



**últimas noticias técnicas en estructuras**  
**de hormigón pretensado**

**boletín n. 60**



**últimas noticias técnicas en estructuras**

de **h**ormigón **p**retensado

**b**oletín de circulación limitada núm. 60

julio - agosto - septiembre 1961

**i.e.t.c.c.**

DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO  
PATRONATO «JUAN DE LA CIERVA» DE INVESTIGACION TECNICA DEL CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS

Depósito legal: M. 853-1958

INDUSTRIAS DEL HORMIGÓN·S·A·

**IN·H·O·R**

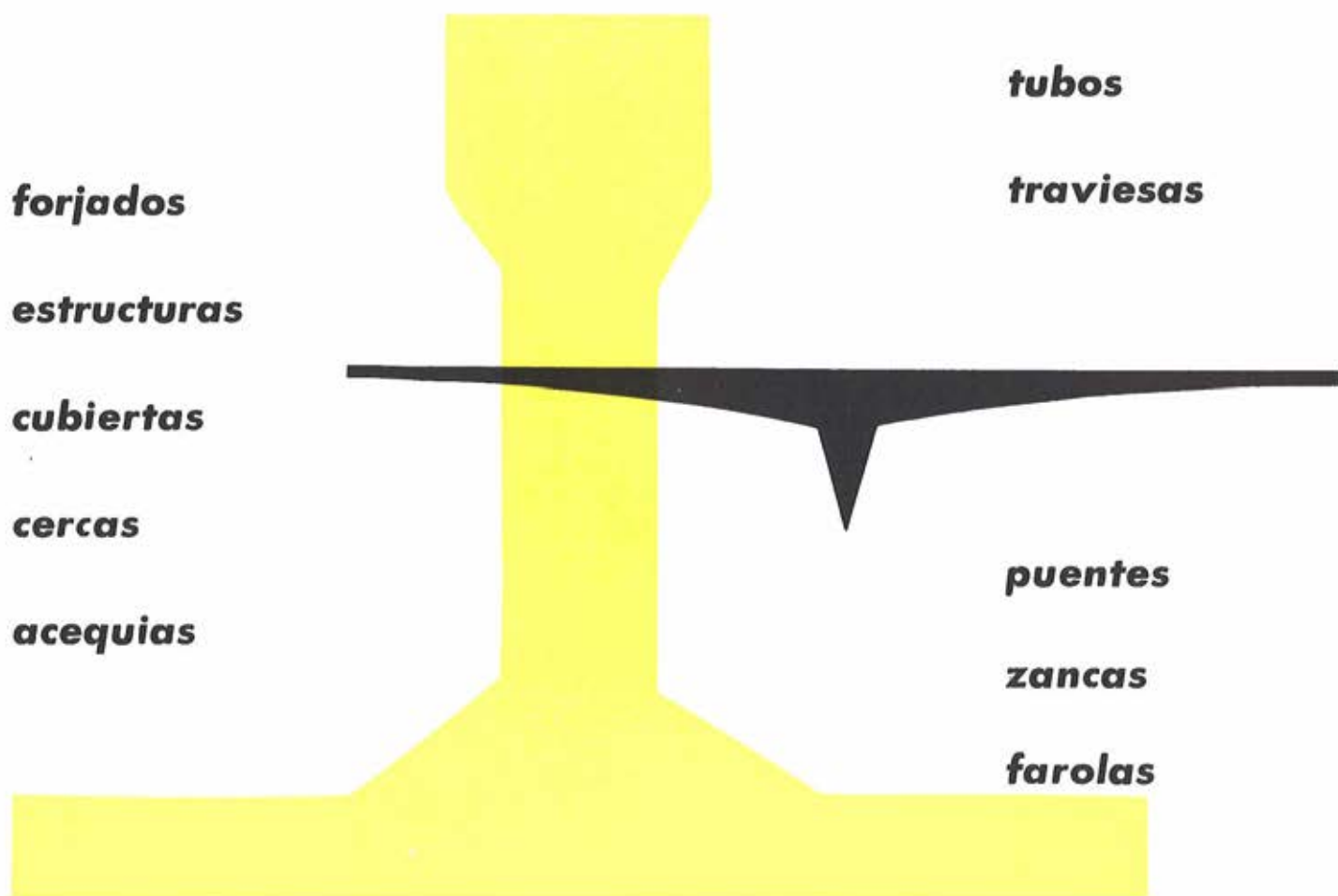
APLICACIONES INDUSTRIALES DEL HORMIGÓN PRETENSADO

**dirección general**

Embajadores, 242

Teléf. 2395600

MADRID



**fábricas:**

YUNCOS (Toledo) Teléfono 3

MENJIBAR (Jaén) Telefono 16

MERIDA (Badajoz) Teléfono 1416

**delegaciones de obras:**

MADRID Tel. 2369005

TELAVERA DE LA REINA (Toledo) Tel. 267

JAEN Tel. 3755



## asociación española del hormigón pretensado

CUOTA ANUAL	España Extranjero	
	Pesetas	Dólares
Socio adherido individual ...	180,00	3,55
Socio no adherido individual.	300,00	7,00
Socio colectivo (aunque figuren como Socio adherido).	800,00	15,00

En las zonas extremas de los elementos de hormigón pretensado, especialmente en el caso de armaduras postesas, se produce una fuerte concentración de cargas bajo los anclajes. Las tensiones originadas por estas cargas son superiores, en general, a las que el hormigón, por sí solo, puede resistir, por lo cual se hace necesario disponer una armadura transversal ordinaria, capaz de absorber dichas tensiones. Este hecho es tan evidente que no admite discusión. Todos los proyectistas están conformes con este criterio. Las cosas hasta aquí están claras. Las dificultades empiezan a surgir cuando se trata de calcular la sección que debe tener esta armadura transversal y se intenta fijar su posición. Tanto su cuantía como su colocación dependen de cómo se distribuyan las tensiones en la zona de anclaje. Este problema, de capital importancia, ha sido estudiado por varios especialistas y se han formulado diversas teorías sobre el particular que difieren entre sí sensiblemente. En definitiva, el proyectista que tiene que dimensionar estas secciones de anclaje, se encuentra siempre en una posición incómoda, que tiene que resolver con arreglo a lo que su buen criterio le aconseja. Teniendo en cuenta todo lo anteriormente expuesto, nos ha parecido oportuno ofrecer en este número la traducción de un trabajo reciente de J. Zielinski y R. E. Rowe que consideramos de capital importancia, en relación con este problema. En él, después de hacer una breve reseña de las diferentes teorías conocidas sobre este tema, se establece una comparación entre los resultados deducidos de las mismas y los obtenidos experimentalmente, señalando las amplias divergencias entre ellos existentes. Y, lo que es más interesante, se propone, finalmente, un procedimiento que, basado en dichos resultados experimentales, permite dimensionar las zonas de anclaje de los elementos pretensados de una forma rápida y sencilla y con las suficientes garantías de seguridad.

Además de este artículo, se incluye también otro trabajo del mayor interés. Es el que aparece con el título de "Pretensayo". En la actualidad, casi todas las estructuras de hormigón pretensado se calculan con arreglo a los métodos de los cálculos a rotura. Pero para ello se hace necesario conocer la tensión a que trabajan las armaduras en el momento del agotamiento. Con este objeto nuestro fallecido Director, profesor Torroja, programó en las actividades de este Instituto la realización de los ensayos que se describen en dicho trabajo. El estudio de los resultados obtenidos permite formular una propuesta concreta sobre los valores que deben adoptarse en los cálculos, no sólo para las tensiones de los alambres que constituyen la armadura de pretensado, sino también para las de los redondos ordinarios con que frecuentemente se suplementa ésta en determinadas estructuras de tipo mixto, normalmente denominadas "parcialmente pretensadas", y que constituyen, en numerosas ocasiones, una solución muy acertada y francamente ventajosa desde el punto de vista económico. La repercusión que en el coste de las estructuras pretensadas pueden tener las conclusiones de este trabajo se deducen, justifican sobradamente el calificativo que anteriormente le hemos adjudicado. Confiamos en que nuestros lectores estarán de acuerdo con esta apreciación.

En otro de los artículos incluidos en este número se describen los tipos normalizados de vigas de hormigón pretensado, recientemente adoptados en Inglaterra, de acuerdo con el Ministerio de Transportes, para la construcción de puentes de luces comprendidas entre los 7,5 y 16,5 m. Con ello se pretende alcanzar una unificación de proyectos y moldes que forzosamente habrá de redundar en un importante beneficio económico en la construcción de esta clase de estructuras. Aunque en nuestro país, por el momento, no puede pensarse en una solución de este tipo, estimamos que la idea es lo suficientemente atrayente como para merecer su divulgación.

Finalmente, y de conformidad con las normas establecidas, se incluye: una comunicación de la F. I. P., en la que se informa sobre los principales acuerdos adoptados en la última reunión de su Consejo Administrativo, y una nota de la Asociación Española del Hormigón Pretensado con las referencias de las publicaciones últimamente recibidas dentro del programa de intercambio establecido por la Federación Internacional, entre las diversas Asociaciones nacionales a ella afiliadas. Estas publicaciones quedan archivadas en la biblioteca del Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, en donde pueden ser consultadas por todos aquellos asociados a quienes les interese.

## índice

### Editorial.

- 157-6-2 Sobre la distribución de tensiones en los bloques de anclaje de los elementos postensados, por J. Zielinski y R. E. Rowe.
- 457-8-22 «Pretensayos». Ensayo a rotura, por flexión, de vigas de hormigón pretensado, por A. Pérez y R. Piñeiro.
- 591-2-19 Vigas normalizadas, de hormigón pretensado, para puentes.—Anónimo.

Nota de la Federación Internacional del Pretensado: VII Reunión del Consejo Administrativo de la F. I. P., celebrada en Estocolmo el 29 de junio de 1960.

Nota de la Asociación Española del Hormigón Pretensado: Intercambio de publicaciones.

# VIGUETAS MARTINO

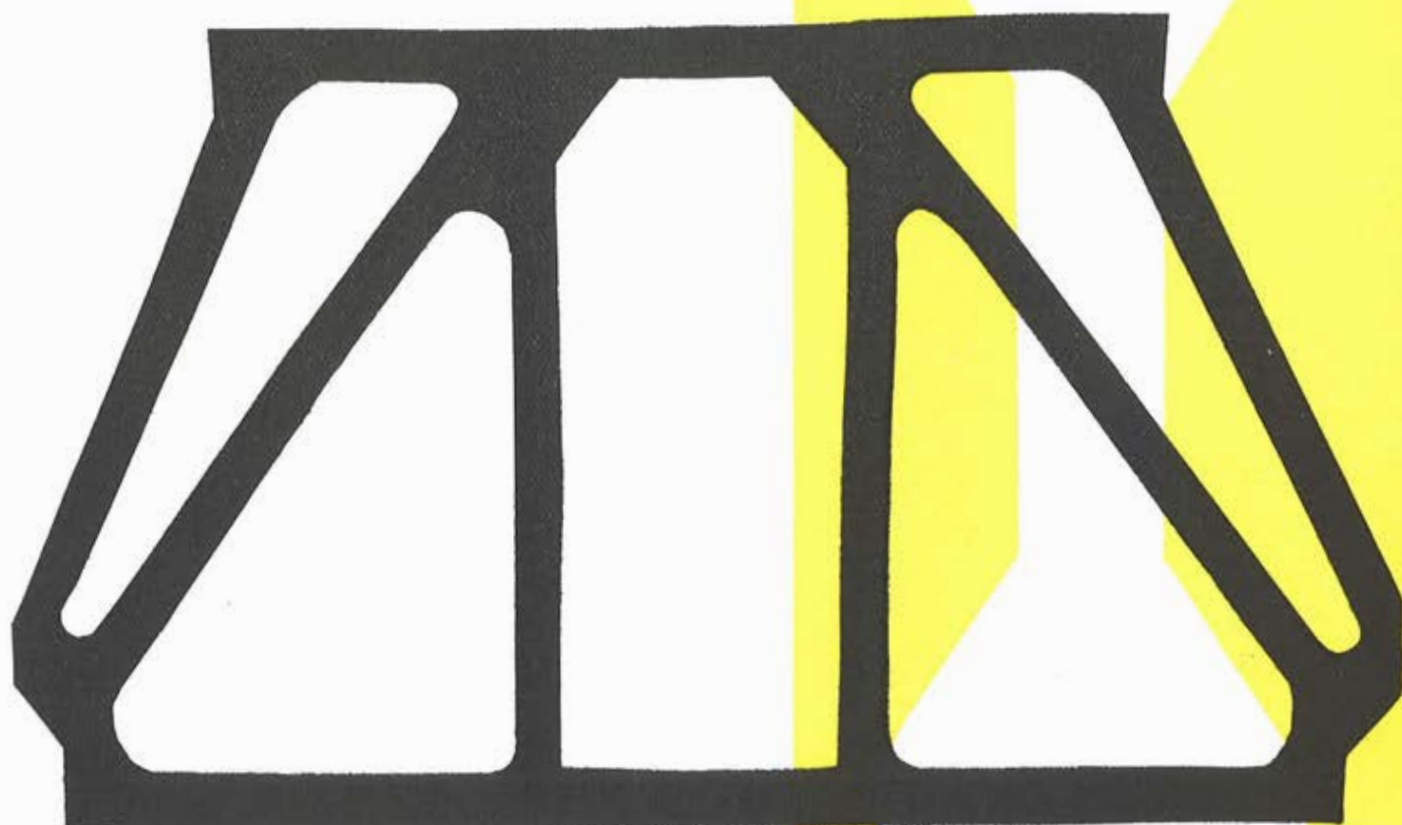
**de hormigón pretensado** aprobadas por la D. G. A.

**ventanales**

**bloques**

**más ligeras,  
elásticas y económicas**

**cerchas monolíticas**



**perfiles para claraboyas**

**tubos**

**bovedillas**

**JOSE A. MARTINO, Aparejador**

**Rambla de Cataluña, 104, 1.º - Tel. 37 03 00 - BARCELONA**

**postes**



## sobre la distribución de tensiones en los bloques de anclaje de los elementos postensados

(Tomado de un trabajo de J. Zielinski y R. E. Rowe, publicado en el Research Report núm. 9 de septiembre 1960, de la Cement and Concrete Association.)

### Justificación

A pesar de haberse realizado ya algunas experiencias y haber sido propuestas varias teorías sobre el particular, puede afirmarse que existe todavía una gran falta de información sobre el problema de la distribución de tensiones en las zonas de anclaje de los elementos, tanto postensados como pretensados. En vista de ello, y teniendo en cuenta el desarrollo cada vez más amplio de las diversas aplicaciones de la técnica del hormigón pretensado, la Cement and Concrete Association, accediendo a numerosas sugerencias, ha emprendido un amplio plan de investigaciones para el estudio de este problema.

El presente trabajo se refiere a la primera etapa de dichas investigaciones y se limita al estudio de los bloques individuales de anclaje. La segunda etapa, que ahora se inicia, será objeto de un posterior informe. Se confía en que, más adelante, ha de ser posible proponer un procedimiento simplificado de cálculo que permita a los técnicos resolver en todos los casos, y de un modo adecuado, el proyecto de estas zonas de anclaje.

### S I N O P S I S

Se hace un resumen de los diferentes trabajos conocidos, tanto teóricos como experimentales, relacionados con el problema de la distribución de tensiones en los bloques de anclaje de las vigas de hormigón pretensado. Se señalan las considerables divergencias que existen entre las distintas teorías. A la vista de estas anomalías los autores del presente trabajo programaron una amplia serie de ensayos sobre el particular, para poder confrontar sus resultados con los obtenidos mediante la aplicación de las diferentes teorías y poder deducir unos datos empíricos que sirvieran de orientación a los técnicos en el momento de redactar sus proyectos.

El programa de ensayos previsto constaba de dos etapas: La primera iba encaminada al estudio del problema en el caso de bloques individuales de anclaje sometidos, exclusivamente, a cargas concentradas simétricas; en la segunda se abordaría el análisis de los efectos combinados que se originan cuando un cierto número de cargas concentradas actúa sobre un bloque de anclaje de sección transversal cualquiera. El presente informe se refiere, solamente, a la primera de las etapas citadas.

Las variables consideradas son: 1.<sup>a</sup> La relación entre la superficie sometida directamente a la acción de la carga y el área total de la sección transversal del bloque de anclaje; 2.<sup>a</sup> El tipo de anclaje (si es externo o queda embebido en el hormigón); 3.<sup>a</sup> El efecto producido por los conductos destinados al alojamiento de las armaduras de pretensado; y 4.<sup>a</sup> La cuantía y la naturaleza de la armadura transversal.

Los resultados obtenidos se comparan con los deducidos mediante la aplicación de las diversas teorías vigentes y se observa que las teorías propuestas por Guyon y Magnel subestiman la magnitud de las tensiones máximas de tracción registradas experimentalmente, en una proporción que oscila entre el 160 y el 280 %, según la relación entre la superficie cargada y el área de la sección transversal del bloque de anclaje.

Se propone, finalmente, un método empírico, basado en los resultados experimentales obtenidos, que permite determinar, con suficiente aproximación, el esfuerzo total de tracción y su distribución en el bloque de anclaje.

## Introducción

*En las zonas de anclaje de los elementos de hormigón con armaduras postesas se produce un estado tridimensional de tensiones, de gran complejidad. La distribución de estas tensiones, originadas por la elevadísima concentración de esfuerzos en los anclajes individuales de las armaduras de pretensado, aparece influenciada por diversos factores, tales como: el tipo de anclaje; la relación entre la superficie sobre la cual se aplica la carga y la total de la sección transversal del bloque de anclaje; la proximidad de otras cargas, y la forma y dimensiones de la ya citada sección transversal del elemento.*

*Para el proyectista resulta fundamental poder conocer la distribución de las tensiones en la zona de anclaje. De otra forma nunca sabrá si la armadura auxiliar prevista para esta zona es suficiente y se encuentra adecuadamente dispuesta para absorber dichas tensiones y los esfuerzos cortantes y demás solicitudes que pueden presentarse en los apoyos.*

*Las Normas sobre hormigón pretensado existentes en los diversos países, o bien eluden el problema no incluyendo recomendación alguna sobre el proyecto de las zonas de anclaje (1), o hacen sólo algunos comentarios generales (2), o propugnan el empleo de algunas fórmulas empíricas basadas en resultados obtenidos en ensayos que tienen muy poca relación con este problema (las Normas alemanas (3), por ejemplo, recomiendan una fórmula de Mörsch deducida de ensayos realizados en 1923).*

*Ante el desarrollo cada día más considerable de las diversas aplicaciones del hormigón pretensado, se hizo patente la necesidad de prestar una mayor atención a este problema y, como consecuencia, un cierto número de especialistas se dedicó a su estudio, proponiendo, finalmente, una serie de teorías más o menos acertadas. Algunas de estas teorías se encuentran bastante difundidas, pero, en general, puede decirse que la mayoría de los proyectistas resuelven el problema, en cada caso concreto, con arreglo a lo que su mejor criterio les aconseja. La falta de una adecuada información, tanto sobre trabajos teóricos como experimentales relacionados con este tema, ha sido la causa de que, en varias ocasiones, se hayan producido fracasos que han originado, unas veces, solamente la amplia fisuración de los bloques de anclaje, pero otras, la total rotura de dichos bloques. Por todo ello se ha estimado conveniente hacer una reseña, lo más completa posible, de las diversas teorías existentes, comparando sus resultados con los datos experimentales conocidos. La necesidad de poder contar con una mayor cantidad de datos experimentales, obtenidos en ensayos especialmente proyectados para el estudio de los diversos factores que intervienen en el problema, ha resultado evidente y, como consecuencia, se emprendió una serie inicial de ensayos sobre piezas simples. Según se tiene previsto, posteriormente, se realizará otra serie de experiencias con el fin de obtener nuevos detalles sobre la distribución de tensiones en las zonas de anclaje de varias vigas-tipo.*



## reseña de las diversas teorías y trabajos experimentales existentes

El problema de la fuerte concentración de tensiones que se produce bajo la acción de cargas aplicadas sobre pequeñas superficies se planteó, hace ya muchos años (1888), cuando se empezaron a utilizar las articulaciones de hormigón en la construcción de puentes (4) y como consecuencia del comportamiento de algunos elementos empleados en las estructuras metálicas (5). Desde entonces, este tema ha sido objeto de preferente atención por parte de los investigadores, habiéndose realizado varios estudios que han cristalizado en la formulación de diferentes teorías (4-10) para la explicación del problema. También se han publicado algunos informes en los que se resumen los resultados obtenidos en los trabajos experimentales efectuados sobre el particular.

Como quiera que algunas de estas teorías han sido propuestas para el cálculo de los bloques de anclaje de los elementos de hormigón pretensado o han sido tomadas como base para el estudio de la distribución de tensiones en las zonas de anclaje, a continuación se realizará un estudio crítico-comparativo de las mismas.

### Teoría de Mörsch

El primer método para el cálculo de las tensiones originadas en bloques sometidos a fuertes cargas concentradas fue propuesto por Mörsch (10), en 1924, como resultado de ciertos ensayos por él realizados. Está basado en las siguientes hipótesis:

- 1.ª Las tensiones originadas por una carga concentrada aparecen ya uniformemente distribuidas a una distancia igual al ancho del prisma.
- 2.ª La curvatura de las isostáticas da lugar a que se produzcan tensiones de tracción, las cuales se distribuyen según una ley parabólica.

Esta última hipótesis la justificaba Mörsch tomando como base las medidas de deformaciones transversales hechas por Krüger (*Deutsche Bauzeitung*, 1906, comunicación 263). Pero Krüger había medido las deformaciones solamente en tres puntos, por los cuales hacía pasar una parábola que, a su modo de ver, representaba la distribución de tensiones. Resulta curioso comprobar cómo esta hipótesis, tan inconsistente

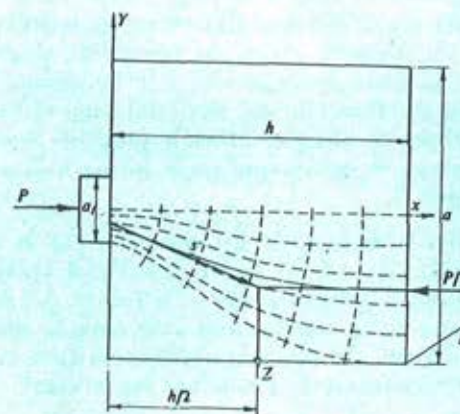


Fig. 1.—Trayectorias de las tensiones de acuerdo con la teoría de Mörsch.

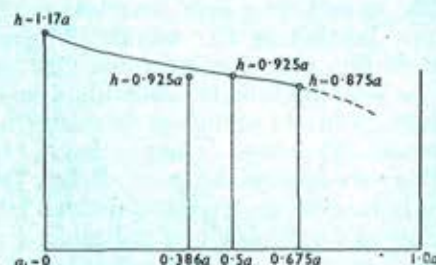


Fig. 2.—Relación entre «h» y «a».

(todo el mundo sabe que por tres puntos se puede hacer pasar cualquier tipo de curva), se encuentra todavía ampliamente difundida.

En la figura 1 se reproduce la distribución de las trayectorias de las tensiones de compresión deducida por Mörsch. Si las tensiones de compresión son uniformes, tanto en la sección sobre la cual se aplica la carga como en la sección extrema del bloque, de la figura 1 se deduce fácilmente que

$$Z = \frac{P(a - a_1)}{4h}$$

y que, por consiguiente, la máxima tensión de



tracción en un bloque prismático de sección rectangular de anchura  $b$  es:

$$f_y = \frac{3}{2} \frac{Z}{ab}.$$

Los ensayos de Mörsch habían sido realizados, principalmente, sobre bloques de piedra y sólo en unos cuantos casos se emplearon bloques de hormigón, en masa, o armado.

Para lograr un acuerdo entre las tensiones de tracción bajo la carga de fisuración, deducidas de la fórmula antes citada, y la verdadera resistencia en tracción del material con el cual se construía el bloque, Mörsch propuso modificar el espesor  $h$  del bloque en la forma indicada en la figura 2.

Mörsch dedujo de sus ensayos que la armadura transversal no ejerce influencia apreciable en la carga de fisuración o de rotura del bloque y que resulta mucho más conveniente emplear hormigones de elevada resistencia que colocar fuertes cuantías de armadura transversal.

### Teoría de Bortsch

Uno de los primeros estudios teóricos sobre el problema de la capacidad de carga y la distribución de tensiones en elementos estructurales sometidos a esfuerzos concentrados, es el realizado por Bortsch (4, 6). Asimila el péndulo o bloque de una articulación, a una viga de gran canto, de longitud infinita, sometida a una carga distribuida sobre la superficie de contacto según una función de coseno (véase la fig. 3). La amplitud de esta función es:  $p_1 = \pi P / 2a_1$ . Del análisis de la función de tensiones deduce las ecuaciones que a continuación se indican.

Las tensiones transversales vienen dadas por:

$$f_y = -\frac{2P}{a} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left(1 - \frac{n\pi x}{a}\right) e^{-\frac{n\pi y}{a}} \left(1 - \frac{n^2\beta^2}{n^2\beta^2 - 1}\right) \cos \frac{n\pi\beta}{2} +$$

$$+ (-1)^{\frac{n+1}{2}} \frac{2}{n\pi} \left\{ \cos \frac{n\pi y}{a} \right\}.$$

Las tensiones longitudinales se deducen de la siguiente expresión:

$$f_x = -\frac{2P}{a} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left(1 + \frac{n\pi x}{a}\right) e^{-\frac{n\pi y}{a}} \left(1 - \frac{n^2\beta^2}{n^2\beta^2 - 1}\right) \cos \frac{n\pi\beta}{2} +$$

$$+ (-1)^{\frac{n+1}{2}} \frac{2}{n\pi} \left\{ \cos \frac{n\pi y}{a} \right\}.$$

y, finalmente, las tensiones cortantes vienen dadas por:

$$t = + \frac{2P}{a} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{n\pi x}{a} e^{-\frac{n\pi y}{a}} \left(1 - \frac{n^2\beta^2}{n^2\beta^2 - 1}\right) \cos \frac{n\pi\beta}{2} +$$

$$+ (-1)^{\frac{n+1}{2}} \frac{2}{n\pi} \left\{ \sin \frac{n\pi y}{a} \right\}.$$

Estas ecuaciones permiten calcular las tensiones en cualquier punto definido por los valores de  $x/a$  e  $y/a$ , para los distintos valores de  $\beta$ , siendo  $\beta$  la relación  $a_1/a$ .

La máxima tensión transversal de tracción se presenta sobre el eje central del bloque y su distancia al extremo del bloque es:

$$x/a = 0,2 - 0,3.$$

El máximo valor de dicha tensión de tracción varía entre 0,38 y 0,45  $P/a$ , para  $\beta = 0,2$  y 0,1.

A la distancia  $x/a = 1,7$  del extremo del bloque las tensiones de tracción se anulan y su valor se hace igual a 0,055  $P/a$ , para  $x/a = 1$ .

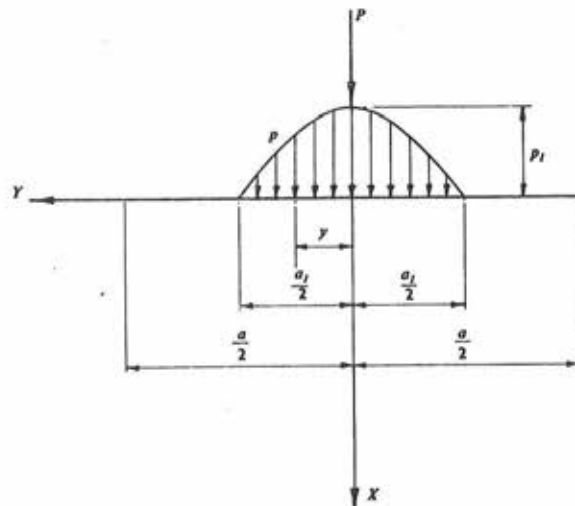


Fig. 3.—Distribución de la carga según la teoría de Bortsch.

Debe señalarse que Bortsch considera únicamente los casos de pequeños valores de  $\beta$ , variable entre 0 y 0,2, y no indica si su teoría es aplicable a valores de  $\beta$  próximos a la unidad, que son los que interesan para el estudio de las zonas de anclaje de los elementos con armaduras postesas.

Los ensayos realizados por Jesinghans (4) confirman, en cierto modo, la forma general de la curva de Bortsch para las tensiones horizontales, demostrando que las fisuras en el bloque de an-

claje se producen siempre en las proximidades del eje central.

De los recientes ensayos realizados por Kam-müller (11) se deduce que la abscisa de la máxima tensión de tracción corresponde a  $x/a=0,22$ , valor que concuerda satisfactoriamente con el calculado según la teoría de Bortsch y difiere mucho del dado por Mörsch.

### Teoría de Magnel

Los estudios sobre concentración de tensiones directamente referidos al hormigón pretensado, fueron iniciados por Magnel en 1949 (9, 12).

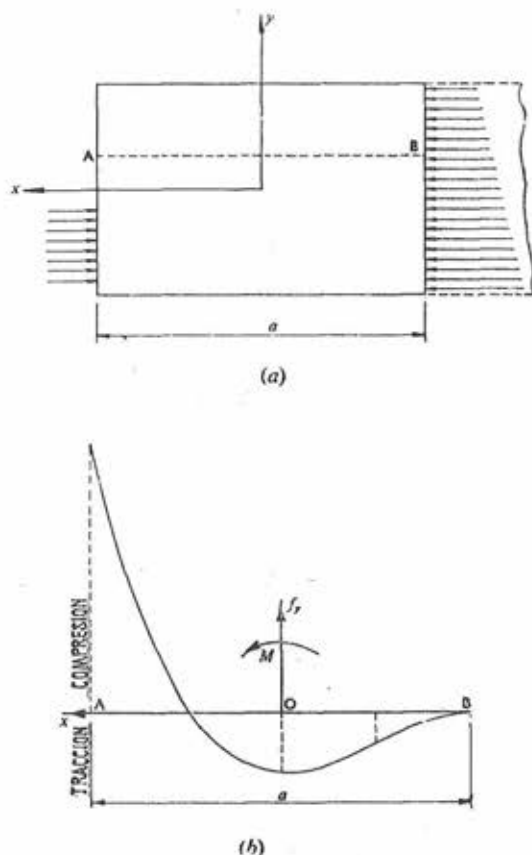


Fig. 4.—Bloque de anclaje y distribución de las tensiones transversales de acuerdo con la teoría de Magnel.

Magnel formuló una teoría basada en la hipótesis de que el diagrama de las tensiones de tracción originadas por un momento flector  $M$  en cualquier plano paralelo al eje central de la viga, tal como el plano  $AB$  de la figura 4 (a), es una parábola cúbica de la forma indicada en la figura 4 (b). Esta parábola cúbica viene dada por la ecuación

$$f_y = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D.$$

cuyas constantes pueden deducirse aplicando las condiciones en los límites. Así se encuentra:

$$f_y = \frac{5M}{ba^2} \left( \frac{16x^3}{a^3} + \frac{12x^2}{a^2} - 1 \right) = K \frac{M}{ba^2},$$

de donde resulta que para  $x = a/4$ ,  $f_y = 0$ .

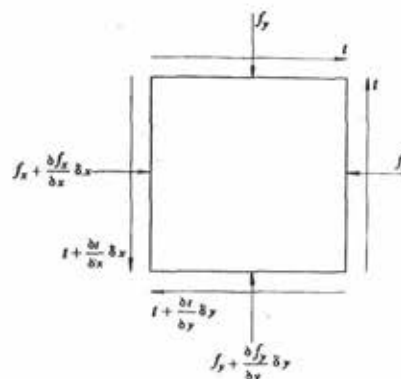


Fig. 5.—Condiciones de equilibrio en un elemento infinitesimal.

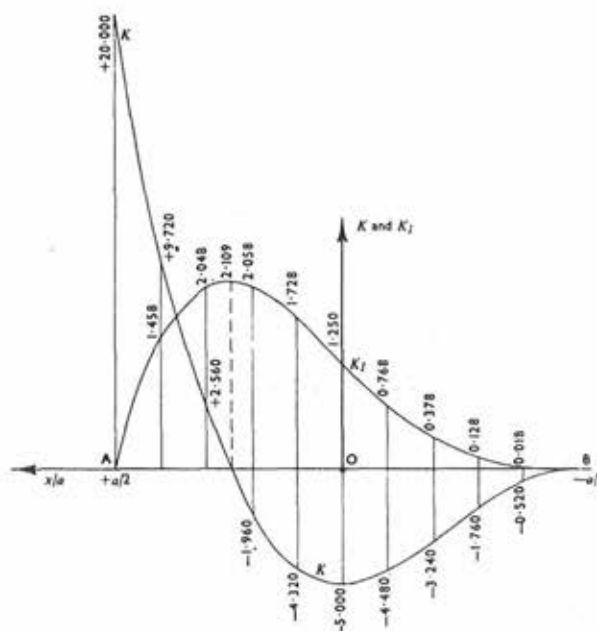


Fig. 6.—Valores de los coeficientes  $K$  y  $K_1$ .

Conociendo la ley de variación de  $f_y$ , y partiendo de las condiciones de equilibrio de un elemento infinitesimal como el representado en la figura 5, se pueden calcular las tensiones cortantes  $t$ . De esta forma se deduce:

$$t = \frac{5T}{ba} \left( -\frac{1}{4} + \frac{x}{a} - \frac{4x^2}{a^2} - \frac{4x^3}{a^3} \right) = K_1 \frac{T}{ba},$$

en donde  $T$  es el esfuerzo cortante en la sección considerada.



En la figura 6 se dan los valores numéricos de los coeficientes  $K$  y  $K_1$ .

Según esta teoría, las tensiones normales  $f_x$  se calculan suponiendo que las tensiones originadas por los anclajes se distribuyen, en el interior de la viga, formando un ángulo de  $45^\circ$ .

Una vez calculadas, de acuerdo con lo anteriormente expuesto, las tensiones  $f_x$ ,  $f_y$  y  $t$ , se pueden conocer las tensiones principales en cualquier punto del bloque de anclaje.

Magnel da a conocer también los resultados obtenidos en los ensayos a fisuración y a rotura realizados sobre dos bloques de anclaje provistos de conductos para las armaduras y placas de anclaje tipo Magnel. En el primer ensayo, las tensiones de tracción calculadas, correspondientes a la carga de fisuración, resultan un 33 % inferiores a la resistencia real a tracción del hormigón. En el segundo ensayo resultan un 11 % también más bajas. Las fisuras se producen a una distancia desde el extremo del bloque igual a  $x = 0,2a$ , mientras que, según la teoría de Magnel, esta distancia habría de ser  $x = 0,5a$ . No se indica la cuantía ni posición de las armaduras transversales utilizadas en estos ensayos.

La teoría de Magnel puede modificarse suponiendo que la distribución de las tensiones transversales a lo largo del eje central viene dada por una parábola de segundo grado, y que las tensiones normales  $f_x$  no se distribuyen a  $45^\circ$  como admite Magnel, sino siguiendo una función de la distribución de  $f_y$  previamente aceptada (19).

Admitiendo que

$$f_y = Ax^2 + Bx + C,$$

y aplicando las condiciones en los límites, se deduce:

$$f_y = \frac{12M}{a^2} \left( -1 + \frac{4x}{a} - \frac{3x^2}{a^2} \right).$$

De las condiciones de equilibrio del elemento representado en la figura 5, se puede deducir la expresión de la tensión cortante  $t$ . De esta forma se encuentra:

$$t = \frac{12T}{a} \left( -\frac{x}{a} + \frac{2x^2}{a^2} - \frac{x^3}{a^3} \right).$$

Finalmente, las tensiones longitudinales  $f_x$  vendrán expresadas por:

$$f_x = f_{x0} - (f_{x0} - f_{xa}) \left( -\frac{6x^2}{a^2} + \frac{8x^3}{a^3} - \frac{3x^4}{a^4} \right)$$

siendo:

$$f_{x0} = P/a_1b_1 \quad y \quad f_{xa} = P/ab,$$

en donde  $a_1$  y  $b_1$  son las dimensiones de la placa de anclaje.

## Teoría de Guyon

Guyon (8, 13) ha realizado también un estudio teórico del problema del cálculo de tensiones en las zonas de anclaje. En dicho estudio utiliza las series de Fourier y considera, las tensiones originadas por las cargas puntuales, aplicadas al borde finito de un rectángulo semi-infinito.

Como resultado de su complicado análisis, Guyon da seis tablas para el cálculo de las tensiones  $f_x$ ,  $f_y$  y  $t$ , originadas por los esfuerzos normales y cortantes en la zona de anclaje. Estas tablas permiten determinar las citadas tensiones en los nueve planos verticales definidos por

$$y = -a; -\frac{3}{4}a; -\frac{1}{2}a; -\frac{1}{4}a; 0; \frac{1}{4}a; \frac{1}{2}a; \frac{3}{4}a; a,$$

a las alturas dadas por:

$$x = 0; \frac{1}{6}a; \frac{1}{3}a; \frac{1}{2}a; \frac{2}{3}a; a; 1\frac{1}{2}a; 2a,$$

y para cargas actuando en los puntos:

$$y = 0; \frac{1}{4}a; \frac{1}{2}a; \frac{3}{4}a.$$

En la figura 7 se representa el diagrama de las tensiones  $f_y$  para distintos valores de la relación  $a_1/a$ . En esta expresión  $a_1$  es la mitad del ancho de la placa de anclaje y  $a$  la mitad del ancho del bloque de hormigón.

Guyon no da información alguna sobre los ensayos por él realizados sobre este tema y se limita a establecer que los resultados obtenidos mediante la aplicación de su método concuerdan muy satisfactoriamente con los deducidos en los ensayos fotoelásticos efectuados por Tassar (13).

No obstante, debe señalarse que los recientes ensayos fotoelásticos, así como los que más ade-

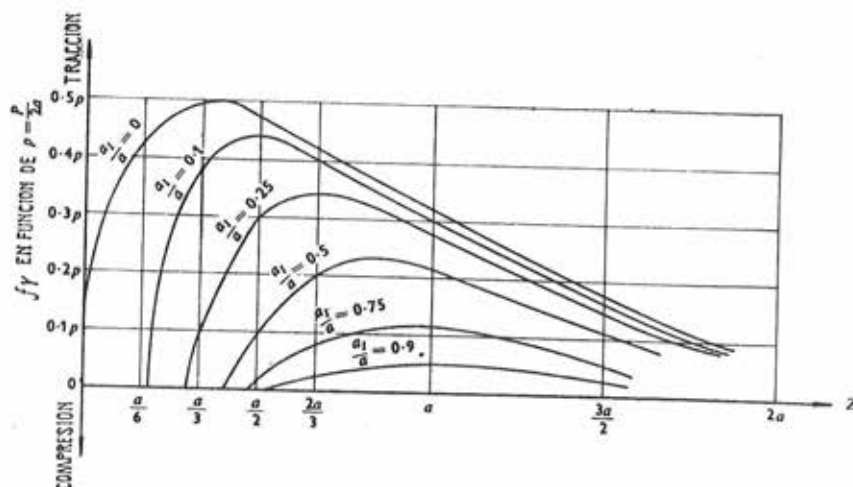


Fig. 7.—Distribución de tensiones según la teoría de Guyon.

lante serán discutidos (14, 16), realizados sobre elementos de hormigón demuestran que, tanto el método de Guyon como el de Magnel conducen a valores bastante inferiores a los obtenidos experimentalmente. Así, por ejemplo, para un determinado valor de la relación  $a_1/a$ , las tensiones máximas de tracción calculadas con arreglo a dichos métodos resultan iguales a 0,5 y 0,33 de la compresión media, en tanto que las tensiones reales registradas son, aproximadamente, dos veces más elevadas.

### Teorías de Bleich y Sievers

Después de las teorías anteriores aparecen las formuladas por Bleich (5) y Sievers (17, 18) sobre el cálculo de tensiones bajo cargas concentradas. Ninguna de las dos fue ideada, en principio, para el cálculo de las tensiones en las zonas de anclaje; pero teniendo en cuenta los trabajos suplementarios realizados posteriormente por Sievers en 1956 (18), en relación con el proyecto de dichas zonas de anclaje, y en los cuales hizo aplicación también de la teoría de Bleich, ambas teorías merecen ser detenidamente estudiadas.

Sievers sigue, inicialmente, el método de Mörsch para la resolución del problema, aplicando también los resultados de un estudio, sobre vigas de gran canto, realizado por Bleich.

En su estudio, Bleich utiliza para las tensiones una función  $F$  de Airy tal que:

$$f_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}; f_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}; t = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y},$$

siendo la ecuación fundamental:

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0$$

En el caso de cargas simétricas, tal como se representa en la figura 8, las tensiones vienen dadas por:

$$f_y = 2 \frac{P}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - \beta_n h) \text{CH} \beta_n x + \beta_n x \text{SH} \beta_n x}{e^{-\beta_n h}} \cos \beta_n y,$$

en donde:

$\beta_n = n\pi/a$ ; CH = coseno hiperbólico; SH = seno hiperbólico.

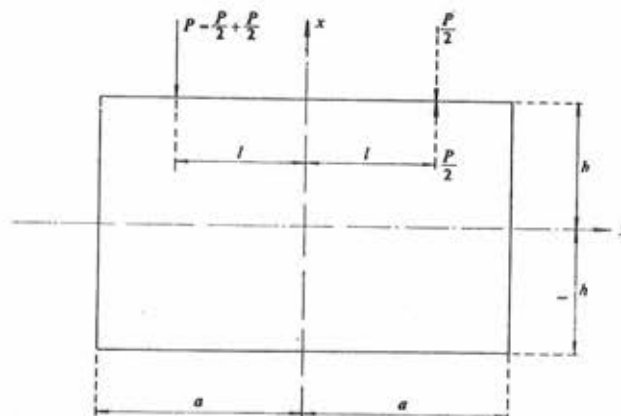


Fig. 8.—Carga simétrica, de acuerdo con la teoría de Bleich.

Bleich demuestra que, para satisfacer las condiciones en los límites, en el plano  $y = 0$  debe utilizarse la siguiente ecuación modificada:

$$f_y = 2 \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{P}{2at} \left[ 1 - \beta_n(h-x) \right] e^{-\beta_n(h-x)}$$

Sievers propone también una fórmula aproximada para el cálculo de las tensiones transversales, la cual satisface las condiciones impuestas en los límites. De acuerdo con la notación indicada en la figura 9, dicha fórmula es:

$$f_y = \frac{8 P m}{t l^2} (1 - 2,5 \eta) e^{-(\pi/2) 1,6 \eta q}$$

en la cual  $\eta = x/l$ , y  $t$  es el ancho, variable, sobre el que actúa la carga en la dirección del eje Z. La concordancia entre las fórmulas de Bleich y Sievers es tal que los resultados que con ellas se obtienen difieren entre sí en menos del 0,2 por 100 (17, 18).

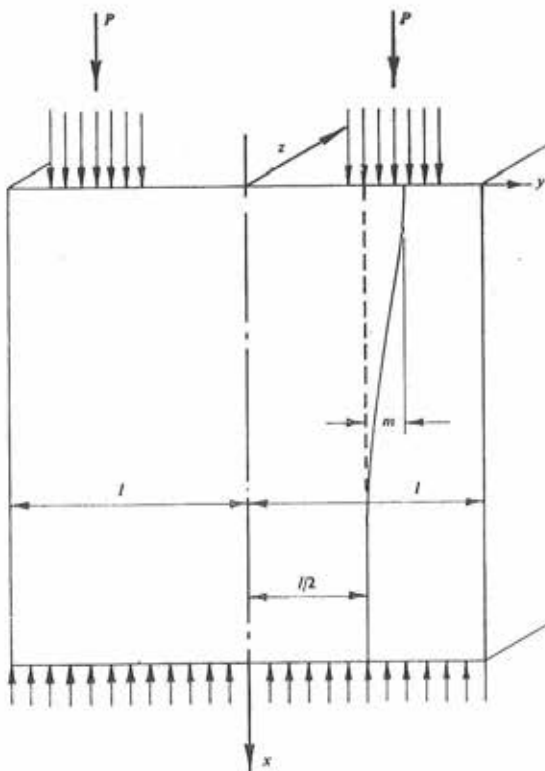


Fig. 9.—Notación para la fórmula de Sievers.

La variación de  $t$  en función de la longitud del bloque de anclaje viene dada por la ecuación:

$$t = t_0 - 2m_q(1 + 2,5\eta_q)e^{-(\pi/2) 1,6\eta_q}$$

siendo:

$$m_q = 0,5(t_u - t_o), \quad \eta_q = x/l_q$$

En la figura 10 se representa la variación de  $t$  a lo largo del bloque de anclaje.

Los ensayos fotoelásticos realizados por Hirschfeld (17, 18), en Aachen, para el proyecto de las pilas de un puente, confirman los resultados cualitativos a que conducen las teorías de Bleich y Sievers.

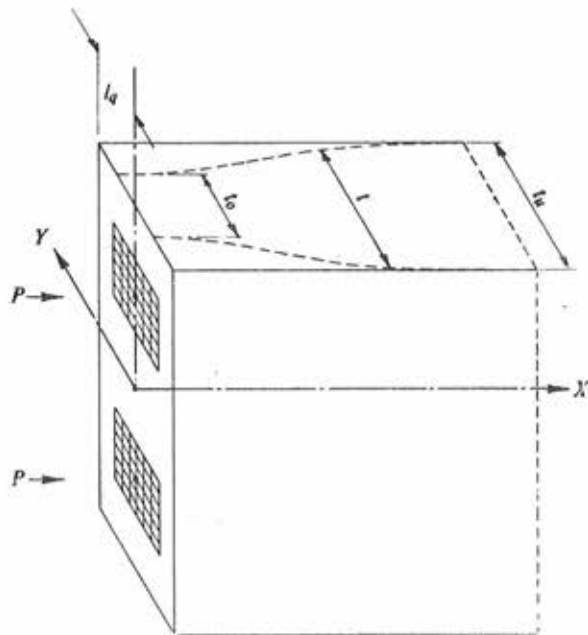


Fig. 10.—Variación de «t» a lo largo del bloque de anclaje.

