

**hormigón y acero**

*últimas noticias de hormigón pretensado*

**71**

INSTITUTO EDUARDO TORROJA DE LA CONSTRUCCION  
Y DEL CEMENTO DEL PATRONATO «JUAN DE LA CIERVA»  
DE INVESTIGACION TECNICA  
DEL CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES  
CIENTIFICAS - MADRID



## **Lector amigo:**

Ha cambiado el título de nuestra revista. Esta decisión, adoptada por la Comisión Permanente de la Asociación Española del Hormigón Pretensado, en una de sus últimas reuniones, viene justificada por el deseo de dar cabida en sus páginas a una mayor variedad de temas, facilitando así la colaboración de nuestros lectores en su redacción. Por otra parte, teniendo en cuenta que es criterio del Instituto que en los artículos publicados en su revista "Informes de la Construcción" predominen los de carácter descriptivo de obras y procesos constructivos, se hacía notar la falta de una publicación en la que se recogiesen todos los trabajos relacionados con la técnica de estructuras en su aspecto científico, de cálculo, estudios experimentales, etc. En efecto, los distintos laboratorios, secciones de ensayo y departamentos de estudio del Instituto carecían de lugar apropiado donde difundir los resultados de sus estudios y, por otro lado, era imprescindible comentar y dar a conocer a todos los técnicos españoles los trabajos de los diferentes organismos de carácter internacional con los que el I. E. T. c. c. está vinculado.

Se ha estimado que todas estas lagunas podían ser salvadas ampliando el contenido de nuestro, hasta hoy, "Boletín de últimas noticias técnicas en estructuras de hormigón pretensado", transformándolo en una verdadera revista especializada, donde tenga cabida no sólo la técnica específica de dicho material, sino, en general, todo problema teórico relacionado con la tecnología de las estructuras.

Al comenzar esta nueva etapa había que ampliar el título de la publicación. Por ello se le han añadido las palabras "Hormigón y Acero", con lo cual reanudamos, al propio tiempo, en emocionado homenaje de admiración y respeto, la trayectoria iniciada hace veintiocho años por la primera revista del entonces "Instituto Técnico de la Construcción y Edificación".

Que el esfuerzo que la nueva revista "Hormigón y Acero" y la Asociación Española del Hormigón Pretensado están dispuestas a realizar, hallen el debido eco y ayuda. Una vez más, ahora bajo un título más amplio, tu revista, lector amigo, espera tu colaboración.

**ASOCIACION ESPAÑOLA DEL HORMIGON PRETENSADO**

# **h**ormigón y **a**cero

últimas noticias de hormigón pretensado

n.

**71**

abril - mayo - junio 1964

**i.e.t.c.c.**

**instituto Eduardo torroja**

DE LA CONSTRUCCION Y DEL CEMENTO  
PATRONATO «JUAN DE LA CIERVA» DE INVESTIGACION TECNICA DEL CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS



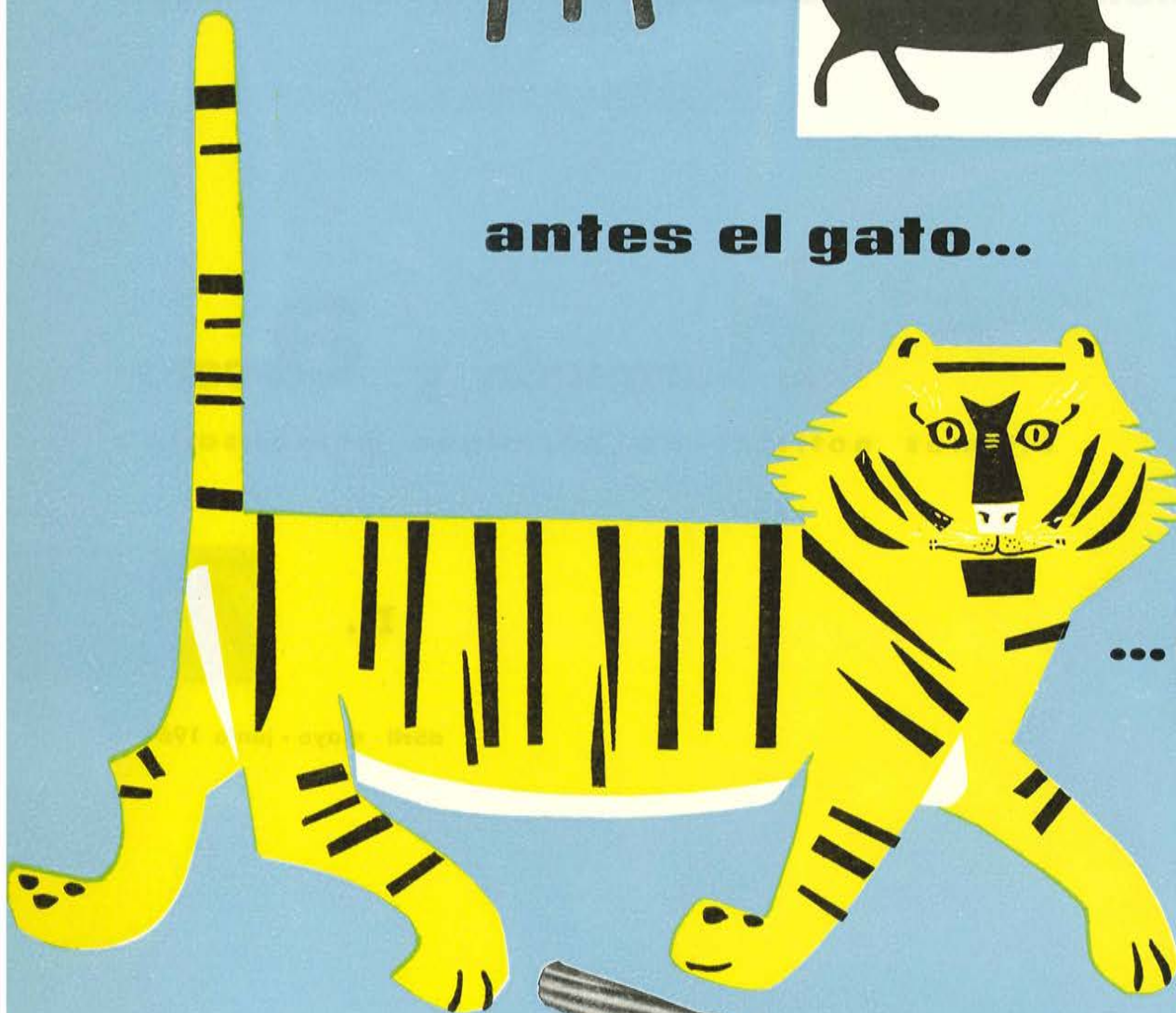
**procedimientos**

# **Barredo**

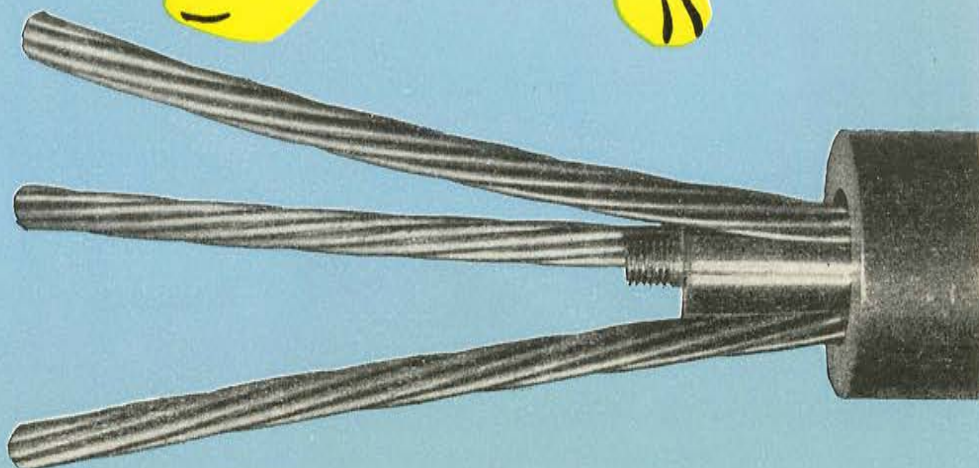
**de hormigón pretensado**



**antes el gato...**



**...ahora  
el  
tigre**





## asociación española del hormigón pretensado

| CUOTA ANUAL  | ESPAÑA  | EXTRANJ. |
|--|---------|----------|
|  | Pesetas | Dólares  |
| Socio adherido individual .....                                | 150,00  | 3,00     |
| Socio no adherido individual .....                             | 300,00  | 6,00     |
| Socios colectivos (aunque figuren como socios adheridos) ..... | 800,00  | 16,00    |

# hormigón y acero n. 71

últimas noticias de hormigón pretensado

## índice

|   | Págs. |
|---|-------|
| 457-0-30 Comportamiento de una sección pretensada sometida a flexión . . . . .                  | 5     |
| Giorgio Croci.  |       |
| 457-0-31 La teoría membrana aplicada al cálculo de forjados pretensados . . . . .               | 25    |
| Kolbjorn Saether.   |       |
| 457-0-29 Normas para la inspección del hormigón pretensado. Estados Unidos, 1960 (1.ª parte). . | 36    |



# IV coloquios de directores y técnicos de fábricas de cemento

Madrid, 24 - 27 de noviembre 1964

Por acuerdo del Consejo Técnico Administrativo del Instituto Eduardo Torroja, estas reuniones se celebrarán en Costillares durante los próximos días 24 a 27 de noviembre, ambos inclusive.

Seguidamente se incluye un avance del programa de las sesiones que tendrán lugar:

## **martes 24**

### **sesión de mañana**

- 8,30 a
- 11,00: Formalización de inscripciones y entrega de documentación.
- 11,00: Sesión de apertura.
- 11,30: ORIENTACIONES ACTUALES EN LAS PLANTAS DE CEMENTO:
  - Vía seca o vía húmeda.
- 1,30: Final de la sesión.

### **sesión de tarde**

- 4,00: — Tendencias actuales en la fabricación de maquinaria: Transporte interior, homogeneización, captación de polvos, envasado y expedición.
- 7,00: Final de la sesión.

## **miércoles 25**

### **sesión de mañana**

- 9,00: Salida del autocar de Cibeles.
- 9,30: MOLIENDA Y SECADO:
  - Circuito cerrado y circuito abierto.
  - Tendencias actuales en la fabricación de molinos.
  - Molienda y secado de productos muy finos.
- 1,30: Final de la sesión.

### **sesión de tarde**

- 4,00: CLINKERIZACION:
  - Horno rotatorio. Tendencias actuales.
  - Hornos verticales.
  - Economizadores de calor (Humboldt, Lepol, etc.).
- 7,00: Final de la sesión.

## **jueves 26**

### **sesión de mañana**

- 9,00: Salida del autocar de Cibeles.
- 9,30: PLIEGOS DE CONDICIONES Y CONTROL DE LA CALIDAD:
  - Pliegos actuales. Pliegos generales y Pliegos especiales.
  - Homologación de la calidad.
  - Matemáticas aplicadas al control de la calidad de los cementos.
- 1,30: Final de la sesión.

### **sesión de tarde**

- 2,00: Almuerzo ofrecido por el Instituto Eduardo Torroja.
- 3,30: Visita de las nuevas instalaciones de Costillares.
- 4,30: LOS CEMENTOS ACTUALES Y SUS APLICACIONES:
  - Portland en general.
  - Resistentes a sulfatos.
  - Siderúrgicos y otros.
- 7,00: Final de la sesión.
- 9,30: Cena de despedida.

## **viernes 27**

### **sesión de mañana**

- 10,30: Salida del autocar de Cibeles.
- 11,00: CUESTIONES VARIAS.
- 1,30: Final de la sesión.

### **sesión de tarde**

- 5,00: RESUMEN DE LAS PONENCIAS Y CONCLUSIONES.
- 6,00: Conferencia magistral.
- 7,00: Acto de clausura.

Por el interés que estas reuniones han despertado en el mundo del cemento, se prevé una numerosa asistencia, no sólo por parte de los Directores y Técnicos de Fábricas de Cemento, sino también porque acudirán, como observadores, fabricantes y representantes de prestigiosas firmas nacionales y extranjeras dedicadas a la producción de maquinaria y equipos para la fabricación y control en la Industria del Cemento.

La Secretaría de estos IV Coloquios de Directores y Técnicos de Fábricas de Cemento, ubicada en la sede del Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento, informará sobre cuanto precisen y, asimismo, enviará fichas de inscripción a quienes pudieran estar interesados en la asistencia a estas reuniones.



# comportamiento de una sección pretensada sometida a flexión

Dr. Ing. GIORGIO CROCI

(Tomado de «L'Industria Italiana del Cemento», noviembre 1962)

## introducción

El estudio de una sección flectada de hormigón pretensado se diferencia sustancialmente del de una sección en hormigón armado o en acero, por los siguientes aspectos:

**1** Mientras que en el hormigón armado y en el acero la forma más conveniente de la sección está definida a priori (sección en simple T para el hormigón y sección simétrica en doble T para el acero) y es independiente de los valores de la carga externa (1), en el hormigón pretensado la forma más conveniente de la sección es función de la razón entre el momento mínimo y máximo y, en el caso más general, resulta del tipo de doble T asimétrica: la razón entre el ancho inferior y superior aparece más tarde como una incógnita del problema.

**2** En tanto que en el hormigón armado la armadura está siempre colocada lo más cerca posible del borde inferior, en el hormigón pretensado la excentricidad del cable es función de la relación entre el momento mínimo y el máximo: la determinación de la posición del cable es otra nueva incógnita del problema.

**3** Mientras que en el hormigón armado y en el acero solamente deben controlarse las dos tensiones de las fibras superior e inferior, relativas a la carga máxima, en el hormigón pretensado deben controlarse igualmente las dos tensiones correspondientes a la carga mínima.

En el proyecto de una sección de hormigón pretensado habrá, pues, que resolver cuatro ecuaciones que ligan las tensiones con las características de la sección (en vez de dos ecuaciones, como se hace en hormigón armado y en acero).

Además, en el hormigón armado y en el acero, siempre es conveniente que las dos tensiones en las fibras extremas alcancen los respectivos valores admisibles  $\sigma_0$ ; en cambio, en el hormigón pretensado, como veremos en seguida, la condición análoga (que las cuatro tensiones alcancen las correspondientes tensiones admisibles  $\sigma_0$ ) no siempre es conveniente.

La determinación del valor de la relación entre el ancho inferior y superior, de la excentricidad del cable y de las tensiones en los bordes en función de la razón entre momento máximo y mínimo, constituye el objeto del presente artículo.

## hipótesis <sup>(2)</sup> y símbolos

**1** Dejemos a un lado el efecto de la pérdida de tensión instantánea y diferida; esto significa que los diagramas de tensiones correspondientes a las condiciones más desfavorables de carga son dos

(1) Suponemos que el momento máximo y mínimo son del mismo signo.

(2) Parte de las hipótesis simplificativas que se adoptan, serán abandonadas en un artículo posterior en el que se hará el estudio riguroso del dimensionamiento de una sección.



solamente y las tensiones a considerar cuatro; las relativas al borde superior las indicaremos con co-  
millas (fig. 1).

- 2 Suponemos las tensiones mínimas admisibles ( $\sigma'_{0 \text{ mfn}}$  y  $\sigma_{0 \text{ mfn}}$ ) iguales a cero.
- 3 Las tensiones máximas en el borde superior ( $\sigma'_{0 \text{ max}}$ ) y en el inferior ( $\sigma_{0 \text{ max}}$ ), pueden alcanzar los valores máximos admisibles indicados; tales valores se designarán con  $\sigma_0$ .
- 4 No consideramos la sección mixta.
- 5 Los parámetros que definen una sección pretensada son ocho (fig. 2):
  - 6 características geométricas:  $h$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_0$ ,  $s_1$ ,  $s_2$  ( $b_0$  es el ancho del alma).
  - 2 características del pretensado:
    - $N$ , esfuerzo de pretensado;
    - $e$ , excentricidad del cable respecto al baricentro; a veces es útil considerar en lugar de "e", la distancia "d" al borde inferior.

Sin embargo, en un estudio cualitativo del problema, los valores de  $b_0$ ,  $s_1$  y  $s_2$  tienen escaso interés y pueden fijarse arbitrariamente.

Los parámetros que quedan variables son:  $h$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $N$  y  $e$  ( $d$ ).

- 6 Introducimos los siguientes símbolos (fig. 2):

— Características geométricas:

$y'$ ,  $y$ , distancias del eje neutro al borde superior e inferior.

$c'$ ,  $c$ , distancias del eje neutro al extremo superior e inferior del núcleo central.

$A$ ,  $J$ ,  $\rho^2$ , área, momento de inercia y radio de giro de la sección.

$e$ ,  $d$ , distancia del cable al eje neutro y al borde inferior, respectivamente.

"e" se considera positiva cuando el cable está por debajo del baricentro.

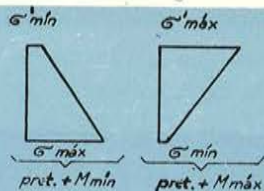


Fig. 1

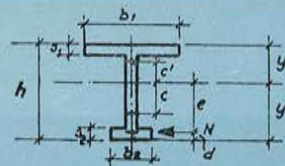


Fig. 2

— Momentos:

$M_{min}$ , o bien  $M_p$ : momento mínimo (debido generalmente a la carga permanente).

$\Delta M$  o bien  $M_s$ : oscilación del momento (debido a la sobrecarga).

$M_{max}$ : momento máximo ( $M_{max} = M_p + M_s$ ).

Indicaremos con  $M_t$  (momento total) el valor  $M_{max}$ , en el caso de que el momento sea siempre del mismo signo o el valor  $\Delta M$  en el caso de que el momento pueda cambiar de signo ( $M_{min}$ , negativo).

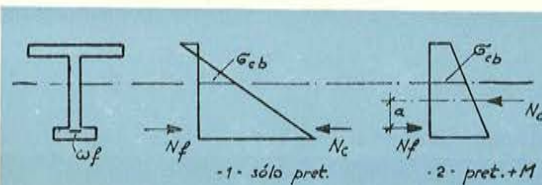


Fig. 3

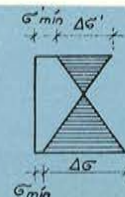


Fig. 4



El pretensado en una sección equivale a una fuerza  $N_t$  de tracción (resultante de la tensión del cable) y una fuerza  $N_c$  de compresión (resultante de las compresiones sobre el hormigón);  $N_c$  y  $N_t$  son iguales, de signo opuesto y, cuando la sección está descargada, situadas sobre la misma recta de aplicación.

Cuando exista un momento externo  $M$ , el diagrama de tensión será tal que  $N_c$  se separe de  $N_t$  una cantidad " $a$ " para crear un momento  $M = N_c \cdot a$ ; en definitiva, la intervención de un momento  $M$  equivale a un desplazamiento de la resultante de magnitud  $a = \frac{M}{N_c}$ , hacia arriba o hacia abajo según que el momento  $M$  sea positivo o negativo.

Cuando hay que expresar una tensión genérica, refiriéndonos por ejemplo al borde inferior, además de expresarla en la forma trinomia habitual

$$\sigma = \frac{N_c}{A} + \frac{N_c \cdot e}{J} y - \frac{M}{J} y = \frac{N_c}{A} \left( 1 + \frac{ey}{\rho^2} \right) - \frac{M}{J} y$$

(cada magnitud afectada de su signo), también podemos hacerlo en la forma binomia:

$$\sigma = \frac{N_c}{A} + \frac{N_c \cdot \bar{e}}{J} y = \frac{N_c}{A} \left( 1 + \frac{\bar{e}y}{\rho^2} \right) = \frac{N_c}{A} \left( 1 + \frac{\bar{e}}{c'} \right)$$

(en la cual, " $\bar{e} = e - \frac{M}{N_c}$ ", representa la excentricidad respecto al eje baricéntrico de la resultante  $N_c$ , en la posición que ha tomado por la intervención de  $M$ ; " $\bar{e}$ " se considera positivo cuando  $N_c$  queda por debajo del eje baricéntrico).

Finalmente, señalemos las relaciones siguientes:

$$\sigma_{máx} = \sigma_{mín} + \Delta\sigma = \sigma_{mín} + \frac{\Delta M}{J} y$$

$$\sigma'_{máx} = \sigma'_{mín} + \Delta\sigma' = \sigma'_{mín} + \frac{\Delta M}{J} y'$$

En la figura 4 se representa el diagrama correspondiente a  $\Delta M$ .

Consideraremos a menudo el diagrama de  $\sigma$  multiplicado por el ancho de la sección en la cota en la cual se considera la  $\sigma$ : este diagrama será el "diagrama de  $\sigma \cdot b$ " (fig. 5).

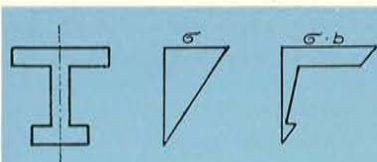


Fig. 5

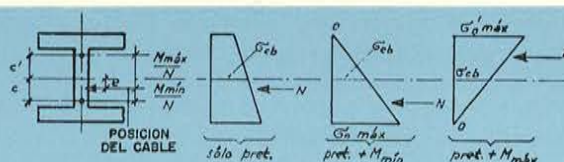


Fig. 6

### variación de la forma de la sección y de la posición del cable en función de la relación entre los momentos máximo y mínimo externos

Analizaremos en este párrafo los dos primeros puntos examinados en la introducción; con tal fin, buscaremos a partir de  $h$ ,  $b_1$ ,  $N$  (3) y en función de  $M_{mín}/M_{máx}$  los valores más convenientes de  $b_2$  y  $e$ .

(3) También suponemos constantes  $b_0$ ,  $s_1$ ,  $s_2$ .



$$M_{min} < 0$$

Este es el caso en el que existe inversión en el signo de los momentos.

Además del momento mínimo ( $M_{min} < 0$ ), puede actuar en la sección un momento máximo positivo ( $M_{max}$ ). La oscilación máxima de los momentos vale  $\Delta M = |M_{min}| + M_{max}$  (fig. 6).

