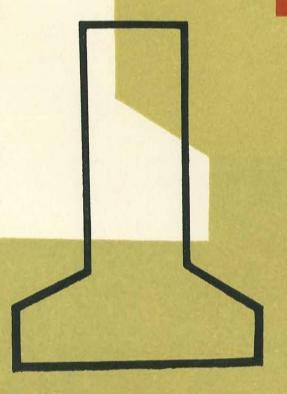
ULTIMAS NOTICIAS SOBRE

hormigón pretensado



BOLETIN NUM. 27 DE LA ASOCIACION ESPAÑOLA DEL HORMIGON PRETENSADO DEL INSTITUTO TECNICO DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO

a

CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS

Patronato "Juan de la Cierva" de Investigación Técnica

ULTIMAS NOTICIAS

Técnicas on Estructuras

Hormigén Pretensado

Bolotín do circulación limitada

Nº 27

Julio-Agosto 1955

- INSTITUTO TECNICO DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO -

INDICE

457-0-16	Método para calcular las cubiertas lami- nares de hormigón con vigas de borde pre tensadas V.M. Silvera	
457-2-8	El cálculo a rotura de piezas sometidas a osfuerzo normal, momento flector y es fuerzo cortante. V. Franciosi y E. Gian greco	6
457-8-11	try of Works	33
591-2-14	Puento sifón-carretero, de hormigón pre	40

Nota: El Instituto, una de cuyas finalidades es es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y edificación, no se hace responsable del contenido de ningún artículo, y el hecho de que patrocine su difusión, no implica, en modo alguno, con formidad con la tesis expuesta.

xión de las vigas del contorno, pudiendo así considerarlas como mem branas, sin apreciables tensiones de flexión.

En el artículo que a continuación se reproduce, se trata de estudiar el efecto producido, sobre las estructuras laminares de pequeño espesor, por el esfuerzo de pretensado introducido por medio de cables convenientemente dispuestos. Se hace también referencia a las estructuras laminares polígonales, y se hace notar que el traza do curvo de los cables, al originar cargas verticales dirigidas hacia arriba, puede dar lugar a importantes economías en determinados tipos de estructuras tales como grandes vigas continuas y placas rectangulares de gran luz.

Según se ha podido comprobar mediante las numerosas experiencias realizadas sobre una gran variedad de tipos de estructura, los elementos de hormigón pretensado convenientemente proyectados — son capaces de resistir, sin agrietarse, las tensiones de tracción originadas, tanto por su peso propio y las cargas permanentes como por las sobrecargas accidentales. Otra de las características del hormigón pretensado es la de poder calcular su armadura, de forma que las flechas que se produzcan, bajo las cargas de servicio, en la estructura, queden limitadas a una magnitud previamente determinada; pudiendo conseguirse, por ejemplo, que, bajo la acción combinada del esfuerzo de pretensado y de la carga permanente, sea nula la flecha. Esta última propiedad es, precisamente, la que justifica el empleo del pretensado en la construcción de estructuras de cubiertas laminares delgadas.

Supóngase, primeramente (Fig. 1), una viga de hormigón, so metida exclusivamente a su propio peso, descansando sobre el encofra do mientras endurece la mezcla, y por debajo de la cual se ha dis-

puesto, para aguantar el peso de la pieza una vez terminada, un tirante curvo de acero con montantes verticales intermedios. Al retirar el encofrado, la carga de la viga se transmitirá al tirante de acero, que se deformará dando lugar a que aparezca una determinada flecha en la viga. Pero si, por medio de gatos dispuestos en los ex tremos del tirante, se introduce en éste un esfuerzo de tracción, di cho esfuerzo, al descomponerse, producirá unas cargas verticales di rigidas hacia arriba, que se transmitirán a la viga a través de los montantes e impedirán que la pieza adquiera flecha alguna. Se com prende, fácilmente, que si se eleva demasiado la tensión del tirante, puede llegar a producirse una contraflecha, por lo que resulta necesario limitar adecuadamente la magnitud del esfuerzo de pretersado. De esta mamera, las únicas tensiones que actuarán sobre la vi ga serán las creadas por la compresión que se produce a lo largo del eje neutro A-A. Es decir, que la viga actúa como tornapunta del tirante curvo. Un efecto equivalente puede conseguirse sustituyendo el tirante colocado por debajo de la pieza, por un cable pretensado in troducido en un conducto adecuadamente dispuesto en el interior de la viga (Fig. 2). En el caso de que los anclajes extremos no coincidan con el eje neutro de la sección de la viga, el empujo excéntrico pue de producir flechas, pero, en ningún caso, se originarán tensiones cortantes.

Sea, ahora, la estructura de una cubierta laminar delgada, del tipo indicado en la Fig. 3, constituída por una serie de superficies cilíndricas, con vigas verticales de rigidez en los bordes y cerradas por los extremos mediante tímpanos, también verticales, apo yados sobre columnas. Si la luz de las vigas de borde es pequeña en comparación con la distancia entre ellas, la cubierta puede ser cal

culada de acuerdo con la teoría de membranas. Todas las fuerzas que actúan sobre un elemento cualquiera de la cubierta darán lugar, úni camente, a tensiones normales y transversales contenidas siempre en un plano tangencial a la membrana y sin que la flexión de la cubier ta alcance nunca una magnitud apreciable. La teoría de membranas es exactamente aplicable cuando las cubiertas laminares delgadas son de contorno cerrado, según se ha podido comprobar en numerosos casos de torres de refrigeración, de considerable altura y diámetro y pequeno espesor. En la mayor parte de los países europeos, las estructuras para cubiertas laminares delgadas de contorno cerrado (Fig. 4) se calculan como membranas. Sin embargo, no puede, en general, se guirse este método cuando se trata de estructuras de tipo análogo al indicado en la Fig. 3. que son las más corrientes. Si la luz de las vigas de borde es sensiblemente mayor que la del arco de la sección de la cubierta, no es posible despreciar las tensiones normales y transversales que se originan en los bordes y que quedan sin equili brar al interrumpirse bruscamente la membrana. Un cálculo exacto de las tensiones en dichos bordes pone de manifiesto la existencia de tensiones cortantes crecientes y de tensiones de flexión, que hacen necesario aumentar el espesor de la membrana o proveerla de nervios de rigidez.

Evidentemente, una cubierta laminar delgada es más apropia da para actuar como membrana que para resistir las tensiones de fle xión a que dan lugar las perturbaciones originadas en los bordes. La cubierta representada en la Fig. 3 trabajará como membrana únicamen te si se disponen apoyos rígidos a lo largo de todos sus bordes. Los timpanos de los extremos pueden considerarse como apoyos rígidos, to niendo en cuenta su gran canto y pequeña luz, pero el conseguir, por

los métodos ordinarios, la suficiente rigidez de las vigas longitudinales de borde, conduciría a dimensiones imposibles de alcanzar en la práctica. En vigas de borde corrientes, con una relación canto/lum de 1/15 a 1/20, las flechas son considerables y dan lugar a perturbaciones en los bordes y flexiones en la membrana.

Por el contrario, se ha demostrado, que las vigas de hormigón pretensado, con una relación canto/luz pequeña, pueden proyectarse de tal modo que no se originen flechas en ellas bajo unas determinadas condiciones de carga. Tal característica resulta de inestimable valor para las estructuras de cubiertas laminares delga das, en las cuales la mayor parte de la carga de cálculo actúa constantemente por ser su peso propio. Una cubierta laminar delgada, provista de las adecuadas vigas de borde de hormigón pretensado, puede, por consiguiente, considerarse como membrana mientras actúe solamente el peso propio, quedando así limitadas, en tiempo y valor, las perturbaciones de borde a las originadas por la, relativamente, poca duración y pequeña magnitud de las sobrecargas.

Aplicación a las cubilertas cilindricas

En las estructuras laminares cilíndricas destinadas a cubrir varias naves sucesivas (Fig. 5), proyectadas de tal forma que, bajo su peso propio, actúan como membranas, se producen, en las lima-hoyas, unos esfuerzos verticales dirigidos hacia abajo y en las cumbreras, esfuerzos inclinados dirigidos también hacia abajo. Para absorber las cargas verticales se disponen en las lima-hoyas vigas de hormigón pretensado. Al poner en tensión los cables, el peso propio, que hasta entonces actuaba sobre el encofrado, se transmite a

la propia viga sin que esta flecte, y el trazado curvo de la armadu ra proporciona a la estructura un apoyo tan eficaz como el constitui do por muros verticales. Análogamente, en las cumbreras se colocan, o bien vigas inclinadas de hormigón pretensado, o bien dos vigas ca paces de absorber las dos componentes del esfuerzo producido en dichas zonas. En la parte superior de las vigas se colocan también ar maduras pretensadas rectas, destinadas a resistir los esfuerzos cor tantes que siempre se originan en los bordes. Como quiera que el con junto de la estructura (vigas y cubierta) ha de actuar como tornapun ta de la armadura curva de las vigas de borde, es necesario disponer rigidizadores en los timpanos con el fin de distribuir uniformemente las tensiones de compresión. No es preciso adoptar precaución al guna para absorber el esfuerzo de compresión que actúa a lo largo de la fibra neutra de la sección del tornapunta. Cualquier compresión excéntrica produciria la misma flecha vertical en todos los puntos de la viga y de la cubierta, en cualquier sección de la estructura y, por consiguiente, tales flechas no originarian perturbaciones en los bordes.

