en kN). Fibras de acero

Modelos		Flecha = 10 mm	Flecha = 20 mm	Flecha = 40 mm
DBV	Datos Experimentales	123,4	220,3	257,7
	Trilineal	118,4	211,1	223,1
	Bilineal	118,1	212,0	223,0
RILEM	Rectangular	114,6	208,7	220,9
CNR-DT 204	Trilineal	150,2	243,5	259,8
CNR-DT 204	Elástico-lineal	153,2	246,7	261,1
	Rígido-plástico	147,1	242,0	257,7
EHE	Multilineal	148,5	239,3	257,7
	Bilineal	148,3	239,2	252,4
	Rectangular	143,5	237,3	257,0

A partir de los datos de la tabla 7 se obtiene que para desplazamientos pequeños de 10 mm y 20 mm, los modelos que mejor se ajustan a los resultados experimentales son los presentados por la DBV. En este sentido, los modelos trilineal y bilineal presentan una diferencia respecto a los datos experimentales de aproximadamente un 4%, sin embargo, el modelo rectangular experimenta una variación de un 7,1% en el caso de 10 mm y de 5,3% en el caso de 20 mm. La predicción de dichos modelos se sitúa en todo momento del lado de la seguridad.

Para un desplazamiento de 10 mm los modelos propuestos por la RILEM, la CNR-DT y la EHE sobreestiman el comportamiento entorno a un 20%, siendo el máximo un 24,2% del modelo elástico-lineal de la CNR-DT 204. En el caso de la flecha de 20 mm, la sobreestimación de estos modelos se reduce hasta la mitad, siendo un 10,5% para la RILEM, en torno a un 10% para la CNR-DT 204 y alrededor de un 8% para la EHE.

Para desplazamientos mayores, 40 mm, los modelos de

la RILEM, la CNR-DT 204 y la EHE presentan una variación muy pequeña respecto a los valores experimentales. Dicha diferencia, en todos los casos es inferior a un 2%, no obstante, los modelos de la RILEM y el elástico-lineal de la norma italiana se sitúan del lado de la inseguridad. Los modelos de la DBV infravaloran la respuesta del elemento en torno al 13,5-14%.

Los resultados reflejan que para pequeñas deformaciones el modelo propuesto por la DBV se ajusta mejor a los resultados experimentales que el resto de modelos, sin embargo subestima sensiblemente la respuesta para deformaciones mayores. De hecho, este modelo reproduce un comportamiento muy similar a losas idénticas a las descritas armadas únicamente con barras de acero [12]. La causa de la sobreestimación de resultados con el modelo RILEM reside en la utilización de valores elevados en los parámetros que definen la fase post-fisuración de la ley constitutiva, tal y como apuntan algunos autores [10]. Con el objetivo de mejorar el modelo se han publicado recientemente nuevos valores para dichos parámetros [11].

### 6.3. Fibras de polipropileno

Del conjunto de las distintas normativas estudiadas, DBV y RILEM hacen referencia únicamente a las fibras de acero, sin embargo las normas italiana (CNR-DT 204) y española (EHE) presentan un planteamiento general para todo tipo de fibras. Si bien hay que tener presente que la base fundamental del conocimiento es para fibras de acero, lo que se refleja, en cierta medida en dichas normativas. A continuación se presentan los resultados obtenidos para las losas con fibras de polipropileno.

Modelos más elaborados, como el multilineal completo de la EHE, trilineal de la DBV o el propuesto por la

RILEM (representados en la figura 17) tratan de recoger de forma más fidedigna el comportamiento fenomenológico del HRF, atribuyéndole una mayor responsabilidad estructural. Estos modelos reproducen el comportamiento elástico-lineal hasta fisuración (ver figura 17b) y recogen el comportamiento del efecto pico, consecuentemente se trata de modelos reservados, a priori, para aplicaciones que requieren de un cálculo más ajustado como un cálculo no lineal o casos en los que se requiera trabajar en dominios de pequeñas deformaciones (ELS). El valor de la tensión pico (o de fisuración) propuesto por la RILEM es excesivamente optimista y proporciona valores muy altos.

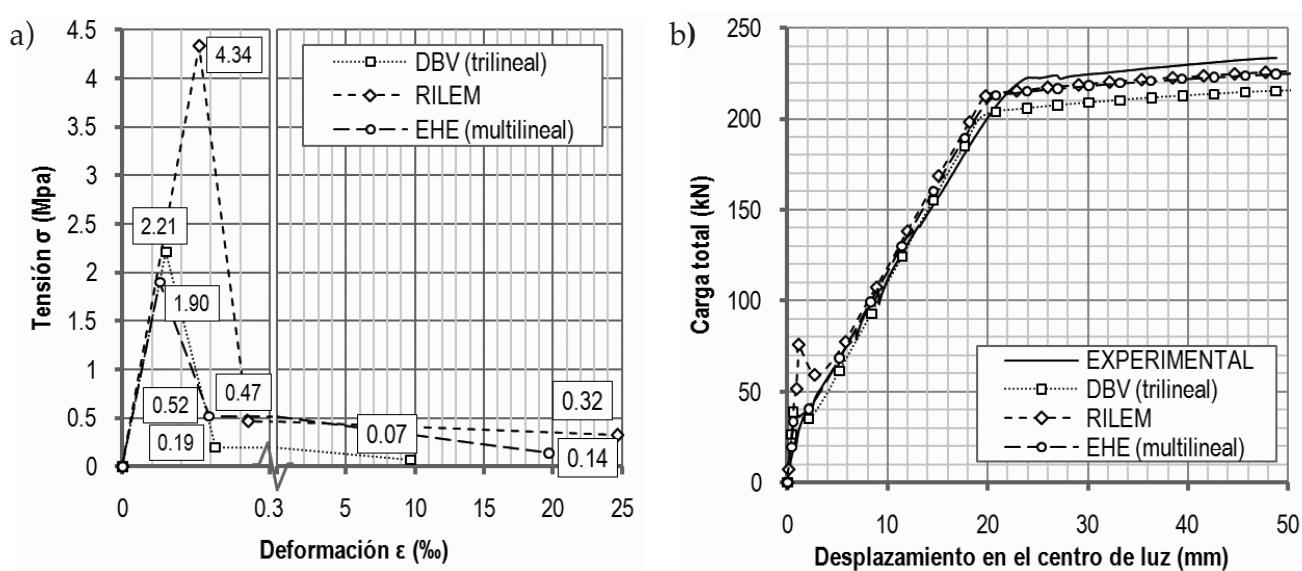


Figura 17. Diagramas de los modelos multilineales (a)<sup>2</sup> y curvas carga-desplazamiento obtenidas (b)

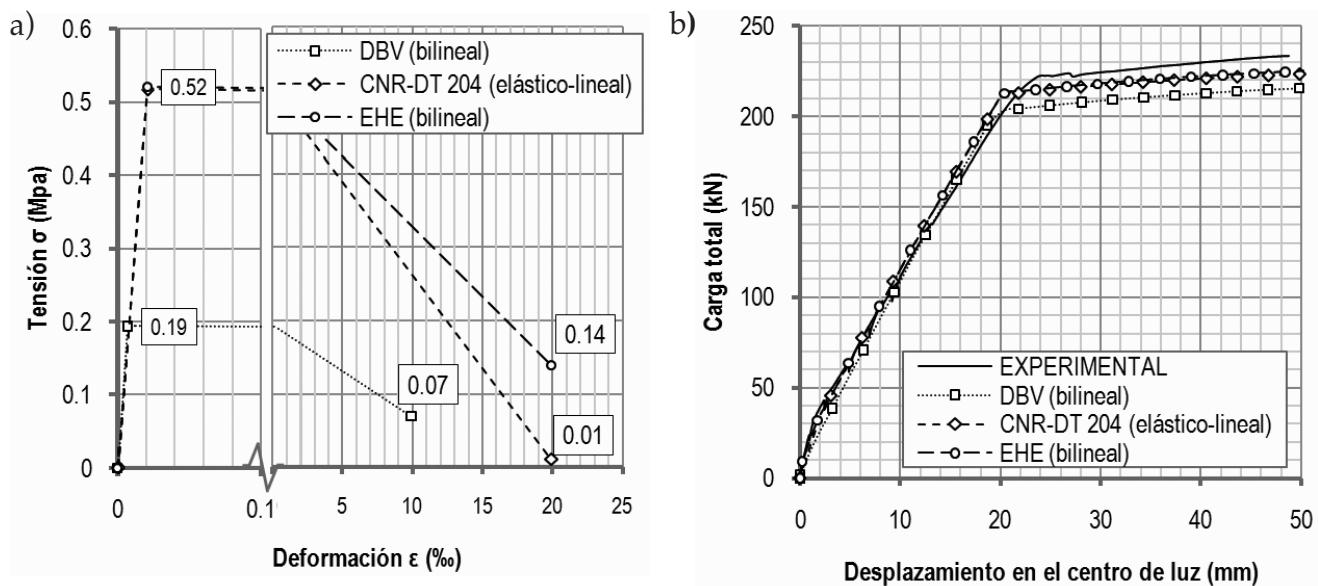


Figura 18. Diagramas de los modelos bilineales (a) y curvas carga-desplazamiento obtenidas (b)

<sup>2</sup>: Cambio de escala en el eje de abscisas.

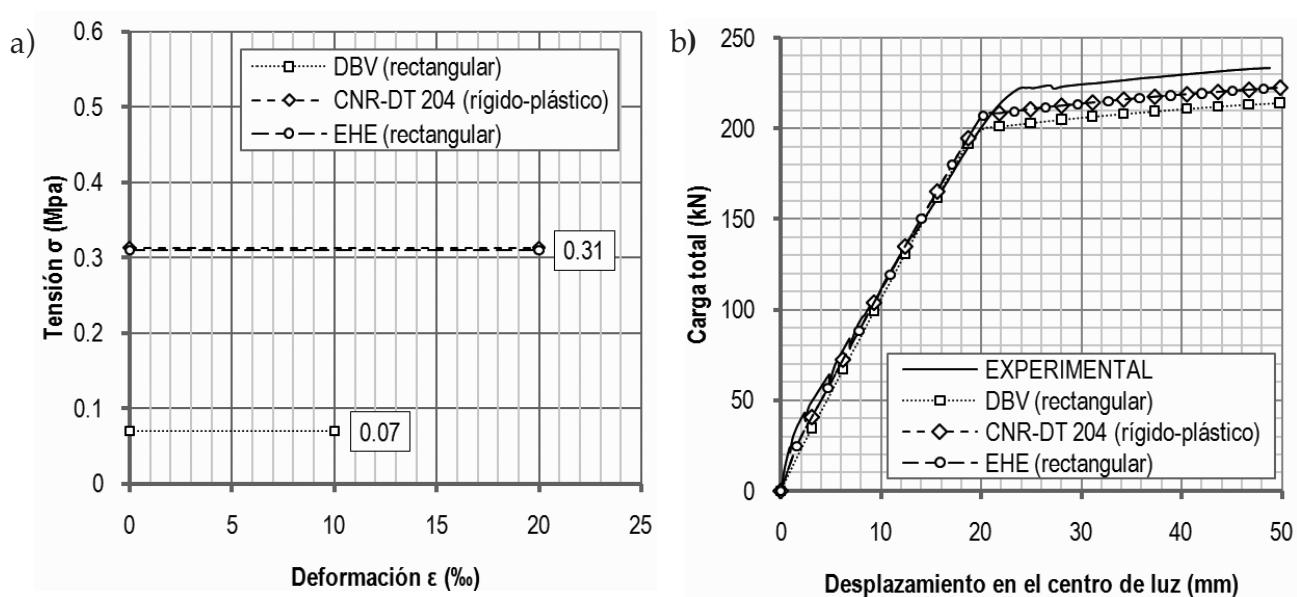


Figura 19. Diagramas de los modelos rectangulares (a) y curvas carga-desplazamiento obtenidas (b)

Tabla 8. Valores de carga para flechas de 10mm, 20mm y 40mm (en kN). Fibras de polipropileno

Modelos		Flecha = 10 mm	Flecha = 20 mm	Flecha = 40 mm
DBV	Experimental	111,0	200,0	229,5
	Trilineal	109,3	201,7	212,7
	Bilineal	109,0	201,6	212,6
EHE	Rectangular	106,0	198,7	210,7
RILEM	Trilineal	118,3	212,8	223,3
	Elástico-lineal	115,4	209,9	220,9
CNR-DT 204	Rígido-plástico	110,5	205,3	218,6
	Multilineal	115,8	208,4	222,0
	Bilineal	115,6	209,5	222,0
EHE	Rectangular	110,4	205,3	218,5

Los modelos simplificados como el modelo rectangular o bilineal de la EHE y DBV o los propuestos por la CNR-DT 204 (figura 18) resultan de especial interés, por su sencillez y rápida aplicación, para el cálculo en ELU en el que el análisis en rotura es primordial. Nótese (figuras 18b y 19b) que a diferencia de los multilineales o trilineales (figura 17b), éstos no reproducen la fase elástica-lineal previa a la fisuración de la losa, reproduciendo el proceso de carga con la rigidez fisurada desde origen.

Nótese que los modelos simplificados son muy conservadores, en comparación con los multilineales o trilineales, subestimando la resistencia residual del material, sin embargo, como veremos a continuación, conducen a resultados más que satisfactorios.

En la tabla 8 se presentan los valores de carga para flechas de 10 mm, 20 mm y 40 mm correspondientes a la curva carga-desplazamiento (figuras 17b, 18b y 19b). Estos valores muestran la tendencia de cada modelo constitutivo estudiado.

Para ELS (flecha de 10), los modelos bilineal y multilineal de la EHE y RILEM sobreestiman los valores en referencia con los obtenidos experimentalmente en torno a un 4,3% y 6,5% respectivamente. En cambio, los modelos rectangulares y los propuestos por la DBV infravaloran dichos resultados.

En este sentido, resulta evidente la clara influencia de los coeficientes que afectan a las resistencias residuales ( $f_{R,i}$ ) en las ecuaciones constitutivas propuestas por la EHE y la RILEM. Dichos coeficientes, según se concluye de los resultados obtenidos, son excesivamente optimistas para hormigones reforzados con fibras de polipropileno (incluso para fibras de acero, como se apunta en [10]). Por el contrario, la aproximación indirecta propuesta por la DBV es la que mejor ajusta los valores experimentales obtenidos en la campaña para pequeñas deformaciones (errores relativos de 1,5-1,8%). A diferencia de las normas anteriormente citadas, la DBV se vale de las resistencias equivalentes ( $f_{eq}$ ) para la definición de la ecuación constitutiva sin afectarlas con ningún coeficiente.

El modelo rectangular de la EHE, en el que la contribución a tracción de las fibras considerada es significativamente menor, infravalora en un 0,5% la carga obtenida experimentalmente para la flecha de 10 mm, mientras que el modelo rectangular de la DBV lo hace en un 4,5%.

Para deformaciones intermedias entre servicio y rotura (flecha de 20mm) sigue siendo la DBV la que proporciona los valores más próximos a los obtenidos experimentalmente con errores relativos entre 0,65-0,85%. Observamos cómo todos los modelos, exceptuando el rectangular de la DBV, sobrevaloran los tomados como referencia, pero nunca con errores superiores al 6,5% (obtenido con la RILEM).

Para estados próximos a rotura (flechas de 40 mm), el comportamiento de la losa está principalmente gobernado por la armadura convencional y su brazo mecánico existente, todos los modelos utilizados quedan del lado de la seguridad. La DBV presenta un error relativo de un 7,0-8,0%, la RILEM de 2,7%, y tanto la CNR-DT 204 como la EHE de entre un 3,0-4,0%.

## 7. CONCLUSIONES

La aparición de nuevas normativas o recomendaciones técnicas relativas al empleo de fibras con finalidad estructural supone una oportunidad para el sector de emplear el HRF como solución estructural. Las normas y códigos de referencia, con objeto de recoger el comportamiento fenomenológico del HRF a tracción, proponen distintas ecuaciones constitutivas, de las que en este artículo se han estudiado las más relevantes a nivel europeo.

