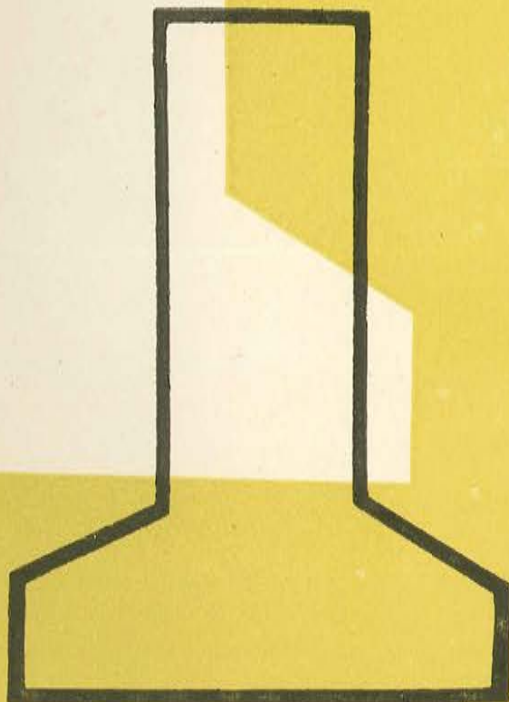
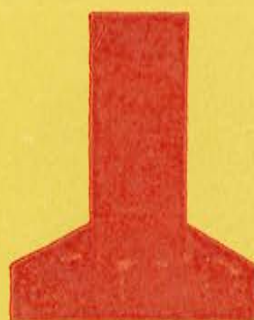


ULTIMAS NOTICIAS SOBRE

hormigón pretensado



BOLETIN NUM. 32 DE LA ASOCIACION ESPAÑOLA DEL HORMIGON PRETENSADO
DEL INSTITUTO TECNICO DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO

a/

CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS
Patronato "Juan de la Cierva" de Investigación Técnica



U L T I M A S N O T I C I A S

Técnicas en Estructuras

Hormigón Pretensado

Boletín de circulación limitada

Nº 32

Mayo--Junio 1956

- INSTITUTO TECNICO DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO -

I N D I C E

Pág.

591-6-1	Influencia de la plasticidad en la resistencia e inestabilidad de las cubiertas laminares pretensadas. - F. Levi	1
---------	--	---

N O T A:

El Instituto, una de cuyas finalidades es divulgar los trabajos de investigación sobre la construcción y edificación, no se hace responsable del contenido de ningún artículo, y el hecho de que patrocine su difusión no implica, en modo alguno, conformidad con la tesis expuesta.

1

591-6-1 INFLUENCIA DE LA PLASTICIDAD EN LA RESISTENCIA E INESTABILIDAD DE LAS CUBIERTAS LAMINARES PRETENSADAS

(Influence de la plasticité sur la résistance et l'instabilité des voûtes minces précontraintes)

Por Franco Levi

INFORME GENERAL DE LA SESION IIIb DEL SEGUNDO CONGRESO DE LA FEDERACION INTERNACIONAL DEL PRETENSADO - AMSTERDAM, Septiembre 1955

- S I N O P S I S -

Se reproduce en este artículo el informe, redactado por M. Franco Levi, sobre los trabajos presentados a la Sesión IIIb del Segundo Congreso de la F.I.P. celebrado, en Amsterdam, en Septiembre de 1955. En dicho informe se hace, primeramente, un detallado estudio de la comunicación, enviada por M. Haas, en la cual se exponen ideas muy interesantes sobre la influencia de la plasticidad, los fenómenos de inestabilidad, y el pretensado, en las cubiertas laminares. A continuación, se hace una recopilación de los actuales conocimientos sobre la resistencia e inestabilidad de las cubiertas laminares pretensadas en régimen plástico, recopilación que hace referencia a los métodos de cálculo en fase elástica y a rotura, a los estudios relativos a los fenómenos de inestabilidad de las cubiertas, y a todos los trabajos experimentales realizados, hasta la fecha, sobre estructuras de esta clase. Finalmente, se propone un programa de investigaciones, estudios y experiencias, con el fin de conseguir el rápido desarrollo de la técnica de las cubiertas laminares pretensadas.

I N T R O D U C C I O N

Puede afirmarse que las causas que han inducido a elegir el tema de esta Sesión IIIb lo fueron las discusiones mantenidas, en Londres, durante el Congreso organizado en 1952 por la Ce

ment and Concrete Association para tratar los problemas relacionados con la construcción de cubiertas laminares de hormigón⁽¹⁾. Es suficiente ojear el volumen que contiene las memorias y comunicaciones presentadas en dicho Congreso para darse cuenta de que el problema planteado, de la influencia del pretensado y de la plasticidad sobre los diferentes aspectos del equilibrio de cubiertas laminares, había llamado la atención de numerosos técnicos.

A este respecto, merecen destacarse las intervenciones de los Sres. Hajnal-Kónyi y Tottenham, sobre la memoria de M. - McNamee, en las que se avisa del peligro que podría entrañar un exceso de confianza en los cálculos elásticos, y las consideraciones que aparecen en los informes de los Sres. Morice y Blumfield y en las discusiones a que dieron lugar dichos informes.

La importancia de los problemas de que se trata encuentra, por otra parte, su confirmación en buen número de trabajos publicados, antes y después del Congreso de Londres, entre los que pueden citarse: los de Gilman, las investigaciones más modernas de Johansen, Baker, Haas, Lundgren, Torroja, Finsterwalder y algunos otros, dentro de los campos teórico y experimental y, por último, los resultados publicados recientemente, en EE.UU.⁽²⁻¹¹⁾, por Ernst, Marlette y Berg.

Queda, por consiguiente, justificada la inclusión en el orden del día de este Congreso del tema IIIb.

Lógicamente, cabía esperar que los numerosos investigadores dedicados al estudio de estos problemas quisieran hacer públicos sus últimos descubrimientos; sin embargo, no ha sido así; hasta el momento de redactar este informe, solamente se ha recibido una ...

memoria original de M. Haas y unos trabajos, amablemente enviados por los Sres. Torroja y Finsterwalder, en los que se describen las estructuras laminares más importantes por ellos realizadas.

¿Como se explica que sobre tema de tanto interés se ha ya recibido un número tan reducido de trabajos?

Posiblemente, el título demasiado sintético adoptado - para el tema de esta Sesión haya sido la causa de que numerosos investigadores, que hubieran podido aportar referencias de gran interés, hayan desistido de redactar sus informes. Sin duda alguna, un gran número de calculistas hubiera podido enviar notas sobre el cálculo de cubiertas laminares pretensadas. Otros muchos, hubiesen podido hacer observaciones relativas a la influencia de la plasticidad sobre la resistencia o sobre las condiciones de equilibrio de las estructuras; pero, es probable que pocos de ellos se encontra- sen en condiciones de tratar al mismo tiempo de la influencia de - los tres factores a que se refiere el título, o sea: la plasticidad, la inestabilidad y el pretensado.

Esta dificultad se hizo ya patente en el mes de diciembre de 1954 al empezarse a preparar este informe general, para soslayarla se propuso al Comité organizador subdividir el tema propuesto en varios subtítulos referente, cada uno de ellos, a un proble- ma particular.

Sin embargo, es probable que esta solución haya llega- do demasiado tarde a conocimiento de los interesados.

Por todo lo reseñado es aún más meritorio el informe - de M. Haas, en el que se afronta el problema en toda su complejidad

aportando, sobre todos los puntos del tema propuesto, indicaciones valiosísimas.

Se comenzará, por lo tanto, examinando, con todo detalle, las ideas expuestas por M. Haas y los interesantes resultados por él obtenidos, y después, con el fin de completar este informe general según las directrices marcadas por el Comité Organizador en su reunión de Gante, en el mes de marzo de 1955, se hará una recopilación de los conocimientos actuales sobre la resistencia e inestabilidad de las cubiertas laminares pretensadas, en régimen plástico.