Las condiciones que debe satisfacer la sección para su utilización óptima son:

a) Respecto a las tensiones mínimas, la resultante  $N$  de las compresiones estará siempre comprendida entre los extremos del núcleo central y, en particular, se colocará en el extremo inferior cuando actúe el  $M_{min}$  y en el extremo superior cuando actúe el  $M_{max}$ ; por esto, será conveniente una forma de la sección tal, que los extremos del núcleo central estén lo más distanciados posible.

b) Respecto a las tensiones máximas ( $\sigma_{max} = \sigma_o = \frac{\Delta M}{J} y$ ;  $\sigma'_{max} = \sigma_o = \frac{\Delta M}{J} y'$ ) será conveniente una forma de la sección en la cual  $J$  sea lo más grande posible e  $y = y'$ .

De los puntos a) y b) resulta evidente que la forma más conveniente que satisface estas condiciones, es la del tipo en doble T simétrica.

El cable deberá estar a una distancia  $\frac{M_{min}}{N}$  del extremo inferior y a  $\frac{M_{max}}{N}$  del superior (fig. 6).

El ancho  $b_2$  de la cabeza inferior resulta igual a  $b_1$ ; queda así determinado  $J$  y, por consiguiente, la máxima oscilación del momento  $\Delta M$  mediante la relación  $\sigma_o = \frac{\Delta M}{J} \cdot \frac{h}{2}$ .

En el caso particular de que resulte  $M_{min} = M_{max}$  el cable es baricéntrico con excentricidad "e" nula.

El momento total, por definición, coincide con la máxima oscilación  $\Delta M$ ; su valor es  $M_{t1} = \Delta M = N(c + c') = N \cdot 2c$ .

$$M_p = M_{min} = 0 = M_{pl}^I$$

En este caso el momento mínimo es nulo; supongamos además que el momento debido a la sobrecarga  $M_s$  sea igual a la oscilación  $\Delta M$  que resultaba en el caso precedente. Las condiciones a las que debe satisfacer la sección para su mejor utilización no han cambiado evidentemente: por consiguiente, podemos mantener la misma forma, las mismas dimensiones, y el trazado del cable por el extremo inferior del núcleo central, de manera que por la intervención de  $M_{max} = M_s = \Delta M$  la resultante pase por el extremo superior (fig. 7).

El momento total vale, como en el caso precedente,  $M_{t2} = \Delta M = N(c + c') = N \cdot 2c$ .

Indicaremos con  $M_{pl}$  (primer momento límite) al valor  $M_p = 0$ ; éste representa el límite superior del campo en el cual, a igualdad de  $M_t$ , todas las dimensiones de la sección son independientes de  $M_p$ .

La importancia de este momento límite se verá evidente, más adelante, en un artículo en el que se tendrá en cuenta la caída de tensión.

$$M_{pl}^I < M_p < M_{pl}^{II}$$

Supongamos que  $M_p$  sea positivo (comprendido entre ciertos límites) y  $M_s$  sea igual al valor de  $\Delta M$  que habíamos visto en los casos precedentes.

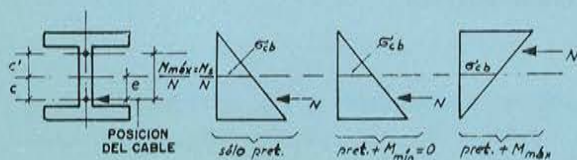


Fig. 7

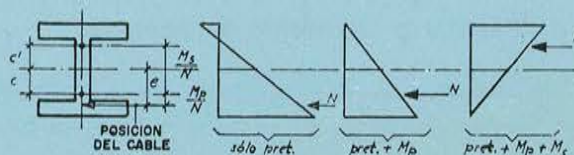


Fig. 8



En estas condiciones, será suficiente colocar el cable por debajo del extremo inferior del núcleo central a fin de que resulten las mismas dimensiones y los mismos diagramas límites (4) que en los casos precedentes.

La excentricidad del cable se determina evidentemente por las condiciones: de que al actuar el momento  $M_p$ , la resultante  $N$  se separe la cantidad  $\frac{M_p}{N}$  y coincida con el punto inferior del núcleo central, y de que al actuar  $M_s$  la resultante se aleje  $\frac{M_p + M_s}{N}$  y coincida con el extremo superior del núcleo central (fig. 8).

El momento total ha aumentado y vale  $M_{t3} = M_p + \Delta M = N(e + c')$ . Ahora,  $M_p$  es soportado "gratuitamente" (5) con tal que las dimensiones hagan que las tensiones  $\sigma$  no varíen en los bordes respecto al caso precedente.

4  $M_p = M_{pl}^{II}$

Naturalmente, la situación particularmente favorable que resultaba en el caso precedente puede disfrutarse sólo entre ciertos límites, ya que el descenso del cable debe limitarse por la necesidad de dejar un recubrimiento suficiente.

Llamaremos  $M_{pl}^{II}$  (segundo momento límite) al valor de  $M_p$  al cual le corresponde el cable en la posición más baja posible: éste representa el elemento de separación entre el campo en el que la excentricidad del cable se determina en función del valor  $M_p$  y el campo (correspondiente a  $M_p > M_{pl}^{II}$ ) en el que la posición del cable es independiente de  $M_p$ ; en realidad, aún subsiste esta dependencia, pero nos vemos obligados a renunciar a ella, como habíamos indicado, por razones de carácter práctico; entre ciertos límites, el cable resultaría fuera de la sección (6).

En consecuencia, si no se varía la forma de la sección, cuando  $M_p > M_{pl}^{II}$ , el momento total  $M_t = M_{máx}$  queda constante mientras disminuye necesariamente  $M_s$  (debe ser  $M_t = M_p + M_s$ ); en otras palabras, sólo la parte de carga permanente correspondiente a  $M_{pl}^{II}$  continúa siendo soportada "gratuitamente", mientras que el resto de la sobrecarga "cuesta".

El valor de  $M_{pl}^{II}$  depende de la forma de la sección y de la posición del cable: puede determinarse (como resulta de la fig. 9) mediante las proporciones siguientes:

$$\frac{M_{pl}^{II}}{M_s} = \frac{d_1}{2c} \rightarrow M_{pl}^{II} = \frac{d_1}{2c} M_s \text{ ó también: } \frac{M_{pl}^{II}}{M_t} = \frac{d_1}{2c + d_1} \rightarrow M_{pl}^{II} = \frac{d_1}{2c + d_1} M_t$$

Para secciones simétricas en doble T con alas muy largas [ $2c = (0,6 \div 0,7)h$ ;  $d = (0,07 \div 0,10)h$ ] resulta:

$$M_{pl}^{II} = (0,07 \div 0,22)M_s = (0,07 \div 0,18)M_t$$

Para secciones rectangulares ( $2c \div 0,33h$ ) se tiene

$$M_{pl}^{II} = (0,73 \div 0,82)M_s = (0,41 \div 0,44)M_t$$

(4) Entendemos por diagramas límites de tensión los correspondientes a pretensado + momento mínimo y a pretensado + momento máximo; no tiene ningún interés considerar el diagrama debido solamente al pretensado.

(5) Esta palabra se ha tomado del Guyon; en seguida aclararemos mejor los límites en los cuales debe interpretarse.

(6) El empleo de una preflexión de la sección, además del pretensado, sería particularmente favorable en cuanto permitiría, idealmente, colocar el cable fuera de la sección.



$$5 \quad M_{pl}^{II} < M_p < M_{pl}^{III}$$

Habíamos indicado que para  $M_p > M_{pl}^{II}$  sólo la parte correspondiente a  $M_{pl}^{II}$  era soportada "gratuitamente"; existe todavía la posibilidad de soportar la diferencia  $M_p - M_{pl}^{II}$  en forma más conveniente que  $M_s$ , si adaptamos la forma de la sección a las exigencias correspondientes a este nuevo tipo de carga.

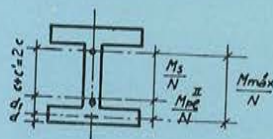


Fig. 9

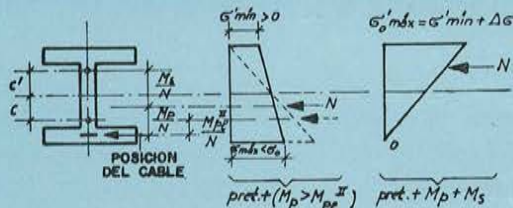


Fig. 10

En el caso que habíamos considerado, la sección simétrica era la más conveniente porque era la que, a igualdad de altura, tenía los extremos del núcleo central lo más separados posible y, a igualdad de áreas no sólo el máximo momento de inercia, sino también  $y'/J = y/J$ , lo cual permitía adoptar el mismo valor máximo admitido  $\sigma_o$  para las dos tensiones  $\sigma'_{máx}$  y  $\sigma_{máx}$ .

Pero en este caso, tales características no son las más convenientes, ya que:

a) Siendo  $M_p > M_{pl}^{II}$  no interesa que sea máxima la distancia  $(c + c')$ , sino que sea máximo  $(e + c')$  porque  $M_t = N(e + c')$ ; será conveniente, por tanto, que el extremo superior del núcleo central esté lo más alto posible, independientemente de la posición que tenga el extremo inferior.

b) La resultante  $N$  de las compresiones, por efecto del momento  $M_p$  (si se mantiene la misma sección que en el caso precedente) se coloca en el extremo inferior del núcleo central, produciendo así en el extremo superior una  $\sigma'_{mín} > 0$  y en el extremo inferior una  $\sigma_{máx} < \sigma_o$  (fig. 10) (la línea discontinua representa el diagrama correspondiente a  $M_p = M_{pl}^{II}$ ); veremos en el párrafo III que puede obtenerse una economía mayor si la  $\sigma_{máx}$  alcanza el valor  $\sigma_o$  (sin interesar el valor de  $\sigma'_{mín}$ ); examinemos que puede hacerse para conseguir  $\sigma_{máx} = \sigma_o$ .

Las dos tensiones máximas en los bordes son (fig. 10):

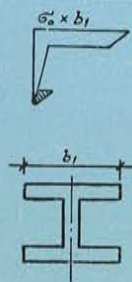
— bajo carga máxima:

$$\sigma'_{máx} = \sigma'_{mín} + \Delta'\sigma = \sigma'_{mín} + \frac{M_s}{J} y' = \sigma_o \quad [I]$$

— bajo carga mínima:

$$\sigma_{máx} = 0 + \Delta\sigma = 0 + \frac{M_s}{J} y < \sigma_o \quad [II]$$

Manteniendo invariable la [I], deberemos aumentar el valor de [II] y, por tanto, aumentar  $y$ ; esto lleva a una disminución de  $y'$ , y para mantener invariable [I], a una disminución de  $J$  (7).



(7) En realidad el problema es un poco más complejo porque aumentando  $y$  se eleva la posición del extremo inferior del núcleo central y disminuye el valor de  $\sigma'_{mín}$ ; la razón  $y'/J$  no debe quedar constante, sino que debe aumentar más lentamente que  $y/J$ ; esta condición conduce a disminuir  $J$ , aumentar  $y$  y disminuir  $y'$ .

(8) En realidad, siendo  $N$  constante,  $b_1$  no puede quedar invariable, sino que debe aumentar ligeramente. Esto es debido al hecho de que, considerando el diagrama  $\sigma \cdot b$  bajo carga máxima, al disminuir  $b_2$  hasta cero se reduce el área rayada en la figura y siendo  $N_c = N_t = cte$ , debe aumentar  $b_1$  ligeramente; sin embargo, tal variación es despreciable.



Ambos apartados, *a*) y *b*), conducen a la adopción de una sección en doble T asimétrica (fig. 11) por reducción de la base inferior (8); tal sección tiene el extremo superior del núcleo central ligeramente más alto, por lo cual, el momento total  $M_t = N(e + c')$  es ahora ligeramente mayor.

La reducción de la base inferior será tanto mayor cuanto más grande sea  $M_p$ .

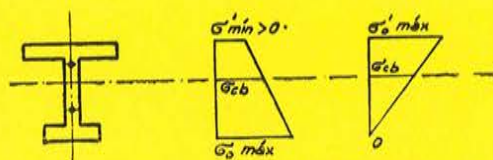


Fig. 11

De este modo, aparece evidente que también la diferencia  $M_p - M_{pl}^{II}$  tiene un comportamiento privilegiado respecto a  $M_n$ , ya sea porque permite reducir el área de la sección (disminuyendo  $b_2$ ), ya porque permite aumentar ligeramente el momento total  $M_t = N(e + c')$  (aumentando  $e + c'$ ).

Es oportuno observar que esta ventaja es menor que la relativa a  $M_{pl}^{II}$ . Mientras que en realidad este último se soporta "gratuitamente", la diferencia  $M_p - M_{pl}^{II}$  se soporta solamente a un "precio reducido" respecto a  $M_n$ ; de esto se deriva que la posibilidad de variar la excentricidad del cable es mucho más importante que la de variar  $b_2$  y recurriremos a esta última sólo cuando se haya agotado la primera.

6  $M_p = M_{pl}^{III}$

Habíamos dicho que cuanto mayor es  $M_p$ , tanto mayor es la reducción del ancho inferior; llamaremos  $M_{pl}^{III}$  (tercer momento límite) al valor de  $M_p$  al cual corresponde un ancho de la cabeza inferior nulo, o sea,  $b_2$  igual al ancho del alma; esto representa el elemento de separación entre el campo en el cual, colocado el cable lo más bajo posible, el valor de  $b_2$  se determina en función de  $M_n$ , y el campo (correspondiente a  $M_p > M_{pl}^{III}$ ) en el cual ni la posición del cable ni el ancho  $b_2$  dependen de  $M_p$ ; en realidad, análogamente a cuanto se ha dicho para  $M_{pl}^{II}$ , la dependencia de  $b_2$  respecto de  $M_n$  sigue subsistiendo también para  $M_p > M_{pl}^{III}$ , pero hay que prescindir de ella por la imposibilidad de realizar áreas negativas.

El valor de  $M_{pl}^{III}$  depende del valor fijado para  $h$  y  $b_1$ : puede oscilar entre  $0,7 \div 0,8 M_t$ .

Los diagramas de tensiones correspondientes a  $M_{pl}^{III}$  se indican en la figura 12.

7  $M_p > M_{pl}^{III}$

En este punto hemos agotado todas las posibilidades que teníamos a mano para adaptar la sección a las condiciones externas de carga: habíamos iniciado nuestras comparaciones manteniendo fijos  $h$ ,  $b_1$ ,  $N$ ; se han determinado, caso por caso, los valores más convenientes de  $e$  y  $b_2$  hasta alcanzar dos valores límites, por encima de los cuales no es posible proceder; la sección resulta, por tanto.



completamente determinada, del tipo de T simple, e independiente del valor de  $M_p$ ; sus dimensiones y el momento total  $M_t$  tienen los mismos valores que para  $M_p = M_{pl}^{III}$ .

Los diagramas de tensiones se indican en la figura 13; resulta que no es posible igualar a los valores admisibles ninguna de las dos tensiones ( $\sigma'_{mín}$ ,  $\sigma'_{máx}$ ) debidas a  $M_p$ ; el diagrama punteado representa las tensiones correspondientes a  $M_{pl}^{III}$ .

## conclusiones

El hormigón pretensado se comporta de modo más ventajoso conforme aumenta la razón  $\frac{M_p}{M_t}$  (ó  $\frac{M_p}{M_s}$ ); este comportamiento ventajoso es debido a la posibilidad de adaptar la posición del cable o bien  $b_2$  a las características de la sollicitación externa. Agotada esta posibilidad (para  $M_p > M_{pl}^{III}$ ), el hormigón pretensado ha alcanzado el máximo de ventajas y no mejora posteriormente con el aumento de  $M_p/M_t$ .

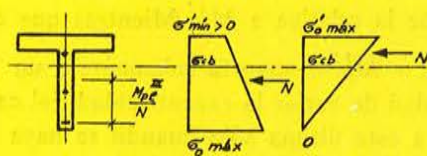


Fig. 12

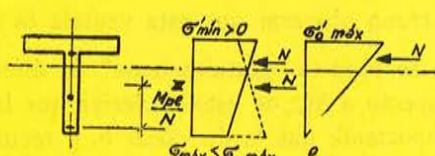


Fig. 13

En definitiva, adoptando un lenguaje no demasiado científico, pero sí bastante expresivo, podemos decir que la parte del momento permanente correspondiente a  $M_{pl}^{II}$  se soporta "gratuitamente"; la parte correspondiente ( $M_{pl}^{III} - M_{pl}^{II}$ ) se soporta a "precio reducido" y que, finalmente, la parte correspondiente a  $M_p - M_{pl}^{III}$  "cuesta" cuando actúa la sobrecarga (9).

De esta consideración se deriva, como veremos en seguida, que mientras para  $M_p < M_{pl}^{II}$  es posible imponer que las 4 tensiones alcancen los valores admisibles; para  $M_p > M_{pl}^{II}$  (fijando arbitrariamente la posición del cable) solamente podremos imponer 3 y para  $M_p > M_{pl}^{III}$  (fijando arbitrariamente  $b_2$ ) deberemos limitarnos a imponer sólo 2.

(9) El empleo de la palabra «gratuito», introducida en el Guyon y aplicada genéricamente en el lenguaje común del hormigón pretensado al momento permanente  $M_p$ , no nos parece completamente justificada:

- en primer lugar, porque no todo el momento permanente es «gratuito», sino sólo una pequeña parte (la correspondiente a  $M_{pl}^{II}$ );
- en segundo lugar, porque no hay ningún motivo de llamar «gratuito» al momento que se resiste colocando el cable en la posición más lógica, es decir, lo más bajo posible. Es más racional decir que el hormigón pretensado se encuentra en una situación particularmente desfavorable cuando  $M_p < M_{pl}^{II}$ , ya que, debiendo limitar la excentricidad del cable, estamos obligados a resistir un momento total menor. En los párrafos sucesivos se pondrá en evidencia que es mucho más lógico seguir el camino inverso del seguido (considerar los valores decrecientes de  $M_p$ ; aparecerá así evidente que no existe ningún momento «gratuito», sino, al contrario, cuando  $M_p$  es pequeño el hormigón pretensado está mal utilizado.



El esquema que sigue y el diagrama al final del artículo resumen las consideraciones hechas.

| $M_p$ CRECIENTE<br>→  | $M_p < 0$                              | $M_p = 0 = M_{pe}^I$   | $M_{pe}^I < M_p < M_{pe}^{II}$                   | $M_p = M_{pe}^{II} = 0.15 M_t$ | $M_{pe}^{II} < M_p < M_{pe}^{III}$   | $M_p = M_{pe}^{III} = 0.7 M_t$ | $M_p > M_{pe}^{III}$           |
|---|--|--|--|--------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------|
| FORMA DE LA SECCION   | <br>SIMETRICA                          | <br>ASIMETRICA   | <br>T SIMPLE                                     | <br>ASIMETRICA                 | <br>T SIMPLE   | <br>ASIMETRICA                 | <br>T SIMPLE                   |
| TENSIONES TEORICAS DEBIDAS EXCLUSIVAMENTE AL ESFUERZO N DE PRETENSADO           |  |  |  |                                |  |                                |                                |
| TENSIONES EFECTIVAS DEBIDAS RESPECTIVAMENTE A<br>$N + M_p$ Y<br>$N + M_p + M_s$ |  |  |  |                                |  |                                |                                |
| TENSIONES QUE ALCANZAN EL VALOR LIMITE $\sigma_u$                               | 4                                      | 4  | 4  | 1                              | 3  | 3                              | 2                              |
| POSICION DEL CABLE  | DENTRO DEL NUCLEO CENTRAL              | EN EL PUNTO INFERIOR DEL NUCLEO                                    | POR DEBAJO DEL PUNTO INFERIOR DEL NUCLEO CENTRAL | LO MAS BAJO POSIBLE            | LO MAS BAJO POSIBLE  | LO MAS BAJO POSIBLE            | LO MAS BAJO POSIBLE            |
| MOMENTO TOTAL<br>$M_t$  | CONSTANTE<br>$M_t = N(e + c')$         | AUMENTA RAPIDAMENTE POR EL DESCENSO DEL CABLE<br>$M_t = N(e + c')$ |  |                                | AUMENTA LENTAMENTE POR LA ELEVACION DEL EXTREMO SUPERIOR DEL NUCLEO CENTRAL<br>$M_t = N(e + c')$ |                                | CONSTANTE<br>$M_t = N(e + c')$ |
| MAXIMA OSCILACION DEL MOMENTO   | $M_{pt} + M_s = \Delta M$<br>CONSTANTE |  |  |                                | $M_s < \Delta M$<br>DISMINUYE HASTA CERO   |                                |                                |
| AREA DE LA SECCION  | CONSTANTE                              |  |  |                                | DISMINUYE AL DISMINUIR $b_2$   |                                | CONSTANTE                      |

## influencia del canto en la economía de la sección

Los parámetros que nos definen una sección pretensada del tipo de doble T asimétrica son ocho:

$$N, e, b_1, b_2, b_0, s_1, s_2, h$$

Analicemos cómo se pueden determinar en el cálculo de un proyecto:

$b_0, s_1, s_2$ : ya se ha hablado de ellos al principio del artículo; se fijarán arbitrariamente y lo menos posible ( $\approx 0,1 h$ ).

$b_2$  (o mejor  $\frac{b_2}{b_1}$ )  $e$ : los valores de estos dos parámetros, habíamos visto en el párrafo precedente que se determinaban en función de  $M_p/M_t$  (ó de  $M_{min}/M_{max}$ ).

$h, b_1, N$ : son los tres parámetros más importantes de la sección; sus valores dependen, esencialmente, del momento máximo y de las dos tensiones correspondientes  $\sigma'_{0 max}$ ,  $\sigma'_{0 min}$ .



Siendo solamente dos las ecuaciones que ligán las tensiones bajo carga máxima con las características geométricas, solamente pueden determinarse dos de estos parámetros; el tercer parámetro queda indeterminado, por lo cual, en el caso más general de proyecto de una sección, tendremos una familia de  $\infty^1$  soluciones.