El esfuerzo total de tracción calculado de acuerdo con la distribución de tensiones propuesta por Sievers resulta, aproximadamente, un 17 % mayor que el que se deduce de acuerdo con la teoría de Mörsch.

### Datos experimentales existentes sobre las tensiones en la zona de anclaje

Aparte de los ya mencionados, los únicos ensayos conocidos relacionados con el problema de la distribución de tensiones en los elementos con armaduras postesas son los realizados por Christodoulides (15, 16) y Ban (14).

Las primeras experiencias efectuadas por Christodoulides sobre la distribución de tensiones en las zonas de anclaje consistieron en unos



ensayos, bidimensionales, realizados empleando la técnica corriente de la fotoelasticidad.

Posteriormente, hizo otra serie de ensayos sobre un modelo de un bloque de anclaje real, utilizando la técnica de las «tensiones congeladas», para las investigaciones fotoelásticas tridimensionales. El análisis de los datos experimentales obtenidos permitió a Christodoulides afirmar, por primera vez, que los procedimientos existentes para la determinación de las tensiones de tracción en las zonas de anclaje conducían a valores inferiores a los reales, y que, por consiguiente, era preciso prestar una atención especial a este problema.

Basándose en los ensayos fotoelásticos antes mencionados y en el análisis de las tensiones obtenidas en otros trabajos experimentales realizados sobre una viga de hormigón, a escala natural, en la cual se midieron las deformaciones en tres dimensiones mediante elongómetros embebidos en el cuerpo de la pieza, Christodoulides deduce las siguientes conclusiones:

La máxima tensión principal de tracción se presenta en las proximidades de la cara extrema sobre la cual actúa la carga, en el eje central del bloque, entre los anclajes.

Los valores de las tensiones, expresados en función de la compresión uniforme, y deducidos del estudio tridimensional de tensiones, son los siguientes:

máxima tensión cortante = 2 veces la compresión uniforme;

máxima tensión principal de compresión = 4 veces la compresión uniforme;

máxima tensión principal de tracción = 0,6 veces la compresión uniforme.

El valor de la máxima tensión de tracción, deducido del estudio tridimensional de tensiones, resulta aproximadamente igual al doble de la compresión media calculada para una sección intermedia entre la de anclaje y aquella en que se inicia el alma de la sección en I. Los valores dados para esta tensión por los métodos de Magnel y Guyon son, respectivamente,  $1/3$  y  $3/4$  de la compresión media.

La distribución tridimensional de tensiones obtenida por foto-elasticidad sobre modelos concuerda, satisfactoriamente, con los resultados calculados partiendo de las medidas de las deformaciones, e indica que la influencia del módulo de Poisson sobre las tensiones es poco importante.

A causa de dificultades de orden técnico, Christodoulides se vio obligado a no considerar en sus ensayos algunos factores tales como los conductos para los cables y los anclajes embebidos que ejercen la carga mediante una acción cónica. Esto puede haber tenido una influencia cuantitativa sobre la distribución de las tensiones de tracción en los anclajes extremos. No obstante, la importancia e interés de estos trabajos sigue siendo fundamental.

Ban y sus colaboradores (14), por su parte, estudiaron la influencia de las características del sistema utilizado para el postesado en el valor y la distribución de las tensiones de tracción en la zona de anclaje. El sistema de postesado empleado en sus experiencias fue el de Lee-McCall. Además de analizar los valores y las posiciones de las deformaciones teóricas, obtenidas basándose en las teorías antes mencionadas y de compararlos con los valores experimentales, se dedicaron a estudiar la influencia de algunas variables específicas sobre la distribución de tensiones y sobre las cargas de fisuración y de rotura. Entre las variables consideradas merecen destacarse las siguientes:

La relación entre las dimensiones de la placa de anclaje y las de la sección de hormigón.

El espesor de la placa de anclaje.

Las dimensiones de la tuerca de anclaje.

La cuantía y posición de la armadura transversal.

La resistencia del hormigón.

Los ensayos fueron realizados sobre 40 bloques rectangulares de hormigón, de 53 cm de espesor y  $18 \times 12$  cm de sección transversal.

Las deformaciones se midieron mediante elongómetros de resistencia eléctrica colocados sobre el eje central del bloque a distancias de 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,75; 1,0; y 1,5a.

Lo mismo que Christodoulides, Ban encuentra que la distribución de las deformaciones medidas difiere considerablemente de la deducida de acuerdo con las teorías de Guyon y Magnel y, en cambio, concuerda de un modo muy satisfactorio con la prevista en la teoría de Bleich-Sievers. Esta concordancia resulta mayor o menor según sea el valor del módulo de Poisson. Ban señala que la carga de fisuración del bloque de anclaje de las vigas postesadas, mediante el sistema Lee-McCall, permanece aproximadamente constante, cualquiera que sea el área de la superficie de la placa de anclaje, pero que, en cambio, dicha carga aparece influenciada, tanto por el espesor de la placa como por el tamaño de la tuerca de anclaje. Deduce, además, la conclu-

sión de que la cuantía de armadura transversal ejerce una considerable influencia sobre el valor de las cargas de fisuración y de rotura, y que, según parece deducirse de los datos experimentales por él obtenidos, existe una relación lineal entre la resistencia del hormigón o el espesor de la placa de anclaje y las cargas de fisuración y rotura.

### Programa de ensayos y detalles sobre los métodos de ensayo utilizados

De la breve reseña, anteriormente expuesta, sobre las diversas teorías existentes aplicables a la resolución del problema de las zonas de anclaje, resulta evidente que las discrepancias entre los valores de las tensiones máximas de tracción que de ellas se deduce son muy considerables y que lo mismo ocurre en cuanto a la localización de dichas tensiones, y a la posición del punto en el cual el valor de la tensión de tracción se hace cero. Estas discrepancias se ponen de manifiesto en la tabla I que a continuación se incluye. Los trabajos experimentales (4, 12, 14 y 16) hasta ahora realizados, a pesar de su considerable interés, no son suficientes para poder efectuar, de un modo razonable, el estudio comparativo de las diversas teorías, en régimen

elástico, o para permitir un satisfactorio análisis de los diversos factores que influyen en las cargas de fisuración y rotura de los bloques de anclaje.

El programa de ensayos al cual se refiere el presente trabajo se dividió en dos etapas. En la primera se estudiaron bloques de anclaje individuales, análogos a los considerados por Guyon, y sometidos a cargas concentradas, tratando el tema como un problema bidimensional. En la segunda se abordará ya el problema tridimensional de los bloques de anclaje sometidos a varias cargas concentradas. El informe que ahora se publica se refiere únicamente a la primera etapa de ensayos, en la cual el programa experimental se limitó a bloques de anclaje con una sola carga concentrada. Se han estudiado todos los procedimientos de postesado utilizados en Inglaterra, excepto uno. (Cuando se preparó el programa de ensayos todavía no se disponía del sistema C. C. L.). En general, todos los sistemas utilizan placas de anclaje externas al hormigón. Los de Freyssinet, P. S. C., y C. C. L., por el contrario, emplean anclajes que quedan embebidos en el hormigón. En estos ensayos se midieron las deformaciones superficiales y las cargas de fisuración y de rotura, en función de las cuatro variables siguientes:

TABLA I. Estudio comparativo de los diversos resultados teóricos.

(2a = anchura del bloque)	SEGUN TEORIA DE						
	Mörsch	Bortsch	Magnel	Magnel modificada	Guyon	Bleich	Bleich-Sievers
$a_1/a$	0-1,0	0-0,2	0-1,0	0-1,0	0,1-0,9	0,1-0,9	0,3-0,7
Distancia de las tensiones máximas de tracción a la superficie sobre la cual actúa la carga. (En función de $a$ ).	1,00	0,40-0,60	1,00	1,33	0,50-0,90	0,50-0,60	0,50-0,60
Distancia de la sección en donde se anulan las tensiones de tracción. (En función de $a$ ).	0	0,20-0,25	0,50	0,66	0,45-0,20	0,20-0,32	0,30
Distancia a la cual las tensiones de compresión son ya uniformes. (En función de $a$ ).	2,0	3,4	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
Valor de la máxima tensión en tracción, en función de la compresión uniforme. (Para $a_1/a = 0,30-0,70$ )	0,26-0,16	0,45-0,38	(Para $a_1/a = 0,30-0,70$ ) 0,43-0,22	(Para $a_1/a = 0,30-0,70$ ) 0,35-0,18	(Para $a_1/a = 0,30-0,70$ ) 0,42-0,04	0,59-0,07	0,71-0,26



1. El sistema de postesado. En relación con esta variable se tuvo en cuenta:

a) la posición del anclaje (externo o embebido);

b) el método de anclaje de los alambres (según el método, la carga puede considerarse aplicada, o bien según una acción cónica, o bien a través de una placa);

c) la forma del anclaje (circular o cuadrado).

2. La relación entre la superficie cargada y el área de la sección transversal del bloque de anclaje, eligiéndose los valores más corrientes de esta relación. Así, se estudiaron los siguientes valores:

$$\frac{\text{área de la sección transversal}}{\text{superficie cargada}} = 2,0; 2,5 \text{ y } 3,5,$$

que corresponden a relaciones  $a_1/a$ , iguales a 0,72; 0,63 y 0,53.

En el caso de anclajes externos, los valores de la relación  $a_1/a$  considerados fueron: 0,67; 0,43 y 0,31.

3. El conducto para el paso del cable de pretensado. Se estudiaron bloques sin conducto y con conductos de varias formas. (Los tipos de

conducto empleados fueron: el «Ductube», de 35 mm de diámetro; el «Hydrarigid», metálico, de 38 mm de diámetro, y conductos metálicos de sección cuadrada.)

4. La cuantía, posición y trazado de la armadura transversal ordinaria. La cuantía se hizo variar entre 0 y 1,9, y la armadura se colocó en forma de parrilla o de hélice.

### Descripción de las probetas

Para todos los ensayos se utilizaron, únicamente, tres tipos distintos de probetas, todos ellos de forma prismática rectangular. Estos tres tipos fueron designados con las letras A, B y C, y sus dimensiones eran las siguientes: el tipo A tenía una altura de 40,5 cm y  $15 \times 15$  cm de sección transversal. Su relación alto/anchura era, por consiguiente,  $h/a = 2,7$ . El tipo B tenía la misma altura, pero su sección transversal era de  $17 \times 17$  centímetros, con lo cual su relación  $h/a$  resultaba igual a 2,4. Finalmente, el tipo C tenía  $20 \times 20$  cm de sección transversal y alturas de 32 y 40,5 cm, es decir, relaciones  $h/a$  de 1,56 y 2.

El anclaje o placa de apoyo se colocaba siempre simétricamente en la probeta. Cada uno de los grupos distintos de probetas se designaron

TABLA II. Detalles de las probetas.

SERIE	DESCRIPCION	Número de probetas del tipo		
		A	B	C
<i>Probetas sin armadura transversal.</i>				
I	Anclajes embebidos, tipo Freyssinet, para doce alambres de 7 mm de diámetro. Conductos formados por "Ductubes" de tipo normal.	6	6	3
II	Sin anclajes embebidos. Conductos formados por "Ductube" de tipo normal.	3	3	3
III	Sin anclajes embebidos. Sin conducto para el paso de los cables.			3
<i>Probetas con armadura transversal.</i>				
IV	Anclajes embebidos, tipo P. S. C., para cuatro o doce alambres de 7 mm de diámetro. Conductos metálicos, de sección cuadrada de 19 y 35 mm ( $a_1/a = 0,31$ y $0,53$ , respectivamente).			6
V	Anclajes embebidos, tipo P. S. C., para cuatro alambres de 7 mm de diámetro. Conductos metálicos normales.			12
VI	Anclajes embebidos, tipo P. S. C., para doce alambres de 7 mm de diámetro. Conductos tipo "Hydrarigid", metálicos.			9
VII	Anclajes embebidos, tipo Freyssinet. Conductos formados por "Ductubes" de tipo normal.			9
Totales ... ..		9	9	45

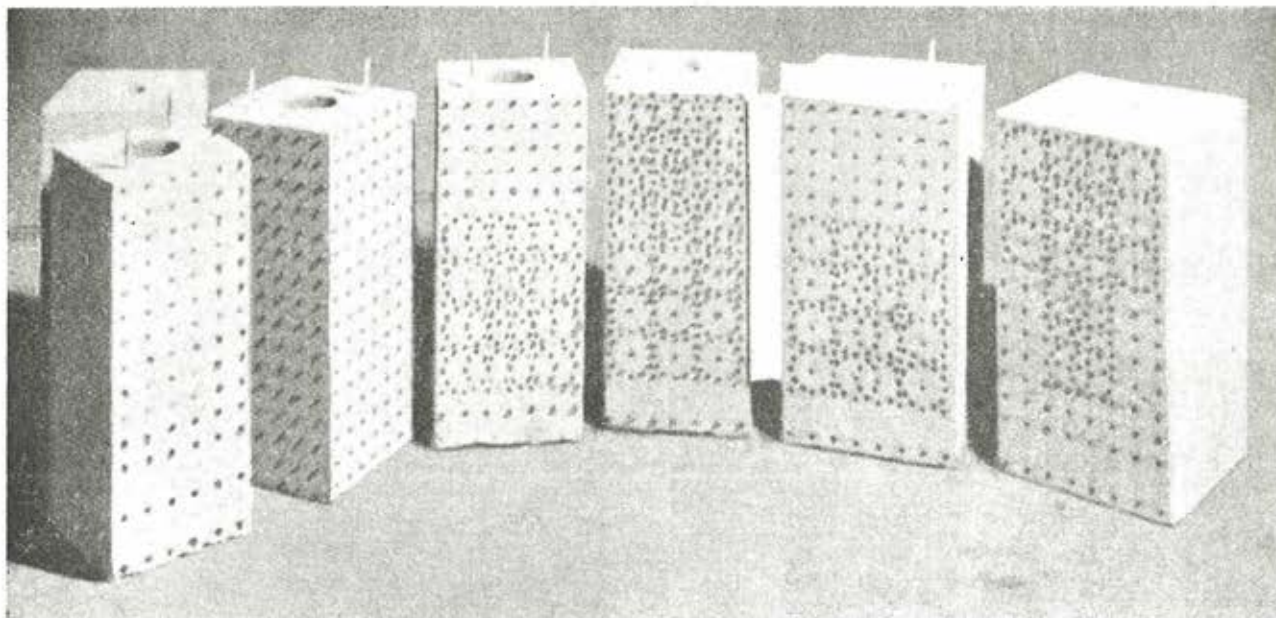


Fig. 11.—Bloques de anclaje de los tipos A, B y C. con y sin anclajes Freyssinet embebidos.

con un número de referencia, tal como se indica en la tabla II, en la cual se incluyen también los detalles correspondientes, característicos de las distintas series. En la figura 11 se reproducen los tres tipos diferentes de probetas, con y sin conos hembras Freyssinet embebidos, con conductos circulares formados por «Ductube» y sin armadura transversal.

Las probetas de las series I, II y III se moldearon en posición vertical utilizando tres mol-



Fig. 12.—Moldes para la fabricación de los bloques de anclaje del tipo C. Aparecen ya situados los anclajes Freyssinet y los «Ductubes».

des triples de madera, es decir, que en cada molde se obtenían tres probetas del mismo tipo. Terminada la fabricación de las probetas de es-

tas tres primeras series, todos los moldes se ajustaron para fabricar las probetas del tipo C correspondientes a las series IV, V, VI y VII. En la figura 12 se representa uno de los moldes con los conos hembra tipo Freyssinet ya colocados para quedar embebidos en la probeta y los «Ductubes» en posición.

El hormigón utilizado tenía una dosificación árido/cemento igual a 3,55, y una relación agua/cemento de 0,45. La arena y el árido grueso estaban dosificados en la relación 22 : 78. La mezcla se consolidó utilizando vibradores «Kango» sujetos a la parte exterior del molde. Por cada molde triple hormigonado se fabricaban, con la misma masa, 9 probetas cúbicas de 15 cm de arista y 6 cilíndricas de 15 × 30 cm. Tanto los bloques de anclaje como las probetas correspondientes para el ensayo del hormigón se desmoldaban a las veinticuatro horas, sometiéndolas, a continuación, durante siete días, a un curado en agua. Después de este plazo, se almacenaban en el laboratorio hasta el momento del ensayo.

### Método de ensayo

Las cargas se aplicaron utilizando, o bien un gato hidráulico manual de 50 toneladas de capacidad, o una prensa automática, tipo Avery, de 200 toneladas. La carga del gato se midió con un manómetro, con una aproximación de 0,2 toneladas. En la prensa Avery las lecturas se hacían con una aproximación de 0,5 tonela-



das. Se emplearon estos dos procedimientos de carga para tener la seguridad de que, tanto en los bloques sin armadura transversal como en los transversalmente armados, la carga de rotura habría de poder ser determinada con la suficiente aproximación.

Para los ensayos con el gato se montaban las probetas sobre un gran bloque de hormigón, en el cual se fijaba previamente con mortero una placa cuadrada de acero, de 2,5 cm de espesor y 30 cm de lado, para obtener una superficie perfectamente horizontal y perpendicular al eje del gato. Entre la base inferior de la probeta y la placa del bloque de hormigón se interponía una capa de mortero de yeso, con el fin de asegurar la uniforme distribución de la presión del gato y la coincidencia del eje central de la probeta con el del gato. Un dispositivo análogo se utilizaba también para la colocación de las probetas en la prensa Avery.

Para simular la carga que realmente actúa en los bloques de anclaje de los sistemas de postesado, se recurrió a los siguientes procedimientos:

Para las probetas con anclajes embebidos, tipo Freyssinet:

a) Una vez colocados en posición todos los alambres de pretensado, la carga se aplicaba, directamente, al cono macho de anclaje.

b) La carga se aplicaba a través de discos de acero, de diámetro igual al del cono hembra.

Para las probetas con anclajes embebidos tipo P. S. C.:

La carga se aplicaba, a través de placas metálicas, sobre toda la superficie extrema del anclaje.

Para probetas con anclajes externos:

La carga se aplicaba a través de placas de acero, cuyo tamaño se variaba adecuadamente para obtener la relación  $a_1/a$ , requerida en cada caso.

Estas placas metálicas se fijaban a la probeta mediante una capa de mortero de yeso, y sobre ellas actuaba directamente la carga, la cual se iba aumentando por incrementos de magnitud variable según el tamaño de la probeta, con el fin de obtener las mismas compresiones uniformes en la base del bloque opuesta a aquella en la que se colocaba el anclaje. En la tabla III se indican los principales estados de carga, con las correspondientes compresiones uniformes.

TABLA III. Principales estados de carga y tensiones de compresión uniforme correspondientes.

Tipo de probeta	Área de la sección transversal (cm <sup>2</sup> )		Carga (t)	Compresión uniforme ( $\epsilon_{unif}$ ) (kg/cm <sup>2</sup> )	$\epsilon_{unif}/\epsilon_{cub.}$
	Total	Del conducto			
A	232	9,7	14,2	63	0,11
			20,0	88	0,15
B	289	9,7	17,9	63	0,11
			25,0	88	0,15
C	413	9,7	25,8	63	0,11
			36,0	88	0,15

Para la determinación de las deformaciones superficiales de las probetas se emplearon elongómetros «Demec» de 5 cm de base. Los discos de referencia de estos elongómetros se fijaron a las caras de los bloques con «Durofix», distribuyéndolos en la forma indicada en la figura 11. En la figura 13 puede verse una de las probetas, durante el ensayo, con todos estos discos de referencia colocados. Las deformaciones longitudinales y transversales se determinaron sobre cuatro o seis secciones verticales, separadas entre sí a 2,5 cm (véase figura 11). El número de sec-

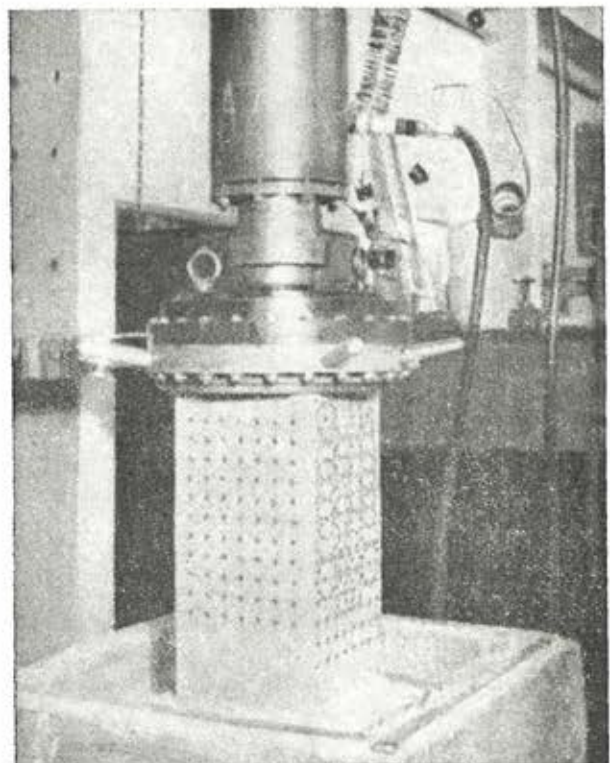


Fig. 13.—Vista de una de las probetas durante el ensayo.



ciones dependía de las dimensiones de la sección transversal del bloque.

En las zonas en donde se preveía que habrían de producirse las máximas tensiones de tracción se emplearon rosetas de elongómetros, con objeto de poder determinar las deformaciones principales y su dirección. En estas rosetas los elongómetros se situaban sobre un círculo de 5 cm de diámetro, con intervalos de 15°. En los primeros ensayos, en los bloques con anclajes embebidos, las rosetas se colocaban debajo de los anclajes; y en los casos de anclajes o cargas externas, en las proximidades de la superficie cargada.

Una vez realizados los ensayos sobre probetas sin armadura transversal, y como quiera que en ellos pudo comprobarse que las máximas tensiones de tracción se producían siempre sobre el eje central del bloque, se redujo el número de rosetas y éstas se colocaron todas, en los bloques con armaduras transversales, sobre su eje. El

número total de lecturas de deformación efectuadas fue de 11.000.

Bajo cada estado de carga se hicieron dos o tres lecturas de cada elongómetro, efectuándose un análisis de las lecturas correspondientes a las cargas de 0,15, 25 y 35 toneladas para determinar la probable aproximación de los resultados obtenidos. En la tabla IV se presenta un resumen del análisis estadístico realizado sobre una serie de lecturas. Admitiendo que cada división del elongómetro «Demec» utilizado, de 5 cm de base, era equivalente a una deformación de  $2,5 \times 10^{-5}$ , se dedujo que la aproximación de los resultados obtenidos en los ensayos era igual a  $2,5 \times 10^{-5} \times 0,37 = 0,93 \times 10^{-5}$ . Por consiguiente, para un valor del módulo de Young (módulo de elasticidad) de  $0,42 \times 10^6$  kg/cm<sup>2</sup>, la aproximación alcanzada en la determinación de las tensiones resulta igual a 4 kg/cm<sup>2</sup>.

Para la observación de las fisuras se empleó una lupa.

TABLA IV. Análisis estadístico de las lecturas de las deformaciones.

Diferencia entre las lecturas reales (divisiones del elongómetro)	x	ESTADOS DE CARGA											
		I (0 toneladas)			II (15 toneladas)			III (25 toneladas)			IV (35 toneladas)		
		f	fx	f(x - $\bar{x}_I$ ) <sup>2</sup>	f	fx	f(x - $\bar{x}_{II}$ ) <sup>2</sup>	f	fx	f(x - $\bar{x}_{III}$ ) <sup>2</sup>	f	fx	f(x - $\bar{x}_{IV}$ ) <sup>2</sup>
0-0,5	0,25	172	43	4	263	66	5	262	66	2,2	88	21	1,3
0,6-1,0	0,80	40	32	6	47	38	8	29	23	6,0	21	17	3,9
1,1-1,5	1,30	8	10	7	12	16	10	7	9	6,3	2	3	1,8
1,6-2,0	1,80	2	3,6	4	3	5	6	3	5	6,2	—	—	—
	$\Sigma$	222	88,6	21	325	125	29	301	103	20,7	111	41	7,0
Valor medio		$\bar{x}_I = 0,396$			$\bar{x}_{II} = 0,390$			$\bar{x}_{III} = 0,342$			$\bar{x}_{IV} = 0,370$		
Desviación standard		$\sigma_I = 0,33$			$\sigma_{II} = 0,30$			$\sigma_{III} = 0,262$			$\sigma_{IV} = 0,250$		

## resultados obtenidos en los ensayos: distribución de las tensiones, carga de fisuración y carga de rotura

### Probetas sin armadura transversal

*Influencia del sistema utilizado para el anclaje de los alambres:* Los ensayos para determinar la influencia del sistema utilizado para el anclaje de los alambres se realizaron sobre tres probetas, del tipo BI, provistas de conos hembra, tipo Freyssinet, embebidos en el hormigón, para doce alambres de 7 mm de diámetro. Estos anclajes eran completamente corrientes, adquiridos en el mercado normal, sin haber exigido ninguna característica especial de resistencia. La única indicación que se hizo es que fuesen de las dimensiones adecuadas al uso a que se destinaban. Inicialmente, las probetas se cargaron a través de un disco de acero, de 12 cm de diámetro. Después, una vez colocados los alambres de alta resistencia y situado en su correcta posición el cono macho del anclaje, la carga se aplicó sobre el propio cono. En la figura 14 se representa la distribución de las deformaciones transversales bajo la carga correspondiente a una tensión media de compresión de, aproximadamente, un décimo de la resistencia del hormigón en probeta cúbica. Los puntos de la figura representan la deformación media obtenida de dos lecturas de cada una de los elongómetros de las tres probetas ensayadas. Como puede apreciarse, apenas exis-

te discrepancia en la forma de las curvas de distribución de las deformaciones transversales, aunque hay una diferencia de cerca del 12 % entre las máximas deformaciones en tracción, siendo mayor la correspondiente al caso en que la carga se aplicó directamente sobre el cono macho del anclaje.

El comportamiento a fisuración fue también sensiblemente el mismo para los dos sistemas de carga, si bien la carga bajo la cual se produjo la primera fisura fue del 5 al 15 % mayor cuando la carga se aplicó a través del disco metálico. Este resultado concuerda con lo observado en la medida de las deformaciones. En resumen: se obtiene la conclusión de que, aun cuando el valor de la deformación máxima en tracción es distinto, la distribución real de las deformaciones es independiente de la forma de aplicación de la carga.

No fue posible alcanzar la rotura de las probetas cargadas a través de los conos de anclaje, debido a que antes de llegar a ella fallaron, por aplastamiento, dichos conos. Este hecho se produjo bajo una carga de 30 toneladas, aproximadamente.



Fig. 14. — Deformaciones transversales medidas sobre el eje central de bloques tipo B, bajo carga aplicada a través de placa y a través de cono. Compresión uniforme:  $p = 88 \text{ kg/cm}^2$ .



**TABLA V. Detalles relativos a la fisuración bajo los dos sistemas de carga.**

Series y números de las probetas	Resistencia media en compresión (kg/cm <sup>2</sup> )		Resistencia media a la fisuración en tracción (kg/cm <sup>2</sup> )		Carga de fisuración (en kg)		Relación entre las tensiones de compresión, bajo las cargas de fisuración y la resistencia en compresión	
	Aplicada sobre							
	A los 28 días	En el momento del ensayo (*)	A los 28 días	En el momento del ensayo (*)	Cono	Placa	Cono	Placa
BI/1, 2, 3	534,5	622,2	29,5	37,3	28.580	—	0,164	—
BIII/1, 2, 3	659,5	689,7	—	37,6	—	35.150	—	0,182

(\*) Todos los ensayos se realizaron a los tres meses, o más, de la fecha de hormigonado.

**TABLA VI. Características de la fisuración de las probetas con anclajes embebidos o externos.**

SERIES	Carga media de fisuración (toneladas)	Carga media de rotura (toneladas)	Distancia media de la primera fisura a la base cargada (cm)	Longitud de la primera fisura (cm)	Longitud de la fisura bajo una carga igual a 1,5 veces la de fisuración (cm)	Distancia de la primera fisura a la base cargada de la probeta. (En función de la mitad del ancho de dicha probeta.)	
						Principio	Final
AI	35,5	46,7	1,9	5	15,2	0,25	0,92
BI	35,5	48,5	2,5	5	17,8	0,30	0,88
CI	44,7	71,0	2,5	8,25	17,8	0,25	1,06
AII	35,5	39,6	2,5	6,35	20,3	0,33	0,83
BII	35,5	47,7	3,2	6,35	24,1	0,25	1,12
CII	45,7	72,6	3,2	11,4	26,7	0,31	1,44

En la tabla V se indican, de un modo resumido, los resultados obtenidos sobre la fisuración de las probetas ensayadas. Debe hacerse notar que, como ya se dijo anteriormente, la observación de las fisuras se hizo con lupa, por lo cual la carga de fisuración sólo pudo determinarse con una aproximación relativa. Es decir, que, posiblemente, bajo cargas ligeramente inferiores pudieron iniciarse las fisuras, aunque no fuesen visibles dado el pequeño aumento de las lupas disponibles.

Independientemente del sistema de carga (a través de cono, o a través de placa), las primeras fisuras aparecieron, normalmente, en dos caras laterales paralelas, cerca del eje central de la probeta y a una distancia de la base cargada, variable entre 0 y 4,5 cm (vase tabla VI), distancia que representa el  $0-0,5a$ , siendo  $a$  la mitad del ancho del prisma o probeta ensayado. La longitud de la primera fisura variaba entre 6,35 y 11,4 cm ( $0,73-1,3a$ ). En la figura 15 puede verse el aspecto de las de una de las caras laterales del prisma, tanto en el caso de cargas aplicadas a través de la placa como a través del cono. Aná-

logamente, en la figura 16 se aprecia el aspecto de las fisuras producidas en la base del prisma a la cual se aplicó la carga. En general, las fisuras aparecieron sobre tres de las caras laterales de la probeta, y las cargas de fisuración total fueron del 10 al 20 % superiores a las que produjeron la primera grieta.

Como quiera que no se observó ninguna diferencia sensible entre la distribución de tensiones o el valor de las cargas de fisuración correspondientes a los dos métodos de carga empleados (a través del cono, o de la placa), en los ensayos posteriores, y con el fin de simplificar los trabajos, la carga se aplicó siempre a través de una placa. Sin embargo, deberán tenerse siempre en cuenta las pequeñas diferencias, antes mencionadas, entre los resultados obtenidos según el procedimiento utilizado para la aplicación de la carga.

*Influencia de la posición del anclaje:* Los ensayos para estudiar la influencia de la posición del anclaje se realizaron sobre nueve probetas

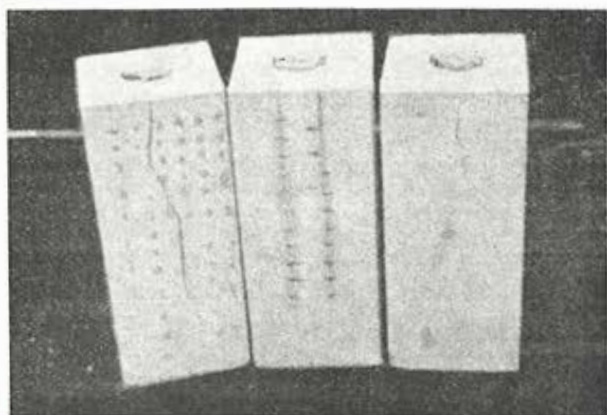
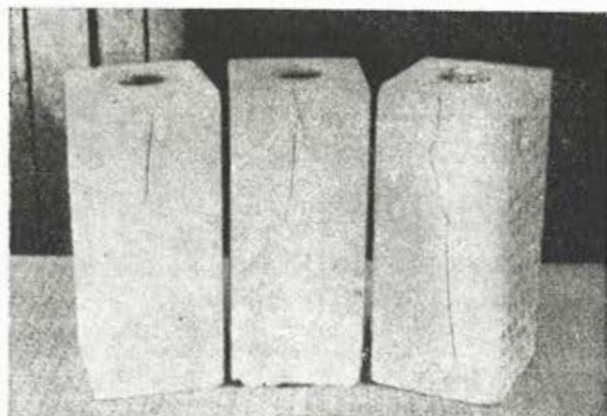


Fig. 15.—Aspecto de la fisuración en los bloques del tipo B cargados a través de placa y a través de cono:  
a) Carga aplicada a través de placa.  
b) Carga aplicada a través de cono.

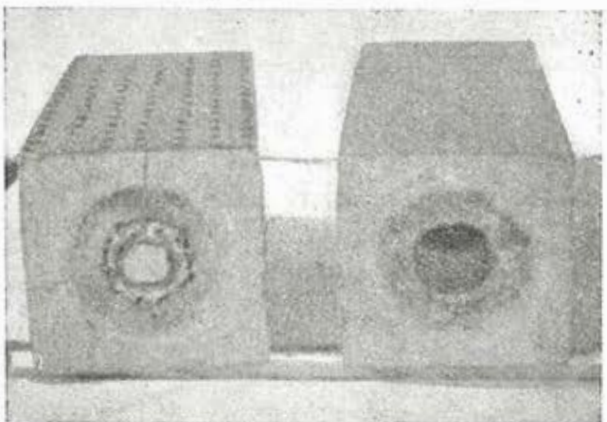


Fig. 16.—Aspecto de la fisuración de la base de los bloques del tipo B cargados a través de placa y a través de cono.

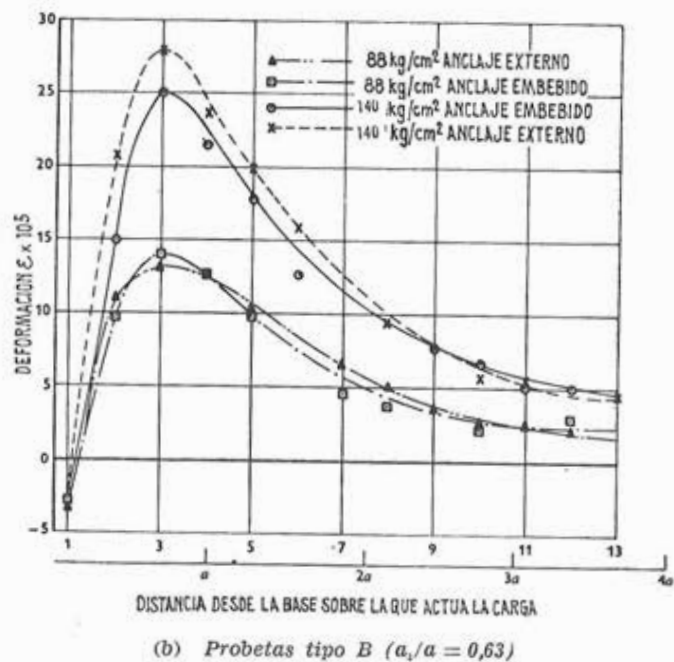
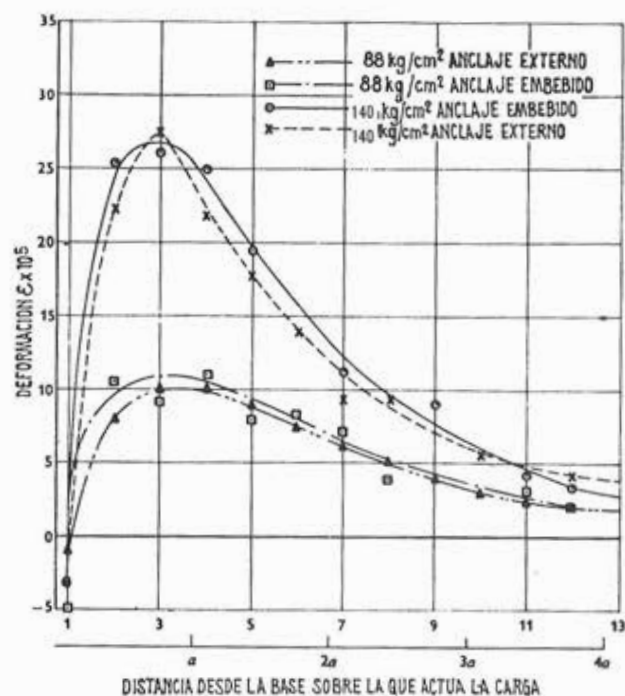


Fig. 17.—Deformaciones transversales sobre los ejes centrales de probetas de los tipos A y B con anclajes exteriores y embebidos.



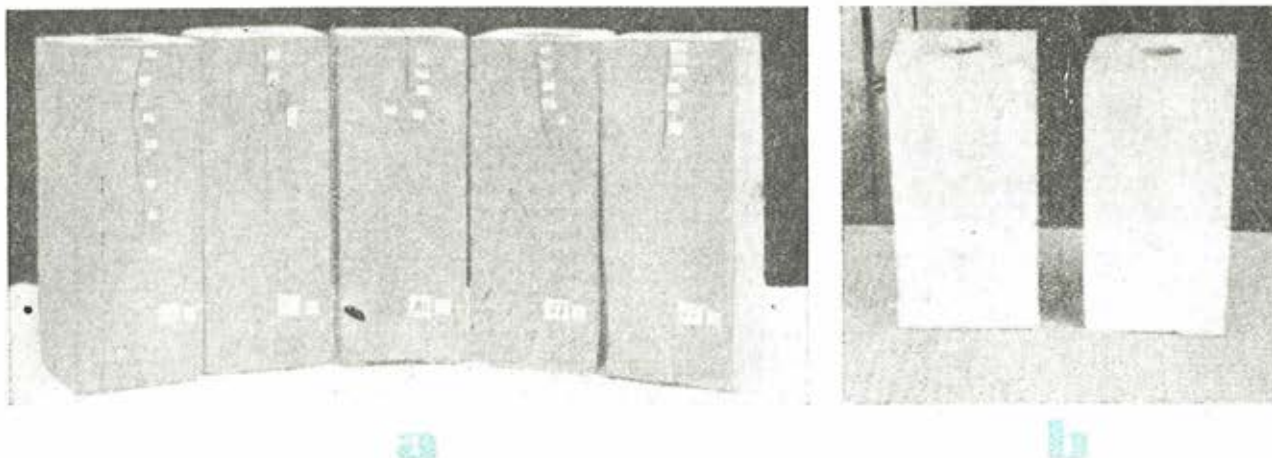


Fig. 18.—Aspecto de la fisuración en las probetas de los tipos A y C con anclajes Freyssinet, embebidos:  
(a) Probetas tipo A.  
(b) Probetas tipo C.

de los tipos AI, BI y CI, con conos hembra Freyssinet, embebidos y sobre prismas de los tipos AII, BII y CII, con anclajes externos en forma de placas. De esta manera, los ensayos cubrían los diferentes valores de la relación  $a_1/a$  que normalmente se presentan en la práctica. Las deformaciones se determinaron para tensiones de compresión, uniformemente distribuidas, iguales a 63 y 88 kg/cm<sup>2</sup>. Estos valores se hallaron dividiendo la magnitud de la carga concentrada aplicada, por el área total de la sección transversal de la probeta. En las figuras 17(a) y (b) se han dibujado los diagramas de distribución de las tensiones transversales, a lo largo del eje central de prismas de los tipos A y B, con anclajes embebidos y externos. En la tabla VI aparecen los datos más importantes relativos a las cargas de fisuración y de rotura. El aspecto de las fisuras de las probetas de los tipos AI y CI puede verse en las figuras 18 (a) y (b). El trazado de estas fisuras confirma que cualquiera que sea el tipo de anclaje utilizado, tanto si va embebido en el hormigón, como si es externo, la primera fisura aparece siempre sobre una de las caras laterales de la probeta y en las proximidades de su eje central. Esta primera grieta coincide con la posición de la máxima deformación transversal registrada en los diagramas de la figura 17. Bajo una carga un 20-50 % superior a la que produce la primera fisura, la longitud de la grieta llega a ser igual a  $1,5a$ .

Cuatro de las probetas ensayadas se fisuraron en sus cuatro caras laterales; ocho, en tres, y seis, en dos de estas caras solamente.

Del estudio de la distribución de tensiones y de las cargas de fisuración y rotura obtenidas en los ensayos sobre probetas con anclajes embebidos y externos, parece deducirse que, para ambos tipos de anclaje, la cuantía de armadura

transversal y su posición debe ser la misma. Esta conclusión está en contradicción con la opinión de algunos autores (13), según los cuales las máximas tensiones transversales se producen a una cierta distancia del extremo del anclaje, cuando éste va embebido, y no en las proximidades de la cara cargada.

*Influencia del tipo de anclaje cuando éste queda embebido en el hormigón:* Se estudiaron dos tipos de anclajes embebidos: los de hormigón armado y los metálicos. Este último tipo es el que se emplea en el sistema P.S.C. y tiene sección rectangular. Los ensayos se realizaron utilizando probetas del tipo C. Los resultados aparecen resumidos en la tabla VII. Tanto los valores absolutos de las deformaciones registradas como su distribución, concuerdan satisfactoriamente con los deducidos utilizando el método de Guyon y confirman la validez del procedimiento propuesto por dicho autor para determinar la relación  $a_1/a$  en el caso de que las superficies cargadas sean cuadradas o circulares. Cuando se trate de superficies circulares, el valor de  $2a_1$  debe tomarse igual a la raíz cuadrada del área de dicha superficie.

En la figura 19 se reproduce un detallado estudio comparativo de la distribución de deformaciones a lo largo del eje central de la probeta, para ambos tipos de anclaje.

De los ensayos efectuados se deduce que, si se prescinde de lo relativo a la determinación de  $a_1$ , el tipo de anclaje que se utilice, tanto si es de hormigón armado como si es metálico, no ejerce una influencia apreciable sobre la distribución de las deformaciones, o sobre la magnitud de las cargas de fisuración y rotura. Esta misma conclusión se obtiene comparando las



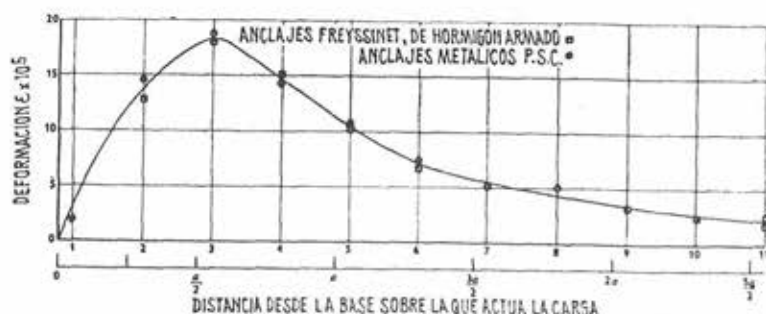


Fig. 19.—Deformaciones transversales sobre el eje central en bloques del tipo C con anclajes Freyssinet, embebidos de hormigón armado y anclajes metálicos P. S. C.

TABLA VII. Cargas de fisuración y de rotura en probetas sin armadura transversal (tipo C), con anclajes embebidos P. S. C. y Freyssinet.

SERIES	Resistencia corregida en compresión (kg/cm <sup>2</sup> )		Resistencia a la fisuración en tracción (kg/cm <sup>2</sup> )		Carga media de fisuración (toneladas)	Carga media de rotura (toneladas)	Relación entre las tensiones de compresión originadas por la carga de fisuración y la resistencia en compresión
	A los 28 días	En el ensayo	A los 28 días	En el ensayo			
CI	467,5	534,3	29,5	37,3	44,7	66,0	0,21
CIV	518,9	589,2	38,7	—	43,2	61,0	0,18

figuras 18(b) y 29, en las que se reproduce el aspecto de las fisuras en probetas, sin armadura transversal, provistas de anclajes de los tipos Freyssinet y P. S. C., respectivamente (el aspecto de estas fisuras en el caso de probetas con armadura transversal constituida por redondos de 9,5 mm de diámetro arrollados en forma de hélice, se representa en las figuras 27(a) y 30, correspondientes a bloques con anclajes Freyssinet y P. S. C., respectivamente).

*Influencia del tamaño del conducto destinado al paso de la armadura de pretensado.*—Para el estudio de este problema se utilizaron probetas del tipo C sin armadura transversal. La distribución de las deformaciones obtenidas en este caso coincide, sensiblemente, con la correspondiente a las probetas que no tenían conducto para alojar los alambres de pretensado. En la tabla VIII se dan los valores de las cargas de fisuración y de rotura registradas en este ensayo. El diámetro de los conductos era de 3,5 cm y el área de su sección el 2,3 % del área total de la sección transversal de la probeta.