INFORME DE M. HAAS

Contiene el informe un detenido estudio sobre una cubierta en diente de sierra, pretensada, construida en Holanda después de numerosos ensayos sobre modelos reducidos. La estructura se compone de una serie de dientes, de 40 m de luz, con dos tramos continuos en sentido longitudinal. La luz transversal de cada diente es de 12 m. El espesor normal de la lámina es de 7 cm y el conjunto se rigidiza mediante una gruesa viga, en el borde inferior, en forma de canal, y un rigidizador superior sobre el que apoyan los montantes verticales de las ventanas. Hace constar M. Haas que una estructura de este tipo, ejecutada en hormigón armado ordinario, apenas habría podido sobrepasar los 30 m de luz. Esta es la razón por la cual se tuvo que recurrir al pretensado, realizado por medio de cables fuertemente curvados que se extienden por la viga de bor

de y la lámina. De esta forma, al tesar la armadura de acero de alta resistencia, se producen unos esfuerzos ascendentes, situados en el plano del cable, que se oponen a los empujes originados por el peso propio y las sobrecargas, dando lugar a una disminución muy sensible de las flexiones transversales. Dadas las excepcionales dimensiones de la cubierta, M. Haas juzgó conveniente determinar los márgenes de seguridad disponibles por medio de ensayos sobre modelos reducidos y, a tal efecto, se hizo un ensayo preliminar sobre un modelo de cartón, a escala 1/35. Un detenido examen de la evolución de las deformaciones bajo cargas crecientes demostró que, antes de que se alcanzase la carga crítica, la lámina sufría grandes deformaciones, lo que parecía indicar que, en todo caso, el pandeo se produciría cuando la estructura se encontrara ya trabajando en régimen plástico. De aquí se dedujo que la lámina real, que debía llevar unos nervios transversales de rigidez, no reproducidos en el modelo, podría disponer de un considerable margen de seguridad en relación con el peligro de pandeo en régimen elástico. Dicho de otro modo, quedaba bien patente que la capacidad resistente de una estructura de este género no habría de sufrir ninguna disminución por los fenómenos de inestabilidad. En consecuencia, se decidió construir un modelo que reprodujese la estructura real lo más exactamente posible. Este modelo, a escala 1/10, fué construído por el Laboratorio Central de Ensayos de Materiales de Madrid, bajo la dirección del Sr. Torroja. Subraya en su informe M. Haas, la extraordinaria maestría con que se resolvió el problema de construir, con mortero, una lámina de 7 mm de espesor, en la que, además, había que introducir los alambres de pretensado, de 2 mm de diámetro, en vueltos en una funda de material plástico de 3 mm de diámetro exte

rior. El módulo de elasticidad del mortero empleado fué del orden de 200.000 kg/cm², inferior, aproximadamente, en 1/3 al del hormigón previsto para la estructura real. Se estimó que esta reducción del módulo de elasticidad produciría en el modelo un efecto equivalente al de la fluencia. Los valores de las deformaciones medidas durante la fase elástica fueron, en general, mayores que los teóricos, posiblemente por la aparición de algunas fisuras.

El agotamiento de la estructura se produjo, por rotura de las armaduras, bajo una carga doble de la suma del peso propio y de la sobrecarga prevista en el cálculo, confirmándose, así, la hipótesis de que no existía peligro de inestabilidad de la estructura.

M. Haas, al final de su informe, hace notar que el margen de seguridad en la obra real sería, seguramente, aún más elevado, debido, por una parte, al aumento de la sección de los alambres de pretensado y, por otra, al efecto favorable producido por la inyección de los cables.

DIFERENTES ASPECTOS DE LA RESISTENCIA DE LAS CUBIERTAS LAMINARES PRETENSADAS. (EXAMEN DEL PROBLEMA EN SU CONJUNTO)

A continuación, se estudian los siguientes puntos:

- (1) Métodos de cálculo en fase elástica. Diferentes grados de aproximación. Aplicación a las cubiertas pretensadas.

- (2) Métodos de cálculo a rotura.
- (3) Ensayos relativos a los fenómenos de inestabilidad.
- (4) Resultados experimentales.

Ante todo debe hacerse constar que, a lo largo de este trabajo, hay momentos en los que se hace referencia a temas que se salen del campo señalado a esta Sesión IIIb. Ello obedece a que, en numerosas ocasiones, los problemas que se plantean al hacer el cálculo de una cubierta pretensada se identifican con los que se presentan en el caso de cubiertas de hormigón armado y, siendo la bibliografía relativa a estas últimas mucho más amplia, resulta lógico recurrir a ella. Por otra parte, es casi imposible tratar de los cálculos en fase plástica sin referirse previamente a los cálculos elásticos. En consecuencia, se ha estimado que, para abordar, en su conjunto, los problemas planteados por el tema de esta Sesión, era preciso ampliar los límites fijados a la misma.

MÉTODOS DE CÁLCULO EN FASE ELÁSTICA (DIFERENTES GRADOS DE APROXIMACION; APLICACION A LAS CUBIERTAS PRETENSADAS)

Introducción: En relación con los métodos de cálculo llamados "elásticos" se pueden distinguir, claramente, dos categorías de cubiertas. En efecto, mientras que se dispone de un material analítico - abundantísimo sobre las cubiertas de revolución y cilíndricas, los conocimientos que actualmente se tienen sobre las cubiertas de otras formas son todavía muy incompletos.

Cubiertas de revolución. En general, el estudio de los efectos del pretensado y de la acción de las cargas en esta clase de cubiertas no plantea ningún problema especial. Todos ellos se resuelven, sin ninguna dificultad, mediante la aplicación de los métodos de cálculo clásicos.

Cubiertas cilíndricas. Métodos analíticos: En el campo de las cubiertas cilíndricas, la labor del calculista no resulta ya tan fácil: en parte, por la existencia de muchos métodos de cálculo llamados "exactos", y, en parte, porque todos los métodos, incluso los más sencillos, conducen a cálculos relativamente complicados.

Las discusiones mantenidas con ocasión del Congreso de Londres, al que anteriormente se ha hecho referencia, dieron lugar a estudios comparativos de los distintos procedimientos propuestos, con resultados muy interesantes. Los métodos estudiados, indicados siguiendo un orden de complejidad creciente, fueron los de los Sres. Schörrer, Donnel-Jenkins, Finsterwalder, Aas-Jakobsen y Dischinger (12-17). Todos ellos, se caracterizan por tener una ecuación, en derivadas parciales, de octavo orden, llamada "de compatibilidad", que se obtiene eliminando todas las variables, menos una, entre las ecuaciones de equilibrio del elemento de cubierta y las relaciones esfuerzos-deformaciones. Los métodos se diferencian por las distintas aproximaciones, introducidas por sus autores para simplificar los cálculos. Las ecuaciones de compatibilidad, parecen a primera vista, muy diferentes unas de otras; pero, si se las examina detenidamente, se observa que todas tienen dos términos comunes de valor numérico predominante que son, precisamente, los únicos que figuran en la ecuación de Schörrer, la más sencilla de todas y cuya expresión es:

$$\frac{\delta^3}{12} \frac{\partial^8 w}{\partial y^8} + \frac{\delta}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0$$

Se observa también, que el orden de magnitud de los errores que se cometen como consecuencia de las distintas aproximaciones introducidas en las ecuaciones menos rigurosas es notablemente menor de lo que se podía esperar en un principio. Así, M. Tottenham⁽¹⁾ ha podido demostrar con ejemplos concretos, relativos a una serie de cubiertas de características geométricas muy variables, que las tensiones calculadas por las teorías de Schöerer, Dennell-Jenkis y Finsterwalder difieren muy poco; de donde se deduce que, salvo en casos excepcionales de cubiertas muy pequeñas, se puede emplear, en la práctica, la teoría de Schöerer por ser la más sencilla y cómoda.