Estado de membrana en las cubiertas laminares cilíndricas de directriz circular

Sea R el radio de la directriz circular de la cubierta (Figura 5) y l la luz de las vigas de borde. Cualquier punto de la cubierta quedará perfectamente definido por su distancia x al punto medio de la luz l y por el ángulo β medido a partir de la clave del arco. Si p es la carga permanente uniformemente distribuída, por unidad de superficie medida a lo largo de la curva, la cubierta, en su comportamiento como membrana, estará sometida a las siguientes tensiones:

Compresión transversal a lo largo de la curva: m = p.R. cos β Tensión cortante transversal y longitudinal: s = 2 p.x. sen β Compresión longitudinal: n = 2 p. cos $\beta \cdot \frac{1}{R} (\frac{1^2}{8} - \frac{x^2}{2})$

Estas tensiones se miden por unidad de longitud, y en los bordes toman los valores siguientes:

$$m_{\theta} = p.R. \cos \beta_0$$

que permanece constante todo a lo largo de la distancia comprendida entre timpanos;

$$s_{\theta} = 2 p.x. sen \beta_{0}$$

que varía del mismo modo que las tensiones cortantes en una viga de sección constante, simplemente apoyada y sometida a una carga unifor memente distribuída; y

$$n_{\theta} = \frac{2 p. \cos \beta_0}{R} (\frac{1^2}{8} - \frac{x^2}{2}),$$

que varía como las tensiones de flexión en una viga simplemente apo yada, de sección constante, bajo una carga uniformemente distribuída.

Elástica longitudinal de la cubierta laminar

La compresión longitudinal en el centro de la luz, medida por unidad de superficie, es igual a $\frac{2 \text{ p.l}^2}{8 \text{ R.t}}$ en la clave y a $\frac{2 \text{ p.l}^2 \cos \beta_0}{8 \text{ R.t}}$ en los bordes, siendo \underline{t} el espesor de la cubierta.

La elástica de la cubierta, que tiene la misma forma que la de una viga uniformemente cargada, de sección constante, tendrá un máximo en el centro del tramo, siendo su valor aproximado:

$$\delta = \frac{5}{48} \frac{2 p 1^2}{8 R \cdot t} (1 - \cos \beta_0) \frac{1^2}{h \cdot E}$$

En esta expresión se desprecian las deformaciones producidas por esfuerzo cortante. Como h=R $(1-\cos\beta_o)$, la fórmula anterior queda reducida a:

$$\delta = \frac{5}{48} \cdot \frac{2 \text{ p.1}^4}{8 \text{ R}^2 \cdot \text{t}} \cdot \frac{1}{\text{E}}$$

Reacciones en las vigas situadas en las lima-hoyas

Cada una de las vigas situadas en las lima-hoyas recibe, de las cubiertas adyacentes, dos empujes de igual magnitud, uniformemente distribuídos a lo largo de la luz 1, que dan lugar a una resultante vertical de valor: 2 p.R. $\cos \beta_0$. Sen β_0 . Esta solicitación, combinada con el peso propio de la viga, origina una carga total, por unidad de longitud, igual a W.

La cabeza superior de la viga se encuentra también sometida a tensiones cortantes (Fig. 6) que actúan desde el centro hacia los apoyos, siendo nulas en el centro del tramo y aumentando lineal mente hasta alcanzar el valor 2 p. sen β .1, por unidad de longitud, sobre los apoyos. Estas tensiones cortantes crean una tracción, en la cabeza superior de la viga, cuyo valor máximo: $F_0 = p$. sen $\frac{12}{2}$ corresponde a la sección situada en el punto medio de la luz. Dicha tracción disminuye, a medida que la sección se aproxima a los apoyos, de acuerdo con la ley parabólica:

$$F_x = F_0 \left(1 - \frac{4x^2}{12}\right)$$
 (Fig. 6)

Armadura de pretensado para las vigas situadas en las lima-hoyas

La armadura de pretensado en las vigas situadas en las li ma-hoyas, se dispone según un trazado curvo calculado de tal manera que origine un esfuerzo final vertical W' dirigido de abajo a arriba, uniformemente distribuído y de valor igual a W. En la cabeza su perior de la viga se coloca otra armadura de pretensado, capaz de ori ginar una compresión $F'_x = F'_0 (1 - \frac{4x^2}{12})$ igual, en valor absoluto, a Fr. Esta armadura está constituída por una serie de cables horizon tales, interrumpidos en los puntos convenientes para que el esfuerzo total originado se ajuste, lo más aproximadamente posible, al dia grama variable de tensiones a que se refiere la Fig. 6. Cuando el hor migón ha endurecido, la tensión del cable se va aumentando gradualmente hasta su valor final, al mismo tiempo que las cargas permanen tes se van transmitiendo a la viga de tal forma que, en todo momento, la suma algébrica de los esfuerzos verticales y cortantes que ac túan sobre la viga, es igual a cero. Finalmente, se dispone un ter cer sistema de cables, por encima de la fibra neutra de la pieza, pa ra crear una compresión en la cabeza superior de la viga, igual a la compresión longitudinal $n_e = \frac{2 p \cdot \cos \beta_0}{R \cdot t} \left(\frac{1^2}{8} - \frac{x^2}{2}\right)$ en el borde de la cubierta laminar, y una flecha así mismo igual a δ.

Como resultado de estos tres sistemas de cables, las flechas en la viga y en la cubierta son iguales en cualquier punto del tramo; lo mismo ocurre con las compresiones en la viga y la cubierta en ambos bordes. De esta manera, se cumplen exactamente las condiciones necesarias para poder considerar la cubierta como membrana. Como ya se ha indicado anteriormente, tanto las vigas como la cubierta deben también actuar como elemento comprimido por la
armadura curva; esta acción, sin embargo, no perturba el equilibrio
de tensiones internas en el borde, ya que da lugar a compresiones y
flechas que son iguales a ambos lados de dicho borde.

Los tres sistemas de cables anteriormente mencionadas pue den reducirse a dos, a saber:

- 1 Una armadura curva que produzca, por unidad de longitud, una carga uniformemente distribuída igual a W'.
- 2 -- Una armadura horizontal, en la parte superior de la viga, que origine, en el centro del tramo, una compresión máxima F'o y en un punto cualquiera de dicho tramo una compresión

$$F'_x = F'_0 \left(1 - \frac{4x^2}{1^2}\right)$$
 (Fig. 7)

Las dos cantidades incógnitas W' y F' pueden ser deducidas a partir de las ecuaciones que expreson la igualdad de flechas y tensiones de borde en la viga y en la cubierta en el centro del tramo.

Siendo: I = momento de inercia de la viga,

A = área de la sección transversal de la viga,

j = distancia del eje neutro al borde superior de la sección,

e = distancia del eje neutro al punto de aplicación de la re sultante del esfuerzo producido por los cables colocados en la parte superior de la viga.

las dos ecuaciones pueden expresarse en la forma siguiente:

Flechas:
$$(W + W') = \frac{5}{384} = \frac{14}{E I} + (F_o + F_o) = \frac{5}{48} = \frac{1^2}{E I} = \delta$$

Tensiones de borde:
$$(W * W') \frac{1^2}{8} \frac{j}{I} * (F_o * F'_o) = \frac{j}{I} * \frac{(F_o * F'_o)}{A} = \frac{2 p \cdot \cos \beta_o}{R \cdot t} \frac{1^2}{8}$$

introduciendo, en estas expresiones, los valores de W, W', F_0 y F'_0 con sus signos correspondientes. En el caso de que δ sea igual, aproximadamente, a cero, las citadas ecuaciones tomarán la siguiente for ma:

$$(W + W') \frac{1^2}{8} + (F_0 + F'_0) = 0$$
 $\frac{(F_0 + F'_0)}{A} = \frac{2 p \cdot \cos \beta_0 \cdot 1^2}{R \cdot t \cdot 8}$

metida a compresión por actuar como tornapunta del tirante constituí do por la armadura curva. Tanto la viga como la cubierta se encuentran, por consiguiente, capacitadas para actuar como tirante y resistir el esfuerzo cortante producido en los bordes; en algunos casos específicos, por lo tanto, puede resultar suficiente disponer - una sola armadura, con trazado curvo, para producir un esfuerzo W', dirigido hacia arriba, de magnitud igual a W. En determinadas cir - cunstancias, resulta factible colocar la armadura curva en la propia cubierta, pudiéndose reducir, de esta forma, el canto de las vigas de borde. Dicha armadura debe originar en la cubierta un esfuerzo in clinado, dirigido hacia arriba, uniformemente distribuído y actuando en la línea de acción del empuje.

Armaduras de las vigas de cumbrera

En las cumbreras de la cubierta es necesario colocar una viga horizontal y otra vertical para absorber las componentes del em puje en sus direcciones respectivas. En el calculo de tales vigas se

siguen los mismos principios que se han indicado al tratar de las vigas de las lima-hoyas. En algunas ocasiones, puede prescindirse de la viga horizontal, colocando la armadura de pretensado que dicha viga habría de llevar, en el propio cuerpo de la cubierta y conserván dose, únicamente, la viga vertical que actúa como un rigidizador de borde.

Trazado de la armadura curva

Una longitud diferencial $\Delta \sigma$ de la armadura curva, sometida a la tensión T, produce, sobre el hormigón que la rodea, un esfuerzo de valor:

$$\frac{T}{r}$$
 $\Delta \sigma$,

siendo r el radio de la curva en el punto considerado. La componente horizontal de este esfuerzo es despreciable y la vertical vale:

$$\frac{T}{r}$$
 $\Delta\sigma \cdot \cos \gamma$,

siendo γ el ángulo que forma con la horizontal la tengente a la cur va en dicho punto. El esfuerzo por unidad de longitud, medido horizontalmente, es igual a:

$$\frac{T}{r} = \frac{\Delta \sigma}{\Delta x} \cdot \cos \gamma = \frac{T}{r}$$
.

Como quiera que T es prácticamente constante todo a lo largo de la viga, para conseguir una carga uniforme deberá hacerse r también - constante, es decir, que la armadura deberá disponerse según un trazado circular.

En realidad ocurre que, en los trazados curvos, se producen pérdidas de tensión a consecuencia del rozamiento y, por lo tan to, el valor de T es ligeramente superior en los extremos que en el centro de la viga. Para compensar esta pequeña variación es por lo que suele darse a la armadura un trazado parabólico en vez de circular.