Con el fin de ilustrar la capacidad de cada modelo para predecir el comportamiento estructural del HRF se ha presentado un ejemplo sobre el que se ha realizado un estudio comparativo detallado del que se pueden concluir los siguientes puntos:

- La base conceptual sobre la que se sustentan las normativas son los estudios y trabajos realizados para fibras de acero. Ello no impide su utilización para hormigones reforzados con fibras plásticas. Fruto de tal circunstancia, los resultados aquí presentados muestran que las ecuaciones constitutivas más elaboradas de la EHE y RILEM (trilineales y bilineales), son relativamente optimistas para el cálculo en servicio de secciones de HRF con fibras de polipropileno. Dichas ecuaciones conducen a valores que sobrestiman los resultados experimentales (no así la DBV).
- Los modelos recogidos en la DBV (que presenta un planteamiento distinto al resto de modelos) infravaloran el comportamiento del material, situándose en todos los casos (ya sea modelo trilineal, bilineal o rectangular) del lado de la seguridad. En el caso particular de deformaciones mayores próximas a rotura,

los modelos de la DBV son los que presentan mayores diferencias con los datos experimentales, tanto en fibras de acero como de polipropileno.

- El modelo con el que se obtiene un mayor error en servicio respecto a los resultados experimentales es el trilineal de la RILEM, mientras que en rotura es el modelo que mejor aproxima los valores recogidos en el laboratorio.
- La norma CNR-DT 204 presenta el modelo elástico-lineal y rígido-plástico, siendo con este último con el que se ha obtenido un resultado más próximo a los datos experimentales para los dos tipos de fibras estudiados.
- Atendiendo a los resultados obtenidos en el caso práctico estudiado, los modelos recogidos en la EHE presentan una buena predicción del comportamiento del elemento de forma general para ambos tipos de fibra. A pesar de que los modelos de la DBV reproducen de forma fidedigna la respuesta en pequeñas deformaciones (mejor que los modelos de la EHE), para deformaciones mayores se obtienen unos valores sensiblemente inferiores a los datos experimentales.

Puede concluirse, por tanto, que existe en la actualidad una importante base normativa sobre la que asentar e impulsar la tecnología del HRF. A pesar de los distintos planteamientos propuestos por las normativas a la hora de abordar el comportamiento a tracción del HRF, debe destacarse el esfuerzo de las normativas más recientes de recopilar y asimilar la experiencia adquirida a través de las primeras normas y recomendaciones. Merece mención especial el acierto de la Comisión Permanente del Hormigón (CPH) en la redacción del Anejo 14 de la EHE asentando las bases de un marco de unicidad técnica coherente y armonizado con lo establecido a nivel europeo.

## Agradecimientos

Los autores desean agradecer los constructivos comentarios de Pedro Serna y Marco di Prisco que han ayudado a la mejora del artículo. Asimismo se agradece a las empresas Bekaert y Grace, y en particular a los técnicos de Bekaert Ann Lambechts y Gerhard Vitt, su acertada colaboración y disposición a compartir sus conocimientos y experiencia con nosotros.

## REFERENCIAS

- [1] BARROS J.A.O., FIGUEIRAS J. A. "Flexural behavior of SFRC: testing and modeling", *Journal of Materials in Civil Engineering*, November 1999, vol. 11, Issue 4, p. 331-339.
- [2] LAMBRECHTS, A. "Self compacting steel fibre concrete, and its use in segmental linings". Avances en tecnología del hormigón en construcción subterránea,

Jornada Técnica 2007-JT-01, 23 de mayo de 2007, Barcelona: Departamento de Ingeniería de la Construcción, ETS Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, UPC, 2007. p. 53-68 [acceso 2 de febrero de 2010]. Disponible en: <http://www.bmbupc.org/>

[3] SERRA P. "Recientes ejemplos estructurales de aplicación de hormigón con fibras", Avances en tecnología del hormigón en construcción subterránea, Jornada Técnica 2007-JT-01, 23 de mayo de 2007, Barcelona: Departamento de Ingeniería de la Construcción, ETS Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, UPC, 2007. p. 33-48 [acceso 2 de febrero de 2010]. Disponible en: <http://www.bmbupc.org/>

[4] NAAMAN A.E., REINHARDT H.W. "Fiber reinforced concrete: Current needs for structural implementation", *Proceedings of US-European workshop on Advanced Fiber Reinforced Concrete*, Plizzari GA, di Prisco M (eds.), Italy, 2004.

[5] SERRA P., ARANGO S., RIBEIRO T., NÚÑEZ A.M., GARCIA-TAENGUA E. "Structural cast-in-place FRC: technology, control criteria and recent applications in Spain". *Materials and Structures*, Accepted 11 June 2009 (DOI: 10.1617/s11527-009-9540-9).

[6] COMISIÓN PERMANENTE DEL HORMIGÓN (Ministerio de Fomento), "EHE-08 Instrucción del Hormigón Estructural", 2008.

[7] AGUADO A., LARANJEIRA F. "Presentación del Anexo de Hormigón con Fibras de la EHE y ecuación constitutiva del Hormigón Reforzado con Fibras", Avances en tecnología del hormigón en construcción subterránea, Jornada Técnica 2007-JT-01, 23 de mayo de 2007, Barcelona: Departamento de Ingeniería de la Construcción, ETS Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, UPC, 2007. p. 1-32 [acceso 2 de febrero de 2010]. Disponible en: <http://www.bmbupc.org/>

[8] DI PRISCO M., PLIZZARI G., VANDEWALLE L. "Fibre reinforced concrete: new design perspectives", *Materials and Structures*, Accepted 11 June 2009 (DOI: 10.1617/s11527-009-9529-4).

[9] KOOIMAN A. "Modelling Steel Fibre Reinforced Concrete for Structural Design", PhD Thesis, Delft University of Technology, Delft, 2000.

[10] TLEMAT H., PILAKOUTAS K., NEOCLEOUS K. "Modelling of SFRC using inverse finite element analysis", *Materials and Structures*, 2006, vol. 39, nº4, p. 221-233.

[11] BARROS J.A.O., CUNHA V.M.C.F., RIBEIRO A.F., ANTUNES, J.A.B. "Post-cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete", *Materials and Structures Journal*, 2005, vol. 38, p. 47-56.

[12] BLANCO A. "Durabilidad del hormigón con fibras de acero", Tesina de especialidad (Dir. A. Aguado de Cea y M. Vandewalle), UPC, Barcelona, 2008 [acceso 2 de febrero de 2010]. Disponible en: <http://www.bmbupc.org/>

[13] PUJADAS P. "Durabilidad del hormigón con fibras de polipropileno", Tesina de especialidad (Dir. A. Aguado de Cea y M. Vandewalle), UPC, Barcelona, 2008 [acceso 2 de febrero de 2010]. Disponible en: <http://www.bmbupc.org/>

[14] BENCARDINO F., RIZZUTI L., SPADEA G., SWAMY R.N. "Stress-Strain Behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete in Compression", *Journal of Materials in Civil Engineering*, March 2008, vol. 20, nº3, p. 255-263.

[15] LÖFGREN I., STANG H., FORBES OLESEN J. "Fracture Properties of FRC Determined through Inverse Analysis of Wedge Splitting and Three-Point Bending Tests", *Journal of Advanced Concrete Technology*, October 2005, vol. 3, nº 3, pp. 423-434.

[16] LARANJEIRA F., AGUADO A., MOLINS C. "Constitutive equations of fiber reinforced concrete", Proceedings of the ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Tunneling (EURO: TUN 2007), Vienna, 2007.

[17] BISCHOFF P. H. "Tension stiffening and cracking of steel fiber-reinforced concrete", *Journal of Materials in Civil Engineering*, March 2003, vol. 15, Issue 2, p. 174-182.

[18] FERNANDES A. "Modelos de fenda discreta na simulação do comportamento em flexão de betão reforçado com fibras de aço", PhD Thesis, Universidade do Minho, Guimarães, 2004.

[19] BAZANT Z.P., OH B.H. "Crack band theory for fracture of concrete", *Materials and Structures*, 1983, vol. 16, p. 155-177.

[20] HU X., WITTMANN F. H. "Experimental method to determine extension of fracture-process zone", *Journal of Materials in Civil Engineering*, ASCE, vol. 2, nº1, 1990, p. 15-23.

[21] FOOTE R., MAI Y.W., COTTERELL B. "Process size and crack growth measurements in fibre cements. Fibre reinforced concrete properties and applications", *American Concrete Institute*, Detroit, 1987, p. 55-70.

[22] HILLERBORG A. "Analysis of fracture by means of the fictitious crack model, particularly for fibre reinforced concrete". *International Journal of Cement Composites*, 1980, vol. 2(4), p. 177-184.

[23] BANHOLZER B., BRAMESHUBER W., JUNG W. "Analytical evaluation of pull-out tests-The direct problem", *Cement and Concrete Composites*, 2005, vol. 27, p. 93-101.

[24] BANHOLZER B., BRAMESHUBER W., JUNG W. "Analytical evaluation of pull-out tests-The inverse problem", *Cement and Concrete Composites*, 2006, vol. 28, p. 564-571.

[25] RILEM TC 162-TDF ? Test and design methods for steel fibre reinforced concrete -  $\sigma$ - $\epsilon$  design method: Final Recommendation?, *Materials and Structures*, October 2003, vol. 36, p. 560-567.

- [26] DI PRISCO M., FERRARA L., COLOMBO M., MAURI M. "On the identification of SFRC constitutive law in uniaxial tension". Proceedings of Sixth RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes BEFIB 2004, p. 827-836.
- [27] CUNHA V.M.C.F., BARROS J.A.O., SENA-CRUZ J. "Modelling the influence of age of steel fibre self-compacting reinforced concrete on its compressive behavior", *Materials and Structures*, 2008, vol. 41, p. 465-478.
- [28] DE LA FUENTE A., AGUADO A., MOLINS C. "Modelo numérico para el análisis no lineal de secciones prefabricadas construidas evolutivamente", *Hormigón y Acero*, 2008, vol. 57, nº 247, p. 69-87.
- [29] CHIAIA B., FANTILLI A.P., VALLINI P. "Evaluation of crack width in FRC structures and application to tunnel linings", *Materials and Structures*, 2009, vol. 42, p. 339-351.
- [30] LARANJEIRA F. "Design-oriented Constitutive Model for Fiber Reinforced Concrete", PhD Thesis, (Dir. A. Aguado de Cea and C. Molins), UPC, Barcelona 2010 (Lectura: 26 de Marzo de 2010).
- [31] BARR B.I.G., LEE M.K. "A four-exponential model to describe the behaviour of fibre reinforced concrete", *Materials and Structures*, 2004, vol. 37, p. 464-471.
- [32] SOUSA J.A.O., GETTU R. "Inverse analysis of notched-beam test data for obtaining tensile stress-crack opening relation of fiber reinforced concrete", Proceedings of the Sixth RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes BEFIB 2004, p. 809-818.
- [33] LIM T.Y., PARAMSIVAM P, LEE S.L. "Bending Behaviour of Steel-Fiber Concrete Beams", *ACI Journal*, 1987, vol. 8, p. 286-298.
- [34] ELSAIGH W.A., ROBBERTS J.M. and KEARSLEY E.P. "Modelling non-linear behaviour of steel fibre reinforced concrete", Proceedings of Sixth RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes BEFIB 2004, p. 837-846.
- [35] LOK T.S., XIAO L. "Tensile behaviour and moment-curvature relationship of steel fibre reinforced concrete", *Magazine of Concrete Research*, 1998, vol. 50, nº 4, p. 359-368.
- [36] DUPONT D. "Modelling and experimental validation of the constitutive law ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) and cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete?", PhD Thesis, Katholieke Universiteit Leuven, 2003.
- [37] DBV Merkblatt Stahlfaserbeton, Deutsche Beton Vereins, 2001.
- [38] DOZIO D. "SFRC structures: Identification of the uniaxial tension characteristic constitutive law", PhD Thesis, Politecnico de Milano, 2008.
- [39] SORANAKOM C. MOBASHER B. "Flexural design of fiber-reinforced concrete", *ACI Materials Journal*, 2009, vol. 105, nº 5, p. 461-469
- [40] WALRAVEN J.C. "High performance fiber reinforced concrete: progress in knowledge and design codes", *Materials and Structures*, Accepted 11 June 2009 (DOI: 10.1617/s11527-009-9538-3).
- [41] DBV Technologie des Stahlfaser-betons und Stahlfaser-pritzbetons, Deutsche Beton Vereins. 1992.
- [42] RILEM TC 162-TDF "Test and design methods for steel fibre reinforced concrete", *Materials and Structures*, March 2000, vol. 33, p. 75-81.
- [43] BRITE EURAM PROJECT BRPR-CT98-0813, "Test and design methods for steel fibre reinforced concrete", project funded by the European Community under the Industrial & Materials Technologies Programme (Brite-Euram II), 2002.
- [44] CNR-DT 204 "Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Strutture Fibrorinforzato", Consiglio Nazionale delle Ricerche, Italia, 2006.
- [45] UNI 11039 "Calcestruzzo rinforzato con fibre d'acciaio; (1a) Parte I: Definizioni, classificazione e designazione; (1b) Parte II: Metodo di prova per la determinazione della resistenza di prima fessurazione e degl'indici di duttilità", 2003.
- [46] UNI 11188 "Elementi strutturali in calcestruzzo rinforzato con fibre d'acciaio: progettazione esecuzione e controllo", 2004.
- [47] FIB MODEL CODE 2007 "Fibre Reinforced Concrete", Draft version. Joint Paper by Horst Falkner (Germany), Marco di Prisco and Giovanni Plizzari (Italy).
- [48] EN 14651 "Test method for metallic fibred concrete - Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual)", 2005.
- [49] FERNÁNDEZ RUIZ M. "Estudio y comparación de diferentes métodos de cálculo para el análisis de redistribuciones a nivel de sección y estructura debidas a deformaciones diferidas en el hormigón", *Hormigón y Acero*, 1er Trimestre 2003, nº. 227, p. 75-88.
- [50] HERNÁNDEZ MONTES E, GIL MARTÍN L.M., LÓPEZ ARAGÓN J.A. "Diagramas de dimensionamiento en flexión para secciones de hormigón", *Hormigón y Acero*, 1er Trimestre 2003, nº. 227, p. 67-74.
- [51] MARÍ BERNAT A., BAIRÁN GARCÍA J.M. "Evaluación de los efectos estructurales del deterioro, reparación y refuerzo, mediante análisis no lineal evolutivo", *Hormigón y Acero*, octubre-diciembre 2009, vol. 60, nº 254, p. 51-63.
- [52] CHIAIA B., FANTILLI A.P., VALLINI P. "Evaluation of minimum reinforcement ratio in FRC members and application to tunnel linings", 2007, *Materials and Structures*, vol. 40, p. 593-604.

# Design and construction of the apse on the “Sagrada Familia”\*

Carles Buxadé<sup>(1)</sup>, Josep Gómez-Serrano<sup>(2)</sup>, Ramon Espel<sup>(3)</sup>, Rosa Grima<sup>(4)</sup>, Agatha Buxadé<sup>(1)</sup>, Ramon Ferrando<sup>(1)</sup> and Antonio Aguado<sup>(4)</sup>

Received: 26-11-2009

Accepted: 08-04-2010

## Summary

The Expiatory Temple of the Holy Family, more commonly called the “Sagrada Familia” is an unfinished building in the centre of Barcelona whose construction was begun over 125 years ago under the leadership, very early on, of Antoni Gaudí.

Gaudí's designs carry the trademark of their author's distinctive use of geometric shapes. One very interesting observation reflected in the present article is that, despite the deployment of new materials and technologies to continue construction on the temple as work in progress, its *Gaudian* forms and the original spirit of the *œuvre* have been respected.

The text describes the design and construction of a specific part of the temple: the enclosure around the apse. In this regard, it first stresses the existing conditions, along with design and engineering issues, to subsequently address the construction processes and materials deployed to respond to the demanding levels of performance required.

The apse enclosure comprises vaults over the triforium at a height of 45 m, perimetric walls rising to an elevation of + 64,00 m, and the central structure consisting of a crown of hyperbolic vaults at elevation + 64,00 m and an immense inclined hyperboloid.

The nearly vertical reinforced concrete semi-circular wall springs at + 45,00 and extends upward to + 64,00 m, varying in thickness throughout. The steeple that will eventually tower over the apse will enclose a 17-m tall slightly slanted hyperboloid. This structure, which stretches from + 60,00 to + 77,00 m, will be built using the “Catalanian” (or timbrel) vault technique.