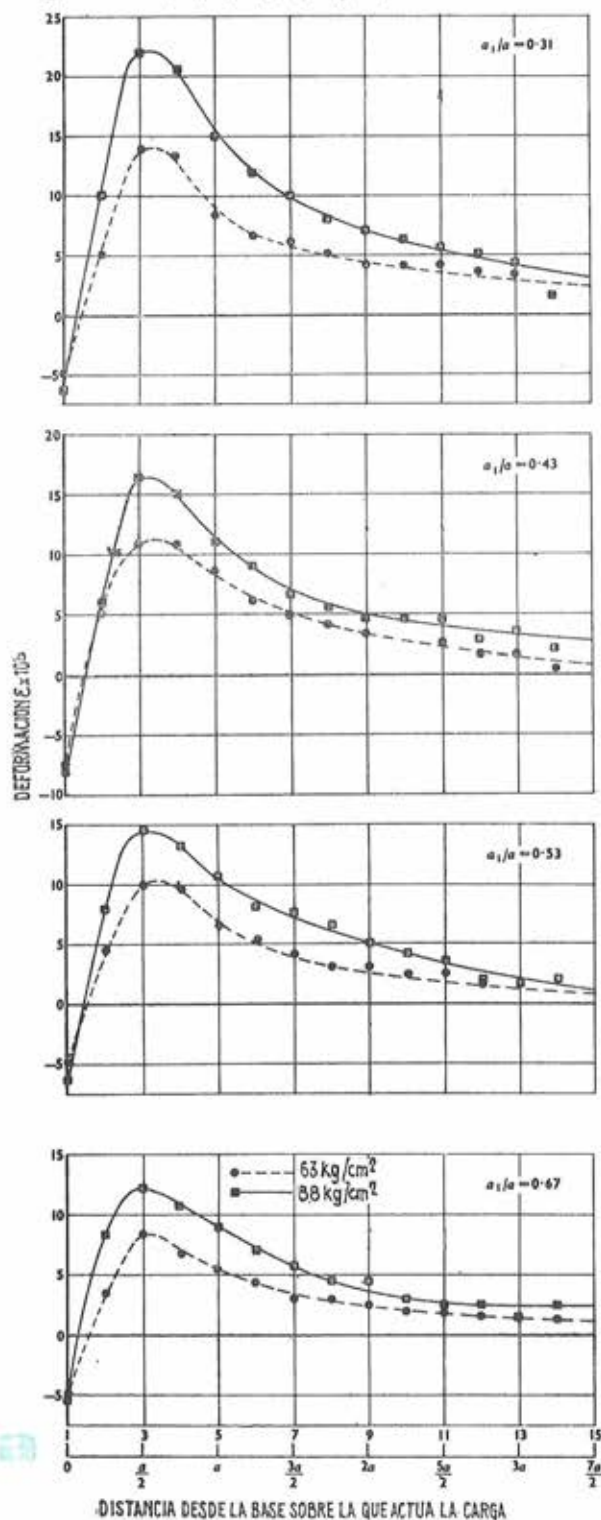
Estos ensayos demuestran que, para tener en cuenta la influencia del tamaño de los conductos, basta con tomar el área neta de la sección transversal del bloque de anclaje (es decir, su área real menos la del conducto), cuando se trata de determinar la relación  $a_1/a$ , o el valor de la tensión uniforme a la cual se encuentra sometido el hormigón. De esta forma, según parece, se puede conseguir la aproximación suficiente para todas las aplicaciones prácticas.

*Influencia de la relación entre el área de la superficie cargada y el área de la sección transversal del bloque de anclaje.*—En general, todos los autores están de acuerdo en que la relación entre las áreas de la superficie cargada y de la sección transversal del bloque de anclaje es el factor que ejerce una mayor influencia sobre la distribución de las tensiones en dicho bloque, si bien su efecto exacto es difícil de determinar (vase tabla I). Por este motivo, se ha prestado una especial atención a este problema. Los ensayos se realizaron, inicialmente, sobre probetas del tipo CII, provistas de conductos circulares para el paso de los cables, y cargadas a través de discos metálicos. Para la relación  $a_1/a$  se adoptaron los siguientes valores: 0,31; 0,43; 0,53; 0,67 y 1,0.

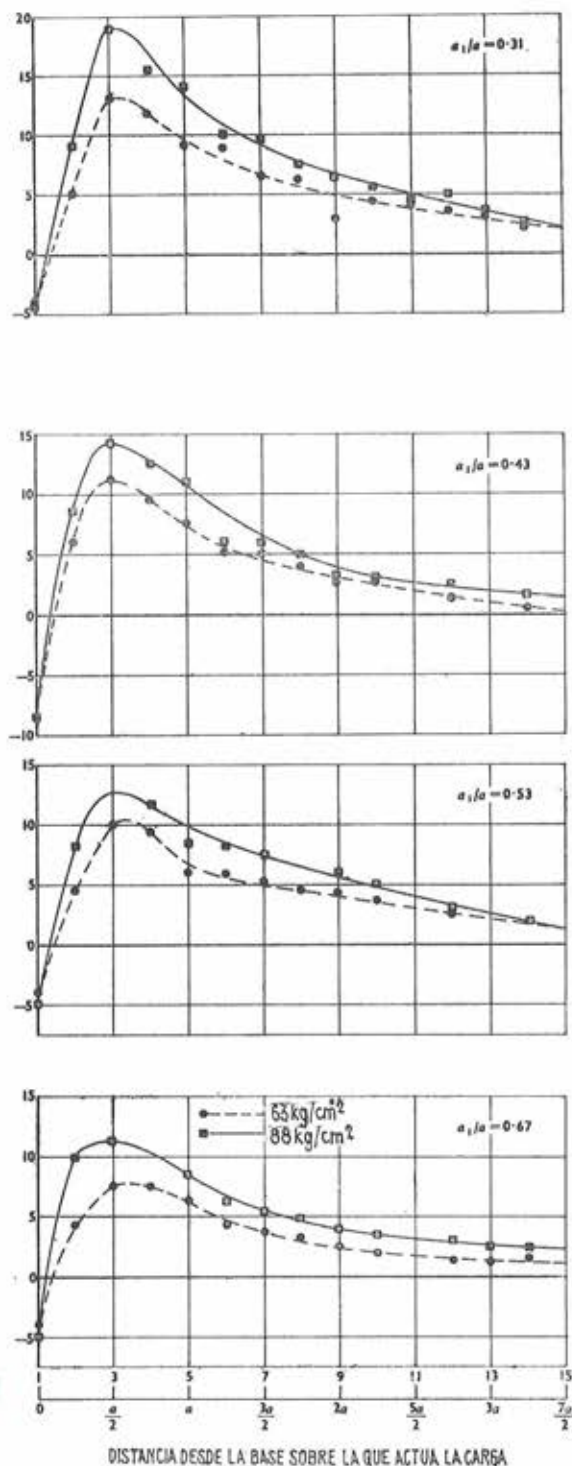
En las figuras 20 y 21 se representan las distribuciones de las deformaciones transversales y longitudinales correspondientes a los planos B, C, D, E, F y G, indicados en la figura 11. Las lecturas se hicieron bajo dos estados de carga. El primero correspondía a una tensión uniforme de compresión de 63 kg/cm<sup>2</sup>, y el segundo, a la de 88 kg/cm<sup>2</sup>. Estas tensiones representan, aproximadamente, el 0,1 y el 0,15, respectivamente, de la resistencia del hormigón en probeta cúbica.

Como claramente se deduce de las citadas figuras, las deformaciones transversales aumentan progresivamente hasta alcanzar su valor máximo sobre el eje central del bloque.

La figura 22 es una perspectiva de la distribución de las deformaciones transversales sobre las caras laterales de uno de los bloques de anclaje, en el cual la relación  $a_1/a$  era igual a 0,31; y en los diagramas de la figura 23 se ha dibujado la distribución de deformaciones transversales en las secciones 2, 3, 4 y 5 para relaciones  $a_1/a$  iguales a 0,31; 0,43; 0,53 y 0,67.



Los resultados obtenidos con las rosetas de elongómetros correspondientes a los puntos 4, 5, 6 y 7 de los planos B, D y G se indican, detalladamente, en la figura 24. En probetas de los tipos A y B, con relaciones  $a_1/a$  iguales a 0,71 y 0,62, se dedujeron unas curvas análogas a las de la figura 24.



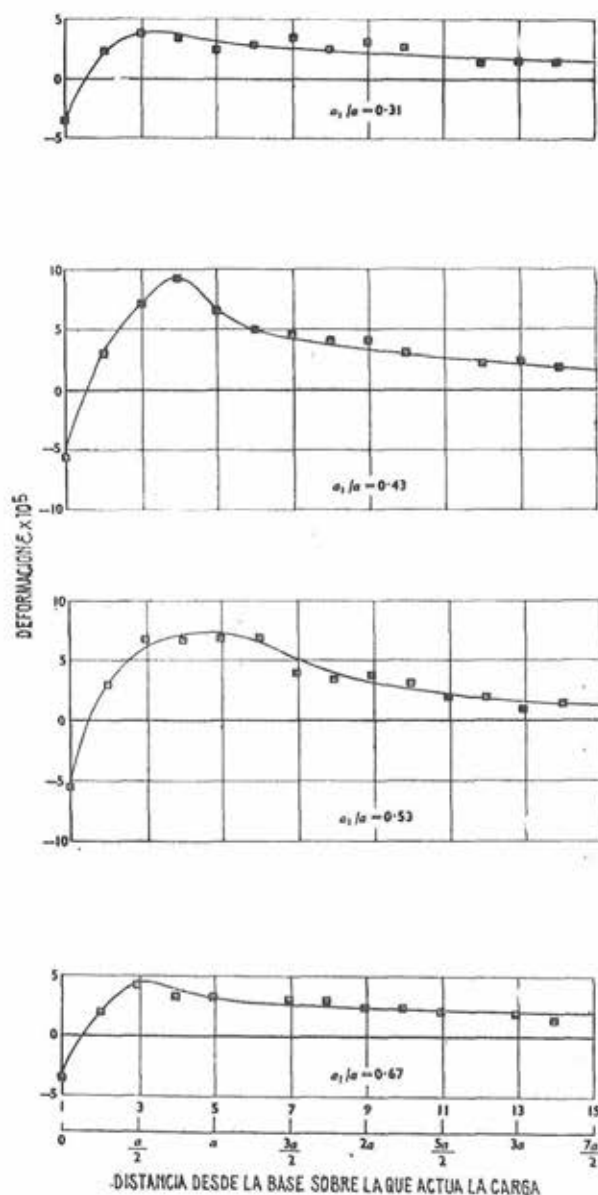


**TABLA VIII. Cargas de fisuración y de rotura obtenidas en los ensayos de probetas con y sin conductos para alojar los alambres de pretensado.**

SERIE	Resistencia corregida, en compresión (kg/cm <sup>2</sup> )		Resistencia a la fisuración en tracción (kg/cm <sup>2</sup> )		Carga media de fisuración (toneladas)	Carga media de rotura (toneladas)
	A los 28 días	En el momento del ensayo	A los 28 días	En el momento del ensayo		
CII	561	597,6	—	36,6	73,6	76,2
CIII	561	593,4	—	37,6	78,7	81,3

**Fig. 20.—Deformaciones transversales registradas en distintos planos longitudinales verticales para diferentes relaciones  $a_1/a$  y bajo tensiones uniformes de compresión de 63 y 88 kg/cm<sup>2</sup>:**

- a) Plano D;  
b) Plano E;  
c) Planos B, C, F y G.



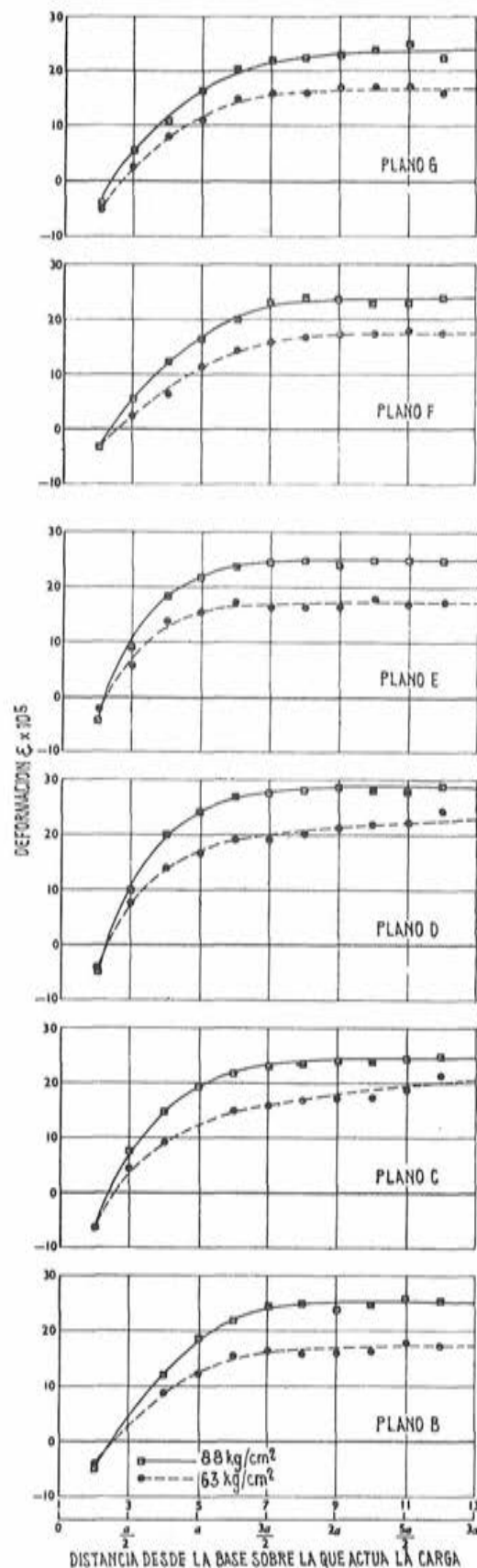
En la tabla IX—que a continuación se incluye—se recogen los detalles correspondientes a las cargas de fisuración y rotura de los distintos bloques de anclaje ensayados. Como la relación entre las dimensiones de estos bloques y de las probetas utilizadas para determinar las características resistentes del hormigón, variaban de unos casos a otros, con el fin de unificar los resultados, se han introducido los oportunos coeficientes de corrección. Los diferentes valores consignados en la tabla IX aparecen referidos a una probeta tipo equivalente, prismática, de  $15 \times 15 \times 30$  cm. Los coeficientes empleados son los que se recomiendan en la «British Standard B. S. 1881» (20) y en el «Concrete Manual» (21, 22). Los valores de la tensión de compresión correspondiente a la aparición de la primera fisura, dados en la columna 7 de la citada tabla IX, se han deducido dividiendo la carga de fisuración consignada en la columna 5 por el área de la sección transversal del bloque de anclaje. (Como ya se dijo anteriormente, y según parece deducirse de la comparación entre los distintos valores de las tensiones máximas de tracción, es muy probable que, en algunos casos, la primera fisura haya realmente aparecido bajo cargas algo inferiores a las anotadas.) En la columna 10 se indican los valores corregidos de las tensiones bajo la carga de fisuración, y en la columna 13, los de los coeficientes experimentales  $K$  relativos a  $\varepsilon_y E/p$ , en donde  $p$  es la compresión uniforme para distintos valores de  $a_1/a$  (véase tabla XIII).

La relación entre la tensión de compresión correspondiente a la carga de fisuración y la resistencia del hormigón en probeta cúbica, varía desde 0,31 para  $a_1/a = 0.71$  hasta 0,16 para  $a_1/a = 0.31$ . Admitiendo que la deformación máxima del hormigón en tracción es, aproximadamente, de  $12,5 \times 10^{-5}$ , se puede deducir, partiendo de las lecturas de los elongómetros, la tensión uniforme de compresión a la que se encuentra sometida la pieza en el momento de la fisuración. Estos valores así calculados son los que figuran en la columna 11 de la tabla IX. Y utilizando ahora los coeficientes  $K$ , se pueden determinar las tensiones de tracción que se originan bajo la carga de fisuración.

**TABLA IX.** Datos sobre las cargas de fisuración y de rotura correspondientes a los ensayos realizados sobre bloques de anclaje de los tipos A, B y C, sin armadura transversal.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
SERIES	Resistencia a compresión en el momento del ensayo ( $\text{kg/cm}^2$ )	Resistencia a compresión corregida, en el momento del ensayo ( $\text{kg/cm}^2$ )	Resistencia a la fisuración por tracción en el momento del ensayo ( $\text{kg/cm}^2$ )	Carga de fisuración (kg)	Tensiones de compresión bajo la carga de fisuración ( $\text{kg/cm}^2$ )	Tensiones de compresión, corregidas bajo carga de fisuración ( $\text{kg/cm}^2$ )	Deducción de la deformación	Factor de corrección	Observación	Deducción de la deformación	Relación $\epsilon_1/\epsilon$	Coefficiente experimental relativo a $\epsilon$ y $E/p$	Carga de rotura (toneladas)	Relación entre la carga de rotura y la de fisuración	Relación entre la columna 10 y la columna 3	Diferencia entre la máxima tensión de tracción y el módulo de rotura (%)	Deducción de la deformación
AI	622,2	534,3	37,3	35.150	159,6	112,5	104,0	1,040	165,9	118,1	0,71	0,45	45,4	1,29	0,31	+ 31,1	— 5,0
BI	(543,5)	(467,5)	(29,5)	35.150	124,4	87,9	1,033	1,033	128,7	90,7	0,62	0,56	49,9	1,42	0,24	+ 29,0	— 4,7
CI	—	—	—	44.090	109,0	87,9	1,047	1,047	112,5	92,1	0,53	0,63	59,9	1,36	0,21	+ 27,0	+ 2,5
AI	695,3	597,6	36,6	35.150	159,6	105,5	1,040	1,040	165,9	110,4	0,71	0,45	52,2	1,48	0,28	+ 33,6	— 10,2
BII	(652,4)	(561,0)	(31,0)	35.150	124,4	87,9	1,033	1,033	128,7	90,7	0,62	0,56	52,6	1,42	0,22	+ 31,4	— 10,9
CII	—	—	—	44.090	109,0	87,9	1,047	1,047	112,5	80,8	0,53	0,63	63,5	1,44	0,19	+ 29,5	— 7,0
CIIA	608,2	523,8	35,5	31.860	79,5	56,2	1,047	1,047	83,0	58,7	0,31	0,86	—	—	0,16	+ 21,2	— 7,7
AI	689,7	593,4	37,6	91.600	414,8	—	1,000	1,000	414,8	—	1,0	—	91,6	1,0	0,70	—	—
BIII	(659,5)	(561,0)	(31,0)	107.050	379,7	—	0,994	0,994	376,8	—	1,0	—	107,0	1,0	0,64	—	—
CIII	—	—	—	185.500	461,9	—	1,005	1,005	464,2	—	1,0	—	185,5	1,0	0,78	—	—

(\*) Los valores entre paréntesis indican la resistencia a los 28 días.



**Fig. 21.**—Deformaciones longitudinales medidas en los planos B a G de bloques del tipo C. Relaciones  $\epsilon_1/\epsilon$  variables entre 0,31 y 0,67.



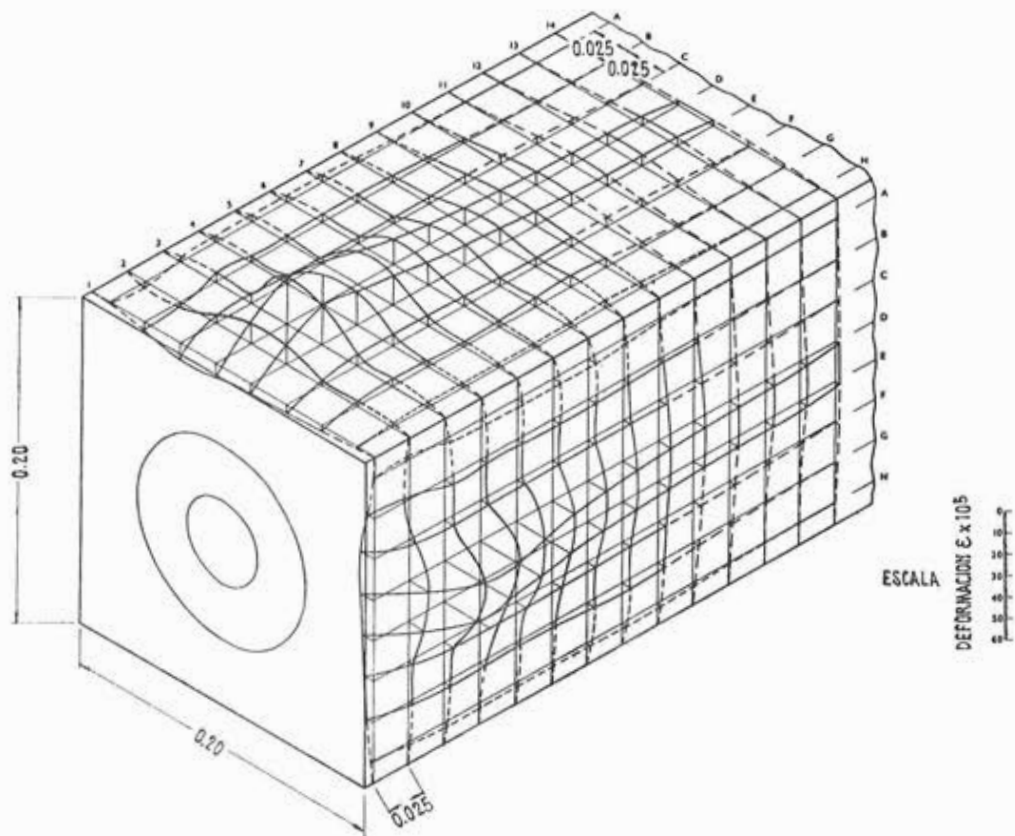


Fig. 22.—Perspectiva isométrica de las deformaciones transversales en un bloque del tipo C. Relación  $a_1/a=0,31$ . Tensión uniforme de compresión:  $p=88 \text{ kg/cm}^2$ .

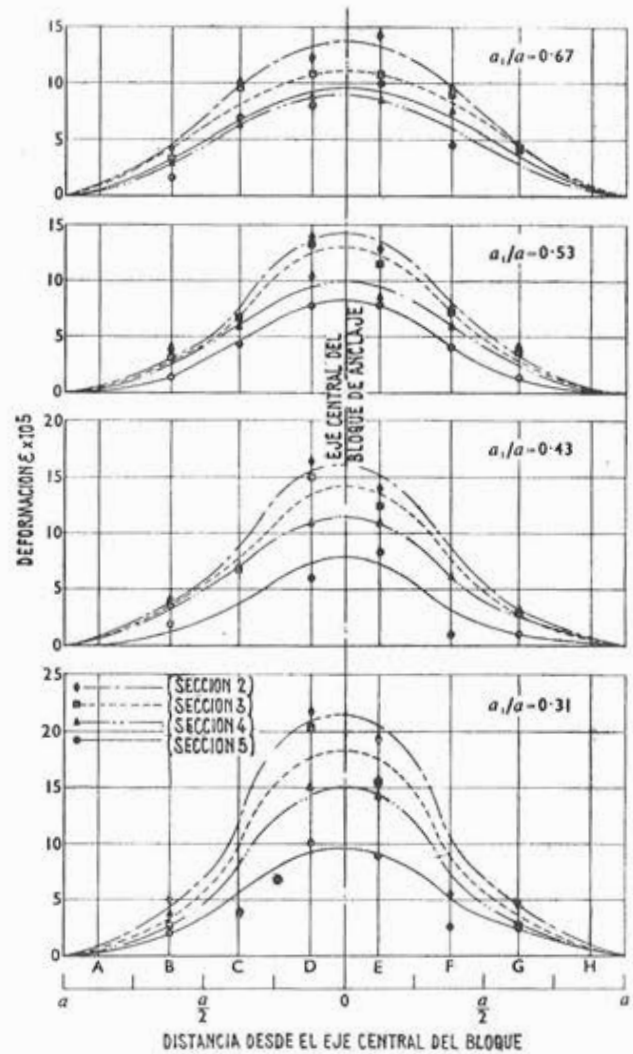


Fig. 23.—Deformaciones transversales experimentales correspondientes a las secciones transversales 2, 3, 4 y 5, para relaciones  $a_1/a=0,31$ ; 0,43; 0,53 y 0,67.





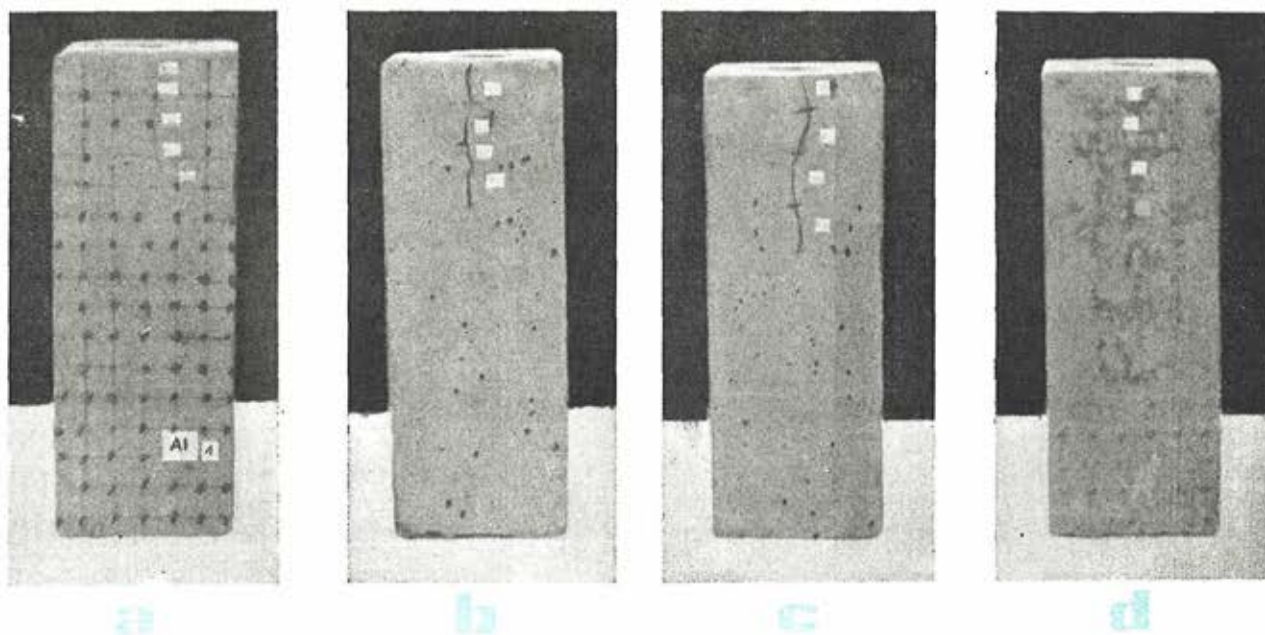


Fig. 25.—Aspectos típicos de las fisuras en las cuatro caras laterales de una probeta del tipo A, con anclaje Freyssinet, embebido.

La diferencia entre la resistencia real a tracción registrada en los ensayos sobre probetas cilíndricas y las tensiones de tracción deducidas, correspondientes a la carga de fisuración, varían, según se indica en la columna 18, entre el  $-10,9\%$  y el  $+2,5\%$ .

En la columna 10 aparecen los datos correspondientes a la tensión corregida de compresión, bajo la carga de fisuración, en las probetas AIII, BIII y CIII. En estas probetas, la carga actuaba sobre toda la superficie de su base extrema. Los valores de dichas tensiones oscilan entre el 64 y el 78 % de la resistencia del hormigón en probeta cúbica.

En la figura 25 puede verse el aspecto de las fisuras sobre las cuatro caras laterales de uno de los bloques de anclaje del tipo A, ensayados.

### Probetas con armadura transversal

*Bloques de anclaje con conos hembra Freyssinet, embebidos.*—Se ensayaron nueve bloques de anclaje del tipo C, en las condiciones que a continuación se indica:

- 3, sin armadura transversal;
- 3, provistos de una parrilla de armaduras, constituida por 4 redondos de acero dulce, de 9,5 mm de diámetro, colocados a 7 cm del extremo del cono de anclaje en la forma indicada en la figura 26(a). (Esta armadura representa una cuantía de 0,69);

- 3, con armadura transversal, constituida por un redondo de acero dulce ordinario, de 9,5 mm de diámetro, arrollado en hélice, con las dimensiones indicadas en la figura 26(b). (Corresponde a una cuantía de 1,55.)

La cuantía de armadura, en el caso de la parrilla, se ha deducido expresando el área de la sección transversal de los redondos colocados en una dirección, en tanto por ciento del área de la sección transversal del bloque de anclaje. Debe señalarse que, en las dos capas, se coloca exactamente la misma armadura y en dirección perpendicular a la de la capa anterior. En el caso de armadura helicoidal, la cuantía representa el área de la sección transversal de todas las espiras paralelas a una misma dirección, expresada en tanto por ciento del área de la sección transversal del bloque.

En la tabla X se indican las cargas de fisuración y de rotura obtenidas en esta serie de ensayos, así como también sus valores medios, las dispersiones y la relación entre las tensiones de contacto (tensiones de compresión en el hormigón situado inmediatamente debajo del anclaje) y la resistencia en compresión del hormigón. Las dispersiones de las distintas cargas de fisuración respecto al valor medio de dichas cargas varía de  $+7,3$  a  $-7,9\%$ .

La relación media entre la compresión uniforme registrada bajo la carga de fisuración y la

TABLA X. Cargas de fisuración y de rotura obtenidas en los ensayos sobre bloques con armadura transversal y anclajes tipo Freyssinet, embebidos en el hormigón ( $a_s/a = 0.53$ ).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Serie y tipo de la armadura transversal.	Número de probetas ensayadas	Resistencia a compresión en el momento del ensayo $f_c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Resistencia a compresión corregida $f_{cr}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Resistencia a fisuración por tracción en el momento del ensayo $f_{ct}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Carga de fisuración (kg)	Diferencia respecto a la carga media de fisuración (%)	Relación entre la tensión de contacto y la resistencia a compresión bajo carga de fisuración	Cantidad de armadura transversal	Tensión media $f_{cr}$ bajo carga de fisuración (kg/cm <sup>2</sup> )	Relación $f_{cr} / f_c$	Carga de rotura (kg)	Relación entre la carga de rotura y la de fisuración
CIV												
Hélice de $\phi$ 9,5 milímetros.	3	684,8	589,2	41,8	80.300 75.300 68.900 (media = 74.800)	+ 7,3 + 0,6 - 7,9	1,11 1,04 0,95	1,55	202,5 189,8 174,4	0,35 0,32 0,30	90.300 80.300 78.000	1,12 1,07 1,13
CIV												
Malla de $\phi$ 9,5 milímetros.	3	684,8	589,2	41,8	54.900 58.000 49.900 (media = 54.300)	+ 1,3 + 7,1 - 7,9	0,76 0,80 0,69	0,69	138,5 146,2 125,8	0,24 0,25 0,21	75.300 58.000 70.300	1,37 1,00 1,40
CIV												
Sin armadura transversal.	3	684,8	589,2	41,8	54.900 49.900 54.900 (media = 53.200)	+ 3,4 - 6,2 + 3,4	0,76 0,69 0,76	0	139,2 127,3 139,2	0,24 0,21 0,24	60.300 60.300 54.900	1,10 1,21 1,00

A compression: 635,6 kg/cm<sup>2</sup>

A fisuración por tracción: 38,7 kg/cm<sup>2</sup>

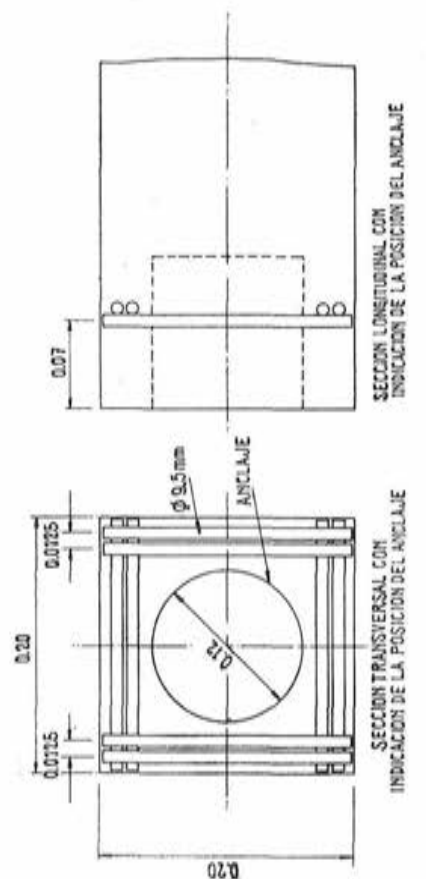


Fig. 26.—Armadura transversal de un bloque del tipo C, con anclaje Freyssinet, embebido.



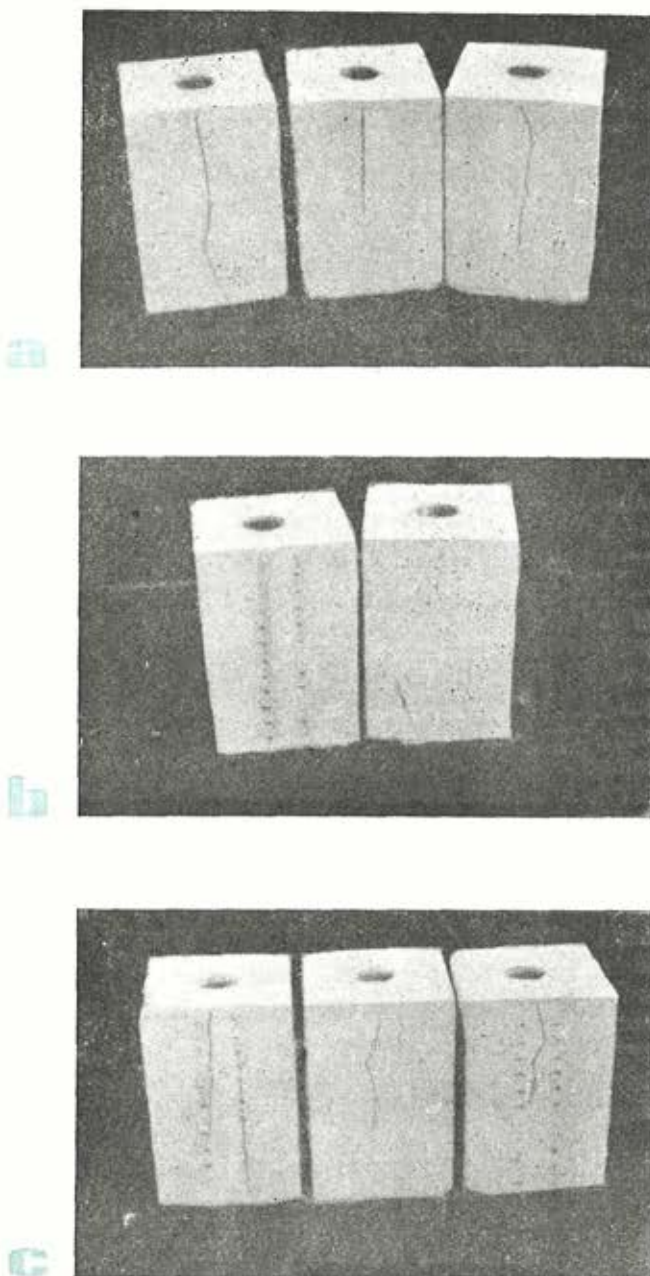


Fig. 27.—Aspecto de la fisuración en bloques del tipo C, con armadura transversal y anclajes Freyssinet, embebidos:

- a) Cuantía de armadura transversal=1,55 ‰;
- b) Cuantía de armadura transversal=0,69 ‰,
- c) Sin armadura transversal.

resistencia corregida del hormigón en compresión fue igual a 0,33 para los bloques con cuantía transversal del 1,55 ‰, reduciéndose a 0,23 en los bloques con 0,69 ‰ de cuantía o sin armadura transversal. Este último valor es comparable con el de 0,21 deducido de los ensayos registrados en la Tabla IX, correspondientes a bloques de anclaje, sin armadura transversal, y de análoga relación  $a_1/a$ . La relación media entre las ten-

siones de contacto y la resistencia en compresión del hormigón fue de 1,03, 0,75 y 0,74 para los bloques con cuantías transversales iguales a 1,55, 0,69 y 0, respectivamente.

La primera fisura apareció siempre sobre el eje central de una de las caras laterales del bloque de anclaje, iniciándose a una distancia variable entre 2,5 y 3,8 cm, de la base del bloque sobre la que se aplicaba la carga. Expresadas en función de  $a$ , dichas distancias son: 0,25( $a$ ) y 0,40( $a$ ). Esta primera fisura se prolongaba hasta una distancia que oscilaba entre 3,5 y 11,7 cm, equivalentes a 0,6( $a$ ) y 1,5( $a$ ), respectivamente.

En uno de los bloques ensayados las fisuras aparecieron en sus cuatro caras laterales; en otros cinco bloques, sólo aparecieron en tres caras, y en los dos restantes bloques, en dos. El aspecto de estas fisuras puede apreciarse en la figura 27.

*Bloques con anclajes tipo P. S. C., embebidos:*  
Se realizaron tres series de ensayos, cada una de ellas sobre nueve probetas del tipo C. En las series IV y V se utilizaron anclajes para cuatro alambres, y en la serie VI, anclajes para doce alambres. El diámetro de los alambres era de 7 mm. Estos anclajes daban una relación  $a_1/a$  igual a 0,31 y 0,53, respectivamente (véase Tabla II).

En las series IV y V se utilizaron los siguientes tipos de armadura transversal, cada uno de ellos sobre tres probetas: la armadura normal recomendada por el fabricante del anclaje (cuantía 0,69); una parrilla constituida por redondos

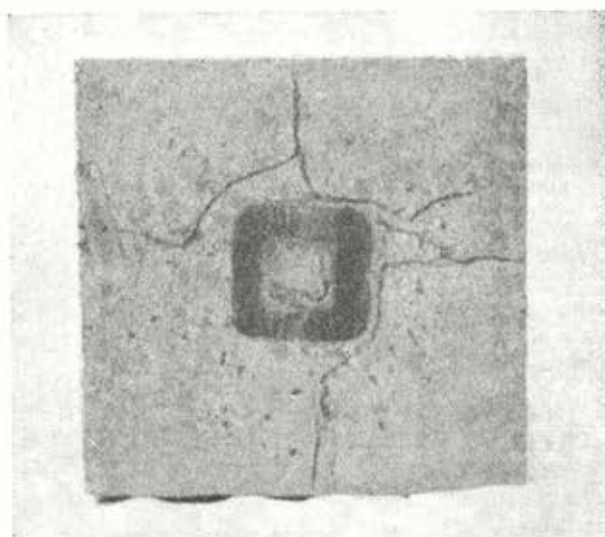
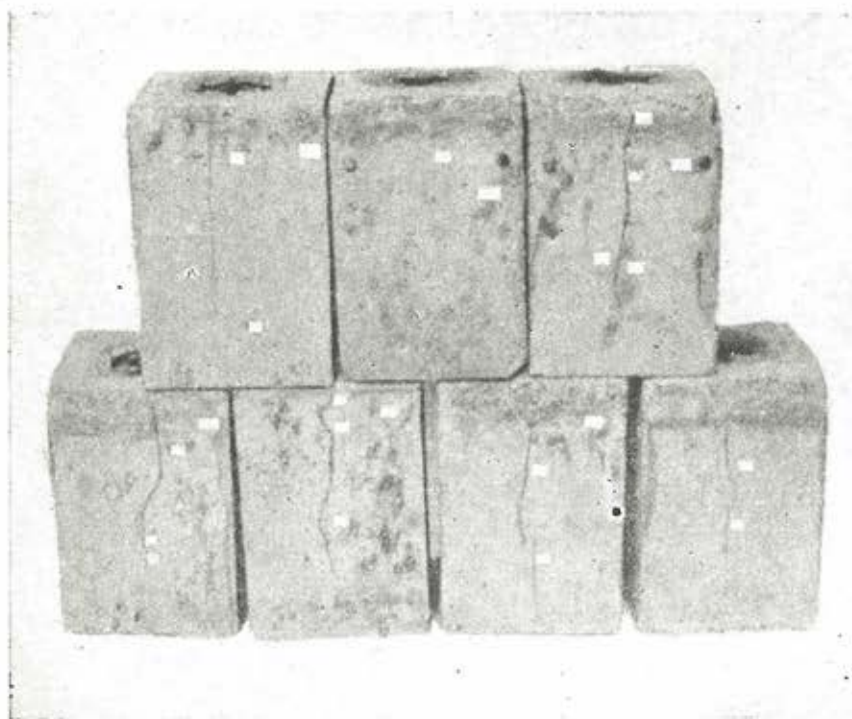


Fig. 28.—Aspecto típico de la fisuración de la base sobre la que actúa la carga, en un bloque de anclaje con relación  $a_1/a=0,31$  y tensiones de contacto, bajo carga de fisuración, iguales aproximadamente al triple de la resistencia del hormigón a compresión.

**TABLA XI. Cargas de fisuración y rotura obtenidas en el ensayo de bloques con anclajes tipo P. S. C. y armados transversalmente.**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Serie y número del bloque de anclaje	Resistencia a compresión en el momento del ensayo ( $\text{kg/cm}^2$ )	Resistencia corregida a compresión en el momento del ensayo $f_c$ ( $\text{kg/cm}^2$ )	Resistencia a fisuración por tracción en el momento del ensayo ( $\text{kg/cm}^2$ )	a <sub>1</sub> /a	Relación entre la tensión de contacto bajo la carga de fisuración y la resistencia a compresión	Cuantía transversal	Carga de fisuración (kg)	Tensión $f_{cr}$ bajo carga de fisuración ( $\text{kg/cm}^2$ )	Relación $f_{cr}/f_c$	Carga de rotura (kg)	Relación entre la carga de rotura y la de fisuración
V/1, 3					3,14	1,85	45.400	110,4	0,23	54.400	1,20
V/2	555,4	478,1	32,3	0,31	2,76	1,55	40.100	97,7	0,20	40.100	1,00
V/4					2,76	0,69	40.100	97,7	0,20	45.400	1,14
IV/7-9					1,95	0	27.200	66,4	0,14	38.500	1,42
V/8					1,42	1,85	74.800	182,8	0,38	99.800	1,33
V/6, 7	555,4	478,1	32,3	0,53	1,15	1,55	60.100	149,1	0,31	74.800	1,25
V/5, 9					0,95	0,69	49.900	123,7	0,26	70.300	1,41
VI/20-22					1,30	1,55	68.300	170,1	0,41	74.800	1,10
VI/19, 23, 24	485,1	416,2	32,7	0,53	0,91	0,69	46.700	116,7	0,28	49.900	1,07
VI/25-27					0,98	1,22	49.900	125,1	0,30	59.900	1,20
VI/13-18					1,27	1,22	64.900	163,8	0,28	69.800	1,08
IV/10-12	685,8	589,2	38,7	0,53	1,07	0	54.900	137,1	0,23	58.500	1,07



**Fig. 29.—Aspecto de las fisuras en bloques con anclajes tipo P. S. C. y distintas cuantías de armadura transversal.**

de 12,7 mm de diámetro, colocada a 7 cm de la base del bloque de anclaje sobre la cual se aplica la carga (cuantía 1,85); una armadura heli-

coidal, constituida por un redondo de 9,5 mm de diámetro y colocada junto a la base cargada (cuantía 1,55); sin armadura.



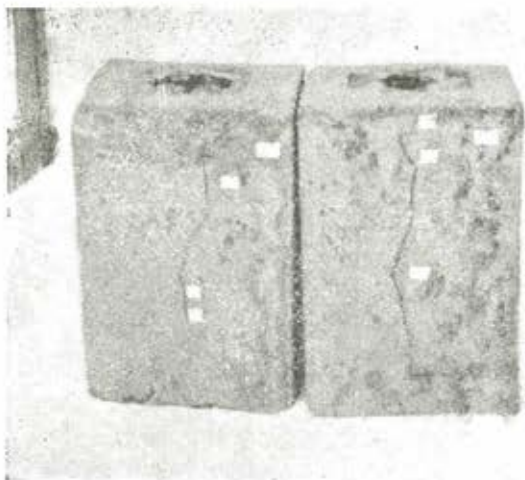


Fig. 30.—Aspecto de las fisuras en bloques con anclajes tipo P. S. C. embebidos, y armadura transversal helicoidal constituida por redondo de 9,5 mm de diámetro.

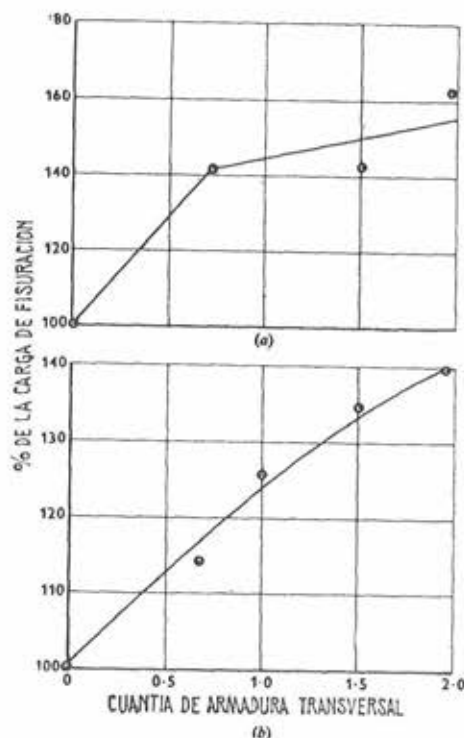


Fig. 31.—Aumento de la resistencia del bloque de anclaje en función de la cuantía de armadura transversal y de la relación entre las tensiones de contacto  $f_{cr}$  bajo carga de fisuración y la resistencia del hormigón a compresión  $f_c$ .

- a) Para  $a_1/a = 0,31$ ;  $f_{cr}/f_c = 1,95 - 3,14$ .  
 b) Para  $a_1/a = 0,53$ ;  $f_{cr}/f_c = 0,95 - 1,42$ .

En la serie VI, los tipos de armadura transversal utilizados, cada uno de ellos sobre tres probetas, fueron los siguientes: parrilla constituida por redondos de 12,7 mm de diámetro, colocada a 7 cm de la base cargada (cuantía

1,22); armadura helicoidal constituida por un redondo de 6,3 mm de diámetro, situada junto a la base cargada (cuantía 0,69); armadura helicoidal constituida por un redondo de 9,5 mm de diámetro, colocada también junto a la base cargada (cuantía 1,55).

Los primeros ensayos a rotura se realizaron sobre bloques con una relación  $a_1/a$  igual a 0,31. En los anclajes para doce alambres esta relación se consiguió mediante una reducción de escala. El tipo de rotura ofrecía un particular interés, ya que las tensiones de compresión en el hormigón situado inmediatamente debajo del anclaje (tensiones de contacto) eran iguales a 3,14 veces la resistencia en probeta cúbica.