Influencia de la sobrecarga

Como se ha demostrado, mediante el pretensado se consigue que la estructura laminar de la cubierta se comporte como membrana bajo un determinado estado de carga. Pero en el caso de que el régi men de cargas varie y sea distinto del previsto como normal en el pro yecto, las tensiones no podrán ser calculadas de acuerdo con la teo ría de membranas, siendo necesario recurrir a métodos aproximados ta les como el de "teoría de la viga". Si se quiere una mayor aproxima ción, habrá que realizar un completo y cuidadoso estudio de las per turbaciones en los bordes. Como la sobrecarga de una cubierta es pe queña, generalmente, comparada con su carga permanente, suele bastar un cálculo aproximado para valorar las tensiones originadas por las variaciones de carga. Teniendo, por ejemplo una carga permanente de 200 Kg/m² (peso total del hormigón más el del aislante y el imper meabilizante) y una sobrecarga de 60 Kg/m², el esfuerzo de pretensa do puede calcularse para una carga media de 230 Kg/m2. la cual esta rá sometida a una variación, en más o en menos, de sólo 30 Kg/m2.

Cubiertas laminares con directriz en forma de catenaria

Los anteriores cálculos están basados en las reacciones de borde de una cubierta laminar cuyo comportamiento se asimila al de una membrana, y pueden ser aplicados a cualquier tipo de cubierta la minar. Supongamos, por ejemplo, una cubierta con directriz en forma

de catenaria, representada en sección transversal por la ecuación:

$$y = a \cdot \cos h \frac{x}{a}$$
,

y sometida a la acción de una carga superficial, de intensidad constante, igual a p. En estas condiciones, la compresión a lo largo de la ourva valdrá:

$$a \cdot p \cdot \cos h \cdot \frac{x}{a}$$
;

y en los bordes:

$$a \cdot p \cdot \cos h \frac{b}{a}$$
.

No existen tensiones cortantes ni longitudinales en el conjunto de la membrana y, debido a la ausencia de tales tensiones, el total de la longitud de la cubierta entre timpanos extremos, puede dividirse en un número cualquiera de anillos, cada uno de los cuales será estable por si mismo, siempre que en los arranques se disponga de las necesarias reacciones de apoyo. Esta propiedad, facilita el moldeo y desmoldo de la cubierta, al poder construirla en trozos independientes, por medio de encofrados móviles. Puede, también, conseguirse una mejor iluminación, dejando espacios libres entre dos anillos con secutivos, para cubrirlos después con cristal.

Cubiertas planas de hormigón

Las cubiertas de hormigón, planas o poligonales, del tipo indicado en la Fig. 8, se usan con bastante frecuencia, desde hace algún tiempo, tanto en el Continente como en Estados Unidos. Recien temente, han comenzado también a emplearse en Inglaterra. En una es

tructura de esta clase, las placas AB, BC, CD y DE pueden conside rarse como formando parte de una placa continua que se apoya sobre los soportes fijos B, C y D, actuando en voladizo los tramos AB y DE. En esta hipótesis, aparecen una serie de reacciones, en la for ma indicada en la Fig. 9, las cuales pueden transformarse en sus con ponentes según el plano de las placas, como se señala en la Fig. 10. Cada placa actúa así como una viga de gran canto, que se extiendo de timpano a timpano, y se encuentra sometida a una carga uniforme, per manente. En las construcciones corrientes, estas vigas no pueden ac tuar independientemente y sus acciones mutuas originan esfuerzos in ternos en los bordes. Generalmente, se supone que estos esfuerzos son, principalmente, esfuerzos cortantes, cuyos valores se deducen igualando los valores finales de las tensiones normales de las dos vigas a cada lado de su borde común. En esta hipótesis, se supone que cada viga puede flectar independientemente de las demás, dada la gran flexibilidad de las placas en la dirección transversal (Fig. 11).

En algunas ocasiones, para evitar el pandeo, o con cual - quier otro fin práctico, se colocan nervios de rigidez que aumentan la rigidez transversal de las placas. Como consecuencia, en estos ca sos, dejan de ser aplicables las hipótesis anteriormente citadas, re lativas a las flechas.

Si se e plea la técnica del pretensado, para eliminar las flechas longitudinales basta con disponer, en cada viga, una armadu ra de directriz curva, que produzca un esfuerzo igual y contrario a la carga permanento. De esta forma, se suprimen también las tensiones internas en los bordes y así éstos proporcionan, a las placas que se extienden en dirección transversal, verdaderos apoyos fijos. Las perturbaciones en los bordes quedan así reducidas a las origina das por las sobrecargas. R.P.

- Instituto Técnico de la Construcción y del Cemento -

457-2-8 EL CALCULO A ROTURA DE PIEZAS SOMETIDAS A ESFUERZO NORMAL, MOMENTO FLECTOR Y ESFUERZO CORTANTE

(Il calcolo a rottura in presenza di sforzo normale, momento flettente e sforzo di taglio)

por Vicenzo Franciosi y Elio Giangreco "GIORNALE DEL GENIO CIVILE", Mayo 1954

-Sinopsis-

Basándose en las hipótesis, sobre la plasticidad, de Henky y von Mises, de Beltrami y de Coulomb, los autores deducen un método de cálculo a rotura para piezas sometidas a esfuerzo cortante, en presencia de un esfuerzo normal y de un momento flector, y establecen las leyes de dependencia entre los tres tipos de solicitación para los casos siguientes: 1º) cuando no existe plastificación en toda la sección; 2º) cuando se alcanza la plastificación en un solo bor de de la sección, y 3º) cuando se alcanza la plastificación en los dos bordes.

Finalmente, representan geométricamente dichas leyes y exa minan distintos casos particulares.

- Introducción -

Los estudios teóricos y ensayos experimentales efectua - dos, principalmente en estos últimos años, con el fin de conocer el comportamiento de los materiales más allá de su límite elástico, han señalado un nuevo camino a los técnicos especializados en los pro-blemas de la elasticidad.

Las nuevas orientaciones dadas al cálculo, al permitir pro yectar estructuras muy audaces y aprovechar al máximo la capacidad - resistente de los materiales, han abierto, en el dominio de los equilibrios elásticos, un nuevo y sugestivo capítulo en la "ciencia de la construcción": el cálculo a rotura.

Dichas orientaciones, por estar intimamente ligadas a los fenómenos físicos, se prestan a numerosas críticas, dada la dificultad que presenta el método de cálculo en el caso, por ejemplo, de una estructura de alto grado de hiperestatismo y la posibilidad de que la capacidad resistente del sistema disminuya, a consecuencia de un fallo local de la estructura, antes de llegar al estado final de rotura. El "limit design" (cálculo a rotura) (1) y (2)* aun teniendo el mérito de haber resuelto ingeniosamente el problema del equilibrio en fase de rotura, sin necesidad de tener que recurrir a los complica des cálculos de la teoría de la elasticidad, resulta todavía extrema damente laborioso (3) cuando se emplea para calcular estructuras de un alto grado de hiperestatismo, como son, por ejemplo, las estructuras de edificios. Por el contrario, se presta magnificamente al cálculode estructuras de monor grado de hiperestatismo y a etras muchas aplicaciones muy frecuentes en la técnica corriento.

En este orden de ideas, Galli y Franciosi (4) en un articu lo publicado, en el número de Agosto de 1953, de la revista "L'Ingeg nero" han examinado la posibilidad de introducir el esfuerzo cortante en el cálculo a retura, estudiando las leyes que ligan el momento

^{*} Los números entre paréntesis corresponden a las referencias bibliográficas que aparecen al final del artículo.

flector con dicho esfuerzo cortante, cuando se alcanza el estado de plastificación total. Dichos autores; partiendo de ciertas condicio nes de plastificación, que se traducen en una relación entre las com ponentes, normal y tangencial, de la tensión en un punto y la corres pondiente tensión normal de plastificación, llegan a las siguientes importantes conclusiones, particularizadas al caso de la sección rectangular:

- 1ª) Variación olíptica de las tensiones tangenciales en la zona, todavía elástica, de la sección.
- 2°) Leyos parabólicas de dependencia entre las características de las solicitaciones M y T.
- 3ª) Obtención de resultados numéricos comparables al aplicar las hipótesis de Hencky y von Mises, de Beltrami y de Coulomb.

Se ha estimado, por lo tanto, interesanto generalizar el problema, considerando la acción simultánea del esfuerzo normal, del momento flector y del esfuerzo cortante; o lo que es igual, introdu cir en el cálculo a retura el esfuerzo cortante en presencia de un esfuerzo normal excéntrico.

Relación entre las componentes de las tensiones y la tensión normal de plastificación: Introducción de la tensión tangencial de plastificación.

Se adopta como condición de plastificación la definida por la ecuación (5):

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_0^2$$
, [1]

deducida de la teoría de Hencky y von Mises [(6) y (7)]. En dicha ecuación σ_1 , σ_2 y σ_3 representan las tensiones principales en un punto y σ_0 la tensión normal de plastificación. En este caso, por tratarse de un problema en el plano, una de las tensiones principales, σ_1 , es igual a cero. Por lo tanto, la ecuación [1] se transforma en la siguiente:

$$\sigma_2^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \sigma_3^2 = 2\sigma_0^2$$
 [2]

de donde:

$$\sigma_2^2 - \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3^2 = \sigma_0^2$$
 [3]

En relación con el problema que se estudia, y análoga - mente a lo que sucede en régimen elástico, el estado de tensiones, en un punto, queda definido por dos únicas componentes: la normal o, de bida al esfuerzo normal excéntrico, y la tangencial t, debida al esfuerzo cortante.