Structurally speaking, the apse façades form part of the transept-apse system. The upper structure, in turn (vault-central hyperboloid), which is the first closed circumferential member to bear the loads induced by the apse tower, participates actively in containing the horizontal stress generated.

Due to the extreme stress to which this part of the structure is subjected, high strength concrete, with a 28-day characteristic strength of over 60 N/mm<sup>2</sup>, had to be used in its construction. ANSYS v10.0 finite element software was used to analyze the system for vertical loads and wind action.

The calculations involved were non-linear, for second order effects (buckling) were considered, but assuming elastic behaviour in the material. Shear-induced deformation was also included in this analysis.

Initiating the construction of a new part of the temple always raises new challenges that call for modernization not only of construction methods, but of the materials used. In this context, construction of the walls for the apse enclosure posed a particular challenge.

In 2009 a series of trials were conducted to decide whether to build these walls with high-strength (HSC) or self-compacting high strength (SCC) concrete. Using the materials and the temple facilities at hand, different mix proportions were tested, an exercise that showed that the mixer available had to be replaced to guarantee concrete quality.

Finally, in July 2009 the first part of this structure was cast with HSC. The SCC options tested under the conditions prevailing at the worksite exhibited a broad dispersion of strength results. Moreover, after bush-hammering, the finish delivered with these concretes proved to be exceedingly porous. For these reasons, the site management opted for the HSC alternative.

In another vein, one of the major challenges in Sagrada Familia construction at this time is worksite organization. Works are simultaneously underway in a number of areas at different heights, and must be conducted safely and at a steady pace, all within a limited area.

Although the apse walls are made of cast-in-place reinforced concrete, some of the elements required for their construction were pre-assembled. More specifically, due to the size and position of the structure, building the formwork and reinforcement on site would have been both time-consuming and troublesome. In light of these difficulties, pursuant to a decision made in 2006, the interior formwork and main reinforcement were assembled off-site for subsequent transport to the temple by sections.

Now that the apse structure is completed, work is ongoing to enclose the entire temple on schedule, i.e., by year-end 2010.

\* The full Spanish and English language versions of this article are published in this issue at pages 5-38

(1) 2 Buxadé, Margarit y Ferrando S.L.P. (Barcelona, Spain)

(2) Universidad Politécnica de Cataluña. E.T.S. d'Arquitectura del Vallès (Sant Cugat del Vallès, Spain)

(3) Jefe de Obra del Templo de la Sagrada Familia (Barcelona, Spain)

(4) Universidad Politécnica de Cataluña. E.T.S. de Caminos, Canales y Puertos (Barcelona, Spain)

Translation: Margaret Clark

Corresponding author: rosagrimalopez@gmail.com

# Viaduct over the River Ebro on Zaragoza's Fourth Ring Road\*

José Antonio Llombart<sup>(1)</sup>, Jordi Revoltós<sup>(1)</sup> and Juliana Fernández<sup>(1)</sup>

Received: 08-01-2010  
Accepted: 12-04-2010

## Summary

Zaragoza's fourth ring road, which connects national road N-232 and motorway A-2, crosses the River Ebro over a 369-m long viaduct. The deck consists of a continuous stretch of pre-stressed concrete divided into five spans: 60,0 m 92,0 m 92,0 m 92,0 m 60,0 m. A single 26,60-m wide deck accommodates the two carriageways.

The deck platform carries three 3,50-m lanes in each direction of traffic, two inner and outer shoulders 1,00-m wide each, a 0,60 m central guard rail and two steel parapets on each side. Together, these elements total 26,60 m.

The deck cross-section is a central single cell box girder 8,20 m wide from which 9,20-m wide extensions cantilever on each side. These outer structures rest on isolated braces spaced at 4,00-m intervals, longitudinally. The girder has a constant 3,30-m depth across most of the bridge. The slight increase to a total of 4,60 m over the supports is achieved gradually, with a build-up across a length of 17,20 m in each longitudinal direction.

Balanced cantilevering was used to build the 14,60-m wide central core of the deck. Travelling formwork was deployed throughout, except in the areas near the abutments, where construction proceeded on falsework resting on the ground. After the entire deck core was in place, the cross-section was enlarged with lateral cantilevers built with formwork that travelled over the core. In addition to the cantilevers, this travelling formwork was also used to position the precast braces.

Deck prestressing comprises four different families. The first is conventional prestressing for cantilevered construction. This prestressing, which is straight in the elevation view, is positioned in the top slab.

The second is continuity prestressing, also straight in the elevation view and positioned in the bottom slab.

The third type of prestressing was external. Here the tendons were anchored to a ridge along the top of the deck, with a change of course when threaded across two intermediate partition walls located at 14,80 m from mid-span.

Lastly, transverse prestressing was placed along in the top slab from side to side.

With this division into different families, deck prestressing could be positioned gradually and in keeping with the structural scheme in place in any given phase of construction, as the cross-section was completed.

The piers have a single circular shaft 4,50 m in diameter. Due to their fairly low height, the deck is simply supported on their capitals by pairs of support devices. The two central piers have hooped neoprene bearing pads, whereas the two outer piers and the abutments have longitudinally sliding POT-type supports.

Since the piers are not embedded in the deck and provisional blockage via vertical anchors to their circular shafts was impractical, a series of provisional piers had to be built to ensure deck stability during the balanced cantilevering operations. The partition walls springing from pier caps were provisionally secured to the deck with prestressing steel. Once the deck core was stabilized, those prestressing tendons were removed and the provisional partition walls were demolished.

Given the particularities of the construction system, a timing analysis was conducted in the design phase based on real erection time, cross-section development, the characteristics of variable materials over time, concrete shrinking and creep, and steel relaxation.

The camber values used during construction to attain the final design position were determined on the basis of that analysis.

Sag was monitored during construction and compared and verified with the same structural calculation model as used during the design phase.

\* This extensive summary is intended for non-Spanish-speaking readers. The Spanish language version of the full paper is published in this issue at pages 41-58.

(1) Estudio de Ingeniería y Proyectos (EIPSA), (Madrid, España)

Translation: Margaret Clark

Corresponding author: jrevoltos@eipsa.net

# Deformability in concrete building structures: past and present\*

Diego Martín Gil<sup>(1)</sup> and Enrique González Valle<sup>(1,2)</sup>

Received: 15-10-2009

Accepted: 11-01-2010

## Summary

Both the typology and materials of the concrete structures used in buildings have undergone significant change in recent decades. At the same time, concrete and steel performance has improved substantially and structural engineering methods have also evolved. As a result, today's concrete structures are not as stiff as structures built in the past and are particularly susceptible to problems relating to their greater deformability. These considerations prompted the present study, which aimed to objectively establish the impact of new typologies, materials and construction methods on the stiffness of portal frame beams.

A parametric survey was conducted of structural typology, materials and design factors under four situations involving former (a) and new (n) structural approaches.

The same law of moments under service conditions was assumed for all the situations analyzed. At the same time, identical permanent and service load actions were adopted for all four, varying the self weight of the slab with increasing depth and span. In all cases the slab span was regarded to be the same as the span of the beam. Moreover, a comparative analysis was conducted of one end and one intermediate portal frame beam.

The support and mid-span sections as well as the reinforcing steel were dimensioned and the cracking moment was calculated.

The cracking moment,  $M_c$ , for each section was found as per ACI 318-08, and the Branson formula was used to obtain the respective effective moment of inertia,  $I_e$ , in terms of the service moment acting on each section.

Lastly, the effective moment of inertia for each span was calculated in terms of the effective inertia of the support and mid-span sections for each beam span,  $I_{e\text{-span}}$ .

The analysis showed that in situation nn, in which the structures were assumed to have new depths, typologies and materials and to be dimensioned in accordance with present partial safety factors for actions, the effective moments of inertia were from 21 to 27% of the values found for the aa situation: with structures built to former typologies, materials and partial safety factors. In other words, deformability under the latter conditions was four to five times lower than in more modern structures.

When the material characteristics and partial safety factors for actions prevailing in the past were maintained, and only beam depth was varied (situation an), the effective moments of inertia declined to 37-49% of the values for situation aa. Varying material characteristics and design factors but maintaining the depth of structures led to more moderate declines in stiffness. In such structures, designated na, the deformability values were from 47 to 79% of the figures for aa structures.

The stiffness for beam spans under situation nn ranged from 27 to 36% of the aa values, whereas under situation na, stiffness fluctuated from 61 to 104% of the aa figures.

The conclusions drawn from the analysis were as follows:

1. The change from deep to flat beams in building structures has entailed a substantial decline in stiffness.
2. The decrease in stiffness is even greater when in addition to slimmer depths, the material characteristics and partial safety factors recommended in today's standards are used in the calculations.
3. The beams in today's building structures are much more readily deformed than beams built in the past, and their deformability may reach critical values.
4. The foregoing involves increased risk of cracking in today's partitions and enclosures, as shown by the pathology recorded for such members, whose stiffness has remained unaltered and in some cases has even been enhanced.

\* This extensive summary is intended for non-Spanish-speaking readers. The Spanish language version of the full paper is published in this issue at pages 61-69

(1) E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid (Madrid, Spain).  
(2) INTEMAC (Madrid, Spain).

Translation: Margaret Clark

Corresponding author: egonzalez@intemac.es

# Wind-tunnel aeroelastic tests of bridges\*

**José Meseguer Ruiz<sup>(1)</sup>, Antonio Barrero Gil<sup>(1)</sup> and Gustavo Alonso<sup>(1)</sup>**

Received: 27-10-2009

Accepted: 01-03-2010

## Summary

While the use of new materials, new design techniques and new construction processes in bridges allow for ever lighter weight and more daring designs and longer spans, one possibly undesirable consequence is that today's structures are increasingly sensitive to wind action. Addressing the problem of bridge-wind interaction in all its breadth is no simple task for a number of reasons. The first one is the nature of the wind itself, since bridges are located in the atmospheric boundary layer and the wind around them is both non-uniform and highly turbulent. Another difficulty is the geometry of the bodies studied, for despite the rising tendency to taper bridge cross-sections to reduce possible interaction with the wind, these structures are not nearly as aerodynamic as the forms found in aeronautics and similar disciplines.

Growing bridge sensitivity to wind has prompted a likewise growing interest in the understanding of static and dynamic wind action to be able to predict and prevent the appearance of the aeroelastic phenomena arising when a body positioned in an air flow moves or is deformed perceptibly due to wind forces. The changes in the geometry of that body, generally in the form of changes of attitude with respect to the air flow, modify the aerodynamic forces exerted on the obstacle. This in turn affects the deformation taking place in the body and induces interaction between the movement of the structure and the surrounding flow. The critical case occurs when the aerodynamic forces generated by the deformed structure tend to intensify deformation (aeroelastic instability).

Interaction between wind and structure nearly always translates into an oscillatory movement whose amplitude may narrow, remain the same or widen depending on whether the aerodynamic forces transfer less, the same or more energy per oscillation cycle than the system is able to dissipate. Due to the large number of parameters involved in wind-induced dynamic phenomena, inherent in the cause of the disturbance and the mechanical properties of the structure, several types of aeroelastic phenomena are generally distinguished, depending on the predominant cause: vortex shedding, transverse galloping, wake galloping, torsional divergence, flutter and buffeting.

This article first describes the aeroelastic phenomena most commonly found in bridges, such as the vibrations induced by vortex shedding and instability resulting from flutter (or galloping, as appropriate). That is followed by a discussion of the systems used to reduce the vibrations caused by wind, very often based on altering deck geometry to hinder the formation or weaken the integrity of two-dimensional vortex shedding, as well as to reduce fluttering.

A section on the basics of wind tunnel trials on flexible structures is likewise included. The discussion covers both rigid models with constant dimensions resting on elastic supports (two-dimensional models), the technique most frequently used, and three-dimensional models, which call for reproducing prototype mass distribution and stiffness, as well as damping, in the model. This section also examines the laws of scale with which the results of dynamic wind tunnel tests using scale models can be extrapolated to real bridges. Similarly, it lists the tests conducted in recent years at the Universidad Politécnica de Madrid's "Ignacio Da Riva" R&D Institute (IDR/UPM) and a number of significant experimental findings for bridges of very different geometries and uses. A final section, immediately preceding the conclusions, briefly describes the aerodynamic testing facility at IDR/UPM, located at both the main and the Montegancedo University campuses.

\* This extensive summary is intended for non-Spanish-speaking readers. The Spanish language version of the full paper is published in this issue at pages 71-81.

(1) Instituto Universitario de Microgravedad "Ignacio Da Riva", E.T.S. de Ingenieros Aeronáuticos, Universidad Politécnica de Madrid (Madrid, Spain)

Corresponding author: j.meseguer@upm.es

Translation: Margaret Clark

# Comparative analysis of constitutive models of fibre reinforced concrete\*

**Ana Blanco Álvarez<sup>(1)</sup>, Pablo Pujadas Álvarez<sup>(1)</sup>, Albert de la Fuente Antequera<sup>(1)</sup> and Antonio Aguado de Cea<sup>(1)</sup>**

Received: 02-11-2009  
Accepted: 15-02-2010

## Summary

A sizeable regulatory basis from which to further FRC technology is presently in place. Nonetheless, the variety of existing constitutive equations and the differences in approach proposed in standards and codes for addressing the tensile behaviour of FRC are symptomatic of the lack of a single, generally accepted model. This situation poses the need for analysis and evaluation of all the existing models to assess their suitability.

The present article, in addition to reviewing the key technical papers on the definition of constitutive equations, contains a detailed analysis of the main regulatory models proposed Europe-wide for the use of structural fibre-reinforced concrete (DBV, RILEM, CNR-DT 204 and EHE). The intention is to provide the reader with an overview of the most relevant aspects of these models and the conceptual grounds on which they were developed.

A detailed comparative study was conducted to determine the capacity of each model analyzed to predict FRC structural behaviour. In this study, the findings of an experimental campaign were compared to the numerical results obtained with the constitutive equations analyzed.

The campaign involved testing members measuring three metres long by one metre wide by 0,20 metres deep. These slabs had mixed, i.e., conventional and fibre, reinforcement. The conventional reinforcement consisted of seven B 500 S steel 16-mm diameter longitudinal bars and 8-mm diameter transverse bars spaced at 20-cm intervals (not welded). Two types of fibres were used: steel and polypropylene. The dosages were 40 and 4,55 kg/m<sup>3</sup>, respectively, for a volume ratio of 0,50%.

Based on the laboratory findings, a study was conducted of the various constitutive equations to determine which provided the best fit to the experimental results. The study was run with a numerical model based on AES cross-sectional analysis that consists of a series of sub-routines programmed in Matlab® language. The model was used to reproduce the aforementioned trials numerically and obtain the load-displacement curve for each of the constitutive equations studied.

Further to the case study findings, more elaborate models, such as the EHE's complete multilinear model, the DBV's trilinear model or the model proposed by RILEM, attempted to reflect FRC phenomenological behaviour more reliably by attributing the concrete a greater structural role. For their simplicity and convenient application, simplified models such as the EHE's and DBV's rectangular or bilinear model or the models proposed in CNR-DT 204 proved to be of particular interest for calculating ULS, in which failure analysis is of cardinal importance.

Of the standards studied, DBV and RILEM refer to steel fibres only. The Italian (CNR-DT 204) and Spanish (EHE) codes, by contrast, introduce a general approach valid for all types of fibres. Nonetheless, the primary knowledge base was developed for steel fibres as reflected, to some extent, in these codes. That does not preclude their use for plastic fibres, however. As a result of that situation, the findings given here show that the more elaborate (tri-and bilinear) constitutive equations set out in the EHE and RILEM codes led to fairly optimistic designs for the in-service cross-sections of polypropylene fibre-reinforced concrete. In other words, the equations involved led to values that overestimated the experimental results (the DBV equation did not, however).

Despite the differences in approach proposed by the standards for addressing FRC tensile behaviour, the most recent codes and standards have made an effort to compile and assimilate the experience acquired with the earliest standards and recommendations, with a view to establishing grounds for a single consistent technical framework, harmonized across Europe.

\* This extensive summary is intended for non-Spanish-speaking readers. The Spanish language version of the full paper is published in this issue at pages 83-101.

(1) Dpto. de Ingeniería de la Construcción. E. T. S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Cataluña (Barcelona, Spain).