En la Tabla XI se resumen los resultados obtenidos en estos ensayos.

Debe señalarse que, en todos los bloques, cualquiera que fuese su cuantía de armadura transversal, la rotura se produjo bajo la misma carga unitaria, aproximadamente, y que el aspecto de las fisuras era diferente al que presentaban los bloques ensayados anteriormente. En la figura 28 puede verse la fisuración típica de uno de estos bloques, en los que la carga actúa solamente sobre una pequeña porción de la base de anclaje.

Las restantes probetas de las series IV y V se cargaron utilizando una placa de acero, cuya superficie era proporcionalmente equivalente a la de los anclajes P. S. C. para doce alambres utilizados en la serie VI.

En la figura 29 se aprecia el aspecto característico de las fisuras obtenidas en las probetas de la serie V, y en la figura 30, el de las fisuras de los restantes bloques de la serie VI con anclajes embebidos tipo P. S. C., y armados transversalmente con armadura helicoidal constituida por redondo de 9,5 mm de diámetro.

En la columna 6 de la Tabla XI se indican las tensiones de contacto, correspondientes a la carga de fisuración, en función de la resistencia del hormigón en probeta cúbica. Para una relación  $a_1/a$  constante e igual a 0,31, este valor es 3,14 cuando la cuantía transversal es de 1,85 y disminuye hasta 1,95 para cuantía transversal cero. En la figura 31a, en la cual se ha tomado la resistencia del bloque sin armadura transversal, igual al 100 % de la carga de fisuración, se representa el aumento de resistencia del bloque de anclaje en función de su cuantía transversal. De la observación de esta figura y de la columna 8 de la Tabla XI, se deduce que el aumento de cuantía transversal no influye de modo sensible en la capacidad resistente de la probeta

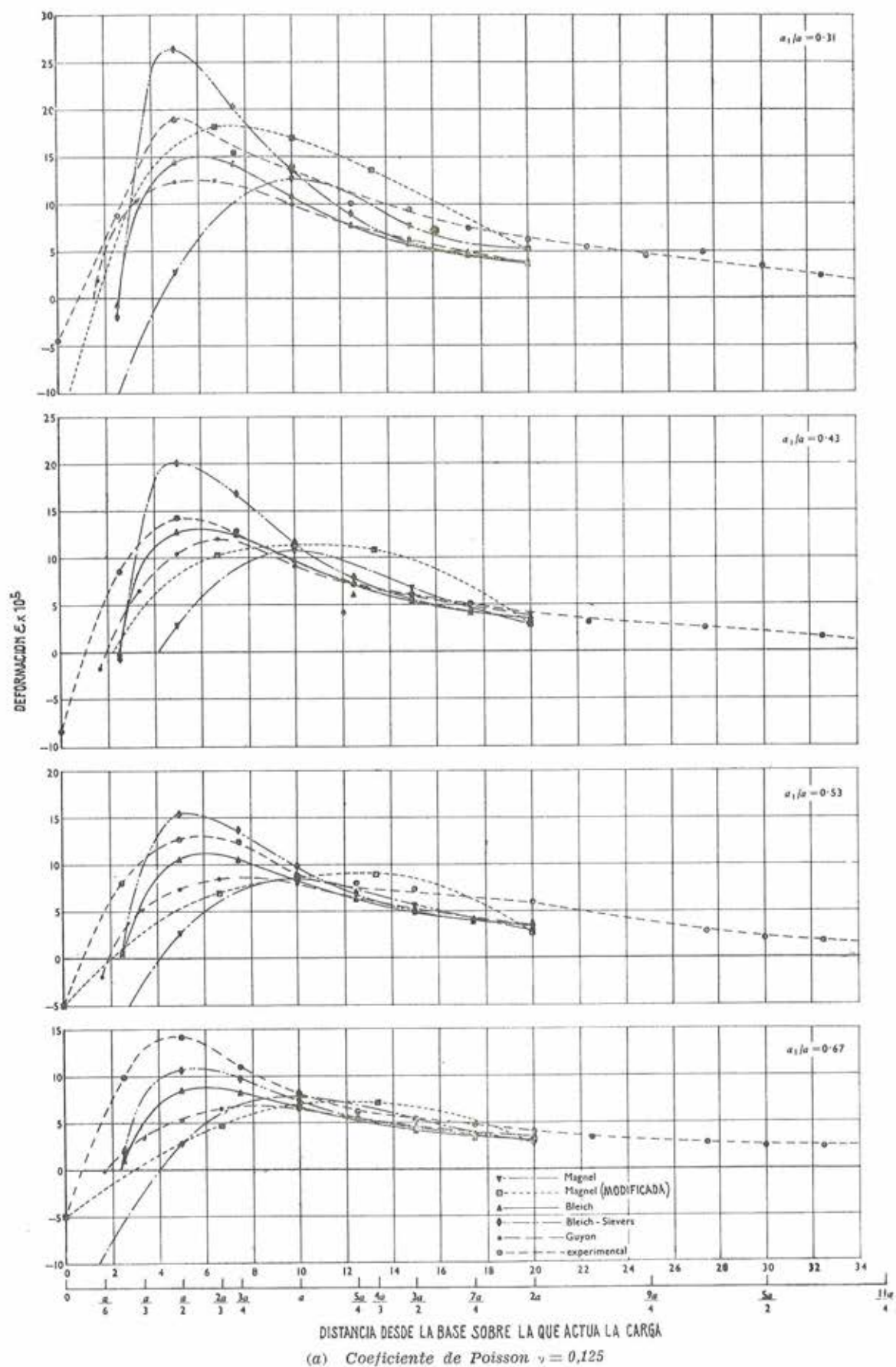
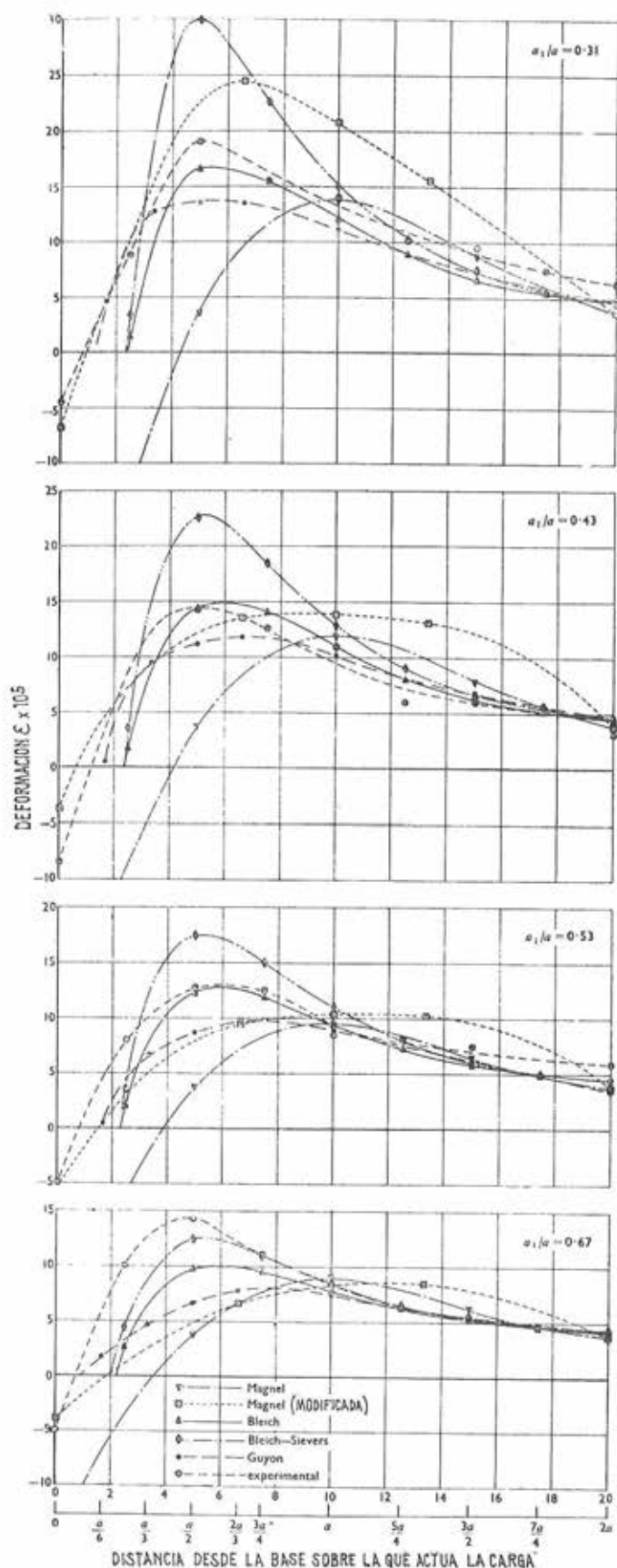


Fig. 32.—Deformaciones transversales, teóricas y experimentales, para distintas relaciones  $a_1/a$ .





(b) Coeficiente de Poisson  $\nu = 0.167$

cuando la tensión de contacto oscila entre el 1,95 y 3,14 de la resistencia del hormigón en probeta cúbica. En este caso, las tensiones de contacto son de tal magnitud que originan la rotura del bloque.

Por el contrario, según se deduce de los resultados indicados en las columnas 6, 8 y 10 de la Tabla XI, en las probetas, en las cuales la relación  $a_1/a$  es igual a 0,53, y las tensiones de contacto oscilan entre 1,42 y 0,95 de la resistencia del hormigón en probeta cúbica, la cuantía de armadura transversal tiene una considerable influencia en el valor de la carga de fisuración. Esta influencia se traduce en un aumento de la tensión uniforme de compresión bajo la carga de fisuración que pasa, desde el 0,23 de la resistencia del hormigón en probeta cúbica, en los bloques sin armadura transversal, hasta el 0,41 cuando dicho cuantía es de 1,55. En la figura 31b se aprecia claramente el considerable aumento que experimenta la resistencia de los bloques con una relación  $a_1/a = 0,53$ , cuando se eleva su cuantía transversal. En este caso, las tensiones de contacto oscilan entre el 0,95 y el 1,42 de la resistencia del hormigón en probeta cúbica.

De los 23 bloques ensayados que, con una relación  $a_1/a = 0,53$ , se rompieron por tracción, seis se fisuraron por sus cuatro caras laterales; nueve, por tres lados, y los ocho restantes por dos lados solamente. Como en los bloques ensayados anteriormente, la primera fisura apareció sobre el eje central de una cara y a una distancia de la base cargada variable entre 1,9 y 6,3 cm. El valor medio de estas distancias resultó ser de 3,2 cm, que equivale al 0,3a. La longitud de esta primera fisura variaba entre 12,7 mm y 12,7 cm, siendo su valor medio 8,2 cm. En definitiva, el final de esta primera fisura quedaba a una distancia media de la base cargada, equivalente a 1,1a.

## Discusión de los resultados

Los resultados experimentales obtenidos son suficientes para permitir deducir algunas conclusiones y realizar un estudio comparativo entre las diversas teorías existentes. No obstante, se considera que antes de establecer ninguna conclusión definitiva o dar normas para el cálculo y construcción de estos bloques de anclaje, es necesario efectuar nuevos ensayos para estudiar el problema en tres dimensiones y llegar a conocer, exactamente, la distribución de las tensiones en el espacio. Como ya se ha indicado al principio del presente trabajo, esta nueva serie de ensayos será iniciada en un futuro inmediato.

**TABLA XII. Tensiones transversales deducidas a partir de las deformaciones  $\varepsilon_x$  y  $\varepsilon_y$  registradas.**

Sección núm.	Tensión uni- forme de compresión (kg/cm <sup>2</sup> )	$\varepsilon_x \times 10^4$ para todos los valores de $a_i/a$	$\varepsilon_y \times 10^4$ para $a_i/a$				Tensiones transversales en función de la compresión uniforme ( $f_y/p$ )							
			$\nu = 0,167$				$\nu = 0,125$							
			0,31	0,43	0,53	0,67	0,31	0,43	0,53	0,67	0,31	0,43	0,53	0,67
1	63 88	— —	— 4,5 — 5,5	— 8,0 — 8,3	— 4,4 — 5,7	— 4,5 — 5,2								
2	63 88	+ 3,0 + 4,5	+ 4,9 + 9,4	+ 5,5 + 7,3	+ 4,5 + 7,9	+ 4,1 + 8,9	0,34 0,45	0,37 0,36	0,31 0,38	0,28 0,42	0,32 0,44	0,36 0,35	0,30 0,37	0,28 0,42
3	63 88	— 6,8 — 9,5	+ 13,3 + 20,5	+ 10,8 + 14,7	+ 10,0 + 13,4	+ 7,6 + 13,1	0,75 0,83	0,60 0,58	0,55 0,48	0,40 0,51	0,76 0,85	0,61 0,59	0,56 0,54	0,42 0,52
4	63 88	— 14,0 — 19,2	+ 12,2 + 18,0	+ 10,1 + 13,8	+ 9,0 + 12,2	+ 7,1 + 10,9	0,61 0,65	0,48 0,47	0,41 0,40	0,30 0,34	0,64 0,68	0,51 0,50	0,44 0,43	0,33 0,36
5	63 88	— 16,0 — 23,0	+ 8,6 + 14,5	+ 8,0 + 11,0	+ 6,2 + 9,5	+ 5,8 + 8,6	0,36 0,47	0,33 0,32	0,21 0,32	0,19 0,21	0,40 0,51	0,37 0,36	0,26 0,29	0,23 0,16
6	63 88	— 18,5 — 25,5	+ 7,5 + 11,0	+ 5,5 + 7,5	+ 5,6 + 8,0	+ 4,2 + 6,6	0,27 0,32	0,15 0,15	0,15 0,17	0,07 0,11	0,32 0,34	0,20 0,19	0,20 0,21	0,12 0,15
7	63 88	— 18,0 — 26,0	+ 6,2 + 9,7	+ 4,9 + 6,2	+ 4,5 + 7,5	+ 3,4 + 5,6	0,20 0,24	0,12 0,08	0,09 0,14	0,02 0,06	0,24 0,29	0,16 0,13	0,14 0,19	0,07 0,11
8	63 88	— 18,0 — 26,5	+ 5,6 + 7,7	+ 4,0 + 5,2	+ 3,7 + 6,5	+ 3,1 + 4,6	0,16 0,13	0,06 0,04	0,04 0,09	0,007 0,009	0,21 0,20	0,11 0,08	0,09 0,14	0,06 0,08
9	63 88	— 18,5 — 26,0	+ 3,5 + 6,6	+ 2,8 + 3,7	+ 3,6 + 5,5	+ 2,5 + 4,2	0,03 0,10	— 0,01 — 0,03	0,04 0,06	— 0,03 — 0,004	0,07 0,15	0,03 0,018	0,08 0,097	0,01 0,04
10	63 88	— 19,5 — 26,5	+ 4,1 + 5,8	+ 2,5 + 3,7	+ 3,0 + 4,4	+ 2,0 + 3,2	0,06 0,06	— 0,04 — 0,03	— 0,01 0	— 0,07 — 0,05	0,10 0,11	0,007 0,017	0,037 0,05	0,03 0,004
11	63 88	— 19,5 — 26,5	+ 4,0 + 5,0	+ 2,5 + 4,5	+ 2,5 + 3,5	+ 1,8 + 2,5	0,05 0,03	— 0,04 0,005	— 0,04 0,04	— 0,09 — 0,08	0,10 0,08	0,007 0,05	0,007 0,009	— 0,04 — 0,036
12	63 88	— 20,0 — 27,0	+ 3,5 + 5,0	+ 1,4 + 2,6	+ 2,2 + 2,7	+ 1,4 + 2,7	+ 0,012 + 0,03	— 0,12 — 0,08	— 0,056 — 0,079	— 0,012 — 0,079	0,061 0,07	— 0,067 — 0,035	— 0,018 — 0,031	— 0,067 — 0,031



En la discusión que a continuación se expone se irán estudiando los diversos factores que afectan a la distribución de tensiones, por orden de importancia. Este orden ha sido establecido a la vista de los resultados experimentales.

en donde:

$\varepsilon_y$  = deformación transversal;  
 $f_y$  = tensión transversal;  
 $f_x$  = tensión longitudinal;  
 $\nu$  = coeficiente de Poisson; y  
 $E$  = módulo de elasticidad.

### Relación entre las dimensiones del anclaje y las del correspondiente bloque de hormigón

Las tensiones transversales calculadas han sido determinadas, de acuerdo con los métodos propugnados en cada una de las diferentes teorías, y para los ejes centrales de los tres tipos de bloques A, B y C. Como lo que en los ensayos se midió fueron las deformaciones, se han transformado, previamente, las tensiones transversales calculadas, en deformaciones. Para ello se ha utilizado la fórmula normalmente admitida en los estudios sobre tensiones bidimensionales, es decir:

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (f_y - \nu f_x),$$

En la figura 32 se reproducen los diagramas de distribución, teóricos y experimentales, de las deformaciones transversales, en función de la distancia a la base cargada, para distintos valores de la relación  $a_1/a$ . Para el trazado de estos diagramas se ha tomado, como módulo de elasticidad, el valor  $E = 0,3867 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ , deducido experimentalmente, y en la citada figura 32 puede apreciarse la influencia del coeficiente de Poisson sobre las deformaciones transversales. Se ve que los valores adoptados para este coeficiente (deducidos también experimentalmente) conducen a unas deformaciones que concuerdan perfectamente con los resultados, teóricos y experimentales, dados por Bleich-Sievers. Coinciden también con los resultados dados por Ban (14) y difieren sensiblemente de los dados por Christodoulides (15, 16). En la figura 32 se ve que, en la zona comprendida en-

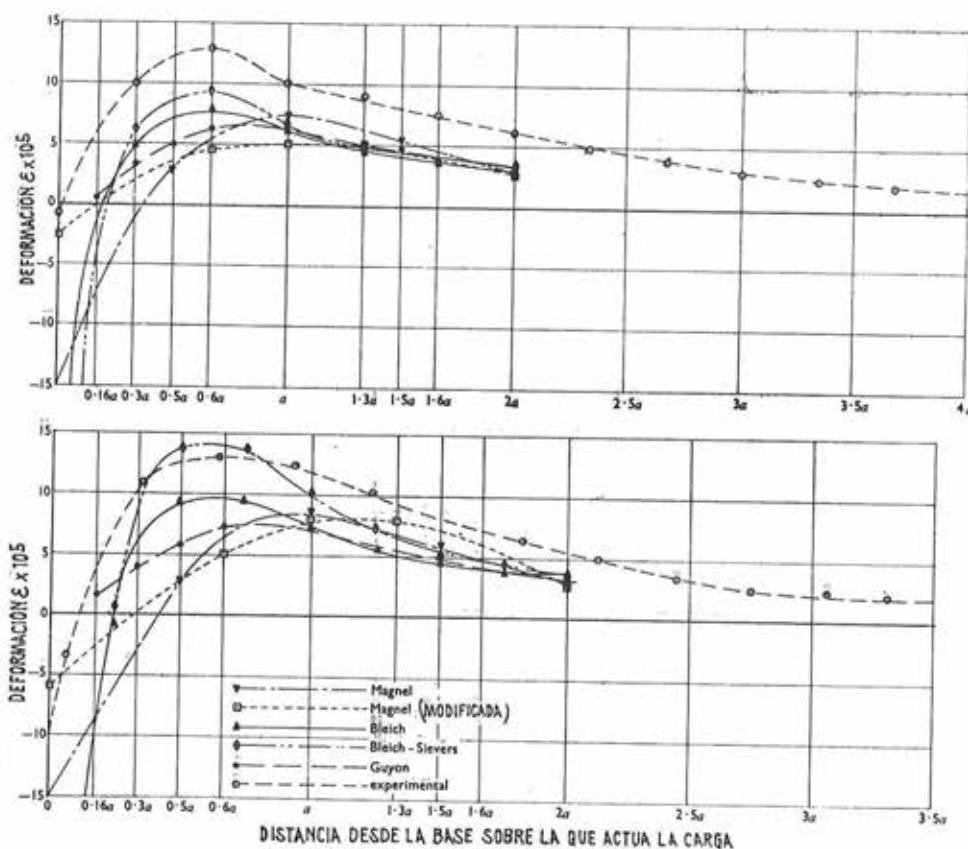


Fig. 33. — Deformaciones transversales, teóricas y experimentales, en bloques de los tipos A1 y B1.  $a_1/a = 0,72$  y  $0,63$ ,  $p = 88$  kilos/centímetro cuadrado.

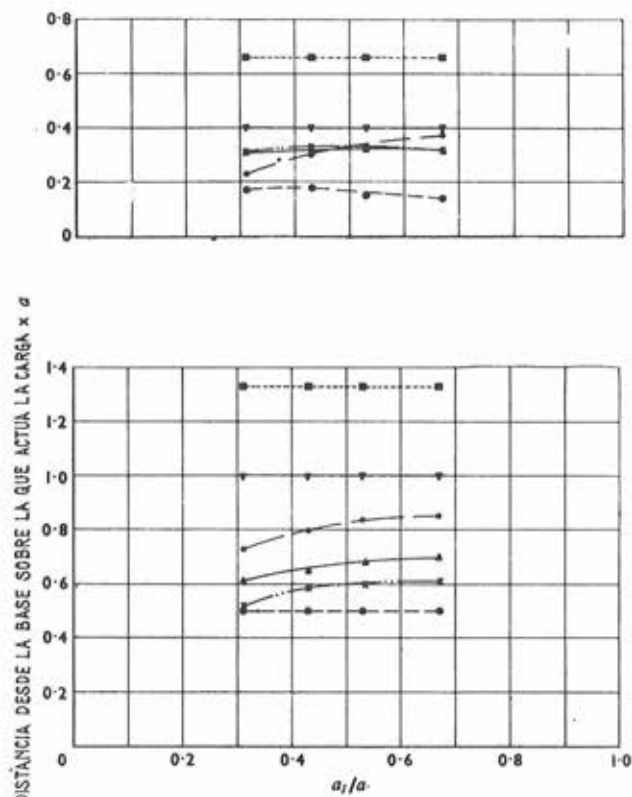
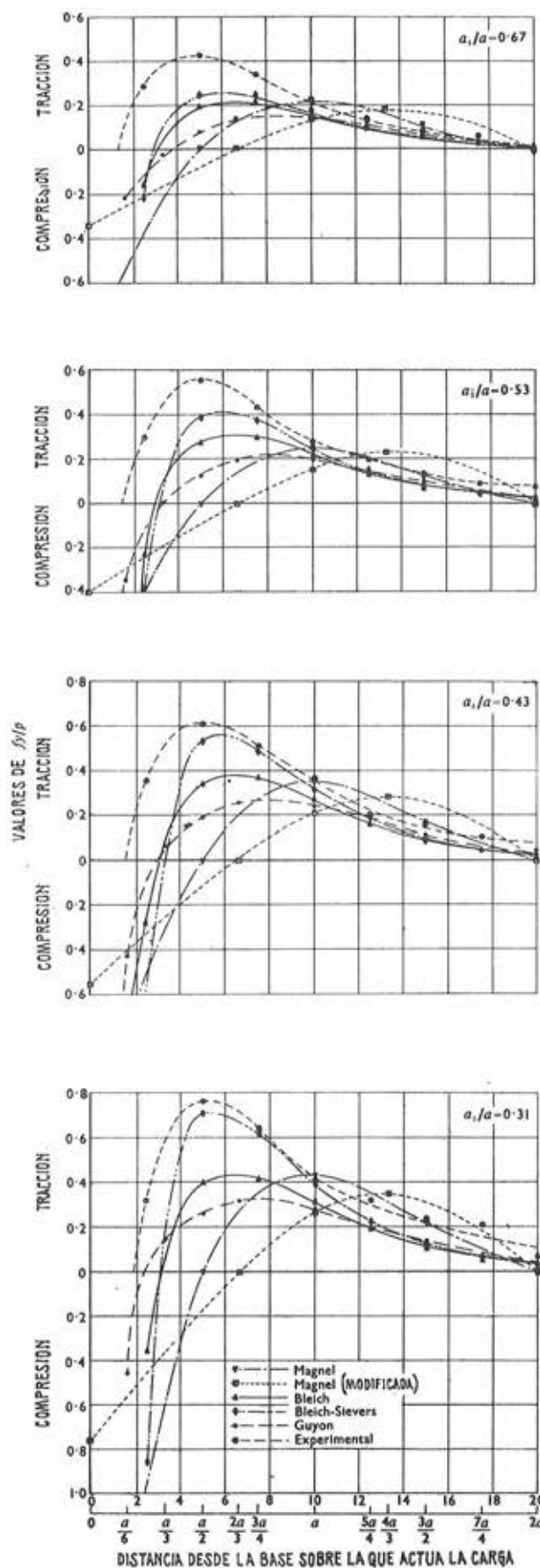


Fig. 36.—Valor máximo de  $\epsilon$  y  $E$ , en función de la compresión uniforme.

Fig. 34.—Tensiones transversales, teóricas y experimentales, para distintas relaciones  $a_1/a$ , en función de la compresión uniforme.



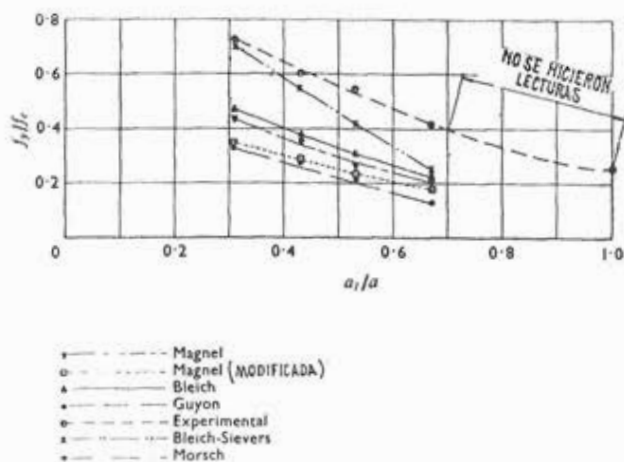


Fig. 37.—Tensión transversal máxima en función de la compresión uniforme.

entre 0,167a y 1,0a del eje longitudinal, los valores experimentales de las deformaciones, para  $a_1/a = 0,67$ , son mayores que cualquiera de los valores teóricos; para  $a_1/a = 0,53$  los valores experimentales son superiores a los deducidos de las teorías de Magnel y Guyon, pero quedan comprendidos entre los correspondientes a las teorías de Bleich y Bleich-Sievers. Lo mismo ocurre para  $a_1/a = 0,43$ .

La máxima deformación transversal se produce en un punto que permanece sensiblemente constante para las distintas relaciones  $a_1/a$  consideradas en estos ensayos. Este punto se encuentra, aproximadamente, a una distancia igual a  $0,5a$  de la base sobre la cual actúa la carga. Este resultado concuerda bastante bien con la posición de  $0,4a - 0,6a$ , dada por Bortsch (4), y de  $0,44a$ , dada por Kammüller (11). El último, sin embargo, la dedujo para  $a_1/a = 0 - 0,2$ . Por consiguiente, puede decirse que, por lo que respecta a la máxima deformación transversal y su posición, las teorías de Bleich y Bleich-Sievers conducen a valores satisfactoriamente comparables con los resultados experimentales, pero que las teorías de Magnel y Guyon dan valores demasiado pequeños.

Por lo que respecta a la posición de la deformación transversal nula, existe una razonable concordancia entre los valores, teóricos y experimentales, para relaciones  $a_1/a$  variables entre 0,3 y 0,7, excepto en el caso de las teorías de Magnel y Guyon. Mientras que la posición real varía entre  $0,15a - 0,18a$ , a partir de la base cargada, los valores deducidos de dichas dos teorías oscilan entre  $0,5a$  y  $0,9a$ . En la figura 33 se representan las distribuciones, teóricas y experimentales, de las tensiones, en los bloques de los tipos A y B.

Como en los ensayos se midieron las deformaciones transversales y longitudinales sobre las caras de los bloques de anclaje, se han podido determinar los valores reales de los módulos de elasticidad  $E$  y de los coeficientes de Poisson  $\nu$ ; y partiendo de estos valores y de los correspondientes a las deformaciones es posible deducir las tensiones transversales. En la Tabla XII se indican estas tensiones, expresadas en función de la tensión uniforme de compresión  $p$ , para relaciones  $a_1/a$  variables entre 0,31 y 0,67 y valores de  $p$  iguales a 63 y 88 kg/cm<sup>2</sup>. En la figura 34 se hace la comparación entre las tensiones transversales deducidas y los valores teóricos.

En relación con la teoría de Bortsch debe hacerse notar que, inicialmente, dicha teoría tenía en cuenta, únicamente, relaciones  $a_1/a$  variables entre 0 y 0,2 y no consideraba valores superiores. Su aplicación a los casos en que  $a_1/a > 0,2$  era, por consiguiente, dudosa. En consecuencia, se han calculado, de acuerdo con las series propugnadas por Bortsch, los valores para varios ejemplos, con relaciones  $a_1/a$  de 0,31; 0,43; 0,53 y 0,67. Con el fin de obtener mayor precisión, se han utilizado los nueve primeros términos de las series de Bortsch. A pesar de ello, los resultados eran siempre mucho más pequeños que los obtenidos con las otras teorías que se discuten y, por lo tanto, se llegó a la conclusión de que la teoría de Bortsch es inaplicable, en su forma actual, para  $a_1/a > 0,2$ . En definitiva, se puede afirmar que, para las aplicaciones prácticas, esta teoría debe ser desechada.

Partiendo de la figura 34, pueden deducirse los diagramas representados en las figuras 35 y 36. En la figura 35 se indica la posición de la máxima tensión transversal de tracción y la de la tensión de tracción cero. Si se compara con la figura 32a, en la cual se marca la situación de las deformaciones transversales máximas y nulas, se ve que, desde un punto de vista práctico, pue-

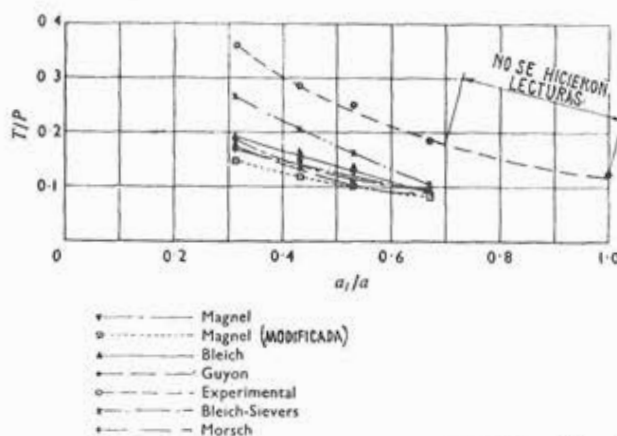


Fig. 38.—Relación entre el esfuerzo  $T$  de tracción y el de compresión  $P$ , en función del valor de la relación  $a_1/a$ .

**TABLA XIII.** Valores máximos de  $\varepsilon_y$   $E/p$  expresados en función de la compresión uniforme.  
( $p_1 = 63 \text{ kg/cm}^2$ ;  $p_2 = 88 \text{ kg/cm}^2$ ;  $E = 0,3867 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ).

		$a_1/a$					
		0,31	0,43	0,53	0,62	0,67	0,71
Magnet	$\varepsilon_y$	12,8	10,9	8,6	8,8	7,9	7,4
	$\varepsilon_y E/p$	0,57	0,48	0,38	0,37	0,35	0,33
Magnet (modificada)	$\varepsilon_y$	18,3	11,6	9,0	7,7	7,3	5,1
	$\varepsilon_y E/p$	0,81	0,51	0,40	0,34	0,32	0,23
Bleich	$\varepsilon_y$	14,5	12,8	10,8	9,3	8,4	7,7
	$\varepsilon_y E/p$	0,64	0,57	0,48	0,41	0,37	0,34
Bleich-Sievers	$\varepsilon_y$	26,4	20,2	15,5	12,2	10,7	9,3
	$\varepsilon_y E/p$	1,12	0,86	0,68	0,53	0,47	0,41
Guyon	$\varepsilon_y$	12,0	10,1	8,5	7,2	6,7	6,3
	$\varepsilon_y E/p$	0,53	0,45	0,37	0,31	0,29	0,27
Experimental	$\varepsilon_y p_1$	14,0	11,5	10,2	—	8,2	—
	$\varepsilon_y p_2$	22,0	16,5	14,0	13,1	12,2	10,2
	$\varepsilon_y E/p$	0,86	0,70	0,63	—	0,50	—
	$\varepsilon_y E/p$	0,97	0,73	0,62	0,58	0,54	0,46

**TABLA XIV.** Valores teóricos y experimentales del esfuerzo de tracción.

	Esfuerzo total de tracción, en kg., para distintas relaciones $a_1/a$				Esfuerzo total de tracción en función del esfuerzo total de compresión para distintas relaciones $a_1/a$			
	0,31	0,43	0,53	0,67	0,31	0,43	0,53	0,67
Magnet	6.600	5.200	3.800	3.400	0,189	0,149	0,108	0,096
Magnet (modificada).	5.300	4.300	3.600	2.900	0,150	0,122	0,103	0,083
Bleich	6.700	5.700	4.800	3.200	0,190	0,163	0,138	0,0904
Bleich-Sievers	9.500	7.700	5.800	3.700	0,271	0,208	0,166	0,107
Guyon	6.000	4.700	3.800	2.700	0,172	0,134	0,108	0,076
Mörsch	6.000	5.400	4.500	3.300	0,172	0,153	0,128	0,095
Experimental	12.700	10.900	8.800	6.500	0,360	0,286	0,250	0,186

de decirse que no existen sensibles diferencias. En el cálculo teórico, sin embargo, esta correspondencia entre los valores máximos y nulos de tensiones y deformaciones no se produce siempre, necesariamente. Su relación exacta depende de la magnitud de las tensiones longitudinales.

El aspecto de las fisuras y, especialmente, el de la primera fisura, confirma los resultados deducidos, a partir de las deformaciones medidas,

en relación con la posición de las máximas tensiones de tracción. Como quiera que la primera fisura se presenta siempre en un punto situado, aproximadamente, entre  $0,3a$  y  $0,5a$  de la base cargada, cualquiera que sea el valor de  $a_1/a$ , se deduce que, a este respecto, la influencia de la relación  $a_1/a$  es pequeña.

En los trabajos experimentales de Ban, las tensiones transversales de tracción se expresan en



la forma  $\epsilon_y E/p$ , siendo  $p$  la tensión uniforme de compresión. Por esta causa, y con el objeto de poder establecer las necesarias comparaciones, se ha dibujado la figura 36, en la cual se indica la relación entre el valor máximo de  $\epsilon_y E/p$  y el de  $a_1/a$ , para todos los resultados, tanto teóricos como experimentales, recogidos en la Tabla XIII.

De la misma manera, en la figura 37 se representan las máximas tensiones transversales teóricas y experimentales. Se ve claramente que las máximas tensiones experimentales son siempre más elevadas que las teóricas; y de éstas, las que presentan una mejor concordancia son las deducidas de acuerdo con la teoría de Bleich-Sievers para relaciones  $a_1/a$  variables entre 0,3 y 0,5. Si las tensiones experimentales máximas se expresan como una fracción de la tensión uniforme  $f_{c, unif}$ , se obtienen los valores 0,76 y 0,44, para  $a_1/a = 0,31$  y 0,67, respectivamente. Adoptando una función polinómica para los resultados experimentales correspondientes a relaciones  $a_1/a$  comprendidas entre 0,31 y 0,7, la máxima tensión transversal de tracción puede definirse mediante la siguiente expresión:

$$\frac{f_{y, \max}}{f_{c, unif}} = 0,4625\beta^2 - 1,30\beta + 1,10,$$

siendo  $\beta = a_1/a$ .

En la Tabla XIV se dan los valores de los esfuerzos totales de tracción expresados con relación al esfuerzo total de compresión, así como también en valor absoluto. Estos valores se han deducido calculando el área comprendida entre la curva de tensiones transversales de tracción, el eje horizontal y las ordenadas correspondientes a las distancias cero y  $2a$ , contadas a partir de la base cargada. Este área representa el esfuerzo total de tracción cualquiera que sea el ancho del bloque de anclaje.

Los valores de los esfuerzos de tracción que aparecen en la citada Tabla XIV son los correspondientes a las relaciones  $a_1/a = 0,31$ ; 0,43; 0,53 y 0,67, y se han deducido partiendo de las distribuciones de tensiones, tanto teóricas como experimentales, representadas en los gráficos de la figura 34.

Para relaciones  $a_1/a$  iguales a 0,31 y 0,67, los valores correspondientes a los resultados experimentales son, respectivamente, 0,36 y 0,19; mientras que los dados por la fórmula de Guyon son 0,17 y 0,08, y los obtenidos con la de Magnel son 0,19 y 0,10, para los mismos valores de  $a_1/a$ .

En la figura 38 se representan gráficamente

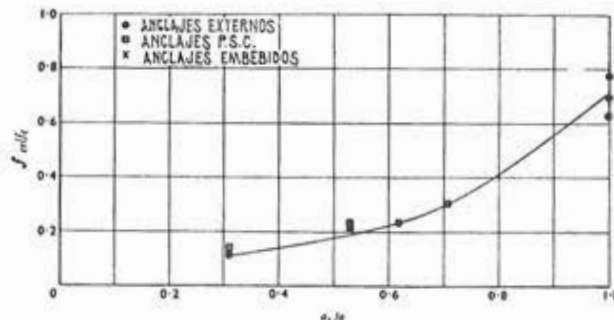


Fig. 39.—Relación entre  $f_{cr}/f_c$  y  $a_1/a$  para bloques sin armadura transversal, con anclajes externos y embebidos.

las relaciones teórica y experimental entre los esfuerzos de tracción y compresión, en función de  $a_1/a$ . Llamando  $\alpha$  a la relación entre los esfuerzos totales de tracción y compresión, el valor de  $\alpha$  puede expresarse, en función de  $a_1/a = \beta$ , mediante la siguiente expresión:

$$\alpha = -0,4025\beta^3 + 1,528\beta^2 - 1,574\beta + 0,714$$

Esta expresión resulta aplicable para valores de  $\beta$  comprendidos entre 0,3 y 0,7.

### Factores dependientes del sistema de postesado

Por lo que respecta a los diversos factores que han sido considerados en estos ensayos, puede afirmarse que no parece que ejerzan una influencia sensible ni sobre la distribución de las tensiones transversales ni sobre la carga de rotura de los bloques de anclaje. En efecto, ni la posición del anclaje (ya sea externo o embebido en el hormigón), ni el material con que dicho anclaje esté constituido (hormigón armado o acero), ni el dispositivo de sujeción de los alambres (mediante conos o cuñas y placas de apoyo), ni el tipo o dimensiones del conducto para el alojamiento de la armadura de pretensado, afectan de modo apreciable a la distribución de las tensiones transversales o al valor de la carga de rotura. No obstante, el tipo del dispositivo de sujeción de los alambres influye ligeramente en la magnitud de las tensiones transversales. La acción de los conos aumenta dichas tensiones y disminuye la carga de fisuración en una proporción que oscila entre el 5 y el 15 %. Evidentemente, este efecto depende de la técnica de anclaje utilizada en cada sistema y, por consiguiente, será preciso estudiarlo y determinarlo de un modo específico en cada nuevo tipo de anclaje en el que se empleen conos hembra embebidos en el hormigón. La mayoría de los pro-



cedimientos de postesado usados en la actualidad emplean, sin embargo, placas externas de apoyo, y, por lo tanto, los resultados deducidos de estos ensayos les son directamente aplicables.

### **Armaduras transversales y características del hormigón de los bloques de anclaje**

Los resultados obtenidos indican que las armaduras transversales aumentan la capacidad resistente de los bloques de anclaje, lo cual está de acuerdo con las conclusiones deducidas por Ban en sus ensayos y en contradicción con las afirmaciones de Mörsch. En el trabajo de Ban no se especifica la cantidad de armadura necesaria para alcanzar un determinado aumento de dicha capacidad resistente, ni cuál es la disposición que debe darse a esta armadura. Los resultados obtenidos en el presente estudio demuestran que la cuantía útil de la armadura transversal es limitada a causa de las tensiones de contacto originadas en la sección de hormigón sobre la cual actúa directamente el anclaje o la placa de apoyo del anclaje.

Para tensiones de contacto superiores a 1,5 veces la resistencia del hormigón en probeta cúbica, la influencia de la cuantía de armadura transversal sobre la capacidad resistente del bloque es la que se indica en la figura 31. Para tensiones de contacto comprendidas entre 2 y 3,1 veces la resistencia cúbica, no se observa ningún aumento sensible en la carga de fisuración aunque la cuantía se eleve desde cero a 1,9. No obstante, parece conveniente realizar nuevos ensayos para confirmar estos resultados.

Con una cuantía de 0,69 % de armadura transversal (en parrilla o helicoidal) no se ha observado tampoco ningún aumento apreciable en la carga de fisuración de los bloques, ni con los anclajes Freyssinet, ni con los del sistema P. S. C. En la columna II de la Tabla X se ve que la relación media  $r$  entre la tensión de compresión bajo la carga de fisuración y la resistencia a compresión del hormigón es igual a 0,23 para una cuantía de 0,69 %. Cuando la cuantía se eleva al 1,55 %, la relación media  $r$  es de 0,32; y cuando dicha cuantía es nula,  $r$  sigue siendo igual a 0,23.

Debe hacerse notar también que existe sólo una diferencia muy pequeña entre la capacidad resistente de un bloque con cuantía transversal de 0,69 %, con armadura helicoidal, y la de otro cuya cuantía era de 1,22 % pero en el cual la armadura estaba dispuesta en forma de parrilla. Esto indica que la armadura helicoidal es más eficaz.

Quizás resulte asimismo interesante señalar que, en una sección paralela a la base sobre la cual actúa la carga y situada a una distancia de ella igual a  $2a$ , existen todavía unas pequeñas tensiones de tracción que, por su magnitud, no es necesario tener en cuenta en el cálculo. Este resultado concuerda con la mayor parte de las teorías existentes, las cuales admiten que a la distancia de  $2a$  de la base cargada la distribución de tensiones, de acuerdo con el principio de Saint-Venant, es uniforme. Por el contrario, Borsch (4) supone que esta distribución uniforme no se alcanza hasta una distancia igual a  $3,4a$ , y que en la sección situada a  $2a$  la tensión de tracción vale  $0,055p/a$ .

El problema de la rotura del hormigón, bajo la acción combinada de tensiones de compresión y tracción, ha sido estudiado por McHenry (21), y sus conclusiones resultan del mayor interés. En los ensayos que en el presente trabajo se describen, la fisuración se produjo bajo tensiones de compresión iguales al 0,16 y 0,21 de la resistencia del hormigón en probeta prismática, para relaciones  $a_1/a$  de 0,31 y 0,53, respectivamente. Las correspondientes relaciones entre tensiones de tracción y resistencia del hormigón en probeta cúbica dadas por McHenry para dos de las masas utilizadas en sus ensayos, son, aproximadamente, de 0,05 y 0,042. Teniendo en cuenta que, en general, la resistencia a tracción del hormigón es mayor que la indicada por McHenry, parece lógico suponer que la relación entre las tensiones de rotura en tracción y en compresión, para el tipo de probeta utilizado en estos ensayos, es diferente. En la figura 39 se representa la relación entre las tensiones de compresión bajo la carga de fisuración, expresadas en función de la resistencia a compresión del hormigón, y el valor de  $a_1/a$ . Estos resultados se refieren a bloques sin armadura transversal con anclajes externos o embebidos, estos últimos del tipo Freyssinet o P. S. C.

Se observa que la distribución de las tensiones de tracción en los ensayos de McHenry es totalmente diferente. No es extraño, por consiguiente, que los valores de las tracciones registradas en sus ensayos sean asimismo distintos. Estas divergencias se reflejan también en el tipo de la primera fisura y en la forma en que se desarrolla todo el proceso de fisuración.

### **Recomendaciones para el cálculo**

Como quiera que las soluciones propuestas, en las diversas teorías existentes, al problema de la zona de anclaje no concuerdan con los resultados experimentales y, en todos los casos, los



valores de las tensiones de tracción que de ellas se deducen son inferiores a los reales, parece necesario reunir todos los datos experimentales disponibles, y basándose en ellos hacer algunas recomendaciones para el cálculo (Evidentemente, podrá ser necesario modificar más adelante estas recomendaciones, si así lo aconsejan los resultados obtenidos en nuevos ensayos).

Para ello se admiten las mismas simplificaciones adoptados por Guyon (13); pero mientras él las aplica a una serie de valores teóricos, ahora se parte de los resultados obtenidos experimentalmente sobre la distribución de las tensiones transversales en la zona de anclaje.

En las figuras 38 y 37 se representan, respectivamente, los diagramas que dan el esfuerzo de tracción correspondiente a cada esfuerzo de compresión (es decir, al esfuerzo de postensado) y la máxima tensión de tracción en función de la compresión uniforme. Ambos diagramas aparecen expresados con relación al valor de  $a_1/a$ . Como, según ya se ha indicado anteriormente, la relación  $a_1/a$  para valores comprendidos entre 0,30 y 0,70 no afecta de modo apreciable a la posición ni del máximo ni del cero de la tensión transversal ( $0,50a$  y  $0,15a - 0,18 a$ , respectivamente), estos dos diagramas dan toda la información necesaria para el proyecto de cualquier bloque de anclaje sometido a la acción de un solo esfuerzo de postensado.

Por el momento podrá admitirse, en el caso de bloques extremos sometidos a la acción de varios esfuerzos de postensado, que dicho bloque puede dividirse en un cierto número de prismas, independientes, cada uno de ellos sometido a un solo esfuerzo. Para ello se aplicará el método del «prisma simétrico» propuesto por Guyon. Es de esperar que la segunda serie de ensayos que, según se ha indicado se tiene programada, facilitará la necesaria información suplementaria sobre este problema.

Como aclaración al procedimiento de cálculo que se recomienda, a continuación se expone un ejemplo de aplicación práctica.