Las tensiones principales of y of expresadas en función de o y t, son:

$$\begin{pmatrix}
\sigma_2 \\
\sigma_3
\end{pmatrix} = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + t^2}$$
[4]

⁽¹⁾ La ecuación [3], en coordenadas cartesianas de ejes σ_2 y σ_3 , representa una elipse cuyos semiejes respectivos son a = σ_0 $\sqrt{2}$ y b = σ_0 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ = $\frac{a}{\sqrt{3}}$, llamada por Nadai "elipse de plasticidad" (fig. 12).

$$\sigma^2 + 3 t^2 = \sigma_0^2$$
, [5]

ecuación, que, referida a un par de ejos cartesianos o y t, se convierte en:

$$\frac{\sigma^2}{\sigma_0^2} + \frac{t^2}{\left(\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}\right)^2} = 1$$
 [6]

la cual, representa una clipse de somiejes o y o (fig. 13).

El valor de la tensión tangencial de plastificación se obtione haciendo o = o, en la ocuación [5], con lo que resulta:

$$t_0 = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$$
, [7]

pudióndoso, entoncos, expresar la ecuación [6] do la siguiento for-

$$\frac{\sigma^2}{\sigma_0^2} + \frac{\mathbf{t}^2}{\mathbf{t}_0^2} = 1$$
 [8]

Si, ahora, en lugar de adoptar la hipótesis de Hencky y von Mises, se consideran las teorías de Beltrami y de Coulomb, se obtienen, respectivamente, las siguientes condiciones de plastifica ción: (8).

$$\frac{1}{2E} (\sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{1}{mE} \sigma_2 \sigma_3 = \frac{\sigma_0^2}{2E}$$

$$\sigma_3 - \sigma_2 = \sigma_0$$
[9]

que expresadas en función de las componentes tensionales o y t se transforman en: (2)

 $\sigma^{2} + \frac{2m+1}{m} t^{2} = \sigma_{0}^{2}$ $\sigma^{2} + 4t^{2} = \sigma_{0}^{2}$ [10]

Finalmente, llamando to, H, to, B y to, C a las tensiones tangenciales de plastificación obtenidas, respectivamente, de acuer do con cada una de las tres teorías que quedan mencionadas, se deducen las siguientes expresiones:

$$t_{o,B} = \frac{m}{2 \text{ (m+1)}} \sigma_{o} = \frac{3 \text{ m}}{2 \text{ (m+1)}} t_{o,H}$$

$$t_{o,C} = \frac{\sigma_{o}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} t_{o,H}$$
[11]

las cuales permiten emplear los resultados obtenidos, de acuerdo con una de las tres hipótesis, para conocer los valores que se obten de defian aplicando cualquiera de las otras dos.

$$\frac{\sigma_2^2}{\sigma_3^2} = \frac{\sigma_x \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} + 4t^2$$

y, por lo tanto, la condición de plastificación será:

$$\sigma_{x}^{2} - \sigma_{x} \sigma_{y} + \sigma_{y}^{2} + 3t_{xy}^{2} - \sigma_{0}^{2}$$

⁽²⁾ En general, para cualquier estado plano de tensiones, se obtiene, en función de σ_x , σ_y y txy:

Leyes de dependencia entre esfuerzo normal, momento flector y esfuerzo cortante en una sección totalmente plastificada.

Se inicia el estudio del problema partiendo de la sección rectangular. Deben examinarse los tres casos siguientes: a) cuando no existe plastificación en toda la sección; b) cuando se alcanza la plastificación en un solo borde de la sección, y c) cuando
se alcanza o (tensión de plastificación) en los dos bordes (fig.
14):

a) Cuando no existe plastificación en toda la sección. Tomando los ejes indicados en la figura 15, se tiene, para la única tensión normal existente, la expesión:

$$\sigma = N + M \cdot y$$

y para la tensión tangoncial (3)

$$t = t_{0} \sqrt{1 - \frac{\sigma^{2}}{\sigma_{0}^{2}}} = t_{0} \sqrt{1 - \frac{N^{2}}{\sigma_{0}^{2}} - \frac{M^{2}}{\sigma_{0}^{2}} \frac{y^{2} - \frac{2NMy}{\sigma_{0}^{2}AI}}{\sigma_{0}^{2}AI}}$$

$$= t_{0} \sqrt{ay^{2} + 2by + c_{0}}$$

⁽³⁾ El valor $t = t_0 \sqrt{1 - \frac{\sigma^2}{\sigma^2}}$ prosupono, implicitamente, que no se cumple el principio de simetría de las tensiones tangenciales. En el estado de rotura, a causa de los elevados valores de las deformaciones, no puede considerarse ya válido dicho principio.

en dondes

$$a = - \underline{M}^2 = - \underline{4} \underline{M}^2 < 0$$

$$\sigma_0^2 \underline{I}^2 \underline{h}^2 \underline{M}_s^2$$

$$b = - \underbrace{NM}_{\sigma_{o}^{2}AI} = - \underbrace{2}_{h} \underbrace{M}_{s}$$

$$c = 1 - \frac{N^2}{\sigma_0^2 A^2} = 1 - \frac{N^2}{N_0^2} > 0$$

Si se hace:

$$\Delta = a c - b^2 = - \frac{4}{H^2} \frac{M^2}{M_s^2}$$

siempre que Δ < o se tendrá:

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sqrt{ay^2 + 2by + c} \, dy = \underbrace{\frac{1}{2a}} \left[(b+ay) \sqrt{ay^2 + 2by + c} \right]$$

$$+ \Delta X + \underbrace{\frac{h}{2}}_{-\frac{h}{2}}$$

siendo:

$$X = \frac{1}{\sqrt{-a}}$$
 are sen $\frac{ay+b}{\sqrt{-\Delta}} = \frac{h}{2}$ $\frac{M_S}{M}$ are sen $\left(-\frac{2}{h} \frac{M}{M_S} y - N\right)$

y entonoes:
$$T = b + \frac{h}{2}$$

$$\frac{h}{2}$$

$$\sqrt{ay^2 + 2by + c} dy = \frac{T_0}{4} \left(1 + \frac{N}{N_0} \frac{M_S}{M}\right)$$

$$\sqrt{1 - \left(\frac{N}{N_0} + \frac{M}{M_S}\right)^2} + \left(1 - \frac{N}{N_0} \frac{M_S}{M}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{N}{N_0} - \frac{M}{M_S}\right)^2} + \frac{M_S}{M}$$

$$arc sen \left(\frac{M}{M_S} + \frac{N}{N_O}\right) - \frac{M_S}{M} arc sen \left(\frac{N}{N_O} - \frac{M}{M_S}\right)$$
[4)

b) Plastificación en un solo borde de la sección. Es conveniente en este caso, para simplificar la fórmula, tomar como origen de coordenadas el punto 0, correspondiente a la fibra neutra de la sección (fig. 16).

(4) Para N = 0. se tiene:
$$T = \frac{T_0}{2} \left[\sqrt{1 - \frac{M^2}{M_s^2} + \frac{M_s}{M}} \text{ arc sen } \frac{M}{M_s} \right]$$

La componente normal de la tensión, viene entonces dada por la expresión:

$$\sigma = \sigma_0 - \frac{y}{d}$$

y la tangencial por:

$$t = t_0 \sqrt{1 - \frac{y^2}{d^2}}$$

De aquí se deduce:

$$T = \frac{t_0 b}{d} - \frac{d}{h_2} \sqrt{\frac{d^2 - y^2 dy}{d^2 - y^2 dy}} = \frac{T_0}{2 - 1} \left[\frac{\pi d^2}{2} + h_2 \right]$$

$$\sqrt{d^2 - h_2^2 - d^2 \text{ arc sen } - h_2}$$

$$d$$
[13]

Aplicando la ecuación de equilibrio, respecto al corrimiento en la dirección de N, se obtiene:

$$N = \sigma_0 b \left(h - h_2 - \frac{d}{2} - \frac{h_2^2}{2d} \right) = N_0 \left(1 - \frac{h_2 - d - h_2^2}{h^2 2dh} \right)$$

y de la ecuación de equilibrio respecto a la rotación alrededor del centro 0:

$$\mathbb{M} = \sigma_0 b \left(-\frac{d^2}{6} - \frac{h^2}{2} + \frac{hd}{2} + \frac{hh}{2d} + \frac{hh}{2} + \frac{2h}{2} h - \frac{3}{2} h_2^2 - h_2 d - \frac{2}{3} \frac{h_2^3}{d} \right) = 0$$

$$= M_{0} \left(-\frac{2}{3} \frac{d^{2}}{h^{2}} - 2 + 2 \frac{d}{h} + 2 \frac{h_{2}^{2}}{h d} + 8 \frac{h_{2}}{h} - \frac{1}{6} \frac{h_{2}^{2}}{h^{2}} - 4 \frac{h_{2}d}{h^{2}} - 4 \frac{h_{2}d}{h^{2}} - \frac{8}{3} \frac{h_{2}^{3}}{h^{2}d} \right)^{*}$$

La relación entre las tres solicitaciones características de la sección, expresada en forma paramétrica (de parámetros h_2 y d), resulta así la siguiente:

$$T = \frac{T_0}{2 d h} \left(\frac{\pi d^2}{2} + \frac{h_2}{2} \sqrt{d^2 - h_2^2 - d^2} \text{ aro sen } - \frac{h_2}{d} \right)$$

$$N = N_0 \left(1 - \frac{h_2}{h} - \frac{d}{2 h} - \frac{h_2^2}{2 d h} \right)$$

$$M = M_0 \left(-\frac{2}{3} \frac{d^2}{h^2} - 2 + 2 \frac{d}{h} + 2 \frac{h_2^2}{h d} + 8 \frac{h_2}{h} - \frac{1}{6} \frac{h_2^2}{h^2} - 4 \frac{h_2 d}{h^2} - \frac{8}{3} \frac{h_2^3}{h^2 d} \right)$$

c) Plastificación en los dos bordes de la sección (fig. 17). Las ecuaciones de equilibrio respecto al corrimiento, en la dirección de N, y a la rotación alrededor de O son, respectivamente:

$$N = \sigma_{0}b (h_{1} - d) + \sigma_{0}b \frac{d}{2} - \sigma_{0}b (h_{2} - d) - \frac{\sigma_{0}bd}{2}$$

$$M = \sigma_{0}b \frac{h_{1}^{2} - d^{2}}{2} + \sigma_{0}b \frac{d^{2}}{3} + \sigma_{0}b \frac{d^{2}}{3} + \sigma_{0}b \frac{h_{2}^{2} - d^{2}}{2} - N \frac{(h_{1} - h_{2})}{2}$$