Corresponding author: ana.blanco@upc.edu

Translation: Margaret Clark

# Félix Candela. La conquista de la esbeltez

## *Félix Candela. The Achievement of Slenderness*

**Pepa Cassinello**

Recibido | Received: 18-03-2010  
 Aceptado | Accepted: 06-05-2010

### Resumen

En el contexto internacional de los años 50-60, Félix Candela adquirió su fama a través de la construcción de más de 800 estructuras laminares de hormigón armado -*Thin Concrete Shells*-, a las que dotó, no solo de una racional y óptima forma resistente, sino también de una impactante y escultural belleza. *Félix Candela conquistó la esbeltez de la forma*, en unos años en los que todavía se estaba desarrollando el hormigón armado, cuando generar nuevas formas arquitectónicas laminares, con este material, era realmente “una aventura”, y que como tal, estaba desprovista de todo tipo de apoyos reglados. Por ello, en cada lugar y momento específico de esta Historia, sus protagonistas se vieron forzados a agudizar su ingenio, para ser capaces de construir nuevas formas laminares.

**Palabras clave:** estructuras laminares, hormigón armado, arquitectura moderna, paraboloide hiperbólico, modelo experimental.

### Abstract

*In the international context prevailing in the nineteen fifties and sixties, Candela's renown was based on the construction of over 800 thin concrete shells whose rational and optimal structural form is wholly compatible with striking sculptural beauty. Candela mastered the slenderness of form in an age when reinforced concrete was still evolving, when generating new architectural shells with this material was, indeed, an “adventure” and as such, devoid of any manner of official support. For that reason, at each specific place and time, its actors were obliged to sharpen their ingenuity to be able to build new shells.*

**Keywords:** *Thin concrete shells, reinforced concrete, modern architecture, hyperbolic paraboloid, experimental model.*

(1) Dr. Arquitecto. Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Arquitectura (Madrid, España)

Persona de contacto / Corresponding author: pepacassinello@yahoo.es

## 1. INTRODUCCIÓN

Las más admiradas estructuras laminares de la Modernidad tuvieron como protagonistas a un reducido número de ingenieros y arquitectos que supieron situarse en esa especie de “tierra de nadie” que existe entre ambas disciplinas. Ese lugar donde un puente o una iglesia, sin dejar de serlo, se convierten en una obra de Arte, y por encima de su funcionalidad y racionalidad estructural, nos producen sentimientos a flor de piel, que perduran generación tras generación.

Félix Candela (1910-1997), arquitecto de origen español, fue sin duda uno de ellos. Aunque se formó como arquitecto en Madrid, posteriormente, desde su exilio en México, adquirió de forma autodidacta todos los conocimientos necesarios para especializarse en el proyecto, cálculo y construcción de cascarones de hormigón armado, convirtiéndose en lo que podríamos llamar un “maestro de obras de la Modernidad”, porque al igual que los maestros medievales que construyeron las catedrales góticas, se auto-capacitó para cumplir las funciones de arquitecto, ingeniero y constructor. Su profundo conocimiento de la Geometría, la Estática, la Mecánica y la Resistencia de Materiales, unidos a una singular intuición creadora y sensibilidad estética, le permitieron construir un innovador y escultural conjunto de más de 800 cascarones de hormigón armado, el más extenso jamás construido por un solo hombre.

El análisis, no solo de su obra, sino de su específico modelo pensamiento y actuación, con los que marcó su propio camino de aprendizaje e investigación, desvela las razones del reconocimiento internacional que alcanzó durante las doradas décadas de la Modernidad.

## 2. FORMACIÓN AUTODIDACTA

En el año 1935, Félix Candela obtuvo el título de arquitecto en la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid, mientras el ya consagrado maestro de la ingeniería española, Eduardo Torroja, inauguraba algunas de sus más famosas e internacionales estructuras laminares en Madrid; el Frontón Recoletos y el Hipódromo de la Zarzuela. Atraído por la vanguardia del momento, Félix Candela, desde sus últimos años de estudiante universitario anhelaba involucrarse directamente en la “Aventura Lámina”. Por esta razón solicitó una beca a la Real Academia de San Fernando para poder irse a Alemania a especializarse en el cálculo de cascarones de hormigón armado, precisamente en el país donde se

había construido la que es reconocida, de forma internacional, como la primera estructura laminar de hormigón armado, que fue construida en Jena (Alemania) por la empresa Dyckerhoff – Widmann<sup>1</sup>.

Félix Candela, una vez obtenida la beca solicitada, en el año 1936, preparó su viaje a Alemania, pero el inicio de la Guerra Civil española le hizo desistir y decidió permanecer en España luchando en el Ejército Republicano. En 1939, una vez finalizada la guerra, se exilió a México. Avatares de la vida que parecían haber truncado las posibilidades de Félix Candela para convertirse en especialista de la construcción de cascarones de hormigón armado. Sin embargo, tal y como él mismo explicó posteriormente, fue todo lo contrario, estas específicas circunstancias le facilitaron, en gran medida, el hecho de poder convertir su sueño en realidad. El destino y su sólida formación, unidos a su desmedida ilusión, voluntad y esfuerzo personal, lo convirtieron en pocos años en uno de los más relevantes y prolíficos constructores de cascarones de hormigón armado. El destino le llevó a México, un país que reunía las más propicias características para poder construir, de forma económica, una enorme cantidad de estructuras laminares, dado el bajo salario de los obreros en aquellos momentos, así como su benigna climatología. Sin que esto signifique, tal y como dijo Ove Arup, que por ello, el enorme patrimonio legado por Félix Candela, a través de sus más de 800 cascarones de hormigón armado construidos en México, no sea debido a la singular capacidad creadora de su autor.

Por otra parte, la clave para poder convertirse en especialista de estas nuevas formas espaciales, no estaba, según descubrió posteriormente Félix Candela, en aprender los farragosos y complejos métodos de cálculo basados en la Teoría de la Elasticidad, que él pretendía aprender en Alemania. En el año 1949, Félix Candela, imitando a los “innovadores” maestros de la Historia de la Arquitectura, se había ya convencido, de forma clara y rotunda, de que el camino más adecuado para capacitarse en el diseño y construcción de cascarones de hormigón armado, era la experimentación directa mediante la construcción de modelos, basándose en el conocimiento de las inmutables Leyes de la Naturaleza (Estática, Mecánica y Resistencia de Materiales). Consideró, además, que lo más sencillo e inmediato para él –tenía prisa por aprender–, era construir modelos a escala natural, tal y como hicieron los maestros de obras medievales, que siguiendo este mismo camino de aprendizaje, se capacitaron para crear las Catedrales Góticas, dotándolas de las más innovadoras bóvedas pétreas. Félix Candela, desde la audacia de la madurez de su conocimiento, trazó de esta manera el camino de su auto-aprendizaje. [1]

<sup>1</sup> En 1922-1923 la empresa alemana Dyckerhoff - Widmann construyó la primera “Thin Concrete Shells” en Jena (Alemania). Una lámina geodésica de unos 16 m de diámetro y 3 cm de espesor, ejecutada en hormigón armado proyectado por anillos paralelos, sobre un armazón espacial reticulado, de nudos rígidos, formado por barras metálicas. En 1925 se construyó el Planetarium de Jena. Esta pionera estructura laminar fue el resultado de la colaboración entre los ingenieros Franz Dischinger (1887-1953), de la empresa Dyckerhoff y Widmann, y de Walter Bauersfeld (1879-1959), de la empresa de ingeniería Carl Zeiss, y de los arquitectos Hans Schlag y Johannes Schreiter. El sistema de construcción utilizado fue patentado (Z-D) y diez años más tarde introducido en Estados Unidos por Anton Tedesco, que fue también ingeniero de la empresa Dyckerhoff y Widmann.



Figura 1. Bóveda Ctesiphon. San Bartolo.  
México 1949



Figura 2. Lámina experimental. Fábrica Fernández.  
México 1950

Además, la experimentación con modelos a escala natural, le evitaba tener que sumergirse en otro complejo campo del conocimiento: el uso de modelos reducidos, que Eduardo Torroja<sup>2</sup> estaba desarrollando, magistralmente, desde los años treinta, y que lógicamente conllevaba la necesidad, no solo de contar con los medios y tecnología adecuada, sino también de saber como construir y poner en carga el modelo, para poder trasladar los resultados obtenidos a la obra de tamaño natural. En definitiva, con la experimentación de modelos a tama-



Figura 3. Prototipo experimental de "Paraguas"  
Las Aduanas, México 1953.

ño natural Félix Candela optimizó su tiempo de auto-aprendizaje, y evitó inmiscuirse en uno de los mayores problemas de la Historia, "el cambio de escala", cuyo olvido a lo largo de esta "Aventura Laminar", ya había generado el colapso de algunas *Thin Concrete Shells*, antes de que Félix Candela apareciera en escena<sup>3</sup>.

Siguiendo este camino hacia el conocimiento creador, que él mismo se había marcado, Félix Candela construyó en 1949, con su hermano Antonio, su primer cascarón experimental. Fue la llamada "Bóveda Ctesiphon" de San Bartolo de Naucalpan en México (Figura 1). Se trataba de un "cascarón" de carácter experimental, cuya geometría respondía a la de un cañón funicular con directriz catenaria. Posteriormente, cada vez que quería utilizar una nueva geometría y tamaño, Félix Candela construía cascarones experimentales, para poder comprobar su funcionamiento estructural y desentrañar los diferentes aspectos que le podían permitir optimizar su proceso de construcción, entre otros construyó una lámina experimental con geometría de conoide en la Fábrica de Fernández en San Bartolo en México (1950) (Figura 2) y el prototipo de "Paraguas" experimental, en Las Aduanas, México (1953). El primer paraguas experimental lo construyó en el año 1952, sobre planta cuadrada de 10 x 10 m, con un peralte de 1 m y 4 cm de espesor. Al parecer la flecha resultó ser escasa, y produjo deflexiones en las esquinas de 5 cm, mostrando también tendencia a vibrar con el viento. Por ello, Félix Candela construyó otro nuevo paraguas experimental, esta vez en la obra de

<sup>2</sup> A principios de la década de 1930, Eduardo Torroja fundó la empresa Investigaciones de la Construcción S. A., ICON, que bajo su dirección se especializó en el ensayo de modelos, como método de análisis del comportamiento estructural. Esto le permitió lanzarse a la realización de importantes estructuras laminares en unos momentos en los que no existían métodos fiables de cálculo de estas estructuras. Fueron famosos los modelos de las cubiertas del Mercado de Algeciras y del Frontón Recoletos, ambos a escala 1:10 y realizados en micro-hormigón. En 1934 fundó el Instituto Técnico de la Construcción y Edificación. El ITEcc fue la primera organización creada en España por particulares con la ambiciosa finalidad de impulsar la *investigación, la promoción y la divulgación* de todos aquellos temas relacionados con la construcción, tanto civil como arquitectónica. El desarrollo del análisis estructural con modelos reducidos realizado por Eduardo Torroja, desde las tres instituciones que dirigió a lo largo de su vida; ICON, IETcc y Laboratorio Central, lo convirtieron en el padre de la evolución científica de este método de análisis estructural, que durante la Modernidad favoreció el impulso de nuevas formas laminares de hormigón armado.

<sup>3</sup> Uno de los colapsos que mayor repercusión tuvo fue el del Hangar de Cottbus construido por Finderwalder en 1933 con el sistema "Zeiss-Dywidag" (Z-D), que se derrumbó durante su descimiento. Se trataba de una lámina cilíndrica de cañón corrido "sin nervaduras", de 35 m de luz, 40 m de longitud, 12,30 m de diámetro y 9 cm de espesor. Tal y como posteriormente señalaron los ingenieros Hines y Billington, el colapso de la estructura laminar de la "Flight school hangar" construida en Cottbus (Alemania), demostró las graves consecuencias de incrementar las dimensiones de las "barrel vault thin Shells". Hines, E.M., Billington, D. "Anton Tedesco and the introduction of Thin Shell Concrete Roof in the United States". Journal of Structural Engineering ASCE, November 2004, p.p 7

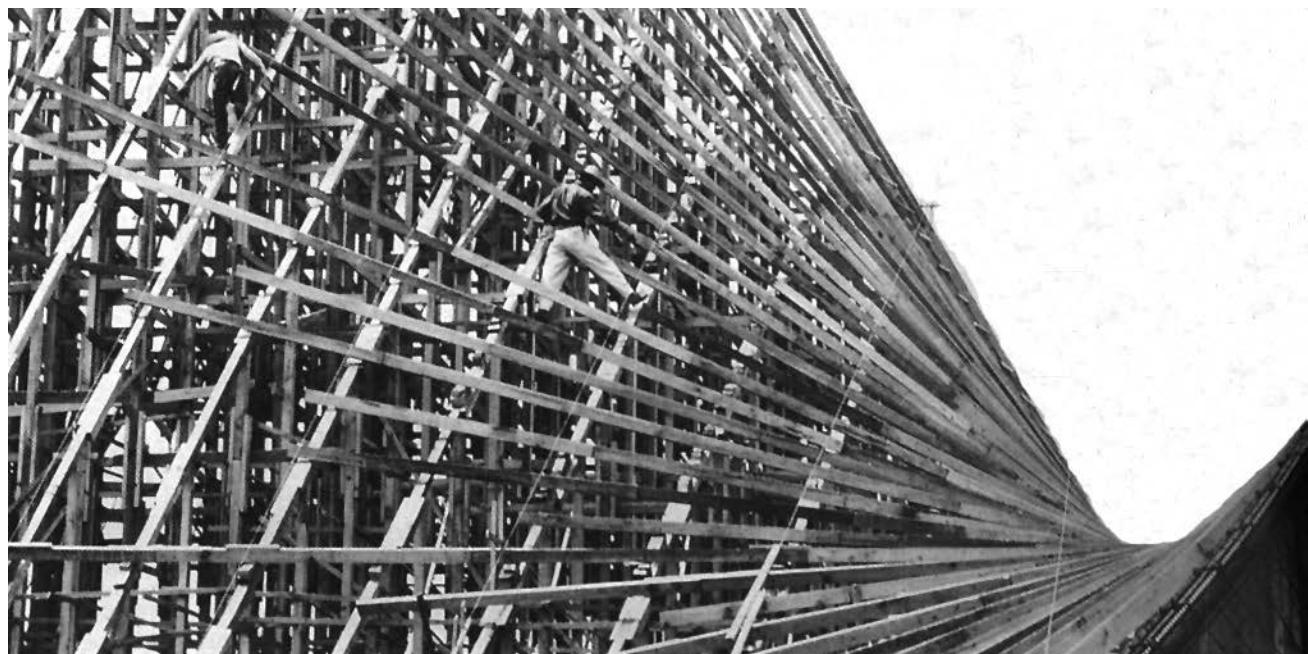


Figura 4. Encofrado de madera. Capilla en Lomas de Cuernavaca. México 1957

las Aduanas, levantándolo sobre planta cuadrada de menor tamaño ( $8 \times 8$  m), con una flecha de 60 cm, pero con un espesor de 8,3 cm, disminuyendo así en gran medida la esbeltez de la pieza. Sin embargo, los resultados fueron los mismos, produciéndose las mismas deflexiones en las esquinas. En este caso, una vez descimbrando el paraguas, Félix Candela tenía previsto realizar una prueba de carga con sacos de arenas, pero tal y como puede verse en la imagen adjunta, fueron los 25 operarios quienes decidieron subirse (Figura 3). Finalmente Félix Candela concluyó que necesitaba aumentar la flecha del paraguas para evitar la deflexión de sus esquinas, así como introducir una barra a modo de tirante en todos sus bordes. La observación del comportamiento de los modelos a escala natural le sirvió a Félix Candela para optimizar sus cascarones.