### Ejemplo (\*)

Se supone que se trata de un anclaje tipo Freyssinet, para un cable constituido por doce alambres de 5 mm de diámetro, y situado en el eje de un prisma de hormigón de sección trans-

versal cuadrada de 15 cm de lado. El diámetro del cono hembra se toma igual a 10 cm y se considera que el esfuerzo total de pretensado es de 22.700 kilogramos.

Primeramente, es necesario sustituir el área circular sometida a la acción de la carga por el área cuadrada equivalente. Se obtiene que  $a_1$  es igual, aproximadamente, a 8,8 cm. Por lo tanto:

$$\frac{a_1}{a} = \frac{8,8}{15} \approx 0,58$$

La tensión uniforme de compresión  $p$  es:

$$\frac{22.700}{15 \times 15} \approx 100 \text{ kg/cm}^2$$

De la figura 38 se deduce el esfuerzo total de tracción, y de la 37, la máxima tensión de tracción. Los correspondientes valores son:

$$\text{Esfuerzo total de tracción, } T = 0,22 \times 22.700 = 5.000 \text{ kg (fig. 38).}$$

(El valor deducido de acuerdo con la teoría de Guyon (13) sería 2.200 kg.)

$$\text{Máxima tensión de tracción (fig. 37) = } 0,48 \times 100 = 48 \text{ kg/cm}^2.$$

En algunas zonas del bloque de anclaje las tensiones de tracción serán inferiores a los valores admisibles y, por consiguiente, no será necesario disponer en ellas armadura transversal.

Si, para que los resultados puedan compararse con los de Guyon, se supone que la tracción admisible es de 12,5 kg/cm<sup>2</sup>, para hallar la zona que necesita armadura transversal se haría lo siguiente: se trazaría el diagrama de distribución de tensiones transversales para  $a_1/a = 0,58$ , y su intersección con una paralela al eje horizontal por el punto de ordenada igual a la tracción admisible, limitaría la zona del bloque de anclaje en la que es preciso disponer armaduras. En la figura 40, la parte rayada representa la porción de bloque que, en el caso del ejemplo, exige armadura.

Si se transforma el diagrama original de tensiones transversales en otro triangular de área equivalente, entonces el esfuerzo total de tracción que debe absorber la armadura puede determinarse restando del triángulo total las áreas de los dos pequeños triángulos laterales que en la citada figura 40 aparecen sin rayar. Esto im-

(\*) Nota del traductor: Los pequeños errores registrados en las sucesivas operaciones son originados por el paso al sistema métrico decimal de los valores del sistema inglés de medidas, utilizado en el texto original.

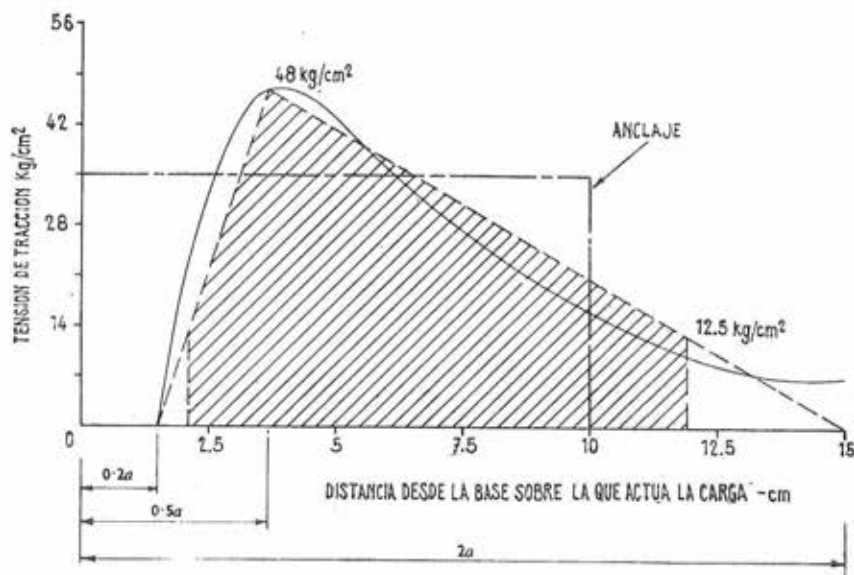


Fig. 40.—Esfuerzo de tracción correspondiente a la armadura calculada.

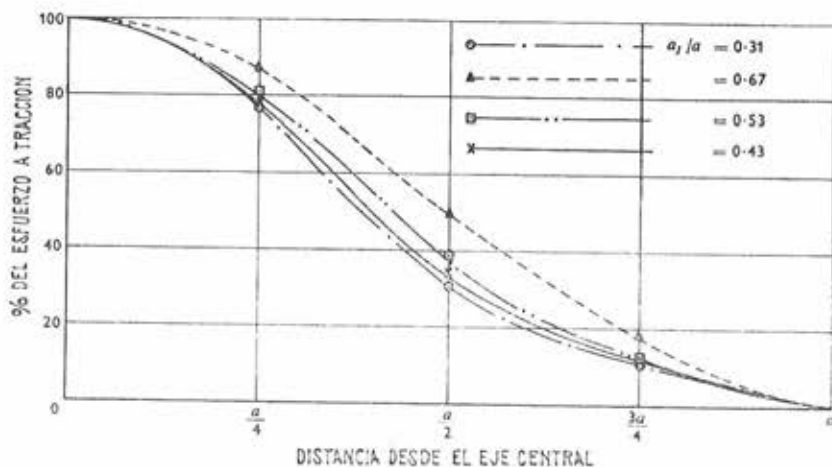


Fig. 41.—Esfuerzo de tracción, en cualquier sección longitudinal del bloque de anclaje, en función del esfuerzo existente en el eje central. Para relaciones  $a_1/a = 0.31 - 0.67$ .

plica que en las secciones en las cuales las tensiones exceden de las admisibles se coloque una armadura capaz de absorber la totalidad de la tensión que actúa sobre la sección y no solamente la diferencia entre la total y la admisible.

Partiendo de esta hipótesis, el área rayada viene expresada, en función del área del triángulo total que representa el esfuerzo total de tracción, mediante la siguiente fórmula:

$$T_{\lambda} = T \left[ 1 - \left( \frac{f_t \text{ admisible}}{f_y \text{ máxima}} \right)^2 \right]$$

En el caso que se considera, dando valores se obtiene:

$$T_{\lambda} = T \left[ 1 - \left( \frac{12.5}{48} \right)^2 \right] \approx 0.93 T$$

Por consiguiente, el esfuerzo que debe absorber la armadura vale  $0.93 \times 5.000 \approx 4.600$  kg; y suponiendo que la tensión admisible en la armadura es de  $1.400 \text{ kg/cm}^2$ , se deduce que la sección necesaria es  $4.600/1.400 = 3,3 \text{ cm}^2$ .

En la figura 41 se representan los diagramas



de distribución de tensiones transversales, para valores de  $a_1/a$  comprendidos entre 0,31 y 0,67, en las distintas secciones longitudinales del prisma, en función de las tensiones que actúan sobre la sección que pasa por el eje central. Esta figura permite, por consiguiente, trazar la curva representativa del esfuerzo de tracción que actúa en cada uno de estos planos, cuando se conoce la que corresponde al plano que pasa por el eje central del prisma. En la citada figura 41 se han dibujado las curvas para los siguientes valores de  $a_1/a$ : 0,31; 0,43; 0,53 y 0,67. Según se deduce de la figura, en un plano situado a la distancia  $1/4a$ , del que pasa por el eje, la armadura necesaria es el 80 ó el 88 % de la que exige el plano axil, según que el valor de  $a_1/a$  sea 0,53 ó 0,67, respectivamente. Análogamente, en el plano situado a la distancia  $1/2a$ , del eje central, los porcentajes requeridos son 38 y 50 %, y en el plano situado a  $3/4a$ , 12 y 18 %.

## Conclusiones

Las principales conclusiones que cabe deducir de los resultados obtenidos en los trabajos experimentales que en el presente informe se describen son los que se indican a continuación:

1) La distribución de tensiones transversales y la magnitud de la carga de rotura del bloque es prácticamente independiente de que el anclaje sea externo o embebido en el hormigón, del material con el que esté constituido el anclaje y del sistema utilizado para la fijación de los alambres.

2) El factor que mayor influencia ejerce sobre la distribución de las tensiones transversales y la magnitud de la carga de rotura es la relación entre el área de la superficie sobre la cual actúa directamente la carga y el de la sección transversal del bloque de anclaje, es decir, la relación  $a_1/a$ .

3) La posición de las secciones en las cuales se presentan los valores máximo y nulo de las tensiones de tracción es prácticamente independiente de la relación  $a_1/a$ .

4) Las máximas tensiones transversales, que se producen siempre sobre el eje central del prisma, son superiores a los valores deducidos de acuerdo con cualquiera de las teorías existentes. Si dichas tensiones se expresan en función de las tensiones uniformes de compresión, sus valores reales son los siguientes:

Para $a_1/a = 0,30$ .....	0,73
Para $a_1/a = 0,70$ .....	0,40

Estos valores resultan 2 y 2,8 veces superiores a los obtenidos con la teoría de Guyon, y 1,6 y 2 veces mayores que los que da la teoría de Magnel, para iguales relaciones  $a_1/a$ .

5) El valor experimental del producto  $\epsilon_y E$ , dividido por la compresión uniforme  $p$ , concuerda perfectamente con el encontrado por Ban.

6) El valor del esfuerzo total de tracción transversal, que es independiente de la anchura del bloque, viene dado por:

0,36P, para $a_1/a = 0,30$
0,20P, para $a_1/a = 0,70$

siendo P el esfuerzo de compresión aplicado (esfuerzo de postensado). Estos valores son el doble de los deducidos de la teoría de Guyon y de 1,8 a 2 veces mayores que los que da la teoría de Magnel. Concuerdan satisfactoriamente con los obtenidos experimentalmente por Christodoulides.

7) Ninguna de las teorías existentes da, para las tensiones, valores que concuerden satisfactoriamente con los reales. Los resultados más aproximados son los que se deducen de las teorías de Bleich y Sievers.

8) Bajo la carga de fisuración, la compresión uniforme, expresada en función de la resistencia corregida del hormigón a compresión, resulta igual a 0,16 y 0,28 para valores de  $a_1/a$  de 0,30 y 0,70, respectivamente.

9) La cuantía de armadura transversal influye sensiblemente en la capacidad resistente del bloque de anclaje, cuando el valor de la tensión de contacto es inferior a 1,9 veces la resistencia del hormigón en probeta cúbica. Por el contrario, cuando dicha tensión de contacto varía entre 1,9 y 3,4 veces la resistencia del hormigón, no es posible aumentar la capacidad resistente del bloque incrementando la cuantía de armadura transversal.

10) La armadura transversal en bloques con relación  $a_1/a$  comprendida entre 0,30 y 0,70 puede estar constituida por parrillas, hélices o cercos. Esta armadura debe colocarse, principalmente, en la zona comprendida entre las distancias  $0,2a$  y  $1,0a$ , contadas a partir de la base sobre la que actúa la carga. Los ensayos demuestran que la armadura helicoidal es más eficaz que la parrilla.

Finalmente, debe señalarse que es necesario realizar nuevas experiencias para aclarar algunos

de los resultados obtenidos en los ensayos descritos en el presente trabajo. De un modo especial se hace preciso efectuar un estudio tridimensional de la distribución de tensiones y determinar la magnitud de las tensiones que se producen en el interior del bloque de anclaje. También hace falta determinar la influencia mutua de las tensiones de los distintos prismas individuales en que pueden considerarse divididos los bloques sobre los que actúan varios anclajes y la influencia de la forma de la sección transversal en el caso de bloques no rectangulares. Es de

esperar que la nueva serie de ensayos que, como se ha indicado anteriormente, se piensa iniciar ahora, ha de facilitar una amplia y valiosa información sobre estos problemas pendientes.

No obstante, se considera que la información que se da en este trabajo es suficiente para que los proyectistas puedan calcular los bloques individuales de anclaje de una manera racional basada, exclusivamente, en la evidencia de unos resultados experimentales que constituyen la mejor garantía del método.

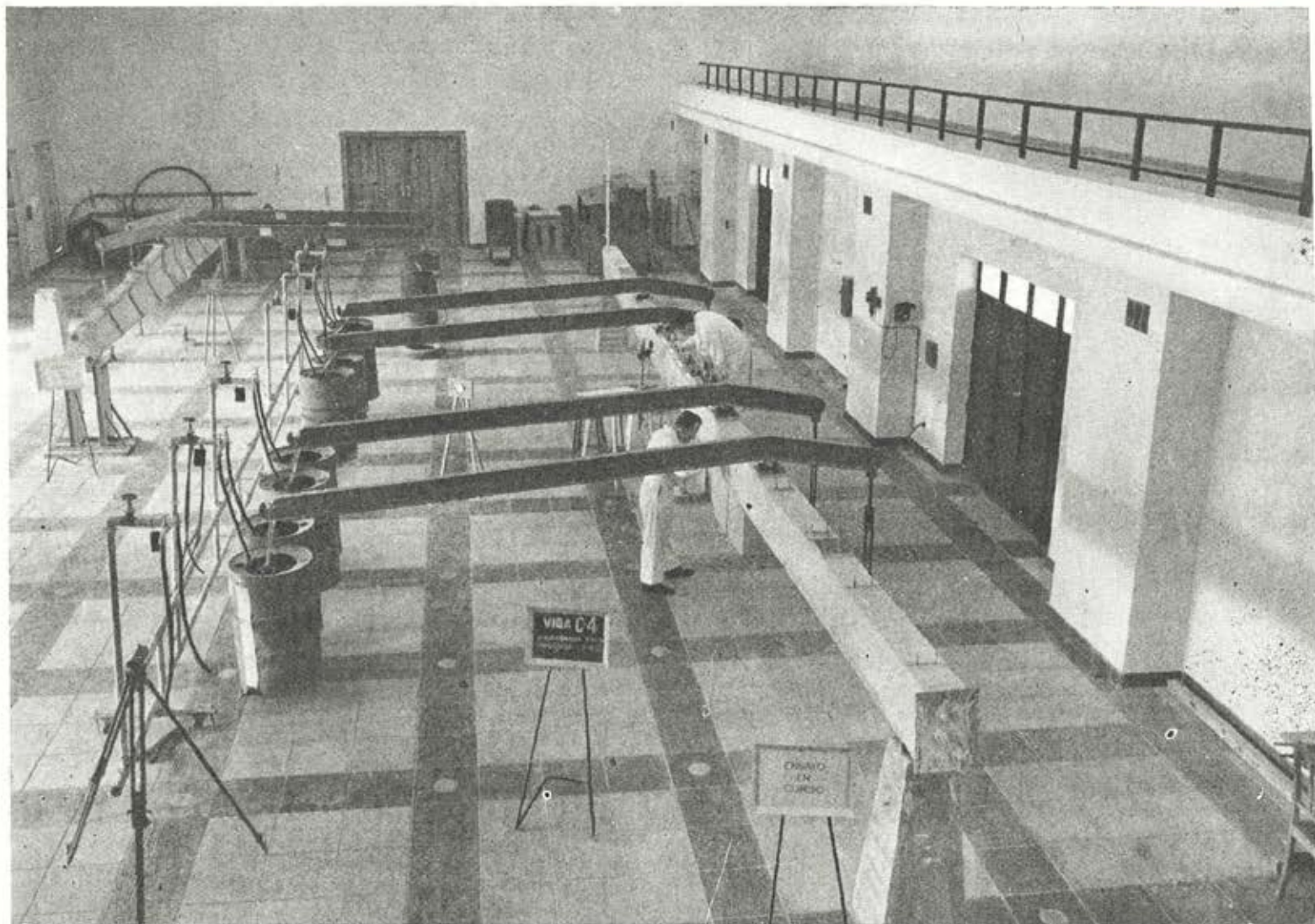
## referencias citadas en el texto

- (1) BRITISH STANDARD INSTITUTION: "The structural use of prestressed concrete in buildings". Londres, 44 págs., CP 115, 1959.
- (2) NORMA POLACA: "Konstrukcje sprezoizce, obliczeniastatyczne i projektowanie". P. N. 03320.
- (3) RÜSCH, H.: "Spannbeton-Erläuterungen zu DIN 4227: Richtlinien für Bemessung und Ausführung". Berlín, Wilhelm Ernst und Sohn, 1954, p. 45, sección 13.4.
- (4) BORTSCH, R.: "Die spannungen in Wälzelenkquadern". Beton und Eisen, vol. 35, núm. 4, 20 de febrero de 1935, páginas 61-66.
- (5) BLEICH, F.: "Der gerade Stab mit Rechteckquerschnitt als ebenes Problem". Der Bauingenieur, núm. 9, 1923, páginas 255-259; núm. 10, 1923, páginas 304-307.
- (6) BORTSCH, R.: "Wälzelenke und Stelzenlager aus Eisenbeton". Beton und Eisen, vol. 37, núm. 19, 5 de octubre de 1938, páginas 315-318; núm. 20, 20 de octubre de 1938, páginas 328-332.
- (7) RAMASWAMY, G. S., y GOEL, H.: "Stresses in end blocks of prestressed beams by lattice analogy". Proceedings of the World Conference on Prestressed Concrete at San Francisco, julio 1957, págs. 23.1-23.4.
- (8) GUYON, Y.: "Contraintes dans les pièces prismatiques soumises à des forces appliquées sur leurs bases, au voisinage de ces bases". International Association for Bridge and Structural Engineering. Publications, vol. 11, 1951, págs. 165-226.
- (9) MAGNEL, G.: "Prestressed concrete", 2.ª edición. Londres. Concrete Publications Limited, 1950, págs. VII, 300.
- (10) MÖRSCH, E.: "Über die Berechnung der Gelenkquader". Beton und Eisen, 1924, núm. 12, págs. 156-161.
- (11) KAMMÜLLER, K., y JESKE, O.: "Untersuchungen über Federgelenke aus Stahlbeton". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, núm. 125, 1957, pág. 30.
- (12) MAGNEL, G.: "Design of the ends of prestressed concrete beams". Concrete and Constructional Engineering, vol. 44, núm. 5, mayo 1949, págs. 141-148.
- (13) GUYON, Y.: "Prestressed Concrete", 1.ª edición, Londres. Contractors Record and Municipal Engineering, 1953, páginas XV, 543.
- (14) BAN, S.; NUGURUMA, H., y OGAKI, Z.: "Anchorage zone stress distributions in post-tensioned concrete members". Proceedings of the World Conference on Prestressed Concrete at San Francisco, julio 1957, páginas 16.1-16.14.
- (15) CHRISTODOULIDES, S. P.: "A two-dimensional investigation of the end anchorages of post-tensioned concrete beams". The Structural Engineer, vol. 33, núm. 4, abril 1955, págs. 120-133.
- (16) CHRISTODOULIDES, S. P.: "Three-dimensional investigation of the stresses in the end anchorage blocks of a prestressed concrete gantry beam". The Structural Engineer, vol. 35, núm. 9, septiembre 1957, págs. 349-356.
- (17) SIEVERS, H.: "Die Berechnung von Auflagerbänken und Auflagerquadern con Brückenpfeilern". Der Bauingenieur, vol. 27, núm. 6, junio 1952, págs. 209-213.



# ensayo a rotura, por flexión, de vigas de hormigón pretensado

A PAEZ, Ing. de Caminos y R. PIÑEIRO, Aparejador



## SINOPSIS

En la actualidad, el cálculo de elementos de hormigón pretensado sometidos a flexión se realiza, frecuentemente, con arreglo a los principios de los métodos en rotura. Para la correcta aplicación de dichos métodos, resulta fundamental conocer la tensión a la cual trabajan las armaduras en el instante de alcanzarse el agotamiento de la pieza. Se ha podido demostrar que, cuando existe adherencia entre la armadura y el hormigón que la envuelve, la tensión en el acero es tanto mayor cuanto más elevada es la carga a que se encuentra sometida la pieza. Pero, por el momento, se desconoce la magnitud de este incremento.

Por todo ello, el profesor Torroja consideró oportuno aprobar la realización de una serie de ensayos para estudiar este importante problema, de gran trascendencia no sólo desde el punto de vista teórico, sino también por su influencia en la práctica, debido a las considerables economías de material a que puede dar lugar.

En el presente trabajo se describen estos ensayos, realizados sobre once vigas de hormigón pretensado, de sección rectangular de  $0,21 \times 0,40$  m y 12,80 m de luz libre, y se destacan las conclusiones que de tales experiencias cabe deducir.

Debe hacerse constar que estos ensayos son de tipo tecnológico, es decir, que no se pretende con ellos llegar a conocer, de un modo exacto, la tensión real a la que trabajan los alambres en el momento de la rotura, sino, únicamente, determinar la carga unitaria virtual que debe tomarse como tensión máxima alcanzada por la armadura en el instante del agotamiento de la pieza para que, al introducir dicho valor en las fórmulas teóricas, los resultados deducidos al calcular las sollicitaciones de rotura, reproduzcan, con suficiente aproximación, los valores obtenidos experimentalmente.



## Objeto de los ensayos

Es evidente que uno de los factores que determinan la capacidad resistente de una pieza de hormigón pretensado, sometida a flexión, es la magnitud de la tensión a que se encuentra trabajando la armadura en el instante crítico de la rotura.

Al principio, cuando el cálculo de las secciones se realizaba con arreglo al criterio de las tensiones admisibles, las tensiones en el hormigón se deducían en función de la tensión eficaz en la armadura, tensión que se suponía independiente de la magnitud de las cargas aplicadas, e igual a la inicial de pretensado disminuida en el valor de la suma de las pérdidas experimentadas a consecuencia de la retracción, acortamiento elástico, y deformaciones lentas del hormigón; fluencia del acero; rozamientos de los alambres a lo largo de su trazado; etc.

Posteriormente, se ha podido demostrar que la tensión en el acero que constituye la armadura de un elemento de hormigón pretensado es tanto mayor cuanto más elevada es la carga a que se encuentra sometida la pieza, siempre que exista adherencia entre la armadura y el hormigón que la envuelve. La realidad de este incremento es, actualmente, indiscutible, pero su magnitud, por el momento, se desconoce. Unos autores admiten que la rotura de la pieza se produce cuando tanto el acero como el hormigón que la forman han alcanzado su tensión final de agotamiento. Otros, por el contrario, dudan de que la armadura, por débil que sea su cuantía, pueda sobrepasar la tensión correspondiente a su límite elástico aparente.

Este aumento de tensión de la armadura al elevarse la carga que actúa sobre el elemento, depende de varios factores, tales como: adherencia entre el acero y el hormigón, deformación elástica de la viga bajo carga, etc., los cuales son de difícil valoración por depender de un conjunto muy numeroso de variables (cuantía, calidad de la lechada de inyección, forma del trazado de los cables, tensión inicial de pretensado, características mecánicas de los aceros, etc.), algunas de las cuales, a su vez, se distribuyen de un modo aleatorio a lo largo de los alambres.

Como lógica consecuencia de lo anteriormente expuesto, la valoración "a priori" de estos incrementos de tensión de la armadura o, lo que es lo mismo, la predicción del valor que ha de alcanzar dicha tensión en el instante de la rotura de la pieza, resulta sumamente difícil. No obstante, se sabe que tales aumentos son muy considerables y cabe confiar en que, por lo tanto, la tensión finalmente alcanzada por los alambres dependa, principalmente, de sus características mecánicas, y que el resto de las variables, incluso la tensión inicial de pretensado, siempre que se mantengan dentro de unos límites razonables, han de influir sólo de un modo secundario e inapreciable.

Si desde un punto de vista teórico resulta interesante poder conocer la magnitud del incremento de tensión experimentado por la armadura, con el fin de poder establecer unas bases objetivas para el planteamiento de los diversos problemas relacionados con el cálculo a rotura de las secciones de hormigón pretensado sometidas a flexión, con o sin esfuerzos cortantes, mayor importancia tiene aún la cuestión desde el punto de vista práctico, por las considerables economías de material a que puede dar lugar.

En efecto. Según se deduce de los resultados obtenidos en sus trabajos por diversos investigadores y de las prescripciones incluidas en las Normas oficiales de diversos países, la tensión a que trabajan los alambres de pretensado, en el momento final de la rotura del elemento, puede variar entre el 60 y el 100 % de la tensión de agotamiento del acero. Como norma general, salvo en el caso de depósitos, presas, tuberías y otras estructuras de tipo hidráulico, el empleo del hormigón pretensado resulta especialmente indicado en aquellos casos en los que la cuantía de armaduras necesaria es muy fuerte; ya que es, entonces, cuando la economía obtenida al sustituir los redondos ordinarios por los alambres de acero de alta resistencia puede llegar a compensar, o, incluso, superar, los gastos adicionales a que dan lugar las maniobras de pretensado. En estas circunstancias, el coste de las armaduras constituye una de las partidas fundamentales del presupuesto total de ejecución material de la obra: frecuentemente, se eleva hasta el 60 % de dicho presupuesto. Por otra parte, la sección de acero necesaria es inversamente proporcional a la tensión que se fije para la armadura en el momento de la rotura. Por consiguiente, si es posible adoptar, como tensión final de la armadura, el 80,



en lugar del 60 % de su tensión de rotura, se habrá conseguido reducir la sección de armadura necesaria en un 25 %; y si se admite que el coste de la armadura representa el 60 % del presupuesto total, dicha reducción da lugar a una economía del 15 % sobre el valor total de la obra, economía, como se ve, nada despreciable.

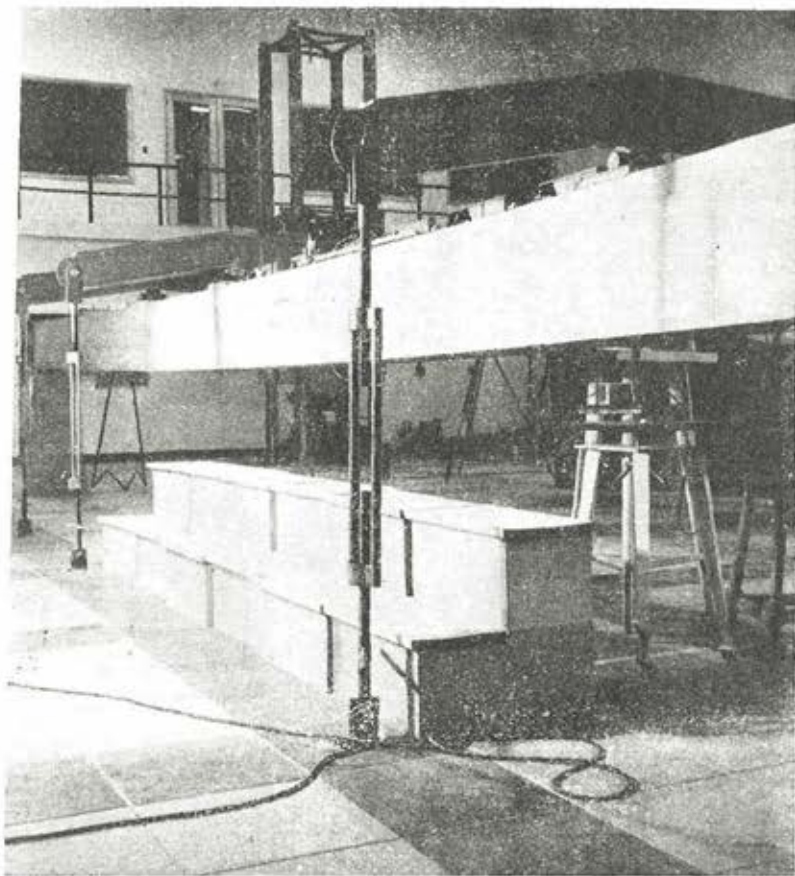
Por todo ello, se ha considerado oportuno realizar una serie de ensayos para estudiar, primordialmente, esta importante cuestión. Debe hacerse notar que estos ensayos son de tipo tecnológico, es decir, que no se pretendía con ellos llegar a conocer, de un modo exacto, la tensión real a que trabajan los alambres en el momento de la rotura. Una investigación de esta clase sería sumamente complicada y exigiría el empleo de maquinaria, de la cual, por el momento, no se disponía. Lo que se intentaba determinar era la tensión virtual que debe tomarse como tensión máxima alcanzada por los alambres en el momento de la rotura, para que, al introducir dicho valor en las fórmulas teóricas, los resultados deducidos al calcular las solicitaciones de agotamiento reproduzcan, con suficiente aproximación, los valores obtenidos experimentalmente.

Inicialmente, se había previsto que esta serie estaría constituida por diez vigas. Posteriormente, su número se elevó hasta once. Las variables cuya influencia se ha intentado determinar han sido:

- a) Magnitud del esfuerzo inicial de pretensado.
- b) Presencia de armadura adicional, de acero ordinario en la cabeza de compresión de la pieza.
- c) Presencia de armadura adicional, de acero ordinario en la cabeza de tracción.
- d) Presencia de armadura adicional, de acero ordinario, tanto en la cabeza de compresión como en la de tracción.
- e) Cuantía de la armadura de pretensado.
- f) Existencia de una lechada de cemento, inyectada en el interior de los conductos en que se alojan los alambres que constituyen la armadura de pretensado con el fin de establecer la necesaria adherencia entre el hormigón y el acero.

### **Dispositivos de carga y dimensiones de las piezas sometidas a ensayo**

Estos ensayos han sido realizados en el Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento en una amplia sala (fig. 1), con anclajes en el suelo, capaces de resistir un esfuerzo de tracción de 7 t cada uno, y situados entre sí a una distancia de 1,60 m entre ejes. El dispositivo de carga (fig. 2) consta de un vástago vertical, provisto de un tensor de rosca, que por su parte inferior se sujeta al anclaje del suelo y por su extremo superior se une, mediante una articulación, a uno de los brazos de una palanca, que se apoya sobre la pieza que ha de ser sometida a ensayo, y cuyo otro brazo termina en un gancho del que pende un bidón cuyo contenido de agua puede ser regulado a voluntad, y que constituye realmente la carga actuante sobre la viga. La relación entre los dos brazos de la palanca, o, lo que es lo mismo, la multiplicación del sistema de cargas, es igual a 5,5. Tanto las palancas como los bidones fueron tarados con la mayor precisión posible y, además, estos últimos se graduaron, mediante un tubo de nivel y una escala adecuada, de tal forma que, en todo momento, era fácil conocer, con gran aproximación, el valor real de la carga ejercida por cada palanca sobre la viga sometida a ensayo. Los bidones que penden de la palanca pueden ser sencillos (fig. 3) o dobles (fig. 1). Empleando bidones dobles, la carga real de cada palanca, sobre la viga, puede llegar a ser de 3.000 kilogramos. Es decir, que, en definitiva, el sistema de cargas disponible permitía ejercer un esfuerzo vertical, cada 1,60 m, de 3.000 kg como máximo. Como quiera que se trata de una serie de ensayos de tipo eminentemente práctico y, en la práctica, las cargas más frecuentes son las uniformemente distribuidas, hubiese sido lógico someter las piezas a este régimen de sobrecargas. Sin embargo, los dispositivos disponibles no lo permitieron.



2

Con el fin de poder realizar las distintas observaciones con una cierta aproximación, se estimó conveniente adoptar, para las piezas que habrían de ser sometidas a ensayo, un canto que no fuese excesivamente pequeño. Como uno de los datos que se querían determinar era el de la profundidad, en rotura, de la fibra neutra de la sección, y como esta profundidad debe obtenerse midiendo las deformaciones del hormigón a diversas alturas, con objeto de que los elongómetros utilizados para medir dichas deformaciones no quedasen excesivamente próximos unos a otros, se estimó conveniente dotar a la viga de un canto no inferior a los 40 centímetros.

A las vigas, se les ha dado sección rectangular por ser la de más fácil hormigonado. De esta forma se consigue eliminar todo peligro de aparición de coque-  
ras, o cualquier otro defecto capaz de perturbar los resultados finales del ensayo. Por otra parte, si se adoptase una sección en T, el problema se complicaría con la introducción de dos nuevas variables, el ancho y el espesor del ala; y, además, la distribución real de tensiones a diversas alturas de una pieza en T y, especialmente, a la altura del borde inferior del ala en compresión, resulta, por el momento, francamente dudosa.

La anchura de las vigas se ha fijado en 21 cm para garantizar una perfecta estabilidad lateral de apoyo y obtener, en las secciones extremas de anclaje, la superficie mínima que permita realizar, con la suficiente amplitud y comodidad, el tesado y anclaje de los distintos alambres que constituyen la armadura.

Con estas dimensiones, para una profundidad de fibra neutra igual al tercio del canto, y previendo un hormigón de  $350 \text{ kg/cm}^2$  de resistencia media, resulta un momento de agotamiento del orden de los 15 m. t, el cual, dado el sistema de cargas disponible, y tomando un cierto margen para cubrir las posibles dispersiones en las sollicitaciones límites, exige una longitud de pieza del orden de los 12 m. En consecuencia, todas las vigas se hicieron de 13,40 m de longitud total, para una luz libre, entre apoyos, de 12,60 metros, que es el múltiplo de 1,60 m (módulo de la sala) más próximo, por exceso, a los 12 m necesarios.

Para que la determinación de la posición extrema de la fibra neutra, en rotura, resulte cómoda, se ha previsto que su profundidad pueda oscilar entre los 8 y los 15 cm, contados a partir del borde comprimido de la sección, y según la mejor o peor calidad del hormigón utilizado.



3



Para ello resulta que, partiendo de las dimensiones ya establecidas para la sección, la armadura necesaria es de 18 alambres, de 5 mm de diámetro, dispuestos de tal forma que, en la sección central de la pieza, la profundidad del eje baricéntrico de las armaduras sea de 33,5 cm. Estos 18 alambres  $\phi$  5, que suponen una sección total de 3,528 cm<sup>2</sup>, se distribuyeron en seis grupos de 3  $\phi$  5 cada uno, dispuestos a lo largo de la viga, según un trazado parabólico contenido en planos verticales que, en algunos casos, no son paralelos al longitudinal de simetría de la pieza. En la sección central, de momento máximo, los seis grupos de 3  $\phi$  5 se colocan en dos capas horizontales, de tres grupos cada una, manteniendo unos recubrimientos mínimos de 3 cm, y de forma que el baricentro de armaduras resulte a 33,5 cm del borde de la sección que resulta comprimido bajo la sollicitación de agotamiento. En las secciones extremas, al llegar a las placas de anclaje, los diferentes grupos de 3  $\phi$  5 aparecen suficientemente separados entre sí, para poder colocar los gatos y realizar las distintas maniobras de pretensado, sin entorpecimientos. Estas placas son curvas con el fin de que, en todos los puntos de anclaje, resulten perpendiculares a la dirección de los cables y no exista el peligro de que se puedan producir deslizamientos de las cuñas de retención al no quedar éstas perfectamente centradas en los tacos de anclaje.

Dada la sección rectangular adoptada para la viga, la máxima tensión principal de tracción, por esfuerzo cortante, alcanzada en rotura, es muy inferior a la admisible en el hormigón, por lo cual no ha sido necesario colocar cercos. La presencia de cercos hubiese podido producir un zunchado de la cabeza de compresión que, aún siendo conveniente desde el punto de vista práctico, podría perturbar los resultados finales del ensayo falseando las consecuencias. En cambio, cada 90 cm se ha dispuesto un estribo-separador para materializar las ordenadas correspondientes, en tal sección, a cada uno de los grupos de alambre que pasan por ella introducidos en los tubos de 19 mm de diámetro interior, por los que, después del tesado, se introduce la lechada de cemento que asegura la adherencia entre el acero y el hormigón. Con los citados estribos se intenta evitar que, durante el hormigonado, pueda alterarse la posición de las armaduras.

De los datos que quedan consignados se deduce que la pieza elegida resulta bastante bien proporcionada y puede tomarse como representativa de un tipo medio normal de viga. Su relación canto-ancho igual a 2, su esbeltez igual a 32 y su cuantía del 0,4 por ciento son perfectamente aceptables.

## Construcción de las vigas y desarrollo del plan de ensayos

Para la construcción de estas vigas se emplearon encofrados metálicos, tanto por la mayor precisión de sus medidas como por la posibilidad que ofrecen de poder reutilizarlos repetidamente.

Estos encofrados tienen además la ventaja de que permiten producir, durante el hormigonado, un enérgico vibrado mediante la fijación de los vibradores a los propios costeros del molde.

Una vez montado el encofrado sobre los mismos apoyos en que después ha de reposar la viga, se colocaron los estribos-separadores que sirven para sujetar los tubos de la armadura y se situaron estos tubos, en toda su longitud. Tanto la colocación de los estribos como de los tubos, se hizo con el máximo cuidado con el fin de conseguir que el trazado de los alambres fuese exactamente el previsto en el cálculo. Una vez situados los tubos, se introdujeron en el interior de cada uno de ellos los tres alambres  $\phi$  5 que constituían cada uno de los grupos de la armadura, enhebrándolos, además, adecuadamente en las placas de anclaje. Si la viga tenía que llevar, además de esta armadura de pretensado, otra de acero ordinario, se colocó también ésta de acuerdo con las indicaciones de los planos. Seguidamente, y una vez terminada la preparación de las armaduras, se procedió al hormigonado de la pieza, para lo cual se emplearon mezclas con la siguiente dosificación, calculada como la más conveniente para alcanzar la resistencia media prevista de 350 kg/cm<sup>2</sup>:

Relación cemento-arena-grava ... ..	1-2-3
Relación agua-cemento ... ..	0,3

Todos los materiales se midieron en peso, y el tamaño máximo fijado para el árido fue el de 2 cm.

Con el fin de facilitar la colocación de estas mezclas, que resultaban bastante secas, durante el hormigonado se sometió el encofrado, según ya se ha indicado, a un enérgico vibrado mediante vibradores, de 12.000 r. p. m., sujetos a los costeros, aplicándose además vibradores internos (fig. 4), y, cuando se estimó necesario, otro vibrador de patín, de la misma frecuencia, por la superficie superior de la pieza. Durante toda la operación se vigiló atentamente la posición de las armaduras, evitando su alteración. En el momento de hormigonar cada pieza, se fabricaron, con la misma mezcla, seis probetas cilíndricas, de 15 x 30 cm, que se mantuvieron en condiciones análogas a las existentes en la nave de ensayo y se rompieron al día siguiente de alcanzada la rotura de la viga. De los valores así obtenidos, se dedujo la resistencia característica del hormigón utilizado.

El curado de las vigas se efectuó en la misma nave de ensayo, manteniéndola ésta, a temperatura y humedad constante, mediante reguladores automáticos (fig. 5).

Transcurrido el plazo de curado y endurecimiento se procedió al tesado de las armaduras, utilizando, para ello, los gatos de la patente nacional "Barredo" (fig. 6). De la misma procedencia eran los tacos y cuñas de anclaje. El tesado y sujeción de las armaduras se realizó por grupos de 3  $\varnothing$  5. Se utilizaron, simultáneamente, dos gatos colocados uno a cada extremo de la viga, y así se ponían en carga a la vez dos grupos de 3  $\varnothing$  5, simétricos respecto al plano longitudinal de simetría de la viga, mediante la previa colocación de las correspondientes cuñas de retención en el extremo libre de las armaduras. En cada gato se introdujo, primeramente, una presión un 10 % superior a la prevista, dejando después descender lentamente esta presión hasta su valor exacto, en cuyo momento se bloquearon los alambres mediante la correspondiente cuña. A continuación se repitió la maniobra sobre dos mismos grupos de alambres, pero tesándolos por el extremo opuesto a aquel por el cual se había efectuado la primera vez, con objeto de eliminar las pérdidas que pudieran haberse producido por rozamiento y conseguir una simétrica distribución de tensiones en la armadura.

Terminada la operación de tesado de todos los alambres, se procedió a inyectar, en los tubos en que van alojados éstos, la lechada de cemento, introduciéndola a través de los dispositivos de anclaje hasta que la papilla salía por el extremo opuesto, indicando que todo el tubo había quedado lleno. Para esta inyección se utilizó una lechada constituida por 10 kg de cemento por cada 4,5 ó 5 l de agua, a la cual se agregaron 100 g de "Plastiment", producto comercial fluidificante, con el fin de facilitar la operación.

Transcurridos siete días después de realizada la inyección, se podía ya efectuar el ensayo a rotura, por flexión, de la viga. Durante todo el ensayo y a partir del momento en que se consideró vencido el plazo de curado y endurecimiento de la pieza, es decir, desde antes de llevar a cabo el tesado de la armadura, se fueron anotando las sucesivas deformaciones de la viga, y, para ello, se colocaron una serie de elongómetros, clinómetros y flexímetros, cuyas anotaciones se registraron con la mayor regularidad. También se hizo un detenido estudio de la formación y evolución de las fisuras.

Todas las vigas se han ensayado como piezas simplemente apoyadas.

## Ensayos auxiliares

Antes de proceder a la realización de los ensayos fundamentales que habrían de servir para estimar la tensión virtual que debe asignarse a la armadura de pretensado al efectuar los cálculos en rotura, se juzgó necesario conocer una serie de datos relativos a las características mecánicas y físicas de los aceros utilizados, tanto en las armaduras pretesas como en las de acero ordinario. A tal fin, se realizaron los siguientes ensayos previos:

1. Ensayo de tracción sobre varillas de acero especial, de 5 mm de diámetro, con el fin de determinar su carga de rotura y el diagrama noval cargas unitarias-deformaciones.
2. Determinación del diagrama noval cargas unitarias-deformaciones, hasta el 0,8 de la carga de rotura, correspondiente a una primera partida de redondos ordinarios de 12 mm de diámetro.
3. Ensayos de tracción sobre una segunda partida de redondos de acero ordinaria, de 12 y 16 mm de diámetro, para determinar los diagramas noval cargas unitarias-deformaciones y los límites de fluencia.

Las probetas necesarias para la realización de todos estos ensayos previos fueron extraídas, directamente, de las correspondientes partidas de material recibidas y almacenadas para efectuar los ensayos de las vigas.

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

1. Ensayo de tracción sobre varillas de acero especial de 5 mm de diámetro:

Cargas de rotura:

Probeta número	Carga de rotura (kg/mm <sup>2</sup> )
1	157,8
2	155,3
3	155,3

La carga media de rotura resulta, por consiguiente, igual a 156,1 kg/mm<sup>2</sup>.





#### Diagramas:

A continuación (fig. 7) se reproducen los diagramas novalés de cargas unitarias-deformaciones, en tanto por mil, de otras tres probetas de alambre del acero especial de 5 mm de diámetro.

#### 2. Ensayo de tracción sobre una primera partida de redondos de 12 mm de diámetro:

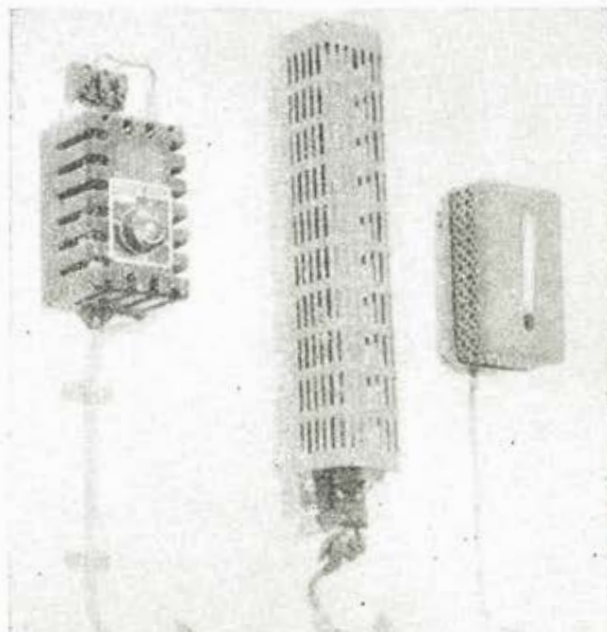
Los diagramas novalés cargas unitarias-deformaciones, en tanto por mil, hasta el 0,8, aproximadamente, de la carga de rotura correspondientes a seis probetas extraídas de una primera partida de redondos de acero ordinario, de 12 mm de diámetro, son los que se reproducen en las figuras 8 y 9.

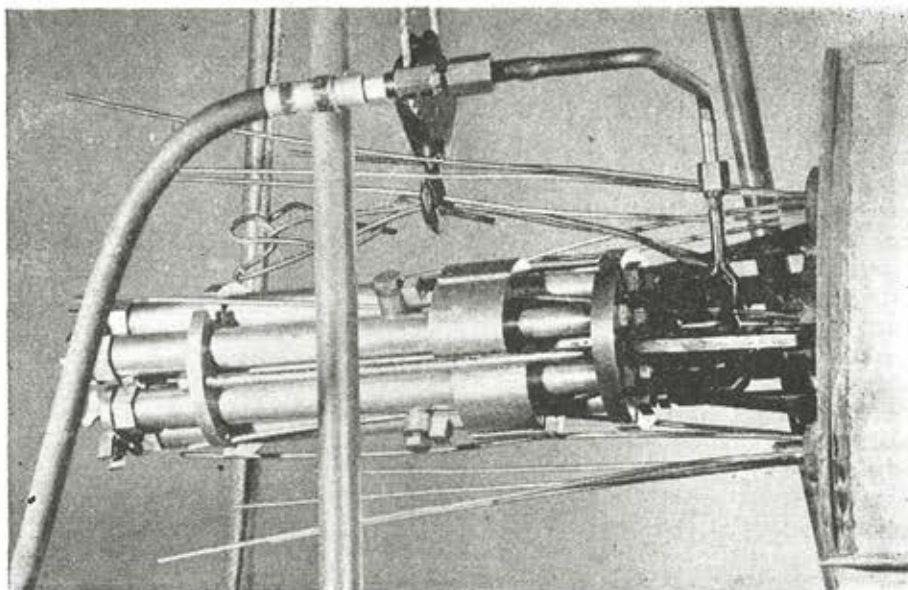
De dichos diagramas se deduce que el límite elástico medio de estos redondos, tomando como tal la tensión que produce un alargamiento remanente igual al 0,2 % de la longitud de la probeta ensayada, es de 3.400 kg/cm<sup>2</sup>.