N. del T. A lo largo de la traducción realizada, se han venido corrigiendo diversas erratas observadas en el texto original. Esta expresión, sin embargo, aún cuando en la misma, ciertos coe ficientes parecen equivocados, se ha mantenido tal y como figura en la revista italiana ya que, como no se sigue operando con ella, no ha sido posible comprobar los errores. No obstan te, si algún lector desea alguna aclaración, gustosamente nos ofrecemos a su disposición para solicitarla de los autores.

de donde: (5)

(5) Si en la primera de las ecuacionos [15] se hace N = o se tiene:

$$h_1 = h_2 = \frac{h}{2}$$

Si se sustituyen, ahora, los valores h_1 y h_2 en la segunda, resulta:

$$M = d_0^2 b \left(\frac{h^2}{4} - \frac{d^2}{3} \right)$$
,

que para $d = \frac{h}{2}$ da:

$$M - M_s - \frac{\sigma_o b h^2}{6}$$

y para d = e:

$$M = M_0 = \frac{\sigma_0 b h^2}{4}$$

Si en las ecuaciones [15] se hace d = o, resulta:

Conviene recordar que cuando se alcanza la plastificación total de la sección por esfuerzo normal se verifica N = obh, mientras que si se produce por la acción del momento flector resulta:

$$M_0^* - \sigma_0^{bh_1} h_2 = \frac{\sigma_0^{bh^2}}{4} \left[1 - \frac{N^2}{N_0^2}\right] - M_0 \left[1 - \frac{N^2}{N_0^2}\right]$$

En efecto, siendo:

$$h_1 - h_2 = \frac{N}{\sigma_0 b}$$
 " $h_1 + h_2 - h$,

resolviendo el sistema, se obtiene:

$$N = \sigma_0 b (h_1 - h_2)$$

$$M = \sigma_0 b (h_1 h_2 - \frac{d^2}{3})$$
[15]

Si se considera, ahora, el esfuerzo cortante se tiene:

$$t^2 = \frac{\sigma_0^2 - \sigma^2}{3} = \frac{\sigma_0^2}{3} (1 - \frac{y^2}{d^2}) = t_0^2 \frac{d^2 - y^2}{d^2}$$

es decir que, el diagrama de t es elíptico, con tangentes horizontales en los extremos.

Siendo:

$$T = 2b \int_0^d t dy = b dt_0 \pi$$

el valor de d será:

$$\frac{d}{b\pi t_0}, \qquad [16]$$

que sustituído en la 2ª de las dos ecuaciones [15] da:

$$M = \sigma_0 b \left(h_1 h_2 - \frac{4T^2}{3\pi^2 b^2 t_0^2} \right)$$

y como $T_0 = t_0 bh$ se obtieno:

$$M = \sigma_0 b h_1 h_2 \left(1 - \frac{4 \pi^2}{3 \pi^2 T_0^2} \cdot \frac{h^2}{h_1 h_2} \right),$$

pero siendo:

$$M_{o}^{*} = \sigma_{o} b h_{1} h_{2}$$

$$M = M_{o}^{*} \left(1 - \frac{4 T^{2}}{3\pi^{2} T^{2}} \cdot \frac{h^{2}}{h_{1} h_{2}}\right),$$

obteniéndose, finalmente, el valor de M:

$$M = M_{o} \left[1 - \frac{N^{2}}{N_{o}^{2}} \right] \left[1 - \frac{4T^{2}}{3\pi^{2}T_{o}^{2}} \cdot \frac{h^{2}}{h_{1} h_{2}} \right], [17]$$

de dondo so doduco que para T= o, el valor de M es: (9)

$$M = M_0 \left[1 - \frac{N^2}{N_0^2} \right], \quad [18]$$

que viene representado por la rama parabólica de la figura 18 y para N = 0 (en cuyo caso $h_1 = h_2 = \frac{h}{2}$)

$$M = M_0 \left[1 - \frac{16 \, \mathbf{T}^2}{3 \, \pi^2 \, \mathbf{T}_0^2} \right]$$
 [19]

representado por la rama parabólica de la figura 20. (6)

$$\frac{N^2}{N_0^2} + \frac{T^2}{T_0^2} - 1,$$

o sea una elipse de semidiámetros N y T. La anterior ley de dependencia se encuentra de la formasiguiente:

$$t^{2} = \frac{\sigma^{2} - \sigma^{2}}{3} = \frac{\sigma^{2}}{3} = \left(1 - \frac{\sigma^{2}}{\sigma^{2}}\right) = \frac{\sigma^{2}}{3}$$

$$\left(1 - \frac{N^{2}}{\sigma^{2} A^{2}}\right) = t_{0}^{2} \left(1 - \frac{N^{2}}{N^{2}}\right)$$

Es importante señalar que el valor NI = o da una relación puramente ficticia y físicamente inadmisible. En efecto, segun se sabe, considerando únicamente el esfuerzo normal N y el cortante T, la ley de dependencia es del tipo: (figura 19)

Transformando, ahora, convenientemente la ecuación [17] para encontrar la ecuación de la superficio especial correspondiente a N, M, y T. Se tiene:

$$h_1 h_2 = \frac{N_0^2 - N^2}{4N_0^2} h^2$$

y, por lo tanto:

$$M = M_{o} \left(\frac{N_{o}^{2} - N^{2}}{N_{o}^{2}} \right) \left(1 - \frac{4T^{2}}{3\pi^{2}T_{o}^{2}} \cdot \frac{4N_{o}^{2}}{N_{o}^{2} - N^{2}} \right)$$
 [20]

de donde, haciendo operaciones, se llega as

$$\frac{M}{M_0} = 1 - \frac{N^2}{N_0^2} - \frac{16T^2}{3\pi^2T_0^2},$$
 [20]

que es la ecuación de un paraboloide elíptico. Las intersecciones se gún los planos N = o y T = o son parábolas y según el plano M = o y sus paralelos son elipses (fig. 21).

Teniendo en cuenta que:

$$M_0 = \frac{\sigma_0 b h^2}{4}$$

$$N_0 = \sigma_0 b h = \frac{4M_0}{h}$$

$$T_0 = \frac{\sigma_0 b h}{\sqrt{3}} = \frac{4M_0}{\sqrt{3}}$$

la ecuación [20] se puede escribir:

$$\frac{M}{M_0} = 1 - \frac{(Nh)^2}{(4M)^2} - \frac{(Th)^2}{(\pi M_0)^2}, \qquad [21]$$

la cual, tomando como ejes coordenados M = x, Nh = x y Th = y, se convierte en:

$$\frac{z}{z_0} = 1 - \frac{z^2}{(4z_0)^2} - \frac{y^2}{(\pi z_0)^2}$$
 [21]

Siguiendo las teorías de Beltrami y de Coulomb la ecuación [21] se transforma, respectivamente, en las siguientes relaciones:

$$\frac{z}{z_0} = 1 - \frac{x^2}{(4z_0)^2} - \frac{y^2}{(\pi \sqrt{\frac{3m}{2(m+1)}} z_0)^2}$$

$$\frac{z}{z_0} = 1 - \frac{x^2}{(4z_0)^2} - \frac{y^2}{(\frac{\pi}{2}\sqrt{3}z_0)^2}$$

Todas las intersecciones con los planos z = constante tienen un significado físico, exceptuando la que corresponde al plano z = c

Puesto que:
$$\frac{\pi}{2} \sqrt{3} < \pi \sqrt{\frac{3 \text{ m}}{2(\text{m}+1)}} < \pi$$
(7)

para cualquier valor de z, distinto de cero, $(K = \underline{z} < 1)$; se obtendrán siempre tres elipses análogas a las de la fig. 22.

⁽⁷⁾ En efecto, siempre se verifica que $\frac{1}{\sqrt{2}} > \sqrt{\frac{m}{m+1}}$

BIBLIOGRAFIA

- (1) J.A. VAN DEN BROKK: Theory of Limit Design. John Wiley Nueva York 1948.
- (2) H.J. GREENBERG, W. PRACER: Limit design of beams and frames "Proceeding of the American Society of Civil Engineers" 1951.
- (3) F. LEVI: Fenomeni di adattamento e calcoli a rottura. "Rend. dell'Acc. dei Lincei "Roma 1953
- (4).A. GALLI, V. FRANCIOSI: Introduzione della caratteristica tagliante nel calcolo a rottura. "L'Ingegne re" 1953, Nº 8.
- (5) A. NADAI: Plasticity. Mc. Graw Hill Book Company. Nueva York 1941.
- (6) H. HENCKY: Zur Theorie plasticher Deformationen. Z. Ang. Math. n. Mech. vol-IV-1924.
- (7) R.V. MISES: Mechanik der festen Körper im plastich deformablen Zustand Nachr. d. Gesellsch. d. Wissensch. Zä Gottingen. 1913.
- (8) A. GALII: Scienza delle Costruzioni, vol. I y II, ed. Pellerano, Nápoles 1952.
- (9) V. FRANCIOSI: Discusion of the limit design of beams and frames. "Proc. of the A.S.C.E. 1952
- (10) V. FRANCIOSI: Sul calcolo delle strutture monodimensionali in regime elasto-plastico. "Giornale del Genio Civile" Agosto 1952.