Es de interés observar que los especialistas que han intervenido en la discusión, cuyos puntos esenciales acaban de ser expuestos, han justificado su preferencia por la ecuación más sencilla, manifestando que no se debe perder nunca de vista el carácter puramente convencional de las hipótesis elásticas. En especial, los Sres. Tottenham y Hajnal-Kónyi señalan la importancia que deben tener en la realidad los fenómenos de retracción y de deformación lenta; la fisuración de las zonas sometidas a tracción; las variaciones no uniformes de la temperatura y, finalmente, las deformaciones plásticas del hormigón. A idénticas conclusiones había llegado, algunos años antes H. Lundgren⁽⁷⁾, en su magnífico libro sobre cubiertas cilíndricas.

Cubiertas cilíndricas. Tablas numéricas. No siempre, sin embargo, tiene necesidad el calculista de recurrir a una de estas ecuaciones simplificadas, ya que, en algunos casos, su estructura cae dentro del campo de aplicación de las tablas numéricas que se han editado para facilitar el cálculo de las cubiertas cilíndricas. Una primera serie de tablas, deducidas partiendo de una ecuación de compatibilidad muy completa propuesta por Aas-Jakobsen, aparece ya en el texto de H. Lundgren⁽⁷⁾ anteriormente citado. Estas tablas permiten calcular, directamente, los coeficientes característicos de las ecuaciones que expresan las condiciones de compatibilidad a lo largo de los bordes de la cubierta. Otra colección de tablas se encuentra en el Manual n^o 31, de la American Society of Civil Engineers, publicado en el año 1952⁽¹⁸⁾.

Estas tablas, calculadas a partir de una nueva ecuación de compatibilidad, muy aproximada, dan directamente, para las cubiertas cilíndricas de directriz circular, los valores de las tensiones principales y de los corrimientos de los bordes para los distintos casos de cargas aplicadas a los mismos. Otras tablas indican las tensiones y los corrimientos que corresponden a los esfuerzos en régimen de membrana. De esta forma, se pueden escribir, sin dificultad, las ecuaciones que determinan las incógnitas hiperestáticas del problema, de las cuales se deduce, rápidamente, el estado de equilibrio de la cubierta.

Aunque estas tablas hayan sido preparadas para calcular cubiertas de hormigón armado, se pueden utilizar también para valorar los efectos producidos por los esfuerzos de pretensado. Para ello, basta recordar que la acción de un cable de trazado curvilíneo, co

locado en los arranques de una lámina, origina dos acciones distintas: primera, una serie de fuerzas que actúan en el sentido de la concavidad del cable y cuya intensidad depende de la curvatura de dicho cable, y segunda, una acción longitudinal de compresión. Para poder emplear las tablas basta con admitir que tales fuerzas están aplicadas en los bordes. De esta forma, se pueden asimilar a una serie de esfuerzos normales cuyas componentes en los planos vertical y horizontal pueden calcularse. La acción longitudinal de compresión, por su parte, se puede sustituir por una serie de esfuerzos tangenciales aplicados en los bordes de la lámina.

Cubiertas cilíndricas.- Métodos elásticos simplificados. Aparte de los métodos analíticos que acaban de ser indicados, existen, para el cálculo elástico de cubiertas cilíndricas, un cierto número de métodos llamados "aproximados" y que, en ciertos casos, prestan al calculista servicios muy apreciables. M. Lundgren, que se ha dedicado de una manera muy especial a desarrollar estos procedimientos, señala que la introducción de simplificaciones, en apariencia bastante audaces, resultan perfectamente justificadas si se tiene en cuenta que, como ya se indica anteriormente, existen numerosas dudas sobre el comportamiento real de los materiales utilizados. No obstante, advierte que, cada método, debe ser aplicado, únicamente, dentro del campo que le corresponde.

Para las cubiertas largas, el método más conocido es el que consiste en asimilar la cubierta, en su conjunto, a una viga. El procedimiento, aplicable al principio solamente a las cubiertas simétricas sometidas a flexión recta, ha sido ampliado, posteriormente, por Lundgren, a los casos de flexión esviada y torsión. Ade

más, M. Lundgren ha demostrado que se puede considerar que este método constituye las dos primeras etapas de un método de iteración, en el que la cubierta se asimila, alternativamente, a una viga y a una serie de arcos elementales trazados en dirección transversal. Sin embargo, el método de iteración rara vez se emplea, ya que los cálculos que exige resultan tan largos como los de los métodos analíticos generales. Durante estos últimos años, se han publicado numerosos trabajos sobre la aplicación del "método de la viga" a las cubiertas largas pretensadas, pero gran número de autores⁽¹⁹⁻²⁰⁾ dudan de la exactitud de los resultados que, en este caso, proporciona el citado sistema. Entre ellos, M. Goldstein justifica su desconfianza basándose en las observaciones por él realizadas durante unos ensayos efectuados sobre una estructura, de cierta importancia, construida en Bournemouth. Estima que es preferible emplear, en estos casos, los métodos analíticos teniendo en cuenta la influencia del pretensado, en la forma indicada anteriormente.

Para conseguir una primera aproximación en el cálculo de cubiertas de pequeña longitud, M. Lundgren⁽⁷⁾ propone otro método que es, en cierto modo, una reducción esquemática del procedimiento analítico. Por ejemplo, en lo que se refiere a las perturbaciones provocadas por los esfuerzos aplicados en los bordes de la cubierta. Lundgren, supone que quedan absorbidas por una especie de "viga ficticia" situada en los arranques. La parte superior de la cubierta vendrá, por consiguiente, afectada, únicamente, por los esfuerzos que corresponden al régimen de membrana. Este procedimiento es, por consiguiente, análogo a los métodos de cálculo de cubiertas laminares presentadas, en los que se considera que las deforma

ciones de las vigas de borde quedan anuladas por el pretensado y se admite, en consecuencia, que los esfuerzos en la lámina pueden calcularse de acuerdo con la teoría de membranas⁽²¹⁾.

El autor del presente informe ha tenido ocasión de comprobar, sobre una cubierta de grandes dimensiones, constituida por una serie de bóvedas de hormigón armado de pequeña longitud, construida en Turín, que las fórmulas aproximadas de M. Lundgren dan resultados satisfactorios. Sin embargo, la introducción del pretensado puede hacer variar las cosas, por lo que parece razonable recomendar que, mientras no se disponga de experiencia suficiente, se calculen las cubiertas pretensadas por los métodos analíticos.

Cubiertas de formas diversas. La bibliografía relativa al cálculo de cubiertas laminares de forma distinta a la de los dos tipos anteriormente estudiados (de revolución y cilíndricas) no es muy abundante.

En la mayor parte de los textos, consagrados a estos problemas, se estudia, únicamente, el primer aspecto del equilibrio, es decir: el régimen sin flexión o de membrana.

Tal es, por ejemplo, el caso de los trabajos de Flügge, Laffaille, Issenmann-Pilarski, Johansen, etc.⁽²²⁻²⁵⁾.

No obstante, existe un estudio muy reciente, presentado por M. Jenkins al Congreso de Londres, que ofrece perspectivas muy interesantes. En él, su autor procura sacar provecho, para la teoría de las láminas, de los artificios matemáticos más modernos, como son: las coordenadas curvilíneas, el cálculo tensorial y los métodos de relajación⁽²⁶⁾.

M. Jenkins se ha preocupado de estudiar en que condiciones las perturbaciones originadas por los bordes resultan de intensidad moderada. Ha propuesto, también, un método aproximado para el cálculo de las flexiones secundarias basándose en el empleo de una ecuación de compatibilidad, análoga a la que anteriormente había sugerido para el cálculo de las cubiertas cilíndricas. Al final de su memoria, M. Jenkins hace constar que la magnitud de las perturbaciones puede ser reducida, de forma sensible, mediante la introducción de los esfuerzos de pretensado.

MÉTODOS DE CÁLCULO A ROTURA

Introducción. La complejidad del cálculo elástico de las cubiertas laminares y la incertidumbre que existe sobre las hipótesis que lo rigen han favorecido la aplicación, al campo de las cubiertas laminares, de los modernos métodos de cálculo a rotura. Sin embargo, también aquí, hasta ahora los estudios que existen se refieren, en su mayoría, casi exclusivamente, a las cubiertas de revolución y cilíndricas. Debe, además, señalarse que, aun dentro de este campo relativamente limitado, no se ha conseguido todavía encontrar un procedimiento de cálculo que resulte totalmente satisfactorio.