Esta indeterminación juega a favor de la economía de la sección, permitiendo introducir una quinta ecuación del tipo  $\alpha_1 A_c + \alpha_2 A_f = \text{mínimo}$ , en la cual  $A_c, A_f$  son las áreas de hormigón y acero necesarias y  $\alpha_1, \alpha_2$  son los costes unitarios respectivos; además  $A_c$  depende de  $h, b_1, b_2$  mientras que  $A_f$  depende de  $N$  y en definitiva, esencialmente de  $h$  (siendo  $N = \frac{M_{máx}}{e + c'} = \frac{M_{máx}}{Kh}$  donde  $K$  depende de la forma de la sección).

En resumen, el proyecto de una sección puede resolverse convenientemente asignando a  $h$  diversos valores y calculando los otros parámetros (que están definidos unívocamente) por medio de las 4 ecuaciones que ligán a  $M_{mín}$  y  $M_{máx}$ .

Pueden obtenerse así, en función de  $h$ , todas las características de la sección y en particular  $A_c, A_f$ .

Entre todos los valores asignados a  $h$  hay dos particulares: uno " $h_e$ " (al que corresponde  $\alpha_1 A_c + \alpha_2 A_f = \text{mínimo}$ ) es la altura económica de la sección, y el otro  $h_1$  (al que corresponde  $A_c = \text{mínimo}$ ) es la altura límite o de área mínima.

Siempre resulta  $h_e > h_1$  y, por tanto, puede resultar conveniente adoptar alturas mayores de la límite, por aproximarse a una sección económica (10), pero no es conveniente adoptar alturas menores de  $h_1$ .

El diagrama de la figura 14 representa, desde un punto de vista cualitativo, los valores de  $A_c, A_f$  y  $(\alpha_1 A_c + \alpha_2 A_f)$  en función de  $h$ .

### consideraciones sobre los valores más convenientes a imponer a las cuatro tensiones en los bordes correspondientes a $M_p$ y $M_{máx}$

Consideraremos en este párrafo que  $s_1, s_2, b_0, h$  se fijan a priori; quedan aún cuatro parámetros incógnitas ( $b_1, b_2, N, e$ ) que están ligados por otras tantas ecuaciones con las tensiones  $\sigma_{máx}, \sigma'_{mín}$  ( $M_p$ ) y  $\sigma_{mín}, \sigma'_{máx}$  ( $M_{máx}$ ).

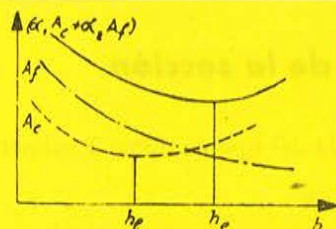


Fig. 14



Fig. 15

El problema de mayor interés que ahora se plantea es éste: ¿conviene o no que las cuatro tensiones en los bordes alcancen los valores  $\sigma_0$  correspondientes? La respuesta es afirmativa sin más respecto a  $\sigma_{mín}$  y  $\sigma'_{máx}$  ( $M_{máx}$ ), mientras que en lo que respecta a  $\sigma'_{mín}$  y  $\sigma_{máx}$  ( $M_p$ ) será conveniente que una alcance el correspondiente  $\sigma_0$  solamente cuando su valor influye sobre cualquier característica de la sección; este concepto será aclarado en el curso del párrafo.

(10) En realidad, la verdadera altura económica de la sección está comprendida entre  $h_1$  y  $h_e$ , pues hay que tener en cuenta que, aproximándose a  $h_e$ , aumenta el peso de la estructura sobre cimientos.



a) Condiciones de carga máxima  $M_{máx}$ . En la figura 15 se representa el diagrama de  $\sigma$  correspondiente a esta condición de carga además del diagrama  $\sigma \cdot b$ ; el área de este último equivale a una fuerza  $N_e$  igual y contraria a  $N_p$ .

Del examen del diagrama  $\sigma \cdot b$  resulta:

- La importancia de la cabeza superior, ya que es conveniente que  $N_e$  esté lo más alto posible.
- La importancia prácticamente nula del talón inferior, en cuanto que cualquier aumento (punteado en la figura) modifica muy poco la posición y el valor de  $N_e$ ; esto significa que la introducción de  $b_2$  no mejora el comportamiento de la sección bajo carga máxima mientras que tiene una influencia notable en las condiciones de carga mínima, por lo cual parece justificado su empleo solamente cuando  $M_p$  lo requiera (11).

Por otra parte, resulta evidente que:

- Es conveniente que sea  $\sigma_{mín} = \sigma_0 \text{ mín}$ , pues esto permite emplear el área mínima de hierro:  $N_t (e + c') = M_{máx}$ .
- Es conveniente que sea  $\sigma'_{máx} = \sigma'_0 \text{ máx}$ , pues así podemos emplear el menor  $b_1$  y de aquí  $A_c$ .

b) Condiciones de carga mínima  $M_p$  (12).

En realidad no se debe buscar la mejor sección respecto a  $M_p$ , sino que se debe intentar adaptar la sección hallada anteriormente para  $M_t$ , a estas nuevas condiciones de carga.

## 1 $M_p > M_{pl}^{III}$

En estas condiciones, la resultante  $N_e = N_p$ , por efecto del  $M_p$ , no se aparta demasiado de las condiciones correspondientes a  $M_t$ , por lo cual la sección está ahora en exceso: ni  $\sigma_{máx}$  ni  $\sigma'_{mín}$  alcanzan las correspondientes  $\sigma_0$  (fig. 16).

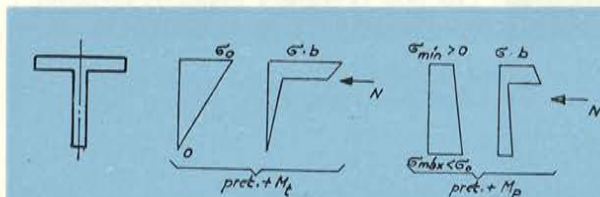


Fig. 16

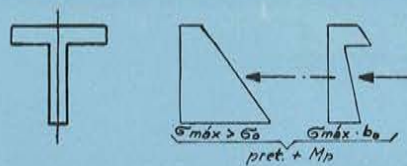


Fig. 17

Esta sección resulta aún (a igualdad de  $h$ ) la más conveniente posible.

## 2 $M_{pl}^{III} > M_p > M_{pl}^{II}$

La resultante  $N_e$  cae en una posición tal que para el borde inferior  $\sigma_{máx}$  supera el valor límite (figura 17); es ahora necesario introducir un talón inferior para reducir  $\sigma_{máx}$  y hacerla igual a  $\sigma_0 \text{ máx}$  (figura 18).

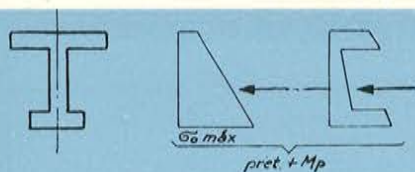


Fig. 18

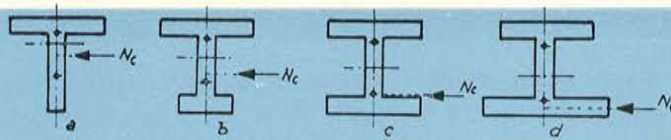


Fig. 19

(11) Su empleo tiene únicamente el fin técnico de recoger los cables cuando éstos son numerosos.

(12) Solamente nos referiremos a los casos en que  $M_p \geq 0$ , ya que los relativos a inversión de momentos no presentan ningún interés particular, coincidiendo con los casos de  $M_p = 0$ ; además supondremos  $M_t$  constante y, para simplificar, indicaremos con  $M_t$  al momento máximo.



## observaciones

El ensanche del talón inferior tiene también otro efecto sobre el comportamiento de la sección y, precisamente, hace descender el extremo inferior del núcleo central.

Del examen de la figura 19 resulta que aumentando  $b_2$  (y disminuyendo  $M_p$ ),  $N_e$  descende más rápidamente que el extremo inferior del núcleo central, por lo cual, de la situación a) ( $N_e$  dentro del nú-

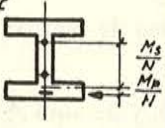
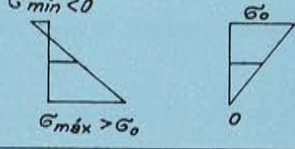
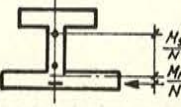
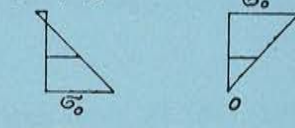
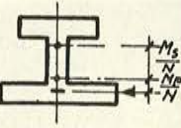
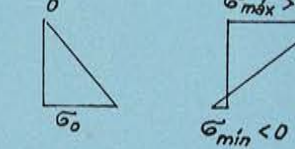
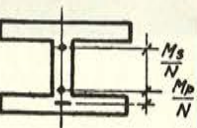
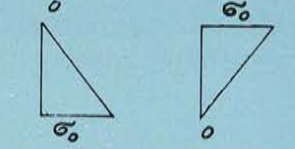
| CUANDO A IGUALDAD DE $M_t$ , RESULTA $M_p < M_{pe}^{II}$ SUCEDER:   |   |   |
|---|---|---|
| <p>SI MANTIENE LA MISMA SECCION II VALIDA PARA <math>M_p = M_{pe}^{II}</math></p> <p>a)</p>  |    | <p>LAS DOS TENSIONES CORRESPONDIENTES AL ESFUERZO DE PRETENSADO + <math>M_p</math> SUPERAN LOS VALORES ADMISIBLES</p>   |
| <p>SI SE AUMENTA LA CABEZA INFERIOR</p> <p>b)</p>    |    | <p>LA <math>\sigma'_{min}</math> CORRESPONDIENTE AL ESFUERZO DE PRETENSADO + <math>M_p</math> SUPERA EL VALOR ADMISIBLE</p>   |
| <p>SI SE REDUCE LA EXCENTRICIDAD DEL CABLE</p> <p>c)</p>                                    |   | <p>LAS DOS TENSIONES CORRESPONDIENTES AL ESFUERZO DE PRETENSADO + <math>M_t</math> SUPERAN EL VALOR ADMISIBLE EN CUANTO N SE ALEJA HACIA ARRIBA DEL PUNTO SUPERIOR DEL NUCLEO CENTRAL</p> |
| <p>SI SE AUMENTA EL ANCHO <math>N</math> Y <math>b_1</math></p> <p>d)</p>                  |  | <p>TODAS LAS TENSIONES ALCANZAN EL VALOR LIMITE</p>   |

Fig. 20

cleo central,  $\sigma'_{min} > 0$ ) se pasa a la situación c) ( $N_e$  en el extremo inferior del núcleo central,  $\sigma'_{min} = 0$ ).

Para valores de  $M_p < M_{pi}^{II}$ , el aumentar el talón inferior puede ser necesario respecto a  $\sigma_{max}$ , pero no garantiza  $\sigma'_{min} > 0$  (situación d) y, por tanto, deberemos adoptar otro procedimiento.

3  $M_{pi}^{II} > M_p$

El procedimiento que habíamos apuntado en el apartado anterior, es reducir la excentricidad del cable. El esquema de la figura 20 muestra lo que sucede al aumentar bien  $b_1$  o bien  $N$  hasta alcanzar una nueva sección simétrica más gravosa que la inicial.



A la vista de estas consideraciones aparece claro lo que se afirmó al comienzo del párrafo, o sea: solamente cuando estemos forzados a introducir  $b_2$  (ligado con  $\sigma_{máx}$ ) conviene que sea  $\sigma_{máx} = \sigma_0$ , y sólo cuando estemos obligados a reducir "e" (la reducción depende de  $\sigma'_{mín}$ ) conviene que sea  $\sigma'_{mín} = 0$ .

En definitiva podemos afirmar que:

1. A igualdad de  $h$ ,  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $b_0$ , el comportamiento del hormigón pretensado es tanto más favorable en cuanto  $M_p/M_t$  es mayor, es decir, en tanto que las tensiones correspondientes a  $M_p$  se diferencian más de los valores límites admisibles.

2. A igualdad de  $h$ ,  $M_p$ ,  $M_t$ , imponiendo que las tensiones correspondientes a  $M_t$  alcancen los respectivos  $\sigma_0$  (lo cual siempre es conveniente) y teniendo completa libertad de elección del tipo de sección, resulta que:

- una sección en la que  $\sigma_{máx}$  y  $\sigma'_{mín}$  alcanzan las respectivas  $\sigma_0$ , es menos favorable que una sección en la cual sólo  $\sigma_{máx}$  alcanza la respectiva  $\sigma_0$ ;
- que esta última sección es menos favorable que una en la cual ni  $\sigma_{máx}$  ni  $\sigma'_{mín}$  alcanzan sus respectivas  $\sigma_0$ .

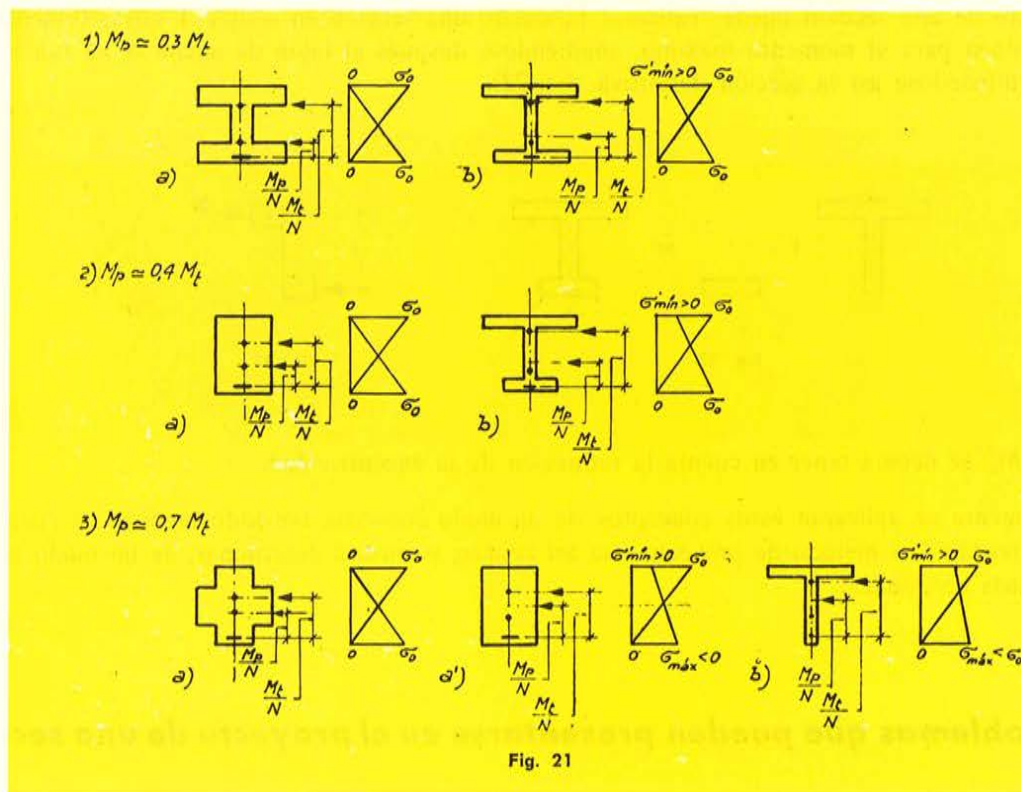


Fig. 21

Teniendo presente la figura 21, el punto 1 indica que la situación 3 - b es más favorable que la 2 - b y que esta última es más favorable que la 1 - b; el punto 2 indica que cada sección del tipo b es más favorable que la correspondiente del tipo a.

El punto 1, como habíamos dicho, es consecuencia de las consideraciones ya anotadas, demostrándose que en b) tanto  $A_t$  como  $A_c$  son menores que en a).

- $A_t$ : siendo en b) mayor la distancia  $e + c'$ ,  $A_t$  resulta menor

$$[M_t = N (e + c')]$$



—  $A_c$ : en todos los casos considerados  $\sigma'_{mdx}$  resulta igual a  $\sigma_0$ ; su expresión es:

$$\sigma'_{mdx} = \sigma_0 = \frac{N}{A} \left( 1 + \frac{c'}{c} \right)$$

confrontando esta expresión en los casos a) y b) tenemos:

$$\frac{c'}{c} \text{ es siempre menor en b) que en a)}$$

$$N \text{ es siempre menor en b) que en a)}$$

y, por tanto,  $A$  es siempre menor en b) que en a) como se quería demostrar.

De estas consideraciones pueden sacarse algunas conclusiones de cierta importancia, es decir:

- La máxima utilización de la sección no coincide con que las 4 tensiones alcancen los valores admisibles  $\sigma_0$ ; es conveniente, al contrario, que el tipo de sección sea tal que no permita que para  $M_p$  se alcancen dichos valores.
- El proyecto de una sección puede realizarse buscando una sección en simple T cuyas dimensiones se determinen para el momento máximo, añadiéndose después el talón de ancho  $b_x$  en función de  $M_p$ , determinándose así la sección definitiva (fig. 22).



Fig. 22

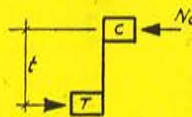


Fig. 23

Si  $M_p > M_{pl}''$  se deberá tener en cuenta la reducción de la excentricidad.

Posteriormente se aplicarán estos conceptos de un modo concreto, teniendo también en cuenta las pérdidas de tensión; el método de proyecto que así resulte, permitirá determinar, de un modo rápido, la solución más económica.

## IV problemas que pueden presentarse en el proyecto de una sección

Primeramente definiremos los siguientes tipos de soluciones:

- “Solución completa” o simplemente “solución” del problema es aquella en la que ambas tensiones bajo carga máxima ( $M_t$ ) alcanzan los valores admisibles correspondientes, mientras que las tensiones bajo carga mínima ( $M_p$ ) toman los valores más convenientes en el sentido ya precisado: tales que produzcan el mínimo talón inferior y la máxima excentricidad del cable.
- “Solución parcial tipo I” es aquella en la que ambas tensiones bajo carga máxima alcanzan los valores admisibles correspondientes  $\sigma_0$ , pero una o ambas tensiones bajo carga mínima resultan menores de los valores más convenientes que podían haber alcanzado.



- “Solución parcial tipo II” es aquella en la que una o ambas tensiones bajo carga máxima no alcanzan los valores admisibles correspondientes, mientras que las tensiones bajo carga mínima sí alcanzan los valores más convenientes.

En ambos tipos de soluciones parciales consideradas no se logra el máximo aprovechamiento del material.

## caso I

Debemos determinar todas las características de la sección:  $h$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ , “ $e$ ”,  $N$  (13); en este caso existe siempre una familia de  $\infty^1$  soluciones, entre las cuales es posible determinar la más económica (la que satisface a  $\alpha_1 A_c + \alpha_2 A_f = \text{mínimo}$ ) o la límite (la que satisface a  $A_c = \text{mínimo}$ ).

**a**  $M_p < M_{pl}^{II}$ : hay dos ecuaciones referentes a las tensiones bajo carga mínima (que definen  $b_2$  y  $e$ ) y dos ecuaciones correspondientes a las tensiones bajo carga máxima (que definen dos de las tres magnitudes  $h$ ,  $b_1$ ,  $N$ ): resultan 4 ecuaciones con 5 incógnitas y, por tanto,  $\infty^1$  soluciones.

**b**  $M_{pl}^{II} < M_p < M_{pl}^{III}$ : en estas condiciones, como habíamos visto anteriormente, la posición del cable está determinada, por cuya razón puede creerse erróneamente que si tenemos 4 ecuaciones con 4 incógnitas hay una sola solución; en realidad, estando obligados a fijar la posición del cable arbitrariamente y no como consecuencia de la relación  $M_p/M_t$ , no es posible utilizar una de las ecuaciones correspondientes a  $M_p$  (precisamente la que relaciona  $\sigma'_{min}$ ), ya que se llega a una desigualdad que se cumple siempre y, en definitiva, el problema se reduce a 3 ecuaciones con 4 incógnitas que sigue teniendo  $\infty^1$  soluciones.

**c**  $M_p > M_{pl}^{III}$ : análogamente al caso anterior, habiendo fijado arbitrariamente, bien la posición del cable o bien el talón inferior (igual a cero), las dos ecuaciones correspondientes a  $M_p$  se convierten en dos desigualdades que se cumplen siempre, por lo cual el problema se reduce a 2 ecuaciones con 3 incógnitas.

## caso II

Se establece a priori el valor de una de las cinco características de la sección.

Si se fija una de las características  $h$ ,  $b_1$ ,  $N$ , el problema presenta solución única (14).

Si las características fijadas son “ $e$ ” ó “ $b_2$ ”, aunque suceda rara vez, pueden tenerse dos posibilidades (15):

**1** Si el valor de  $e$  o bien el de  $b_2$  es insuficiente respecto a las condiciones de carga ( $M_p/M_t$ ), no es posible tener ninguna solución, ya que una de las tensiones  $\sigma'_{min}$  ó  $\sigma_{max}$  resultan mayores que las correspondientes  $\sigma_0$  [esto sucede, por ejemplo, en el caso en que sea  $M_p = 0$  y se imponga una sección en simple  $T$  ( $b_2 = b_0$ ), o bien si se fija la posición del cable fuera del núcleo central].

(13) Como de costumbre se consideran fijados arbitrariamente los valores de los espesores  $s_1$ ,  $s_2$  de las alas y  $b_0$  del alma con los valores menores posibles.

(14) Naturalmente a condición de que el valor fijado esté entre ciertos límites.

(15) Cuando se fija  $b_2$ , a veces es posible, eligiendo oportunamente el valor de  $h$ , obtener una «solución completa».



2 Si el valor de  $e$  o de  $b_2$  está en exceso respecto al requerido por la relación  $M_p/M_t$ , se tienen  $\infty^1$  "soluciones parciales" del tipo I (esto sucede, por ejemplo, en el caso en que sea  $M_p > M_{pi}^{irr}$  y se imponga una sección en doble T).

NOTA.—En los casos más comunes se fija  $b_1$  ó  $h$ . En estas condiciones hemos dicho que existe una sola "solución completa", pero también existen  $\infty^1$  soluciones parciales de los tipos I y II.