457-8-11 LABOR DESARROLLADA FOR EL LABORATORIO DE ENSAYOS DEL MINIS TERIO DE OBRAS PUBLICAS DE INGLATERRA

(Development work at the Field Test Unit)

por C.S.A. Division, Ministry of Works

"MAGAZINE OF CONCRETE RESEARCH", Julio 1950

-Sinopsis-

Se hace un breve resumen de la labor realizada en el Labo ratorio de Ensayos (Barnet By-pass) del Ministerio de Obras Públicas de Inglaterra, durante el período Agosto 1948 - Abril 1949, en relación con las viguetas de hormigón pretensado, prefabricadas, utilizadas para la construcción de forjados para pisos de viviendas.

Viguetas de hormigón pretensado para viviendas

Se encuentra en estudio, un nuevo tipo de viguetas de hor migón pretensado, con el fin de ver si es posible sustituir con ellas a las de madera que hasta ahora se vienen utilizando, normalmente, en la construcción de forjados para pisos de viviendas. La sección de este nuevo tipo de viguetas es en I, con alas de 5 cm de anchura y un canto total de 14 cm. Está prevista su colocación a 46 cm de distancia entre ejes o a 53,5 cm, según que el espesor de la placa del forjado sea de 2 ó 2,3 cm.

Como, por regla general, en las plantas bajas no se em ploan viguetas de madera, al principio sólo se pensó utilizar las de
hormigón pretensado, también para las plantas altas. Posteriormente,
sin embargo, se vió que este nuevo tipo de vigueta resulta muy reco
mendable para los pisos bajos, especialmente cuando el terreno es in
clinado y no se estima económico hacer una explanación sobre la cual
construir después una solera de hormigón. Empleando viguetas preten
sadas en las plantas bajas, se evitan los peligros de la putrición
y, en la mayor parte de los casos, el tener que construir muros de de
fensa o contención:

En las construcciones inglesas tradicionales, la mitad aproximadamente de la madera empleada se destinaba a los forjados de piso. De esta cantidad, un 50% se invertía en viguetas y el etro 50% en el entablado. Toda esta madera puede ahora ahorrarse utilizando forjados constituídos por viguetas de hormigón pretensado combinadas con bloques huecos cerámicos. Sin embargo, no debe esperarse que un forjado todo de hormigón pueda competir en precio con etro en el que se utilice entablado de madera, ya que, en este último caso, los tableros, al propio tiempo que sirven para salvar los vanos entre viguetas, proporcionan la superficie adecuada para constituir el piso del forjado, sin que sea necesario un nuevo solado. Además, no es posible encentrar, a precio aceptable, un solado de piso que resulte tan caliente y agradable para las habitaciones en general y sobre to do para los dormitorios, como la madera.

Por todo ello, parece lógico adoptar, para la construcción de viviendas, una solución intermedia empleando viguetas de hormigón pretensado recubiertas con un entablado de madera. Aún así. el

ahorro de madera conseguido sería muy considerable, pudiéndose cifrar en unos 0,85 m³ por casa de tipo normal.

Las viguetas de hormigón pretensado requieren muy poco acoro, unos 0,65 kg/m² ó 27 kg por planta. Un forjado normal a base de viguetas y losas de hormigón armado ordinario, consumiría una cantidad de acero ocho o diez veces superior. Otra de las ventajas de las viguetas pretensadas es su poco peso. Para una luz de 3,65 m su peso es inferior a los 46 kg, por lo que pueden ser manojadas y transportadas fácilmento por dos operarios.

Un cierto número de estas viguetas se encuentran, actualmente, sometidas a ensayo en el "Tield Test Unit", en donde se las conservará, durante varios años, bajo carga constante, con el fin de es tudiar los efectos de las deformaciones lentas. Estas viguetas han sido calculadas para la carga de 146 Kg/m² que es la que marcan las normas para los pisos de viviendas. Dos de ellas, se mantuvieron du rante tres meses bajo una carga de 659 Kg/m². Al final de dicho período, la flecha en el centro era de 9 cm y se podía apreciar (ver Fig. 23) una serie de grietas regularmente dispuestas a lo largo de la pieza. Al retirar la carga, todas las grietas desaparecieron y se recuperó un 76% de la flecha. Una semana más tarde la recuperación había aumentado hasta el 78%.

Los ensayos realizados sobre un cierto número do viguetas, demuestran que su coeficiente de seguridad total es del orden de 2,5 y que la primer fisura aparece bajo una solicitación ligeramente in ferior a 1,5 veces el memento flector de cálculo. Cuando se añade a las viguetas el forjado y solado correspondientes, el coeficiente de seguridad aumenta. Las viguetas para estos ensayos se fabricaron em

pleando mezclas en la proporción 1:1,5:3, en peso, con una relación agua-cemento, también en peso, de 0,45 y utilizando grava de 9,5 mm de tamaño máximo.

En la construcción de estas piezas se han seguido dos métodos diferentes: el de producción en cadena y el de fabricación en moldes individuales. Unas se curaron de acuerdo con los procedimien tos ordinarios, en atmósfera húmeda, y otras sometiendolas a corrien te de vapor caliente. En ambos casos, los alambres de pretensado se anclaron por medio de pequeños casquillos cilindricos en los que ajus tan unas cuñas cónicas especiales. Este dispositivo ha sido proyectado en el propio "Field Test Unit" y se designa con el nombre de "an claje Gladwin" (Gladwin grips).

La bancada de tesado para la fabricación en cadena tiene 18 m do longitud y en cada extremo lleva una robusta placa de ancla je. La placa de uno de los extremos es fija, pero la del otro se mue ve mediante dos gatos hidráulicos que la empujan hacia afuera hasta conseguir que los alambres alcancen la longitud requerida. Todos los alambres se anclan primero en la placa fija y, después de atravesar los distintos moldes de las viguetas que forman la cadena de producción, se sujetan a la placa móvil, dándoles la misma tensión inicial. A continuación, se les da la carga definitiva, tesándolos simultá — neamente por medio de los gatos hidráulicos.

El método de producción en cadena, aplicado a la prefabricación de piezas pretensadas de pequeñas dimensiones, tiene la ventaja de exigir solamente una operación de tesado y anclaje para el conjunto de todos los elementos que constituyen la cadena, la cual puede llegar a tener hasta 150 m de longitud, o más, sin que, en ge

neral, nunca baje de los 75 m. En cambio, presenta el inconveniente de que, tanto la mezola fresca de hormigón, como las piezas ya fabricadas, tienen que ser trasladadas en el taller a través de distancias relativamente largas, pudiendo además no resultar fácil la aplicación de los sistemas de curado por calor. Por otra parte, la longitud de las bancadas de producción exige naves de grandes dimensiones lo cual supone un fuerte aumento en el capital necesario para los gastos de primera instalación.

Estos inconvenientes desaparecen en el caso de que la fabricación se realice por unidades, en moldes individuales, si bien, entonces, para cada pieza, habrá que efectuar una operación completa de tesado y anclaje. Será conveniente, por lo tanto, en este caso, emplear moldes suficientemente resistentes para poder soportar el esfuerzo de pretensado hasta que el hormigón haya fraguado y endurecido, y que dichos moldes sean aptos para resistir, sin deterio rarse, el tratamiento térmico a que se ha de someter la pieza para su curado. Es aconsejable, además, que los dispositivos de tesado y an claje de los alambres, sean de sencilla y rápida aplicación. Como quiera que los moldes habrán de resistir, por término medio, un esfuerzo total de pretensado de unas 5 T. aplicado excéntricamente en sus extremos, no cabe duda que el mejor material que puede utilizar se para su construcción es el acero. Si. además, se construyen em pleando la misma clase de acero que para fabricar los alambres, se conseguirá que la magnitud del esfuerzo de pretensado no se vea afec tada por el tratamiento térmico de curado.

En el primer modelo ensayado, el cuerpo principal del molde estaba constituído por dos perfiles C de 15 x 5 cm montados sobre una placa de base de 13 x 1,27 cm. Para formar el alma de la vigue-

ta se soldaban dos placas de acero a la cara interior de los perfiles C que constituían los costeros del molde. En cada extremo de és te se fijaba una placa metálica suficientemente resistente y provis ta de los orificios adecuados para mantener en correcta posición los seis alambres de pretensado. Por fuera de cada una de estas placas de extremo se colocaba otra de anclaje, de 15 om de espesor, análogamente perforada y atravesada por tres robustos pernos roscados que se apoyaban sobre la placa situada en la cabeza del molde. Una vez convenientemente colocados y sujetos a las placas de anclaje, los seis alambres de 2,5 mm de diámetro que constituían la armadura de pretensado de las viguetas, para tesarlos, se hacía girar a los tres grandes pernos de cada extremo hasta conseguir que los alambres alcanzasen la longitud requerida. Después de fraguado y endurecido el hormigón de las viguetas se aflojaban los pernos y, de esta manera, la tensión de los alambres se transfería al hormigón, por adheren cia.

Posteriormente, se proyectó otro modelo con el cual se con siguieron dos importantes mejoras. La primera consistía en poder te sar, moldear y curar dos viguetas, simultáneamente en un solo molde. En Francia, se había logrado ya, con anterioridad, fabricar las viguetas por parejas, colocando dos moldes juntos, unidos, pero no se había podido llegar a la obtención de las dos piezas en un solo molde. La segunda mejora la constituye un dispositivo especial que per mite aplicar cierta presión al hormigón fresco mientras se vibra. Mediante este procedimiento se consigue: 1º Obtener hormigones más den sos y, por consiguiente, más resistentes; 2º Un acabado más perfecto de la superficie superior de las piezas, y 3º Reducir el tiempo de curado.