Las primeras tentativas para efectuar el cálculo de las cubiertas cilíndricas adoptando una distribución de tensiones longitudinales diferente de la que resulta de aplicar la teoría elástica se deben a Gilman⁽²⁾. Algunos años más tarde Johansen sigue el mismo camino (27-28).

Método de Lundgren. Es, sin embargo, a Lundgren a quien se debe la primera teoría sistemática sobre el dimensionamiento a rotura de las cubiertas laminares cilíndricas. Quizá sea más lógico llamar al método de Lundgren, "procedimiento de dimensionamiento" en lugar de "procedimiento de cálculo", ya que la intención del autor al desarrollar su método no fué la de proporcionar unas reglas para el cálculo de la carga de rotura de una cubierta dada, sino más bien la de facilitar al proyectista las indicaciones necesarias para poder dimensionar la cubierta aprovechando al máximo la capacidad resistente de los materiales disponibles, trabajando en régimen plástico.

Lundgren divide su estudio en dos partes: En la primera, trata de las cubiertas de gran longitud y, en la segunda, de las cubiertas de pequeña longitud. Para las cubiertas grandes la idea fundamental sigue siendo, todavía, la de equipararlas a una viga. Aquí, sin embargo, se admite que las tensiones longitudinales de la cubierta están localizadas en zonas muy limitadas llamadas "fibras plásticas" (por eso, se le da el nombre de "stringer theory"). Por ejemplo, en una cubierta simétrica, sometida a cargas verticales, se supone que las tensiones de tracción se localizan en la armadura metálica inferior que trabaja en régimen plástico y que las tensiones de compresión se concentran en una estrecha zona situada en la clave de la cubierta. De estas hipótesis, que se refieren a la disposición de las tensiones longitudinales, se deduce una importante consecuencia en relación con la distribución de los esfuerzos tangenciales que actúan sobre las secciones transversales. En efecto, dichos esfuerzos deberán ser constantes entre dos fibras --

plásticas adyacentes. Por lo tanto, se puede fácilmente, basándose en el teorema de Bredt, encontrar la resultante de los esfuerzos tangenciales que actúan entre dos fibras. Partiendo de estas consideraciones, estudia Lundgren la posición de las fibras plásticas que, para unas condiciones de cargas dadas, satisfacen el principio del aprovechamiento máximo de los materiales. Pasa, después, el autor, al cálculo de las tensiones transversales; para lo cual, considera un elemento de arco comprendido entre dos secciones transversales sometido a la acción simultánea de la carga exterior y de los esfuerzos tangenciales. En el caso, anteriormente citado, de una cubierta cilíndrica, simétrica, de eje horizontal, pueden ocurrir, de acuerdo con esta teoría, dos cosas: que la resistencia disponible se encuentre agotada en el sentido transversal antes que en la dirección longitudinal, o que pase lo contrario. Lundgren admite, en el caso de cubiertas hiperestáticas en sentido longitudinal o transversal, que los momentos flectores máximos se igualan, lo mismo que sucede en la teoría de las rótulas plásticas. Finalmente, hace alusión a un efecto placa que podría aumentar la resistencia transversal de la cubierta.

Lundgren, en el caso de cubiertas de pequeña longitud, amplía al campo plástico la hipótesis de que, en los arranques de las cubiertas, se forman dos vigas ficticias que transmiten a los apoyos los empujes de los elementos intermedios de la cubierta. No obstante, señala que, cuando la carga aplicada aumenta, la extensión de la zona perturbada se hace cada vez mayor. En seguida, la segunda onda de la sinusoides amortiguada, que representa las acciones perturbadoras, deja de ser despreciable. Finalmente, se ven aparecer, en los arranques, una serie de fibras plásticas, alternati-

vamente comprimidas y extendidas, cuya posición puede determinarse basándose en el principio del mayor aprovechamiento de la capacidad resistente de los materiales. Según Lundgren, la rotura se producirá por agotamiento de la resistencia transversal. Hay que tener en cuenta, sin embargo, la colaboración que a dicha resistencia prestan los elementos longitudinales de la cubierta dando lugar a un "efecto placa" que Lundgren valora de acuerdo con la teoría de las líneas de rotura de Johansen.

Método de Baker. En 1950 M. Baker propuso una nueva teoría para el cálculo de cubiertas de gran longitud⁽⁴⁾. En esta teoría, la cubierta se asimila también a una viga hueca y se desprecia el efecto de la deformación transversal; se admite por otra parte que el hormigón en tracción se fisura y que las secciones transversales permanecen planas. Para localizar el eje neutro M. Baker hace diferentes hipótesis sobre la relación entre las deformaciones del acero en tracción y del hormigón en compresión. Estas hipótesis se refieren, particularmente, a la eventual existencia de un estado de pretensado entre el acero y el hormigón y a la existencia o no de adherencia entre los dos materiales.

M. Baker emplea, en general, dos hipótesis extremas que le conducen a dos diferentes diagramas de tensiones longitudinales. De estos diagramas deduce, por un método análogo al de Lundgren, las leyes extremas de reparto de tensiones transversales.

M. Baker completó en 1952, su teoría estudiando los problemas de las cubiertas de pequeña longitud⁽⁵⁾.

M. Baker admite, para estos casos, que la cubierta funciona a la vez como una viga hueca, longitudinal, sometida a flexión transversal y como una serie de fibras longitudinales que actúan, a su vez, de igual forma que una placa flectada longitudinalmente. También, admite que las zonas a tracción de las secciones sometidas a los máximos momentos, calculados de acuerdo con la teoría de la viga, se fisuran; pero que esta fisuración no supone, sin embargo, la desaparición del efecto placa. En el funcionamiento como viga hueca se admite también, en este caso, que las secciones planas se mantienen planas y que, por consiguiente, la distribución de las tensiones tangenciales es análoga a la que se deduce para las cubiertas de gran longitud.

Igualmente, se consideran dos leyes extremas de distribución, debido a no poderse fijar de un modo exacto la posición del eje neutro. Sólo queda, por lo tanto, determinar el coeficiente de distribución de la carga entre las dos series de fajas longitudinales y transversales.

Este problema se resuelve, por aproximaciones sucesivas, suponiendo que las fajas transmiten, únicamente, unas a otras, reacciones normales.

Discusión. De todo lo expuesto, se deduce que los datos experimentales que actualmente se conocen sobre el comportamiento en rotura de las cubiertas laminares son aún muy escasos. Resulta por lo tanto difícil, por el momento, formar un juicio definitivo sobre los métodos, verdaderamente ingeniosos, propuestos por Lundgren y Baker. Lo único que cabe hacer es formular algunas observaciones sobre las hipótesis en las que se han basado dichos autores para establecer sus teorías.

En general, da la impresión de que Lundgren y Baker han tratado de resolver el problema de una forma, quizá, demasiado abstracta. En la teoría de Lundgren, por ejemplo, parece que se recurre, con demasiada frecuencia, al principio según el cual la plasticidad es capaz de asegurar, en todos los casos, el aprovechamiento total de la capacidad de resistencia de los materiales. A este respecto, conviene recordar que, en el caso de vigas rectas continuas, ha podido ya demostrarse, de un modo evidente, que existe una diferencia muy sensible entre los valores de la carga de rotura determinados experimentalmente y los obtenidos según la teoría de la igualación de momentos. Parece, por consiguiente, que no es aconsejable extender al campo, mucho más complejo, de las cubiertas laminares el principio según el cual las secciones resistentes son susceptibles de pasar, sin transición, del estado elástico al plástico y ofrecer, en este último estado, una capacidad de adaptación prácticamente ilimitada. Estas objeciones deben tenerse en cuenta, no sólo cuando se trate de aplicar directamente al campo de las cubiertas laminares hiperestáticas los principios de la teoría de la igualación de momentos, sino también al estudiar la distribución de cargas entre los diferentes elementos resistentes que cabe distinguir en el conjunto de una cubierta aislada.