#### 3. Ensayos de tracción sobre una segunda partida de redondos de acero ordinario de 12 y de 16 mm de diámetro:

De esta segunda partida recibida se tomaron tres trozos, de 12 mm de diámetro, y otros tres, de 16 mm, y se sometieron a ensayo, determinándose su carga máxima, el alargamiento en tanto por ciento, y sus límites convencionales de fluencia, considerando como tales las tensiones que produjeron alargamientos remanentes iguales al 0,2 y 0,4 % de la longitud ensayada. También se obtuvieron los diagramas novalés cargas unitarias-deformaciones, en tanto por mil, hasta alcanzar el escalón de relajamiento. Estos diagramas son los que se incluyen a continuación (figs. 10 y 11).

Todas estas pruebas se realizaron de acuerdo con el M.E.L.C. 8.01-a, y los resultados obtenidos se resumen en el cuadro siguiente. De él se deduce que el valor medio del límite elástico, o tensión que produce un alargamiento remanente del 0,2 %, es de 3.010 kg/cm<sup>2</sup> para el redondo de 12 mm de diámetro, y de 3.130 kg/cm<sup>2</sup> para el de 16,6 milímetros.





6

Diámetro de los redondos (mm)	Límites convencionales de fluencia, en kg/mm <sup>2</sup> , correspondientes al:		Carga máxima (kg/mm <sup>2</sup> )	Alargamiento (%)
	0,2 % de L (1)	0,4 % de L (1)		
12	28,9	30,5	36,6	(2)
12	30,9	31,1	36,0	30,5
12	30,5	30,7	36,7	(2)
16,6	30,7	31,1	41,0	32,7
16,6	31,9	32,0	41,2	32,4
16,6	31,4	31,5	40,8	32,9

(1) L=Longitud observada.

(2) Esta probeta se rompió por fuera de la zona marcada.

## Ensayos fundamentales

Una vez terminados los ensayos previos que quedan descritos, se procedió a la realización de la serie de ensayos fundamentales, constituida por el ensayo a rotura, por flexión, de once vigas de sección rectangular de 0,21 m de ancho y 0,40 m de canto total, con una longitud total de 13,40 m y una luz libre, entre apoyos, de 12,80 m. Estas dimensiones son exactamente las mismas en las once vigas.

Las características principales de las distintas piezas ensayadas son las siguientes:

### Primera serie - serie "B"

Las cinco vigas ensayadas correspondientes a esta serie, van todas igualmente armadas. Llevan, únicamente, una armadura de pretensado constituida por seis grupos, de tres alambres  $\varnothing$  5 cada uno, de acero especial, distribuidos de tal forma que, en la sección de momento máximo (sección central) de la viga, el eje baricéntrico de las armaduras, o punto de aplicación de la resultante del esfuerzo de pretensado, queda situado a 33,5 cm del borde superior de la sección (véase fig. 12). A partir de esta

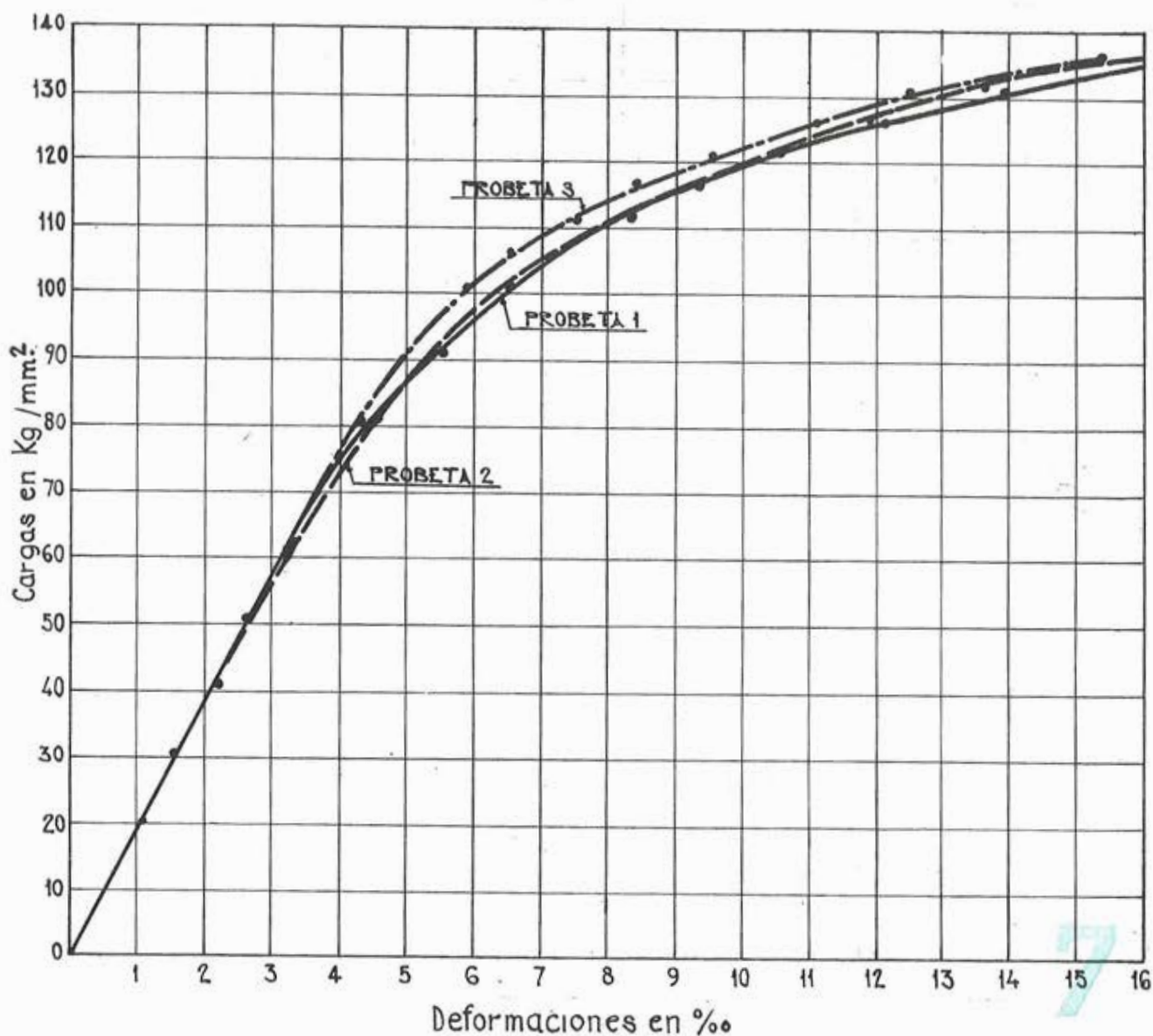


sección central, cada uno de los grupos de 3  $\phi$  5 sigue un trazado parabólico en plano vertical (fig. 14); y en las secciones de anclaje, en los extremos de la viga, la armadura se distribuye en la forma indicada en la figura 13, para centrar el esfuerzo de pretensado. La sección total de armadura (18  $\phi$  5) es de 3,528 centímetros cuadrados.

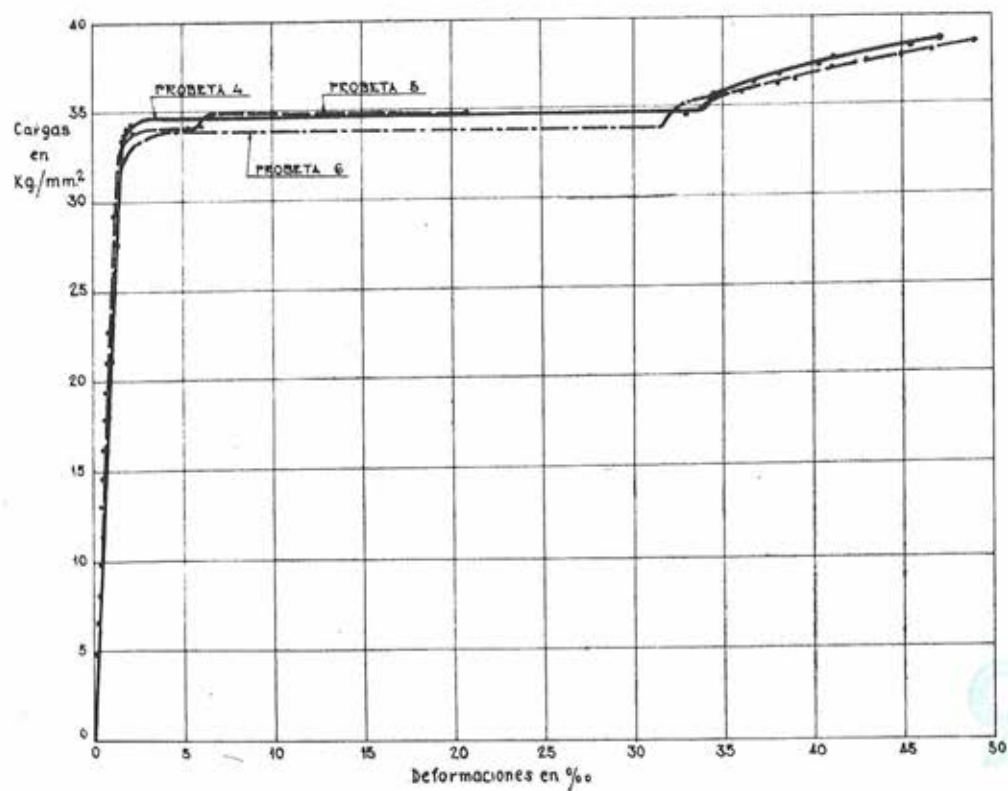
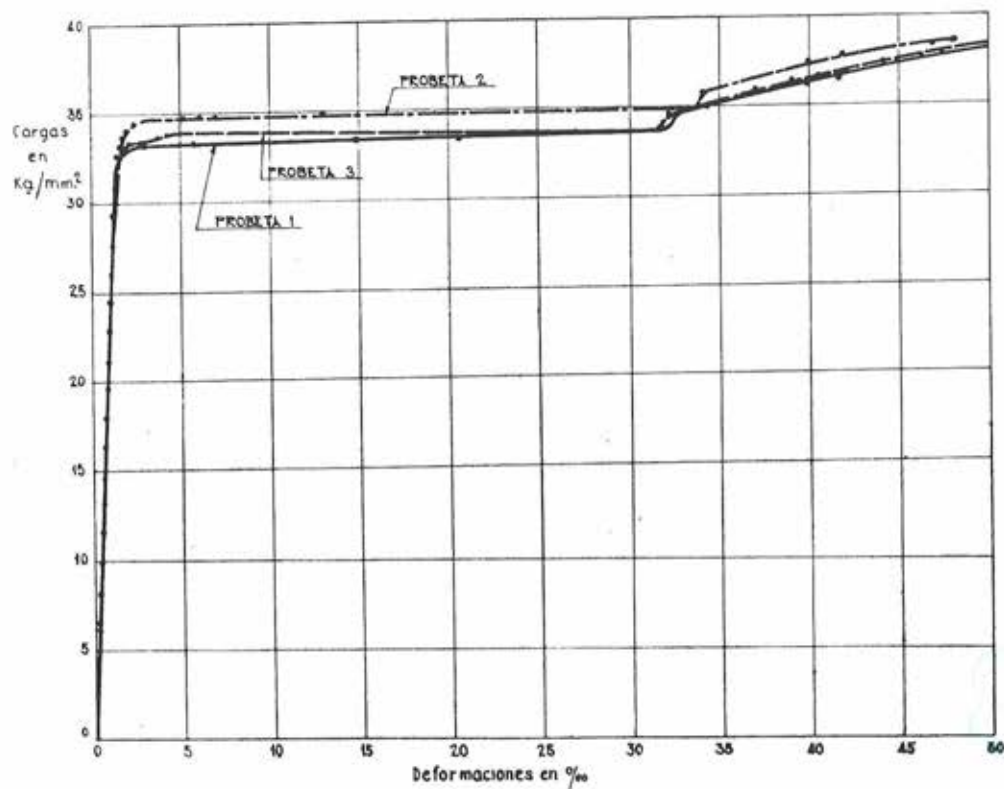
Además de estos datos, comunes a toda la serie, deben hacerse constar los siguientes, correspondientes a cada una de las piezas ensayadas.

### Diagrama Noval cargas unitarias - deformaciones en ‰

Acero especial



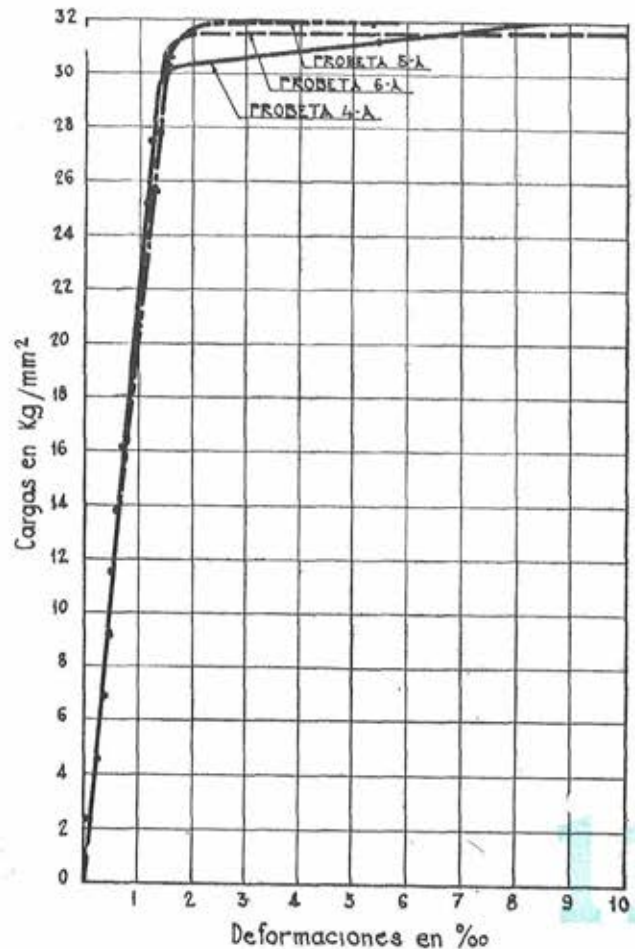
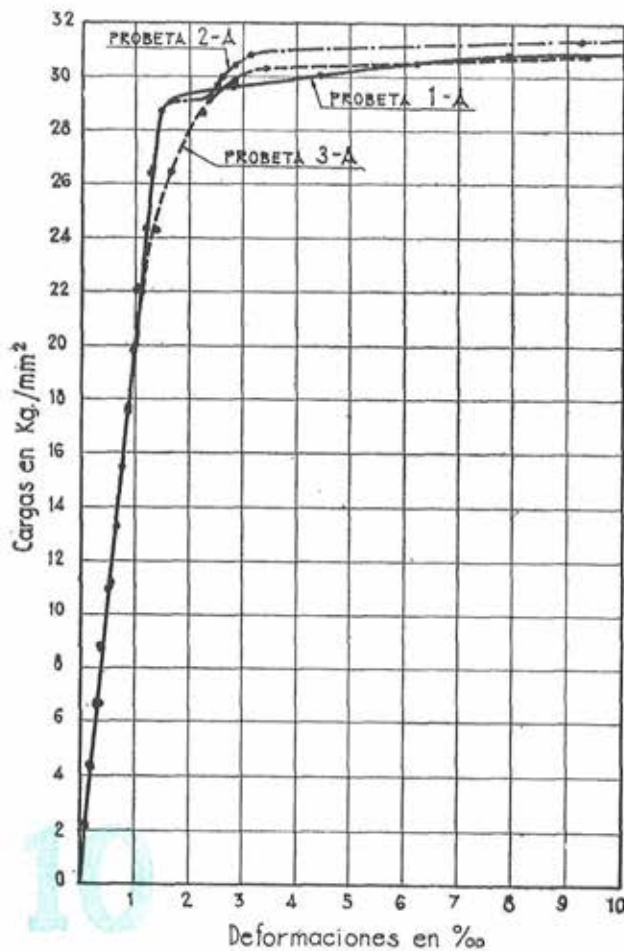
**Diagrama Noval - cargas unitarias - deformaciones en ‰**  
**Redondos de 12 mm de diámetro**





## Diagrama Noval - cargas unitarias - deformaciones en ‰

Redondos de 16,6 mm de diámetro



1. Cargas unitarias de rotura, en kg/cm², ordenadas de menor a mayor, obtenidas en el ensayo a compresión de las probetas fabricadas con la misma masa utilizada en el hormigonado de cada una de las vigas.

VIGA	CARGAS UNITARIAS DE ROTURA REGISTRADAS (kg/cm²)						Valor medio
B-1	309,45	310,75	339,00	361,60	372,90	384,20	346
B-2	288,15	299,45	322,05	327,70	361,60	—	320
B-3	355,90	367,20	395,50	406,80	345,00	491,50	409
B-4	(1)	—	—	—	—	—	374
B-4 bis	372,90	378,55	389,85	395,50	395,50	418,10	392

(1) Por dificultades surgidas durante el vibrado y fabricación de esta viga B-4, no se procedió a romper, como en casos anteriores se hacía, las probetas fabricadas con la misma masa utilizada en el hormigonado de la pieza. Se estimó que, dadas estas circunstancias, los resultados que se registrasen no podrían ser representativos del verdadero valor de la resistencia alcanzada por el hormigón de la viga. Para el cálculo se adoptó, para esta pieza, una resistencia igual al valor medio de las resistencias alcanzadas por las otras diez vigas ensayadas.

## 2. Otros datos.

VIGA	$\sigma_i$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Sistema de cargas utilizado Núm. de la figura	Flecha máxima registrada (mm)	$M_{rot}$ (mt)	Inyección
B-1	9.000	18	175	14,369	Si
B-2	7.000	19	226	13,566	Si
B-3	11.000	19	181	14,526	Si
B-4	11.000	19	110	11,646	No
B-4 bis	11.000	19	92	12,606	No

**Observaciones:** En la columna  $\sigma_i$  se indican los valores de la tensión inicial introducida en los alambres de pretensado. Los sistemas de cargas utilizados en cada ensayo se reproducen, esquemáticamente, en las figuras que se citan en la correspondiente columna.  $M_{rot}$  representa el valor del momento flector producido sobre la sección central, por el peso propio de la pieza, más las cargas aplicadas, en el instante de alcanzarse la rotura. También se señalan en el cuadro las flechas máximas registradas y si han sido o no inyectados los tubos en que van alojados los alambres que constituyen la armadura de pretensado. Los detalles correspondientes a esta inyección se han indicado al tratar de la construcción de las piezas.

## Segunda serie - serie "C"

En la práctica es muy frecuente que los elementos de hormigón pretensado lleven, además de los alambres tesos que constituyen su armadura fundamental, otra armadura constituida por redondos de acero ordinario, bien por determinadas razones constructivas, o bien para reforzar alguna sección que, por circunstancias especiales, resulta particularmente débil.

Con el fin de determinar el incremento de resistencia que representa la introducción de estas armaduras adicionales de acero ordinario, no tesas, se efectuó el ensayo a rotura, por flexión, de las cuatro vigas que constituyen esta segunda serie, y cuyas características fundamentales son las siguientes:

### 1. Características comunes a las cuatro vigas de la serie C:

Todas ellas son de sección rectangular, de 0,21 m de ancho y 0,40 m de canto total. Su luz libre es de 12,80 m y llevan una armadura de acero especial de pretensado constituida por 18 alambres de 5 mm de diámetro distribuidos en seis grupos, de 3  $\phi$  5 cada una (3,528 cm<sup>2</sup> de sección, en total). El trazado de estos alambres es igual al de las armaduras de pretensado de las vigas de la serie B, anteriormente descrita. Por consiguiente, en la sección central, de momento máximo, el eje baricéntrico de estas armaduras tesas se encuentra situado a 33,5 cm del borde superior de la sección, y, en los extremos de la viga los seis grupos de 3  $\phi$  5, se distribuyen en la misma forma indicada en la figura 13. La tensión inicial dada a estos alambres fue, en todos ellos, de 11.000 kg/cm<sup>2</sup>, y, después de realizado el tesado, los tubos en que van alojados los cables se rellenaron con una lechada de cemento, en forma análoga a la ya indicada en páginas anteriores.

2. Cargas unitarias de rotura, en kg/cm<sup>2</sup>, ordenadas de menor a mayor, obtenidas en el ensayo a compresión de las probetas fabricadas con la misma masa utilizada en el hormigonado de cada una de las vigas.

VIGA	CARGAS UNITARIAS DE ROTURA REGISTRADAS (kg/cm <sup>2</sup> )						Valor medio
C-1 (1.ª s.)	350,30	355,95	361,60	364,43	375,72	381,38	378
C-1 (2.ª s.)	381,37	412,45	367,25	389,85	395,50	401,15	(1)
C-2	344,65	384,20	389,85	395,50	412,45	—	385
C-3	300	375	391	400	495	—	392
C-4	234,5	282,5	364,0	370,0	373,0	378,5	333,75

### 3. Otros datos:

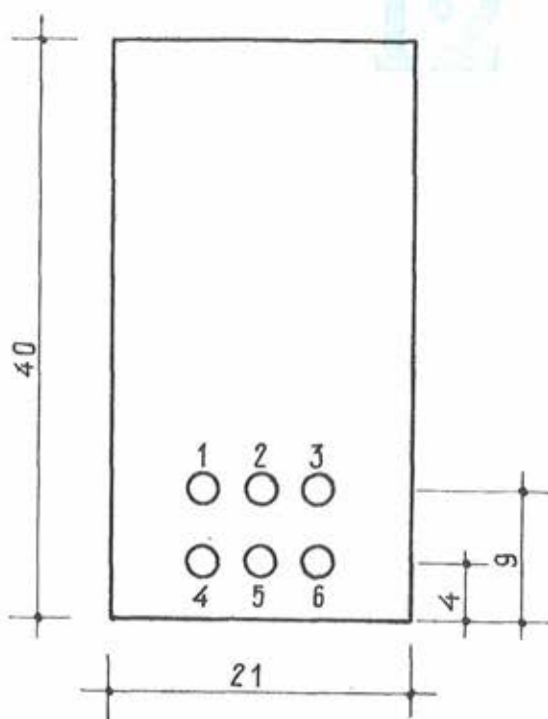
ARMADURA ORDINARIA		$\sigma_c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Disposición general de armaduras N.º de la fig.	Sistema de cargas utilizado N.º de la fig.	Flecha máxima registrada (mm)	$M_{rot}$ (mt)
VIGA	Número de redondos y sección total					
C-1	4 $\phi$ 12 en tracción (4,54 cm <sup>2</sup> )	3.400 (2.º ensayo auxiliar)	15	19	252	20,401
C-2	3 $\phi$ 16,6 en compresión (6,5 cm <sup>2</sup> )	3.130 (3.º ensayo auxiliar)	16	19	321	17,646
C-3	4 $\phi$ 12 en tracción (4,54 cm <sup>2</sup> )	3.010 (3.º ensayo auxiliar)	17	19	307	19,441
	3 $\phi$ 16,6 en compresión (6,5 cm <sup>2</sup> )	3.130 (3.º ensayo auxiliar)				
C-4	3 $\phi$ 16,6 en compresión (6,5 cm <sup>2</sup> )	3.130 (3.º ensayo auxiliar)	16	21	600	16,017

(1) Por dificultades en el suministro de cemento, hubo que utilizar dos masas diferentes en el hormigonado de esta viga. De cada masa se sacaron las correspondientes probetas, habiéndose obtenido, por consiguiente, dos series diferentes. Los resultados registrados en el ensayo de cada una de estas series son los que se indican en el cuadro.

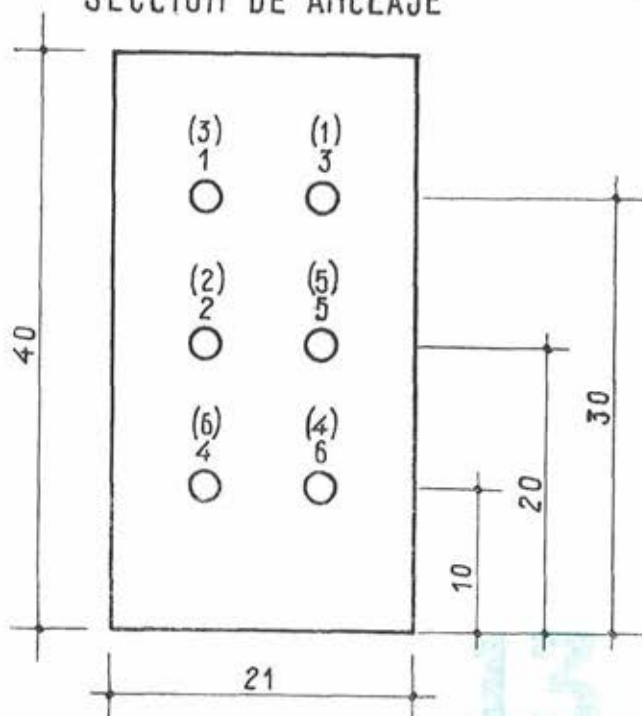


## Sección central

Los conductos 2 y 5 se suprimen en las vigas de la serie D.



## SECCION DE ANCLAJE



Observaciones:  $\sigma_e$  = Límite elástico de los redondos ordinarios, deducido en el ensayo que se cita.  $M_{rot}$  = Valor del momento flector producido, sobre la sección central, por el peso propio de la pieza más las cargas aplicadas, en el instante de alcanzarse la rotura.

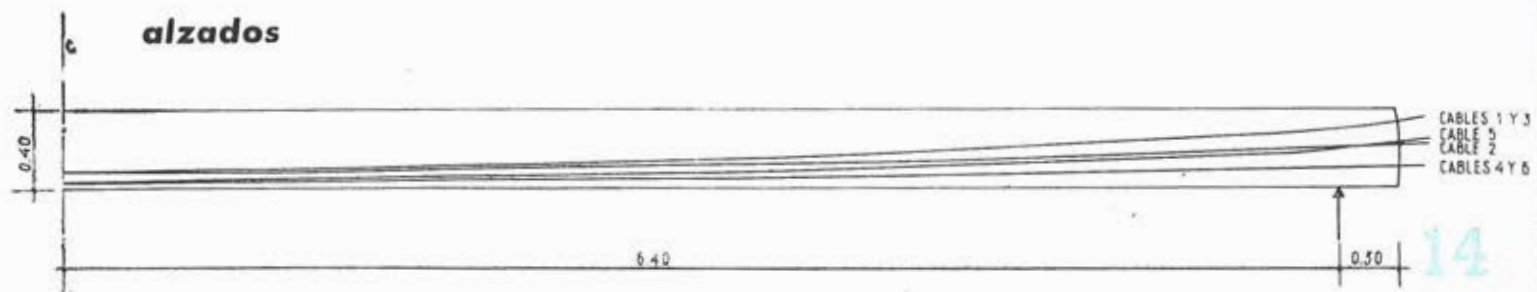
## Tercera serie - serie "D"

En todas las vigas de las dos series anteriormente citadas, la armadura de pretensado era la misma: 18 alambres de 5 mm de diámetro. Con el fin de estudiar la influencia que, sobre el valor final de la tensión alcanzada por el acero en el instante de la rotura, puede tener la propia cuantía de las armaduras, se efectuó el ensayo a rotura por flexión de otras dos vigas, que son las que constituyen esta tercera serie y cuyas características fundamentales se indican a continuación.

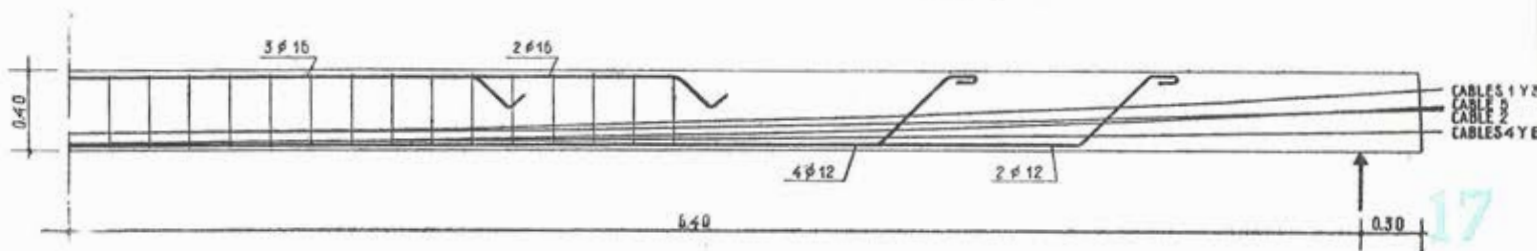
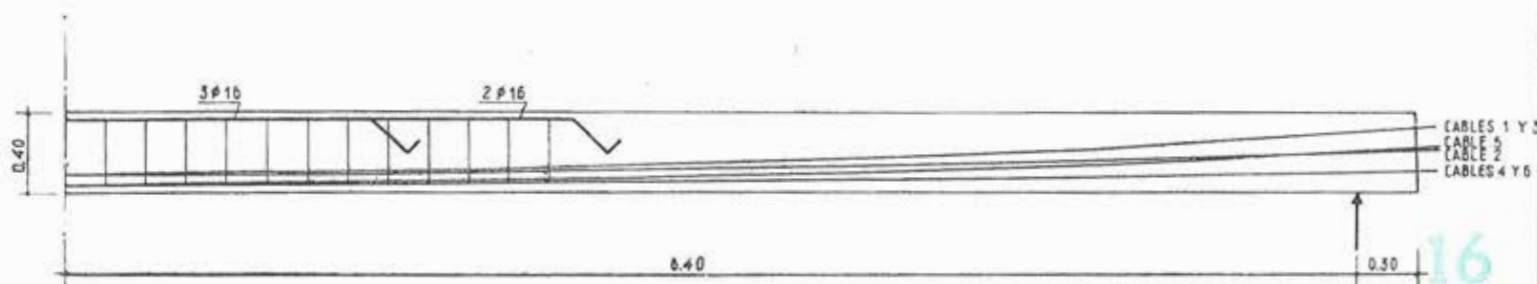
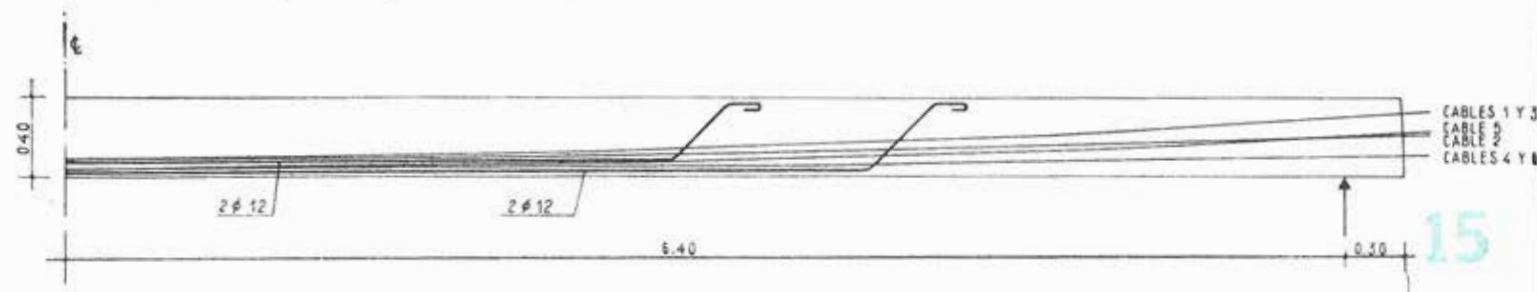
Las dos vigas de esta serie son, como siempre, de sección rectangular, de 0,21 m de ancho y 0,40 metros de canto total. Su luz libre, entre apoyos, es de 12,80 m. La armadura de estas dos vigas es idéntica y está constituida, exclusivamente, por 12 alambres de 5 mm de diámetro (2,352 cm<sup>2</sup> en total), de acero especial, distribuidos en cuatro grupos de 3  $\phi$  5 cada uno, cuyo trazado es el que se indica en la figura 14. Como puede comprobarse, en la sección central, de momento máximo, el eje baricéntrico de las armaduras se encuentra situado a 33,5 cm del borde superior de la sección (figura 12). En los extremos de la viga, los cuatro grupos de 3  $\phi$  5 se distribuyen en la forma indicada en la figura 13. En las dos vigas, la tensión inicial dada a los alambres fue de 11.000 kg/cm<sup>2</sup>, y, una vez realizado el tesado, los tubos en los cuales se alojan los cables se rellenaron con una lechada de cemento en forma análoga a la ya citada en páginas anteriores.

LOS CONDUCTOS 2 Y 5 SE SUPRIMEN EN LAS VIGAS DE LA SERIE D

LOS NUMEROS ENTRE PARENTESIS RIGEN PARA EL ANCLAJE EN LA CARA N. LOS NUMEROS SIN PARENTESIS PARA EL ANCLAJE DE LA CARA S.



Los cables 2 y 5 se suprimen en las vigas de la serie D



Además de estos datos comunes a las dos vigas, deben hacerse constar los siguientes:

1. Cargas unitarias de rotura, en  $\text{kg/cm}^2$ , ordenadas de menor a mayor, obtenidas en el ensayo a compresión de las probetas fabricadas con la misma masa utilizada en el hormigonado de cada una de las vigas.

V I G A	CARGAS UNITARIAS DE ROTURA REGISTRADAS ( $\text{kg/cm}^2$ )						Valor medio
D-1	310,7	313,5	327,7	333,3	344,6	367,2	333
D-2	366	413	413	420	434	445	415



## 2. Otros datos.

V I G A	Sistema de cargas utilizado	Flecha máxima registrada	$M_{rot}$ (mt)
	N.º de la figura	(mm)	
D-1	19	305	9,726
D-2	20	835 (1)	10,825

*Observaciones:* Como en cuadros anteriores,  $M_{rot}$  representa el valor del momento flector producido, sobre la sección central, por el peso propio de la pieza, más las cargas aplicadas, en el instante de alcanzarse la rotura.

Estas fueron las últimas vigas ensayadas dentro de la serie general de ensayos fundamentales. Todas las pruebas se hicieron bajo cargas que se fueron aumentando, lenta y progresivamente, por escalones de 50 en 50 kg e, incluso, algunas veces de 25 en 25 kg. Después de cada aumento, se dejó la viga en reposo hasta conseguir una estabilización de las deformaciones, y, logrado esto, se introdujo un nuevo incremento de carga. Como fácilmente se comprende, estos ensayos requieren mucho tiempo. Por regla general, en cada ensayo se invirtió un plazo superior a dos meses.

El fallo de las piezas se produjo siempre por agotamiento del hormigón en compresión. Al ir aumentando la carga, el equilibrio de la sección exige que su brazo mecánico aumente también, lo cual se logra a costa de una elevación de la fibra neutra de tensiones. Al elevarse la fibra neutra, el volumen de hormigón comprimido se hace cada vez menor, y llega un momento en que las cargas unitarias de este hormigón son tan grandes que el material, incapaz de resistirlas, salta, después de haberse formado las clásicas fisuras horizontales de compresión (figs. 25, 26, 27, 28 y 29). En ningún caso la rotura de la pieza se produjo por agotamiento de la armadura. Únicamente, y como ya se ha indicado, en la viga D-2, al producirse la rotura, y casi simultáneamente con el desprendimiento de trozos de hormigón de la cabeza comprimida, agotada, empezaron a saltar los alambres de la armadura de pretensado, partiéndose en la misma sección en que se produjo el aplastamiento del hormigón. Se llegaron a romper hasta nueve de los doce alambres que constituían la armadura. Debe recordarse que la deformación de esta viga fue excepcional, llegándose a alcanzar los 83,5 cm de flecha en la sección central.

Como lógicamente se comprende, esta serie de ensayos no puede considerarse como una investigación de tipo cuantitativo. Dado el escaso número de vigas ensayadas, los resultados obtenidos no tienen la garantía necesaria para establecer sobre ellos unas bases numéricas precisas. Lo único que se ha pretendido es conocer el orden de importancia de la influencia ejercida por los distintos fenómenos y poder así fijar las direcciones en que deben realizarse experiencias más amplias para dejar perfectamente claros aquellos puntos que se consideren de mayor interés.

Para que los resultados obtenidos fuesen realmente representativos, sería preciso repetir, por lo menos, seis veces cada uno de los diferentes tipos de viga ensayados. Sin embargo, no se estimó lógico comenzar directamente por una tan amplia serie de ensayos. Cabe esperar que después de realizada esta primera serie, a base de una decena de vigas solamente, puedan suprimirse cierto tipo de piezas y concentrar la experimentación en el estudio de aquellas variables que, de un modo más directo y fundamental, parecen intervenir en el comportamiento resistente del elemento.

Una vez estudiado el comportamiento de las piezas de sección rectangular, convendría también ensayar piezas de sección en T. Los resultados obtenidos en las experiencias sobre elementos de sección rectangular, harán posible, seguramente, que las variables que interese estudiar en las vigas en T sean pocas, con lo cual se simplificará, notablemente, el plan de ensayos a realizar.

Finalmente, y para terminar este conjunto de experiencias, será conveniente desarrollar una nueva serie de ensayos para estudiar el comportamiento de las piezas de hormigón pretensado sometidas a fuertes esfuerzos cortantes en las secciones de momentos flectores máximos. Este tema, por otra parte, no es de fácil resolución teórica dada la gran influencia que, sobre el resultado final, ejerce la ley de tensiones-deformaciones adoptada.

(1) Debe hacer notar la extraordinaria flecha (83,5 cm, más del doble del canto) alcanzada, antes de llegar a la rotura, por esta viga (figs. 22, 23 y 24). Tan enorme deformación ha sido la causa de que, por primera vez, al partirse la viga, y en la misma sección de rotura, hayan saltado nueve de los doce alambres que constituían la armadura de pretensado.

# **Comparación entre los resultados deducidos mediante el cálculo y los obtenidos experimentalmente**

## **1. Momentos de rotura obtenidos experimentalmente**

Partiendo de los esquemas de cargas correspondientes a cada una de las vigas ensayadas, indicados anteriormente, los momentos de rotura obtenidos experimentalmente resultan ser los siguientes:

Sección de la viga:

$$0,40 \times 0,21 = 0,084 \text{ m}^2$$

Peso de la viga por metro lineal:

$$84 \times 2,4 = 201,6 \text{ kg/m.l}$$

Momento, por peso propio, en la sección central:

$$\frac{1}{8} 0,2016 \times 12,8^2 = 4,129 \text{ m.t}$$

Sumando a este momento, común para todas las vigas, el producido por las cargas en cada caso, se obtiene:

*Viga B-1:*

El esquema de cargas es el indicado en la figura 18.

En el momento de la rotura se registró  $P = 1,6t$ .

El momento producido en la sección central por las cuatro cargas  $P$  vale:

$$M = 2P \times 6,4 - P \times 4,8 - P \times 1,6 = 6,4P$$

Como  $P = 1,6t$ , el momento flector total, en la sección central, en el instante de la rotura, es:

$$M_{rot} = 4,129 + 6,4 \times 1,6 = 4,129 + 10,24 = 14,369 \text{ m.t}$$

*Viga B-2:*

El esquema de cargas es el indicado en la figura 19.

En el momento de la rotura se registró  $P = 0,983t$ .

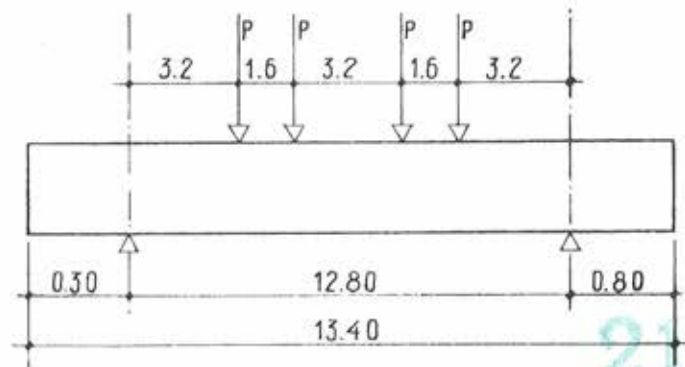
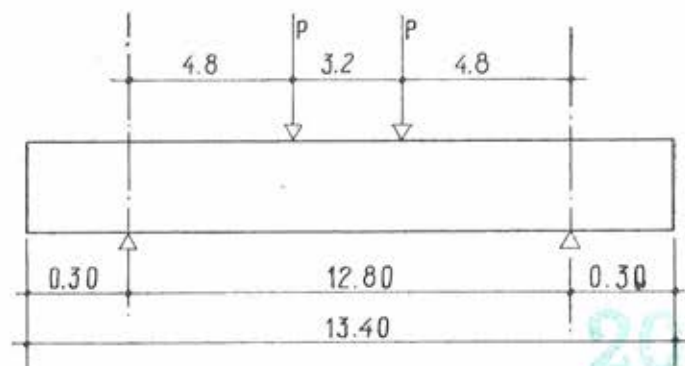
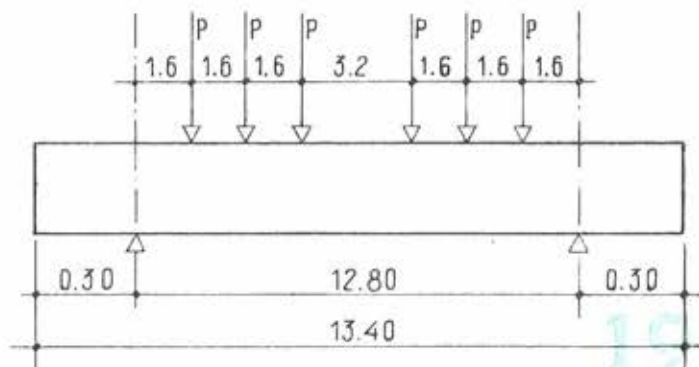
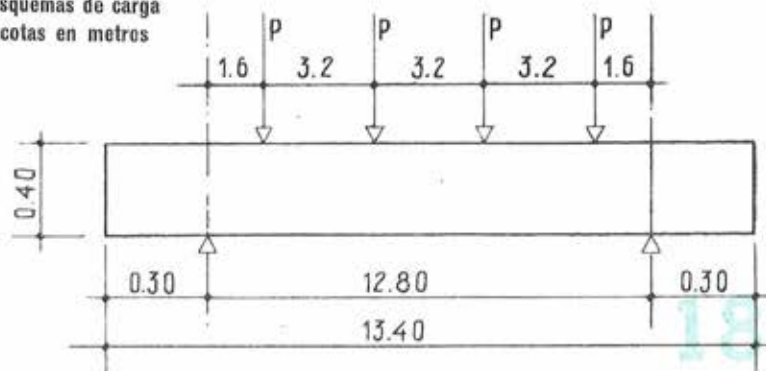
El momento flector producido en la sección central por las seis cargas  $P$  vale:

$$M = 3P \times 6,4 - 4,8P - 3,2P - 1,6P = 19,2P - 9,6P = 9,6P$$

Como  $P = 0,983t$ , el momento flector total, en la sección central, en el instante de la rotura es:

$$M_{rot} = 4,129 + 9,6 \times 0,983 = 4,129 + 9,437 = 13,566 \text{ m.t}$$

Esquemas de carga  
cotas en metros





*Viga B-3:*

El esquema de cargas es el mismo de la viga anterior (fig. 19) y, por lo tanto, el momento flector producido, en la sección central, por las seis cargas  $P$  vale:  $9,6 P$ .

Como en el momento de la rotura se registró  $P = 1,083t$ , el momento flector total, en la sección central en el instante de la rotura es:

$$M_{rot} = 4,129 + 9,6 \times 1,083 = 4,129 + 10,397 = 14,526 \text{ m.t}$$

*Viga B-4:*

El esquema de cargas es el mismo de la viga anterior (fig. 19) y, por lo tanto, el momento flector producido, en la sección central, por las seis cargas  $P$  vale:  $9,6 P$ .

Como en la rotura se registró  $P = 0,783t$ , el momento flector total, en la sección central, en el instante de la rotura es:

$$M_{rot} = 4,129 + 9,6 \times 0,783 = 4,129 + 7,517 = 11,646 \text{ m.t}$$

*Viga B-4 bis:*

El esquema de cargas es el mismo de la viga anterior (fig. 19) y, por lo tanto, el momento flector producido, en la sección central, por las seis cargas  $P$  vale:  $9,6 P$ .

Como en la rotura se registró  $P = 0,883t$ , el momento flector total, en la sección central, en el instante de la rotura es:

$$M_{rot} = 4,129 + 9,6 \times 0,883 = 4,129 + 8,477 = 12,606 \text{ m.t}$$

*Viga C-1:*

El esquema de cargas es el mismo de la viga anterior (fig. 19) y, por lo tanto, el momento flector producido, en la sección central, por las seis cargas  $P$  vale:  $9,6 P$ .

Como en la rotura se registró  $P = 1,695t$ , el momento flector total, en la sección central, en el instante de la rotura es:

$$M_{rot} = 4,129 + 9,6 \times 1,695 = 4,129 + 16,272 = 20,401 \text{ m.t}$$

*Viga C-2:*

El esquema de cargas es el mismo de la viga anterior (fig. 19) y, por lo tanto, el momento flector producido en la sección central por las seis cargas  $P$  vale:  $9,6 P$ .

Como en la rotura se registró  $P = 1,408t$ , el momento flector total, en la sección central, en el instante de la rotura es:

$$M_{rot} = 4,129 + 9,6 \times 1,408 = 4,129 + 13,517 = 17,646 \text{ m.t}$$

*Viga C-3:*

El esquema de cargas es el mismo de la viga anterior (fig. 19) y, por lo tanto, el momento flector producido en la sección central por las seis cargas  $P$  vale:  $9,6 P$ .