La solución completa es aquella para la cual el área de la sección es mínima, pero no se ha dicho que sea la más económica: en el caso en que se fije  $b_1$ , existirá una solución parcial del tipo II (en la cual se renuncia a imponer  $\sigma'_{max} = \sigma_0$ ) correspondiente a una altura  $h_e > h$ , para la cual la relación  $a_1 A_c + a_2 A_f = \text{mínimo}$ .

No son convenientes ni las "soluciones parciales" del tipo I, ni las del tipo II en las que se renuncia a imponer  $\sigma_{min} = 0$ .

### caso III

Se establece a priori el valor de dos de las cinco características de la sección.

Análogamente al caso precedente, si se fijan  $e$  y  $b_2$  puede que no haya solución o puede haber  $\infty^1$  soluciones del tipo I; si se fija una característica  $e$  ó  $b_2$  y una de las características  $b_1$ ,  $h$ ,  $N$ , puede no tenerse ninguna solución o una solución del tipo I; si se fijan, finalmente, dos de las características  $b_1$ ,  $h$ ,  $N$ , puede no haber solución o haber una del tipo II.

## V comparación entre el mecanismo resistente del hormigón armado —acero— hormigón pretensado

El mecanismo resistente de una sección flectada, puede representarse por dos "conjuntos", el C a compresión y el T a tracción, cuyos esfuerzos  $N_c$  y  $N_t$  son iguales en valor absoluto y están separados por un brazo  $t$  tal que producen un par igual y contrario al momento externo (fig. 23).

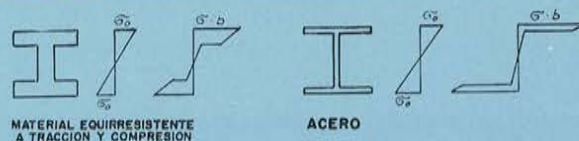


Fig. 24

Se ve claramente que cuanto mayores sean los esfuerzos que proporcionan C y T y cuanto más se concentren las tensiones resultantes en la proximidad de los bordes de la sección, tanto más favorable será el mecanismo resistente. La posibilidad que presente un material de realizar más o menos estas condiciones, caracterizará la conveniencia de su empleo como material de construcción en las secciones flectadas.

La forma más conveniente a adoptar depende de las características de resistencia a tracción y compresión y, en el caso particular de que éstas sean iguales, se llega a una forma en doble T simétrica como resulta del diagrama  $\sigma \cdot b$  (fig. 24).

El acero, en particular, gracias a la posibilidad de realizar alma y alas muy delgadas, tiene el má-



ximo de posibilidades de concentrar los esfuerzos en las proximidades de los bordes y sólo razones de carácter económico limitan su empleo.

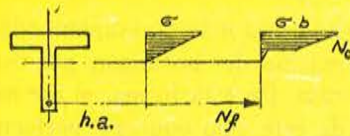


Fig. 25

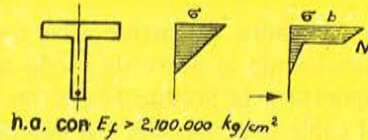


Fig. 26

Así se recurre al empleo de materiales heterogéneos, como el hormigón armado, que teniendo un brazo  $t$  bastante elevado, tiene confiada la resistencia a compresión a un material de más baja calidad pero mucho más económico.

Su mecanismo resistente es bastante favorable y de características distintas a las del acero, de modo tal que la forma más conveniente para la sección es una simple T, como resulta del diagrama  $\sigma \cdot b$  (fig. 25); el comportamiento de este material presenta aún algunos inconvenientes que reducen notablemente su eficacia: son inconvenientes que se derivan exclusivamente de las características elásticas de los materiales empleados y no del tipo de mecanismo resistente realizado.

Dichos inconvenientes son:

- 1) La parte de hormigón situada por debajo del eje neutro no participa (al menos en las hipótesis de cálculo convencional) en la resistencia de la sección: pero, por otra parte, es necesaria para absorber los esfuerzos cortantes que nacen de la unión de las masas C y T y representa a los efectos de flexión un peso inútil.
- 2) Aunque en el cálculo convencional no se tenga en cuenta el hormigón en tracción, éste no puede someterse a solicitaciones excesivas para que no se produzcan fisuras importantes con la corrosión consiguiente del acero. Todo esto impide el empleo de aceros de alta resistencia y obliga a reducir, entre ciertos límites, las tensiones en el acero y en el hormigón.

Las mejoras del hormigón armado deben buscarse en la posibilidad de eliminar estos inconvenientes y no en cambiar el mecanismo resistente.

Un procedimiento, eficaz sin duda, sería el empleo de aceros con módulo de elasticidad  $E_f$  más elevados que los actuales (unos 2.100.000 kg/cm²). De este modo, disminuyendo la deformación del acero, el eje neutro se coloca más abajo, reduciendo la importancia de los inconvenientes apuntados (fig. 26); estos inconvenientes desaparecerían en el caso límite  $E_f = \infty$ , pues en tales condiciones, siendo nula la deformación de la armadura, el eje neutro coincidirá con la posición de esta última, quedando reducidas las tracciones a la zona de recubrimiento (fig. 27).

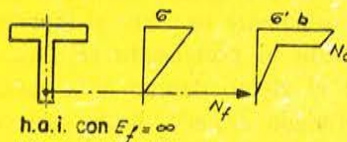


Fig. 27



Fig. 28

Al hormigón armado, hecho con acero de módulo de elasticidad infinito, le llamaremos hormigón armado ideal.

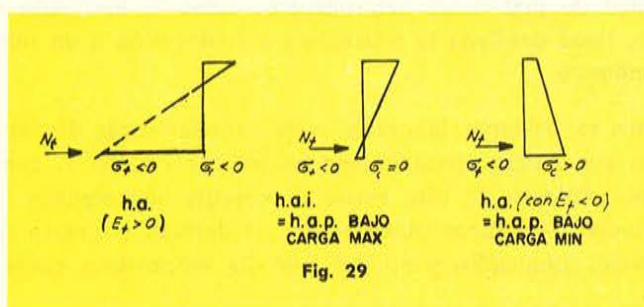
Este hormigón armado ideal tendría también el mismo mecanismo resistente, pero sin presentar ningún inconveniente; desgraciadamente no existen aceros con tales características y, mientras con el



progreso de la técnica ha sido posible mejorar la carga de rotura, en cambio, no ha sido posible aumentar el módulo de elasticidad.

Es posible alcanzar el mismo fin por otro camino; esto es, mediante pretensado del acero.

Refiriéndonos, por ahora, solamente a las condiciones bajo carga máxima (suponiendo  $M_p > M_{pl}^{III}$ ), es posible tesar inicialmente el acero de modo que la deformación del hormigón por este motivo sea igual y de signo opuesto a la producida por las cargas externas. De esta forma, el eje neutro coincide con la posición del cable (16) (fig. 28). Un comportamiento de este tipo equivale perfectamente al del hormigón armado ideal definido anteriormente; o sea, que el hormigón pretensado se comporta bajo carga máxima como un hormigón armado que tuviese un módulo de elasticidad ficticio  $E_f = \infty$ .



Sin embargo, este módulo de elasticidad ficticio deriva de una combinación de deformaciones impuestas exteriormente, una debida al pretensado y la otra debida a la actuación de la carga máxima y, por tanto, solamente podremos tener el valor ficticio deseado ( $E_f = \infty$ ) para un valor bien definido de la carga; para otros valores de la carga, tendremos una combinación de deformaciones distinta de la prevista y un módulo de elasticidad ficticio  $E_f \neq \infty$ ; esto sucede por efecto de la carga mínima.

Más exactamente, como resulta evidente del examen del diagrama de la figura 29, el hormigón pretensado bajo carga mínima se comporta como un hormigón armado con módulo ficticio de elasticidad del acero negativo, ya que, mientras el acero está en tracción, el hormigón adyacente está en compresión. Se producen así inconvenientes de naturaleza opuesta a los del hormigón armado: mientras que en el hormigón armado teníamos que limitar la tracción del hormigón en las fibras adyacentes a la armadura (y como procedimiento limitábamos las tensiones en el acero y en el hormigón), en el hormigón pretensado bajo carga mínima debemos limitar la compresión en el hormigón de las fibras adyacentes al cable (y como procedimiento introducimos la cabeza inferior) (17). De cualquier modo, los inconvenientes que se producen en el hormigón pretensado bajo carga mínima, son bastante menos importantes que los del hormigón armado y fácilmente eliminables, como vimos en el parágrafo III.

El hormigón pretensado realiza, mediante un equilibrio entre el efecto debido al pretensado y las cargas, lo que habíamos llamado hormigón armado ideal, solamente respecto al momento máximo de servicio; para momentos menores, prevalece el efecto debido al pretensado ( $E_{f \text{ ficticio}} < 0$ ), mientras que para momentos mayores (próximos a rotura) prevalece el efecto debido a la carga ( $E_{f \text{ ficticio}} > 0$ ) y se tiene un comportamiento que se aproxima al del hormigón armado, hasta casi coincidir prácticamente con él en rotura.

El hormigón pretensado es, por tanto, un tipo de hormigón armado que trabaja en condiciones particularmente favorables y no impide que su comportamiento pueda aproximarse, como a veces se

(16) Suponemos ahora, para mayor simplicidad, que pueden absorberse ligeras tracciones en el borde inferior para tener  $\sigma = 0$  en correspondencia al cable.

(17) Deben adoptarse otros procedimientos, cuando  $M_p < M_{pl}^{II}$ , para no tener tracciones en el borde superior.



dice, al del acero, el que difiera de este último, bien como mecanismo resistente, bien en las características intrínsecas del material.

En rotura se pone mejor en evidencia el distinto comportamiento entre los dos materiales.

Se puede hacer una confrontación entre los dos materiales, no comparando los mecanismos resistentes, sino, a igualdad de sección, los momentos que pueden resistir cada uno de ellos.

A tal objeto, consideraremos dos secciones iguales y simétricas en doble T, una de hormigón pretensado y la otra de un material cuya resistencia a tracción sea igual que la de compresión (fig. 30), siendo  $\sigma$  la tensión admisible para ambos.

Supongamos además que se verifica  $M_{min} = 0$ . Tratemos de averiguar cuál de los dos materiales puede soportar un momento  $M_{max}$  mayor.

En estas condiciones tenemos:

para el material equirresistente:

$$M_{max} = \sigma_0 J \frac{2}{h}$$

para el hormigón pretensado:

$$\Delta M = \sigma_0 J \frac{2}{h}$$

haciendo  $\Delta M = M_{max}$ , resulta que las dos secciones pueden soportar la misma carga; desde este punto de vista, podríamos decir que ambos materiales son "equivalentes" cuando  $M_{min} = 0$ .

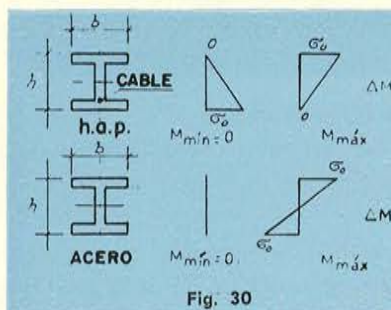


Fig. 30

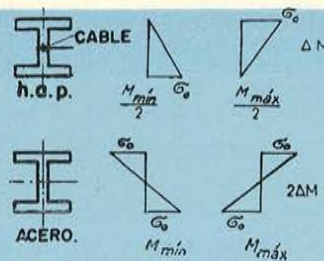


Fig. 31

Ahora bien, si  $M_{min} < 0$ , la sección del material equirresistente puede soportar un momento mayor; en el caso particular en que se verifique  $M_{min} = -M_{max}$ , la sección de este material puede soportar una oscilación  $\Delta M = |M_{min}| + M_{max}$  doble que en el caso anterior, mientras que, como ya vimos en el parágrafo I, la sección de hormigón pretensado puede resistir la misma oscilación que en el caso anterior (fig. 31).

Si  $M_{min} > 0$ , es más resistente la sección de hormigón pretensado, ya sea por la posibilidad de aumentar la excentricidad del cable o por disminuir la cabeza inferior. En este caso, el hormigón pretensado puede soportar un  $M_{max}$  mayor.

En el diagrama de la figura 32 se representa un estudio comparativo, en función de la relación  $\frac{M_p}{M_t}$ , del comportamiento del hormigón pretensado en relación con otro material igualmente resistente a tracción y a compresión (es decir, del tipo del acero), y con el hormigón armado. Tal estudio comparativo se ha llevado a cabo con las magnitudes relativas al material y a la sección que se incluyen en la tabla siguiente:



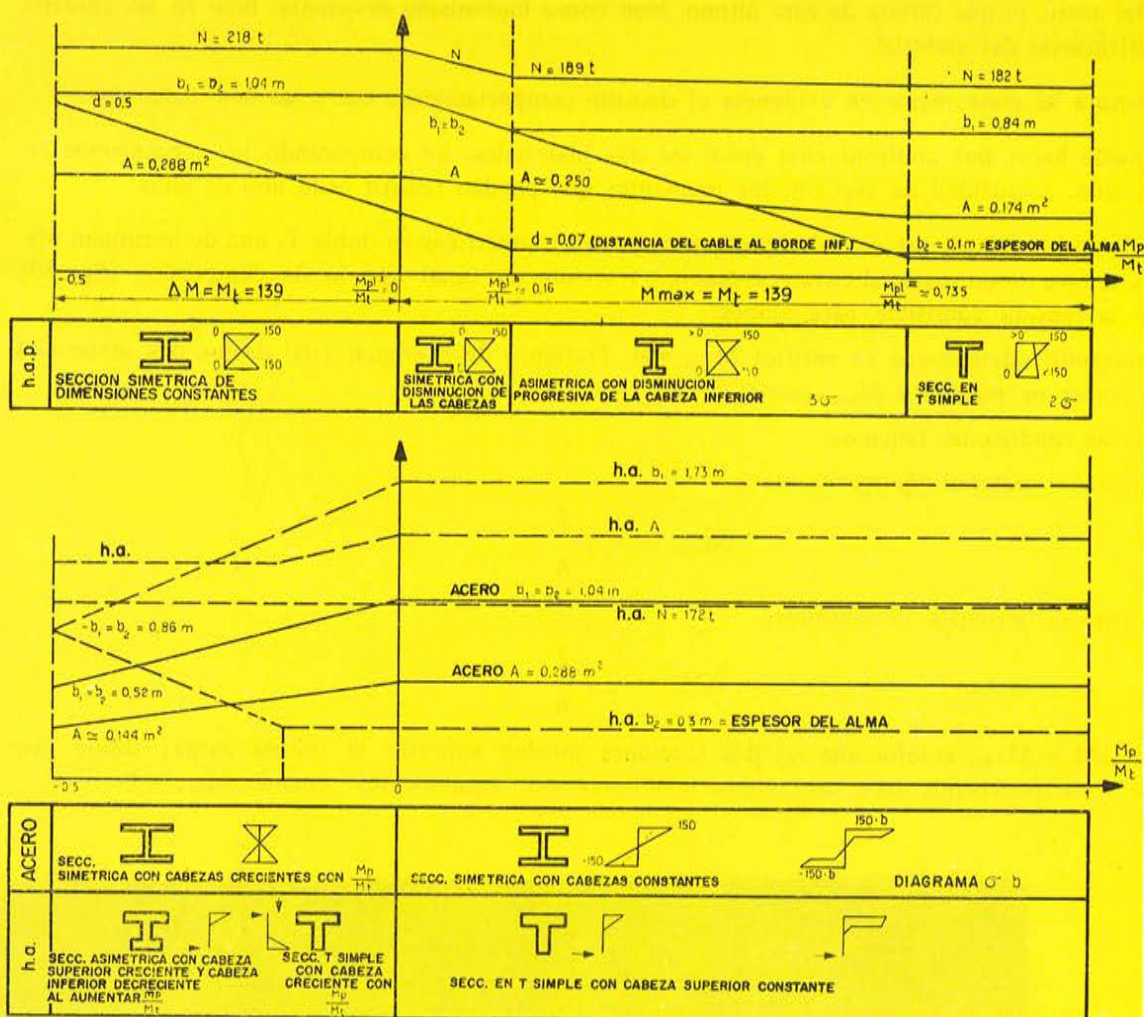


Fig. 32

Las cuatro características  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $N$ ,  $d$ , se pueden calcular imponiendo las condiciones de máxima economía; es interesante observar que las leyes que rigen la variación de cada una de estas cuatro características pueden suponerse lineales con gran aproximación.

## observaciones

El estudio comparativo que se ha llevado a cabo tiene un carácter exclusivamente cualitativo y no pretende establecer la conveniencia económica de un material respecto a otro.

Son numerosos los factores que pueden influir en una comparación de tipo económico; entre ellos podemos citar:

- la elección más apropiada de una dimensión determinada y las tensiones admisibles en los bordes según el tipo de material;
- la fatiga en el acero y la inversión en el signo del momento;
- la influencia del menor peso propio de una sección respecto a otra de distinto material;
- el efecto de las pérdidas de tensión en el hormigón pretensado;
- el coste relativo de los distintos materiales y la mayor o menor facilidad de fabricación en obra, etc.



## la teoría membrana aplicada al cálculo de forjados pretensados

KOLBJORN SAETHER

(Tomado del «Journal of the prestressed Concrete Institute», octubre 1963)

Las discusiones relativas al cálculo de forjados pretensados varían entre la utilización de la teoría exacta de las placas o el empleo del análisis elástico, más simple y más engorroso a la vez, basado en la teoría viga. Este último supone simplemente que la placa actúa como una viga en cualquier dirección, y de acuerdo con esto, se lleva a cabo el análisis. En este artículo se hacen algunas reflexiones sobre la posibilidad de adoptar para el cálculo otro sistema estático sencillo.

Tal sistema es el de la "Membrana Estructural", descrito por el autor en un artículo publicado en "ACI-Journal", 1961, que llevaba por título "La Membrana Estructural".

En su forma básica, la teoría membrana se aplica a un cierto tipo de estructuras laminares. Análogamente a un sistema de fuerzas y momentos en equilibrio, también esta teoría se puede transformar de forma que sea aplicable a superficies curvas con alambres rectos pretensados, o bien a forjados de espesor uniforme con alambres curvos. Basándonos en esta transformación, se mostrará cómo es posible explicar algunas de las principales características de los forjados pretensados, así como los efectos relativos a los alambres pretensados. Es importante hacer notar que la primera parte de este efecto es por completo una cuestión de estética y no tiene nada que ver con el comportamiento elástico de la placa. En las siguientes reflexiones se encontrará la gran diferencia con el conocido método de la "carga contrapesada", así como sus aplicaciones relativas a los forjados.

De acuerdo con la posibilidad de representar las principales formas de la membrana estructural por medio de curvas de cuarto grado, la última parte de este artículo presenta algunas reflexiones generales, relativas a la posibilidad de analizar también el comportamiento elástico de los forjados por medio de una analogía basada en una modificación de la "Membrana Estructural".

Además de la teoría de la "Membrana Estructural", es necesario recurrir a un trabajo llevado a cabo por el Profesor Nylander en la Universidad de Estocolmo. Este incluye unas investigaciones, tanto teóricas como experimentales, relativas a los forjados apoyados sobre soportes. En este trabajo, el Profesor Nylander supone que el área próxima a los soportes se comporta de acuerdo con un sistema mecánico, como se muestra de manera simplificada en la figura 1. Está fuera del alcance de este artículo entrar de lleno en el citado trabajo. Sin embargo, ha sido publicado en inglés, en una traducción de la "Universidad de Estocolmo" número 158, bajo el título "Punzonamiento de las placas de hormigón sin armaduras de esfuerzo cortante", por S. Kinnunen y H. Nylander.

Las derivaciones de este artículo nos mostrarán cómo el área de apoyo queda fuera del resto del área del forjado, estando sometida a condiciones especiales tanto por el tipo de carga como por lo referente al comportamiento estructural.



Según la opinión del autor, cualquier progreso interesante en el cálculo de forjados dependerá muy directamente de la rapidez e intensidad con que este área sea ensayada, analizada y comprendida.

Para explicar cómo los dos sistemas y métodos antes mencionados pueden combinarse para calcular un forjado es necesario estudiar, en primer lugar, algunas de las características de la Membrana Estructural.

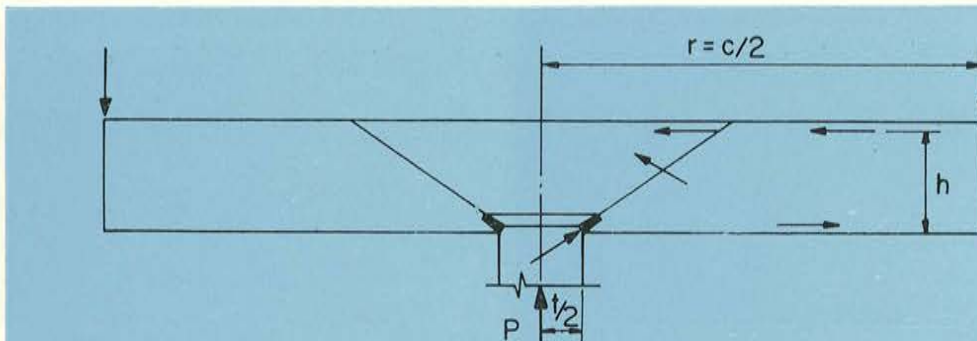


Fig. 1.—Sistema mecánico simplificado para el área de apoyo.

Las formas básicas de la Membrana Estructural son superficies de segundo grado, tales como paraboloides hiperbólicos y cúpulas parabólicas. Cada una de estas áreas está sometida a una presión horizontal a lo largo de sus direcciones principales (fig. 2). Este tipo de tensiones en la superficie de la Membrana Estructural equivale a una carga uniforme actuando hacia arriba.