Parece que, lo mismo que en el caso de las estructuras de hormigón, al hacer el estudio de las cubiertas laminares en régimen elasto-plástico es imprescindible tener en cuenta el orden de sucesión de los diferentes fenómenos y la importancia relativa de los efectos de redistribución provocados por los distintos tipos de deformaciones anelásticas, o, lo que es igual, que no se podrá lle

gar a establecer una "teoría de la adaptación", con carácter general, más que realizando un estudio sistemático de la evolución de los diversos estados de equilibrio.

Este estudio deberá basarse, en primer lugar, en el análisis teórico de los efectos de los distintos tipos de distorsión que pueden producirse en las cubiertas laminares fisuradas. Como ejemplo de un estudio de esta naturaleza puede indicarse la memoria, publicada por el autor del presente informe, en 1953, sobre los fenómenos de adaptación en el borde de las superficies de revolución - (29). Después, hará falta reunir una serie de datos experimentales suficientemente amplia. En este campo no parece probable que se puedan conseguir rápidamente resultados prácticamente utilizables, más que orientando los ensayos de una manera sistemática. Se podría, por ejemplo, clasificar los distintos tipos de cubiertas laminares cilíndricas en un cierto número de categorías (por ejemplo, una decena); realizar con cada uno de los tipos de cubierta ensayos a rotura, sobre modelos, haciendo variar la cuantía de armadura; observar cuidadosamente la evolución de los fenómenos de adaptación; y, por último, tratar de interpretar, teóricamente, los resultados, estudiando, en primer lugar, la fase elástica; después, el efecto de las primeras distorsiones y, finalmente, la fase de rotura.

Evidentemente, en estos primeros ensayos se debe tratar, por todos los medios, de eliminar los fenómenos secundarios, capaces de provocar el pandeo, la rotura por esfuerzo cortante, etc. Estos aspectos del problema, sólo podrán abordarse más adelante, así como los efectos de la continuidad longitudinal o transversal. Un programa análogo podría establecerse para las cubiertas de revo

lución. Finalmente, y para terminar con este tema, conviene hacer referencia a los fenómenos provocados por la fluencia del hormigón. Es frecuente, en las discusiones relativas a los efectos de las deformaciones anelásticas, asimilar la fluencia a la plasticidad. De be hacerse notar, sin embargo, que en las estructuras de hormigón hay que distinguir claramente las deformaciones provocadas por la fluencia, cuya amplitud es sensiblemente proporcional a las tensiones, de las deformaciones propiamente plásticas. En efecto, mientras que estas últimas dan siempre lugar a una redistribución de tensiones entre los diferentes elementos resistentes; la fluencia, cuando su coeficiente específico es constante en toda la estructura, no produce ningún efecto sobre el régimen de tensiones creado por las cargas exteriores. Salvo en los casos en que se presenten los fenómenos de inestabilidad de los cuales se trata en el párrafo siguiente, no será, por consiguiente, necesario preocuparse de la "fluencia uniforme" más que cuando se estudien los estados de ten sión provocados por la introducción de deformaciones incompatibles. Se tendrá en cuenta, por ejemplo, en las cubiertas pretensadas, cuan do se calculen las pérdidas de tensión originadas en los cables por la fluencia o, también, en la valoración de los efectos de la retracción, etc. (30).

Estudios relativos a los fenómenos de inestabilidad. Ya se ha indicado anteriormente, en particular al tratar del informe de M. Haas, que la introducción del pretensado permite aumentar la luz de las cu biertas laminares de hormigón. Este aumento, como es lógico, da lugar a que el riesgo de alabeo o pandeo sea mayor.

El estudio de los fenómenos de inestabilidad, cuya importancia es ya considerable en las cubiertas ordinarias, constituye, por consiguiente, un problema esencial en el campo de las cubiertas pretensadas.

M. Haas señala, en su informe, que en una cubierta laminar cilíndrica pueden presentarse numerosas formas de inestabilidad, siendo las principales las siguientes: 1ª) pandeo local en las zonas sometidas a esfuerzos de compresión; 2ª) aplanamiento de la cubierta, llamado a veces "efecto Brazier" (este fenómeno se produce, en particular, en las cubiertas desprovistas de vigas de borde); 3ª) inestabilidad por el efecto combinado de la flexión esviada y de la torsión del conjunto de la cubierta (en particular, para las cubiertas asimétricas).

Si a estas consideraciones se añade que, por lo general, el pandeo de las cubiertas de hormigón se produce en el campo plástico, se comprende que el estudio sistemático del problema en cuestión no ha de resultar nada fácil. No parece necesario añadir que las complicaciones son mucho más considerables en el caso de cubiertas de cualquier forma especial.

El material bibliográfico disponible se refiere, principalmente, a las cubiertas cilíndricas. A continuación, se resumirá lo esencial de dicha documentación.

Sobre este tema, también constituye una importante fuente de información el libro de Lundgren⁽⁷⁾. En el capítulo 18 de esta obra se señala en primer lugar que, si el hormigón se comportase como un material perfectamente elástico, el problema de la inestabilidad local de las cubiertas laminares podría resolverse apli-

cando, a este caso particular, las fórmulas establecidas para los tubos. Se demuestra, en efecto, que la existencia de generatrices de borde no tiene gran influencia sobre los resultados. Lo que complica el problema es la existencia, en el hormigón, de deformaciones no lineales. Lundgren distingue, en principio, tres tipos de cubiertas: las extremadamente delgadas, para las que se pueden utilizar las fórmulas elásticas; las gruesas, en las que no existe peligro de pandeo; y las intermedias, en las que la tensión admisible es inferior, tanto a la resistencia en compresión simple como a la tensión crítica deducida por medio de las fórmulas del pandeo elástico. Para este último tipo de cubierta, al cual pertenecen la mayor parte de las existentes, Lundgren propone una fórmula empírica, muy sencilla, que expresa la tensión admisible σ_a , en función de la tensión crítica elástica σ_{cr} , y de la resistencia al aplastamiento en probeta cúbica σ_B . Dicha fórmula es la siguiente:

$$\frac{1}{\sigma_a} = \frac{1}{\sigma_{cr}} + \frac{1}{\sigma_B} \text{ o, también,}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_B}{1 + \frac{\sigma_B}{\sigma_{cr}}} \quad [1]$$

Es necesario, por consiguiente, calcular la tensión crítica σ_{cr} . Para las cubiertas de gran longitud, Lundgren admite que el peligro de pandeo local de la zona comprimida adyacente a la clave, puede estudiarse mediante las fórmulas establecidas para los tubos sometidos a compresión axial, o sea:

$$\sigma_{cr} = 0,6 E \frac{\delta}{R} \quad [2]$$

El coeficiente numérico que figura en esta expresión debe, sin embargo, reducirse a 0,2 para evitar las divergencias observadas entre los resultados deducidos, aplicando la fórmula [2] y los obtenidos experimentalmente.

Para las cubiertas de pequeña longitud, el peligro de pandeo proviene de las tensiones transversales de compresión, que alcanzan un máximo en la clave de la cubierta. En este caso, para calcular σ_{cr} se utilizan las fórmulas que se emplean para los tubos comprimidos por el exterior. En particular, si la longitud de la cubierta no es demasiado pequeña, se puede utilizar la siguiente expresión simplificada:

$$\sigma_{cr} = 1,1 E \frac{\delta}{l} \sqrt{\frac{\delta}{R}} \quad [3]$$

Los valores de las tensiones admisibles, calculados sustituyendo en [1] el valor de σ_{cr} , dados por la expresión [3], han sido comprobados por Lundgren mediante seis ensayos efectuados sobre otros tantos modelos de cubiertas. Los resultados han demostrado una concordancia satisfactoria entre los datos teóricos y los valores experimentales. Lundgren propone, igualmente, una fórmula que da valores más elevados para la intensidad de las tensiones provocadas por los momentos flectores transversales, con el fin de tener en cuenta el peligro de pandeo. Otra expresión, deducida del estudio de

la resistencia a torsión de los tubos, sirve para calcular la tensión tangencial crítica.