### 3. LA FORMA RESISTENTE: DISEÑO, ANÁLISIS ESTRUCTURAL Y CONSTRUCCIÓN

En cada momento de la Historia de la construcción civil y arquitectónica existen unos específicos retos que alcanzar. Por esta razón, solo el conocimiento del entorno técnico, científico, social y artístico, puede poner de manifiesto las aportaciones que en cada momento y lugar se han realizado, permitiéndonos reconocer el valor de la obra de cada uno de sus protagonistas. En el año 1950<sup>4</sup>, cuando Félix Candela aparece en la escena de lo que podríamos llamar “La Aventura Laminar de la Arquitectura Moderna” [2], el reto era la conquista de

las nuevas formas laminares que el hormigón armado y pretensado ofrecían por sus propias características adecuo-resistentes, que todavía necesitaban evolucionar y extenderse como una alternativa racional y económica. Hecho que unido al nuevo sentir de la Modernidad, demandaba la búsqueda de formas desnudas, esbeltas, y eficaces, que respondieran a esa común melodía que todas las artes y tecnologías anhelaban en aquellos momentos, y que fue resumida de manera rotunda en la frase atribuida a Mies Van Der Rohe: “Less is More”. Se trataba de encontrar la manera de proyectar, calcular y construir, de manera sencilla y racional, formas desprovistas de elementos decorativos superfluos, formas que fueran por sí mismas, en un solo gesto, estructura y envolvente espacial del habitat, disipando cualquier dicotomía, ya no entre su función y su forma, sino también, y fundamentalmente, entre su eficacia estructural y su percepción espacial.

Tal y como señaló Haas [3]: “...el éxito en el diseño de una lámina exige por parte del proyectista un examen de las tres fases por la que pasa la materialización de la lámina: el diseño, el análisis estructural y la construcción”. Tres aspectos que en aquellos momentos representaban una especial dificultad, ya que los cálculos estructurales, basados en la teoría de la Elasticidad, eran extremadamente complejos, y además no existían todavía normas específicas sobre cascarones de hormigón armado, en las que apoyarse para su diseño y construcción, ya que la experiencia todavía era escasa. El hormigón armado y pretensado estaban en plena evolución y desarrollo en la décadas de los años 50. Baste recordar que la “ah.61”, redactada por Eduardo Torroja justo antes de su muerte, fue

<sup>4</sup> En el año 1950, Félix Candela fundó en México su propia empresa constructora “Cubiertas Ala”, con sus hermanos Antonio (aparejador) y Julia, y con los hermanos arquitectos, Fernando y Raúl Fernández Rangel, quienes abandonaron la empresa en el año 1953. “Cubiertas Ala” nació con la finalidad de construir cascarones de hormigón armado, como cubierta de edificios industriales, pero dado su rápido éxito, se construyeron cubiertas laminares de hormigón para todo tipo de edificios; viviendas, iglesias, restaurantes, club nocturnos, gasolineras, ....

la base de la posterior EH-68, y que en 1949, fue cuando Eduardo Torroja fundó en España la Asociación Española de Pretensado, adscrita al Instituto Técnico de la Construcción y del Cemento, la A.E.H.P., y que la Federación Internacional de Pretensado (F.I.P.) no fue fundada por Freyssinet hasta el año 1951.

En este contexto internacional, Félix Candela, por razones obvias de optimización de su cálculo, eficacia estructural y sencillez de ejecución de encofrados, aunque construyó estructuras laminares generadas por diferentes formas geométricas (cilíndricas, conoidales, esféricas, ..) utilizó el paraboloide hiperbólico en el 90% de sus obras. Una forma geométrica, que tal y como Eduardo Torroja señaló [4], no existe en los estilos arquitectónicos históricos, respondiendo a una nueva generación espacial, que presenta la ventaja de tratarse de una superficie de doble curvatura, y por ello de mayor rigidez y estabilidad. Por otra parte, el hypar reglado es susceptible de ser construido mediante la ejecución de encofrados de tablas de madera (Figura 4) colocadas según sus generatrices rectas, hecho que no solo racionalizaba y simplificaba el proceso de su replanteo y ejecución en obra, sino que optimizaba el coste final de la lámina, ya que en México, durante las décadas de los 50 y 60<sup>5</sup>, la mano de obra de obreros y encofradores eran baratas.

Por otra parte, respecto al análisis estructural de las membranas, Félix Candela, desde su profundo y audaz conocimiento estructural, encontró una sencilla manera de realizarlo, sin tener que recurrir a los entonces farragosos, complejos y manuales métodos de cálculo basados en la teoría de la Elasticidad. Utilizando las ecuaciones de equilibrio, analizó este tipo de estructuras desde una nueva concepción plástica, publicando su famoso libro "Hacia una nueva Filosofía de las Estructuras" (1951), adelantándose, tal y como señala José Calavera [5] a los posteriores cambios recogidos en Norma Norteamericana del Hormigón ACI 318-56 "Building Code Requirements for Reinforce Concrete" (Detroit 1956), en la que aparece, por primera vez en el mundo, una Norma con un Anejo dedicado al Cálculo Plástico con Diagrama Rectangular. Es un hecho que Félix Candela, utilizando este tipo de análisis estructural, unido a la construcción de sus modelos a escala natural, se capacitó para proyectar, construir y rentabilizar, la ejecución de cascarones de hormigón armado, aprovechando las especiales y específicas circunstancias tecnológicas, sociales, económicas y climatológicas de México.

Pero una vez elegida la geometría base del hypar, por sus claras ventajas estructurales y constructivas, Félix Candela no se conformó con construir formas idénticas, sino que generó un amplio e inagotable conjunto de nuevas formas. Su gran formación unida a su capaci-

dad creadora, permitió que en las manos de Félix Candela, el paraboloide hiperbólico cobrara un especial lenguaje espacial, generando maclas geométricas muy diferentes, producto de su educada intuición geométrica. Hay que tener presente que el paraboloide hiperbólico es una superficie de segundo grado -cuadrática-, reglada, que esta generada por una recta (genetratriz) que se mueve en el espacio apoyándose en otras dos rectas (directrices), manteniéndose paralela a un plano director. Las secciones planas de un hypar son *paráolas*, cuando el plano es paralelo al eje del hypar, *hipérolas* cuando el plano es oblicuo al eje, y *rectas* cuando el corte se realiza mediante planos paralelos a los planos directores. Conociendo estas características geométricas del hypar, Félix Candela interseca, macla, gira, inclina,... diferentes fragmentos de hypar en el espacio, y el resultado son formas muy diferentes unas de otras, no siendo fácil reconocer, en una primera impronta, que es el hypar quien genera la volumetría espacial del 90% de los más de 800 cascarones que construyó durante las décadas de los años 50 y 60. Tal y como han definido Frei Otto, Ove Arup y David Billington, Félix Candela convirtió la construcción de cascarones de hormigón armado en un "Arte Estructural" (Figura 5).

Una de las maclas hypar más características utilizadas por Félix Candela fue el llamado "*paraguas*". Una estructura laminar formada por la unión espacial de cuatro tímpanos de paraboloides hiperbólicos -Hypar-, sostenidos por un solo pilar central. Uno de los precedentes de esta forma geométrica fueron los publicados por F. Aimond en 1936 [6], así como los paraguas que construyó Giorgio Baroni en Italia en la década de los años 30; el Hall de fonderie en Milán (1934), Entrepot des usines de Alfa-Romeo en Milán (1937), y el Entrepot Ferrare (1938). Pero fue Félix Candela quien, no solo optimizó la esbeltez y tamaño de esta forma laminar, sino que además integró los nervios de borde en el mismo espesor de la lámina, introduciendo un tirante metálico, generando así una *imagen* de borde libre, que contribuía a la más ligera percepción espacial de la pieza. Félix Candela fue también el único que creó una gran variedad y número de ellos de muy diferentes tamaños y usos, utilizando los paraguas hypar como cimentación, dado que este tipo de superficies están capacitadas para resistir cargas uniformemente repartidas sin que se generen flexiones (Figura 6).

En 1954 Félix Candela construyó el Almacén de Río en Lindavista. México D.F., utilizando un conjunto de *paraguas* hypar para la formación de su cubierta. A partir de este momento, el paraguas se convierte en la imagen más característica de las numerosas cubiertas que construye Candela para las fábricas y almacenes. Con audacia e ingenio, Candela utiliza variables con la misma forma genérica modular, cambiando el tamaño de los hypar, sus inclinaciones, creando desfases en la altura de coro-

<sup>5</sup> En el año 1964 el gobierno mexicano estableció la subida de los salarios mínimos de los obreros. Este hecho, unido a la aparición de nuevos materiales, repercutió de forma directa y decisiva en el inicio del declive de los cascarones de hormigón armado. En 1969 Félix Candela abandonó su empresa Cubiertas Ala, que quedó a cargo de su hermano Antonio, quien la dirigió hasta su cierre en el año 1976.



Figura 5. Félix Candela : Iglesia de la Milagrosa 1953, Iglesia de San Antonio de Huertas 1956, Capilla abierta en Cuernavaca 1957, Restaurante Los Manantiales 1958, Embotelladora Bacardí 1958 y Estación de metro Candelaria 1968

nación entre los módulos hypar para permitir el paso de la luz natural, creando diferencias de nivel de altura y coronación entre ellos, tamaños, flechas, o incluyendo de perforaciones cenitales en la superficie del hypar, como en Fábrica High Life. Coyoacan. México D.F. 1954-55. El *paraguas* y las diferentes composiciones geométricas creadas en base al paraboloide hiperbólico, formaron parte de la imagen de Cubiertas Ala, que los incorporó incluso en sus felicitaciones navideñas.

Otra de las aportaciones de Félix Candela fue el hecho de dotar a sus cascarones, no solo de una *esbeltez* sobre-

*cogedora*, sino de “*bordes libres*”. Es un hecho que anteriormente, en la década de los años 30, algunos de los ya consagrados maestros de la “Aventura Laminar”, como Eduardo Torroja o Robert Maillart, ya habían dotado a sus estructuras laminares de bordes libres, pero Félix Candela necesitaba encontrar la manera de hacerlo en sus cascarones, generados con otras diferentes geometrías y condiciones de apoyo. Fue en las bóvedas por arista en las que Candela encontró la manera de construir sus cascarones con borde libre, creando algunas de sus más famosas obras, entre otras; la Iglesia de San Antonio de Huertas, el Club Jacaranda, el Res-

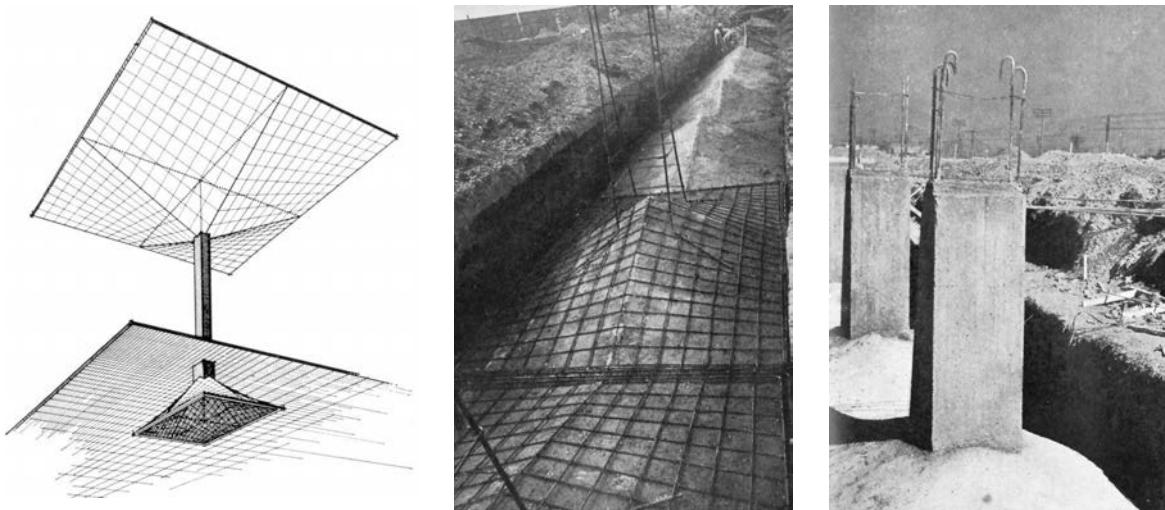


Figura 6. Geometría de paraguas. Cimentación hypar en los Almacenes de la Aduana de México. Félix Candela 1953



Figura 7. Fábrica High Life. Coyoacan. México D.F. 1954-55

taurante los Manantiales, la Embotelladora Bacardí y la Capilla abierta de Cuernavaca. Si bien es cierto, que anteriormente Candela ya había dotado a sus paraguas hypar de bordes libres. Como cada forma geométrica genera un determinado estado de estabilidad y comportamiento estructural, con unas también determinadas condiciones de apoyo, Félix Candela, en su afán de optimizar cada una de sus nuevas formas geométricas, se adentro en el análisis de cómo liberar de nervaduras de rigidez de borde a las bóvedas de crucería hypar.

Fue en 1956, en la Iglesia de San Antonio de Huertas, diseño de los arquitectos Enrique de la Mora y Fernando López Carmona, cuando dada la simetría de su planta, que estaba formada por tres cuadrados idénticos, Félix Candela se atrevió a liberar, por primera vez, a sus cascarones de bóveda por arista, de los nervios de rigidez de borde. La volumetría de la iglesia esta formada por el conjunto de tres cascarones de hormigón armado, cuya geometría responde a la de una bóveda de crucería de cuatro aristas, generada por el cruce de

paraboloides hiperbólicos con bordes en forma de parábolas, resultado del corte vertical de las superficies. (Figura 8)

Los tres cascarones de hormigón se construyen separados entre si, y se unen mediante ligeras armaduras metálicas, sobre las que apoya un arco cilíndrico de hormigón armado. Las armaduras metálicas se utilizan como soporte de lucernarios vidriados, que dejan pasar la luz natural entre los cascarones de hormigón, enfatizándose así la percepción de las líneas de sus *bordes libres*. De esta manera Félix Candela resalta la aportación más relevante de este conjunto laminar, el primero en el que construyó bordes libres de zunchos de rigidez en este tipo de geometrías hypar, con un espesor casi continuo de tan solo 4 cm.

Félix Candela explicó [7] como anteriormente había intentado eliminar las nervaduras de borde en la bóveda por arista de la Bolsa de Valores (1955), y que no pudo hacerlo al no ser simétrica su planta, ante la dificultad de igualar las fuerzas normales en las aristas. Desvelada la manera de disipar la dicotomía entre la idea y la forma, los cascarones de Félix Candela, empezaron a transmitir inquietantes sentimientos de ligereza. Había conquistado la esbeltez de la forma resistente, liberando sus bordes y dotándola de una racional belleza. A partir de este momento, Félix Candela construyó una gran variedad de cascarones de borde libre, con diferentes composiciones geométricas basadas en la macla de segmentos hypar, destacando de forma especial, aquellas generadas como bóvedas de crucería. Entre las muchas bóvedas de crucería que construyó Candela se encuentran las siguientes: Con cuatro cañones; San Antonio de Huertas en Tacaba (1956), La Embotelladora Bacardí en Cuautitlán Izcalli México(1959-60) y la

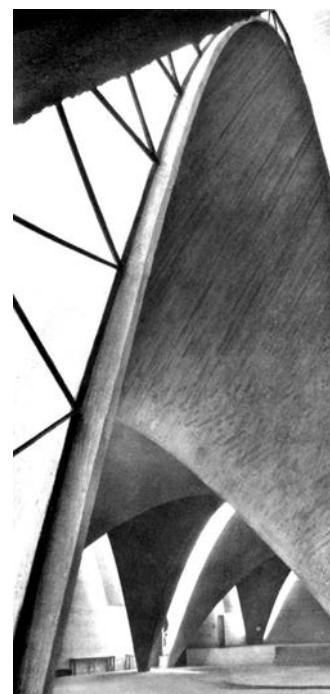
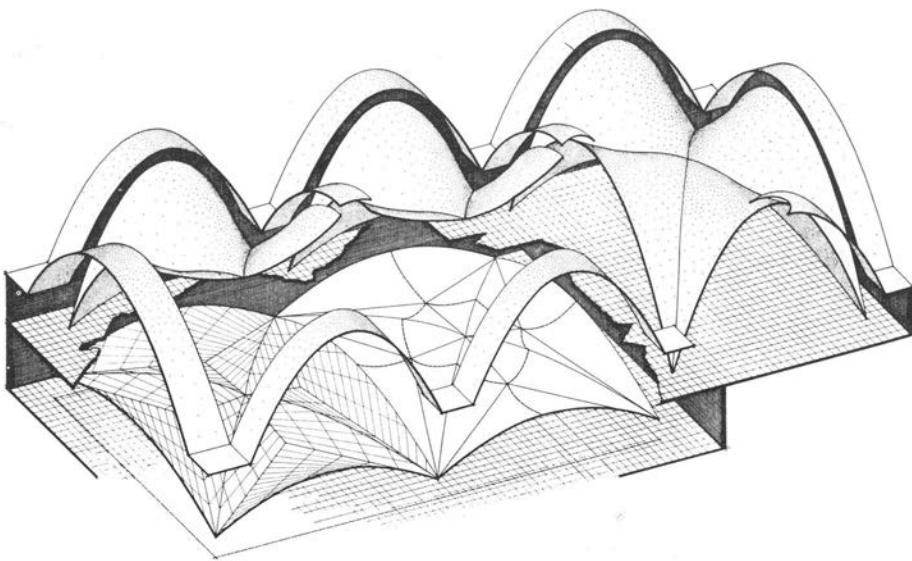