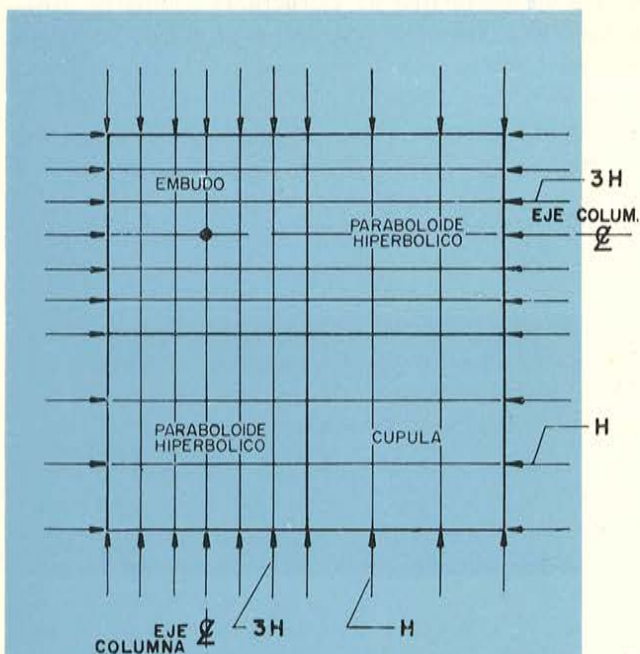


Fig. 2.—Esquema básico de la membrana estructural.

La única área que no es posible expresar como una superficie de segundo grado es aquella próxima a los soportes, que consiste en una especie de embudo logarítmico, circular o elíptico.

El modelo que se muestra en las figuras 3a y 3b representa una forma modificada de la Membrana Estructural. Tratada como una estructura de cubierta, es una Membrana Estructural invertida



con toda la superficie en tracción. Está hecha con varillas de acero, siendo las dimensiones de las varillas y de las colgaduras tales que las barras toman la forma deseada debido a su propio peso. Sobre esta malla se coloca el hormigón. Para unos colgantes rectos, como son los que aquí se muestran, las curvas serán parabólicas y la forma es la de una Membrana Estructural sometida a tracción.

El área de apoyo en esta Membrana Estructural está abocinada desde el soporte, dentro de un anillo tubular de compresión como apoyo.

La tensión en el sistema se consigue por medio de vigas rectas de compresión, como se muestra en el modelo. La transformación de este sistema en el del forjado pretensado se hace fácilmente (ver figuras 4 y 9). El área de apoyo se supone reemplazada por un sistema similar al mecánico del Profesor Nylander.

En función de varios factores, tales como espesor de la placa, ancho del soporte, capitel y cantidades de acero ordinario y pretensado que cubren este área, es posible limitar su borde a una mayor o menor distancia del soporte. El límite de este área se puede representar en nuestra cubierta colgada (figs. 3a y 3b) por medio de un anillo tubular.

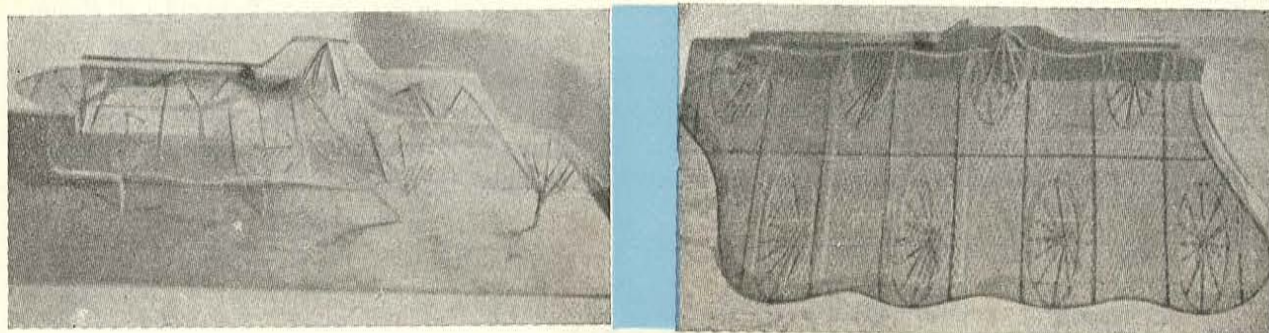


Fig. 3a y 3b.—Modelo de una membrana estructural modificada.

Un modo de cargar el área de apoyo de un forjado se podría obtener cruzando horizontalmente los cables de pretensado por la parte superior de la placa pretensada y doblándolos hacia abajo a lo largo de los bordes de dicha área. Esto daría lugar a una línea de carga actuando hacia abajo a lo largo de la viga de borde, con una intensidad prácticamente uniforme.

Sin embargo, más en consonancia con el cálculo del pretensado, es un trazado en el que los alambres están curvados uniformemente en forma parabólica cóncava dentro del área de apoyo. Si los alambres están sometidos a una tensión uniforme y, asimismo, se encuentran igualmente espaciados en ambas direcciones a lo largo de la citada área, dan lugar a una carga uniforme hacia abajo. Dando a este área un contorno rectangular en vez de elíptico, es posible hacer iguales los trazados de los alambres en cada dirección. Si llamamos " $p_1$ " y " $p_2$ " a las reacciones uniformes de cada conjunto de alambres que actúan hacia abajo y " $b_1$ " y " $b_2$ " a las longitudes de los lados del rectángulo, podemos plantear las siguientes ecuaciones:

$$P = (p + p_1 + p_2) b_1 b_2 \quad [1]$$

donde " $p$ " es la carga uniforme que actúa sobre la placa y que ha de ser equilibrada por los alambres de pretensado, y " $P$ ", la carga total equilibrada dentro del vano.

$$P = pL_1L_2 \quad [2]$$

siendo  $L_1$  y  $L_2$  las luces en dos direcciones perpendiculares.



Entre las áreas de apoyo, los alambres de pretensado deben estar doblados hacia arriba en forma de parábolas convexas, debido a las condiciones de continuidad (fig. 6).

En la Membrana Estructural, estas áreas son asimilables a paraboloides hiperbólicos (fig. 2). En el forjado se pueden denominar "áreas intermedias" (fig. 9). Suponiendo las tangentes comunes en los puntos de inflexión y una tracción constante y horizontal en los cables de pretensado, se puede demostrar que la reacción total hacia arriba en esta parte de los cables es igual a las reacciones que actúan hacia abajo, debidas al mismo cable, dentro del área de apoyo (fig. 7).

La separación entre los cables puede expresarse de la forma:

$$[3] \quad p + p_1^m = p_1 \frac{b_1}{L_1 - b_1}$$

donde (" $p + p_1^m$ ") es la fuerza por unidad de superficie equivalente a las reacciones que actúan hacia arriba y que están uniformemente repartidas a lo largo de los alambres. De esta carga, la parte " $p$ " es la fuerza necesaria para equilibrar la carga sobre la placa. La parte " $p_1^m$ " constituye un exceso de capacidad dentro de este área. Para equilibrar las fuerzas y mantener el equilibrio es necesario introducir otro grupo de cables colocados perpendicularmente a los del primer grupo. Doblando el último grupo hacia abajo, de tal manera que su forma sea una parábola cóncava, sobre el grupo que corre perpendicularmente a lo largo del eje de apoyos, y dando a los cables una tracción constante horizontal, es posible crear una reacción uniforme hacia abajo de magnitud " $p_1^m$ ". Esto equilibra las fuerzas en el área (fig. 6). Estos alambres se extienden, por supuesto, al área adyacente, que en la Membrana Estructural ha sido designada con el nombre de "cúpula" (fig. 2).

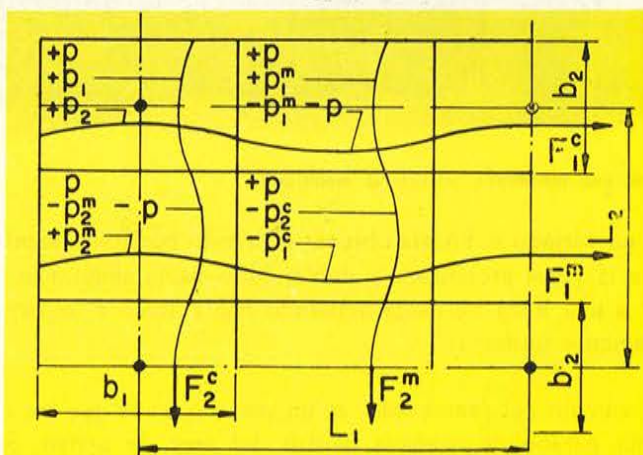


Fig. 4.—Esquema de pórtico pretensado.

Si los alambres que corren en esta dirección tienen forma de parábolas con una tangente común en los puntos de inflexión, y suponemos que el empuje horizontal y el espaciado entre ellos permanecen constantes, es fácil probar que la reacción uniforme por unidad de área que actúa hacia arriba es (figs. 4 y 8):

$$[4] \quad p_1^c = p_1^m \frac{b_2}{L_2 - b_2}$$

Igualmente tenemos para los cables en la otra dirección:

$$[5] \quad p_2^c = p_2^m \frac{b_1}{L_1 - b_1}$$

en donde " $p_1^c$  y  $p_2^c$ " son las reacciones, por unidad de área, de los alambres en el "área intermedia". Los



dos grupos de alambres de este "área intermedia" están formados por parábolas convexas y ambas dan lugar a las reacciones " $p_1^c$  y  $p_2^c$ " dirigidas hacia arriba. Estas deben ser equilibradas por la carga " $p$ " sobre la placa. Esta condición se puede escribir:

$$p_1 + p_2 = p \quad [6]$$

Un aspecto importante de esta última ecuación es la indeterminación de la relación entre " $p_1^c$ " y " $p_2^c$ ". Contrariamente a esta opinión, la relación

$$\frac{p_1^c}{p_2^c} = n \quad [7]$$

ha de elegirla el proyectista y puede variar desde  $n = 0$  hasta  $n = \infty$ . También es importante reconocer que, en cuanto se haya determinado esta relación, se tiene automáticamente la distribución completa de carga. Es decir, la discutida relación entre franjas de apoyo e intermedias se determina por medio de las ecuaciones dadas anteriormente [1] a [6] y no a base de estimar dicha relación. A continuación se recapitulan dichas ecuaciones:

$$(1) \quad P = (p + p_1 + p_2) b_1 b_2$$

$$(2) \quad P = p L_1 L_2$$

$$(3) \quad p + p_1^m = p_1 \frac{b_1}{L_1 - b_1}$$

$$(4) \quad p_1^c = p_1^m \frac{b_2}{L_2 - b_2}$$

$$(5) \quad p_2^c = p_2^m \frac{b_1}{L_1 - b_1}$$

$$(6) \quad p_1 + p_2 = p$$

$$(7) \quad p_1^c / p_2^c = n$$

$$p_1^m = p_2^c \left( \frac{L_2}{b_2} - 1 \right) \quad [8]$$

$$p_2^m = p_1^c \left( \frac{L_1}{b_1} - 1 \right) \quad [9]$$

$$p_1 = (p + p_1^m) \left( \frac{L_1}{b_1} - 1 \right) \quad [10]$$

$$p_2 = (p + p_2^m) \left( \frac{L_2}{b_2} - 1 \right) \quad [11]$$

Otra conclusión importante que podemos sacar de las ecuaciones anteriores es la carga total soportada por todo el vano. La carga total en la dirección de  $L_2$  a través de la luz  $L_1$  es:

$$\begin{aligned} W_{L_1} &= p_1^c (L_1 - b_1) + (p_2^m + p) b_1 = p_2^c (L_1 - b_1) + \left[ p_1^c \left( \frac{L_1}{b_1} - 1 \right) + p \right] b_1 = \\ &= p_2^c (L_1 - b_1) + p_1^c (L_1 - b_1) + p b_1 = p (L_1 - b_1) + p b_1 = p L_1 \end{aligned}$$



Análogo resultado encontramos en el caso de la otra dirección:

$$W_{L_2} = p_1^c (L_2 - b_2) + (p_1^m + p) b_2 = pL_2$$

Esto prueba que la carga total debe ser resistida en ambas direcciones y no, como antes se suponía, que sólo parte de la carga tenía que ser soportada en cada dirección.

A partir de las ecuaciones [1] a [11], es fácil establecer que, tan pronto como haya sido elegida la relación  $\frac{p_1^c}{p_2^c} = n$ , y se determinen las anchuras " $b_1$ " y " $b_2$ " mediante la investigación de las áreas de apoyo, las cargas soportadas por las diferentes áreas están completamente determinadas y lo mismo ocurre con la relación de las cargas que actúan sobre la "franja de apoyo" y "la franja intermedia".

En el ejemplo número 1 se supone que el área de apoyo es la mitad de la anchura del vano respectivo.

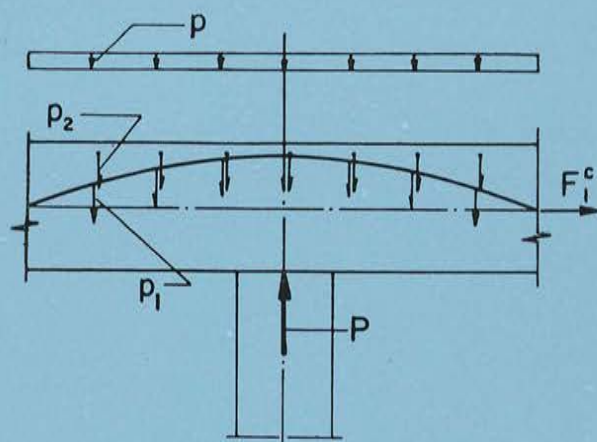


Fig. 5.—Distribución de los alambres en el área de apoyo.

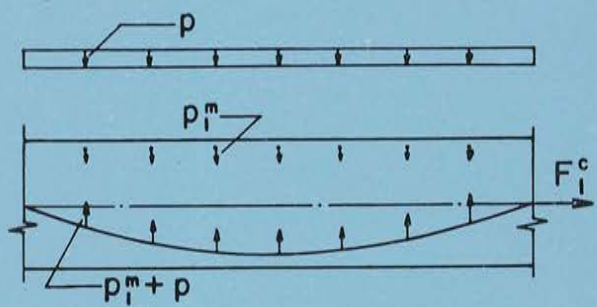


Fig. 6.—Distribución de los alambres en el área media.

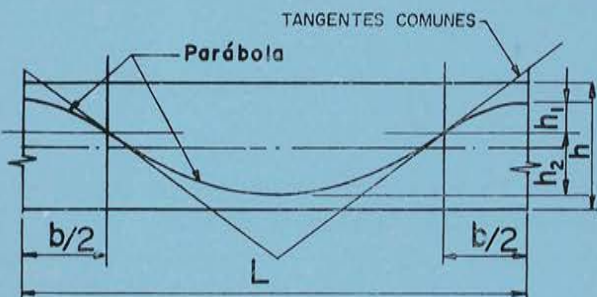


Fig. 7.—Propiedades geométricas de los alambres.

Esto es:

$$b_1 = \frac{1}{2} L_1 \quad \text{y} \quad b_2 = \frac{1}{2} L_2 \quad \text{y que} \quad p_1^c = p_2^c$$



entonces:

$$p_1^c = p_2^c = \frac{p}{2}$$

$$p_1^m = \frac{p}{2} \left( \frac{L_2}{L_2/2} - 1 \right) = \frac{p}{2}$$

$$p_2^m = \frac{p}{2}$$

Como los cables del área intermedia soportan una carga  $(p_1^m + p)b_2$  (fig. 6), la carga total por unidad de superficie que soportan estos alambres es:

$$\left( \frac{p}{2} + p \right) \frac{L_2}{2} = \frac{3}{4} p L_2$$

Esta se compara con la carga del área central,  $\frac{p}{2} \frac{L_2}{2}$ ; la distribución entre la "franja de apoyo" y la "franja intermedia" es de:

$$3/4 p L_2 \text{ a } 1/4 p L_2 \text{ ó } 75 \% \text{ a } 25 \%$$

En el ejemplo número 2 se suponen las siguientes condiciones:

y  $n = \frac{p_1^c}{p_2^c}$  se supone igual a la relación  $\left( \frac{L_1}{L_2} \right)^2$ , con lo que tenemos:

$$n = \frac{p_1^c}{p_2^c} = \left( \frac{L_1}{L_2} \right)^2 = 1,44$$

Esta hipótesis se discute en la última parte de este artículo.

Si además hacemos

$$b_1 = b_2 = 0,35 L_1 \text{ y}$$

$$b_2 = 0,35 \cdot 1,2 L_2 = 0,42 L_2$$

de aquí podemos sacar:

$$p_1^c = \frac{n}{1+n} p = \frac{1,44}{2,44} p = 0,59 p$$

$$p_2^c = \frac{1}{1+n} p = \frac{1}{2,44} p = 0,41 p$$

$$p_1^m = 0,41 \left( \frac{L_2}{0,42 L_2} - 1 \right) p = 0,57 p$$

$$p_2^m = 0,59 \left( \frac{L_1}{0,35 L_1} - 1 \right) p = 1,16 p$$

La distribución de carga en la dirección  $L_2$  es:

Área central:

$$p_1^c (L_2 - b_2) = 0,59 p \cdot 0,58 L_2 = 0,34 p L_2 \text{ ó } 34 \%$$

Área intermedia:

$$(p + p_1^m) b_2 = 1,57 p \cdot 0,42 L_2 = 0,66 p L_2 \text{ ó } 66 \%$$



La distribución de carga en la dirección  $L_1$  es:

Area central:

$$p_2^c (L_1 - b_1) = 0,41 \ p \cdot 0,65 \ L_1 = 0,27 \ pL_1 \text{ ó } 27 \%$$

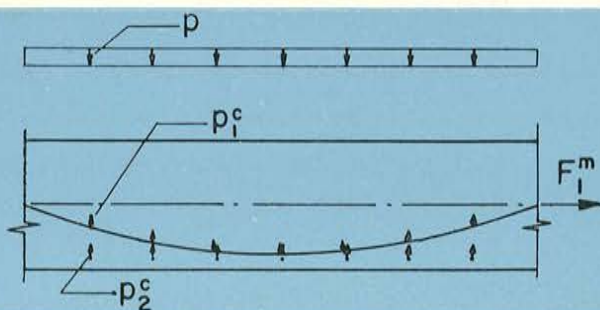


Fig. 8.—Distribución de los alambres en el área central.

Area intermedia:

$$(p + p_2^m) b_1 = 2,10 \ p \cdot 0,35 \ L_1 = 0,73 \ pL_1 \text{ ó } 73 \%$$

Si la distribución de carga supuesta, en el área central, es  $n = \frac{p_1^c}{p_2^c} = 1,00$ , la distribución entre el área central y el área intermedia resulta:

$$p_1^c = \frac{n}{1+n} \ p = \frac{1}{2} \ p = 0,5 \ p$$

$$p_2^c = \frac{1}{1+n} \ p = \frac{1}{2} \ p = 0,5 \ p$$

$$p^m = 0,5 \left( \frac{L_2}{3,42 \ L_2} - 1 \right) \ p = 0,69 \ p$$

$$p_2^m = 0,5 \left( \frac{L_1}{0,35 \ L_1} - 1 \right) \ p = 0,93 \ p$$

En la dirección  $L_1$ :

Area central:  $p_1^c (L_2 - b_2) = 0,29 \ pL_2 \text{ ó } 29 \%$ .

Area intermedia:  $(p + p_1^m) b_2 = 0,71 \ pL_2 \text{ ó } 71 \%$ .

En la dirección  $L_2$ :

Area central:  $p_2^c (L_1 - b_1) = 0,32 \ pL_1 \text{ ó } 32 \%$ .

Area media:  $(p + p_2^m) b_1 = 0,68 \ pL_1 \text{ ó } 68 \%$ .

Aunque el valor de  $\frac{p_1^c}{p_2^c} = n$  puede ser elegido por el proyectista, se demostrará, cuando se discutan las cargas elástica y de rotura de un forjado, que esta relación de " $p_1^c$ " a " $p_2^c$ " debe mantener dentro de ciertos límites, con objeto de lograr el máximo aprovechamiento de los cables de pretensado.

Otra conclusión que se puede derivar de la precedente es la siguiente: Se ha puesto de manifiesto en varios artículos que las curvas continuas con forma de parábolas convexas entre las líneas de apoyo proporcionan una carga constante equilibrada. El estudio anterior prueba, sin embargo, que para una carga uniforme equilibrada, la forma de los alambres de pretensado se compone de parábolas convexas y cóncavas alternando en las diversas áreas.

Se establece después que, en lo que se refiere a esta parte de la carga, las anchuras de las franjas intermedia y de apoyo no son las arbitrarias  $\frac{L}{2}$  del vano, sino que están ligadas con las anchuras del área de apoyo, que está determinada por el espesor de la placa, por el tamaño del sopor-



te y del anillo y por el tipo y distribución de armaduras (fig. 9). Como los cables sin adherencia son los usados comúnmente en el proyecto de forjados pretensados, es necesario una extensión del trabajo efectuado, como hizo el Profesor Nylander, al caso de armaduras con adherencia de acero ordinario. Esto es con objeto de establecer el efecto relativo de la falta de adherencia con respecto a las armaduras no pretensadas.

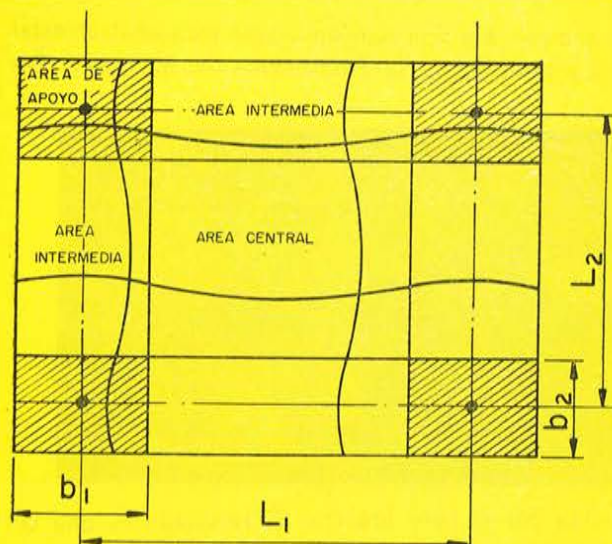


Fig. 9.—Distribución relativa de los tres tipos de áreas en un forjado.