En el Manual n^o 32 del A.S.C.E. ⁽¹⁸⁾ se estudia, también, el pandeo local de las cubiertas laminaras. Como en el caso anterior, las tensiones críticas se calculan por medio de las fórmulas establecidas por los tubos. En este estudio, sin embargo, no se tiene en cuenta la influencia de los fenómenos plásticos. Ernst, Marlette y Berg ⁽¹⁰⁾, en un artículo reciente, han propuesto una expresión, para calcular la tensión de pandeo, basada en la utilización del concepto de "módulo tangencial", y en la que se tiene en cuenta además el efecto combinado del esfuerzo axial y de los momentos flectores transversales.

De los estudios precedentemente citados se pueden, deducir, no sólo indicaciones cuantitativas sobre el valor de las tensiones críticas, sino también útiles indicaciones sobre el medio de evitar el peligro de pandeo local.

Puede, en el caso de cubiertas de gran longitud aumentarse considerablemente su resistencia dotándolas de nervios rigidizadores longitudinales; si las cubiertas son de pequeña longitud convendrá disponer nervios transversales y, finalmente, para las cubiertas de longitud intermedia será conveniente colocar rigidizadores orientados en las dos direcciones.

En los trabajos publicados en 1933 y 1935 por Belluzzi ⁽³²⁻³³⁾ se estudia el segundo aspecto de la inestabilidad de las cubiertas cilíndricas, es decir, el "efecto Brazier". Lundgren ⁽⁷⁾, en relación con este problema, indica las disposiciones prácticas que deben adoptarse para evitar el peligro del aplastamiento a que

da origen este fenómeno.

En relación con el tercer aspecto de la inestabilidad de las cubiertas cilíndricas y de las cubiertas de sección poligonal, se han publicado en Italia numerosos trabajos teóricos en el transcurso de estos últimos años (34-38). Estos trabajos basados, en su mayor parte, en el método energético, estudian las condiciones de estabilidad de la cubierta en su conjunto.

Los más recientemente publicados consideran, además - de la acción de las cargas exteriores, el efecto de la presencia de los cables de pretensado.

A este respecto, es interesante hacer constar que, en las cubiertas de dimensiones corrientes, la presencia del pretensado no produce, en las condiciones más desfavorables, más que un ligero aumento del peligro de pandeo.

En las estructuras de hormigón, y cualquiera que sea la forma de inestabilidad considerada, hay que tener siempre en cuenta los efectos de la fluencia. En realidad existen algunos casos en que dichos efectos son despreciables; por ejemplo: en una barra, axialmente comprimida, el valor de la carga crítica es el mismo, tanto en el régimen viscoso-elástico como en el elástico - (es decir, que el valor de su carga crítica de Euler no aparece influenciado por eventuales pequeños cambios de forma). Realmente, este caso queda también incluido en la regla general, puesto que la fluencia exagera el efecto de las deformaciones y disminuye, - por consiguiente, el valor de la carga que limita el campo de lo que se ha convenido en llamar "pandeo elástico".

En general, existe la creencia de que, para tener en cuenta la fluencia, basta con disminuir el valor del módulo de elasticidad. Una simple ojeada, sobre los casos más sencillos^(30 y 36), basta para comprender que, en realidad, el fenómeno es sensiblemente más complejo. Sin embargo, en el campo de las cubiertas laminares puede decirse que este tema no ha sido todavía estudiado. Sería, por tanto, de desear que los investigadores se ocupasen de este importante problema. Conviene señalar que, en el campo experimental, podrán, probablemente, obtenerse resultados muy interesantes trabajando sobre modelos de material plástico.

DATOS EXPERIMENTALES

Mientras existen numerosos trabajos experimentales en relación con las cubiertas laminares metálicas, los datos de este tipo sobre cubiertas laminares de hormigón son relativamente escasos. Ello se debe, esencialmente, a las dificultades experimentales que se presentan al tratar de reproducir, a escala reducida, una cubierta de hormigón cuyo espesor, en verdadera magnitud, es ya de por sí muy pequeño. Por otra parte, los pocos trabajos de que actualmente se dispone son poco completos y sólo un reducido número de ellos se refieren a las cubiertas pretensadas. Sin embargo, hay que hacer notar que los informes publicados sobre las observaciones efectuadas en varias importantes obras durante su descimbramiento y en los ensayos de carga constituyen una documentación complementaria de gran interés.

Se olvida, con bastante frecuencia, que las primeras aplicaciones de las cubiertas laminares han tenido, en cierto modo, un carácter experimental. Así, por ejemplo, el gran éxito obtenido con la construcción del Planetarium de Berlín, en 1923, por Bauersfeld y Dischinger ha sido el origen del desarrollo de las cubiertas laminares, en Alemania. Los estudios teóricos no empezaron hasta bastante más tarde; por lo cual, los constructores, en un principio, no contaban más que con la intuición y la experiencia adquirida durante la construcción de las primeras obras.

Durante varios años, los estudios teóricos y los trabajos experimentales se desarrollaron paralelamente. Pertenecen a esta época los trabajos de Saliger y Kleinlogel, en Alemania⁽³⁵⁻⁴⁰⁾, y un poco posteriores son los ensayos efectuados, en Suiza, sobre una obra proyectada por Maillart. La mayor parte de estos estudios se refieren a ensayos efectuados sobre cubiertas en verdadera magnitud. Se puede decir que sus principales resultados fueron confirmar la confianza de los calculistas en este nuevo tipo de estructura y subrayar la necesidad de realizar cálculos más elevados que los que la simple teoría de membranas exige. Otro grupo de investigaciones lo constituyen los ensayos realizados, algunos años más tarde, con el fin de comprobar, bien sobre modelos, o bien directamente sobre las propias obras, la validez de los nuevos métodos de cálculo utilizados (en particular, los de Finsterwalder y Schörer). A este grupo pertenecen los trabajos de Sachepotiev en la U.R.S.S., los ensayos, particularmente interesantes, de Torroja, sobre el modelo del Frontón Recoletos⁽⁴²⁻⁴³⁾, y los ensayos de Lundgren⁽⁴⁴⁾ sobre diferentes modelos de cubiertas cilíndricas.

También se han hecho bastantes ensayos sobre cubiertas de formas más complicadas, cuyo equilibrio resulta muy difícil de estudiar siguiendo procedimientos analíticos. A este respecto, deben citarse los estudios de Torroja sobre los modelos del mercado de Algeciras y sobre uno de los elementos estructurales en verdadera magnitud, de las tribunas del hipódromo de Madrid⁽⁴³⁾, los ensayos de Hruban⁽⁴⁵⁾, y, más recientemente, el estudio sobre el modelo de una cubierta, en forma de paraguas, efectuado por Pizzetti⁽⁴⁶⁾.

Después de la última guerra, la mayor parte de los trabajos experimentales han tenido por objeto el estudio del comportamiento de las cubiertas más allá del límite elástico y de la influencia del pretensado. Son muy interesantes las observaciones efectuadas en el curso del estudio de la cubierta de la Iglesia Felix y Régula, de Zürich, constituida por una bóveda, muy rebajada, que en planta tiene la forma de una lemniscata de Cassini⁽⁸⁾.

Los ensayos sobre tres modelos, a escala 1/10, construidos por Torroja, en Madrid, demostraron el efecto tan favorable ejercido por la introducción del pretensado en el anillo de base de la cubierta. Este efecto se traduce en una fuerte reducción de las flexiones que actúan sobre los bordes de la cubierta y, en consecuencia, en un aumento sensible del valor de la carga de rotura.