Figura 8. Iglesia de San Antonio de Huertas. México 1956

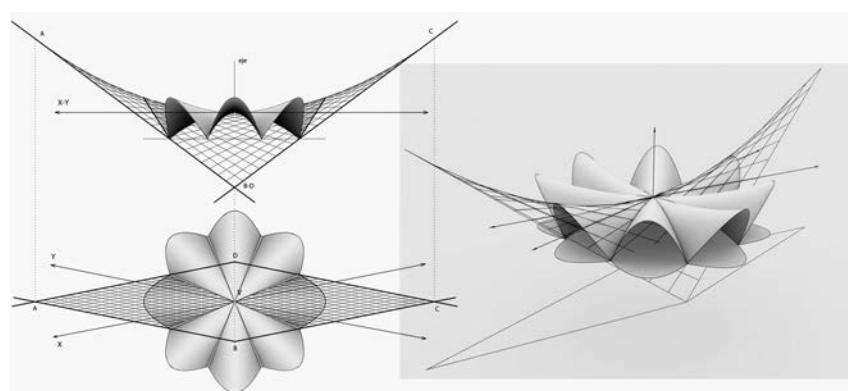
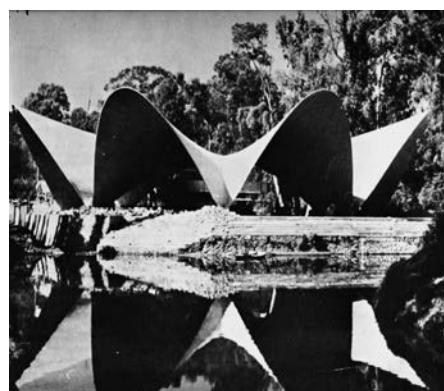


Figura 9. Restaurante Los Manantiales. Xochimilco, México 1957-1958

Oficina de Ventas en Guadalajara. Jalisco. México (1960). Con ocho cañones; El Restaurante los Manantiales en Xochimilco, México (1957-58) y la Iglesia en la Colonia La Florida, México D.F. Con cinco cañones; Hotel Casino La Selva en Cuernavaca, Morelos. México (1958) Con tres cañones; El Club Nocturno Jacaranda en Acapulco. México (1957) y una Bóveda por arista triangular en Oslo (1961). Pero sin duda, los tres cascarones más famosos de Félix Candela, son también los tres de mayor tamaño y esbeltez; el Restaurante los Manantiales de Xochimilco, México (1957-1958), la Embotelladora Bacardí en Cuautitlán Izcalli México(1959-60) y la Capilla abierta en las Lomas de Cuernavaca, Morelos México (1958-59). En los tres casos la máxima luz de vano es de aproximadamente 30 m y el espesor laminar de tan solo 4 cm.

El Restaurante de Los Manantiales en Xochimilco México (1957-58) es uno de los cascarones más famosos de Candela, siendo el más admirado, no sólo porque en él alcanzó una gran esbeltez laminar, y bordes libres, sino también por el indudable impacto de su composición espacial. Se trata de una bóveda por arista octogonal formada por la intersección de cuatro paraboloides hiperbólicos iguales, en el que las curvas de sus bordes son hipérbolas, por haber cortado la superficie mediante planos inclinados hacia el exterior. Visualmente el cascarón está dotado de un solo borde libre ondulado, pero tal y como explicó Candela, dado que para tener

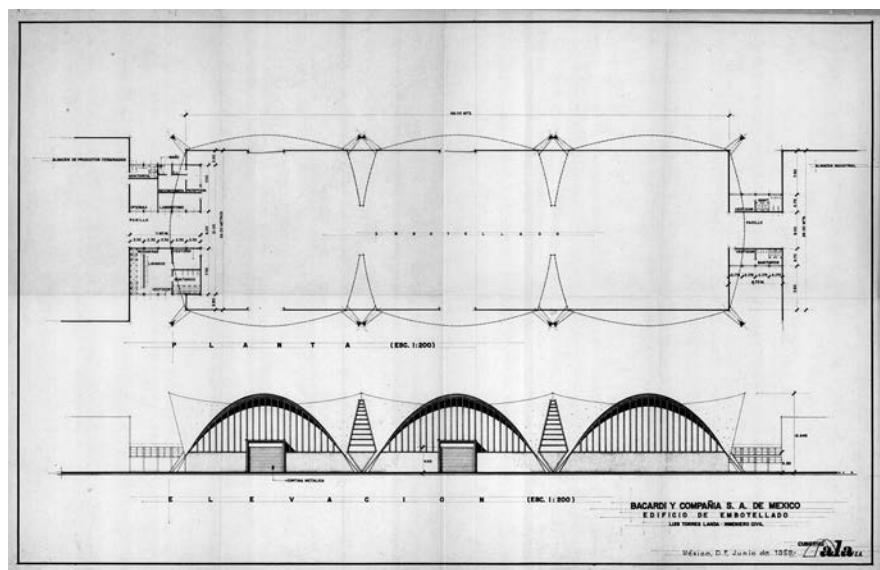
un borde libre, cada segmento hypar necesita dos aristas que transmitan los esfuerzos de borde hasta los apoyos, desde el punto de vista estructural se trata realmente de la audaz macla espacial de ocho fragmentos hypar con ocho bordes libres.

El conjunto cuenta con ocho cañones iguales, cuyos apoyos se sitúan describiendo una planta circular, cuyo vano libre es de unos 30 m, y la proyección exterior de su borde es de 42 m de diámetro. El cascarón de hormigón armado fue construido con un espesor continuo de hormigón armado de 4 cm, siendo uno de los de mayor esbeltez construidos en la Aventura Laminar de la Arquitectura Moderna. Otro de los aspectos que Candela cuida también, con especial interés y maestría, es el encuentro de la lámina de hormigón con sus apoyos. Generalmente, en lugar de integrar visualmente la superficie laminar en la masa del apoyo, vuela la lámina sobre el apoyo, de tal manera que esta conserva en su totalidad la inquietante imagen escenográfica de su esbeltez y borde libres. Según Colin Faber, esta era la estructura que Félix Candela consideraba la más significativa de su propia obra. En el diseño arquitectónico fue realizado por los arquitectos: Joaquín y Fernando Álvarez Ordóñez.

Félix Candela construyó en la Fábrica Bacardí una amplia gama de cascarones de hormigón armado dife-



Figura 10. Embotelladora Bacardí. México 1958



**Figura 11.** Plano de Planta y Alzado. Embotelladora Bacardí. Cubiertas Ala 1958  
Archivo Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid

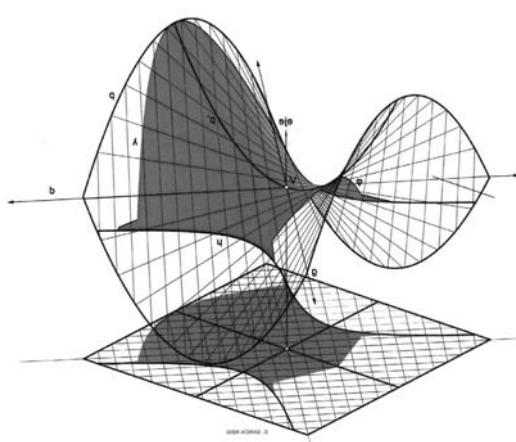
rentes, pero sin duda los de mayor atractivo e interés innovador, son las bóvedas por arista que forman el conjunto de la cubierta de la Embotelladora Bacardí (Figura 10). Estos cascarones de borde libre, se levantan sobre planta simétrica cuadrada de 30 m de lado, en cuyos vértices se sitúan los cuatro apoyos, salvando así una luz libre de vano de 30 m, siendo la mayor bóveda por arista construida por Félix Candela con su empresa Cubiertas Ala. Se trata de un conjunto inicial de tres bóvedas por arista idénticas, que posteriormente se amplió a seis. La geometría de cada cascarón, se genera mediante el cruce de dos paraboloides hiperbólicos reglados iguales, obteniéndose cuatro cañones, cuyos bordes curvos adoptan la forma de una hipérbola, como resultado del corte oblicuo de la superficie generadora. El espesor de los cascarones es continuo de 4 cm, hecho que le confiere una gran esbeltez, pero otro de los mayores atractivos del conjunto de la cubierta es la composición espacial que construye Candela, uniendo entre si los tres cascarones iniciales sobre una planta

rectangular (30 m x 90 m), dejando entre ellos un amplio espacio para la penetración de la luz natural. (Figura 11)

La Capilla abierta en Lomas de Cuernavaca, Morelos México (1958-59) es otro de sus más impactantes y grandes cascarones de hormigón armado. Esta vez se trata del de mayor altura construido por Félix Candela. Los arquitectos fueron Guillermo Rossel y Manuel Larrosa. La geometría esta generada por un solo paraboloides hiperbólico, que es cortado por varios planos, obteniéndose la forma comúnmente denominada "*silla de montar*", que Candela proyecta con una gran diferencia de altura y luz de vano libre, en cada una de sus dos bocas curvas abiertas. La planta de la Capilla esta definida por dos parábolas idénticas y opuestas, que constituyen los lados curvos empotrados en el terreno. Los otros dos extremos quedan abiertos, salvando el mayor de ellos una luz de 30 m, que originalmente fue proyectada y construida con una altura de 24 m, pero que debido a



**Figura 12.** Capilla abierta en Lomas de Cuernavaca. México 1958



que durante el descimbrado se desplomó su parte más alta, Félix Candela reconstruyó con una menor altura, que al parecer, finalmente alcanzó un total de 21,90 m.

Félix Candela, siguiendo sus propios criterios, a los que había llegando en base a las simplificaciones de cálculo que le permitía la geometría del hypar, proyecta y construye este cascarón con un solo borde libre, el de mayor luz de vano (30m) y altura (24m), incluyendo un nervio de rigidez en el borde opuesto. En este caso, dado su tamaño, el espesor de la lámina, en lugar de ser continuo de 4 cm, se regresó, alcanzando en los apoyos 52 cm. Pero además, en este caso, dada su altura, la acción del viento desde la parte posterior de la gran boca de acceso, su borde abierto está sometido a fuerzas de compresión que no podían ser soportadas por la lámina proyectada. Por esta razón, Félix Candela explica que la dotó de una costilla a compresión a lo largo del labio .

Según los análisis realizados por medio de la aplicación del Método de Elementos Finitos, por P. Draper, M. Garlock y D. Billington [8] los métodos de diseño y comprobación utilizados por Félix Candela, le sirvieron para optimizar la eficacia estructural de la forma geométrica y espesor de la lámina. Y dado que estos análisis están realizados contando con la altura de 24m, parece claro que el desplome acaecido durante el descimbrado debió ser provocado por defectos de construcción o descimbrado prematuro.

En cualquier caso, lo que queda demostrado, una vez más, es que Félix Candela se auto-capacitó para ser libre y poder construir sus propias ideas, imponiéndose *la disciplina de la eficacia*, no solo de la forma resistente en sí misma, sino también de su proceso de cálculo y construcción. El “Arte Estructural” en el que convirtió sus cascarones de hormigón armado es, en definitiva, el resultado de su ingenio, esfuerzo y educada sensibilidad creadora.

## REFERENCIAS

- [1] CASSINELLO P., TORROJA J.A. “Félix Candela: His vocational training at the university and his subsequent relationship with the Institute founded by Eduardo Torroja”. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*. 2010, vol. 51, nº1.
- [2] CASSINELLO P. *Félix Candela. Centenario / Centenary 2010. Catálogo exposición conmemorativa*. Madrid 23 de febrero al 18 abril. Centro Cultural Conde Duque, Ayuntamiento de Madrid. Coedición Universidad Politécnica de Madrid y Fundación Juanelo Turriano. Madrid: Lampreave, 2010. p. 61-109.
- [3] HAAS A.M. *Láminas de hormigón*. Traducción española de “Thin Concrete Shells”, editorial John Wiley and Sons, 1969. Madrid: Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, 1971. 419 p.
- [4] TORROJA E. *Razón y Ser de los tipos estructurales*. Madrid: Instituto Técnico de la Construcción y del Cemento, 1957. p. 331
- [5] CALAVERA RUIZ J. “La Intuición y el Cálculo en Félix Candela, y algunos recuerdos”. *Félix Candela-Centenario/Centenary 2010*. Coedición Universidad Politécnica de Madrid y Fundación Juanelo Turriano. Madrid: Lampreave, 2010.
- [6] JOEDICKE J. *Les Structures en Volles et Coques*. Paris: Vicent Fréal et cie éditeurs, 1962, p. 14
- [7] FABER C. *Las estructuras de Candela*. Traducción española de “Candela: The Shell Builder” a cargo de Miguel Echegaray. Madrid: Compañía editorial Continental, 1970.
- [8] DRAPER P., GARLOCK M., BILLINGTON D. “Finite Element Analysis of Félix Candela’s Chapel of Lomas De Cuernavaca”. *Journal of Architectural Engineering*, 2008, vol.14, nº 2, p. 47-52.

## Normas para la publicación de contribuciones en la revista HORMIGÓN Y ACERO

### 1. GENERALIDADES

*Hormigón y Acero*, revista trimestral de la Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural (ACHE), acoge para su publicación contribuciones que estén relacionadas con el campo de las estructuras de obra civil y edificación y los materiales que las conforman.

La presentación de contribuciones para publicación en la revista está abierta a todos los técnicos o científicos interesados en publicar y divulgar sus experiencias y conocimientos u opiniones sobre diferentes aspectos de las estructuras y sus materiales.

### 2. TIPOS DE CONTRIBUCIONES

Las contribuciones, según su extensión y profundidad podrán clasificarse como Artículos, Comunicaciones y Comentarios o Notas.

Los Artículos constituyen la base de la revista y podrán referirse a estudios y trabajos de investigación, proyectos y realizaciones, o aspectos relacionados con la explotación, mantenimiento, rehabilitación o demolición de las estructuras. Básicamente deberán contemplar aspectos científicos y técnicos de las estructuras, pero además podrán también referirse a aspectos estéticos, socio-económicos, o ambientales de las mismas.

Además de los Artículos, podrán presentarse asimismo otras contribuciones más breves para su publicación en la sección del Rincón de ACHE. Estas contribuciones podrán ser comentarios a artículos publicados anteriormente en la revista, recomendaciones, revisiones de normas, etc.

La Revista se imprime en blanco y negro salvo el artículo central. El artículo central es seleccionado por el Comité de Redacción de entre los artículos que se vayan a incluir en cada número. Normalmente se tratará de un artículo sobre alguna realización estructural significativa que se imprime en color y con el texto completo en español e inglés.

### 3. CONDICIONES GENERALES

Solo podrá solicitarse la publicación de Artículos que no hayan sido previamente publicados o que no estén en proceso de revisión en otros medios de difusión. Se exceptúan los resúmenes publicados sobre el tema y las tesis doctorales elaboradas por alguno de los autores.

Es responsabilidad del autor el disponer de un permiso por escrito para poder reproducir cualquier material (texto, imágenes, tablas, etc.) que haya sido publicado en otra publicación o página web, por lo que Ache no se hace responsable del copyright anterior del material recibido.

El procedimiento para solicitar la publicación de una contribución se describe detalladamente en el apartado 4. Los

originales de las contribuciones que se deseen publicar en *Hormigón y Acero* deberán redactarse cumpliendo estrictamente las normas que se especifican en el apartado 5.

Cualquier contribución que ACHE reciba y que incumpla el procedimiento de solicitud de publicación o la normativa de redacción será devuelta a su autor para su oportuna rectificación.