Ninguna flexión se desarrollará en la placa mientras esté sometida a una carga de la magnitud de la carga equilibrada y olvidando temporalmente la sollicitación sobre el área de apoyo. Consecuentemente, la tensión del hormigón es igual a  $f_1 = \frac{F_1}{t}$  y  $f_2 = \frac{F_2}{t}$  en las direcciones " $L_1$ " y " $L_2$ ", res-

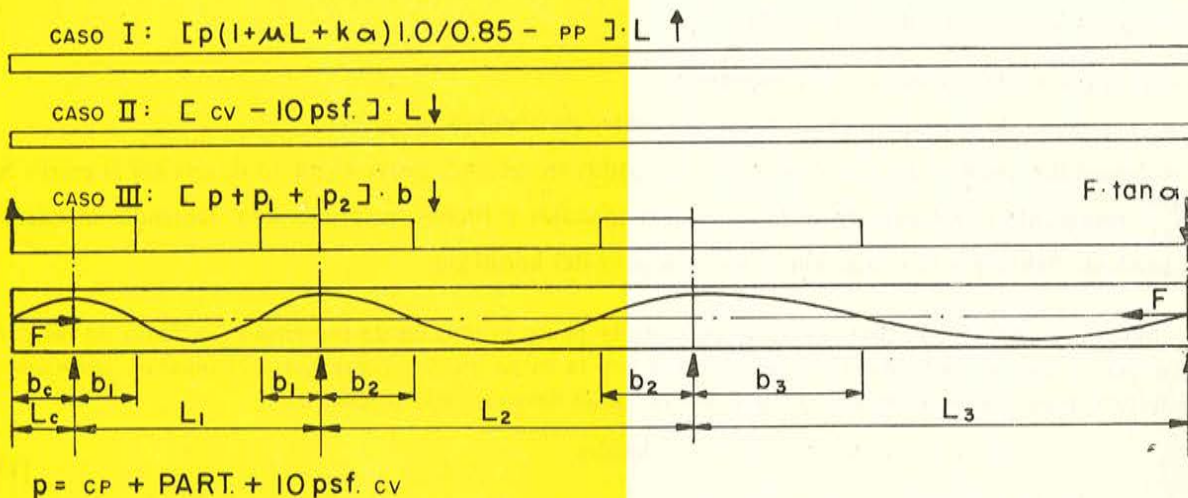


Fig. 10

pectivamente, donde " $F_1$ " y " $F_2$ " son las presiones medias por pie en cada una de las dos direcciones y " $t$ " es el espesor de la placa (esta media se refiere a la media entre la presión en el área de apoyo y la existente en el área central en la misma dirección. Solamente a lo largo de los bordes de la placa será apropiado el uso de los valores reales de la presión dentro de cada área).

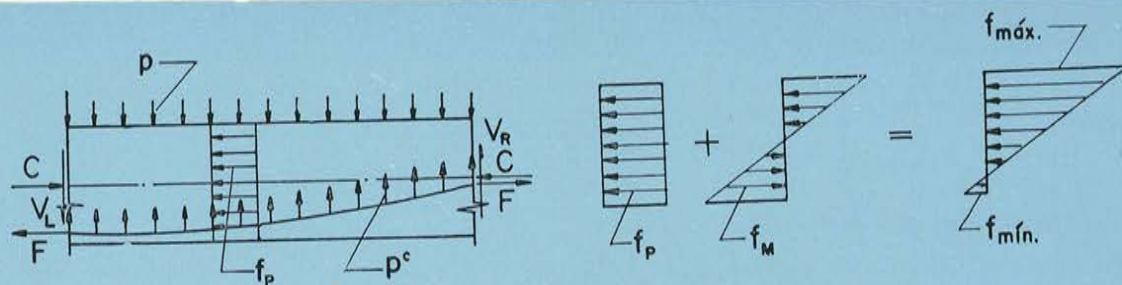
Teóricamente sería posible proyectar una estructura con una correspondencia total entre la carga y las reacciones del cable, si se exceptúa el área de apoyo. (Suponiendo que no exista ningún rozamiento que haga variar la tracción a lo largo de los alambres).



En las actuales circunstancias, sin embargo, esto no se logra jamás. Los vanos impares y los voladizos incompletos crearán fuerzas y momentos desequilibrados (fig. 10).

Por otra parte, la carga real sobre la estructura difícilmente será igual a la calculada para ser equilibrada por los alambres. Esta carga equilibrada se supone, generalmente, igual al peso propio de la placa más 50 kg/m<sup>2</sup> de sobrecarga.

Los alambres, en el momento del tesado, deben someterse a una tensión mayor para contrarrestar las pérdidas por rozamiento, así como las debidas a la retracción y a la deformación del hormigón. Por



Figs. 11a y 11b.

ahora, la carga real sobre la placa es sólo la producida por el peso muerto. El resultado es una acción hacia arriba desequilibrada, que origina deformaciones elásticas en la placa.

$$P_{el} = (P \cdot P + Part. + 50 \text{ kg/cm}^2 S \cdot C) \times \frac{100}{85} (1 + \mu L + K \cdot \alpha) - P \cdot P \quad [12]$$

Donde:

$P_{el}$  = acción hacia arriba desequilibrada.

$\mu$  = coeficiente de rozamiento por curvatura.

$K$  = coeficiente de rozamiento ondulante por metro de alambre pretensado

$\alpha$  = desarrollo angular de los alambres pretensados en radianes desde el punto de anclaje al punto X.  
y  $\frac{100}{85}$  representa la relación entre las tensiones iniciales y finales de pretensado, teniendo en cuenta las pérdidas debidas a la retracción y acortamiento del hormigón.

Más tarde, durante el período de servicio de la placa, la tensión de pretensado, a causa de las pérdidas permitidas, se reducirá a su valor mínimo, y la carga puede crecer hasta el máximo permisible. De nuevo, pues, ha de considerarse una nueva carga desequilibrada, igual a:

$$p_{el} = S \cdot C - 50 \text{ kg/cm} \quad [13]$$

cuyo sentido de acción es hacia abajo.

Estas cargas, junto con las fuerzas desequilibradas que hemos mencionado anteriormente, así como con los momentos debidos a las luces variables y a los bordes en voladizo, más la carga que actúa sobre el área de apoyo, debe ser tratada de acuerdo con los métodos de cálculo elástico de forjado.

Sin embargo, existe una diferencia, debido a la tensión resultante sobre el hormigón a causa del pretensado, el cual fue calculado para que existiese compresión uniforme de " $f_1$ " y " $f_2$ " (figs. 11a y 11b).

Esto quiere decir que existe un momento de capacidad  $M_1 = S(f_1 + f)$  o  $M_2 = S(f_2 + f)$  para la ab-



sorción de estos momentos elásticos (fig. 11b). Aquí, "S" es la sección de la placa, y "f", la tracción admisible del hormigón. Las tensiones de tracción superiores a "f" deben ser absorbidas por unas armaduras ordinarias adicionales.

Anteriormente se apuntó que la distribución "n" de la parte de carga soportada en cada dirección por los alambres de pretensado se dejaba a juicio del proyectista.

Teniendo en cuenta que los momentos flectores elásticos pueden ser absorbidos por el pretensado, es aconsejable fijar "n" de manera que se obtenga una absorción óptima de estos momentos. Consecuentemente, se puede suponer como punto de partida que:

$$n = \frac{p_1^e}{p_2^e} = \frac{L_1^2}{L_2^2} \quad [14]$$

No obstante, este valor no es preceptivo, y el calculista puede hacerlo variar dentro de amplios límites.

El cálculo en rotura de los forjados debe hacerse de acuerdo con el último "ACI Building Code" 318 - 63.

Es importante repetir otra vez que "n" ha de determinarse de manera que dé lugar al máximo aprovechamiento de los alambres. Si se utilizan cables no anclados por adherencia, debe hacerse una cuidadosa consideración, relativa al colapso de este acero, por alcanzarse su carga de rotura.

De igual importancia es el hecho de que el área de apoyo podrá soportar únicamente giros limitados, como ya apuntó el Prof. Nylander. Esto evitará que la armadura de acero ordinario alcance el punto de rotura en el centro del vano cuando ya se haya producido un fallo en los soportes.

## conclusión

El presente artículo no muestra un esquema completo de cálculo. Para ello, existen demasiadas piezas sueltas. Sin embargo, da ciertos resultados que muestran claramente algunos de los errores básicos de los métodos actuales de cálculo. Pone de manifiesto, también, la gran importancia del área de apoyo y la necesidad de nuevas investigaciones sobre este área.

El uso de la teoría de la Membrana Estructural resulta bastante útil en lo relativo al cálculo de los alambres de pretensado. Además, el autor piensa que por medio de una Membrana Estructural modificada, aplicando superficies de 4º grado, es posible, asimismo, llegar a una aproximación efectiva del comportamiento elástico de la placa. Esto aporta conocimientos respecto al hecho de que, por sí sola, la teoría de la flexión no puede explicar la existencia de esfuerzos normales en un forjado. De acuerdo con lo anterior, se debería suponer que la capacidad de carga "p" de un forjado estaría dividida en dos partes "p<sub>IL</sub>" y "p<sub>ax</sub>".

La primera parte está soportada por la flexión de la placa, y la segunda por las cargas axiales en la placa, actuando, en este caso, la placa como una Membrana Estructural muy rebajada.

Es de la mayor importancia que se continúe la investigación sobre el comportamiento de los forjados pretensados, principalmente en el área de apoyo.

Aumentando el conocimiento de este área y siguiendo, posiblemente, un razonamiento similar al de este artículo, sería posible extender nuestro método de cálculo de forjados hasta un punto tal que proporcionará unos valores mucho más exactos y dignos de confianza que los que tenemos hoy.



**Estados Unidos - 1960**

## **normas para la inspección del hormigón pretensado**

### **1.ª parte**

Una inspección competente y el ajustarse a las normas publicadas, sólo puede realizarse a través de una comprensión plena del objeto de tal inspección, o sea, asegurarse de que los productos finales pueden dar el servicio previsto y cumplir todos los requisitos supuestos por el proyectista.

Es imprescindible que los proyectistas de hormigón pretensado estén familiarizados con las propiedades de dicho material. Las personas responsables de las normas o de la inspección del hormigón pretensado deben también estar al tanto de esas propiedades, conocer cómo varían y el significado de dicha variación. Es evidente, que un conocimiento completo de las propiedades mencionadas es mucho más importante para el proyectista que para el inspector o redactor de normas, pero es indispensable que este último posea algunos conocimientos, si su juicio u opinión se ha de emplear en la evaluación del rendimiento de una operación de pretensado. Los proyectistas deben también estar familiarizados con las operaciones de colocación, tanto de sus posibilidades como de sus limitaciones. Habrán de tener en cuenta todos estos factores si quieren conseguir la total economía del hormigón pretensado.

En las páginas siguientes se discuten algunas de las propiedades de los materiales que entran en la composición del hormigón pretensado, así como su comportamiento conjunto. Es de esperar que un mejor entendimiento de las propiedades de estos materiales, así como del comportamiento del hormigón pretensado, ayudará a los inspectores y redactores de normas en su tarea. También es lógico esperar que las discusiones relativas a las técnicas de fabricación, que se incluyen más adelante, darán lugar a una comprensión de los problemas mutuos entre proyectistas, fabricantes e inspectores.

## **ACEROS PARA PRETENSADO**

### **curva tensión - deformación**

1. La relación entre la magnitud de la carga o tensión en un material y el alargamiento que toma el material mientras dura la sobrecarga, viene representada por la curva tensión-deformación (fig. 1).
2. En ordenadas se representan las tensiones en libras por pulgada cuadrada. La tensión se define como la carga total aplicada axialmente a un elemento, dividida por la sección transversal de la pieza.
3. Dada una tensión existe una deformación correspondiente, la cual viene dada en las abscisas de la curva tensión-deformación. La deformación se define por la relación entre el alargamiento de un elemento y su longitud inicial.



4. Por ejemplo, una de las curvas tensión-deformación que se muestran en la fig. 1 es de redondos de pretensado de 3/8 de pulgada de diámetro. A una tensión de 100.000 libras por pulgada cuadrada, corresponde una deformación de 0,00364. Esta tensión de 100.000 psi, es el resultado de la aplicación de una carga de 8.000 libras al redondo. La tensión de 100.000 psi se determina dividiendo la carga total, 8.000 libras, por el área nominal del alambre, 0,08 pulgadas cuadradas.
5. Es necesario el conocimiento de la relación fundamental entre tensión y deformación para la inspección del hormigón pretensado. Se mostrará, con un ejemplo, la aplicación de la curva tensión-deformación al cálculo del alargamiento preciso para someter a los alambres a la tensión requerida, ya sea en una bancada de pretesado o en una pieza postesa.
6. Las curvas tensión-deformación de algunos tipos de acero usados comúnmente en construcción, están representadas en la fig. 2. Merece destacar de estas curvas la enorme diferencia que existe entre las propiedades de dichos aceros. Todos los tipos tienen un punto común: hasta una cierta tensión, la relación entre tensiones y deformaciones es lineal. Por tanto, se puede usar un factor de conversión constante para pasar de tensiones a deformaciones o viceversa, en este intervalo. Este factor de conversión se llama módulo de elasticidad y su valor es prácticamente constante para todos los aceros. Para los cálculos es corriente utilizar el valor 29.000.000 libras por pulgada cuadrada.
7. Los aceros usados corrientemente en los perfiles laminados y como armaduras del hormigón armado se apartan de esta relación lineal a una tensión mucho más baja que los alambres de pretensado de alta resistencia. Es esta diferencia la que permite el uso de tensiones mucho mayores en los aceros para hormigón pretensado.

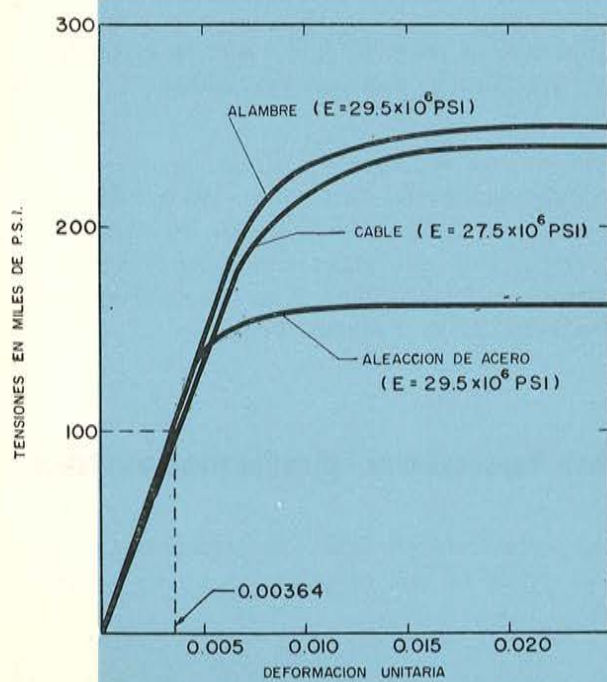


Fig. 1.—Curvas típicas tensión-deformación para aceros de pretensado.

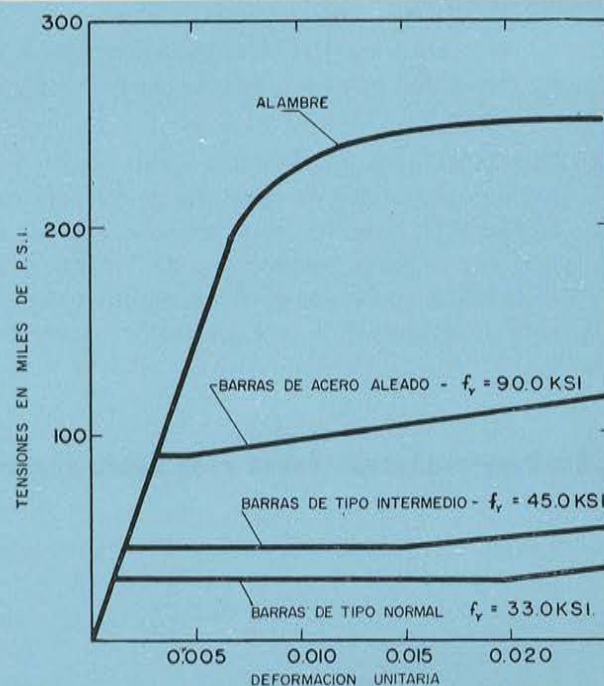


Fig. 2.—Curvas típicas tensión-deformación de armaduras para hormigón.



## **importancia de las propiedades del acero en el hormigón pretensado**

1. La fig. 1 representa diversas curvas tensión-deformación de aceros usados para hormigón pretensado. Estos aceros poseen alta resistencia a la tracción y una desviación gradual de la línea recta sin un punto característico de fluencia. Este punto es característico de los aceros utilizados en el hormigón armado o en los perfiles laminados.
2. La alta resistencia de estos aceros se logra por medio de unos componentes especiales junto con un tratamiento en frío.
3. Gran parte de los alambres de pequeño diámetro aumentan su resistencia por sucesivos estirados en diversas matrices. La alta resistencia de los redondos se consigue mediante unas aleaciones especiales y un tratamiento en frío.
4. Los cordones de pretensado se fabrican enrollando 7 alambres estirados en frío en una máquina devanadora. Seis alambres se bobinan en hélice alrededor de uno central que permanece recto. Los cordones de 19 ó 37 alambres se forman por adición de sucesivas capas de alambres. Los ensayos con estos cordones han dado valores del módulo de elasticidad algo menores de 29.000.000 psi. Aunque cada alambre tiene un módulo de elasticidad de 29.000.000 psi, el grupo de alambres actuando como una sola unidad se alargará más, pues los alambres tienden a destorcerse.

Si sobre uno de los alambres del cordón colocamos un elongómetro y se determina mediante ensayos la curva tensión-deformación, resultará ser muy similar a la obtenida mediante ensayo sobre una probeta de alambre.

No obstante, si el elongómetro se coloca sobre el cordón paralelamente a su eje, el módulo de elasticidad aparente, hallado mediante un ensayo de tracción, resultará algo menor.

5. Este módulo de elasticidad aparente de los cordones es poco consistente y puede variar en un 1 ó 2 por 100 dentro de la misma devanadora de cualquier fabricante. Esta poca consistencia proviene de la variación de la tirantez con que se arrollan en hélice los alambres. De hecho, es más bien extraño que un grupo de 7 alambres bobinados pueda dar lugar a una curva tensión-deformación consistente, como nosotros experimentamos en la actualidad. Esta es una consideración importante y deberá ser tenida en cuenta cuando más tarde aludamos a ella.

## **determinación de las curvas tensión-deformación**

1. Las curvas tensión-deformación de los cordones de alambres, no son fáciles de obtener por medio de ensayos. Los alambres arrollados son difíciles de coger en una máquina de ensayo a causa de su alta resistencia y al doblado de los alambres.
2. Existen pocos laboratorios en el país con suficientes conocimientos del problema para llevar a cabo ensayos satisfactorios de esta naturaleza. Algunos laboratorios han aprendido recientemente cómo efectuar los ensayos apropiados de tracción con los cordones de pretensado.



3. Sin embargo, estas deficiencias son debidas a la inexactitud de las medidas de deformaciones y a los inadecuados procedimientos de ensayo. Si existe alguna cuestión concerniente a la veracidad de los ensayos de cordones de alambres, el asunto debería ser tratado muy cuidadosamente. Los ensayos llevados a cabo con muestras en obra, son deseables para asegurar la calidad del cordón. Este ensayo necesita determinar solamente la tensión y el alargamiento de rotura. El módulo de elasticidad no es importante para establecer la calidad.
4. Para los objetivos de la inspección es necesaria la determinación del módulo de elasticidad. La curva tipo tensión-deformación, facilitada por los productores de acero en este país, puede servir para este uso. Es cierto que una muestra elegida al azar tendría una curva tensión-deformación algo diferente de la curva tipo. Sin embargo, si ensayamos un buen número de muestras, resultarán unos valores medios muy cercanos a los representados en la curva tipo. Usando los datos de ensayo de una muestra en obra, un inspector está expuesto a encontrarse constantemente con valores diferentes del módulo de elasticidad. Esto, por supuesto, le inducirá a un cierto confusismo y podría dar lugar a una dureza severa con el fabricante de las unidades pretensadas.

## **almacenamiento y limpieza**

1. Los aceros de pretensado de alta resistencia son mucho más susceptibles a la corrosión que los aceros de menor resistencia. Dado que las exigencias de altas resistencias tienen lugar en los aceros pretensados para actuación dentro de una pieza, no puede tolerarse una corrosión importante.
2. No obstante, los ensayos han demostrado que una pequeña superficie oxidada superficial en el alambre de pretensado es muy beneficiosa para la adherencia entre acero y hormigón.
3. Deben tomarse precauciones en el almacenamiento del acero para pretensado, con objeto de evitar la acción galvánica o de batería que tiene lugar cuando dos metales distintos están en contacto, o muy cercanos, en un medio ionizado común a ambos. Puede producirse una grave corrosión en muy poco tiempo.
4. Debe ser evitada la presencia de cantidades importantes de aceites u otros agentes sobre el acero, tendentes a disminuir su adherencia con el hormigón.
5. En el pretensado, la transmisión de las fuerzas de pretensado del acero al hormigón se efectúa únicamente por adherencia entre ambos. Consecuentemente, debe conservarse esta adherencia cuidadosamente y han de tomarse medidas para asegurar que no ha disminuido.
6. El aceite, la grasa o, incluso, una excesiva suciedad en los aceros de pretensado, deben ser evitadas mediante un almacenamiento apropiado y por el cuidado en la limpieza de la bancada y de los encofrados. Afortunadamente, esta contaminación se puede ver fácilmente observando los aceros durante su puesta en obra. No obstante, es muy difícil evitar que se formen depósitos en los alambres o cordones del aceite de los encofrados, pero esta cuestión tiene, relativamente, poca importancia. Los ensayos han demostrado que una contaminación pequeña no es perjudicial para el comportamiento correcto de la mayoría de las piezas pretensadas.