Como en la rotura se registró  $P = 1,595t$ , el momento flector total, en la sección central, en el instante de la rotura es:

$$M_{rot} = 4,129 + 9,6 \times 1,595 = 4,129 + 15,312 = 19,441 \text{ m.t}$$

*Viga C-4:*

El esquema de cargas es el indicado en la figura 21.

En el momento de la rotura, se registró  $P = 1,486t$ .

El momento flector producido, en la sección central, por las cuatro cargas  $P$  vale:

$$M = 2P \times 6,4 - P \times 3,2 - P \times 1,6 = 8P$$

Como  $P = 1,486t$ , el momento flector total en la sección central, en el instante de la rotura es:

$$M_{rot} = 4,129 + 8 \times 1,486 = 4,129 + 11,888 = 16,017 \text{ m.t}$$

### Viga D-1:

El esquema de cargas es el indicado en la figura 19 y, por lo tanto, como ya se ha visto antes, el momento flector producido, en la sección central, por las seis cargas  $P$ , vale:  $9,6P$ .

Como en la rotura se registró  $P = 0,583t$ , el momento flector total, en la sección central, en el instante de la rotura es:

$$M_{rot} = 4,129 + 9,6 \times 0,583 = 4,129 + 5,597 = 9,726 \text{ m.t.}$$

### Viga D-2:

El esquema de cargas es el indicado en la figura 20.

En el momento de la rotura se registró  $P = 1,395t$ .

El momento flector producido, en la sección central, por las dos cargas  $P$  vale:

$$M = P \times 6,4 - P \times 1,6 = 4,8P.$$

Como  $P = 1,395$ , el momento flector total, en la sección central, en el instante de la rotura es:

$$M_{rot} = 4,129 + 4,8 \times 1,395 = 4,129 + 6,696 = 10,825 \text{ m.t.}$$

## 2. Momentos de rotura deducidos mediante el cálculo

Partiendo de los datos correspondientes a las características mecánicas de los diversos materiales empleados en la fabricación de cada una de las once vigas que constituyen la serie de los ensayos fundamentales, y siguiendo el método de cálculo que ha sido propuesto en el trabajo "Bases pour le calcul des sections en rupture", presentado por A. Páez, Ingeniero de Caminos, al Primer Congreso Internacional de la F. I. P., celebrado en Londres, en 1953, método en el cual se admite una distribución parabólica de tensiones en rotura, se han deducido, adoptando distintos valores para la tensión final de agotamiento de las armaduras, los momentos flectores de agotamiento que se indican en los cuadros que a continuación se incluyen. En dichos cuadros se señalan también los errores obtenidos con relación a los resultados experimentales.

El significado de los símbolos utilizados en los cuadros es el siguiente:

$\sigma_i$  = Tensión inicial introducida en los alambres que constituyen la armadura de pretensado.

$\sigma_f$  = Tensión teórica de agotamiento de dichos alambres.

$\sigma_r$  = Tensión de rotura de los alambres, deducida del primer ensayo auxiliar.

$\sigma_t$  = Tensión teórica de agotamiento de los redondos ordinarios.

$\sigma_e$  = Límite elástico de los redondos ordinarios utilizados, deducido del ensayo auxiliar segundo o tercero, según la pieza de que se trate.

$M_a$  = Momento de agotamiento, deducido mediante el cálculo, en m.t.

$\epsilon$  = Tanto por ciento de error del resultado teórico respecto al experimental.

Viga	Para $\sigma_f = 0,85 \sigma_r$		$\epsilon$	Para $\sigma_f = 0,90 \sigma_r$		$\epsilon$
	$M_a$			$M_a$		
B-1	14,045		- 2,25	14,535		+ 1,15
B-2	13,896		+ 2,43	14,575		+ 7,44
B-3	14,285		- 1,66	15,058		+ 3,66
D-1	9,745		+ 0,19	10,202		+ 4,89
D-2	9,794		- 9,52	10,367		- 4,23

Viga	Para $\sigma_f = 0,85 \sigma_i$		$\epsilon$	Para $\sigma_f = 0,90 \sigma_i$		$\epsilon$	$\epsilon$
	$M_a$			$M_a$			
B-4	10,150		- 12,85	10,856		- 6,78	+ 2,32
B-4 bis	10,454		- 17,07	10,824		- 14,14	- 4,60



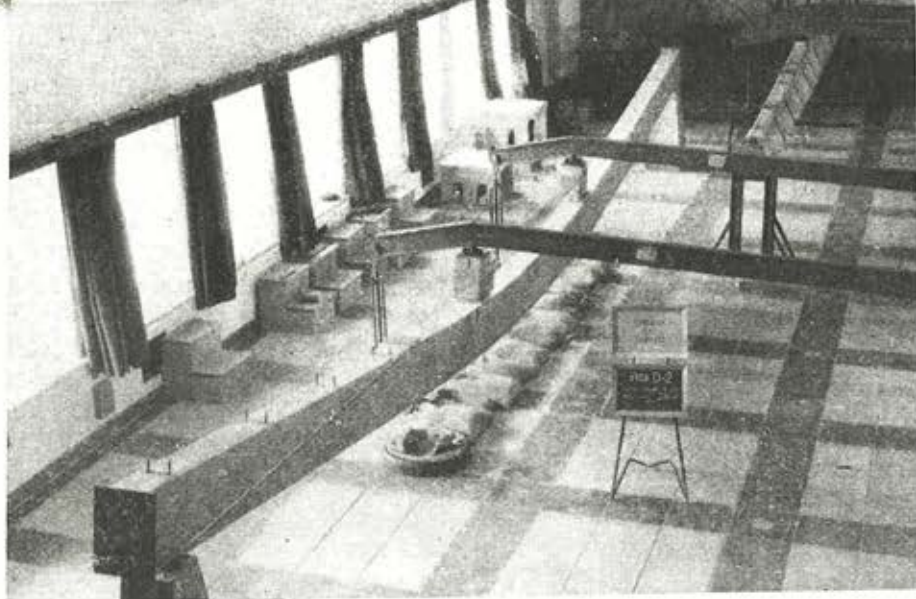
Viga	Tomando		Tomando		Tomando		Tomando	
	$\sigma_f = 0,85 \sigma_r$ $\sigma_l = \sigma_e$ $M_a$	$\varepsilon$	$\sigma_f = 0,85 \sigma_r$ $\sigma_l = 1,1 \sigma_e$ $M_a$	$\varepsilon$	$\sigma_f = 0,9 \sigma_r$ $\sigma_l = \sigma_e$ $M_a$	$\varepsilon$	$\sigma_f = 0,9 \sigma_r$ $\sigma_l = 1,1 \sigma_e$ $M_a$	$\varepsilon$
C-1	18,062	— 11,46	18,518	— 9,23	18,792	— 7,89	19,248	— 5,65
C-2	14,407	— 18,35	14,407	— 18,35	15,224	— 13,72	15,258	— 13,53
C-3	18,335	— 5,69	18,685	— 3,89	19,281	— 0,82	19,517	+ 0,39
C-4	14,391	— 10,15	14,371	— 10,28	15,171	— 5,28	15,174	— 5,26

Si, en lugar de adoptar el diagrama parabólico para la distribución de tensiones en agotamiento, se adopta un diagrama rectangular, los valores de los momentos flectores que se deducen mediante el cálculo son los que se indican en los cuadros que a continuación se incluyen. La notación empleada en los mismos, sigue siendo igual a la anteriormente mencionada.

Viga	Para $\sigma_f = 0,85 \sigma$		Para $\sigma_f = 0,90 \sigma_r$	
	$M_a$	$\varepsilon$	$M_a$	$\varepsilon$
B-1	14,176	— 1,34	14,915	+ 3,80
B-2	14,052	+ 3,58	14,776	+ 8,92
B-3	14,408	— 0,81	15,175	+ 4,54
D-1	9,760	+ 0,35	10,290	+ 5,80
D-2	9,897	— 8,57	10,444	— 3,52

Viga	Para $\sigma_f = 0,85 \sigma_l$		Para $\sigma_f = 0,90 \sigma_l$		Para $\sigma_f = \sigma_l$	
	$M_a$	$\varepsilon$	$M_a$	$\varepsilon$	$M_a$	$\varepsilon$
B-4	10,358	— 11,06	10,923	— 6,21	12,042	+ 3,40
B-4 bis	10,556	— 16,26	10,960	— 13,06	12,087	— 4,12

Viga	Tomando		Tomando		Tomando		Tomando	
	$\sigma_f = 0,85 \sigma_r$ $\sigma_l = \sigma_e$ $M_a$	$\varepsilon$	$\sigma_f = 0,85 \sigma_r$ $\sigma_l = 1,1 \sigma_e$ $M_a$	$\varepsilon$	$\sigma_f = 0,90 \sigma_r$ $\sigma_l = \sigma_e$ $M_a$	$\varepsilon$	$\sigma_f = 0,90 \sigma_r$ $\sigma_l = 1,1 \sigma_e$ $M_a$	$\varepsilon$
C-1	18,787	— 7,91	18,705	— 8,31	19,175	— 5,01	19,566	— 4,09
C-2	14,478	— 17,95	14,465	— 18,03	15,304	— 13,27	15,299	— 13,30
C-3	18,417	— 5,27	18,821	— 3,19	19,202	— 1,23	19,406	— 0,18
C-4	14,411	— 10,03	14,407	— 10,02	15,222	— 4,90	15,012	— 6,27



22

## Conclusiones

1. Primeramente, debe señalarse que, en diez de las once vigas ensayadas, la rotura se produjo, no en la zona de momento máximo, sino en una sección en la que, siendo el momento muy próximo al máximo, actuaba, además, un esfuerzo cortante considerable. (Sección situada en las proximidades de una de las cargas más centrales, pero por fuera de ella.)

2. Tensiones teóricas de agotamiento de las armaduras, que deben adoptarse.— Del estudio de los cuadros que anteriormente se incluyen, se deduce que las tensiones de agotamiento de las armaduras de pretensado que deben adoptarse para el cálculo, son las siguientes:

Cuando  $\sigma_i < 60 \% \sigma_r \dots \sigma_f = 0,85 \sigma_r$

Cuando  $\sigma_i > 60 \% \sigma_r \dots \sigma_f = 0,90 \sigma_r$

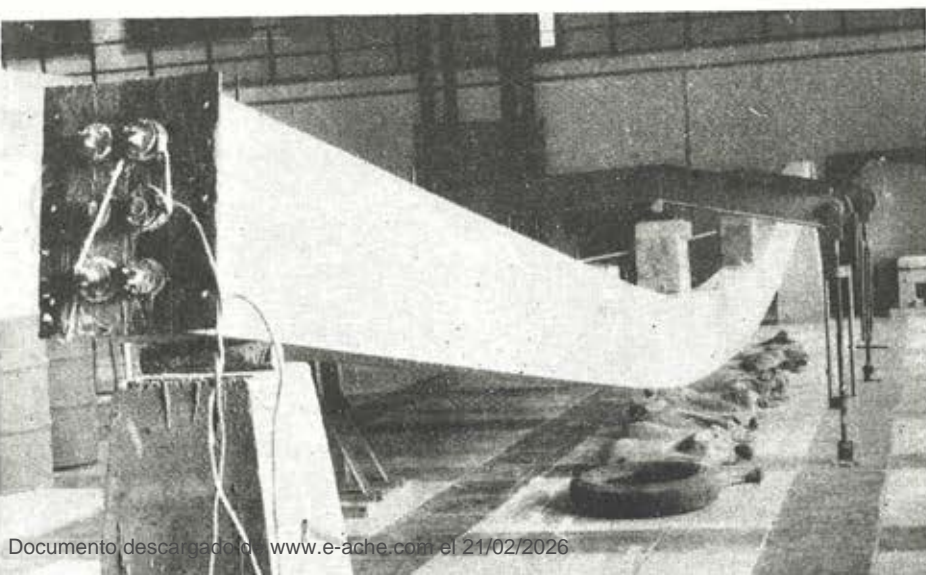
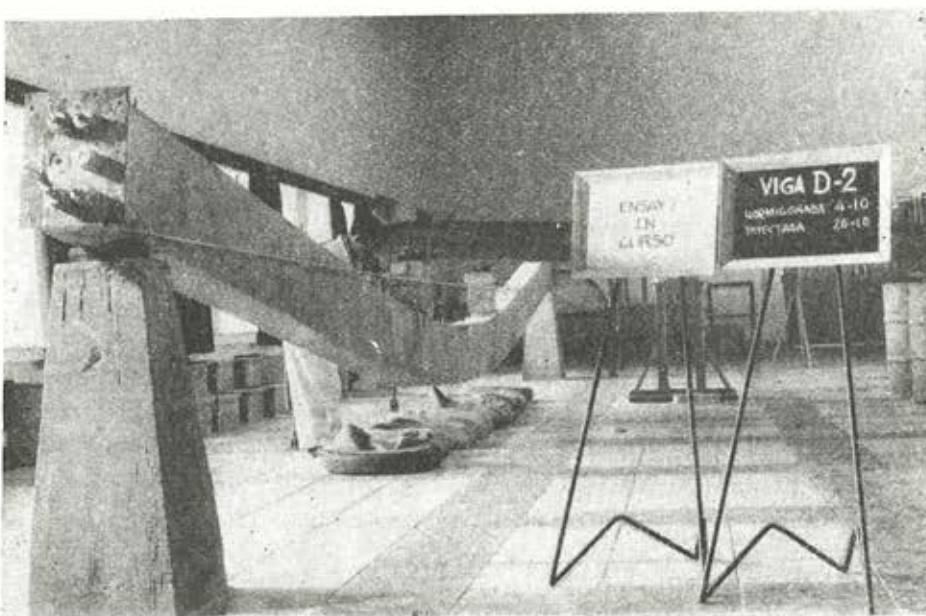
Estos valores son aplicables tanto cuando se adopta para el diagrama de distribución de tensiones una forma parabólica, como si se le atribuye una forma rectangular, siempre y cuando los alambres que constituyen la armadura de pretensado se alojen en conductos en los cuales, una vez realizado el teso, se inyecte lechada de cemento.

23

En el caso en que no se realice la inyección en los conductos de alojamiento de las armaduras de pretensado, la tensión de agotamiento que debe tomarse para estas armaduras debe ser igual a la inicialmente introducida en las mismas al realizar el teso.

En el cálculo de elementos que, además de la armadura tesa lleven otra constituida por redondos de acero ordinario sin tesar, debe adoptarse, para la tensión de agotamiento de estas armaduras, un valor igual al 1,1 del

24





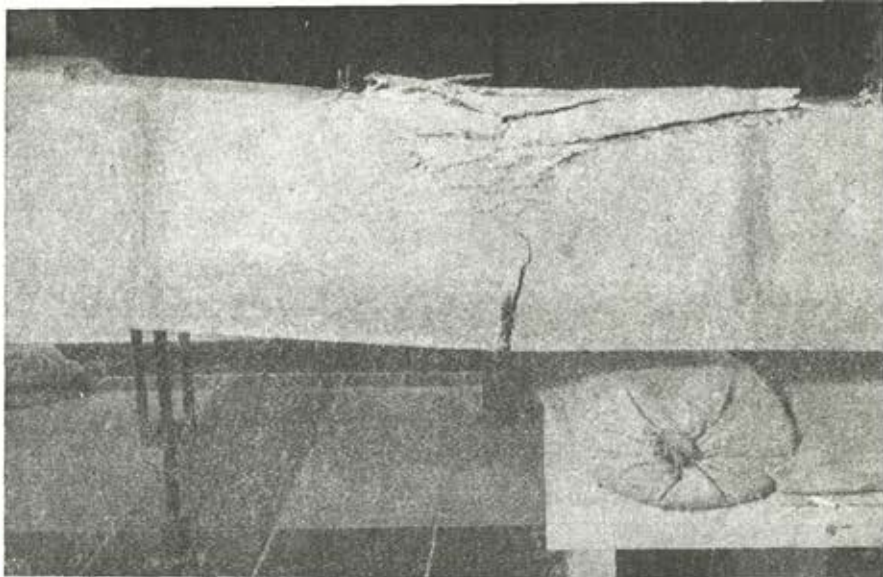
deducido experimentalmente para su límite elástico, tomándose como tal la tensión que produce un alargamiento remanente igual al 0,2 % de la longitud de la probeta ensayada.

Debe hacerse notar que en este caso de armaduras dobles (unas tesas y otras sin tesar), aunque se tomen los valores de las tensiones de agotamiento anteriormente indicadas, los momentos de rotura obtenidos experimentalmente son superiores a los deducidos mediante el cálculo. Este aumento de resistencia parece que debe atribuirse al efecto de zunchado ejercido sobre el hormigón por los cercos adicionales con que, en general, se arman los elementos de este tipo para sujetar los redondos de acero ordinario.

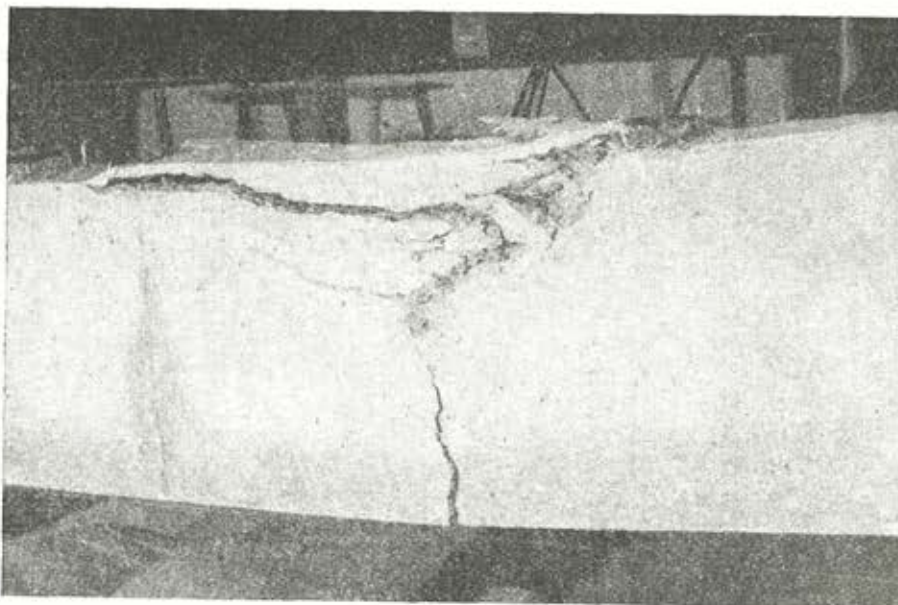
Finalmente, se observa que, en el caso de cuantías pequeñas de armadura de pretensado (vigas de la serie D en las cuales la cuantía es de 0,25 % en lugar de 0,40 % como en las otras vigas), debería tomarse, como tensión de agotamiento, un valor superior al adoptado cuando se utilizan mayores cuantías, para tener en cuenta la sobre-tensión que se produce en el acero a consecuencia de las grandes deformaciones que experimenta debido, sin duda, a la elevada posición a que se sitúa la fibra neutra de la sección.

A continuación se incluye un cuadro en el que se comparan los resultados obtenidos experimentalmente con los deducidos mediante el cálculo, adoptando, para la distribución de tensiones, diagrama parabólico y diagrama rectangular y tomando, como tensiones teóricas de agotamiento de las armaduras, los valores que anteriormente se recomiendan. De la observación de dicho cuadro se deduce que, en todos los casos, los errores que resultan son perfectamente admisibles.

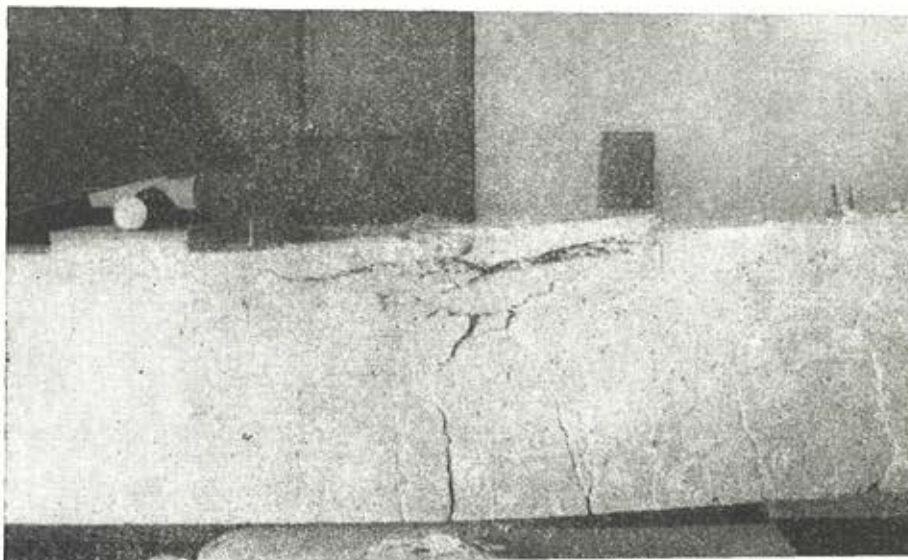
25



26



27



# ESTUDIO COMPARATIVO DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN EL «PRETENSAYO»

VIGA	Resultados experimentales	Valor de $\sigma$ adoptado	Diagrama parabólico	% de error respecto experimental	Diagrama rectangular	% de error respecto experimental	OBSERVACIONES
B-1	14,369	$\sigma_f = 0,85 \sigma_r$	14,045	— 2,25	14,176	— 1,34	$\sigma_i < 60\% \sigma_r$
B-2	13,566	$\sigma_f = 0,85 \sigma_r$	13,896	+ 2,43	14,052	+ 3,58	$\sigma_i < 60\% \sigma_r$
B-3	14,526	$\sigma_f = 0,90 \sigma_r$	15,058	+ 3,66	15,175	+ 4,54	$\sigma_i > 60\% \sigma_r$
B-4	11,646	$\sigma_f = \sigma_i$	11,916	+ 2,32	12,042	+ 3,40	Sin inyección.
B-4 bis	12,606	$\sigma_f = \sigma_i$	12,026	— 4,60	12,087	— 4,12	Sin inyección.
C-1	20,401	$\sigma_f = 0,90 \sigma_r$ $\sigma_i = 1,10 \sigma_e$	19,248	— 5,65	19,566	— 4,09	Arm. ord. en tracción. $\sigma_i > 60\% \sigma_r$
C-2	17,646	$\sigma_f = 0,90 \sigma_r$ $\sigma_i = 1,10 \sigma_e$	15,258	— 13,53	15,299	— 13,30	Arm. ord. en compresión. $\sigma_i > 60\% \sigma_r$
C-3	19,441	$\sigma_f = 0,90 \sigma_r$ $\sigma_i = 1,10 \sigma_e$	19,517	+ 0,39	19,406	— 0,18	Arm. ord. doble. $\sigma_i > 60\% \sigma_r$
C-4	16,017	$\sigma_f = 0,90 \sigma_r$ $\sigma_i = 1,10 \sigma_e$	15,174	— 5,26	15,012	— 6,27	Arm. ord. en compresión. $\sigma_i > 60\% \sigma_r$
D-1	9,726	$\sigma_f = 0,90 \sigma_r$	10,202	+ 4,89	10,290	+ 5,80	$\sigma_i > 60\% \sigma_r$
D-2	10,825	$\sigma_f = 0,90 \sigma_r$	10,367	— 4,23	10,444	— 3,52	$\sigma_i > 60\% \sigma_r$

$\sigma_i$  = Tensión inicial introducida en los alambres.

$\sigma_f$  = Tensión teórica de agotamiento de los alambres.

$\sigma_r$  = Tensión de rotura de los alambres.

$\sigma_i$  = Tensión teórica de agotamiento de los redondos ordinarios.

$\sigma_e$  = Límite elástico obtenido en el ensayo de los redondos ordinarios.



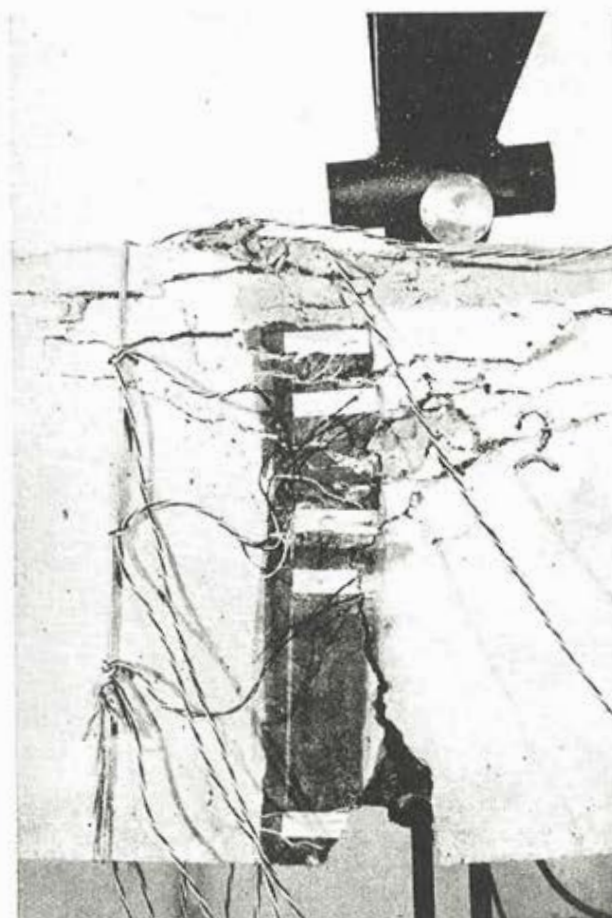


**28**

**29**

**Vigas de hormigón pretensado ensayadas  
a flexión.**

**Estado final de la cabeza de compresión.**



## **vigas normalizadas, de hormigón pretensado, para puentes**

(Tomado de un artículo anónimo publicado en el número de octubre de 1960 de la revista «Cement, Lime and Gravel».)

### **S I N O P S I S**

El hormigón es el material más utilizado en Inglaterra para la construcción de puentes. Por esta causa se comprendió, en seguida, que las ventajas económicas que se obtendrían normalizando los tipos de puentes de hormigón podrían ser muy grandes.

Basándose en este criterio, el «Prestressed Concrete Development Group», en colaboración con el Ministerio de Transportes británico, ha proyectado la construcción de un tipo normalizado de puente en el que se utilizan vigas prefabricadas, de hormigón pretensado, con armaduras pretensas.

Mediante el empleo de estas vigas, cuyo uso ha sido recomendado por dicho Ministerio a las autoridades locales y a los ingenieros que se dedican al proyecto de puentes, se consigue economizar mucho tiempo en los cálculos, gracias al empleo de tablas y modelos de proyectos, adecuadamente preparados al efecto. Pero quizás tenga más importancia aún el hecho de que unas cuarenta y cinco empresas británicas de elementos prefabricados, distribuidas por todo el país, hayan incluido en sus programas de fabricación estos tipos de vigas, con lo que queda asegurado su rápido y fácil suministro y establecida la necesaria competencia entre las diversas firmas productoras. Por otra parte, el propio contratista encargado de la construcción del puente puede también fabricarse las vigas que, en cada caso, necesite, con arreglo al modelo normalizado.

Como, normalmente, la mayor parte de los puentes que se construyen en Inglaterra son de luces relativamente cortas o pueden dividirse, económicamente, en una serie de tramos de pequeña longitud, los tipos de vigas que, en este primer intento, han sido normalizados corresponden solamente a tramos comprendidos entre los 7,5 y 16,5 m de luz. Actualmente se discute la conveniencia de ampliar estos estudios para el proyecto de tramos de mayor longitud.

Esta normalización de los métodos constructivos no implica, en modo alguno, que los puentes vayan a perder su individualidad, ya que se deja en amplia libertad para poder darles un acabado arquitectónico ampliamente variable, tanto a los bordes del tablero como a las pilas y estribos.

La colección de proyectos ha sido elaborada, como ya se ha dicho, con la colaboración y aprobación del Ministerio de Transportes, y los cálculos se han basado en la experiencia y en una gran serie de ensayos desarrollados al efecto por la «Cement and Concrete Association's Research and Development Division», en Wexham Springs.



## Introducción

Una de las características más destacadas de la construcción de puentes en Inglaterra en esta post-guerra, ha sido el empleo, cada día creciente, del hormigón pretensado. Las principales razones que han motivado este hecho han sido las importantes economías y los pequeños cantos que con este tipo de estructura se pueden conseguir.

La experiencia ha demostrado que para luces de unos quince metros, aproximadamente, los tableros tipo losa son, en general, la solución más económica. Y uno de los métodos más sencillos para construir este tipo de puentes consiste en emplear vigas en T invertida, prefabricadas, de hormigón pretensado con armaduras pretesas, completadas, una vez puestas en obra, rellenando los espacios entre nervios y formando una pequeña losa superior mediante hormigón vertido "in situ".

Con el objeto de reducir el coste de los moldes necesarios para la fabricación de estas vigas y, en general, el de construcción del puente, el "Prestressed Concrete Development Group" propuso normalizar sus secciones, con arreglo a los detalles que más adelante se indican.

Debe hacerse notar que, con el fin de evitar restricciones a la libertad del proyectista en la expresión de sus ideas estéticas, los elementos se han normalizado de forma que es posible adoptar una gran variedad de soluciones para el adecuado tratamiento de los paramentos vistos de las vigas de borde del tablero.

## Secciones de las vigas normalizadas

Durante los últimos diez años se han construido numerosos puentes para carreteras, en hormigón pretensado, y esta técnica se encuentra en la actualidad perfectamente desarrollada y es de universal aceptación. Cuando un ingeniero prepara su proyecto elige para las vigas la sección que considera más adecuada para la resolución de su problema particular y, por consiguiente, se viene utilizando una enorme variedad de secciones distintas, cada una de las cuales exige el empleo de un tipo especial de molde o de encofrado en obra. Algunas empresas dedicadas a la prefabricación de elementos de hormigón pretensado intentaron, en varias ocasiones, la normalización general de las secciones de vigas, pero sus intentos no tuvieron éxito, pues se estimó que con ello se reduciría, en determinadas circunstancias, la competencia en las subastas de las obras sacadas a concurso por la Administración y podrían surgir conflictos cuando los requisitos exigidos por las autoridades locales o el Ministerio de Transportes, para la realización de una obra determinada, no se ajustasen a las características de los tipos normalizados.

El "Prestressed Concrete Development Group" se ha venido dedicando, en estos últimos tiempos, al estudio de las ventajas que reportaría una normalización parcial de las secciones de las vigas adecuadas para la construcción de tramos de hasta 16,5 m de luz, con lo cual quedarían cubiertas las necesidades para la mayor parte de los puentes de carretera que en la actualidad se construyen en Inglaterra. Para estas luces, las vigas pretensadas con armaduras pretesas, de sección en T invertida, colocadas unas al lado de las otras y completadas con el hormigonado "in situ" de los huecos entre nervios y de una pequeña losa superior, constituyen una solución constructiva muy económica, por lo que ha alcanzado una gran popularidad en todo el país.

De dichos estudios se dedujo la conclusión de que si se conseguía normalizar unas cuantas secciones con las características adecuadas para que fuesen aceptadas, tanto por el Ministerio de Transportes como por las autoridades locales y los fabricantes, se podrían obtener, con su uso, importantes economías. De esta forma, además, la competencia quedaría asegurada, ya que, como cualquier fabricante podría contar con los moldes necesarios para construirlas, las ofertas en el mercado seguirían siendo muy numerosas. Y por otra parte, cualquier contratista competente estaría también en condiciones de poderlas fabricar, por sí mismo, en la propia obra, si lo estimaba conveniente.

En vista de ello, se propusieron inicialmente dos tipos de vigas adecuadas para su empleo en el campo de luces comprendidas entre los 7,5 y los 16,5 m. Las secciones de estas vigas son las que se indican en la figura 1. Ambas tienen las cabezas superior e inferior de la misma forma y la misma anchura de alma. Lo único que varía es la altura del nervio y del ala superior y, por consiguiente, el canto total de la pieza. El tipo 1, que es el más pequeño, se utiliza para luces variables entre 7,5 y 10,5 m, y para los tramos de 10,5 a 16,5 m se usa el tipo 2, modificando el espesor del ala superior. De esta forma se pueden normalizar los costeros de los moldes, para la totalidad de las luces previstas, haciéndolos adaptables a las dos alturas distintas de nervio. El espesor adecuado de la cabeza superior se consigue enrasando el hormigón a diferentes niveles dentro del molde normalizado.

Todas estas secciones han sido calculadas para que sean capaces de soportar, además de su peso propio, el del hormigón que se vierte "in situ" y el de las cargas accidentales, que se prevé puedan actuar durante la construcción. En cambio, para soportar las solicitaciones originadas por la sobrecarga de servicio se cuenta con la acción monolítica de todo el tablero, es decir, con la resistencia conjunta de las vigas más la del hormigón vertido "in situ". El espesor mínimo de la capa de este hormigón por encima de las vigas es de 7,5 cm, debiendo determinarse exactamente, en cada caso, de acuerdo con lo que exige el cálculo.



Las principales características de las piezas normalizadas son las siguientes:

1.º El ancho máximo de las vigas es de 49,53 cm (19 1/2 in), con lo que cada tres vigas, colocadas dejando una junta de 1,27 cm (1/2 in) entre piezas, proporcionan un ancho de tablero de 152,4 cm (5 ft).

2.º La anchura del nervio es de 10 cm (4 in).

3.º Para luces comprendidas entre 10,5 y 16,5 m las variaciones de canto se consiguen, exclusivamente, modificando el espesor de la cabeza superior de la pieza.

4.º Por el contrario, para pasar a luces variables entre 7,5 y 10,5 m el canto necesario se obtiene disminuyendo la altura del nervio.

5.º La sección transversal de la cabeza inferior de la viga es constante y su acuerdo con el nervio se hace a través de una faja de 5 cm (2 in) de espesor. En esta faja se dispone el orificio necesario para el paso de la armadura transversal. Cuando el esviaje del puente lo exige, dicho orificio puede no ser perpendicular al eje longitudinal de la viga.

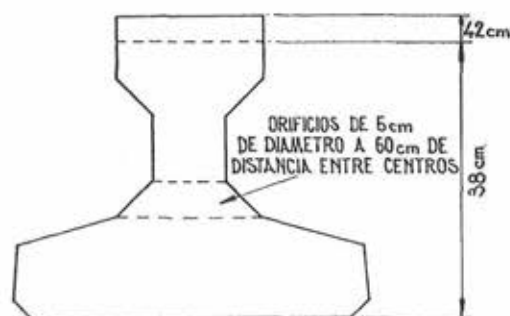
6.º Estos orificios han sido proyectados para alojar una armadura transversal equivalente a 10,6 cm<sup>2</sup>/ml (0,5 in<sup>2</sup>/ft l). Tienen un diámetro de 5 cm y van colocados a 60 cm entre ejes. Su centro dista 16,5 cm del borde inferior de la sección transversal de la viga. Se recomienda evitar el empleo de orificios de mayor diámetro o situados a menores distancias entre ejes. La armadura transversal puede estar constituida por una sola barra o varias barras de menor diámetro cuya sección total sea equivalente.

En algunos casos puede resultar factible apuntalar las vigas mientras se hormigona la parte del tablero que se construye "in situ". Este procedimiento es capaz de proporcionar economías muy considerables. En los tramos de mayor longitud deberán colocarse puntales, no sólo en el punto medio, sino también en los puntos cuartos de la luz.

Cuando no sea posible utilizar puntales puede obtenerse también alguna economía hormigonando, primeramente, la parte de tablero construido "in situ", correspondiente al centro de la luz, y dejando que este hormigón endurezca antes de construir el resto del tablero. De esta manera se dispone ya de un trozo de placa monolítica capaz de absorber algunos de los esfuerzos creados por el resto del hormigonado "in situ".

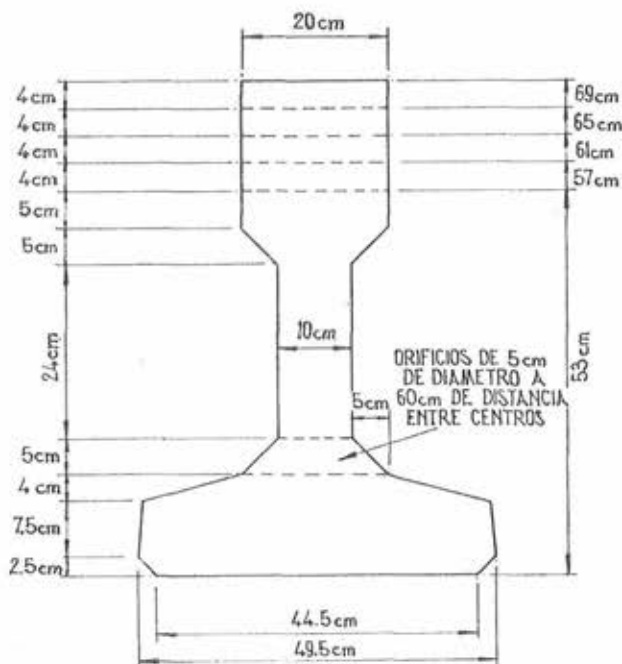
A continuación se indican las hipótesis de cálculo que han sido adoptadas, con la aprobación del Ministerio de Transportes, y las características resistentes de las diversas secciones. También se hace un resumen general de las diversas armaduras de pretensado recomendables para cada una de las distintas luces previstas. Para estas armaduras podrán utilizarse alambres de 5 ó 7 mm de diámetro, de acero de alta resistencia, o cables especiales para pretensado. En el citado resumen se ha supuesto que se empleaban únicamente alambres de 5 mm de diámetro; pero para las mayores luces, los alambres  $\phi$  7 y los cables resultan más recomendables, porque descongestionan la armadura al disminuir el número de alambres necesarios. En el caso de que se usen cables debe hacerse un estudio especial de sus condiciones de adherencia y de su comportamiento bajo carga máxima.

Debe hacerse notar también que las distintas secciones que con los moldes tipo pueden construirse se solapan unas a otras en lo que respecta a las luces para las cuales resultan utilizables. De esta forma, para cada longitud de tramo, el proyectista podrá elegir entre varias secciones distintas, con lo que queda asegurada la posibilidad de obtener, en cada caso, la solución que resulte más económica.



SECCIONES PREFABRICADAS I Y II

TIPO 1



SECCIONES PREFABRICADAS III, IV, V, VI Y VII

TIPO 2

Fig. 1.—Las secciones tipo



Aún cuando en el proyecto de un puente se adopten estas secciones de vigas normalizadas, el ingeniero deberá explicar, detalladamente, todo el proceso constructivo previsto e incluir los cálculos que justifiquen la idoneidad de la solución propuesta.

El "Prestressed Concrete Development Group" confía en que la difusión de estas recomendaciones habrá de conducir a sensibles economías en el coste de los puentes carreteros, de pequeña luz, construidos en hormigón pretensado.

## Hipótesis de cálculo

### Elementos prefabricados

Las tensiones en el momento de la transmisión del esfuerzo de pretensado al hormigón habrán de ser menores que los valores indicados a continuación:

a) En compresión: Menores que el más pequeño de los dos valores siguientes:  $u_t/2$  ó  $210 \text{ kg/cm}^2$  ( $u_t$  es la resistencia de hormigón, en probeta cúbica, en el momento en que se somete a la acción del esfuerzo de pretensado).

b) En tracción: Menores de  $10 \text{ kg/cm}^2$ .

Las tensiones del hormigón bajo las cargas de servicio serán inferiores a los valores que a continuación se indican:

a) En compresión: Inferiores a  $u_w/3$ , siendo  $u_w$  la resistencia del hormigón en probeta cúbica, a los veintiocho días.

b) En tracción: Cero.

La tensión inicial de las armaduras habrá de ser inferior al 70 % de la resistencia máxima en tracción de los alambres o de la carga máxima de tracción de los cables.

Las pérdidas totales de esfuerzos de pretensado podrá suponerse que son iguales al 25 % de la tensión inicial, admitiéndose que el 5 % de estas pérdidas se producen inmediatamente, como consecuencia del acortamiento elástico de la pieza.

El recubrimiento mínimo tanto de la armadura ordinaria como de la especial de pretensado será de 3 cm contados desde la superficie de la pieza que queda expuesta a la intemperie, es decir, desde el borde inferior de la sección transversal de la viga.

El 25 % de pérdidas anteriormente indicado debe tomarse, únicamente, como una primera aproximación para simplificar los cálculos, pero se recomienda que, en cada caso, las pérdidas efectivas en el esfuerzo de pretensado se calculen de conformidad con lo prescrito en las Normas oficiales para el hormigón pretensado.

### Hormigón vertido "in situ"

La resistencia mínima de este hormigón, en probeta cúbica, a los veintiocho días, habrá de ser igual a  $420 \text{ kg/cm}^2$ .

Las tensiones bajo las cargas de servicio serán inferiores a los valores que a continuación se indican:

En compresión:  $140 \text{ kg/cm}^2$ .

En tracción:

a) Cuando la hipótesis más desfavorable corresponda a la acción de las sobrecargas excepcionales, las cuales, lógicamente, actuarán con poca frecuencia:  $47 \text{ kg/cm}^2$ .

b) Bajo la acción de las sobrecargas normales:  $42 \text{ kg/cm}^2$ .

La citada tensión de  $47 \text{ kg/cm}^2$  es la indicada en la Norma CP115 para sobrecargas máximas que sólo se producen en excepcionales circunstancias. La de  $140 \text{ kg/cm}^2$  ha sido adoptada como valor adecuado intermedio entre los indicados en dichas Normas para los casos en que la sobrecarga máxima prevista se produce frecuentemente o se presenta sólo en raras ocasiones.

Para ello se ha considerado que cuando el momento originado sobre un tablero de puente por la sobrecarga normal es superior al que producen las sobrecargas excepcionales, es razonable suponer que la carga máxima tiene entonces un carácter semejante al de los esfuerzos que sólo se presentan en contadas ocasiones, a lo largo de la vida de servicio de la estructura.

Como, prácticamente, el hormigón vertido "in situ" y el de las piezas prefabricadas son de la misma calidad, puede admitirse que entre sus módulos de elasticidad no existe diferencia apreciable y, de esta forma, no es necesario tener en cuenta en los cálculos las diferencias de retracción. Esta hipótesis, según ha podido comprobarse en una serie de ensayos recientemente realizados, conduce a resultados que concuerdan perfectamente con los obtenidos en la práctica.

Por último, para las armaduras ordinarias de acero dulce, la tensión admisible es de  $1.260 \text{ kg/cm}^2$ .



## Sobrecargas

En los cálculos se han considerado las solicitaciones indicadas en las Normas del Ministerio de Transportes como "sobrecargas normales" y "sobrecargas excepcionales". Para este tipo de puentes, y dentro de las luces previstas, la sobrecarga normal del M. de T. resulta idéntica a la prescrita en la British Standard 153, parte 3A 1954. En relación con las "sobrecargas excepcionales" se ha tenido en cuenta el estudio realizado por Holland (2), según el cual, para tramos comprendidos entre los 6 y 12 m, dicha sobrecarga puede ser sustituida por la normal, afectada de un coeficiente de aumento que varía entre el 50 % para las luces de 6 m y cero para las de 12 m. Esta hipótesis ha sido confirmada posteriormente por Rowe (3). Por consiguiente, para las luces de 6 a 12 m los cálculos se han realizado también en función de las "sobrecargas excepcionales" y para las luces de 12 a 16,5 m se han adoptado solamente las "sobrecargas normales".

Además del peso propio de las piezas prefabricadas y del hormigón vertido "in situ", hay que tener también en cuenta el peso de la superficie de rodadura de la calzada. En los cálculos este efecto se ha asimilado al de una sobrecarga adicional, uniformemente distribuida, de  $146 \text{ kg/m}^2$ . En la práctica es normal exigir que la superficie de la calzada tenga un cierto bombeo. Este efecto se consigue de un modo más adecuado haciendo variar, gradualmente, el espesor del hormigón resistente vertido "in situ" y manteniendo constante el de la capa que constituye la superficie de rodadura. De esta manera las tensiones originadas en el hormigón por el peso propio del tablero resultan prácticamente constantes en todos los puntos, ya que en las secciones en las que actúa un peso propio mayor existe también un mayor canto útil para resistirlo.

## Observaciones y recomendaciones de carácter general

Las luces indicadas en las tablas que más adelante se incluyen son siempre luces efectivas y vienen dadas por la menor de las dos magnitudes siguientes:

- a) La distancia entre ejes de apoyos.
- b) La distancia libre entre apoyos, más el canto total de la pieza prefabricada.

La resistencia transversal del tablero es totalmente satisfactoria, bajo cualquier tipo de sobrecarga, siempre que se disponga una armadura ordinaria transversal de  $10,6 \text{ cm}^2/\text{m l}$  de tablero ( $0,5 \text{ in}^2/\text{ft l}$ ). Una serie de ensayos realizados sobre tableros de puente de este tipo, han demostrado que la citada cantidad de armadura es suficiente para garantizar en todos los casos la necesaria resistencia (1). Esta armadura deberá, naturalmente, colocarse en el tablero lo más baja posible. Su posición y separación vendrán dadas por los orificios que para su alojamiento deben llevar las piezas prefabricadas. Los centros de estos orificios de 5 cm de diámetro estarán situados a 16,5 cm de distancia del borde inferior de las vigas y distarán entre sí 60 cm. En el caso de puentes de gran esviaje será necesario que estos orificios vayan inclinados respecto al eje longitudinal de la pieza. De esta forma la armadura transversal resultará paralela a la línea de apoyo, lo que, desde el punto de vista práctico, es más conveniente. En los demás casos serán perpendiculares a dicho eje.

Se recomienda que, con el fin de absorber los pequeños momentos transversales que puede originar el alabeo lateral de las vigas, así como los esfuerzos producidos por las posibles diferencias de retracción entre el hormigón prefabricado y el vertido "in situ", se disponga en la capa de este último situada por encima de las piezas prefabricadas una pequeña armadura transversal ordinaria, con un recubrimiento mínimo de 3 cm. Esta armadura estará constituida por redondos de 9,5 mm de diámetro situados a 30 cm de distancia, entre ejes, lo que equivale a unos  $2,5 \text{ cm}^2/\text{m l}$  ( $0,11 \text{ in}^2/\text{ft l}$ ).