### 4. PRESENTACIÓN DE CONTRIBUCIONES ORIGINALES PARA SU PUBLICACIÓN EN HORMIGÓN Y ACERO

El autor o autores que deseen publicar una contribución en la Revista Hormigón y Acero deberán remitir a ACHE la siguiente documentación:

1. Escrito solicitando la publicación de la contribución enviada, lo que supone la aceptación de estas Normas de Presentación de artículos.

En el mismo escrito deberán incluirse los siguientes datos:

- Nombre completo del autor con el que se desea que se mantenga la comunicación mientras dure el proceso de publicación de la contribución.
- Dirección postal, dirección de correo electrónico, teléfono y fax de dicho autor.

2. Original completo de la contribución (incluyendo figuras y fotos) en formato .pdf o alternativamente impreso en papel, siendo necesario en este caso enviar tres copias. En este fichero las figuras y fotos se insertarán en el texto con el tamaño aproximado con el que el autor desearía que cada figura fuera publicada y en las posiciones aproximadas dentro del texto en las que desearía que quedasen finalmente insertadas, según la estructura indicada en el apartado 5.8..

3. Texto de la contribución (sin figuras) en un archivo con formato Word (.doc) (ver apartado 5 de estas normas). Las figuras quedarán referenciadas en el texto y se incluirá una lista con los textos de los pies de las mismas al final del escrito.

4. Ficheros independientes de cada una de las figuras, en alta resolución (ver 5.3), cuyos nombres permitan identificar claramente su contenido (*v.gr. Figura 3*). Se admiten los siguientes formatos de archivo de figura: post script, .jpg, .tiff, .pict, .pdf y .dxf. Además se aceptan los gráficos generados por los programas Excel, Frehand (versión 9 o posterior), CorelDraw e Ilustrador. **No se admite como archivo de figura la simple inclusión de la figura en el archivo de texto Word (.doc.), o los archivos en formato Power Point (.ppt).**

La dirección de envío de toda la documentación anteriormente indicada, necesaria para solicitar la publicación de una contribución, es la siguiente:

Para envíos postales:

Revista Hormigón y Acero

ACHE

E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos

Laboratorio de Estructuras

Av. Profesor Aranguren s/n

Ciudad Universitaria

28040 Madrid

Para envíos por correo electrónico:

secretaria\_revista@e-ache.com

## 5. CARACTERÍSTICAS Y ESTRUCTURA DE LAS CONTRIBUCIONES

### 5.1. Extensión

Los Artículos no deberán tener una extensión superior a las 8.000 palabras (10.000 en el caso de artículos que sean seleccionados como centrales; véase apartado 2 de estas normas) ni inferior a las 3.000 palabras, sin incluir tablas y figuras.

Las Comunicaciones y Comentarios tendrán un límite máximo de 3.000 palabras sin incluir tablas y figuras e incluyendo éstas no podrán equivaler finalmente a más de 6 páginas de la revista con el formato habitualmente empleado.

### 5.2. Formato del texto

El texto de las contribuciones deberá estar escrito en español con interlineado doble, márgenes de al menos 3 cm. y en hojas numeradas de tamaño UNE A4.

Las tablas no deben duplicar información o resultados incluidos en el texto de la contribución.

Si un artículo es seleccionado por el Comité de Redacción de la revista para aparecer como artículo central, se solicitará a los autores que envíen también el texto completo del mismo en inglés (incluidos los pies de las figuras y fotos).

### 5.3. Gráficos, figuras y fotos

Los gráficos, figuras y fotos deberán ir numerados correlativamente en el orden que se citen en el texto. **La numeración no distinguirá entre gráficos, figuras y fotos.**

Las figuras, gráficos y fotografías se citarán en el texto mediante la palabra *Figura* y su número correspondiente.

Dado que la mayor parte de la revista se publica en blanco y negro deberán tenerse en cuenta las siguientes recomendaciones:

- Las fotos, especialmente si el original es en color, deben tener el contraste suficiente para que cuando se impriman en blanco y negro permitan distinguir claramente su contenido e información.
- Es recomendable que no se incluyan gráficos y figuras cuya información se distinga por el color de las curvas, sugiriéndose el empleo de distintos trazos, puntos y/o tramas que permitan la distinción clara de las curvas y de la información contenida en la figura o gráfico al imprimirlo en blanco y negro.

Las figuras y gráficos se publican habitualmente en la revista con tamaños aproximados de 8, 12 o 18 cm. de anchura. Esta circunstancia debe ser tenida en cuenta al preparar las fotos y figuras que ilustren el artículo.

Las fotos deberán tener, al tamaño al que el autor pretenda que aparezcan publicadas, una resolución mínima de 300 pixels por pulgada (120 pixels por cm. aproximadamente).

En cuanto a los dibujos delineados y gráficos deben ser claros, esquemáticos (no con excesivos detalles) y deben tener el mínimo posible de información en forma de texto, números y símbolos. En todo caso ésta última deberá ser claramente legible al tamaño al que se pretende que aparezca la figura en la publicación. Debe, por tanto, evitarse incluir en las figuras información innecesaria para la adecuada comprensión de la contribución. Este aspecto afecta especialmente a los planos en los artículos sobre realizaciones estructurales, que habitualmente incluyen información excesivamente prolífica para el artículo e innecesaria para su comprensión, con el agravante de que al reducir el tamaño del plano al necesario para la publicación en la revista, el texto y números quedarían apelmazados e ilegibles. En estos casos se solicitará al autor la sustitución del plano por una figura análoga más adecuada al artículo.

### 5.4. Tablas

Las tablas deberán ir numeradas correlativamente en el orden en que se citen en el texto, en el cual deberá indicarse el lugar adecuado de su colocación. Cada tabla tendrá su título.

Las tablas se citarán en el texto mediante la palabra *Tabla* y su número correspondiente, que será independiente a la numeración de las *Figuras*.

### 5.5. Unidades

Las magnitudes se expresarán en unidades del Sistema Internacional (S.I.) según las normas UNE 82 100 y UNE 82 103.

### 5.6. Ecuaciones y expresiones matemáticas

En las ecuaciones se procurará la máxima calidad de escritura y el empleo de las formas más reducidas siempre que no entrañen riesgo de incomprensión. Para su identificación se utilizará un número entre paréntesis a la derecha de la fórmula.

Las ecuaciones se numerarán consecutivamente y se citarán en el texto mediante la palabra *Ecuación* y su número correspondiente.

Se elegirá un tipo de letra (Times New Roman u otra similar) tal que las letras griegas, subíndices y exponentes resulten perfectamente identificables.

Se diferenciarán claramente mayúsculas y minúsculas y aquellos tipos que puedan inducir a error (*v. gr.* la 1 y el uno (1); la O y el cero (0); la K y la k, etc.).

### 5.7. Citas de otros autores

Las citas en el texto deberán ir acompañadas de un número entre corchetes que permita localizar el documento citado en las referencias bibliográficas incluidas al final del artículo.

## 5.8. Estructura general de las contribuciones

En la página web de la Revista hay, a disposición de los Autores, una plantilla en Word (.doc) para la redacción de los manuscritos.

Como norma general la estructura de los artículos se ajustará al siguiente esquema:

**Título:** El título deberá presentarse en español e inglés, ser breve y explícito y reflejar claramente el contenido de la contribución. Deberá evitarse el uso de siglas y nombres comerciales.

**Autores y filiación:** Se hará constar el nombre y apellidos completos del autor o autores, su titulación profesional y el Centro o Empresa donde desarrollan sus actividades, indicando la ciudad y el país.

**Resumen:** Todo artículo deberá ir acompañado de un resumen en español e inglés, de extensión no inferior a cincuenta (50) palabras ni superior a ciento cincuenta (150) palabras.

**Palabras clave:** Se incluirán cinco (5) palabras clave, en español e inglés, que faciliten la búsqueda y clasificación del Artículo en las bases de datos.

**Texto del artículo:** Se organizará con un esquema numerado de apartados y subapartados. Normalmente contendrá una breve introducción, el cuerpo principal del artículo y unas conclusiones o comentarios finales, así como un apartado final de agradecimientos (si procede).

**Apéndices:** En artículos de carácter científico en los que haya una cierta profusión de expresiones matemáticas es recomendable la inclusión de un apéndice que resuma la notación empleada.

**Referencias Bibliográficas:** Las referencias bibliográficas citadas en el texto se recogerán al final del mismo dando todos los datos precisos sobre la fuente de publicación para su localización. En lo posible se seguirán los siguientes criterios de referencia adoptados por la normativa internacional:

a) *Referencias a artículos publicados en revistas:*

Apellidos e iniciales del autor o autores; título del Artículo; nombre de la publicación; número del volumen y fascículo; fecha de publicación; número de la primera y última de las páginas que ocupa el artículo al que se refiere la cita.

b) *Referencias de libros:*

Apellidos e iniciales del autor o autores; título del libro; edición; editorial y año de publicación.

En la estructura de contribuciones que no sean artículos sólo se requerirá obligatoriamente la existencia de título, autores y filiación de los autores.

## 6. REVISIÓN DE CONTRIBUCIONES ORIGINALES PARA PUBLICACIÓN

Todos los artículos recibidos que cumplan con los requisitos de recepción exigidos serán revisados por al menos dos evaluadores externos, de acuerdo con los criterios de calidad de las publicaciones científicas seriadas.

Como consecuencia de esa revisión, el Comité de Redacción decidirá sobre la aceptación o no de la contribución presentada para su publicación en Hormigón y Acero. En caso de aceptación esta podrá estar condicionada a que el autor realice los cambios que, a juicio del Comité, deban efectuarse para que la contribución pueda ser finalmente publicada en *Hormigón y Acero*.

## 7 . CESIÓN DE DERECHOS

Una vez que la contribución haya sido aprobada por el Comité de Redacción de la Revista, la Secretaría de ACHE remitirá a los autores un "Acuerdo de publicación" que deberá ser firmado por todos y cada uno de los autores de la contribución y devuelto a ACHE, por el cual cedan todos los derechos de publicación de dicha contribución a ACHE como editora de Hormigón y Acero.

## 8 . MAQUETACIÓN, PRUEBAS DE IMPRESIÓN Y PUBLICACIÓN

Tras la aceptación del original definitivo con los formatos adecuados para su impresión ACHE lo entregará a la imprenta para que realice la maquetación y prepare las pruebas de impresión correspondientes.

La prueba de impresión se remitirá al autor en formato .pdf para que dé su visto bueno definitivo o, en su caso, corrija los posibles errores. El autor deberá devolver esta prueba de impresión con sus correcciones en un plazo máximo de 10 días para no retrasar la publicación a un número posterior de la revista. No se admitirán correcciones que alteren sustancialmente el texto o la ordenación de la contribución original.

Finalmente, tras la corrección de los posibles errores de la prueba de impresión, la contribución se incluirá y publicará en la Revista.

## 9. SEPARATAS

En el caso de contribuciones en forma de artículos, ACHE enviará, sin coste adicional, diez separatas y el archivo .pdf del artículo publicado al autor responsable.

El autor de un artículo podrá encargar un mayor número de separatas (mínimo 50), lo cual deberá indicar al remitir la versión final de su artículo. El coste de estas separatas adicionales correrá a cargo de los autores del artículo.

En el caso de los artículos centrales, y siempre y cuando se publiquen en ese número de la revista anuncios de empresas que estén directamente relacionadas con el artículo central correspondiente (proyectista, constructora, asistencia técnica, subcontratistas o proveedores, etc.), ACHE ofrece a esas empresas anunciantes la posibilidad de encargar separatas especiales (mínimo 50) de ese artículo central, en las que figurará como portada la del número correspondiente de la revista y como contraportada el anuncio de la empresa que encargue las separatas. Este encargo de separatas especiales deberá ser abonado a ACHE por la empresa anunciante que lo solicite, conforme a las tarifas que se establezcan para cada año.

### 1. GENERAL

*Hormigón y Acero*, the official quarterly of the Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural (ACHE), welcomes papers on civil and building structures and their constituent materials.

All architects, engineers and scientists interested in disseminating their experience and knowledge or opinions on structures and the materials used to build them may submit manuscripts for publication in the journal.

### 2. TYPES OF PAPERS

Depending on their length and depth, journal contributions may be classified as articles, communications or comments/notes.

Articles, the backbone of the journal, may address research studies, designs and works, or the operation, maintenance, rehabilitation or demolition of structures. They should deal essentially with scientific and technical questions, but they may also refer to the aesthetics or socio-economic or environmental relevance of structures.

Papers that are shorter than full articles may be submitted for publication in the "ACHE Corner" section of the journal. Such papers may consist in comments on articles in previous issues of the journal, recommendations, revised versions of standards and so on.

The journal is printed in black and white, with the exception of one featured article per issue, selected by the Editorial Board. Featured articles, usually on a significant structural accomplishment, are printed in colour in both Spanish and English.

### 3. GENERAL CONDITIONS

Only papers not previously published and not under consideration for publication in other media are eligible for submission. Abstracts published on the subject and PhD theses written by one of the authors are excepted from this rule.

Authors must, under their own responsibility, secure written permission to reproduce any material (text,

pictures, tables and so on) published elsewhere. ACHE accepts no responsibility for prior copyrights to which material received may be subject.

The procedure for requesting publication of a manuscript is described in detail in Section 4 below. Manuscripts submitted for publication in *Hormigón y Acero* must be written in strict compliance with the rules set out in Section 5.

Manuscripts received by ACHE that fail to comply with the submission procedure or drafting rules will be returned to their authors for revision.

### 4. SUBMISSION OF ORIGINAL MANUSCRIPTS FOR PUBLICATION IN HORMIGÓN Y ACERO

Authors who wish to contribute to *Hormigón y Acero* must submit the following documents:

1. Text requesting publication of the manuscript submitted, which entails acceptance of these Instructions for Authors.

This text must include the following:

- Full name of the corresponding author.
  - Corresponding author's mailing address, e-mail address, telephone and fax.
2. Full manuscript (including figures and photographs) in .pdf format or on hard copy, in triplicate. Figures and photographs will be embedded in this file in the approximate size intended by the author and in the approximate position for the published version, as indicated in Item 5.8.
  3. Text of the manuscript (without figures) in a Word (.doc) file (see Section 5 for details). Figures must be cited in the text and a list including their legends must be provided at the end of the file.
  4. A separate file for each figure, in high resolution format (see 5.3) and named in a way that clearly identifies the content (e.g., Figure 3). Any of the following formats are acceptable for figures: post script, .jpg, .tiff, .pict,

.pdf and .dxf. Graphs generated by Excel, Freehand (version 9 or higher), CorelDraw or Illustrator are also admissible. **Figures embedded in the Word (.doc) file or in PowerPoint (.ppt) format will not be accepted as figure files.**

The aforementioned documents should be sent to the following address:

*For manuscripts submitted by post:*

Revista Hormigón y Acero  
ACHE  
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
Laboratorio de Estructuras  
Av. Profesor Aranguren s/n  
Ciudad Universitaria  
28040 Madrid

*For manuscripts submitted by e-mail:*

secretaria\_revista@e-ache.com

## 5. PAPER CHARACTERISTICS AND STRUCTURE

### 5.1. Length

Articles should not be longer than 8 000 (or 10 000 for featured articles: see Section 2 above) or shorter than 3 000 words, excluding tables and figures.

Communications and comments may be no longer than 3 000 words excluding tables and figures, and may not occupy over six pages in all (including illustrations) of the journal in its standard format.

### 5.2. Text format

Manuscripts must be typed in double spacing in Spanish, with 3-cm margins on numbered DIN A4 pages.

Tables should not duplicate information or findings given in the text.

If an article is chosen by the Editorial Board for publication as a featured article, the authors will also be asked to submit the full text (including figure and photograph legends) in English.

### 5.3. Graphs, figures and photographs

Graphs, figures and photographs must be consecutively numbered in the order cited in the text.

**Figure numbers will include all graphs, figures and photographs, without distinction.**

Figures and photographs will be referred to in the text with the word *Figure* followed by the respective number.

Since most of the journal is published in black and white, the following recommendations should be borne in mind:

- Particularly where original photographs are in colour, the colour contrast should be sufficient to clearly distinguish content and information when printed in black and white.

- Curves on graphs and figures should not be distinguished by colour, but rather by using different line thicknesses, dots and/or dashes to ensure that the information on the figure or graph can be clearly distinguished when printed in black and white.