## **adherencia**

1. La figura 3 nos muestra la relación de transmisión de tensiones para los aceros de pretensado, que es invariable con la tensión, tamaño y recubrimiento del hormigón, pero no con las características de la superficie del acero. En ordenadas viene representado el porcentaje de tensión total



en cualquier punto del acero, y en abscisas, las distancias contadas a partir del bloque de hormigón en el que está anclado el acero. La curva de la derecha representa la transmisión de tensiones de un acero con una ligera capa de aceite; la curva central es la de un acero tal y como se recibe de la fábrica y la de la izquierda es de un acero con una pequeña capa de óxido. Puede observarse que en el acero oxidado la transmisión de toda la tensión se efectúa en unas 20 pulgadas, mientras que en el engrasado se necesitan 80 pulgadas.

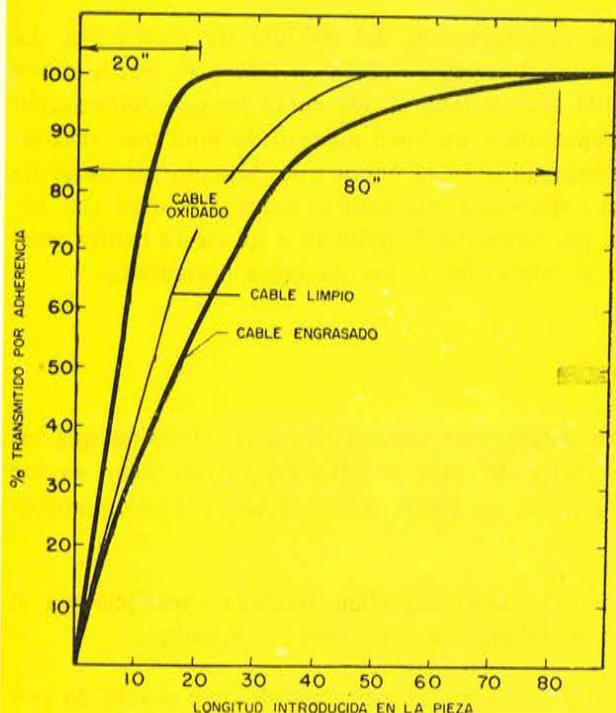


Fig. 3.—Longitud de adherencia de cables de 7/16 pulgadas

2. Si el recubrimiento de grasa o aceite es bastante grande puede dar lugar a que el pretensado sea ineficaz. Se han dado algunos casos de pérdidas totales de pretensado a causa de una contaminación grave de los cordones.

## efectos de las variaciones de temperatura

1. Todos los aceros reaccionan ante las variaciones normales de temperatura casi del mismo modo. A un aumento de temperatura sigue un incremento de longitud, y a una reducción de temperatura acompaña un acortamiento.
2. La temperatura es importante en la inspección de piezas pretensadas, debido solamente a los cambios de tensión a que pueden dar lugar las variaciones de temperatura de la bancada. Si el acero está tesado en una atmósfera fría y se vierte a su alrededor el hormigón caliente, habrá una pérdida de tensión a causa del alargamiento del acero. La magnitud de dicho alargamiento o acortamiento en el intervalo de temperaturas existente durante la operación de pretensado, debe calcularse por medio de los conocidos coeficientes de dilatación térmica.
3. Si la puesta en obra del hormigón tiene lugar en el invierno, su temperatura debe ser controlada y, por tanto, conocida. Si la temperatura atmosférica es de 20°F durante el tesado del acero, y el hormigón se coloca a 80°F, se puede suponer una variación de temperatura de 60°F en el acero.



4. La cantidad de cordones en tensión que no están sometidos a una temperatura elevada durante el fraguado inicial del hormigón, debe tenerse en cuenta en los cálculos.

5. A continuación damos un ejemplo de este cálculo:

Longitud de la bancada:

250 pies - entre mordazas.

Pretensado inicial:

170.000 libras por pulgada cuadrada.

Módulo de elasticidad:

27.500.000 libras por pulgada cuadrada

Alargamiento:

18,54 pulgadas.

Temperatura ambiente:

20°F.

Temperatura del hormigón:

75°F.

(Esta temperatura se debe mantener, aproximadamente, durante el período inicial de fraguado.)

Longitud de cordón que no está sometido a temperatura elevada, ya sea a causa del hormigón o del vapor:

50 pies.

Coefficiente de expansión térmica del acero:

0,0000065 pulgadas/pulgadas/°F.

Variación total de longitud cuando se calienta el acero tensado:

$$\Delta = (0,0000065) (12) (75 - 20) (200) = 0,86 \text{ pulgadas.}$$

Alargamiento total:

$$18,54 + 0,86 = 19,4 \text{ pulgadas.}$$

Añadiendo 1/2 pulgada por el deslizamiento de la mordaza:

$$19,4 + 0,5 = 19,9 \text{ pulgadas} \approx 20 \text{ pulgadas.}$$

La corrección de unos 3/4 de pulgada representa solamente un 3,5 % del alargamiento total. Por tanto, no se requiere gran precisión para este cálculo.

## ensayos e informes

1. Sobre los aceros pretensado se llevan a cabo ciertos ensayos, como con cualquier otro material. La frecuencia de los mismos depende, en gran parte, del objeto a que se destinen las piezas pretensadas.



2. La consistencia y calidad de los aceros de pretensado fabricados por varias compañías importantes del país es tal, que es frecuentemente innecesaria la realización de dichos ensayos. Pueden utilizarse los resultados facilitados por la propia compañía.
3. Si es necesario llevar a cabo ensayos con alambres o cordones de pretensado, los ensayos de tracción en que se determinan la tensión y el alargamiento de rotura son suficientes para definir la calidad del acero.

## **OPERACION DE TESADO**

### **introducción**

El tesado previo del acero es probablemente la operación más desconocida para los experimentados en la inspección del hormigón armado. Se discutirá, a continuación, la operación de tesado y los preparatorios para la misma, recalcando los puntos importantes para la inspección.

### **contaminación**

1. Los cordones deben estar limpios, sin grasa, aceite o cualquier otra materia extraña que pueda hacer disminuir su adherencia.
2. Existen varios métodos para evitar el engrasado de los cables:
  - a) Si el intradós plano o los encofrados sobre los que el acero ha de ser saturado están engrasados antes del tesado del cordón, las superficies engrasadas deben cubrirse con papel, plástico o cualquier otro material apropiado. Este procedimiento es poco económico, a causa del tiempo que se necesita para cubrir las partes metálicas. Por otra parte, también los cordones pueden rasgar fácilmente el plástico, papel y otros materiales delgados. Si este material protector se rompe o se ensucia, debe reemplazarse.
  - b) El método más satisfactorio y económico es cerciorarse de que todas las partes metálicas, tales como los encofrados laterales y el intradós, están limpios durante la colocación de los alambres o cordones antes del tesado. Después del tesado se pueden engrasar dichas partes metálicas sin que el acero se manche de aceite. Esta es la práctica corriente y su ejecución es fácil.
3. Los cordones en tensión se limpian mucho más fácilmente que aquellos otros colocados al azar sobre la bancada.

### **posición del cordón**

1. Los cordones, a veces, llegan a cruzarse y torcerse mientras están colocados a lo largo de la bancada. Por supuesto, esto no ocurre normalmente; pero un cordón torcido puede dar lugar a un efecto, pequeño o no, en el comportamiento o calidad del producto final.
2. La colocación y el número de cordones debe controlarse antes de proceder al tesado de los mismos. Es mucho más fácil corregir un error antes del tesado que después del mismo.



3. Antes de entrar en la discusión de las tolerancias en cuanto a la posición de los alambres o cordones, es necesario hacer notar que el hecho de la transmisión de tensión del acero al hormigón da lugar a una prueba de clasificación de las piezas pretensadas. Si el hormigón tiene una resistencia inferior a la supuesta, puede tener lugar una contraflecha excesiva o un daño importante; si el acero no está en su posición correcta puede resultar un combado excesivo o demasiado pequeño.
4. En general, la posición vertical del acero pretensado es más importante que la horizontal y se permiten menores tolerancias vertical que horizontalmente.
5. Las magnitudes de las tolerancias verticales y horizontales deberán ser establecidas por los proyectistas.
6. Se pueden evitar muchas dificultades, si la persona encargada del cálculo de las piezas revisa críticamente las normas de hormigón pretensado.

## **tesado previo**

1. Una vez colocados los aceros de pretensado en sus respectivas posiciones deben someterse a una pequeña tensión, aproximadamente igual para todos los cordones antes del comienzo del tesado propiamente dicho.
2. El objeto de esta pequeña tracción es asegurar una tensión uniforme en el cordón o alambre. Esta operación sólo es necesaria, normalmente, en las piezas pretesadas. En el postesado, la posición final del acero está confiada a unos conductos y, por tanto, no es necesario someterlos a esta ligera tensión previa para colocarlos en su posición correcta.
3. La operación de tesado previo presenta problemas diferentes según se trate de varios o un solo cordón.
4. Antes de la formación de las unidades múltiples que van a ser tesadas en la bancada de pretensado deben estirarse los alambres o cordones una cantidad suficiente para que la tensión final en los mismos sea aproximadamente la misma.
5. Es aconsejable un valor de la carga previa de 500 a 1.000 libras sobre cada uno de los cordones de 3/8 de pulgada de diámetro e, incluso, mayores. Todos los cordones deben someterse a la misma carga previa. La magnitud de la misma, dependerá del tamaño de los cables y de la libertad de movimiento de los cordones en la bancada. Será menor, para una misma longitud de dicha bancada, cuando los cordones estén rectos que para otra forma cualquiera de los mismos.
6. Existen varios métodos de uso corriente en obra para la aplicación de la carga previa.
  - a) Por medio de pesas y poleas se puede aplicar la carga a los extremos del cable.
  - b) Una máquina de tracción aplica la carga que se mide con un dinamómetro.
  - c) El mismo gato que se utiliza para el tesado de un único cordón, puede usarse en nuestro caso. Se puede hacer de varias maneras. Una es incorporar una válvula interruptora de baja presión a un sistema hidráulico, que corte el flujo de aceite cuando se alcance la carga prevista. También se puede usar una presión hidráulica baja con un interruptor mecánico y una escala que nos indique la presión.
  - d) Es posible utilizar las células de carga para determinar la magnitud del tesado previo.



7. No son necesarias las medidas de los alargamientos para calcular la carga previa. El objeto de la misma es evitar que se aflojen los cordones de tal manera que facilita dichas medidas después de efectuado el tesado final.
8. Es deseable, normalmente, llevar un buen control en las bancadas respecto al número y posición de los cordones, puntos angulosos, etc., antes de la carga previa y después del tesado. Por supuesto, este procedimiento no tiene objeto cuando se trata de un cordón único, puesto que la carga previa y el tesado se aplican al mismo antes de mover el equipo al cordón siguiente.

## **métodos para la medición de tensiones**

1. El control de la exactitud del pretensado y la calidad del hormigón son las dos cuestiones principales de las que debe preocuparse el inspector.
2. Después de que los alambres o cordones han sido sometidos a la carga previa, tanto si esto se ha efectuado independientemente para cada cordón, o para todo el conjunto antes del tesado, y luego tesados, deben tomarse medidas de los alargamientos y de la presión hidráulica final para controlar la magnitud del pretensado.
3. Existen varios métodos para controlar las tensiones, tanto en piezas pretensadas como postensadas:
  - a) Alargamientos de los elementos tesados.
  - b) Lectura de las escalas de presiones en los sistemas hidráulicos.
  - c) Células de carga que se pueden colocar detrás de los anclajes o bien pueden estar formando parte del pórtico de carga.
4. Existen otros métodos para medir la tensión en el acero pretensado.
5. Las escalas de deformaciones, mecánicas o eléctricas, se pueden colocar directamente en los cables, pero no es práctico ni tan digno de confianza como un buen control durante la producción. Este procedimiento se recomienda como método para controlar un sistema de tensado en una banca menor, o cuando se efectúan cambios en el equipo mecánico de una bancada usada. Este método es particularmente efectivo cuando se utilizan cordones cuya forma es distinta de la recta.
6. Las células de carga dan lugar a un control veraz, principalmente en las operaciones de tesado de un único cordón. Sirven de excelentes "referencias" cuando nos concuerdan las medidas hidráulicas.
7. La mayor parte del postensado se realiza con varillas o alambres rectos. Las propiedades elásticas de las varillas o alambres son más regulares que las de los cordones. Por tanto, el alargamiento y la presión de la escala del sistema hidráulico bastan normalmente para las medidas de tensión en las operaciones de postensado.

## **cordones curvos**

1. El tesado de los cordones curvos se puede efectuar de diferentes modos. Uno de ellos es hacerlo igual que con los cordones rectos. Cuando se emplean grandes sistemas hidráulicos para tesar todos los cordones a la vez, normalmente se tesan juntos los rectos con los curvos. Otras veces con



este mismo sistema se lleva a cabo la operación separadamente con ambos tipos. Estos procedimientos plantean varios problemas. Cuando los cordones se tesan totalmente desde uno de los extremos, el límite de la longitud de la bancada es menor que si se efectúa por ambos extremos. Este límite, depende de la eficiencia del anclaje respecto a la fricción de los ángulos que forma el cable y del número de puntos angulosos. En general, la máxima longitud de la bancada es mayor para los sistemas que tesan los cordones de uno en uno que para aquellos que lo hacen con varios a la vez. El equipo que se utiliza para el tesado individual de los cordones es mucho más ligero y menos complicado y se puede trasladar fácilmente para ser usado en los dos extremos de la bancada. Se sigue, también, un procedimiento similar con el postensado que se efectúa para corregir las pérdidas por fricción.

2. Se puede aplicar también otro sistema hidráulico, que consiste en tesar los cordones rectos por el procedimiento normal y luego llevar distintos puntos del cable a sus posiciones definitivas por medio de la aplicación de cargas ascendentes o descendentes, según los casos. Para que este procedimiento sea satisfactorio es necesario poseer un sistema bien proyectado, ya que, de lo contrario, es difícil obtener una tensión uniforme a lo largo de los cordones.

Es particularmente interesante para bancadas poco profundas en las que las flechas que debe tomar el cordón son pequeñas.

3. Generalmente, se admiten mayores tolerancias en las medidas de cargas y alargamientos de los cordones curvos que en los rectos. La mayor parte de los ingenieros están de acuerdo en que se puede admitir hasta un 5 % de variación entre ambas medidas, y este requisito es con el que nos encontramos, normalmente, en las plantas de pretensado.
4. Un procedimiento recomendable para tesar individualmente cordones curvos es el siguiente:
  - a) Aplicar la carga previa por uno de los métodos apuntados anteriormente.
  - b) Marcar el acero para la medida de los alargamientos y aplicar la carga total controlándola por las células de carga o la escala hidráulica, pero no por los alargamientos. Sin embargo, dicho alargamiento se debe medir y anotar. La elongación medida puede ser algo más pequeña que el valor previsto. Si esto ocurre, se lleva el equipo al otro extremo de la bancada y se aplica de nuevo la carga total con el mismo control anterior. Esto dará lugar a un pequeño aumento de la elongación. La suma de los alargamientos, medidos en ambos extremos, debe ser igual al valor previsto con un 5 % de tolerancia.

## **ejemplo de cálculo**

|                         |  |
|-------------------------|--|
| Longitud de la bancada: | 250 pies.                              |
| Pretensado inicial:     | 170.000 libras por pulgada cuadrada.   |
| Módulo de elasticidad:  | 27.500,00 libras por pulgada cuadrada. |
| Alargamiento total:     | 18,54 pulgadas.                        |
| Tamaño del cordón:      | 7/16 pulgadas de diámetro.             |
| Carga total:            | 18.500 libras.                         |
| Carga previa:           | 1.000 libras.                          |

Carga total después de la aplicación de la carga previa:  
 $18.500 - 1.000 = 17.500$  libras



Alargamiento después de la carga previa:

$$\frac{17.500}{18.500} (18,54) = 17,53, \text{ es decir, } 17 \frac{1}{2} \text{ pulgadas}$$

De nuevo, aumentamos  $\frac{1}{2}$  pulgada por el deslizamiento del anclaje:

$$17\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 18 \text{ pulgadas.}$$

Se aplica una carga de 17.500 libras y medimos un alargamiento de  $15 \frac{3}{4}$  pulgadas. Pasamos el equipo al otro extremo y cargamos de nuevo las 17.500 libras; medimos un nuevo alar-

gamiento de  $1 \frac{3}{4}$  de pulgada. Alargamiento total:  $15 \frac{3}{4} + 1 \frac{3}{4} = 17\frac{1}{2}$  pulgadas.

$$\text{Eficiencia: } \frac{17\frac{1}{2}}{18} = 0,973 > 0,95.$$

## efecto de la variación de tensión

1. La magnitud del pretensado tendrá, normalmente, pequeña influencia en la capacidad de carga de la pieza.
2. Una viga, calculada por los métodos corrientes de hormigón pretensado, en la cual el acero pretensado está anclado por adherencia, tendrá una capacidad de carga similar a la de una viga idéntica en la que el acero tiene un pretensado pequeño e incluso nulo.
3. Por supuesto, el interés que esto representa es meramente académico. No tratamos aquí de dar la impresión de que la magnitud del esfuerzo de pretensado es poco importante. Por el contrario, el comportamiento del hormigón pretensado en lo que respecta a su capacidad resistente, depende, de una manera directa, de la magnitud de dicho esfuerzo en el intervalo de las cargas de servicio.
4. Estas dos vigas hipotéticas, idénticas, excepto en el valor del esfuerzo de pretensado, pueden soportar aproximadamente las mismas cargas antes de la rotura, pero se comportarán de una forma totalmente distinta en otros aspectos dentro del intervalo de carga.
5. El pretensado se utiliza en el hormigón, principalmente por dos razones: Primera por dar lugar a una mayor rigidez en las piezas en cuanto a la resistencia de las cargas de servicio, y segunda, para aprovechar al máximo la alta resistencia del acero. El hormigón pretensado se calcula, normalmente, para que no exista fisuración por flexión. Sin embargo, se debe tener en cuenta el resultado de la magnitud del esfuerzo de pretensado, pues la seguridad de la estructura de la que forma parte la pieza pretensada no se afectará normalmente por las variaciones de dicho esfuerzo.
6. Como apuntamos antes, la operación de pretensado da lugar a una buena prueba de la viga pretensada. Si tanto el hormigón como el esfuerzo de pretensado son consistentes, el combado de las vigas se repetirá, dentro de las tolerancias admitidas, a lo largo del período de producción de piezas idénticas. Por otra parte, si la tensión no es uniforme por cualquier causa, puede resultar en las piezas una curvatura lateral durante la operación de pretensado. En muchos casos, las piezas se calculan con un esfuerzo de pretensado, de tal forma excesivo, que se producen fisuras en la parte central del vano cuando la pieza está sin carga. Esfuerzos de pretensado demasiado pequeños pueden provocar fisuras en el lado opuesto de la viga bajo la carga total de cálculo. Sin em-



bargo, estas fisuras se producirán rara vez, aun con una considerable variación del esfuerzo de pretensado, porque los métodos de cálculo no suelen considerar la total resistencia a tracción del hormigón y, de este modo, se dispone de un considerable "amortiguador" entre las tensiones de cálculo, y las reales de fisuración.

## **elongación**

1. Desde hace varios años, se procuraban tesar a la vez todos los cordones o alambres de una pieza de hormigón pretensado. La tendencia actual es realizarlo independientemente con cada cordón.
2. La práctica del tesado individual ha dado lugar a un problema en lo que respecta a la medida de la elongación, que no se presenta en los tesados múltiples.
3. Ya se apuntó anteriormente, que el módulo de elasticidad de los cordones varía ligeramente. Esta variación es casi imperceptible en los tesados múltiples, pues lo que realmente tenemos es el alargamiento medio de varias unidades. Pero sí es apreciable cuando los cordones se tesan individualmente. La racionalización de las concordancias entre las medidas de cargas y elongaciones, es un problema que se le presentará continuamente al inspector.
4. Las experiencias desarrolladas a lo largo del país han demostrado que se debe tener, al menos, una tolerancia del 3 % en el caso de tesado individual de cordones rectos.
5. Si dicha variación entre cordón y cordón es casual, como ocurre en el caso de las pequeñas diferencias del módulo de elasticidad, la variación total debe ser algo menor del 3 %.
6. Si las discrepancias son siempre en el mismo sentido, es señal de que el módulo de elasticidad no es el verdadero, o bien que el calibrador de las cargas es erróneo. Una célula de carga es una "referencia" excelente en estos casos, y sirve para determinar qué medida es la incorrecta.

## **medidas de cargas**

1. Si se usan células de carga, han de calibrarse periódicamente.
2. El calibrado del equipo hidráulico ha de realizarse con todo él como unidad, y no con cada una de sus partes. Es corriente separar las escalas y otras unidades para su calibrado individual. Se obtienen resultados más satisfactorios si se lleva el equipo de calibrado a pie de obra y se instala junto a la bancada.
3. La frecuencia del calibrado depende de la calidad del equipo, pero debe hacerse cuando se presentan dudas sobre la bondad de los valores dados por las escalas.

## **procedencia de las pérdidas de tensión**

1. Una de las causas más frecuentes de las discrepancias entre los alargamientos de cálculo y los medidos, es el excesivo deslizamiento en los anclajes, en uno o en los dos extremos de la bancada o de las piezas postensadas. En los tesados múltiples, uno o más cordones pueden tener un deslizamiento excesivo, que no es detectado por las medidas de elongación o de carga.