Los apoyos de las piezas prefabricadas estarán constituidos por bloques, del espesor adecuado, de fieltro bituminoso, goma, neopreno, o cualquier otro material análogo. En los tramos simplemente apoyados de luz inferior a 9 m, los apoyos en ambos extremos serán iguales. En el caso de tramos de mayor longitud o en puentes constituidos por una serie de tramos continuos, simplemente apoyados, en uno de los extremos de cada tramo deberá dejarse una barra saliente para su anclaje en el correspondiente soporte o pila.

En el proyecto de las piezas prefabricadas deberán estudiarse con especial cuidado las cabezas extremas, en una longitud igual a la necesaria para que la totalidad del esfuerzo de pretensado de la armadura sea transmitido al hormigón por adherencia (longitud de anclaje). En toda esta longitud será necesario disponer la armadura ordinaria precisa para absorber las tensiones cortantes que se originan. También se colocarán cercos verticales rodeando los orificios en los nervios de las vigas, ya que en estos puntos se produce una concentración de tensiones.

Teniendo en cuenta el pequeño espesor de la junta prevista entre vigas, el alabeo o flecha horizontal de las piezas prefabricadas será, como máximo, de 0,5 cm cualquiera que sea su longitud.

En las tablas que a continuación se incluyen, los valores consignados para la resistencia del hormigón en probeta cúbica se han deducido partiendo de las tensiones que, de acuerdo con el cálculo, deberán resistir las piezas, excepto los valores de 315 y  $420 \text{ kg/cm}^2$ , que se han tomado iguales a las resistencias mínimas absolutas admisibles en el hormigón, en probeta cúbica, en el momento de la transmisión de los esfuerzos de pretensado y a los veintiocho días, respectivamente.

En las partes extremas de la pieza, correspondientes a la "longitud de anclaje", es posible que, en la práctica, se necesiten resistencias superiores a las anteriormente indicadas. Estas resistencias deberán ser calculadas en cada caso particular.

Las condiciones del proyecto exigen, en general, continuar el tablero, por fuera del bordillo de la calzada, en una anchura de 1,5 m, aproximadamente, para formar los andenes o aceras laterales del puente.



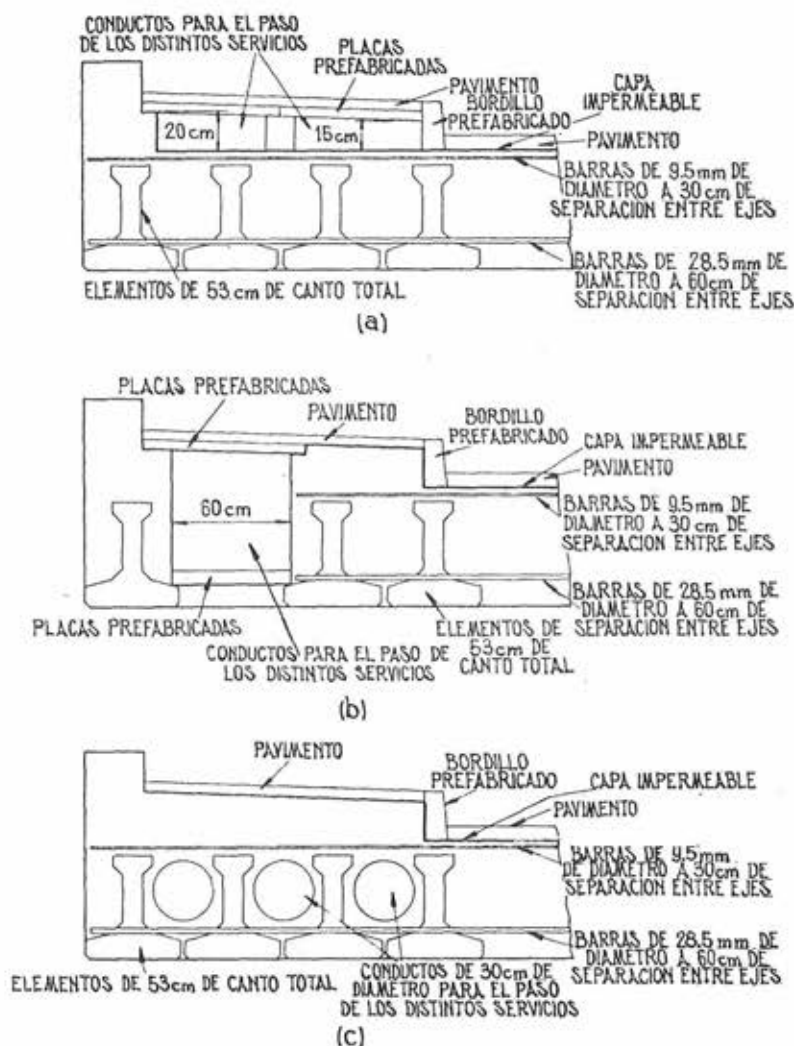


Fig. 2.—Distintas soluciones para los bordes del tablero

los momentos transversales se dispondrá una armadura, de acero ordinario, cuya cuantía puede tomarse igual a  $10.6 \text{ cm}^2/\text{m l}$  ( $0.5 \text{ in}^2/\text{ft l}$ ) de longitud del tramo esviado.

En algunos puentes de gran esviaje, o pequeño esviaje y gran anchura, puede resultar más económico colocar las vigas prefabricadas perpendicularmente a los estribos y utilizar piezas de tipo especial para las secciones triangulares que quedan en los bordes libres del tablero. En estos casos debe prestarse una especial atención a los cálculos.

## Seguridad

Como indicación de los coeficientes de seguridad que se obtienen cuando en la construcción de puentes se utilizan los tipos de vigas normalizados que quedan descritos, se ha hecho un estudio sobre un cierto número de puentes de esta clase sometidos a la acción de sobrecargas excepcionales, aplicando los métodos de los cálculos en rotura. Se han considerado tramos rectos y tramos en esviaje, todos ellos armados transversalmente con  $10.6 \text{ cm}^2/\text{m l}$ . Los coeficientes de seguridad deducidos de este estudio, son los que se indican en la tabla III que al final del presente trabajo se incluye.

## referencias bibliográficas

- (1) BEST, B. C., y ROWE, R. E.: "Sobrecargas excepcionales en tableros mixtos de puentes". Cement and Concrete Association Research, report Rr 7.
- (2) HOLLAND, A. D.: "Elementos pretensados para puentes de carretera de pequeña luz". Proc. Inst. Civil Engineers, Part. II, vol. 4, núm. 2, junio 1955, págs. 224-249.
- (3) ROWE, R. E.: "El cálculo de puentes de hormigón de tablero recto, para cargas excepcionales". Cement and Concrete Association Db. 12, septiembre 1958, 8 páginas.

Esto permite formar debajo de las aceras pequeños conductos, de 15 a 20 cm de diámetro, para el paso de las diferentes líneas de servicio (luz, etc.). Cuando el diámetro de estos conductos haya de ser mayor, se pueden colocar entre el extremo de la parte de tablero correspondiente a la calzada y la viga de borde que sostiene la barandilla del puente. En algunos casos será preferible reforzar, en una anchura de 0,90 a 1,20 m, la parte del tablero que queda debajo de las aceras, aumentando el espesor de la capa superior de hormigón vertido "in situ" y dejando así un amplio espacio libre, entre el borde de la sección reforzada del tablero y la viga exterior. Otra solución consiste en formar orificios, que pueden tener hasta 30 cm de diámetro, por medio de tubos de cartón, fibrocemento u otro material análogo, los que, utilizados como moldes perdidos, quedan embebidos en la masa del hormigón vertido "in situ" formando los conductos necesarios. En los esquemas de la figura 2 aparecen representadas las diferentes soluciones que quedan indicadas.

## Tramos en esviaje

Se recomienda que, en los casos de tramos en esviaje, se mantenga la distancia de 60 cm entre ejes de los orificios dispuestos en las vigas para el paso de la armadura transversal.

El proceso de cálculo de los tramos esviados es igual al que se utiliza para tramos rectos. Los momentos longitudinales se calculan de forma análoga, y para absorber

**TABLA I. Características geométricas de las diferentes secciones.**

Pieza prefabricada Núm.	Canto total (cm)	Area de la sección (cm <sup>2</sup> )	Distancia del c. d. g. al borde superior de la sección (cm)	Momentos resistentes (cm <sup>3</sup> )		Peso propio (kg/ml)	Tipo normalizado de viga
				Respecto al borde superior	Respecto al borde inferior		
I	38	971	24,2	5.113	8.915	233,6	1
II	42	1048	26,1	6.604	10.897	251,5	1
III	53	1126	34,0	9.259	16.420	270,8	2
IV	57	1203	35,6	11.520	18.976	288,7	2
V	61	1281	37,1	13.814	21.467	308,0	2
VI	65	1358	38,7	16.109	23.892	325,9	2
VII	69	1435	40,3	18.436	26.301	345,3	2

**TABLA III. Coeficientes de seguridad a rotura.**

Luz (en metros)	Angulo de esviaje (grados)	COEFICIENTES DE SEGURIDAD	
		Bajo sobrecarga permanente	Bajo sobrecarga excepcional
7,5	0	1,5	3,0
7,5	45	1,5	2,8
7,5	60	1,5	2,5
16,5	0	1,5	5,2
16,5	60	1,5	2,8



**TABLA II. Características resistentes de diferentes secciones de tableros construidos con las vigas normalizadas.**

Luz (metros)	Espesor del tablero (cm)	Relación canto/luz	SOBRECARGAS NORMALES (Ministerio de Transportes)					SOBRECARGAS EXCEPCIONALES (Ministerio de Transportes)				
			Esfuerzo de pretensado (ton)	Número de alambres Ø 5	Excentri- cidad (cm)	Resistencia del hormi- gón prefabricado (kg/cm <sup>2</sup> )		Esfuerzo de pretensado (ton)	Número de alambres Ø 5	Excentri- cidad (cm)	Resistencia del hormi- gón prefabricado (kg/cm <sup>2</sup> )	
						En el momento de la transmisión	A los 28 días				En el momento de la transmisión	A los 28 días
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
<b>Sección prefabricada n.º I</b>												
7,5 (a)	45	1 : 16,7	73,2	33	5,9	315	420	86,3	39	5,9	315	420
(b)	45	1 : 16,7	61,5	28	6,2	315	420	75,5	34	6,0	315	420
9,0 (a)	45	1 : 20	102,0	46	5,8	327	443	114,1	51	5,8	365	474
(b)	45	1 : 20	86,4	39	5,9	315	420	98,2	44	5,9	315	420
10,5 (a)	49,5	1 : 21,2	132,4	60	5,7	420	587	138,1	62	5,7	439	601
(b)	49,5	1 : 21,2	104,3	47	5,8	334	420	110,9	50	5,8	355	420
<b>Sección prefabricada n.º II</b>												
9,0 (a)	49,5	1 : 18,2	93,0	42	7,0	315	420	101,8	47	7,0	315	420
(b)	49,5	1 : 18,2	78,9	36	7,3	315	420	89,8	41	7,3	315	420
10,5 (a)	49,5	1 : 21,2	124,0	56	6,9	376	510	131,8	59	6,8	394	527
(b)	49,5	1 : 21,2	104,8	47	7,0	323	420	112,0	51	6,9	341	420
<b>Sección prefabricada n.º III</b>												
10,5 (a)	60	1 : 17,5	101,1	46	9,2	315	420	106,1	48	9,2	315	436
(b)	60	1 : 17,5	82,2	36	9,4	315	420	87,1	39	9,4	315	420
12,0 (a)	60	1 : 20	130,6	59	9,0	358	552	—	—	—	—	—
(b)	60	1 : 20	105,9	48	9,2	315	420	—	—	—	—	—
13,5 (a)	64,5	1 : 20,9	162,6	73	8,9	443	696	—	—	—	—	—
(b)	64,5	1 : 20,9	124,0	56	9,1	341	420	—	—	—	—	—
<b>Sección prefabricada n.º IV</b>												
12,0 (a)	64,5	1 : 18,6	121,1	54	10,8	315	460	—	—	—	—	—
(b)	64,5	1 : 18,6	100,2	45	10,9	315	420	—	—	—	—	—
13,5 (a)	64,5	1 : 20,9	171,0	69	10,5	405	602	—	—	—	—	—
(b)	64,5	1 : 20,9	125,6	57	10,7	334	420	—	—	—	—	—
<b>Sección prefabricada n.º V</b>												
12,0 (a)	68,5	1 : 17,5	116,6	53	12,0	315	439	—	—	—	—	—
(b)	68,5	1 : 17,5	94,6	43	12,3	315	420	—	—	—	—	—
13,5 (a)	68,5	1 : 19,7	146,5	66	11,8	370	531	—	—	—	—	—
(b)	68,5	1 : 19,7	118,5	53	12,1	315	420	—	—	—	—	—
15,0 (a)	72,5	1 : 20,7	179,2	81	11,6	450	654	—	—	—	—	—
(b)	72,5	1 : 20,7	137,7	62	11,9	351	420	—	—	—	—	—
<b>Sección prefabricada n.º VI</b>												
13,5 (a)	72,5	1 : 18,6	140,6	63	13,1	344	485	—	—	—	—	—
(b)	72,5	1 : 18,6	114,3	52	13,5	315	420	—	—	—	—	—
15,0 (a)	72,5	1 : 20,7	173,3	78	12,9	418	594	—	—	—	—	—
(b)	72,5	1 : 20,7	140,8	63	13,1	344	420	—	—	—	—	—
<b>Sección prefabricada n.º VII</b>												
15,0 (a)	76	1 : 19,7	166,9	74	13,9	386	538	—	—	—	—	—
(b)	76	1 : 19,7	134,7	61	14,1	315	420	—	—	—	—	—
16,5 (a)	80	1 : 20,6	203,2	91	13,9	474	636	—	—	—	—	—
(b)	80	1 : 20,6	155,1	70	14,0	365	420	—	—	—	—	—

**OBSERVACIONES:**

a) Para las secciones IV a VII (luzes comprendidas entre 12 y 16,5 m) las sobrecargas normales del Ministerio de Transportes resultan más desfavorables que las sobrecargas excepcionales, y, por ello, no se consignan en la tabla los valores correspondientes a estas últimas.

b) Los valores superiores de la resistencia del hormigón, indicados en las tablas, no son recomendables y se consignan únicamente a efectos de interpolación. En general, resulta más económico elegir una sección de mayor canto.

c) Cuando se recurra a la interpolación será preciso, en general, comprobar las tensiones de tracción en el borde superior de las vigas.

d) Los valores consignados en las líneas (a) corresponden al caso en que las vigas prefabricadas no se apuntalan durante el hormigonado *in situ*. Los de las líneas (b) corresponden al caso en que sí se apuntalan.

# **nota de la federación internacional del pretensado**

## **VII Reunión del Consejo Administrativo de la F. I. P., celebrada en Estocolmo el 29 de junio de 1960**

Entre los acuerdos adoptados por el Consejo Administrativo de la F. I. P. en su última Reunión destacan, por su interés, los siguientes:

### **Afiliación del Instituto de Investigaciones de la Construcción, de Peking, China**

El Secretario General informa al Consejo sobre las gestiones realizadas con el fin de conseguir la afiliación a la F. I. P., del Instituto de Investigaciones de la Construcción de Peking, China. En la actualidad dicho Instituto ha designado ya un observador. El Consejo acuerda que el Secretario continúe sus gestiones, y que si, finalmente, el Instituto se hace miembro de la Federación, podrá designar un representante para que forme parte del Comité Ejecutivo.

### **Informe del Tesorero**

El Tesorero informa sobre la situación económica de la F. I. P. Cuando se celebró el Congreso de Berlín, la Federación estaba en deuda con la "Cement and Concrete Association". Posteriormente, el importe total de las cuotas anuales abonadas por las diversas Asociaciones nacionales, se elevó hasta 2.000 libras esterlinas. Gracias a ello y a las cantidades recaudadas con la venta de las "Memorias" y de las películas del Congreso, se ha conseguido que la situación económica de la F. I. P. cambie totalmente hasta el punto de que, en la actualidad, existe un saldo favorable de unas 3.000 libras, aproximadamente. El Secretario comunica que el Comité Ejecutivo ha propuesto que se mantengan las presentes cuotas anuales y se destine el saldo acreedor a subvencionar trabajos de investigación y cursos de especialización.

El Consejo expresa su satisfacción por este favorable cambio financiero, y el Presidente agradece a la "Cement and Concrete Association" la inestimable ayuda que ha prestado a la Federación. Expresa su esperanza de que la presente situación mejore aún más en el futuro. El Consejo aprueba la decisión de mantener las actuales cuotas y destinar el dinero sobrante al incremento de las actividades de la Federación.

### **Presidencia**

El Presidente opina que debe procederse a la renovación de su cargo, ya que, en la actualidad, él ocupa la presidencia no sólo de la F. I. P., sino también de la I. A. S. S. Recuerda que su nombramiento lo recibió una hora antes de iniciarse las Sesiones del Congreso de Berlín, y dice que desearía

que su sucesor no tuviese que pasar por una situación análoga, por lo cual sugiere que el cambio de Presidente se realice en el intervalo entre dos Congresos. Sometido el asunto a discusión, el Consejo Administrativo persuade al Presidente para que permanezca en su cargo hasta la terminación del próximo Congreso, y se acuerda que el nombramiento de su sucesor se efectuará inmediatamente después de que se concluya dicho Congreso. El Presidente expresa su agradecimiento por la confianza que se le ha demostrado.

### **Informe del Secretario**

El Secretario comunica que las actividades de la F. I. P. han aumentado de un modo muy considerable y satisfactorio. La venta de publicaciones se mantiene a un ritmo francamente aceptable y el intercambio de publicaciones entre las diversas Asociaciones nacionales, a través de la Secretaría de la F. I. P., ha sido muy bien acogido y se realiza con toda normalidad. A pesar del incremento de sus actividades, el presupuesto de la F. I. P. se sigue liquidando con saldo positivo y es de esperar que, en el futuro, ha de ser posible mejorar aún más los diferentes servicios.

### **Organización del IV Congreso**

El Secretario informa que la más importante de las cuestiones que, en relación con el IV Congreso Internacional de la F. I. P., quedan aún por decidir es la que se refiere a los idiomas que podrán ser utilizados en las discusiones. Se acuerda que los que intervengan en dichas discusiones podrán expresarse en uno cualquiera de los seis idiomas oficiales del Congreso (alemán, español, francés, inglés, italiano y ruso), y que el Comité Italiano de Organización dispondrá lo necesario para que se realicen las traducciones simultáneas, de las distintas intervenciones, al inglés y al italiano, solamente. La F. I. P., contribuirá a sufragar los gastos que con ello se originen. Se acuerda también que si algún otro país desea que dichas discusiones sean traducidas a su idioma, será autorizado para que, por su cuenta, realice dicha traducción. El propio país interesado se encargará de designar sus traductores y de abonar todos los gastos que con tal motivo se produzcan.

### **Próxima reunión del Consejo Administrativo**

La próxima Reunión del Consejo Administrativo se celebrará en junio de 1961.



## **nota de la asociación española del hormigón pretensado**

### **Intercambio de publicaciones**

Dentro del programa de intercambio de publicaciones organizado por la F. I. P. entre las diversas Asociaciones Nacionales que la integran, hemos recibido, últimamente, las que a continuación se mencionan. En ellas aparecen, entre otros, los trabajos que en la presente nota se detallan, relacionados con la técnica del hormigón pretensado. Para la mejor información de nuestros lectores se incluye también un breve resumen de algunos de estos artículos (\*).

### **Publicaciones enviadas por el «Österreichisches Komitee für Spannbeton», de Austria**

1. "Normas para la inspección y ejecución de las obras de hormigón pretensado". Volumen 3 de las publicaciones de la Asociación Austriaca del hormigón.
2. "Experiencia adquirida en la fabricación y empleo de los postes de hormigón pretensado", por L. Forkert.

Separata del "Botenstein-Zeitung", núm. 11, noviembre 1959.

### **Publicaciones enviadas por el «Groupement Belga de la Précontrainte», de Bélgica**

3. "Proyecto y estudio de la carrera experimental de Zwartberg-Meeuwen, en hormigón pretensado", por A. Paduart: Boletín núm. 16 de la A. B. E. M.
4. "Influencia de la tensión inicial de los alambres en el comportamiento de las vigas de hormigón pretensado sometidas a cargas repetidas", por G. Huyghe y H. Lambotte. Boletín núm. 17 de la A. B. E. M.

Síntesis: Los autores indican los resultados obtenidos en los ensayos de fatiga realizados sobre ocho vigas postensadas. A cuatro de ellas se les aplicó el mismo esfuerzo total de pretensado; pero como el número de alambres de cada viga era distinto, la tensión de los alambres variaba de una pieza a otra.

De dichos ensayos los autores deducen que la resistencia a rotura bajo cargas dinámicas, disminuye linealmente con la cuantía de armaduras, hasta una tensión inicial del 0,7, aproximadamente, del límite elástico del acero utilizado. Para tensiones superiores a la indicada, la resistencia disminuye mucho más rápidamente. Sobre otro grupo de vigas se investigó la influencia de la adherencia (o de la inyección) sobre la fisuración y la resistencia en rotura, bajo cargas dinámicas.

Finalmente, los autores comparan los resultados por ellos obtenidos con los alcanzados en ensayos análogos realizados por experimentadores franceses.

### **Publicaciones enviadas por «Cs. Verdecko Technicko Spolecnost», de Checoslovaquia**

**Revista:** "Zpravy 21".

En ella aparecen los siguientes artículos:

5. "Resistencia a rotura de las vigas de hormigón pretensado sometidas a flexión", por J. Krchov.

Síntesis: Se intenta encontrar un método adecuado para el cálculo de la resistencia a rotura de las vigas de hormigón pretensado, y se hacen diversas consideraciones sobre los métodos actualmente existentes y sobre la posibilidad de perfeccionarlos.

(\*) Los títulos de todos los artículos se dan traducidos al español.

6. "Resistencia máxima de una sección pretensada cuando el agotamiento se alcanza por rotura de la armadura", por J. Krchov.

Sinopsis: Se propone una solución para los casos en los que el agotamiento se produce por rotura de la armadura y no por aplastamiento del hormigón. Se estudia un método para la determinación de la resistencia máxima, en función de cuatro diagramas representativos de la distribución de tensiones en el hormigón.

7. "El diagrama momentos-flechas en vigas pretensadas, con armaduras adheridas al hormigón a todo lo largo de su trazado", por M. Tichy.

Sinopsis: Se realizaron ensayos sobre cuatro series de vigas de hormigón pretensado, cada una de las series con una cuantía distinta de armadura, con el fin de: a) Determinar la relación entre el momento y la flecha, para distintas cuantías; b) Obtener datos estadísticos sobre la distribución de las flechas en la zona de momento flector constante; c) Comprobar los resultados obtenidos en varias soluciones teóricas; y d) Determinar la forma intrínseca del diagrama que liga momentos flectores y flechas. Se dan algunos detalles sobre estos ensayos y se resumen las conclusiones que de ellos se deducen. Se destaca la necesidad de realizar nuevas y más amplias experiencias para el estudio de estos problemas.

### **Publicaciones enviadas por «Deutscher Beton-Verein», de Alemania**

8. "El cálculo de la cubierta laminar del hangar núm. 3 del Aeropuerto de Frankfurt/Main", por G. Kirchner.

Separata del "Beton-und Stahlbetonbau". Vol. 55, núm. 4, abril 1960.

9. "Construcción del hangar núm. 3 del Aeropuerto de Frankfurt/Main", por H. Seifert.

Separata del "Der Bauingenieur". Vol. 35, núm. 4, abril 1960.

### **Publicaciones enviadas por «Prestressed concrete development group», de Inglaterra**

10. "Estudio sobre la distribución de tensiones en las zonas de anclaje de los elementos de hormigón postensado", por J. Zielinski y R. E. Rowe. Research Report, núm. 9, septiembre 1960.

Sinopsis: Se comentan los diferentes trabajos, tanto técnicos como experimentales, que existen en relación con el problema de la distribución de tensiones en las zonas de anclaje de las vigas de hormigón pretensado, destacándose las considerables diferencias observadas entre las distintas teorías. En vista de ello, los autores programaron una amplia serie de ensayos, para el estudio del problema, cuyos resultados se exponen detalladamente. Finalmente, se comparan estos resultados con los que se obtienen basándose en las previsiones teóricas y se recomienda un método empírico que puede utilizarse para el proyecto de las zonas de anclaje de los elementos postensados, con las suficientes garantías de seguridad.

11. "El puente para carretera y ferrocarril de Abidjan, en Africa Occidental Francesa", por N. Esquillan.

Traducción inglesa tomada de "Memoires de la Société des Ingenierus Civils de France". Marzo-abril 1958. Publicación de la "Cement and Concrete Association", núm. 83.

12. "Fuencia y relajación de los alambres de acero, especialmente a temperaturas ligeramente elevadas", por W. Papsdorf y F. Schwier.

Traducción inglesa, publicada por la "Cement and Concrete Association", núm. 84, de un artículo de "Stahl und Eisen", vol. 78, núm. 14, del 10 de julio de 1958, en el que se reproduce el informe núm. 79 del "Comité sobre fabricación de alambres", de la "Verein Deutscher Eisenhüttenleute".

13. "El puente de Nordwestbogen, en Berlín" (de hormigón pretensado), por H. Heusel.

Traducción inglesa publicada por la "Cement and Concrete Association", núm. 89, de un artículo aparecido en "Der Bauingenieur", vol. 34, núm. 5, mayo 1959.

### **Publicaciones enviadas por la «Asociación del Hormigón Pretensado», del Japón**

**Revista:** "Journal of Japan Prestressed Concrete Engineering Association", vol. 2, núm. 2, abril 1960.

En ella figuran los siguientes artículos:

14. "Sobre los problemas de los puentes de hormigón pretensado, para ferrocarril", por K. Tomonaga.

Sinopsis: Se discuten diversos problemas relacionados con la seguridad de los puentes de hormigón pretensado para ferrocarril. Entre ellos destaca, por su importancia, el relativo a la resistencia a la fatiga, comentándose los trabajos publicados sobre el particular por Inomata, Xercavins y Ekberg y las prescripciones contenidas en algunas Normas. Finalmente, se propone un procedimiento para eliminar los riesgos originados por los esfuerzos de fatiga en los elementos de hormigón pretensado.



15. "El hormigón pretensado en Europa", por Y. Tsuboi.

Sinopsis: El autor describe diversas estructuras de hormigón pretensado por él visitadas durante un viaje realizado a Europa con el fin de asistir a un Congreso Internacional celebrado recientemente en Holanda. Comenta también el desarrollo y la situación actual de la técnica del hormigón pretensado en este Continente.

16. "Ensayos de flexión sobre vigas de hormigón, con armaduras postesas fabricadas por un nuevo sistema", por Y. Yoshimura y A. Sugawa.

Sinopsis: Se trata de un informe sobre el ensayo de flexión realizado utilizando una viga de 8 m de longitud y  $20 \times 50$  cm de sección transversal fabricada por un nuevo sistema denominado "Método del doble cono metálico". En dicho ensayo se midieron las flechas, bajo las cargas de servicio prevista, antes y después de inyectar, los conductos para el alojamiento de las armaduras, comparándose los resultados obtenidos con los deducidos teóricamente. Los ensayos han puesto de manifiesto el perfecto comportamiento y seguridad del sistema "M. C. D. M." de postensado.

17. "Construcción del viaducto de Koshien, constituido por vigas de hormigón pretensado", por Y. Tasaka.

Sinopsis: Se describe el proyecto y la construcción de este viaducto y se indican los resultados obtenidos en los ensayos de carga realizados sobre una de las vigas de hormigón pretensado utilizadas en la obra.

18. "Estructura de hormigón pretensado de la nave de calderas del Instituto de Investigaciones de los Ferrocarriles Nacionales Japoneses", por K. Hayashi y S. Maekawa.

Sinopsis: Se describen las principales características de esta estructura. Los soportes, vigas y viguetas de la estructura principal son todos de hormigón, pretensados por el sistema Freyssinet. Las vigas de cubierta son prefabricadas y la cimentación es de hormigón armado. Las vigas de cubierta, todas paralelas, se enlazan a la estructura principal mediante armaduras salientes que, una vez colocadas las piezas "in situ", se sueldan unas a otras. Los muros y las placas de cubierta son de "gunita", de 6 cm de espesor, y algunos de los muros han sido proyectados para resistir los esfuerzos sísmicos.

19. "Experiencias sobre inyección de los elementos de hormigón pretensado", por Y. Murakami.

Sinopsis: Se describe un nuevo tipo de mezcladora para la preparación de morteros de inyección, que permite obtener una gran fluidez a pesar de utilizar una relación agua/cemento muy baja (34-38 %). Esta mezcladora posee una bomba centrífuga, la cual proyecta con gran fuerza el mortero, lanzándolo a través de la boquilla de inyección. Se describe también un dispositivo muy simple, que sirve para medir la fluidez de la mezcla. Con estos aparatos se han realizado diversos ensayos, con el fin de estudiar la relación entre la fluidez y el tipo de mezcla, la influencia del conglomerante (cemento, puzolana, cenizas volantes), el tiempo de batido, y el plazo máximo que debe transcurrir entre la preparación de la mezcla y la inyección.

20. "Ensayos sobre hormigón pretensado en la Universidad de Lehigh, Estados Unidos", por M. Wakabayashi.

Sinopsis: El autor permaneció durante cerca de un año en los Estados Unidos, con el fin de realizar ensayos, sobre la resistencia a esfuerzo cortante de las vigas de hormigón pretensado, en el "Fritz Engineering Laboratory", de la Universidad de Lehigh, en Pensilvania. En el artículo se describen estos ensayos y se dan detalles sobre los resultados obtenidos.

**Revista:** "Journal of Japan Prestressed Concrete Engineering Association", vol. 2, núm. 3, junio 1960.

En ella aparecen los siguientes artículos:

21. "Ensayos de carga sobre un tablero de puente constituido por vigas de hormigón pretensado, de sección hueca", por K. Hatta.

Sinopsis: Se describe un tipo de tablero de puente, de carácter monolítico, constituido por vigas de hormigón pretensado que se solidarizan entre sí mediante una armadura transversal pretensada. Con el objeto de aligerar el peso propio del tablero, las vigas de hormigón pretensado son de sección hueca. En el artículo se exponen los resultados obtenidos en los ensayos realizados sobre un modelo de este tipo de tablero, de 3,80 m de longitud y 1,77 m de ancho. Finalmente, se comparan los resultados experimentales con los deducidos mediante el cálculo efectuado de acuerdo con el método de Guyon-Massonnet.

22. "Fabricación y colocación de las vigas de hormigón pretensado utilizadas en la construcción del puente sobre el río Yoneshiro, para los ferrocarriles japoneses", por K. Suzuki.

Sinopsis: Dentro del plan de mejoras emprendido por el Ministerio de la Construcción se incluyó la ampliación a 70 m del puente ferroviario sobre el río Yoneshiro. Para la realización de este proyecto se hizo un estudio previo sobre la topografía del terreno, del tipo y situación más conveniente del puente, y de la distribución de tramos más favorable. Como resultado de este estudio se adoptó la solución de construir un puente de cinco tramos, de 18,70 m de luz cada uno, utilizando vigas de hormigón pretensado fabricadas "in situ" por el procedimiento Freyssinet. En este artículo se incluye un informe muy completo sobre los diferentes trabajos realizados.

23. "La inyección de los elementos de hormigón pretensado", por H. Yokomichi.

Sinopsis: Se hace notar que, hasta ahora, no se ha valorado exactamente la enorme influencia que ejerce la inyección sobre el comportamiento resistente de los elementos de hormigón pretensado. En apoyo de esta tesis se describen varios ejemplos de fisuración observados en diversas estructuras de hormigón pre-



tensado construídas en Hokkaido. Se explica también un método para el ensayo de la calidad de la mezcla de inyección y el estudio de los diversos factores que influyen en dicha calidad.

24. "Proyecto y construcción de las vigas de hormigón pretensado, del puente de Omarukawa", por I. Noguchi.

Sinopsis: El actual puente metálico de Omarukawa se encontraba en muy mal estado a consecuencia de los efectos de la corrosión, por lo cual se acordó sustituirlo por una nueva estructura de hormigón pretensado. Se trata de un puente ferroviario, en el cual las vigas metálicas antiguas se fueron reemplazando por vigas de hormigón pretensado, aprovechando los intervalos entre el paso de los sucesivos trenes, con el fin de no interrumpir el tráfico. Convenía, por consiguiente, que las piezas fueran lo más ligeras posible y, por esta causa, se adoptó una solución a base de vigas prefabricadas de sección en cajón. Los raíles descansan sobre el balasto directamente colocado sobre la cabeza superior de las vigas. Se ha previsto un sistema especial de drenaje.

25. "Tensiones en las cabezas de anclaje, deducidas en un ensayo foto-elástico tridimensional", por M. Totsuka.

Sinopsis: En este artículo se exponen los resultados obtenidos en unos ensayos foto-elásticos, tridimensionales, realizados para el estudio de la distribución de las tensiones longitudinales y transversales en las cabezas de anclaje de los elementos de hormigón pretensado. Se han considerado los dos casos siguientes: a) Que la armadura encargada de introducir el esfuerzo de pretensado sea recta y paralela al eje longitudinal de la pieza; b) Que dicha armadura sea curva.

26. "Pistas y tramos experimentales, de hormigón pretensado, en Europa", por S. Inomata.

Sinopsis: El autor expone diversos detalles sobre varias estructuras por él visitadas, en el curso de sus viajes por Francia y Bélgica. Se ocupa, principalmente, de pistas y tramos experimentales de carretera construídos en hormigón pretensado.

## **Publicaciones enviadas por «S. T. U. V. O.» de Holanda**

**Revista:** "Cement", vol. 12, núm. 9, junio 1960.

En ella aparecen, entre otros, los siguientes artículos:

27. "Silos para cemento siderúrgico de escorias, en la fábrica N. V. Eerste Nederlandsche Cement Industrie Ltd., de Maastricht", por P. M. Knols.

Sinopsis: En la fábrica de la N. V. E. N. C. I., en Maastricht, se han construído ocho silos para el almacenaje de cemento siderúrgico de escorias de alto horno. Con el fin de evitar, en lo posible, la formación de fisuras a consecuencia de las variaciones térmicas, las paredes de estos silos (de 18 cm de espesor) se pretensaron, tanto horizontal como verticalmente, utilizando el sistema Freyssinet. El esfuerzo medio efectivo de pretensado es de 16,5 t por cable. El coeficiente de rozamiento admitido en los cálculos fue de 0,25, mientras que la media de los coeficientes realmente medidos fue de 0,27. Entre los diversos factores que han sido tenidos en cuenta en los cálculos pueden citarse las variaciones térmicas, que fueron valoradas en 30° C. Como peso específico del cemento se ha tomado 1,3. Para el cálculo de los efectos térmicos se ha admitido un espesor máximo de fisura de 4 cm, lo cual ha permitido una reducción considerable en el esfuerzo de pretensado necesario. En el artículo se describe cómo han sido resueltos diversos problemas de cálculo que no son abordables por los métodos normalmente utilizados en el proyecto de silos.

28. "Hormigón prefabricado", por A. S. G. Bruggeling.

Sinopsis. El autor describe diversos tipos de estructuras en los cuales se utilizan elementos prefabricados de hormigón. Algunos de los datos y figuras que aparecen en este artículo han sido tomados del libro "Die Montagebauweise mit Stahlbetonfertigteilen in Industrie-un Wohnungsbau" (II Internationaler Kongress, Dresden, 1957), a los cuales añade el autor muchos de los conocimientos personalmente adquiridos a lo largo de su prolongada vida profesional. Expone su criterio de que todavía ha de ampliarse mucho el campo de aplicación de la prefabricación y que es lógico confiar en nuevos avances de esta técnica que puede decirse que todavía se encuentra en su infancia.

**Revista:** "Cement", vol. 12, núm. 10, agosto 1960.

En ella figuran los siguientes artículos:

29. "Relajación de los aceros de alta resistencia utilizados en el hormigón pretensado", por Comité Hollandés "Betonstaal".

Sinopsis: Se discute la tesis mantenida por el profesor suizo Stussi, en relación con la relajación de los alambres de acero utilizados como armadura de los elementos de hormigón pretensado, quien afirma que, en la mayor parte de las Normas oficiales vigentes en los diferentes países, no se da suficiente importancia a los efectos que esta relajación puede ejercer sobre las características resistentes de las estructuras.

30. "Cubierta en diente de sierra construída totalmente a base de elementos prefabricados de hormigón ligero, pretensados", por J. Willink.



**Síntesis:** En la fábrica "N. V. de Meteor", en De Steeg, se ha construido recientemente una cubierta en diente de sierra, cuyas dimensiones en planta son  $30 \times 100$  m. En esta cubierta se han empleado veinte cerchas, prefabricadas, constituida cada una de ellas por dos vigas en forma de V, pretensadas, de hormigón ligero.

31. "El sistema STRABED de pretensado", por J. J. Smeele.

**Síntesis:** El sistema STRABED constituye un procedimiento sencillo y seguro para el pretensado y anclaje de alambres individuales. El anclaje se hace utilizando una cuña que ajusta contra los resaltos que se imprimen en el extremo del alambre. Para la formación de estos resaltos se emplea una máquina especial. El tesado se realiza con un gato de tornillo, provisto de dinamómetro para la regulación de la tensión introducida. El método de anclaje permite agrupar un número ilimitado de alambres, por lo cual el esfuerzo de pretensado puede concentrarse todo lo que sea necesario.

### **Publicaciones enviadas por el «South African Prestressed Concrete Development Group», de Africa del Sur**

**Revista:** "Prestress", vol. 9, núm. 3, marzo 1960.

En ella figuran los siguientes artículos:

32. "Teoría y práctica del hormigón pretensado", por A. R. Collins.

**Síntesis:** El autor resalta la importancia de una estrecha colaboración entre la teoría y la práctica para conseguir un rápido y seguro avance de toda técnica y, en especial, de la del hormigón pretensado. Incluye, también, un amplio informe sobre los últimos avances logrados en este campo en Inglaterra.

33. "Construcción de estructuras de hormigón pretensado empleando barras de acero de alta resistencia", por D. Lee.

**Síntesis:** Se describe un procedimiento especial para el pretensado de las barras de acero de alta resistencia utilizadas, en sustitución de los alambres, para la construcción de elementos de hormigón pretensado.

**Revista:** "Prestress", vol. 9, núm. 4, abril 1960.

34. "Estudio comparativo de las diversas Normas y Recomendaciones vigentes para el proyecto de elementos de hormigón pretensado", por A. Williams.

**Síntesis:** Se hace un estudio comparativo de las diferentes Normas y Reglamentos vigentes para el proyecto de elementos de hormigón armado y hormigón pretensado. Se discuten las diversas opiniones expresadas en los mismos en relación con la calidad de los materiales exigidos, las tensiones admisibles, las pérdidas de pretensado y la resistencia al esfuerzo cortante. Se estudian, también, las estructuras compuestas y los métodos de cálculo a rotura y se exponen algunas experiencias realizadas sobre estructuras compuestas.

### **Publicaciones enviadas por el «Prestressed Concrete Institute», de Estados Unidos**

**Revista:** "P. C. Items", vol. 6, núms. 5 y 6, mayo y junio 1960.

En ella aparecen los siguientes artículos:

35. "El empleo de retardadores permite al proyectista modificar el punto de transmisión, por adherencia, de los esfuerzos de pretensado al hormigón", Anónimo.

**Síntesis:** En este artículo se describen unos ensayos realizados con un agente retardador, denominado "Lubalon", que, aplicado a los alambres de pretensado, retarda el fraguado del hormigón que envuelve al alambre. Esto permite al proyectista situar, en cualquier sección a lo largo de la viga, el punto de transmisión de los esfuerzos de pretensado.

36. "La Compañía Western Pacific instala, en sus líneas, traviesas pretensadas", Anónimo.

**Síntesis:** En una de las secciones de los ferrocarriles "Western Pacific", en San Francisco, se han utilizado, con carácter experimental, traviesas de hormigón pretensado. En el artículo se describen las características de estas traviesas.

37. "Aplicación de la técnica del pretensado en el campo de las cimentaciones", Anónimo.

**Síntesis:** Se dan detalles sobre dos nuevas aplicaciones del hormigón pretensado. Barras pretensadas de 3 cm de diámetro se han utilizado para anclar a la cimentación los arcos en voladizo, de la cubierta del terminal de la Transworld Airlines en el aeropuerto de Odlewild, de Nueva York. En California se han empleado también barras pretensadas para estabilizar un talud, en el cual se habían iniciado corrimientos como consecuencia de las excavaciones que se estaban realizando en las inmediaciones para preparar la cimentación de un nuevo puente de carretera.

38. "Se empiezan a utilizar las máquinas calculadoras en los proyectos de estructuras de hormigón pretensado", Anónimo.

Síntesis: Recientemente han aparecido dos informes, uno en la revista "Engineering News-Record", y otro en el "Journal of the Structural Division ASCE", en los cuales se augura que el empleo de máquinas calculadoras en el proyecto de estructuras de hormigón pretensado se incrementará, considerablemente, en un futuro inmediato. En general, resulta más sencillo el cálculo con estas máquinas en el caso de estructuras o elementos postensados que en el de piezas con armaduras pretensas.

Se incluye un ejemplo de aplicación práctica, y se señala que el empleo de las calculadoras resulta especialmente aconsejable cuando hay que realizar grandes series de operaciones repetidas como, por ejemplo, en la preparación de tablas de tensiones o de cargas, en secciones normalizadas, o de sobrecargas admisibles en forjados de piso o de cubierta.

39. "Folleto del Prestressed Concrete Institute sobre la inspección de obras de hormigón pretensado", Anónimo.

Síntesis: Se comenta el contenido de un folleto, titulado "Inspección de obras de hormigón pretensado", del que son autores J. R. Janney y R. Elstner, y que ha sido editado por el P. C. I.

40. "En la construcción de un edificio se emplean kilómetros de alambres de hormigón pretensado", Anónimo.

Síntesis: En una Base de cohetes de Colorado (Estados Unidos) se ha construido un bloque de doce edificios que se apoyan sobre cimientos de sección circular. Con el fin de aumentar su resistencia a las explosiones atómicas, todos los cimientos se zuncharon con alambre teso, arrollado en hélice. En total, se utilizaron más de 2.400 km de alambre. En el artículo se dan detalles sobre la técnica constructiva empleada.

**Revista:** "P. C. Items", vol. 6, núms. 8 y 9, agosto-septiembre 1960.

En ella aparece, entre otros, el siguiente artículo:

41. "Informe sobre la resistencia al fuego del hormigón pretensado", Anónimo.

Síntesis: Se hace un resumen de los resultados obtenidos en una serie de ensayos realizados con el fin de estudiar la resistencia al fuego del hormigón pretensado.

### **Publicaciones enviadas por el Prof. S. S. Davydov, de la Academia de Arquitectura y Construcción de la U. R. S. S.**

**Revista:** "Beton i Zhelezobeton", núm. 3, 1960.

En ella figuran los siguientes artículos:

42. "Soportes de hormigón armado, con parte de su armadura pretensada", por A. M. Reut.

43. "Pérdidas de esfuerzo de pretensado en las armaduras de las estructuras construidas con hormigón de "sand-cement", por N. A. Markarov.

Síntesis: Se describen unos ensayos realizados para estudiar las pérdidas de esfuerzo de pretensado originadas a consecuencia de la retracción y deformaciones lentas, en las piezas fabricadas con hormigón de "sand-cement". Los ensayos se efectuaron sobre piezas de 1,10 m de longitud y sección rectangular de tres tipos distintos. Uno, de  $8,5 \times 10$  cm; otro, de  $6,5 \times 10$  cm, y otro, de  $5 \times 10$  cm. Como armadura se empleó alambre de 5 mm de diámetro y  $16.000 \text{ kg/cm}^2$  de carga de rotura. Las cuantías eran 1,38, 1,81 y 2,36, y las correspondientes tensiones en el hormigón, 118, 149 y  $170 \text{ kg/cm}^2$ . Las medidas de retracción y deformación lenta se realizaron a lo largo de un periodo de 150 días utilizando elongómetros con una precisión de 0,01 milímetros y tomando como base de lectura longitudes de 10, 20, 25 y 40 cm. Las principales conclusiones obtenidas son: 1.ª, la longitud de transmisión en el hormigón de "sand-cement" es dos veces menor que en los hormigones de cemento normal; 2.ª, las pérdidas totales en el esfuerzo de pretensado originadas por la retracción y la deformación lenta alcanzan el 28 % de la tensión inicial.

44. "Nuevo dispositivo para el anclaje de las armaduras de pretensado", por J. P. Portnov y E. F. Lysenko.

Síntesis: Se describe un nuevo dispositivo que permite anclar hasta 25 alambres de 5 mm de diámetro. El anclaje está constituido por un cilindro hueco, de acero dulce, roscado interiormente y un trozo de tubo enterizo (sin costura), también de acero dulce, alrededor del cual se distribuyen los alambres. Colocado el tubo en el interior del cilindro, se abocarda el tubo, con lo cual aumenta su diámetro interior. Al propio tiempo, el material se plastifica y rellena los huecos entre alambres, los cuales, además, quedan incrustados en las muescas de la rosca interior del cilindro de acero. Se destacan algunas de las principales ventajas de este sistema, y, entre ellas, la gran simplicidad del dispositivo de tesado que utiliza.





**procedimientos**

# Barredo

**de hormigón pretensado**

## características

- 1** tensión independiente por cada hilo
- 2** seguridad en el anclaje superior a la resistencia de los hilos
- 3** posibilidad de retesado
- 4** facilidad de comprobación de la tensión de la armadura, en cualquier momento