Los datos registrados durante la introducción del esfuerzo de pretensado en dicha cubierta y en el curso de las primeras semanas posteriores al desencofrado han permitido comprobar la satisfactoria coincidencia entre los resultados de los ensayos preliminares y la magnitud real de las deformaciones. Hay que citar también: los ensayos realizados, bajo la dirección de Baker, por

Gouda y Shaker con el fin de hacer una primera comprobación del método de cálculo a rotura de Baker⁽⁴⁷⁻⁴⁸⁾. Una de las cubiertas ensayadas era de hormigón corriente; su comportamiento parece haber reproducido, con bastante fidelidad, las previsiones teóricas. En otra cubierta, constituida por elementos prefabricados y enlazados entre sí posteriormente, mediante cables pretensados, su resistencia se ha visto limitada por la insuficiente resistencia de las juntas a esfuerzo cortante. Las experiencias de Pippard y Chitty⁽⁴⁹⁾; las de Haas⁽⁵¹⁾; los ensayos de Vlachlis⁽⁵⁰⁾, sobre un modelo de cubierta pretensada de gran longitud; los de Ernst, Marlette y Berg ya señalados⁽¹⁰⁾, realizados sobre tres tipos de cubiertas de gran longitud cuya rotura se produjo por esfuerzo cortante; los ensayos del autor del presente informe, sobre un modelo de cubierta de gran longitud y otra de pequeña longitud para efectuar una primera comprobación rápida del método de cálculo a rotura propuesto por Lundgren⁽¹¹⁾; y, por último, las investigaciones en curso de la Cement and Concrete Association, que se propone estudiar el efecto del descenso de los apoyos sobre las condiciones de equilibrio de una cubierta continua de gran longitud. Finalmente, se debe destacar que, en el curso de los últimos años, numerosos constructores de cubiertas pretensadas han obtenido útiles enseñanzas estudiando detenidamente el comportamiento de sus obras. Son particularmente interesantes, en este campo, los datos obtenidos, por Goldstein, sobre el garage de Bournemouth⁽¹⁹⁾, y las observaciones, de Cousins, sobre un garage en Sheffield y otras diversas obras industriales⁽⁵²⁾. Hay que recordar, también, los resultados de Haas, a los que ya se ha hecho referencia en la primera parte de este informe.

C O N C L U S I O N

Se ha dicho, con justicia, que la aplicación del pretendido a las cubiertas laminares constituye la síntesis de los dos progresos de mayor relieve conseguidos por la técnica de la construcción en el curso de estos últimos años. Las posibilidades que, para un futuro inmediato, ofrecen a los constructores estos nuevos métodos de ejecución son realmente extraordinarias; es evidente, sin embargo, que todavía se está muy lejos de poseer los conocimientos teóricos y los datos experimentales necesarios para poder explotar a fondo estas técnicas perfeccionadas.

Desde el punto de vista del técnico especializado, el problema se complica aún más; ya que considera que, en todo cálculo correcto, es imprescindible tener en cuenta los fenómenos analás-ticos y la información que sobre este tema se tiene es, todavía, extraordinariamente escasa.

Un vasto campo de estudio se extiende, por consiguiente, ante los investigadores. Sería muy conveniente poder trabajar, en dicho campo, de una manera sistemática distribuyendo, si fuese posible, los trabajos entre los diferentes centros de investigación. Se ha bosquejado ya un plan de acción para lo que se refiere a los "cálculos a rotura". Un plan análogo podría ser trazado para las investigaciones relacionadas con los fenómenos de inestabilidad. Sería un gran éxito que las discusiones mantenidas en este Congreso de Amsterdam sirviesen para precisar los puntos esenciales de estos programas y sentar las bases para su realización. Este sería,

en efecto, el medio más seguro para conseguir el rápido desarrollo de la técnica de las cubiertas laminares pretensadas, de cuyas brillantes posibilidades nadie, en lo sucesivo, podrá ya dudar.

REFERENCIAS

Introducción

- (1) Proceedings of a symposium on concrete shell roof construction, July 1952. London, Cement and Concrete Association, 1954, pp. 258.
 - (a) McNAMEE, J. J. Existing methods for the analysis of concrete shell roofs, pp. 45-47. Discussion pp. 58-78.
 - (b) MORICE, P. B. Research on concrete shell structures, pp. 99-113. Discussion pp. 114-126.
 - (c) BLUMFIELD, C. V. The combination of shells and prestressing, pp. 149-160. Discussion pp. 160-172.
- (2) GILMAN, L. S. Calcul des voûtes minces cylindriques en béton armé. Ann. Inst. Bâtiments Industriels. Leningrad. N^o 5. 1938.
- (3) JOHANSEN, K. W. Critical notes on the calculation and design of cylindrical shells. Liège, International Association for Bridge and Structural Engineering. 3rd Congress. September 1948. Final report. pp. 601-606.

- (4) BAKER, A. L. L. A plastic design theory for reinforced and prestressed concrete shell roofs. Magazine of Concrete Research. Vol 2, N^o 4, July 1950, pp. 27-34.
- (5) BAKER, A. L. L. Ultimate strength theory for short reinforced concrete cylindrical shell roofs. Magazine of concrete Research. Vol. 4, N^o 10. July 1952, pp. 3-8.
- (6) HAAS, A. M. De berekening van gewapend betonen schaaldaken. De Ingenieur. Vol. 62. N^o 12. 24th March 1950, pp. Bt. 9-14. N^o 36. 8th September 1950, pp. Bt. 43-48.
- (7) LUNDGREN, H. Cylindrical shells. Vol I. Cylindrical roofs. 1st edition. Copenhagen. The Danish Technical Press. The Institute of Danish Civil Engineers, 1949, pp. 360. Appendix pp.xix.
- (8) SCHUBIGER, E. Die Schalenkuppel in vorgespanntem Beton der Kirche Felix und Regula in Zürich. Schweizerische Bauzeitung. Vol. 68, N^o 17. 29th April 1950, pp. 223-228.
- (9) FINSTERWALDER, U. Vorgespannte Schalenbauten. Wiesbaden, Deutscher Beton-Verein E. V. Vorträge auf der Hauptversammlung am 6 und 7 Mai 1954 in Essen, pp. 145-161.
- (10) ERNST, G. C., MARLETTE, R. R. and BERG, G. V. Ultimate load - theory and tests of cylindrical long shell roofs. Journal of the American Concrete Institute. Vol. 26, N^o 3. November 1954, pp. 257-271.
- (11) LEVI, F. Considerazioni sul comportamento statico delle volte

sottilli cilindriche in cemento armato. Atti e Rassegna Tecnica Torino. N^o 10. 1954.

METODOS DE CALCULO EN FASE ELASTICA

- (12) SCHORER, H. Line load actions on thin cylindrical shells. Transactions of the American Society of Civil Engineers. Vol. 101, N^o 2, 1936, pp. 767-810.
- (13) DONNELL, L. H. A new theory for the buckling of thin cylinders under axial compression and bending. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers. Vol. 56, N^o 11. November 1934, pp. 795-806.
- (14) JENKINS, R. S. Theory and design of cylindrical shell structures. The O.N. Arup Group of Consulting Engineers. Bulletin N^o 1, - 1947, pp. 75.
- (15) FINSTERWALDER, U. Die Theorie der Kreiszyllindrischen Schalen-gewölbe. Ingenieur Archiv. 1930 (cfr. Thèse de doctorat à l'Université de Munich).
- (16) JAKOBSEN, A. A. Über das Randstörungsproblem an Kreiszyllinderchalen. Der Bauingenieur. Vol. 20, N^o 29/30, 28th July 1939, pp. 394-405.
- (17) DISCHINGER, F. Die strenge Theorie der Kreiszyllinderchale in ihrer Anwendung auf die Zeiss-Dywidag-Schalen. Beton und Eisen. Vol. 34. N^o 16, 20th August 1935, pp. 257-264. N^o 18, 20th - September 1935, pp. 283-294.