2. El mejor modo de detectar algún deslizamiento excesivo en los tesados múltiples, es cortar los alambres o cordones inmediatamente después de los amarres. De este modo será fácil observar un deslizamiento excesivo, puesto que el acero se introduce en el anclaje. Otro método, es marcar con tiza cada cordón, justo a la salida del anclaje. Los movimientos de dicha marca nos muestran el deslizamiento.
3. En los tesados individuales, el deslizamiento se detecta inmediatamente por las discrepancias en las medidas de los alargamientos.
4. La importancia del deslizamiento disminuye con el aumento de longitud de la bancada o de la pieza postensada.
5. En una operación normal, los anclajes usados corrientemente dan lugar a un deslizamiento desde un octavo a media pulgada, según el tipo y características del amarre. Esto quiere decir que, como máximo, es necesaria una corrección de una pulgada en los cálculos de elongaciones. Los pequeños errores, debidos a esta causa, son mucho menos importantes en las bancadas o piezas postensadas de gran longitud que en las cortas. Por ejemplo, si la corrección prevista es de  $\frac{1}{2}$  pulgada y el deslizamiento es 1 pulgada, una elongación de 50 pulgadas tendrá un error del 1 %. Por otra parte, si la elongación total ha de tener un valor de 4 pulgadas, la media pulgada de error da lugar a un 12 % de error en el alargamiento total. De todo esto, se deduce que la precisión necesaria para determinar el deslizamiento depende de la longitud de la bancada.
6. Otra dificultad—que hay que tener en cuenta—es el deslizamiento gradual a lo largo del tiempo, desde que se aplica la tensión inicial hasta que se coloca el hormigón alrededor de los elementos pretensados. Esta cuestión no se presenta normalmente, pero puede tener lugar y los inspectores han de preocuparse de ello.
7. No son corrientes roturas de los cordones durante el tesado. Si ocurren, deben achacarse a una de las causas siguientes:
  - a) Dispositivos de anclaje inapropiado.
  - b) Dispositivos colocados formando un ángulo con la dirección de la tensión.
  - c) Calentamiento del alambre por cualquier causa.
  - d) Roturas locales de alguno de los alambres a lo largo de la longitud del cordón.
8. La importancia de la pérdida total de un cordón o elemento de acero en una pieza pretensada, depende del número de elementos de la pieza. Por ejemplo, si la viga contiene 100 elementos de acero, la pérdida de uno tiene poca influencia en la capacidad resistente de la misma. Por el contrario, en una pieza de 6 elementos, la pérdida de uno puede tener gran importancia.
9. En grandes piezas con un número considerable de cables pretensados que se tesan a la vez, es recomendable que si falla un cordón no se proceda al destensado total del conjunto para su reemplazamiento. Más bien, es aconsejable efectuar el reemplazamiento y el tesado lo más rápidamente posible por cualquiera de los medios disponibles y continuar el hormigonado. Una pieza tratada de esta manera no tendrá generalmente menor capacidad de carga, pero puede no estar pretensada al nivel previsto. Desde luego, las recomendaciones anteriores no son aplicables a las piezas que tienen sólo unos pocos elementos de acero.
10. Los cordones que rompen durante su tesado individual se pueden reemplazar y tensar de nuevo sin demasiada dificultad.



11. Una ligera reducción del esfuerzo de pretensado, no tendrá, en general, un efecto perjudicial en el comportamiento del producto final.
12. Se debe consultar al proyectista de las piezas en cuestión, con objeto de mantener una vigilancia fija en lo relativo al fallo de los cordones.
13. Las soldaduras de los alambres que forman parte de un cordón rompen a veces durante el tesado. Si el fallo de dichas soldaduras no es frecuente, esto no debe preocuparnos. La mayor parte de los métodos de fabricación de cordones hacen necesario el uso de la soldadura de los alambres.
14. Deben tenerse en cuenta las variaciones de temperatura del acero, si la temperatura del mismo durante el tesado es muy diferente de la que existe durante la colocación del hormigón (véase la sección relativa a la temperatura del acero). Si el tesado y el hormigonado se efectúan en interiores no es necesaria esta consideración, ya que la temperatura en un edificio suele estar comprendida entre 60 y 80°F, que es aproximadamente la del hormigón fresco. Si el hormigonado se hace al aire libre, y la temperatura es muy baja durante el tesado, se debe efectuar la corrección descrita anteriormente. Igualmente, hemos de tener esto en consideración si la temperatura durante el tesado es demasiado alta. En un día caluroso, el acero puede estar aproximadamente a 110° F, mientras que el hormigón sólo alcanzará los 70° F ó 75° F. Se puede predecir normalmente, con suficiente seguridad, la temperatura del hormigón fresco, con objeto de calcular la variación de temperatura del acero durante la puesta en obra del hormigón.

## **registros**

- 1 Se deben llevar registros completos de las operaciones de tesado, además de los usados corrientemente con el hormigón.

## **seguridad**

1. Si bien la seguridad no es esencial en lo que respecta a la calidad del producto final, sí debe ser familiar para los inspectores. Gran parte del personal relacionado con las operaciones de tesado no tiene idea del peligro que puede representar un fallo del cordón o del equipo y, por tanto, nuestras instrucciones en este sentido han de ser provechosas.
2. El fallo de un alambre o cordón puede ser tan peligroso como un barreno cargado sin explotar.
3. Se deben tomar precauciones en ambos extremos de la pieza o de la bancada para asegurar una inspección sin peligro, tanto durante como después del tesado.
4. Una práctica muy peligrosa, que aún se realiza en algunos lugares, es el uso de lámparas de acetileno en los alrededores de los alambres o cordones. Hay que tener en cuenta que una cantidad de calor relativamente pequeña puede causar la rotura de los elementos tesados.



### destensado

1. La inspección del producto final comienza con la operación de destensado. Se ha tesado el acero, se han colocado las armaduras convencionales y los encofrados, se ha instalado la quincalla y se ha vertido el hormigón.
2. Los encofrados que pueden impedir los movimientos, tanto verticales como horizontales, de las piezas pretensadas, deben quitarse o, al menos, separarlos de la pieza, antes de proceder al destensado.
3. Si el hormigón ha sido curado con vapor, el destensado debe efectuarse cuando el hormigón esté aún caliente y húmedo.
4. El hormigón sufre variaciones de volumen a causa de la retracción y de los cambios de temperatura. La temperatura de las piezas debe mantenerse constante (dentro de unos intervalos razonables) durante el curado y, especialmente, en la segunda mitad del mismo. Si el hormigón se seca y enfría antes del destensado tienen lugar cambios dimensionales que pueden producir fisuras, o tensiones inadmisibles debido a la sujeción del acero pretensado. Esto tiene especial importancia si se utilizan ganchos de sujeción para doblar los cordones.
5. Sin embargo, es recomendable proceder al destensado, inmediatamente después del curado, cuando la resistencia en probeta cilíndrica del hormigón es suficiente para permitirlo.
6. Si es necesario, la separación de los encofrados debe hacerse rápidamente para evitar el secado y enfriamiento antes del tesado.
7. Cuando se efectúe un tesado múltiple (varios cordones o alambres a la vez) y se trata de cordones o alambres rectos únicamente, es conveniente proceder a un destensado gradual por medio de los gatos hidráulicos. Este es el método ideal para una correcta transmisión de tensiones del acero al hormigón.
8. La presencia de cordones curvos con ganchos de sujeción embebidos en el hormigón o el uso de un sistema individual de tesado hace, frecuentemente, impracticable este método. Ordinariamente, los ganchos de sujeción están unidos rígidamente a la bancada y no permiten el deslizamiento de los elementos a lo largo de la misma cuando la tensión disminuye. Sin embargo, en tales circunstancias parece conveniente proceder al destensado cortando los cordones, entre piezas, por medio de soplete oxiacetilénico.
9. Este método, expuesto últimamente, exige una cuidadosa preparación del proceso de destensado. Los ensayos han demostrado, que el destensado rápido no es perjudicial ni para la adherencia entre acero y hormigón ni tampoco para las tensiones resultantes de la acción de pretensado. Sin embargo, es importante hacer notar que se pueden presentar tensiones inadmisibles durante el destensado si no se sigue un procedimiento adecuado.
10. Este procedimiento debe ser establecido por el propio proyectista de las piezas. Si el jefe de la planta de pretensado desea usar algún otro método, debe contar siempre con la aprobación del proyectista.
11. El uso incorrecto del sistema oxiacetilénico puede dar lugar a serios peligros.



## contraflecha

1. La medida de la contraflecha de una pieza, es una buena comprobación de la consistencia del hormigón y de las operaciones de tesado. La contraflecha de vigas de puente, varía poco con el tipo de pretensado y con las propiedades del hormigón; por el contrario, esta variación es mucho más acusada cuando la pieza tiene una sección más ligera como, por ejemplo, en doble T.

Una diferencia significativa entre las contraflechas de dos vigas de puente, puede significar una gran desigualdad de la resistencia del hormigón, colocación del acero o procedimiento de tesado. Sin embargo, pequeñas diferencias en la resistencia del hormigón o en el tesado pueden dar lugar a una desigualdad bastante acusada entre las contraflechas de piezas de sección ligera. Todos estos factores han de tomarse en consideración, si las tolerancias están fijadas previamente. Además, si las diferencias entre las contraflechas son apreciables, dan lugar, frecuentemente, a dificultades en su colocación o a incomodidades arquitectónicas. Todas estas consideraciones son importantes en lo referente a la determinación de las tolerancias.

2. Las medidas de la contraflecha se deben efectuar cuando la pieza tiene una edad apropiada. Es aconsejable hacerlo después del destensado en las piezas pretensadas o después del postensado. Normalmente, es más fácil llevar a cabo dichas medidas utilizando la bancada o los encofrados como referencia, que en el almacén. Por otra parte, la contraflecha aumenta con el tiempo a causa de las deformaciones lentas del hormigón. La contraflecha inicial es una consecuencia de la deformación elástica y su aumento es función de las deformaciones lentas con el tiempo. Las deformaciones lentas son función, a su vez, del valor de la deformación y de la resistencia del hormigón.
3. La causa más frecuente de la variación de la contraflecha es la inconsistencia de la resistencia del hormigón. Por esta razón, es necesario llevar un buen control de dicha resistencia a lo largo de toda la bancada. Si la variación de resistencia es apreciable a lo largo de la bancada, puede significar una inadecuada proporción de componentes o un mezclado inapropiado del hormigón, así como un curado no uniforme. Una distribución inconsistente de calor a lo largo de la bancada, puede dar lugar a importantes variaciones en la resistencia del hormigón y, por tanto, en la contraflecha.
4. También una tensión no uniforme de los cordones curvos debido al procedimiento de doblado es causa de variación de la contraflecha. En las secciones en T y en U, los cordones se suelen colocar rectos y después se les carga, aproximadamente en el centro de la pieza, para que tomen la forma prevista. La fricción existente entre el cordón y el instrumento utilizado para su doblado da lugar a una tensión no uniforme a lo largo del acero, si el procedimiento utilizado no es el correcto. El problema se reduce considerablemente alternando los puntos de carga. Los cordones de las unidades extremas deben doblarse al final de la operación.
5. Para un número determinado de cordones y para una forma fija de los mismos, variará la contraflecha de una viga en I a una viga en U. Es debido al cambio de las propiedades de la sección. Si la diferencia de las contraflechas es notable, se debe consultar al proyectista.
6. Si las piezas se almacenan sin un cuidado especial, puede producirse un aumento irregular de la contraflecha. Para evitarlo y reducir este crecimiento a un mínimo, las piezas deben apoyarse cerca de sus extremos y, de tal modo, que la distancia entre apoyos sea la misma para cada tipo de piezas.



## acabado

1. Es prácticamente imposible establecer unos criterios fijos que regulen la recepción del hormigón pretensado en lo que respecta a su aspecto exterior. Estas exigencias vienen reguladas normalmente por el lugar de colocación de la pieza. Fácilmente se comprende que vigas de puente que van a quedar vistas han de tener una apariencia mucho mejor que pilas o estribos de un ferrocarril, pues estos últimos van a quedar ocultos a la vista del usuario. Por otra parte, el aspecto de las vigas exteriores de un puente debe ser mejor que el de las vigas interiores, ya que de estas últimas sólo van a ser visibles sus extremos.
2. Debido a la consistencia del hormigón usado en el pretensado, es difícil conseguir superficies sin ningún defecto, especialmente en las formas discontinuas, tales como las vigas en I, en las que se forman bolsas de aire que dan lugar a imperfecciones de la superficie denominadas "agujeros de sabandija".
3. Estas imperfecciones no tienen ninguna influencia estructural. Solamente son importantes para el aspecto estético de la pieza.
4. Si es necesario conseguir una uniformidad absoluta de la superficie, deben rellenarse esos huecos siguiendo un procedimiento adecuado.
5. El hormigón curado con vapor tendrá un color más claro que los demás. Es normal el uso de mezclas de cemento portland blanco con  $1/2$  ó  $1/3$  de cemento corriente con objeto de conseguir un mejor efecto estético.
6. Un manual excelente, en este sentido, es la publicación de la Portland Cement Association, "Proyecto y control de las mezclas de hormigón".
7. El acabado debe hacerse lo antes posible una vez efectuado el desencofrado, y las superficies tratadas han de mantenerse húmedas y templadas durante setenta y dos horas, como mínimo, a no ser que se utilice el curado al vapor, en cuyo caso el tiempo necesario es menor.
8. Las superficies tratadas deben mantenerse fuera del peligro de helada hasta que se haya efectuado un curado apropiado.
9. Si el vibrado del hormigón ha sido deficiente, pueden existir secciones con "hormigueros" que deben considerarse separadamente.
10. El inspector debe juzgar la importancia de tales "hormigueros" e, incluso, solicitar el dictamen del proyectista si lo cree necesario.
11. La evaluación de estos "hormigueros" puede hacerse teniendo a la vista varios factores: Primero, se ha de determinar la extensión y profundidad de la zona de hormigón pobre. Segundo, es importante la localización de la región poco consolidada con objeto de estudiar la posible influencia estructural de las imperfecciones.
12. Los "hormigueros" se suelen formar en las secciones cercanas a los extremos de las piezas.
13. Si bien estas formaciones son siempre perjudiciales, en los extremos de la pieza tienen mayor importancia, ya que los esfuerzos de pretensado pueden hacerla pandear.
14. La localización más peligrosa de estos "hormigueros" es en el área de apoyo. No debe existir ninguna duda en rechazar una pieza en esas condiciones.



15. Si se presentan en otros lugares de la pieza y no son demasiado importantes, es posible conseguir un buen acabado.
16. Como norma general, si la profundidad de un "hormiguero" no es suficiente para alcanzar a los cables de pretensado, se arreglan con cierta facilidad y se puede llegar a tener una superficie estética. Incluso, en algunos casos, se puede permitir que el "hormiguero" llegue al acero pretensado.
17. Los procedimientos de acabado, deben encaminarse a reemplazar el hormigón de las áreas afectadas.

## **comprobación de dimensiones**

1. Las dimensiones de las piezas pretensadas se controlan, normalmente, una vez efectuado el desencofrado y destensado e, incluso, después de retirarlas de la bancada.
2. La cuestión fundamental a tener en cuenta en la determinación de tolerancias, es el uso a que se destine el elemento pretensado. Las vigas de puente, por ejemplo, no suelen necesitar unas tolerancias tan rígidas como las que se utilicen en la construcción de edificios. Las piezas para edificios que han de quedar vistas o ajustarse a ciertas condiciones debido a las necesidades de puesta en obra, exigirán unas tolerancias más rigurosas. El ingeniero o arquitecto debe establecer las tolerancias para las dimensiones finales y para la contraflecha.

## **fisuración normal del hormigón pretensado**

1. Antes de la utilización del hormigón pretensado, se habían puesto en obra grandes cantidades de hormigón armado. La mayor parte de este hormigón presenta fisuras en mayor o menor grado. En otras palabras, durante muchos años las fisuras se han presentado en el hormigón de una manera normal. Es más, de hecho, el hormigón armado se calcula partiendo de la base de que se fisurará. El hormigón pretensado se ha llevado a cabo como un método para evitar la fisuración. Esta particularidad ha sido quizá la causa del auge del hormigón pretensado en los últimos años.
2. El cálculo de las piezas pretensadas se efectúa de forma que no se produzcan fisuras diagonales o de flexión bajo las cargas de servicio.
3. Sin embargo, existen zonas en que la fisuración es casi inevitable. Esto es particularmente cierto cuando los cordones no están colocados según una directriz rectilínea. Los cordones curvos cooperan, en este sentido, a la aparición de fisuras en los extremos de las vigas pretensadas.
4. Con objeto de evitar este problema, muchos proyectistas colocan armaduras suplementarias en los extremos de las piezas de dimensión considerable. Si bien el armado reduce el número o dimensión de las fisuras, también es evidente que sólo trabajará a una tensión apreciable cuando el hormigón esté fisurado. Por tanto, el armado no eliminará del todo las fisuras, pero sí las hará disminuir de forma que no sean fácilmente visibles.
5. Otros tipos de fisuras que no son inherentes al hormigón pretensado son las siguientes:
  - a) Fisuras horizontales debidas a la retracción. Suelen indicar un curado deficiente o bien un hormigón demasiado húmedo durante su colocación.



- b) Fisuras verticales debidas al enfriamiento y a la pérdida de humedad durante la retracción antes de soltar los anclajes de pretensado. Si las piezas están bien proyectadas, estos firmes no suelen afectar a la resistencia o comportamiento estructural de los mismos y es normal que desaparezcan al proceder al destensado.
6. Es recomendable consultar con el proyectista si la fisuración es excesiva.
  7. Se ha llevado a cabo un número importante de ensayos sobre piezas con varios tipos de fisuras, comprobando que no afectan a la resistencia de dichos elementos en ningún punto del intervalo de carga.

## **postesado**

1. La mayor parte de las consideraciones hechas al tratar del destensado podríamos aplicarlas al tesado de estas piezas. La resistencia del hormigón debe ser la requerida por las normas vigentes.
2. La tensión aplicada a los cables de postesado debe ser medida con elongómetro y por sistema hidráulico.
3. Es muy importante la comparación entre los dos sistemas de medidas para controlar las pérdidas por rozamiento.
4. Es fácil encontrar en la literatura técnica gran cantidad de datos relativos al rozamiento entre acero y material de apoyo. Pero es posible evitar parte de estas pérdidas, efectuando el tesado desde ambos extremos del cable, de una forma análoga a la descrita para los cables curvos en el pretensado.
5. El hormigón postesado requiere generalmente el uso de orificios a lo largo de la pieza. Después del tesado, se inyectan estos orificios con lechada de cemento para proteger al acero de la corrosión y dar lugar a la adherencia entre acero y hormigón.
6. El amasado de esta lechada de cemento ha de realizarse con un buen control. Es conveniente tomar las debidas precauciones para evitar la segregación.
7. Deben tomarse las precauciones necesarias para evitar el atascamiento de los conductos por los que se inyecta la lechada.
8. Las normas deben indicar la colocación de las tuberías de inyección y de los respiraderos, y el inspector debe ser el responsable de que tales respiraderos cumplan realmente la función que se les ha asignado.
9. Los orificios que contienen los cables deben estar limpios. Se puede utilizar, a tal fin, un lavado con agua y, después, aire a presión.
10. Si la forma del cable es curva, el conducto correspondiente puede retener con facilidad agua en su interior y causar algún daño a la pieza. Por tanto, se han de tomar las debidas precauciones para asegurar que se ha extraído el agua antes de inyectar la lechada.



## **CURADO RAPIDO DEL HORMIGON MEDIANTE VAPOR**

Proyectamos e instalamos sistemas de curado de hormigón (pretensado, bloques, bovedillas, etc.) mediante vapor a baja presión, con la experiencia y los generadores de vapor de

**KÄRCHER**

Winnenden - Stuttgart

**REDUZCA SUS COSTOS - CUMPLA SUS PROGRAMAS - AHORRE GRANDES ESPACIOS  
NO USE CEMENTOS ESPECIALES - RACIONALICE SU PRODUCCION**

Diríjase para consultas a:

**HANSEATA**

OFICINA COMERCIAL Y TECNICA  
Almirante, 8 - Teléfono 232 45 08 - Madrid-4

**"Dentro de 10 años no habrá en Europa ninguna fábrica de  
HORMIGON que pueda trabajar sin VAPOR"**

(H. F. Holsen, Presidente de la Asociación Internacional del Hormigón)



# últimas publicaciones

## cálculo en rotura del hormigón armado

### recomendaciones prácticas del Comité Europeo del Hormigón

(en prensa)

A los diez años de su fundación, el C. E. B. ha ultimado este Reglamento unificado a escala internacional. Se abandonan los métodos clásicos de cálculo del hormigón armado y se da entrada al llamado «cálculo en rotura», aprovechando el mejor conocimiento (obtenido por vía experimental) del comportamiento de los materiales, especialmente en su fase plástica. La teoría semiprobabilista de la seguridad y la noción de los «estados límites» son dos de los pilares de este nuevo Reglamento, cuya aplicación conduce a proyectar, calcular y construir con mayor eficacia. Es decir, de un modo más científico, más seguro y más económico.

### instrucción h. a. 61 del Instituto Eduardo Torroja

De todas las existentes, esta Instrucción es la primera, y única hasta la fecha, que se ajusta en sus líneas generales a las «Recomendaciones» del C. E. B. Publicada hace más de dos años, introduce el concepto de «resistencia característica», desarrolla la teoría semiprobabilista de la seguridad y pone a punto el cálculo en rotura por el método del «momento tope», una de las más valiosas contribuciones de su creador, Eduardo Torroja, al cálculo del hormigón armado.

El técnico familiarizado con esta Instrucción encontrará fácil el acceso a las «Recomendaciones» del C. E. B., y sacará de ellas el mayor provecho.

principios  
recomendaciones  
comentarios

anejo de notación  
anejo de bibliografía  
anejo de flexión  
(método del momento  
tope)  
anejo de ensayos  
(interpretación estadística)

tomo I

tomo II

materiales  
ejecución

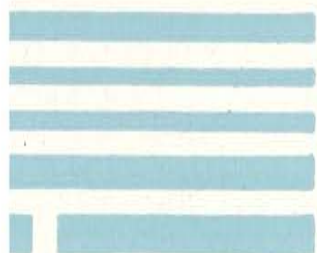
documentos del proyecto  
cálculo de piezas lineales  
planas

1.  
parte

2.<sup>a</sup> y 3.<sup>a</sup>  
parte

**Pedidos a: Instituto Eduardo Torroja**  
**Sección de Distribución**  
Apartado 19.002 - MADRID





**instituto  
eduardo torroja  
de construcción  
y del cemento**