The standard widths used for figures and graphs in the journal, 8, 12 and 18 cm, should be borne in mind when preparing photographs and figures.

Photo resolution, at the author's recommended size, must be 300 pixels per inch (approximately 120 pixels per cm).

Linear drawings and graphs, in turn, should be clear and schematic (not overly detailed) and text, numbers and symbols should be kept to a minimum. In any event, such information must be clearly legible at the size at which the illustrations are to be reproduced in the journal. The inclusion of information not required to understand the contribution should, therefore, be avoided.

Architect's and engineer's design drawings, in particular, are poorly suited to reproduction in the journal, for they tend to include much more information than strictly necessary, most of which, moreover, is illegible when the drawings are reduced to a size compatible with journal layout. Authors submitting such drawings will be requested to replace them with analogous figures more appropriate for publication.

### 5.4. Tables

Tables must be numbered consecutively in the order in which they are cited in the text, where their position should be indicated. Tables must be titled.

Tables will be referred to in the text with the word *Table* followed by the respective number, and numbered separately from *figures*.

### 5.5. Units

Magnitudes will be expressed in International System (SI) units, pursuant to standards ISO 31:1992 and ISO 1000: 992.

### 5.6. Equations and mathematical expressions

An attempt will be made to ensure maximum clarity and the use of expressions as concise as possible, without forfeiting comprehension. They will be identified by a number in parentheses positioned to the right of the formula.

Equations will be numbered consecutively and will be referred to in the text with the word *Equation* followed by the respective number.

Authors must choose a font type (Times New Roman or similar) in which Greek letters, subscripts and superscripts are readily identifiable.

Upper (capital) and lower (small) case letters and any other characters that may be misinterpreted must be clearly differentiated (e.g., the letter "I" and the number one (1); the letter "O" and the number zero (0); capital "K" and small "k" and so on).

## 5.7. Citations

Citations in the text must be followed by a number between brackets to identify the paper cited in the references listed at the end of the article.

## 5.8. General structure

A Word (.doc) template is available on the journal's website, which authors may download to prepare their manuscripts.

As a general rule, articles will be organized as follows:

**Title:** The title should be concise and explicit, clearly reflect the content of the paper and be provided in Spanish and English. The use of abbreviations and trade names should be avoided.

**Authors and affiliation:** The full name and surname of all authors will be given, along with their academic degree and the name of the centre or company where they conduct their activity, including the city and country.

**Abstract:** Bilingual (Spanish and English) 50- to 150-word abstracts are required for all papers.

**Keywords:** Five keywords will be provided in Spanish and English to facilitate article searches and classification in databases.

**Text:** The text will be structured into numbered sections and sub-sections or items. It should normally contain a brief introduction, the body of the article and conclusions or final comments, as well as acknowledgements, as appropriate.

**Appendices:** In scientific articles containing a substantial number of mathematical expressions, an appendix summarizing the notation used is recommended.

**References:** The references cited in the text will be listed at the end of the paper, furnishing all the information needed to locate the source. Wherever possible, the following international criteria should be followed:

a) *Journal articles:*

Authors' surnames and initials; title of the article; journal name; volume and issue number; date of publication; first and last pages.

b) *Books:*

Authors' surnames and initials; title; edition; publisher; year of publication.

Only the title, authors and authors' affiliation will be required for papers other than articles.

## 6. REVIEW OF ORIGINAL MANUSCRIPTS FOR PUBLICATION

All articles meeting the above requirements will be reviewed by at least two independent referees, in keeping with the quality criteria governing scientific periodicals.

Manuscripts submitted for publication in *Hormigón y Acero* will be accepted or rejected by the Editorial Board on the grounds of the referees' evaluation. Acceptance may, in any event, be subject to the introduction of any changes that the Board deems necessary for the manuscript to be publishable in *Hormigón y Acero*.

## 7. ASSIGNMENT OF RIGHTS

After a paper is approved by the journal's Editorial Board, the ACHE Secretariat will send the authors a "Publication Agreement" whereby they assign the copyright to the Association as publisher of *Hormigón y Acero*. This agreement must be signed by each and every one of the authors and returned to ACHE.

## 8. LAYOUT, PROOFS AND PUBLICATION

After acceptance of the final version of the manuscript and its format, ACHE will send it to the printer's for layout and preparation of the respective proofs.

Proofs will be sent to authors as a .pdf file for final approval or corrections, as appropriate.

Authors must return the proofs with their corrections in no more than 10 days; otherwise publication will be postponed to a subsequent issue of the journal. Corrections that entail a material alteration of the text or its structure will not be admitted.

After the possible errors in the proofs are corrected, the paper will be published in the journal.

## 9. REPRINTS

ACHE will send ten reprints of articles and the respective .pdf file to the corresponding authors, at no extra cost.

Article authors may order a larger number of reprints (not under 50) when returning the final version of their papers. They will be billed for the cost of these additional reprints.

When companies directly related to a featured article (design engineers, builders, technical consultants, subcontractors, suppliers and the like) publish advertisements in the issue of the journal in which it appears, they may order special reprints (minimum order, 50) of the featured article. In this case, the front cover will be the cover of the respective issue of the journal and the back cover will carry the advertisement published by the company ordering the reprints. The cost of these special reprints will be established yearly by the journal.

# Boletín de inscripción en

La Asociación Científico-técnica del Hormigón Estructural, ACHE, fusión de la Asociación Técnica Española del Pretensado, ATEP, y del Grupo Español del Hormigón, GEHO, de carácter no lucrativo, tiene como fines fomentar los progresos de todo orden referentes al hormigón estructural y canalizar la participación española en asociaciones análogas de carácter internacional.

Entre sus actividades figura el impulsar el campo de las estructuras de hormigón en todos sus aspectos (científico, técnico económico, estético, etc.) mediante actividades de investigación, docencia, formación continua, prenormalización, ejercicio profesional y divulgación; el proponer, coordinar y realizar trabajos de investigación científica y desarrollo tecnológico relacionados con los diversos aspectos del hormigón estructural y del hormigón en general, así como desarrollar todo tipo de actividades tendentes al progreso de las estructuras de hormigón.

La concreción de estas actividades se plasma en las publicaciones de sus Comisiones Técnicas y Grupos de Trabajo, en la organización de diversos eventos como conferencias, jornadas técnicas y un Congreso trianual, en la publicación de monografías no periódicas sobre hormigón estructural así como la edición de la revista Hormigón y Acero, de carácter trimestral. Los Estatutos de ACHE contemplan los siguientes tipos de miembro:

- 1. Miembro Patrocinador.** Es la máxima categoría establecida para personas jurídicas. Tiene derecho a nombrar tres representantes, cada uno de los cuales tendrá los mismos derechos que el miembro personal excepto el de voto. La relación de miembros patrocinadores aparece en todas las publicaciones que edita ACHE. El voto del miembro patrocinador se computa con peso 5. Además tiene derecho a recibir gratuitamente un juego más de las monografías y de la revista.
- 2. Miembro Protector.** Es la categoría intermedia para personas jurídicas. Tiene derecho a nombrar dos representantes, cada uno de los cuales tendrá los mismos derechos que el miembro personal excepto el de voto. La relación de miembros protectores aparece en las publicaciones de ACHE que decida el Consejo. El voto del miembro protector se computa con peso 3. Además tiene derecho a recibir gratuitamente un juego más de las monografías y de la revista.
- 3. Miembro colectivo.** Es la menor categoría para personas jurídicas. Tiene derecho a nombrar dos representantes, cada uno de los cuales tendrá los mismos derechos que el miembro personal excepto el de voto. El voto del miembro colectivo se computa con peso 2. Además tiene derecho a recibir gratuitamente un juego más de las monografías y de la revista.
- 4. Miembro personal.** Es la categoría que corresponde a las personas físicas mayores de 30 años. Tiene derecho a recibir gratuitamente la revista y aquellas publicaciones no periódicas que decida el Consejo. El voto del miembro personal se computa con peso 1.
- 5. Miembro Menor de 30 años.** Es la categoría que corresponde a las personas físicas menores de 30 años. Tiene derecho a recibir gratuitamente la revista y aquellas publicaciones no periódicas que decida el Consejo. El voto del miembro menor de 30 años se computa con peso 1.
- 6. Miembro Estudiante.** Es la categoría que corresponde a los estudiantes de 1º y 2º ciclo universitario y que además tengan una edad igual o menor de 30 años. Tiene los mismos derechos que el miembro personal, incluido el de voto.

Señores:

La persona física o jurídica cuyos datos se relacionan seguidamente:

Nombre y apellidos: .....

Razón social: ..... NIF/CIF: .....

Dirección: ..... C.P.: ..... Localidad: .....

Provincia: ..... País/Estado: ..... Teléfono: ..... Fax: .....

E-mail: ..... Fecha de solicitud: ..... / ..... / .....

Nombre de la persona de contacto (sólo para personas jurídicas): .....

desea hacerse miembro de ACHE en la modalidad de:  Solicita más información sobre la modalidad de Miembro:

- Estudiante (1º y 2º ciclo y menores de 30 años) ..... (20 €).  
 Menor de 30 años ..... (41 €).  
 Personal ..... (85 €).  
 Colectivo ..... (210 €).  
 Protector ..... (365 €).  
 Patrocinador ..... (730 €).

I.V.A. incluido

Autorizando a cargar el importe de la cuota anual correspondiente en la entidad bancaria indicada a continuación

**Titular de la cuenta:** .....

Entidad: 

--	--	--

 Oficina 

--	--	--

 DC 

--	--

 Núm. 

--	--	--	--	--	--	--	--

Firma

(sello de la entidad para personas jurídicas)



### SUSCRIPCIÓN\* Y PEDIDOS

#### DATOS DEL PETICIONARIO:

Nombre y apellidos: .....

Razón social: ..... NIF/CIE: .....

Dirección: ..... C.P.: ..... Localidad: .....

Provincia: ..... País/Estado: ..... Teléfono: ..... Fax: .....

E-mail: ..... Fecha de solicitud: ..... / ..... / .....

Nombre de la persona de contacto (sólo para personas jurídicas): .....

#### • SUSCRIPCIÓN ANUAL AÑO 2010 (4 NÚMEROS):

- España ..... 73 €  
- Resto de países ..... 97 €

#### • PRECIOS NÚMEROS SUELTOS:

- España ..... 25 €  
- Europa ..... 33 €  
- Resto de países ..... 39 €

A estos precios se les añadirá el IVA correspondiente. Solamente para España y países de la UE

#### PEDIDOS

Secretaría ACHE. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Laboratorio de Estructuras.  
Avd. Profesor Aranguren, s/n - Ciudad Universitaria - 28040 Madrid - Tel: 91 336 66 98 - Fax: 91 336 67 02 - info@e-ache.net

#### FORMA DE PAGO:

- Cheque nominal a nombre de ACHE
- Transferencia bancaria a: Banco Español de Crédito, c.c. 0030-1125-19-0001560271

\* La figura del suscriptor está principalmente dirigida a Bibliotecas, Universidades y otras Instituciones que, deseando recibir la revista Hormigón y Acero, sin embargo no se ajustan a las distintas categorías de miembros de ACHE.





# SOSTENIBILIDAD DURABILIDAD RESISTENCIA

El hormigón es respetuoso con  
el **Medio Ambiente** por su capacidad de:

- Ser **reciclado**
- Combinarse con otros productos
- Contención de materiales peligrosos

construcción sostenible  
El hormigón es el material  
estructural más adecuado para una  
**construcción sostenible**



## DELEGACIONES IECA

SEDE CENTRAL  
José Abascal 53, 2º  
28003 Madrid  
[www.ieca.es](http://www.ieca.es)

Delegación de Canarias  
D. Joaquín Romero Postigullo  
Antonio María Manrique, 3 - 5º oficina 5  
35011 Las Palmas de Gran Canaria  
Tel.: 928.46.28.00 - Fax: 928.46.14.03  
E-mail: [iecanarias@ieca.es](mailto:iecanarias@ieca.es)

Documento descargado de [www.e-ache.com](http://www.e-ache.com) el 18/01/2026

Delegación Noreste  
D. Sergio Carrascón Ortiz  
Caspe, 123 - entresuelo  
08013 Barcelona  
Tel.: 93.539.09.01 - Fax: 93.539.09.02  
E-mail: [scarrascon@ieca.es](mailto:scarrascon@ieca.es)

Delegación Centro  
D. José Quereda Lavín  
José Abascal 57, 4º  
28003 Madrid  
Tel.: 914.01.41.12 - Fax: 914.01.05.86  
E-mail: [iecacentro@ieca.es](mailto:iecacentro@ieca.es)

Delegación de Levante  
D. Rafael Rueda Arriete  
Plaza del Ayuntamiento 2, Pta. 17  
46002 Valencia  
Tel.: 96.381.90.33 - Fax: 96.381.90.34  
E-mail: [iecadellevante@ono.com](mailto:iecadellevante@ono.com)

Delegación Noroeste  
D. Jesús Díaz Minguela  
Plaza de San Marcos, 6 - 3ºE  
24001 León  
Tel.: 987.23.48.33 - Fax: 987.23.65.79  
E-mail: [iecanoroeste@infonegocio.com](mailto:iecanoroeste@infonegocio.com)

Delegación Norte  
D. Iñaki Zubala Zuazo  
Tellefex 36, 3º Centro (B)  
48993 Algorta, Vizcaya  
Tel.: 944.91.53.61 - Fax: 944.91.43.98  
E-mail: [iecanorte@sarenet.es](mailto:iecanorte@sarenet.es)

Delegación Sur  
D. Manuel Vera Serrano  
Virgen de Regla, 1 Esc. B, 1º 3  
41011 Sevilla  
Tel.: 954.27.40.43 - Fax: 954.27.26.43  
E-mail: [delegacionsur@ieca.es](mailto:delegacionsur@ieca.es)



# SUMARIO

C O N T E N T O S

## REALIZACIONES Y PROYECTOS

- 5 | Proyecto y construcción del cierre del ábside de la Sagrada Familia  
*Design and construction of the apse on the "Sagrada Familia"*  
Carles Buxadé, Josep Gómez-Serrano, Ramon Espel, Rosa Grima, Àgata Buxadé, Ramon Ferrando and Antonio Aguado
- 41 | Viaducto sobre el Río Ebro en el Cuarto Cinturón de Zaragoza  
*Viaduct over the River Ebro on Zaragoza's Fourth Ring Road*  
José Antonio Llombart, Jordi Revoltós and Juliana Fernández

## INVESTIGACIÓN Y ESTUDIOS

- 61 | La deformabilidad de las estructuras de hormigón en la edificación: su evolución  
*Deformability in concrete building structures: past and present*  
Diego Martín Gil and Enrique González Valle
- 71 | Ensayos aeroelásticos de puentes en túneles aerodinámicos  
*Wind-tunnel aeroelastic tests of bridges*  
José Meseguer Ruiz, Antonio Barrero Gil and Gustavo Alonso
- 83 | Análisis comparativo de los modelos constitutivos del hormigón reforzado con fibras  
*Comparative analysis of constitutive models of fibre reinforced concrete*  
Ana Blanco Álvarez, Pablo Pujadas Álvarez, Albert de la Fuente Antequera and Antonio Aguado de Cea

## SUMMARIES

- 102 | *Design and construction of the apse on the "Sagrada Familia"*  
Carles Buxadé, Josep Gómez-Serrano, Ramon Espel, Rosa Grima, Àgata Buxadé, Ramon Ferrando and Antonio Aguado
- 103 | *Viaduct over the River Ebro on Zaragoza's Fourth Ring Road*  
José Antonio Llombart, Jordi Revoltós and Juliana Fernández
- 104 | *Deformability in concrete building structures: past and present*  
Diego Martín Gil and Enrique González Valle
- 105 | *Wind-tunnel aeroelastic tests of bridges*  
José Meseguer Ruiz, Antonio Barrero Gil and Gustavo Alonso
- 106 | *Comparative analysis of constitutive models of fibre reinforced concrete*  
Ana Blanco Álvarez, Pablo Pujadas Álvarez, Albert de la Fuente Antequera and Antonio Aguado de Cea

## RINCÓN DE ACHE

- 107 | Félix Candela. La conquista de la esbeltez  
*Félix Candela. The Achievement of Slenderness*  
Pepa Cassinello