En la Fig. 24 puede verse este tipo perfeccionado de molde. Como puede apreciarse, se trata de un modelo experimental y mucho más pesado de lo que sería conveniente para una producción indus trial. En el modelo comercial, la presión se aplica al hormigón por medio de una máquina automática y las placas de anclaje son independientes de los moldes, de forma que éstos pueden ser retirados antes de la transferencia del pretensado al hormigón. Mediante la combinación de presión, vibración y curado al vapor, pueden obtenerse hormigones con una resistencia de 350 Kg/cm² a las cuatro horas, lo que permite utilizar, cada molde, dos veces por jornada normal de trabajo. R.P.

- Instituto Técnico de la Construcción y del Cemento -

591-2-14 FUENTE SIFON-CARRETERO, DE HORMIGON PRETENSADO. SOBRE EL RIO LONCOMILLA

por A. Solari Cánepa

"REVISTA DE CAMINOS", IV trimestre 1954

-Sinopsis-

Se describen en este artículo las principales características de un nuevo puente sifón-carretero construído, en hormigón pre tensado, sobre el río Loncomilla, en Chile. Su longitud total es de 316 m y está dividido en ocho tramos: dos centrales de 33,5 m y los otros seis de 41,5 m. Se indican los más importantes detalles constructivos y se resumen las características de los materiales emplea dos.

Esta importante obra, en construcción sobre el río Loncomilla, a unos 23 km de la ciudad de Linares (Chile), servirá para pro porcionar riego a una superficie aproximada de 20.000 hectáreas, de la región de Melczal. Al propio tiempo, y desde el punto de vista de las comunicaciones, dará salida a los productos de la zona y servirá para enlazar las ciudades de Cauquenes y Linares. Las aguas, pro cedentes del río Putagán, llegarán al puente a través de una tubería de hormigón armado de 2,4 m de diámetro, a una presión máxima de 1,3 Kilogramos por centímetro cuadrado.

La longitud total del puente proyectado es de 316 m, divididos en ocho tramos: los dos centrales tienen 33,5 m y los seis restantes 41,5 m. La calzada, en los tramos centrales, alcanza los 6 m de anchura y en los demás 3,5 m.

El tablero del puente está constituído por cuatro o seis vigas de sección en I, prefabricadas, que se colocan una junto a otra dejando pequeñas separaciones entre las alas que, posteriormente, se rellenan con hormigón (Fig. 25). De este modo, se forman unos conductos, que quedan perfectamente estancos gracias a la triple precompresión del tablero y que sirven para la circulación del agua a presión.

Los tramos largos están formados por dos vigas centrales B (Fig. 26a) y dos vigas de borde A: todas ellas de 41,44 m de longitud. Las vigas B son de sección constante de 2 m de canto total y alma de espesor uniforme de 0,18 m en una altura de 0,78 m. Las alas tienen 1,06 m de anchura, siendo su espesor mínimo, de 0,18 m en la superior y 0,14 m en la inferior. El acuerdo del alma con las alas se realiza mediante un arco circular de 0,44 m de radio, para facilitar el desmolde. Las vigas A de borde difieren de las vigas B en que tienen el ala inferior cortada exteriormente, en forma vertical, a 0,26 m del eje de la viga.

Los tramos cortos (Fig. 26b) se componen de dos vigas centrales E, dos vigas intermedias D, y dos vigas de borde C, de 33,44 metros de longitud. Las vigas E y D tienen la misma sección que las B de los tramos largos, y las vigas C son de sección idéntica a la de las vigas A.

La unión entre las vigas y los aparatos de apoyo se realiza mediante bloques de hormigón, armados con redondos de acero dulce ordinario, que se colocan bajo las caras inferiores de los extremos de las vigas.

Cada viga va pretensada mediante cables longitudinales y verticales, excepto las vigas C que carecen de estos últimos. Los cables longitudinales se anclan, bien en la cara extrema de la viga o bien en su cara superior, y se colocan en el siguiente número:

En	las	vigas	A			•	•			•	0	0	0	0	0	0	0	0	26
En	las	vigas	В			•	0		0	0			0					•	29
En	las	vigas	C	0	0	•		0	0	0	0		0	•	0	0		0	16
En	las	vigas	D	У		E									•	•			17

Los cables verticales, con trazado en forma de U, se anclan en la cara superior de las vigas y su separación media es de 0,65 m. Estos cables tienen una excentricidad media, a la mitad de la altura del alma, de 0,03 m en las vigas A y D, y nula en las vigas B y E.

La distancia entre el eje de la viga de borde y el de la viga contigua es de 1,08 m; y en las otras vigas, la distancia entre ejes es de 1,20 m. Los intervalos de 0,02 m y 0,14 m que quedan entre bordes de alas se hormigonan "in situ", y el pretensado transver sal de las losas superior e inferior, que forman las alas de las vigas del tablero del puente, se efectúa por medio de cables rectos co locados cada 1 m.

Todos los cables de pretersado están constituídos por doce alambres de 5 mm de diámetro, de acero de alta resistencia, con una carga de rotura que oscila entre los 140 y 160 Kg/mm² y un limite elástico convencional de 115 a 120 Kg/mm². Se entiende por limite elástico convencional la tensión que, mantenida durante diez segundos, produce un alargamiento permanente de 0,2%. Esta tensión pue de ser ampliamente sobrepasada sin que por ello haya de alcanzarse, necesariamente, la rotura del alambre.

En la Fig. 27 se representa el diagrama tensión-deforma ción correspondiente al promedio de siete ensayos realizados sobre muestras extraídas de una de las partidas de alambre recibidas en la obra. Estos ensayos se efectuaron sobre probetas de 50 cm de largo. midiéndose los alargamientos sobre una longitud inicial de 25 cm. Co mo puede observarse, dicho diagrama no tiene discontinuidades, a di ferencia de lo que ocurre en las curvas correspondientes al acero dulce que normalmente se emplea como armadura del hormigón armado or dinario, las cuales presentan una zona de alargamiento plástico, en la cual la tensión se mantiene constante mientras que la deformación continúa aumentando. Esta zona es, precisamente, la que define el lí mite elástico en esta clase de aceros, límite que varía entre los 22 y 24 Kg/mm². En el diagrama de la Fig. 27 puede observarse un punto limite de proporcionalidad, correspondiente a los 102 Kg/mm² (2.000 Kilogramos de carga para el alambre de 5 mm de diámetro). Hasta este punto, las deformaciones pueden considerarse como perfectamente elásticas, es decir, que la probeta, para dichos valores, después de descargada, no presenta ninguna deformación remanente. La tensión má xima de 153 Kg/mm² alcanzada en el diagrama, define la carga de rotura del acero de alta resistencia ensavado.

Los cables se construyen agrupando los alambres de 5 mm de diámetro alrededor de un núcleo central y engrasándolos para envol-

verlos, seguidamente, con tres capas de papel Kraft que también se engrasan. Hay que tener cuidado, para que no quede ninguna rebaba in terna de alambre que pueda ostaculizar el alargamiento del cable du rante su puesta en tensión. De esta manera, se obtiene una envoltura lo suficientemente blanda y flexible para evitar los rozamientos durante el tesado. Además, para evitar su endurecimiento, no debe de jarse transcurrir demasiado tiempo desde que se construye el cable hasta que se tesa.

Los extremos de los cables deben quedar totalmente limpics de óxido y grasa, en una longitud suficiente para evitar el desliza miento de los alambres en los conos de anclaje y en la zona de amarre de los gatos. El tesado de los cables se realiza mediante gatos hidráulicos especiales, tipo Freyssinet, de 62 Kg de peso cada uno, que se apoyan contra el propio hormigón de la viga, ya endurecido. La tensión final de los alambres, una vez experimentadas las diversas pérdidas originadas por la retracción, deformaciones lentas, etc, debe ser de 85 Kg/mm².

Los cables se anclan mediante conos Freyssinet (Fig. 28). Posteriormente, y una vez cortados los extremos sobrantes de los alambres y rellenados los huecos que se dejan para la colocación de los gatos, se inyecta, por el conducto dejado al efecto en el núcleo de los cables, una lechada de cemento (proporción volumétrica 1:1) para asegurar la protección de la armadura contra la oxidación y procurar su adherencia. Bajo cada cono de anclaje se coloca, en el hormigón, un zuncho de acero dulce ordinario con el fin de reforzar su resistencia.

Las vigas del puente se construyen en un molde metálico, reforzado, que se apoya sobre travesaños de madera, los cuales, a su

vez, descansan sobre placas de goma colocadas sobre unos dados de hormigón armado. Este sistema permite la colocación, en el fondo y en los costados del molde, de vibradores que facilitan el hormigonado. Los extremos del molde se cierran mediante placas de hormigón armado que van provistas de orificios necesarios para el paso de los cables que constituyen la armadura de las vigas.

La dosificación del hormigón utilizado en la obra es de 425 Kg de supercemento (10 sacos) por metro cúbico de hormigón, obteniéndose resistencias del orden de los 350 Kg/cm², a los siete días. La relación agua-cemento varía entre 0,36 y 0,38, según la plas ticidad requerida. Además, se añade al supercemento, y en la proporoión del 1% de su peso, un producto en polvo que retarda su fraguado (Plastiment), con el fin de favorecer la operación de vibrado del hormigón.

El desmolde de todas las vigas se efectúa, generalmente, a las 24 horas de haber terminado el hormigonado. Las vigas se tras ladan, sobre rodillos, desde el lugar en que se fabrican hasta el puente, en donde son recogidas por una viga de lanzamiento que las coloca en su posición definitiva sobre los apoyos. Esta viga de lanzamiento es una viga armada, metálica, de 70 m de longitud total, y un contrapeso de 18 toneladas que sirve para equilibrar la parte en voladizo de la viga de lanzamiento mientras ésta va avanzando para alcanzar el apoyo en la pila correspondiente (Fig. 29).