- (18) Design of cylindrical concrete shell roofs. New York, American Society of Civil Engineers 1952. Manual of Engineering Practice N^o 31, pp. 177.
- (19) KIRKLAND, C. W. and GOLDSTEIN, A. The design and construction of a large span prestressed concrete shell roof. The Structural Engineer. Vol. 29, N^o 4. April 1951, pp. 107-127. Discussion N^o 11. November 1951, pp. 306-311.
- (20) MARSHALL, W. T. The elimination of moments in shell roofs by prestressing. Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Part. 3, N^o 1. April 1954, pp. 276-282.
- (21) SILVERA, V. M. A method of design for shell concrete roofs using prestressed edge beams. Magazine of Concrete Research. Vol. 2, N^o 4, July 1950, pp. 9-14.
- (22) FLUGGE, W. Statik und Dynamik der Schalen. Berlin, Springer 1934.
- (23) LAFAILLE, B. Mémoires sur l'étude générale des surfaces gauches minces. Zürich, International Association for Bridge and Structural Engineering. Publications Vol. 3, 1935, pp. 295 et 332.
- (24) ISSENMANN-PILARSKI, L. Calcul des voiles minces en béton armé. 2nd edition. Paris, Dunod. 1952, pp. ix, 202.
- (25) JOHANSEN, K. W. Stress conditions neglecting bending in shells. Bygningsstatistiske Meddelelser. 1937, pp. 61-84. (Cement and Con

crete Association Library Translation Loan Series N^o 4. 1953. Cl. 4 (2/53) pp. 31).

- (26) JENKINS, R. S. Theory of new forms of shell. Proceedings of a symposium on concrete shell roof construction. July 1952. London, Cement and Concrete Association, 1954, pp. 127-140. Discussion p. 148.

MÉTODOS DE CÁLCULO A ROTURA

Ver también las indicaciones bibliográficas (1,5,7).

- (27) JOHANSEN, K. W. Skalkonstruktionen paa Radiohuset. Bygningsstatistiske Meddelelser. Vol. 15, 1944, pp. 1-26.
- (28) JOHANSEN, K. W. Beregning af jaernbetonbjaelker. Bygningsstatistiske Meddelelser. Vol. 16, 1945, pp. 35-62.
- (29) LEVI, F. Adaptations plastiques au bord des surfaces de révolution. Zürich, International Association for Bridge and Structural Engineering. Publications Vol. 13, 1953, pp. 221 y 238.
- (30) LEVI, F. and PIZZETTI, G. Fluage, plasticité, précontrainte, Paris, Dunod, 1951, pp. xvi, 463.

ESTUDIOS RELATIVOS A LOS FENOMENOS DE INESTABILIDAD

Ver también las indicaciones bibliográficas (7,10,18).

- (31) BRAZIER, L. G. On the flexure of thin cylindrical shells and other "thin" sections. Proceedings of the Royal Society. Series A. Vol. 116, N^o 773. 1st September 1927, pp. 104-114.
- (32) BELLUZZI, O. La stabilità dell'equilibrio delle volte a botte inflesse secondo le generatrici. Ricerche di Ingegneria. Vol. 1, N^o 4, 1933, pp. 124-129.
- (33) BELLUZZI, O. Sulla stabilità dell'equilibrio delle volte Zeiss e Dywidag. Ricerche di Ingegneria. Vol. 3, N^o 2. March-April 1935, pp. 35-40.
- (34) GALLI, A. Stabilità nell'equilibrio di una volta trave. Rend. Ac. Napoli. 1941-1942.
- (35) KRALL, G. and CALIGO, D. Moltiplicatore critico di una distribuzione di carico su una vólta autoportante. Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Rendiconti. Series 8, Vol. 4, 1948, pp. 15-21.
- (36) KRALL, G. Stabilità dell'equilibrio elastico. Manuale dell'ing. civile. Rome, Ed. Cremonese, 1952.
- (37) GIANGRECO, E. Instabilità nell'equilibrio delle strutture scatorlari. Rend. Ac. Napoli, 1950.

- (38) GIANGRECO, E. Statica e stabilità delle strutture scatolari precomprese. Giornale del Genio Civile. Vol. 92, N^o 6. June 1954, pp. 430-442.

DATOS EXPERIMENTALES

- (39) SALIGER, R. Schalendach aus Eisenbeton nach Bauart Kolb. Beton und Eisen. Vol. 27, N^o 27, N^o 1. 5th January 1928, pp. 1-6.
- (40) KLEINLOGEL, A. Die Schalengewölbe der Grossmarkthalle Frankfurt a. M. Beton und Eisen. Vol. 27. N^o 27. N^o 1. 5th January 1928. pp. 11-16 N^o 2. 20th January 1928, pp. 25-28.
- (41) SACHEPOTIEV, A. S. Experimental investigation of a reinforced concrete cylindrical shell, (in Russian) Proekt i Standart. - N^o 4. 1936.
- (42) TORROJA, E. Le voite mince du "fronton Recoletos" à Madrid. Zürich, International Association for Bridge and Structural Engineering. Publications Vol. 5, 1937/8, pp. 343-361.
- (43) TORROJA, E. Réalisations de voûtes minces en Espagne. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. N^o 164. December 1950. Béton. Béton Armé. N^o 14, pp. 24.
- (44) LUNDGREN, H. Stabilitetsforsøg med cylindriske jernbetonskaller. Ingeniorvidenskabelige Skrifter. N^o 5. 1945, pp. 68.

- (45) HRUBAN, K. Hyperbolic-paraboloid concrete roofs in Czechoslovakia. Concrete and Constructional Engineering. Vol. 44, N^o 8. August 1949, pp. 247-251.
- (46) PIZZETTI, G. Studio di volta sottile con l'aiuto di modello. Atti e Rass. Tecn. Torino. N^o 5. 1954.
- (47) SHAKER, A. An experimental and analytical investigation of the stresses in prestressed reinforced concrete shell roofs. Thesis presented to the University of London for the degree of - Ph.D. (Eng.) 1951, pp. 229.
- (48) GOUDA, M. An experimental and analytical investigation of - stresses in reinforced concrete cylindrical shell roofs. Thesis presented to the University of London for the degree of Ph.D. (Eng.) 1951, pp. 194.
- (49) PIPPARD, A. J. S. and CHITTY, L. Experiments on the plastic failure of cylindrical shells. London, The Institution of Civil Engineers. The Civil Engineer in War, 1948, pp. 2-29.
- (50) VLACHLIS, D. Model tests on a thin prestressed barrel roof. Magazine of Concrete Research. Vol. 4, N^o 10. July 1952, pp. 9-16.
- (51) HAAS, A. M. and BOUMA, A. L. Experimentele toetsing van enkele analytische methoden voor de berekening van cirkelcylindrische schaalconstructies. Cement. Vol. 6, N^o 23-24. December 1954, - pp. 430-436.

- (52) COUSINS, H. G. The application of prestressing to shell roof construction. Reinforced Concrete Review. Vol. 2, N^o 3, July 1950, pp. 189-199.

- - -

PROXIMA REUNION DEL CONSEJO ADMINISTRATIVO DE LA F.I.P.

El 24 de junio se reúne en Lisboa el nuevo Consejo Administrativo de la Federación Internacional del Pretensado, el cual, después de los nombramientos últimamente efectuados, ha quedado constituido por los siguientes miembros:

Presidente	: E. Freyssinet (Francia)
Vicepresidente General:	E. TORROJA (ESPAÑA)
Tesorero	: P. Gooding (Inglaterra)
Vicepresidentes	: G. Colonnetti (Italia)
	Göte Fritzell (Suecia)
	A. Giannelli (Italia)
	Y. Guyon (Francia)
	W. S. Hanna (Egipto)
	J. A. H. Hartmann (Holanda)
	B. Kelopuu (Finlandia)
	Hans Minetti (Alemania)
	D. H. New (Inglaterra)
	Chr. Ostenfeld (Dinamarca)
	A. PAEZ (ESPAÑA)
	M. R. Ros (Suiza)
	R. de Strycker (Bélgica)

La Asociación Española del Hormigón Pretensado, aprovecha esta ocasión para expresar, por medio de estas líneas, a to

dos sus asociados, la satisfacción que le produce el hecho de que sea España uno de los pocos países que cuentan con dos representantes en el Consejo Administrativo del más alto Organismo Internacional relacionado con la nueva técnica del hormigón pretensado, lo que demuestra el gran prestigio de que gozan nuestros técnicos entre los especialistas de todas las naciones europeas.