Cada una de las vigas descansa sobre las pilas del puente a través de una rótula fija, de una articulación, en uno de los extremos y de una rótula móvil, de dos articulaciones, en el otro. Es tos apoyos son prefabricados y del tipo Freyssinet. Sus ejes se en-

cuentran a 0,55 m del eje de la pila, de modo que las luces de las vigas resultan de 40,4 m ó de 32,4 m. El enlace de las vigas con sus respectivos aparatos de apoyo se efectúa, una vez rellenados los hue cos entre ellos con hormigón flúido, mediante la puesta en tensión de dos cables rectos, de doce alambres, de 5 mm de diámetro.

Todas las piezas que constituyen los aparatos de apoyo han sido calculadas para poder resistir los esfuerzos horizontales originados por los posibles movimientos sísmicos.

Para el cálculo de las vigas se consideraron las siguientes sobrecargas por vía de calzada:

- 18 Sobrecarga, uniformemente repartida, de 0,952 tonela das por metro lineal.
- 2º Sobrecarga concentrada de 8,2 toneladas, para el cál culo de los momentos flectores, y
- 3º Sobrecarga concentrada de 11,8 toneladas, para el cál culo de los esfuerzos cortantes.

La losa superior del tablero del puente se calculó suponiendo una sobrecarga, uniformemente repartida, de 0,686 toneladas por metro cuadrado.

Para tener en cuenta los efectos dinámicos, todos los valores anteriormente citados se aumentaron de acuerdo con los coeficientes que a continuación se indican:

1,20 para los tramos de 41,5 m

1,22 para los tramos de 33,5 m

Para el cálculo de la losa de las aceras se consideró una

sobrecarga de 0,400 toneladas por metro cuadrado y como sobrecargas de acera en el cálculo de las vigas se tomaron las siguientes:

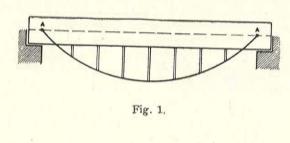
0,250 tm/m² para los tramos largos, 0,280 tm/m² para los tramos cortos.

La sección total para paso de agua en los tres conductos que se utilizan es de 4,58 m², es decir, equivalente a la de una tubería circular de 2,4 m de diámetro $(4,524 \text{ m}^2)$.

El efecto sísmico se supuso igual al 1% de los esfuerzos verticales que actúan sobre la estructura.

En el Pliego de condiciones de la obra se exige que el hormigón pretensado de la estructura tenga, como mínimo, una resistencia a la rotura por compresión, a los 90 días, de 450 Kg/cm², y se fijan, como tensiones límites de trabajo, las siguientes:

Tensión máxima de compresión	126 Kg/cm ²
Tensión máxima de compresión (para la fle- xión longitudinal)	5 Kg/cm ²
Tensión principal de tracción (en condiciones normales de trabajo)	2 Kg/cm ²
Tensión principal de tracción (en circunstancias especiales, como por ejemplo: manipulación de las vigas, vaciado de un conduc	
to, etc)	Hasta 10 Kg/cm ²
	R.P.



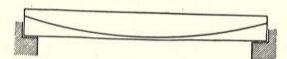
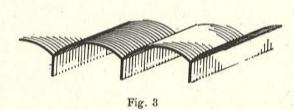


Fig. 2.



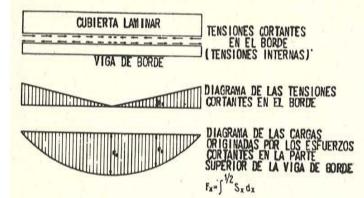


Fig. 6.

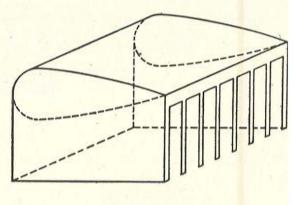


Fig. 4

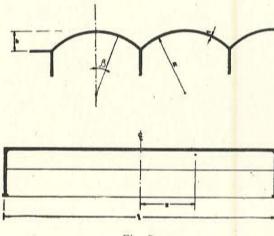


Fig. 5.

Fig. 1.—Viga «apoyada», a lo largo de su luz, en un tirante curvo colocado debajo.

Fig. 2.—Viga «apoyada», a lo largo de su luz, en un cable teso de directriz curva.

Fig. 3.—Estructura laminar (contorno abierto). Fig. 4.—Estructura laminar (contorno cerrado). Con el fin de eliminar las perturbaciones en los bordes, se disponen en los nudos diversos soportes próximos uno a otros.

Fig. 5.—Secciones de una cubierta laminar circular: diagrama superior, sección transversal; diagrama inferior, sección longitudinal.

Fig. 6.—Tensiones cortantes en los bordes de una cubierta laminar que actúa como membrana.

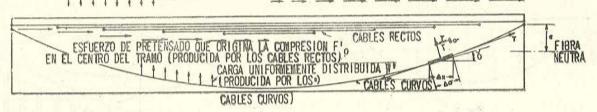


Fig. 7.

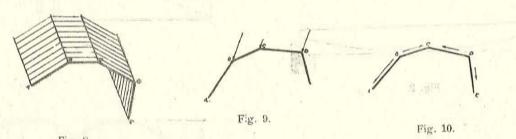
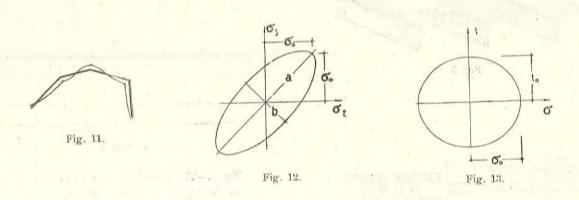


Fig. 8.



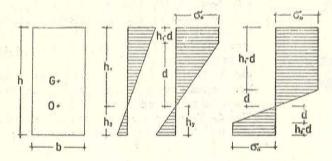


Fig. 14.

Fig. 7.—Sección longitudinal de una viga de borde, pretensada. En ella se indican los distintos esfuerzos que actúan a lo largo del tramo.

Fig. 8.—Cubierta laminar pol gonal.

Fig. 9.—Cargas permanentes que actúan en los vértices o nudos,

Fig. 10.—Descomposición de las cargas permanentes, según los planos de la cubierta.

Fig. 11.—Flexión de las placas, producida por las flechas de las vigas.

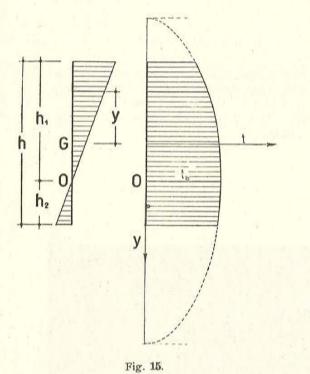
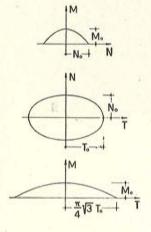


Fig. 18.



Figs. 18, 19 y 20.

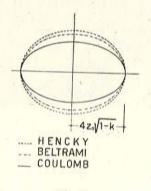


Fig. 22

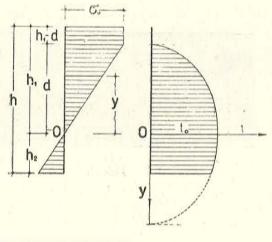


Fig. 16.

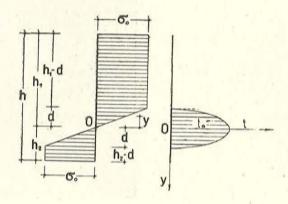


Fig. 17.

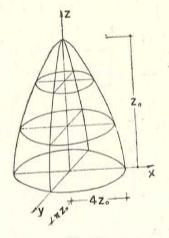


Fig. 21.

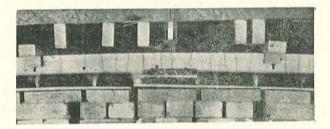


Fig. 23.

Fig. 23.—Fisuración de la vigueta después de haberla tenido, durante tres meses, bajo una carga igual al 82 por 100 de la de rotura.

Fig. 24.—Vista del molde y dispositivo de pretensado.

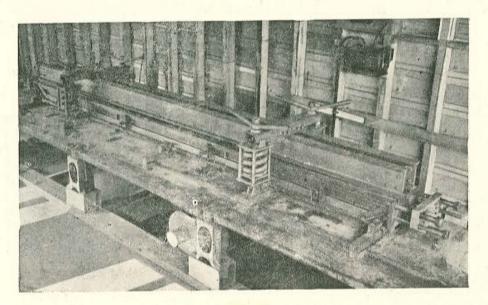


Fig. 24,

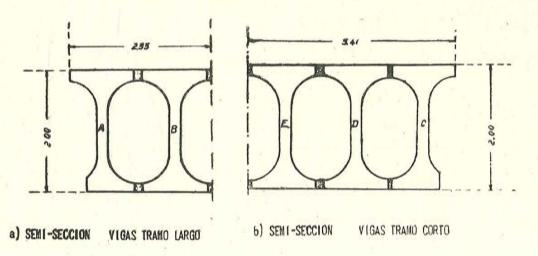


Fig. 26.

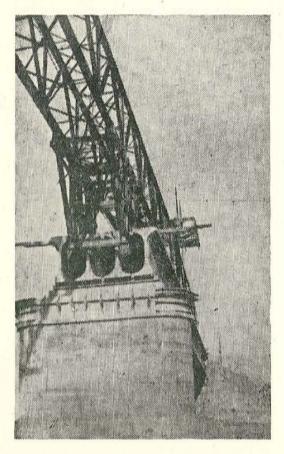


Fig. 25.

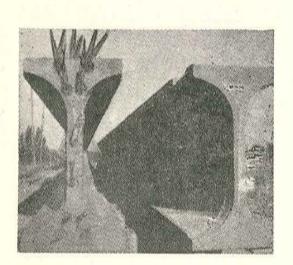


Fig. 28.

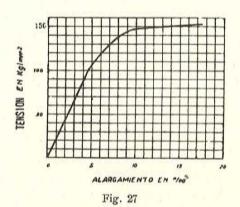




Fig. 29.

